

Universidade Federal de Juiz de Fora
Instituto de Ciências Exatas
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional

Grasiele Regina Duarte

**Política de Migração para Metaheurísticas Híbridas usando Modelo Paralelo
de Ilhas**

Juiz de Fora
2019

Grasiele Regina Duarte

**Política de Migração para Metaheurísticas Híbridas usando Modelo Paralelo
de Ilhas**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Otimização, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Modelagem Computacional.

Orientador: Afonso Celso de Castro Lemonge

Coorientador: Leonardo Goliatt da Fonseca

Juiz de Fora

2019

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Duarte, Grasielle Regina.

Política de Migração para Metaheurísticas Híbridas usando Modelo Paralelo de Ilhas / Grasielle Regina Duarte. -- 2019. 224 p.

Orientador: Afonso Celso de Castro Lemonge

Coorientador: Leonardo Goliatt da Fonseca

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, 2019.

1. Algoritmos evolutivos. 2. Modelo de Ilhas. 3. Estigmergia. 4. Modelo de Ilhas Estigmérgico. I. Lemonge, Afonso Celso de Castro, orient. II. Fonseca, Leonardo Goliatt da, coorient. III. Título.

Grasiele Regina Duarte

Política de Migração para Metaheurísticas Híbridas usando Modelo Paralelo de Ilhas

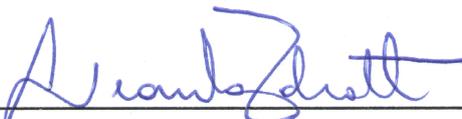
Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Otimização, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Modelagem Computacional.

Aprovada em: 21 de Fevereiro de 2019

BANCA EXAMINADORA



Prof. D.Sc. Afonso Celso de Castro Lemonge - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. D.Sc. Leonardo Goliatt da Fonseca - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



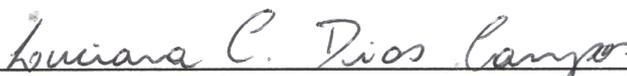
Prof^a. D.Sc. Beatriz de Souza Leite Pires Lima
COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro



Prof. D.Sc. Douglas Adriano Augusto
Fundação Oswaldo Cruz



Prof. D.Sc. Alex Borges Vieira
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof^a. D.Sc. Luciana Conceição Dias Campos
Universidade Federal de Juiz de Fora

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

Depois de muito tempo pensando em como começar escrever esta parte do texto, percebi que o motivo da dificuldade era traduzir/resumir o sentimento de gratidão por ter chegado exatamente neste momento. Foi impossível pensar apenas no período necessário para realizar este trabalho. Uma série de eventos, etapas, “rosthinhos” passaram pela minha cabeça. Tentei expressar um pouquinho de tudo isso.

Agradeço à minha família por todo o apoio, compreensão, carinho e amor incondicional. Em especial agradeço aos meus pais que são os maiores responsáveis pelo que sou hoje. Sem o preparo, apoio, incentivo, exemplo desses dois eu não teria feito a mesma trajetória até aqui e não teria os mesmos estímulos que me movem.

Por falar em preparo, agradeço a todos os professores que já tive na vida. Desde o início da minha formação, assistindo as aulas da “Tia” Graça, aprendi a respeitar e admirar esses profissionais fantásticos que tanto influenciaram na minha vida. Cada um deles tem uma parcela de contribuição no meu desenvolvimento.

No meio de tanta coisa que a gente vai vivendo, algumas pessoas que cruzam nosso caminho acabam assumindo um posto bem especial chamado amigo. Agradeço a essas pessoas por fazerem parte dessa e de tantas outras fases da minha vida.

Bom, e aí eu vim parar no Doutorado. Ah, o Doutorado!!! Foi uma fase de muito aprendizado, desafios, preocupações, alegrias, descobertas, nova cidade, novos amigos, enfim, intenso. Confesso que já estou com saudades.

Agradeço à UFJF e ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional pela estrutura necessária para o andamento das minhas atividades durante essa etapa. Agradeço aos professores pelos ensinamentos, aos técnicos pelos cuidados, aos colegas pelo convívio, à CAPES e à FAPEMIG pelo suporte financeiro concedido.

Em especial agradeço aos Professores Afonso Lemonge e Leonardo Goliatt que me acompanharam durante essa caminhada. Agradeço a vocês pelo acolhimento, pela atuação impecável, dedicação, pelas orientações, oportunidades, compreensão, ensinamentos.

Agradeço aos Professores Beatriz Lima, Douglas Augusto, Alex Vieira e Luciana Campos pela disponibilidade para participarem da avaliação deste trabalho e pelas suas considerações valiosas.

Agradeço a Deus por tantos motivos pelos quais sou grata!!

Essa tese não se encerra neste texto.

E isto é muito bom...

Afonso Lemonge

RESUMO

Os problemas de otimização estão presentes em diversas áreas do conhecimento e com o avanço da sociedade as suas complexidades aumentam. Nas últimas décadas foram propostos diversos algoritmos populacionais evolutivos para a resolução de problemas de otimização. Cada um desses algoritmos possui características próprias que influenciam de forma diferente no processo evolutivo e qualidade da solução ótima. O Modelo de Ilhas é uma estratégia de paralelização de algoritmos populacionais evolutivos. No Modelo de Ilhas o conjunto de soluções candidatas é dividido em subconjuntos conhecidos como ilhas. Cada ilha evolui o seu conjunto de soluções através do seu próprio algoritmo em paralelo com as outras. Periodicamente, as ilhas trocam soluções entre si através do processo de migração. O movimento de soluções entre as ilhas está condicionado à topologia do modelo e um conjunto de regras que compõem a política de migração. Este trabalho propõe uma nova alternativa de implementação híbrida para o Modelo de Ilhas, inspirada no fenômeno natural de estigmergia, chamado de Modelo de Ilhas Estigmérgico. As conexões do Modelo de Ilhas Estigmérgico possuem pesos ajustados a cada migração e que influenciam na escolha da ilha de destino para cada solução migrante. O objetivo principal com o Modelo de Ilhas Estigmérgico é propor uma estrutura auto-organizável para a resolução de problemas de otimização através de algoritmos populacionais evolutivos distintos. Uma das vantagens do Modelo de Ilhas Estigmérgico é que o usuário pode aplicar diversos algoritmos na sua topologia e a própria política de migração identificará a melhor configuração para a topologia e distribuição do conjunto de soluções entre as ilhas para resolver o problema.

Palavras-chave: Algoritmos evolutivos. Modelo de Ilhas. Estigmergia. Modelo de Ilhas Estigmérgico.

ABSTRACT

Optimization problems are present in several areas of knowledge and with the advancement of society their complexities increase. In the last decades several evolutionary population algorithms have been proposed to solve optimization problems. Each of these algorithms has its own characteristics that influence in a different way the evolutionary process and the quality of the optimal solution. The Island Model is a strategy of parallelization of evolutionary population algorithms. In the Island Model the set of candidate solutions is divided into subsets known as islands. Each island evolves its set of solutions through its own algorithm in parallel with the others. Periodically, the islands exchange solutions among themselves through the migration process. The movement of solutions between islands is conditioned to the topology of the model and a set of rules that compose the migration policy. This work proposes a new alternative of hybrid implementation for the Island Model, inspired by the natural phenomenon of stigmergy, called Stigmergy Island Model. The connections of Stigmergy Island Model have weights adjusted on each migration and that influence in choice of destination island for each migrant solution. The main objective with the Stigmergy Island Model is to propose a self-organizing structure for solving optimization problems through distinct evolutionary population algorithms. One of the advantages of the Stigmergy Island Model is that the user can apply several algorithms in its topology and the migration policy itself will identify the best configuration for the topology and distribution of the set of solutions among islands to solve the problem.

Keywords: Evolutionary algorithms. Island Model. Stigmergy. Stigmergy Island Model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Operação de cruzamento entre as duas soluções Pai 1 e Pai 2. Neste caso foi aplicado o cruzamento de 1 ponto central das soluções. O resultado da operação é a criação das duas novas soluções Filho 1 e Filho 2, compostas pela combinação do material genético de seus pais.	28
Figura 2 – Ilustração de um Modelo de Ilhas composto por 6 ilhas totalmente conectadas por arestas bidirecionais. A cada uma das ilhas foi aplicado um algoritmo distinto para a evolução do respectivo conjunto de soluções. O algoritmo de cada ilha é identificado através de sua sigla inserida dentro do respectivo vértice: GA = Algoritmo Genético, PSO = Otimização por Enxame de Partículas, ACO = Otimização por Colônia de Formigas, BBO = Otimização Baseada em Biogeografia, ABC = Algoritmo Colônia de Abelhas Artificiais, DE = Evolução Diferencial.	37
Figura 3 – Exemplos de topologias para o Modelo de Ilhas.	39
Figura 4 – Configuração da área de forrageamento de uma colônia de formigas e distribuição de seus agentes ao longo do tempo. (a) Configuração inicial das alternativas de caminhos do ninho para a fonte de alimento. (b) Distribuição das formigas pelas alternativas de caminhos após um período de 4 minutos. (c) Distribuição das formigas pelas alternativas de caminhos após um período de 8 minutos.	44
Figura 5 – Exemplo de topologia do Stgm-IM composto por 4 ilhas totalmente conectadas por conexões (arcos) unidirecionais ponderadas no intervalo $[0, 1]$ e soma de pesos com origem em cada ilha igual a 1. Considere que foram aplicados algoritmos distintos entre as 4 ilhas do Stgm-IM.	48
Figura 6 – Fluxograma de execução do Stgm-IM.	58
Figura 7 – Exemplo de ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas de uma instância do Stgm-IM composto por 4 ilhas totalmente conectadas por 12 conexões, de acordo com a sua política de migração.	59
Figura 8 – Experimento I – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas nas 30 execuções de cada algoritmo. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.	73
Figura 9 – Experimento I – Variação da média dos valores de função objetivo do conjunto de soluções ao longo das iterações de cada algoritmo.	77
Figura 10 – Experimento I – Variação do desvio padrão (DP nos gráficos) dos valores de função objetivo do conjunto de soluções ao longo das iterações de cada algoritmo.	79
Figura 11 – Experimento I – Variação Desvio Padrão \times Média dos valores de função objetivo do conjunto de soluções de cada algoritmo.	81

Figura 12 – Experimento II – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas nas 30 execuções do Stgm-IM e cada algoritmo para alguns dos problemas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.	85
Figura 13 – Experimento II – Distribuições dos valores de função objetivo das melhores soluções obtidas para o problema $F11$ nas 30 execuções do Stgm-IM e dos algoritmos avaliados, exceto o SSA. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.	86
Figura 14 – Experimento II – Comparação das distribuições dos valores médios de função objetivo do conjunto de soluções nas 30 execuções de cada algoritmo isoladamente e no Stgm-IM para resolução de alguns dos problemas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores e Func. Obj. = Função Objetivo.	87
Figura 15 – Experimento II – Comparação das distribuições de desvio padrão dos valores de função objetivo do conjunto de soluções nas 30 execuções de cada algoritmo isoladamente e no Stgm-IM para resolução de alguns dos problemas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores e Func. Obj. = Função Objetivo.	89
Figura 16 – Experimento II – Perfil de Desempenho t_{ME}	90
Figura 17 – Experimento II – Perfil de Desempenho t_{mi}	91
Figura 18 – Experimento II – Distribuições dos tempos das 30 execuções do Stgm-IM e de cada algoritmo para a resolução de alguns dos problemas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.	92
Figura 19 – Experimento II – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.	99
Figura 20 – Experimento II – Variação da média e desvio padrão (DP) de função objetivo e média do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações do Stgm-IM. Func. Obj. = Função Objetivo e Tam. Pop. = Tamanho População.	100
Figura 21 – Experimento II – Variação do número médio de soluções emigrantes de cada ilha ao longo das migrações de cada execução do Stgm-IM para a resolução de todos os problemas.	101
Figura 22 – Experimento II – Variação da média dos pesos das conexões com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM e destino em cada uma das outras ao longo das migrações.	103
Figura 23 – Experimento II – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas do Stgm-IM ao longo das migrações.	105

Figura 24 – Experimento II – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações no Stgm-IM.	106
Figura 25 – Experimento II – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas do Stgm-IM ao longo das migrações de execuções individuais.	107
Figura 26 – Experimento II – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 1 do Stgm-IM para a resolução do problema $F3$	108
Figura 27 – Experimento II – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 15 do Stgm-IM para a resolução do problema $F3$	109
Figura 28 – Experimento II – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 30 do Stgm-IM para a resolução do problema $F3$	110
Figura 29 – Experimento II – Número médio de problemas em que cada ilha foi extinta a cada execução do Stgm-IM. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi extinta entre as execuções.	111
Figura 30 – Experimento II – Percentual do total de execuções do Stgm-IM em que cada ilha foi extinta durante a resolução de alguns dos problemas. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi excluída entre as execuções.	112
Figura 31 – Experimento III – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas nas 30 execuções do IM_0.05_1.0_1.0, IM_0.5_1.0_1.0 e cada um dos algoritmos para alguns dos problemas. Nos gráficos, Stgm-IM = Modelo indicado na legenda de cada gráfico através de seu nome, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.	117
Figura 32 – Experimento III – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de três configurações do Stgm-IM distintas entre si pelo valor do parâmetro ρ . Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.	118
Figura 33 – Experimento III – Perfil de Desempenho t_{ME}	121
Figura 34 – Experimento III – Perfil de Desempenho t_{mi}	122
Figura 35 – Experimento III – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução de cada configuração do Stgm-IM considerada no experimento para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.	125

Figura 36 – Experimento III – Variação da média dos pesos das conexões com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0 e destino em cada uma das outras.	129
Figura 37 – Experimento III – Variação da média dos pesos das conexões com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 e destino em cada uma das outras.	130
Figura 38 – Experimento III – Número médio de problemas em que cada ilha foi extinta a cada execução de cada configuração do Stgm-IM. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi extinta entre as execuções.	132
Figura 39 – Experimento III – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas ao longo das migrações dos modelos IM_0.05_1.0_1.0, IM_0.1_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0.	133
Figura 40 – Experimento III – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0.	134
Figura 41 – Experimento III – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0.	135
Figura 42 – Experimento IV – Variação da média do valor $\tau_{i,j}$ associado a cada conexão com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 e destino em cada uma das outras.	139
Figura 43 – Experimento IV – Variação da média do valor $\eta_{i,j}$ associado a cada conexão com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 e destino em cada uma das outras.	140
Figura 44 – Experimento IV – Exemplo de operação de potência com base $x \in [0, 1]$ e diferentes valores utilizados como expoente.	141
Figura 45 – Experimento IV – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de 5 configurações do Stgm-IM distintas entre si pelos valores dos parâmetros α e β . Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.	142
Figura 46 – Experimento IV – Perfil de Desempenho t_{ME}	144
Figura 47 – Experimento IV – Perfil de Desempenho t_{mi}	145
Figura 48 – Experimento IV – Comparação das distribuições dos valores médios de função objetivo do conjunto de soluções nas 30 execuções de cada algoritmo isoladamente e no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 para alguns dos problemas. Nos gráficos, quadrados vermelhos = Média dos respectivos valores e Func. Obj. = Função Objetivo.	146

Figura 49 – Experimento IV – Comparação das distribuições dos valores médios de função objetivo do conjunto de soluções nas 30 execuções de cada algoritmo isoladamente e no Stgm-IM IM_0.1_2.0_1.0 para alguns dos problemas. Nos gráficos, quadrados vermelhos = Média dos respectivos valores e Func. Obj. = Função Objetivo.	147
Figura 50 – Experimento IV – Segundo Perfil de Desempenho t_{ME} – Comparação de duas configurações do Stgm-IM com os algoritmos.	149
Figura 51 – Experimento IV – Segundo Perfil de Desempenho t_{ME} – Comparação de duas configurações do Stgm-IM com os algoritmos – Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ e $1 \leq \tau \leq 7.5$	149
Figura 52 – Experimento IV – Segundo Perfil de Desempenho t_{mi} – Comparação de duas configurações do Stgm-IM com os algoritmos.	150
Figura 53 – Experimento IV – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução de cada configuração do Stgm-IM considerado no experimento, para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.	156
Figura 54 – Experimento IV – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução dos modelos IM_0.1_0.5_1.0, IM_0.1_0.5_2.0 e IM_0.5_0.5_1.0, para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.	157
Figura 55 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o ABC-MR e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	158
Figura 56 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o DE e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	159
Figura 57 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o GA e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	160
Figura 58 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o PSO e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	161
Figura 59 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o SSA e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	162

Figura 60 – Experimento IV – Número médio de problemas em que cada ilha foi extinta a cada execução de cada configuração do Stgm-IM. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi extinta entre as execuções.	164
Figura 61 – Experimento IV – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas ao longo das migrações dos modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_0.	165
Figura 62 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do IM_0.1_0.5_1.0. . .	166
Figura 63 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do IM_0.1_1.0_2.0. . .	167
Figura 64 – Experimento IV – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas ao longo das migrações de execuções individuais dos modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_2.0.	169
Figura 65 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 1 do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 para a resolução do problema $F3$	170
Figura 66 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 15 do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 para a resolução do problema $F3$. . .	171
Figura 67 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 30 do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 para a resolução do problema $F3$. . .	172
Figura 68 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 1 do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 para a resolução do problema $F3$	173
Figura 69 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 15 do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 para a resolução do problema $F3$. . .	174
Figura 70 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 30 do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 para a resolução do problema $F3$. . .	175
Figura 71 – Experimento V – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de 4 configurações do Stgm-IM. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.	179
Figura 72 – Experimento V – Perfil de Desempenho t_{ME}	180
Figura 73 – Experimento V – Perfil de Desempenho t_{mi}	181

Figura 74 – Experimento V – Distribuições dos 30 tempos de execução das 4 configurações do Stgm-IM avaliadas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média do respectivos valores.	183
Figura 75 – Experimento V – Distribuições dos 30 tempos de execução do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 e cada um dos algoritmos aplicados em suas ilhas, quando executados isoladamente. Nos gráficos, Stgm-IM = IM_0.1_0.5_1.0_100 e triângulos vermelhos = Média do respectivos valores.	185
Figura 76 – Experimento V – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução de cada configuração do Stgm-IM considerada no experimento, para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.	187
Figura 77 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o ABC-MR e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	189
Figura 78 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o DE e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	190
Figura 79 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o GA e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	191
Figura 80 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o PSO e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	192
Figura 81 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o SSA e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.	193
Figura 82 – Experimento V – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas ao longo das migrações dos modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100.	193
Figura 83 – Experimento V – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do IM_0.1_0.5_1.0_100.	194
Figura 84 – Experimento V – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do IM_0.1_1.0_2.0_100.	195

Figura 85 – Experimento V – Número médio de problemas em que cada ilha foi extinta a cada execução de cada configuração do Stgm-IM. O valor sobre cada barra é o total de exclusões e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi extinta entre as execuções.	196
Figura 86 – Experimento VI – Topologias aleatórias comparadas com o Stgm-IM. .	199
Figura 87 – Experimento VI – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções do Stgm-IM e os 4 IMs comparados. Nos gráficos, quadrados vermelhos = Média dos respectivos valores.	201
Figura 88 – Experimento VI – Perfil de Desempenho t_{ME}	202

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Experimento II – <i>Speedup</i> médio proporcionado pelo Stgm-IM para a resolução de alguns dos problemas.	93
Tabela 2 – Experimento V – <i>Speedup</i> médio proporcionado por IM_0.1_0.5_1.0_100 para a resolução de alguns dos problemas.	184

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IM	Modelo de Ilhas (do inglês <i>Island Model</i>)
Stgm-IM	Modelo de Ilhas Estigmérgico (do inglês <i>Stigmergy Island Model</i>)
ACO	Otimização por Colônia de Formigas (do inglês <i>Ant Colony Optimization</i>)
GA	Algoritmo Genético (do inglês <i>Genetic Algorithm</i>)
DE	Evolução Diferencial (do inglês <i>Differential Evolution</i>)
PSO	Otimização por Enxame de Partículas (do inglês <i>Particle Swarm Optimization</i>)
ABC	Colônia de Abelhas Artificiais (do inglês <i>Artificial Bee Colony</i>)
ABC-MR	Variante do algoritmo ABC
SSA	Algoritmo de Aranhas Sociais (do inglês <i>Social Spider Algorithm</i>)
MFE	Número máximo de avaliações da função objetivo (do inglês <i>Maximum Function Evaluation</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

F_{mig}	Frequência de migração
MAX_{iter}	Total de iterações do algoritmo de cada ilha na execução do IM
T_{iter}	Total de iterações dos algoritmos das ilhas do IM entre as migrações
ξ	Taxa de migração
N_m	Número de soluções emigrantes de cada ilha
PS_i	Número de soluções no conjunto da ilha i
I	Total de ilhas presentes na topologia do Stgm-IM
D	Dimensão do problema de otimização
$\tau_{i,j}$	Informação do nível de atratividade da ilha j para as soluções da ilha i correspondente ao número de soluções que migram da ilha i para a ilha j ao longo das migrações
ρ	Taxa de desgaste de cada atratividade $\tau_{i,j}$ ao longo das migrações do Stgm-IM
$\Delta\tau_{i,j}$	Porção de atratividade $\tau_{i,j}$ a ser depositada a cada migração na conexão com origem na ilha i e destino na ilha j .
$\delta_{i,j}$	Número de soluções que migraram da ilha i para a ilha j na migração anterior à corrente
PS	Total de soluções no Stgm-IM
$p_{i,j}$	Peso da conexão com origem na ilha i e destino na ilha j do Stgm-IM
C	Total de conexões do Stgm-IM com origem em uma determinada ilha i
$\eta_{i,j}$	Informação do nível de atratividade da ilha j para as soluções da ilha i de acordo com a qualidade do conjunto da ilha j
f_{norm}^k	Valor da função objetivo da k -ésima solução do conjunto de qualquer ilha do Stgm-IM, normalizado no intervalo $[0, 1]$ no modelo
λ_j	Média dos valores f_{norm}^k da ilha j
PS_j	Número de soluções no conjunto da ilha j
f^k	Valor de função objetivo da k -ésima solução do conjunto do Stgm-IM

f_{min}	Menor valor de função objetivo das soluções do Stgm-IM
f_{max}	Maior valor de função objetivo das soluções do Stgm-IM
α	Grau de relevância de $\tau_{i,j}$ na atratividade da ilha j para as soluções da ilha i para a definição de $p_{i,j}$
β	Grau de relevância de $\eta_{i,j}$ na definição da atratividade da ilha j para as soluções da ilha i para a definição de $p_{i,j}$
c	Valor inicial de cada $\tau_{i,j}$ do Stgm-IM
Fi	Problema de nome Fi tal que $i \in \{1, 2, \dots, 15\}$
t_{ME}	Perfil de Desempenho sob a métrica média dos valores de função objetivo das soluções obtidas entre as execuções dos algoritmos
t_{mi}	Perfil de Desempenho sob a métrica valor de função objetivo da melhor solução obtida no total entre as execuções dos algoritmos
\mathbf{X}	Conjunto de soluções candidatas de um algoritmo isolado ou de uma ilha do Stgm-IM
$f_m^r(\mathbf{X})$	Média do valor de função objetivo das soluções do conjunto \mathbf{X} a cada iteração de um algoritmo ou migração do Stgm-IM de cada execução
NR	Total de execuções de um algoritmo isolado ou do Stgm-IM
NS	Total de soluções de um algoritmo isolado ou de uma ilha do Stgm-IM
$f(\mathbf{x}_s)$	Valor de função objetivo da solução \mathbf{x}_s do conjunto \mathbf{X} , tal que $s \in \{1, 2, \dots, NS\}$
$f_s^r(\mathbf{X})$	Desvio padrão do valor de função objetivo das soluções do conjunto \mathbf{X} a cada iteração de um algoritmo ou migração do Stgm-IM de cada execução
r_{conv}	Taxa de convergência de um algoritmo populacional evolutivo, ilha do Stgm-IM ou todo o Stgm-IM
Spd_{IM}	<i>Speedup</i> promovido pelo Stgm-IM
POP_m^r	Número médio de soluções no conjunto de uma ilha após uma determinada migração, a cada execução do Stgm-IM, na resolução de todos os problemas

POP_s^r	Desvio padrão do número de soluções no conjunto de uma ilha após uma determinada migração, a cada execução do Stgm-IM, na resolução de todos os problemas
$mw_{i,j}$	Peso médio da conexão com origem na ilha i e destino na ilha j após uma determinada migração, a cada execução do Stgm-IM, na resolução de todos os problemas
$mT_{i,j}$	Média do valor $\tau_{i,j}$ para o ajuste do peso da conexão com origem na ilha i e destino na ilha j numa determinada migração, a cada execução do Stgm-IM, na resolução de todos os problemas
$mN_{i,j}$	Média do valor $\eta_{i,j}$ para o ajuste do peso da conexão com origem na ilha i e destino na ilha j numa determinada migração, a cada execução do Stgm-IM, na resolução de todos os problemas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	24
2	REFERENCIAL TEÓRICO	27
2.1	ALGORITMOS POPULACIONAIS EVOLUTIVOS	27
2.1.1	Algoritmo Genético	27
2.1.2	Evolução Diferencial	29
2.1.3	Otimização por Enxame de Partículas	30
2.1.4	Colônia de Abelhas Artificiais	32
2.1.5	Algoritmo de Aranhas Sociais	34
2.2	MODELO DE ILHAS	36
2.2.1	Características do Modelo de Ilhas	37
2.3	ESTIGMERGIA	42
3	MODELO DE ILHAS ESTIGMÉRICO	46
3.1	TOPOLOGIA DO MODELO DE ILHAS ESTIGMÉRICO	46
3.2	POLÍTICA DE MIGRAÇÃO DO MODELO DE ILHAS ESTIGMÉRICO	49
4	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	61
4.1	MATERIAIS E MÉTODOS	62
4.1.1	Algoritmos Evolutivos Utilizados	62
4.1.2	Conjunto de Problemas de Otimização Utilizado	63
4.1.3	Recursos Auxiliares	64
4.1.3.1	<i>Perfil de Desempenho</i>	64
4.1.3.2	<i>Métricas Auxiliares</i>	65
4.2	EXPERIMENTOS	69
4.2.1	Experimento I – Avaliação dos algoritmos populacionais evolu- tivos	69
4.2.1.1	<i>Descrição</i>	69
4.2.1.2	<i>Resultados</i>	70
4.2.2	Experimento II – Avaliação inicial do Modelo de Ilhas Estig- mérico	80
4.2.2.1	<i>Descrição</i>	80
4.2.2.2	<i>Resultados</i>	82
4.2.3	Experimento III – Avaliação do efeito do nível de evaporação no Modelo de Ilhas Estigmérico	113
4.2.3.1	<i>Descrição</i>	113

4.2.3.2	<i>Resultados</i>	115
4.2.4	Experimento IV – Avaliação do ajuste de pesos das conexões no Modelo de Ilhas Estigmérgico	133
4.2.4.1	<i>Descrição</i>	133
4.2.4.2	<i>Resultados</i>	137
4.2.5	Experimento V – Avaliação da frequência de migração no Modelo de Ilhas Estigmérgico	176
4.2.5.1	<i>Descrição</i>	176
4.2.5.2	<i>Resultados</i>	177
4.2.6	Experimento VI – Comparação de desempenho do Modelo de Ilhas Estigmérgico	197
4.2.6.1	<i>Descrição</i>	197
4.2.6.2	<i>Resultados</i>	198
5	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	203
	APÊNDICE A – Definição do Conjunto de Problemas	208
	REFERÊNCIAS	215

1 INTRODUÇÃO

Os problemas de otimização estão presentes em diversas áreas do conhecimento e, com o avanço da sociedade, a complexidade destes problemas é crescente. Paralelamente, os recursos tecnológicos estão cada vez mais avançados e acessíveis. Estes fatos justificam a necessidade de se ter estratégias computacionais para a resolução de problemas de otimização. Neste contexto entram os algoritmos populacionais evolutivos, muitos deles inspirados em fenômenos da natureza, propostos para a resolução de problemas de otimização.

Nas últimas décadas foram propostos diversos algoritmos populacionais evolutivos. Cada um desses algoritmos possui características próprias que influenciam no processo evolutivo das soluções. Por este motivo, cada um desses algoritmos pode atuar de forma diferente na resolução do problema. Cada um deles também pode se ajustar melhor para a resolução de um determinado problema de acordo com a sua natureza.

Os algoritmos populacionais evolutivos de modo geral produzem soluções de boa qualidade e vêm se tornando cada vez mais populares. Estes algoritmos também têm em comum a característica de demandarem um alto custo computacional para as suas execuções. Em contrapartida, outra característica comum entre os algoritmos populacionais evolutivos é que eles podem ser implementados de maneira relativamente fácil para serem executados em ambientes de computação paralela com o objetivo de que seus tempos de execução sejam reduzidos.

Com a popularidade cada vez maior dos recursos computacionais paralelos, tais como *clusters*, redes de computadores e processadores *multi-cores*, faz-se necessário a implementação de estratégias eficientes de paralelização dos algoritmos populacionais evolutivos. Uma das alternativas de paralelização de algoritmos populacionais evolutivos é o Modelo de Ilhas.

No Modelo de Ilhas o conjunto de soluções candidatas (população) é dividido em subconjuntos conhecidos como ilhas. Cada ilha do modelo evolui o seu conjunto de soluções através do seu próprio algoritmo em paralelo com as outras. Periodicamente, as ilhas do modelo trocam soluções entre si através de um processo chamado migração. Assim sendo, a migração de soluções consiste de uma operação do processo evolutivo promovida pelo Modelo de Ilhas.

A cada migração, o movimento de soluções entre as ilhas está condicionado a valores definidos pelo usuário para um conjunto de parâmetros que compõem a política de migração do Modelo de Ilhas. A troca de soluções entre as ilhas também depende da topologia definida para o modelo, ou seja, a forma como as ilhas estão conectadas entre si.

As topologias comumente aplicadas no Modelo de Ilhas mantêm as conexões entre as ilhas inalteradas durante o processo de busca. Com esta configuração, os caminhos

disponíveis para as soluções migrantes são os mesmos durante toda a execução do modelo. Neste cenário, os efeitos da migração sobre o processo evolutivo do conjunto ficam limitados à topologia definida inicialmente.

Quanto às conexões do Modelo de Ilhas, comumente não são aplicados pesos a elas. Desta forma, todas as conexões assumem a mesma condição na topologia do modelo. Elas apenas conectam as ilhas entre si e conseqüentemente definem o conjunto de caminhos disponíveis para as soluções migrantes. Tendo em vista a importância do processo de migração no Modelo de Ilhas e que tal operação faz uso das conexões disponíveis na topologia, envolvê-las no processo evolutivo do conjunto poderia ser uma boa alternativa para a resolução de problemas de otimização. Para tal, as conexões poderiam assumir algum outro papel no Modelo de Ilhas além de conectar as ilhas. Para isto, alguma informação poderia ser associada a cada conexão do modelo. Uma das formas de introduzir informações às conexões do Modelo de Ilhas é aplicando um peso a cada uma delas de acordo com a informação associada.

Este trabalho propõe uma nova alternativa de implementação para o Modelo de Ilhas. O elemento de maior interesse no Modelo de Ilhas proposto é a política de migração. A política de migração aqui proposta tem a sua aplicação direcionada para implementações híbridas do Modelo de Ilhas, ou seja, aquelas em que são aplicados algoritmos distintos entre as ilhas. O principal objetivo com a política de migração aqui proposta é explorar o conjunto de algoritmos implantados na estrutura do Modelo de Ilhas de forma adaptativa, visando a qualidade da solução.

Na política de migração proposta as conexões da topologia influenciam na decisão da ilha de destino de cada solução migrante. No Modelo de Ilhas proposto as conexões são ponderadas e o peso de cada uma delas deve indicar o nível de atratividade de uma ilha para outra. A escolha da ilha de destino para cada solução migrante é feita com base nos pesos das conexões. Tais pesos são ajustados dinamicamente no início de cada processo de migração em função da atratividade que a ilha de destino tem para a ilha de origem para envio de suas soluções emigrantes. O objetivo principal com o ajuste dinâmico da topologia é fazer com que o Modelo de Ilhas se auto-organize de acordo com características de sua própria estrutura, capturadas ao longo da sua execução.

A política de migração proposta neste trabalho, inclusive o ajuste dos pesos das conexões, foi inspirada no fenômeno natural de estigmergia. O fenômeno de estigmergia está presente em grupos de algumas espécies sociais. Através da estigmergia esses grupos se auto-organizam e mantêm um nível de cooperação entre seus agentes por meio de comunicação indireta. A comunicação normalmente ocorre através de alterações no próprio ambiente em que o grupo vive e realiza as suas atividades. Os agentes têm suas ações influenciadas pelas informações contidas no ambiente. A atuação de cada agente impacta na realização de tarefas importantes para a sobrevivência não só de cada um deles, mas

do grupo como um todo. Alguns elementos do Modelo de Ilhas proposto remetem à reprodução deste tipo de comportamento. Em função da sua inspiração natural, o modelo proposto neste trabalho é chamado Modelo de Ilhas Estigmérgico.

Uma das vantagens do Modelo de Ilhas Estigmérgico é o fato de que o usuário pode aplicar diversos algoritmos na sua topologia e o próprio conjunto de operações do modelo identificará a melhor configuração para a topologia e distribuição do conjunto de soluções entre as ilhas para resolver o problema. Desta forma, o usuário não tem que identificar qual ou quais algoritmos entre tantos ou as possíveis configurações de seus parâmetros são as melhores alternativas para a resolução de um determinado problema e nem como eles devem estar conectados na topologia do modelo.

A proposta do Modelo de Ilhas Estigmérgico contribui com o avanço das pesquisas relacionadas a estratégias computacionais para a resolução de problemas de otimização. A contribuição consiste de uma metodologia para a resolução de problemas em que a topologia do Modelo de Ilhas e a distribuição das soluções entre as ilhas sejam ajustados automaticamente de acordo com algumas de suas características estruturais e evolutivas.

Na sequência a estrutura deste trabalho está organizada da seguinte forma: O Capítulo 2 apresenta os recursos envolvidos no Modelo de Ilhas Estigmérgico, apresentado na sequência, no Capítulo 3. O Capítulo 4 descreve os experimentos computacionais realizados com o objetivo de avaliar o Modelo de Ilhas Estigmérgico. Este texto é finalizado com o Capítulo 5, onde são listadas algumas conclusões sobre o comportamento do Modelo de Ilhas Estigmérgico, além das extensões deste trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta recursos envolvidos na estratégia para a resolução de problemas de otimização proposta neste trabalho, descrita no Capítulo 3. Alguns dos recursos descritos entre as seções a seguir, como é o caso dos algoritmos populacionais evolutivos, descritos na Seção 2.1, foram envolvidos nos experimentos apresentados no Capítulo 4, realizados para a avaliação da estratégia aqui proposta.

2.1 ALGORITMOS POPULACIONAIS EVOLUTIVOS

Os algoritmos populacionais evolutivos são alternativas para a resolução computacional de problemas de otimização. Muitos desses algoritmos foram inspirados em fenômenos da natureza. Esses algoritmos vêm se tornando cada vez mais populares. Os algoritmos populacionais evolutivos de modo geral apresentam bom desempenho e são aplicáveis à resolução de problemas sem requererem muitas características, como por exemplo diferenciabilidade. Esses são os principais motivos para a popularidade crescente desses algoritmos. Entre as Seções 2.1.1 e 2.1.5 são descritos alguns dos algoritmos populacionais evolutivos mais utilizados na literatura atualmente.

2.1.1 Algoritmo Genético

O Algoritmo Genético (GA - do inglês *Genetic Algorithm*) foi proposto no ano de 1973 em [1]. O GA foi inspirado pela teoria de evolução das espécies e seleção natural de Charles Darwin. O GA é um dos algoritmos evolutivos bio-inspirados mais utilizados na literatura e já foi aplicado em problemas de otimização de diversas classes [2, 3].

Na busca por uma solução ótima para o problema, o GA simula a evolução de uma espécie por um certo número de gerações. Para tal, são aplicadas basicamente três operações sobre o conjunto de soluções candidatas, denominado população. As referidas operações são conhecidas como cruzamento, mutação e seleção. A operação cruzamento imita o processo de reprodução entre indivíduos. A operação mutação por sua vez imita a ocorrência esporádica de alterações genéticas em alguns indivíduos da população. Cada solução (indivíduo) do conjunto está sujeita a um processo de seleção para participar efetivamente das operações do algoritmo. Tal seleção se baseia na qualidade/aptidão (*fitness*) de cada uma delas, indicada através de um valor no intervalo $[0, 1]$. Desta forma, a qualidade de cada solução no conjunto é indicada pela sua probabilidade de ser selecionada para participar das operações do algoritmo. Ao longo das iterações do GA o material genético das soluções envolvidas nas operações é passado de uma geração para outra até que o processo evolutivo seja encerrado. Nessa perspectiva, as soluções candidatas de melhor qualidade são ditas mais aptas e por este motivo as suas probabilidades de seleção devem ser mais elevadas.

Pai 1:	1	0	0	1	1	1	0	1
--------	---	---	---	---	---	---	---	---

Pai 2:	0	0	1	0	1	1	1	0
--------	---	---	---	---	---	---	---	---

Filho 1:	1	0	0	1	1	1	1	0
----------	---	---	---	---	---	---	---	---

Filho 2:	0	0	1	0	1	1	0	1
----------	---	---	---	---	---	---	---	---

Figura 1 – Operação de cruzamento entre as duas soluções Pai 1 e Pai 2. Neste caso foi aplicado o cruzamento de 1 ponto central das soluções. O resultado da operação é a criação das duas novas soluções Filho 1 e Filho 2, compostas pela combinação do material genético de seus pais.

Desde que o GA foi proposto diferentes alternativas para o processo de seleção foram desenvolvidas e avaliadas na literatura [1, 3–8]. Comumente são aplicadas as alternativas:

- *Roulette Wheel*: A probabilidade de seleção de cada solução é proporcional à sua qualidade no conjunto, [4].
- Seleção por Ranque: As soluções são ordenadas com base nas suas qualidades, da melhor para a pior. A cada uma delas é atribuído um posto de acordo com a sua qualidade no conjunto. Este valor é utilizado para definir as respectivas probabilidades de seleção das soluções [4, 7–9].
- Seleção por Torneio: Um conjunto composto por um número de indivíduos escolhidos aleatoriamente na população são comparados. O melhor deles é selecionado para participar das operações do algoritmo. O número de soluções envolvidas no torneio deve ser definido pelo usuário [4].

O cruzamento também é conhecido como operador de recombinação genética. Por este operador, duas soluções denominadas pais, são selecionadas no conjunto e então combinadas para a produção de novos indivíduos (filhos) [3, 5]. Porém, a real ocorrência do cruzamento entre as duas soluções selecionadas estará sujeita a uma taxa CR a ser definida pelo usuário no intervalo $[0, 1]$. O valor de CR deve ser alto para estimular a produção de novas soluções. Existem variações propostas na literatura para a operação de cruzamento [10]. Em geral elas se diferem pelo número de partes de cada indivíduo que será utilizada para a produção dos filhos e quais serão estas partes de cada um deles. Algumas variações do operador cruzamento foram propostas tendo em vista determinadas representações dos indivíduos aplicadas na implementação do GA. A Figura 1 ilustra um exemplo de aplicação do operador cruzamento de um ponto entre duas soluções de uma população com representação binária.

O operador mutação simula as alterações que os indivíduos de uma espécie podem sofrer ao longo das gerações por influência de fatores naturais distintos. A mutação será aplicada nas novas soluções produzidas no cruzamento. Basicamente, na mutação os valores de algumas variáveis da solução candidata serão substituídos por novos valores válidos no domínio do problema [11]. A real ocorrência do processo de mutação estará sujeita a uma taxa MR a ser definida pelo usuário no intervalo $[0, 1]$. O valor de MR deverá ser baixo devido ao fato de que na natureza tal fenômeno não ocorre de forma numerosa [3, 5].

Aplicados os operadores cruzamento e mutação, deverão ser escolhidas entre as soluções pais e filhos quais delas serão mantidas na população para a próxima geração. Para esta etapa do algoritmo, também já foram propostas na literatura diferentes estratégias que podem ser aplicadas. Entre as alternativas mais comuns pode-se implementar um GA Geracional. Neste caso, as soluções filhas necessariamente vão compor a nova população e as soluções pais serão descartadas. Também é possível aplicar um novo processo de seleção para definir quais soluções permanecerão na população. Outra possibilidade é gerar apenas uma nova solução filha através do cruzamento e da mutação e então substituir o pior pai pelo novo indivíduo. Para a produção da população para a próxima geração, comumente faz-se uso do parâmetro *Elitism*. Este parâmetro define quantas das melhores soluções do conjunto atual serão mantidas para próxima geração. Por este motivo, se aplicado, o seu valor deve ser definido pelo usuário e ser um inteiro menor que o total de soluções no conjunto. Em geral o valor de *Elitism* é baixo para evitar convergência prematura para ótimos locais, devido à falta de diversificação nas populações.

2.1.2 Evolução Diferencial

O algoritmo Evolução Diferencial (DE - do inglês *Differential Evolution*) foi proposto em [12], assim como algumas de suas variantes. O DE é um dos algoritmos populacionais mais estudados e utilizados na literatura [13–22]. Este algoritmo estocástico não foi inspirado em nenhum fenômeno natural. O processo de busca do DE é dado pela realização de operações vetoriais entre as soluções candidatas do seu conjunto por um número de iterações.

No DE o conjunto de soluções candidatas é composto por NP vetores D -dimensionais. Seu processo evolutivo se baseia em três operações: mutação, cruzamento e seleção. Na mutação, para cada solução candidata x_i do conjunto será produzido um vetor mutante v_i dado por

$$v_i = x_{r1} + F \times (x_{r2} - x_{r3}) \quad i = 1, 2, \dots, NP, \quad (2.1)$$

onde $r1, r2$ e $r3 \in \{1, 2, \dots, NP\}$ são índices de soluções candidatas do conjunto, escolhidos aleatoriamente, mutuamente diferentes e também diferentes de i . O número de soluções envolvidas na Equação (2.1) pode variar de acordo com a configuração do DE a ser

utilizada. Neste caso, NP deve ser maior ou igual ao número de soluções definido para a operação de mutação. Na Equação (2.1), $F \in (0, 2]$ é um dos parâmetros do DE, cujo valor deve ser definido pelo usuário [12].

Na operação cruzamento, o material de v_i será combinado à solução x_i dando origem à solução u_i . Tal solução será uma alternativa para promover diversidade no conjunto. O cruzamento entre as duas soluções será orientado por um procedimento estocástico dado por

$$u_{i,j} = \begin{cases} v_{i,j}, & \text{se } \text{rand}(j) \leq CR \text{ ou } j = \text{rand}(i) \\ x_{i,j}, & \text{se } \text{rand}(j) > CR \text{ e } j \neq \text{rand}(i) \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, D, \quad (2.2)$$

onde $\text{rand}(j)$ é o j -ésimo valor real aleatório definido no intervalo $[0, 1]$, $\text{rand}(i)$ é um valor inteiro aleatório produzido para cada solução, tal que $\text{rand}(i) \in \{1, 2, \dots, D\}$. $\text{rand}(i)$ garante que pelo menos uma coordenada da solução x_i será alterada para o respectivo valor em v_i . Na Equação (2.2), CR é outro parâmetro do DE, que corresponde à sua taxa de cruzamento, cujo valor deverá ser definido pelo usuário no intervalo $[0, 1]$ [12].

A operação seleção é aplicada após o cruzamento para decidir entre as soluções u_i e x_i , qual delas fará parte do conjunto. Para tal aplica-se um critério guloso pelo qual os valores de função objetivo das referidas soluções são comparados. A solução que produz a função objetivo de melhor qualidade irá compor o conjunto. Neste caso, para um problema de minimização, se $f(u_i) < f(x_i)$, a solução x_i será substituída pela solução u_i no conjunto, caso contrário, a solução x_i será mantida [12].

Em [12] também foi proposto um esquema para nomear variantes do DE. No referido esquema o nome da variante é baseado na configuração adotada para o DE, definida através de seus parâmetros e ajustes nas operações. Por exemplo pode-se definir se a melhor solução do conjunto será envolvida ou não na operação de mutação. Também pode-se definir o número de soluções candidatas que serão envolvidas na mutação. O DE também pode variar na forma como será realizada a operação cruzamento.

2.1.3 Otimização por Enxame de Partículas

O algoritmo Otimização por Enxame de Partículas (PSO - do inglês *Particle Swarm Optimization*) foi proposto em [23] no ano de 1995. O PSO foi inspirado pelo fenômeno natural que orienta o deslocamento de algumas espécies de animais como peixes e pássaros. Tais espécies se deslocam em grupo realizando movimentos de forma sincronizada e inteligente. A direção do movimento de cada agente do grupo é influenciada pelos posicionamentos dos seus vizinhos. Em geral o deslocamento do grupo tem como destino uma fonte de alimento. Desta forma, o PSO modela um grupo de animais se deslocando até um determinado objetivo. Desde que foi proposto, o PSO vem sendo aplicado em diversas classes de problemas [24–29].

O termo partícula generaliza a espécie animal que compõe o grupo artificial. O algoritmo não foi inspirado em uma espécie específica. Cada solução candidata que compõe o conjunto representa a posição de um agente artificial do grupo. Neste caso, a referida posição é dada por um vetor D -dimensional no domínio do problema. Entre as interações do PSO as partículas se movimentam em direção ao objetivo do grupo. O destino corresponde à solução ótima para o problema, indicada pelas melhores soluções do conjunto ao decorrer das iterações.

No PSO o movimento de cada partícula i do grupo ocorre por meio de três informações: a sua posição atual x_i , a sua melhor posição até o momento p_i e a sua velocidade v_i , tal que $i = 1, 2, \dots, N$, onde N é o total de partículas. A cada iteração do algoritmo, o movimento de cada partícula i começa pela comparação entre as posições x_i e p_i . Suas qualidades são medidas através dos valores de função objetivo por elas produzidos. Neste caso, para um problema minimização, se $f(x_i) < f(p_i)$, p_i será substituída por x_i , em outro caso, p_i será mantida. Na sequência, cada partícula identifica a posição daquela que está mais próxima do objetivo e armazena-a em $pbest_i$. O próximo passo consiste em ajustar a velocidade v_i do movimento da partícula i . Tal valor é dado por [23]

$$v_i = v_i^{prev} + \phi_1 \times \text{rand}() \times (p_i - x_i) + \phi_2 \times \text{rand}() \times (pbest_i - x_i), \quad (2.3)$$

onde v_i^{prev} é a velocidade da partícula i até a iteração anterior, ϕ_1 e ϕ_2 são parâmetros do PSO e representam constantes de aceleração das partículas. Os valores de ϕ_1 e ϕ_2 devem ser definidos pelo usuário. Os parâmetros ϕ_1 e ϕ_2 pondera as parcelas de informação local e global respectivamente no movimento da partícula. Na Equação (2.3), $\text{rand}()$ é uma função que retorna um valor aleatório no intervalo $[0, 1]$.

Alternativamente, o usuário pode utilizar dois parâmetros adicionais na implementação do PSO. Tais parâmetros são V_{min} e V_{max} , cujos valores devem ser definidos pelo usuário. Estes parâmetros definem respectivamente os valores mínimo e máximo do intervalo $[V_{min}, V_{max}]$, que passa a ser o domínio de cada vetor velocidade v_i . Em [30] foi proposto o uso do efeito de inércia no movimento de cada partícula. Tal proposta tem como objetivo controlar a movimentação pelo espaço de busca. Na proposta de [30] a inércia é introduzida por meio do parâmetro adicional ω . O valor de ω deve ser definido pelo usuário no intervalo $[0, 1]$ e a velocidade v_i passa a ser dada por

$$v_i = \omega v_i^{prev} + \phi_1 \times \text{rand}() \times (p_i - x_i) + \phi_2 \times \text{rand}() \times (pbest_i - x_i). \quad (2.4)$$

Definida a velocidade da partícula i , a sua nova posição será dada por [24]

$$x_i = x_i^{prev} + v_i, \quad (2.5)$$

onde x_i^{prev} é a posição da partícula i até a iteração anterior e v_i é a sua velocidade, obtida pela Equação (2.3) ou pela Equação (2.4). Em [24] são descritas algumas estratégias

propostas na literatura para o ajuste dos parâmetros do PSO. Também são listados valores recomendados para tais parâmetros.

No PSO é possível definir como as partículas estarão conectadas entre si. A topologia define quais partículas se comunicam no grupo. O movimento de cada partícula fica condicionado à topologia adotada na implementação do algoritmo. Em [24] são listados trabalhos da literatura que avaliaram o impacto da topologia no desempenho do PSO.

2.1.4 Colônia de Abelhas Artificiais

O algoritmo bio-inspirado Colônia de Abelhas Artificiais (ABC - do inglês *Artificial Bee Colony*) foi proposto em 2005, em [31]. O fenômeno natural que inspirou o ABC foi o forrageamento de colônias de abelhas.

No forrageamento de uma colônia de abelhas existem três atuações distintas: as abelhas campeiras, as abelhas observadoras e as abelhas exploradoras. As abelhas campeiras são aquelas que já conhecem e exploram uma fonte de alimento. As abelhas observadoras são aquelas que encontram-se no ninho. Estas abelhas recebem das abelhas campeiras informações sobre as fontes de alimento conhecidas, quando estas retornam para o ninho. As abelhas campeiras transmitem informações sobre as fontes através de uma dança realizada em uma região do ninho conhecida como área de dança. Neste momento elas são assistidas pelas abelhas observadoras. As abelhas campeiras transmitem informações sobre a fonte tais como direção, distância, quantidade e qualidade do alimento. Com base em tais informações as abelhas observadoras escolhem fontes para que também possam explorar. O terceiro tipo de atuação consiste das abelhas exploradoras que são aquelas que buscam por novas fontes de alimento ao redor do ninho. Tais abelhas percorrem aleatoriamente a região do ninho quando as fontes conhecidas têm seus suprimentos esgotadas [31–34].

Para simular este fenômeno natural, o ABC mantém em seu conjunto de soluções candidatas as posições das fontes de alimento artificiais. A cada iteração do algoritmo, inicialmente cada fonte de alimento x_i é associada a uma abelha campeira. Cada abelha campeira artificial visita a fonte de alimento x_i que conhece. Ao observar a vizinhança da fonte a abelha constrói uma informação v_i , que corresponde à posição de uma nova fonte de alimento. Inicialmente v_i é uma cópia da posição x_i , já que esta é a fonte que a abelha conhece. Uma coordenada j da posição v_i sofrerá uma alteração dada por

$$v_{ij} = x_{ij} + \phi_{ij}(x_{ij} - x_{kj}), \quad (2.6)$$

onde v_{ij} é o j -ésimo valor da nova solução v_i , x_{ij} e x_{kj} são os valores da mesma coordenada j , porém das posições x_i e x_k respectivamente. Na Equação (2.6), os índices $k \in \{1, 2, \dots, BN\}$ e $j \in \{1, 2, \dots, D\}$ são escolhidos aleatoriamente, sendo que $k \neq i$, BN é o número de fontes de alimento artificiais e D é a dimensão do problema. O fator ϕ_{ij} na Equação

(2.6) é um valor escolhido aleatoriamente no intervalo $[-1, 1]$ a cada aplicação da equação. Na sequência as soluções v_i e x_i são comparadas através dos valores de função objetivo por elas produzidos. Neste caso, para um problema de minimização, se $f(v_i) < f(x_i)$, a solução v_i substituirá a solução x_i . Em outro caso, x_i será mantida como a posição da fonte conhecida pela abelha i [31–34].

Após todas as abelhas campeiras artificiais visitarem as fontes de alimento conhecidas, elas retornarão para o ninho. Passa-se para a simulação da ação das abelhas observadoras artificiais. Todas as abelhas do ninho passam a assumir esta atuação e então tem-se o total de BN abelhas observadoras. A cada fonte de alimento x_i será atribuída uma probabilidade p_i de escolha pelas abelhas observadoras, dada por

$$p_i = \frac{fit_i}{\sum_{k=1}^{k=BN} fit_k}, \quad (2.7)$$

onde fit_i e fit_k são aptidões das posições x_i e x_k respectivamente. Para cada solução x_i do conjunto, a sua aptidão fit_i é dada por [35]

$$fit_i = \begin{cases} 1/(1 + f_i(x_i)), & \text{se } f_i(x_i) \geq 0 \\ 1 + |f_i(x_i)| & , \text{ se } f_i(x_i) < 0 \end{cases}, \quad (2.8)$$

onde $f_i(x_i)$ é o valor de função objetivo produzido pela solução x_i . Cada abelha observadora escolhe aleatoriamente uma fonte x_i para explorar, com base na sua probabilidade p_i . A abelha visita a fonte escolhida, além de observar a vizinhança e produzir uma solução v_i com o auxílio da Equação (2.6). Na iteração seguinte do ABC, a posição definida por cada abelha observadora será visitada por uma abelha campeira.

A simulação da ação das abelhas exploradoras é orientada pelo parâmetro *limit* do ABC. O valor de *limit* deve ser definido pelo usuário tal que $limit < C_{max}$, onde C_{max} é o total de iterações do ABC, também definido pelo usuário. Cada solução x_i do conjunto que não melhorar por *limit* iterações, será substituída por uma nova, produzida aleatoriamente no domínio do problema.

O ABC é extensamente aplicado e avaliado na literatura. Um número considerável de variantes já foram propostas para o algoritmo na literatura [36–46].

Em particular, em [47] foi proposta uma variante para o ABC, aqui denominada ABC-MR. No ABC-MR proposto em [47], foi alterada a estratégia de produção da solução v_i durante a visita de cada abelha à sua fonte de alimento conhecida. No ABC-MR a solução v_i inicialmente ainda é uma cópia da respectiva solução x_i . A alteração diz respeito à Equação (2.6), que foi substituída por

$$v_{ij} = \begin{cases} x_{ij} + \phi_{ij}(x_{ij} - x_{kj}), & \text{se } R_j < MR \\ x_{ij} & , \text{ se } R_j \geq MR \end{cases}, \quad (2.9)$$

onde os termos v_{ij} , x_{kj} , x_{ij} e ϕ_{ij} assumem os mesmos papéis e valores que na Equação (2.6). Na Equação (2.9) aparecem os termos $R_j (j = 1, 2, \dots, D)$ que é um valor aleatório escolhido no intervalo $[0, 1]$ e MR que é um novo parâmetro para o algoritmo, cujo valor deve ser definido pelo usuário no intervalo $[0, 1]$. O parâmetro MR controla quais variáveis de decisão da solução v_i serão alteradas ou não. Utilizando a Equação (2.9), o movimento de cada abelha artificial pela vizinhança da fonte pode ser influenciado por todas as direções com base na probabilidade MR . Em [47] também foi definido que se nenhuma das coordenadas j da solução v_i for alterada pela Equação (2.9), uma delas será escolhida aleatoriamente e então aplica-se a Equação (2.6).

2.1.5 Algoritmo de Aranhas Sociais

O Algoritmo de Aranhas Sociais (SSA - do inglês *Social Spider Algorithm*) é um algoritmo bio-inspirado e foi proposto em [48] no ano de 2015. O fenômeno natural que inspirou a criação do SSA foi o forrageamento de grupos de aranhas sociais.

Aranhas de espécies sociais convivem em uma mesma teia. Elas se organizam de forma indireta e realizam em conjunto as tarefas que garantem a sobrevivência do grupo. Cada aranha atua sem conhecimento explícito da importância do grupo para a sua sobrevivência e também da importância da sua atuação em benefício do grupo. O efeito coletivo na realização das tarefas surge por meio de comunicação indireta entre as aranhas. Cada aranha transmite, recebe e reage às informações presentes na teia. Desta forma, cada aranha assume o seu papel no grupo para que as necessidades sejam atendidas [48].

Sobre o forrageamento de grupos de aranhas sociais, as presas são capturadas na teia. As presas capturadas provocam vibrações na teia, que são percebidas pelas aranhas que ali convivem. A frequência de uma vibração ocorrida na teia varia entre as aranhas que a percebem. A variação se deve à distância de cada aranha para a presa capturada. Adicionalmente, as próprias aranhas também provocam vibrações na teia. Além disso, podem ocorrer vibrações simultâneas, produzidas em regiões diferentes da teia. Ao perceberem as vibrações na teia, as aranhas se movimentam em direção às posições de origem daquelas de maior frequência. Além da indicação de proximidade, tais regiões podem ser posições onde presas foram capturadas.

As vibrações ocorridas na teia constituem um mecanismo de comunicação entre as aranhas sociais. A comunicação através das vibrações produz o conhecimento coletivo na teia. A troca de informações reduz o esforço requerido de cada aranha para encontrar as fontes de alimento. No contexto do grupo, a comunicação aumenta a chance de sucesso no forrageamento [48].

Para simular o forrageamento de um grupo de aranhas, no SSA o domínio do problema é formulado como uma teia D -dimensional. Inicialmente, N aranhas são posicionadas aleatoriamente na teia artificial. As posições \mathbf{P}_s das aranhas, tal que

$s = 1, 2, \dots, N$, constituem o conjunto de soluções candidatas. A cada iteração do algoritmo, cada aranha artificial s percebe as vibrações produzidas em todas as outras posições. A intensidade I de cada vibração é definida no intervalo $(0, \infty)$ e é dada por

$$I(\mathbf{P}_s, \mathbf{P}_s) = \log\left(\frac{1}{f(\mathbf{P}_s) - C} + 1\right), \quad (2.10)$$

onde $I(\mathbf{P}_s, \mathbf{P}_s)$ é a intensidade da vibração produzida pela aranha na posição \mathbf{P}_s , percebida na própria posição \mathbf{P}_s . Na Equação (2.10), $f(\mathbf{P}_s)$ é o valor de função objetivo produzido com a solução \mathbf{P}_s e C é uma constante. A cada iteração do SSA, todos os valores $f(\mathbf{P}_s)$ do conjunto devem ser maiores que a constante C da Equação (2.10).

Como ocorre na natureza, no SSA a intensidade da vibração produzida em cada posição \mathbf{P}_s , será atenuada ao longo da teia. Neste caso, a intensidade da vibração produzida na posição \mathbf{P}_a ($a = 1, 2, \dots, N$), ao ser percebida pela aranha na posição \mathbf{P}_b ($b = 1, 2, \dots, N$), referenciada por $I(\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b)$, será dada por

$$I(\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b) = I(\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_a) \times \exp\left(-\frac{D(\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b)}{\bar{\sigma} \times r_a}\right), \quad (2.11)$$

onde $I(\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_a)$ é a intensidade da vibração produzida na posição \mathbf{P}_a , percebida na própria posição \mathbf{P}_a , obtida através da Equação (2.10). O termo $D(\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b)$ na Equação (2.11) é a distância entre as aranhas nas posições \mathbf{P}_a e \mathbf{P}_b , dada por

$$D(\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b) = \|\mathbf{P}_a - \mathbf{P}_b\|_1, \quad (2.12)$$

onde a operação vetorial $\|\cdot\|_1$ corresponde à norma L_1 . Voltando à Equação (2.11), $\bar{\sigma}$ é a média dos valores de desvio padrão de cada dimensão do domínio do problema, no conjunto de soluções candidatas. O termo r_a na Equação (2.11) é a taxa de atenuação da vibração no SSA, cujo valor deve ser definido pelo usuário no intervalo $(0, \infty)$.

Cada aranha artificial s do SSA, ao perceber as vibrações na teia, deve identificar a posição de origem da vibração v_s^{tar} , que indica a posição para a qual a aranha s deve se direcionar. Entre todas as vibrações percebidas pela aranha s , de intensidades definidas pela Equação (2.11), a de maior intensidade será referenciada por v_s^{best} . Se $v_s^{best} > v_s^{tar}$, v_s^{tar} será substituída por v_s^{best} , em outro caso, v_s^{tar} será mantida.

Cada aranha artificial s realizará um movimento aleatório em torno de v_s^{tar} . Para esta operação também deve ser considerado um vetor binário \mathbf{m}_s , de dimensão equivalente ao domínio do problema. Inicialmente, o valor 0 é atribuído a todas as coordenadas de \mathbf{m}_s . A cada iteração do SSA, o vetor \mathbf{m}_s tem a probabilidade $1 - p_c$ de ser alterado, onde $p_c \in (0, 1)$ é outro parâmetro do SSA e o seu valor deve ser definido pelo usuário. Se \mathbf{m}_s deve ser alterado, cada uma de suas coordenadas tem a probabilidade $p_m \in (0, 1)$ para ser 1 e $1 - p_m$ para ser 0. O valor de p_m , que é outro parâmetro do SSA, deve ser definido pelo usuário. Ao final, se todas as coordenadas de \mathbf{m}_s são 0 ou 1, uma delas deve ser escolhida

aleatoriamente para ter o seu valor alterado. Neste passo, cada variável i da nova posição \mathbf{P}_s^n da aranha s , referenciada por $\mathbf{P}_{s,i}^n$, é dada por

$$\mathbf{P}_{s,i}^n = \begin{cases} \mathbf{P}_{s,i}^{tar}, & \text{se } \mathbf{m}_{s,i} = 0 \\ \mathbf{P}_{s,i}^r, & \text{se } \mathbf{m}_{s,i} = 1 \end{cases}, \quad (2.13)$$

onde $\mathbf{P}_{s,i}^{tar}$ é o valor da variável i na posição que produz a vibração v_s^{tar} , $\mathbf{P}_{s,i}^r$ é o valor da mesma variável i , na posição \mathbf{P}_s^r de uma aranha r escolhida aleatoriamente e $\mathbf{m}_{s,i}$ é o valor da i -ésima coordenada no vetor \mathbf{m}_s .

Por fim, a nova posição $\mathbf{P}_s(t+1)$ da aranha s , para a iteração seguinte do algoritmo, é dada por

$$\mathbf{P}_s(t+1) = \mathbf{P}_s + (\mathbf{P}_s - \mathbf{P}_s(t-1)) \times \psi + (\mathbf{P}_s^n - \mathbf{P}_s) \odot \mathbf{R}, \quad (2.14)$$

onde \mathbf{P}_s é a posição da aranha s na iteração atual do SSA, $\mathbf{P}_s(t-1)$ é a posição de s na iteração anterior, $\psi \in (0, 1)$ é um valor escolhido aleatoriamente, \mathbf{P}_s^n é a posição na teia cujo valor de cada coordenada é obtido pela Equação (2.13). O termo \odot na Equação (2.14) é um produto vetorial, realizado elemento a elemento e \mathbf{R} é um vetor de valores aleatórios do intervalo $(0, 1)$, produzido a partir de uma distribuição uniforme.

Em [48] e [49] são apresentados estudos sobre a sensibilidade dos parâmetros do SSA. Com base nestes estudos, visando um bom desempenho do algoritmo, em [48] e [49] são sugeridos intervalos de valores a serem atribuídos a cada um de seus parâmetros (r_a , p_c e p_m).

2.2 MODELO DE ILHAS

O Modelo de Ilhas (IM - do inglês *Island Model*) é uma alternativa de estratégia de paralelização de algoritmos populacionais evolutivos [50]. O IM foi proposto e aplicado inicialmente como sendo uma alternativa de paralelização para o Algoritmo Genético [51, 52]. Comumente, além de promover *speedup*, o IM melhora a qualidade da solução se comparada com a solução obtida com a implementação sequencial do respectivo algoritmo. Normalmente, ao longo da evolução o IM impacta na diversidade do conjunto de soluções candidatas.

No IM o conjunto de soluções candidatas é dividido em subconjuntos. Cada subconjunto é evoluído por um número de iterações de um algoritmo, constituindo cada uma das ilhas do modelo. As ilhas são conectadas umas com as outras através de uma determinada topologia. Ao longo das iterações dos algoritmos, periodicamente as ilhas trocam soluções entre si através de um processo conhecido como migração.

A migração é uma operação adicional para o processo de busca, promovida pelo Modelo de Ilhas. É possível implementar um determinado algoritmo populacional evolutivo

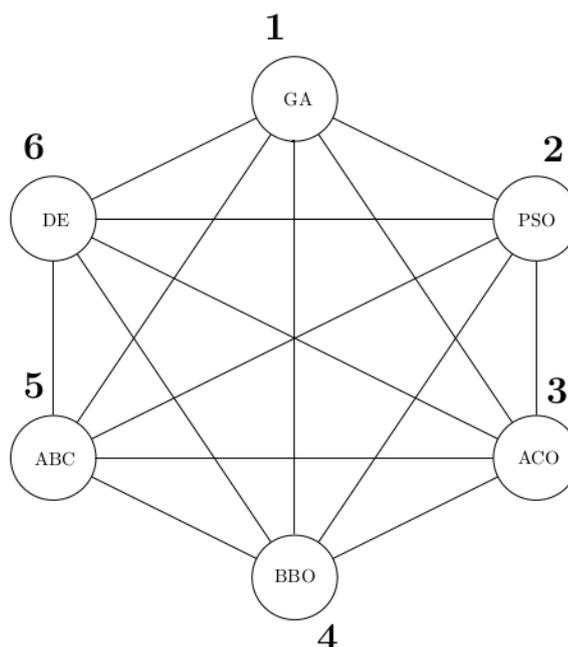


Figura 2 – Ilustração de um Modelo de Ilhas composto por 6 ilhas totalmente conectadas por arestas bidirecionais. A cada uma das ilhas foi aplicado um algoritmo distinto para a evolução do respectivo conjunto de soluções. O algoritmo de cada ilha é identificado através de sua sigla inserida dentro do respectivo vértice: GA = Algoritmo Genético, PSO = Otimização por Enxame de Partículas, ACO = Otimização por Colônia de Formigas, BBO = Otimização Baseada em Biogeografia, ABC = Algoritmo Colônia de Abelhas Artificiais, DE = Evolução Diferencial.

para que seja executado em um ambiente de computação paralela visando a redução do seu tempo de execução sem interferir no seu processo evolutivo. No entanto, ao utilizar o IM, além de o conjunto ser dividido e cada subconjunto ser evoluído isoladamente em paralelo com os demais, o processo de busca recebe uma nova operação que é o processo de migração. Esta operação pode impactar na qualidade da solução final do IM.

A migração de soluções deve seguir um conjunto de regras definidas pelo usuário. O ajuste das regras é feito através de parâmetros que compõem a política de migração do IM. O desempenho do modelo depende fortemente da política de migração adotada e por este motivo este elemento do IM é um objeto de pesquisa de grande importância. Novas políticas de migração eficientes contribuem com o avanço das pesquisas em torno das técnicas computacionais para a resolução de problemas de otimização.

2.2.1 Características do Modelo de Ilhas

O IM pode ser visto como um grafo como é demonstrado na Figura 2. Em um grafo cada vértice representa uma ilha do IM e as arestas ou arcos (no caso de grafos direcionados) representam as conexões entre elas.

Uma das primeiras decisões que o usuário deve tomar ao implementar o IM é o

número de ilhas que serão empregadas. Definido o número de ilhas, o usuário deve escolher qual algoritmo será aplicado para a evolução do conjunto de soluções de cada uma delas. Neste sentido o IM pode ser:

- **Homogêneo:** Modelo no qual todas as ilhas evoluem os seus conjuntos através de instâncias do mesmo algoritmo.
- **Heterogêneo/Híbrido:** Modelo no qual são aplicados algoritmos distintos entre as ilhas para a evolução de seus conjuntos. Este foi o tipo de implementação do IM exemplificado na Figura 2.

Definida a configuração de cada ilha do modelo, para a ocorrência do processo de migração é necessário que elas estejam conectadas entre si. Para tal, o usuário deve decidir a **topologia** do IM. Deve ser definido quais ilhas estarão conectadas entre si e como serão as conexões. Portanto, a topologia estabelece a vizinhança de cada ilha no IM. Assim sendo, a topologia compõe o conjunto de caminhos disponíveis entre as ilhas, pelos quais as soluções serão enviadas e/ou recebidas ao longo das migrações. A topologia do IM também pode ser **estática** ou **dinâmica**. Na topologia estática as conexões são mantidas exatamente na mesma condição durante toda a execução do IM. No caso da topologia dinâmica as conexões do modelo são alteradas durante a sua execução.

As conexões entre as ilhas também podem ser **uni-** ou **bi-direcionais**. Esta escolha define se o fluxo de soluções pelas conexões ocorre em apenas um ou nos dois sentidos respectivamente. Diversos esquemas para construir a topologia do IM já foram propostos e avaliados na literatura [53–55] e alguns desses esquemas são ilustrados na Figura 3. A topologia Anel Bidirecional (Figura 3(a)) é a mais aplicada na literatura [56–58].

O processo de migração do IM depende de outros parâmetros a serem definidos pelo usuário:

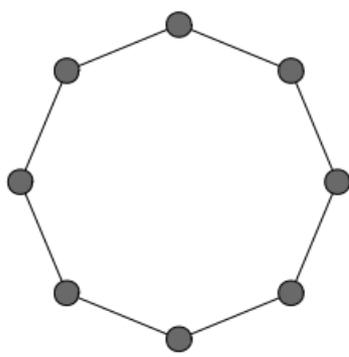
- **Frequência de migração** (F_{mig}): Corresponde ao número de vezes que o processo de migração será executado durante a execução do IM. Antes de cada migração o conjunto de cada ilha é evoluído pelo respectivo algoritmo por um número de iterações T_{iter} . O valor T_{iter} pode ser definido na forma

$$T_{iter} = MAX_{iter}/F_{mig}, \quad (2.15)$$

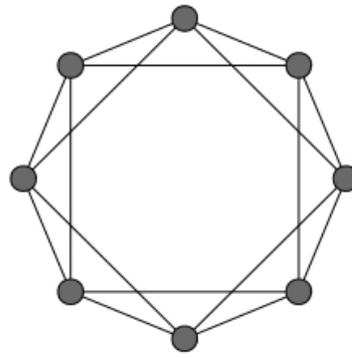
onde MAX_{iter} é o total de iterações do algoritmo de cada ilha para a execução do IM, a ser definido pelo usuário, e F_{mig} é a frequência de migração do IM.

- **Taxa de migração** (ξ): Taxa utilizada para definir o número de soluções que serão enviadas por cada ilha i em cada processo de migração, identificado por N_m neste trabalho, dado por

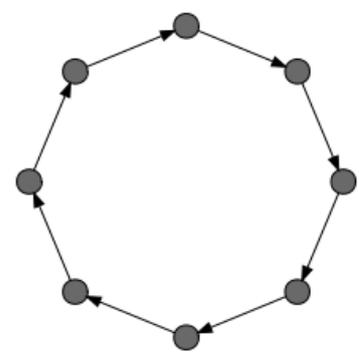
$$N_m = \xi \times PS_i, \quad (2.16)$$



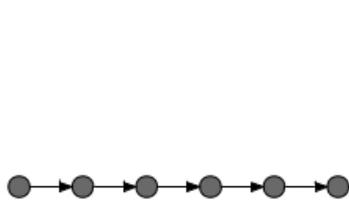
(a) Anel bidirecional.



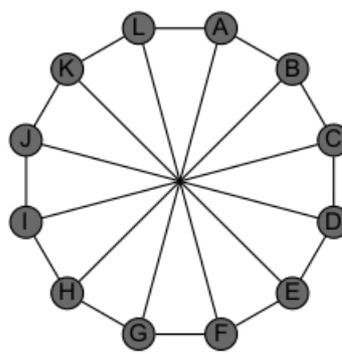
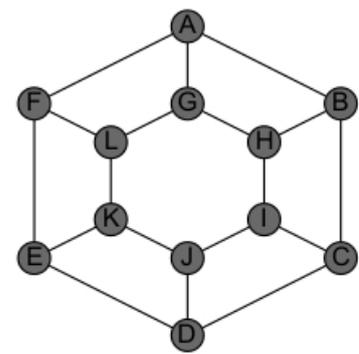
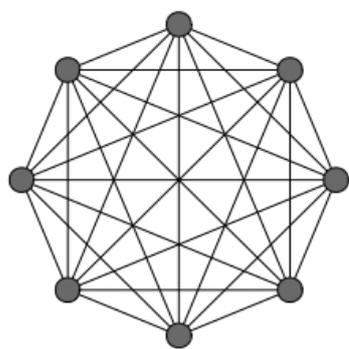
(b) Anel bidirecional+1+2.



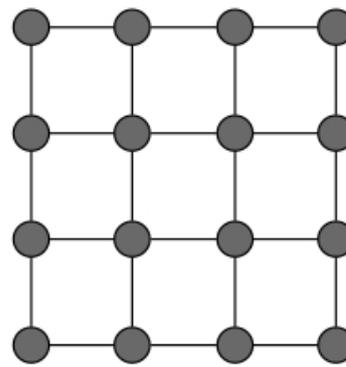
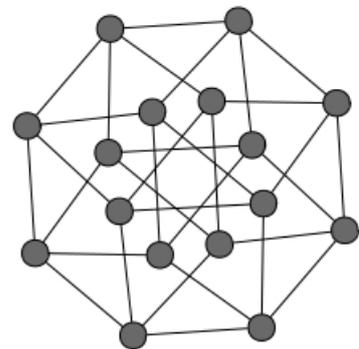
(c) Anel Unidirecional.



(d) Cadeia.

(e) *Cartwheel*.(f) *Torus*.

(g) Totalmente Conectada.

(h) *Grid 2D*.

(i) Hipercubo.

Figura 3 – Exemplos de topologias para o Modelo de Ilhas. Adaptada de [54].

onde PS_i é o número de soluções candidatas no conjunto de cada ilha $i \in \{1, 2, \dots, I\}$, onde I é o total de ilhas no modelo.

- **Sincronismo:** Define o momento em que as ilhas enviarão suas soluções emigrantes. Neste sentido, o IM pode ser **síncrono** ou **assíncrono**. No modelo síncrono todas as ilhas participam do processo de migração ao mesmo tempo, ou seja, após terem sido executadas T_{iter} iterações do algoritmo de todas elas. Na implementação assíncrona do IM cada ilha envia suas soluções emigrantes assim que estiver pronta para esta etapa, ou seja, assim que concluir a execução das T_{iter} iterações do seu algoritmo, independente da etapa da execução do algoritmo das outras ilhas.
- **Política de migração:** Corresponde ao conjunto de regras definido pelo usuário para o processo de migração do IM. Entre as decisões tem-se:
 - Estratégia de escolha das soluções emigrantes de cada ilha: As estratégias mais utilizadas são escolher aleatoriamente ou basear a escolha em características das soluções do conjunto como por exemplo enviar as melhores ou as piores soluções.
 - Estratégia para inclusão das soluções imigrantes nas ilhas de destino: Grande parte das implementações do IM adotam uma estratégia gulosa para este passo. É feita uma cópia da solução emigrante da ilha de origem na ilha de destino. Para que o número de soluções candidatas do modelo e em cada ilha sejam mantidos, comumente a solução imigrante substitui a pior solução do conjunto da ilha de destino. Por esta estratégia a solução enviada pela ilha de origem estará presente nas duas ilhas até que os algoritmos sejam executados novamente antes do próximo processo de migração.
 - Tipo de envio de soluções: O envio de soluções é dito **ponto-a-ponto** quando cada solução emigrante de cada ilha é enviada para uma única ilha vizinha. Cada ilha também pode enviar cópias de suas soluções emigrantes para todas as ilhas vizinhas. Neste caso o envio é dito **broadcast**.
 - Estratégia para a escolha da ilha de destino para cada solução emigrante do modelo: No caso do envio de soluções ponto-a-ponto, a escolha da ilha de destino pode ser aleatória ou baseada na qualidade das soluções das ilhas candidatas. A qualidade das soluções frequentemente é medida através de métricas estatísticas aplicadas sobre os valores de função objetivo [59, 60].

Alguns trabalhos que tiveram como foco o IM, focaram especificamente em avaliar alternativas para os parâmetros que definem a política de migração e seus impactos. Alguns dos trabalhos também apresentaram e avaliaram novas alternativas ou alterações para os elementos do IM, como por exemplo, novas topologias, combinações de algoritmos, etc [50–52, 54, 57, 60–68].

Alguns trabalhos também exploraram a estrutura do IM ou elementos dela ao proporem novas metodologias para a resolução de problemas de otimização. Em geral as estratégias propostas nesses trabalhos são baseadas em semelhança, distinção e distribuição das soluções pelo espaço de busca ao longo da evolução para produzir sub-conjuntos de soluções e/ou relação entre eles. O objetivo dessas estratégias em geral é garantir diversidade durante o processo de busca através da evolução individual de soluções em regiões específicas do espaço de busca.

Entre esses trabalhos, em [69] foi proposta uma metodologia baseada no IM chamada ECO, inspirada no conceito de ecossistema. No ECO as soluções são distribuídas em sub-conjuntos que são evoluídos individualmente por algoritmos distintos ou instâncias de um mesmo algoritmo. Periodicamente, sub-conjuntos próximos entre si em regiões do espaço de busca de acordo com um limiar definido pelo usuário, são reunidos em habitats para interação entre as suas soluções em dois níveis. No ECO a interação entre soluções das ilhas ocorre entre sub-conjuntos de cada habitat e entre habitats diferentes. A comunicação entre sub-conjuntos no ECO está condicionada à possibilidade de produção de habitats ao longo da execução.

Em [70] foi proposta uma estratégia para a resolução de problemas de otimização dinâmicos inspirada na distribuição das soluções em nações, visando a diversidade do conjunto ao longo da execução do GA. Cada nação é composta por governantes, população e políticas. Soluções pertencentes a cada nação interagem apenas entre si durante o processo evolutivo. Periodicamente é feita verificação se os indivíduos devem ser mantidos em suas nações, se devem migrar para outra nação ou se caracterizam a criação de novas nações. Tal decisão é baseada na política de cada nação, que é a sua melhor solução e a sua distância para outros pontos.

Em [71] foi proposta uma metodologia de programação genética (GP - do inglês *Genetic Programming*) chamada SIM (do inglês *Speciating Island Model*), inspirada pelo conceito biológico de especiação. A especiação consiste do surgimento de novas espécies através da evolução de espécies já existentes, mediante ocorrência de eventos envolvendo alguns de seus agentes [72]. No SIM, inicialmente as soluções compõem um único conjunto/população. Após um determinado número de iterações elas começam a ser distribuídas em ilhas mediante critérios adotados para a identificação de novas espécies baseados nas soluções consideradas *outliers* no conjunto.

Em [73], visando garantir diversidade entre as soluções do conjunto durante o processo evolutivo do GA, foi proposta uma metodologia baseada no IM chamada DIM-SP (do inglês *Dynamic Island Model based on Spectral Clustering*). No DIM-SP, as soluções são evoluídas inicialmente em apenas um conjunto. Após um determinado número de iterações as soluções são agrupadas de acordo com as suas similaridades, medidas em função de suas proximidades no espaço de busca. Cada grupo/ilha então evolui seu

conjunto individualmente por um certo número de iterações. Na sequência as soluções são novamente reunidas em apenas um conjunto para serem reagrupadas de acordo com suas novas medidas de similaridade para que possam ser submetidas às operações do GA em seus respectivos grupos. Esse processo é repetido até que o critério de parada seja atendido. Em [74] foi proposto um procedimento muito semelhante, inspirado no conceito de especiação.

Entre as aplicações do IM na literatura, muitas delas são feitas com o uso dos Algoritmos Genéticos. A implementação heterogênea/híbrida é pouco explorada. Esta alternativa é muito interessante e pode ser muito eficiente como estratégia de resolução de problemas complexos de otimização. Uma nova alternativa para a implementação heterogênea do IM é objeto de estudo neste trabalho. A implementação proposta neste trabalho para o IM é descrita no Capítulo 3.

É importante esclarecer que o IM pode ser implementado através de diferentes recursos de paralelização disponíveis atualmente. Entre as tecnologias mais populares atualmente tem-se o OpenMP (do inglês *Open Multi-Processing*) que consiste de uma estratégia de paralelização em que múltiplos processos fazem uso de memória compartilhada entre eles [75–77]. Também tem-se a Interface de Passagem de Mensagens (MPI - do inglês *Message Passing Interface*) que consiste em dividir as tarefas em diferentes processos que comunicam-se entre si através do envio e recebimento de mensagens [78–81]. Também, tem-se a alternativa de implementação através de CUDA (do inglês *Compute Unified Device Architecture*) que consiste de um conjunto de recursos de programação paralela voltados para o uso de placas gráficas que disponibilizam Unidade de Processamento Gráfico (GPU - do inglês *Graphics Processing Unit*) [82, 83]. O IM pode inclusive ser implementado para ser executado em plataformas sequenciais, desde que os dados sejam estruturados adequadamente para a sua execução.

2.3 ESTIGMERGIA

Estigmergia é um fenômeno natural pelo qual grupos de algumas espécies sociais desenvolvem um comportamento organizado e cooperativo. O fenômeno de estigmergia ocorre por meio de comunicação indireta entre os agentes do grupo. A comunicação entre os agentes pode ser feita de diferentes formas. Em algumas espécies a comunicação é feita por alterações no ambiente provocadas por cada um dos agentes. Neste caso, as alterações/informações do ambiente são percebidas e consideradas por cada agente do grupo. Conseqüentemente as condições do ambiente influenciam nas ações de cada agente. Um dos efeitos da estigmergia é que todo o grupo é beneficiado pelo resultado das ações individuais.

A estigmergia promove a auto-organização do sistema de agentes sociais por meio de um comportamento cooperativo indireto. As informações no ambiente influenciam

no comportamento do grupo de forma que os agentes se organizam para realizar as tarefas [84, 85].

Um exemplo clássico de ocorrência do fenômeno de estigmergia é o forrageamento em colônias de formigas. Inicialmente as formigas percorrem a região em torno da colônia de forma aleatória à procura de alimento. Ao voltarem das fontes encontradas, as formigas depositam pelos caminhos uma substância química conhecida como feromônio. Cada formiga também percebe a presença do feromônio e é atraída para os mesmos caminhos utilizados por outras. Após um determinado período os caminhos utilizados por números maiores de formigas tornam-se os mais atrativos devido as altas taxas de feromônio depositado. Os caminhos que levam às melhores fontes de alimento tendem a atrair um número maior de formigas. Com isso, a colônia tende a utilizar um número reduzido de caminhos, mantendo aqueles que levam às melhores fontes.

A capacidade de organização das formigas, visando suprir a colônia, só é possível em função dos depósitos de feromônio pelos caminhos até as fontes de alimento. Neste caso, este é o meio de comunicação indireta através do ambiente que caracteriza a ocorrência do fenômeno de estigmergia no forrageamento desta espécie social. Algumas espécies de formigas depositam quantidades de feromônio proporcional à qualidade da fonte de alimento. Isso acelera o crescimento da atratividade para os caminhos que levam às melhores fontes [84, 85].

O fenômeno de estigmergia também está sujeito à redução da quantidade do instrumento de comunicação no ambiente. No exemplo da colônia de formigas, tal evento corresponde à redução do acúmulo de feromônio depositado pelos caminhos. Neste caso, o montante a ser reduzido corresponde a uma taxa de evaporação do feromônio depositado ao longo do tempo. Ainda, a evaporação pode fazer com que os caminhos utilizados por poucas formigas tenham as suas quantidades de feromônio reduzidas a ponto de eles não serem mais atrativos. Com o número reduzido de formigas utilizando esses caminhos, eles tendem a deixar de serem utilizados.

As formigas sociais também tendem a escolher os caminhos mais curtos entre as alternativas que levam às mesmas fontes de alimento. Este comportamento tem relação com a evaporação de feromônio. As formigas que utilizam os caminhos mais curtos para uma determinada fonte voltam mais rápido para o ninho. Na volta cada uma delas deposita a sua parcela de feromônio. Ainda que haja evaporação da substância, a taxa de reposição do feromônio será mais alta que em caminhos mais longos. As formigas que usam caminhos mais longos demoram mais para voltar para o ninho e conseqüentemente demoram para repor o feromônio. Considerando a mesma taxa de evaporação para os dois caminhos, o mais curto terá a sua atratividade aumentada devido ao acúmulo maior de feromônio que o caminho mais longo.

