

Universidade Federal de Juiz de Fora Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Ramon Marquioli Domingos

CONTROLE DIGITAL DE UM FILTRO ATIVO DE POTÊNCIA SHUNT EM ESPAÇO DE ESTADOS COM CONTROLADORES RESSONANTES SINTONIZADOS UTILIZANDO REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO DISCRETO (DLQR)

Dissertação de Mestrado

Juiz de Fora 2018

Ramon Marquioli Domingos

Controle Digital De Um Filtro Ativo De Potência Shunt Em Espaço De Estados Com Controladores Ressonantes Sintonizados Utilizando Regulador Linear Quadrático Discreto (DLQR)

> Dissertação apresentada ao Programa de Pós–Graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas Eletrônicos, da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. Pedro Machado de Almeida, Dr. Eng.

Ramon Marquioli Domingos

Controle Digital De Um Filtro Ativo De Potência Shunt Em Espaço De Estados Com Controladores Ressonantes Sintonizados Utilizando Regulador Linear Quadrático Discreto (DLQR)

> Dissertação apresentada ao Programa de Pós–Graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas Eletrônicos, da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Aprovada em 06 de Setembro de 2018.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Pedro Machado de Almeida, Dr. Eng. Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Prof. Heverton Augusto Pereira, Dr. Universidade Federal de Viçosa, UFV

Prof. Janaína Gonçalves de Oliveira, Ph.D. Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Dedico este trabalho aos meus pais, Nílson e Creusa, e minhas irmãs, Lívia e Thalia.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Pedro Machado de Almeida, Dr. Eng., pela orientação, ensinamentos, amizade, atenção e paciência durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, que não mediram esforços para oferecerem o melhor a mim, sempre me apoiando, dando forças e me estimulando nesta caminhada. Se não fosse por eles não conseguiria.

Às minhas irmãs que estiveram ao meu lado, minhas melhores amigas.

Ao Professor André Augusto Ferreira, pelo grande professor e exemplo que é.

Aos colegas e amigos adquiridos durante essa caminha, Felipe Marinho, Thiago Cardoso, Fernando Henrique, Prof. Cristiano Casagrande, Lucas Alves, Bruno Silva, Caio Müller, José Américo, Ramon Reis, aos amigos do Laboratório de Eficiência Energética, LEENER, e tantos outros que me ajudaram.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, PPEE-UFJF, pela oportunidade.

Aos professores com quem estudei no PPEE-UFJF, que sempre foram referências a serem seguidas e pelos ensinamentos aprendidos.

E a todos que de alguma forma me ajudaram durante esse período.

Muito Obrigado!

"O passado serve para evidenciar as nossas falhas e dar-nos indicações para o progresso do futuro."

Henry Ford

RESUMO

A presente dissertação visa modelar e projetar o sistema de controle de um Filtro Ativo de Potência Shunt (FAPS) trifásico em espaço de estados. Inicialmente, o modelo do FAPS no domínio de tempo contínuo nas coordenadas $\alpha\beta$ é obtido. Posteriormente, a planta resultante é discretizada, possibilitando o projeto de controle digital. Múltiplos controladores ressonantes são empregados para que seja possível rastrear a referência de corrente com pequenos erros e, consequentemente, reduzir a distorção da corrente drenada da rede. Uma metodologia sistemática é desenvolvida para a inclusão dos modos ressonantes em espaço de estados, possibilitando o projeto unificado dos ganhos do controlador. O método utilizado para a obtenção dos ganhos de realimentação foi o Digital Linear Quadratic Regulator (dLQR). A referêcia de corrente a ser sintetizada foi obtida utilizando a teoria das potências instantâneas p-q. De forma a garantir uma tensão mínima no barramento CC para a correta operação do filtro, foi projetada uma malha externa de tensão baseada em um compensador Proporcional-Integral (PI). Por fim, estudos alguns casos foram simulados com o intuito de avaliar a eficácia do controle desenvolvido, assim como a operação do FAPS. A análise dos resultados mostrou que a estratégia de controle utilizada foi capaz de reduzir a Total Harmonic Distortion (THD) da corrente drenada da rede aos níveis recomendados pela IEEE-519.

Palavras-chave: Filtro Ativo de Potência Shunt, Controle em Espaço de Estados, Controlador Linear Quadrático Discreto, Teoria da Potências Instantâneas.

ABSTRACT

The present dissertation aims to model and design the control system of a treephase FAPS in state-space. First, a continuous time model in $\alpha\beta$ frame of the FAPS is obtained. Subsequently, the resulting plant is discretized, enabling the design of the controller digitally. Several resonant controllers are used in order to track the reference current and, consequently, reduce the current distortion drained from the grid. A systematic methodology is developed to include resonant modes in state space, allowing a unified controller's gains design. The dLQR method is used to calculate the feedback gains. Instantaneous power theory p - q is applied to generate the reference current. In order to keep a minimum DC-side voltage for the correct operation of the filter, an external voltage loop based on PI compensator is designed. Finally, some specific cases are simulated to evaluate the control effectiveness, as well as, the FAPS operation. The analysis of the results have shown that the used control strategy was capable of reducing the grid current THD to levels recommended by IEEE-519.

Keywords: Shunt Active Power Filter, State Space Control, Discrete Linear Quadratic Regulator, Instantaneous Power Theory.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Filtro Ativo Shunt.	23
Figura 2	Filtro Ativo Série.	24
Figura 3	Diagrama do conversor conversor fonte de tensão (do inglês, <i>Voltage Sourced Converter</i> (VSC).	28
Figura 4	Diagrama unifilar do VSC conectado à rede elétrica.	29
Figura 5	Dinâmica do lado corrente contínua (CC) do VSC	32
Figura 6	Diagrama de blocos associado ao controle por realimentação de esta- dos.	37
Figura 7	Diagrama esquemático do processo de controle digital.	38
Figura 8	Amostragem utilizando do inglês, Zero-Order-Hold (ZOH): Efeito sobre o sinal $f(t)$.	39
Figura 9	Relação entre o sinal discreto $\mathbf{u}(kT)$ e o sinal discreto com atraso $\mathbf{u}(kT - \Delta)$.	42
Figura 10	Diagrama de blocos do sistema aumentado.	45
Figura 11	Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com realimentação de estados.	46
Figura 12	Diagrama para detecção das correntes oscilantes através da Teoria das Potências Instantâneas.	60
Figura 13	Diagrama de Bode do Filtro Butterworth Passa-Baixas de 5^a ordem e frequência de corte $f_c = 100 Hz$.	61
Figura 14	Diagrama de Bode da planta junto com os controladores ressonantes em malha aberta	65
Figura 15	Diagrama de Polos e Zeros da Planta com o Controlador Ressonante	

	em Malha Fechada.	66
Figura 16	Diagrama de Bode do Filtro Butterworth Passa-Baixas de 5^a ordem e frequência de corte $f_c = 100 Hz$.	67
Figura 17	Diagrama de Bode da planta com o controlador do barramento CC, $C_d(z) \cdot C(z)$.	69
Figura 18	Estrutura de controle de corrente do FAPS por realimentação de esta- dos.	71
Figura 19	Dinâmica das correntes da rede elétrica das fases A, B e C durante todo o processo.	73
Figura 20	Dinâmicas das correntes da fase A da rede, da carga e do FAPS durante todo o processo.	74
Figura 21	Dinâmicas das correntes dos eixos $\alpha \in \beta$ de referência, $i^*_{\alpha\beta}$, e do conversor, $i_{\alpha\beta}$.	75
Figura 22	Erros das correntes do controle dos eixos $\alpha \in \beta$	76
Figura 23	Espectro harmônico da rede, da carga e do FAPS antes e após o início da compensação harmônica em $t = 0.05s$.	76
Figura 24	Dinâmica da tensão barramento CC durante todo o processo	77
Figura 25	Dinâmica das potências ativa e reativa da rede durante todo o pro- cesso.	78
Figura 26	Dinâmica das potências ativa e reativa da carga durante todo o pro- cesso.	79
Figura 27	Dinâmica das potências ativa e reativa do FAPS durante todo o pro- cesso.	80
Figura 28	Dinâmica do índice de modulação da fase A durante todo o processo.	81
Figura 29	Dinâmica das correntes da rede elétrica das fases A, B e C durante todo o processo.	82
Figura 30	Dinâmica das correntes da fase A da rede, da carga e do FAPS durante todo o processo.	83

