

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO E CIÊNCIAS CONTÁBEIS
CURSO DE ADMINISTRAÇÃO

AVALIAÇÃO DE RETORNOS CROSS-SECTIONAL DE SMALL CAPS

PEDRO HENRIQUE VIEIRA SENRA

Juiz de Fora, Minas Gerais

2016

Pedro Henrique Vieira Senra

AVALIAÇÃO DE RETORNOS CROSS-SECTIONAL DE SMALL CAPS

Monografia apresentada pelo acadêmico Pedro Henrique Vieira Senra ao curso de Administração da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Administração.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli

Juiz de Fora

Faculdade de Administração e Ciências Contábeis – UFJF

2016



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO E CIÊNCIAS CONTÁBEIS

Termo de Declaração de Autenticidade de Autoria

Declaro, sob as penas da lei e para os devidos fins, junto à Universidade Federal de Juiz de Fora, que meu Trabalho de Conclusão de Curso é original, de minha única e exclusiva autoria e não se trata de cópia integral ou parcial de textos e trabalhos de autoria de outrem, seja em formato de papel, eletrônico, digital, audiovisual ou qualquer outro meio.

Declaro ainda ter total conhecimento e compreensão do que é considerado plágio, não apenas a cópia integral do trabalho, mas também parte dele, inclusive de artigos e/ou parágrafos, sem citação do autor ou de sua fonte. Declaro por fim, ter total conhecimento e compreensão das punições decorrentes da prática de plágio, através das sanções civis previstas na lei do direito autoral¹ e criminais previstas no Código Penal², além das cominações administrativas e acadêmicas que poderão resultar em reprovação no Trabalho de Conclusão de Curso.

Juiz de Fora, 19 de Dezembro de 2016.

Pedro Henrique Vieira Senra

¹ LEI Nº 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.

² Art. 184. Violar direitos de autor e os que lhe são conexos: Pena – detenção, de 3 (três) meses a 1 (um) ano, ou multa.

Índice de tabelas

<i>Tabela 1 Carteira ótima pelo CAPM</i>	<i>17</i>
<i>Tabela 2 Carteira ótima pelo Ômega.....</i>	<i>18</i>
<i>Tabela 3 Sharpe ratio dos modelos</i>	<i>18</i>
<i>Tabela 4 GRS univariado CAPM.....</i>	<i>19</i>
<i>Tabela 5 GRS univariado Ômega</i>	<i>19</i>
<i>Tabela 6 GRS multivariado.....</i>	<i>19</i>

Índice de Figuras

<i>Figura 1 Fronteira Eficiente e a Seleção de Carteira pela Curva de Indiferença.....</i>	<i>4</i>
<i>Figura 2 Medida Ômega.....</i>	<i>11</i>

RESUMO

Este estudo se propõe a analisar a performance de modelos de precificação de retornos de ativos do tipo Small Caps, que são ações de menor capitalização de mercado que compõem um índice, a fim de comparar o desempenho do modelo mais utilizado, o CAPM, com um novo modelo, denominado Ômega CAPM. Este novo modelo se baseia em pressupostos mais simples que o modelo original. Ademais, por considerar toda a distribuição de retornos, e não apenas a média e a variância desses (como o CAPM pressupõe), permite que a assimetria presente nos retornos, especialmente de ações ilíquidas, seja considerada. O modelo Ômega não adota restrições nas curvas de utilidade do investidor (exceto não saciedade e aversão a risco) ou nas distribuições dos retornos dos ativos. A fim de se avaliar a performance dos dois modelos, este estudo comparou o desempenho de ambos em ações pertencentes ao índice de Small Caps, no período de 2007 a 2016. O estudo apontou a superioridade do OCAPM, tendo este apresentado menores alfas (retornos anormais não estimados pelos modelos), embora, para os testes realizados nas otimizações de carteira, o CAPM tenha se destacado levemente.

Palavras-chave: CAPM, OCAPM, Precificação de ativos, Small Caps, GRS

Sumário

1. Introdução	1
2. Referencial Teórico	3
2.1. Fronteira Eficiente de Markowitz	3
2.2. Capital Asset Pricing Model	5
2.3. Ômega CAPM	10
3. Metodologia.....	13
3.1. Índice Small Cap.....	13
3.2. Base de dados.....	14
3.3. Testes e resultados.....	15
4. Considerações Finais.....	19
Referências	21

1. Introdução

No campo das Finanças, a precificação de ativos é de alta relevância para a tomada de decisões eficientes. O primeiro passo neste sentido foi dado por Markowitz (1952), com o desenvolvimento da Teoria das Carteiras, sendo mais tarde aprofundada e difundida pelo modelo conhecido por *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), originalmente proposto por Treynor (1961), Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966). Tal modelo é, até os dias de hoje, uma das principais ferramentas de precificação de ativos, se não a principal.

Embora o modelo seja tradicionalmente aceito, e sua implementação se dê de forma fácil e teoricamente consistente, suas premissas são violadas na realidade. A discussão sobre sua aplicabilidade é extensa, podendo ser reduzida a dois questionamentos fundamentais: (i) extensões teóricas do modelo que objetivem relaxar as premissas originais e (ii) comportamento empírico do modelo, a despeito de suas premissas originais.

Quanto ao relaxamento das premissas, autores como Black (1972) mostram que o CAPM pode ser derivado sem que se assuma a existência de uma taxa livre de risco; já Fama e Roll (1968; 1971), Ross (1976) e Berk (1997) são alguns dos autores que buscaram demonstrar que o modelo pode ser derivado sem que se assumam distribuições normais ou utilidades quadráticas (condições inicialmente necessárias para o funcionamento do modelo).