A Figura 4 ilustra um experimento em que foi demonstrado a escolha das formigas

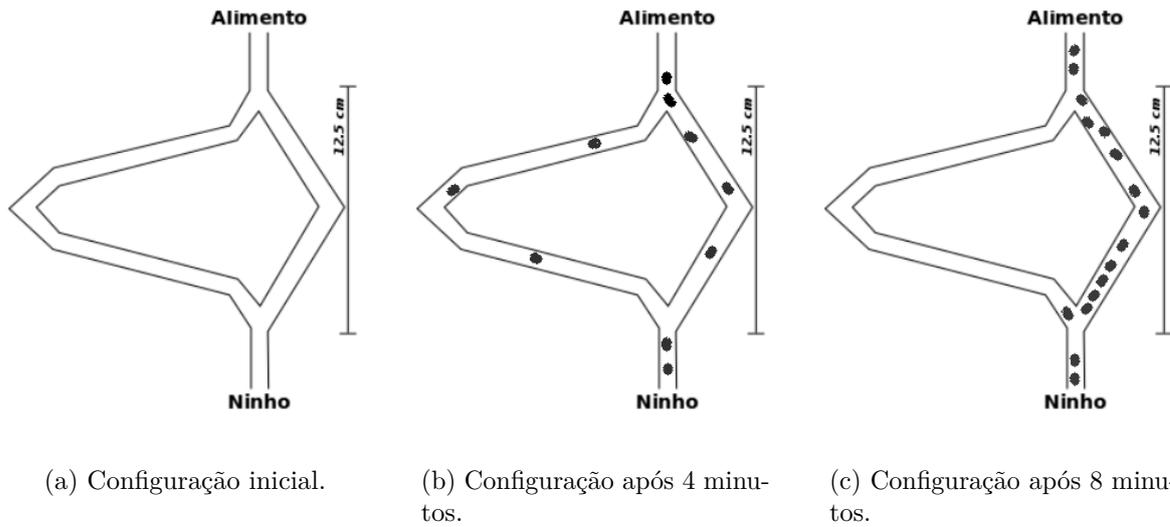


Figura 4 – Configuração da área de forrageamento de uma colônia de formigas e distribuição de seus agentes ao longo do tempo. (a) Configuração inicial das alternativas de caminhos do ninho para a fonte de alimento. (b) Distribuição das formigas pelas alternativas de caminhos após um período de 4 minutos. (c) Distribuição das formigas pelas alternativas de caminhos após um período de 8 minutos. Adaptada de [85].

de uma colônia pelo caminho mais curto do ninho até uma fonte de alimento [85, 86]. A Figura 4(a) demonstra a existência de duas alternativas de caminho do ninho para a mesma fonte de alimento. O caminho da esquerda é mais longo que o da direita. A Figura 4(b) apresenta a distribuição das formigas entre os dois caminhos após um período de 4 minutos. Até este ponto, o total de formigas que utilizavam cada um dos dois caminhos era similar. Após um período de 8 minutos, o caminho mais longo foi abandonado e todas as formigas da colônia foram atraídas para o caminho mais curto como pode ser observado na Figura 4(c) [85].

O comportamento inteligente no forrageamento de colônias de formigas, proporcionado pelo fenômeno de estigmergia, inspirou o desenvolvimento de algoritmos de otimização como o Otimização por Colônia de Formigas (ACO - do inglês *Ant Colony Optimization*) [85, 87–89]. O ACO é intensamente aplicado na resolução de problemas de otimização combinatória, como por exemplo no roteamento de veículos [90] ou de dados em redes de computadores [91] e na construção de itinerários para viajantes [85, 89, 92, 93].

O ACO simula o forrageamento de uma colônia de formigas, coordenado pelo fenômeno de estigmergia. Para tal é utilizado um grafo para a construção dos caminhos do ninho até as fontes de alimento. As conexões do grafo representam trechos dos caminhos até as fontes de alimento. Os vértices do grafo intermediam os trechos dos caminhos. Cada um dos vértices aloca um elemento (valor) disponível para compor cada solução candidata para o problema combinatório. Neste caso, o número de vértices deve ser equivalente ao número de elementos a serem combinados. A sequência de vértices de cada caminho

artificial construído por meio das conexões equivale a uma solução candidata no ACO. O feromônio é acumulado a cada trecho dos caminhos disponíveis. No ACO, o acúmulo de feromônio é representado por pesos associados às conexões do grafo de acordo com a quantidade de feromônio depositado pelas formigas artificiais.

No ACO, inicialmente as formigas artificiais são posicionadas em vértices distintos, escolhidos aleatoriamente. A cada iteração, cada formiga artificial constrói o seu caminho para uma fonte de alimento. As conexões a serem utilizadas por cada formiga são escolhidas aleatoriamente em função de seus pesos e cada vértice visitado é adicionado ao caminho. Cada caminho completo representa uma solução candidata para o problema. Neste sentido, o conjunto de soluções candidatas do ACO é composto por combinações distintas de D vértices conectados por sequências de conexões definidas pelas formigas artificiais, onde D é a dimensão do problema.

No ACO, as conexões que compõem cada caminho artificial do ninho a uma fonte de alimento devem receber uma porção de feromônio artificial, depositado pela respectiva formiga. A quantidade de feromônio a ser depositada por cada formiga nas conexões deve ser proporcional à qualidade da solução produzida de acordo com o problema. Ao longo das iterações do ACO, o peso de cada conexão deve ser atualizado em função da quantidade de feromônio depositada pelas formigas que a utilizaram para comporem os seus respectivos caminhos. O peso de cada conexão do grafo é definido no intervalo $[0, 1]$ e indica a atratividade do referido trecho para ser utilizado pelas formigas para a construção de seus caminhos até as fontes de alimento. Ao longo das iterações as formigas artificiais serão atraídas para as conexões com pesos mais elevados. A evaporação de feromônio também é considerada entre as operações do ACO. Mais precisamente, a evaporação é simulada durante o depósito de feromônio em cada conexão pelas formigas artificiais.

De forma resumida, entre as iterações do ACO, cada formiga visita uma fonte de alimento através de um caminho construído através de conexões escolhidas aleatoriamente de acordo com os seus respectivos pesos. Cada peso é definido no intervalo $[0, 1]$ em função da quantidade de feromônio depositado pelas formigas, que depende da qualidade da solução produzida. Desta forma, o peso de cada conexão indica a probabilidade de ela ser escolhida por uma formiga para compor o seu caminho. As conexões com probabilidades mais elevadas atrairão mais formigas para os vértices que compõem as soluções candidatas para o problema. Parte do acúmulo de feromônio de todas as conexões também é evaporado no ACO.

As equações das operações do ACO não serão apresentadas neste momento. Até o parágrafo anterior desta seção o objetivo foi discorrer brevemente sobre o fenômeno de estigmergia e o seu envolvimento entre estratégias computacionais para a resolução de problemas de otimização.

3 MODELO DE ILHAS ESTIGMÉRGICO

Este capítulo apresenta a alternativa de implementação para o IM proposta neste trabalho. A implementação aqui proposta é chamada de Modelo de Ilhas Estigmérgico (Stgm-IM - do inglês *Stigmergy Island Model*) e foi inspirada no fenômeno natural de estigmergia, descrito na Seção 2.3. O objetivo com tal proposta é fazer com que a topologia e as ilhas do modelo se auto-organizem e cooperem entre si para a resolução do problema. Na Seção 3.1 é apresentada a topologia proposta para o Stgm-IM, seguida pela Seção 3.2 que apresenta a política de migração a ser aplicada no modelo.

3.1 TOPOLOGIA DO MODELO DE ILHAS ESTIGMÉRGICO

A primeira característica a ser destacada sobre a topologia do Stgm-IM é que se trata de um modelo híbrido. Neste caso, o conjunto de cada ilha é evoluído por um algoritmo distinto. Desta forma, tem-se algoritmos com características evolutivas distintas sendo executados em paralelo para a resolução do mesmo problema. Ainda assim, o IM promove interação entre as soluções das ilhas por meio do processo de migração.

Dependendo do nível de distinção entre os algoritmos utilizados na implementação híbrida do IM, cada ilha pode receber soluções vindas de outras com algoritmos com características evolutivas diferentes. Desta forma, o processo de busca de cada ilha pode ser impactado pela chegada de novas informações produzidas com outras estratégias. Neste caso, a forma como as ilhas de uma implementação híbrida do IM estarão conectadas também pode fazer muita diferença. Neste sentido, a topologia deve ser alvo de atenção para a implementação de um IM híbrido.

A topologia é um dos elementos do IM que permite que os recursos implantados sejam explorados para a produção de soluções de boa qualidade. Definir a topologia para o IM envolve tomar decisões sobre as configurações das ilhas e das conexões entre elas. Os próximos parágrafos desta seção apresentam as características da topologia proposta para o Stgm-IM.

Como dito, o Stgm-IM é um modelo heterogêneo/híbrido. A escolha por esta alternativa se deve ao fato de que nas últimas décadas foram propostos na literatura diversos algoritmos populacionais evolutivos para a resolução de problemas de otimização. Entre os algoritmos propostos recentemente podem ser citados por exemplo o Otimização Baseada em Biogeografia (BBO - do inglês *Biogeography-Based Optimization*) [94], o Otimização Baseada em Ensino e Aprendizagem (TLBO do inglês *Teaching-Learning-Based Optimization*) [95], o Otimização por Aranhas Sociais (SSO - do inglês *Social Spider Optimization*) [96], o Busca por Organismos Simbióticos (SOS - do inglês *Symbiotic Organisms Search*) [97] e o Algoritmo de Aranhas Sociais (SSA - do inglês *Social Spider Algorithm*) [48] entre outros.

Cada algoritmo populacional evolutivo apresenta características próprias que influenciam de formas distintas no processo evolutivo de um conjunto de soluções candidatas. Por exemplo, existem os algoritmos que diversificam o máximo possível as soluções do conjunto a serem aplicadas em suas operações. Em geral esses algoritmos tendem a privilegiar mais a exploração do espaço de busca que direcionar a busca para determinadas regiões. Mas também existem os algoritmos que envolvem as melhores soluções do conjunto em suas operações. Neste caso, a busca privilegia determinadas regiões do espaço. Contudo, dependendo da convergência do conjunto, a melhor solução pode ser um mínimo local e a busca pode estagnar em tal região.

Cada estratégia de busca proporcionada pelos algoritmos populacionais evolutivos apresenta vantagens e desvantagens que podem se destacar de acordo com a natureza do problema. De modo geral, para ter condições de produzir boas soluções, independente da natureza do problema, um algoritmo populacional evolutivo deve realizar operações que promovam a exploração do espaço de busca e também devem haver operações que envolvem as soluções que podem estar próximas do mínimo global.

Em um IM híbrido, algoritmos de características distintas podem ser combinados facilmente. Desta forma, tem-se atuações diferentes na produção de uma solução para o problema. Neste caso, o processo de migração passa a ser o mecanismo pelo qual cada subconjunto tem acesso ao material produzido pelos algoritmos de outras ilhas do modelo.

Deve-se destacar que nada impede que o Stgm-IM seja implementado com configuração homogênea. Este tipo de implementação seria um caso particular do Stgm-IM e os recursos podem não atuar da forma proposta e mencionada neste trabalho.

A próxima característica da topologia do Stgm-IM a ser destacada diz respeito à forma como as ilhas se conectam. No Stgm-IM as conexões entre as ilhas são unidirecionais e ponderadas no intervalo $[0, 1]$. Neste caso, entre cada par de ilhas do Stgm-IM devem haver duas conexões com sentidos opostos e que poderão ter pesos distintos. O peso de cada conexão deve indicar o nível de atratividade da ilha de destino para as soluções da ilha de origem. A atratividade de cada ilha do Stgm-IM é definida em função da qualidade de seu conjunto de soluções, proporcionada pelo respectivo algoritmo. A atratividade de cada ilha influenciará na escolha da ilha de destino para cada solução emigrante. Desta forma, o peso de cada conexão corresponde à probabilidade de ela ser utilizada por soluções emigrantes da ilha de origem como caminho para chegar à ilha vizinha. Neste caso, entre todas as conexões que têm origem em uma determinada ilha, aquelas que a conectam às ilhas mais atrativas para as suas soluções devem ter pesos mais elevados e conseqüentemente atrairão mais soluções para utilizá-las.

A informação de atratividade entre cada par de ilhas do Stgm-IM é o motivo pelo qual as conexões do modelo são unidirecionais. O nível de atratividade entre duas ilhas não é necessariamente simétrico. Por exemplo, considerando um IM híbrido de topologia

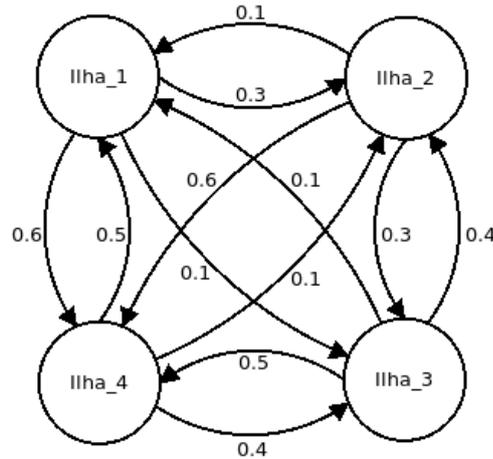


Figura 5 – Exemplo de topologia do Stgm-IM composto por 4 ilhas totalmente conectadas por conexões (arcos) unidirecionais ponderadas no intervalo $[0, 1]$ e soma de pesos com origem em cada ilha igual a 1. Considere que foram aplicados algoritmos distintos entre as 4 ilhas do Stgm-IM.

totalmente conectada, onde cada ilha está conectada a todas as outras, como ilustrado na Figura 3(g), porém com conexões unidirecionais no caso do Stgm-IM, uma determinada ilha i do modelo pode ser muito atrativa para as soluções de uma outra ilha vizinha j . No entanto, a ilha j pode ser pouco atrativa para as soluções da ilha i , que tem uma terceira ilha k como a mais atrativa do modelo. Se as conexões do Stgm-IM fossem bidirecionais, em cada uma delas seria possível aplicar apenas um peso. Neste caso, seria indicado o mesmo nível de atratividade entre as ilhas em ambos os sentidos, o que não é verdade, principalmente em um modelo híbrido.

Outro aspecto importante a respeito da topologia do Stgm-IM é que os pesos das conexões não são estáticos. Eles devem ser ajustados no início de cada processo de migração. Desta forma, se o nível de atratividade de uma ilha para uma outra mudar ao longo das migrações, o valor indicativo de tal informação será ajustado. Tal ajuste é um dos elementos que caracteriza a capacidade de auto-organização do Stgm-IM, de acordo com o fenômeno de estigmergia, sua inspiração natural. Este também é um dos elementos que caracteriza o Stgm-IM como um IM de estrutura dinâmica. Outro requisito sobre o ajuste dos pesos das conexões é que a soma dos pesos de todas as conexões com origem em cada ilha deve ser 1. A Figura 5 ilustra um exemplo da topologia do Stgm-IM composto por 4 ilhas totalmente conectadas através de conexões unidirecionais ponderadas no intervalo $[0, 1]$ e soma de pesos com origem em cada ilha igual a 1.

De acordo com a topologia do Stgm-IM, dependendo da atratividade de uma ou mais ilhas para as outras, existe a possibilidade de algumas conexões terem seus pesos ajustados para o valor 0. Caso isso ocorra, o impacto no modelo será a perda do acesso das soluções das ilhas de origem às ilhas de destino dessas conexões. Não existe probabilidade de as soluções emigrantes das respectivas ilhas de origem utilizarem tais

conexões. Evidentemente, tendo em vista a natureza auto-ajustável da topologia do Stgm-IM, em alguns casos a ocorrência desse evento pode ser relevante para o processo evolutivo. No modelo podem haver combinações de algoritmos em que um deles não oferece benefícios para auxiliar no processo de busca do outro na resolução de um determinado problema. Também podem haver no modelo um ou mais algoritmos que não se adaptam à resolução de um determinado problema e neste caso, a própria topologia do modelo identificará estas características e as indicará através do ajuste dos pesos das conexões.

Para que a topologia do Stgm-IM seja efetivamente auto-organizável é necessário que o modelo seja inicializado com a topologia Totalmente Conectada (Figuras 3(g) e 5). Neste caso, inicialmente cada ilha estará conectada a todas as outras e a dinâmica para o ajuste dos pesos das conexões definirá quais conexões deverão ser mantidas ao longo dos processos de migração. A Seção 3.2 apresenta a política de migração a ser aplicada no Stgm-IM, que envolve a estratégia para o ajuste dos pesos das conexões para que as soluções possam ser movimentadas entre as ilhas.

3.2 POLÍTICA DE MIGRAÇÃO DO MODELO DE ILHAS ESTIGMÉRGICO

A ocorrência do processo de migração é fundamental em qualquer instância do IM. O movimento de soluções entre as ilhas depende fortemente da topologia aplicada no modelo e de um conjunto de regras impostas através de parâmetros que compõem a política de migração do IM. Esta seção apresenta a política de migração proposta especificamente para o Stgm-IM.

Em geral, a migração de soluções no IM não é efetivamente o movimento destas de uma ilha para outra. Comumente as implementações aplicam uma estratégia gulosa ao promover o processo de migração, visando principalmente que as piores soluções do conjunto de cada ilha sejam eliminadas dando lugar para as soluções imigrantes. Tal estratégia consiste em fazer uma cópia da solução emigrante de uma ilha no conjunto de soluções da ilha de destino. Para que o número de soluções candidatas do modelo e de cada ilha seja mantido, em geral a pior solução do conjunto da ilha de destino é excluída, dando lugar à solução imigrante. Desta forma, a solução migrante passa a estar presente nos conjuntos das duas ilhas, pelo menos até que uma nova execução dos respectivos algoritmos seja feita e ambas possam ser alteradas. Outras políticas de envio e recebimento de soluções já foram propostas e avaliadas na literatura, porém esta é a implementação mais popular [59, 60, 98, 99].

Deve-se esclarecer inicialmente que o processo de migração do Stgm-IM é síncrono. Portanto, todas as ilhas enviarão e receberão soluções nas mesmas etapas de execução do modelo, neste caso, após a execução de um determinado número de iterações (T_{iter}) dos algoritmos de todas as ilhas. Um dos motivos de o processo de migração do Stgm-IM ser síncrono é o fato de haverem algoritmos com tempos de execução distintos entre as

suas ilhas. Note que o momento de ocorrência da migração no Stgm-IM fica condicionado ao tempo de execução do algoritmo de execução mais lenta entre as ilhas. Porém, esta alternativa garante que todos os algoritmos assumem a mesma condição no modelo para demonstrarem seus desempenhos em função de suas características.

O primeiro ponto a ser destacado sobre a política de migração do Stgm-IM é que o envio de soluções é feito ponto-a-ponto. Desta forma, cada solução emigrante é enviada para uma única ilha de destino. Outro ponto importante sobre a movimentação de soluções no Stgm-IM é o real movimento de soluções migrantes entre as ilhas. No Stgm-IM as soluções emigrantes de uma ilha são realmente retiradas do seu conjunto para serem incluídas no conjunto da ilha de destino. Neste caso, o tamanho do conjunto de soluções candidatas de cada ilha pode ser alterado a cada migração. A real movimentação de soluções entre as ilhas é um dos recursos que garante ao Stgm-IM a capacidade de auto-organizar a sua estrutura de execução.

O próximo ponto a ser destacado sobre a política de migração do Stgm-IM é a definição do número de soluções emigrantes N_m de cada ilha a cada processo de migração. No Stgm-IM, o valor N_m é definido em função da taxa de migração ξ , como é feito frequentemente nas implementações do IM. Porém, a Equação (2.16) não é adequada para definir o valor N_m no Stgm-IM em particular.

O número de soluções no conjunto de cada ilha pode ser alterado a cada migração do Stgm-IM em decorrência da real movimentação das soluções migrantes. Pela Equação (2.16), a cada migração cada ilha do modelo pode enviar às outras um número N_m diferente de soluções. Isto não seria um problema, considerando que ξ é um parâmetro do Stgm-IM. Também não seria um problema do ponto de vista evolutivo do modelo. Segundo a topologia do Stgm-IM, certamente as conexões com destino nas ilhas que vão se tornando mais populosas assumiram pesos elevados, fazendo com que elas fossem usadas intensamente pelas soluções migrantes. Os pesos dessas conexões indicam que tais ilhas têm conjuntos de soluções de boa qualidade em função da convergência proporcionada por seus algoritmos. Neste caso, não há problema se um número maior de soluções do modelo for direcionado para essas ilhas. No caso do envio de soluções dessas ilhas para as outras, além de elas enviarem um número maior de soluções, possivelmente também serão soluções de boa qualidade, que podem contribuir com a convergência de outros conjuntos.

A Equação (2.16) apresenta uma limitação para o Stgm-IM e por este motivo não pode ser utilizada. Se a Equação (2.16) for utilizada no Stgm-IM para a definição de N_m , que é um valor inteiro, uma ou mais ilhas podem deixar de enviar soluções ainda que seus conjuntos tenham números de soluções maiores que 0. Por exemplo, se for aplicada a taxa de migração $\xi = 10\%$, cada ilha tem que ter pelo menos 10 soluções em seu conjunto para migrar uma delas. Caso alguma ilha tenha um total de soluções ≤ 9 em seu conjunto, o valor de N_m pela Equação (2.16) será 0 (parte inteira de valor menor que 1). Neste caso,

tais ilhas não enviarão nenhuma solução na referida migração. No modelo exemplificado, onde $\xi = 10\%$, ainda que seja aplicado arredondamento no cálculo de N_m pela Equação (2.16), cada ilha teria que ter pelo menos 5 soluções para migrar uma delas.

O Stgm-IM requer uma estratégia específica para a definição do valor N_m de cada ilha a cada migração. Neste caso, para garantir que cada ilha $i \in \{1, 2, \dots, I\}$ do Stgm-IM que tenha pelo menos uma solução em seu conjunto participe do processo de migração enviando soluções, o valor de N_m deve ser definido por

$$N_m = \max(1, \text{round}(\xi \times PS_i)), \quad (3.1)$$

onde \max é uma função que retorna o maior entre dois valores inteiros, round é uma função que retorna a parte inteira de um valor real arredondado e PS_i é o número de soluções candidatas no conjunto de uma determinada ilha i .

Outro aspecto a ser considerado em qualquer política de migração do IM é a forma como são escolhidas as soluções emigrantes do conjunto de cada ilha. O Stgm-IM não requer que esta escolha seja feita de uma forma específica. As estratégias mais comuns são escolher soluções aleatórias do conjunto da ilha de origem ou basear a escolha na qualidade das soluções. Neste caso, pode-se por exemplo migrar as N_m melhores ou piores soluções do conjunto de cada ilha do modelo. Mas vale lembrar que estas estratégias normalmente são aplicadas em modelos em que a migração ocorre por meio de cópia da solução da ilha de origem na ilha de destino, o que não é o caso do Stgm-IM.

Recomenda-se aqui que as soluções emigrantes de cada ilha do Stgm-IM sejam escolhidas aleatoriamente. Por esta estratégia, tanto soluções de boa qualidade quanto soluções de qualidade inferior de cada conjunto podem ser escolhidas. Cada tipo de solução tem sua contribuição para o processo evolutivo e pode participar e ser afetada de diferentes maneiras no conjunto da ilha de destino, principalmente em um IM híbrido, como é o caso do Stgm-IM. Se sempre for retirado o mesmo tipo de solução do conjunto de cada ilha, apesar de cada uma delas poder receber soluções das outras, pode não haver mudança no impacto no processo evolutivo promovido pela migração. Por exemplo, se sempre forem enviadas as melhores soluções, a cada migração o conjunto da ilha de origem perde a referência para as melhores regiões do espaço de busca que já tenha identificado. Se forem enviadas sempre as piores soluções de cada ilha, a cooperação entre elas para a evolução do conjunto do modelo pode ficar comprometida. Além disso, é comum que todos os agentes de grupos de espécies sociais participem com a mesma intensidade de eventos em que o fenômeno natural de estigmergia está presente.

Sobre a etapa de seleção de soluções emigrantes de cada ilha do Stgm-IM, também deve ser considerado o conjunto de soluções que participarão de tal operação. As soluções que cada ilha tenha recebido de outras na referida migração não participam da seleção de soluções emigrantes. O primeiro motivo para tal restrição é que o valor N_m de cada

ilha é definido antes de cada processo de migração em função do número de soluções que cada ilha tem até a referida etapa de execução do Stgm-IM. O outro motivo para que a restrição seja imposta é que se alguma das soluções imigrantes de cada ilha for selecionada como solução emigrante, a referida solução não atuará na evolução do conjunto da ilha que a recebeu. Neste caso, todo o esforço para a escolha da ilha de destino para a referida solução por parte da sua ilha anterior (ilha de origem) foi inútil.

Note que o número de soluções no conjunto de soluções de uma ou mais ilhas do Stgm-IM pode ser reduzido a 0 devido ao movimento de soluções entre as ilhas ao longo das migrações. Isto ocorrerá se uma ou mais ilhas enviarem soluções para as outras, mas em algum ponto da execução do modelo não serem atrativas o suficiente para receberem novas soluções. De acordo com a topologia do Stgm-IM, a atratividade da ilha de destino de cada conexão para a ilha de origem deve ser definida em função da qualidade do seu conjunto proporcionada pelo respectivo algoritmo. Se a atratividade de uma determinada ilha é decrescente a ponto de ela ter o seu conjunto de soluções zerado em função das migrações, significa que o seu algoritmo não apresentou um bom desempenho para a resolução do problema. Neste caso, é natural que a execução de tal algoritmo seja encerrada. Para tanto, a respectiva ilha deve ser extinta da topologia do Stgm-IM. Consequentemente, as conexões com destino em tais ilhas também são extintas da topologia.

Voltando ao exemplo de ocorrência de estigmergia em colônias de formigas, mencionado na Seção 2.3, a extinção de algoritmos/ilhas do Stgm-IM é análogo ao abandono de fontes de alimento de qualidade inferior e consequentemente pouco atrativas. As formigas que ainda exploram tais fontes, percebem a existência de alternativas melhores de fonte de alimento pelo acúmulo de feromônio pela região. Neste caso, elas acabam se dirigindo para outras fontes até que nenhuma formiga esteja explorando a fonte de qualidade inferior e ela deixe de fazer parte do conjunto de fontes que suprem a colônia.

O impacto no processo evolutivo das soluções candidatas do Stgm-IM em decorrência da extinção de ilhas da topologia será a exclusão das operações dos respectivos algoritmos. Contudo, entre os algoritmos populacionais evolutivos é comum que alguns deles apresentem desempenho distinto dependendo da natureza do problema. Neste caso, o próprio Stgm-IM se encarregará de apurar esta informação e direcionar as soluções das respectivas ilhas para serem evoluídas por um outro algoritmo. O *speedup* (Definido na Seção 4.1.3.2. Neste trabalho dado pela Equação (4.10)) proporcionado pelo Stgm-IM também pode ser impactado pela extinção de ilhas/algoritmos da topologia. A redução de ilhas implica na redução de recursos de paralelização, que pode comprometer o nível de *speedup*.

Entre os algoritmos populacionais evolutivos de otimização, também é comum que a taxa de convergência de alguns deles varie ao longo da execução. Neste caso, ainda que uma ilha seja pouco atrativa nas migrações iniciais do Stgm-IM, é essencial que ela seja mantida na topologia do modelo. O algoritmo dessa ilha pode vir a melhorar a

convergência do seu conjunto e se mostrar mais atrativo. Por isso a extinção de ilhas no Stgm-IM ocorre em função do número de soluções em seus conjuntos e não em função dos seus níveis de atratividade propriamente ditos.

Quanto à escolha da ilha de destino para cada solução emigrante de cada ilha do Stgm-IM, os pesos das conexões serão os elementos chave nesta etapa do processo de migração. A escolha da ilha de destino para cada uma das N_m soluções emigrantes de cada ilha do Stgm-IM é feita em função dos pesos das conexões que têm origem na referida ilha. A conexão a ser utilizada como caminho será escolhida aleatoriamente através do processo *Roulette Wheel* [5], onde a porção de cada conexão corresponde ao seu respectivo peso. Desta forma, as conexões com os pesos mais elevados, que levam às ilhas mais atrativas, terão mais chance de serem escolhidas.

De acordo com a topologia do Stgm-IM, combinada ao fato de que a cada migração cada ilha envia N_m soluções para ilhas escolhidas em função dos pesos das conexões disponíveis, ainda que ocorram extinções de ilhas, fica garantido que serão mantidas pelo menos duas delas no modelo. Uma determinada ilha i do Stgm-IM pode se tornar atrativa a ponto de tender a receber todas as soluções emigrantes das outras. Contudo, esta ilha participa do processo de migração. Neste caso, ela enviará N_m soluções do seu conjunto, ainda que através de uma única conexão com destino em uma outra ilha j , tida como a mais atrativa para a ilha i . Portanto, ainda que todas as ilhas do modelo estejam enviando as suas soluções emigrantes para a ilha i , a ilha j não terá o seu conjunto de soluções zerado por estar recebendo soluções da ilha i . Caso isto ocorra, ao longo das migrações as ilhas do Stgm-IM diferentes de i e j terão os seus conjuntos zerados e conseqüentemente serão extintas, restando apenas as ilhas i e j até o final da execução do modelo.

Devido à dinâmica do conjunto de soluções de cada ilha do Stgm-IM em decorrência do movimento migratório das soluções entre as ilhas, um requisito para a implementação do Stgm-IM é que todas as ilhas sejam inicializadas com conjuntos contendo o mesmo número de soluções candidatas.

É evidente a dependência dos pesos das conexões do Stgm-IM na sua política de migração. Tais valores devem ser ajustados ao longo das migrações, mais precisamente, no início de cada uma delas, como comentado na Seção 3.1. Neste caso, é essencial que o conjunto de regras que coordena o movimento das soluções entre as ilhas do Stgm-IM seja composto por uma estratégia eficiente para o ajuste dos pesos das conexões. Os parágrafos seguintes desta seção apresentam a estratégia proposta neste trabalho para tal objetivo.

O fenômeno natural de estigmergia, descrito na Seção ??, foi a inspiração para a proposta do Stgm-IM. Este fenômeno já foi modelado no algoritmo ACO [85] visando a resolução de problemas de otimização combinatória, como comentado na Seção 2.3 e este algoritmo produz bons resultados [85, 89–91, 93]. Neste caso, optou-se pelo uso de elementos do modelo de estigmergia do ACO no Stgm-IM. Tal escolha foi feita tendo em

vista a similaridade de alguns elementos do Stgm-IM com a estrutura de execução do ACO.

Visto como as soluções do Stgm-IM migrarão entre as ilhas, a cada migração o primeiro passo da sua política de migração deve ser o ajuste do peso $p_{i,j}$ de cada conexão com origem em cada ilha i e destino em cada ilha j , tal que $i \in \{1, 2, \dots, I\}$, $j \in \{1, 2, \dots, I\}$ e $i \neq j$, onde I é o total de ilhas presentes/restantes na topologia do Stgm-IM. Para tal, a primeira providência consiste em atualizar cada valor $\tau_{i,j}$ que corresponde a uma das informações que indicam o nível de atratividade de cada ilha de destino j para cada ilha de origem i das conexões. Tal valor será dado por

$$\tau_{i,j} = (1 - \rho)\tau_{i,j}^{prev} + \Delta\tau_{i,j}, \quad (3.2)$$

onde ρ é um parâmetro do Stgm-IM cujo valor deve ser definido pelo usuário no intervalo $(0, 1]$, $\tau_{i,j}^{prev}$ é o valor $\tau_{i,j}$ acumulado até o processo de migração anterior e $\Delta\tau_{i,j}$ corresponde à porção de atratividade $\tau_{i,j}$ a ser depositada na respectiva conexão na migração corrente.

No Stgm-IM o valor $\Delta\tau_{i,j}$ da Equação (3.2) é a porção do total de soluções do modelo, correspondente ao número de soluções enviadas pela ilha i à ilha j no processo de migração anterior, dado por

$$\Delta\tau_{i,j} = \frac{\delta_{i,j}}{PS}, \quad (3.3)$$

onde $\delta_{i,j}$ é o número de soluções que migraram da ilha i para a ilha j na migração anterior e PS é o total de soluções definido pelo usuário para o Stgm-IM, distribuído entre as ilhas. Note que na primeira migração todos os valores $\delta_{i,j} = 0$. O parâmetro ρ representa a taxa de redução/desgaste da atratividade $\tau_{i,j}$ da ilha j para a ilha i ao longo dos processos de migração.

As Equações (3.2) e (3.3) indicam que uma das informações consideradas para a definição do nível de atratividade da ilha de destino j para a ilha de origem i de cada conexão, a cada migração do Stgm-IM, é o número de soluções emigrantes da ilha i que escolheram ir para a ilha j no movimento migratório anterior. A Equação (3.3) indica que todas as soluções emigrantes do Stgm-IM aplicam a mesma porção de atratividade ao utilizarem as respectivas conexões. Consequentemente, as conexões utilizadas por um número maior de soluções terão um acúmulo maior do nível de atratividade $\tau_{i,j}$, sujeitas ao desgaste imposto pelo parâmetro ρ .

De posse de cada valor $\tau_{i,j}$ do Stgm-IM, o peso $p_{i,j}$ de cada conexão que liga cada ilha i a cada ilha j pode ser calculado e será dado por

$$p_{i,j} = \frac{[\tau_{i,j}]^\alpha [\eta_{i,j}]^\beta}{\sum_{k=1}^{k=C} [\tau_{i,k}]^\alpha [\eta_{i,k}]^\beta}, \quad (3.4)$$

onde C é o total de conexões do Stgm-IM que têm origem na ilha i , $\tau_{i,j}$ é dado pela Equação (3.2) e $\eta_{i,j}$ é dado por

$$\eta_{i,j} = 1/(1 + \lambda_j), \quad (3.5)$$

onde λ_j é dado por

$$\lambda_j = \frac{\sum_{k=1}^{k=PS_j} f_{norm}^k}{PS_j}, \quad (3.6)$$

onde PS_j é o total de soluções no conjunto da ilha j e f_{norm}^k é o valor da função objetivo da k -ésima solução do conjunto da ilha j , normalizado no intervalo $[0, 1]$ no modelo, dado por

$$f_{norm}^k = \frac{f^k - f_{min}}{f_{max} - f_{min}}, \quad (3.7)$$

onde f^k é o valor de função objetivo da k -ésima solução do conjunto da ilha j , f_{min} e f_{max} são respectivamente o menor e o maior valores de função objetivo do conjunto composto por todas as soluções do Stgm-IM na migração corrente. O objetivo com a Equação (3.7) é reduzir a escala de valores de função objetivo das soluções do Stgm-IM. Neste caso, é importante que cada valor f_{norm}^k seja definido considerando todo o conjunto de soluções candidatas do modelo e não apenas o de cada ilha onde encontram-se cada uma das soluções k . Nestas condições, pela Equação (3.5), $\eta_{i,j} \geq 0.5$.

O valor $p_{i,j}$ obtido pela Equação (3.4) indica a probabilidade de a conexão com origem na ilha i e destino na ilha j ser utilizada como caminho por uma solução emigrante da ilha i . Tal valor é definido em função do nível de atratividade da ilha j para a ilha i . A Equação (3.4) estabelece que o nível de atratividade de uma ilha para outra no Stgm-IM é definido em função de $\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$. A representação do termo $\tau_{i,j}$ no modelo já foi comentada nos parágrafos anteriores. Quanto ao termo $\eta_{i,j}$, segundo a Equação (3.5), este termo indica a qualidade do conjunto de soluções da ilha de destino da respectiva conexão. Desta forma, o termo $\eta_{i,j}$ é uma medida da qualidade do algoritmo da ilha de destino da conexão, mais precisamente, uma medida que caracteriza a convergência do algoritmo. Quanto maior o valor de $\eta_{i,j}$, melhor será o algoritmo da ilha j . Portanto, pela Equação (3.4) pode-se dizer que no Stgm-IM a atratividade da ilha de destino j para a ilha de origem i de cada conexão é definida em função do histórico de migração de soluções da ilha i para a ilha j ($\tau_{i,j}$) e da qualidade do algoritmo da ilha j ($\eta_{i,j}$).

Quanto aos termos/exponentes α e β da Equação (3.4), ambos são parâmetros do Stgm-IM cujos valores devem ser definidos pelo usuário de forma que $\alpha > 0$ e $\beta > 0$. Os parâmetros α e β definem respectivamente as relevâncias dos termos $\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$ na atratividade da ilha j para as soluções da ilha i .

Cada valor $\tau_{i,j}$ do Stgm-IM, tal que $i \in \{1, 2, \dots, I\}$, $j \in \{1, 2, \dots, I\}$ e $j \neq i$, deve ser inicializado com o valor c que é outro parâmetro do Stgm-IM. O valor de c deve ser

definido pelo usuário de forma que $c > 0$ e deve ser um valor baixo. Desta forma todas as conexões do Stgm-IM têm o mesmo nível de atratividade $\tau_{i,j}$ inicialmente. Note que o valor de c deve ser baixo, mas não pode ser 0 de forma alguma. A consequência seria a ausência de migração no Stgm-IM. Se $c = 0$, na primeira migração a atualização de cada $\tau_{i,j}$ através da Equação (3.2) resultaria em $\tau_{i,j} = 0 \forall \{i, j\}$ já que todos os valores $\Delta\tau_{i,j} = 0 \forall \{i, j\}$, visto que nenhuma solução do modelo migrou ainda. Desta forma, ainda que cada $\eta_{i,j} \neq 0$, todos os valores $[\tau_{i,j}]^\alpha [\eta_{i,j}]^\beta$ da Equação (3.4) resultariam em 0. Além da impossibilidade de calcular os valores $p_{i,j}$ pela Equação (3.4), ainda que fosse possível, se os pesos de todas as conexões do Stgm-IM assumissem valor 0, nenhuma delas seria escolhida por qualquer solução emigrante e todos os valores $p_{i,j} \forall \{i, j\}$ seriam mantidos em 0 até o final da execução.

Pela política de migração aqui apresentada pode-se dizer que o processo de migração do Stgm-IM é dividido nas seguintes etapas:

1. Ajuste dos pesos das conexões:

- Definição do nível de atratividade $\tau_{i,j}$ de cada uma das ilhas para cada uma das outras do modelo.
- Ajuste do peso $p_{i,j}$ de cada conexão no intervalo $[0, 1]$ de acordo com o nível de atratividade que a ilha de destino tem para a ilha de origem em função dos termos $\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$.

2. Movimento de soluções entre as ilhas:

- Definição do número de soluções emigrantes N_m de cada ilha.
- Seleção aleatória das soluções emigrantes de cada ilha.
- Seleção da ilha de destino para cada solução emigrante de cada ilha através do método *Roulette Wheel* em função dos pesos $p_{i,j}$ das conexões com origem na ilha.
- Envio e recebimento das soluções emigrantes entre os conjuntos das ilhas.

Apesar de as operações do Stgm-IM terem sido inspiradas no ACO, a simulação do fenômeno de estigmergia no modelo não faz referência às formigas ou outra espécie social específica. O interesse é o fenômeno natural de estigmergia por si só, pelo qual algumas espécies sociais são capazes de se auto-organizarem por comunicação indireta. Neste caso, pode-se considerar que as soluções das ilhas do Stgm-IM representam agentes de espécies sociais cujo movimento visando atender algum objetivo, é proporcionado pelo fenômeno de estigmergia. Por este motivo as operações para a simulação do fenômeno de estigmergia no forrageamento em colônias de formigas do ACO inspiraram o Stgm-IM. Além de tal modelo já ter sido demonstrado eficiente na literatura, assim como no forrageamento

das formigas, no Stgm-IM existe a necessidade de movimentação das soluções entre as ilhas visando a resolução do problema de otimização que representa uma determinada necessidade para a sobrevivência do grupo de agentes artificiais.

Para completar, a Figura 6 ilustra os passos de execução do Stgm-IM através de um fluxograma. Na sequência um possível cenário proposto para o Stgm-IM com base na sua topologia e política de migração é ilustrado na Figura 7. Na Figura 7 é ilustrada uma instância do Stgm-IM composto por 4 ilhas totalmente conectadas por meio de 12 conexões. No grafo da Figura 7, cada vértice representa uma ilha e cada arco representa uma conexão. O diâmetro de cada vértice, é proporcional à atratividade da ilha no modelo e conseqüentemente ao número de soluções direcionado para o seu conjunto. Quanto aos arcos, a espessura de cada um deles é proporcional ao peso atribuído à respectiva conexão numa determinada etapa da execução do Stgm-IM. Na Figura 7, tomando a Ilha 4 como exemplo, entre as outras ilhas do modelo, a Ilha 2 é a mais atrativa para o envio das suas soluções emigrantes, seguida pela Ilha 3 e por fim tem-se a Ilha 1 como a menos atrativa para as soluções da Ilha 4. No Stgm-IM exemplificado na Figura 7 a topologia se auto-organizou de forma que o algoritmo de cada ilha contribuisse com a resolução do problema de acordo com o seu desempenho. Para tal não foi necessária a extinção de nenhuma das ilhas do modelo.

É importante ressaltar que elementos da política de migração aqui apresentada foram aplicados em [100] e [101]. Nestes dois trabalhos foram propostas estratégias para o ajuste dinâmico da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas de IM híbridos. Assim como o Stgm-IM, tais estratégias são baseadas em atratividade de uma ilha para outra em função dos seus respectivos algoritmos. As diferenças entre as estratégias propostas em [100] e [101] para o Stgm-IM são as operações e informações utilizadas para a definição do nível de atratividade de cada uma das ilhas para cada uma das outras e ajuste do peso de cada conexão.

A principal diferença entre o Stgm-IM e as configurações do IM propostas em [100] e [101] é a referência a um fenômeno natural para a auto-organização do modelo. As estratégias propostas em [100] e [101] para o ajuste do IM não foram inspiradas em nenhum fenômeno natural como é o caso da estigmergia que inspirou o Stgm-IM. A natureza é uma fonte inesgotável de inspiração para a resolução de problemas. Em especial, diversas espécies sociais chamam a atenção de pesquisadores devido à capacidade de auto-organização que ocorre de forma indireta por meio da atuação de cada um dos agentes. Essas sociedades resolvem seus problemas e todo o grupo é beneficiado pelo resultado. Este tipo de comportamento é conhecido como inteligência coletiva [102].

Ainda que as estratégias propostas em [100] e [101] não tenham sido inspiradas em nenhum fenômeno natural, foi verificado que a estrutura do IM pode ser auto-organizável mediante um conjunto de regras. Também foi verificado em [100] e [101] que configurações

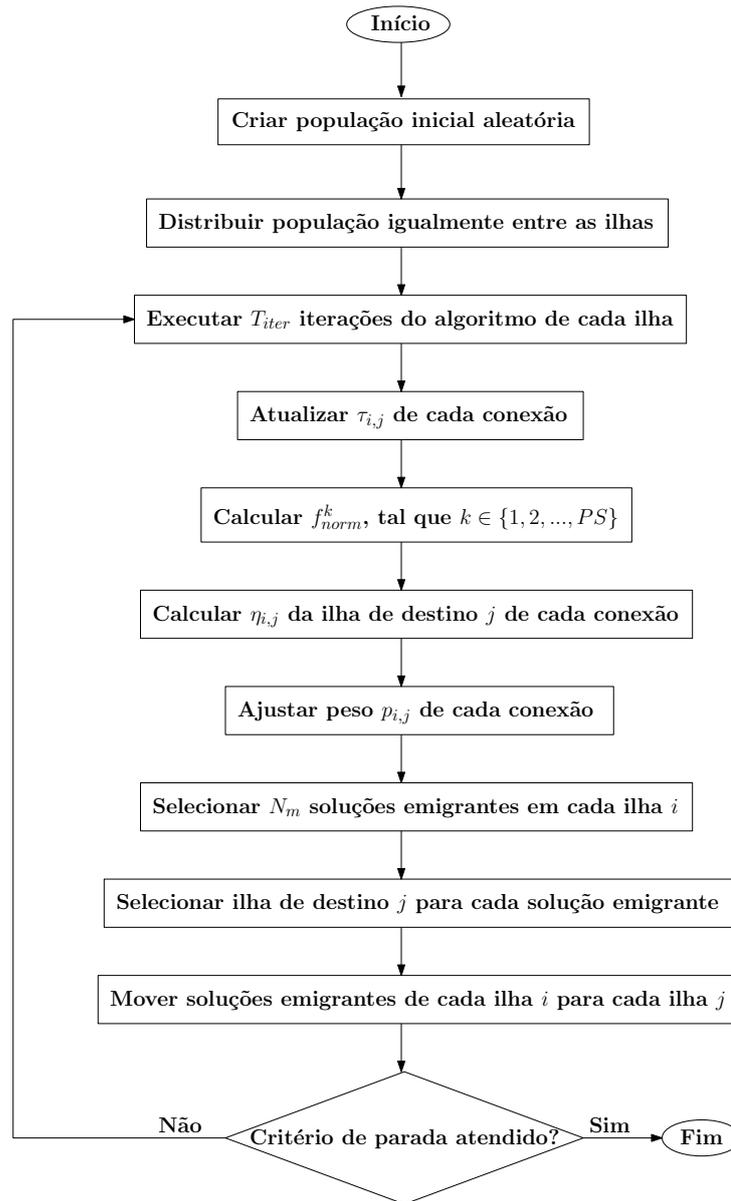


Figura 6 – Fluxograma de execução do Stgm-IM.

que promovam auto-organização do IM podem produzir bons resultados. Em [101] foi constatado que a forma como o IM se auto-organiza está condicionada à estratégia aplicada para tal. Também foi observado em [101] que estratégias para a auto-organização do IM em que a avaliação da atratividade das ilhas é baseada na qualidade das suas soluções tendem a prover ao IM condições para produzir soluções melhores que estratégias baseadas em características dos algoritmos das ilhas propriamente ditas. Por este motivo, $\eta_{i,j}$, que é uma das informações que definem o nível de atratividade das ilhas no Stgm-IM, é uma medida da qualidade do conjunto de soluções candidatas das ilhas de destino das conexões.

Entre as estratégias propostas para a resolução de problemas de otimização que possam ter alguma semelhança com o Stgm-IM, em geral elas se baseiam em semelhança, distinção e distribuição das soluções pelo espaço de busca como foi o caso das estratégias

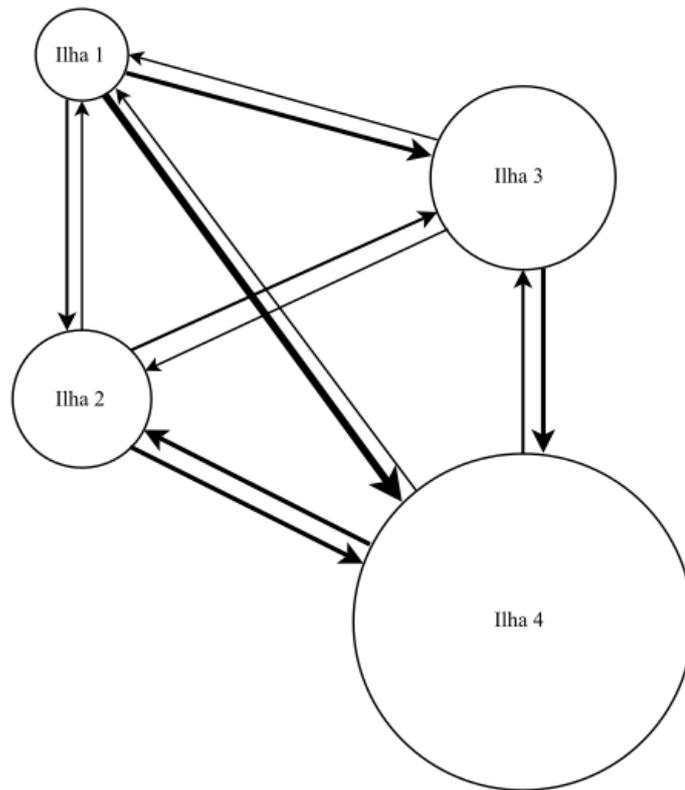


Figura 7 – Exemplo de ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas de uma instância do Stgm-IM composto por 4 ilhas totalmente conectadas por 12 conexões, de acordo com a sua política de migração.

propostas em [69–71, 73, 74], comentadas na Seção 2.2.1. Nenhuma das metodologias encontradas foi proposta tendo em vista a sua aplicação essencialmente em implementações híbridas do IM com o objetivo de explorar o potencial de um conjunto de algoritmos distintos de forma auto-organizável, como é o caso do Stgm-IM. Assim sendo, a ideia de auto-organização da estrutura do IM para a execução de algoritmos distintos em paralelo mediante a distribuição do conjunto de soluções entre eles em função de seus desempenhos, identificados de forma dinâmica, visando a qualidade da solução para o problema, consiste da contribuição deste trabalho.

Quanto à aplicação de algoritmos distintos para a resolução de problemas de otimização, como é o caso de um IM heterogêneo/híbrido, também existem as metodologias conhecidas como *ensembles*. Nos *ensembles* busca-se resolver o problema de otimização através de conjuntos de operações/algoritmos distintos, entre os quais aplica-se um mecanismo para identificar ao longo da execução qual entre as alternativas deve ter a sua execução privilegiada entre as outras. Uma das diferenças entre os *ensembles* e o IM híbrido é o fato de os *ensembles* não implicarem em paralelismo de algoritmos populacionais evolutivos. Isto porque nos *ensemble* não existe a divisão do conjunto de soluções em subconjuntos. Neste caso, todo o conjunto de soluções candidatas é submetido à execução

dos algoritmos/operações selecionados de acordo com o mecanismo mediador aplicado, ainda que seja utilizada alguma metodologia para a paralelização de um *ensemble*. Para maior entendimento e exemplificação, entre os trabalhos que consideraram implementações de *ensembles* para a resolução de problemas de otimização recentemente pode-se citar [103–106].

4 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Este capítulo apresenta o estudo experimental realizado neste trabalho com o objetivo de avaliar o Stgm-IM, proposto no Capítulo 3. Para tal avaliação foram considerados dois aspectos. O primeiro deles diz respeito ao desempenho do Stgm-IM. Neste sentido foram avaliados a qualidade da solução produzida pelo modelo e a sua capacidade de proporcionar *speedup* na resolução do problema. O segundo aspecto considerado na avaliação do Stgm-IM diz respeito à identificação e análise de suas características comportamentais durante o processo evolutivo. Neste caso, a avaliação do modelo foi baseada em seus elementos, afim de apurar os seus impactos.

O segundo aspecto de avaliação considerado neste estudo é tido como de maior relevância que o primeiro. O Stgm-IM é uma nova estratégia populacional evolutiva para a resolução de problemas de otimização. É essencial investigar indicativos de seu comportamento evolutivo. É necessário identificar possíveis tendências do modelo no que se refere à sua capacidade de auto-organização da topologia e distribuição da população entre as ilhas. Evidentemente o comportamento evolutivo do modelo pode influenciar no seu desempenho. Por este motivo o primeiro aspecto de avaliação esteve sempre presente na análise realizada.

A avaliação do Stgm-IM neste trabalho não faz referência à sua implementação utilizando alguma tecnologia de paralelização específica. Como mencionado na Seção 2.2.1, diferentes recursos podem ser utilizados e não são descartadas possíveis combinações entre eles. O comportamento do Stgm-IM não tem relação com a tecnologia aplicada na sua implementação. Os modelos envolvidos nos experimentos foram implementados através da tecnologia *Thread* [77, 107]. Foi utilizada a classe *Thread* do pacote *threading*, disponível para a linguagem de programação PythonTM. Neste caso, nos experimentos cada ilha do Stgm-IM foi um objeto da classe *Thread*. Os códigos-fonte para os experimentos foram implementados na linguagem de programação PythonTM, versão 2.7, e executados em computadores equipados com 12GB de memória RAM e processador Intel[®] Xeon[®] com 4 núcleos de 8 *threads*, de 2.40GHz e 12MB de memória cache.

Na sequência a Seção 4.1 apresenta e descreve alguns dos recursos envolvidos nos experimentos realizados. São apresentados elementos necessários para as execuções do Stgm-IM e também alguns dos recursos aplicados na etapa de avaliação. Entre as Seções 4.2.1 e 4.2.5 são apresentados os diferentes experimentos realizados. Foi descrita a metodologia aplicada em cada um deles, seguida pela demonstração e discussão dos resultados obtidos.

4.1 MATERIAIS E MÉTODOS

4.1.1 Algoritmos Evolutivos Utilizados

O Stgm-IM foi executado para a realização dos experimentos. A sua natureza híbrida fez com que a primeira providência a ser considerada para a realização dos experimentos fosse a escolha de um conjunto de algoritmos evolutivos distintos para a sua implementação.

O número de ilhas do Stgm-IM tem relação com o número de algoritmos definidos para a sua implementação. O número mínimo de ilhas do Stgm-IM corresponde ao número de algoritmos selecionados. No entanto, o número de ilhas do modelo não está limitado ao número de algoritmos selecionados. Podem haver repetições de algoritmos entre as ilhas. O mesmo algoritmo pode ser direcionado para mais de uma ilha mediante distinção ou não dos valores atribuídos aos seus parâmetros a cada instância.

Foram escolhidos cinco algoritmos populacionais evolutivos para serem utilizados nos experimentos aqui apresentados. Os algoritmos escolhidos foram aqueles descritos entre as Seções 2.1.1 e 2.1.5.

A escolha dos algoritmos foi baseada nas suas popularidades. O foco do estudo realizado foi o Stgm-IM. A utilização de algoritmos intensamente utilizados e de desempenhos já relatados na literatura foi considerada ideal. Desta forma não haveria a necessidade de averiguar e demonstrar informações detalhadas a respeito da qualidade dos algoritmos envolvidos. Assim seria possível direcionar a atenção para o Stgm-IM.

Na seleção dos algoritmos também foram consideradas as suas características evolutivas. O objetivo com tal critério foi selecionar um conjunto de algoritmos que fossem realmente distintos entre si. Neste sentido, a distinção foi baseada nas diferenças entre as suas operações e operandos envolvidos. Também foi considerada a forma como as soluções candidatas tendem a se movimentar no espaço de busca em cada um dos algoritmos escolhidos. De modo geral alguns algoritmos populacionais evolutivos tendem a evoluir os seus conjuntos intensificando a busca em regiões do espaço em que se encontram as soluções de melhor qualidade de seus conjuntos. Outros algoritmos no entanto privilegiam explorar o máximo possível o espaço de busca ao passo em que os seus conjuntos evoluem.

Outro ponto a ser mencionado sobre os algoritmos escolhidos para os experimentos diz respeito às suas implementações. Entre os algoritmos selecionados, existem variações propostas para todos eles na literatura. Muitas vezes uma variação proposta para um determinado algoritmo populacional evolutivo tem como objetivo melhorar a qualidade da solução por ele produzida. Em alguns casos uma determinada variação proposta para um algoritmo evolutivo pode alterar as suas características evolutivas. Com base nos critérios adotados para a seleção dos algoritmos utilizados neste trabalho, quanto às suas implementações, foi definido o uso de suas formas mais originais possíveis. Para o caso de

opção pelo uso de alguma variação de algum deles, tal escolha deveria ser feita para destacar as suas características evolutivas. Portanto, na implementação dos algoritmos escolhidos buscou-se priorizar as suas tendências de movimentação da população pelo espaço de busca. Tais informações poderiam contribuir com a investigação do comportamento do Stgm-IM quanto à sua capacidade de auto-organização da topologia e distribuição da população entre as ilhas.

4.1.2 Conjunto de Problemas de Otimização Utilizado

Os experimentos realizados demandaram que o Stgm-IM fosse submetido à resolução de pelo menos um problema de otimização. No entanto, o objeto de estudo foi o Stgm-IM e não a sua aplicação em um problema específico. Assim sendo, o Stgm-IM foi submetido à resolução de um conjunto de problemas. Desta forma, foi possível avaliá-lo em um contexto mais amplo.

Optou-se pelo uso do conjunto de problemas apresentado em [108]. O conjunto é composto por um total de 15 problemas de otimização, identificados neste trabalho como Fi , onde $i = 1, 2, \dots, 15$. O conjunto foi elaborado para ser utilizado em competição de algoritmos evolutivos na conferência *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, edição do ano de 2015. Em [108], o conjunto também é fortemente recomendado para uso na avaliação de algoritmos evolutivos que seriam apresentados na mesma conferência.

Em [108], os problemas foram divididos em 4 grupos distintos, de acordo com as suas complexidades. Portanto, dos mais simples para os mais complexos, tem-se no conjunto: os dois primeiros problemas classificados como Funções Unimodais, os três problemas seguintes classificados como Funções Multimodais Simples, os próximos três problemas classificados como Funções Híbridas e os últimos sete problemas classificados como Funções Compostas [108].

Em [108] também foi definido que os 15 problemas devem ser tratados como caixas-pretas. Deste modo, as suas funções explícitas não são usadas nas avaliações. No Apêndice A são apresentadas as definições dos problemas. Os 15 problemas são mono-objetivo de minimização sem restrições, dados pela forma geral

$$\begin{cases} \text{Minimize } f(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^D \end{cases}, \quad (4.1)$$

onde $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo e $D \in \{10, 30, 50, 100\}$ é a dimensão do problema, cujo valor deve ser definido pelo usuário. Por conveniência, em [108] foi definido o intervalo $[-100, 100]^D$ como o domínio de todos os problemas. Desta forma, todos os algoritmos a serem avaliados são submetidos ao mesmo espaço de busca em qualquer um dos problemas.

A solução ótima global \mathbf{x}^* de todos os problemas do conjunto é a origem do espaço de dimensão D . Porém, na definição de cada um dos 15 problemas, também está presente

o vetor aleatório $\mathbf{o}_i \in [-80, 80]^D$, onde $i = 1, 2, \dots, 15$. Cada vetor \mathbf{o}_i corresponde à solução ótima do respectivo problema, porém deslocada/rotacionada para aumentar o nível de dificuldade do processo de busca para a resolução do conjunto de problemas. Por este motivo, cada solução candidata \mathbf{x}_{sol} a ser avaliada deve ser deslocada por meio do respectivo \mathbf{o}_i . Após a modificação, a solução candidata passa a ser referenciada por \mathbf{x}_o , dada por

$$\mathbf{x}_o = \mathbf{x}_{sol} - \mathbf{o}, \quad (4.2)$$

que deve estar o mais próximo possível da origem do espaço de busca.

A definição de cada um dos 15 problemas também determina que a solução \mathbf{x}_o , obtida pela Equação (4.2), deve ser rotacionada por uma matriz aleatória \mathbf{M}_i , onde $i = 1, 2, \dots, 15$, produzindo assim uma nova solução \mathbf{x}_e . Cada um dos 15 problemas tem a sua própria matriz \mathbf{M} . Cada matriz \mathbf{M}_i deve ser produzida pelo processo de ortogonalização normal. Para tal, deve ser utilizado o método Gram-Schmidt [109–111] sobre uma matriz aleatória, cujas componentes formam uma distribuição normal de média 0 e desvio padrão 1. Desta forma, a solução \mathbf{x}_e , a ser efetivamente avaliada para um dos problemas do conjunto, é dada por

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{M} \cdot \mathbf{x}_o. \quad (4.3)$$

Apesar de os problemas do conjunto serem mono-objetivo sem restrições, as complexidades de suas definições foram consideradas satisfatórias para a primeira avaliação do Stgm-IM.

4.1.3 Recursos Auxiliares

Nos experimentos realizados, foram utilizados recursos além daqueles descritos nas Seções 4.1.1 e 4.1.2. Muitos dos recursos adicionais foram necessários na fase de avaliação dos resultados obtidos nos respectivos experimentos. Esta seção apresenta alguns destes recursos.

4.1.3.1 Perfil de Desempenho

Perfil de Desempenho é uma técnica de avaliação de algoritmos, proposta em [112]. A técnica é aplicável em avaliações em que se tem um conjunto de algoritmos e outro de problemas. É possível avaliar e comparar o desempenho do conjunto de algoritmos, na resolução do conjunto de problemas. O termo Perfil de Desempenho faz referência a uma função de distribuição constante por partes, contínua e não decrescente. Os valores são produzidos com base em uma medida de desempenho dos algoritmos, a ser definida pelo usuário.

Para a descrição da técnica, suponha um conjunto S contendo n_s algoritmos e um conjunto P contendo n_p problemas. Suponha também que o tempo computacional de

execução de cada algoritmo em S tenha sido definido como medida de desempenho. Desta forma, para cada problema $p \in P$ e $s \in S$ tem-se:

$$t_{p,s} = \text{tempo computacional requerido para resolver } p \text{ com } s. \quad (4.4)$$

Na sequência, para cada problema p , o desempenho de cada algoritmo s é comparado com o melhor do conjunto S . Para tal, é utilizada a métrica $r_{p,s}$, cujo valor é dado por

$$r_{p,s} = \frac{t_{p,s}}{\min \{t_{p,s} : s \in S\}}, \quad (4.5)$$

onde $\min \{t_{p,s} : s \in S\}$ corresponde o valor $t_{p,s}$ do algoritmo em S que consumiu o menor tempo para resolver o problema p . Para a continuação do procedimento é necessário assumir um valor $r_M \geq r_{p,s} \forall r_{p,s}$, tal que $r_{p,s} = r_M$, se e somente se s não resolveu o problema p .

Por fim, é possível obter o valor $\rho_s(\tau)$, que proporciona uma visão geral do desempenho de cada algoritmo $s \in S$, dado por

$$\rho_s(\tau) = \frac{1}{n_p} |p \in P : r_{p,s} \leq \tau|, \quad (4.6)$$

onde $\tau \in [1, r_M]$. Nestes termos, $\rho_s(\tau)$ corresponde à porção de problemas que o algoritmo s é capaz de resolver sob o custo τ . O valor $\rho_s(1)$ é a porção de problemas em que o algoritmo s foi o que apresentou o melhor desempenho de acordo com a medida definida. Neste passo a comparação entre os algoritmos já pode ser feita. O algoritmo s que apresentar o menor valor de τ , tal que $\rho_s(\tau) = 1$, é considerado o mais robusto do conjunto.

Em [113] foi apontado que a área $AUC_s = \int \rho_s(\tau) d\tau$, sob a curva ρ_s , é um indicador da performance global do algoritmo s no conjunto de problemas P . O maior valor AUC_s indica que o referido algoritmo s é o mais eficiente do conjunto. Em [112] é ressaltado e demonstrado que os resultados a serem obtidos com a técnica Perfil de Desempenho não são sensíveis ao número de problemas que compõem o conjunto P .

Nas avaliações em que o Perfil de Desempenho foi utilizado neste trabalho, foram consideradas duas medidas de desempenho para a produção dos valores $t_{p,s}$. A primeira medida de desempenho utilizada foi a média dos valores de função objetivo das melhores soluções obtidas no total de execuções dos algoritmos. A segunda medida de desempenho utilizada foi o valor de função objetivo da melhor solução obtida no total de execuções. Por este motivo o Perfil de Desempenho foi identificado de duas formas neste trabalho, t_{ME} quando utilizada a primeira medida de desempenho e t_{mi} quando utilizada a segunda.

4.1.3.2 Métricas Auxiliares

Nesta seção são apresentadas algumas das outras métricas utilizadas nos experimentos, além do Perfil de Desempenho. As métricas estatísticas média, mediana e desvio

padrão foram envolvidas nos experimentos, porém não foram descritas aqui devido às suas popularidades.

A primeira métrica a ser considerada aqui foi identificada neste trabalho como $f_m^r(\mathbf{X})$. Algumas avaliações foram baseadas em informações sobre o conjunto de soluções candidatas. Uma dessas informações foi o valor $f_m^r(\mathbf{X})$, que pode ser obtido sobre o conjunto de soluções de um algoritmo isolado ou de uma ilha do Stgm-IM. No contexto de um único algoritmo, $f_m^r(\mathbf{X})$ varia ao longo das iterações. Nas ilhas do Stgm-IM, $f_m^r(\mathbf{X})$ varia ao longo das migrações. A cada iteração ou migração o valor $f_m^r(\mathbf{X})$ é dado por

$$f_m^r(\mathbf{X}) = \frac{1}{NR} \sum_{e=1}^{e=NR} \left(\frac{1}{NS} \sum_{s=1}^{s=NS} f(\mathbf{x}_s) \right), \quad (4.7)$$

onde \mathbf{X} é o conjunto de soluções candidatas, NR é o total de execuções do algoritmo ou Stgm-IM, NS é o número de soluções no conjunto \mathbf{X} e $f(\mathbf{x}_s)$ é o valor de função objetivo da solução \mathbf{x}_s do conjunto \mathbf{X} .

O valor $f_m^r(\mathbf{X})$ é uma medida de qualidade do conjunto de soluções \mathbf{X} . Nestas condições, a variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ indica o nível médio de convergência do conjunto de um algoritmo ou de uma ilha a cada execução.

A segunda métrica considerada aqui também é uma informação sobre o conjunto de soluções candidatas de um algoritmo isolado ou de uma ilha do Stgm-IM. A métrica foi identificada neste trabalho como $f_s^r(\mathbf{X})$. Assim como $f_m^r(\mathbf{X})$, o valor de $f_s^r(\mathbf{X})$ varia ao longo das iterações de um algoritmo isolado ou migrações do Stgm-IM. A variação de $f_s^r(\mathbf{X})$ indica o nível médio da diversidade das soluções do conjunto a cada iteração de um algoritmo ou migração do Stgm-IM a cada execução. Quanto maior o valor de $f_s^r(\mathbf{X})$, mais dispersas/espalhadas estão as soluções do conjunto, o oposto ocorre para os valores menores de $f_s^r(\mathbf{X})$. Neste caso, a cada iteração de um algoritmo ou migração do Stgm-IM o valor $f_s^r(\mathbf{X})$ é dado por

$$f_s^r(\mathbf{X}) = \frac{1}{NR} \sum_{e=1}^{e=NR} \text{std}(\zeta), \quad (4.8)$$

onde \mathbf{X} é o conjunto de soluções candidatas, NR é o total de execuções do algoritmo ou Stgm-IM, ζ é o vetor dado por $[f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}_2), \dots, f(\mathbf{x}_{NS})]$, onde $f(\mathbf{x}_s)$, tal que $s = 1, 2, \dots, NS$, é o valor de função objetivo da solução \mathbf{x}_s do conjunto \mathbf{X} , composto por NS soluções. O termo $\text{std}(\zeta)$ da Equação (4.8) é uma função que retorna o desvio padrão dos valores de ζ .

Outra métrica considerada nos experimentos foi a taxa de convergência dos algoritmos populacionais evolutivos, identificada neste trabalho como r_{conv} . O valor r_{conv} indica o quão rápido um algoritmo converge para a solução ótima ao longo das iterações. A convergência de algoritmos populacionais evolutivos é objeto de estudo em muitos trabalhos na literatura. Já foram propostas e analisadas na literatura, diferentes alternativas para o cálculo de r_{conv} de um algoritmo evolutivo. Muitas dessas alternativas foram baseadas na

teoria de Cadeias de Markov [114–120]. A taxa r_{conv} foi considerada em avaliações em que foi considerado um único algoritmo, uma ilha do Stgm-IM ou mesmo todo o modelo Stgm-IM. Em muitos casos, apesar de a taxa ter sido mencionada, o seu valor não foi efetivamente calculado e sim deduzido a partir de informações de interesse no trabalho. Neste trabalho, o valor r_{conv} foi utilizado como um dado complementar nas avaliações. O valor r_{conv} foi considerado um dado sobre um determinado conjunto de soluções, de uma iteração do algoritmo ou de uma migração do Stgm-IM para outra. Foi utilizada a forma mais simples possível para a obtenção do seu valor. Neste caso, considerando problemas de minimização, r_{conv} foi calculado ou deduzido na forma

$$r_{conv} = 1 - \left(\frac{\bar{f}(\mathbf{X})_{i+1}}{\bar{f}(\mathbf{X})_i} \right), \quad (4.9)$$

onde $\bar{f}(\mathbf{X})_{i+1}$ é a média dos valores de função objetivo das soluções do conjunto \mathbf{X} , na iteração $i + 1$ e $\bar{f}(\mathbf{X})_i$ é a média dos valores de função objetivo das soluções do conjunto \mathbf{X} , na iteração anterior i . Neste caso, r_{conv} indica o percentual que o valor $\bar{f}(\mathbf{X})$ reduziu ou aumentou, da iteração i para a iteração $i + 1$.

O *speedup* promovido pelo Stgm-IM também foi considerado entre os experimentos deste trabalho e foi identificado como Spd_{IM} . *Speedup* é uma métrica muito comum na avaliação de desempenho de algoritmos que utilizam recursos de computação paralela. O *speedup* corresponde ao fator de aceleração do tempo de execução de um algoritmo paralelo, se comparado com o tempo de execução da sua versão sequencial. O *speedup* é considerado linear se o seu valor corresponde ao número de recursos computacionais, como processadores ou computadores da rede, alocados para a execução do algoritmo paralelo. Neste trabalho, foi considerado o Spd_{IM} promovido pelo Stgm-IM sobre os algoritmos evolutivos aplicados em suas ilhas. A avaliação do Stgm-IM neste trabalho envolveu um conjunto de problemas e um conjunto de algoritmos, além de diferentes execuções de ambos. Neste caso, apesar de ter sido considerado o tempo de execução de cada um dos algoritmos evolutivos e do Stgm-IM, o Spd_{IM} teve de ser estimado de forma distinta daquela comumente encontrada na literatura para o *speedup*. Para cada problema resolvido, o Spd_{IM} foi dado por

$$Spd_{IM} = \frac{T_s}{T_p}, \quad (4.10)$$

onde T_s é dado por

$$T_s = \frac{1}{NA \times NR} \sum_{r=1}^{r=NR} \sum_{a=1}^{a=NA} T_{ar}, \quad (4.11)$$

onde NA é o número de algoritmos evolutivos aplicados nas ilhas do Stgm-IM, NR é o número de execuções dos NA algoritmos e T_{ar} é o tempo de execução do algoritmo a na execução r . Na Equação (4.10) o valor T_p é dado por

$$T_p = \frac{1}{NR} \sum_{r=1}^{r=NR} T_r, \quad (4.12)$$

onde NR é o número de execuções do Stgm-IM e T_r é o tempo de execução do Stgm-IM na execução r .

No Stgm-IM o número de soluções candidatas no conjunto de cada ilha pode ser alterado ao longo das migrações. Esta possibilidade faz com que este valor seja um objeto a ser considerado na avaliação do Stgm-IM. Entre os experimentos realizados, a avaliação do número de soluções no conjunto de cada ilha, a cada migração, foi considerada no contexto do experimento completo. Para tal foi utilizada a métrica identificada neste trabalho como POP_m^r , dada por

$$POP_m^r = \frac{1}{NR} \sum_{e=1}^{e=NR} \sum_{p=1}^{p=NP} P_{p,e}, \quad (4.13)$$

onde NR é o total de execuções do Stgm-IM no experimento, NP é o número de problemas resolvidos no experimento e $P_{p,e}$ é o número de soluções na ilha de interesse, após uma determinada migração da execução e do Stgm-IM para a resolução do problema p . Desta forma, cada valor POP_m^r é o número médio de soluções no conjunto de uma ilha após uma determinada migração, a cada execução, na resolução de todos os problemas.

O valor da métrica POP_m^r é uma estimativa para cada execução do Stgm-IM. Porém, o número de soluções do conjunto de cada ilha, a cada migração do Stgm-IM, ainda que considerado o conjunto de NP problemas, será diferente a cada execução. Neste caso, é necessário medir a distinção deste valor entre as execuções. Para tal foi adotada a métrica POP_s^r , que a cada migração do Stgm-IM é dada por

$$POP_s^r = \text{std}(\gamma), \quad (4.14)$$

onde $\text{std}(\gamma)$ é uma função que retorna o desvio padrão dos valores de γ que é o vetor dado por $[PP_1, PP_2, \dots, PP_{NR}]$, onde PP_e , tal que $e = 1, 2, \dots, NR$, é dado por

$$PP_e = \sum_{p=1}^{p=NP} P_p, \quad (4.15)$$

onde P_p é o número de soluções no conjunto da ilha de interesse, numa determinada migração, na resolução do problema p .

Outro dado considerado na avaliação do comportamento do Stgm-IM entre os experimentos foi o ajuste dos pesos das conexões. O peso de cada conexão entre cada par de ilhas do Stgm-IM é ajustado a cada migração. Entre os experimentos, a avaliação da variação deste valor ao longo das migrações foi baseada em todas as execuções do modelo para a resolução de todos os problemas. Neste caso, para cada migração do Stgm-IM foi considerada a métrica identificada como $mw_{i,j}$, dada por

$$mw_{i,j} = \frac{1}{NR \times NP} \sum_{e=1}^{e=NR} \sum_{p=1}^{p=NP} w_{i,j}^{p,e}, \quad (4.16)$$

onde NR é o total de execuções do Stgm-IM, NP é o total de problemas envolvidos no experimento e $w_{p,e}^{i,j}$ corresponde o valor $p_{i,j}$ obtido com a Equação (3.4) para a conexão com origem na ilha i e destino na ilha j , durante a execução e para a resolução do problema p .

Os dados envolvidos no ajuste de peso de cada conexão do Stgm-IM também foram considerados na avaliação do modelo. Mais precisamente, foi considerada a variação dos valores $\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$ da Equação (3.4), ao longo das migrações do Stgm-IM. A avaliação da variação destes valores ao longo das migrações do Stgm-IM foi baseada em todas as execuções do modelo para a resolução de todos os problemas. Neste caso, para cada migração do Stgm-IM foram consideradas as métricas identificadas como $mT_{i,j}$ e $mN_{i,j}$, dadas por

$$mT_{i,j} = \frac{1}{NR \times NP} \sum_{e=1}^{e=NR} \sum_{p=1}^{p=NP} \tau_{i,j}^{p,e} \quad (4.17)$$

e

$$mN_{i,j} = \frac{1}{NR \times NP} \sum_{e=1}^{e=NR} \sum_{p=1}^{p=NP} \eta_{i,j}^{p,e}, \quad (4.18)$$

onde NR é o total de execuções do Stgm-IM, NP é o total de problemas envolvidos no experimento, $\tau_{i,j}^{p,e}$ e $\eta_{i,j}^{p,e}$ correspondem respectivamente aos valores $\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$ aplicados na Equação (3.4) para o ajuste do peso da conexão com origem na ilha i e destino na ilha j , durante a execução e para a resolução do problema p .

4.2 EXPERIMENTOS

Esta seção apresenta os experimentos realizados neste trabalho com o objetivo de avaliar o Stgm-IM. Cada um dos experimentos é apresentado individualmente entre as Seções 4.2.1 e 4.2.5. Na respectiva seção de cada experimento são esclarecidos o objetivo, a metodologia aplicada e os resultados obtidos. A Seção 4.2.1, em particular, não apresenta um experimento voltado para o Stgm-IM. Na Seção 4.2.1 é apresentado um breve estudo realizado com o objetivo de verificar características dos algoritmos descritos entre as Seções 2.1.1 e 2.1.5.

4.2.1 Experimento I – Avaliação dos algoritmos populacionais evolutivos

4.2.1.1 Descrição

Esta seção apresenta o experimento identificado neste trabalho como Experimento I, realizado com o objetivo de avaliar os algoritmos evolutivos descritos entre as Seções 2.1.1 e 2.1.5. Os algoritmos foram avaliados devido ao fato de terem sido utilizados na implementação do Stgm-IM, principal objeto de estudo do trabalho. A avaliação foi realizada tendo em vista a identificação e demonstração da distinção entre os referidos algoritmos. A distinção de maior interesse na avaliação foram as características comportamentais dos algoritmos durante as suas execuções.

Cada um dos algoritmos foi submetido à resolução do conjunto de problemas descrito na Seção 4.1.2. Os cinco algoritmos foram executados a partir do mesmo conjunto de soluções candidatas inicial aleatório, cujas soluções foram distribuídas uniformemente no espaço de busca. Foi definido o tamanho 200 para o referido conjunto. Sobre o algoritmo ABC, descrito na Seção 2.1.4, foi utilizada a variante identificada neste trabalho como ABC-MR, proposta em [47], mencionada na mesma seção.

O número de iterações definido para cada um dos algoritmos foi 2500. Os valores dos demais parâmetros de cada um dos algoritmos foram definidos com base em estudos apresentados na literatura como seguem:

- GA: (i) $CR = 0.95$, (ii) Tipo de cruzamento = Uniforme, (iii) $MR = 0.05$, (iv) Tipo de mutação = Aleatória, (v) Método de Seleção = *Roulette Wheel*, (vi) *Elitism* = 1.
- DE [121]: (i) Variante = *DE/rand/2/bin*, (ii) $F = 0.5$, (iii) $CR = 0.9$.
- PSO [24]: (i) $\phi_1 = \phi_2 = 2.05$, (ii) V_{min} = Não limitada, (iii) V_{max} = Não limitada, (iv) $\omega = 0.7298$, (v) *topologia* = totalmente conectada.
- ABC-MR: (i) $limit = 0.5 \times SN \times D$, onde SN é o número total de abelhas artificiais, $SN = 2 \times BN$ e D é a dimensão do problema [35], (ii) $MR = 0.8$ [47].
- SSA [48]: (i) $r_a = 1$, (ii) $p_c = 0.7$, (iii) $p_m = 0.1$, (iv) $C = 1e - 100$.

Quanto aos problemas, foi definida a dimensão $D = 50$, que é o valor intermediário sugerido em [108]. Tal dimensão proporciona aos problemas um nível de complexidade considerado satisfatório para a avaliação, não só dos algoritmos, mas também do Stgm-IM nos experimentos seguintes. Com estas configurações, tem-se o valor 500000 (2500×200) definido como número máximo de avaliações da função objetivo (*MFE* - do inglês *Maximum Function Evaluation*). Este valor foi aplicado na resolução de cada um dos problemas com cada um dos algoritmos. Este é o custo computacional definido em [108] para a dimensão $D = 50$ dos problemas.

Para cada um dos problemas foram realizadas 30 execuções independentes de cada um dos algoritmos. Os resultados obtidos foram analisados e seguem apresentados na Seção 4.2.1.2.

4.2.1.2 Resultados

A primeira distinção entre os algoritmos considerada nesta avaliação foi a classificação de cada um deles de acordo com o fenômeno natural que serviu de inspiração. O ABC-MR, o PSO e o SSA são classificados como algoritmos de enxame. Esses algoritmos foram inspirados no comportamento inteligente de enxame de algumas espécies de seres vivos. O algoritmo GA é classificado como evolutivo porque foi inspirado na evolução de

espécies ao longo das gerações. O DE não foi inspirado em nenhum fenômeno natural, mas também é classificado como algoritmo evolutivo.

Quanto aos experimentos realizados, a primeira informação avaliada sobre os algoritmos foi a diferença na qualidade das soluções produzidas por eles. A Figura 8 apresenta *boxplots* das distribuições dos valores de função objetivo das soluções ótimas obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de cada um dos algoritmos. Na Figura 8 não são apresentados os gráficos de todos os problemas por questões de espaço, organização e qualidade das imagens. São apresentados os gráficos dos problemas F_i , onde $i \in [1, 15]$, tal que i é ímpar.

Os gráficos da Figura 8 demonstram que existe diferença de desempenho entre os algoritmos avaliados. Alguns deles tendem a produzir soluções melhores que outros. Este é o caso dos algoritmos DE, GA e SSA. Esses algoritmos produziram os melhores resultados para cerca de 75% dos problemas, como pode ser observado através dos menores valores e métricas mediana e média das distribuições nos gráficos das Figuras 8(a), 8(b), 8(c), 8(d), 8(e), 8(g) e 8(h).

Os gráficos da Figura 8 também demonstram que apesar de o SSA produzir boas soluções, ele é um dos algoritmos que produziu soluções mais distintas entre as execuções, como pode ser observado nas Figuras 8(c), 8(e), 8(f), 8(g). Eventualmente o SSA produziu soluções consideravelmente distintas das demais execuções, como demonstram os *outliers* nas Figuras 8(d), 8(e), 8(f) e 8(g). O SSA também produziu os melhores resultados para o problema F_{15} em todas as suas execuções, com diferença considerável para os demais algoritmos, como pode ser verificado na Figura 8(h).

Sobre os algoritmos DE e GA, que também produziram conjuntos de soluções de boa qualidade, estes apresentaram desempenhos relativamente mais estáveis que o SSA entre as suas execuções, como pode ser observado entre os gráficos da Figura 8.

Os algoritmos ABC-MR e PSO foram os que produziram soluções de qualidade inferior. Entre estes dois algoritmos, o ABC-MR produziu soluções inferiores às do PSO em torno de 50% dos problemas, como mostram os menores valores e as métricas mediana e média das respectivas distribuições nos gráficos das Figuras 8(a), 8(b), 8(c) e 8(g). Porém, comparando as distribuições do ABC-MR e do PSO nos gráficos da Figura 8, é possível observar que o ABC-MR tem desempenho relativamente mais estável que o PSO entre as suas execuções. Em alguns casos, esta característica fez com que o ABC-MR superasse o PSO na qualidade das soluções produzidas, como pode ser observado através das métricas mediana e média nos gráficos das Figuras 8(d), 8(e) e 8(h).

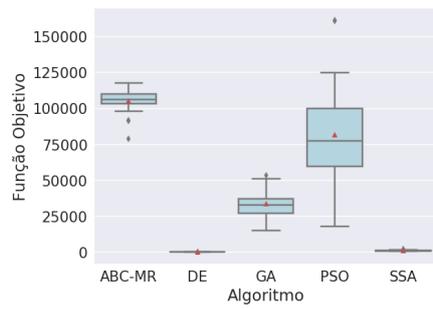
A comparação entre soluções produzidas por algoritmos evolutivos é muito comum na literatura. Este tipo de avaliação é um dos elementos que auxiliam estudos que buscam apontar se um determinado algoritmo é melhor que outros. Porém, este não é o objetivo

neste experimento. Portanto, o interesse com os gráficos da Figura 8 é demonstrar que os algoritmos descritos entre as Seções 2.1.1 e 2.1.5, são distintos entre si quanto à qualidade das soluções produzidas por cada um deles. Nos parágrafos anteriores foram apontados alguns pontos que caracterizam a distinção ilustrada nos gráficos da Figura 8. Os gráficos também reforçam que a diferença de desempenho entre os algoritmos pode variar de acordo com o problema. Ainda assim, no conjunto de problemas é possível observar um certo padrão de distinção entre os algoritmos avaliados, conforme as informações dos parágrafos anteriores.

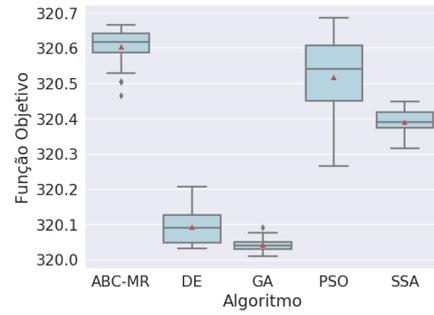
Saber que os algoritmos são distintos, considerando as soluções por eles produzidas, é importante. Porém, é necessário analisar o que ocorre ao longo das iterações de cada um deles. Tal análise se torna ainda mais relevante se indica informações sobre o conjunto de soluções candidatas e não apenas sobre a melhor solução. Neste sentido, a Figura 9 apresenta gráficos cujos eixos verticais demonstram a variação do valor $f_m^r(\mathbf{X})$, obtido pela Equação (4.7), ao longo das iterações de cada algoritmo, indicadas nos respectivos eixos horizontais. Na Figura 9 são apresentados os gráficos referentes aos mesmos problemas considerados na Figura 8.

Nos gráficos da Figura 9, as curvas referentes ao ABC-MR demonstram que nas execuções deste algoritmo o valor $f_m^r(\mathbf{X})$ variou até metade do total de iterações definido. Isto ocorreu porque os algoritmos foram executados a partir do mesmo conjunto de soluções candidatas. No caso do ABC-MR, o algoritmo simula três tipos de atuação das abelhas utilizando o mesmo conjunto. Cada solução candidata é avaliada duas vezes a cada iteração, senão três algumas delas, se houver simulação das abelhas exploradoras. Neste caso, para manter o custo computacional de 500000 avaliações da função objetivo, no ABC-MR foram necessárias 1250 iterações.