Figura 31	Dinâmicas das correntes dos eixos $\alpha 0 \in \beta$ de referência, $i^*_{\alpha\beta}$, e do conversor, $i_{\alpha\beta}$.	84
Figura 32	Erros das correntes do controle dos eixos $\alpha \in \beta$	85
Figura 33	Espectro harmônico da rede, da carga e do FAPS antes e após o início da compensação harmônica em $t=0,05s$	86
Figura 34	Dinâmica da tensão do barramento CC durante todo o processo. \ldots	87
Figura 35	Dinâmicas das potências ativa e reativa da rede durante todo o pro- cesso.	88
Figura 36	Dinâmicas das potências ativa e reativa da carga durante todo o pro- cesso.	88
Figura 37	Dinâmicas das potências ativa e reativa do FAPS durante todo o pro- cesso.	89
Figura 38	Dinâmica do índice de modulação da fase A durante todo o processo.	90
Figura 39	Dinâmica das correntes da rede elétrica das fases A, B e C durante todo o processo.	91
Figura 40	Dinâmicas das correntes da fase A da rede, da carga e do FAPS durante todo o processo.	92
Figura 41	Dinâmica das correntes dos eixos $\alpha \in \beta$ de referência, $i^*_{\alpha\beta}$, e do conversor, $i_{\alpha\beta}$ quando se inicia a compensação em $t = 0.05s$	93
Figura 42	Dinâmica das correntes dos eixos $\alpha \in \beta$ de referência, $i_{\alpha\beta}^*$, e do conversor, $i_{\alpha\beta}$ quando se zera a carga em $t = 0, 1s$ e quando se conecta a carga em t = 0, 2s.	94
Figura 43	Erro das correntes do controle dos eixos $\alpha \in \beta$.	95
Figura 44	Espectro harmônico da rede, da carga e do FAPS com a carga conectada antes e após o início da compensação harmônica e de potência reativa.	96
Figura 45	Dinâmica da tensão do barramento CC durante todo o processo	97
Figura 46	Dinâmica das potências ativa e reativa da rede durante todo o pro-	

	cesso
Figura 47	Dinâmica das potências ativa e reativa da carga durante todo o pro- cesso
Figura 48	Dinâmica das potências ativa e reativa do FAPS durante todo o pro- cesso
Figura 49	Dinâmica do índice de modulação da fase A durante todo o processo. 100
Figura 50	Dinâmica das correntes da rede elétrica das fases A, B e C durante todo o processo
Figura 51	Dinâmica das correntes da fase A da rede, da carga e do FAPS durante todo o processo
Figura 52	Dinâmica das correntes dos eixos $\alpha \in \beta$ de referência $i^*_{\alpha\beta}$ e do conversor, $i_{\alpha\beta}$
Figura 53	Erro das correntes do controle dos eixos $\alpha \in \beta$
Figura 54	Dinâmica da tensão do barramento CC durante todo o processo 104
Figura 55	Dinâmica das potências ativa e reativa da rede durante todo o pro- cesso
Figura 56	Dinâmica das potências ativa e reativa da carga durante todo o pro- cesso
Figura 57	Dinâmica das potências ativa e reativa do FAPS durante todo o pro- cesso
Figura 58	Dinâmica do índice de modulação da fase A durante todo o processo. 106
Figura 59	Sistemas de Coordenadas $abc \in \alpha\beta$ e o Vetor Espacial \vec{U}

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Limites de Distorção da Corrente Para Sistemas de Distribuição (120	
	V a 69 kV)	21
Tabela 2	Controladores	49
Tabela 3	Parâmetros do Sistema.	55
Tabela 4	Polos da Planta com o Controlador Ressonante em Malha Fechada.	64
Tabela 5	Instantes das ações realizadas durante o processo	73
Tabela 6	THD da corrente da rede e da carga durante o processo	74
Tabela 7	Parâmetros do Sistema.	81
Tabela 8	Instantes das ações realizadas durante o processo	83
Tabela 9	Instantes das ações realizadas durante o processo	90
Tabela 10	THD das correntes da rede e da carga durante todo o processo. \dots	92
Tabela 11	Instantes das ações realizadas durante o processo.	100
Tabela 12	THD das correntes da rede e da carga durante todo o processo . \dots	102

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

${\bf A}$ Amperes

- **A-D** Analógica-Digital
- ${\bf CA}\,$ corrente alternada
- ${\bf CC}\,$ corrente contínua
- **CC-CA** Corrente Contínua Corrente Alternada
- $\mathbf{D}\text{-}\mathbf{A}$ Digital-Analógico

 ${\bf DB}\,$ Dead-Beat

- dLQR Digital Linear Quadratic Regulator
- **DSP** Digital Signal Processor

DSP (do inglês, *Digital Signal Processor*)

FA Filtros Ativos

FAPS Filtro Ativo de Potência Shunt

FAS Filtro Ativo de Potência Série

 ${\bf fp}\,$ fator de potência

 ${\bf FP's}~{\rm Filtros}~{\rm Passivos}$

 ${\bf GTO}\ {\bf Gate}\ {\bf Turn-Off}$

H Henry

Icc corrente de curto-circuito

IGBT Insulated Gate Bipolar Transistor

 $\mathbf{LQR}\,$ Linear Quadratic Regulator

 ${\bf MOSFET}\,$ Metal Oxide Semicondutor Field Effect Transistor

PAC Ponto de Acoplamento Comum

 ${\bf PI}$ Proporcional-Integral

PI-MRI Proportional Integrator-Multi Reference Integrator

PI-RES Proportional Integrator-Ressonant

PI-SRF Proporcional Integral em Sistemas de Coordenadas Síncronas

PLL Phase Locked Loop

 \mathbf{PR} Proporcional-Ressonante

P-SSI-SRF Proportional-Sinusoidal Signal Integrator-Synchronous Reference Frame

PWM Modulação por largura de pulso (do inglês, *Pulse-Width Modulation*)

 ${\bf SSI}$ Sinusoidal Signal Integrator

Teoria p-q\,Teoria da Potência Ativa e Reativa Instantânea

 ${\bf THD}\,$ Total Harmonic Distortion

 \mathbf{V} Volts

VSC conversor fonte de tensão (do inglês, Voltage Sourced Converter)

W Watt

 ${\bf ZOH}$ do inglês, Zero-Order-Hold

SUMÁRIO

1	Intr	rodução					
	1.1	Identificação do Problema					
		1.1.1 IEEE Std 519-2014					
		1.1.2 Filtros Ativos	21				
		1.1.2.1 Filtro Ativo de Potência Shunt- FAPS	22				
		1.1.2.2 Filtro Ativo Série - Filtro Ativo de Potência Série (FAS)	23				
	1.2	Motivação	24				
	1.3	Objetivos	25				
	1.4 Estrutura da dissertação		26				
2	Mo	odelagem Do Sistema					
	2.1	Modelo do conversor Conectado à rede elétrica					
		2.1.1 Dinâmica corrente alternada (CA) do VSC Considerando Tensões Equilibradas	28				
	2.2	Dinâmica do Lado CC do VSC para sistemas equilibrados	30				
	2.3	Potências Instantâneas Para Sistemas Trifásicos Balanceados	31				
		2.3.1 Definições para as potências Instantâneas na Referência abc	32				
		2.3.2 Definições para as potências Instantâneas na Referência $\alpha\beta$	34				
	2.4	Análise em Espaço de Estados	35				
		2.4.1 Modelagem em espaço de estados	35				
		2.4.2 Controlabilidade	37				
	2.5	Representação de Sistemas no Tempo Discreto	37				
		2.5.1 Amostragem de sinais em tempo contínuo	38				

	2.5.2	Discretização de Equações em Espaço de Estados 39					
	2.5.3	.5.3 Discretizando sistemas com atraso no tempo					
2.6	Contro	Controle Digital					
	2.6.1	Rastrear	nento de Referências	44			
		2.6.1.1	Projeto do Sistema de Rastreamento com a matriz do sistema aumentado	44			
		2.6.1.2	Algoritmo para o Projeto do sistema de rastreamento .	46			
	2.6.2	Controla	dores Digitais	47			
		2.6.2.1	Controlador PI	48			
		2.6.2.2	Implementação Digital do Controlador PI	49			
		2.6.2.3	Controlador Proporcional Integral em Sistemas de Co- ordenadas Síncronas (PI-SRF)	49			
		2.6.2.4	Controlador Dead-Beat (DB)	50			
		2.6.2.5	Controlador Proportional Integrator-Multi Reference In- tegrator (PI-MRI)	50			
		2.6.2.6	Controlador Proportional-Sinusoidal Signal Integrator- Synchronous Reference Frame (P-SSI-SRF)	50			
		2.6.2.7	Controlador Proportional Integrator-Ressonant (PI-RES)	51			
		2.6.2.8	Controlador Ressonante	51			
2.7	Sistem	as de Co	ntrole Ótimo	52			
	2.7.1	Regulad	or Linear Quadrático Ótimo	53			
		2.7.1.1	Propriedades do dLQR	54			
2.8	Conclu	ısões parc	iais	54			
Pro	jeto de	e Contro	le	55			
3.1	Sistem largura	a de cont a de pulse	role por modulação por largura de pulso- Modulação por o (do inglês, <i>Pulse-Width Modulation</i>) (PWM)	55			
3.2	Contro	ole do Sist	e do Sistema em Coordenadas Estacionárias				

	3.3	Modelagem Matemática Em Espaço de Estados do VSC $\hfill \ldots$. $\hfill \ldots$	56
		3.3.1 Controlabilidade do Sistema	57
		3.3.2 Discretização do sistema	57
		3.3.3 Atraso no controle do sistema	58
	3.4	Controle do VSC no modo Corrente	58
	3.5	Controle das Malhas de correntes	61
	3.6	Controle da Tensão do lado CC	65
	3.7	Representação do controle por realimentação	69
	3.8	Conclusões parciais	70
4	Res	sultados E Estudos de Casos	72
	4.1	FAPS com carga retificadora RL	72
	4.2	FAPS com carga retificadora RC	81
	4.3	FAPS com carga retificadora RL Conectando-a e Desconectando-a da Rede Elétrica	90
	4.4	FAPS com carga retificadora RL Com Saturação do Índice de Modulação	100
	4.5	Conclusões parciais	107
5	Cor	nclusões finais 1	08
	5.1	Conclusões	108
	5.2	Trabalhos Futuros	109
	5.3	Trabalhos Publicados	109
R	eferê	ncias 1	L 10
•	^ 1		