Diversos são os trabalhos que buscaram testar empiricamente o CAPM, analisando-o em períodos diferentes, com novos e diferentes fatores de risco adicionados ao risco de mercado inicial. Vale ressaltar que o trabalho de Roll (1977) tornou os testes empíricos do CAPM um tanto quanto controversos, argumentando que o modelo é irrefutável, pois não pode ser testado com perfeição, visto que suas premissas fazem com que a carteira de mercado eficiente estimada pelo modelo, e do qual o mesmo depende, dependa da premissa de mercados eficientes. Se o mercado não for eficiente, a carteira de mercado não será eficiente e o modelo não poderá ser

testado. Devido a isto, a única discussão possível acerca do modelo é quão razoável é seu desempenho ao se assumir que mercado seja eficiente apenas em termos de média e variância.

A adoção de média e variância para representar aspectos como recompensa e risco é compatível com as premissas de utilidade quadrática dos investidores ou normalidade dos retornos (ausência de assimetria). Adotar a variância como medida de risco do modelo implica que o investidor considere igualmente ruins tanto o risco de perda, como o risco de ganho. Com o pressuposto de que os investidores são avessos ao risco, presume-se que esta aversão esteja mais concentrada no risco de perda, ou *downside risk*, do que em variações em excesso do ativo, o risco de ganho ou *upside risk*, o que torna inadequada a variância como medida de risco.

Com estas preocupações é que foi proposta uma nova versão para o CAPM, denominada Ômega CAPM (OCAPM). O modelo, desenvolvido por Vasconcelos (2014), difere do CAPM tradicional por adotar a medida Ômega como métrica para a relação recompensa-risco. Este novo conceito se dá pela construção de regiões de ganho, *Expected Chance (EC)*, relacionada às recompensas, e as regiões de perda, *Expected Shortfall (ES)*, para o risco. Estas medidas podem ser resumidas como se segue: se o investidor obtiver ganhos, qual será seu ganho em média (*EC*); se o investidor incorrer em perdas, qual será sua perda em média (*ES*).

O modelo também se diferencia do CAPM por não assumir qualquer distribuição teórica para os retornos, visto que a medida Ômega faz uso de toda a distribuição de retorno dos ativos, ou seja, leva em conta todas as informações referentes aos momentos dessas distribuições, sem que estas necessitem ser calculadas. O autor ressalta a superioridade do modelo por não presumir que os investidores precisem pensar em termos de média e variância para realizar suas análises, estando sua preocupação intimamente ligada com o quanto ele pode ganhar (*EC*) e o quanto ele pode perder (*ES*) em relação a um ponto de referência (*L*). Estas duas medidas refletem o que qualquer investidor considera em seu processo de tomada de decisão, sendo o *ES* mais apropriado por levar em consideração todos os axiomas que são necessários para uma medida de risco, sendo a variância incapaz de fazê-lo.

Ao assumir estas duas informações simples, o modelo não faz exigências adicionais acerca das preferências do investidor, sendo necessárias apenas duas premissas com relação às preferências dos indivíduos: a aversão ao risco e a não saciedade (indivíduos sempre buscam mais a menos). É importante também ressaltar que o OCAPM mantém os mesmos fundamentos teóricos do predecessor, diferentemente dos modelos multifatoriais que foram desenvolvidos nas últimas décadas.

A fim de testar a capacidade preditiva dos dois modelos em uma amostra de ações pouco líquidas, nas quais questões relacionadas à assimetria podem ser mais relevantes, este trabalho considera as ações pertencentes ao índice Small Cap brasileiro. Para tal, foram realizadas otimizações de carteiras sob os dois enfoques, maximizando o Sharpe Ratio da carteira eficiente para o enfoque CAPM e o Ômega da carteira eficiente no enfoque OCAPM. Posteriormente à obtenção das duas carteiras de mercado eficientes, foram calculados os retornos esperados dos ativos e verificada a presença de retornos anormais pela comparação entre retornos reais e retornos calculados. Por fim, foi aplicado o teste de Gibbons, Ross e Shanken (1989), que busca avaliar conjuntamente a eficácia da carteira de mercado utilizada e a presença de retornos anormais.

2. Referencial Teórico

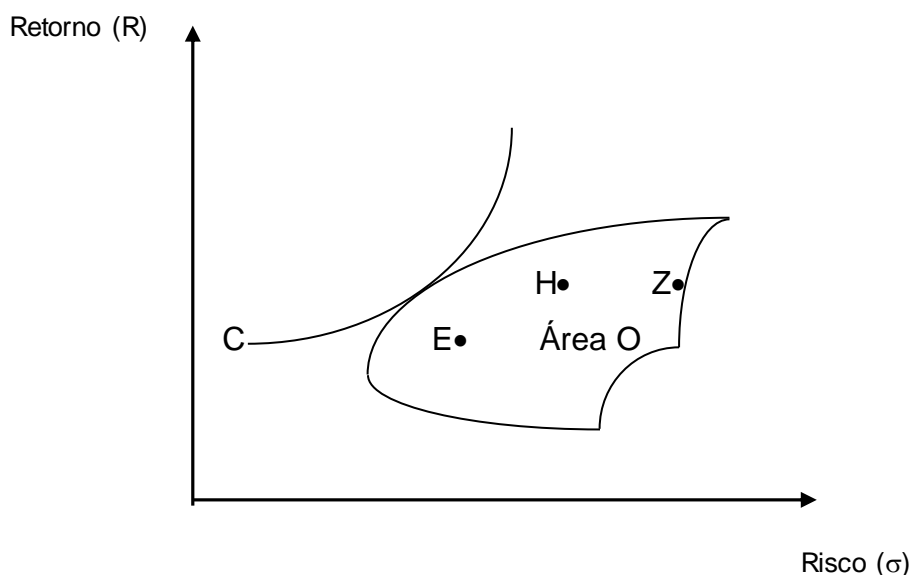
O referencial teórico objetiva fornecer ao leitor uma melhor compreensão dos aspectos teóricos em torno do estudo construído. A começar pelos conceitos relacionados ao CAPM, suas contribuições ao mercado, suas extensões e críticas. Por fim, apresenta-se o modelo OCAPM.