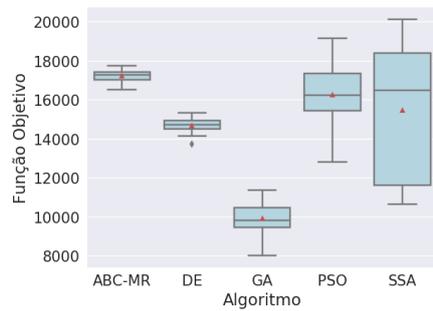
Dado que o valor $f_m^r(\mathbf{X})$ é uma medida indicativa da convergência do conjunto de soluções de cada algoritmo avaliado, antes de comentar sobre os resultados demonstrados nos gráficos da Figura 9, é importante ressaltar uma outra característica que distingue os algoritmos evolutivos que poderia influenciar em suas convergências. Entre os algoritmos aqui avaliados, o ABC-MR, o DE e o PSO, ao operarem uma determinada solução numa determinada iteração, podem selecionar em seus conjuntos, soluções que já tenham sido melhoradas na mesma iteração. Já os algoritmos GA e SSA, a cada iteração, cada um deles produz um conjunto de soluções adicional, composto por soluções produzidas a partir das soluções disponíveis em seus conjuntos atuais. Na sequência, cada um desses dois algoritmos aplica o seu mecanismo de seleção para definir entre as soluções do conjunto atual e do conjunto adicional, quais delas farão parte do conjunto na próxima iteração. Essa característica que distingue os cinco algoritmos avaliados, assim como ocorre entre outros algoritmos evolutivos, poderia induzir o usuário a escolher algum deles. O usuário poderia por exemplo deduzir que as respectivas taxas de convergência e qualidade das



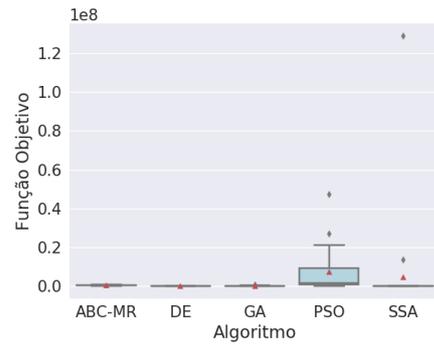
(a) F1



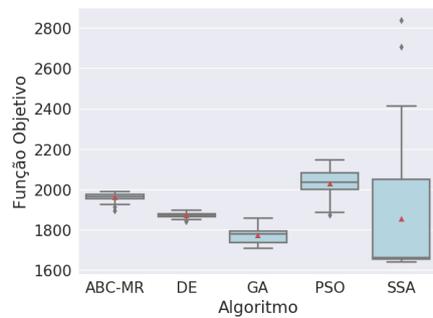
(b) F3



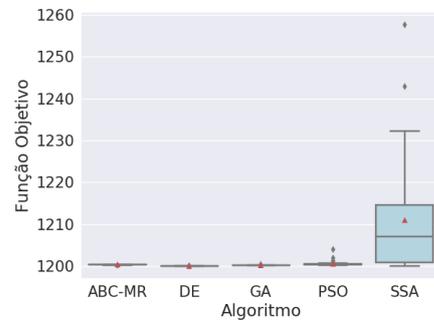
(c) F5



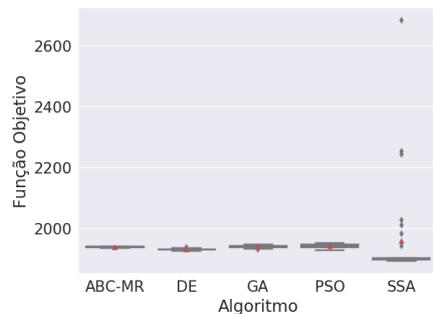
(d) F7



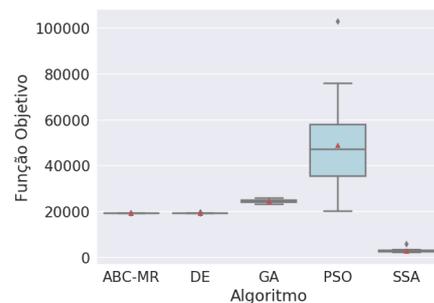
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 8 – Experimento I – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas nas 30 execuções de cada algoritmo. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.

soluções produzidas pelos algoritmos poderiam ser influenciadas por essas características. Possivelmente, o caminho mais natural seria o usuário deduzir que os algoritmos que podem escolher soluções já melhoradas, poderiam ter taxas de convergência mais elevadas e consequentemente produzir soluções melhores. Já os algoritmos que não o fazem, poderiam ter taxas de convergência de valor inferior e consequentemente produzirem soluções de qualidade inferior.

No entanto, no contexto de taxas de convergência dos algoritmos avaliados, apesar da distinção mencionada no parágrafo anterior, entre os gráficos da Figura 9 é possível notar uma similaridade entre eles. No conjunto de problemas, em geral até em torno de 1/20 do total de iterações, todos os algoritmos melhoraram a qualidade das soluções de seus conjuntos com taxas consideravelmente elevadas, resguardadas as diferenças de taxas e de valores de $f_m^r(\mathbf{X})$ entre os algoritmos. Após esta parcela do total de iterações, de modo geral também houve melhorias das soluções dos conjuntos, porém, com taxas reduzidas.

Os tipos de soluções que poderiam ser selecionadas pelos algoritmos para as operações não influenciaram na qualidade dos seus conjuntos. Entre os gráficos da Figura 9, é possível observar que de acordo com o problema, o conjunto de soluções de um determinado algoritmo pode ser qualificado de forma distinta no comparativo com os demais. Por exemplo, o conjunto do GA, que não pode envolver soluções melhoradas nas operações da iteração corrente, foi considerado de qualidade inferior na resolução dos problemas $F1$, $F7$ e $F11$, como demonstram os gráficos das Figuras 9(a), 9(d) e 9(f). Por outro lado, na resolução dos problemas $F3$ e $F5$, como demonstram as Figuras 9(b) e 9(c), o conjunto de soluções do GA se mostrou melhor qualificado durante todo o processo evolutivo. Outro exemplo é o ABC-MR, que pode envolver soluções melhoradas na iteração corrente nas suas operações. Apesar desta característica, de modo geral o ABC-MR produziu conjuntos de soluções de qualidade inferior para o conjunto de problemas, como pode ser observado nos gráficos da Figura 9. Outro algoritmo que pode ser mencionado nesta análise é o SSA, que assim como o GA, não envolve soluções melhoradas na iteração corrente nas suas operações. Todos os gráficos da Figura 9 demonstram que nas iterações iniciais, a convergência do conjunto do SSA é relativamente mais lenta que a dos outros algoritmos. As Figuras 9(a), 9(d), 9(f), 9(g) e 9(h), demonstram que devido a esta característica, o conjunto do SSA inicialmente teve qualidade inferior à de outros algoritmos na resolução de alguns problemas. Ainda assim, até em torno de 1/10 do total de iterações a qualidade do conjunto do SSA supera tais algoritmos. Nesse ponto da execução, a qualidade do conjunto do SSA chega a um nível que o coloca entre os de melhores conjuntos no comparativo. Isto ocorre porque apesar de o SSA iniciar com uma taxa de convergência relativamente menor que a dos outros algoritmos, ele prolonga por mais iterações as suas taxas mais elevadas, como pode ser observado nas Figuras 9(a), 9(d), 9(e), 9(f), 9(g) e 9(h).

A variação da taxa de convergência de um determinado algoritmo evolutivo, assim como a qualidade das suas soluções, pode ter relação com o tamanho do seu conjunto de soluções candidatas. O espalhamento inicial das soluções pelo espaço de busca também pode influenciar na convergência do algoritmo. No entanto, neste experimento esta investigação não foi realizada. O objetivo foi identificar distinção entre os algoritmos mediante uma determinada configuração considerada satisfatória.

A próxima distinção entre os algoritmos aqui considerada é facilmente observada entre os gráficos da Figura 9 e diz respeito à variação do valor $f_m^r(\mathbf{X})$ ao longo das iterações de cada algoritmo. Os gráficos da Figura 9 demonstram que os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ dos algoritmos ABC-MR e GA, variam de forma distinta dos algoritmos DE, PSO e SSA. Entre algumas das iterações do ABC-MR e do GA, os seus respectivos valores $f_m^r(\mathbf{X})$ foram levemente aumentados. Sobre o ABC-MR em particular, as Figuras 9(a), 9(d), 9(e), 9(f) e 9(g) demonstram que na resolução de alguns problemas, principalmente entre as iterações iniciais, a sequência de aumentos do $f_m^r(\mathbf{X})$ tornou a qualidade do seu conjunto inferior, se comparada com iterações anteriores. No caso dos algoritmos DE, PSO e SSA, os gráficos da Figura 9 indicam que a qualidade dos seus conjuntos é mantida ou melhorada ao longo das iterações. Os seus respectivos valores $f_m^r(\mathbf{X})$ variam de forma não crescente, que pode parecer mais natural na resolução de problemas de minimização, ainda que $f_m^r(\mathbf{X})$ seja uma informação do conjunto de soluções.

Algoritmos evolutivos de modo geral devem realizar dois procedimentos durante o processo de busca. Em um deles, conhecido como exploração, o algoritmo deve realizar operações para espalhar soluções pelo domínio do problema. No outro, conhecido como intensificação, o algoritmo deve direcionar a busca para regiões do domínio em que se encontram as melhores soluções do seu conjunto. Porém, existem algoritmos que apesar de realizarem os dois procedimentos, tendem a privilegiar um deles. Esses algoritmos são definidos aqui como exploratórios ou intensificatórios, se privilegiam a exploração ou a intensificação respectivamente. A possível tendência de um determinado algoritmo pode ser identificada com base nas suas operações e operandos nelas envolvidos. Com base nesse critério, entre os algoritmos avaliados, o ABC-MR e o GA são considerados exploratórios, enquanto o DE, o PSO e o SSA são considerados intensificatórios.

Adicionalmente, a variação do valor $f_m^r(\mathbf{X})$ de um determinado algoritmo, ilustrada nos gráficos da Figura 9, pode ser considerada um indicativo de sua tendência exploratória ou intensificatória. A possibilidade de aumento do valor $f_m^r(\mathbf{X})$ entre iterações, indica uma tendência exploratória do algoritmo. Se o algoritmo privilegia a exploração, entre as suas iterações, algumas das soluções do seu conjunto podem assumir qualidade inferior, aumentando o seu $f_m^r(\mathbf{X})$, ainda que o conjunto também tenha soluções de boa qualidade. Por outro lado, a variação não crescente do valor $f_m^r(\mathbf{X})$, indica uma tendência intensificatória do algoritmo. O algoritmo que melhora a qualidade de todas as suas soluções entre

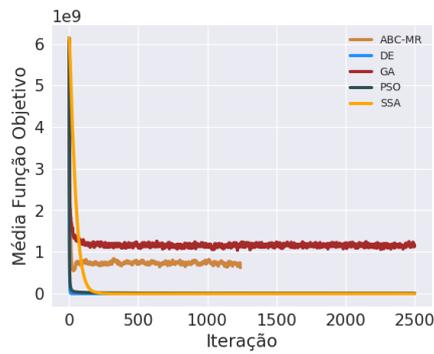
as iterações, possivelmente privilegia regiões de boa qualidade já identificadas do espaço de busca. Neste caso, com base nos gráficos da Figura 9, entre os algoritmos avaliados, os algoritmos ABC-MR e GA são classificados como exploratórios e os algoritmos DE, PSO e SSA são classificados como intensificatórios.

O valor $f_m^r(\mathbf{X})$ é uma informação sobre a qualidade do conjunto de soluções de um algoritmo. Neste caso, a variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ ao longo das iterações do algoritmo, pode ser insuficiente para classificá-lo como exploratório ou intensificatório. É importante haver também uma medida indicativa do espalhamento/dispersão das soluções do conjunto pelo domínio do problema. Neste sentido, a Figura 10 apresenta gráficos em que os eixos verticais demonstram os valores atribuídos à métrica $f_s^r(\mathbf{X})$ ao longo das iterações de cada um dos algoritmos avaliados, indicadas nos respectivos eixos horizontais. Nos gráficos da Figura 10, cada valor $f_s^r(\mathbf{X})$ foi definido através da Equação (4.8).

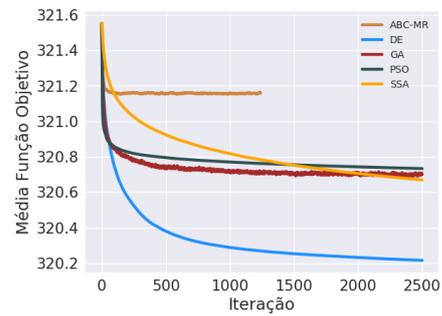
Os gráficos da Figura 10 demonstram que o valor $f_s^r(\mathbf{X})$ de grande parte dos algoritmos avaliados tende a ser reduzido com taxa consideravelmente elevada nas iterações iniciais dos algoritmos. Quanto a esta tendência, a exceção é atribuída ao algoritmo GA, que em alguns casos elevou o seu valor $f_s^r(\mathbf{X})$ desde as primeiras iterações, como pode ser observado nas Figuras 10(b) e 10(c). Na resolução do problema *F1* o algoritmo SSA também teve o seu valor $f_s^r(\mathbf{X})$ aumentado nas iterações iniciais como pode ser observado na Figura 10(a). Porém, foi uma rara ocorrência desse tipo de variação do $f_s^r(\mathbf{X})$ do SSA, como pode ser observando entre os demais gráficos da Figura 10.

Focando a análise nas iterações após a primeira parcela até em torno de 3% do total de iterações, os gráficos da Figura 10 ilustram que de modo geral, os valores $f_s^r(\mathbf{X})$ dos algoritmos ABC-MR e GA são relativamente mais elevados que dos algoritmos DE, PSO e SSA. Neste caso, o ABC-MR e o GA espalharam mais as suas soluções pelo domínio que os algoritmos DE, PSO e SSA. Além disso, a variação do valor $f_s^r(\mathbf{X})$ dos algoritmos ABC-MR e GA é distinta dos outros três. No ABC-MR e no GA, a frequência de aumentos e reduções de $f_s^r(\mathbf{X})$ é maior que nos algoritmos DE, PSO e SSA.

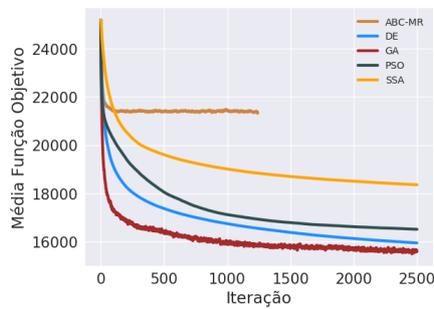
Quanto à intensidade da variação de $f_s^r(\mathbf{X})$ dos algoritmos, não apenas entre uma iteração e outra, mas por exemplo em intervalos de iterações, ela tende a ser maior no algoritmo ABC-MR, como pode ser observado nas Figuras 10(c), 10(d), 10(e), 10(f), 10(g) e 10(h). A variação do valor $f_s^r(\mathbf{X})$ do DE tende a ser quase não crescente, como demonstram todos os gráficos da Figura 10. No SSA, assim como nos algoritmos ABC-MR e GA, ocorreram aumentos e reduções de $f_s^r(\mathbf{X})$, porém com frequência e intensidade bem menores, como exemplificado nas Figuras 10(b) e 10(c). De modo geral, o valor $f_s^r(\mathbf{X})$ do SSA variou de forma quase não crescente, como ocorreu no DE, como ilustram as Figuras 10(a), 10(d), 10(e), 10(f), 10(g) e 10(h). Sobre o PSO, como nos algoritmos DE e SSA, a variação do seu $f_s^r(\mathbf{X})$ foi quase não crescente de modo geral, como pode ser observado nas Figuras 10(a), 10(d), 10(e), 10(f), 10(g) e 10(h). As Figuras 10(b) e 10(c) demonstram



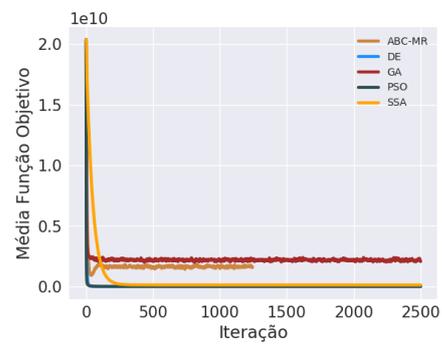
(a) F1



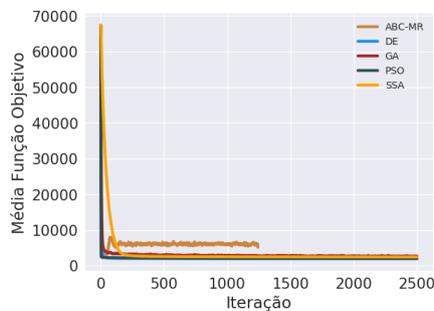
(b) F3



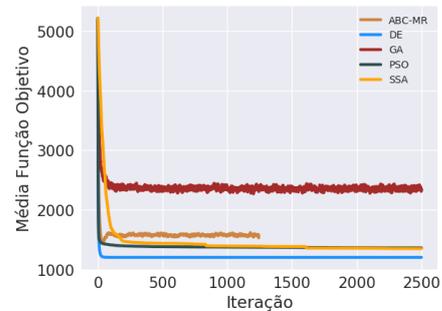
(c) F5



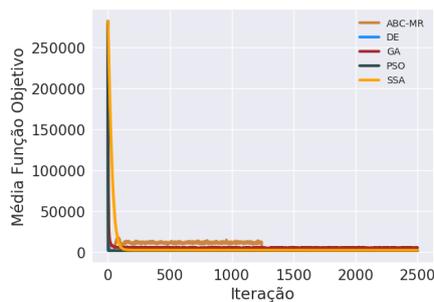
(d) F7



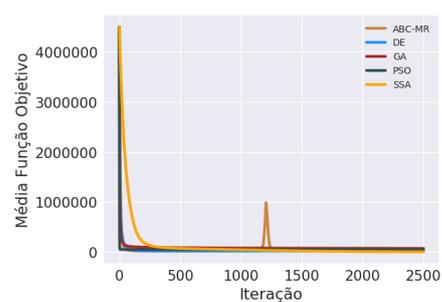
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 9 – Experimento I – Variação da média dos valores de função objetivo do conjunto de soluções ao longo das iterações de cada algoritmo.

que na resolução de alguns problemas, o PSO pode ter duas fases bem definidas quanto ao espalhamento das soluções, uma fase em que o valor $f_s^r(\mathbf{X})$ cresce e outra em que decresce.

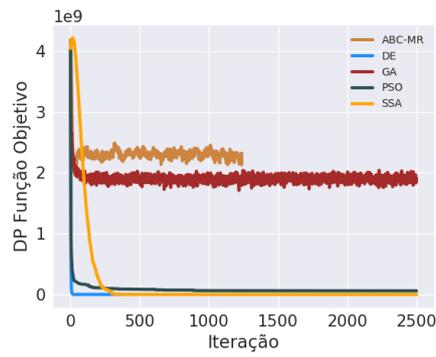
Com base nos valores $f_s^r(\mathbf{X})$ e as suas variações, demonstrados nos gráficos da Figura 10, os algoritmos ABC-MR e GA são classificados como exploratórios e os algoritmos DE, PSO e SSA são classificados como intensificatórios. Essa classificação reforça aquela feita com base nos gráficos da Figura 9.

Se os gráficos de problemas equivalentes das Figuras 10 e 9 forem utilizados para comparar os algoritmos entre si, é possível observar que a variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ não tem relação com a variação de $f_s^r(\mathbf{X})$ necessariamente e vice-versa. Por exemplo, na resolução do problema *F3*, os algoritmos ABC-MR e GA tiveram os seus valores de $f_s^r(\mathbf{X})$ aumentados nas iterações iniciais, enquanto os seus valores $f_m^r(\mathbf{X})$ foram reduzidos no mesmo intervalo, como pode ser observando nas Figuras 10(b) e 9(b) respectivamente. Na Figura 10(b) também é possível observar que a faixa de valores de $f_s^r(\mathbf{X})$ do GA é a mais elevada de todas. Contrariamente, a Figura 9(b) demonstra que a faixa de valores de $f_m^r(\mathbf{X})$ do GA foi uma das menores entre os algoritmos avaliados. Também na resolução do problema *F3*, a variação de $f_s^r(\mathbf{X})$ do PSO foi não decrescente ao longo de em torno de 90% do total de iterações. Ainda assim, o seu valor $f_m^r(\mathbf{X})$ variou de forma não crescente durante todo o processo evolutivo. Nas Figuras 10(c) e 9(c) é possível observar que a condição do GA foi repetida na resolução do problema *F5*. Também na resolução do problema *F5*, no mesmo intervalo de iterações em que o $f_s^r(\mathbf{X})$ do PSO teve variação não decrescente, a ponto de assumir a segunda maior faixa de valores, o seu $f_m^r(\mathbf{X})$ variou de forma não crescente.

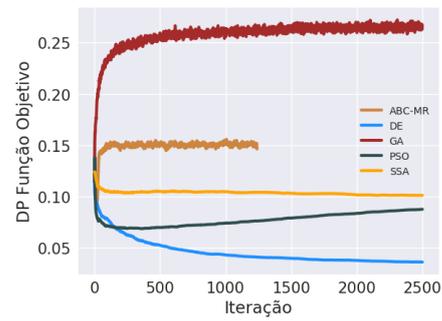
Os gráficos da Figura 11 cruzam os valores dos gráficos da Figura 10 com os valores dos gráficos de problemas equivalentes da Figura 9, indicados nos eixos horizontais e verticais respectivamente. Neste caso, nos gráficos a curva de cada algoritmo é produzida por pontos na forma $(f_s^r(\mathbf{X}), f_m^r(\mathbf{X}))$. Todas as curvas têm o mesmo ponto $(f_s^r(\mathbf{X}), f_m^r(\mathbf{X}))$ inicial devido ao fato de ter sido utilizado o mesmo conjunto de soluções inicial.

Os gráficos da Figura 11 reforçam que a variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ não tem relação com a variação de $f_s^r(\mathbf{X})$ necessariamente, como já comentado. Nas Figuras 11(b) e 11(c), à medida que os valores $f_s^r(\mathbf{X})$ dos algoritmos DE e SSA foram levemente aumentados e reduzidos, os seus valores $f_m^r(\mathbf{X})$ mantiveram variação não crescente. Estes mesmos gráficos também demonstram que apesar de os valores $f_s^r(\mathbf{X})$ do PSO terem sido aumentados e reduzidos com intensidades consideravelmente elevadas, a variação dos seus valores $f_m^r(\mathbf{X})$ foi mantida não crescente.

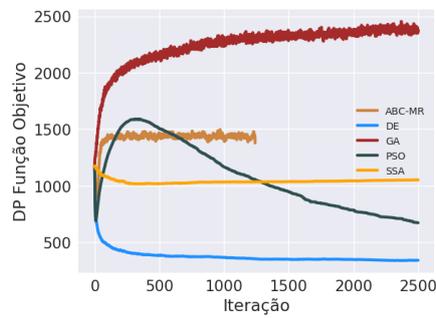
Nos gráficos da Figura 11, com exceção dos gráficos das Figuras 11(b) e 11(c), é possível observar que os algoritmos DE e PSO tendem a manter ou reduzir os seus valores $f_m^r(\mathbf{X})$ à medida que os seus valores $f_s^r(\mathbf{X})$ também não crescem. Essa tendência também se aplica ao SSA, mas neste caso a exceção também ocorreu na resolução do problema *F1*, com o aumento do seu $f_s^r(\mathbf{X})$ e redução do $f_m^r(\mathbf{X})$ inicialmente, como pode ser observado



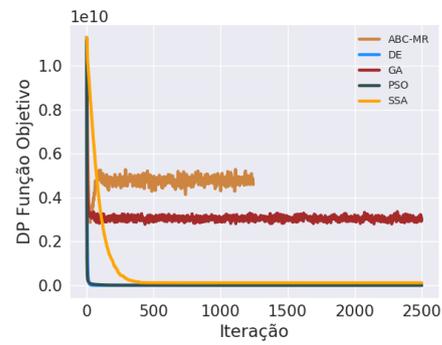
(a) F1



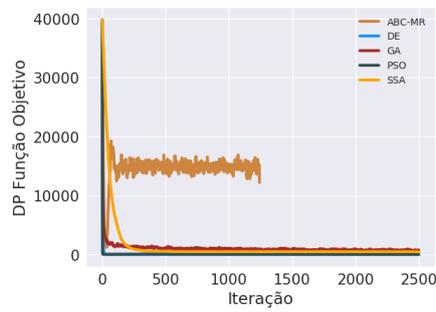
(b) F3



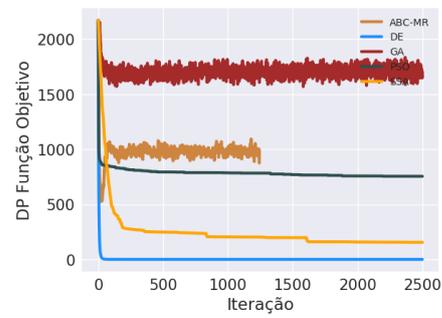
(c) F5



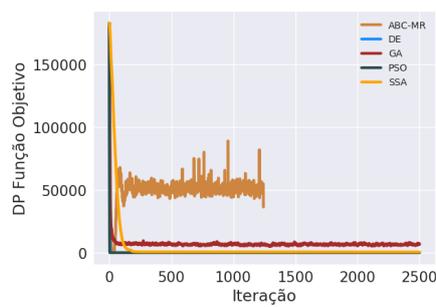
(d) F7



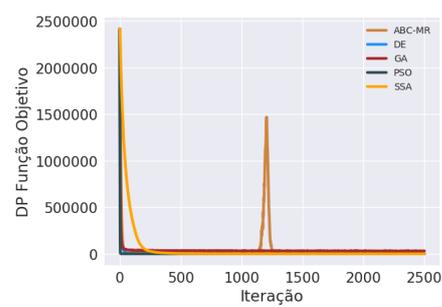
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 10 – Experimento I – Variação do desvio padrão (DP nos gráficos) dos valores de função objetivo do conjunto de soluções ao longo das iterações de cada algoritmo.

na Figura 11(a).

Os gráficos da Figura 11 esclarecem mais uma vez que entre os algoritmos avaliados, o ABC-MR e o GA são os mais propensos a variarem os seus valores $f_s^r(\mathbf{X})$ de forma mais intensa. Mas os gráficos da Figura 11 demonstram uma informação adicional sobre estes dois algoritmos. Na resolução de alguns dos problemas, à medida que os seus valores $f_s^r(\mathbf{X})$ variaram, houve piora da qualidade dos respectivos conjuntos, já que os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ aumentaram, como pode ser observado nas Figuras 11(a), 11(d), 11(e), 11(f), 11(g) e 11(h). No caso do ABC-MR, os gráficos ilustram que a qualidade do conjunto piorou consideravelmente quando as suas soluções estavam sendo espalhadas pelo domínio, ou seja, quando $f_s^r(\mathbf{X})$ estava aumentando, como pode ser observado nas Figuras 11(d), 11(e), 11(f), 11(g) e 11(h).

O conjunto de gráficos da Figura 11 pode ser considerado como um recurso para classificar algoritmos evolutivos como exploratórios ou intensificatórios. Neste caso, a classificação pode ser baseada em um critério a ser aplicado sobre os dados dos gráficos. Considerando um problema de minimização, um algoritmo será classificado como intensificatório se o seu valor $f_m^r(\mathbf{X})$ é mantido ou reduzido à medida que o seu valor $f_s^r(\mathbf{X})$ é reduzido ou aumentado levemente e/ou esporadicamente. Por outro lado, um algoritmo será classificado como exploratório se o seu valor $f_m^r(\mathbf{X})$ está sujeito a aumentos à medida que o seu valor $f_s^r(\mathbf{X})$ aumenta ou reduz frequentemente e intensamente. Nestas condições, com base nos gráficos da Figura 11, os algoritmos ABC-MR e GA são classificados como exploratórios e os algoritmos DE, PSO e SSA são classificados como intensificatórios mais uma vez.

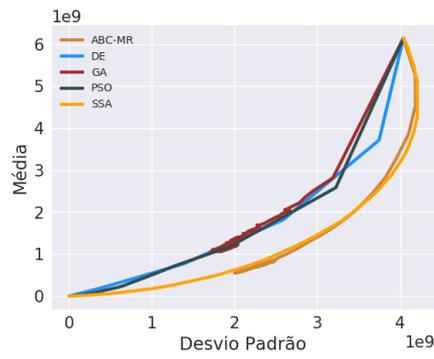
Este experimento demonstrou que os algoritmos avaliados são distintos entre si sob diferentes aspectos. Também foi possível observar que existem similaridades entre os algoritmos avaliados. Porém, as similaridades entre algoritmos em alguns aspectos não implicaram em similaridades em outros aspectos, o que reforça a distinção do conjunto de algoritmos. Este experimento demonstrou o quanto pode ser difícil para o usuário escolher um único algoritmo populacional evolutivo para resolver um problema de otimização.

4.2.2 Experimento II – Avaliação inicial do Modelo de Ilhas Estigmérgico

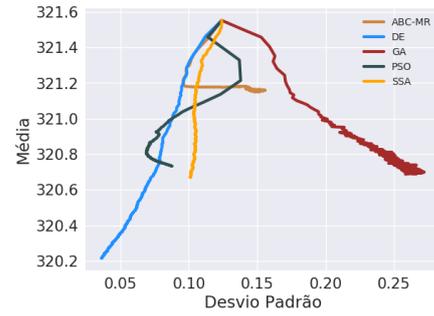
4.2.2.1 Descrição

Esta seção apresenta o experimento identificado neste trabalho como Experimento II, realizado com o objetivo de obter e analisar as primeiras informações de desempenho e comportamentais sobre o Stgm-IM, descrito no Capítulo 3. A análise foi baseada na identificação de características de desempenho e comportamentais do modelo. Entre essas duas, a avaliação priorizou o estudo das características comportamentais do Stgm-IM.

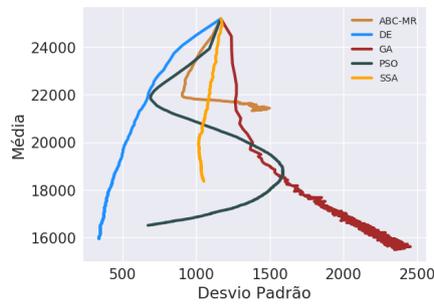
Para o experimento foi implementado um Stgm-IM composto por 5 ilhas. Em



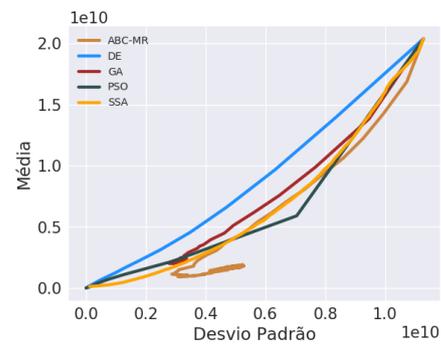
(a) F1



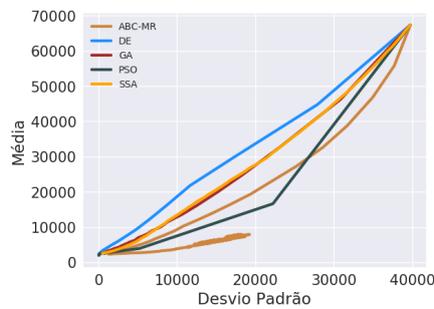
(b) F3



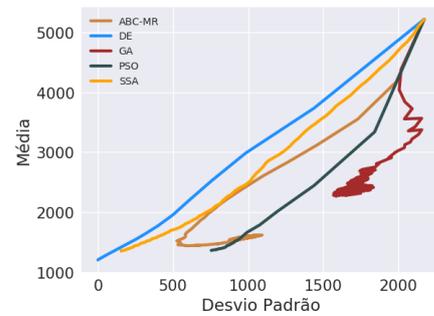
(c) F5



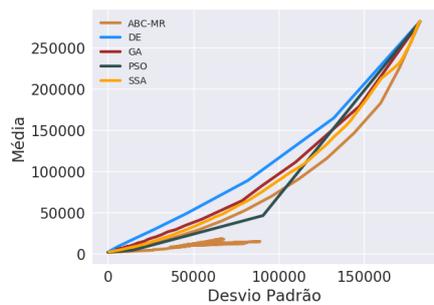
(d) F7



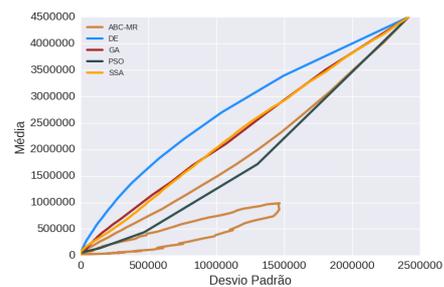
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 11 – Experimento I – Variação Desvio Padrão \times Média dos valores de função objetivo do conjunto de soluções de cada algoritmo.

cada ilha foi aplicado um dos algoritmos descritos entre as Seções 2.1.1 e 2.1.5 e avaliados no Experimento I, descrito na Seção 4.2.1. Quanto aos parâmetros de cada algoritmo, foram mantidas as configurações utilizadas no Experimento I, apresentadas na Seção 4.2.1.1. Alguns parâmetros são comuns a todos os algoritmos evolutivos, um deles é o número de soluções no conjunto de cada um deles. O tamanho do conjunto de soluções candidatas foi mantido em 200, como definido para cada algoritmo no Experimento I. Neste experimento este valor é referente ao conjunto do Stgm-IM. Neste caso, o conjunto inicial de 200 soluções produzidas aleatoriamente, foi dividido igualmente entre as 5 ilhas. Desta forma, cada ilha ficou com um conjunto inicial composto por 40 soluções. O tamanho do conjunto de cada ilha poderia ser alterado durante a execução do Stgm-IM por conta da sua natureza dinâmica adaptativa que envolve a distribuição das soluções entre as ilhas. Outro parâmetro comum a todos os algoritmos das ilhas é o MAX_{iter} , que corresponde ao total de iterações a serem executadas. Para este parâmetro foi mantido o valor 2500, também definido para o Experimento I. Porém, no caso do Stgm-IM, as iterações foram divididas entre os processos de migração.

Quanto aos parâmetros do Stgm-IM, para aqueles que são comuns a qualquer IM, foram definidos valores comumente utilizados na literatura, como seguem: (i) Taxa de migração (ξ): 10% da população de cada ilha; (ii) Frequência de migração (F_{mig}): 50 – Como resultado, $T_{iter} = 50$, ou seja, as ilhas migraram soluções a cada 50 (2500/50) iterações de seus algoritmos; (iii) Topologia inicial: Totalmente conectada; (iv) Seleção de soluções emigrantes: Aleatória. Quanto aos parâmetros específicos do Stgm-IM, os valores definidos foram: (i) c : 10^{-4} ; (ii) ρ : 0.1; (iii) α : 1; (iv) β : 1.

O Stgm-IM foi submetido à resolução do conjunto de problemas descrito na Seção 4.1.2. Assim como no Experimento I, foi definida a dimensão $D = 50$ para todos os problemas. Com estas configurações, o custo computacional foi mantido em $MFE = 500000$ (200×2500), como definido em [108] para a dimensão $D = 50$. Devido ao fato de o tamanho do conjunto de cada ilha poder ser alterado por efeito das migrações, para garantir o custo computacional programado, após cada migração o MFE de cada ilha foi atualizado. Neste caso, antes de iniciar cada execução do algoritmo de cada ilha entre as migrações, o seu MFE atual foi definido na forma $MFE = NS \times T_{iter}$, onde NS é o total de soluções da ilha e T_{iter} é dado pela Equação (2.15), onde $MAX_{iter} = 2500$ e $F_{mig} = 50$. Nestas condições, neste experimento $T_{iter} = 50$.

Para cada um dos problemas foram realizadas 30 execuções independentes do Stgm-IM. Os resultados são apresentados e comentados na Seção 4.2.2.2.

4.2.2.2 Resultados

O primeiro aspecto considerado na avaliação do Stgm-IM neste experimento foi o seu desempenho. A primeira informação considerada foi a qualidade da solução por

ele produzida. Foi investigado se o Stgm-IM é capaz de melhorar a solução produzida pelos algoritmos aplicados em suas ilhas. Esta capacidade é uma característica do IM de modo geral. Neste caso, a solução produzida pelo Stgm-IM foi comparada às soluções produzidas pelos 5 algoritmos aplicados em suas ilhas. Para tal, foram consideradas as soluções produzidas por cada um dos algoritmos aplicados nas ilhas do Stgm-IM, nas suas execuções realizadas para o Experimento I (Seção 4.2.1).

A Figura 12 apresenta a distribuição dos valores de função objetivo das soluções ótimas obtidas pelo Stgm-IM e cada um dos 5 algoritmos, para alguns dos problemas. Não foram incluídos os gráficos de todos os problemas na Figura 12 por questões de espaço, organização e qualidade das imagens. São apresentados os gráficos dos problemas F_i , onde $i \in [1, 15]$, tal que i é ímpar.

Entre os gráficos da Figura 12, considerando os menores valores e as métricas média, mediana e desvio padrão das distribuições, é possível observar que o Stgm-IM produz soluções de boa qualidade. De modo geral, o conjunto de soluções produzidas pelo Stgm-IM tem qualidade superior às dos algoritmos individuais com intensidades distintas. Os algoritmos DE, GA e SSA foram os que produziram soluções de qualidade próxima às do Stgm-IM, como pode ser observado de forma mais clara nas Figuras 12(a), 12(b), 12(c), 12(e) e 12(g). Adicionalmente, a distribuição do Stgm-IM é similar à distribuição de pelo menos um desses três algoritmos, como exemplificado nas Figuras 12(a) e 12(b).

O bom desempenho do Stgm-IM, principalmente quanto à sua robustez/capacidade para melhorar as soluções que seriam produzidas pelos algoritmos aplicados nas suas ilhas, é reafirmado com os gráficos das Figuras 12(b) e 12(f). A diferença entre os valores das distribuições nesses gráficos, principalmente da Figura 12(b), é relativamente pequena se comparada com os outros gráficos. Ainda assim, as distribuições do Stgm-IM apresentam valores consideravelmente melhores que as distribuições de 4 dos 5 algoritmos. Para melhor demonstração desta informação, a Figura 13 apresenta as mesmas distribuições da Figura 12(f), exceto do algoritmo SSA, que influenciou fortemente na produção do gráfico da Figura 12(f).

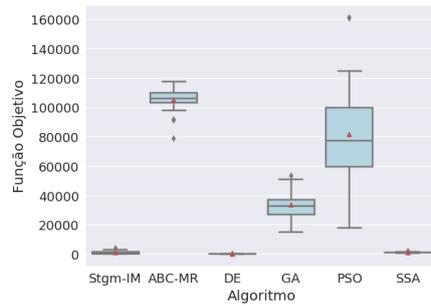
Considerando o SSA em particular nesta análise, na resolução do problema F_{15} , a qualidade das soluções produzidas por este algoritmo foi superior às de todos os outros, inclusive o Stgm-IM. Na avaliação do SSA feita em [48], foi ressaltado o bom desempenho deste algoritmo na resolução de problemas classificados como Funções Híbridas. O problema F_{15} está no grupo de Funções Compostas, como mencionado na Seção 4.1.2. Porém, problemas desse grupo, assim como as Funções Híbridas, agrupam funções objetivo. Neste caso, o motivo relatado em [48] é aplicável aqui. Quanto à presença deste algoritmo no Stgm-IM, a princípio, na resolução do problema F_{15} , a configuração do modelo aqui avaliada não explorou os recursos do SSA quanto deveria, por exemplo direcionando mais soluções para a sua ilha que para as outras. Contudo, entre os algoritmos considerados

neste trabalho, como já comentado na Seção 4.2.1.2, o SSA foi um dos que produziu resultados mais distintos entre as suas execuções. Considera-se aqui que esta característica sobrepõe o seu desempenho superior em problemas isolados como foi o caso do $F15$. Desta forma, no contexto geral do experimento, é melhor utilizar os recursos do SSA no Stgm-IM que executá-lo isoladamente.

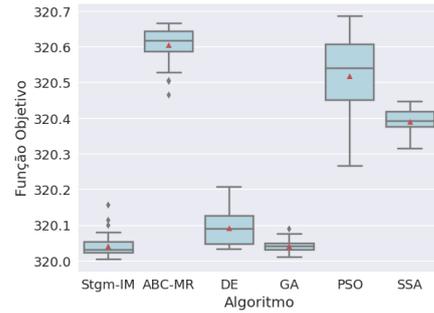
A solução ótima do Stgm-IM é a melhor solução de uma das suas ilhas ao final da execução. Tal ilha é aquela cuja solução ótima é a melhor no conjunto de soluções ótimas de todas ilhas. Independente de qual seja essa ilha, por ela ter produzido a melhor solução, é possível que a convergência do seu algoritmo tenha sido a única a ter sido beneficiada ao ser introduzido no Stgm-IM. É necessário conhecer o impacto causado pelo Stgm-IM na convergência de cada algoritmo incluído na sua implementação. A Figura 14 apresenta lado a lado as distribuições dos valores $f_m^r(\mathbf{X})$ de cada algoritmo, quando executado isoladamente e em uma ilha do Stgm-IM respectivamente, para a resolução de alguns dos problemas. Os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ de cada algoritmo, referentes à sua inclusão no Stgm-IM, foram obtidos antes de cada migração, ou seja, após cada execução de T_{iter} iterações. Os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ referentes às execuções isoladas de cada algoritmo foram obtidos a cada iteração.

Nos gráficos da Figura 14, os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ de cada algoritmo, referentes às suas execuções isoladas, são aqueles obtidos a partir da iteração T_{iter} . Este foi o total de iterações executadas em cada ilha do Stgm-IM para que o primeiro $f_m^r(\mathbf{X})$ de cada ilha pudesse ser obtido. O número mínimo de iteração para comparação foi definido com o objetivo de que os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ dos algoritmos nos gráficos da Figura 14 fossem o mais equivalentes possível quanto ao andamento de execução de cada algoritmo. Outra informação importante sobre a obtenção de cada $f_m^r(\mathbf{X})$ de cada algoritmo é o tamanho do conjunto de soluções \mathbf{X} . O tamanho de \mathbf{X} de cada algoritmo nas suas execuções isoladas foi mantido 200. No Stgm-IM, além de o valor deste parâmetro poder ser alterado em cada ilha ao longo da execução do modelo, ele certamente é menor que 200, que é o tamanho do conjunto do modelo. A certeza se deve ao fato de que apesar da possibilidade de exclusão de ilhas no Stgm-IM, serão mantidas pelo menos duas delas até o final da sua execução, como comentado na Seção 3.2. Neste caso, as 200 soluções do Stgm-IM são distribuídas entre as ilhas restantes no caso de haver exclusão.

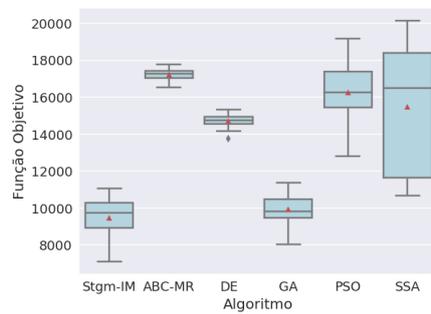
Os gráficos da Figura 14 demonstram que de modo geral todos os algoritmos tiveram as suas convergências beneficiadas por terem sido incluídos no Stgm-IM. Nos gráficos da Figura 14, considerando por exemplo as diferenças dos valores da métrica mediana entre os pares de distribuições de cada algoritmo, é possível observar que são muitas as ocorrências de melhoria da qualidade dos conjuntos, ainda que com intensidades diferentes. Esta tendência do Stgm-IM é uma característica muito positiva, pois indica a robustez para produzir boas soluções. Também houve casos em que a qualidade do conjunto do



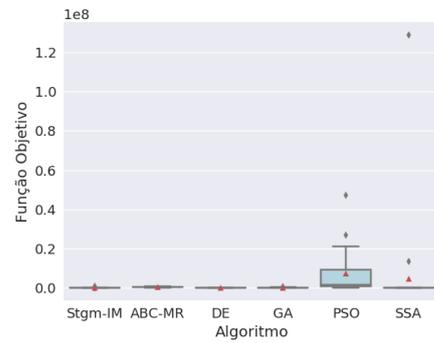
(a) F1



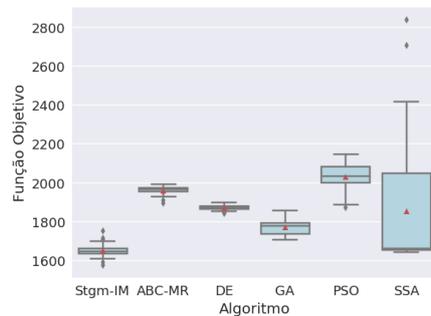
(b) F3



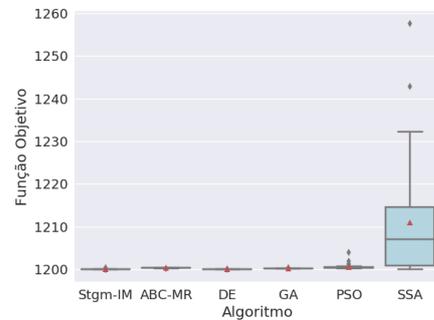
(c) F5



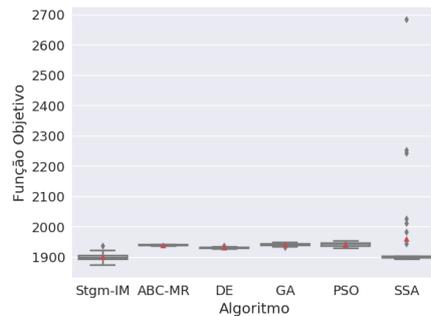
(d) F7



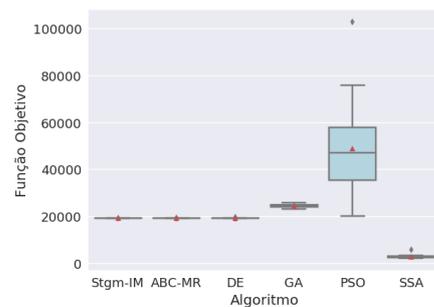
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 12 – Experimento II – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas nas 30 execuções do Stgm-IM e cada algoritmo para alguns dos problemas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.

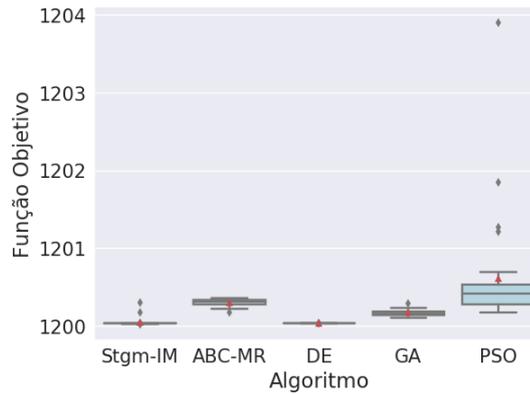


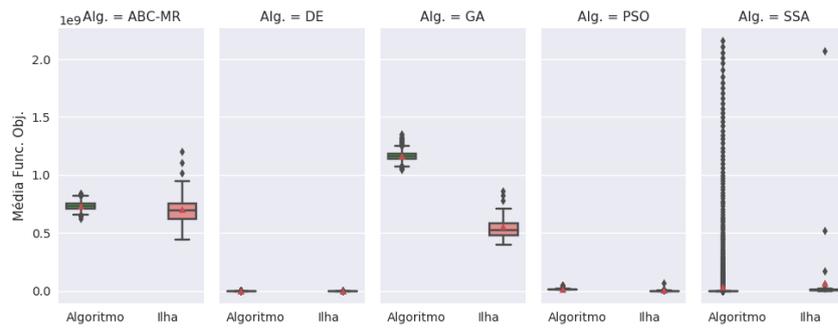
Figura 13 – Experimento II – Distribuições dos valores de função objetivo das melhores soluções obtidas para o problema $F11$ nas 30 execuções do Stgm-IM e dos algoritmos avaliados, exceto o SSA. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.

algoritmo piorou por ter sido incluído no Stgm-IM. Entre os algoritmos considerados, este fato ocorreu principalmente com o ABC-MR, como pode ser observado nas Figuras 14(a), 14(c) e 14(d). Não é possível dizer que este evento está relacionado ao fato de este algoritmo ser exploratório. O mesmo não ocorreu com o GA, que também foi classificado como exploratório na Seção 4.2.1.2.

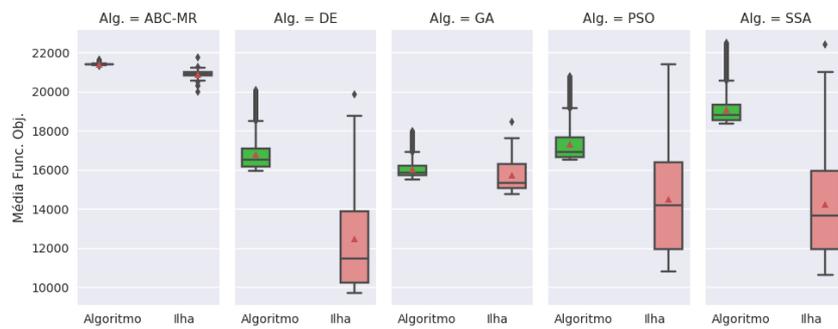
Adicionalmente, os gráficos das Figuras 14(a) e 14(b), indicam que os maiores $f_m^r(\mathbf{X})$ dos algoritmos ABC-MR e PSO, na resolução dos problemas $F1$ e $F5$ respectivamente, pioraram no Stgm-IM. Mas ainda assim, comparando os valores da métrica mediana entre os pares de distribuição dos respectivos algoritmos, as suas convergências foram beneficiadas no Stgm-IM. Este mesmo efeito ocorreu com o algoritmo GA na resolução do problema $F5$, como pode ser observado na Figura 14(b). Na resolução dos problemas $F9$ e $F13$, o mesmo efeito ocorreu com os algoritmos PSO e SSA respectivamente, como pode ser observado nas Figuras 14(c) e 14(d).

O Stgm-IM também poderia causar efeito na distribuição do conjunto de soluções candidatas durante a execução de cada algoritmo pelo domínio de cada problema, se comparado com a sua execução isolada. A Figura 15 apresenta lado a lado as distribuições dos valores $f_s^r(\mathbf{X})$ de cada algoritmo, quando executado isoladamente e em uma ilha do Stgm-IM respectivamente, para a resolução de alguns dos problemas. Os valores $f_s^r(\mathbf{X})$ de cada algoritmo, referentes à sua inclusão no modelo, foram obtidos antes de cada migração, após cada execução de T_{iter} iterações. Os valores $f_s^r(\mathbf{X})$ referentes às execuções isoladas de cada algoritmo foram obtidos a cada iteração.

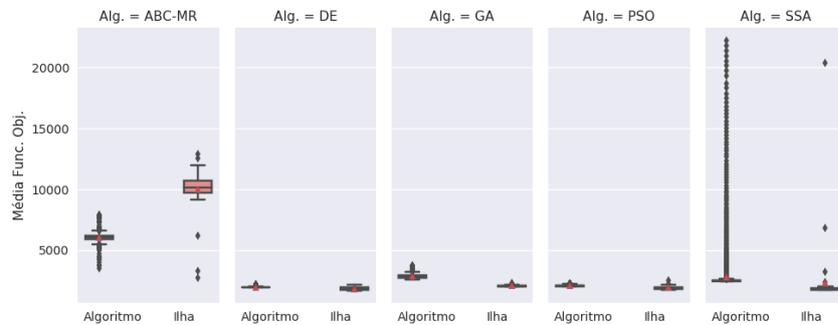
Nos gráficos da Figura 15, os valores $f_s^r(\mathbf{X})$ de cada algoritmo, referentes às suas execuções isoladas, foram obtidos a partir da iteração T_{iter} . Este foi o total de iterações executadas em cada ilha do Stgm-IM para que o primeiro $f_s^r(\mathbf{X})$ de cada ilha pudesse ser obtido. Outra informação sobre a obtenção de cada $f_s^r(\mathbf{X})$ é que o tamanho de \mathbf{X} de cada algoritmo nas suas execuções isoladas foi mantido 200. No Stgm-IM, além de o



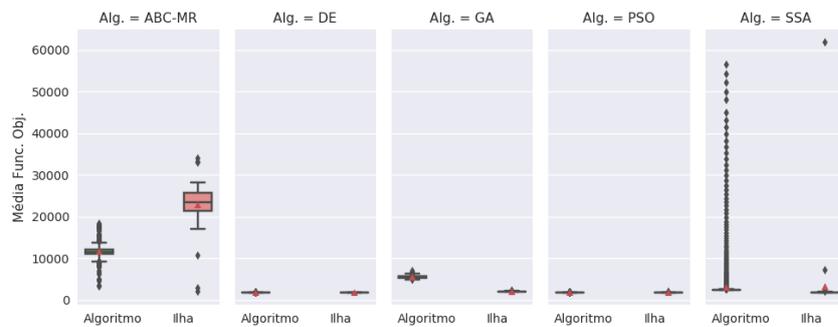
(a) F1



(b) F5



(c) F9



(d) F13

Figura 14 – Experimento II – Comparação das distribuições dos valores médios de função objetivo do conjunto de soluções nas 30 execuções de cada algoritmo isoladamente e no Stgm-IM para resolução de alguns dos problemas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores e Func. Obj. = Função Objetivo.

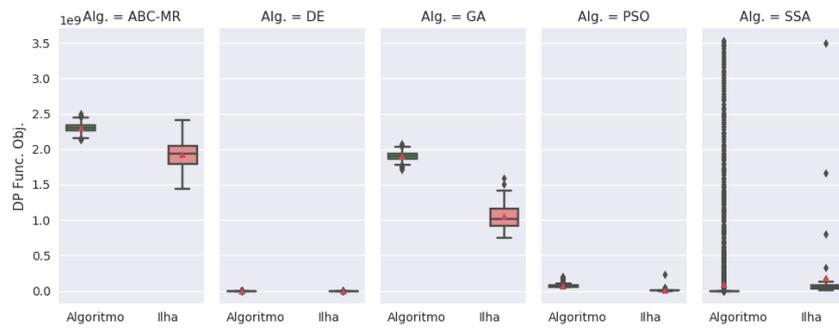
valor deste parâmetro poder ser alterado em cada ilha ao longo da execução do modelo, ele certamente é menor que 200, que é o tamanho do conjunto do modelo. Apesar da possibilidade de exclusão de ilhas no Stgm-IM, serão mantidas pelo menos duas delas até o final da sua execução como comentado no Capítulo 3, o que faz com que as suas soluções sejam divididas entre as ilhas restantes.

Os gráficos da Figura 15 demonstram que alguns algoritmos podem ter alguma tendência quanto ao impacto na distribuição das suas soluções pelo domínio, ao serem incluídos no Stgm-IM. No experimento realizado, este foi o caso apenas do GA, que teve a dispersão do seu conjunto reduzida na resolução de todos os problemas, como pode ser observado ao comparar os valores da métrica mediana nos pares de distribuição referentes a este algoritmo em todos os gráficos da Figura 15. De forma geral não se pode dizer que o Stgm-IM tende a aumentar ou diminuir a dispersão das soluções de cada ilha pelo domínio.

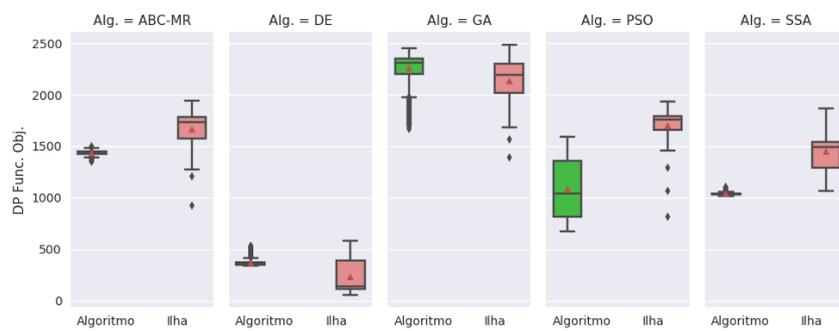
A distinção de desempenho global da configuração do Stgm-IM avaliada neste experimento para os respectivos algoritmos aplicados em suas ilhas executados individualmente é ilustrada nas Figuras 16 e 17. Tais figuras apresentam os Perfis de Desempenho t_{ME} e t_{mi} respectivamente.

As Figuras 16(a) e 17(a) demonstram que tanto no Perfil de Desempenho t_{ME} quanto no t_{mi} , o desempenho do Stgm-IM no conjunto de problemas completo foi superior aos dos algoritmos ABC-MR, GA, PSO e SSA (80% do total de algoritmos), se executados isoladamente. Quanto ao DE, a Figura 16(b) demonstra que no Perfil de Desempenho t_{ME} , esse algoritmo executado isoladamente teve desempenho superior ao do Stgm-IM aqui avaliado. No entanto, a Figura 17(b), demonstra que no Perfil de Desempenho t_{mi} , o desempenho do Stgm-IM foi superior ao do DE. A Figura 17(b) demonstra que no conjunto de problemas, o Stgm-IM foi capaz de produzir soluções em torno de 30% melhores que as soluções do DE, algoritmo que produziu os melhores resultados isoladamente. Considerando a distinção de desempenho entre o DE e o Stgm-IM nos gráficos das Figuras 16(b) e 17(b) e a medida de desempenho utilizada no Perfil de Desempenho t_{ME} , ainda que a configuração do Stgm-IM avaliada neste experimento tenha produzido soluções ótimas melhores que o DE, como indica a Figura 17(b), as suas soluções foram mais distintas que deste algoritmo, segundo o Perfil de Desempenho t_{ME} .

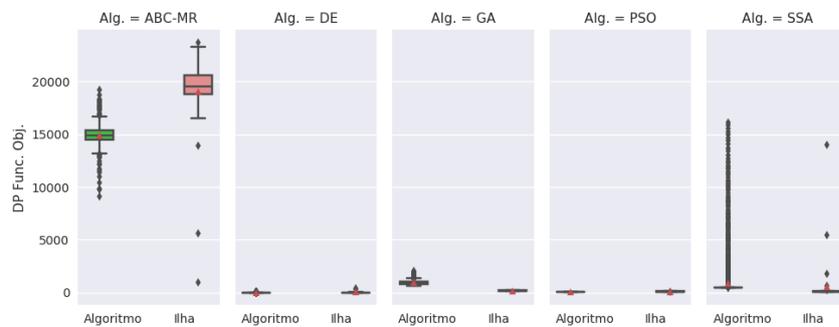
As Figuras 16(b) e 17(b) demonstram também que o algoritmo SSA também apresentou bom desempenho no conjunto de problemas. O desempenho do SSA foi superior ao do Stgm-IM sob alguns valores de τ como demonstra a Figura 16(b). Apesar do bom desempenho do SSA e do DE no Perfil de Desempenho t_{ME} , a Figura 17(b) demonstra que no Perfil de Desempenho t_{mi} , nenhum desses dois algoritmos superaram o Stgm-IM no conjunto de problemas. A Figura 16(c) ilustra que no Perfil de Desempenho t_{ME} , o Stgm-IM e o DE produziram os melhores conjuntos de soluções para o mesmo



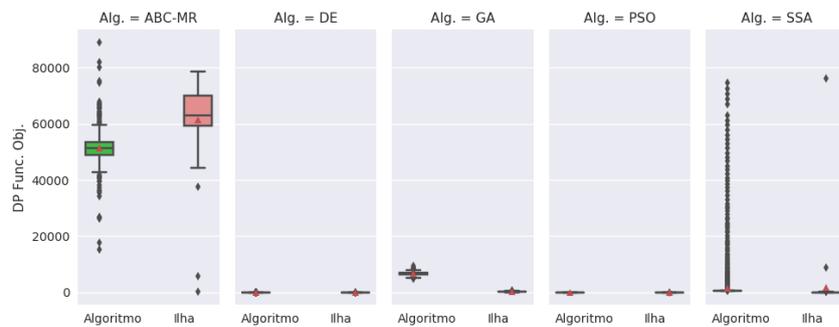
(a) F1



(b) F5

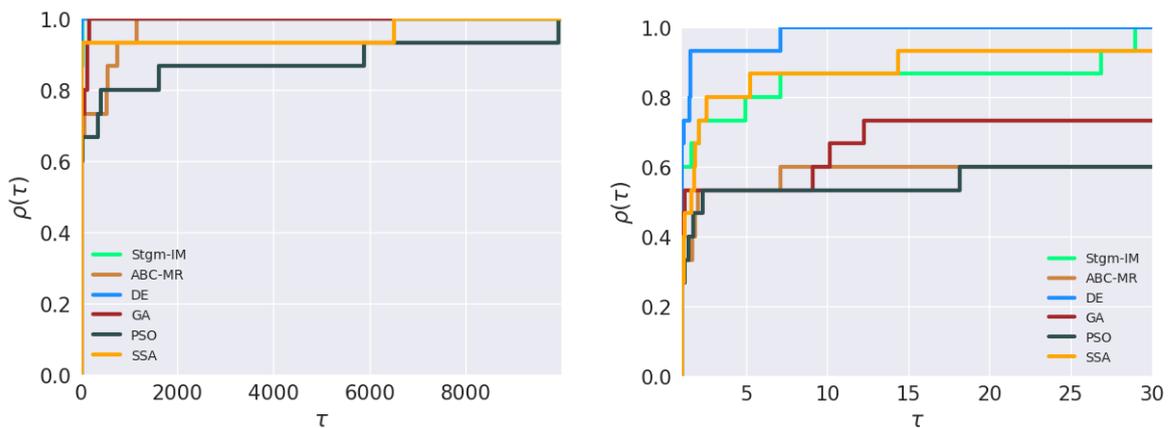


(c) F9

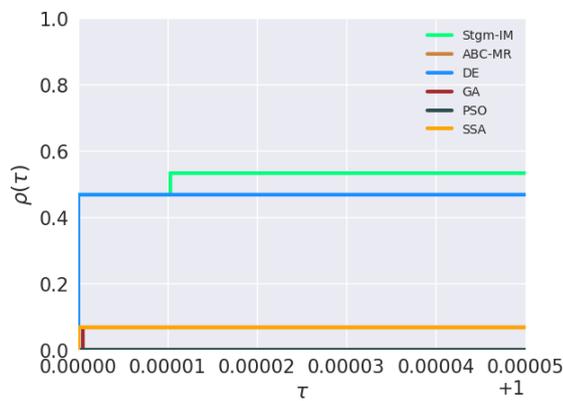


(d) F13

Figura 15 – Experimento II – Comparação das distribuições de desvio padrão dos valores de função objetivo do conjunto de soluções nas 30 execuções de cada algoritmo isoladamente e no Stgm-IM para resolução de alguns dos problemas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores e Func. Obj. = Função Objetivo.



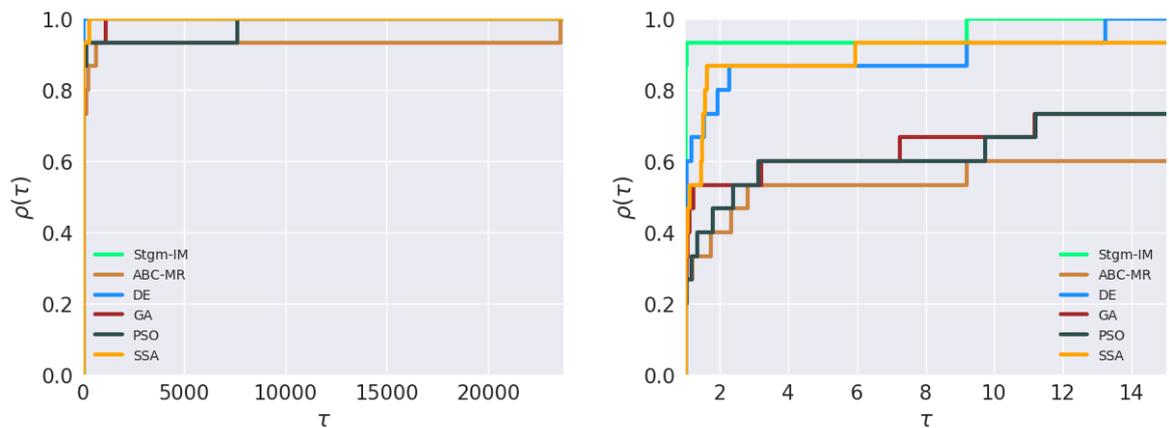
(a) Perfil de Desempenho

(b) Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ (c) Zoom $\rho(\tau) \mid \tau = 1$ Figura 16 – Experimento II – Perfil de Desempenho t_{ME} .

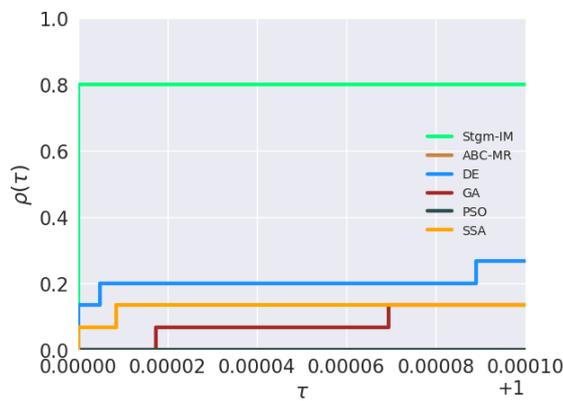
número de problemas (em torno de 55% do total). Porém, a Figura 17(c) demonstra que o Stgm-IM apresentou o melhor desempenho no Perfil de Desempenho t_{mi} , ao produzir a melhor solução para 80% do total de problemas, seguido pelos algoritmos DE (15%) e SSA (5%).

Além da qualidade da solução produzida pelo Stgm-IM, também foi considerado na avaliação do seu desempenho, a sua capacidade de promover *speedup* à execução dos algoritmos envolvidos na sua implementação. A Figura 18 apresenta *boxplots* das distribuições dos tempos das 30 execuções do Stgm-IM e de cada algoritmo utilizado para a sua implementação quando executado isoladamente, para a resolução de alguns dos problemas.

Os gráficos da Figura 18 demonstram que o tempo requerido para a resolução de todos os problemas foi reduzido com a execução do Stgm-IM. O tempo de execução do Stgm-IM depende do tempo de execução do seu algoritmo mais lento. Entre os algoritmos



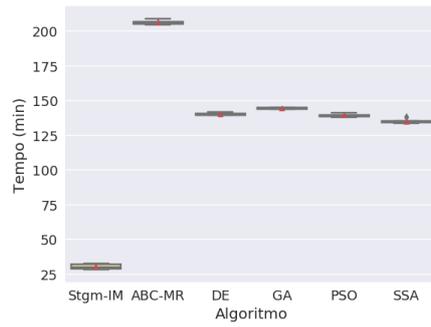
(a) Perfil de Desempenho

(b) Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ (c) Zoom $\rho(\tau) \mid \tau = 1$ Figura 17 – Experimento II – Perfil de Desempenho t_{mi} .

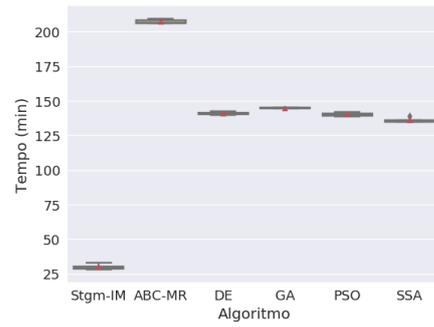
utilizados neste experimento, o ABC-MR foi o que consumiu mais tempo para resolver todos os problemas segundo os gráficos da Figura 18. Esta informação indica que o ABC-MR pode ter sido um dos algoritmos que mais influenciou no tempo de execução do Stgm-IM. Isto é só uma possibilidade porque o número de soluções direcionadas para cada ilha também pode influenciar fortemente no tempo de execução do algoritmo de cada uma delas. Algoritmos aplicados em ilhas populosas podem ter execução mais lenta que algoritmos de ilhas pouco populosas. O *speedup* também pode depender do recurso de computação paralela aplicado na implementação do Stgm-IM, além da forma que tal tecnologia é utilizada, mas este tipo de avaliação não foi considerada neste trabalho.

A Tabela 1 apresenta de forma mais precisa o valor Spd_{IM} obtido na resolução dos mesmos problemas considerados na Figura 18. Os valores da Tabela 1 indicam que o Stgm-IM é capaz de proporcionar pelo menos *speedup* linear.

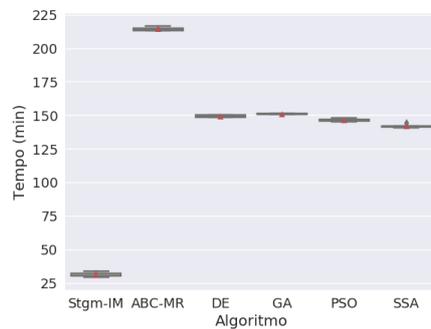
As características de desempenho de qualquer algoritmo/método evolutivo são sem-



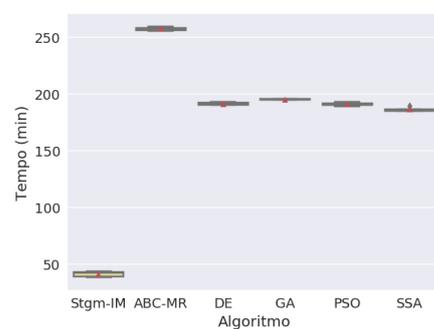
(a) F1



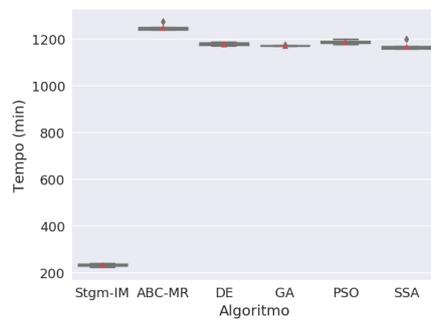
(b) F3



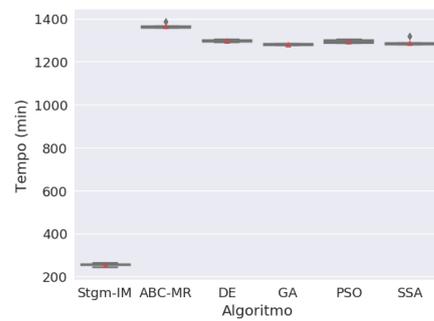
(c) F5



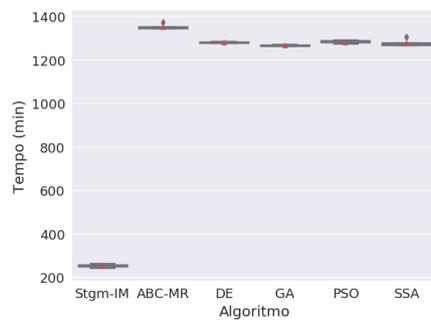
(d) F7



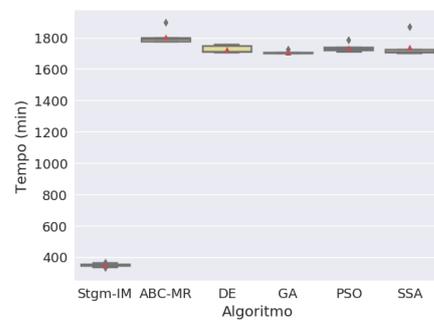
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 18 – Experimento II – Distribuições dos tempos das 30 execuções do Stgm-IM e de cada algoritmo para a resolução de alguns dos problemas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.

Tabela 1 – Experimento II – *Speedup* médio proporcionado pelo Stgm-IM para a resolução de alguns dos problemas.

	F1	F3	F5	F7	F9	F11	F13	F15
<i>Speedup</i>	5.0662	5.1905	5.1539	4.9488	5.1634	5.1425	5.1411	5.0361

pre consideradas na sua avaliação. No caso de estratégias dinâmicas e/ou adaptativas, como é o caso do Stgm-IM, é essencial avaliar algumas de suas características comportamentais, demonstradas durante as suas execuções. Os parágrafos seguintes apresentam informações sobre o comportamento do Stgm-IM consideradas na sua avaliação. O comportamento do Stgm-IM foi avaliado tendo em vista principalmente os elementos do IM impactados de forma direta pela sua dinâmica para a auto-organização proposta.

O primeiro elemento avaliado foi a distribuição do conjunto de soluções candidatas entre as ilhas. Para este tipo de análise, cada ilha do Stgm-IM foi identificada com o nome do algoritmo implantado nela. O gráfico da Figura 19 apresenta a variação do valor POP_m^r ao longo das migrações do Stgm-IM. Neste caso, o gráfico da Figura 19 demonstra a distribuição do conjunto de soluções do Stgm-IM entre as ilhas no experimento completo, ou seja, considerando todas as execuções para a resolução de todos os problemas. Esta metodologia foi adotada pelo fato de que comumente por mais que um método populacional evolutivo, como é o caso do Stgm-IM, varie o seu desempenho/comportamento entre as execuções, ele tende a assumir características próprias que tendem a ser mantidas em suas execuções. Considera-se que o Stgm-IM tenham essa característica. As linhas verticais em cada curva do gráfico na Figura 19 são os valores POP_g^r a cada migração do Stgm-IM.

No Stgm-IM a ilha de destino para cada solução emigrante é escolhida aleatoriamente com base nos pesos das conexões com origem na referida ilha. Quanto maior o peso da conexão, maior a chance de ela ser escolhida por uma solução emigrante. As conexões com destino nas ilhas mais atrativas têm pesos mais elevados e tendem a atrair mais soluções para os seus conjuntos. O ajuste do peso de cada conexão a cada migração envolve a qualidade do conjunto de soluções candidatas na ilha de destino. Com base nestas informações, é esperado que um número maior de soluções seja direcionado para as ilhas com algoritmos que produzem soluções melhores.

O gráfico da Figura 19 demonstra que a expectativa quanto à distribuição das soluções entre as ilhas, em função da qualidade dos seus algoritmos, não se concretizou na configuração do Stgm-IM aqui avaliada. Tomando por exemplo o DE, os gráficos das Figuras 9 e 14 demonstram que este algoritmo é capaz de ter boas soluções em seu conjunto, tanto na sua execução isolada quanto no Stgm-IM. Esta característica do DE foi capturada pelo Stgm-IM e neste caso é possível dizer que o número de soluções direcionadas à ilha DE corresponde à qualidade do seu conjunto. A Figura 19 indica que durante toda a execução do Stgm-IM, a ilha com o DE foi mantida como a mais populosa na resolução de

todos os problemas. A diferença do número de soluções da ilha com o DE para aquelas com os algoritmos GA e PSO, que foram as outras mais populosas, é na faixa de 8% a mais desde em cerca de 1/5 do total de migrações. Por outro lado, tomando o SSA como exemplo, os gráficos das Figuras 9 e 14 demonstram que este é outro algoritmo capaz de ter soluções de boa qualidade em seu conjunto, tanto na execução isolada quanto no Stgm-IM. Na Figura 9 fica claro que a qualidade do conjunto do SSA não é prejudicada pela sua convergência relativamente mais lenta nas iterações iniciais. No entanto, durante toda a execução do Stgm-IM, a ilha com o SSA foi mantida como a menos populosa na resolução de todos os problemas. Até mesmo o ABC-MR se manteve com um número maior de soluções que o SSA. Tanto na Figura 9, quanto na Figura 14, é possível observar que o ABC-MR produz um conjunto de qualidade inferior à do SSA e também outros algoritmos.

A Figura 19 demonstra também que na configuração do Stgm-IM aqui avaliada, 4 das 5 ilhas assumiram um determinado padrão na variação do número de soluções em seus conjuntos desde as primeiras migrações e foi mantido até o final da execução do modelo. As ilhas com os algoritmos DE e PSO tiveram variação não decrescente do número de soluções em seus conjuntos desde a primeira migração até a última. As ilhas com os algoritmos ABC-MR e SSA tiveram o número de soluções candidatas em seus conjuntos variando de forma não crescente da primeira à última migração. A exceção foi a ilha com o GA, que até em torno de 1/3 do total de migrações variou o número de soluções em seu conjunto de forma não decrescente, mantendo-se quase constante até em torno de metade das migrações para então começar a decrescer levemente até o final da execução.

A variação no número de soluções candidatas no conjunto de cada ilha indica a sua atratividade no Stgm-IM. Quanto mais atrativa a ilha, mais soluções ela tende a receber. Neste caso, segundo a Figura 19, as ilhas com os algoritmos DE, GA e PSO foram as mais atrativas. A ilha com o DE deve ser destacada, pois se manteve como a mais populosa e por isso foi considerada a mais atrativa do modelo. As ilhas com os algoritmos ABC-MR e SSA foram consideradas as menos atrativas, pois a variação não crescente do número de soluções em seus conjuntos indicam que elas tenderam a receber menos soluções das outras.

A definição do nível de atratividade de cada ilha no Stgm-IM a cada migração envolve a qualidade do seu conjunto de soluções candidatas. Neste caso, é possível dizer que o Stgm-IM aqui avaliado não foi capaz de capturar a alteração na qualidade do conjunto da ilha com o SSA. Ainda que este algoritmo tenha convergência lenta no início de sua execução, como demonstram os gráficos da Figura 9, posteriormente ele é capaz de ter boas soluções em seu conjunto, se comparado com outros. Neste caso, ainda que a ilha com o SSA tivesse atratividade baixa nas migrações iniciais, ao começar a melhorar a qualidade do seu conjunto, a sua atratividade deveria aumentar. Como consequência

o conjunto da ilha com o SSA começaria a receber novas soluções. Contudo, além de o número de soluções no conjunto da ilha com o SSA ter variado de forma não crescente, esta foi a ilha menos populosa no modelo. Desta forma, é possível dizer que a configuração do Stgm-IM aqui avaliada não foi capaz de capturar variações na qualidade do conjunto de soluções das ilhas. Isto também pode explicar o padrão assumido por 80% das ilhas para a variação do número de soluções candidatas em seus conjuntos durante toda a execução. Os conjuntos das outras ilhas, além da ilha com o SSA podem ter melhorado seus conjuntos, porém o Stgm-IM também pode não ter capturado.

No gráfico da Figura 19 também é possível observar que no Stgm-IM aqui avaliado, a atratividade de cada ilha não foi definida em função de características específicas do seu algoritmo, como por exemplo o fato de ser exploratório ou intensificatório. As ilhas com os algoritmos DE, GA e PSO se tornaram mais atrativas, sendo que esses algoritmos são respectivamente intensificatório, exploratório e intensificatório. As ilhas menos atrativas foram aquelas com os algoritmos ABC-MR e SSA, que são exploratório e intensificatório respectivamente.

Quanto aos valores POP_s^r ilustrados na Figura 19, eles indicam que a distribuição das soluções entre as ilhas variou de forma considerável entre as execuções do Stgm-IM no experimento. Isso significa que o Stgm-IM aqui avaliado não apresentou um padrão de comportamento para a distribuição das soluções entre as ilhas. O modelo pode distribuir as soluções entre as ilhas de forma distinta a cada execução para a resolução de cada problema. Ainda assim, o modelo foi capaz de produzir soluções de boa qualidade como já mencionado e ilustrado nas Figuras 12, 14, 16 e 17. A qualidade da solução produzida pelo Stgm-IM certamente se deve ao fato de que a cada execução um número elevado de soluções foram direcionadas para as ilhas que produziram conjuntos de melhor qualidade desde o início da execução.

Os valores POP_s^r no gráfico da Figura 19 também demonstram que o comportamento do Stgm-IM aqui avaliado, quanto à distribuição das soluções entre as ilhas, variou com maior intensidade nas migrações posteriores a cerca de 10% do total. É possível observar na Figura 19 que até em torno de 10% do total de migrações, a ilha com o SSA foi a menos populosa em praticamente todas as execuções do modelo, ou seja, os valores POP_s^r foi praticamente 0 neste período na curva referente à ilha com o SSA. As demais ilhas tiveram variação relativamente semelhante à do SSA ao longo das migrações, porém com valores POP_s^r levemente maiores nas migrações iniciais.

O fato de a distribuição da população entre as ilhas ter variado com menor intensidade nas migrações iniciais indica que os seus algoritmos tendem a ter um padrão de diferença de desempenho entre eles e que pode ser demonstrada no início de suas execuções, o que já foi demonstrado na Figura 9. A configuração do Stgm-IM aqui avaliada capturou e adaptou a distribuição das soluções a tal distinção. A variação maior do

número de soluções direcionadas para cada ilha nas migrações posteriores a cerca de 10% do total indicam que esse possível padrão de distinção de desempenho que existe entre os algoritmos pode ter algum nível de diferença a cada execução para a resolução de problemas distintos. Desta forma, com o avanço das migrações as ilhas tidas como mais atrativas em uma determinada execução para a resolução de um determinado problema desde o início tornaram-se mais populosas.

Os valores mais elevados de POP_m^r nas migrações após em torno de 10% do total também pode significar que as ilhas de alguns dos algoritmos foram extintas da topologia do modelo em algumas das execuções do Stgm-IM. As soluções dessas ilhas seriam direcionadas para as ilhas restantes, o que implica em variação necessariamente crescente de POP_m^r das ilhas receptoras das soluções.

A Figura 20 apresenta gráficos compostos por três sub-gráficos referentes a alguns dos problemas considerados no experimento. Em cada um dos gráficos, de cima para baixo, os três sub-gráficos ilustram respectivamente a variação dos valores de $f_m^r(\mathbf{X})$, $f_s^r(\mathbf{X})$ e POP_m^r (no caso, $NP = 1$) ao longo das migrações do Stgm-IM.

Entre os gráficos da Figura 20, comparando os sub-gráficos que demonstram a variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ com os gráficos dos respectivos problemas na Figura 9, é possível notar que a distinção entre os algoritmos em função da qualidade dos seus conjuntos tende a ser mantida entre as suas respectivas ilhas, com algumas leves diferenças. O mesmo se aplica à distinção entre os algoritmos e suas respectivas ilhas em função da diversidade dos seus conjuntos, como pode ser observado se os sub-gráficos referentes à variação de $f_s^r(\mathbf{X})$ na Figura 20 forem comparados com os gráficos dos respectivos problemas na Figura 10. Tal semelhança é maior se os referidos gráficos forem comparados nas iterações e migrações iniciais, período que a princípio definiu a tendência de distribuição das soluções entre as ilhas nas execuções do Stgm-IM avaliado neste experimento. As diferenças de distinção entre os algoritmos que apareceram quando eles foram incluídos no Stgm-IM certamente se deve à distribuição das soluções entre as suas ilhas nessas migrações.

Os gráficos da Figura 20 esclarecem que a configuração do Stgm-IM aqui avaliada realmente adaptou a distribuição das soluções entre as ilhas em função dos seus valores $f_m^r(\mathbf{X})$ nas migrações iniciais. Quanto maiores os valores $f_m^r(\mathbf{X})$, mais soluções foram direcionadas para as ilhas. Essa característica o impediu de direcionar soluções para a ilha com o SSA nas migrações posteriores, quando esta melhorou a qualidade do seu conjunto.

Os sub-gráficos da Figura 20(b) demonstram que a configuração o Stgm-IM considerado é sensível à diferença de qualidade dos conjuntos das ilhas nas migrações iniciais. Na Figura 20(b) a diferença dos valores $f_m^r(\mathbf{X})$ entre as ilhas é relativamente pequena se comparada com os gráficos dos outros problemas. Ainda assim, o Stgm-IM definiu a variação da distribuição das soluções entre as ilhas com base na distinção nas migrações iniciais.

Na Figura 20(c), é possível verificar que o conjunto de soluções da ilha com o GA produziu os maiores valores para $f_s^r(\mathbf{X})$, o que a torna a mais exploratória do modelo. Ainda assim, essa ilha produziu os menores valores para f_m^r , seguida pelas ilhas com os algoritmos DE e PSO respectivamente. A ilha com o GA se tornou a mais populosa nas primeiras migrações e se manteve nesta condição com uma diferença considerável para as outras ilhas até em torno de metade do total de migrações, quando as ilhas com os algoritmos PSO e DE reduziram a diferença após os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ de ambas já terem superado os respectivos do GA nas migrações anteriores. Ainda assim, essas ilhas não superaram o GA em número de soluções em seus conjuntos.