Apêndice A – Representação de Variáveis Trifásicas Balanceadas AtravésVetores Espaciais115A.1Representação do Fasor Espacial Nas Coordenadas $\alpha\beta$ 115

1 INTRODUÇÃO

1.1 IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA

O crescente avanço em sistemas de eletrônica de potência tem sido motivado principalmente pela necessidade de aplicações industriais com alto desempenho, confiabilidade e baixo custo (AZEVEDO, 2011). Junto com esse desenvolvimento, o uso de cargas não-lineares como retificadores a diodo ou tiristores, fontes chaveadas, uso dosméstico de eletrônicos, entre outras aplicações, tem contribuído cada vez mais para a deterioração da qualidade de energia dos sistemas de potência (DOMINGOS et al., 2015) (PEREIRA et al., 2015) (BOJOI et al., 2005) (AKAGI, 1997) (RIBEIRO; AZEVEDO & SOUSA, 2012) (BRAZ; RIBEIRO & OLIVEIRA, 2008). Essa degradação é devido à injeção de correntes harmônicas na rede elétrica, os quais causam distorção da tensão e/ou corrente, superaquecimento de capacitores para correção do fator de potência, perdas adicionais em transformadores e mau funcionamento de equipamentos eletrônicos (AKAGI, 1997). Devido a isso, qualidade de energia se tornou um tópico amplamente estudado em sistemas de distribuição, com a criação de novos padrões de restrição harmônica que recomendam os limites harmônicos injetados na rede elétrica dependendo da sua potência nominal e da impedância da fonte(BOJOI et al., 2005), como a recomendação internacional IEEE Std 519-2014 (IEEE-STD.519, 2014) e a norma internacional IEC-61000.

Durante muitos anos, Filtros Passivos (FP's) foram tradicionalmente utilizados para evitar o fluxo de correntes harmônicas para a rede elétrica. Eles são compostos basicamente de capacitores, indutores e resistores de amortecimento, sendo considerados baratos em relação a outras técnicas de compensação (DUGAN; MCGRANAGHAN & BEATY, 1996) e necessitam de pouca manutenção (DAS, 2003) (AZEVEDO, 2011). Esta solução é muito simples e baixo custo, mas seu desempenho depende fortemente da impedância da fonte e pode gerar ressonância paralela indesejada com a rede (BHAT-TACHARYA & DIVAN, 1996) (BOJOI et al., 2005). Além disso, os FP's apresentam uma boa compensação harmônica nas correntes harmônicas de alta frequência, porém não têm um bom desempenho para os de baixa frequência (AZEVEDO, 2011).

A redução de custos e maior confiabilidade à eletrônica de potência permitiram um aumento no interesse de utilização e desenvolvimento da filtragem ativa e consequentemente de Filtros Ativos (FA) (BOJOI et al., 2005) (DOMINGOS et al., 2015). Esses filtros são capazes de compensar correntes harmônicas indesejadas nos sistemas elétricos e também a potência reativa da carga, tornando o fator de potência unitário (AKAGI; WATANABE & AREDES, 2007) (PENELLO; WATANABE & AREDES, 1993).

Os princípios básicos dos FA foram propostos na década de 1970. Outros fatores que ajudaram muito no estudo de filtros ativos foram o desenvolvimento da Teoria da Potência Ativa e Reativa Instantânea (Teoria p - q) e melhorias de modulação por largura de pulso (do inglês, *Pulse Width Modulation*, PWM). Várias tecnologias de modulação desenvolvidas nos últimos anos (OHNISHI & OKITSU, 1985) (BOWES, 1975) (ALI & KAZMIERKOWSKI, 1998a) (ALI & KAZMIERKOWSKI, 1998b) (BAKHSHAI; RAD & JOOS, 2001) aplicadas a esses conversores tem merecido grande atenção por parte dos engenheiros e pesquisadores. Elas melhoram muito a eficiência e desempenho do sistema, dentre os quais podemos destacar a minimização das ondulações nas correntes de linha, maior faixa de valores de tensão na saída do conversor, melhor utilização e controle do barramento de corrente contínua CC e menor esforço de tensão e correntes nos semicondutores (JÚNIOR,).

As configurações do circuito de potência são importantes na escolha de qual filtro ativo se utilizar, já que alguns circuitos são adequados apenas para certos aspectos de controle e faixa de potência (EL-HABROUK; DARWISH & MEHTA, 2000). Como descrito em (EL-HABROUK; DARWISH & MEHTA, 2000), existem diversas topologia para filtros ativos (FA's), dentre as quais pode destacar duas: Filtro Ativo de Potência Paralelo(Shunt) (FAPS) e Filtro Ativo Série (FAS).

1.1.1 IEEE STD 519-2014

A recomendação IEEE 519-2014 descreve os principais fenômenos causadores de distorção harmônica, indica métodos de medição e limita os harmônicos de um sistema (POMILIO, 1997). Esta norma considera que o que está no interior da instalação não importa, mas sim o que ela representa para as demais instalações conectadas ao sistema (POMILIO, 1997) (NETO, 2009).

De acordo com esta norma, a Distorção Harmônica Total,(do inglês, THD) representa a distorção harmônica da corrente em porcentagem da máxima corrente da carga (demanda de 15 ou 30 minutos). O cálculo da THD é realizado conforme a Equação 1.1.

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2}}{I_{Fundamental}} \times 100\%$$
(1.1)

Onde:

- $I_h = \text{corrente} \text{ de pico na demanda de 15 ou 30 minutos};$
- h =ordem harmônica;
- $I_{Fundamental} = corrente fundamental de pico na demanda de 15 ou 30 minutos.$

Os valores limites da THD variam de acordo com o nível de tensão e corrente de curto-circuito (Icc), no Ponto de Acoplamento Comum (PAC). Quanto maior for Icc em relação a corrente de carga, maiores são as distorções de correntes admissíveis (AZEVEDO, 2011). À medida que o nível de tensão no PAC, menores são os limites aceitáveis de THD (POMILIO, 1997). Esses limites estão representados na Tabela 1.

Tabela 1: Limites de Distorção da Corrente Para Sistemas de Distribuição (120 V a 69 $\rm kV)$

	Máxima corrente harmônica em % da corrente de carga							
	Máxima corrent I_o - valor da componente fundamental							
	Harmônicas Ímpares							
$\boxed{I_{cc}/I_o < 11 \mid 11 \le n < 17 \mid 17 \le n < 23 \mid 23 \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 23 \mid 23 \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 23 \mid 23 \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 23 \mid 23 \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 23 \mid 23 \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 23 \mid 23 \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid \text{THD}(2) \le n < 35 \mid 35 < n \mid 15 \le n < 35 \mid 35 < n \mid 15 \le n < 35 \mid 35 < n \mid 15 \le n < 35 \mid 35 < n \mid 15 \le n < 35 \mid 35 < n \mid 15 \le n < 35 \mid 15 \mid 15 \le n < 35 \mid 15 \le n < 35 \mid 15 \le n < 35 \mid 15 \le 15 \mid 15 \le n < 35 \mid 15 \mid$								
<20	4	2	1,5	0,6	0,3	5		
20 < 50	7	$3,\!5$	$2,\!5$	1	0,5	8		
50 < 100	10	$4,\!5$	4	1,5	0,7	12		
100 < 1000	12	$5,\!5$	5	2	1	15		
>1000	15	7	6	2,5	1,4	20		

1.1.2 FILTROS ATIVOS

Quando (AKAGI; WATANABE & AREDES, 1983) propuseram a Teoria p - q, o objetivo era o controle de FA. Inicialmente foi proposto o FAPS (AKAGI; KANAZAWA & NABAE, 1984) (AKAGI; NABAE & ATOH, 1986). Em seguida, o FAS (PENG; AKAGI & NABAE, 1988).

O desenvolvimento da eletrônica de potência e o aparecimento de dispositivos semicondutores como o Tiristor Comutado pelo Gatilho (do inglês *Gate Turn-Off (GTO)*) e o Transistor Bipolar com Gatilho Isolado, (do inglês Insulated Gate Bipolar Transistor (IGBT)) viabilizou e facilitou novas soluções para a compensação de harmônicos na rede elétrica. Um FA utiliza a capacidade de um conversor Corrente Contínua -Corrente Alternada (CC-CA) produzir uma tensão ou corrente alternada com a forma de onda que o projetista desejar (AZEVEDO, 2011). A capacidade de síntese pelo conversor é limitada a aproximadamente 1/10 da frequência de chaveamento, utilizando ainda um filtro passivo em sua saída que minimize a penetração de altas frequências na rede elétrica. O conversor será controlado de tal forma a produzir uma corrente ou tensão que siga uma dada referência a qual se deseja compensar.

1.1.2.1 FILTRO ATIVO DE POTÊNCIA SHUNT- FAPS

A Figura 1 representa o diagrama unifilar de um FAPS ideal.

A principal utilização de um FAPS é para a compensação de correntes harmônicas geradas por cargas não lineares. Seu funcionamento é baseado na injeção de correntes harmônicas, representadas por i_f na Figura 1, opostas às geradas pela carga, representadas por i_{ref}^* . Além disso, ele também pode ser utilizado como correção de fator de potência (fp) e melhoria do desbalanceamento de corrente de acordo com o controle projetado do FAPS. Assim, além de corrente harmônica, ele também injetaria corrente a fim de eliminar a defasagem entre a tensão e a diferença entre as correntes de fase. Desse modo, a rede consideraria a carga não-linear como uma resistência pura e balanceada (OMORI, 2007).