2.1. Fronteira Eficiente de Markowitz

A teoria proposta por Markowitz (1952) objetiva, por meio da construção de um portfólio, maximizar os retornos para um determinado nível de volatilidade, valendo-se de duas premissas, a primeira relacionada à insaciabilidade dos investidores, *i.e.*, sempre procurar auferir maiores ganhos, e a segunda à aversão ao risco. Este modelo

é, até hoje, pilar para as teorias de investimento. É fundamentado na aplicação conjunta da utilidade esperada e variância, de maneira a se formar uma fronteira eficiente de Risco e Retorno com os ativos financeiros a serem analisados. O conceito de utilidade se dá pelo teorema de Von Neumann e Morgenstern (1944), sob o qual indivíduos em face de resultados incertos, *i.e.*, situações de risco, com diferentes escolhas apresentadas, se comportarão procurando otimizar o valor esperado de determinada função em detrimento de outras escolhas. Esta construção se dá por meio da formação de carteiras teóricas sobre o que se chama de Fronteira Eficiente, conforme figura abaixo.

Figura 1 - Fronteira Eficiente e a Seleção de Carteira pela Curva de Indiferença



Fonte: Elaboração Própria com base em Keating e Shadwick (2002)

O conjunto de portfólios eficientes (maximizam o retorno para um dado nível de risco ou minimizam risco para um dado nível de retorno) é chamado de Fronteira Eficiente (figura 1). Cada um dos pontos dentro da área O representa uma possível combinação entre os retornos esperados e os riscos de cada ativo. Sendo os portfólios que tangem a curva de indiferença C capazes de maximizar tal relação, expressa por:

$$E(R_p) = x_i \cdot E(R_i) + x_j \cdot E(R_j) + \dots + x_n \cdot E(R_n), \quad (1)$$

em que:

$E(R_p)$ é o retorno esperado do portfólio de investimento,

$E(R_i)$ é o retorno esperado do ativo i ,

$E(R_j)$ é o retorno esperado do ativo j ,

$E(R_n)$ é o retorno esperado do ativo n ,

x_i, x_j, \dots, x_n são os pesos dados aos ativos i, j, \dots, n para a carteira de investimento dado que o total de $x_i, x_j, \dots, x_n = 100\%$

Quanto à variância, esta pode ser descrita por:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1 \neq i}^n x_i x_j \sigma_{i,j}, \quad (2)$$

em que:

$\rho_{i,j}$ é o coeficiente de correlação entre os retornos dos ativos i e j .

Junto ao conceito de Fronteira Eficiente, também se tem a ideia da diversificação de carteiras, segundo a qual um investidor, ao abranger uma maior gama de ativos, estaria dispersando seus riscos implícitos, diminuindo, portanto, o risco de sua carteira de investimento.

2.2. Capital Asset Pricing Model

O *Capital Asset Pricing Model* é um modelo baseado nos trabalhos desenvolvidos por Treynor (1961) e nos desenvolvimentos de William Sharpe (1964), John Lintner (1965) e Jan Mossin (1966), tendo os autores o construído de forma independente, com o intuito de desenvolver uma fórmula relacionada à precificação de ativos financeiros, um campo, até então, inexplorado na área. A fórmula se baseia no trabalho de Markowitz (1952).

Sharpe (1964) acrescenta duas premissas ao modelo de Markowitz: a existência de uma taxa livre de risco, sob a qual investidores são capazes de tomar ou ceder empréstimos, de qualquer montante, de forma livre, e, que os recursos investidos são eficientes em termos de média-variância. O autor vê como condição necessária para

gerar condições de equilíbrio no mercado de capitais as citadas premissas, muito embora ele mesmo as admita como “altamente restritivas e indubitavelmente irrealísticas”. Fama e French (1992) enxergam a segunda premissa como predição central do modelo, implicando esta eficiência em: (a) os retornos esperados nos ativos são uma função linear de seus β 's (coeficiente de sensibilidade de um dado ativo financeiro a um fator de risco, no caso do CAPM, a carteira de mercado eficiente em termos de média-variância) e (b) os β 's bastam para descrever a variação *cross-section* dos retornos esperados.

Sharpe (1964) defende que um investidor, ao analisar a atratividade de determinado investimento, age com base em somente dois parâmetros: seu valor esperado e o respectivo desvio-padrão. O autor representa seu posicionamento pela seguinte fórmula:

$$U = f(E_w, \sigma_w), \quad (3)$$

em que E_w indica o ganho esperado e σ_w os valores calculados do desvio-padrão de possíveis divergências do ganho fatídico de E_w .

A situação colocada pelo autor, junto à premissa apresentada de que os investidores são avessos ao risco, implica na utilização do conceito microeconômico de curvas de indiferença relacionando E_w e σ_w , através das quais os investidores poderiam se valer de opções entre cestas em curvas côncavas para cima (upward-sloping). Desta maneira, o autor pôde elaborar, com o intuito de simplificação, que um investidor decide despende uma determinada quantia (W_i) de seus recursos presentes para investimento, permitindo que W_t seja o valor de seus recursos finais e R a taxa de retorno em seu investimento, obtém-se a seguinte construção:

$$R = \frac{w_t - w_i}{w_i}, \quad (4)$$

analogamente,

$$W_t = R W_i + W_i. \quad (5)$$

A construção desta função é feita pelo autor de modo a possibilitar a expressão do investidor em termos do conceito de utilidade em função de R , já que seus recursos finais são diretamente relacionados à taxa de retorno, conforme expresso:

$$U = g(E_r, \sigma_r). \quad (6)$$

A escolha de uma carteira teórica eficiente se daria de forma a maximizar os retornos esperados em função de riscos menores.