Os gráficos da Figura 20(d) demonstram mais uma vez a sensibilidade do Stgm-IM para definir a tendência para a distribuição das populações entre as ilhas. A qualidade do conjunto da ilha com o SSA é consideravelmente inferior às demais ilhas como pode ser observado no sub-gráfico referente à variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ na Figura 20(d). Da mesma forma, essa ilha se mantém com um número de soluções em seu conjunto consideravelmente baixo se comparado com as demais como pode ser observado no sub-gráfico da Figura 20(d) referente à variação de POP_m^r . Por outro lado, a Figura 20(d) demonstra que na resolução do problema *F7*, as ilhas com os algoritmos DE e PSO produziram conjuntos de qualidade relativamente similar desde as primeiras migrações. O Stgm-IM foi sensível o suficiente para ser capaz de apurar que a qualidade do conjunto da ilha com o PSO era superior, ainda que em nível relativamente baixo. Conseqüentemente, o Stgm-IM direcionou um número maior de soluções do modelo para a ilha com o PSO, fazendo com que a ilha com o DE ficasse com um número de soluções próximo ao das ilhas com os algoritmos ABC-MR e GA, que produziram conjuntos de qualidade inferior.

Os sub-gráficos da Figura 20(e) ilustram que o Stgm-IM aqui avaliado não foi capaz de passar a direcionar mais soluções para uma ilha com um algoritmo que melhora a qualidade de seu conjunto ao longo da execução como foi o caso do SSA, mas foi capaz de começar a reduzir o número de soluções direcionadas para a ilha com o algoritmo ABC-MR, que reduziu consideravelmente a qualidade do seu conjunto, como indica a variação de $f_m^r(\mathbf{X})$. O mesmo ocorreu na resolução do problema *F13*, como demonstram os sub-gráficos da Figura 20(g). Neste caso, a ilha com o ABC-MR inclusive se tornou a menos populosa do modelo.

Nos gráficos da Figuras 20, o aumento dos valores POP_m^r a partir de em torno de metade do total de migrações é um indicativo de que houve exclusão de ilhas nas execuções do Stgm-IM neste experimento. Com a exclusão de ilhas, o número de soluções nos conjuntos das ilhas restantes tende a ser maior que no início da execução do Stgm-IM, devido à redução do número de ilhas para dividir as soluções do modelo. É importante lembrar que o Stgm-IM será mantido com pelo menos duas ilhas até o final da sua execução. Na Figura 20, as curvas referentes à variação de POP_m^r de todas as ilhas são mantidas

em todos os gráficos. Isso porque esse valor é definido no conjunto de execuções para a resolução de cada problema. O fato de a curva de nenhuma ilha não ter sido descontinuada em nenhum dos gráficos indica que nenhuma ilha foi excluída em todas as execuções para a resolução de qualquer problema. As ilhas excluídas do Stgm-IM na resolução de qualquer problema variaram entre as execuções.

O aumento no valor POP_m^r de todas as ilhas também indica que ainda que a ilha de algum algoritmo tenha sido excluída em mais de uma execução para a resolução de um determinado problema, o número de exclusões entre as execuções é bem menor que o total de execuções. Na execução em que uma determinada ilha não foi excluída e sim outra ou outras, aquela que foi mantida teve um número de soluções maior, ainda que tenha sido excluída em outra execução. De outra forma, com a frequência pequena de exclusão de cada ilha entre as execuções para a resolução de cada problema, no experimento cada ilha foi mantida no modelo com um número maior de soluções em seus conjuntos por um número considerável de execuções. Além disso, uma determinada ilha pode não ter sido excluída em nenhuma execução para a resolução de um determinado problema.

No Stgm-IM os parâmetros α e β correspondem a expoentes nos os termos $[\tau_{i,j}]^\alpha$ e $[\eta_{i,j}]^\beta$ da Equação (3.4), utilizada para definir o peso $p_{i,j}$ de cada conexão do modelo. O peso de cada conexão indica o nível de atratividade da respectiva ilha de destino para as soluções emigrantes da ilha de origem. O ajuste dos pesos das conexões está diretamente envolvido na distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do Stgm-IM. Neste experimento foi utilizado o valor 1 tanto para o parâmetro α quanto para o parâmetro β . Isto significa que neste experimento estes parâmetros não tiveram nenhuma influência sobre o ajuste de pesos das conexões do Stgm-IM e conseqüentemente sobre a distribuição das soluções entre as ilhas.

Na Equação (3.4) o termo $[\tau_{i,j}]^\alpha$ corresponde a uma taxa a ser aplicada sobre a informação de qualidade do conjunto de soluções, dada pelo termo $[\eta_{i,j}]^\beta$. Todos esses fatores estão envolvidos no comportamento do Stgm-IM avaliado neste experimento quanto à distribuição das soluções entre as ilhas. As ilhas que produziram soluções candidatas de boa qualidade desde o início da execução certamente receberam mais soluções. Os valores $\tau_{i,j}$ das conexões com destino nessas ilhas foram rapidamente aumentados. Este fato impediu que as conexões com destino nas ilhas que produziram boas soluções, mas que tiveram convergência lenta no início, como é o caso da ilha com o SSA, conseguissem acumular valor $\tau_{i,j}$ suficiente para passarem a receber mais soluções.

Evidentemente existem muitos efeitos evolutivos no Stgm-IM. Certamente muitos desses efeitos ainda não foram identificados e/ou apresentados neste trabalho. Um dos efeitos identificados e apresentados aqui diz respeito à efetiva movimentação de soluções entre as ilhas que leva à alteração do número de soluções candidatas no conjunto de cada uma delas, que faz com que cada ilha participe da evolução do conjunto do modelo com

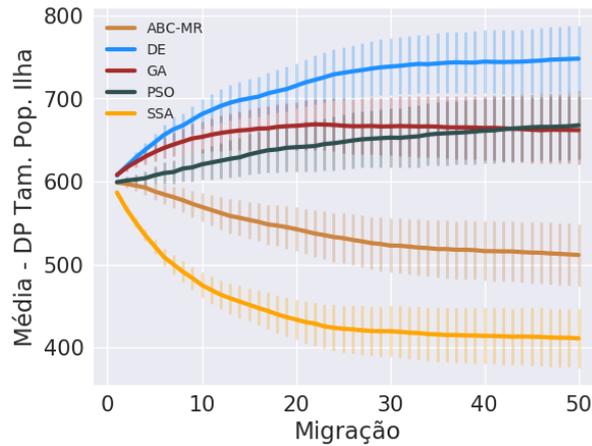
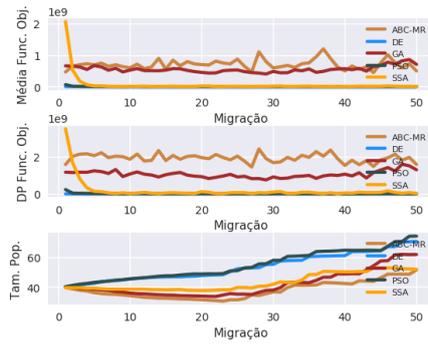


Figura 19 – Experimento II – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.

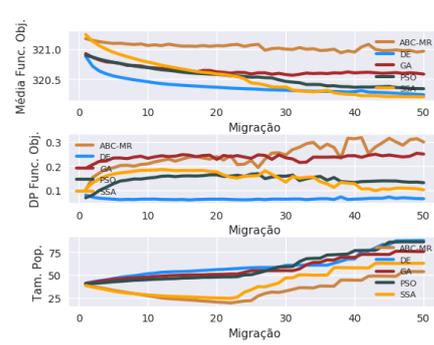
intensidade diferente das outras.

Sobre a participação do algoritmo de cada ilha do Stgm-IM na resolução do problema, as ilhas têm suas atratividades definidas em função de suas capacidades de produzirem soluções de boa qualidade. As ilhas mais atrativas tendem a receber mais soluções que aquelas menos atrativas. Entre as migrações as ilhas evoluem as suas soluções. Aquelas com um número maior de soluções, tidas como as mais atrativas justamente por produzirem boas soluções poderão continuar melhorando um número maior de soluções do Stgm-IM. Na sequência, nas próximas migrações as ilhas mais populosas também serão aquelas que enviarão um número maior de soluções para as outras, tendo em vista que estarão sujeitas à taxa de migração ξ aplicada ao Stgm-IM. Ainda que estas ilhas enviem um número de soluções para as suas ilhas vizinhas proporcional aos respectivos níveis de atratividade, elas tendem a enviar soluções de boa qualidade. Neste caso, as ilhas que recebem tais soluções, têm a oportunidade de melhorar a qualidade de seus conjuntos e ainda assim poderem continuar contribuindo com o processo evolutivo de acordo com as características de seus respectivos algoritmos. Por outro lado, uma ilha cujo algoritmo não se ajusta de forma satisfatória para a resolução de um determinado problema envia suas soluções para as outras, ao mesmo tempo que é tida como pouco atrativa e tende a não receber novas soluções. Desta forma tal ilha pode ser extinta da topologia do modelo, fazendo com que o seu algoritmo não participe mais da resolução do problema.

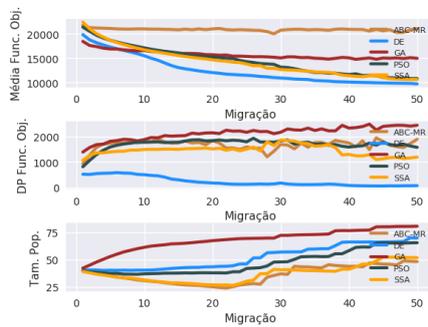
A Figura 21 ilustra a variação do número médio de soluções emigrantes de cada ilha ao longo de cada execução, para a resolução de todos os problemas. Pode-se considerar que os valores ilustrados no gráfico da figura foram obtidos com a Equação (4.13), assumindo o termo $P_{p,e}$ como o número de soluções emigrantes de cada ilha na execução e para a resolução do problema p . A comparação entre os gráficos das Figuras 19 e 21, ilustra que o número de soluções emigrantes de cada ilha é proporcional ao número de soluções



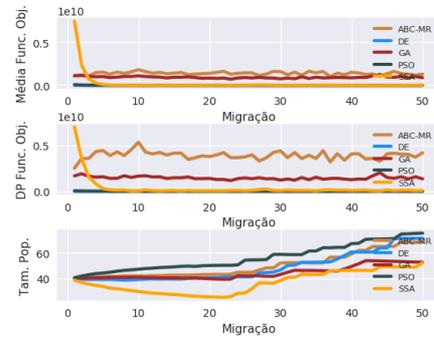
(a) F1



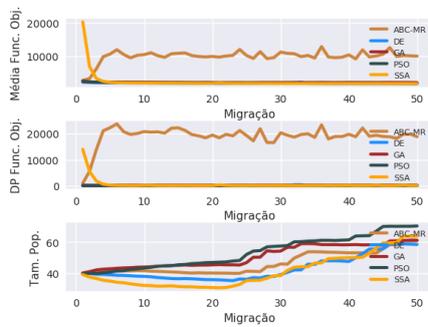
(b) F3



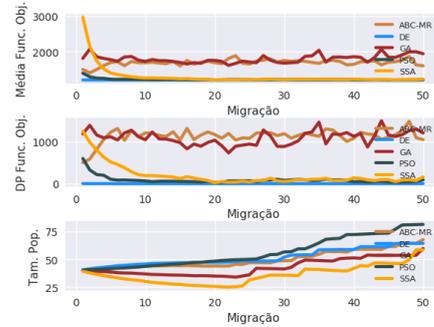
(c) F5



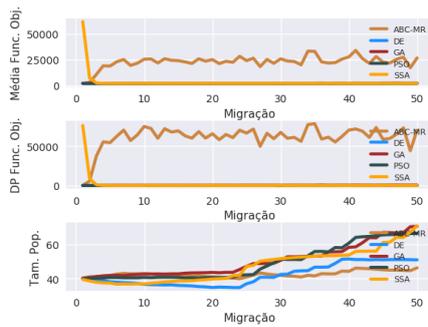
(d) F7



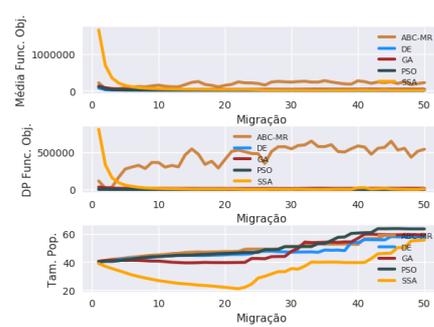
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 20 – Experimento II – Variação da média e desvio padrão (DP) de função objetivo e média do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações do Stgm-IM. Func. Obj. = Função Objetivo e Tam. Pop. = Tamanho População.

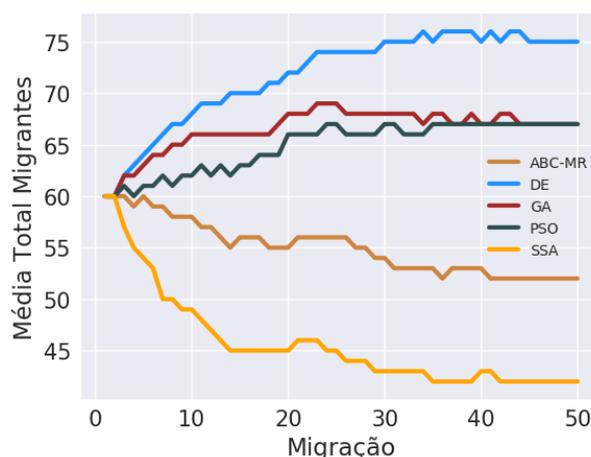


Figura 21 – Experimento II – Variação do número médio de soluções emigrantes de cada ilha ao longo das migrações de cada execução do Stgm-IM para a resolução de todos os problemas.

direcionadas para o seu conjunto. Neste caso, é possível dizer que o Stgm-IM apresentou o comportamento evolutivo comentado no parágrafo anterior.

Outro elemento considerado na avaliação de comportamento do Stgm-IM é o ajuste dinâmico dos pesos das conexões entre as ilhas. A Figura 22 apresenta a variação do valor $mw_{i,j}$, dado pela Equação (4.16), de cada conexão com origem em cada ilha i (cada gráfico da figura) e destino em cada ilha j , ao longo das migrações do Stgm-IM. Nos gráficos da figura, tais valores são indicados pelas curvas de linhas mais espessas e cores mais fortes, que serão consideradas na maior parte desta análise. As curvas de linhas mais finas e cores mais claras correspondem à variação de $mw_{i,j}$ na resolução de cada problema, neste caso, $NP = 1$ na Equação (4.16).

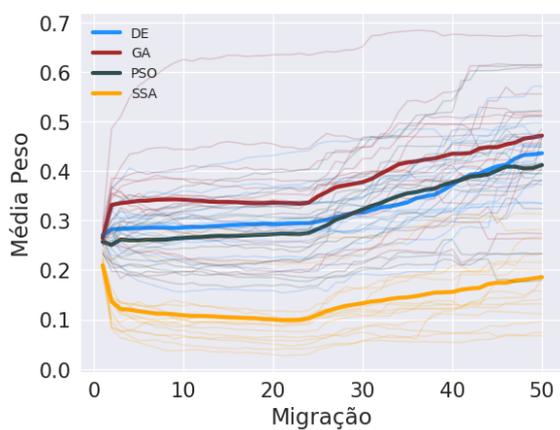
Nos gráficos da Figura 22, note que independente da ilha de origem das conexões, os pesos atribuídos retratam o número de soluções direcionadas para as respectivas ilhas de destino no modelo. Os pesos de maior e menor valores foram atribuídos às conexões com destino nas ilhas apontadas como as mais e menos populosas na Figura 19. A diferença entre os pesos atribuídos nas respectivas conexões se deve à distinção entre ilhas de origem em função de seus algoritmos. Para cada ilha de origem das conexões, dependendo do seu algoritmo, os níveis de atratividade das ilhas de destino serão diferentes se comparados com outras ilhas do modelo. Isto porque, para cada ilha de origem, o conjunto de ilhas de destino para definir a proporção de atratividade será diferente. Ainda assim, como indicado pelas Figuras 19 e 22, na configuração do Stgm-IM aqui avaliada, cada ilha tendeu a assumir uma condição quanto à sua atratividade do início ao fim da execução do modelo. Por exemplo, os pesos das conexões com origem nas ilhas com os algoritmos ABC-MR e DE, indicaram que a ilha com o GA foi considerada a mais atrativa, como pode ser observado nas Figuras 22(a) e 22(b). Esta ilha também foi indicada como atrativa pelos pesos das conexões com origem nas ilhas com o PSO e o SSA, ainda que neste caso a ilha

com o DE tenha sido indicada como a mais atrativa, como pode ser observado nas Figuras 22(d) e 22(e). Outro exemplo desta similaridade de atratividade é o fato de as conexões com origem em todas as ilhas, exceto a ilha com o SSA, indicarem que a ilha com SSA foi considerada a menos atrativa do modelo.

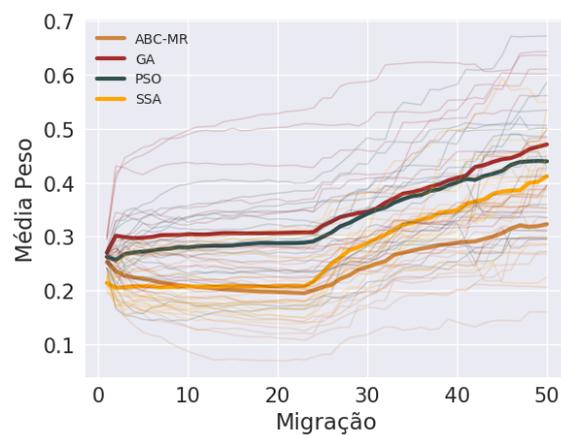
Nos gráficos da Figura 22 é possível observar uma mudança considerável na faixa de valores $mw_{i,j}$ da primeira para a segunda metade do total de migrações. Isto é um indicativo de que houve exclusão de ilhas durante a execução do Stgm-IM avaliado neste experimento, como também foi indicado nos gráficos da Figura 20. Com a exclusão de uma ou mais ilhas, os pesos das conexões com origem em uma ilha e destino nas ilhas restantes no Stgm-IM serão acrescidos para se manterem como proporção no conjunto de pesos. O fato de as curvas referentes aos valores $mw_{i,j}$ da resolução de cada problema estarem traçadas ao longo de todas as migrações indica que entre as execuções foram extintas ilhas com algoritmos distintos.

Os gráficos da Figura 22 indicam que no Stgm-IM aqui avaliado, independente da ilha de origem, apesar de os valores $mw_{i,j}$ terem sido alterados consideravelmente a partir de em torno de metade do total de migrações, eles tenderam a indicar o mesmo nível de atratividade de cada ilha de destino no modelo, do início ao fim da sua execução. Ou seja, para cada ilha de origem, entre as outras do modelo, aquelas de maior ou menor atratividade foram identificadas até em torno de 10% do total de migrações e assim foram mantidas até o final da execução do modelo. Isto é uma tendência da configuração do Stgm-IM aqui avaliado, como mencionado anteriormente sobre a distribuição das soluções entre as ilhas. As curvas referentes à variação de $mw_{i,j}$ na resolução de cada problema também apresentam essa característica e reforçam essa tendência do modelo aqui avaliado.

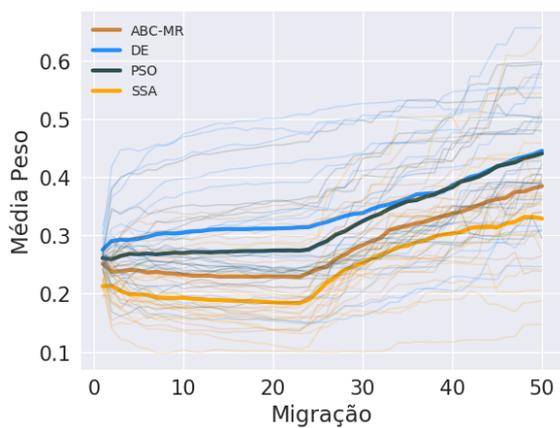
A Figura 24 cruza os valores apresentados nas Figuras 19 e 22 na forma de grafos para melhor ilustração do ajuste da topologia do Stgm-IM e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações. Por questões de espaço são ilustrados apenas os ajustes de algumas migrações. Da primeira à última migração do Stgm-IM aqui avaliado foi adotado o intervalo de 12 migrações para a definição do conjunto de grafos. Entre os grafos da Figura 24, o valor $mw_{i,j}$ de cada conexão é indicado através da sua espessura e cor do respectivo arco. O valor POP_m^r de cada ilha é indicado através do diâmetro e cor do respectivo vértice. Quanto às cores indicativas dos valores atribuídos aos vértices e arcos de cada grafo, a correspondência entre tais informações são indicadas nas respectivas legendas da Figura 23. Nos gráficos da Figura 23, note que tanto para o valor $mw_{i,j}$ quanto para o valor POP_m^r foram considerados limites superiores com valores menores que os respectivos dados por eles representados na estrutura do Stgm-IM podem assumir. Tal configuração foi definida para melhor distinção entre os valores apresentados, tendo em vista que o Stgm-IM deve ser mantido com pelo menos duas ilhas até o final da execução.



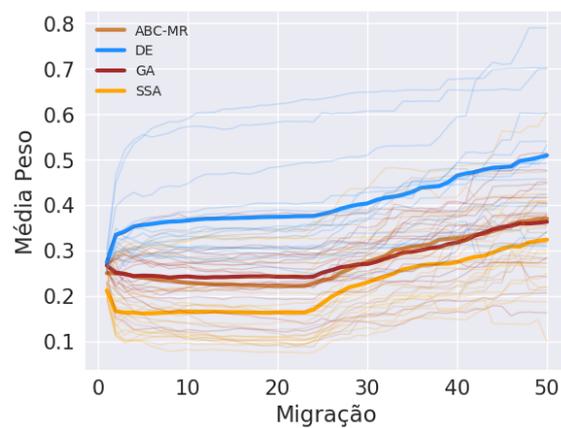
(a) Origem = ABC-MR



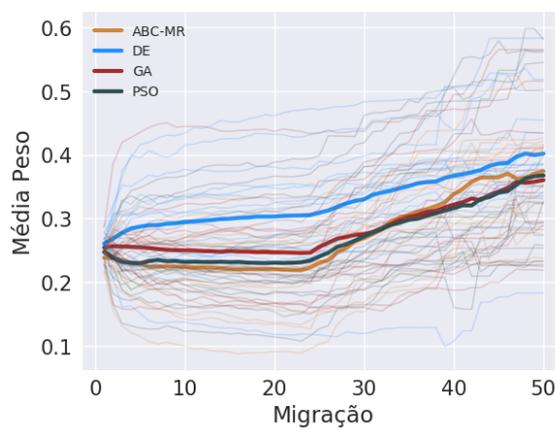
(b) Origem = DE



(c) Origem = GA



(d) Origem = PSO



(e) Origem = SSA

Figura 22 – Experimento II – Variação da média dos pesos das conexões com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM e destino em cada uma das outras ao longo das migrações.

Esta característica garante que nenhuma ilha terá em seu conjunto todas as soluções do modelo, principalmente no caso de um conjunto de execuções para a resolução de um conjunto de problemas. Os limites superiores para $mw_{i,j}$ e POP_m^r indicados na Figura 23 foram escolhidos aleatoriamente tendo em vista o conjunto de dados envolvidos no experimento completo.

Os grafos da Figura 24 reforçam características apontadas anteriormente sobre o comportamento da configuração do Stgm-IM aqui avaliada. A distribuição das soluções entre as ilhas tende a ser definida até em torno de 1/5 do total de migrações. A atratividade das ilhas não foi definida em função de características específicas dos respectivos algoritmos como por exemplo, algoritmos intensificatórios ou exploratórios. Os pesos das conexões de modo geral tendem a ser elevados na segunda metade do total de migrações, no caso deste experimento, após 25 migrações e serem crescentes até o final da execução, indicando ocorrência de extinção de ilhas nesta fase das execuções.

Os grafos da Figura 24 ainda não demonstram se realmente ocorreram as extinções de ilhas indicadas até este ponto da análise do Stgm-IM. Com o objetivo de investigar tal característica no Stgm-IM, as Figuras 26, 27 e 28 apresentam os grafos referentes ao ajuste da topologia do modelo e distribuição das soluções entre as ilhas em 3 execuções para a resolução do problema *F3* individualmente. O problema *F3* foi escolhido para esta análise porque este foi um dos problemas que as ilhas apresentaram menor diferença na qualidade de seus conjuntos de soluções ao longo das migrações, como pode ser observado no sub-gráfico dos valores $f_m^r(\mathbf{X})$ da Figura 20(b). Isto demandaria do Stgm-IM uma maior capacidade para adaptar a topologia sob diferenças de desempenho entre os algoritmos das ilhas relativamente pequenas. As execuções 1, 15 e 30 foram escolhidas para se ter uma amostra da primeira à última execução composta por pelo menos 1/10 do total de execuções. Quanto às cores indicativas de pesos e número de soluções nos grafos, os seus respectivos valores constam nas legendas da Figura 25.

Os grafos das Figuras 26, 27 e 28 confirmam a ocorrência de extinção de ilhas entre as execuções da configuração do Stgm-IM avaliada neste experimento. Os respectivos grafos também confirmam que a presente configuração do Stgm-IM tende a variar consideravelmente o seu comportamento quanto ao ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas em execuções diferentes para a resolução de um mesmo problema como já havia sido indicado por exemplo pelos valores POP_s^r na Figura 19. Ainda que o modelo ajuste a topologia de forma similar nas primeiras migrações de execuções diferentes, como demonstram os grafos das Figuras 26(a), 27(a) e 28(a), ela pode se tornar completamente diferente até em torno de 1/3 do total de migrações como demonstram as Figuras 26(b), 27(b) e 28(b).

É possível identificar algumas similaridades entre ajustes de execuções diferentes. Por exemplo, a ilha com o DE foi uma das mais populosas nas três execuções ilustradas

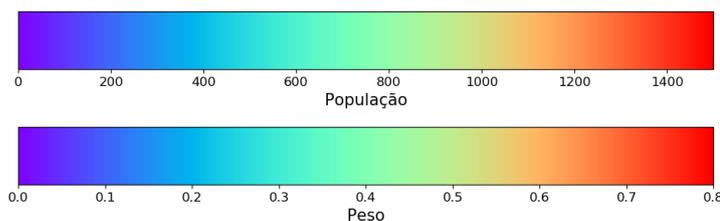
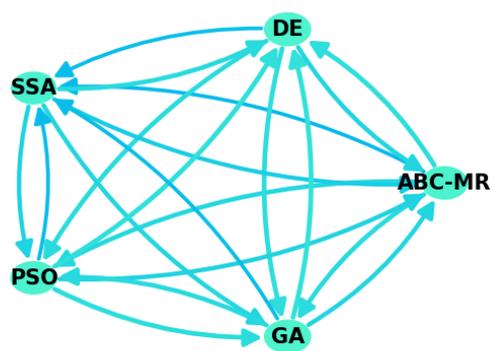


Figura 23 – Experimento II – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas do Stgm-IM ao longo das migrações.

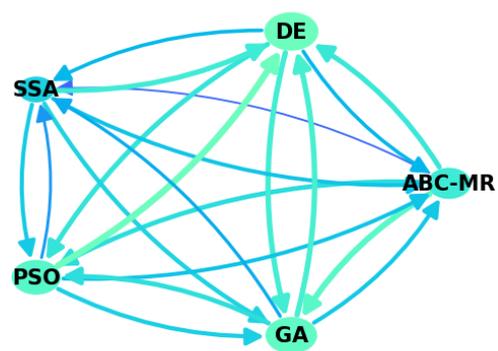
entre as Figuras 26, 27 e 28. Ainda assim, tomando como exemplo a ilha com o PSO, entre as 3 as execuções ilustradas, esta se tornou uma das mais populosas em duas delas, como pode ser observado nos grafos das Figuras 26 e 27. Na execução de número 15, a ilha com o PSO inclusive foi uma das 2 que restaram no Stgm-IM até o final da sua execução, como demonstra a Figura 27(e). Por outro lado, na execução de número 30, a ilha com o PSO se tornou uma das menos populosas até em torno de $1/3$ do total de migrações como pode ser observado na Figura 28(b), vindo a ser uma das 3 ilhas extintas do modelo até a migração de número 37 desta execução do Stgm-IM. Outra similaridade entre as execuções do Stgm-IM, demonstrada nos grafos, é a tendência de cada ilha ter uma única conexão originada nela com peso de valor consideravelmente elevado desde as migrações iniciais (até em torno de $1/3$ do total), restando valores baixos para os pesos das outras conexões. Esta tendência pode ser observada em quase todas as ilhas de todos os grafos que ilustram o ajuste a partir da migração de número 13 nas Figuras 26, 27 e 28. Neste experimento, a exceção da referida tendência ocorreu em uma única ilha em cada execução. Na execução de número 1 foi a ilha com o SSA, na execução de número 15 foi a ilha com o ABC-MR enquanto mantida no modelo e na execução de número 30 foi a ilha com o PSO como pode ser observado nos gráficos das Figuras 26, 27 e 28 respectivamente. Tal tendência e exceções ocorridas demandam maior investigação no futuro para identificação dos possíveis motivos e apuração se tem relação com o número de ilhas adotado neste experimento.

Tendo em vista a ocorrência de exclusão de ilhas durante as execuções da configuração do Stgm-IM considerada neste experimento, este evento se torna objeto de atenção nesta avaliação. A Figura 29 apresenta o número médio de problemas em que cada ilha foi excluída a cada execução do Stgm-IM neste experimento. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi excluída entre as execuções.

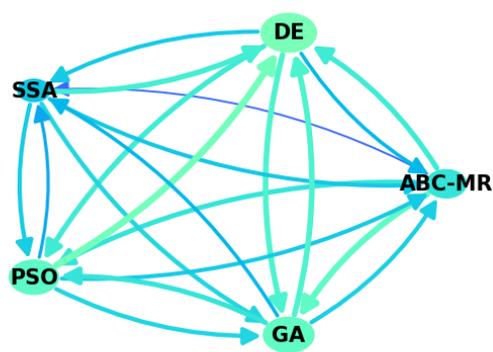
A Figura 29 demonstra que nenhuma das ilhas deixou de ser excluída da topologia do Stgm-IM nas execuções do experimento. A ilha menos excluída da topologia entre as execuções foi a ilha com o DE. Ainda assim, esta ilha foi excluída na resolução de em torno de $1/4$ do total de problemas como pode ser observado na Figura 29. Por outro lado, a Figura 29 também deixa claro que nenhuma das ilhas foi excluída do modelo em todas



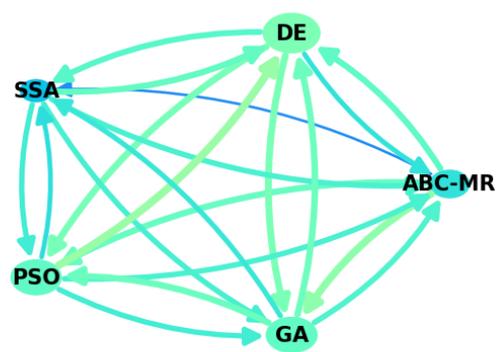
(a) Migração 1



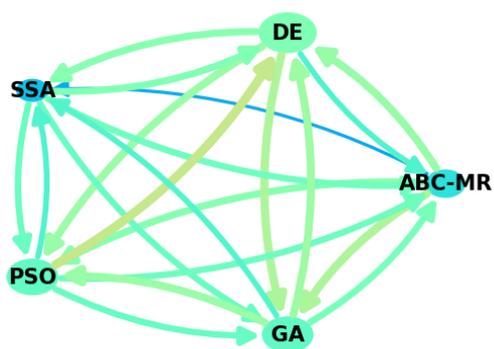
(b) Migração 13



(c) Migração 25



(d) Migração 37



(e) Migração 50

Figura 24 – Experimento II – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações no Stgm-IM.

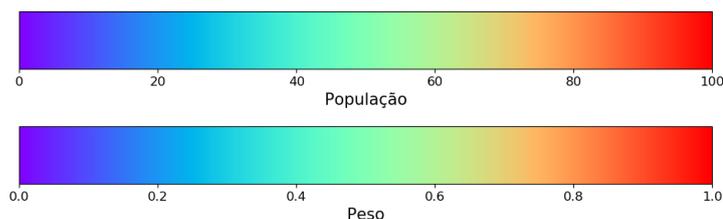


Figura 25 – Experimento II – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas do Stgm-IM ao longo das migrações de execuções individuais.

as execuções realizadas no experimento. O número máximo de problemas que uma mesma ilha foi excluída do Stgm-IM neste experimento foi em torno de metade do total. Este foi o caso da ilha com o SSA, seguida pela ilha com o ABC-MR, que foi excluída na resolução de em torno de 40% dos problemas, como pode ser observado na Figura 29.

Também é possível observar no gráfico da Figura 29 que assim como ocorreu com a distribuição das soluções entre as ilhas, as extinções de ilhas não ocorreram em função de uma característica específica dos algoritmos, como por exemplo o fato de serem exploratórios ou intensificatórios. O SSA, que corresponde ao algoritmo da ilha excluída na resolução do maior número de problemas é intensificatório como já foi constatado no Experimento I. Já o ABC-MR, que foi o algoritmo aplicado na segunda ilha mais excluída, é exploratório. O mesmo se aplica às ilhas com os algoritmos PSO e GA, terceira e quarta ilhas mais excluídas do Stgm-IM, cujos algoritmos são intensificatório e exploratório respectivamente.

Quanto à fase de execução do Stgm-IM em que ocorreram extinções de ilhas, em média foi em torno de 65% do total das 50 migrações, como indicado no gráfico da Figura 29. Este período coincide com a faixa de migrações a partir das quais o número de soluções em cada ilha do Stgm-IM e também o peso das conexões com origem em cada uma delas foi alterado, no caso aumentado, como ilustram os gráficos referentes à variação de POP_m^r na Figura 20 e os gráficos da Figura 22. Desta forma, fica confirmado que o motivo para tal alteração no número de soluções no conjunto de cada ilha e pesos das conexões foi realmente a extinção de ilhas do Stgm-IM, como comentado anteriormente ser uma possibilidade. Adicionalmente, entre os grafos das Figuras 26, 27 e 28, se consultados em ordem crescente de migração, indicam que a cada execução do Stgm-IM para a resolução de cada problema, após a extinção de uma ilha do modelo, entre as ilhas restantes, aquelas que já tendem a serem mais populosas é que têm o número de soluções em seus conjuntos aumentados. Como exemplo, entre os grafos da Figura 26, na migração de número 13, as ilhas com o DE e o PSO são as mais populosas do modelo, como mostra a Figura 26(b), ainda que a diferença do número de soluções nessas ilhas com as populações das ilhas com o GA e o SSA seja relativamente pequena. Com a exclusão da ilha com o ABC-MR até a migração de número 25, a Figura 26(c) ilustra que nesta migração o número de

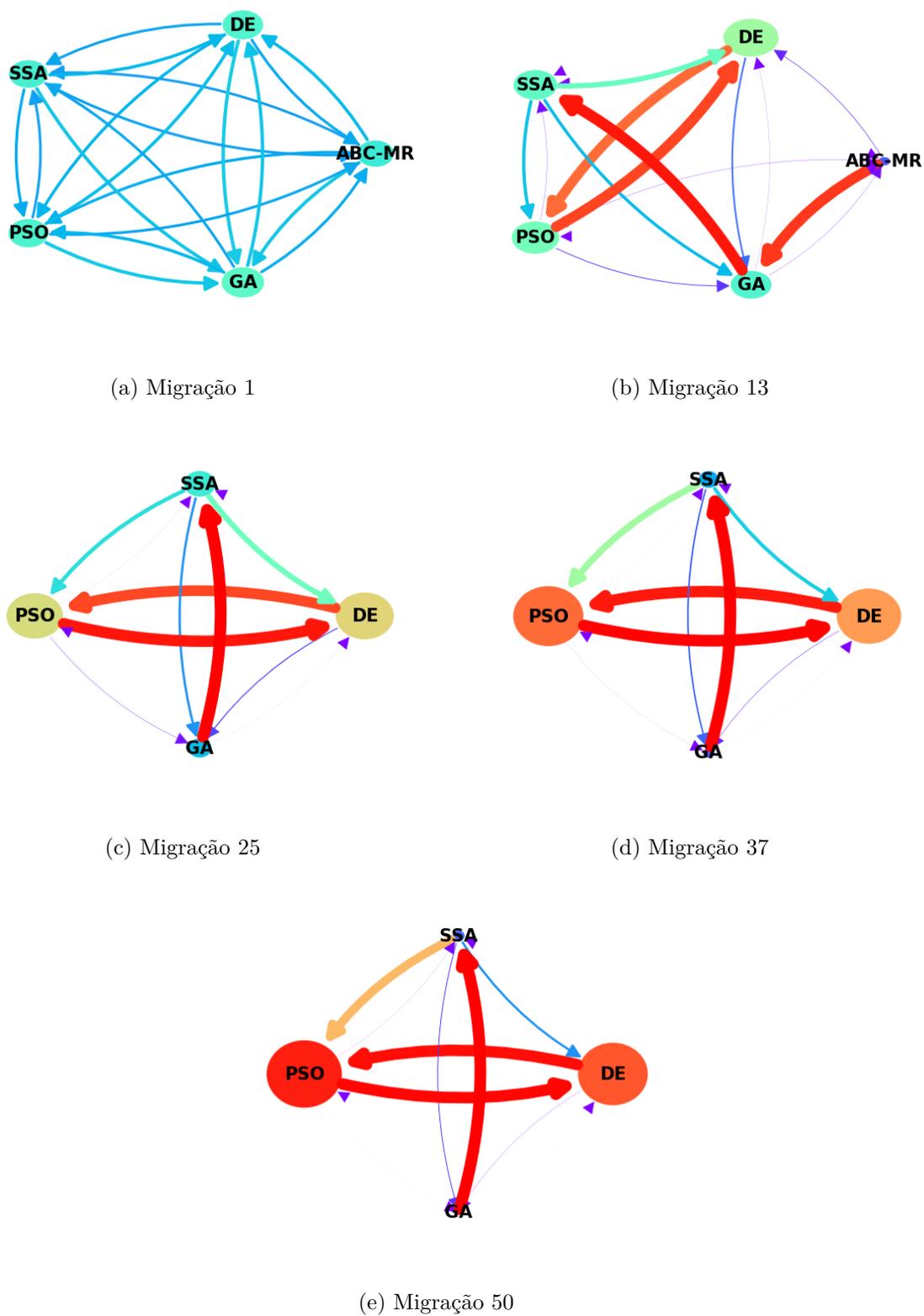
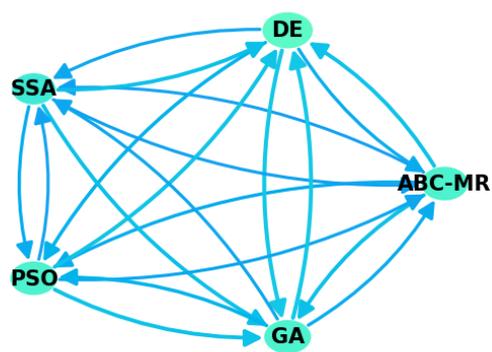
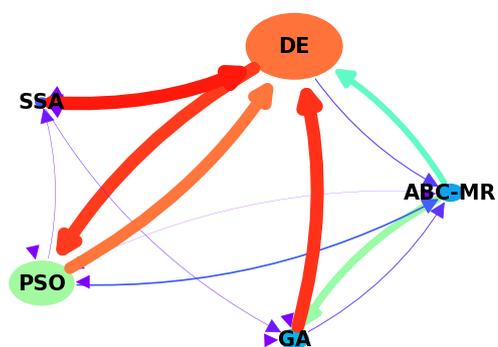


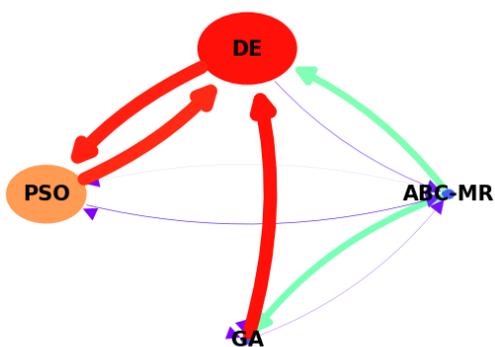
Figura 26 – Experimento II – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 1 do Stgm-IM para a resolução do problema $F3$.



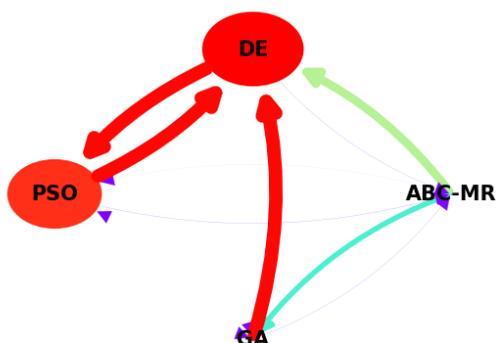
(a) Migração 1



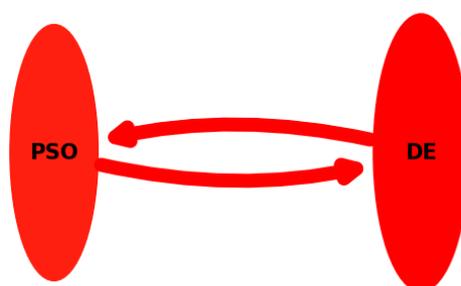
(b) Migração 13



(c) Migração 25



(d) Migração 37



(e) Migração 50

Figura 27 – Experimento II – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 15 do Stgm-IM para a resolução do problema $F3$.

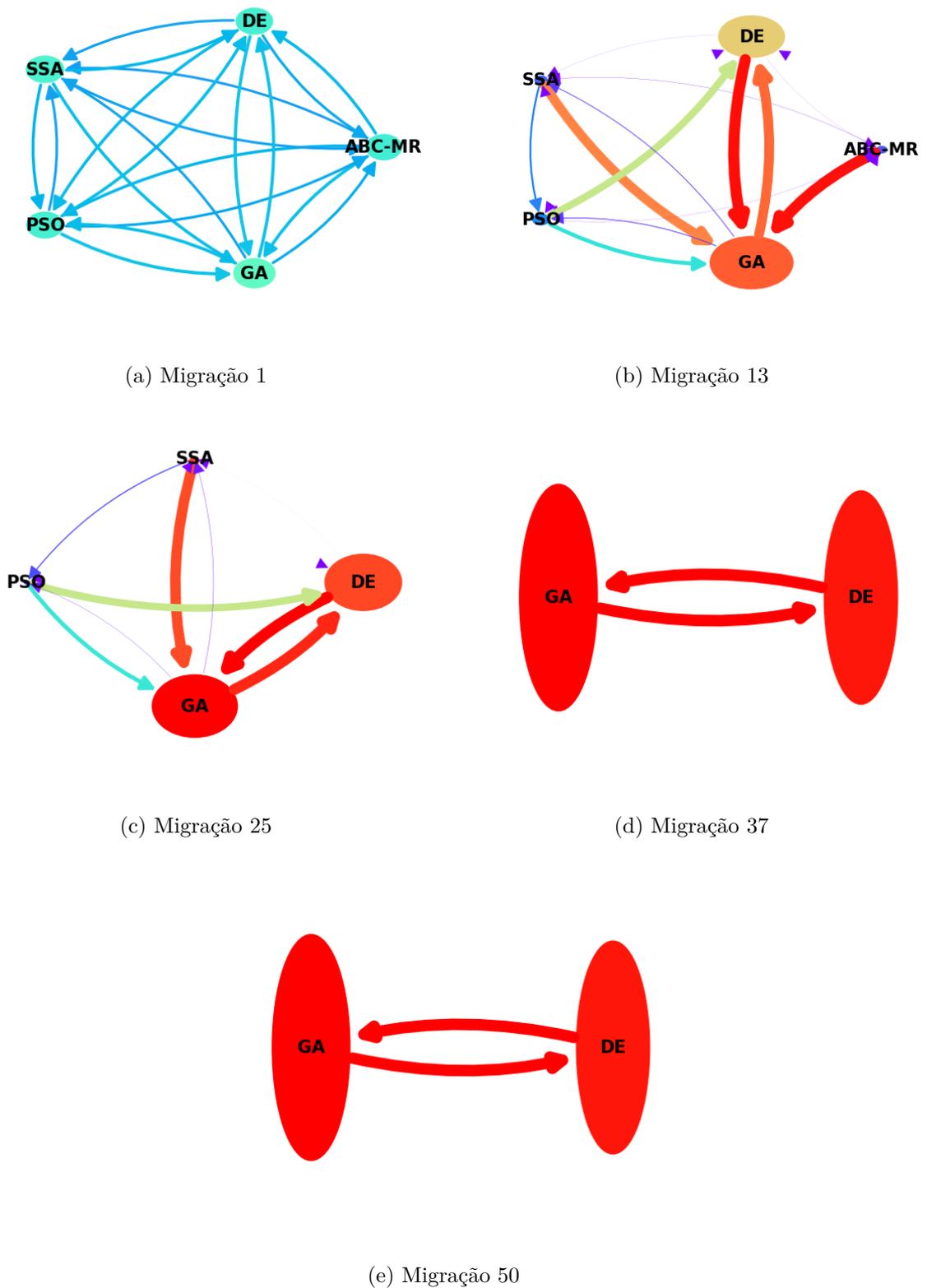


Figura 28 – Experimento II – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 30 do Stgm-IM para a resolução do problema $F3$.

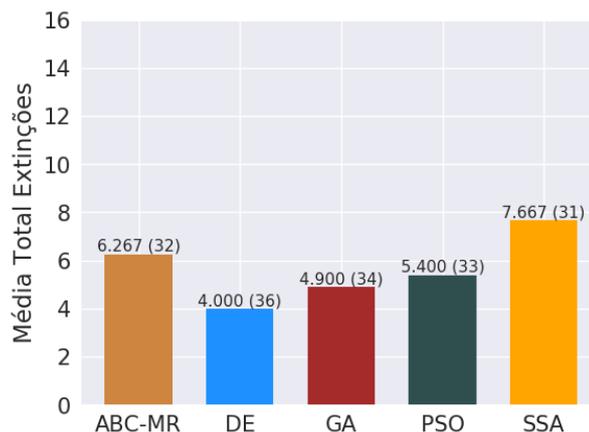


Figura 29 – Experimento II – Número médio de problemas em que cada ilha foi extinta a cada execução do Stgm-IM. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi extinta entre as execuções.

soluções nas ilhas com o DE e o PSO foi aumentado. Porém as ilhas com o GA e o SSA mantiveram-se como menos populosas, além de terem os números de soluções em seus conjuntos reduzidos, ainda que entre as conexões com origem na ilha com o GA, a de peso mais elevado teve como destino a ilha com o SSA.

Tendo em vista o número considerável de ocorrência de extinção de ilhas na configuração do Stgm-IM aqui avaliada, ilustrado no gráfico da Figura 29, os gráficos da Figura 30 apresentam o percentual do total de execuções que cada ilha foi extinta do modelo na resolução de alguns dos problemas. Tais valores são apresentados acima das respectivas barras. Nos gráficos da Figura 30, os valores entre parênteses são os números médios das migrações em que cada ilha foi extinta entre as execuções.

Os gráficos da Figura 30 esclarecem que entre as execuções para a resolução de um determinado problema, o percentual de extinção de cada ilha do Stgm-IM é distinto. Isso indica que para a resolução de cada problema, algumas ilhas têm mais chance de serem excluídas que outras entre as execuções da configuração do Stgm-IM aqui considerada. Ainda assim, o percentual mínimo de exclusão de cada ilha entre as execuções para resolver qualquer problema é em torno de 30%, como pode ser observado nos gráficos da Figura 30. Os gráficos da Figura 30 também ilustram que cada ilha foi extinta em um número diferente de execuções do Stgm-IM para a resolução de problemas distintos. Considerando a qualidade do resultado produzido pela configuração do Stgm-IM aqui avaliada, demonstrada na Figura 12, isso indica que ainda que tenham ocorrido extinção de ilhas, foram mantidas aquelas com algoritmos que demonstraram potencial para resolver cada problema. Também é demonstrado na Figura 30 que ainda que cada ilha do Stgm-IM tenha sido, extinta em números distintos de execuções, todas elas foram excluídas em média na migração de número 35, em torno de 70% do total.

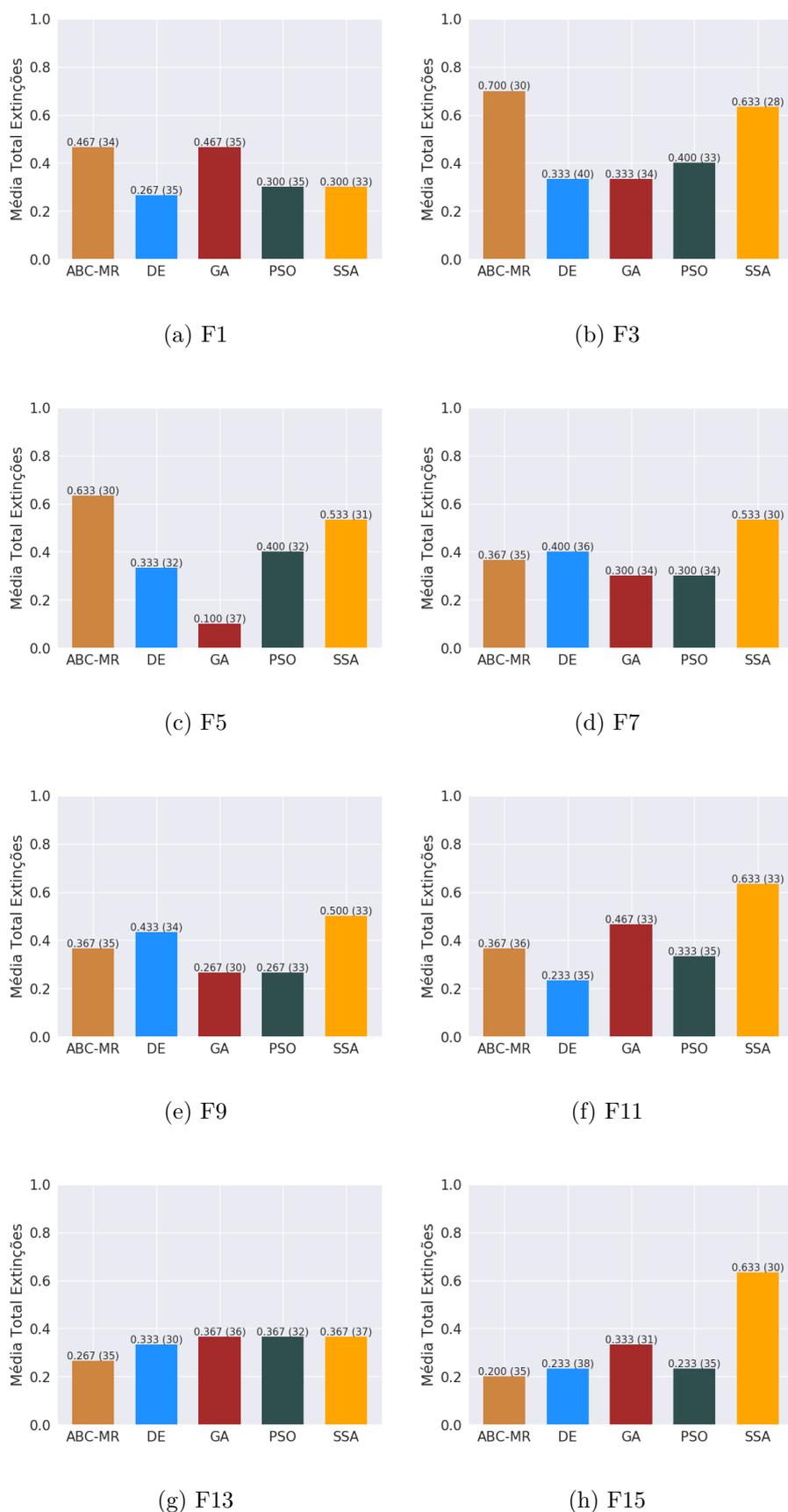


Figura 30 – Experimento II – Percentual do total de execuções do Stgm-IM em que cada ilha foi extinta durante a resolução de alguns dos problemas. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi excluída entre as execuções.

Esta seção apresentou o experimento em que foi realizada a primeira avaliação do Stgm-IM neste trabalho. Sobre o ajuste dinâmico e adaptativo da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas, foi constatado que a cada execução da configuração do modelo aqui avaliada, para a resolução de um mesmo problema, o Stgm-IM pode se auto-organizar de forma distinta. Esta variação de comportamento envolve também a ocorrência de extinção de ilhas da topologia. Ocorreram extinções e as respectivas ilhas variaram entre as execuções.

Foi verificado no Stgm-IM aqui avaliado, ao longo das migrações, a variação dos pesos das conexões e número de soluções no conjunto de cada ilha tende a ser mantida em função da habilidade do algoritmo de cada ilha para resolver o problema. Por exemplo, no experimento houve conexões e ilhas cuja variação dos pesos e números de soluções candidatas no conjunto respectivamente, variaram de forma crescente do início ao fim da execução do modelo. Em contrapartida houve as conexões e ilhas cujos pesos e números de soluções no conjunto respectivamente, variaram de forma decrescente do início ao fim da execução do modelo. Tal qualidade de cada ilha é identificada nas migrações iniciais de acordo com a qualidade de seus respectivos conjuntos de soluções. Isto demonstra que a configuração do Stgm-IM aqui avaliada é sensível ao conjunto de soluções inicial e às taxas de convergência nas iterações iniciais dos algoritmos aplicados nas ilhas.

Apesar de não ter sido identificado um padrão para o ajuste da topologia, a qualidade da solução produzida pelo Stgm-IM aqui avaliado não foi comprometida. As soluções dos algoritmos envolvidos no experimento foram melhoradas quando eles foram incluídos no Stgm-IM. Neste caso, ainda que o conjunto de algoritmos para a implementação da configuração do Stgm-IM aqui avaliada seja alterado, utilizá-la para resolver um problema é melhor que ter que escolher apenas um deles.

4.2.3 Experimento III – Avaliação do efeito do nível de evaporação no Modelo de Ilhas Estigmérgico

4.2.3.1 Descrição

Esta seção apresenta o experimento identificado neste trabalho como Experimento III, realizado com o objetivo de avaliar o impacto do parâmetro ρ da Equação (3.2), no comportamento do Stgm-IM. Foram analisados os impactos na qualidade da solução produzida pelo modelo e também nas suas características comportamentais.

O modelo para a simulação do fenômeno de estigmergia no forrageamento de colônias de formigas no ACO foi a base para a implantação de tal fenômeno no Stgm-IM, inclusive os respectivos parâmetros. Alguns trabalhos investigaram o desempenho do ACO de acordo com os valores atribuídos aos seus parâmetros, tais como [93, 122–126]. Esses trabalhos relatam intervalos de valores para os parâmetros do ACO, com os quais

obtiveram os melhores resultados. No caso do parâmetro ρ em particular, em geral é relatado que o ideal é adotar $\rho \leq 0.5$. Mas é importante ressaltar que tais estudos e resultados são referentes ao ACO especificamente e não ao fenômeno de estigmergia de modo geral.

No caso do ACO, os parâmetros são aplicados em operações em que são envolvidas informações sobre a qualidade das soluções candidatas. Porém, ainda que as soluções sejam distintas entre si quanto às suas qualidades, todas elas são evoluídas pelo mesmo algoritmo. No Stgm-IM, a qualidade das soluções de cada ilha também é considerada entre as operações de ajuste dos pesos das conexões por estigmergia. Tais soluções são evoluídas por algoritmos diferentes. Neste caso a distinção entre elas pode ser considerável. Portanto, os valores relatados na literatura sobre os parâmetros do ACO não podem ser assumidos como ideais para o Stgm-IM sem que sejam avaliados.

Este experimento foi realizado para avaliar o impacto do parâmetro ρ no Stgm-IM. Este parâmetro é a taxa com que a atratividade entre cada par de ilhas, indicada pela respectiva conexão e acumulada ao longo das migrações, será reduzida de uma migração para outra. Nestas condições, assim como no ACO, o parâmetro ρ é a taxa de evaporação/desgaste do elemento depositado no ambiente, que estimula o comportamento dos agentes do grupo, ao longo do período. No ajuste dos pesos das conexões a cada migração, o parâmetro ρ define a relevância do histórico da atratividade $\tau_{i,j}$ entre cada par de ilhas na atualização deste valor. Desta forma, o quanto a nova medida de atratividade da ilha de destino para a ilha de origem $\Delta\tau_{i,j}$ é relevante em tal operação também é afetado pelo valor de ρ . Quanto maior o valor de ρ , menor a relevância do histórico de atratividade e maior a relevância da nova medida e vice-versa. O oposto se aplica para o caso de uso de valores menores para ρ .

No Experimento II, apresentado na Seção 4.2.2, foi definido o valor $\rho = 0.1$ para o Stgm-IM com base no fenômeno natural de estigmergia. Também foram consideradas as informações da literatura sobre o modelo do fenômeno de estigmergia, ainda que referentes ao ACO. Neste experimento foram adotados os valores $\rho = 0.5$ e $\rho = 0.05$. Desta forma, considerando os resultados apresentados na Seção 4.2.2.2, com as duas configurações do Stgm-IM executadas para este experimento, foi possível verificar a variação do seu comportamento com o aumento e a redução do valor do parâmetro ρ . Quanto aos demais elementos da configuração do Stgm-IM, foram mantidas as definições utilizadas no Experimento II, descritas na Seção 4.2.2.1, incluindo os parâmetros adicionais específicos do Stgm-IM. Neste caso, $\alpha = 1$ e $\beta = 1$. Desta forma, neste experimento esses parâmetros continuaram sem influenciar no comportamento do Stgm-IM.

A motivação para a escolha dos valores para o parâmetro ρ do Stgm-IM, considerados para esta avaliação, foi a preservação de características do fenômeno natural de estigmergia. Na natureza a evaporação de substâncias depositadas no ambiente é

relativamente lenta em condições normais. Por este motivo o maior valor definido para o parâmetro ρ para o experimento foi 0.5.

As duas novas configurações do Stgm-IM foram submetidas à resolução do conjunto de problemas descrito na Seção 4.1.2, cuja dimensão foi mantida $D = 50$, como nos Experimentos I e II.

Para cada um dos problemas foram realizadas 30 execuções independentes de cada uma das duas configurações do Stgm-IM. Os resultados obtidos são apresentados e comentados na Seção 4.2.3.2.

Ao longo da avaliação apresentada na Seção 4.2.3.2, foram considerados os dados a respeito da configuração do Stgm-IM utilizada no Experimento II. Os três modelos considerados na Seção 4.2.3.2 foram nomeados por questão de conveniência. Os nomes foram definidos na forma $IM_ \rho_ \alpha_ \beta$, onde $\rho \in \{0.05, 0.1, 0.5\}$, $\alpha = 1.0$ e $\beta = 1.0$. Neste sentido, o nome associado a cada modelo faz referência à sua configuração em função do valor definido para o parâmetro ρ . Por exemplo, o nome $IM_0.1_1.0_1.0$ corresponde ao Stgm-IM em que foi definido o valor 0.1 para o parâmetro ρ , que inclusive foi o modelo utilizado no Experimento II.

4.2.3.2 Resultados

Como foi feito no Experimento II, o primeiro aspecto considerado nesta avaliação do Stgm-IM foi quanto ao seu desempenho. A Figura 31 apresenta lado a lado gráficos com as distribuições dos valores de função objetivo das soluções ótimas obtidas para alguns dos problemas com cada uma das duas configurações do Stgm-IM avaliadas neste experimento e cada um dos 5 algoritmos aplicados nas ilhas, quando executados isoladamente. Nos gráficos, Stgm-IM = Respectiva configuração do Stgm-IM indicada na legenda de cada um dos gráficos através de seu respectivo nome.

Os gráficos da Figura 31 ilustram que no conjunto de problemas, tanto com o Stgm-IM $IM_0.05_1.0_1.0$ quanto com o modelo $IM_0.5_1.0_1.0$ foi possível produzir soluções melhores que com os algoritmos executados isoladamente. Comparando pares de gráficos da Figura 31, correspondentes aos mesmos problemas, é possível observar que as diferenças entre os níveis de melhorias das soluções promovidas pelos modelos $IM_0.05_1.0_1.0$ e $IM_0.5_1.0_1.0$ são relativamente pequenas. Essa constatação também se aplica ao modelo $IM_0.1_1.0_1.0$, como pode ser observado incluindo na comparação os gráficos da Figura 12 (Pág. 85), referentes aos problemas contidos na Figura 31.

Nesta análise é possível dizer que o valor atribuído ao parâmetro ρ não impactou no comportamento do Stgm-IM. Todas as configurações comparadas melhoraram as soluções se comparadas com as que foram produzidas pelos algoritmos aplicados nas ilhas, se executados isoladamente. Além disso, os níveis de melhorias são relativamente semelhantes.

Isso leva a induzir que as distribuições de valores $f_m^r(\mathbf{X})$ dos algoritmos foram melhoradas ao serem incluídos tanto no Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0 quanto no IM_0.5_1.0_1.0, como ocorreu devido à inclusão no Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0, conforme ilustrado na Figura 14 (Pág. 87).

A Figura 32 apresenta as distribuições dos valores de função objetivo das soluções ótimas obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de cada uma das três configurações do Stgm-IM consideradas neste experimento. Neste caso, a Figura 32 particulariza a análise de diferença de qualidade entre as soluções obtidas apenas pelas três configurações do Stgm-IM consideradas, diferente do que foi feito entre os gráficos da Figura 31.

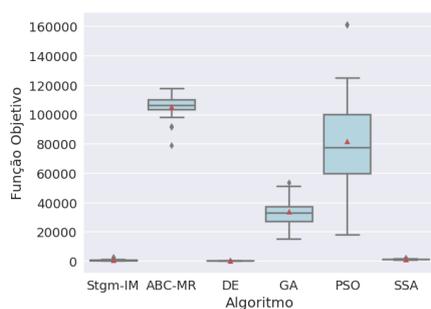
Com base nos gráficos da Figura 32 é possível reafirmar que o valor atribuído ao parâmetro ρ não impactou de forma considerável no desempenho do Stgm-IM. Ainda assim, considerando as métricas média, mediana, os maiores valores das distribuições e a presença de *outliers* nos gráficos da Figura 32, é possível observar que o Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 produziu um conjunto de soluções de qualidade relativamente inferior na resolução de alguns dos problemas. Esse foi o caso dos problemas $F1$, $F3$, $F7$, $F9$ e $F13$, como pode ser observado nas Figuras 32(a), 32(b), 32(d), 32(e) e 32(g). Isso não significa que entre as execuções do modelo IM_0.5_1.0_1.0, não tenham sido produzidas soluções de boa qualidade para esses problemas. Significa que as soluções obtidas entre as execuções desse modelo, foram relativamente mais distintas que aquelas obtidas com os outros dois.

Os modelos IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.1_1.0_1.0 também produziram conjuntos de soluções de qualidade relativamente inferior em alguns casos, porém em número menor de ocorrências, como pode ser observado nas Figuras 32(d), 32(f) e 32(h), referentes à resolução dos problemas $F7$, $F11$ e $F15$.

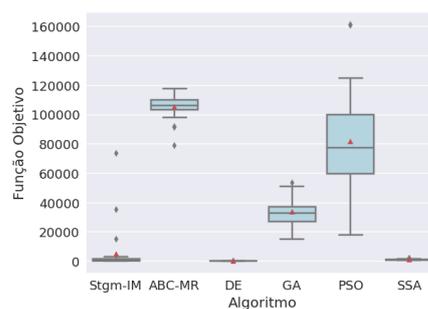
Nesta análise baseada nos gráficos da Figura 32, é possível dizer que ainda que o impacto no desempenho do Stgm-IM em função dos valores atribuídos ao parâmetro ρ seja relativamente pequeno, utilizar valores menores pode deixá-lo mais estável.

As Figuras 33 e 34 apresentam respectivamente os Perfis de Desempenho t_{ME} e t_{mi} que ilustram a distinção de desempenho entre as três configurações do Stgm-IM considerados neste experimento.

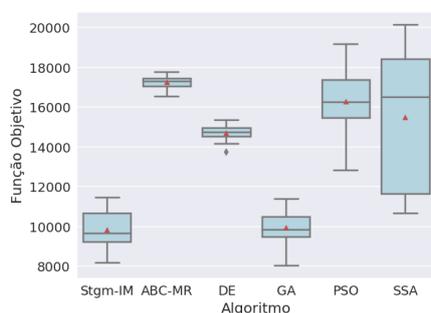
No Perfil de Desempenho t_{ME} , apresentado na Seção 4.1.3.1, a métrica de desempenho é uma medida estatística (média) sobre o conjunto de soluções ótimas obtidas por cada algoritmo comparado, neste experimento, cada configuração do Stgm-IM. Considerando esta informação, a Figura 33(a) ilustra que no conjunto de problemas foi possível obter conjuntos de soluções ótimas de qualidade atribuindo ao parâmetro ρ tanto os valores menores quanto os maiores considerados neste experimento. Os modelos que produziram os melhores conjuntos de soluções para o conjunto foram IM_0.05_1.0_1.0 e



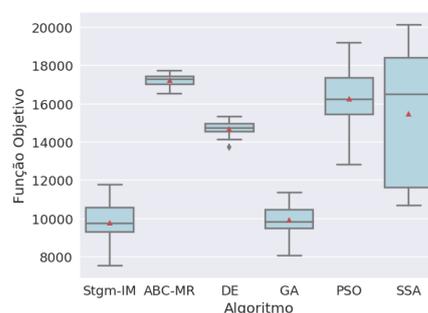
(a) F1 – IM_0.05_1.0_1.0



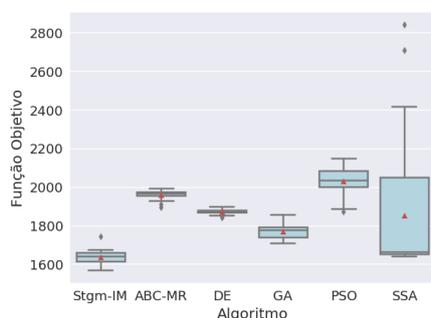
(b) F1 – IM_0.5_1.0_1.0



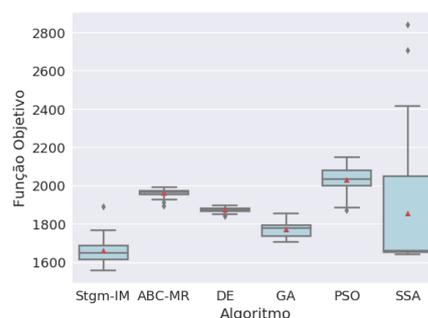
(c) F5 – IM_0.05_1.0_1.0



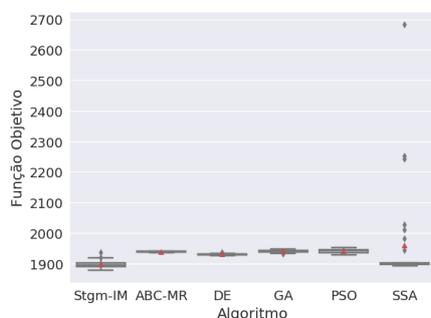
(d) F5 – IM_0.5_1.0_1.0



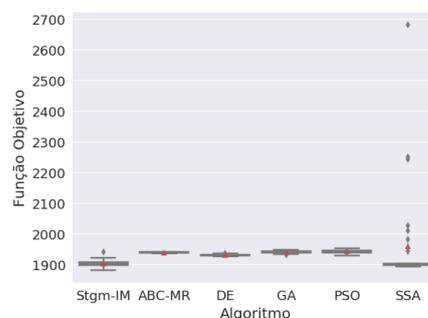
(e) F9 – IM_0.05_1.0_1.0



(f) F9 – IM_0.5_1.0_1.0



(g) F13 – IM_0.05_1.0_1.0



(h) F13 – IM_0.5_1.0_1.0

Figura 31 – Experimento III – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas nas 30 execuções do IM_0.05_1.0_1.0, IM_0.5_1.0_1.0 e cada um dos algoritmos para alguns dos problemas. Nos gráficos, Stgm-IM = Modelo indicado na legenda de cada gráfico através de seu nome, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.

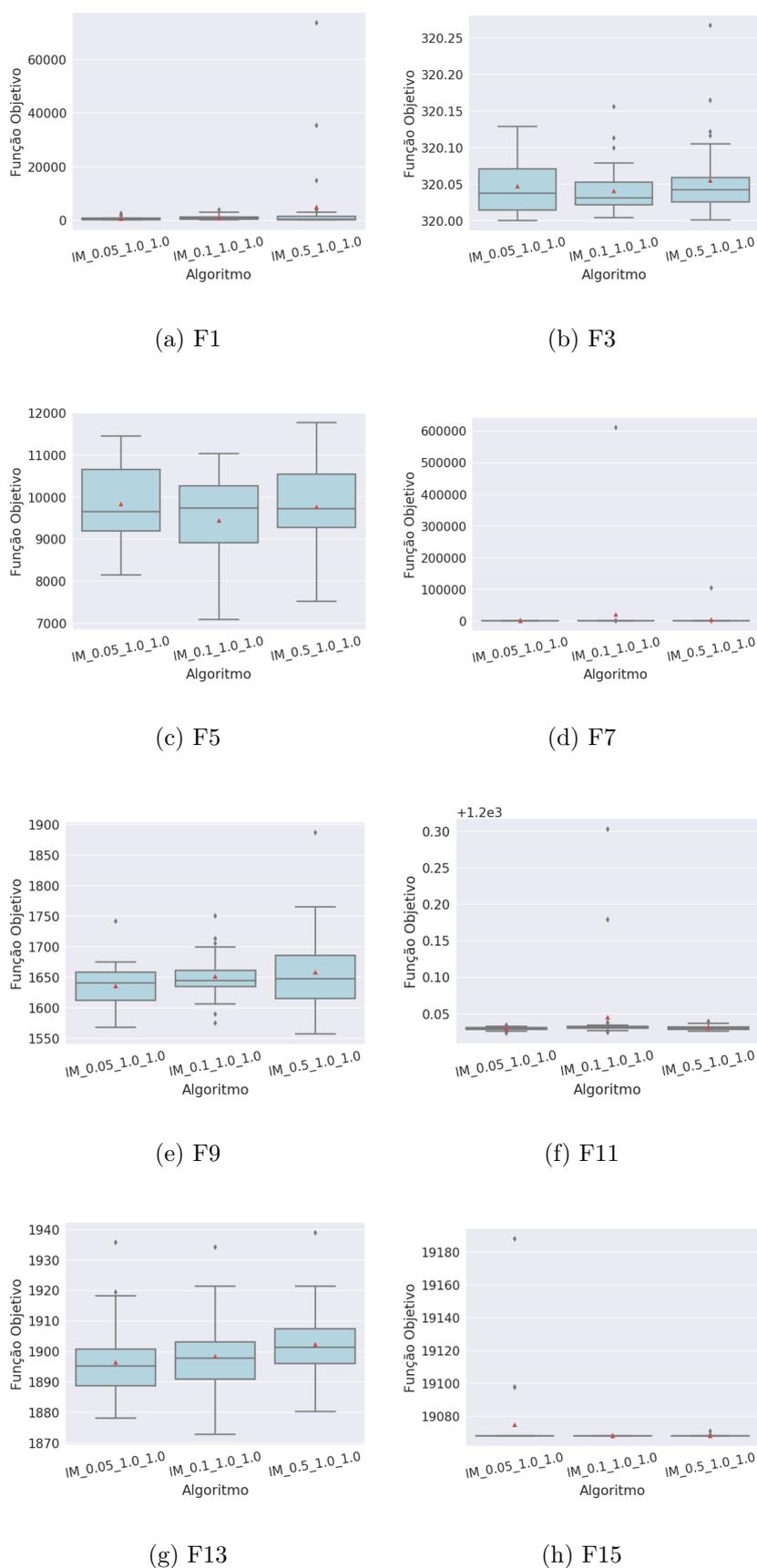


Figura 32 – Experimento III – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de três configurações do Stgm-IM distintas entre si pelo valor do parâmetro ρ . Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.

o IM_0.5_1.0_1.0, nos quais foram aplicados respectivamente o menor e o maior valor considerado para ρ neste experimento.

A Figura 33(a) deixa explícito que no conjunto completo de problemas o Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0, no qual foi aplicado o menor valor ao parâmetro ρ , foi o que produziu os melhores conjuntos de soluções. O segundo modelo a produzir os melhores conjuntos de soluções no conjunto completo de problemas foi o Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0, no qual foi aplicado o maior valor ao parâmetro ρ . Por fim, no conjunto completo de problemas, o IM_0.1_1.0_1.0 foi o que produziu os piores conjuntos de soluções, como ilustra a Figura 33(a).

Na Figura 33(a) também é possível notar que a diferença entre os valores τ | $\rho(\tau) = 1$, que indica a diferença de desempenho entre os modelos, é menor do modelo IM_0.05_1.0_1.0 para o modelo IM_0.5_1.0_1.0 que do modelo IM_0.5_1.0_1.0 para o modelo IM_0.1_1.0_1.0. Isso ilustra que a diferença de desempenho entre os modelos IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0, em que foram aplicados respectivamente o menor e o maior valor considerados para o parâmetro ρ , é menor que a diferença entre os modelos IM_0.5_1.0_1.0 e IM_0.1_1.0_1.0, em que foram aplicados os dois maiores valores considerados para o parâmetro ρ . Esta informação reforça mais uma vez que a distinção e variação entre os valores atribuídos ao parâmetro ρ no experimento não impactou o comportamento do Stgm-IM de forma considerável e específica.

Na Figura 33(b), considerando apenas uma parte do conjunto de problemas envolvidos no experimento, até em torno de 90% do total (em torno de 14 dos 15 problemas), é possível verificar que os modelos IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.1_1.0_1.0 produziram conjuntos de soluções ótimas de melhor qualidade que o modelo IM_0.5_1.0_1.0. Essa diferença de desempenho entre as configurações do Stgm-IM é relativamente pequena, como pode ser observado comparando os respectivos valores de τ na Figura 33(b). Considerando a distinção entre as configurações do Stgm-IM aqui avaliadas e todo o intervalo de valores associados a τ nesta análise, indicado no eixo horizontal do gráfico da Figura 33(a), a diferença de desempenho entre os modelos poderia ter sido maior nessa parcela do número de problemas. Ainda assim, os modelos em que foram aplicados os menores valores considerados para o parâmetro ρ , apresentaram desempenho levemente superior em torno de 90% do total de problemas. O gráfico da Figura 33(c) reforça que as configurações IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.1_1.0_1.0 do Stgm-IM, produziram soluções ótimas de melhor qualidade entre as suas execuções.

Os gráficos da Figura 34 ilustram que a diferença de desempenho entre as configurações do Stgm-IM aqui avaliadas é relativamente pequena se considerada a melhor solução produzida por cada um deles. A Figura 34(a) demonstra que o Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 produziu as melhores soluções no conjunto completo de problemas, seguido pelo modelo IM_0.05_1.0_1.0. Por fim, o modelo IM_0.1_1.0_1.0 produziu a pior solução para o

conjunto de problemas, segundo o gráfico da Figura 34(a).

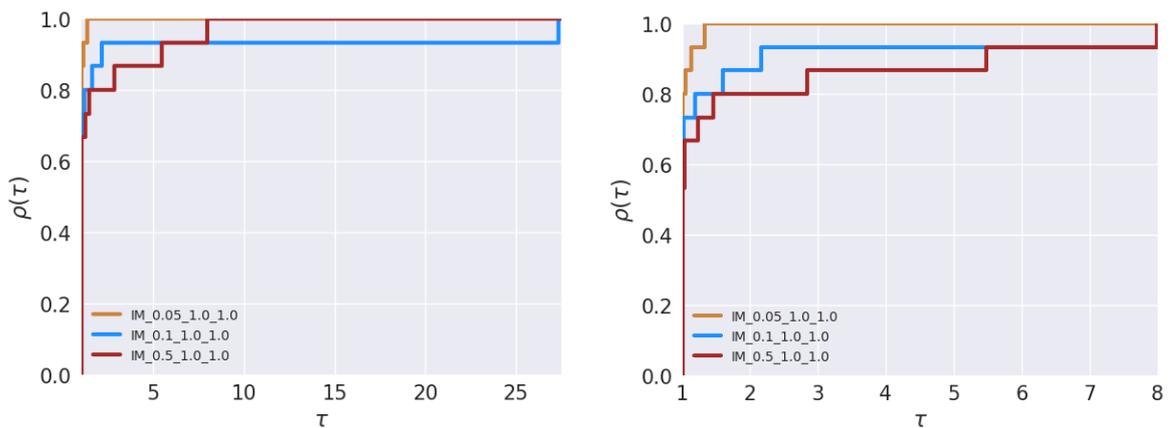
É importante observar que o intervalo de valores associados a τ no Perfil de Desempenho t_{mi} deste experimento, indicado no eixo horizontal do gráfico da Figura 34(a), é relativamente pequeno se comparado por exemplo com o intervalo no Perfil de Desempenho t_{ME} , indicado no mesmo eixo do gráfico da Figura 33(a). Isso indica que as melhores soluções obtidas para o conjunto de problemas com os modelos avaliados são equivalentes, resguardadas as devidas diferenças. Neste caso, é possível dizer que a diferença de valores atribuídos ao parâmetro ρ não impactou de forma considerável na qualidade da solução a ser produzida pelo Stgm-IM.

Adicionalmente, o gráfico da Figura 34(b) ilustra que a partir da faixa em torno de 75% do número de problemas envolvidos no experimento, as melhores e piores soluções ótimas foram obtidas com o modelo IM_0.05_1.0_1.0 ou com o modelo IM_0.5_1.0_1.0. As soluções ótimas obtidas com o modelo IM_0.1_1.0_1.0 foram de nível intermediário de qualidade. Entre as três configurações do Stgm-IM aqui avaliadas, o modelo IM_0.1_1.0_1.0 foi o que produziu a melhor solução ótima para a menor porção do total de problemas, como pode ser observado na Figura 34(c).

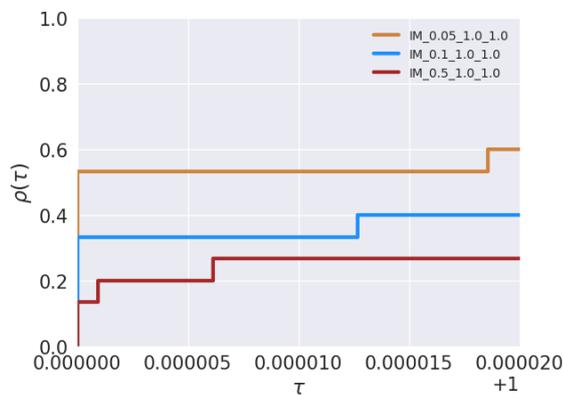
No Perfil de Desempenho t_{mi} , o desempenho de cada Stgm-IM aqui avaliado, é definido em função de apenas uma solução ótima produzida por ele para cada problema. Porém, o fato de um determinado modelo ter produzido a melhor solução ótima para um determinado problema não significa que as demais soluções ótimas obtidas entre as execuções também sejam de boa qualidade se comparada com as dos outros modelos. Por exemplo, nas Figuras 32(a), 32(b) e 32(e), é possível observar que o Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 aparentemente produziu as melhores soluções ótimas obtidas para os problemas $F1$, $F3$ e $F9$. Porém, entre as execuções desse modelo para a resolução desses mesmos problemas, também foram obtidas soluções de qualidade inferior se comparadas às de outros modelos. O mesmo se aplica ao Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 para a resolução dos problemas $F7$ e $F11$, como ilustram as Figuras 32(d) e 32(f) e ao Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0 para a resolução dos problemas $F3$ e $F15$, como ilustram as Figuras 32(b) e 32(h).

O outro aspecto considerado na avaliação do Stgm-IM neste experimento foi o seu comportamento evolutivo ao longo das execuções. Foi verificado se o comportamento do modelo foi alterado em função do valor atribuído ao parâmetro ρ . Nesta análise foram considerados o ajuste da topologia e a distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações.

O primeiro elemento considerado nesta análise foi a distribuição das soluções entre as ilhas. A Figura 35 ilustra a variação do valor POP_m^r ao longo das migrações de cada uma das configurações do Stgm-IM consideradas no experimento. Cada configuração correspondente a cada gráfico foi identificada através de seu nome incluído na legenda



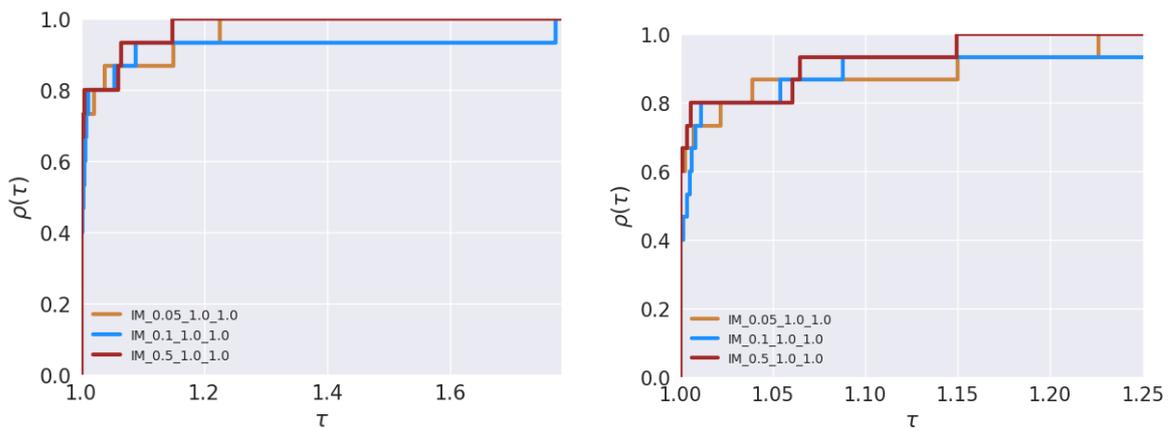
(a) Perfil de Desempenho

(b) Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ (c) Zoom $\rho(\tau) \mid \tau = 1$ Figura 33 – Experimento III – Perfil de Desempenho t_{ME} .

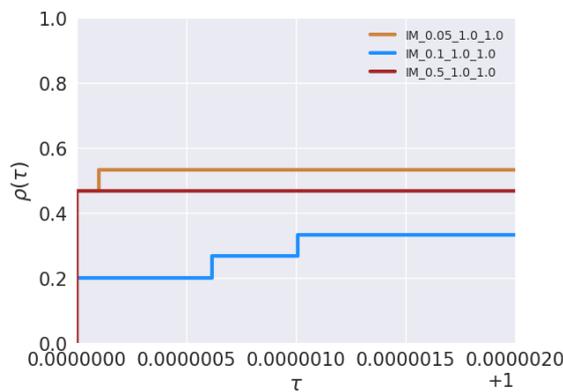
do respectivo gráfico da Figura 35. As linhas verticais em cada curva de cada gráfico da Figura 35 são os valores POP_s^r a cada migração.

Os gráficos da Figura 35 demonstram que nesta análise também, o valor atribuído ao parâmetro ρ não impactou de forma considerável no comportamento do Stgm-IM. O número de soluções direcionadas para cada ilha a cada migração é extremamente semelhante nas três configurações do modelo. A variação do valor POP_s^r ao longo das migrações também não foi impactada de forma relevante com a alteração do valor atribuído ao parâmetro ρ entre as configurações do Stgm-IM.

Os gráficos da Figura 35 apontam uma informação adicional sobre o comportamento do Stgm-IM em função do valor atribuído ao parâmetro ρ . Algumas ilhas tenderam a ter conjuntos de soluções de tamanhos próximos em relação à distinção para as outras. Nas três configurações do Stgm-IM consideradas neste experimento, as ilhas em que foram aplicados os algoritmos GA e PSO assumiram essa condição como pode ser observado



(a) Perfil de Desempenho

(b) Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ (c) Zoom $\rho(\tau) \mid \tau = 1$ Figura 34 – Experimento III – Perfil de Desempenho t_{mi} .

nos gráficos da Figura 35. Evidentemente as soluções foram direcionadas para essas ilhas em função de suas atratividades no modelo, definidas de acordo com a qualidade de seus algoritmos. É interessante perceber que quanto maior o valor do parâmetro ρ do Stgm-IM, ao longo das migrações os números de soluções nos conjuntos dessas ilhas se tornaram ainda mais parecidos.