Uma das principais vantagens do FAPS é não alterar a corrente da carga, uma vez que praticamente não altera a tensão no PAC. Assim, o FAPS supre toda a potência não ativa, incluindo harmônicos e potência reativa, e o sistema elétrico ficaria responsável por suprir somente a potência ativa da carga (OMORI, 2007), tornando-o muito mais eficiente. Portanto, o fator de potência é maximizado pelo FAPS, resultando em uma menor corrente pelo sistema, liberando capacidade de transmissão pelas linhas (AZEVEDO, 2011) (OMORI, 2007). O equipamento em derivação também gera menores perdas elétricas e não interfere de forma direta na operação do sistema elétrico. Logo, defeitos nele não afetam o fornecimento de energia para a carga (OMORI, 2007).

O grande desafio no projeto de um FAPS é a determinação instantânea das correntes de referência a ser sintetizada. Para isso, (AKAGI; WATANABE & AREDES, 1983) desenvolveram a Teoria p - q, que será detalhada mais a frente.



Figura 1: Filtro Ativo Shunt.

1.1.2.2 FILTRO ATIVO SÉRIE - FAS

A Figura 2 representa o diagrama unifilar de um FAS ideal.

Este filtro é ligado em série com a rede elétrica e a carga. Normalmente, para essa conexão é utilizado um transformador de acoplamento. Ele atua como uma fonte de tensão controlada através da ligação entre o conversor e o transformador, podendo assim corrigir o fator de potência, regular e balancear a tensão de alimentação da carga. Além disso, o filtro ativo série também pode realizar a compensação dos componentes harmônicos que podem provocar ressonâncias entre a impedância da fonte e demais filtros passivos da instalação (OMORI, 2007).

Um dos problemas de se utilizar esse filtro para compensar correntes é que ele requer que a impedância do lado da carga seja baixa (PENG; AKAGI & NABAE, 1988). Caso a impedância da carga seja alta, ele teria que gerar uma tensão muito alta nos terminais do transformador (AZEVEDO, 2011). Logo, o FAS se tornaria ineficiente nestes casos. Como toda a corrente entre a rede e a carga passam pelo filtro, isso também contribui muito para sua ineficiência. Porém, sua grande desvantagem é que, se o transformador de acoplamento falhar, ocorre a interrupção de energia entre a carga e a rede elétrica (OMORI, 2007).



Figura 2: Filtro Ativo Série.

1.2 MOTIVAÇÃO

O uso de conversores estáticos e cargas não-lineares têm contribuído consideravelmente para a deterioração da qualidade de energia, causando perdas no sistema, maior gasto por parte da concessionária e deterioração dos equipamentos. Dessa forma, existe uma busca por técnicas que minimizem esses problemas e consequentemente melhorarem a qualidade de energia do sistema elétrico (BOLLEN, 2000).

FP's, a solução tradicional, não se mostram mais eficazes, uma vez que as normas atuais exigem uma compensação harmônica mais rigorosa, e como visto, eles não são eficientes para filtragem de harmônicos de baixa ordem. Com o desenvolvimento de dispositivos semicondutores mais eficientes e que podem chavear em uma frequência mais elevada, o uso de FA tem se mostrado uma estratégia bem interessante e eficaz na compensação harmônica (AKAGI; WATANABE & AREDES, 2007).

O controle convencional foi proposto por (AKAGI; WATANABE & AREDES, 1983). Nele, o controlador de corrente tem a função de fazer a corrente do conversor seguir uma referência de corrente, composta pelas correntes harmônicas e da potência reativa. (CHANDRA et al., 2000) adicionou compensação de corrente harmônica com cargas balanceadas ou não e correção de fator de potência com a compensação de potência reativa.

O controle convencional de FAPS utilizam controladores PI lineares para o con-

trole da corrente. Porém, problemas de erro em regime permanente e limitações da banda de passagem tornam a compensação harmônica ineficiente (YUAN et al., 2002) (AZEVEDO, 2011). Uma solução que tem se mostrado bastante eficiente para corrigir esses problemas tem sido os controladores ressonantes (BOJOI et al., 2005). A vantagem desse controlador é o fato de se selecionar os harmônicos a serem compensados (YEPES et al., 2011).

Recentemente, estratégias em espaços de estados vêm sendo mais amplamente estudadas. A vantagem dessa técnica está no fato de controlar o sistema com um sinal de controle de realimentação que seja uma função das diversas variáveis de estados medidas. Este tipo de compensação é bastante útil para a otimização de sistemas (DORF & BISHOP, 2011). Existem vários métodos para o cáculo desses ganhos conforme mostrado em (OGATA & SEVERO, 1998) e (DORF & BISHOP, 2011). Porém, um método bastante eficaz é o uso de Reguladores Lineares quadráticos, (do inglês Linear Quadratic Regulator (LQR)), onde o projetista informa os pesos atribuídos a cada variável de estados e o LQR realiza o cálculo dos ganhos (OGATA, 1995) (ÅSTRÖM & WITTENMARK, 2013).

Com o desenvolvimento dos Processadores Digitais de Sinais (do inglês, *Digital Signal Processor*) (DSP), o controle digital passou a ser o principal aliado na melhoria da qualidade de energia e controle de FA. As principais vantagens do uso do controle digital são: redução do número de componentes eletrônicos utilizados, flexibilidade no desenvolvimento do controlador, maior facilidade no modulador do conversor e maior facilidade de montagem (OMORI, 2007). Além disso, o cálculo dos ganhos do conversor podem ser realizado utilizando o regulador linear quadrático discreto (do inglês dLQR), o cálculo discreto dos ganhos através do LQR.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é desenvolver um controle em espaço de estados de um Filtro Ativo de Potência Shunt, FAPS. A finalidade do filtro será filtrar as componentes harmônicas das correntes geradas por um carga trifásica não-linear conectada à rede elétrica também trifásica. Os controladores ressonantes serão sintonizados utilizando o regulador linear quadrático discreto onde, a partir de pesos dados as variáveis de estados, os valores dos ganhos de realimentação de cada estado são calculados. Também será desenvolvimento o projeto do controle do barramento CC. Todo o controle será realizado em tempo discreto.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O Capítulo 1 fez uma breve introdução aos tipos de filtros, ativo e passivo, com mais destaque para o filtro ativo de potência Shunt, utilizado neste trabalho. Também será falado sobre qualidade de energia e a norma internacional IEEE-519 que indica os limites harmônicos máximos na rede elétrica a fim de se manter uma boa qualidade de energia.

No Capítulo 2, será feita uma revisão sobre filtros ativos, sua modelagem em espaço de estados, além da discretização e a inclusão do sinal de atraso do controle. A inclusão de controladores em espaços de estados também será desenvolvida, gerando a matriz aumentada do sistema. Uma revisão sobre controladores com destaque para os controladores ressonantes será abordada e, finalizando, será modelado o barramento de tensão contínua.

No capítulo 3, a partir do estudado no capítulo 2, as equações do sistema serão calculadas. Os controladores ressonantes serão projetados nas frequências as quais se deseja compensar e os ganhos calculados a partir do método do regulador linear quadrático discreto. Por fim, o controle do barramento de tensão contínua será desenvolvido.

No capítulo 4, estudos de casos com diferentes cargas serão simulados e analisados, verificando o desempenho do controle desenvolvido no trabalho.

Por fim, o capítulo 5 apresentará as conclusões do trabalho, propostas de trabalhos futuros e os trabalhos publicados.

No final estarão as referências bibliográficas e o Anexo do trabalho.

2 MODELAGEM DO SISTEMA

O objetivo deste capítulo é obter o modelo de espaço de estados do conversor conectado à rede por meio de um filtro indutivo, adequado ao projeto de um controlador por meio de realimentação de estados. Primeiramente será apresentado o modelo da planta a ser controlada e então sua modelagem em espaço de estados e também a modelagem do barramento CC. Posteriormente, será feita uma breve revisão sobre sistemas em espaços de estados e discretização desses sistemas. Por fim, serão descritos alguns controladores digitais e também sobre dLQR, além inclusão desses à matriz de estados.

2.1 MODELO DO CONVERSOR CONECTADO À REDE ELÉTRICA

O objetivo do conversor no FA é compensar correntes harmônicas oriundas de cargas não-lineares, assim como a potência reativa de modo que a carga equivalente vista do terminal da rede tenha característica resistiva.

Na Figura 3 está representado um VSC trifásico de dois níveis que será usado como FAPS. Ele é composto por seis dispositivos semicondutores do tipo IGBT com seis diodos conectados em antiparalelo. O capacitor CC, representado por C_{bar} na Figura 3, normalmente é grande o suficiente para garantir uma tensão CC sem ondulações consideráveis nos terminais CC do conversor (ALMEIDA, 2011). Outros dispositivos semicondutores também poderiam ter sido utilizados no lugar do IGBT, como GTO ou Transistor de Efeito de Campo de Óxido Metálico Semicondutor (do inglês, *Metal Oxide Semicondutor Field Effect Transistor (MOSFET)*) (MOHAN; UNDELAND & ROBBINS, 1995) (ALMEIDA, 2011).