Um indivíduo estaria analisando o dispêndio de seus recursos apenas em função de sua expectativa de retornos futuros de acordo com a taxa de retorno. Ao parametrizar a análise da decisão de investir, ou não, em determinada carteira de ativos, a forma dicotômica colocada pelo modelo inicial do CAPM sugere algumas abstrações teóricas necessárias para validar os postulados da construção feita por Sharpe, tais como (a) possibilidade de tomar ou de emprestar de forma livre, e a qualquer momento, a uma mesma taxa livre de risco; (b) não estão envolvidos custos de transação, pois eles inexistem no modelo; (c) os indivíduos investidores são racionais e apresentam aversão ao risco; (d) o portfólio é eficiente (em termos de média-variância); (e) há diversificação da carteira, ou seja, um indivíduo é capaz de investir quaisquer frações de seu capital em qualquer conjunto de ativos; (f) há homogeneidade em relação à distribuição dos retornos por parte dos investidores.

A fórmula final de retornos justos ajustados ao risco relevante proposta por Sharpe está descrita na equação:

$$E(R_i) = R_f + \beta \cdot [E(R_m) - R_f], \quad (7)$$

em que:

$E(R_i)$ é o retorno esperado no ativo i ,

R_f é o retorno gerado por um ativo livre de risco,

$E(R_m)$ é o retorno esperado da carteira de mercado eficiente,

β é o risco sistêmico do ativo calculado por:

$$\beta = \frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\text{var}(R_m)}, \quad (8)$$

em que $\text{cov}(R_i, R_m)$ é a covariância entre os entre o retorno do ativo i e o retorno da carteira de mercado eficiente e $\text{var}(R_m)$ é a variância do retorno da carteira de mercado eficiente.

Entretanto, a maior parte das premissas acima colocadas não são atinentes ao mundo real. Muito embora modelos sejam abstrações teóricas com o intuito de se aproximar da realidade e explicá-la, diversos autores ao longo dos últimos anos vem levantando suas críticas ao modelo inicial do CAPM. Szyszka (2013) levanta as seguintes questões: o modelo CAPM é capaz de ser desenvolvido de maneira que se possa revogar, ao menos, algumas de suas premissas irreais? E, como o modelo performa mesmo com todas suas restrições ou quão bom é ele ao prever as tendências de retorno?

No estudo conjunto de Black, Jensen e Scholes (1972) e também de Fama e Macbeth (1973), o CAPM foi testado por meio de regressões em séries temporais para os retornos das carteiras listadas na *New York Stock Exchange* (NYSE) no período compreendido entre 1931 e 1965. Para tais estudos, os autores adotaram como *risk-free* a taxa de juros de 30 dias do Tesouro Nacional dos Estados Unidos. A base de dados adotada foi separada em dez portfólios de acordo com os valores estimados dos β 's de cada um dos ativos. Os estudos indicaram que os ativos com maior risco implícito (β 's elevados) apresentaram um retorno menor, em média, do que o estimado pelo modelo inicial do CAPM no período compreendido para os testes, e que os retornos em excesso dos ativos com valores de β baixo foram maiores do que o sugerido pelo modelo, sendo contraditório ao que este sugere para as estimativas do mercado.

Com o passar dos anos, estudos um pouco mais sofisticados, e de períodos mais longos, puderam levantar mais questões sobre o modelo, bem como suas inconsistências. A maior parte das críticas levantadas incidiu no fato de que o coeficiente beta não seria capaz de prever, enquanto única medida, o risco sistêmico do

mercado estudado, portanto, uma análise mais precisa do prêmio pelo risco esperado não poderia ser feita adequadamente.

Neste sentido, diversos autores puderam evidenciar o fato de que o coeficiente β sozinho não é capaz de explicar as estimativas das médias de retorno esperadas, enfatizando que outras características da empresa poderiam ser utilizadas com este propósito. Banz (1980) foi um dos primeiros a contribuir com um modelo de dois fatores, propondo o acréscimo do fator tamanho como uma variável explicativa aos retornos estimados. O autor evidencia a pertinência de tal fator no período de 1936 a 1975. Banz (1981) também foi um dos primeiros a reportar que empresas de menor capitalização de mercado (*small caps*) fornecem maiores retornos do que poderia se esperar da perspectiva de risco sistêmico encontrada pelo coeficiente β .

Fama e French (1993) constatam, na tentativa de incrementar o modelo, que a ampla gama de relações identificáveis pode ser, de fato, reduzida a dois fenômenos importantes: o efeito do tamanho e o efeito *book-to-market equity*². Seus estudos iniciais sugerem o desenvolvimento de um modelo de três fatores, cuja determinação se dá através de estudos empíricos, onde o prêmio pelo risco de mercado não se dá apenas pelo β , mas também pelo efeito tamanho e *book-to-market equity*, tendo os autores reportado que os portfólios construídos com tais fatores capturam fortes variações nos retornos, acrescentam, também, que os interceptos das regressões que incluem os retornos em excesso (acima dos valores estimados pelo modelo) se aproximam de zero, argumentando que o modelo é capaz de explicar a correlação das variáveis com as médias dos retornos.

Carhart (1997) acrescenta um novo fator ao modelo de Fama e French, baseando-se nos estudos de Jegadeesh e Titman's (1993), que propõem o *momentum* como um fator que se relaciona à ineficiência do mercado nos casos de reações tardias a novas informações.

A mais recente proposta do modelo CAPM por Fama e French é, porém, fortemente rejeitada quando avaliada por meio de testes de hipótese paramétricos que

² A variável *book-to-market equity* (BME) pode ser expressa da seguinte forma: $\frac{B}{E} = \frac{\text{valor contábil}}{\text{valor de mercado}}$

utilizam o teste de Gibbon, Ross e Shanken (1989). Esse teste é capaz de facilmente rejeitar os modelos multifatoriais dos autores, dada suas incapacidades de explicação para as médias dos retornos esperados das ações (portfólios) estudados.

As inconsistências teóricas para com as estimativas das médias dos retornos das ações de pequena capitalização de mercado (*small cap*) aparentemente tem chamado a atenção dos teóricos da precificação de ativos, ao longo dos tempos em Finanças empíricas, não tendo sido possível a elaboração de um modelo capaz de captar, de fato, as variações que incidem sobre os retornos esperados dessas ações.