No caso do modelo IM_0.1_1.0_1.0, como pode ser observado na Figura 35(b), a condição das ilhas com o GA e o PSO no Stgm-IM em função do número de soluções em seus conjuntos, foi alterada em torno de 90% do total de migrações, ainda que a diferença entre os seus números de soluções tenha sido mantida pequena. Na Figura 35(c) é possível observar que no Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 a distribuição das soluções apresentou a mesma tendência para as ilhas com o GA e PSO. Porém, no modelo IM_0.5_1.0_1.0, a inversão da condição dessas duas ilhas no Stgm-IM ocorreu ainda mais cedo, em torno de 30% do total de migrações. Nesse caso, no restante da execução do modelo, a diferença entre os números de soluções nos conjuntos dessas duas ilhas se tornou maior que no modelo

IM_0.1_1.0_1.0, ainda que tenha sido relativamente pequena.

A característica comportamental do Stgm-IM comentada no parágrafo anterior, certamente também tem relação com mudança na qualidade das soluções das ilhas em função do processo evolutivo promovido pelos respectivos algoritmos e não apenas com o valor do parâmetro ρ . Nos gráficos da Figura 35, tomando como exemplo as ilhas com o GA e o PSO, nas migrações iniciais das três configurações do Stgm-IM a ilha com o GA se tornou mais populosa que a ilha com o PSO. Entre as execuções dos três modelos para o experimento, possivelmente, nas iterações iniciais a ilha com o GA produziu soluções levemente melhores que a ilha com o PSO. Conseqüentemente a ilha com o GA se tornou mais atrativa que a ilha com o PSO, o que fez com que um número maior de soluções fosse direcionada para essa ilha. Ao longo da execução, a ilha com o PSO melhorou a qualidade do seu conjunto, superando a qualidade do conjunto da ilha com o GA. Porém, apenas nos modelos IM_0.1_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0, em que foram aplicados os valores mais elevados entre os valores considerados para o parâmetro ρ no experimento, foram capazes de identificar tal mudança na convergência dos conjuntos das referidas ilhas. Neste caso, em tais modelos a ilha com o PSO passou a ser mais atrativa que a ilha com o GA. Conseqüentemente, o número de soluções direcionadas para a ilha com o PSO passou a ser maior que para a ilha com o GA.

A capacidade do Stgm-IM de identificar mudanças na convergência dos conjuntos das suas ilhas certamente será aumentada se atribuídos valores mais elevados ao parâmetro ρ . Um nível mais elevado de evaporação/desgaste do elemento depositado no ambiente, que no caso do Stgm-IM é o valor indicativo de atratividade da ilha de destino para a ilha de origem da conexão, faz com que o valor acumulado em cada $\tau_{i,j}$ seja reduzido com maior intensidade a cada migração. Desta forma, os valores $\Delta\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$, definidos a cada migração em função de informações das ilhas i e j , passam a ter maior relevância nas atualizações de cada $\tau_{i,j}$ e $p_{i,j}$ respectivamente.

Contudo, é importante ressaltar que a característica do Stgm-IM comentada nos quatro parágrafos anteriores foi identificada apenas entre ilhas que tenderam a ter números de soluções relativamente altos e semelhantes entre seus conjuntos. Entre os gráficos da Figura 35, tomando como exemplo a ilha com o SSA, como comentado na Seção 4.2.2 e ilustrado nos sub-gráficos referentes à variação do valor $f_m^r(\mathbf{X})$ da Figura 20 (Pág. 100), no modelo IM_0.1_1.0_1.0, a ilha com o SSA apresentou uma taxa de convergência menor que ilhas com outros algoritmos nas migrações iniciais. Porém, ao longo das migrações a taxa de convergência da ilha com o SSA aumentou e essa ilha começou a produzir soluções incluídas entre as melhores do modelo. Considerando as similaridades entre as configurações do Stgm-IM identificadas até aqui, é esperado que nos modelos IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0 a evolução do conjunto de cada ilha tenha sido semelhante ao que é ilustrado na Figura 20 (Pág. 100). Assumindo essa semelhança,

os valores atribuídos ao parâmetro ρ nos modelos IM_0.1_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0 não foram suficientes para que esses modelos identificassem a melhoria da qualidade do conjunto da ilha com o SSA para que começassem a direcionar um número maior de soluções para essa ilha como fez com a ilha com o PSO.

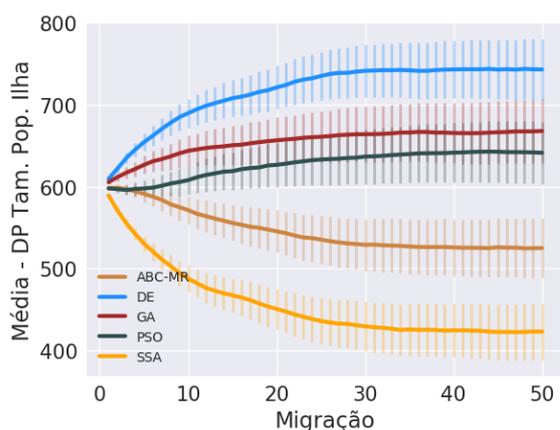
No gráfico da Figura 35(c) é possível observar que no Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0, a partir de em torno de metade do total de migrações, a ilha com o SSA começou a ter uma leve tendência a ter a variação do seu valor POP_m^r crescente ou pelo menos constante. Porém, o valor atribuído ao parâmetro ρ no Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 é 5 vezes maior que o valor atribuído ao mesmo parâmetro no modelo IM_0.1_1.0_1.0. A identificação da mudança na convergência do conjunto da ilha com o SSA no Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 poderia ter influenciado bem mais no número de soluções que passaram a ser direcionadas para essa ilha. A mudança na variação de POP_m^r não corresponde à melhoria da qualidade do conjunto da ilha com o SSA, ilustrada nos sub-gráficos referentes à variação do valor $f_m^r(\mathbf{X})$ da Figura 20 (Pág. 100).

Na presente análise é possível dizer que a distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações no Stgm-IM não foi impactada de forma considerável pela diferença de valores atribuídos ao parâmetro ρ .

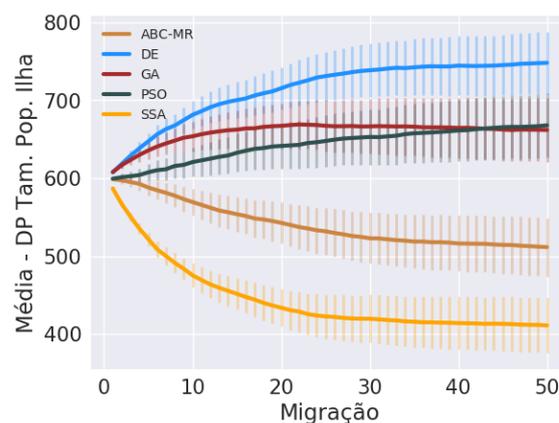
Ainda considerando nesta análise elementos do Stgm-IM que o caracterizam como dinâmico e adaptativo, as Figuras 36 e 37 apresentam a variação do valor $mw_{i,j}$, de cada conexão com origem em cada ilha i (cada gráfico das figuras) e destino em cada ilha j , ao longo das migrações dos modelos IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0 respectivamente. Nos gráficos da figura, tais valores são indicados pelas curvas de linhas mais espessas e cores mais fortes. As curvas de linhas mais finas e cores mais claras correspondem à variação de $mw_{i,j}$ na resolução de cada problema, neste caso, $NP = 1$ na Equação (4.16).

Nesta análise também serão considerados os gráficos da Figura 22 (Pág. 103), discutidos na Seção 4.2.2.2, que apresentam a variação do valor $mw_{i,j}$ no modelo IM_0.1_1.0_1.0. A diferença entre gráficos correspondentes à mesma ilha de origem entre as Figuras 36, 22 e 37, ilustra que o ajuste dos pesos das conexões ao longo das migrações das três configurações do Stgm-IM aqui avaliadas é mais um elemento que não foi impactado de forma considerável pela alteração do valor atribuído ao parâmetro ρ . Por exemplo, para cada ilha de origem, a distinção entre as demais ilhas do modelo em função de suas atratividades foi mantida entre as três configurações do Stgm-IM.

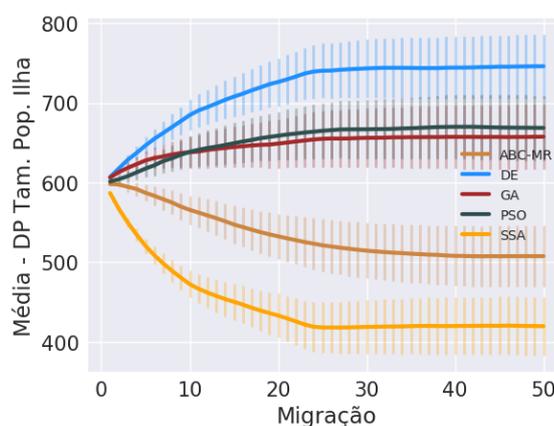
Todavia, nas Figuras 36, 22 e 37, comparando gráficos referentes às mesmas ilhas de origem das conexões, é possível observar um efeito da alteração do valor do parâmetro ρ no Stgm-IM, mais precisamente, quando se aplica um valor elevado. Após a extinção de ilhas do Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0, se comparado com os outros dois, os pesos das conexões com destino nas ilhas restantes foram aumentados com taxas maiores, fazendo com que se tornassem na faixa de 10% a 15% maiores que nos outros modelos. Os modelos



(a) IM_0.05_1.0_1.0



(b) IM_0.1_1.0_1.0



(c) IM_0.5_1.0_1.0

Figura 35 – Experimento III – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução de cada configuração do Stgm-IM considerada no experimento para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.

IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.1_1.0_1.0 apresentaram alterações mais leves nesse sentido.

Vale ressaltar que o efeito comentado no parágrafo anterior, ocorrido com o uso do valor mais elevado entre os que foram considerados neste experimento para o parâmetro, envolveu os pesos de todas as conexões. Desta forma, o que mudou foi a faixa de valores e não as conexões que foram afetadas pela mudança do valor de ρ . Portanto, o aumento do valor do parâmetro ρ não foi suficiente para impactar de forma considerável na condição de atratividade de cada ilha no modelo. Também não foi suficiente para impactar em operações que dependem da informação do peso das conexões como é o caso da distribuição das soluções entre as ilhas, que como já mencionado, foi extremamente semelhante entre os três modelos.

Também é possível notar por comparação entre gráficos referentes às mesmas ilhas de origem entre as Figuras 36, 22 e 37, que com o aumento do valor do parâmetro ρ , o ajuste dos pesos das conexões tenderam a privilegiar a condição das ilhas tidas como mais atrativas. Por exemplo, tomando a ilha com o ABC-MR como ilha de origem das conexões, a alteração do valor do parâmetro ρ de 0.05 para 0.1 fez com que o peso atribuído à conexão com destino na ilha com o PSO fosse elevado desde as primeiras migrações no Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 como pode ser observado entre as Figuras 36(a) e 22(a). Na segunda metade do total de migrações a condição de atratividade da ilha com o PSO foi mantida similar à da ilha com o DE. No Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0, a ilha com o DE se manteve mais atrativa que a ilha com o PSO em todo o experimento. No Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 a condição de atratividade da ilha com o PSO para a ilha com o ABC também foi melhorada como pode ser observado na Figura 37(a).

Outro exemplo desse efeito é tomando a ilha com o GA como ilha de origem, a condição de atratividade da ilha com o PSO foi melhorada no modelo em que foi aplicado o valor 0.1 ao parâmetro ρ , se comparado com o modelo em que foi aplicado o valor 0.05. No modelo IM_0.1_1.0_1.0, a ilha com o PSO se tornou mais atrativa que a ilha com o ABC-MR desde as primeiras migrações, vindo a assumir atratividade semelhante à da ilha com o DE, que foi considerada a ilha mais atrativa para a ilha com o ABC-MR, tanto no Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 quanto no Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0, como pode ser observado nas Figuras 22(c) e 36(c). No modelo IM_0.05_1.0_1.0, a ilha com o PSO inclusive se tornou a menos atrativa para a ilha com o GA por em torno de 40% das migrações finais, como pode ser observado na Figura 36(c). No Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 a atratividade da ilha com o PSO para a ilha com o GA também foi privilegiada pelo aumento do valor do parâmetro ρ . Neste caso a ilha com o PSO se tornou a mais atrativa para a ilha com o GA na segunda metade do total de migrações.

Entre os gráficos das Figuras 36, 22 e 37 é interessante observar a condição de atratividade de ilhas com algoritmos com características como o SSA. Como já comentado nas Seções 4.2.1 e 4.2.2, esse algoritmo apresentou uma taxa de convergência relativamente baixa tanto no início da sua execução isolada quanto do Stgm-IM. Porém, a partir de certo ponto o SSA melhorou consideravelmente a qualidade do seu conjunto, a ponto de possuir um dos conjuntos compostos pelas melhores soluções. Nas três configurações do Stgm-IM avaliadas até aqui, os pesos atribuídos às conexões com destino na ilha com o SSA, indicaram que tal ilha foi considerada uma das menos atrativas até metade do total de migrações.

A Figura 14 (Pág. 87) ilustra que no Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0, mesmo com a redução do número de soluções na ilha com o SSA, como ilustrado na Figura 35, esta ilha produziu soluções de boa qualidade. Como mencionado nesta seção, com base nas similaridades identificadas entre as três configurações do Stgm-IM aqui avaliadas, foi

considerado que tal comportamento também ocorreu nos modelos IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0.

Desta forma, de acordo com a natureza dinâmica adaptativa e auto-organizável do Stgm-IM, os pesos das conexões com destino na ilha com o SSA deveriam ter sido aumentados, principalmente na segunda metade do total de migrações, após extinção de ilhas, ainda que o aumento fosse iniciado na primeira metade. Neste caso essa ilha passaria a receber mais soluções que outras que produziram soluções de qualidade inferior, como a ilha com o ABC-MR por exemplo, como pode visto claramente na Figura 14.

Entretanto, os gráficos das Figuras 36, 22 e 37 ilustram que a mudança na convergência da ilha com o SSA foi identificada com maior intensidade pelas ilhas tidas como mais atrativas desde o início da execução das três configurações do Stgm-IM, como é o caso das ilhas com o DE, o GA e em alguns casos a ilha com o PSO, como já comentado. Tomando como exemplo a ilha com o DE como ilha de origem, tida como a ilha mais atrativa do modelo no experimento, avaliando os gráficos das Figuras 36(b), 22(b) e 37(b), é possível observar que nos modelos IM_0.1_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0, os pesos das conexões com destino na ilha com o SSA eram os menores até pouco mais de 1/10 do total de migrações. Ainda assim, nesses dois modelos, na segunda metade do total de migrações, o peso dessa conexão chegou a dobrar no modelo IM_0.1_1.0_1.0 e assumir valores maiores que o dobro no modelo IM_0.5_1.0_1.0. No Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0, o peso de tal conexão não aumentou com a mesma intensidade da primeira para a segunda metade do total de migrações, mas a taxa de aumento foi maior que das outras conexões, como também ocorreu nos outros dois modelos.

Considerando a ilha com o GA como a ilha de origem, os gráficos das Figuras 36(c), 22(c) e 37(c), ilustram que os pesos das conexões com destino na ilha com o PSO, que é uma das ilhas mais atrativas do modelo, foram elevados com o aumento do valor do parâmetro ρ , como já comentado. Todavia, essa ocorrência não impediu que houvessem taxas relativamente elevadas de aumento dos pesos de outras conexões. A conexão com destino na ilha com o SSA foi uma dessas. Nas três configurações do Stgm-IM, o peso da conexão com destino na ilha com o SSA foi o mais baixo como ilustram as Figuras 36(c), 22(c) e 37(c), em torno de 20% mais baixo comparando com o segundo peso mais baixo, o da conexão com destino na ilha com o ABC-MR. Ainda assim, no Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0, a taxa de aumento do peso da conexão com destino na ilha com o SSA foi uma das maiores por um intervalo considerável da segunda metade do total de migrações.

No caso do modelo IM_0.5_1.0_1.0, em alguns intervalos de migração da segunda metade do total, o peso da conexão com destino na ilha com o SSA inclusive foi o segundo maior do modelo, atrás apenas do peso da conexão com destino na ilha com o PSO, que se tornou a ilha mais atrativa para a ilha com o GA.

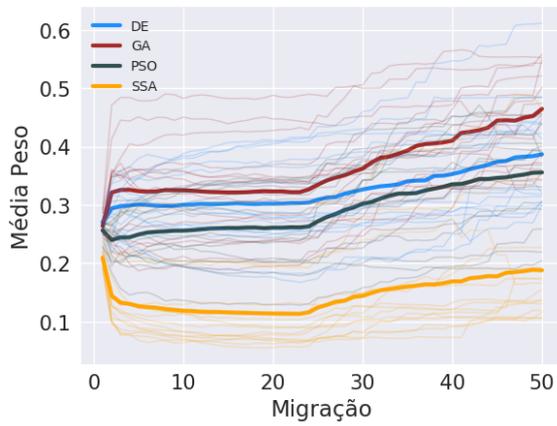
Diferente dos exemplos comentados no parágrafo anterior, considerando a ilha com o ABC-MR como ilha de origem das conexões, uma das ilhas menos atrativas do Stgm-IM neste experimento, em nenhuma das configurações o peso da conexão com destino na ilha com o SSA passou a aumentar de forma a indicar essa ilha como atrativa após a melhoria da qualidade do seu conjunto. Isto ocorreu porque do ponto de vista das ilhas menos atrativas do modelo como ilhas de origem, todas as outras que restam são atrativas, ainda que em níveis diferentes. Se uma delas é pouco atrativa no início da execução e melhora a qualidade do seu conjunto com o avanço da execução, como é o caso da ilha com o SSA, com o acúmulo de atratividade, mesmo utilizando uma taxa de evaporação/desgaste alta, como foi o caso do aumento do parâmetro ρ neste experimento, pode ser insuficiente para tornar tal ilha atrativa.

Com o indicativo de ocorrência de extinção de ilhas durante as execuções das três configurações do Stgm-IM aqui consideradas, é necessário verificar se este evento foi impactado pela alteração do valor do parâmetro ρ no modelo. A Figura 38 apresenta o número médio de problemas em que cada ilha foi excluída a cada execução de cada um dos modelos no experimento. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a referida ilha foi extinta entre as execuções do respectivo Stgm-IM.

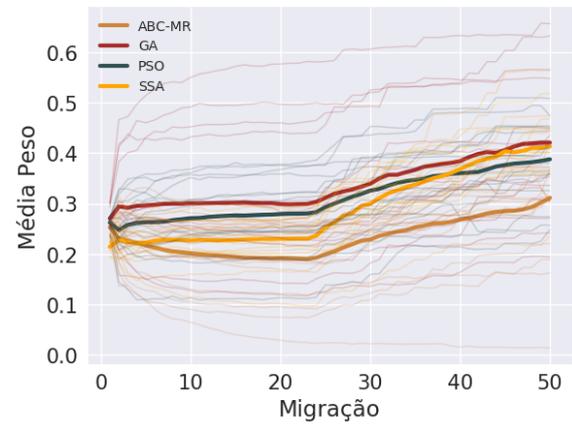
Os gráficos da Figura 38 esclarecem que houve extinção de ilhas nas três configurações do Stgm-IM avaliadas. Eles também demonstram que houve uma pequena diferença no número de problemas que a ilha de cada algoritmo foi extinta a cada execução de cada modelo. Esta diferença foi em torno de 1 a 2 problemas a mais quando o valor do parâmetro ρ foi aumentado.

Essa diferença é considerada natural de acordo com a representação do parâmetro ρ na simulação do fenômeno de estigmergia. Uma ilha que tende a ser menos atrativa ao longo da execução do Stgm-IM, assumirá essa condição mais rápido se a sua atratividade acumulada for desgastada de forma mais intensa com um valor alto atribuído ao parâmetro ρ , como é o caso do modelo IM_0.5_1.0_1.0 neste experimento. Essa ilha então deixa de receber soluções, fazendo com que ela seja extinta do Stgm-IM com um número relativamente baixo de migrações.

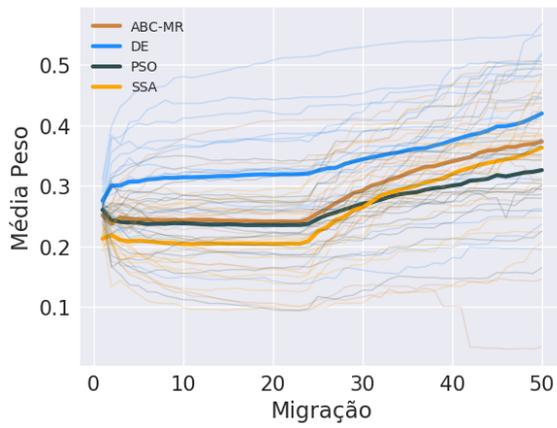
A sequência de eventos até que uma ilha pouco atrativa seja extinta do Stgm-IM, demanda um número maior de migrações se o valor atribuído ao parâmetro ρ for relativamente baixo, como é o caso dos modelos IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.1_1.0_1.0 neste experimento. Neste caso, o número de migrações pode ser insuficiente para que a ilha seja extinta do Stgm-IM de fato. É importante observar que a taxa de aumento do número de problemas em que a ilha de um algoritmo foi extinta não foi proporcional ao aumento do valor do parâmetro ρ . O valor do parâmetro ρ do modelo IM_0.5_1.0_1.0 é 10 vezes maior que o do modelo IM_0.05_1.0_1.0 e 5 vezes maior que o do modelo



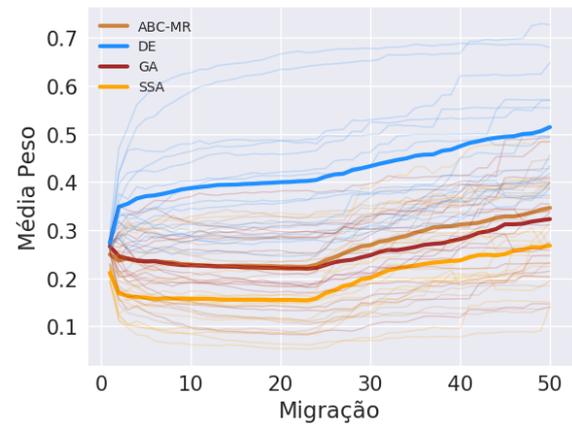
(a) Origem = ABC-MR



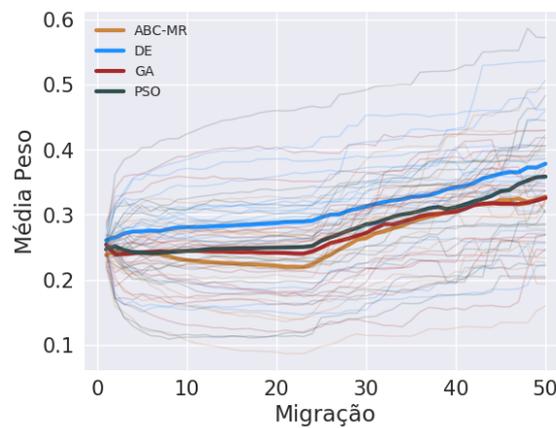
(b) Origem = DE



(c) Origem = GA

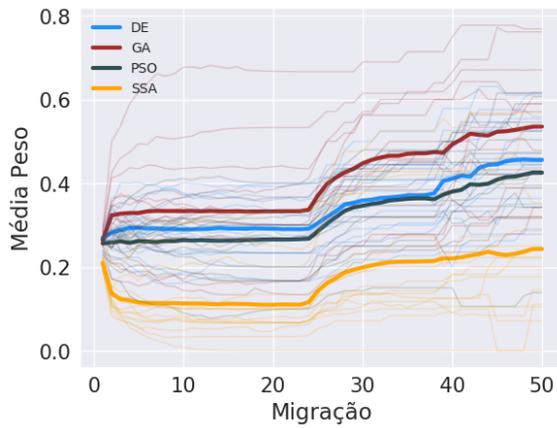


(d) Origem = PSO

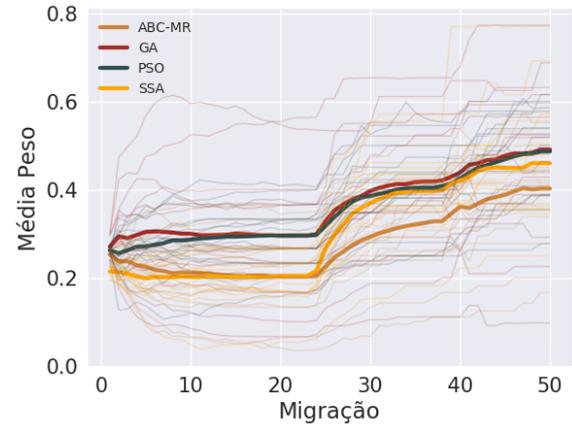


(e) Origem = SSA

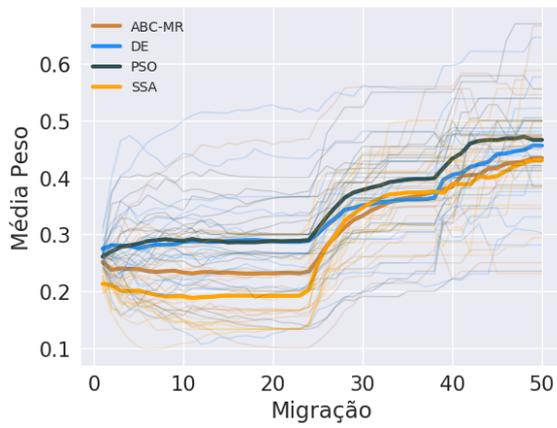
Figura 36 – Experimento III – Variação da média dos pesos das conexões com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0 e destino em cada uma das outras.



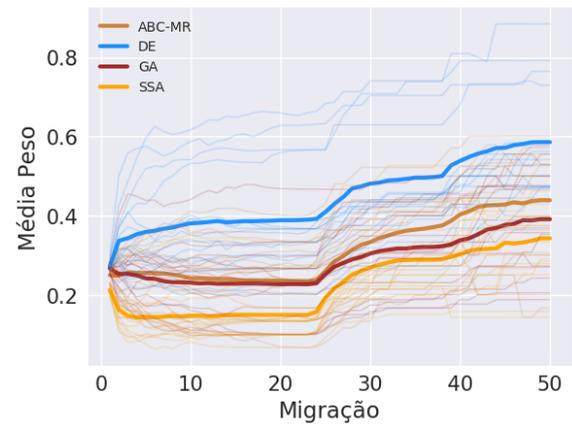
(a) Origem = ABC-MR



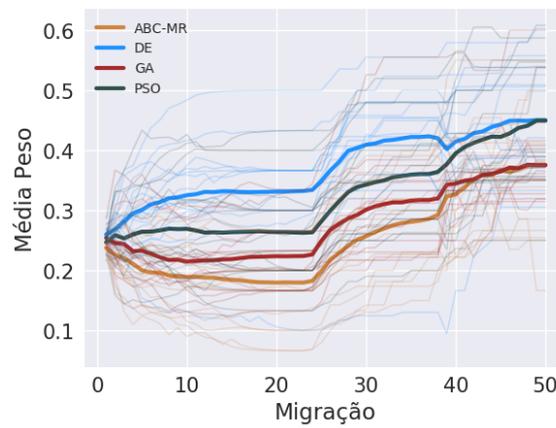
(b) Origem = DE



(c) Origem = GA



(d) Origem = PSO



(e) Origem = SSA

Figura 37 – Experimento III – Variação da média dos pesos das conexões com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 e destino em cada uma das outras.

IM_0.1_1.0_1.0. O valor do parâmetro ρ do modelo IM_0.1_1.0_1.0 é o dobro do valor utilizado no modelo IM_0.05_1.0_1.0.

Os gráficos da Figura 38 ilustram também que a distinção entre as ilhas em função de seus níveis de extinção é similar nas três configurações do Stgm-IM. A ilha extinta na resolução do maior número de problemas nos três modelos foi a ilha com o SSA, seguida pela ilha com o ABC-MR. A ilha com o DE foi a ilha extinta no menor número de problemas, seguida pelas ilhas com o GA e o PSO, que tiveram níveis de extinção semelhantes nos três modelos.

Quanto à fase da execução de cada modelo que cada ilha foi extinta, esse dado também foi similar entre as três configurações do Stgm-IM. Ainda assim, na Figura 38(c) é possível observar que no modelo IM_0.5_1.0_1.0 cada ilha foi extinta em média de 2 a 4 migrações antes dos outros modelos, como pode ser verificado comparando tal informação com os gráficos das Figuras 38(a) e 38(b).

Esta análise indicou mais um elemento do Stgm-IM que não foi impactado de forma considerável pela alteração do valor do parâmetro ρ . As mudanças no comportamento do modelo não ocorreram nas mesmas proporções que o do valor do parâmetro ρ foi alterado.

As Figuras 40 e 41 cruzam os valores POP_m^r e $mw_{i,j}$ em grafos para ilustrar simultaneamente o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo de algumas migrações dos modelos IM_0.05_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0 respectivamente. Nesta análise também devem ser considerados os grafos da Figura 24 (Pág. 106), discutido na Seção 4.2.2.2. Nos grafos o valor $mw_{i,j}$ de cada conexão é indicado através da sua espessura e cor do respectivo arco. O valor POP_m^r de cada ilha é indicado através do diâmetro e cor do vértice. Quanto à correspondência das cores com os valores atribuídos aos vértices e arcos de cada grafo, as respectivas legendas da Figura 23 indicam tais informações.

A comparação entre os conjuntos de grafos das Figuras 40, 24 e 41 ilustra mais uma vez que o comportamento evolutivo das três configurações do Stgm-IM não foi impactado de forma considerável/proporcional com a alteração do valor do parâmetro ρ . Entre os grafos é possível observar que as mudanças ocorridas entre as execuções dos modelos envolveram mais o ajuste dos pesos das conexões que a distribuição das soluções entre as ilhas. Esse impacto já foi possível de ser observado anteriormente, por exemplo por comparação entre os gráficos das Figuras 35, 36, 22 e 37. O maior impacto neste sentido é notado ao comparar os grafos da Figura 41, referentes ao Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0, com os dos outros dois, ilustrados nas Figuras 40 e 24. Entretanto, as diferenças foram mais intensas após em torno de 75% do total de migrações, como pode ser observado comparando par a par os grafos das Figuras 41(d) e 41(e) com os grafos das Figuras 40(d) e 40(e) e também com os grafos das Figuras 24(d) e 24(e). Neste caso, dada a diferença

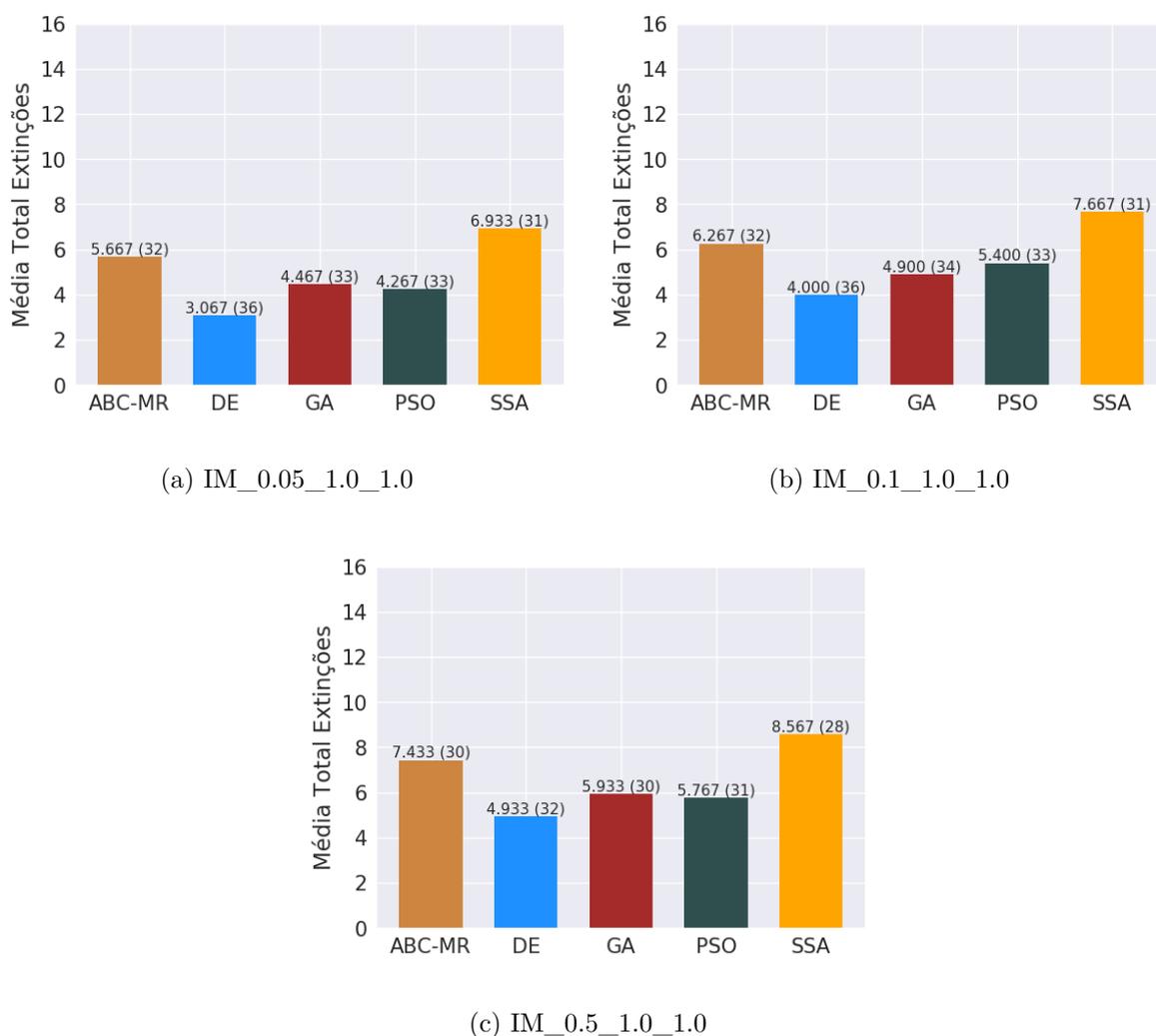


Figura 38 – Experimento III – Número médio de problemas em que cada ilha foi extinta a cada execução de cada configuração do Stgm-IM. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi extinta entre as execuções.

do Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0 para os outros modelos de acordo com os valores atribuídos aos respectivos parâmetros ρ , o impacto é considerado leve e tardio.

Dada a semelhança entre as três configurações do Stgm-IM identificadas até aqui, considera-se que o comportamento evolutivo de cada uma delas ao longo de cada execução realizada no experimento pode ser ilustrada com os grafos das Figuras 26, 27 e 28. Neste caso, a cada execução para a resolução de cada problema, a topologia e a distribuição das soluções entre as ilhas foi ajustada de uma forma distinta. Em nenhuma das três configurações foi possível identificar um padrão de comportamento preciso, ainda que algumas ilhas como a ilha com o DE por exemplo, tenderam a se tornar mais atrativas de modo geral.

Nesta seção foi apresentado o estudo realizado com o objetivo de avaliar o impacto

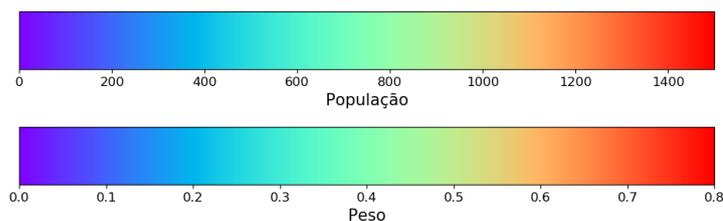


Figura 39 – Experimento III – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas ao longo das migrações dos modelos IM_0.05_1.0_1.0, IM_0.1_1.0_1.0 e IM_0.5_1.0_1.0.

no processo evolutivo do Stgm-IM em função do nível de evaporação/desgaste do elemento depositado no ambiente por meio do parâmetro ρ . De acordo com os resultados apresentados e discutidos, fica concluído que o comportamento do Stgm-IM tende a não ser impactado de forma considerável pelo valor atribuído ao parâmetro ρ . Neste caso, recomenda-se $\rho \leq 0.5$ para o Stgm-IM. Mais precisamente, considerando os valores utilizados neste experimento, os resultados obtidos e o fenômeno natural de estigmergia, recomenda-se $\rho = 0.1$. Desta forma, o evento de evaporação/desgaste do elemento depositado no ambiente, fica mantido na simulação do fenômeno de estigmergia em um nível considerado satisfatório.

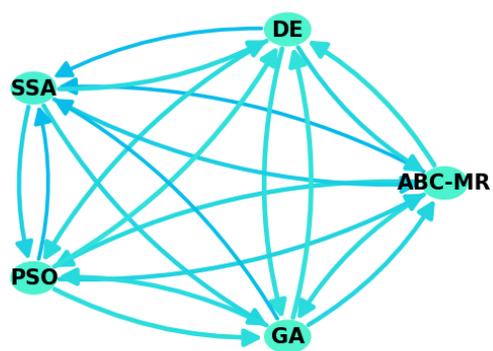
O peso de cada conexão do Stgm-IM é definido como uma proporção da atratividade da ilha de destino no conjunto de ilhas. Com base nessa característica é considerado aqui que a conclusão obtida neste experimento referente ao Stgm-IM, é extensível a implementações do modelo em que for aplicado um número maior de ilhas e/ou algoritmos. Contudo, no futuro será feita investigação nesse sentido.

4.2.4 Experimento IV – Avaliação do ajuste de pesos das conexões no Modelo de Ilhas Estigmérgico

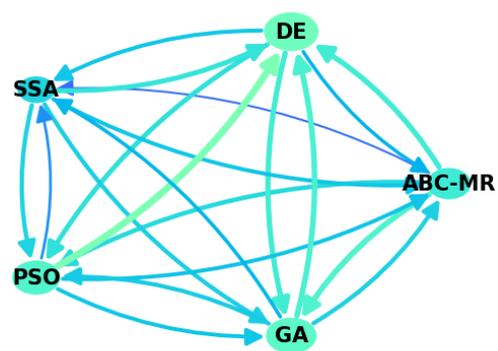
4.2.4.1 Descrição

Esta seção apresenta o experimento identificado neste trabalho como Experimento IV, realizado com o objetivo de avaliar o impacto dos parâmetros α e β da Equação (3.4), no desempenho do Stgm-IM. A avaliação do ajuste da topologia foi priorizada neste experimento. A topologia do modelo pode influenciar na qualidade da solução produzida pelo Stgm-IM. Por esta razão, também foram analisados os impactos na qualidade da solução produzida pelo modelo.

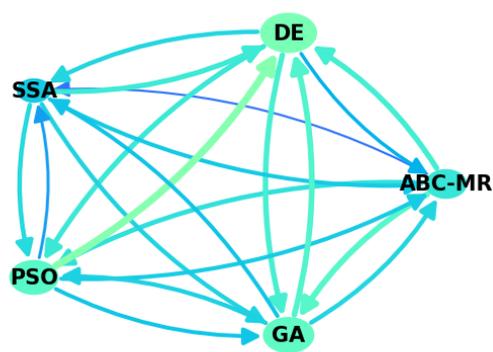
Nos Experimentos II e III os parâmetros α e β foram ajustados como $\alpha = 1$ e $\beta = 1$. Desta forma, não exerceram nenhuma influência sobre o desempenho do Stgm-IM. Na literatura direcionada ao ACO são indicados intervalos de valores para os parâmetros α e β , como por exemplo nos trabalhos [93, 122–126]. Porém é necessário investigar possíveis ajustes para o Stgm-IM e seus efeitos.



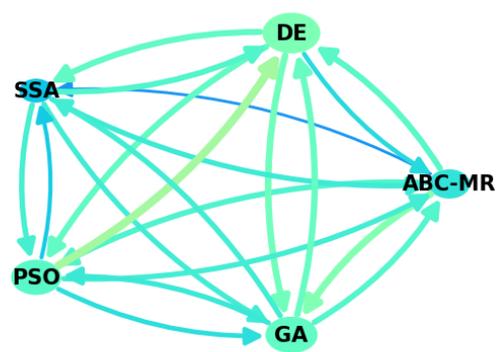
(a) Migração 1



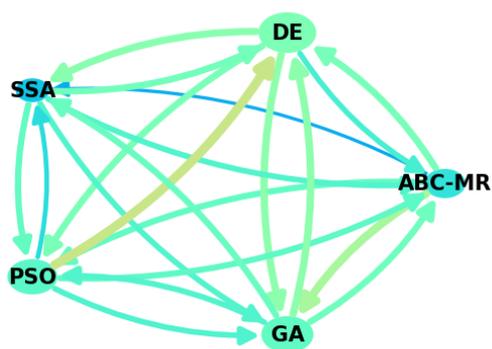
(b) Migração 13



(c) Migração 25



(d) Migração 37



(e) Migração 50

Figura 40 – Experimento III – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do Stgm-IM IM_0.05_1.0_1.0.

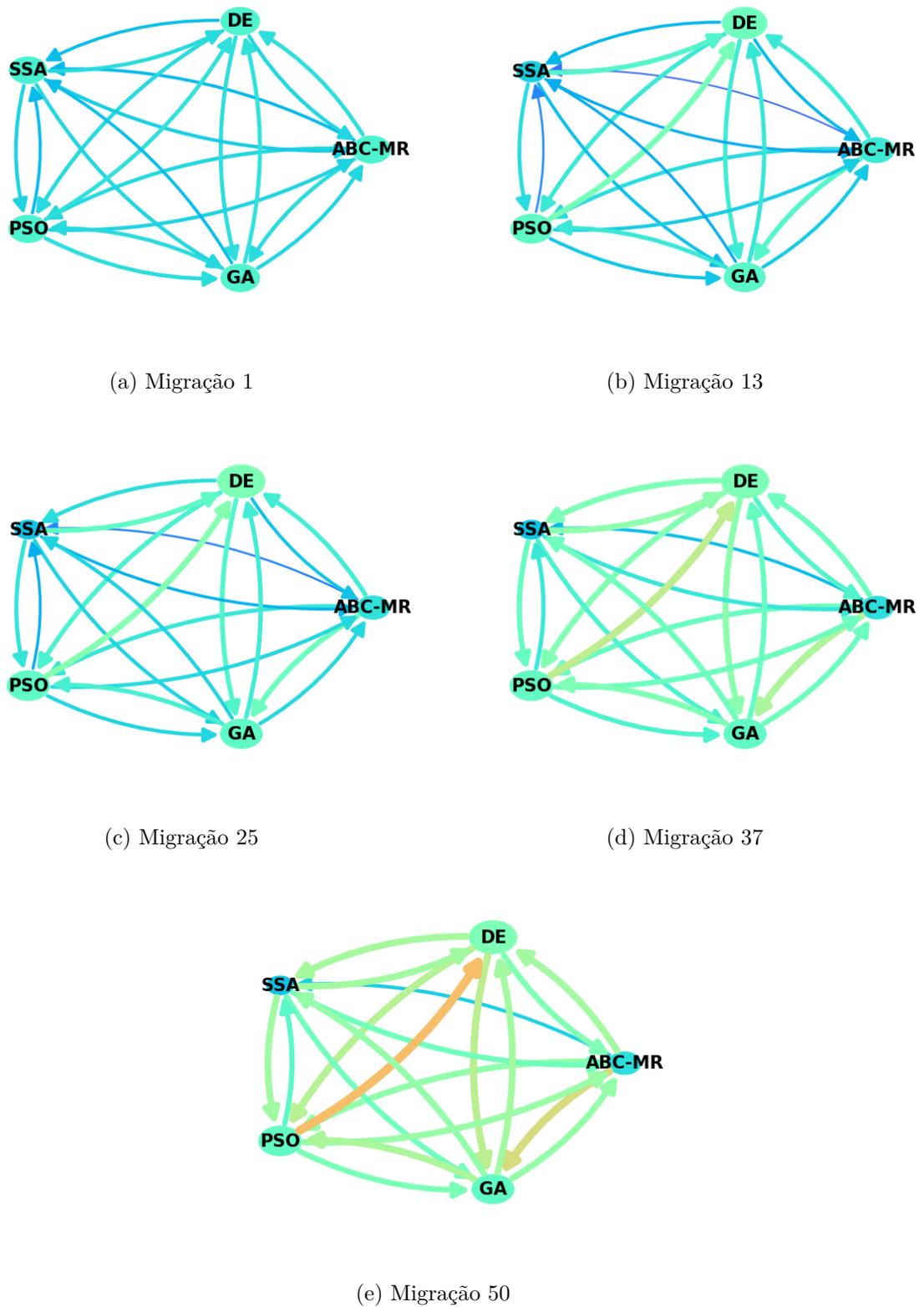


Figura 41 – Experimento III – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do Stgm-IM IM_0.5_1.0_1.0.

No Stgm-IM os parâmetros α e β são expoentes das bases $\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$ das potências da Equação (3.4), utilizada para o ajuste do peso de cada conexão. Neste caso, ao longo da simulação do fenômeno de estigmergia, a cada migração esses parâmetros estão presentes na operação que define o valor indicativo de atratividade de cada caminho disponível para os agentes (soluções candidatas). Nesta operação, o parâmetro α define a relevância do termo de atratividade $\tau_{i,j}$ da ilha de destino j para a ilha de origem i de cada conexão, acumulado ao longo das migrações. O parâmetro β define a relevância da informação de qualidade $\eta_{i,j}$ da ilha de destino j de cada conexão a cada migração.

Para a avaliação dos parâmetros α e β neste experimento, foram consideradas 4 novas configurações distintas do Stgm-IM. Entre os modelos, considerando que a definição de valores para os parâmetros α e β de cada um deles é dado por um par ordenado na forma (α, β) , foram definidos os valores $(1.0, 0.5)$, $(1.0, 2.0)$, $(0.5, 1.0)$ e $(2.0, 1.0)$. Desta forma, em cada uma das quatro configurações do Stgm-IM, apenas $\alpha \neq 1.0$ ou apenas $\beta \neq 1.0$. Neste caso, apenas um dos dois parâmetros influenciou no comportamento de cada configuração do Stgm-IM.

Por conveniência os quatro modelos considerados no experimento foram nomeados. Os nomes foram definidos na forma IM_ ρ _ α _ β , onde $\rho = 0.1$, $\alpha \in \{0.5, 1.0, 2.0\}$ e $\beta \in \{0.5, 1.0, 2.0\}$. O nome associado a cada modelo faz referência à sua configuração em função dos valores definidos para os parâmetros α e β . Por exemplo, o nome IM_0.1_0.5_1.0 corresponde à configuração do Stgm-IM em que foi definido o valor 0.5 para o parâmetro α e o valor 1.0 para o parâmetro β .

Os resultados referentes ao Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0, discutidos nos Experimentos II e III, Seções 4.2.2.2 e 4.2.3.2 respectivamente, foram considerados neste experimento para efeito comparativo do comportamento do Stgm-IM. Por este motivo, com exceção dos valores dos parâmetros α e β do modelo, todas as outras definições aplicadas nos Experimentos II e III foram mantidas neste experimento. Quanto ao parâmetro ρ , avaliado no Experimento III (Seção 4.2.3), foi definido o valor $\rho = 0.1$ para todas as configurações do Stgm-IM, como indicado na Seção 4.2.3.2.

As quatro configurações adicionais do Stgm-IM foram submetidas à resolução do conjunto de problemas descrito na Seção 4.1.2, cuja dimensão foi mantida $D = 50$, como nos Experimentos I, II e III.

Para cada um dos problemas foram realizadas 30 execuções independentes de cada uma das quatro configurações adicionais do Stgm-IM. Os resultados são apresentados e comentados na Seção 4.2.4.2.

4.2.4.2 Resultados

Antes de analisar os resultados deste experimento é importante ressaltar algumas características que distinguem as configurações do Stgm-IM consideradas. As Figuras 42 e 43 apresentam as variações dos valores $mT_{i,j}$ e $mN_{i,j}$, dados pelas Equações (4.17) e (4.18) respectivamente, de cada conexão com origem em cada ilha (cada gráfico da figura) e destino em cada uma das outras, ao longo das migrações do Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0, executado no Experimento II. Nos gráficos das Figuras 42 e 43, os valores $mT_{i,j}$ e $mN_{i,j}$ são ilustrados pelas curvas de linhas mais espessas e cores mais fortes. As curvas de linhas mais finas e cores mais claras correspondem às variações de $mT_{i,j}$ e $mN_{i,j}$ na resolução de cada problema. Neste caso, $NP = 1$ nas Equações (4.17) e (4.18).

A variação do valor $mT_{i,j}$ representa a variação do valor $\tau_{i,j}$ no experimento. A cada migração de cada execução do Stgm-IM, cada valor $\tau_{i,j}$ é acumulado com o acréscimo da parcela $\Delta\tau_{i,j}$ dado pela Equação (3.3). Porém, cada valor $\tau_{i,j}$ também está sujeito à ocorrência de evaporação/desgaste de acordo com o valor atribuído ao parâmetro ρ . Cada valor $\Delta\tau_{i,j}$ é uma porção do total de soluções do modelo. Desta forma, a variação de $\Delta\tau_{i,j} \in [0, 1]$ dependerá da taxa de migração ξ aplicada no Stgm-IM, entre outros dados. A Figura 42 ilustra que nas execuções do Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 no Experimento II, sob $\xi = 10\%$, o dado $\tau_{i,j}$, representado pelo valor $mT_{i,j}$ nesta análise, foi mantido $\tau_{i,j} < 1.0$.

A variação do valor $mN_{i,j}$ representa a variação do valor $\eta_{i,j}$ no experimento. Pela Equação (3.5), cada valor $\eta_{i,j} \geq 0.5$. A Figura 43 confirma que no Experimento II, a cada execução do modelo IM_0.1_1.0_1.0, $\eta_{i,j}$, representado pelo valor $mN_{i,j}$ nesta análise, foi mantido $0.5 \leq \eta_{i,j} \leq 1$.

Com base nas informações dos dois últimos parágrafos, as bases $\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$ das operações de potência da Equação (3.4) assumiram valores $\tau_{i,j} < 1$ e $\eta_{i,j} < 1$. Nestas condições, se $\alpha = 1$ ou $\beta = 1$, o respectivo parâmetro não influencia na referida operação de potenciação da Equação (3.4), como foi feito nos Experimentos II e III (Seções 4.2.2 e 4.2.3). Se $\alpha < 1$ ou $\beta < 1$, o resultado da respectiva operação de potência na Equação (3.4) é maior que o valor da base. Neste caso, o respectivo parâmetro influencia privilegiando o dado representado pela base $\tau_{i,j}$ ou $\eta_{i,j}$ no ajuste do peso de cada conexão. Por outro lado, se $\alpha > 1$ ou $\beta > 1$, o resultado da respectiva operação de potência na Equação (3.4) é menor que o valor da base. Neste caso, o respectivo parâmetro influencia depreciando o dado representado pela base $\tau_{i,j}$ ou $\eta_{i,j}$ no ajuste do peso de cada conexão.

O gráfico da Figura 44 ilustra a característica da operação de potenciação comentada no parágrafo anterior. No gráfico, o eixo horizontal é a base $x \in [0, 1]$, que foi submetida aos expoentes $\in \{0.2, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0\}$, resultando nos valores y , indicados no eixo vertical. Na Figura 44 é interessante observar também que a taxa de variação de y é distinta mediante cada expoente. Além disso, para cada expoente, a taxa de variação do valor y é

diferente para cada intervalo de valores de x .

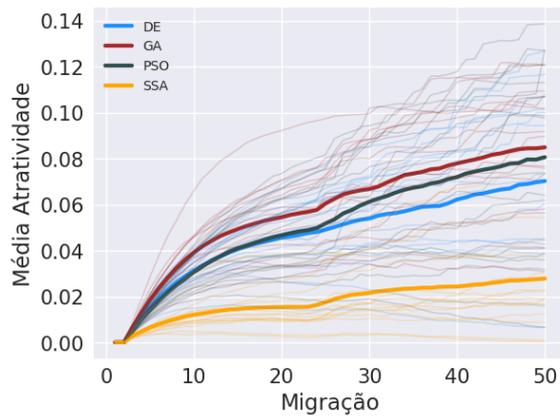
Nestas condições, entre as 5 configurações do Stgm-IM consideradas neste experimento, os valores $\tau_{i,j}$ ou $\eta_{i,j}$ foram privilegiados, depreciados ou mantidos na Equação (3.4), de acordo com os valores atribuídos aos parâmetros α e β . Esta é a principal diferença entre as cinco configurações do Stgm-IM avaliadas. Note que entre as configurações do Stgm-IM avaliadas, os valores $\tau_{i,j}$ e/ou $\eta_{i,j}$ serão mantidos na Equação (3.4). Entre as configurações do Stgm-IM avaliadas, $\alpha = 1.0$ e/ou $\beta = 1.0$.

Na Equação (3.4), é interessante observar também que o termo $[\eta_{i,j}]^\beta$ é um valor indicativo da qualidade da ilha j , onde $\eta_{i,j}$ é definido em função da qualidade do conjunto de soluções desta ilha. O termo $[\tau_{i,j}]^\alpha$ pode ser visto na Equação (3.4) como uma taxa (porção) da qualidade $[\eta_{i,j}]^\beta$ que será aplicada no ajuste do peso da conexão com origem na i e destino na ilha j , ainda que $\tau_{i,j} > 1$. O valor $\tau_{i,j}$ é ajustado de acordo com o histórico de comunicação da ilha i com a ilha j na forma de envio de soluções. Consequentemente a taxa $[\tau_{i,j}]^\alpha$ é definida dinamicamente. Neste sentido, o parâmetro α pode ser visto como o elemento que define a relevância/nível da taxa a ser aplicada sobre a informação de qualidade do conjunto da ilha de destino para o ajuste do peso de cada conexão. O valor de α pode manter, aumentar ou diminuir o valor $\tau_{i,j}$. De forma similar, o parâmetro β pode ser visto como o elemento que define a relevância da qualidade da ilha de destino para o ajuste do peso de cada conexão. O valor de β pode manter, aumentar ou diminuir o valor $\eta_{i,j}$. Esses parâmetros podem ser ajustados de maneira a definir o comportamento esperado para o Stgm-IM neste sentido.

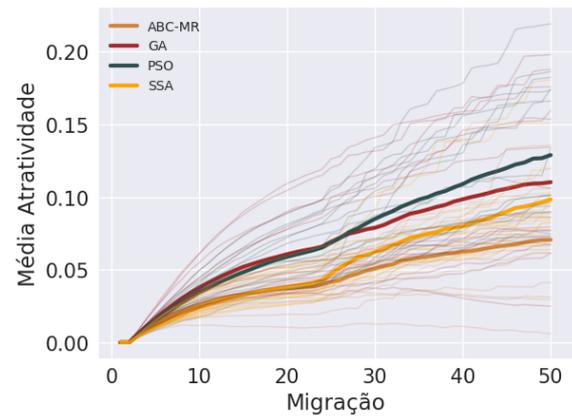
Esclarecida a principal diferença entre as 5 configurações do Stgm-IM consideradas neste experimento, o primeiro elemento avaliado foi a qualidade das soluções ótimas obtidas com cada uma delas. A Figura 45 apresenta as distribuições dos valores de função objetivo das soluções ótimas obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de cada uma das 5 configurações do Stgm-IM.

Nos gráficos da Figura 45, considerando as métricas média, mediana e desvio padrão, é possível observar que as 5 configurações do Stgm-IM produziram conjuntos de soluções ótimas relativamente similares. Ainda assim, é possível observar que os parâmetros α e β impactam de forma mais intensa no desempenho do Stgm-IM que o parâmetro ρ , analisado na Seção 4.2.3. Além disso, o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 tendeu a produzir as melhores soluções entre as suas execuções, como pode ser observado nas Figuras 45(a), 45(b), 45(e) e 45(g).

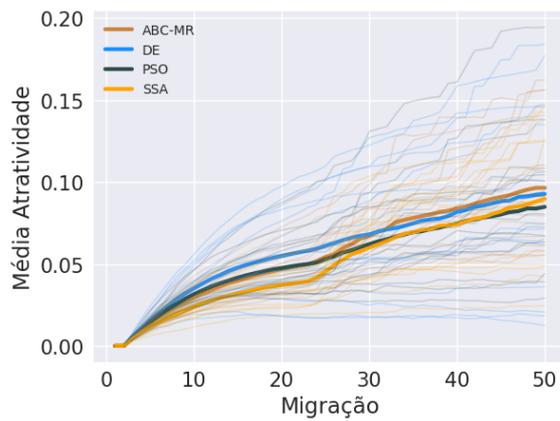
Os gráficos das Figuras 45(a), 45(c), 45(e), 45(f) e 45(g) demonstram que o Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 também produziu boas soluções entre as suas execuções. Por outro lado, os gráficos da Figura 45 demonstram que os modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_2.0_1.0 tenderam a produzir soluções de qualidade inferior entre as suas execuções como pode ser observado nas Figuras 45(a), 45(c), 45(e), 45(f) e 45(g).



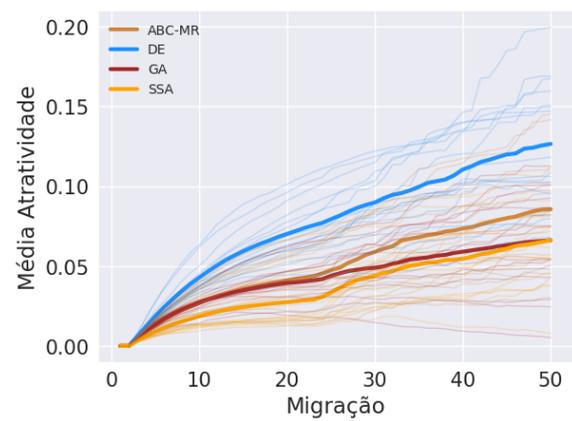
(a) Origem = ABC-MR



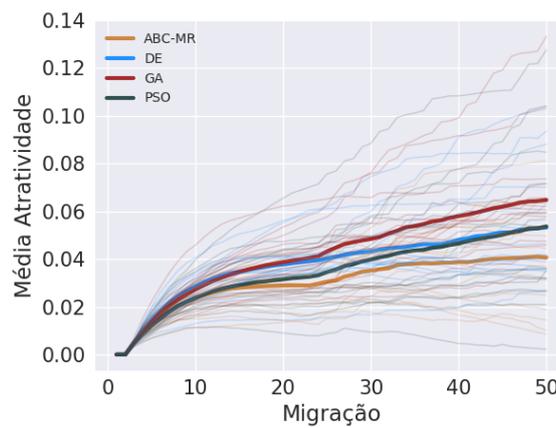
(b) Origem = DE



(c) Origem = GA

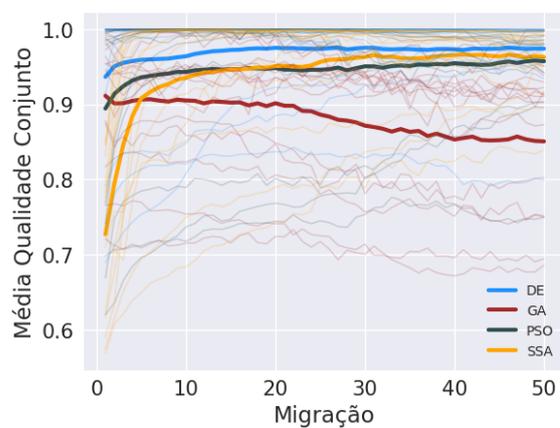


(d) Origem = PSO

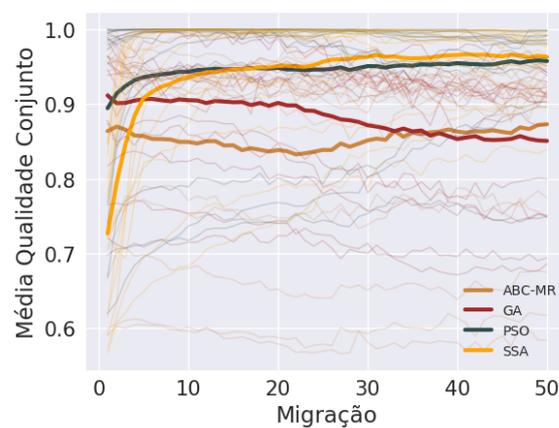


(e) Origem = SSA

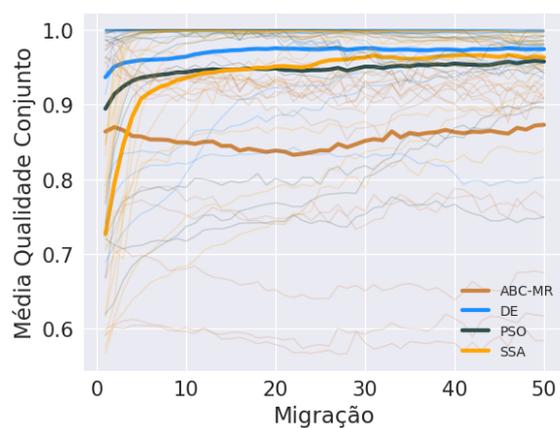
Figura 42 – Experimento IV – Variação da média do valor $\tau_{i,j}$ associado a cada conexão com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 e destino em cada uma das outras.



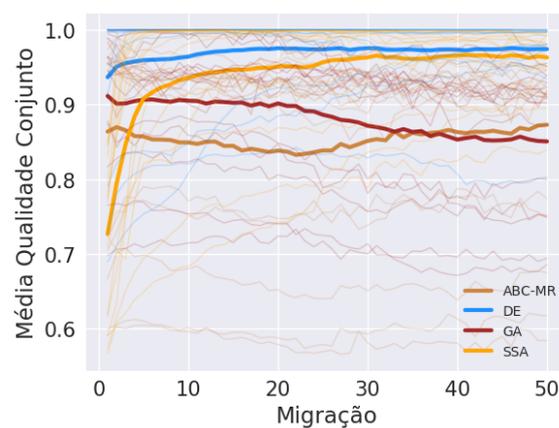
(a) Origem = ABC-MR



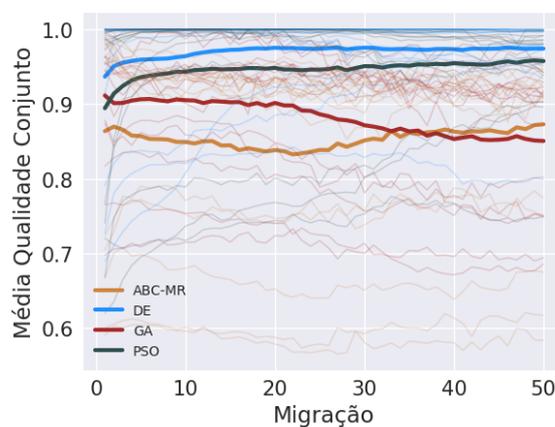
(b) Origem = DE



(c) Origem = GA



(d) Origem = PSO



(e) Origem = SSA

Figura 43 – Experimento IV – Variação da média do valor $\eta_{i,j}$ associado a cada conexão com origem em cada uma das ilhas do Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 e destino em cada uma das outras.

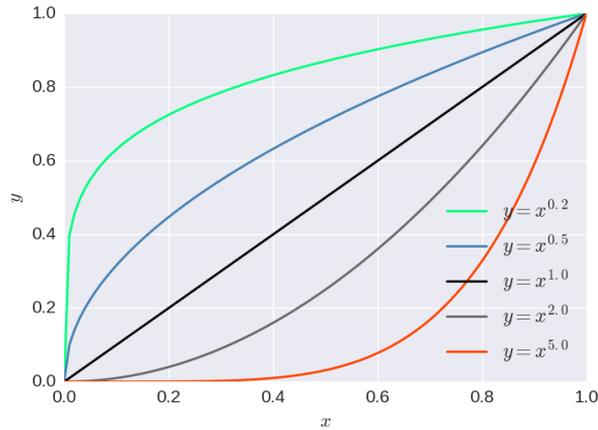


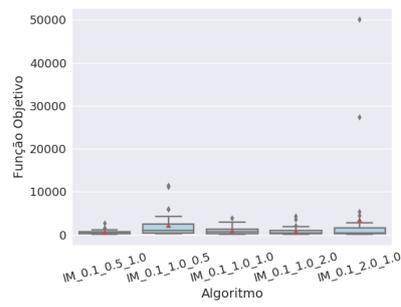
Figura 44 – Experimento IV – Exemplo de operação de potência com base $x \in [0, 1]$ e diferentes valores utilizados como expoente.

Os gráficos da Figura 45 indicam que neste experimento as configurações do Stgm-IM em que $\alpha < \beta$ tenderam a produzir soluções levemente melhores. De forma mais geral, a Figura 45 indica que as configurações do Stgm-IM em que é definida maior relevância para o termo $\tau_{i,j}$ que para o termo $\eta_{i,j}$ no ajuste do peso das conexões tendem a produzir soluções melhores.

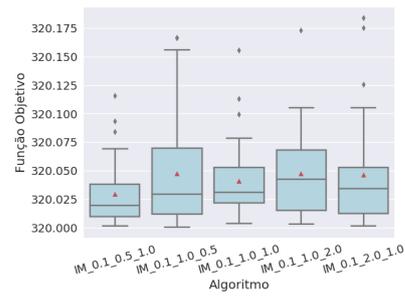
Para complementar a análise de desempenho do Stgm-IM, as Figuras 46 e 47 apresentam respectivamente os Perfis de Desempenho t_{ME} e t_{mi} envolvendo as 5 configurações do modelo aqui avaliadas. Vale lembrar que no Perfil de Desempenho t_{ME} a métrica de desempenho é uma medida estatística (média) sobre o conjunto de soluções ótimas obtidas por cada configuração do Stgm-IM.

As Figuras 46(a) e 46(b) ilustram que no conjunto de problemas, o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 produziu os melhores conjuntos de soluções ótimas entre as execuções. As Figuras 46(a) e 46(b) demonstra também que o Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 foi o que produziu o segundo melhor conjunto de soluções ótimas para o conjunto completo de problemas.

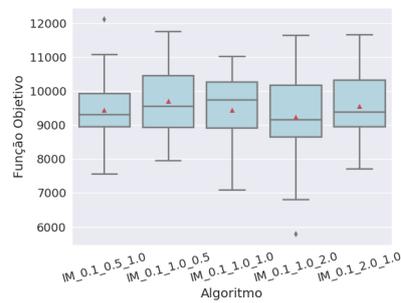
Nas Figuras 46(a) e 46(b) é possível observar que a diferença de desempenho entre os modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_2.0 foi relativamente pequena se comparados com os outros 3. A qualidade do conjunto de soluções obtidas com o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 é em torno de 3 vezes melhores que o conjunto obtido com o Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0. Os outros três modelos produziram conjuntos de soluções ótimas com qualidade pelo menos 5 vezes inferior à do conjunto do IM_0.1_1.0_2.0 e em torno de 25 vezes inferior à do conjunto do IM_0.1_0.5_1.0, como é o caso do modelo IM_0.1_1.0_0.5. Segundo o gráfico da Figura 46(a), o Stgm-IM IM_0.1_2.0_1.0 foi o que produziu o conjunto de soluções ótimas de pior qualidade para o conjunto de problemas, seguido pelo modelo IM_0.1_1.0_1.0. A Figura 46(b) ilustra que o modelo IM_0.1_0.5_1.0 foi o que produziu



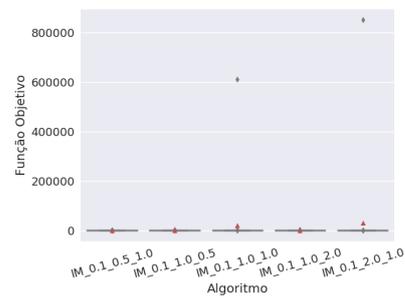
(a) F1



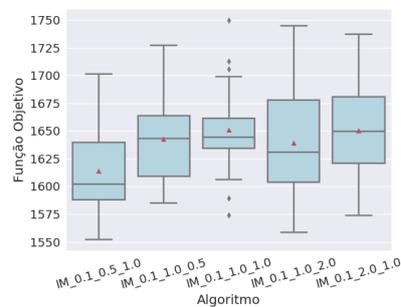
(b) F3



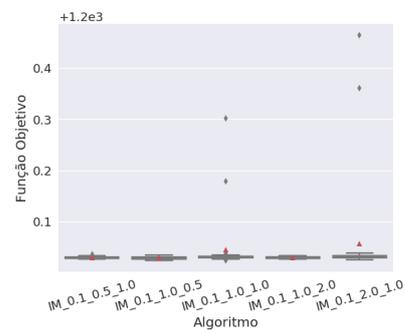
(c) F5



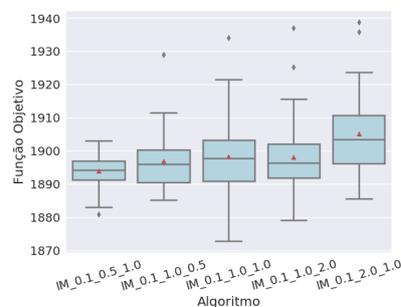
(d) F7



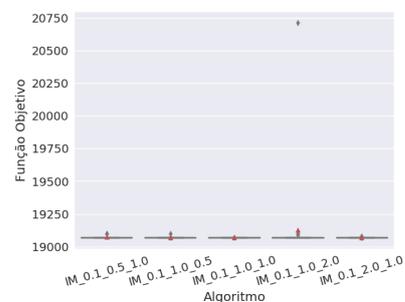
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 45 – Experimento IV – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de 5 configurações do Stgm-IM distintas entre si pelos valores dos parâmetros α e β . Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.

os melhores conjuntos de soluções ótimas para grupos menores do conjunto de problemas. Isto significa que essa configuração do Stgm-IM foi a que melhor se ajustou à resolução de problemas distintos.

O gráfico da Figura 46(c) reafirma a qualidade das soluções obtidas entre as execuções do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0. No Perfil de Desempenho t_{ME} , o modelo IM_0.1_0.5_1.0 produziu o melhor resultado para em torno de 75% dos problemas. Segundo o gráfico da Figura 46(c), o Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0, tido como o segundo mais eficiente nesta análise, produziu o melhor resultado para em torno de 15% dos problemas, realçando ainda mais a eficiência do modelo IM_0.1_0.5_1.0. Por este motivo a configuração IM_0.1_0.5_1.0 do Stgm-IM é tida como a mais eficiente nesta análise. Mais uma vez fica indicado que as configurações do Stgm-IM em que é definida maior relevância para o termo $\tau_{i,j}$ que para o termo $\eta_{i,j}$ no ajuste do peso das conexões tendem a produzir soluções melhores.

A Figura 47(a) ilustra que no Perfil de Desempenho t_{mi} a condição das configurações do Stgm-IM quanto à qualidade da solução produzida por cada uma delas, foi alterada em comparação com o Perfil de Desempenho t_{ME} . A Figura 47(a) ilustra que o modelo IM_0.1_1.0_0.5 foi o que produziu a melhor solução ótima para o conjunto de problemas, seguido pelo modelo IM_0.1_1.0_2.0.

É importante observar que no Perfil de Desempenho t_{mi} a distinção entre os modelos é definida apenas em função da melhor solução produzida para o conjunto de problemas, entre as execuções de cada um deles. Também é importante notar que o intervalo de variação do valor τ no Perfil de Desempenho t_{mi} foi relativamente pequeno, como pode ser observado no eixo horizontal do gráfico da Figura 47(a). Isto significa que é possível obter uma solução de boa qualidade entre as execuções de todas as configurações do Stgm-IM consideradas nesta avaliação, resguardadas as devidas diferenças de desempenho entre elas.

O gráfico da Figura 47(a) também ilustra que no Perfil de Desempenho t_{mi} , o Stgm-IM IM_0.1_2.0_1.0 foi o que apresentou o pior desempenho no experimento, seguido pelo modelo IM_0.1_1.0_1.0. O gráfico da Figura 47(b) demonstra que apesar de o modelo IM_0.1_1.0_0.5 ter produzido a melhor solução para o conjunto de problemas, em grupos menores de problemas o modelo IM_0.1_1.0_2.0 e até mesmo o modelo IM_0.1_2.0_1.0 produziram soluções de qualidade superior.

O gráfico da Figura 47(c) demonstra mais uma vez que no Perfil de Desempenho t_{mi} a distinção entre as configurações do Stgm-IM avaliadas foi relativamente pequena. Nesta análise o modelo IM_0.1_0.5_1.0 volta a se destacar, sendo apontado como o que produziu a melhor solução ótima para o maior número de problemas, ainda que o número de problemas corresponde a em torno de 30% a 35% do total.

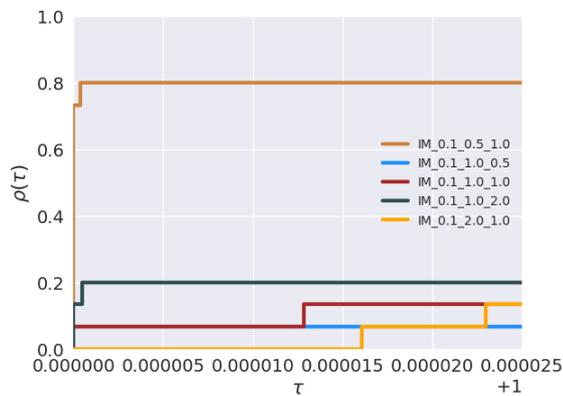
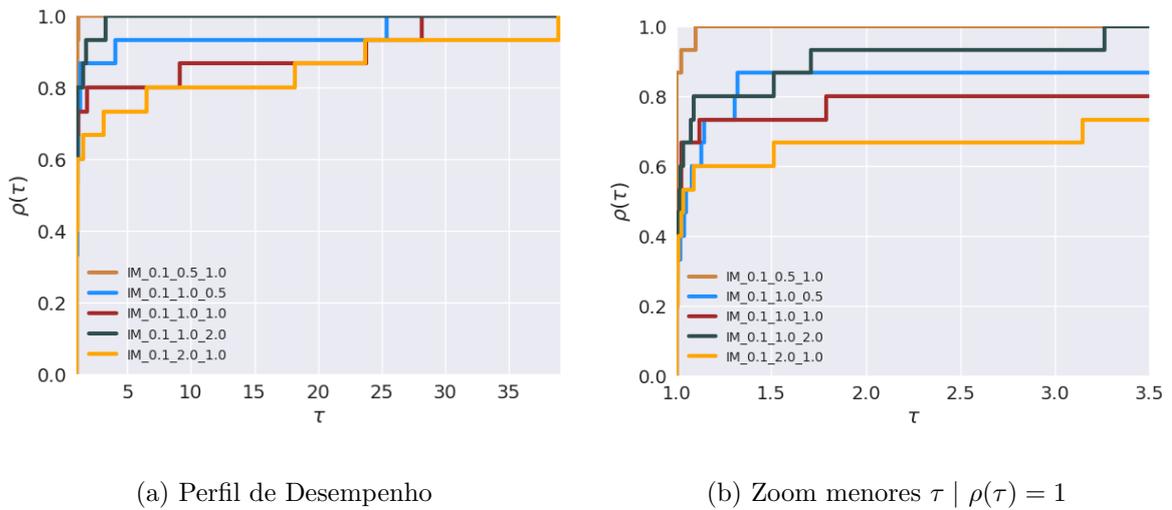
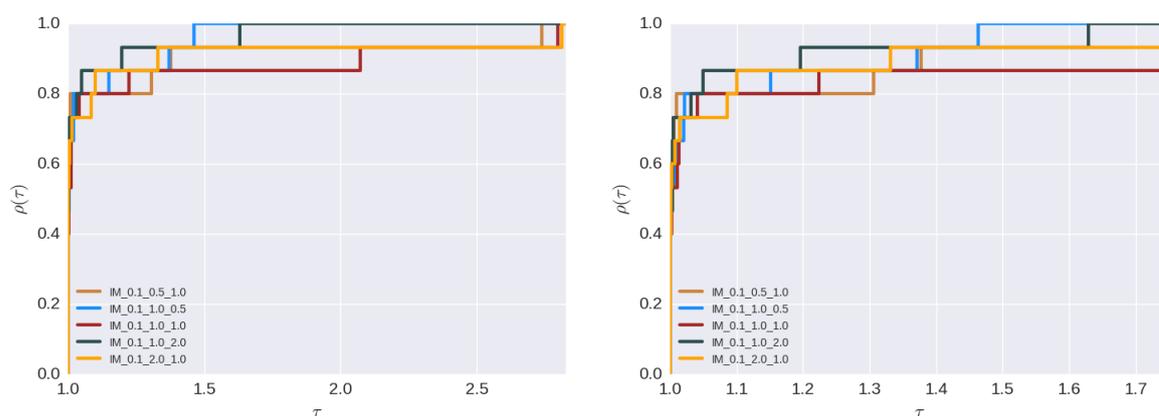


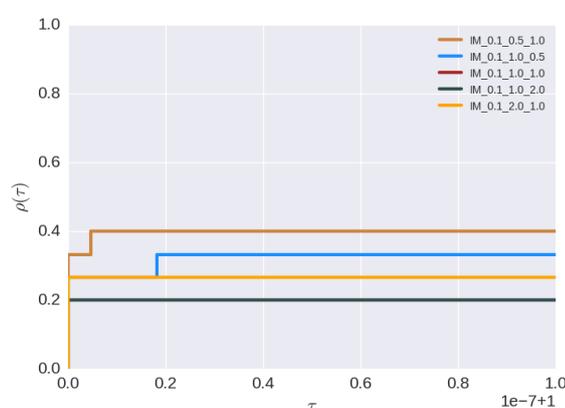
Figura 46 – Experimento IV – Perfil de Desempenho t_{ME} .

As Figuras 48 e 49 apresentam lado a lado as distribuições dos valores $f_m^r(\mathbf{X})$ de cada algoritmo, quando executado isoladamente e em uma das ilhas de duas configurações do Stgm-IM, para a resolução de alguns dos problemas. Os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ de cada algoritmo, referentes à sua inclusão no Stgm-IM, foram obtidos antes de cada migração, ou seja, após cada execução de T_{iter} iterações. Os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ referentes às execuções isoladas de cada algoritmo foram obtidos a cada iteração. Os valores $f_m^r(\mathbf{X})$ referentes às execuções de cada algoritmo no Stgm-IM correspondem às configurações IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_2.0_1.0, identificadas até este ponto da avaliação como os modelos que produziram respectivamente as melhores e piores soluções para o conjunto de problemas.

Os gráficos das Figuras 48 e 49 ilustram que apesar da diferença de desempenho entre os modelos avaliados, tanto no modelo IM_0.1_0.5_1.0 quanto no modelo IM_0.1_2.0_1.0, de modo geral a convergência dos algoritmos foi melhorada por terem sido incluídos no Stgm-IM. Como consequência a solução produzida com o Stgm-IM



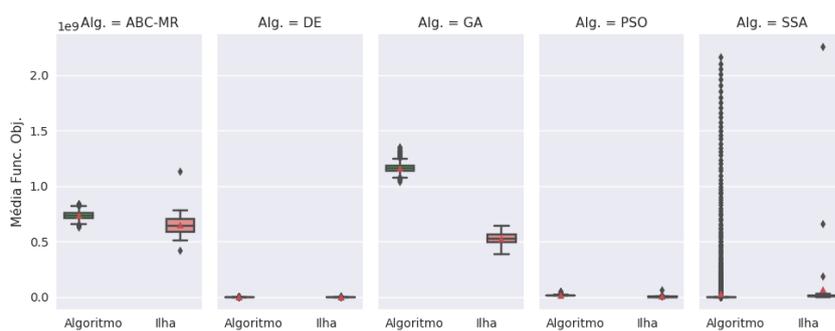
(a) Perfil de Desempenho

(b) Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ (c) Zoom $\rho(\tau) \mid \tau = 1$ Figura 47 – Experimento IV – Perfil de Desempenho t_{mi} .

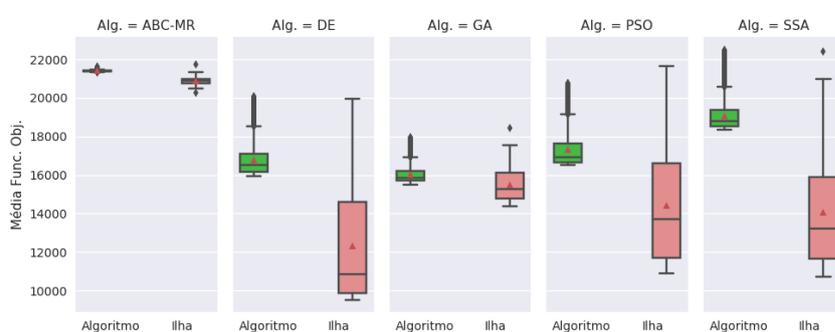
certamente foi melhor que a solução produzida com os algoritmos individualmente.

Para melhor avaliação da distinção de desempenho entre as duas configurações do Stgm-IM, IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_2.0_1.0 e os algoritmos aplicados em suas ilhas, as Figuras 50 e 52 apresentam respectivamente os Perfis de Desempenho t_{ME} e t_{mi} realizados com tal objetivo.

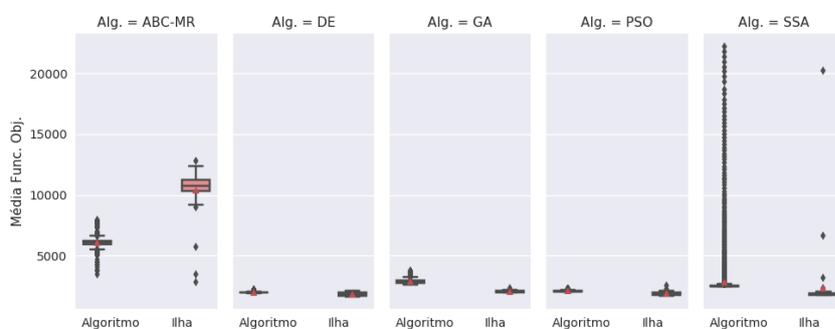
A Figura 50(a) demonstra que entre as execuções dos modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_2.0_1.0 foram produzidas soluções ótimas melhores que de pelo menos 80% dos algoritmos aplicados nas ilhas quando executados isoladamente. A Figura 50(b) ilustra que no conjunto de problemas, o DE teve desempenho similar ao Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 e superior ao Stgm-IM IM_0.1_2.0_1.0. O DE também superou o desempenho do modelo IM_0.1_2.0_1.0 em grupos com números menores de problemas segundo o gráfico da Figura 50(b). No caso do modelo IM_0.1_0.5_1.0, em grupos com números menores de problemas, ele produziu conjuntos de soluções ótimas melhores que o DE entre as



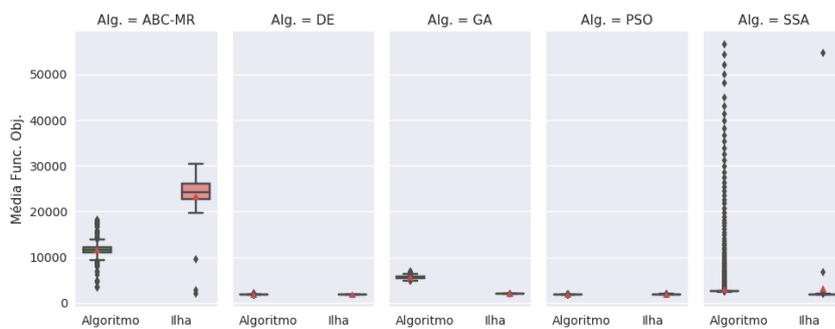
(a) F1



(b) F5

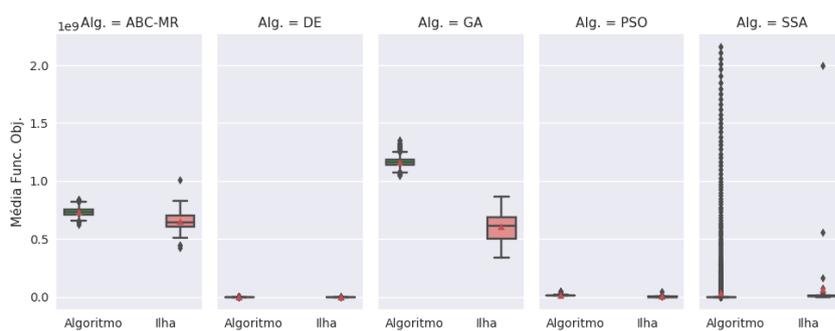


(c) F9

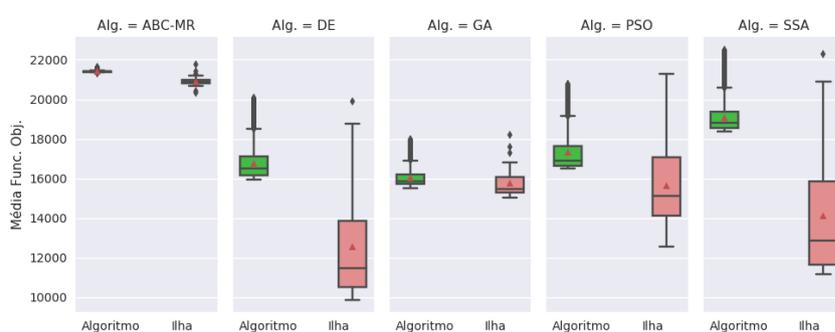


(d) F13

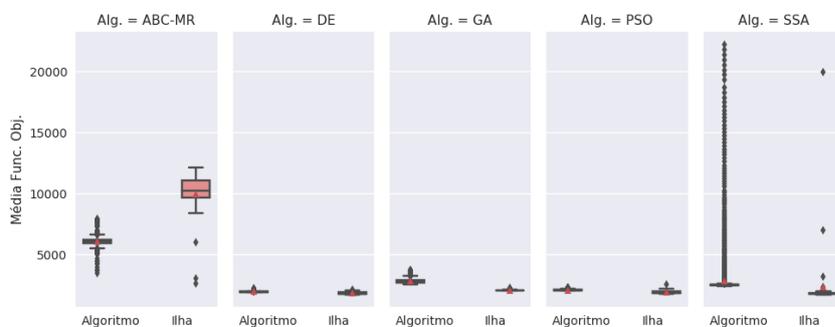
Figura 48 – Experimento IV – Comparação das distribuições dos valores médios de função objetivo do conjunto de soluções nas 30 execuções de cada algoritmo isoladamente e no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 para alguns dos problemas. Nos gráficos, quadrados vermelhos = Média dos respectivos valores e Func. Obj. = Função Objetivo.