Várias estratégias de chaveamento para o controle da amplitude, frequência e fase das correntes e tensões geradas nos terminais CA pelo VSC já foram propostas. Porém, independente de qual seja utilizada, a operação discreta dos IGBT de cada braço do conversor gera harmônicos de tensão e corrente de ordem elevada (ALMEIDA, 2011). Daí



Figura 3: Diagrama do conversor VSC.

a necessidade de se utilizar um filtro passa-baixas para se eliminar esses harmônicos (DOMINGOS, 2015). No caso em questão um filtro de primeira ordem indutivo será utilizado.

Na Figura 4 está representado um VSC conectado à rede elétrica trifásica e a uma carga trifásica não-linear. Este ponto de conexão é denominado Ponto de Acoplamento Comum, PAC, de acordo com (IEEE-STD.929-2000, 2000). No lado CC do conversor uma fonte de corrente I_p é usada para representar as perdas relacionadas aos IGBT's e às perdas CC. O lado CA do VSC está conectado ao PAC por meio do filtro passa-baixas indutivo.

2.1.1 DINÂMICA CA DO VSC CONSIDERANDO TENSÕES EQUILI-BRADAS

A modelagem do VSC será representada em *fasores espaciais* ou, como também denominado na literatura, *vetor espacial*. Desprezando-se os harmônicos de tensão e correntes gerados pelo chaveamento do conversor da Figura 4, pode-se escrever as relações mostradas na Equação 2.1 para cada uma das fases do VSC (ALMEIDA, 2011).

$$\begin{cases}
L\frac{di_a}{dt} = -Ri_a + v_{t,a} - v_{a,pac} \\
L\frac{di_b}{dt} = -Ri_b + v_{t,b} - v_{b,pac} \\
L\frac{di_c}{dt} = -Ri_c + v_{t,c} - v_{c,pac}
\end{cases}$$
(2.1)



Figura 4: Diagrama unifilar do VSC conectado à rede elétrica.

sendo i_a , i_b e i_c as correntes trifásicas instantâneas em Amperes (A) que fluem nos terminais CA do VSC; $v_{t,a}$, $v_{t,b}$ e $v_{t,c}$ as tensões instantâneas em Volts (V) sintetizadas nos terminais do VSC; $v_{a,pac}$, $v_{b,pac}$ e $v_{c,pac}$ as tensões instantâneas no PAC; L é a indutância em Henry (H) do filtro passa-baixas; R é a resistência do indutor, considerado real, em Ω do filtro passa-baixas.

Multiplicando cada uma das linhas da Equação 2.1 por $\frac{2}{3}e^{j0}$, $\frac{2}{3}e^{j\frac{2\pi}{3}}$ e $\frac{2}{3}e^{j\frac{4\pi}{3}}$ respectivamente, e depois as somando, o sistema que modela a dinâmica do lado CA pode ser reescrito em sua forma compacta fasorial de acordo com Equação 2.2. A constante $\frac{2}{3}$ foi utilizada para garantir invariância em amplitude. Sendo assim, os fasores espaciais terão a mesma amplitude das grandezas elétricas de fase (ALMEIDA, 2011).

$$L\frac{d\vec{\mathbf{i}}}{dt} = -R\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{v}}_t - \vec{\mathbf{v}}_{pac}$$
(2.2)

sendo \mathbf{i} os fasores espaciais da corrente, \mathbf{v}_t fasores espaciais da tensão nos terminais do VSC e \mathbf{v}_{pac} fasores espaciais da tensão no PAC, todos referenciados no sistema de coordenadas *abc*.

Reescrevendo os fasores espaciais representados em Equação 2.2 em função das co-

ordenadas $\alpha \in \beta$, chega-se a Equação 2.3. Essa transformação é conhecida como Transformada de Clark (CLARK, 1943) e está representada no Apêndice A. Nesta transformação, um sistema de coordenadas trifásicas *abc* de tensão e corrente são transformadas em um sistema de referência estacionário com apenas duas coordenadas (sistema $\alpha\beta$), se o sistema é a três fios, resultando em menor tempo e complexibilidade no tratamento das variáveis em questão (CUTRI, 2004).

$$L\frac{d\vec{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}}{dt} = -R\vec{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} + \vec{\mathbf{v}}_{t,\alpha\beta} - \vec{\mathbf{v}}_{\alpha\beta,pac}$$
(2.3)

sendo: $\vec{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = i_{\alpha} + ji_{\beta}$ os fasores espaciais de corrente; $\vec{\mathbf{v}}_{t,\alpha\beta} = v_{t,\alpha} + jv_{t,\beta}$ os fasores espaciais de tensão nos terminais do VSC; $\vec{\mathbf{v}}_{\alpha\beta,pac} = v_{\alpha,pac} + jv_{\beta,pac}$ a tensão no VSC, todos referenciados em coordenadas ortogonais $\alpha\beta$.

2.2 DINÂMICA DO LADO CC DO VSC PARA SISTEMAS EQUILI-BRADOS

De acordo com o princípio da conservação de energia nos terminais do capacitor do barramento CC, pode ser realizada a modelagem dinâmica do lado CC do VSC.

Considere o diagrama mostrado na Figura 4. Nela, pode ser estabelecida a relação mostrada na Equação 2.4 para as potências CC e CA nos terminais de entrada e de saída do VSC.

$$p_{bar} = p_t \tag{2.4}$$

sendo p_{bar} a potência instantânea em Watt (W) nos terminais CC e p_t a potência ativa instantânea também em W nos terminais CA do VSC.

De acordo com a Figura 4, considerando que I_p seja a corrente referente às perdas do chaveamento dos IGBT's e do capacitor do VSC, será considerado que p_p é a potência relacionada a essas perdas. A potência relacionada ao capacitor do barramento C_{bar} será denominada p_{Cap} . O sentido dessas duas últimas potências foram assumidos como indo do nó superior (positivo) para o nó inferior (negativo). Assim, pode-se relacionar p_{bar} , $p_p \in p_{Cap}$ conforme a Equação 2.5.

$$p_{Cap} = -p_p - p_{bar} \tag{2.5}$$

Ainda analisando a Figura 4, pode-se concluir que a potência do lado CA, p_t , é

igual a soma das potências no resistor, p_R e no indutor, p_L que ligam o conversor ao PAC, mais a potência do próprio PAC, p_{PAC} . Essa relação está demonstrada na Equação 2.6. Desconsiderando as p_R e p_L , para simplificar a modelagem, a Equação 2.6 pode se resumir à Equação 2.7.

$$p_t = p_R + p_L + p_{PAC} \tag{2.6}$$

$$p_t = p_{PAC} \tag{2.7}$$

Utilizando a relação da Equação 2.4 e Equação 2.7 e as substituindo na Equação 2.5, chega-se à Equação 2.8.

$$p_{Cap} = -p_p - p_{PAC} \tag{2.8}$$

Que resulta em:

$$\frac{1}{2}C_{bar}\frac{d}{dt}(V_{CC}^2) = -p_p - p_{PAC}$$
(2.9)

Aplicando a transformada de Laplace (OGATA & SEVERO, 1998) nesta última equação, chega-se a:

$$\frac{Cs}{2}V_{CC}^2(s) = -p_p(s) - p_{PAC}(s)$$
(2.10)

Utilizando o Teorema da Superposição (SVOBODA & DORF, 2008) (CLOSE, 1975) na Equação 2.10 considerando a entrada como sendo as potências e saída o V_{CC}^2 , pode-se representar dinâmica do lado CC do conversor utilizando diagrama de blocos, como ilustrado na Figura 5.

2.3 POTÊNCIAS INSTANTÂNEAS PARA SISTEMAS TRIFÁSICOS BA-LANCEADOS

A Teoria de potência ativa e reativa convencional vem sendo aplicada na análise, estudo e projeto em sistemas de potência há praticamente um século. Porém ela tem sua validade fisicamente comprovada para sistemas operando em regime permanente, e sem distorção no caso monofásico, e ainda deve ser um sistema balanceado no caso



Figura 5: Dinâmica do lado CC do VSC.

trifásico (WATANABE & AREDES, 1998). Para se desenvover uma teoria básica a cerca do controle de FA, Akagi, Watanabe e Aredes (1983) propuseram a Teoria da Potência Instantânea, ou Teoria p - q. Esta teoria mostrou-se mais geral que a convencional e além de permitir o controle dos FA's, também permite o correto entendimento físico dos problemas encontrados em sistemas desbalanceados ou não, com ou sem distorção, e das potências ativa, reativa e de sequência zero do sistema (WATANABE & AREDES, 1998).

2.3.1 DEFINIÇÕES PARA AS POTÊNCIAS INSTANTÂNEAS NA REFERÊNCIAABC

Considerando que as tensões instantâneas no PAC são simétricas, elas estão representadas na Equação 2.11.

$$\begin{cases} v_{a,PAC} = \hat{V}_{PAC} \cos(\omega_1 t + \phi_{V_1}) \\ v_{b,PAC} = \hat{V}_{PAC} \cos(\omega_1 t + \phi_{V_1} - \frac{2\pi}{3}) \\ v_{c,PAC} = \hat{V}_{PAC} \cos(\omega_1 t + \phi_{V_1} - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$
(2.11)

Essas tensões podem ser representadas na forma compacta fasorial conforme Equação 2.12. Assumindo que as correntes instantâneas no PAC também são equilibradas e simétricas, chega-se a Equação 2.13 para sua representação fasorial Página 115.

$$\vec{\mathbf{v}}_{PAC} = \hat{V}_{PAC} e^{j(\omega_1 t + \phi_{V_1})} \tag{2.12}$$

$$\vec{\mathbf{i}} = \hat{I}e^{j(\omega_1 t + \phi_{I_1})} \tag{2.13}$$

sendo \hat{V}_{PAC} e \hat{I} os valor de pico da tensão e corrente, ω_1 a frequência fundamental em (rad/s), ϕ_{V_1} e ϕ_{I_1} os ângulos de fase genéricos em (rad) da tensão e corrente injetadas

na rede no PAC, respectivamente.