É nítido apreender que a tentativa de desenvolver um modelo com maior capacidade para explicar os fenômenos em torno da precificação de ativos é extremamente recorrente no mundo das Finanças. O modelo CAPM é extensamente criticado conforme algumas das questões já postuladas por diversos autores. É neste sentido que muitos, tais como Vasconcelos (2014), buscam o desenvolvimento e a proposição de novas formas de entender e melhor explicar o mercado de ações. O autor elabora o modelo de precificação que denominou *Ômega Capital Asset Pricing Modelo* (OCAPM), visando simplificar algumas condições restritivas do CAPM original. As condições de eficiência do OCAPM não mais baseadas em média e variância, dando-se por meio da utilização da medida Ômega, proposta inicialmente por Keating e Shadwick (2002).

2.3. Ômega CAPM

O modelo se dá por meio do relaxamento de uma premissa até então mantida pelos teóricos, a eficiência de mercado em termos de média e variância, não fazendo nenhuma pressuposição quanto às distribuições dos retornos dos ativos, nem como reduzir a perspectiva do investidor à dicotomia de análise média-variância, conforme postulado por Markowitz (1952). A vantagem da medida se encontra no fato de a mesma levar em consideração toda a distribuição de retornos. (Vasconcelos, 2014). O autor continua sua construção constatando que funções utilidade não são mais necessárias, sendo necessário apenas assumir que os indivíduos são avessos ao risco, bem como

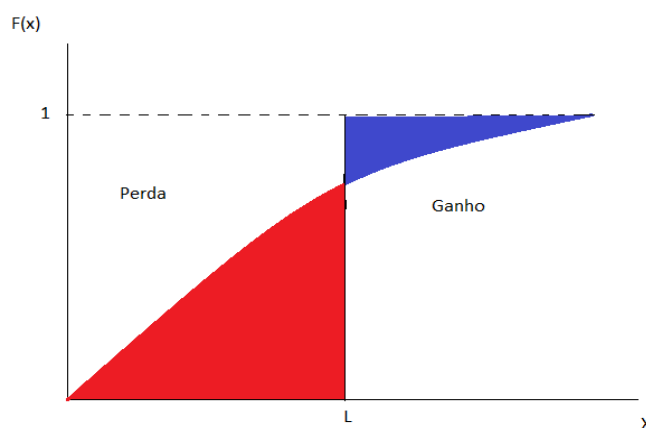
insaciáveis. Também não se assume também que os retornos dos ativos sigam uma distribuição normal.

Para a definição da medida Ômega, o modelo tem como axioma a definição de uma área de retorno exigida, denominada L . Este ponto é entendido como exógeno, *i.e.*, o próprio investidor define tal ponto, apresentando ganhos quando se encontra na região da distribuição de retornos em $x > L$, caso $x < L$, o indivíduo encontra-se na região de perdas. Assumindo X como uma variável aleatória (distribuição dos retornos) que assuma valores $a \leq X \leq b$, a medida de performance Ômega é definida como tal:

$$\Omega(L) = \frac{\int_L^b [1 - F_X(x)] dx}{\int_a^L F_X(x) dx}, \quad (9)$$

em que $F_X(x)$ é a função de distribuição acumulada dos retornos de um portfólio ou ativo X . Desta maneira, a medida Ômega é a razão entre a área de ganhos e a área de perdas da distribuição acumulada de retornos. Vasconcelos (2014) auxilia esta construção por meio da visualização gráfica da medida, conforme abaixo:

Figura 2 - Medida Ômega



Fonte: Vasconcelos (2014, pg. 26)

O modelo busca definir como a região de ganho $(x - L)$ condicional a resultados positivos, conforme acima ilustrado, sendo o *Expected Chance (EC)*, e o *Expected Shortfall (ES)* como o valor esperado da perda $(L - x)$ condicional a resultados negativos, neste sentido:

$$\Omega(L) = \frac{\int_L^b (x-L)f_X(x) dx}{\int_a^L (L-x)f_X(x) dx} = \frac{EC(L)}{ES(L)} = \frac{E[\text{Max}(X-L;0)]}{E[\text{Max}(L-X;0)]}, \quad (10)$$

O autor ressalta que a própria medida $\hat{\Omega}$ é uma característica natural da distribuição dos retornos, sendo ela mesmo a distribuição, abdicando-se, assim, da necessidade de introduzir funções de utilidade, já que o modelo não requer informações que não estejam contidas nos próprios ativos.

Vale ressaltar que, neste modelo, as medidas de risco se dão pela utilização do *Expected Shortfall (ES)*, respeitando os axiomas das medidas coerentes de risco, e considerando o mesmo apenas o que tange às perdas da distribuição dos retornos dos ativos. Esta medida se dá da através da seguinte fórmula:

$$ES(L) = \int_{-\infty}^L (L-x)f_X(x)dx = E[\max(L-X;0)], \quad (11)$$

onde $ES(L)$ é o *Expected Shortfall* do ativo X considerando o limiar L e $f_X(\cdot)$ é função densidade de probabilidade dos retornos do ativo X . Embora ainda não seja uma medida de risco brandamente conhecida, a interpretação desta se dá de maneira simples, sendo que ela representa o valor da região esperada da perda, caso ela de fato ocorra.

O cálculo dos betas estimados do modelo $\hat{\Omega}$ se dá da seguinte maneira:

$$\hat{\beta}_t = \left[\frac{1}{t} \sum_{t=1}^T \frac{(R_{it}-L_t)(R_{mt}-L_t)}{|R_{mt}-L_t|} \right] \left[\frac{1}{t} \sum_{t=1}^T \frac{1}{|R_{mt}-L_t|} \right], \quad (12)$$

em que, R_{it} representa o retorno da ação i no período t , R_{mt} representa o retorno da carteira de mercado no período t e L_t é o valor da taxa livre de risco também no período t .