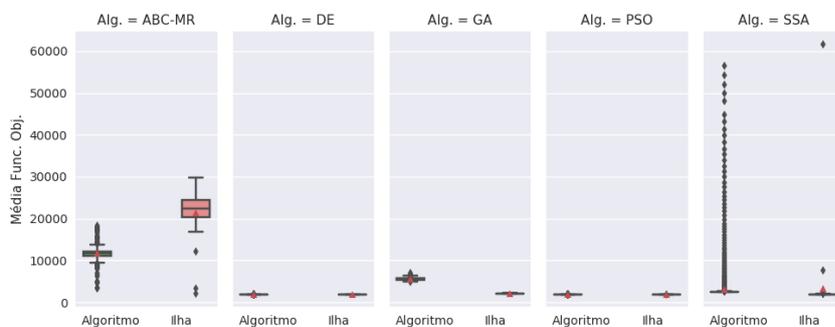
(a) F1



(b) F5



(c) F9



(d) F13

Figura 49 – Experimento IV – Comparação das distribuições dos valores médios de função objetivo do conjunto de soluções nas 30 execuções de cada algoritmo isoladamente e no Stgm-IM IM_0.1_2.0_1.0 para alguns dos problemas. Nos gráficos, quadrados vermelhos = Média dos respectivos valores e Func. Obj. = Função Objetivo.

execuções. Para melhor ilustração desta informação, o gráfico da Figura 51 apresenta um zoom do gráfico da Figura 50(b), no qual o maior valor de τ foi limitado em 7.5. Na Figura 50(b) também é possível observar que entre as execuções do modelo IM_0.1_2.0_1.0 foram produzidas soluções de qualidade inferior às do DE e do SSA para pouco menos da metade do total de problemas.

A Figura 50(c) ilustra que o modelo IM_0.1_0.5_1.0 produziu o melhor conjunto de soluções ótimas para em torno de 55% dos problemas. O modelo IM_0.1_2.0_1.0 teve desempenho igual ao SSA neste sentido, tendo produzido o melhor conjunto de soluções para em torno de 5% dos problemas, sendo superado pelo DE que produziu o melhor conjunto de soluções para em torno de 35% dos problemas.

Os gráficos da Figura 52 ilustram que no Perfil de Desempenho t_{mi} as duas configurações do Stgm-IM superaram os algoritmos aplicados nas suas ilhas, se executados individualmente. O gráfico da Figura 52(a) deixa explícito que no conjunto de problemas, com os modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_2.0_1.0 foi obtida uma solução ótima melhor que com 4 dos 5 algoritmos utilizados.

Na Figura 52(b) é possível observar que as duas configurações superaram também a solução ótima produzida pelo DE para o conjunto de problemas. Também é possível observar na Figura 52(b) que para grupos com números menores de problemas, as duas configurações do Stgm-IM produziram solução ótima melhor que cada um dos 5 algoritmos isoladamente. O bom desempenho dos modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_2.0_1.0 sobre os 5 algoritmos nesta análise fica confirmado no gráfico da Figura 52(c). O Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 produziu a melhor solução para 60% dos problemas, seguido pelo Stgm-IM IM_0.1_2.0_1.0, com o qual foi obtida a melhor solução para em torno de 25% dos problemas. Os dois algoritmos isolados identificados como melhores nesta análise foram o DE e o SSA que produziram a melhor solução para em torno de 10% e 15% dos problemas respectivamente.

Entre os gráficos das Figuras 50 e 52 também foi reafirmada a qualidade do IM_0.1_0.5_1.0 sobre o modelo IM_0.1_2.0_1.0. Até este ponto desta avaliação, há indícios de que configurações do Stgm-IM em que é definida maior relevância para o termo $\tau_{i,j}$ que para o termo $\eta_{i,j}$ para o ajuste do peso de cada conexão, através dos parâmetros α e β , têm maior probabilidade de melhorar o desempenho dos algoritmos implantados nas suas ilhas. Um dos possíveis motivos é que essas configurações do Stgm-IM tendem a ajustar melhor a topologia e a distribuição das soluções entre as ilhas de forma a explorar melhor a junção dos algoritmos distintos. Na sequência os modelos foram avaliados neste sentido.

A Figura 53 ilustra a variação do valor POP_m^r ao longo das migrações de cada uma das 5 configurações do Stgm-IM avaliadas no experimento. As linhas verticais em cada curva de cada gráfico na Figura 53 são os valores POP_s^r a cada migração.

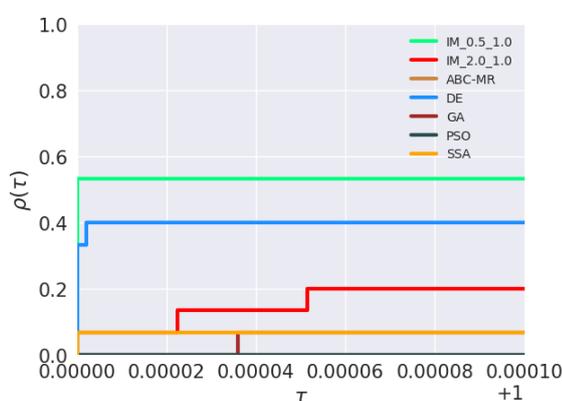
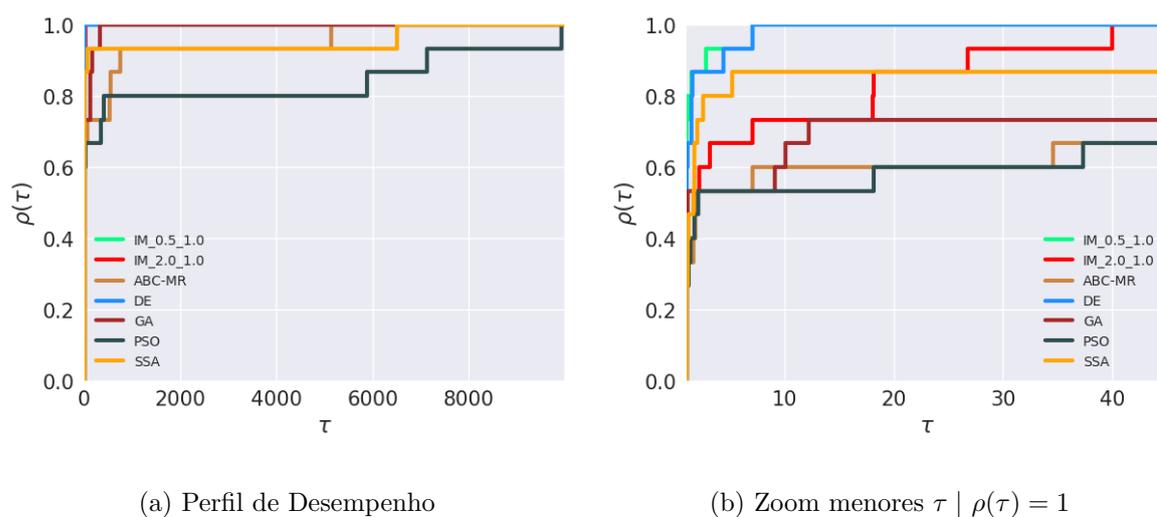


Figura 50 – Experimento IV – Segundo Perfil de Desempenho t_{ME} – Comparação de duas configurações do Stgm-IM com os algoritmos.

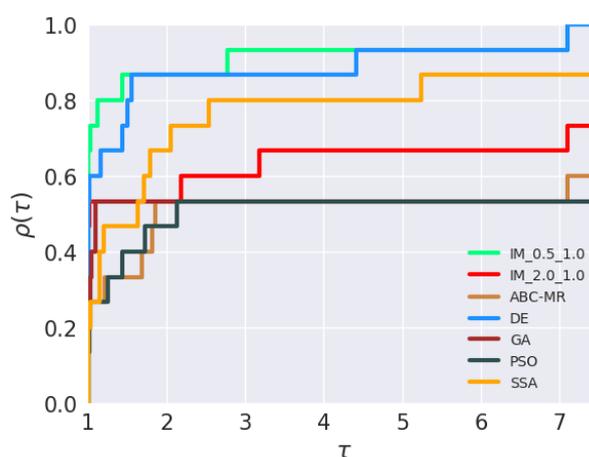
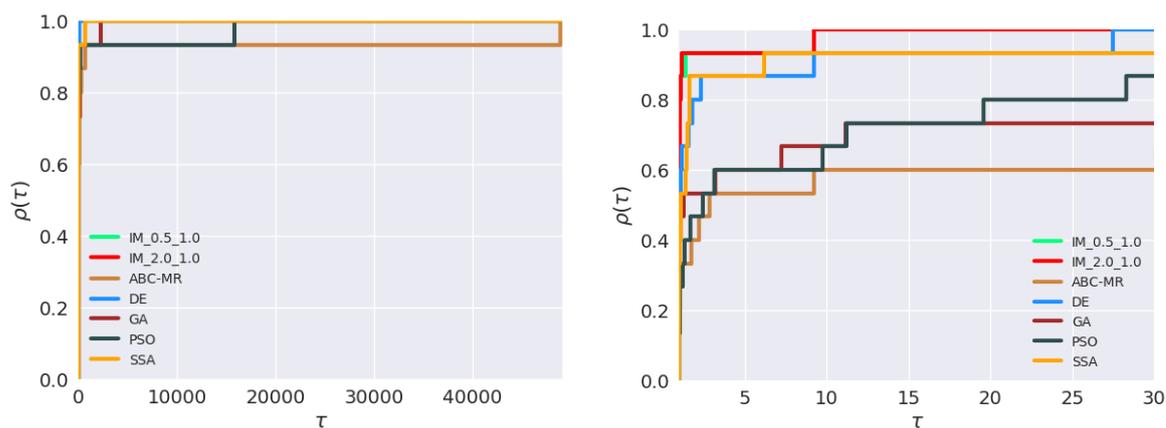


Figura 51 – Experimento IV – Segundo Perfil de Desempenho t_{ME} – Comparação de duas configurações do Stgm-IM com os algoritmos – Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ e $1 \leq \tau \leq 7.5$.



(a) Perfil de Desempenho

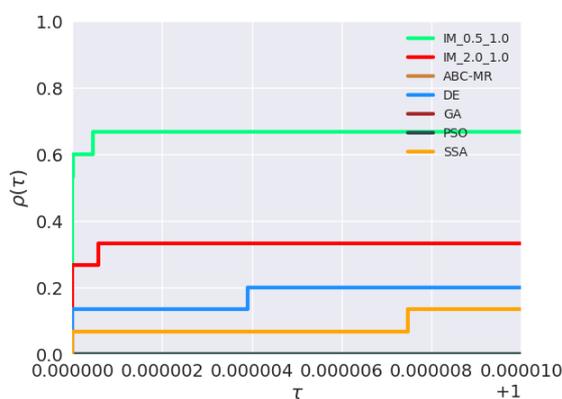
(b) Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ (c) Zoom $\rho(\tau) \mid \tau = 1$

Figura 52 – Experimento IV – Segundo Perfil de Desempenho t_{mi} – Comparação de duas configurações do Stgm-IM com os algoritmos.

Os gráficos da Figura 53 demonstram que os parâmetros α e β impactam de forma considerável na distribuição das soluções entre as ilhas do Stgm-IM. A distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações foi distinta em cada uma das 5 configurações avaliadas. Inicialmente o Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0, cuja variação do valor POP_m^r ao longo das migrações está ilustrada na Figura 53(c) e algumas características já foram discutidas nas Seções 4.2.2 e 4.2.3, será tomado como referência nesta análise.

Comparando os gráficos das Figuras 53(b) e 53(c) é possível observar que os modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_1.0_1.0 tenderam a definir níveis de atratividade das ilhas e distribuir as soluções entre elas de forma semelhante. Contudo, no modelo IM_0.1_1.0_0.5 as ilhas tidas como menos atrativas tenderam a se manter mais populosas que no modelo IM_0.1_1.0_1.0. Comparando os gráficos das Figuras 53(b) e 53(c) é possível observar que apesar de as ilhas com o ABC-MR e o SSA terem sido mantidas como as menos populosas no Stgm-IM IM_0.1_1.0_0.5, elas tiveram os respectivos números

de soluções em seus conjuntos aumentados em torno de 10%. Como consequência, no Stgm-IM IM_0.1_1.0_0.5 os números de soluções nos conjuntos das ilhas tidas como mais atrativas foram reduzidos se comparados com os respectivos valores no Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0.

Para algoritmos que variam suas taxas de convergência de forma similar ao SSA, como já comentado anteriormente e ilustrada nos sub-gráficos referentes à variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ na Figura 20 (Pág. 100), essa mudança de comportamento entre essas duas configurações do Stgm-IM pode ser interessante. No Stgm-IM IM_0.1_1.0_0.5 as ilhas com algoritmos que começam a produzir soluções de boa qualidade com o avanço de suas execuções tendem a serem mantidas atuando no processo evolutivo com maior intensidade já que tendem a receber mais soluções que no Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0.

Apesar da mudança de comportamento entre os modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_1.0_1.0 comentada no parágrafo anterior, os valores POP_s^r nos gráficos das Figuras 53(b) e 53(c) indicam um nível relativamente alto de variação da distribuição das soluções entre as ilhas a cada execução dessas duas configurações do Stgm-IM.

No Stgm-IM IM_0.1_1.0_0.5 o valor atribuído ao parâmetro β faz com que cada valor $\eta_{i,j}$ seja elevado. O valor $\eta_{i,j}$ indica a qualidade do conjunto da ilha de destino da conexão. O parâmetro α do Stgm-IM IM_0.1_1.0_0.5 foi mantido sem influenciar no seu comportamento. A taxa $[\tau_{i,j}]^\alpha$ a ser aplicada sobre o valor $[\eta_{i,j}]^\beta$ foi mantida como o próprio valor $\tau_{i,j}$ que assume valores relativamente baixos, como ilustrado na Figura 42. A mudança de comportamento entre os modelos IM_0.1_1.0_1.0 e IM_0.1_1.0_0.5 dá indícios de que ajustar os parâmetros α e β de forma a destacar a qualidade do conjunto da ilha de destino da conexão tende a ser uma boa alternativa para o processo evolutivo.

Considerando o modelo IM_0.1_0.5_1.0, cuja variação do valor POP_m^r está ilustrada na Figura 53(a), comparando com os modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_1.0_1.0, houveram muitas mudanças no comportamento do Stgm-IM ao ser adotada tal configuração. A primeira mudança a ser considerada diz respeito à estabilidade do modelo. Comparando os gráficos das Figuras 53(a), 53(b) e 53(c), é possível verificar que o valor POP_s^r associado a cada migração do modelo IM_0.1_0.5_1.0 foi menor que nos modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_1.0_1.0, principalmente nas migrações acima de em torno de 5% do total. Isto significa que entre as execuções do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, o ajuste a topologia e distribuição das soluções entre as ilhas foi mais similar que nos modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_1.0_1.0.

A mudança mais impactante no comportamento do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 se comparado com os modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_1.0_1.0, foi atribuída à variação do valor POP_m^r de algumas das ilhas ao longo as migrações. As mudanças nas variações de POP_m^r que mais se destacaram foram das ilhas com o GA e o SSA. A Figura 53(a) ilustra que no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 a variação de POP_m^r da ilha com o GA passou a

ser decrescente até em torno de $1/5$ do total de migrações. Nos modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_1.0_1.0 o valor POP_m^r da ilha com o GA também passou a ser reduzido, porém foram necessárias em torno de metade do total migrações para ocorrer tal evento como pode ser visto nos gráficos das Figuras 53(b) e 53(c) respectivamente. Além disso, no modelo IM_0.1_0.5_1.0, a taxa de redução de POP_m^r da ilha com o GA foi maior que nos modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_1.0_1.0, fazendo com que esta ilha se tornasse uma das menos populosas do modelo. Nas outras 4 configurações do Stgm-IM a ilha com o GA foi mantida como uma das mais populosas durante toda a execução, como pode ser observado nos gráficos da Figura 53.

A mudança na variação de POP_m^r da ilha com o SSA foi ainda maior. Exceto no modelo IM_0.1_0.5_1.0, em todas as outras 4 configurações do Stgm-IM o valor POP_m^r da ilha com o SSA decresceu ao longo das migrações, como pode ser observado nos gráficos da Figura 53. Nos modelos IM_0.1_1.0_2.0 e IM_0.1_2.0_1.0 o valor POP_m^r da ilha com o SSA tendeu a ser mantido a partir de metade do total de migrações, mas ainda assim essa ilha se manteve como a menos populosa desses modelos como pode ser observado nas Figuras 53(d) e 53(e). A Figura 53(a) ilustra que no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 a variação de POP_m^r da ilha com o SSA foi decrescente até em torno de $1/5$ do total de migrações. A partir deste ponto da execução, a variação do POP_m^r da ilha com o SSA começou a ser crescente e foi mantida desta forma até o final da execução. A ilha com o SSA deixou de ser a menos populosa do modelo e passou a ter condição de ser incluída entre as mais populosas.

A convergência do SSA é variável ao longo da execução, como discutido na Seção 4.2.2.2 e ilustrado nos sub-gráficos referentes à variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ da Figura 20 (Pág. 100). O modelo IM_0.1_0.5_1.0 foi a única configuração do Stgm-IM aqui avaliada que identificou a mudança na qualidade das soluções na ilha com o SSA. Certamente a topologia foi ajustada de forma que esta ilha se tornou mais atrativa. Consequentemente, um número maior de soluções começou a ser direcionado para ela. Desta forma, o SSA, que é um algoritmo capaz de produzir soluções de boa qualidade, como discutido nas Seções 4.2.1.2 e 4.2.2.2, atuou com maior intensidade no processo evolutivo do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0.

As ilhas com o DE e o PSO foram mantidas populosas no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, como ocorreu nos modelos IM_0.1_1.0_0.5 e IM_0.1_1.0_1.0. Quanto à ilha com o ABC-MR, a variação de POP_m^r foi mantida decrescente no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, como pode ser verificado nas Figuras 53(a), 53(b) e 53(c).

O gráfico da Figura 53(a) também ilustra uma característica adicional do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 relacionada à variação de POP_m^r ao longo da migrações. As ilhas com variação crescente ou decrescente de POP_m^r possuem características em comum. No experimento as ilhas com os algoritmos DE, PSO e SSA, identificados como intensificatórios

no Experimento I (Seção 4.2.1) tiveram variação crescente de POP_m^r . No caso da ilha com o SSA, a variação de POP_m^r começou decrescente, mas foi alterada a partir de certo ponto da execução. As ilhas com os algoritmos ABC-MR e GA tiveram variação decrescente de POP_m^r . Estes dois algoritmos foram identificados como exploratórios no Experimento I (Seção 4.2.1).

Esta característica do modelo IM_0.1_0.5_1.0 faz com que esta configuração do Stgm-IM seja a única entre todas avaliadas até este ponto do trabalho que apresentou algum padrão de comportamento quanto à definição de atratividade das ilhas e consequente distribuição das soluções entre elas. O modelo tendeu a tornar as ilhas com algoritmos intensificatórios mais populosas. Por outro lado, as ilhas com algoritmos exploratórios se tornaram menos populosas.

Como dito na Seção 4.2.2, a distinção entre os algoritmos em função da qualidade de seus conjuntos de soluções tende a ser mantida quando eles são incluídos nas ilhas do Stgm-IM. Essa característica foi ilustrada comparando os sub-gráficos da Figura 20 (Pág. 100) referentes à variação do valor $f_m^r(\mathbf{X})$ nas ilhas do Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 com os gráficos da Figura 9. Desta forma, considera-se que os sub-gráficos referentes à variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ ilustram a distinção de convergência entre as ilhas das 5 configurações do Stgm-IM aqui avaliadas.

Tendo em vista a qualidade da solução a ser produzida pelo Stgm-IM, entre as configurações aqui avaliadas, o modelo IM_0.1_0.5_1.0 foi o que demonstrou mais potencial para atingir este objetivo. A distribuição das soluções entre as ilhas no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 foi feita de forma que as ilhas com algoritmos que demonstraram boa convergência nos experimentos das Seções 4.2.1 e 4.2.2, se tornaram mais populosas. A condição de cada ilha no modelo IM_0.1_0.5_1.0, quanto ao número de soluções em seu conjunto, corresponde à qualidade do seu algoritmo ilustrada na Figura 9 (Pág. 77) e nos sub-gráficos referentes à variação de $f_m^r(\mathbf{X})$ na Figura 20 (Pág. 100).

A qualidade da solução obtida com o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, já mencionada nesta avaliação, certamente tem relação com a distribuição das soluções entre as ilhas neste modelo. Desta forma, mais uma vez fica indicado que configurações do Stgm-IM em que os parâmetros α e β são ajustados de forma a definir maior relevância para o termo $\tau_{i,j}$ que para o termo $\eta_{i,j}$ no ajuste dos pesos das conexões tendem a produzir soluções de melhor qualidade.

No Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, $\alpha = 0.5$ e $\beta = 1.0$. Desta forma, β não atuou sobre o valor $\eta_{i,j}$ e conseqüentemente não influenciou no comportamento do modelo. O parâmetro α fez com que o valor do termo $[\tau_{i,j}]^\alpha$ da Equação (3.4) fosse maior que cada $\tau_{i,j}$. Considerando os termos envolvidos na definição de cada $\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$ e as similaridades entre os modelos aqui avaliados, como algoritmos, tamanho da população do modelo, taxa de migração etc, assume-se que $\tau_{i,j}$ e $\eta_{i,j}$ assumiram valores dentro dos intervalos ilustrados

nos gráficos das Figuras 42 e 43. Desta forma, $0 < \tau_{i,j} \leq 0.25$, $0.5 \leq \eta_{i,j} \leq 1.00$ e $\tau_{i,j} < \eta_{i,j}$. Considerando também os valores associados a y no gráfico da Figura 44, de acordo com o expoente e intervalo do valor de x , no modelo IM_0.1_0.5_1.0 o valor $[\tau_{i,j}]^\alpha$ foi de 2 a quase 3 vezes maior que $\tau_{i,j}$. Neste caso, no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, o valor de α aumentou a taxa $[\tau_{i,j}]^\alpha$ a ser aplicada sobre o valor $[\eta_{i,j}]^\beta$ na Equação (3.4), se comparado com os outros 4 modelos. Tendo em vista que em geral a taxa de migração tende a ser relativamente baixa, $\tau_{i,j}$ tende a manter as características aqui comentadas, resguardadas possíveis leves diferenças. Neste caso, fica indicado a definição $\alpha < 1.0$ para o Stgm-IM.

Quanto ao Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0, $\alpha = 1$ e $[\tau_{i,j}]^\alpha = \tau_{i,j}$, $\beta = 2$ e $[\eta_{i,j}]^\beta < \eta_{i,j}$. Os valores POP_s^r no gráfico da Figura 53(d) ilustram que este modelo teve comportamento mais estável entre as execuções que os modelos IM_0.1_1.0_0.5, IM_0.1_1.0_1.0 e IM_0.1_2.0_1.0 como ocorreu com o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0. O Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 também produziu soluções de boa qualidade, como já mencionado neste análise. Contudo, a distribuição das soluções entre as ilhas no Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 não retratou a distinção dos algoritmos em função de suas qualidades como ocorreu no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, que superou o modelo IM_0.1_1.0_2.0 em qualidade da solução produzida. Desta forma, é possível concluir que ainda que $[\eta_{i,j}]^\beta < \eta_{i,j}$ em função do valor de β , manter $[\tau_{i,j}]^\alpha = \tau_{i,j}$ não proporciona desempenho equivalente à configuração em que $[\tau_{i,j}]^\alpha > \tau_{i,j}$ em função do valor de α . Fica mantida a recomendação $\alpha < 1.0$ para o Stgm-IM.

Por fim, o gráfico da Figura 53(e) ilustra que fazer com que $[\tau_{i,j}]^\alpha < \tau_{i,j}$ em função do valor de α , como foi feito no modelo IM_0.1_2.0_1.0, pode impactar consideravelmente no comportamento do Stgm-IM. Esta foi a configuração do Stgm-IM que produziu as soluções de pior qualidade no experimento, como já comentado. A qualidade da solução tem relação com a distribuição das soluções entre as ilhas. No Stgm-IM IM_0.1_2.0_1.0 a distribuição das soluções entre as ilhas teve alguma similaridade com os modelos IM_0.1_1.0_0.5, IM_0.1_1.0_1.0 e IM_0.1_1.0_2.0. Ainda assim, foram adicionadas características que certamente contribuíram com a convergência do modelo.

Adicionalmente, a Figura 54 ilustra lado a lado a distribuição das soluções entre as ilhas do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 e em um modelo adicional de nome IM_0.1_0.5_2.0. No Stgm-IM IM_0.1_0.5_2.0, $\alpha = 0.5$ e $\beta = 2.0$. Este modelo foi adicionado nesta análise com o objetivo de verificar o impacto no comportamento no Stgm-IM se $[\tau_{i,j}]^\alpha > \tau_{i,j}$ e $[\eta_{i,j}]^\beta < \eta_{i,j}$ simultaneamente.

Comparando os gráficos da Figura 54, é possível observar que o Stgm-IM IM_0.1_0.5_2.0 destacou o nível de atratividade das ilhas no modelo. As ilhas com tendência a serem mais populosas tiveram os números de soluções em seus conjuntos aumentados. Os números de soluções nas ilhas que tenderam a ser menos atrativas foram reduzidos. A ilha com o SSA teve a variação de POP_m^r alterada após a melhoria da

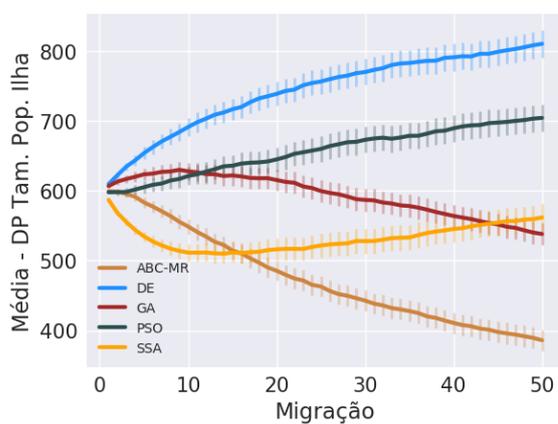
qualidade do seu conjunto, como ocorreu no modelo IM_0.1_0.5_1.0. Porém, com o aumento dos números de soluções nos conjuntos das ilhas mais atrativas, no modelo IM_0.1_0.5_2.0 o número de soluções no conjunto da ilha com o SSA foi menor que no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0. Estas similaridades entre os dois modelos se deve à característica do modelo IM_0.1_0.5_1.0 comentada anteriormente, que foi mantida no modelo IM_0.1_0.5_2.0. As ilhas com algoritmos intensificatórios tiveram os número de soluções em seus conjuntos crescentes. As ilhas que os números de soluções decresceram no modelo IM_0.1_0.5_2.0 foram aquelas em que foram aplicados algoritmos exploratórios.

Entre as Figuras 55 e 59 são apresentadas as variações dos valores $mw_{i,j}$, das conexões com origem em cada ilha do modelo e destino em cada uma das outras, ao longo das migrações de cada uma das 5 configurações do Stgm-IM. Nos gráficos das figuras, os valores $mw_{i,j}$ são indicados pelas curvas de linhas mais espessas e cores mais fortes. As curvas de linhas mais finas e cores mais claras correspondem à variação de $mw_{i,j}$ na resolução de cada problema, neste caso, $NP = 1$ na Equação (4.16).

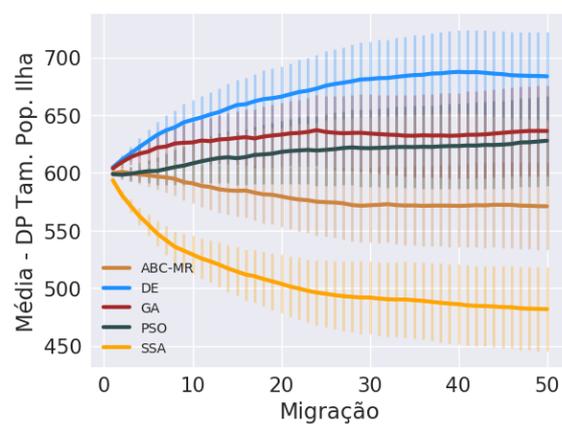
Os parâmetros α e β são envolvidos diretamente na operação de ajuste dos pesos das conexões do Stgm-IM. Até este ponto da avaliação foi constatado que esses parâmetros podem impactar consideravelmente no comportamento do modelo. Entre os gráficos das Figuras 55, 56, 57, 58 e 59, é possível observar que para cada ilha de origem das conexões, a distinção entre as ilhas de destino de acordo com os seus níveis de atratividade, indicados pelos pesos das conexões, foi similar entre os modelos avaliados, principalmente nas migrações iniciais. Ainda assim, a variação de $mw_{i,j}$ ao longo das migrações foi distinta entre os modelos. Neste caso, pode-se considerar que a atratividade de cada ilha para cada uma das outras de acordo com o seu algoritmo, não foi impactada de forma relevante. O que mudou entre os modelos foi a variação da indicação de tal atratividade ao longo das migrações através dos pesos das conexões. Essa mudança ocorreu em função dos parâmetros α e β .

Como já constatado nos Experimentos II e III (Seções 4.2.2 e 4.2.3), aumentos nos valores $mw_{i,j}$ ao longo das migrações indicam que ocorreram extinções de ilhas no Stgm-IM. Neste caso, os graficos entre as Figuras 55 e 59, indicam que os valores atribuídos aos parâmetros α e β impactaram no nível de extinções de ilhas do Stgm-IM. Os gráficos indicam por exemplo que no modelo IM_0.1_0.5_1.0, se houveram extinções de ilhas, foram muito poucas. Nas Figuras 55(a), 56(a), 57(a), 58(a) e 59(a), é possível observar que os valores $mw_{i,j}$ não foram elevados de forma a caracterizar extinções. Por outro lado, nos gráficos das Figuras 55(e), 56(e), 57(e), 58(e) e 59(e), é possível observar que no modelo IM_0.1_2.0_1.0 houveram extinções de ilhas em níveis consideráveis em duas etapas de cada execução. A primeira em torno da metade do total de migrações e a segunda em torno da migração de número 40 (80% do total).

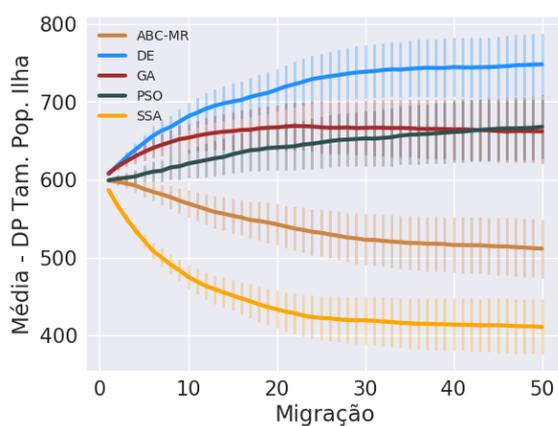
A Figura 60 ilustra o número médio de problemas em que cada ilha foi extinta



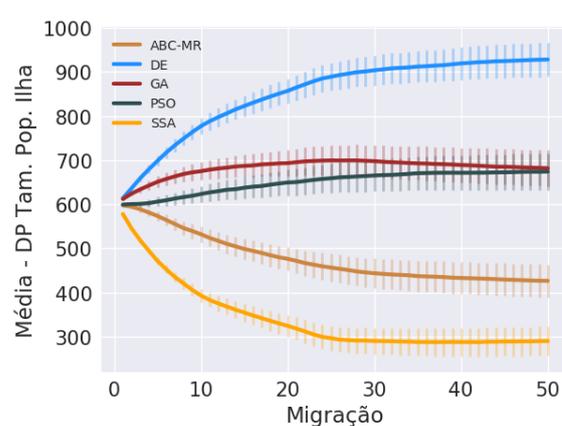
(a) IM_0.1_0.5_1.0



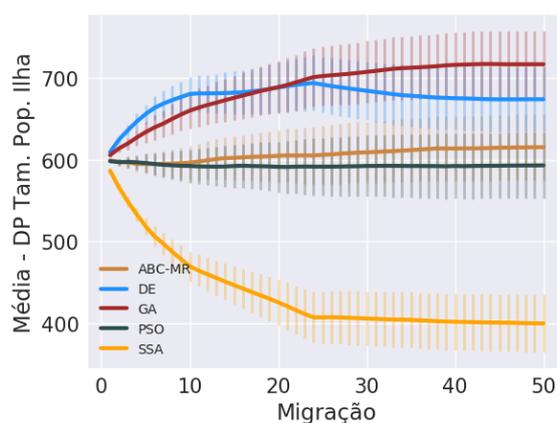
(b) IM_0.1_1.0_0.5



(c) IM_0.1_1.0_1.0



(d) IM_0.1_1.0_2.0



(e) IM_0.1_2.0_1.0

Figura 53 – Experimento IV – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução de cada configuração do Stgm-IM considerado no experimento, para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.

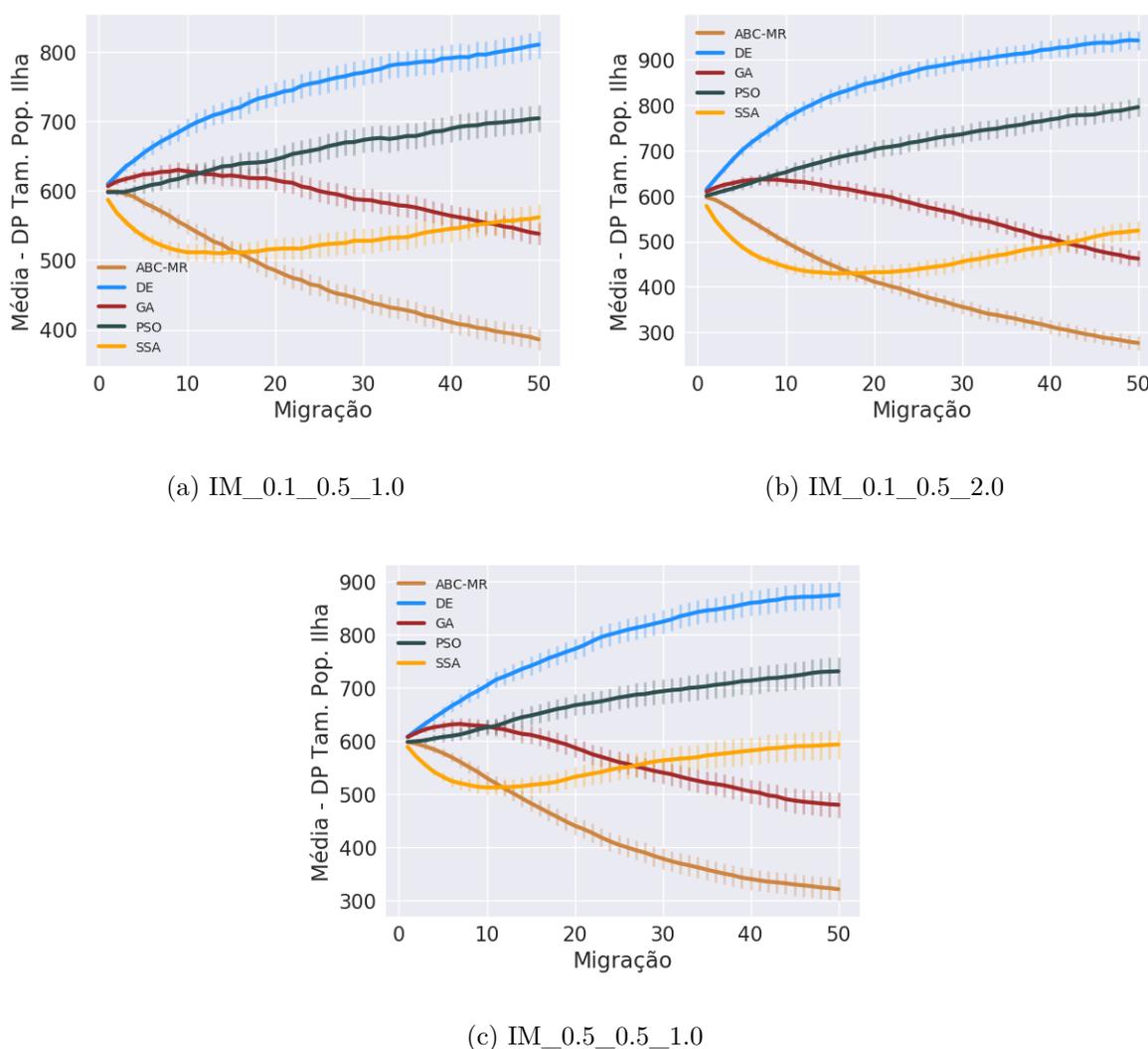
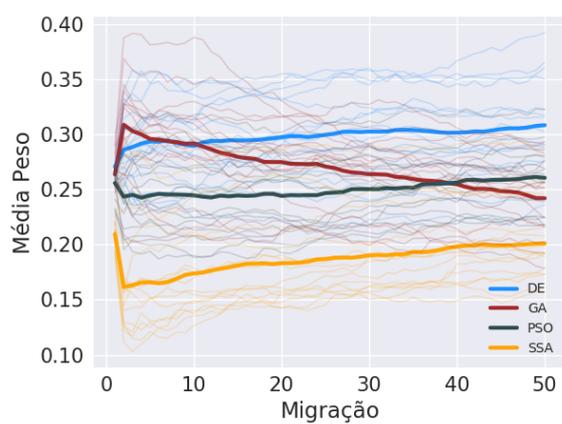


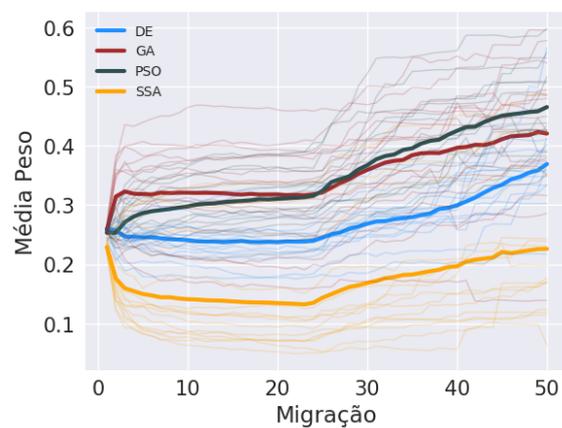
Figura 54 – Experimento IV – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução dos modelos IM_0.1_0.5_1.0, IM_0.1_0.5_2.0 e IM_0.5_0.5_1.0, para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.

a cada execução de cada uma das configurações do Stgm-IM no experimento. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a referida ilha foi extinta entre as execuções do respectivo modelo.

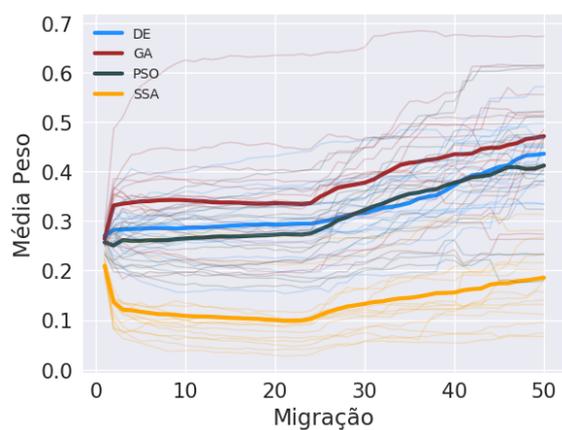
Como indicado na avaliação da variação de $mw_{i,j}$, os gráficos da Figura 60 ilustram que com exceção do modelo IM_0.1_0.5_1.0, a cada execução dos outros 4, em média cada ilha foi extinta na resolução de 1/5 a 2/3 dos problemas, como foi o caso das ilhas com o DE e o SSA no Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 respectivamente, como pode ser visto na Figura 60(d). Quanto ao Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, houve extinção de ilhas entre as execuções deste modelo também, porém em frequência reduzida se comparado com as outras configurações. A Figura 60(a) ilustra que a cada execução do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, a ilha com o DE não foi extinta da topologia na resolução de nenhum



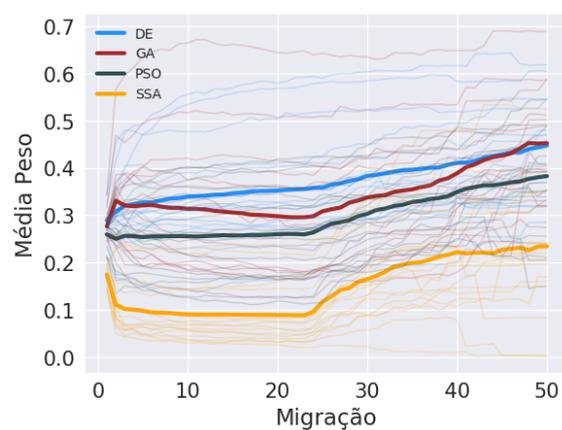
(a) IM_0.1_0.5_1.0



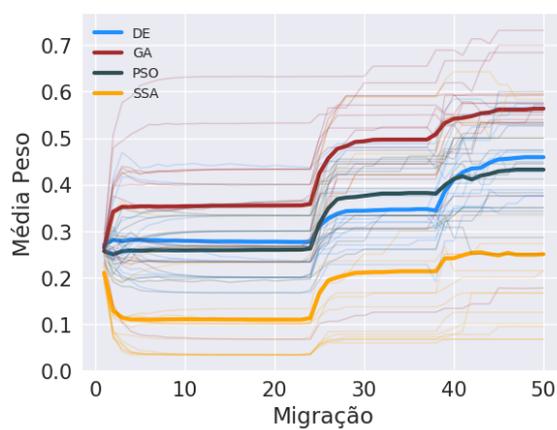
(b) IM_0.1_1.0_0.5



(c) IM_0.1_1.0_1.0

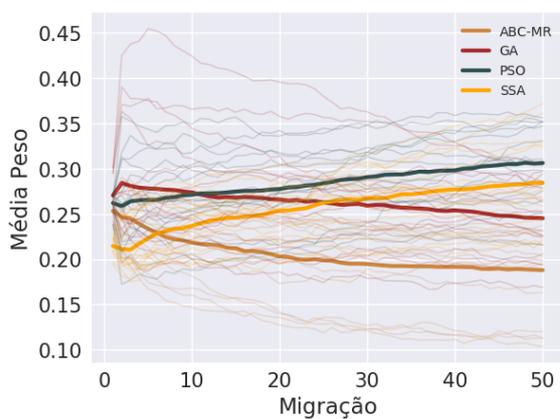


(d) IM_0.1_1.0_2.0

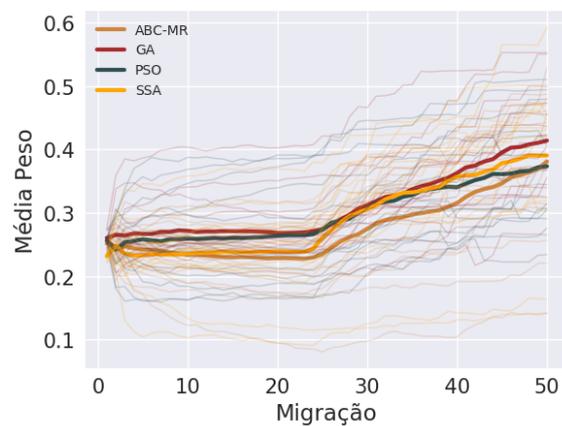


(e) IM_0.1_2.0_1.0

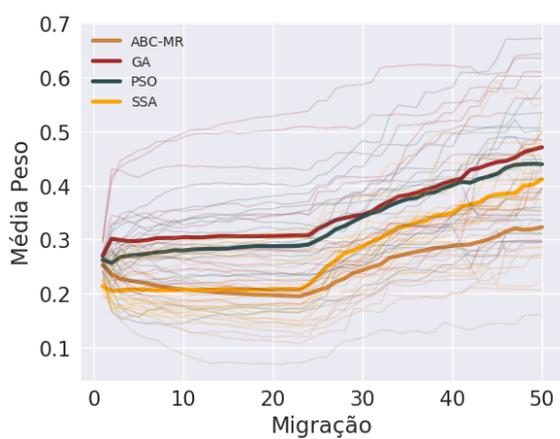
Figura 55 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o ABC-MR e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.



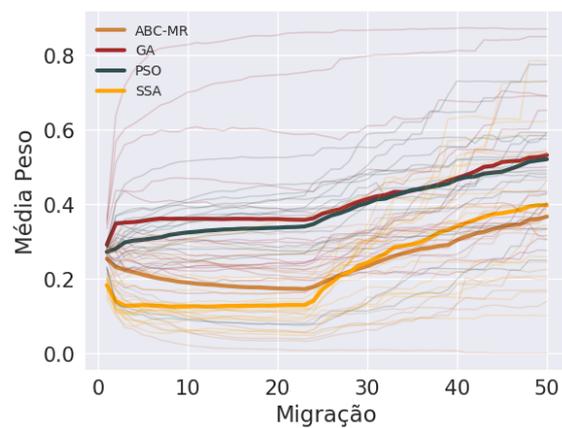
(a) IM_0.1_0.5_1.0



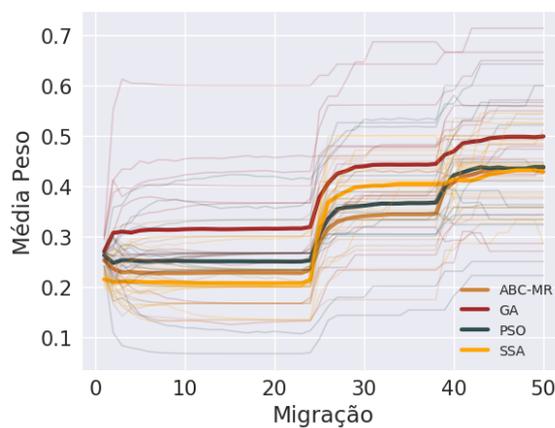
(b) IM_0.1_1.0_0.5



(c) IM_0.1_1.0_1.0

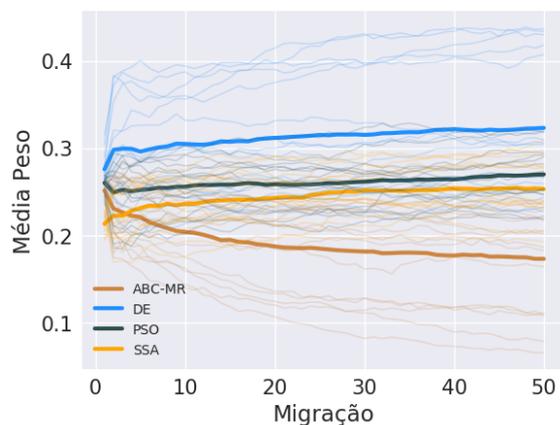


(d) IM_0.1_1.0_2.0

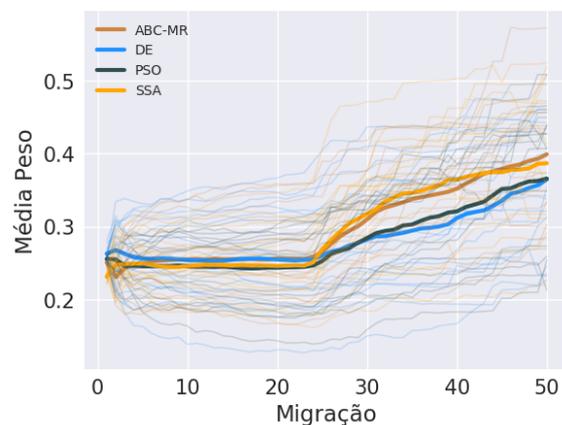


(e) IM_0.1_2.0_1.0

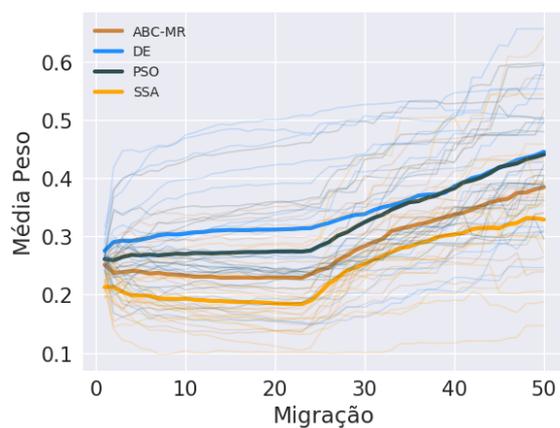
Figura 56 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o DE e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.



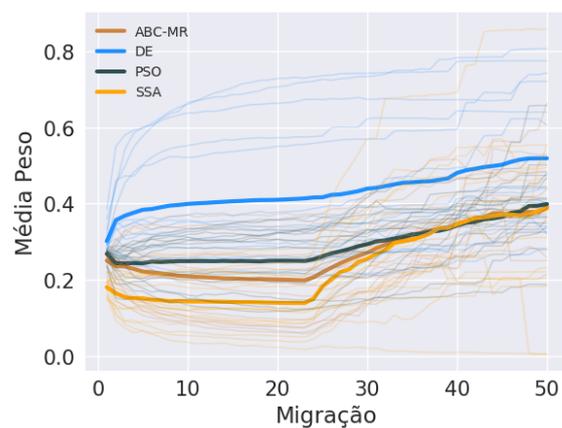
(a) IM_0.1_0.5_1.0



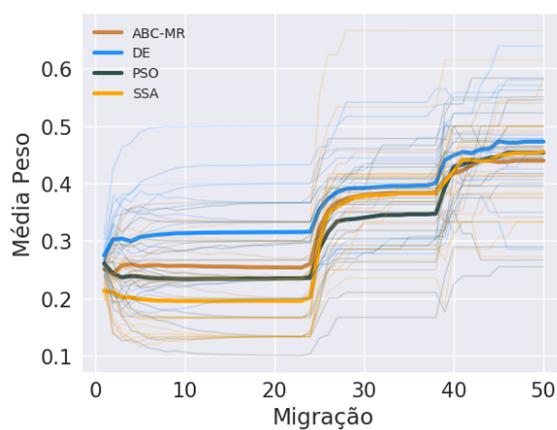
(b) IM_0.1_1.0_0.5



(c) IM_0.1_1.0_1.0

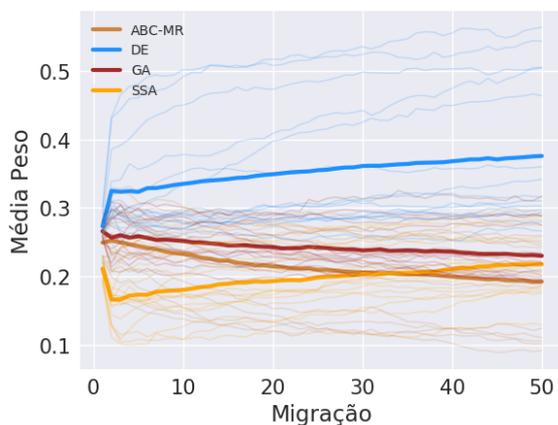


(d) IM_0.1_1.0_2.0

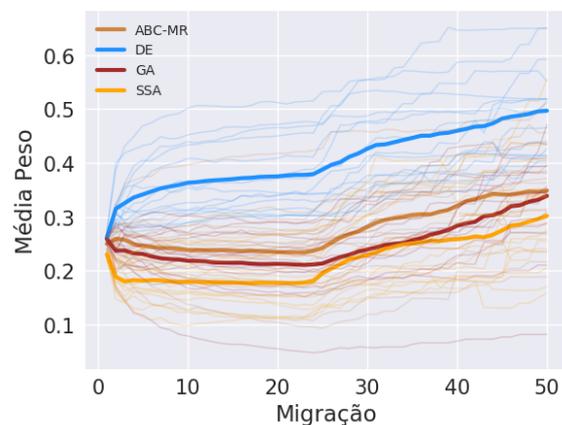


(e) IM_0.1_2.0_1.0

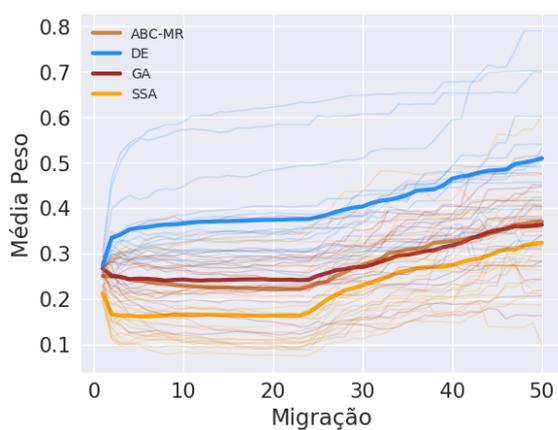
Figura 57 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o GA e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.



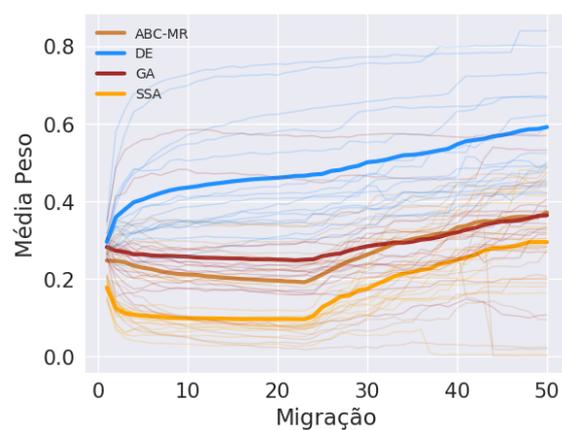
(a) IM_0.1_0.5_1.0



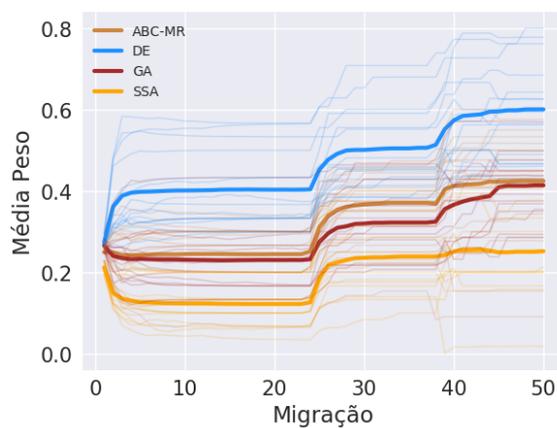
(b) IM_0.1_1.0_0.5



(c) IM_0.1_1.0_1.0

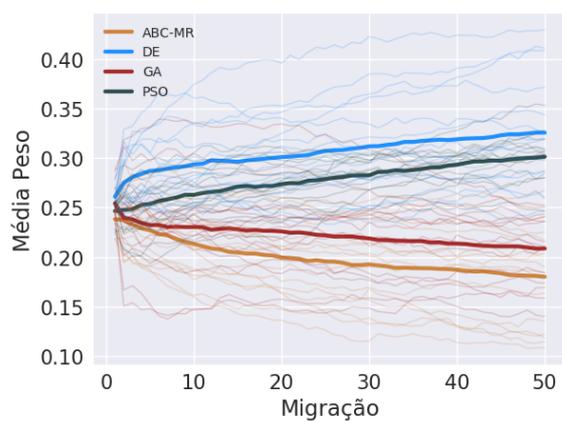


(d) IM_0.1_1.0_2.0

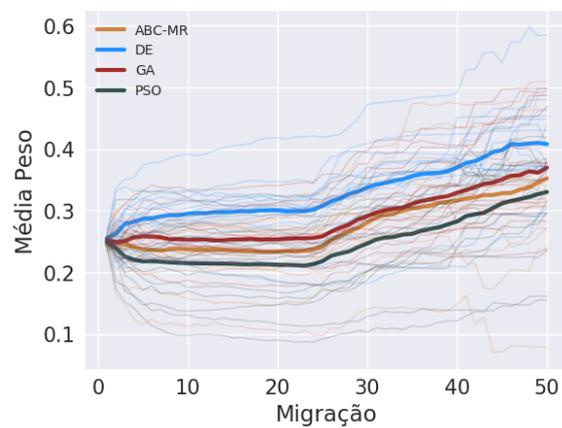


(e) IM_0.1_2.0_1.0

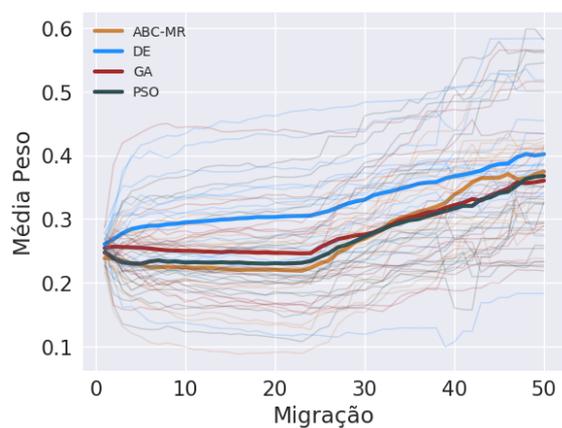
Figura 58 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o PSO e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.



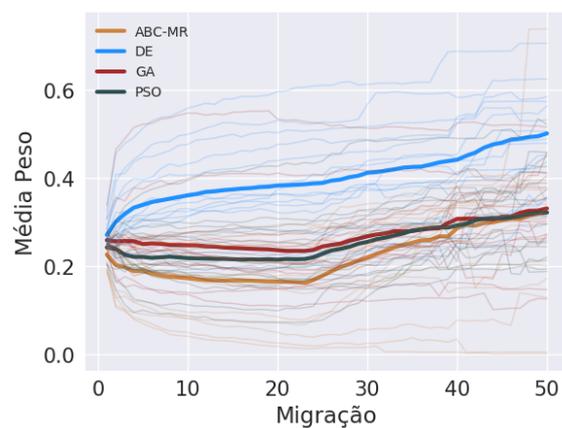
(a) IM_0.1_0.5_1.0



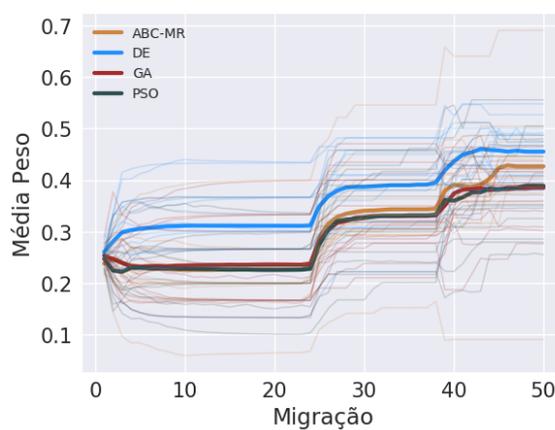
(b) IM_0.1_1.0_0.5



(c) IM_0.1_1.0_1.0



(d) IM_0.1_1.0_2.0



(e) IM_0.1_2.0_1.0

Figura 59 – Experimento IV – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o SSA e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.

dos problemas. As outras 4 ilhas foram extintas na resolução de menos de 1 problema. Isto significa que se cada ilha foi extinta na resolução de apenas um dos problemas, o valor indicado pela barra no gráfico da Figura 60(a) corresponde ao percentual do total de execuções que ocorreu tal evento. Caso cada ilha tenha sido extinta na resolução de mais de um problema, o valor indicado pela barra no gráfico da Figura 60(a) corresponde à soma de percentuais do total de execuções que a referida ilha foi extinta para a resolução de cada problema.

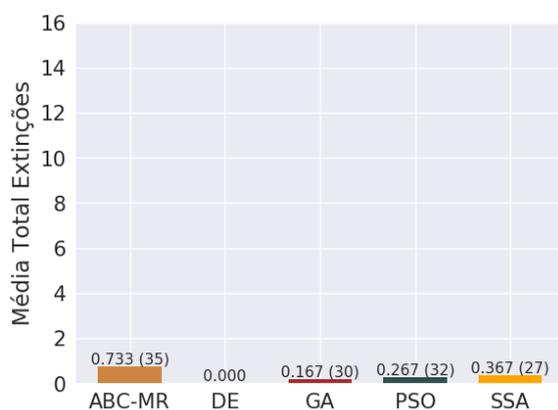
Os gráficos da Figura 60 ilustram também que exceto no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, nos outros 4, a distinção entre as ilhas em função de seus níveis de extinção é similar. A ilha extinta na resolução do maior número de problemas nos quatro modelos foi a ilha com o SSA, seguida pela ilha com o ABC-MR. A ilha com o DE foi a ilha extinta no menor número de problemas, seguida pelas ilhas com o GA e o PSO, que tiveram níveis de extinção semelhantes nos quatro modelos como pode ser observado nas Figuras 60(b), 60(c), 60(d) e 60(e).

Os gráficos da Figura 60 também esclarecem que nas 5 configurações do Stgm-IM as ilhas foram extintas na mesma etapa de execução. Em média, as ilhas foram extintas em torno de 70% do total de migrações.

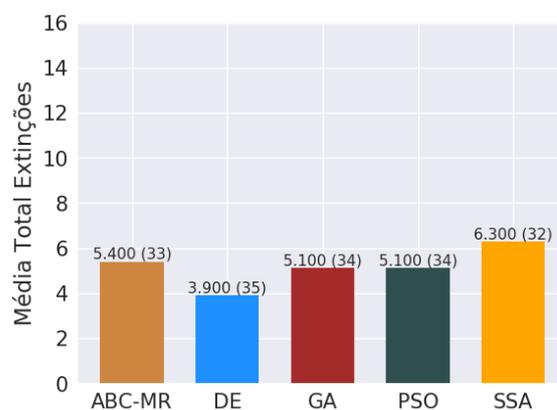
As Figuras 62 e 63 cruzam os valores POP_m^r e $mw_{i,j}$ em grafos para ilustrar simultaneamente o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo de algumas migrações dos modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_2.0, respectivamente. Entre as configurações do Stgm-IM aqui avaliadas, estas duas foram as que produziram as melhores soluções, como já comentado. Nesta análise também devem ser considerados os grafos da Figura 24 (Pág. 106), referentes ao Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0, discutido na Seção 4.2.2.2. Nos grafos das Figuras 62 e 63, o valor $mw_{i,j}$ de cada conexão é indicado através da sua espessura e cor do respectivo arco. O valor POP_m^r de cada ilha é indicado através do diâmetro e cor do vértice. Quanto à correspondência das cores com os valores atribuídos aos vértices e arcos de cada grafo, as respectivas legendas da Figura 61 indicam tais informações.

Comparando as Figuras 62, 63 e 24, novamente fica explícito que os parâmetros α e β impactaram no comportamento do Stgm-IM no experimento. Também é possível observar que o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 apresentou comportamento distinto dos outros dois, que apresentaram algumas similaridades entre si, principalmente quanto à variação de $mw_{i,j}$. A distinção entre os modelos é maior na segunda metade do total de migrações.

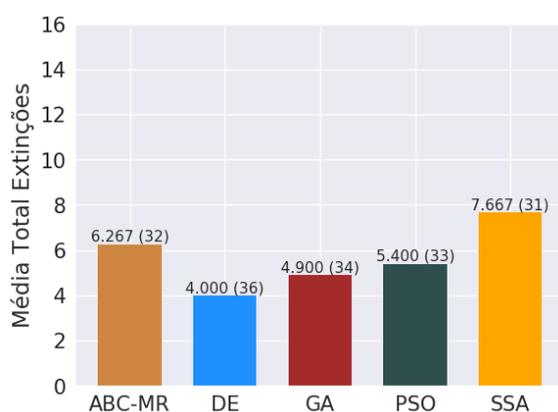
Com o objetivo de analisar de forma mais precisa o comportamento dos modelos quanto à variação dos pesos das conexões e distribuição das soluções entre as ilhas, entre as Figuras 65 e 70 são apresentados os grafos referentes ao ajuste da topologia do Stgm-IM e distribuição das soluções entre as suas ilhas em 3 execuções dos modelos IM_0.1_0.5_1.0



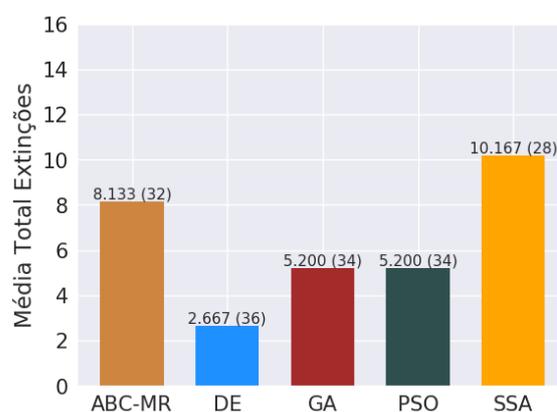
(a) IM_0.1_0.5_1.0



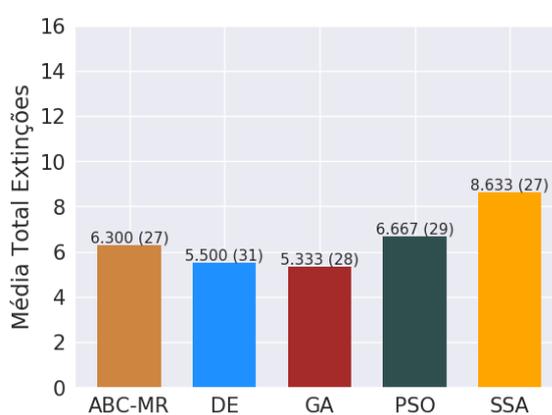
(b) IM_0.1_1.0_0.5



(c) IM_0.1_1.0_1.0



(d) IM_0.1_1.0_2.0



(e) IM_0.1_2.0_1.0

Figura 60 – Experimento IV – Número médio de problemas em que cada ilha foi extinta a cada execução de cada configuração do Stgm-IM. O valor sobre cada barra é o valor por ela indicado e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi extinta entre as execuções.

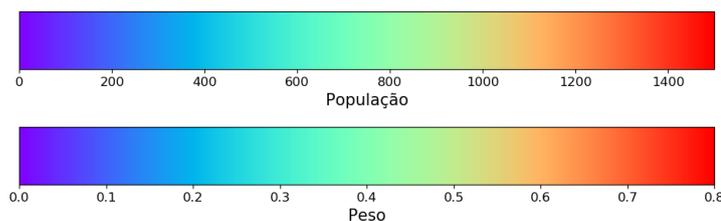


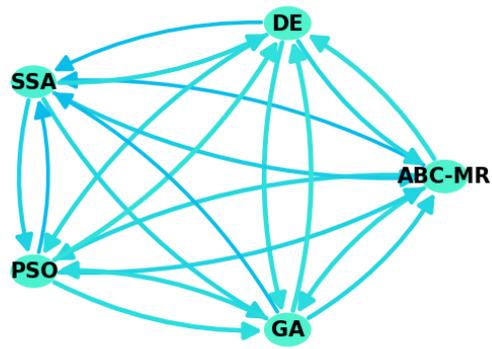
Figura 61 – Experimento IV – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas ao longo das migrações dos modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_0.

e IM_0.1_0.5_1.0 para a resolução do problema $F3$ individualmente. O problema $F3$ foi escolhido porque foi um dos problemas que os modelos apresentaram menor diferença na qualidade dos conjuntos de soluções produzidas entre as execuções, como pode ser observado no gráfico da Figura 45(b). As execuções 1, 15 e 30 foram escolhidas para se ter uma amostra da primeira à última execução composta por pelo menos 1/10 do total de execuções. Quanto às cores indicativas de pesos e número de soluções nos grafos, os seus respectivos valores constam nas legendas da Figura 64. Nesta análise também devem ser consideradas as Figuras 26 (Pág. 108), 27 (Pág. 109) e 28 (Pág. 109), discutidas na Seção 4.2.2.2.

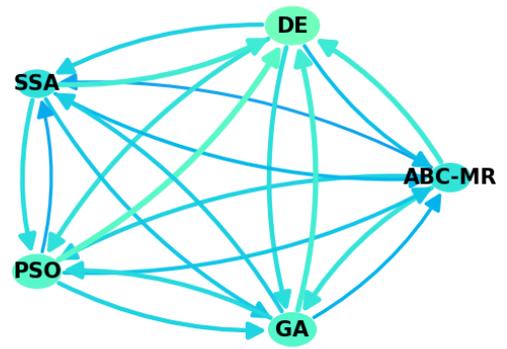
Comparando o conjunto de grafos das Figuras 65, 66 e 67, referentes ao Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, é possível observar que apesar da similaridade de comportamento entre as execuções deste modelo, demonstrada em análises anteriores desta seção, por exemplo nas Figuras 53(a) e 54(a), o ajuste da topologia e distribuição das soluções também foram feitos de forma diferente entre as execuções. Entre as execuções ilustradas nas Figuras 65, 66 e 67, nenhuma das ilhas foi extinta da topologia do modelo.

Comparando o conjunto de grafos das Figuras 68, 69 e 70, referentes ao Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0, é possível observar que como indicado em análises anteriores desta seção, por exemplo no gráfico da Figura 53(d), o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas neste modelo foram mais distintos entre as execuções que no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0. Nas três execuções do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0, ilustradas nas Figuras 68, 69 e 70 houve extinção de ilhas. Além disso, a cada execução foi extinto um conjunto de ilhas diferente. Por exemplo na execução de número 1, ilustrada na Figura 68, até a migração de número 25 a ilha com o SSA foi extinta, como pode ser observado na Figura 68(c). Na sequência, até a migração de número 37 foram extintas as ilhas com os algoritmos ABC-MR e PSO, restando apenas as ilhas com o DE e o GA até o final da execução, como pode ser observado entre as Figuras 68(d) e 68(e).

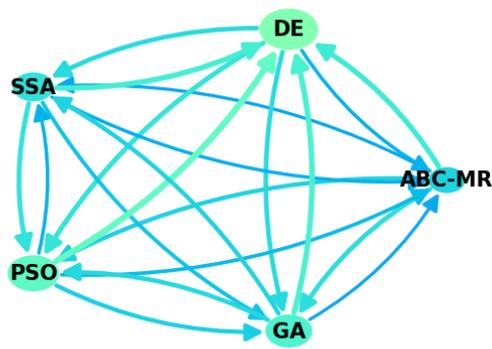
No caso da execução de número 15, ilustrada na Figura 69, até a migração de número 15 também foi extinta a ilha com o SSA, como pode ser verificado na Figura 69(c). Após a migração de número 37, foi extinta a ilha com o GA, como pode ser verificado



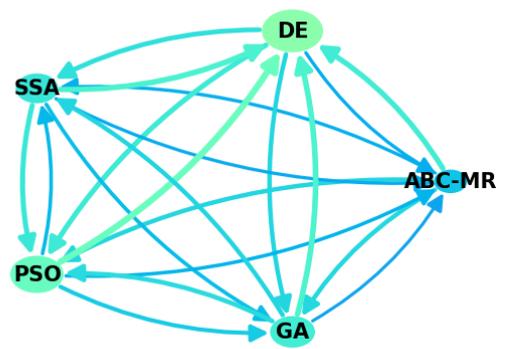
(a) Migração 1



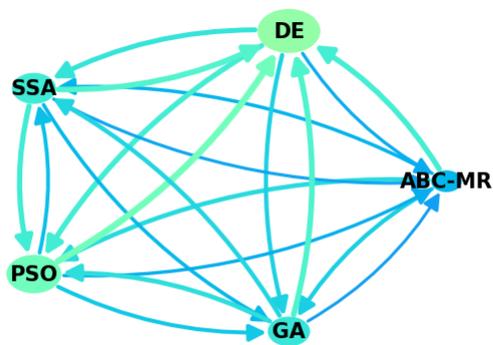
(b) Migração 13



(c) Migração 25



(d) Migração 37



(e) Migração 50

Figura 62 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do IM_0.1_0.5_1.0.

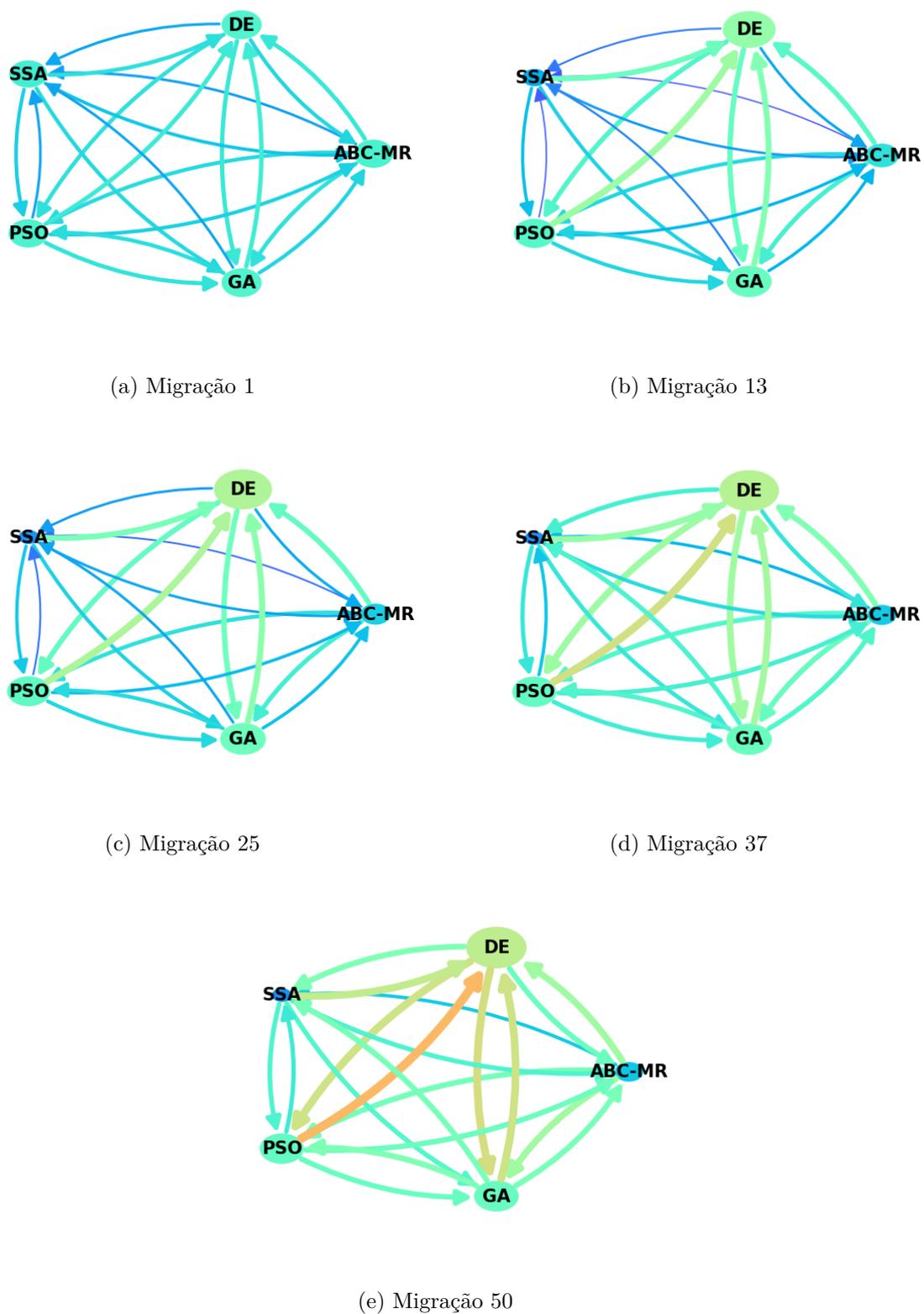


Figura 63 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do IM_0.1_1.0_2.0.

entre as Figuras 69(d) e 69(e). A ilha com o GA inclusive foi uma das duas que restaram na segunda metade das migrações da execução de número 1 do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0, como comentado anteriormente.

Comparando o conjunto de grafos das Figuras 65, 66 e 67 com o conjunto de grafos das Figuras 68, 69 e 70, mantendo conjuntos de grafos referentes a uma única execução de cada modelo, é possível observar que o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas a cada execução foi distinta entre os modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_2.0. Uma das diferenças foi a extinção de ilhas do Stgm-IM, que ocorreu apenas no modelo IM_0.1_1.0_2.0. Outra diferença foi o intervalo de valores atribuídos aos pesos das conexões ao longo das migrações. Nas três execuções do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0, até a migração de número 13, os pesos atribuídos a algumas das conexões foram próximo de 1.0, valor máximo para este dado no Stgm-IM. A consequência dessa característica é que os valores restantes para ponderar as outras conexões com origem na mesma ilha foram baixos, o que certamente contribuiu para a extinção de algumas ilhas até a metade do total de migrações, talvez precoce ou até mesmo desnecessária.

Diferentemente, em duas das três execuções do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, ilustradas nas Figuras 66 e 67, os pesos atribuídos às conexões foram relativamente baixos em todas as migrações. Ainda assim é possível observar que foram indicados níveis de atratividade distintos das ilhas de destino e que o número de soluções em cada ilha foi distinto e correspondente à atratividade de cada uma delas no Stgm-IM. No caso da execução de número 1 do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, ilustrada na Figura 65, os pesos atribuídos a algumas conexões até a migração de número 13 foram relativamente altos como pode ser verificado na Figura 65(b). Ainda assim, esses valores foram menores que aqueles aplicados em conexões do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0, mencionados anteriormente neste parágrafo. Além disso, no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, ao longo das migrações, os pesos dessas conexões variaram de forma a serem reduzidos e aumentados novamente de acordo com a necessidade do ajuste da topologia. Os números de soluções nas ilhas de destino dessas conexões também tiveram esse tipo de variação, como é o caso da ilha com o DE nos grafos da Figura 65. No Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0, este tipo de variação não ocorreu nas conexões que tiveram pesos elevados em alguma etapa da execução. Uma conexão ao qual foi atribuído um peso elevado, a sua condição foi mantida nas migrações seguintes como pode ser observado nas Figuras 68, 69 e 70.

Considerando os conjuntos de grafos das Figuras 26, 27 e 28, é possível observar que o comportamento do Stgm-IM IM_0.1_1.0_1.0 é similar ao do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0, ilustrado nas Figuras 68, 69 e 70. Consequentemente, o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas foi diferente do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0, como já havia sido indicado nesta avaliação.

Nesta análise, o bom desempenho da configuração IM_0.1_0.5_1.0 do Stgm-IM

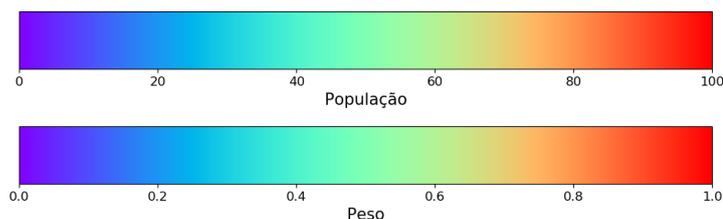


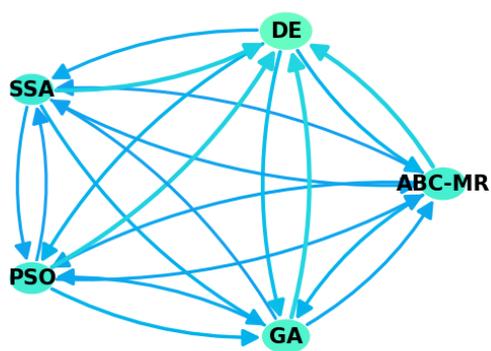
Figura 64 – Experimento IV – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas ao longo das migrações de execuções individuais dos modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_2.0.

foi reafirmado. Esta configuração em que foi definido $\alpha < 1.0$, se mostrou mais eficiente para ajustar a topologia e distribuição das soluções entre as ilhas de acordo com a real condição de cada ilha a cada etapa da execução que os outros modelos avaliados.

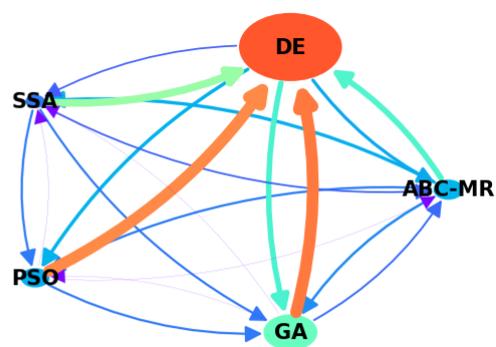
Com base nessa característica adicional do modelo IM_0.1_0.5_1.0, apurada nesta análise e considerando também a qualidade da solução produzida por este modelo, a vantagem de se usar IM híbridos e dinâmicos/adaptativos como é o caso do Stgm-IM, é destacada. Os algoritmos evolutivos são distintos quanto às suas qualidades. Eles também podem mudar seu comportamento evolutivo ao longo da execução. Definir qual o melhor algoritmo a ser aplicado para a resolução de um determinado problema é uma tarefa difícil, que pode demandar tempo e esforço do usuário. Desta forma, juntar as alternativas de algoritmos em uma estrutura eficiente como é o caso do Stgm-IM M_0.1_0.5_1.0, que busca explorar da melhor forma possível os recursos disponíveis, poupa o usuário da escolha e como foi demonstrado nesta avaliação, produz bons resultados.

Esta seção apresentou um estudo em que foi avaliado o impacto que os parâmetros α e β promovem ao comportamento evolutivo do Stgm-IM. Foram consideradas 5 configurações distintas do Stgm-IM com relação aos parâmetros α e β . Os resultados demonstraram que os parâmetros α e β impactam consideravelmente no comportamento do Stgm-IM. Tanto a qualidade da solução a ser produzida pelo modelo quanto o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas foram impactados pelo ajuste dos parâmetros α e β .