Assim, a potência complexa instantânea no PAC pode ser calculada através da Equação 2.14 (ALMEIDA, 2011).

$$\mathbf{s}_{PAC} = \left(\frac{3}{2}\right) \vec{\mathbf{v}}_{PAC} \mathbf{i}^{\mathbf{*}} = \hat{V}_{PAC} e^{j(\omega_1 t + \phi_{V_1})} \hat{I} e^{-j(\omega_1 t + \phi_{I_1})}$$
(2.14)

sendo $\mathbf{i}^{\vec{*}}$ o conjugado do fasor espacial da corrente do sistema no PAC.

Da Equação 2.14 as potências complexas ativa e reativa podem ser definidas conformes a Equação 2.15 e a Equação 2.16, respectivamente

$$p_{PAC} = \left(\frac{3}{2}\right) \hat{V}_{PAC} \hat{I} \cos(\phi_{V_1} - \phi_{I_1})$$
(2.15)

$$q_{PAC} = \left(\frac{3}{2}\right) \hat{V}_{PAC} \hat{I} \operatorname{sen}(\phi_{V_1} - \phi_{I_1})$$
(2.16)

Escrevendo essas tensões e correntes em fasores espaciais referenciados nas coordenadas *abc* (Apêndice A) chega-se à Equação 2.17 e à Equação 2.18.

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{2}{3} \left(e^{j0} v_a + e^{j\frac{2\pi}{3}} v_b + e^{j\frac{4\pi}{3}} v_c \right)$$
(2.17)

$$\vec{\mathbf{i}} = \frac{2}{3} \left(e^{j0} i_a + e^{j\frac{2\pi}{3}} i_b + e^{j\frac{4\pi}{3}} i_c \right)$$
(2.18)

Substituindo a Equação 2.17 e a Equação 2.18 na Equação 2.14 chega-se à Equação 2.19, que é a potência complexa que flui pelo sistema em coordenadas *abc*.

$$s_{PAC} = v_{a,PAC}i_a + v_{b,PAC}i_a + v_{c,PAC}i_a + j\frac{1}{\sqrt{3}}[(v_{b,PAC} - v_{c,PAC})i_a + (v_{b,PAC} - v_{c,PAC})i_b + (v_{b,PAC} - v_{c,PAC})i_c]$$
(2.19)

A Equação 2.14 fornece o mesmo resultado que o obtido na Equação 2.19, porém esta última é dependente dos valores instantâneos das tensões e correntes trifásicas do circuito (ALMEIDA, 2011).

A partir de Equação 2.19, considera-se a parte real como a potência ativa (p_{PAC}) e que será responsável pela parcela constante da corrente da carga, e a parte imaginária como a potência reativa (q_{PAC}) e que será responsável pela parcela harmônica da corrente da carga. Assim, pode-se representar as potências ativa e reativa instantâneas que fluem pelo sistema nas coordenadas *abc* pela Equação 2.20 e pela Equação 2.21, respectivamente.

$$p_{PAC} = \Re \{s_{PAC}\} = v_{a,PAC}i_a + v_{b,PAC}i_a + v_{c,PAC}i_a$$
(2.20)

$$q_{PAC} = \Im \{s_{PAC}\} = \frac{1}{\sqrt{3}} [(v_{b,PAC} - v_{c,PAC}) i_a (v_{b,PAC} - v_{c,PAC}) i_b + (v_{b,PAC} - v_{c,PAC}) i_c]$$
(2.21)

2.3.2 DEFINIÇÕES PARA AS POTÊNCIAS INSTANTÂNEAS NA REFERÊNCIA $\alpha\beta$

A Teoria p - q proposta por (AKAGI; WATANABE & AREDES, 1983) propôs novos conceitos para o cálculo das potências real e imaginária, válidas tanto para regime permanente quanto durante os transitórios para tensões e correntes com harmônicos e desequilibradas.

Através da Transformada de Clark (CLARK, 1943) representada no Apêndice A, as tensões e correntes nas coordenadas *abc* são transformadas para as coordenadas $\alpha\beta$. Uma das vantagens dessa transformação é a de poder separar as componentes de sequência zero presentes nas tensões e correntes trifásicas (MONTEIRO, 2003). Neste trabalho, como o sistema estudado é a três fios, não há caminho para circulação de correntes de sequência zero.

Substituindo as componentes de tensão e corrente nas coordenadas $\alpha\beta$ na Equação 2.20 e na Equação 2.21, pode-se calcular diretamente as potências ativa e reativa instantâneas que fluem pelo circuito conforme Equação 2.22 e Equação 2.23, respectivamente (AKAGI; WATANABE & AREDES, 2007).

$$p_{PAC} = \frac{3}{2} (v_{\alpha, PAC} i_{\alpha} + v_{\beta, PAC} i_{\beta})$$
(2.22)

$$q_{PAC} = \frac{3}{2} (v_{\beta, PAC} i_{\alpha} - v_{\alpha, PAC} i_{\beta})$$
(2.23)

Essas duas últimas equações diferem das presentas em (AKAGI; WATANABE & ARE-

DES, 2007) pelo fator multiplicativo 3/2. Esse fator é incluído para que as potências ativa e reativa nas coordenadas *abc* tenham o mesmo valor que nas coordenadas $\alpha\beta$ (ALMEIDA, 2011).

Na forma matricial, a Equação 2.22 e Equação 2.23 podem ser representadas conforme a Equação 2.24.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} \\ v_{\beta} & -v_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix}$$
(2.24)

2.4 ANÁLISE EM ESPAÇO DE ESTADOS

Com o desenvolvimento dos sistemas, em especial os elétricos, eles se tornaram mais complexos, logo, aumentando suas entradas e saídas. Para se analisar esses sistemas, é essencial que se reduza a complexidade das expressões matemáticas. Assim, a abordagem no espaço de estados é a mais apropriada para analisar sistemas sob esse ponto de vista (muitas variáveis). Enquanto a teoria de controle convencional leva em consideração a relação entrada-saída, ou função de transferência, a teoria de controle moderno baseia-se na modelagem de um sistema de equação em termo de n equações diferenciais de primeira ordem as quais, se combinadas em uma equação vetorial-matricial de primeira ordem, resultam na equação em espaço de estados (KAT-SUHIKO, 2011). Essa formulação em espaço de estados permite tratar sistemas com grande número de variáveis de uma forma muito mais simples e confiável em relação ao controle convencional.

2.4.1 MODELAGEM EM ESPAÇO DE ESTADOS

Considere o sistema linear de equações diferenciais de primeira ordem tempo contínuo definido pela Equação 2.25.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{nm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{nm} \end{bmatrix}$$
(2.25)

Ela é definida genericamente no seguinte sistema em espaço de estados, represen-

tado pela Equação 2.26.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{cases}$$
(2.26)

onde:

- $\mathbf{x}(t) = \text{vetor de estados};$
- $\mathbf{y} = \text{vetor de saída};$
- $\mathbf{u}(t) = \text{vetor de entrada};$
- $\mathbf{A} = \text{matriz de estados};$
- $\mathbf{B} = \text{matriz de entrada};$
- $\mathbf{C} = \text{matriz de saída;}$
- **D** = matriz de transmição direta;

Se o sistema for controlável, é possível encontrar uma matriz de ganhos de realimentação que aloque os polos de malha fechada arbitrariamente. Existem três técnicas básicas de controle por realimentação:

- 1. Lugar das Raízes;
- 2. Resposta em Frequência;
- 3. Realimentação de Estados.

Adota-se a lei de controle por realimentação de estados da forma da Equação 2.27, onde a determinação dos n elementos, ou ganhos, pode ser feita por vários modos, como alocação de polos ou através do LQR. O cálculo dos ganhos por esses métodos podem ser realizados através dos comandos **place** e **lqr**, respectivamente, no Matlab.

$$u = -\mathbf{L}\mathbf{x} = -\begin{bmatrix} L_1 & L_2 & \cdots & L_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$
(2.27)

Na Figura 6 está representado o diagrama de blocos associado ao controle por realimentação de estados.


Figura 6: Diagrama de blocos associado ao controle por realimentação de estados.

2.4.2 CONTROLABILIDADE

Dados um estado inicial $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ e um estado final $\mathbf{x}_{\mathbf{f}}$ arbitrários, o sistema (2.26) ou o par (\mathbf{A} , \mathbf{B}) é dito controlável, se existe uma entrada limitada $\mathbf{u}(t)$ de forma que a solução de (2.26) satisfaça $\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_{\mathbf{f}}$ para um instante de tempo finito $t_f > 0$. Caso contrário, é dito não controlável.

A controlabilidade de um sistema pode ser encontrada utilizando uma das condições equivalentes do Teorema 1.