O autor continua por listar as principais premissas de seu modelo, como (i) os agentes são avessos ao risco e não saciáveis; (ii) os agentes mantém posições diversificadas em seus investimentos; (iii) agentes são tomadores de preço; (iv) agentes podem emprestar e tomar empréstimos a uma mesma taxa L ; (v) custos de transação não são existentes; (vi) todos os ativos são perfeitamente divisíveis para o modelo; (vii) carteira de mercado é $\hat{\Omega}$ eficiente; (viii) os agentes possuem expectativas

homogêneas sobre as distribuições de retornos dos ativos; (ix) os ativos são disponibilizados em quantidades fixas; (x) todos os ativos são negociáveis.

3. Metodologia

Este capítulo busca evidenciar a base de dados adotada, os testes comparativos realizados sobre o desempenho do modelo OCAPM contra o CAPM nas carteiras teóricas adotadas, com a finalidade de alcançar um melhor entendimento sobre a capacidade de cada um dos modelos em lidar com os retornos reais do mercado.

3.1. Índice Small Cap

As ações utilizadas nesse estudo pertencem ao índice Small Cap, um 'produto' da BM&FBOVESPA, que, de acordo com seu Manual de Definições e Procedimentos dos Índices da BM&FBOVESPA, define o Small Cap (tome como SMLL) como um índice de retorno total.

Os critérios de inclusão ao índice se dão de acordo com a Metodologia disponibilizada no site da BM&FBOVESPA, sendo que, para compor o índice, os ativos devem atender aos seguintes critérios:

1. estar entre os ativos que, em ordem decrescente, estejam classificados fora da lista dos que representam 85% do valor de mercado de todas as empresas listadas no mercado a vista (lote-padrão);
2. estar entre os ativos elegíveis que, no período de vigência das três carteiras anteriores, em ordem decrescente do Índice de Negociabilidade (IN), representem em conjunto 99% do somatório total desses indicadores. (ver Manual de Definições);
3. ter presença em pregão de 95% no período de vigência das três carteiras anteriores;
4. não ser classificado como "*Penny Stock*" (ativos cuja cotação seja inferior a R\$1,00).

Um ativo que seja objeto de Oferta Pública realizada durante o período de vigência das três carteiras anteriores ao rebalanceamento é passível de elegibilidade, mesmo sem estar listado em todo o período, desde que:

- a) a Oferta Pública de distribuição de ações ou *units*³, conforme o caso, tenha sido realizada antes do rebalanceamento imediatamente anterior;
- b) possua 95% de presença desde o início de sua negociação;
- c) atenda aos itens 1, 2 e 4 supracitados.

Serão excluídos da carteira os ativos que deixarem de atender a qualquer um dos critérios de inclusão acima listados. Não se incluem ao índice BDR's – certificados de depósitos de ações brasileiras negociadas em bolsas de mercado no exterior - ou ativos de companhias em recuperação judicial ou extrajudicial, regime especial de administração temporária, intervenção ou que sejam negociadas em qualquer outra situação especial de listagem.

A composição da carteira teórica se dá pela seguinte listagem, de acordo com o site da BM&FBOVESPA:

ABC Brasil, Alpargatas, Aliansce, Anima, Minerva, Bradespar, BR Propert, Banrisul, B2W Digital, CESP, COPEL, Copasa, CVC Brasil, Cyrela Realt, Direcional, Duratex, Ecorodovias, EDP Energias do Brasil, Eletropaulo, Estácio Part, Even, Eztec, Fleury, Gafisa, Gerdau Met, Gol, Grendene, Cia Hering, Iguatemi, Metal Leve, Light S/A, Linx, Magazine Luiza, Mills, Multiplus, Marfrig, MRV, IOCHP-Maxion, Odontoprev, Parcorretora, Marcoplo, Prumo, QGEP Part, Qualicorp, Randon Part, Cosan Log, Ser Educa, SLC Agrícola, Smiles, São Martinho, Sul América, Tecnisa, TOTVS, Tupy, Usiminas, Valid.

3.2. Base de dados

A base de dados para o presente estudo utilizada valeu-se das cotações das ações que compõem o índice Small Cap da BM&FBOVESPA, com preços de fechamento diário, ajustados para pagamento de proventos, incluindo dividendos, com a periodicidade do dia 02/01/2007 até 05/12/2016. O intuito ao se valer das cotações diárias é obter um número de lançamentos que provenha uma amostragem satisfatória

³ *Units* podem ser entendidas como pacotes de ativos, sendo formadas por diferentes classes de ações (ordinárias e preferenciais).

para os testes estatísticos aplicados no estudo. Ao todo, são 2456 observações das 56 ações utilizadas para os testes. Tais cotações foram obtidas através da utilização do Economática, uma ferramenta de auxílio para análise de ações, onde todos os dados utilizados estão disponíveis, sendo constantemente atualizados.

A escolha da periodicidade se deve ao fato de que, no ano de 2007, houve um *boom* de IPO's no Brasil. Houve um acentuado aumento no número de empresas que abriram seu capital, gerando grande euforia no mercado acionário.

3.3. Testes e resultados

Propõe-se no presente estudo avaliar a performance do CAPM, bem como do OCAPM, para as ações pertencentes ao índice Small Cap do mercado brasileiro na periodicidade citada, através da otimização de carteiras teóricas pelos dois enfoques e cálculo dos retornos anormais (retornos reais em excesso aos previstos pelos dois modelos). Para efetuar tal avaliação, foram calculados os retornos diários de cada um dos ativos que integram a base de dados adotada. O cálculo se dá através da seguinte equação:

$$R_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right), \quad (13)$$

sendo $R_{i,t}$ o retorno calculado do ativo i , na data t , e \ln o logaritmo neperiano da divisão dos preços de fechamento do ativo na data t , sobre os preços de fechamento na data $t-1$.

Com os retornos diários dos ativos calculados, é possível passar aos cálculos dos retornos em excesso, de forma a atender a equação 7, conforme postulado pela teoria do CAPM, onde os ativos estariam, ou não, performando acima da dada taxa livre de risco, que, para este estudo foi considerada como sendo os valores diários da taxa Selic, tendo sido obtida diretamente pela base de dados fornecida pelo Banco Central do Brasil, já sendo fornecido com os valores diários desde o início da periodicidade analisada.