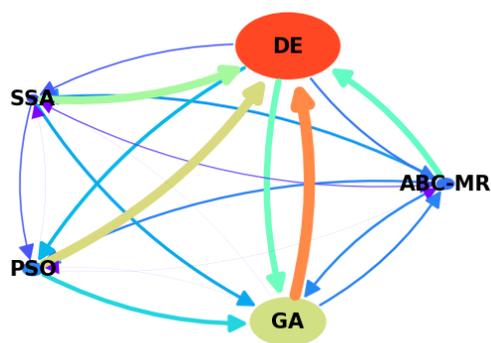
Entre as cinco configurações avaliadas, uma delas produziu soluções de melhor qualidade e também demonstrou melhor condição para ajustar a topologia e distribuir as soluções entre as ilhas de acordo com a qualidade de cada uma delas. Em tal configuração foi definido $\alpha = 0.5$ e $\beta = 1.0$. Neste sentido, tendo em vista a produção de soluções de boa qualidade pelo Stgm-IM e também melhor capacidade para ajustar a topologia da melhor forma possível ao longo da execução, fica sugerido $\alpha < 1.0$. Quanto ao parâmetro β , fica sugerido $\beta \in [0.5, 2.0]$, sujeito a pequenas alterações no comportamento do Stgm-IM de acordo com o valor utilizado.



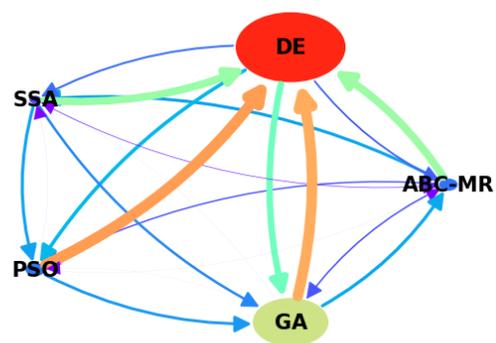
(a) Migração 1



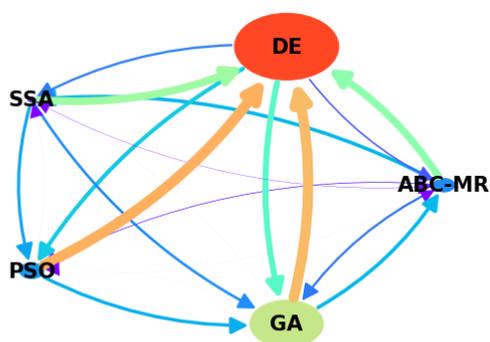
(b) Migração 13



(c) Migração 25

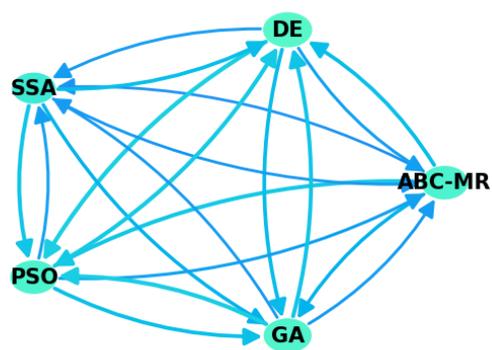


(d) Migração 37

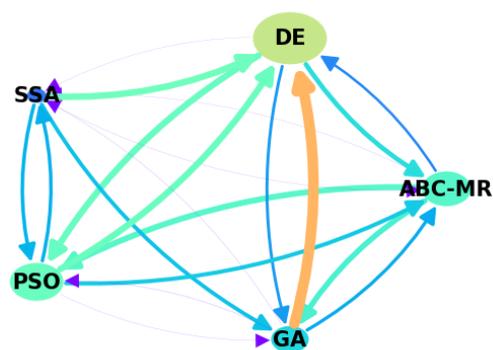


(e) Migração 50

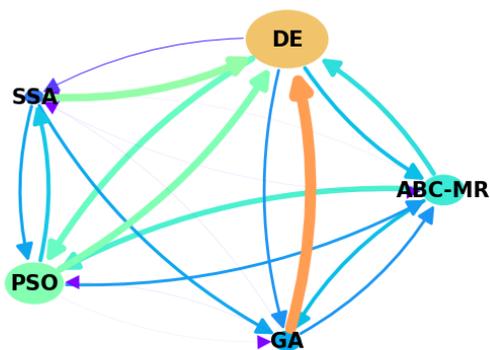
Figura 65 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 1 do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 para a resolução do problema $F3$.



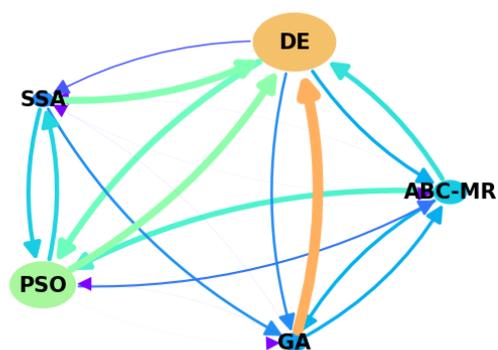
(a) Migração 1



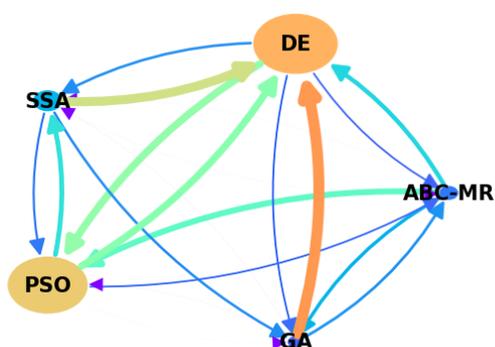
(b) Migração 13



(c) Migração 25



(d) Migração 37



(e) Migração 50

Figura 66 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 15 do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 para a resolução do problema $F3$.

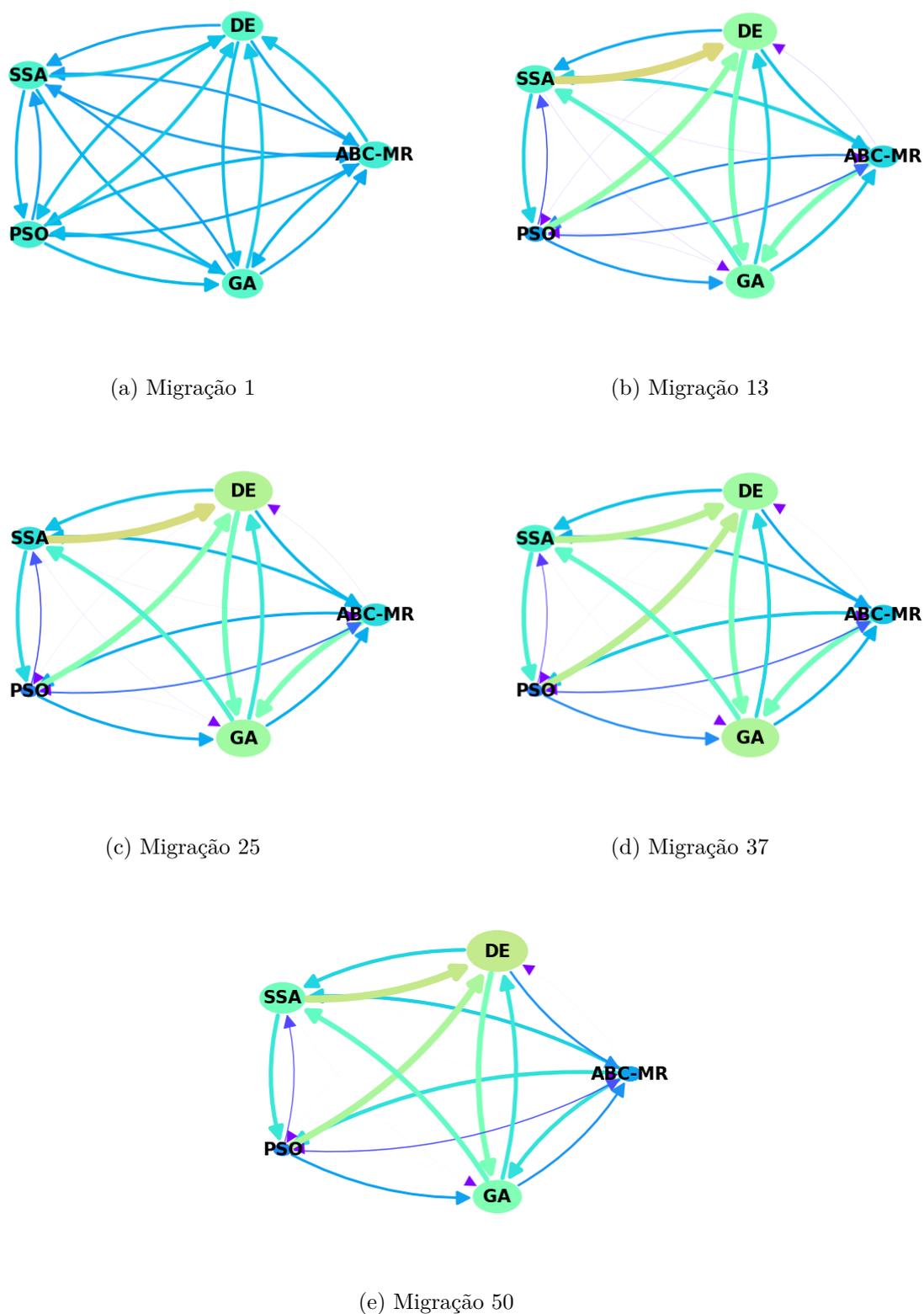


Figura 67 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 30 do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 para a resolução do problema $F3$.

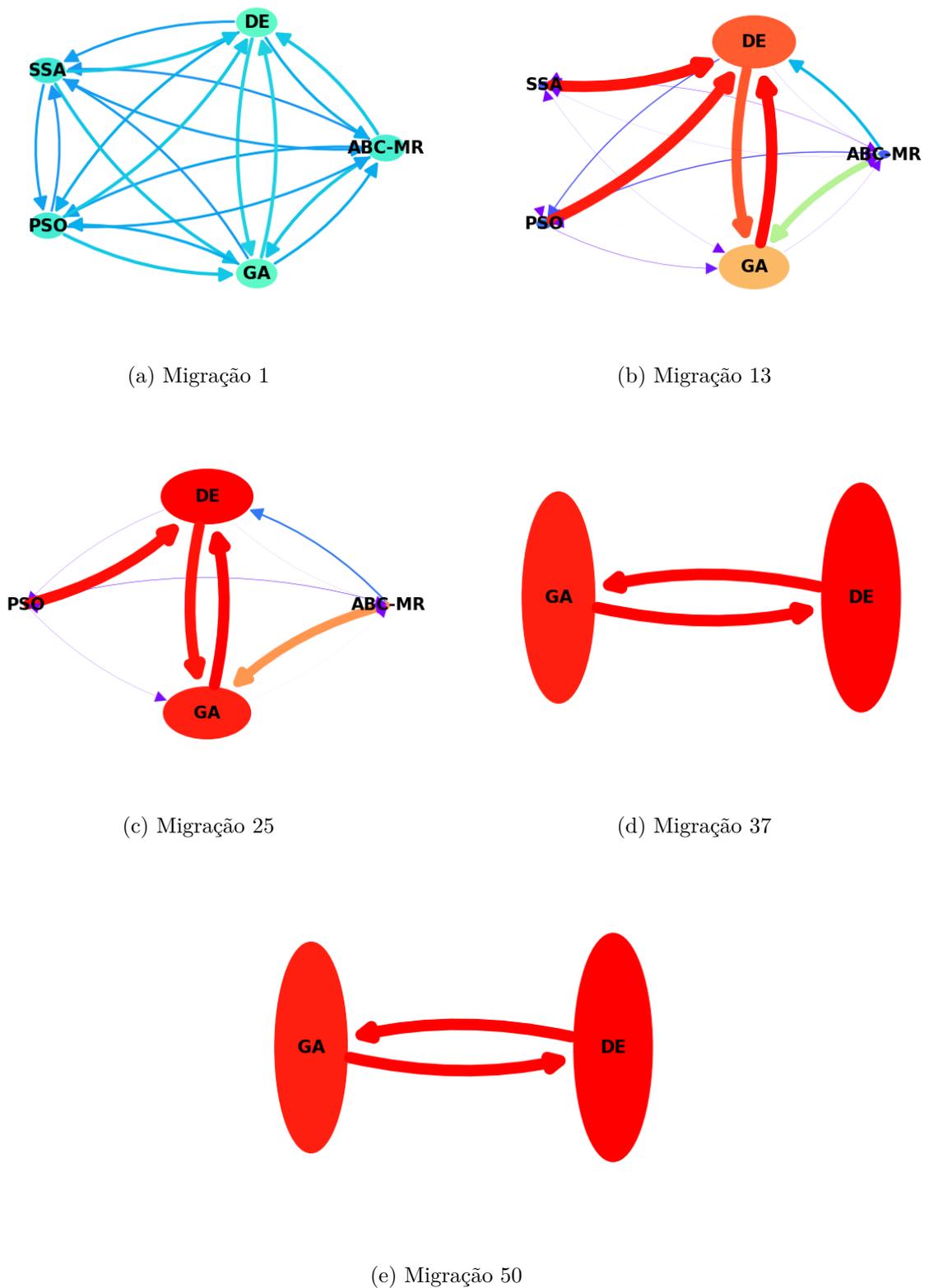
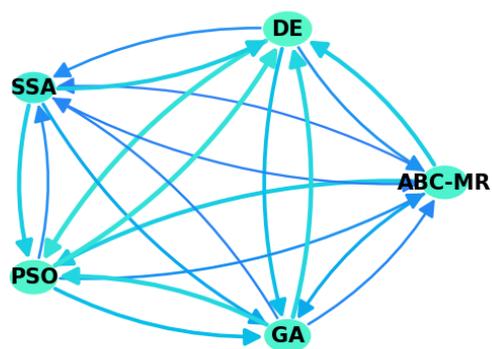
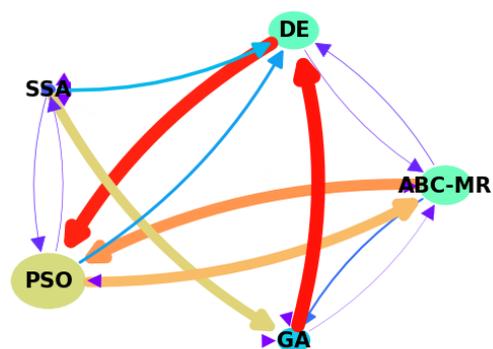


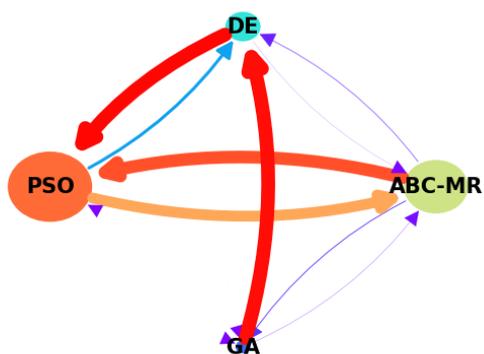
Figura 68 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 1 do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 para a resolução do problema $F3$.



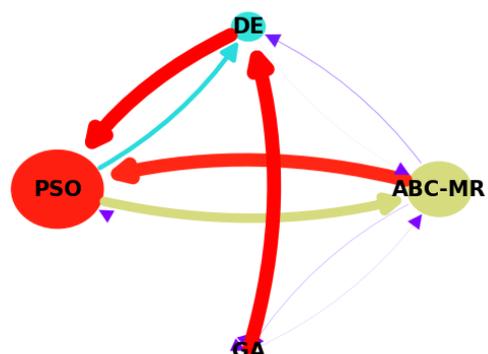
(a) Migração 1



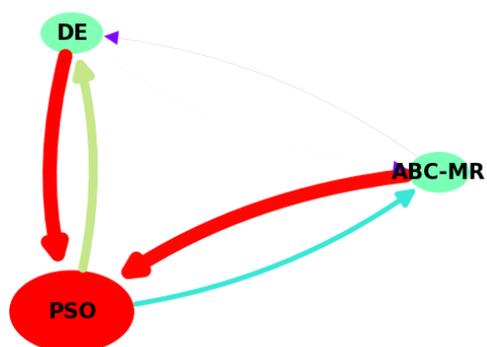
(b) Migração 13



(c) Migração 25

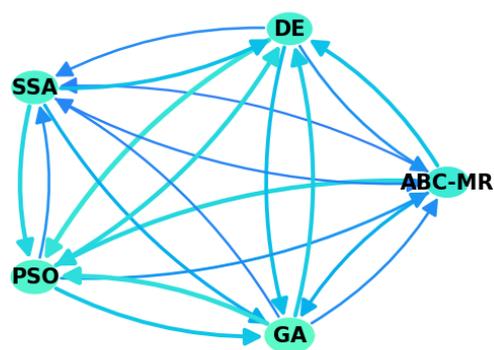


(d) Migração 37

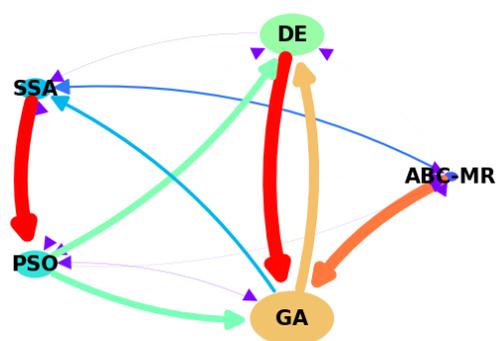


(e) Migração 50

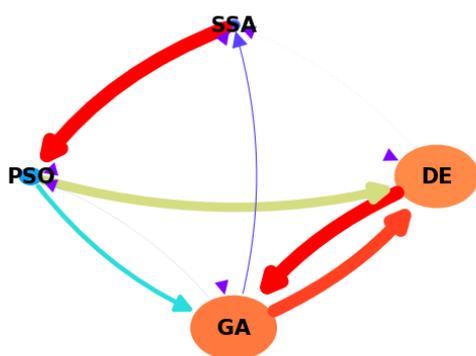
Figura 69 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 15 do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 para a resolução do problema $F3$.



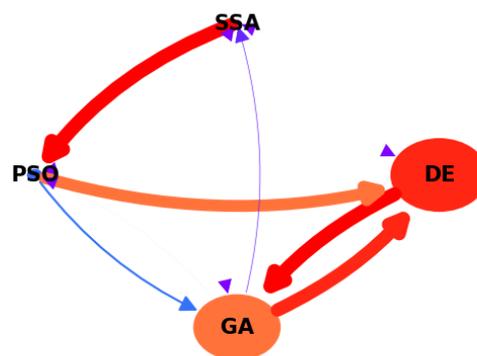
(a) Migração 1



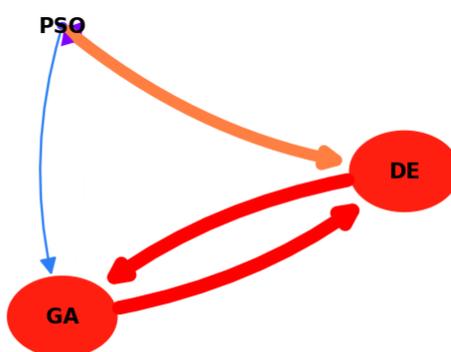
(b) Migração 13



(c) Migração 25



(d) Migração 37



(e) Migração 50

Figura 70 – Experimento IV – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações da execução de número 30 do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0 para a resolução do problema $F3$.

4.2.5 Experimento V – Avaliação da frequência de migração no Modelo de Ilhas Estigmérgico

4.2.5.1 Descrição

Esta seção apresenta o experimento identificado neste trabalho como Experimento V, realizado com o objetivo de avaliar o efeito do processo de migração no desempenho do Stgm-IM. No IM de modo geral, a evolução das soluções está sujeita às operações dos algoritmos e a troca de soluções entre elas. No caso do Stgm-IM em particular, também deve ser considerado o fato de haverem algoritmos distintos entre as ilhas, o que resulta em conjuntos de operações diferentes entre eles. Além disso, cada ilha do Stgm-IM pode ter o número de soluções em seu conjunto alterado ao longo das migrações. É necessário verificar o efeito da frequência de migração nessas condições.

No IM o total de iterações dos algoritmos entre as migrações tem relação com a frequência de migração definida para o modelo. Nos Experimentos II, III e IV, apresentados respectivamente nas Seções 4.2.2, 4.2.3 e 4.2.4, o número de iterações dos algoritmos entre as migrações foi relativamente alto. É comum encontrar aplicações do IM em que este dado tem em média metade do valor utilizado nos experimentos anteriores deste trabalho.

Nos Experimentos II, III e IV a frequência de migração de cada um dos respectivos modelos foi definida tendo em vista o número de iterações dos algoritmos das ilhas. O número de iterações dos algoritmos foi definido objetivando a avaliação do Stgm-IM no que se refere ao ajuste da topologia e distribuição das soluções. Com um número alto de iterações, as ilhas poderiam realçar rapidamente seus níveis de atratividade através da evolução de seus conjuntos. O modelo poderia ajustar a topologia e distribuir as soluções de acordo com a metodologia proposta no Stgm-IM. A análise para identificar possíveis padrões de comportamento e conseqüente desempenho poderia ser feita. Contudo, tendo em vista que o processo de migração é o grande diferencial do IM como alternativa de paralelização de algoritmos populacionais evolutivos, o presente experimento repete a execução de alguns dos modelos utilizados entre Experimentos II, III e IV, porém, as suas frequências de migração foram aumentadas.

Nos Experimentos II, III e IV, a frequência de migração aplicada foi $F_{mig} = 50$, como mencionado nas Seções 4.2.2.1, 4.2.3.1 e 4.2.4.1. Neste caso, as ilhas migraram soluções a cada 50 (2500/50) iterações de seus algoritmos. Para o presente experimento a frequência de migração foi alterada $F_{mig} = 100$. Neste caso, cada ilha passou a migrar soluções a cada 25 (2500/100) iterações do seu algoritmo, metade do número de iterações dos Experimentos II, III e IV.

Para este experimento foram consideradas duas das configurações do Stgm-IM avaliadas no Experimento IV (Seção 4.2.4). Foram consideradas as configurações identificadas como IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_2.0 na Seção 4.2.4. Tais configurações do Stgm-IM

foram escolhidas por terem sido identificadas como os modelos que produziram os melhores resultados na avaliação feita no Experimento IV. O Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0 produziu a solução de melhor qualidade, seguido pelo modelo IM_0.1_1.0_2.0. Outro motivo pela escolha dos modelos a serem utilizados neste experimento foi o fato de no Experimento IV os modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_2.0 terem demonstrado comportamentos distintos quanto ao ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações. Os dois aspectos poderiam ter algum tipo de efeito com o aumento das migrações e redução do número de iterações de seus algoritmos entre as migrações.

Os resultados referentes aos modelos IM_0.1_0.5_1.0 e IM_0.1_1.0_2.0 obtidos no Experimento IV foram considerados na avaliação realizada neste experimento. Por conveniência os modelos foram renomeados para distinção dos dois modelos adicionais executados para o presente experimento. Neste sentido, os quatro modelos considerados na avaliação foram nomeados na forma IM_ ρ _ α _ β _ F_{mig} , onde F_{mig} é a frequência de migração aplicada ao respectivo Stgm-IM. Neste caso, tomando como exemplo o modelo IM_0.1_0.5_1.0_100, esta configuração corresponde ao Stgm-IM em que foram aplicados $\rho = 0.1$, $\alpha = 0.5$, $\beta = 1.0$ e $F_{mig} = 100$.

Com exceção da frequência de migração, todos os outros parâmetros dos modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100 foram mantidos como os dos modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_1.0_2.0_50 para a realização do Experimento IV (Seção 4.2.4).

As configurações do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100 foram submetidas à resolução do conjunto de problemas descrito na Seção 4.1.2, cuja dimensão foi mantida $D = 50$, como nos Experimentos I, II, III e IV.

Para cada um dos problemas foram realizadas 30 execuções independentes das configurações IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100 do Stgm-IM. Os resultados são apresentados e comentados na Seção 4.2.5.2.

4.2.5.2 *Resultados*

A primeira informação avaliada sobre o efeito do aumento da frequência de migração no Stgm-IM foi a qualidade da solução produzida. A Figura 71 apresenta as distribuições dos valores de função objetivo das soluções ótimas obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de cada uma das 4 configurações do Stgm-IM consideradas no experimento.

Os gráficos da Figura 71 demonstram que o aumento da frequência de migração proporcionou sensíveis mudanças no desempenho do Stgm-IM. No caso do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50, após ser alterado para o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100, houve melhoria de algumas das soluções obtidas na resolução dos problemas $F3$, $F5$, $F11$ e $F13$, como pode ser observado considerando por exemplos os 3 primeiros quartis nos gráficos

das Figuras 71(b), 71(c), 71(f) e 71(g).

Nos gráficos das Figuras 71(a), 71(c) e 71(e) é possível verificar que ao substituir o modelo IM_0.1_0.5_1.0_50 pelo modelo IM_0.1_0.5_1.0_100, também houve piora de algumas das soluções na resolução dos problemas $F1$, $F5$ e $F9$. Porém, observando por exemplo as métricas média e mediana das distribuições de soluções dos modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_0.5_1.0_100 nas Figuras 71(b), 71(c), 71(f), 71(g), 71(a), 71(c) e 71(e) é possível observar que a melhoria ou piora do conjunto de soluções foi relativamente leve.

No caso do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_50, o número de problemas em que algumas das soluções foram pioradas ao ser substituído pelo modelo IM_0.1_1.0_2.0_100 é superior ao número em que houve melhoria. Considerando os três primeiros quartis dos gráficos das Figuras 71(a), 71(c), 71(d), 71(e), 71(f) e 71(g) é possível observar que houve piora em algumas das soluções na resolução dos problemas $F1$, $F5$, $F7$, $F9$, $F11$ e $F13$ (75% do total de problemas ilustrados na Figura 71). Como consequência, algumas características entre os modelos foram mantidas após o aumento a frequência de migração. Por exemplo, o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 produziu soluções melhores que o Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_100, assim como o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50 produziu soluções melhores que o Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_50.

As Figuras 72 e 73 apresentam respectivamente os Perfis de Desempenho t_{ME} e t_{mi} envolvendo as 4 configurações do Stgm-IM aqui avaliadas. Nas Figuras 72(a) e 72(b) é possível observar que o Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_100 foi o que produziu o pior conjunto de soluções entre as execuções, seguido pelo Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_50. Esta informação confirma que a substituição do modelo IM_0.1_1.0_2.0_50 pelo modelo IM_0.1_1.0_2.0_100 piorou algumas das soluções obtidas para alguns dos problemas, como foi comentado anteriormente.

Por outro lado, a Figura 72(b) ilustra que entre as execuções do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 foi obtido o melhor conjunto de soluções para o conjunto de problemas, seguido pelo Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50. Na Figura 72(b) também é possível verificar que os modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_0.5_1.0_50 superaram os modelos IM_0.1_1.0_2.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_50 na resolução de grupos com números menores de problemas.

A Figura 72(c) confirma o bom desempenho dos modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_0.5_1.0_50. O Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 produziu o melhor conjunto de soluções para em torno de 55% dos problemas, seguido pelo Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50, que produziu o melhor conjunto de soluções para em torno de 35% dos problemas.

Quanto ao resultado do Perfil de Desempenho t_{mi} , ilustrado na Figura 73, dando atenção especial ao gráfico da Figura 73(c) é possível observar que o Stgm-IM

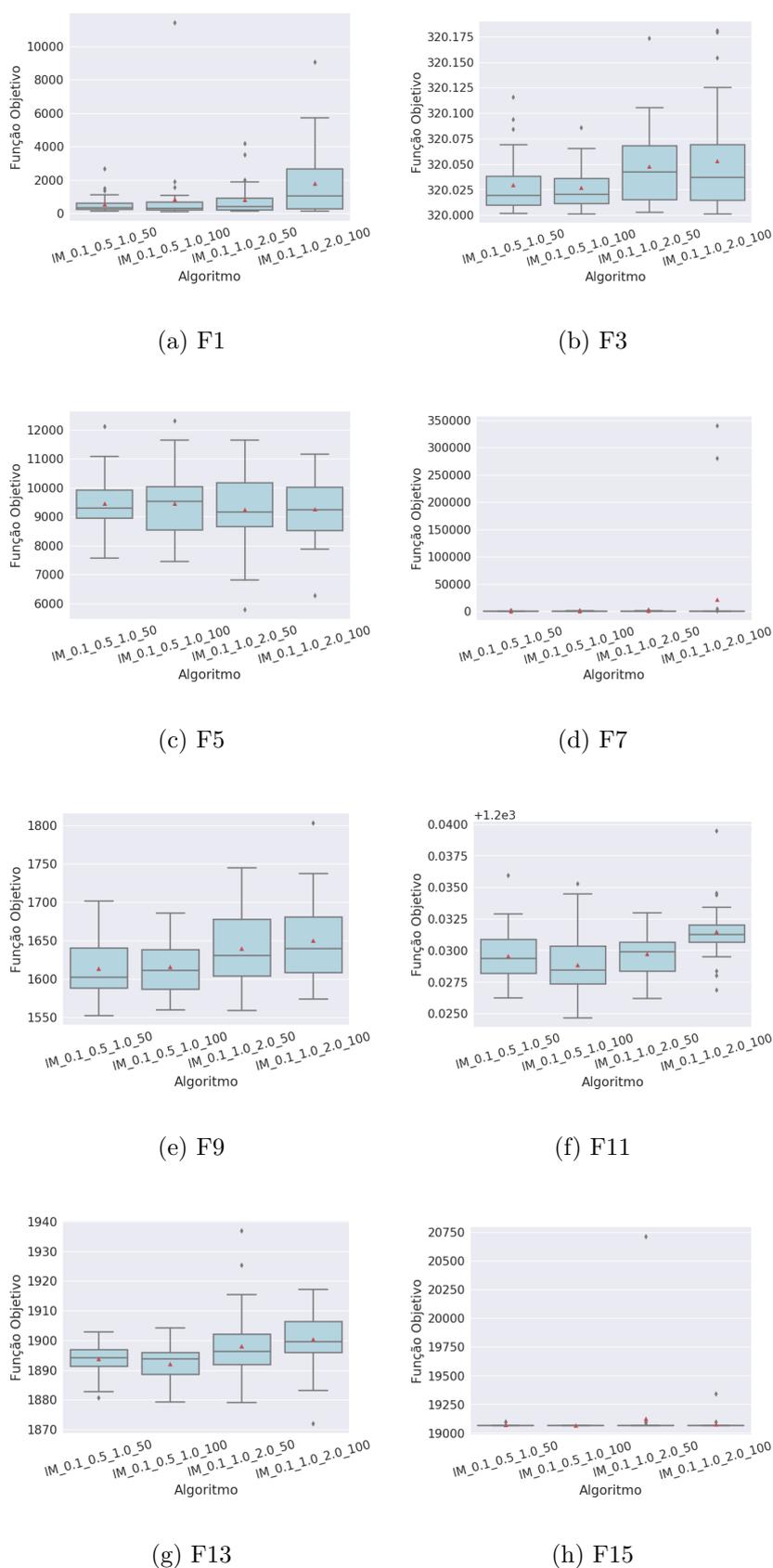
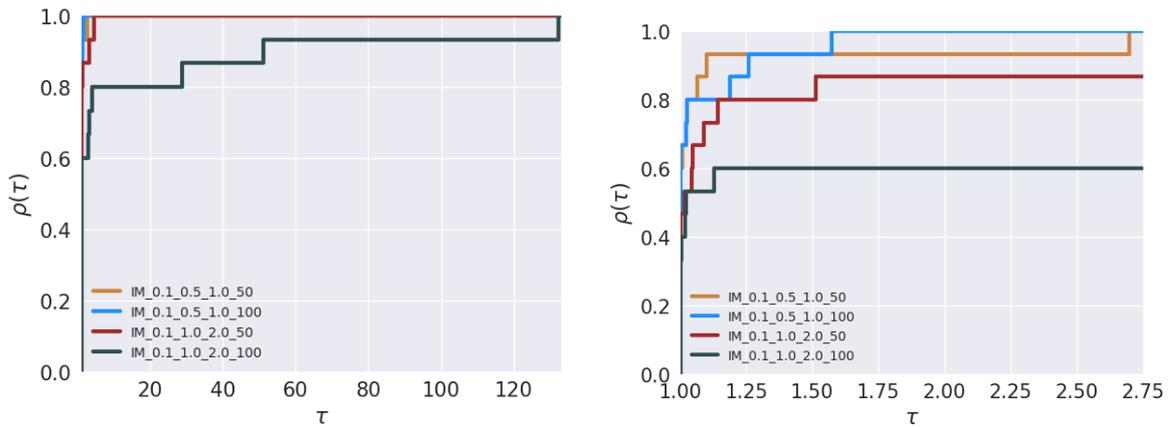
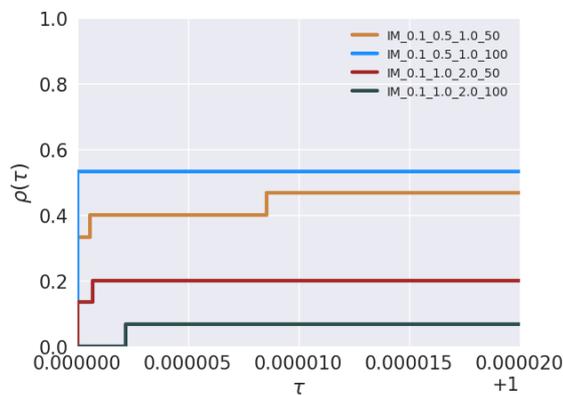


Figura 71 – Experimento V – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções de 4 configurações do Stgm-IM. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.



(a) Perfil de Desempenho

(b) Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ (c) Zoom $\rho(\tau) \mid \tau = 1$ Figura 72 – Experimento V – Perfil de Desempenho t_{ME} .

IM_0.1_0.5_1.0_100 também foi o que produziu a melhor solução para o maior número de problemas. Com este modelo foi obtida a melhor solução para 60% dos problemas, seguido pelo Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_100, que produziu a melhor solução para em torno de 35% dos problemas.

Tomando por base os gráficos das Figuras 72(c) e 73(c), é possível dizer que o uso intenso do processo de migração migração pode melhorar a solução a ser produzida por qualquer configuração do Stgm-IM. Ainda assim, a diferença de desempenho entre configurações distintas em função de outros parâmetros do Stgm-IM tende a ser mantida.

Uma das consequências do aumento da frequência de migração no Stgm-IM é o aumento proporcional do número de vezes que a topologia deve ser ajustada para que as soluções possam migrar entre as ilhas. Tais operações demandam tempo computacional e o *speedup* promovido pelo modelo pode ser afetado. Neste sentido, é importante considerar nesta avaliação as alterações no tempo de execução do Stgm-IM devido à alteração da sua

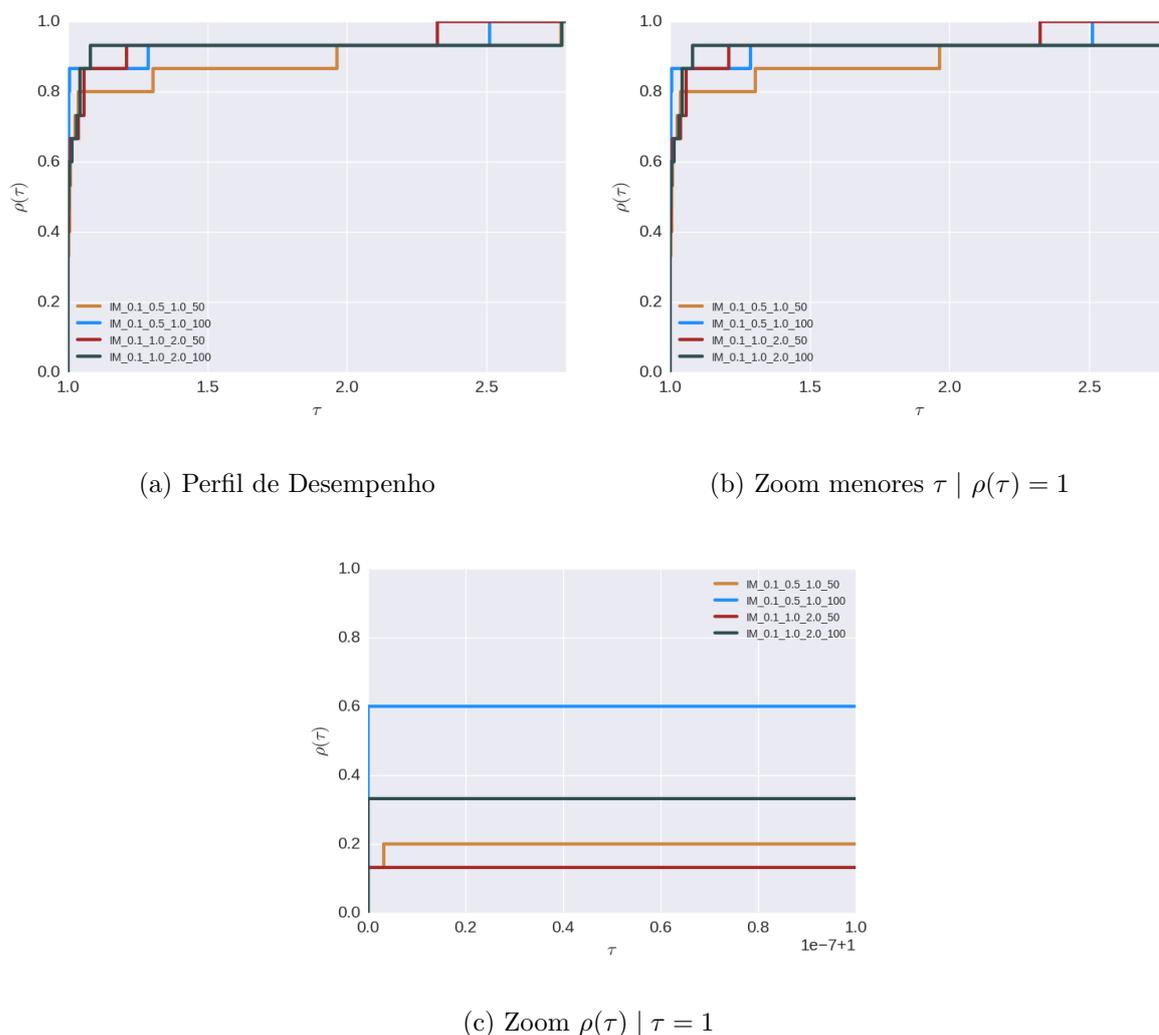


Figura 73 – Experimento V – Perfil de Desempenho t_{mi} .

frequência de migração. A Figura 74 apresenta *boxplots* das distribuições dos 30 tempos de execução de cada uma das 4 configurações do Stgm-IM para a resolução de alguns dos problemas.

Comparando as distribuições dos gráficos da Figura 74 é possível verificar que de modo geral os tempos de execução dos modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_1.0_2.0_50 foram aumentados ao serem substituídos pelos modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100 respectivamente. Entre as distribuições, considerando por exemplo a métrica média, é possível observar que o aumento do tempo de execução foi em torno de 5% a 10%. Estes valores indicam que o *speedup* não será fortemente impactado pelo aumento da frequência de migração no Stgm-IM.

Também é possível observar entre os gráficos da Figura 74 que o tempo médio de execução do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_50 é menor que do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50, assim como o do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_100 é menor que do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100.

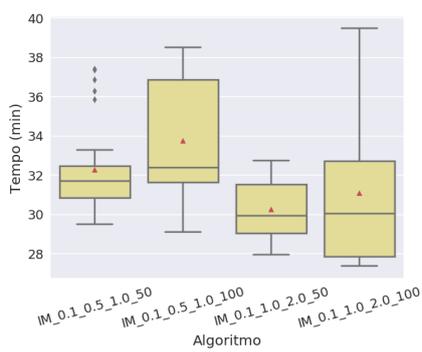
No experimento, buscou-se executar os modelos nas mesmas condições quanto aos recursos de *hardware* e *software*. Porém, pode ter havido alguma diferença de disponibilidade de recurso entre as execuções por ter sido utilizado recurso compartilhado. Essas diferenças foram consideradas desprezíveis nesta análise. Considerando os modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_1.0_2.0_50, já avaliados no Experimento IV, foi verificado que o número de ilhas extintas no IM_0.1_1.0_2.0_50 é superior ao número do modelo IM_0.1_0.5_1.0_50, como mencionado na Seção 4.2.4.2.

A extinção de ilhas reduz os recursos da paralelização proposta pelo IM. Uma das consequências desse evento seria o aumento do tempo de execução. O Stgm-IM especificamente é síncrono. Desta forma, independente do número de ilhas, a ocorrência da migração fica condicionada ao tempo de execução do algoritmo mais lento entre as ilhas. Foi verificado na Seção 4.2.4.2 que a cada execução do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_50 foi extinto um número diferente de ilhas e de algoritmos distintos. Desta forma, considerando a distinção entre os modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_1.0_2.0_50, com relação ao número de ilhas extintas, há indícios de que este seja um dos motivos para a redução do tempo de execução do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_50, se comparado com o modelo IM_0.1_0.5_1.0_50. Apesar do número de ilhas ter reduzido, podem ter sido extintas ilhas com algoritmos de execução mais lenta.

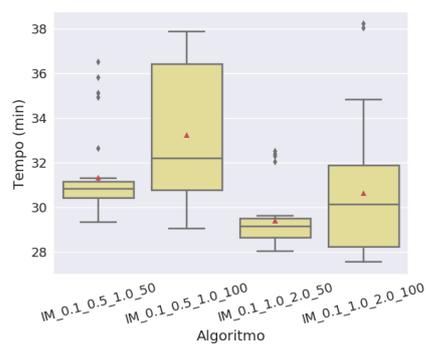
A extinção de ilhas do Stgm-IM reduz o número de conexões para as quais devem ser definidos os pesos no ajuste da topologia. Para cada ilha extinta, são extintas $I - 1$ conexões da topologia, onde I é o total de ilhas no modelo. São extintas todas as conexões com destino na ilha extinta. Se forem extintas ilhas com algoritmos de execução lenta e também as conexões, o tempo de execução do Stgm-IM será reduzido. Apesar de os modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100 ainda não terem sido avaliados neste sentido, é possível que também haja distinção entre esses dois modelos quanto ao número de ilhas extintas. É possível que este seja o motivo de o Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_100 ter tempo de execução menor que o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100.

Quanto ao *speedup*, considerando o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100, até este ponto da avaliação identificado como a melhor configuração entre as 4 consideradas, a Figura 75 ilustra a distribuição dos tempos de execução deste modelo entre as 30 execuções e de cada um dos algoritmos aplicados nas suas ilhas, quando executados isoladamente. Os gráficos demonstram que o tempo de execução do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 foi consideravelmente menor que dos algoritmos isolados.

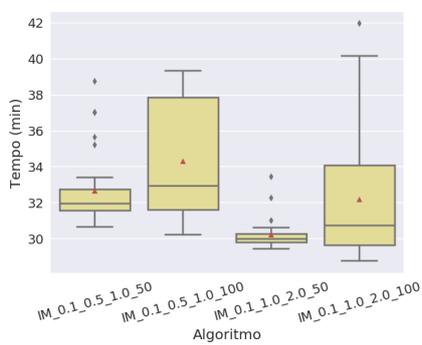
Entre os gráficos da Figura 75 também é possível observar que entre os algoritmos considerados no experimento, o ABC-MR foi o de execução mais lenta. Na Seção 4.2.4.2 foi constatado que a ilha com o ABC-MR foi a segunda mais extinta do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_50. Estas informações reforçam a possibilidade de a extinção de ilhas da topologia ser um dos motivos para a redução do tempo de execução do Stgm-IM



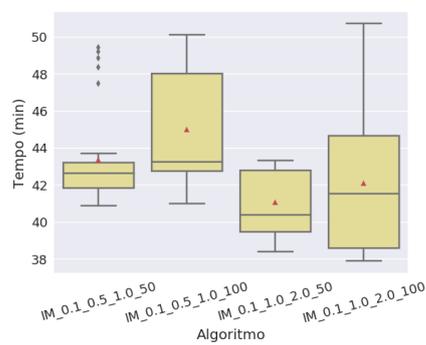
(a) F1



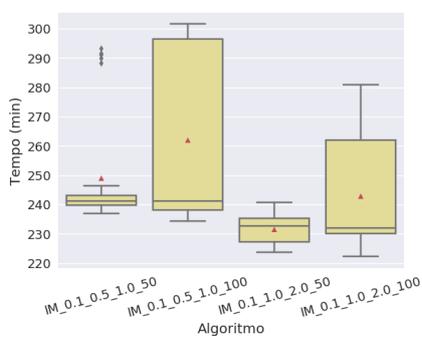
(b) F3



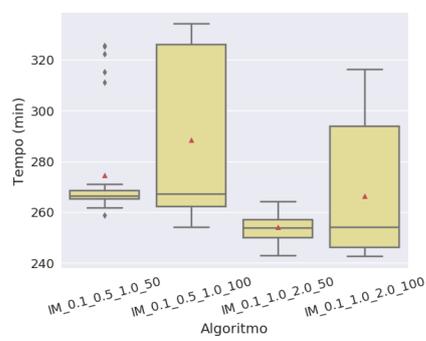
(c) F5



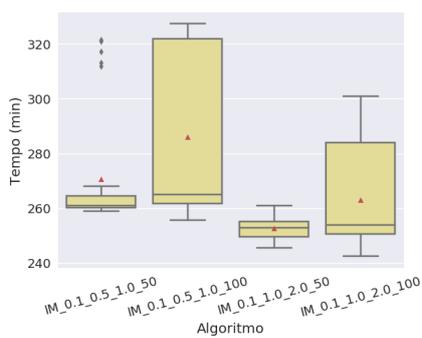
(d) F7



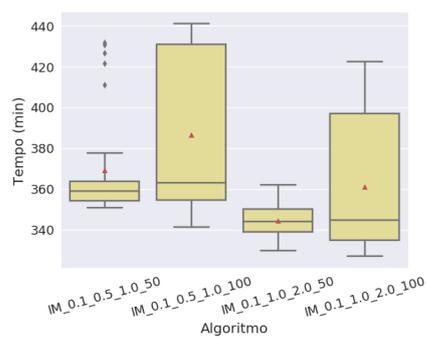
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 74 – Experimento V – Distribuições dos 30 tempos de execução das 4 configurações do Stgm-IM avaliadas. Nos gráficos, triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.

Tabela 2 – Experimento V – *Speedup* médio proporcionado pelo Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 para a resolução de alguns dos problemas.

	F1	F3	F5	F7	F9	F11	F13	F15
<i>Speedup</i>	4.5305	4.6247	4.6808	4.5274	4.5411	4.5215	4.5140	4.5013

IM_0.1_1.0_2.0_50, se comparado ao Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50, como comentado acima.

A Tabela 2 apresenta o valor Spd_{IM} obtido na resolução dos mesmos problemas considerados na Figura 75. O *speedup* promovido pelo Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 foi quase linear. O *speedup* apresentado na Tabela 1 (Pág. 93) da Seção 4.2.2.2, obtido com um modelo em que foi aplicada a frequência de migração 50 foi superior. Existem outras distinções entre as duas configurações do Stgm-IM além do valor de F_{mig} . Ainda assim, mais uma vez considera-se aqui que o *speedup* promovido por uma determinada configuração do Stgm-IM não foi prejudicado de forma considerável devido ao aumento da frequência de migração.

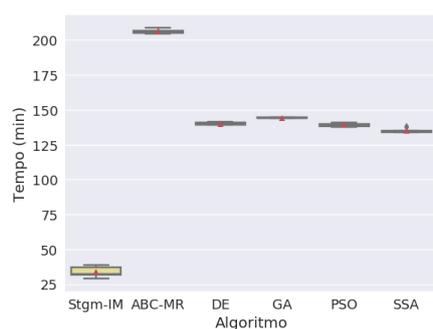
O desempenho do Stgm-IM tem relação direta com o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas, que ocorrem nas migrações, cuja frequência foi aumentada neste experimento. A Figura 76 apresenta a variação do valor POP_m^r ao longo das migrações de cada uma das 4 configurações do Stgm-IM avaliadas neste experimento. As linhas verticais em cada curva de cada gráfico na Figura 76 é o valor POP_s^r de cada migração.

Nos gráficos da Figura 76 é possível observar que em linhas gerais as distinções entre os modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_1.0_2.0_50 quanto à distribuição das soluções entre as ilhas foram mantidas ao serem substituídos pelos modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100 respectivamente. As migrações adicionais não influenciaram nas características dos modelos quanto à distribuição das soluções.

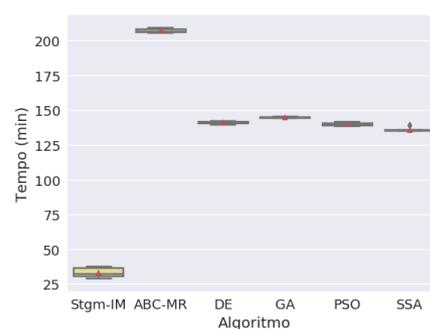
As tendências de variação de POP_m^r das ilhas do Stgm-IM foram apuradas nas migrações iniciais. No caso dos modelos com 100 migrações, a condição de cada ilha do Stgm-IM quanto à variação do número de soluções em seu conjunto, foi definida até em torno da migração de número 20 (1/5 do total).

As mudanças ocorridas na distribuição das soluções após a substituição dos modelos com 50 migrações pelos modelos com 100 migrações, certamente se devem à conseqüente redução do número de iterações dos algoritmos entre as migrações. Neste caso, o número de iterações que cada algoritmo requer para demonstrar sua qualidade, combinado ao envio e recebimento de soluções migrantes, também contribuíram para as mudanças na variação de POP_m^r no Stgm-IM.

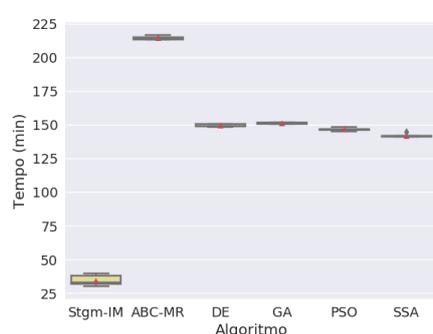
No caso do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50, ao ser substituído pelo Stgm-IM



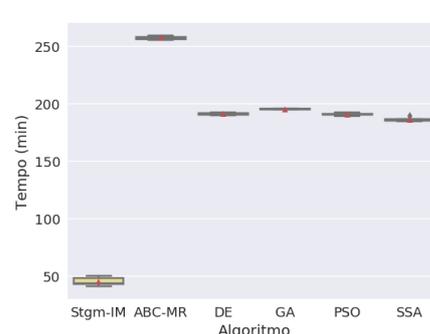
(a) F1



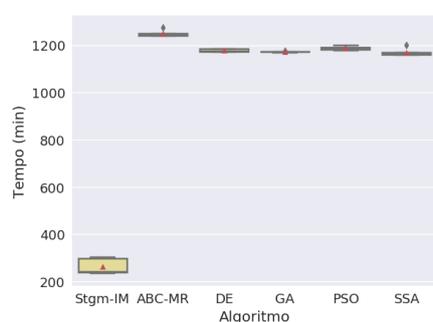
(b) F3



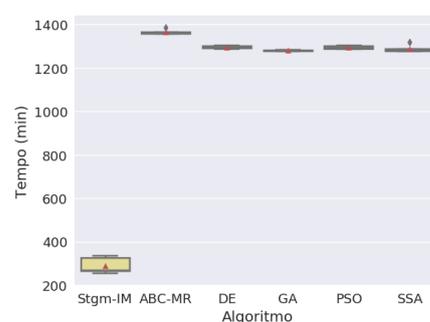
(c) F5



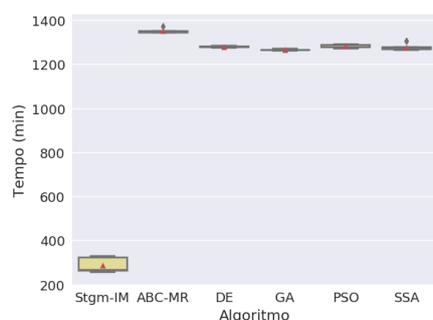
(d) F7



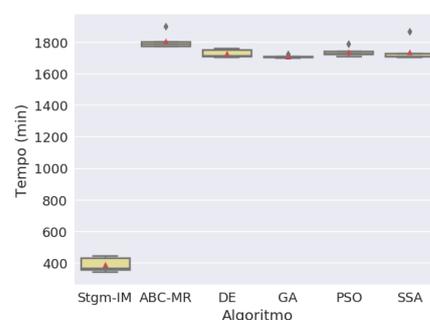
(e) F9



(f) F11



(g) F13



(h) F15

Figura 75 – Experimento V – Distribuições dos 30 tempos de execução do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 e cada um dos algoritmos aplicados em suas ilhas, quando executados isoladamente. Nos gráficos, Stgm-IM = IM_0.1_0.5_1.0_100 e triângulos vermelhos = Média dos respectivos valores.

IM_0.1_0.5_1.0_100, a ilha com o SSA se tornou ainda menos atrativa nas migrações iniciais e sua taxa e decrescimento de POP_m^r até em torno de $1/5$ do total de migrações foi maior que no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50. Como já foi constatado, o SSA tem taxa de convergência baixa nas iterações iniciais. Por outro lado, nas migrações iniciais do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100, as ilhas com o DE, GA e o PSO foram as que atraíram mais soluções com taxas de crescimento de POP_m^r maiores que no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50. A partir de certo ponto a ilha com o GA se tornou menos atrativa e a variação de seu POP_m^r passou a ser decrescente com taxa considerável. Esta ilha se tornou a menos populosa do modelo com menos da metade do total de migrações. No caso da ilha com o SSA, após em torno de $1/5$ do total de migrações o Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 identificou a melhoria da sua qualidade como ocorreu no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50 e começou a variar o seu POP_m^r de forma crescente, com taxa superior à do modelo IM_0.1_0.5_1.0_50. Quanto à ilha com o ABC-MR, a variação do seu POP_m^r foi decrescente durante toda a execução do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100, com taxa menor que no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50. Desta forma, comparando o ABC-MR com o GA, o ABC-MR se mostrou exploratório desde o início da execução do modelo IM_0.1_0.5_1.0_100, apesar de produzir soluções melhores que a ilha com o SSA. Após algumas iterações, o GA se mostrou exploratório e dependente de um número maior de soluções e iterações que o ABC-MR para produzir soluções de boa qualidade e se mostrar atrativo no Stgm-IM. Por outro lado, os algoritmos DE e PSO precisaram de poucas iterações para se mostrarem intensificatórios e produtores de soluções de boa qualidade para se tornarem atrativos e populosos no Stgm-IM.

No caso do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_50, ao ser substituído pelo Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_100 manteve a condição de atratividade das ilhas em função de seus algoritmos com algumas diferenças com relação à variação de POP_m^r . Este modelo é sensível à qualidade de cada ilha no início da execução, como o modelo avaliado no Experimento II (Seção 4.2.2). Com a redução do número de iterações dos algoritmos das ilhas entre as migrações, o valor POP_m^r da ilha com o SSA teve taxa maior de decrescimento nas migrações iniciais. As migrações adicionais não foram suficientes para que este modelo identificasse a melhoria da qualidade das soluções nesta ilha. Ela foi mantida como a menos populosa do modelo em todo o experimento. O aumento da taxa de decrescimento do POP_m^r da ilha com o SSA possibilitou o aumento da taxa de crescimento do POP_m^r de ilhas com algoritmos como o PSO, que precisou de poucas iterações para se tornar atrativa e superar o número de soluções da ilha com o GA, o que não ocorreu no modelo IM_0.1_1.0_2.0_50.

Mais uma vez fica demonstrada a qualidade do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100. No experimento este modelo distribuiu as soluções entre as ilhas de forma a retratar a qualidade de seus algoritmos identificadas nos Experimentos I e II, descritos nas Seções 4.2.1 e 4.2.2 respectivamente.

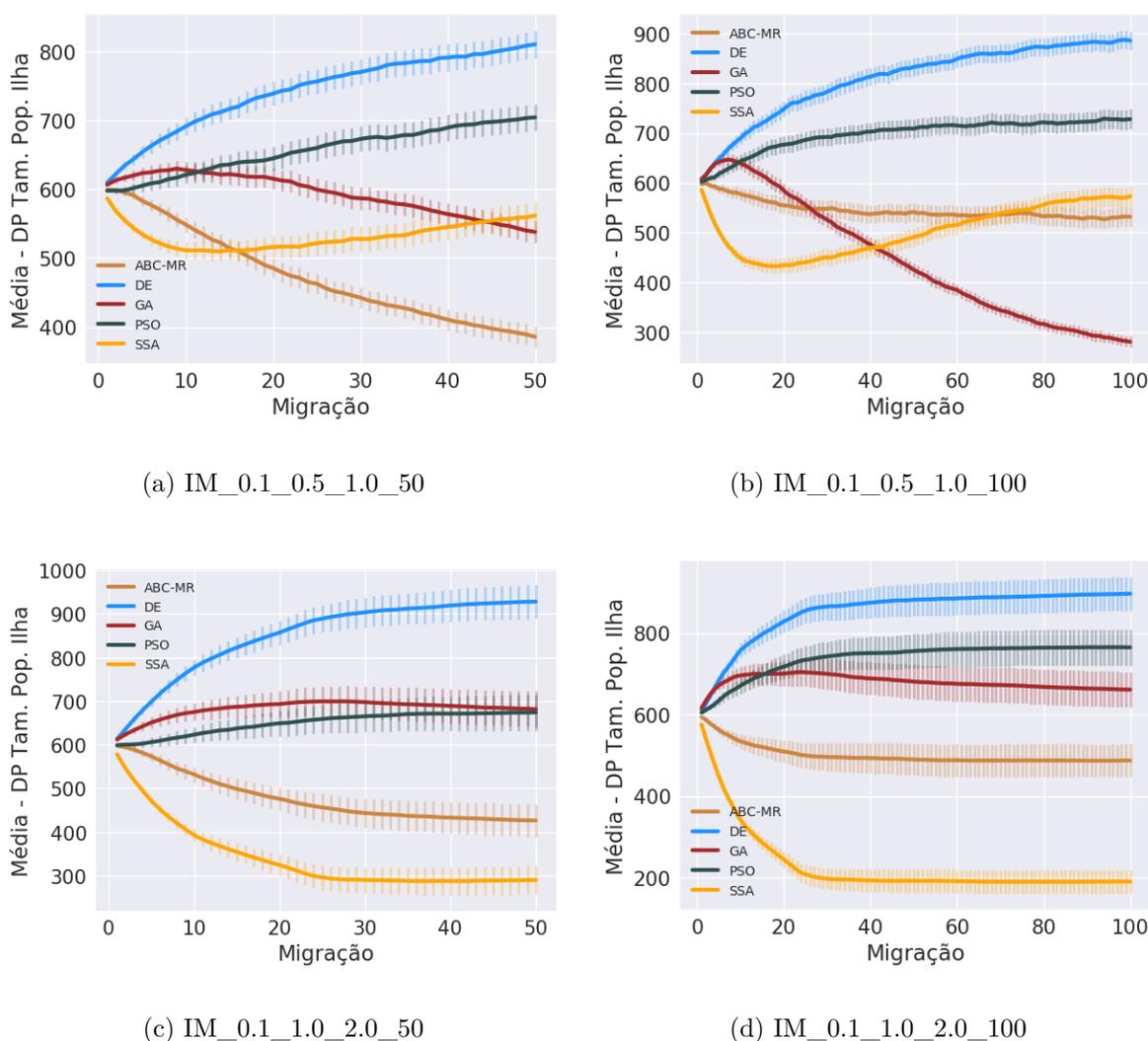


Figura 76 – Experimento V – Variação da média e desvio padrão (DP nos gráficos) do número de soluções no conjunto de cada ilha ao longo das migrações de cada execução de cada configuração do Stgm-IM considerada no experimento, para a resolução de todos os problemas. Nos gráficos Tam. Pop. = Tamanho da População.

Entre as Figuras 77 e 81 são apresentadas as variações dos valores $mw_{i,j}$, das conexões com origem em cada ilha do modelo e destino em cada uma das outras, ao longo das migrações de cada uma das 4 configurações do Stgm-IM avaliadas. Nos gráficos das figuras, os valores $mw_{i,j}$ são indicados pelas curvas de linhas mais espessas e cores mais fortes. As curvas de linhas mais finas e cores mais claras correspondem à variação de $mw_{i,j}$ na resolução de cada problema, neste caso, $NP = 1$ na Equação (4.16).

Entre os gráficos de cada uma das Figuras 77, 78, 79, 80 e 81, é possível verificar que em linhas gerais as distinções entre os modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_1.0_2.0_50 quanto ao ajuste de peso das conexões foram mantidas entre os modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100. Esta característica já havia sido indicada na análise da variação de POP_m^r , ilustrada na Figura 76. Nas Figuras 77, 78, 79, 80 e 81, comparando gráficos

correspondentes a modelos diferentes entre si apenas pela frequência de migração, é possível observar que a distinção entre as ilhas de destino para cada ilha de origem de acordo com seus níveis de atratividade indicados pelos valores $mw_{i,j}$, não foi alterada entre as migrações adicionais.

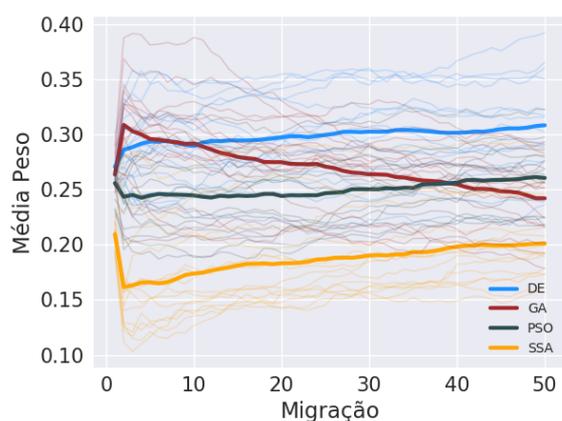
As 50 migrações utilizadas nos experimentos anteriores foram suficientes para identificar características das diferentes configurações do Stgm-IM avaliadas. Ainda assim, a variação de $mw_{i,j}$ referente a alguns pares de ilhas foi alterada devido ao aumento da frequência de migração. O motivo desta alteração certamente foi a consequente redução do número de iteração dos algoritmos das ilhas entre as migrações, que também impactou na variação de POP_m^r , como já comentado. Por exemplo a ilha com o GA passou a ser menos atrativa para as ilhas com o DE e o SSA, ao substituir o IM_0.1_0.5_1.0_50 pelo Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100, como pode ser observado comparando os gráficos das Figuras 78(a) e 78(b) e os gráficos das Figuras 81(a) e 81(b).

Entre as Figuras 77 e 81 também é possível verificar que após o aumento da frequência de migração, os limites inferiores e superiores de $mw_{i,j}$ de cada modelo variaram até em torno 50% para mais ou para menos.

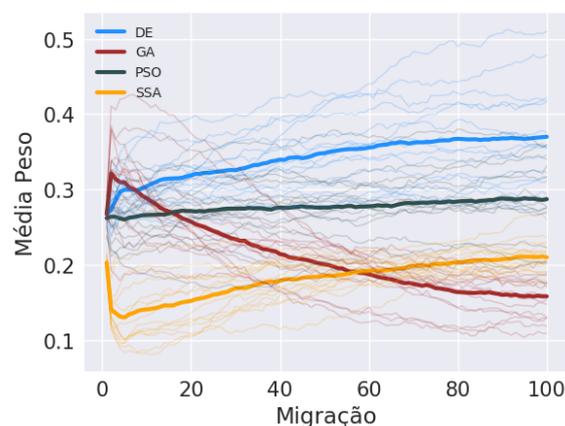
Esta análise indicou que de modo geral é necessário um número de iterações dos algoritmos das ilhas relativamente baixo para que seus níveis de atratividade sejam identificados pela respectiva configuração do Stgm-IM. Considerando os resultados do Perfil de Desempenho t_{ME} , ilustrado na Figura 72, não é apenas a frequência de migração que define o desempenho do Stgm-IM, mas também o ajuste de seus outros parâmetros. Contudo, o Perfil de Desempenho t_{mi} , ilustrado na Figura 73, indicou que é possível obter resultados melhores com uma frequência de migração maior. Com base nestas informações recomenda-se uso intenso do processo de migração no Stgm-IM através da aplicação de valores elevados à frequência de migração.

As Figuras 83 e 84 cruzam os valores POP_m^r e $mw_{i,j}$ em grafos para ilustrar simultaneamente o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo de algumas migrações dos modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100 respectivamente. Nesta análise também devem ser considerados os grafos das Figuras 62 (Pág. 166) e 63 (Pág. 167), referentes aos modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_1.0_2.0_50 respectivamente, discutidos na Seção 4.2.4.2. Nos grafos das Figuras 83 e 84, o valor $mw_{i,j}$ de cada conexão é indicado através da sua espessura e cor do respectivo arco. O valor POP_m^r de cada ilha é indicado através do diâmetro e cor do vértice. Quanto à correspondência das cores com os valores atribuídos aos vértices e arcos de cada grafo, as respectivas legendas da Figura 82 indicam tais informações.

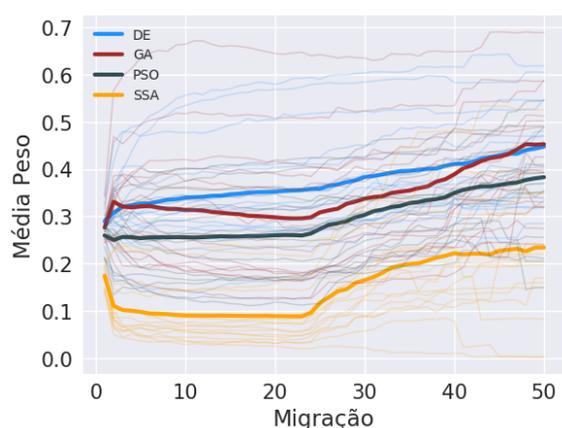
Considerando os modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_0.5_1.0_100, ilustrados nos conjuntos de grafos das Figuras 83 e 62, é possível observar que até a migração de número 25 o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas dos dois modelos



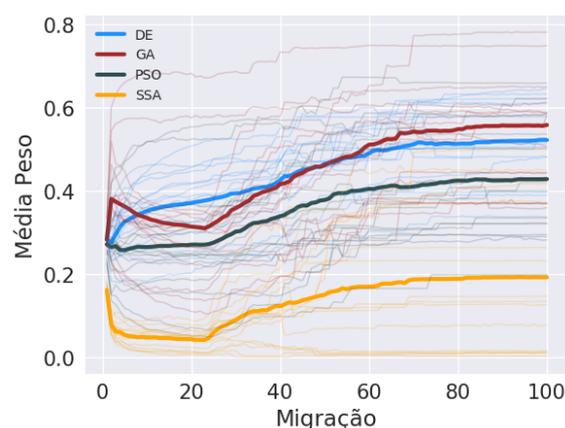
(a) IM_0.1_0.5_1.0_50



(b) IM_0.1_0.5_1.0_100



(c) IM_0.1_1.0_2.0_50



(d) IM_0.1_1.0_2.0_100

Figura 77 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o ABC-MR e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.

foi feita de forma similar no experimento, apesar de algumas leves diferenças entre os respectivos valores $mw_{i,j}$ e POP_m^r , como pode ser verificado comparando os grafos das Figuras 62(c) e 83(b).

Também é possível observar entre os grafos das Figuras 83 e 62 que até a migração de número 50 do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100, o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas é similar a esses ajustes no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50, como pode ser verificado comparando os grafos das Figuras 62(e) e 83(c). A distinção entre os dois modelos neste sentido é relativamente pequena, mas ainda assim ela é maior entre os valores $mw_{i,j}$. No Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100, após a migração de número 50, o ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas é praticamente uma continuação desses dois ajustes no Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_50, como pode ser observado nos grafos das Figuras 62(e) e 83(c), seguidos pelos grafos das Figuras 83(d) e 83(e).

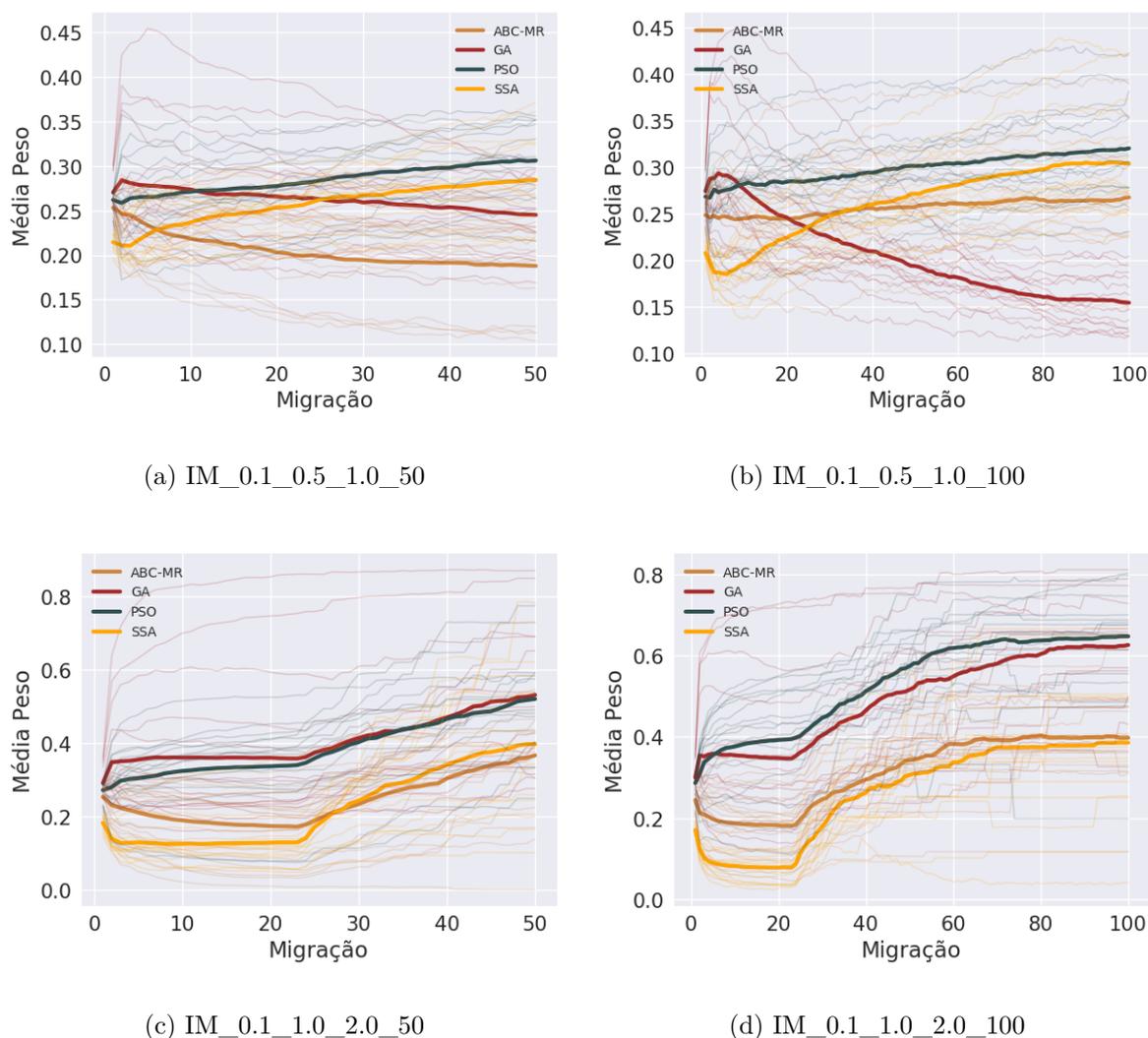


Figura 78 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o DE e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.

As características mencionadas no parágrafo anterior sobre os modelos IM_0.1_0.5_1.0_50 e IM_0.1_0.5_1.0_100 também se aplicam aos modelos IM_0.1_1.0_2.0_50 e IM_0.1_1.0_2.0_100, como pode ser observado através da similaridade entre os grafos das Figuras 63(c) e 84(b) e também entre os grafos das Figuras 63(e) e 84(c), seguidas pelos grafos das Figuras 84(d) e 84(e). Novamente, a distinção entre os modelos IM_0.1_1.0_2.0_50 e IM_0.1_1.0_2.0_100 quanto ao ajuste dos pesos das conexões e distribuição das soluções entre as ilhas é relativamente pequena até a migração do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_100, mas é maior entre os valores $mw_{i,j}$, como pode ser verificado comparando os grafos das Figuras 63(c) e 84(b) e os grafos das Figuras 63(e) e 84(c).

Os valores $mw_{i,j}$ relativamente altos de algumas das conexões do Stgm-IM IM_0.1_1.0_2.0_100, como ilustram alguns dos grafos da Figura 84 indicam que houve

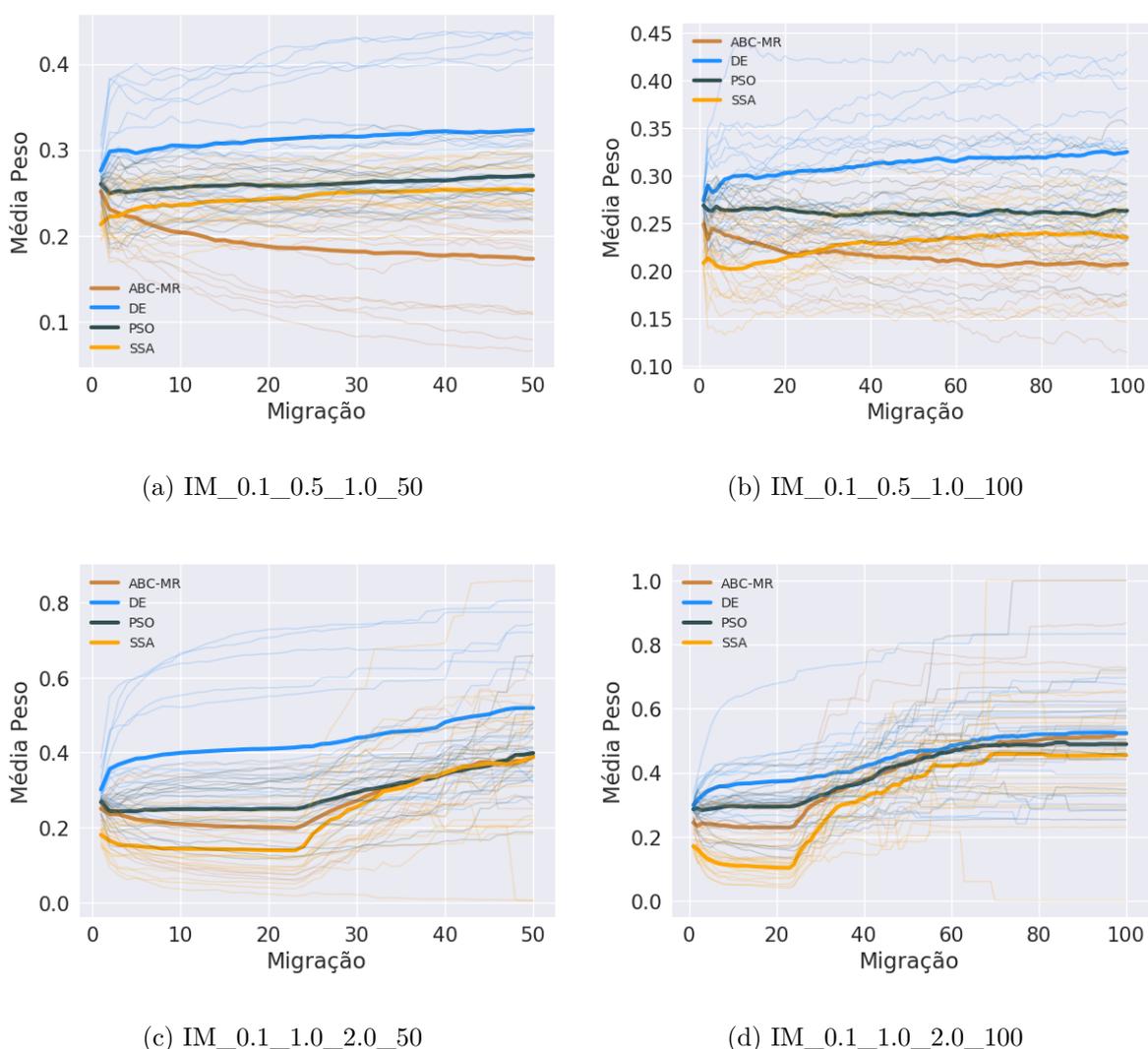


Figura 79 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o GA e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.

um número considerável de extinção de ilhas. Diferentemente, os valores $mw_{i,j}$ do Stgm-IM IM_0.1_0.5_1.0_100 foram mantidos relativamente baixos durante toda a execução do modelo, indicando que se houveram extinções de ilhas entre as execuções desse modelo, foram poucas.

A Figura 85 ilustra o número médio de problemas em que cada ilha foi extinta a cada execução de cada uma das configurações do Stgm-IM no experimento. O valor sobre cada barra é o total de problemas em que a referida ilha foi extinta e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que tal evento ocorreu no respectivo modelo.

Os gráficos da Figura 85 ilustram que o aumento da frequência de migração no Stgm-IM fez com que ocorresse um número maior de extinção de ilhas. Tendo em vista a proposta do Stgm-IM, essa é uma característica natural. Quanto mais migrações forem executadas, mais a qualidade de cada ilha será avaliada e aquelas que tenham alguma

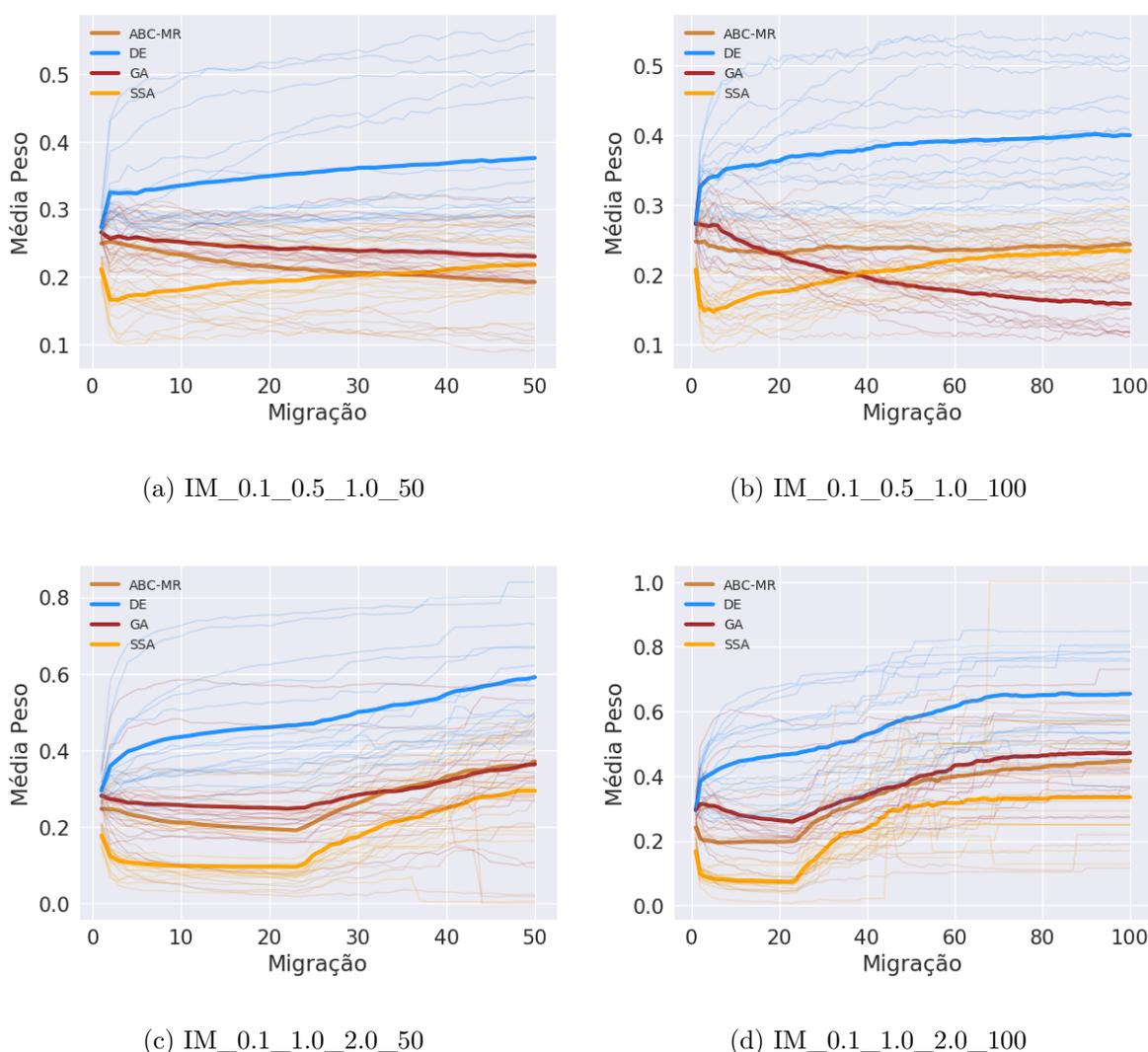
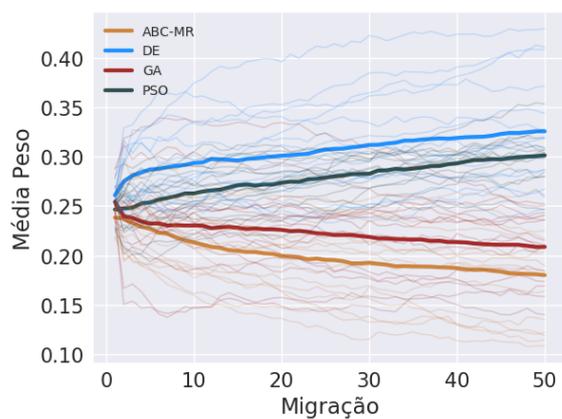


Figura 80 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o PSO e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.

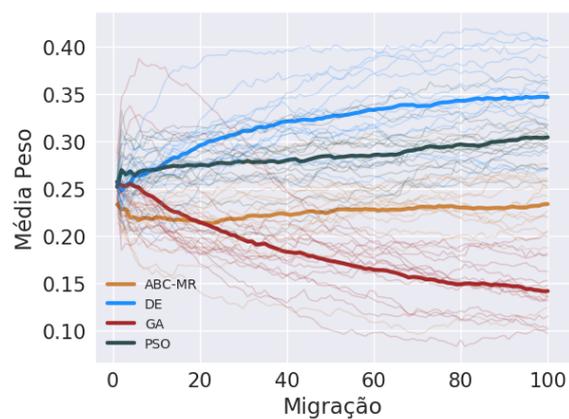
tendência a terem qualidade inferior terão mais chances de serem extintas. Ainda, a redução do número de migrações entre as migrações em decorrência do aumento da frequência de migração pode fazer com que as ilhas cujos algoritmos demandam mais iterações para produzirem soluções de boa qualidade tenham mais chance de serem extintas da topologia.

Esta seção apresentou o experimento realizado para avaliar o efeito a frequência de migração no desempenho do Stgm-IM. Foi aumentada a frequência de migração de duas configurações do Stgm-IM avaliadas em experimentos anteriores e os resultados produzidos foram comparados.