Teorema 1 (Controlabilidade)

i) A matriz de controlabilidade dada por

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$
(2.28)

possui posto completo, ou seja, o posto é igual à ordem da matriz C. Em que n representa a ordem do sistema.

ii) Escolhendo uma matriz L adequada, os autovalores de $\mathbf{A} - \mathbf{BL}$ podem ser alocados arbitrariamente.

2.5 REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS NO TEMPO DISCRETO

Com o desenvolvimento de DSP's, o uso de técnicas de discretização tiveram uma importância ainda maior no controle de sistemas. A ideia chave é mostrar como um sistema em tempo contínuo pode ser transformado em um sistema de tempo discreto, considerando o comportamento dos sinais nos instantes de amostragem. O DSP recebe medições dos sinais em tempo discreto e envia os novos sinais de controle também em períodos discretos. O objetivo então é descrever a mudança dos sinais da amostra e desconsiderar o comportamento entre as amostras. O uso de equações diferenciais torna-se uma ferramenta natural nesse estudo. Vale lembrar que o processo físico ainda é um sistema de tempo contínuo (ÅSTRÖM & WITTENMARK, 2013).

2.5.1 AMOSTRAGEM DE SINAIS EM TEMPO CONTÍNUO

No contexto de controle, a amostragem significa que um sinal de tempo contínuo é substituído por uma sequência de números que representa os valores do sinal em tempos exatos pré-definidos.

Observe a Figura 7. As variáveis do processo são amostradas de acordo com a conversão no bloco Analógica-Digital (A-D) e, em seguida, convertido para representação digital para o processamento do algoritmo de controle. O processamento gera uma nova sequência de números que é convertida a um sinal de tempo contínuio e aplicado ao processo. Esse passo é representado pelo bloco Digital-Analógico (D-A). Esse processo de converter uma sequência de números em um sinal de tempo contínuo é conhecido por Reconstrução do Sinal (ÅSTRÖM & WITTENMARK, 2013).



Figura 7: Diagrama esquemático do processo de controle digital.

A amostragem de um sinal é sempre uma operação linear. Os instantes de amostragem são sempre igualmente espaçados no tempo, isto é, $t_k = kT$, onde T é chamado de período de amostragem. A frequência correspondente $f_s = 1/T(Hz)$ ou $\omega_s = 2\pi/T \ (rad/s)$, é chamada de frequência de amostragem.

2.5.2 DISCRETIZAÇÃO DE EQUAÇÕES EM ESPAÇO DE ESTADOS

Uma situação comum no controle digital é que o conversor D-A é construído de tal forma que mantém constante o sinal analógico até que uma nova conversão seja realizada. Este processo de discretização é chamado de Retenção de Ordem Zero (do inglês, Zero-Order-Hold, ZOH) e está representado na Figura 8 (ÅSTRÖM & WITTEN-MARK, 2013). O período de amostragem escolhido deve ser o menor possível para que se minimize o erro decorrente do processo de amostragem sobre o sinal (OGATA, 1995).



Figura 8: Amostragem utilizando ZOH: Efeito sobre o sinal f(t).

A discretização da equação em espaço de estados em tempo contínuo será realizada como mostrado em (OGATA, 1995). A seguir será descrita um resumo desse procedimento. Considere a Equação 2.26, que está representada novamente na Equação 2.29 e na Equação 2.30. Nela, será considerado que o vetor de estados $\mathbf{u}(t)$ muda somente em tempos igualmente espaçados de período T. Será considerado que a equação de estados e a equação de saídas de (2.29) e (2.30) geram valores exatamente em t = kT, onde k = 0, 1, 2,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \tag{2.29}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \tag{2.30}$$

A representação em tempo discreto da Equação 2.29 terá a forma mostrada pela Equação 2.31.

$$\mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{\Phi}(T)\mathbf{x}(kT) + \mathbf{\Gamma}(T)\mathbf{u}(kT)$$
(2.31)

Como as matrizes $\Phi(T) \in \Gamma(T)$ dependem somente do período T, e sendo este fixo, pode-se concluir que $\Phi \in \Gamma$ são matrizes constantes.

Para se determinar $\Phi(T)$ e $\Gamma(T)$, será utilizada a Equação 2.32, que é solução para a Equação 2.29.

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau$$
(2.32)

Assume-se que a entrada $\mathbf{u}(t)$ é amostrada utilizando-se o ZOH, de modo que todos os valores de $\mathbf{u}(t)$ são constantes sobre o intervalo entre dois instantes amostrados consecutivos, conforme mostra a Equação 2.33

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(kT), \quad \text{para:} kT \le t \le kT + T$$
 (2.33)

Considera-se agora a Equação 2.34 e Equação 2.35.

$$\mathbf{x}((k+1)T) = e^{\mathbf{A}(k+1)T}\mathbf{x}(0) + e^{\mathbf{A}(k+1)T}\int_{0}^{(k+1)T} e^{-\mathbf{A}\tau}\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau$$
(2.34)

$$\mathbf{x}(kT) = e^{\mathbf{A}kT}\mathbf{x}(\mathbf{0}) + e^{\mathbf{A}kT}\int_{0}^{kT} e^{-\mathbf{A}\tau}\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau \qquad (2.35)$$

Multiplicando (2.35) por $e^{{\bf A}T}$ e subtraindo o resultado de (2.34), chega-se a Equação 2.36

$$\mathbf{x}((k+1)T) = e^{\mathbf{A}T}\mathbf{x}(kT) + e^{\mathbf{A}(k+1)T} \int_{kT}^{(k+1)T} e^{-\mathbf{A}\tau} \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) d\tau$$
(2.36)

A partir da igualdade na Equação 2.33, considera-se que $\mathbf{u}(\tau) = \mathbf{u}(kT) = constante$ na Equação 2.36. Portanto, chega-se à Equação 2.37.

$$\mathbf{x}((k+1)T) = e^{\mathbf{A}T}\mathbf{x}(kT) + e^{\mathbf{A}T}\int_{0}^{T} e^{-\mathbf{A}t}\mathbf{B}\mathbf{u}(kT)dt =$$
$$= e^{\mathbf{A}T}\mathbf{x}(kT) + \int_{0}^{T} e^{\mathbf{A}\lambda}\mathbf{B}\mathbf{u}(kT)d\lambda$$
(2.37)

Define-se as equações (2.38) e (2.39).

$$\mathbf{\Phi}(T) = e^{\mathbf{A}T} \tag{2.38}$$

$$\Gamma(T) = \left(\int_0^T e^{\mathbf{A}\lambda} d\lambda\right) \mathbf{B}$$
(2.39)

sendo $\lambda = T - t$

Substituindo-se (2.38) e (2.39) na Equação 2.37, chega-se à Equação 2.40, que nada mais é do que a própria Equação 2.31.

$$\mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{\Phi}(T)\mathbf{x}(kT) + \mathbf{\Gamma}(T)\mathbf{u}(kT)$$
(2.40)

Logo, conclui-se que as equações (2.38) e (2.39) são as matrizes desejadas $\Phi(T)$ e $\Gamma(T)$ da Equação 2.31. Note que $\Phi(T)$ e $\Gamma(T)$ dependem do período de amostragem T.

Em relação à equação de saída da Equação 2.30, as matrizes $\mathbf{C} \in \mathbf{D}$ são constantes e não dependem do período de amostragem, logo, ela pode ser escrita na forma discretizada conforme Equação 2.41.

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}(kT) + \mathbf{D}\mathbf{u}(kT) \tag{2.41}$$

2.5.3 DISCRETIZANDO SISTEMAS COM ATRASO NO TEMPO

Atraso no tempo discreto são comuns em modelos matemáticos de processos industriais. A teoria de atraso no tempo em tempo-contínuo é complicado devido aos sistemas serem dimensionalmente infinitos. Entretanto, é fácil discretizar sistemas com atraso no tempo porque o sinal é constante entre duas amostras, o que torna os dados dimensionalmente finitos (ÅSTRÖM & WITTENMARK, 2013).

Considere o sistema descrito pela Equação 2.42.

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t-\Delta)$$
(2.42)

Inicialmente, será assumido que o atraso é Δ e que este é menor ou igual ao período de amostragem. A discretização pelo método ZOH de (2.42) resulta na Equação 2.43.

$$\mathbf{x}((k+1)T) = e^{\mathbf{A}T}\mathbf{x}(kT) + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{\mathbf{A}(k+1)T - \lambda'} \mathbf{B}\mathbf{u}(\lambda' - \Delta)d\lambda'$$
(2.43)

Como o sinal $\mathbf{u}(t)$ é constante durante os intervalos de amostragem, o sinal atrasado $\mathbf{u}(t-\Delta)$ também é constante entre os intervalos de amostragem. Porém, o sinal atrasado muda durante os intervalos de amostragem, como pode ser visto na Figura 9.



Figura 9: Relação entre o sinal discreto $\mathbf{u}(kT)$ e o sinal discreto com atraso $\mathbf{u}(kT - \Delta)$.