A otimização de ambas carteiras se deu por duas maneiras, uma delas é através da otimização do índice de Sharpe, conforme CAPM:

$$Max S_p = \frac{E[R_p - r_f]}{\sigma_p}, \quad (14)$$

$$\therefore \sum_{i=1}^n W_{x_i} = 1, \quad (15)$$

$$0 \leq W_{x_i} \leq 1, \quad (16)$$

em que S_p é o índice de Sharpe da carteira teórica ótima, R_p é o retorno da carteira ótima, r_f é a taxa de juros livre de risco, conforme explicitado, σ_p é o desvio padrão da carteira, e, W_{x_i} é o peso atribuído ao ativo x_i , com $i = 1, 2, 3, \dots, 56$.

E a segunda delas, analogamente, para a medida Ômega, mudando apenas a função objetivo, tem-se:

$$Max \Omega_p = \frac{\sum_{i=1}^n E[Max(x_i - L; 0)]}{\sum_{i=1}^n E[Max(L - x_i; 0)]}, \quad (17)$$

em que, Ω_p é o Ômega do mercado, e L é o limiar, tomando aqui valor de r_f .

Para análise comparativa dos modelos, utilizou-se o teste de Gibbons, Ross e Shanken (1989). O teste GRS busca avaliar se os erros da precificação dos ativos é um simples produto de uma amostra “normal”, ou se de fato se devem à má especificação do modelo analisado, em conjunto à hipótese de que a carteira de mercado eficiente utilizada para o cálculo dos retornos esperados é de fato eficiente em termos de média e variância. O teste objetiva analisar a hipótese nula de que os alfas das regressões de precificação são iguais a zero. Inicialmente, eles postulam a análise univariada se dando da seguinte maneira:

$$\frac{T}{(1 + \theta_p^2)} \frac{\alpha_{iT}^2}{\sigma_\varepsilon^2} \sim \chi^2 \quad (18)$$

em que, α é a média amostral dos resíduos, T o número de observações do teste, σ^2 a variância dos resíduos obtidos, θ_p^2 é o quadrado do Sharpe ratio da carteira de mercado eficiente utilizada. Esta equação objetiva testar a hipótese nula de que $\alpha_i = 0$.

O teste poderia ser efetuado para cada ativo, mas, estatisticamente, faz mais sentido um teste conjunto usando os dados dos portfólios, apresentando a seguinte distribuição:

$$\frac{T-N-1}{N} \frac{1}{1+\theta_p^2} \alpha_T' \Sigma^{-1} \alpha_T \sim F(N, T-N-1), \quad (19)$$

em que, Σ^{-1} é a matriz de covariância dos resíduos, com o intuito de corrigir as possíveis correlações negativas entre os alfas dos ativos, α_T é a matriz de covariância das médias dos resíduos da amostra, α_T' é a transposta da matriz de covariância das médias dos resíduos.

Em teor comparativo, foi utilizado o índice Sharpe para analisar o desempenho de ambas otimizações, como também o teste de eficiência de portfólios de GRS para analisar a adequação da precificação dos ativos ao longo do tempo.

As carteiras foram otimizadas para as ações integrantes do índice SMLL, após ter-se obtido os pesos ótimos das alocações na carteira, foram feitas as análises.

As tabelas 1 e 2 demonstram os pesos alocados às ações, sendo sua soma igual a 1, conforme a otimização de ambos modelos. Ambas oferecem um processo de diversificação um tanto quanto reduzido, visto a composição de 56 ações do índice. Percebe-se que as otimizações não diferem tanto entre si, embora o CAPM diversifique com duas ações a mais.

Tabela 1 – Carteira ótima pelo CAPM

	Pesos	Betas
HGTX3	43.772%	1.591
LINX3	6.634%	0.149
ODPV3	4.459%	0.245
SMLE3	15.047%	0.279
TUPY3	30.088%	1.064

Tabela 2 – Carteira ótima pelo Ômega

	Pesos	Betas
HGTX3	59.520%	1.197
ODPV3	8.027%	0.354
TUPY3	32.453%	0.798

Em termos do desempenho das carteiras otimizadas via índice Sharpe, conforme tabela (3), ambas obtiveram índice similar, tendo o CAPM performado de forma sutilmente superior ao Ômega, que apresenta um Sharpe ratio levemente inferior. Ainda assim, é nítido perceber o baixo desempenho das otimizações para o mercado estudado, em termos de Sharpe.

Tabela 3 – Sharpe ratio dos modelos

	CAPM	Ômega
Média	0.001007813	0.001091617
Variância	0.000257698	0.000406427
Desvio-padrão	0.016052979	0.020160032
Sharpe Ratio	0.036962007	0.033588971

Quanto às estatísticas obtidas por meio do teste univariado de GRS, o modelo Ômega apresenta superioridade em suas estatísticas em termos de alfas, suas respectivas variâncias e o próprio GRS, conforme tabelas (4) e (5). Os valores dos alfas foram obtidos através da média dos valores obtidos por meio da diferença entre os retornos em excesso estimados e os retornos reais de ambos modelos, calculando-se também a variância destas diferenças.

Tabela 4 - GRS univariado CAPM

	Alphas	Variância	GRS
HGTX3	0.000224332	0.001389751	0.088692663
LINX3	-0.000273147	0.000179961	1.015447643
ODPV3	0.000092203	0.000516870	0.040285926
SMLE3	-0.000328365	0.000376248	0.701912878
TUPY3	0.000001551	0.000901918	0.000006536

Tabela 5 – GRS univariado Ômega

	Alphas	Variância	GRS
HGTX3	0.000218104	0.001328020	0.087775278
ODPV3	-0.000001685	0.000539395	0.000012900
TUPY3	-0.000000511	0.000869653	0.000000737

Tabela 6 – GRS multivariado

	GRS
CAPM	0.081823153
Ômega	0.118045855

Quando feita a análise com o enfoque multivariado, o teste demonstrou leve superioridade do CAPM, muito embora sejam valores muito pequenos em termos de estatísticas de teste F dado o número de graus de liberdade, não podendo se rejeitar a hipótese nula do teste de que os erros de precificação são produto de uma simples variação da amostra, e não resultado de uma má especificação do modelo. Se a hipótese nula não pode ser rejeitada para nenhum dos dois modelos, afirmar qual dos dois se mostrou superior é indevido.