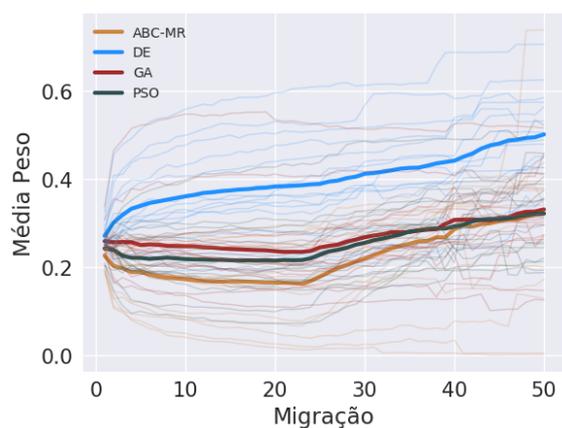
A frequência de migração do Stgm-IM influencia diretamente no número de iterações dos algoritmos das ilhas entre as migrações. Foi constatado que é necessário um número relativamente pequeno de iterações dos algoritmos das ilhas para a identificação do nível



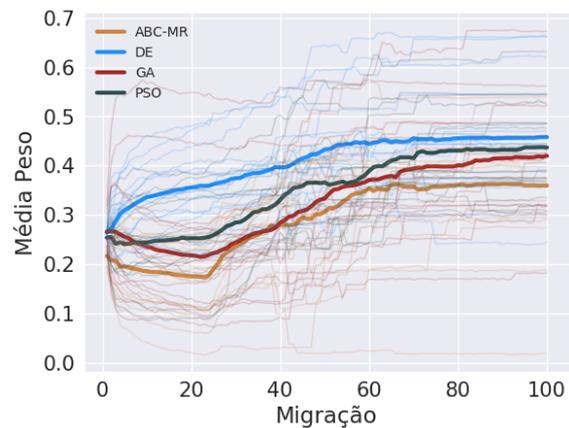
(a) IM_0.1_0.5_1.0_50



(b) IM_0.1_0.5_1.0_100



(c) IM_0.1_1.0_2.0_50



(d) IM_0.1_1.0_2.0_100

Figura 81 – Experimento V – Variação da média dos pesos das conexões com origem na ilha com o SSA e destino em cada uma das outras nas configurações do Stgm-IM avaliadas.

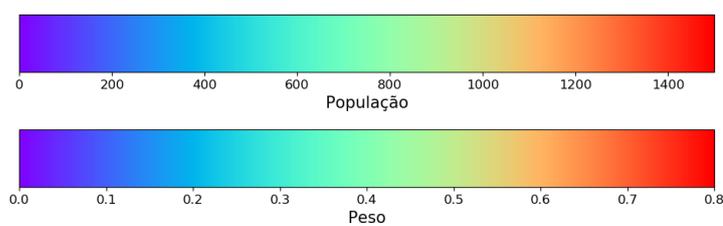
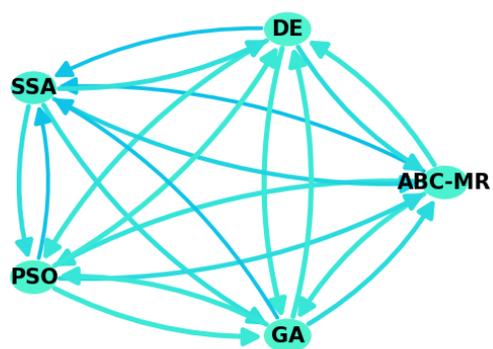
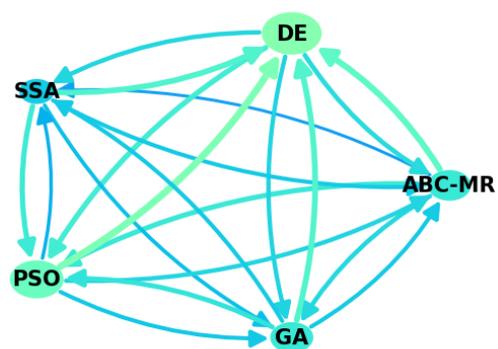


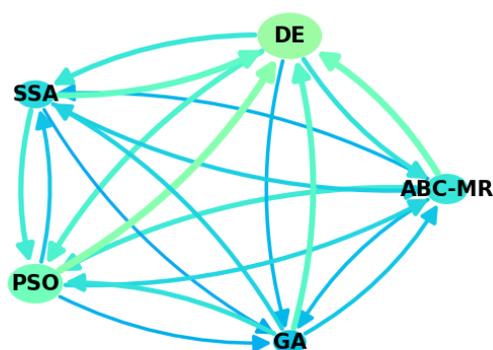
Figura 82 – Experimento V – Legenda de valores de pesos das conexões e números de soluções nos conjuntos das ilhas ao longo das migrações dos modelos IM_0.1_0.5_1.0_100 e IM_0.1_1.0_2.0_100.



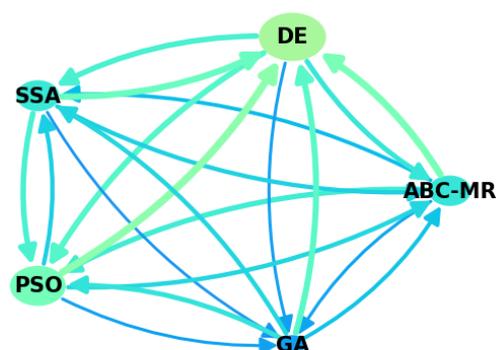
(a) Migração 1



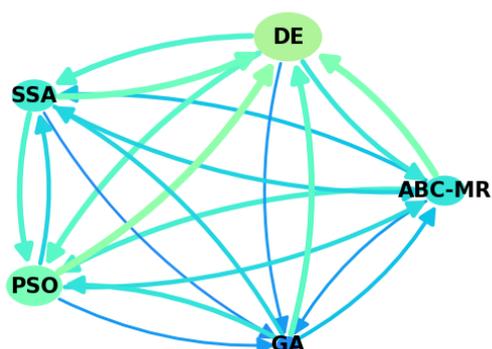
(b) Migração 26



(c) Migração 51

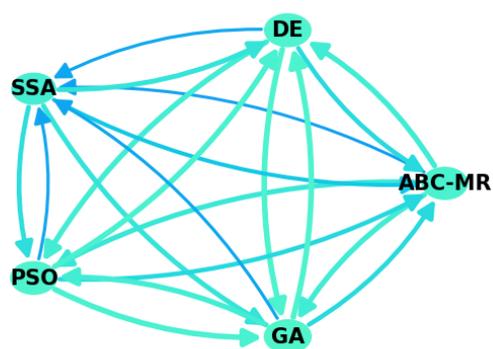


(d) Migração 76

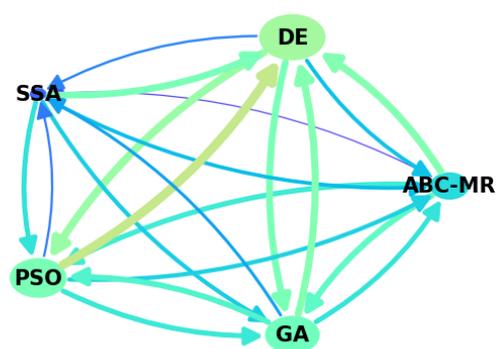


(e) Migração 100

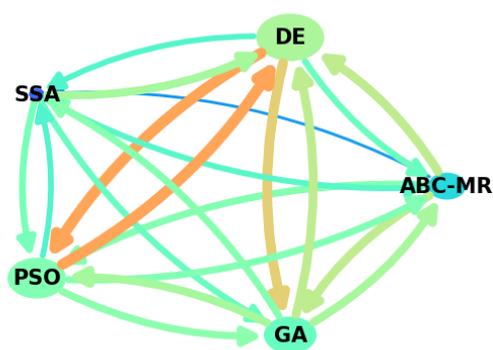
Figura 83 – Experimento V – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do IM_0.1_0.5_1.0_100.



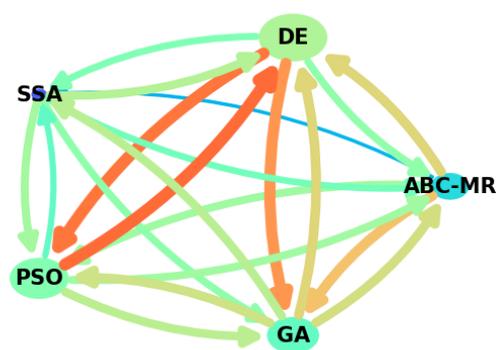
(a) Migração 1



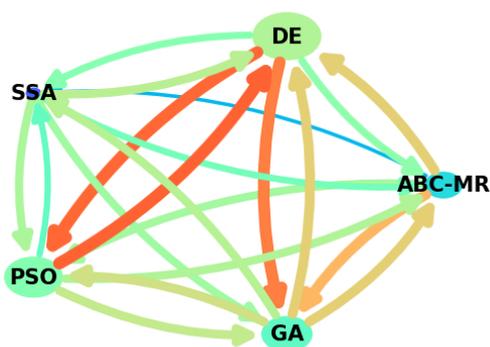
(b) Migração 26



(c) Migração 51



(d) Migração 76



(e) Migração 100

Figura 84 – Experimento V – Evolução do ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas ao longo das migrações do IM_0.1_1.0_2.0_100.

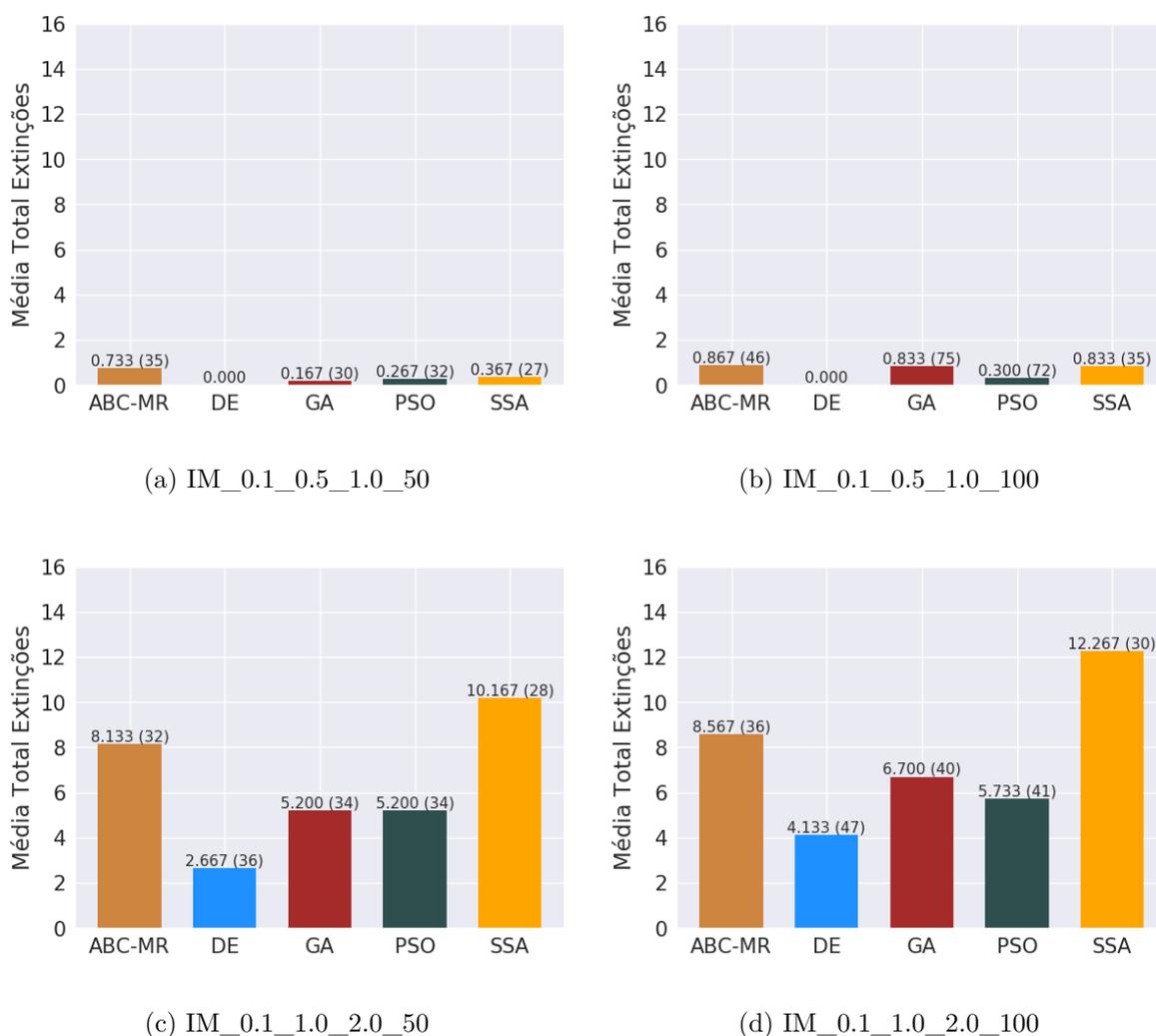


Figura 85 – Experimento V – Número médio de problemas em que cada ilha foi extinta a cada execução de cada configuração do Stgm-IM. O valor sobre cada barra é o total de exclusões e o valor entre parênteses é o número médio da migração em que a respectiva ilha foi extinta entre as execuções.

de atratividade de cada uma delas no Stgm-IM.

Foi observado também que as características de cada configuração do Stgm-IM relacionadas ao ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas não foram influenciadas de forma considerável em função do aumento da frequência de migração. As mudanças no comportamento do modelo certamente ocorreram devido à consequente redução do número de iterações dos algoritmos das ilhas entre as migrações.

Porém, foi observado também que o Stgm-IM pode produzir soluções melhores mediante um valor relativamente alto para a frequência de migração. Neste caso, recomenda-se que a frequência de migração do Stgm-IM seja definida de forma a manter o número de iterações dos algoritmos das ilhas entre as migrações similar ao valor médio encontrado na literatura, aplicados em outras alternativas de implementação do IM.

4.2.6 Experimento VI – Comparação de desempenho do Modelo de Ilhas Estigmérgico

4.2.6.1 Descrição

Esta seção apresenta o experimento identificado neste trabalho como Experimento VI, realizado com o objetivo de comparar o desempenho do Stgm-IM com IMs implementados com topologias diferentes. Entre as topologias aplicadas nos IMs cujos desempenhos foram comparados ao do Stgm-IM estão topologias estáticas e dinâmicas. Para todas as topologias implementadas, as conexões foram mantidas unidirecionais, como ocorre no Stgm-IM. Também foi mantido para todas as topologias os cinco algoritmos utilizados nos experimentos anteriores e seus respectivos parâmetros. Cada topologia foi composta por 5 ilhas. Outra característica do Stgm-IM mantida nas topologias comparadas, foi o real movimento das soluções emigrantes de suas ilhas de origem para as respectivas ilhas de destino. Em todas as topologias consideradas o número de soluções candidatas de cada ilha poderiam ser alterados em função das migrações. Neste caso, a distinção entre os IMs comparados é basicamente a topologia aplicada.

As topologias dinâmicas comparadas com o Stgm-IM foram propostas em [100] e [101], identificadas neste trabalho como DIM-1 e DIM-2 respectivamente. Tais topologias também foram propostas com o objetivo de promover auto-organização da estrutura do IM, como comentado na Seção 3.2. Quanto aos parâmetros específicos de tais estratégias, foram mantidos como em [100] e [101], $M = 5$ e $\theta = 0.05$.

Quanto às topologias estáticas, diversas alternativas poderiam ser utilizadas nos IMs comparados com o Stgm-IM, principalmente considerando que são aplicados algoritmos distintos entre as ilhas do modelo. Algumas das possibilidades de implementação de topologias estáticas foram comentadas na Seção 2.2.1 e exemplificadas na Figura 3. Foram escolhidos três tipos de topologia estática para este experimento.

Na primeira topologia estática escolhida, identificada neste trabalho como Non-Conn, as ilhas do IM não estão conectadas entre si. Devido à ausência de conexões entre as ilhas, nesta configuração do IM não há ocorrência do processo de migração ao longo da sua execução. Neste caso, o IM é tido como uma alternativa de paralelização de algoritmos populacionais evolutivos em que o conjunto de soluções candidatas é dividido em sub-conjuntos que são evoluídos individualmente em paralelo. No caso da implementação híbrida, cada sub-conjunto é evoluído por um algoritmo distinto.

A topologia totalmente conectada foi a segunda alternativa de topologia estática escolhida para ser comparada com o Stgm-IM neste trabalho. Nesta topologia cada ilha é conectada a todas as outras, como ilustrado na Figura 3(g). Neste experimento, para esta configuração do IM foi adotado o nome Full-Conn e a escolha da ilha de destino para cada solução emigrante foi feita de forma aleatória. Qualquer outra ilha do modelo poderia ser

escolhida como ilha de destino para cada solução emigrante da ilha de origem.

Como comentado na Seção 2.2.1, a topologia Anel, ilustrada nas Figuras 3(a), 3(b) e 3(c) é a mais utilizada na literatura. Assim sendo, poderia ser uma alternativa de topologia a ser comparada com o Stgm-IM. Porém, quando se trata de implementações híbridas do IM, a topologia Anel pode ser elaborada de diferentes maneiras, considerando combinações dos algoritmos, tomados dois a dois. Uma alternativa para não ter que implementar e executar todas as possibilidades da topologia Anel híbrido poderia ser definir as ilhas de destino das duas conexões com origem em cada ilha de forma aleatória. No entanto, neste experimento a topologia Anel não foi aplicada para ser comparada com o Stgm-IM.

Na terceira alternativa de topologia estática escolhida para ser comparada com o Stgm-IM, para cada ilha do modelo, tida como ilha de origem de um conjunto de conexões a serem implantadas, as referidas ilhas vizinhas foram escolhidas aleatoriamente entre as outras. Foi definido que cada ilha deveria ser conectada a pelo menos uma das outras. Note que a escolha das ilhas de destino das conexões que saem de cada ilha de origem não implica na existência de conexões no sentido oposto entre o par de ilhas. Para este tipo de topologia do IM foram consideradas três configurações distintas, identificadas neste trabalho como Random-1, Random-2 e Random-3. A Figura 86 ilustra através de grafos os conjuntos de conexões das topologias aleatórias Random-1, Random-2 e Random-3.

Quanto à configuração do Stgm-IM a ser comparada com as outras implementações do IM, foi aplicada aquela apontada no Experimento V, descrito na Seção 4.2.5, como a que produziu as melhores soluções. Neste caso, os valores aplicados aos parâmetros do Stgm-IM comparado foram: $\rho = 0.1$, $\alpha = 0.5$ e $\beta = 1.0$.

Para a comparação, no Stgm-IM e em todas as configurações do IM comparadas foi aplicada a frequência de migração $F_{mig} = 100$, como foi feito no Experimento V. Foi definido o tamanho 200 para o conjunto de soluções de cada IM, inicialmente dividido igualmente entre as 5 ilhas (40 soluções para cada ilha). A escolha das soluções emigrantes de cada ilha foi feita de forma aleatória. Cada configuração do IM foi submetida à resolução do conjunto de problemas descrito na Seção 4.1.2, cuja dimensão foi mantida $D = 50$, como nos experimentos anteriores. Para cada um dos problemas foram realizadas 30 execuções independentes do Stgm-IM e cada uma das configurações a serem comparadas. Os resultados são apresentados e comentados na Seção 4.2.6.2.

4.2.6.2 Resultados

Neste trabalho, a comparação de desempenho do Stgm-IM com outras topologias do IM, realizada no presente experimento, foi feita com base na qualidade da solução produzida. A Figura 87 apresenta as distribuições dos valores de função objetivo das soluções ótimas obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções do Stgm-IM e cada

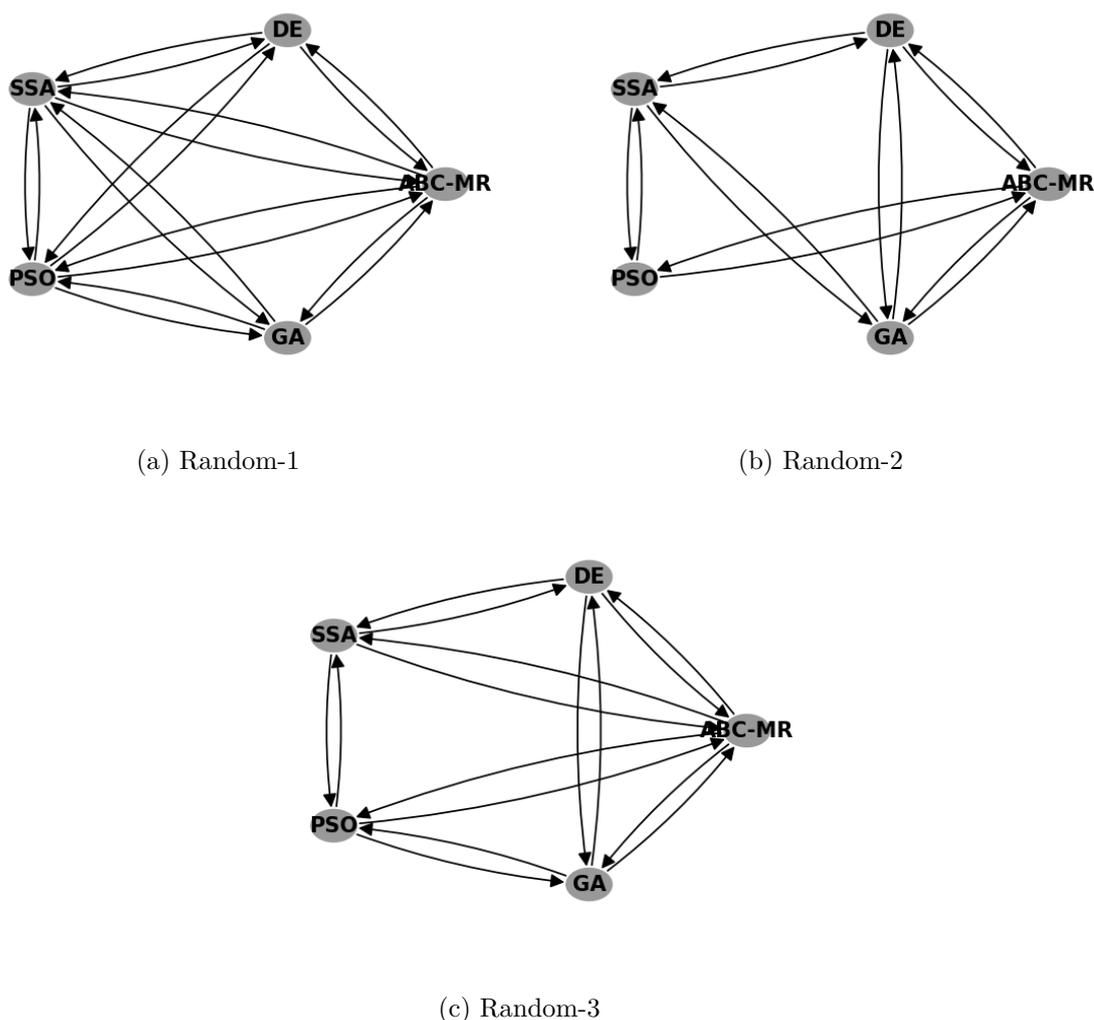


Figura 86 – Experimento VI – Topologias aleatórias comparadas com o Stgm-IM.

uma das outras topologias comparadas.

Os gráficos da Figura 87 demonstram que o Stgm-IM é uma estratégia para a resolução de problemas de otimização baseada no IM de desempenho competitivo com outras alternativas já propostas na literatura. Entre os gráficos da Figura 87, considerando métricas como média e mediana das distribuições, é interessante observar que de modo geral o nível de distinção de desempenho entre os IMs comparados é relativamente baixo. Esta característica inclusive é um dos elementos que caracteriza a competitividade do Stgm-IM com as outras topologias.

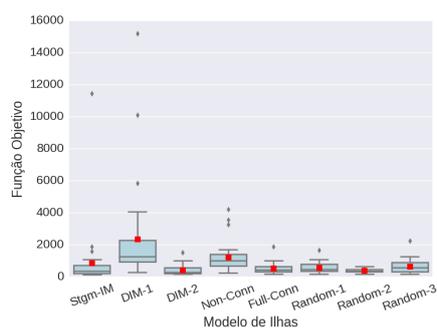
Entre os gráficos da Figura 87 é possível observar que de modo geral o modelo Non-Conn, seguido pelo modelo DIM-1, foram as topologias que produziram resultados de qualidade inferior. No caso do modelo Non-Conn em particular, os gráficos indicam que entre as topologias avaliadas, esta tende a ser a que produz resultados de pior qualidade, como pode ser observado mais claramente nos gráficos das Figuras 87(b), 87(e), 87(f) e

87(g), referentes às soluções obtidas para os problemas F3, F9, F11 e F13 respectivamente. Entre os gráficos da Figura 87, estes foram os problemas em que a distinção entre os valores de função objetivo das soluções obtidas com os modelos comparados assumiu os menores valores. Ainda assim, considerando principalmente métricas como média e mediana das distribuições nas Figuras 87(b), 87(e), 87(f) e 87(g), é possível notar que o modelo Non-Conn foi o que produziu as soluções de pior qualidade. Esta informação destaca a importância do processo de migração do IM para a resolução de problemas de otimização, em especial quando se trata de junção de algoritmos distintos, como é o caso da implementação híbrida do IM, considerada neste experimento, independente da topologia aplicada. Esta informação também reforça a importância de estratégias como o Stgm-IM, que buscam explorar do processo de migração do IM visando a produção de soluções de boa qualidade. O desempenho do modelo Non-Conn é tido como inferior ainda que tenha produzido soluções de qualidade superior para o problema F15 em algumas de suas execuções, assim como os modelos Full-Conn e Random-3, como pode ser observado no gráfico da Figura 87(h).

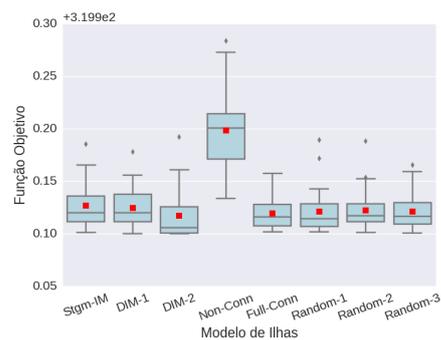
Outro recurso considerado na avaliação de comparação de desempenho do Stgm-IM com outras topologias do IM foi o Perfil de Desempenho t_{ME} . A Figura 88 apresenta o Perfil de Desempenho t_{ME} envolvendo as configurações do IM comparadas neste experimento.

O gráfico da Figura 88(a) ilustra que entre as topologias comparadas neste trabalho, o Stgm-IM apresentou bom desempenho na resolução do conjunto de problemas, superado apenas pelo modelo DIM-2, que também é dinâmico. O gráfico da Figura 88(a) também demonstra que os modelos Non-Conn e DIM-1 foram os que apresentaram desempenho inferior no experimento, como já havia sido indicado na análise anterior. Estas informações indicam que adicionar novas operações para a resolução de problemas de otimização através de algoritmos populacionais evolutivos ao longo das migrações do IM é uma boa alternativa. No entanto, o conjunto de operações aplicadas influencia no comportamento e conseqüentemente no desempenho do modelo, como foi o caso do modelo DIM-1 que apresentou desempenho inferior no conjunto de IMs comparados.

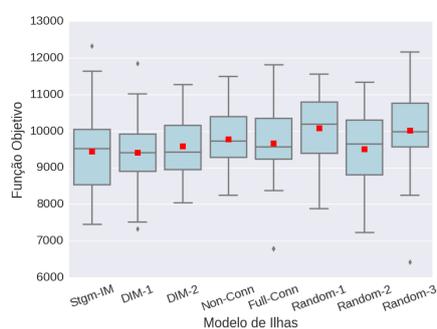
O gráfico da Figura 88(b) ilustra que o IM DIM-2 também superou os outros considerados no experimento, inclusive o Stgm-IM, na resolução de grupos menores de problemas do conjunto utilizado. Adicionalmente, o gráfico da Figura 88(c) esclarece que o modelo DIM-2 também foi o que produziu as melhores soluções para o maior número de problemas, cerca de 55% do total, seguido pelo modelo de topologia estática Full-Conn que produziu as melhores soluções para 20% do total de problemas.



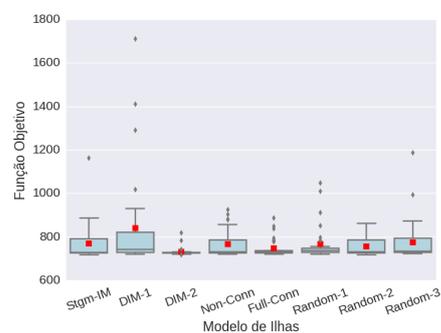
(a) F1



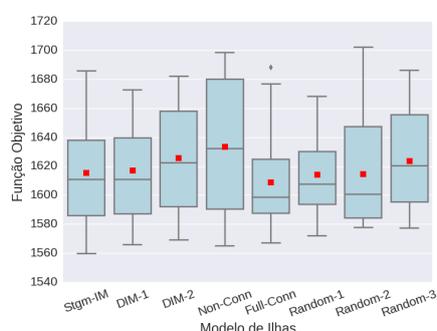
(b) F3



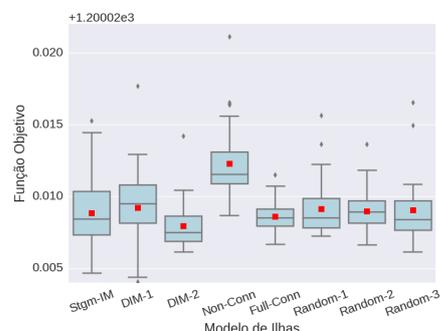
(c) F5



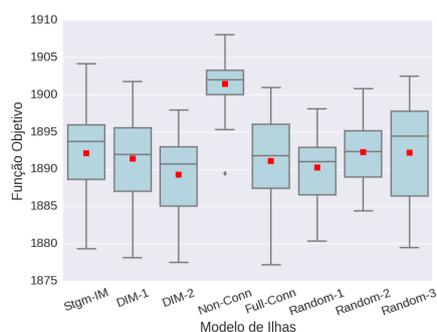
(d) F7



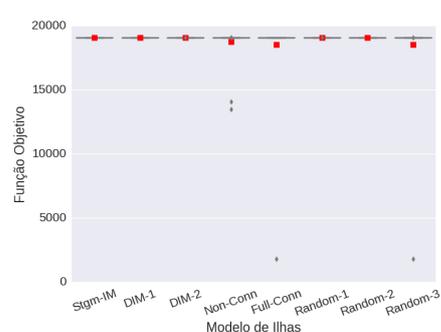
(e) F9



(f) F11

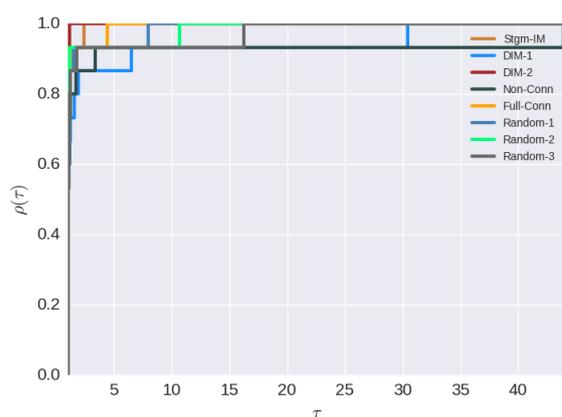


(g) F13

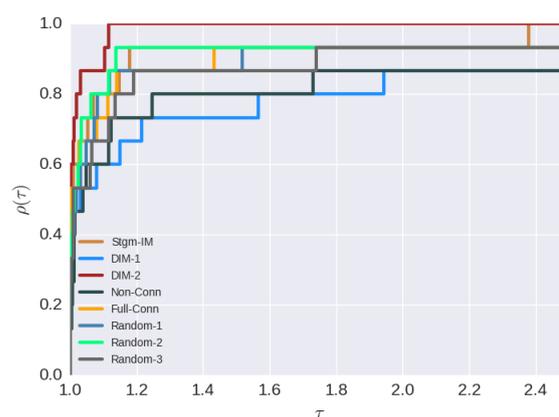
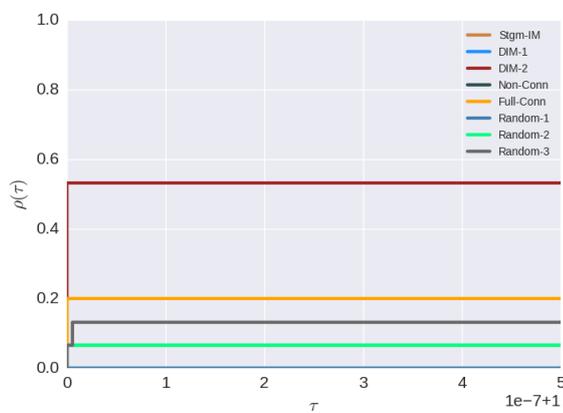


(h) F15

Figura 87 – Experimento VI – Distribuições dos valores de função objetivo das soluções obtidas para alguns dos problemas nas 30 execuções do Stgm-IM e os 4 IMs comparados. Nos gráficos, quadrados vermelhos = Média dos respectivos valores.



(a) Perfil de Desempenho

(b) Zoom menores $\tau \mid \rho(\tau) = 1$ (c) Zoom $\rho(\tau) \mid \tau = 1$ Figura 88 – Experimento VI – Perfil de Desempenho t_{ME} .

5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou uma configuração para o Modelo de Ilhas chamada de Modelo de Ilhas Estigmérgico. O Modelo de Ilhas Estigmérgico consiste de uma implementação híbrida do Modelo de Ilhas e foi inspirado no fenômeno natural de estigmergia.

A estigmergia faz com que grupos de algumas espécies sociais se auto-organizem e seus agentes cooperem entre si de forma indireta através de comunicação por meio do próprio ambiente em que vivem e realizam as suas atividades. Este tipo de comportamento natural é imitado no Modelo de Ilhas Estigmérgico visando explorar os recursos disponíveis na sua estrutura da melhor forma possível. O objetivo é fazer com que o modelo seja auto-organizável no sentido de ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas de acordo com características identificadas em sua própria estrutura. Tal procedimento é feito por meio do processo de migração e por este motivo a política de migração do Modelo de Ilhas Estigmérgico foi o elemento de maior atenção neste trabalho.

Na política de migração do Modelo de Ilhas Estigmérgico as soluções migrantes são realmente movimentadas do conjunto de uma ilha para o conjunto de outra. Neste caso, é importante que a migração de cada solução seja feita de forma eficiente de acordo com os recursos disponíveis no modelo. Neste sentido, a escolha da ilha de destino para cada solução emigrante é feita com base nos pesos das conexões. O peso de cada conexão do Modelo de Ilhas Estigmérgico indica o nível de atratividade da ilha de destino para as soluções da ilha de origem. A atratividade de cada ilha para cada uma das outras é definida com base na qualidade de seu conjunto de soluções candidatas, proporcionada por seu respectivo algoritmo. Nestas condições, os pesos das conexões devem ser ajustados a cada processo de migração do Modelo de Ilhas Estigmérgico. Neste caso, a política de migração do Modelo de Ilhas Estigmérgico também atua no ajuste dinâmico da topologia, preparando as alternativas de caminhos pelos quais as soluções serão movimentadas. Algumas ilhas e conexões podem inclusive ser extintas da topologia ao longo da execução do Modelo de Ilhas Estigmérgico se o seu algoritmo não apresenta bom desempenho na resolução do problema.

O objetivo ao propor o Modelo de Ilhas Estigmérgico foi estabelecer uma estratégia capaz de distribuir o conjunto de soluções entre algoritmos distintos de forma auto-organizável, visando a qualidade da solução ao resolver um problema. Desta forma, no Modelo de Ilhas Estigmérgico o usuário pode aplicar diversos algoritmos em suas ilhas e a própria política de migração identificará a melhor configuração para a topologia e distribuição do conjunto de soluções candidatas entre elas, visando a produção de uma solução de boa qualidade para o problema.

Foram realizados experimentos com o objetivo de avaliar alguns aspectos do Modelo de Ilhas Estigmérgico. Com base nos resultados obtidos e apresentados neste trabalho,

conclui-se que o Modelo de Ilhas Estigmérgico é robusto para produzir soluções de boa qualidade para problemas de otimização. O Modelo de Ilhas Estigmérgico foi capaz de melhorar a qualidade da solução obtida com pelo menos 4 dos 5 algoritmos aplicados em suas ilhas, quando executados individualmente. Também foi verificado que a convergência de cada algoritmo tende a ser melhorada se ele for incluído no Modelo de Ilhas Estigmérgico, o que certamente contribuiu com a qualidade da solução ótima produzida pelo modelo. Foi constatado ainda que o Modelo de Ilhas Estigmérgico apresenta desempenho competitivo com outras topologias dinâmicas e estáticas já propostas na literatura para o Modelo de Ilhas. Assim sendo, utilizar o processo de migração do Modelo de Ilhas para adicionar novas operações para a resolução de problemas de otimização através de algoritmos populacionais evolutivos como é o caso do Stgm-IM é uma boa alternativa.

Entre os experimentos foi constatado que o Modelo de Ilhas Estigmérgico é auto-organizável. Foram atribuídos pesos distintos às conexões, o que fez com que fosse direcionado um número diferente de soluções candidatas para cada uma das ilhas da topologia. Foi verificado que em algumas configurações do Modelo de Ilhas Estigmérgico o ajuste da topologia e principalmente a distribuição das soluções entre as ilhas, retratou melhor a distinção entre seus respectivos algoritmos quanto à qualidade de suas soluções de acordo com suas convergências. Tais distinções foram identificadas quando os referidos algoritmos foram avaliados e comparados individualmente.

Na organização automática dos recursos disponíveis no Modelo de Ilhas Estigmérgico houve casos de extinção de algumas ilhas e conexões da topologia. Houve inclusive casos em que restaram na topologia do Modelo de Ilhas Estigmérgico apenas 2 das 5 ilhas. Também foi observado que em algumas configurações do Modelo de Ilhas Estigmérgico, definidas através do ajuste de seus parâmetros, a extinção de ilhas da topologia tende a ocorrer com maior frequência entre as execuções. Os algoritmos das ilhas extintas foram variados e também a intensidade que foram extintas nos experimentos. Neste caso, mesmo nas configurações do Modelo de Ilhas Estigmérgico em que a extinção de ilhas tende a ser mais frequente, existem ilhas que têm maior probabilidade de serem extintas em função da qualidade de seus algoritmos.

A ocorrência de extinção de ilhas da topologia não comprometeu a qualidade da solução produzida pelo Modelo de Ilhas Estigmérgico. Isto se deve ao fato de que alguns dos algoritmos aplicados em suas ilhas podem ter qualidade consideravelmente superior à dos outros. As ilhas desses algoritmos tendem a se tornarem mais populosas em qualquer configuração do Modelo de Ilhas Estigmérgico. Desta forma, fica garantida a participação desses algoritmos no processo evolutivo do Modelo de ilhas Estigmérgico, independente do ajuste da topologia e distribuição das soluções impostos pela configuração do modelo em função de seus parâmetros. Este foi o caso do DE entre os algoritmos considerados neste trabalho. É importante ressaltar que a ilha com o DE também foi extinta em algumas

execuções do Modelo de Ilhas Estigmérgico. Porém, este evento ocorreu nas configurações que a extinção de ilhas foi mais frequente. Na melhor configuração do Modelo de Ilhas Estigmérgico identificada neste trabalho, a ilha com o DE não foi extinta em nenhuma das suas execuções. Foi observado que o desempenho e comportamento evolutivo do Modelo de Ilhas Estigmérgico está condicionado ao ajuste dos seus parâmetros.

Considerando os parâmetros específicos do Modelo de Ilhas Estigmérgico, foi identificado que o valor atribuído ao parâmetro ρ não impacta de forma considerável o seu desempenho e comportamento evolutivo. Neste caso, recomenda-se que o valor do parâmetro ρ seja definido na forma $\rho \leq 0.5$. Mais precisamente, considerando o fenômeno natural de estigmergia, em que o desgaste/evaporação do elemento no ambiente ocorre de forma relativamente lenta de modo geral, recomenda-se $\rho \leq 0.2$. Desta forma, mantém-se a ocorrência do evento de evaporação/desgaste do elemento depositado no ambiente no Modelo de Ilhas Estigmérgico em um nível considerado satisfatório de acordo com o fenômeno natural.

Quanto aos parâmetros α e β envolvidos na operação de ajuste dos pesos das conexões do Modelo de Ilhas Estigmérgico, os valores atribuídos a estes parâmetros impactam consideravelmente no seu desempenho e comportamento evolutivo. A combinação de valores entre esses dois parâmetros também influencia no comportamento do Modelo de Ilhas Estigmérgico. A melhor configuração para o Modelo de Ilhas Estigmérgico identificada entre aquelas avaliadas neste trabalho foi definida em função do ajuste dos parâmetros α e β .

Tendo em vista o impacto promovido pelo ajuste dos parâmetros do Modelo de Ilhas Estigmérgico na qualidade da solução por ele produzida, a definição da melhor configuração avaliada neste trabalho foi baseada de forma mais intensa nos impactos no ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas. Evidentemente a organização automática dos recursos do Modelo de Ilhas Estigmérgico pode impactar na qualidade da solução e esta possibilidade foi considerada para a definição da melhor configuração. Para tal, foi considerada a qualidade de cada algoritmo aplicado nas ilhas, identificada quando comparados individualmente.

Algumas configurações do Modelo de Ilhas Estigmérgico avaliadas neste trabalho ajustaram a topologia e distribuíram as soluções entre as ilhas em função da qualidade de seus algoritmos demonstrada no início da execução do modelo. Desta forma, algumas ilhas com algoritmos pouco atrativos no início da execução, mas que demonstraram potencial para produzir soluções de boa qualidade posteriormente permaneceram com variação decrescente dos seus números de soluções em seus conjuntos. Este foi o caso da ilha com o SSA em algumas das configurações avaliadas.

Por outro lado, algumas das configurações avaliadas foram capazes de capturar a informação sobre a qualidade do algoritmo de cada ilha ao longo da execução do modelo

e ajustar a topologia e distribuição da população em função destas informações. Neste caso, a organização automática dos recursos do Modelo de Ilhas Estigmérgico nestas configurações retratou melhor a condição de cada algoritmo quanto à sua capacidade de produzir soluções de boa qualidade. Diante disto, a ideia de cooperação indireta auto-organizável entre algoritmos distintos para resolver o problema da melhor forma possível faz mais sentido nestas configurações do Modelo de Ilhas Estigmérgico. Outra característica destas configurações é que elas tenderam a tornar mais populosas as ilhas com algoritmos de natureza intensificatória. As ilhas com algoritmos de natureza exploratória tiveram os números de soluções em seus conjuntos reduzidos ao longo da execução do Modelo de Ilhas Estigmérgico. Nestas configurações os parâmetros α e β foram ajustados de forma que $\alpha < \beta$ e $\alpha < 1.0$ e foram consideradas melhores. Neste sentido, recomenda-se que estes parâmetros do Modelo de Ilhas Estigmérgico sejam ajustados de forma que $\alpha < 1.0$ e $\beta \in [0.5, 2.0]$.

Também foi constatado neste trabalho que é necessário um número relativamente pequeno de iterações dos algoritmos das ilhas para a identificação do nível de atratividade de cada uma delas no Modelo de Ilhas Estigmérgico. Desta forma, aplicar uma frequência relativamente alta para a ocorrência do processo de migração no Modelo de Ilhas Estigmérgico não influenciou de forma considerável nas características de cada configuração relacionadas ao ajuste da topologia e distribuição das soluções entre as ilhas, resguardadas algumas diferenças. Adicionalmente, foi observado que o Modelo de Ilhas Estigmérgico pode produzir soluções melhores mediante um valor relativamente alto para a frequência de migração. Neste caso, recomenda-se que a frequência de migração do Modelo de Ilhas Estigmérgico seja definida de forma a manter o número de iterações dos algoritmos das ilhas entre as migrações similar ao valor médio encontrado na literatura, aplicado em outras alternativas de implementação do Modelo de Ilhas, neste caso, em torno de 20 a 25 iterações entre as migrações.

Foi verificado que os algoritmos populacionais evolutivos envolvidos neste trabalho são distintos entre si em diferentes aspectos. Esta constatação demonstra o quanto é difícil escolher um algoritmo populacional evolutivo para a resolução de um determinado problema. Neste sentido, estratégias como o Modelo de Ilhas Estigmérgico se fazem necessárias. O Modelo de Ilhas Estigmérgico se mostrou eficiente para o que se propõe. Neste caso, utilizá-lo com um conjunto de algoritmos evolutivos para a resolução de um problema é melhor e mais prático que recorrer a apenas um deles.

Como trabalhos futuros, estão sendo considerados:

- Propor um sistema dinâmico que represente o comportamento do Modelo de Ilhas Estigmérgico demonstrado nos experimentos deste trabalho. Tal sistema será definido com base em características bem definidas, obtidas a partir dos dados observados no contexto do ajuste da topologia e distribuição do conjunto de soluções candidatas

entre as ilhas.

- Após definir uma configuração considerada ideal para o Modelo de Ilhas Estigmérico auto-organizável proposto, o mesmo terá sua qualidade de convergência comparada com outras topologias e políticas de migração comumente aplicadas na literatura.
- Aplicar o Modelo de Ilhas Estigmérico em outras classes de problema de otimização como problemas com restrições, multi-objetivo, bi-níveis com o objetivo de avaliar o seu desempenho em outros contextos.
- Criar um pacote em linguagem de programação PythonTM a ser disponibilizado para *download* na internet para que outros usuários possam aplicá-lo de forma prática na resolução de seus problemas.

APÊNDICE A – Definição do Conjunto de Problemas

Algumas definições [108]:

Todas as funções teste são problemas de minimização dados pela forma

$$\begin{cases} \text{Minimize } f(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^D \end{cases},$$

onde $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo, $\mathbf{x} \in [-100, 100]^D$ e $D \in \{10, 30, 50, 100\}$ é a dimensão do problema.

$\mathbf{o}_i \in [-80, 80]^D$, tal que $i \in \{1, 2, \dots, 15\}$, é a solução ótima global do problema Fi alterada.

\mathbf{M}_i é a matriz de rotação do problema Fi produzida pelo processo de ortogonalização normal através do método Gram-Schmidt sobre uma matriz aleatória.

$Fi^* = Fi(\mathbf{x}^*)$, onde $i \in \{1, 2, \dots, 15\}$, \mathbf{x}^* é a solução ótima do problema Fi e $Fi(\mathbf{x}^*) = i \times 100$.

Definição das funções básicas:

f_1

$$f_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{i=D} (10^6)^{\frac{i-1}{D-1}} x_i^2$$

f_2

$$f_2(\mathbf{x}) = x_1^2 + 10^6 \sum_{i=2}^{i=D} x_i^2$$

f_3

$$f_3(\mathbf{x}) = 10^6 x_1^2 + \sum_{i=2}^{i=D} x_i^2$$

f_4

$$f_4(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{i=D-1} (100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2)$$

f_5

$$f_5(\mathbf{x}) = -20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^{i=D} x_i^2} \right) - \exp \left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^{i=D} \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + e$$

f_6

$$f_6(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{i=D} \left(\sum_{k=0}^{k=20} [0.5^k \cos(2\pi 3^k (x_i + 0.5))] \right) - D \sum_{k=0}^{k=20} [0.5^k \cos(2\pi 3^k \times 0.5)]$$

f_7

$$f_7(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{i=D} \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^{i=D} \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

 f_8

$$f_8(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{i=D} (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) - 10)$$

 f_9

$$f_9(\mathbf{x}) = 418.9829 \times D - \sum_{i=1}^{i=D} g(z_i),$$

onde $z_i = x_i + 4.209687462275036e+002 e$

$$g(z_i) = \begin{cases} z_i \sin(|z_i|^{\frac{1}{2}}), & \text{se } |z_i| \leq 500 \\ \frac{(500 - \text{mod}(z_i, 500)) \sin(\sqrt{|500 - \text{mod}(z_i, 500)|}) - (z_i - 500)^2}{10000D}, & \text{se } z_i > 500 \\ \frac{(\text{mod}(|z_i| - 500) - 500) \sin(\sqrt{|\text{mod}(|z_i|, 500) - 500|}) - (z_i + 500)^2}{10000D}, & \text{se } z_i < -500 \end{cases}$$

 f_{10}

$$f_{10}(\mathbf{x}) = \frac{10}{D^2} \prod_{i=1}^{i=D} \left(1 + i \sum_{j=1}^{j=32} \frac{|2^j x_i - \text{round}(2^j x_i)|}{2^j} \right)^{\frac{10}{D^{1.2}}} - \frac{10}{D^2}$$

 f_{11}

$$f_{11}(\mathbf{x}) = \left| \sum_{i=1}^{i=D} x_i^2 - D \right|^{\frac{1}{4}} + \frac{\left(0.5 \sum_{i=1}^{i=D} x_i^2 + \sum_{i=1}^{i=D} x_i \right)}{D} + 0.5$$

 f_{12}

$$f_{12}(\mathbf{x}) = \left| \left(\sum_{i=1}^{i=D} x_i^2 \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{i=D} x_i \right)^2 \right|^{\frac{1}{2}} + \frac{\left(0.5 \sum_{i=1}^{i=D} x_i^2 + \sum_{i=1}^{i=D} x_i \right)}{D} + 0.5$$

 f_{13}

$$f_{13}(\mathbf{x}) = f_7(f_4(x_1, x_2)) + f_7(f_4(x_2, x_3)) + \dots + f_7(f_4(x_{D-1}, x_D)) + f_7(f_4(x_D, x_1))$$

 f_{14}

$$f_{14}(\mathbf{x}) = g(x_1, x_2) + g(x_2, x_3) + \dots + g(x_{D-1}, x_D) + g(x_D, x_1)$$

onde

$$g(y, z) = 0.5 + \frac{(\sin^2(\sqrt{y^2 + z^2}) - 0.5)}{(1 + 0.001(y^2 + z^2))^2}$$

Definição das funções teste:

Funções Unimodais:

$F1$

$$F1(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{M}_1(\mathbf{x} - \mathbf{o}_1)) + F1^*$$

$F2$

$$F2(\mathbf{x}) = f_2(\mathbf{M}_2(\mathbf{x} - \mathbf{o}_2)) + F2^*$$

Funções Multimodais Simples:

$F3$

$$F3(\mathbf{x}) = f_5(\mathbf{M}_3(\mathbf{x} - \mathbf{o}_3)) + F3^*$$

$F4$

$$F4(\mathbf{x}) = f_8 \left(\mathbf{M}_4 \left(\frac{5.12(\mathbf{x} - \mathbf{o}_4)}{100} \right) \right) + F4^*$$

$F5$

$$F5(\mathbf{x}) = f_9 \left(\mathbf{M}_5 \left(\frac{1000(\mathbf{x} - \mathbf{o}_5)}{100} \right) \right) + F5^*$$

Funções Híbridas:

Para tais funções considerar:

$$FH(\mathbf{x}) = g_1(\mathbf{M}_1\mathbf{z}_1) + g_2(\mathbf{M}_2\mathbf{z}_2) + \dots + g_N(\mathbf{M}_N\mathbf{z}_N) + F^*(\mathbf{x}),$$

onde

$FH(\mathbf{x})$, tal que $H \in \{6, 7, 8\}$ é uma função híbrida.

$g_i(\mathbf{x})$ é a i^a função básica para construir a função híbrida.

N é o número de funções básicas.

$$\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_N]$$

$$\mathbf{z}_1 = [\mathbf{y}_{S_1}, \mathbf{y}_{S_2}, \dots, \mathbf{y}_{S_{n_1}}], \mathbf{z}_2 = [\mathbf{y}_{S_{n_1+1}}, \mathbf{y}_{S_{n_1+2}}, \dots, \mathbf{y}_{S_{n_1+n_2}}],$$

$$\mathbf{z}_N = [\mathbf{y}_{S_{\sum_{i=1}^{N-1} n_i+1}}, \mathbf{y}_{S_{\sum_{i=1}^{N-1} n_i+2}}, \dots, \mathbf{y}_{S_D}]$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - \mathbf{o}_i$$

$$S = \text{permutacao}(1 : D)$$

p_i é usado para controlar o percentual de $g_i(\mathbf{x})$

n_i é a dimensão para cada função básica. $\sum_{i=1}^N n_i = D$

$$n_1 = \lceil p_1 D \rceil, n_2 = \lceil p_2 D \rceil, \dots, n_{N-1} = \lceil p_{N-1} D \rceil, n_N = D - \sum_{i=1}^{N-1} n_i$$

$F6$

$$N = 3$$

$$p = [0.3, 0.3, 0.4]$$

$$g_1 = f_9$$

$$g_2 = f_8$$

$$g_3 = f_1$$

F7

$$N = 4$$

$$p = [0.2, 0.2, 0.3, 0.3]$$

$$g_1 = f_7$$

$$g_2 = f_6$$

$$g_3 = f_4$$

$$g_4 = f_{14}$$

F8

$$N = 5$$

$$p = [0.1, 0.2, 0.2, 0.2, 0.3]$$

$$g_1 = f_{14}$$

$$g_2 = f_{12}$$

$$g_3 = f_4$$

$$g_4 = f_9$$

$$g_5 = f_1$$

Funções Compostas:

Para tais funções considerar:

$$FC(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \{\omega_i [\lambda_i g_i(\mathbf{x}) + bias_i]\} + F^*,$$

onde

$FC(\mathbf{x})$, tal que $C \in \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ é uma função composta.

N é o número de funções básicas.

$g_i(\mathbf{x})$ é a i^a função básica usada para construir a função composta.

λ_i é usado para controlar a altura de cada $g_i(\mathbf{x})$.

$bias_i$ define qual ótimo é ótimo global.

ω_i é dado por

$$\omega_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$$

onde w_i é dado por

$$w_i = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{j=D} (x_j - o_{ij})^2}} \exp \left(-\frac{\sum_{j=1}^{j=D} (x_j - o_{ij})^2}{2D\sigma_i^2} \right),$$

onde

\mathbf{o}_i é uma nova solução ótima alterada definida para cada $g_i(\mathbf{x})$.

σ_i é usado para controlar a faixa de cobertura de cada $g_i(\mathbf{x})$.

F9

$$N = 3$$

$$\sigma = [20, 20, 20]$$

$$\lambda = [1, 1, 1]$$

$$bias = [0, 100, 200] + F9^*$$

$$g_1 = F5$$

$$g_2 = F4$$

$$g_3 = f_{12}$$

F10

$$N = 3$$

$$\sigma = [10, 30, 50]$$

$$\lambda = [1, 1, 1]$$

$$bias = [0, 100, 200] + F10^*$$

$$g_1 = F6$$

$$g_2 = F7$$

$$g_3 = F8$$

F11

$$N = 5$$

$$\sigma = [10, 10, 10, 20, 20]$$

$$\lambda = [10, 10, 2.5, 25, 1e-6]$$

$$bias = [0, 100, 200, 300, 400] + F11^*$$

$$g_1 = f_{12}$$

$$g_2 = F4$$

$$g_3 = F5$$

$$g_4 = f_6$$

$$g_5 = F1$$

F12

$$N = 5$$

$$\sigma = [10, 20, 20, 30, 30]$$

$$\lambda = [0.25, 1, 1e-7, 10, 10]$$

$$bias = [0, 100, 100, 200, 200] + F12^*$$

$$g_1 = F5$$

$$g_2 = F4$$

$$g_3 = F1$$

$$g_4 = f_{14}$$

$$g_5 = f_{11}$$

F13

$$N = 5$$

$$\sigma = [10, 10, 10, 20, 20]$$

$$\lambda = [1, 10, 1, 25, 10]$$

$$bias = [0, 100, 200, 300, 400] + F13^*$$

$$g_1 = F8$$

$$g_2 = F4$$

$$g_3 = F6$$

$$g_4 = F5$$

$$g_5 = f_{14}$$

F14

$$N = 7$$

$$\sigma = [10, 20, 30, 40, 50, 50, 50]$$

$$\lambda = [10, 2.5, 2.5, 10, 1e-6, 1e-6, 10]$$

$$bias = [0, 100, 200, 300, 300, 400, 400] + F14^*$$

$$g_1 = f_{11}$$

$$g_2 = f_{13}$$

$$g_3 = F5$$

$$g_4 = f_{14}$$

$$g_5 = F1$$

$$g_6 = F2$$

$$g_7 = F4$$

F15

$$N = 10$$

$$\sigma = [10, 10, 20, 20, 30, 30, 40, 40, 50, 50]$$

$$\lambda = [0.1, 2.5e-1, 0.1, 2.5e-2, 1e-3, 0.1, 1e-5, 10, 2.5e-2, 1e-3]$$

$$bias = [0, 100, 100, 200, 200, 300, 300, 400, 400, 500] + F15^*$$

$$g_1 = F4$$

$$g_2 = f_6$$

$$g_3 = f_{11}$$

$$g_4 = F5$$

$$g_5 = f_4$$

$$g_6 = f_{12}$$

$$g_7 = f_{10}$$

$$g_8 = f_{14}$$

$$g_9 = f_{13}$$

$$g_{10} = F\mathfrak{3}$$

REFERÊNCIAS

- [1] HOLLAND, J. H. Genetic algorithms and the optimal allocation of trials. *SIAM Journal on Computing*, v. 2, n. 2, p. 88–105, 1973. ISSN 1095-7111.
- [2] TANG, K. S. et al. Genetic algorithms and their applications. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 13, n. 6, p. 22–37, November 1996. ISSN 1053-5888.
- [3] BODENHOFER, U. *Genetic Algorithms: Theory and Applications*. [S.l.]: Institut für Algebra, Johannes Kepler Universität, 2002.
- [4] GOLDBERG, D. E.; DEB, K. A comparative analysis of selection schemes used in genetic algorithms. In: RAWLINS, G. J. E. (Ed.). [S.l.]: Elsevier, 1991, (Foundations of Genetic Algorithms, v. 1). p. 69–93.
- [5] JADAAN, O. A.; RAJAMANI, L.; RAO, C. R. Improved selection operator for ga. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, p. 269–277, 2005.
- [6] ALABSI, F.; NAOUM, R. Comparison of selection methods and crossover operations using steady state genetic based intrusion detection system. *Journal of Emerging Trends in Computing and Information Sciences*, v. 3, n. 7, p. 1053–1058, 2012. ISSN 2079-8407.
- [7] JEBARI, K.; MADIIFI, M. Selection methods for genetic algorithms. *International Journal of Emerging Sciences*, v. 3, n. 4, p. 333–344, December 2013. ISSN 2222-4254.
- [8] SAINI, N. Review of selection methods in genetic algorithms. *International Journal of Engineering and Computer Science*, v. 6, n. 12, p. 22261–22263, December 2017.
- [9] SHUKLA, A.; PANDEY, H. M.; MEHROTRA, D. Comparative review of selection techniques in genetic algorithm. In: *2015 International Conference on Futuristic Trends on Computational Analysis and Knowledge Management (ABLAZE)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 515–519.
- [10] UMBARKAR, A.; SHETH, P. Crossover operators in genetic algorithms:a review. *ICTACT Journal on Soft Computing*, v. 6, n. 1, p. 1083–1092, October 2015. ISSN 2229-6956.
- [11] SONI, N.; KUMAR, T. Study of various mutation operators in genetic algorithms. *International Journal of Computer Science and Information Technologies*, v. 5, n. 3, p. 4519–4521, 2014. ISSN 0975-9646.
- [12] STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, Kluwer Academic Publishers, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997. ISSN 0925-5001.
- [13] PRICE, K. V. New ideas in optimization. In: CORNE, D. et al. (Ed.). Maidenhead, UK, England: McGraw-Hill Ltd., UK, 1999. cap. An Introduction to Differential Evolution, p. 79–108. ISBN 0-07-709506-5. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=329055.329069>>.
- [14] WANG, F.-S.; CHENG, W.-M. Simultaneous optimization of feeding rate and operation parameters for fed-batch fermentation processes. *Biotechnology Progress*, American Chemical Society, v. 15, n. 5, p. 949–952, 1999. ISSN 1520-6033. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1021/bp990088o>>.

- [15] LU, J.-C.; WANG, F.-S. Optimization of low pressure chemical vapour deposition reactors using hybrid differential evolution. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 79, n. 2, p. 246–254, 2001. ISSN 1939-019X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/cjce.5450790207>>.
- [16] ANGIRA, R.; BABU, B. Optimization of process synthesis and design problems: A modified differential evolution approach. *Chemical Engineering Science*, v. 61, n. 14, p. 4707–4721, 2006. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250906001618>>.
- [17] BABU, B.; ANGIRA, R. Modified differential evolution (mde) for optimization of non-linear chemical processes. *Computers & Chemical Engineering*, v. 30, n. 6, p. 989–1002, 2006. ISSN 0098-1354. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098135406000147>>.
- [18] BABU, B.; MUNAWAR, S. Differential evolution strategies for optimal design of shell-and-tube heat exchangers. *Chemical Engineering Science*, v. 62, n. 14, p. 3720–3739, 2007. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250907003089>>.
- [19] ZAHARIE, D. A comparative analysis of crossover variants in differential evolution. In: *International Multiconference on Computer Science and Information Technology*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 171–181. ISSN 1896-7094.
- [20] LOBATO, F. S.; STEFFEN, J. V.; NETO, A. S. A comparative study of the application of differential evolution and simulated annealing in radiative transfer problems. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, scielo, v. 32, p. 518–526, December 2010. ISSN 1678-5878.
- [21] MANSOURI, R. et al. Optimization of the water distribution networks with differential evolution (de) and mixed integer linear programming (milp). *Journal of Water Resource and Protection*, v. 7, n. 9, p. 715–729, 2015. Disponível em: <www.scirp.org/journal/PaperInformation.aspx?PaperID=57833>.
- [22] ZAHARIE, D.; MICOTA, F. Revisiting the analysis of population variance in differential evolution algorithms. In: *2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1811–1818.
- [23] EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. In: *Micro Machine and Human Science, 1995. MHS '95., Proceedings of the Sixth International Symposium on*. [S.l.]: IEEE, 1995. p. 39–43. ISBN 0-7803-2676-8.
- [24] POLI, R.; KENNEDY, J.; BLACKWELL, T. Particle swarm optimization. *Swarm Intelligence*, v. 1, n. 1, p. 33–57, 2007. ISSN 1935-3820.
- [25] POLI, R. Analysis of the publications on the applications of particle swarm optimisation. *J. Artif. Evol. App.*, Hindawi Publishing Corp., New York, NY, United States, v. 2008, p. 4:1–4:10, jan 2008. ISSN 1687-6229. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2008/685175>>.
- [26] GONG, D.-W.; ZHANG, J.; ZHANG, Y. Multi-objective particle swarm optimization for robot path planning in environment with danger sources. *Journal of Computers*, v. 6, n. 8, p. 1554–1561, August 2011.

- [27] GENG, N.; GONG, D.; ZHANG, Y. Robot path planning in an environment with many terrains based on interval multi-objective pso. In: *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 813–820. ISSN 1089-778X.
- [28] ABEDIN, Z. U. et al. Application of pso for hems and ed in smart grid. In: *2015 Ninth International Conference on Complex, Intelligent, and Software Intensive Systems*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 260–266.
- [29] YEH, Y. C.; TSAI, M. S. Application of pso for the development and simulation of ev charging time minimization in distribution systems. In: *2015 18th International Conference on Intelligent System Application to Power Systems (ISAP)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–6.
- [30] SHI, Y.; EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer. In: *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 69–73.
- [31] KARABOGA, D. *An idea based on honey bee swarm for numerical optimization*. Kayseri, Turkiye, 2005.
- [32] KARABOGA, D.; BASTURK, B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (abc) algorithm. *Journal of Global Optimization*, Springer US, v. 39, n. 3, p. 459–471, 2007. ISSN 0925-5001. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10898-007-9149-x>>.
- [33] KARABOGA, D.; AKAY, B. A comparative study of artificial bee colony algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, v. 214, n. 1, p. 108–132, 2009.
- [34] AKAY, B.; KARABOGA, D. Artificial bee colony algorithm for large-scale problems and engineering design optimization. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Springer US, v. 23, n. 4, p. 1001–1014, 2012. ISSN 0956-5515.
- [35] KARABOGA, D.; AKAY, B. A modified artificial bee colony (abc) algorithm for constrained optimization problems. *Applied Soft Computing*, v. 11, n. 3, p. 3021–3031, 2011. ISSN 1568-4946. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494610003066>>.
- [36] ZHU, G.; KWONG, S. Gbest-guided artificial bee colony algorithm for numerical function optimization. *Applied Mathematics and Computation*, v. 217, n. 7, p. 3166–3173, 2010. ISSN 0096-3003. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0096300310009136>>.
- [37] BANHARNSAKUN, A.; ACHALAKUL, T.; SIRINAOVAKUL, B. The best-so-far selection in artificial bee colony algorithm. *Applied Soft Computing*, v. 11, n. 2, p. 2888–2901, 2011. ISSN 1568-4946. The Impact of Soft Computing for the Progress of Artificial Intelligence. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494610003029>>.
- [38] ABRO, A. G.; MOHAMAD-SALEH, J. Enhanced global-best artificial bee colony optimization algorithm. In: *2012 Sixth UKSim/AMSS European Symposium on Computer Modeling and Simulation*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 95–100.

- [39] ABU-MOUTI, F. S.; EL-HAWARY, M. E. Overview of artificial bee colony (abc) algorithm and its applications. In: *2012 IEEE International Systems Conference SysCon 2012*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–6.
- [40] GAO, W.; LIU, S.; HUANG, L. A global best artificial bee colony algorithm for global optimization. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 236, n. 11, p. 2741–2753, 2012. ISSN 0377-0427. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042712000246>>.
- [41] XU, Y.; FAN, P.; YUAN, L. A simple and efficient artificial bee colony algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2013, 2013.
- [42] KARABOGA, D.; GORKEMLI, B. A quick artificial bee colony (qabc) algorithm and its performance on optimization problems. *Applied Soft Computing*, v. 23, p. 227–238, 2014. ISSN 1568-4946. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494614003093>>.
- [43] SHAN, H.; YASUDA, T.; OHKURA, K. A self adaptive hybrid enhanced artificial bee colony algorithm for continuous optimization problems. *Biosystems*, v. 132-133, p. 43–53, 2015. ISSN 0303-2647. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0303264715000684>>.
- [44] KARABOGA, D.; KAYA, E. An adaptive and hybrid artificial bee colony algorithm (aabc) for anfis training. *Appl. Soft Comput.*, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, v. 49, n. C, p. 423–436, December 2016. ISSN 1568-4946. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.07.039>>.
- [45] LOUBIÈRE, P. et al. A sensitivity analysis method for driving the artificial bee colony algorithm's search process. *Applied Soft Computing*, v. 41, p. 515–531, 2016. ISSN 1568-4946. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494616000077>>.
- [46] CUI, L. et al. A ranking-based adaptive artificial bee colony algorithm for global numerical optimization. *Information Sciences*, v. 417, p. 169–185, 2017. ISSN 0020-0255. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025516307289>>.
- [47] KARABOGA, D.; BASTURK, B. Artificial bee colony (abc) optimization algorithm for solving constrained optimization problems. In: MELIN, P. et al. (Ed.). *Foundations of Fuzzy Logic and Soft Computing*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2007. p. 789–798. ISBN 978-3-540-72950-1.
- [48] YU, J. J.; LI, V. O. A social spider algorithm for global optimization. *Applied Soft Computing*, v. 30, p. 614–627, 2015. ISSN 1568-4946.
- [49] YU, J. J. Q.; LI, V. O. K. Parameter sensitivity analysis of social spider algorithm. In: *2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 3200–3205. ISBN 978-1-4799-7492-4. ISSN 1089-778X.
- [50] ALBA, E. *Parallel Metaheuristics: A New Class of Algorithms*. [S.l.]: Wiley, 2005. ISBN: 978-0-471-67806-9.
- [51] CANTÚ-PAZ, E. A survey of parallel genetic algorithms. *Calculateurs paralleles, reseaux et systems repartis*, v. 10, n. 2, p. 141–171, 1998.

- [52] ALBA, E.; TROYA, J. M. A survey of parallel distributed genetic algorithms. *Complexity*, John Wiley & Sons, Inc., v. 4, n. 4, p. 31–52, 1999. ISSN 1099-0526.
- [53] TANG, J. et al. Study of migration topology in island model parallel hybrid-ga for large scale quadratic assignment problems. In: *ICARCV 2004 8th Control, Automation, Robotics and Vision Conference, 2004*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 3, p. 2286–2291.
- [54] RUCINSKI, M.; IZZO, D.; BISCANI, F. On the impact of the migration topology on the island model. *Parallel Computing*, v. 36, n. 10, p. 555–571, 2010. ISSN 0167-8191. Parallel Architectures and Bioinspired Algorithms. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167819110000487>>.
- [55] GUAN, W.; SZETO, K. Y. Topological effects on the performance of island model of parallel genetic algorithm. In: *Proceedings of the 12th International Conference on Artificial Neural Networks: Advances in Computational Intelligence - Volume Part II*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. (IWANN'13), p. 11–19. ISBN 978-3-642-38681-7.
- [56] TASOULIS, D. K. et al. Parallel differential evolution. In: *IEEE. Evolutionary Computation, 2004. CEC2004. Congress on*. [S.l.], 2004. v. 2, p. 2023–2029.
- [57] IZZO, D.; RUCINSKI, M.; AMPATZIS, C. Parallel global optimisation meta-heuristics using an asynchronous island-model. In: *2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 2301–2308. ISSN 1089-778X.
- [58] MÄRTENS, M.; IZZO, D. The asynchronous island model and nsga-ii: Study of a new migration operator and its performance. In: *Proceedings of the 15th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. New York, NY, USA: ACM, 2013. (GECCO '13), p. 1173–1180. ISBN 978-1-4503-1963-8. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/2463372.2463516>>.
- [59] CANTÚ-PAZ, E. Migration policies, selection pressure, and parallel evolutionary algorithms. *Journal of Heuristics*, v. 7, n. 4, p. 311–334, Jul 2001. ISSN 1572-9397. Disponível em: <<https://doi.org/10.1023/A:1011375326814>>.
- [60] MAGALHAES, T. T.; KREMPSE, E.; BARBOSA, H. J. C. Migration policies to improve exploration in parallel island models for optimization via metaheuristics. In: *Proceedings of the XXXVII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. [S.l.: s.n.], 2015. (CILAMCE 2015).
- [61] WHITLEY, D.; RANA, S.; HECKENDORN, R. B. The island model genetic algorithm: On separability, population size and convergence. *Journal of computing and information technology*, University of Zagreb, Faculty of Electrical Engineering and Computing, v. 7, n. 1, p. 33–47, 1999. ISSN 1846-3908.
- [62] CRAINIC, T. G.; TOULOUSE, M. Parallel strategies for meta-heuristics. In: _____. *Handbook of Metaheuristics*. Boston, MA: Springer US, 2003. p. 475–513. ISBN 978-0-306-48056-0.
- [63] SKOLICKI, Z.; JONG, K. D. Improving evolutionary algorithms with multi-representation island models. In: _____. *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN*

- VIII: 8th International Conference, Birmingham, UK, September 18-22, 2004. *Proceedings*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004. p. 420–429. ISBN 978-3-540-30217-9.
- [64] SKOLICKI, Z. M. *An Analysis of Island Models in Evolutionary Computation*. Tese (Doutorado), Fairfax, VA, USA, 2007. AAI3289714.
- [65] LARDEUX, F.; GOËFFON, A. A dynamic island-based genetic algorithms framework. In: _____. *Simulated Evolution and Learning: 8th International Conference, SEAL 2010, Kanpur, India, December 1-4, 2010. Proceedings*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. p. 156–165. ISBN 978-3-642-17298-4.
- [66] LOPES, R. A. et al. A multi-agent approach to the adaptation of migration topology in island model evolutionary algorithms. In: *2012 Brazilian Symposium on Neural Networks*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 160–165. ISSN 1522-4899.
- [67] LOPES, R. A. et al. Dynamic selection of migration flows in island model differential evolution. In: ACM. *Proceedings of the 15th annual conference companion on Genetic and evolutionary computation*. [S.l.], 2013. p. 173–174.
- [68] AL-BETAR, M. A. et al. Island-based harmony search for optimization problems. *Expert Systems with Applications*, v. 42, n. 4, p. 2026–2035, 2015. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417414006319>>.
- [69] PARPINELLI, R. S.; LOPES, H. S. An ecology-based heterogeneous approach for cooperative search. In: BARROS, L. N. et al. (Ed.). *Advances in Artificial Intelligence - SBIA 2012*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012. p. 212–221. ISBN 978-3-642-34459-6.
- [70] URSEM, R. K. Multinational gas: Multimodal optimization techniques in dynamic environments. In: *Proceedings of the 2Nd Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2000. (GECCO'00), p. 19–26. ISBN 1-55860-708-0. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2933718.2933722>>.
- [71] GUSTAFSON, S.; BURKE, E. K. The speciating island model: An alternative parallel evolutionary algorithm. *Journal of Parallel and Distributed Computing*, v. 66, n. 8, p. 1025–1036, 2006. ISSN 0743-7315. Special Issue: Parallel Bioinspired Algorithms. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0743731506001067>>.
- [72] RUNDLE, H. D.; NOSIL, P. Ecological speciation. *Ecology Letters*, v. 8, n. 3, p. 336–352, 2005. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1461-0248.2004.00715.x>>.
- [73] MENG, Q. et al. Dynamic island model based on spectral clustering in genetic algorithm. In: *2017 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1724–1731. ISSN 2161-4407.
- [74] BESSAOU, M.; PÉTROWSKI, A.; SIARRY, P. Island model cooperating with speciation for multimodal optimization. In: SCHOENAUER, M. et al. (Ed.). *Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2000. p. 437–446. ISBN 978-3-540-45356-7.

- [75] CHANDRA, R. et al. *Parallel Programming in OpenMP*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2001. ISBN 1-55860-671-8, 9781558606715.
- [76] CHAPMAN, B.; JOST, G.; PAS, R. van der. *Using OpenMP: Portable Shared Memory Parallel Programming*. MIT Press, 2008. (Scientific Computation Series, v. 10). ISBN 9780262533027. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=MeFLQSKmaJYC>>.
- [77] PACHECO, P. S. Chapter 5 - shared-memory programming with openmp. In: PACHECO, P. S. (Ed.). *An Introduction to Parallel Programming*. Boston: Morgan Kaufmann, 2011. p. 209–270. ISBN 978-0-12-374260-5.
- [78] SNIR, M. et al. *MPI-The Complete Reference, Volume 1: The MPI Core*. 2nd. (revised). ed. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1998. ISBN 0262692155.
- [79] KARNIADAKIS, G.; KIRBY, R. *Parallel Scientific Computing in C++ and MPI: A Seamless Approach to Parallel Algorithms and Their Implementation*. Cambridge University Press, 2003. (Parallel Scientific Computing in C++ and MPI: A Seamless Approach to Parallel Algorithms and Their Implementation, v. 1). ISBN 9780521520805. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=KctfgAHqt10C>>.
- [80] PACHECO, P. S. Chapter 3 - distributed-memory programming with {MPI}. In: PACHECO, P. S. (Ed.). *An Introduction to Parallel Programming*. Boston: Morgan Kaufmann, 2011. p. 83–149. ISBN 978-0-12-374260-5.
- [81] GROPP, W.; LUSK, E.; SKJELLUM, A. *Using MPI: Portable Parallel Programming with the Message-Passing Interface*. MIT Press, 2014. (Scientific and Engineering Computation). ISBN 9780262527392. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=3I9kBQAAQBAJ>>.
- [82] SANDERS, J.; KANDROT, E. *CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Programming*. 1st. ed. [S.l.]: Addison-Wesley Professional, 2010. ISBN 0131387685, 9780131387683.
- [83] KIRK, D.; HWU, W. *Programming Massively Parallel Processors: A Hands-on Approach*. Elsevier Science, 2016. ISBN 9780128119877. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=wcS_DAAAQBAJ>.
- [84] THERAULAZ, G.; BONABEAU, E. A brief history of stigmergy. *Artificial Life*, v. 5, n. 2, p. 97–116, 1999. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1162/106454699568700>>.
- [85] DORIGO, M.; BONABEAU, E.; THERAULAZ, G. Ant algorithms and stigmergy. *Future Generation Computer Systems*, v. 16, n. 8, p. 851–871, 2000. ISSN 0167-739X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167739X0000042X>>.
- [86] GOSS, S. et al. Self-organized shortcuts in the argentine ant. *Naturwissenschaften*, v. 76, n. 12, p. 579–581, December 1989. ISSN 1432-1904. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF00462870>>.
- [87] DORIGO, M.; CARO, G. D. The ant colony optimization meta-heuristic. In: _____. *New Ideas in Optimization*. Maidenhead, UK, England: McGraw-Hill Ltd., UK, 1999. p. 11–32. ISBN 0-07-709506-5. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=329055.329062>>.

- [88] DORIGO, M.; BIRATTARI, M.; STUTZLE, T. Ant colony optimization. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, v. 1, n. 4, p. 28–39, Nov 2006. ISSN 1556-603X.
- [89] DORIGO, M.; STÜTZLE, T. Ant colony optimization: Overview and recent advances. In: _____. *Handbook of Metaheuristics*. Boston, MA: Springer US, 2010. p. 227–263. ISBN 978-1-4419-1665-5.
- [90] BELL, J. E.; MCMULLEN, P. R. Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem. *Advanced Engineering Informatics*, v. 18, n. 1, p. 41–48, 2004. ISSN 1474-0346. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474034604000060>>.
- [91] KHANPARA, P.; VALIVETI, S.; KOTTECHA, K. Routing in ad hoc network using ant colony optimization. In: _____. *Communication and Networking: International Conference, FGNC 2010*,. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. p. 393–404.
- [92] DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, v. 26, n. 1, p. 29–41, February 1996. ISSN 1083-4419.
- [93] CHEONG, P. Y. et al. Variation of ant colony optimization parameters for solving the travelling salesman problem. In: *2017 IEEE 4th International Conference on Soft Computing Machine Intelligence (ISCM)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 60–65.
- [94] SIMON, D. Biogeography-based optimization. *IEEE transactions on evolutionary computation*, IEEE, v. 12, n. 6, p. 702–713, 2008.
- [95] RAO, R.; SAVSANI, V.; VAKHARIA, D. Teaching–learning-based optimization: A novel method for constrained mechanical design optimization problems. *Computer-Aided Design*, v. 43, n. 3, p. 303–315, 2011. ISSN 0010-4485. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010448510002484>>.
- [96] CUEVAS, E. et al. *Expert Systems with Applications*, v. 40, n. 16, p. 6374–6384, 2013. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417413003394>>.
- [97] CHENG, M.-Y.; PRAYOGO, D. Symbiotic organisms search: A new metaheuristic optimization algorithm. *Computers & Structures*, v. 139, p. 98–112, 2014. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794914000881>>.
- [98] CANTÚ-PAZ, E. Migration policies and takeover times in genetic algorithms. In: *Proceedings of the 1st Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation - Volume 1*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1999. (GECCO'99), p. 775–775. ISBN 1-55860-611-4. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2933923.2934003>>.
- [99] CANTU-PAZ, E. *Topologies, Migration Rates, and Multi-Population Parallel Genetic Algorithms*. 1999.
- [100] DUARTE, G.; LEMONGE, A.; GOLIATT, L. A dynamic migration policy to the island model. In: *2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1135–1142.

- [101] DUARTE, G.; LEMONGE, A.; GOLIATT, L. A new strategy to evaluate the attractiveness in a dynamic island model. In: *2018 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–8.
- [102] BONABEAU, E. Social insect colonies as complex adaptive systems. *Ecosystems*, v. 1, n. 5, p. 437–443, September 1998. ISSN 1432-9840. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s100219900038>>.
- [103] WU, G. et al. Differential evolution with multi-population based ensemble of mutation strategies. *Information Sciences*, v. 329, p. 329–345, 2016. ISSN 0020-0255. Special issue on Discovery Science. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025515006635>>.
- [104] Ali, M. Z. et al. An adaptive multipopulation differential evolution with dynamic population reduction. *IEEE Transactions on Cybernetics*, v. 47, n. 9, p. 2768–2779, Sep. 2017. ISSN 2168-2267.
- [105] GHOUMARI, A.; NAKIB, A.; SIARRY, P. Evolutionary algorithm with ensemble strategies based on maximum a posteriori for continuous optimization. *Information Sciences*, v. 460-461, p. 1–22, 2018. ISSN 0020-0255. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025518304122>>.
- [106] WU, G.; MALLIPEDDI, R.; SUGANTHAN, P. N. Ensemble strategies for population-based optimization algorithms - a survey. *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 44, p. 695–711, 2019. ISSN 2210-6502.
- [107] TANENBAUM, A. S.; STEEN, M. V. 3 - processes. In: DUNKELBERGER, T. (Ed.). *Distributed systems: principles and paradigms*. United States of America: Pearson Education. Inc., 2006. p. 69–114. ISBN 0-13-239227-5.
- [108] LIANG, J. J. et al. *Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2015 Competition on Learning-based Real-Parameter Single Objective Optimization*. [S.l.], 2014.
- [109] TREFETHEN, L. N.; BAU, D. Qr factorization and least squares. In: _____. *Numerical Linear Algebra*. [S.l.]: SIAM, 1997. p. 39–76. ISBN 0898713617.
- [110] WATKINS, D. S. The least squares problem. In: _____. *Fundamentals of Matrix Computations*. John Wiley & Sons, Inc., 2005. p. 181–259. ISBN 9780471249719. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/0471249718.ch3>>.
- [111] GOLUB, G.; LOAN, C. V. Orthogonalization and least squares. In: _____. *Matrix Computations*. 4. ed. [S.l.]: Johns Hopkins University Press, 2013. (Johns Hopkins Studies in the Mathematical Sciences), p. 233–302. ISBN 9781421407944.
- [112] DOLAN, E. D.; MORE, J. J. Benchmarking optimization software with performance profiles. *Mathematical Programming*, Springer-Verlag, v. 91, n. 2, p. 201–213, 2002. ISSN 0025-5610.
- [113] BARBOSA, H.; BERNARDINO, H.; BARRETO, A. Using performance profiles to analyze the results of the 2006 cec constrained optimization competition. In: *Evolutionary Computation (CEC), 2010 IEEE Congress on*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–8.

- [114] EIBEN, A. E.; AARTS, E. H. L.; HEE, K. M. V. Global convergence of genetic algorithms: A markov chain analysis. In: SCHWEFEL, H.-P.; MÄNNER, R. (Ed.). *Parallel Problem Solving from Nature*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1991. p. 3–12. ISBN 978-3-540-70652-6.
- [115] SUZUKI, J. A markov chain analysis on simple genetic algorithms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 25, n. 4, p. 655–659, April 1995. ISSN 0018-9472.
- [116] RUDOLPH, G.; INFORMATIK, F.; XI, L. Convergence rates of evolutionary algorithms for a class of convex objective functions. *Control and Cybernetics*, v. 26, p. 375–390, 1997.
- [117] HE, J.; KANG, L. On the convergence rates of genetic algorithms. *Theoretical Computer Science*, v. 229, n. 1, p. 23–39, 1999. ISSN 0304-3975. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304397599000912>>.
- [118] MING, L.; WANG, Y.; CHEUNG, Y. On convergence rate of a class of genetic algorithms. In: *2006 World Automation Congress*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–6. ISSN 2154-4824.
- [119] HE, J.; YU, X. Conditions for the convergence of evolutionary algorithms. *Journal of Systems Architecture*, v. 47, n. 7, p. 601–612, 2001. ISSN 1383-7621. Evolutionary computing. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1383762101000182>>.
- [120] HE, J.; LIN, G. Average convergence rate of evolutionary algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 20, p. 316–321, 2016.
- [121] MEZURA-MONTES, E.; VELÁZQUEZ-REYES, J.; COELLO, C. A. C. A comparative study of differential evolution variants for global optimization. In: *Proceedings of the 8th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. New York, NY, USA: ACM, 2006. (GECCO'06), p. 485–492. ISBN 1-59593-186-4.
- [122] DORIGO, M.; BLUM, C. Ant colony optimization theory: A survey. *Theoretical Computer Science*, v. 344, n. 2, p. 243–278, 2005. ISSN 0304-3975. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304397505003798>>.
- [123] GAERTNER, D.; CLARK, K. On optimal parameters for ant colony optimization algorithms. In: *Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence 2005*. [S.l.]: CSREA Press, 2005. p. 83–89.
- [124] WONG, K. Y.; KOMARUDIN. Parameter tuning for ant colony optimization: A review. In: *2008 International Conference on Computer and Communication Engineering*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 542–545.
- [125] SHWETA, K.; SINGH, A. An effect and analysis of parameter on ant colony optimization for solving travelling salesman problem. *International Journal of Computer Science and Mobile Computing*, v. 2, n. 11, p. 222–229, November 2013. ISSN 2320-088X.
- [126] LI, P.; ZHU, H. Parameter selection for ant colony algorithm based on bacterial foraging algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2016, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2016/6469721>>.