4. Considerações Finais

Este estudo objetivou identificar qual modelo performaria melhor no mercado brasileiro de small caps, de acordo com os testes adotados e já explorados. O novo modelo de precificação lida com premissas menos restritivas do que o modelo original do CAPM.

O OCAPM não necessita considerar suas condições suficientes nas primitivas econômicas (utilidade e distribuição) para atender às condições de eficiência de mercado impostas pelo CAPM (média-variância), sendo sua única condição necessária a eficiência de mercado no sentido Omega, sendo esta mais facilmente atendida, sem fazer com que o modelo se distancie exaustivamente da realidade. Para o indivíduo, as informações necessárias para a análise de seu investimento seriam seus ganhos esperados, caso o ativo se comporte dentro da região de ganhos, e a perda esperada, considerando a região de perdas, sendo respectivamente, Expected Chance (EC) e Expected Shortfall (ES). Resta, no entanto, que se verifique sua performance empírica.

No âmbito empírico, foram realizados testes que permitissem confrontar os dois modelos. Nos testes de GRS-univariado, o OCAPM demonstrou performance levemente superior ao reportar menores alfas das ações. No teste multivariado, ambos os modelos foram aceitos pelo teste, não podendo ser feita a afirmação de qual seria superior. Os valores encontrados para os índices de Sharpe apontam leve superioridade da carteira otimizada do CAPM, embora o índice apresente valores baixos para ambos modelos.

Embora o CAPM tenha demonstrado resultados levemente superiores nos testes reportados, é importante ressaltar que estes apontam o desempenho em termos de eficiência no sentido média-variância, no qual o CAPM se baseia. O próprio teste GRS que permitiu analisar conjuntamente a eficiência dos dois modelos estabelece que sua hipótese nula é eficiente em termos de variância (GRS, 1989).

Logo, é relevante notar que os testes que permitem a comparação de performance entre os dois modelos o fazem analisando a eficiência nos termos do CAPM, sendo que o modelo proposto não busca otimizar os mesmos parâmetros de eficiência, estando o OCAPM buscando se relacionar mais intimamente com a realidade dos ativos financeiros.

Para que o modelo seja definitivamente aceito, entretanto, é interessante que outros estudos sejam realizados em diferentes setores do mercado de capitais, até mesmo em outros países, com uma periodicidade mais extensa que a utilizada neste

estudo, permitindo uma análise mais profunda do que o modelo Ômega se propõe a verificar, levando em consideração também as diferenciações nas distribuições dos retornos dos ativos financeiros.

Referências

BANZ, Rolf W. The Relationship between return and market value of common stocks. **Journal of financial economics**, 1981.

BERK, Jonathan B. Necessary conditions for the CAPM. **Journal of Economic Theory**, v. 73, n. 1, p. 245-257, 1997.

BLACK, Fischer. Capital market equilibrium with restricted borrowing. **The Journal of Business**, 1972.

CARHART, Mark M. On persistence in mutual fund performance. **The Journal of finance**, 1997.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. The cross-section of expected stock returns. **The Journal of Finance**, 1992.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of financial economics**, 1993.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies **Journal of financial economics**, 1996.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. A Five-Factor Asset Pricing Model. **Journal of financial economics**, 2014.

FAMA, Eugene F.; MACBETH, James. Risk, Return, and Equilibrium: some empirical tests. **The Journal of Political Economy**, 1973.

FAMA, Eugene F.; ROLL, Richard. Some properties of symmetric stable distributions. **Journal of the American Statistical Association**, p. 817-836, 1968.

FAMA, Eugene F.; ROLL, Richard. Parameter estimates for symmetric stable distributions. **Journal of the American Statistical Association**, v. 66, n. 334, p. 331-338, 1971.

FRENCH, Craig W. The Treynor Capital Asset Pricing Model. **Journal of Investment Management**, 2003.

GALAGEDERA, Don. A review of Capital Asset Pricing Models. **Research Gate – Monsah University**, 2004.

GIBBONS, Michael; ROSS, Stephen; SHANKEN, Jay. A test of efficiency of a given portfolio. **Econometrica**, Vol. 57, No 5, 1989.

JEGADEESH, Narasimhan; TITMAN, Sheridan. Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. **The Journal of Finance**, v.48, n. 1, p. 65-91, 1993.

JENSEN, Michael C.; BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron S. The capital asset pricing model: some empirical tests, **Praeger Publishers Inc.**, 1972.

KEATING, Con; SHADWICK, William F. A universal performance measure. **Journal of Performance Measurement**, 2002.

LINTNER, John. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **The review of Economics and Statistics**, 1965.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, 1952.

MOSSIN, Jan. Equilibrium in a capital asset market. **Econometrica: Journal of the econometric society**, 1966.

NEUMAN, John; Morgenstern, Oskar. Theory of Games and Economic Behavior. **Princeton University Press**, 1944.

ROLL, Richard. A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. **Journal of financial economics**, v. 4, n. 2, p. 129-176, 1977.

ROSS, Stephen A. The arbitrage theory of capital asset pricing. **Journal of Economic theory**, 1976.

SHARPE, William F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance**, 1964.

SZYSKA, Adam. Behavioral Finance and Capital Markets. **Macmillan Publishers Limited**, 2013.

TREYNOR, Jack L. **Toward a theory of market value of risky assets**. 1961. Não Publicado.

VASCONCELOS, Gabriel. Precificação de ativos sob qualquer distribuição de retornos: a derivação e aplicação do *Ômega Capital Asset Pricing Model* (OCAPM), Tese de Mestrado defendida na Universidade Federal de Juiz de Fora em 2014.