Para calcular a integral em Equação 2.43, divide-se o intervalo de integração em duas partes em que $\mathbf{u}(t - \Delta)$ seja constante em cada parte, conforme mostrado na Equação 2.44.

$$\int_{kT}^{(k+1)T} e^{\mathbf{A}(k+1)T-\lambda'} \mathbf{B} \mathbf{u}(\lambda'-\Delta) d\lambda'$$
$$= \int_{kT}^{kT+\Delta} e^{\mathbf{A}(k+1)T-\lambda'} \mathbf{B} d\lambda' \mathbf{u}(kT-T) + \int_{kT+\Delta}^{(k+1)T} e^{\mathbf{A}(k+1)T-\lambda'} \mathbf{B} d\lambda' \mathbf{u}(kT) \qquad (2.44)$$
$$= \Gamma_1 \mathbf{u}((k-1)T) + \Gamma_0 \mathbf{u}(kT)$$

Discretizando o sistema em tempo contínuo de Equação 2.44, chega-se à Equação 2.45.

$$\mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{\Phi}\mathbf{x}(kT) + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{0}}\mathbf{u}(kT) + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{1}}\mathbf{u}((k-1)T)$$
(2.45)

43

Logo, comparando (2.44) com (2.45), chega-se às relações das equações (2.46), (2.47) e (2.48).

$$\mathbf{\Phi} = e^{\mathbf{A}T} \tag{2.46}$$

$$\Gamma_{0} = \int_{0}^{T-\Delta} e^{\mathbf{A}\lambda} d\lambda \cdot \mathbf{B}$$
(2.47)

$$\Gamma_{1} = e^{\mathbf{A}(T-\Delta)} \int_{0}^{\Delta} e^{\mathbf{A}\lambda} d\lambda \cdot \mathbf{B}$$
(2.48)

Por fim, a representação em espaço de estados da Equação 2.45 é dada pela Equação 2.49

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}((k+1)T) \\ \mathbf{u}(kT) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi} & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{1}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(kT) \\ \mathbf{u}((k-1)T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{0}} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \mathbf{u}(kT)$$

$$\Rightarrow \mathbf{x}_{\mathbf{A}}(k+1) = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{A}}\mathbf{x}_{\mathbf{A}}(\mathbf{k}) + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}}\mathbf{u}(\mathbf{k})$$
(2.49)

Note que foi adicionando um estado devido ao sinal $\mathbf{u}((k-1)T)$, que representa o estado do atraso. Sistemas discretos são facilmente manipulados, uma vez que a entrada ao longo de um intervalo de atraso de tempo pode ser armazenada e então ser utilizada nos cálculos, o que se tornaria impossível no tempo contínuo (ÅSTRÖM & WITTENMARK, 2013).

2.6 CONTROLE DIGITAL

O controle digital é realizado por computador digital ou DSP, os quais podem ser utilizados como controladores em um processo. Como estes computadores recebem dados somente em períodos específicos de tempo, deve-se desenvolver um controle discreto para que ele atue corretamente (DORF et al., 2001).

Soares (1996) enumerou algumas das vantagens do uso do controle digital, listadas a seguir:

• Capacidade de processar algoritmos de grande complexidade com equipamento de baixo custo e consumo, quase impossíveis de desenvolver em controladores analógicos, como:

- Processos estocásticos;
- Espaço de Estados de ordem elevada;
- Controle adaptativo;
- Controle preditivo;
- Fácil armazenamento de informações para análises posterior;
- Alterar o algoritmo utilizado com facilidade;

Também foram enumeradas algumas desvantagens:

- Projeto e análise dos sistemas podem ser mais complicados do que projetos analógicos;
- Perda total ou parcial da estabilidade do sistema quando for discretizado;
- Atraso em relação ao processamento do algoritmo e atualização dos sinais enviados à planta.

Apesar das desvantagens, o controle digital se mostra superior ao controle analógico, principalmente com o desenvolvimento de novas tecnologias nessas áreas.

Para projetar o controle digital, deve-se primeiramente discretizar a planta. Como a amostragem dos sinais é feita por um conversor A-D com um retentor de ordem zero, o método utilizado na discretização deve ser o ZOH.

2.6.1 RASTREAMENTO DE REFERÊNCIAS

Como visto na Seção 2.4, a realimentação de estados é uma técnica simples, mas ao mesmo tempo poderosa para resolver problemas de regulação. Porém, um uma outra questão deve ser levada em consideração no controle em espaço de estados: o rastreamento (ALMEIDA et al., 2013).

2.6.1.1 PROJETO DO SISTEMA DE RASTREAMENTO COM A MA-TRIZ DO SISTEMA AUMENTADO

Caso a planta não possua cópia do sinal a ser seguido, deve-se adicioná-la utilizando controladores que adicionam a(s) dinâmica(s) de referência à planta, conforme mostrada na Figura 10, representado por r(k). Nesta figura, $\Phi_{\mathbf{A}} \in \Gamma_{\mathbf{A}}$ se referem à planta com atraso adicionado e Φ_d e Γ_d se referem às dinâmica(s) adicional(ais). A representação do sistema aumentado na forma de equações de espaço de estados está mostrada na Equação 2.52 (VACCARO, 1995).



Figura 10: Diagrama de blocos do sistema aumentado.

As dinâmicas adicionais podem ser representadas na seguinte forma

$$\mathbf{x}_{\mathbf{d}} = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{d}} \mathbf{x}_{\mathbf{d}}(k) + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{d}} u_d(k) \tag{2.50}$$

Considerando $e(k) = u(k) = r(k) - \mathbf{Cx}(k)$ como a entrada da dinâmica adicional, resulta-se na Equação 2.51.

$$\mathbf{x}_{\mathbf{d}} = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{d}} \mathbf{x}_{\mathbf{d}}(k) - \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{d}} \mathbf{C} \mathbf{x}_{\mathbf{d}}(k) + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{d}} r(k)$$
(2.51)

Substituindo (2.51) em (2.49), resulta na matriz aumentada com o as dinâmicas adicionais referentes ao rastreamento representada na Equação 2.52.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathbf{A}}(k+1) \\ \mathbf{x}_{\mathbf{d}}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_{\mathbf{A}} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{d}}\mathbf{C} & \mathbf{\Phi}_{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathbf{A}}(k) \\ \mathbf{x}_{\mathbf{d}}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \mathbf{r}(k)$$

$$\Rightarrow \mathbf{x}_{\mathbf{aum}}(k+1) = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{aum}}\mathbf{x}_{\mathbf{aum}}(\mathbf{k}) + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{aum}}u(k) + \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{aum}}r(k)$$
(2.52)

Depois de se adicionar as dinâmicas adicionais para o rastreamento, pode-se calcular os ganhos para a realimentação do sistema aumentado. A partir da Figura 10 e a equação anterior, chega-se à Figura 11 incluindo os ganhos de realimentação da planta, L_1 e das dinâmicas adicionais, L_2 . Estes ganhos são modelados matematicamente conforme a Equação 2.53.



Figura 11: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com realimentação de estados.

$$u(k) = \begin{bmatrix} -\mathbf{L_1} & -\mathbf{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x_A}(k) \\ \mathbf{x_d}(k) \end{bmatrix}$$
(2.53)

2.6.1.2 ALGORITMO PARA O PROJETO DO SISTEMA DE RASTRE-AMENTO

As dinâmicas adicionais devem conter os polos tanto da entrada de referência quanto do distúrbio. Considere os conjuntos descrito pela Equação 2.54 que descreve os autovalores com multiplicidade m do distúrbio e da referência, respectivamente.

$$\Lambda_d = (\lambda_{d1}, m_{d1}), (\lambda_{d2}, m_{d2}), \cdots$$

$$(2.54)$$

$$\Lambda_r = (\lambda_{r1}, m_{r1}), (\lambda_{r2}, m_{r2}), \cdots$$

Considerando Λ a união dos conjuntos descrito em (2.54), se o autovalor aparecer tanto em Λ_d quanto Λ_r , inclui-se apenas o autovalor de maior multiplicidade. Pode-se perceber que, quando se projeta um controle para seguir uma entrada de um certo tipo, automaticamente distúrbios do mesmo tipo serão rejeitados (VACCARO, 1995).

Mapeando os autovalores de Λ usando a relação $z = e^{sT}$ e multiplicando-os, formase o polinômio para as dinâmicas adicionais, conforme representado na Equação 2.55

$$\delta(z) = \prod_{i} (z - e^{\lambda_i T})^{m_i} = z^n + z^{n-1} \lambda_1^{n-1} + z^{n-2} \lambda_2^{n-2} + \dots + \lambda_n$$
(2.55)

sendo m_i o número de multiplicidade do autovalor $\lambda_i \in n$ o número total de autovalores.

Utilizando o polinômio característico de $\delta(z)$, define-se as matrizes em espaço de estados para as dinâmicas adicionais, sendo ela representada pelas equações (2.56) e (2.58).

$$\mathbf{\Phi}_{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \Phi_{1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Phi_{2} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Phi_{n} \end{bmatrix}$$
(2.56)

sendo:

$$\mathbf{\Phi}_{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} -\lambda_{n-1} & 1\\ -\lambda_n & 0 \end{bmatrix}$$
(2.57)

$$\Gamma_{d} = \begin{bmatrix} -\lambda_{1} \\ -1 \\ -\lambda_{2} \\ -1 \\ \vdots \\ -\lambda_{n} \\ -1 \end{bmatrix}$$
(2.58)

O modelo aumentando completo representado pela Equação 2.52 é da ordem de $n_p + n$, onde n_p é a ordem da planta mais o atraso e n a ordem das dinâmicas adicionais. O vetor de realimentação da Equação 2.53 para esse modelo terá $n_p + n$ elementos.

A análise de estabilidade do sistema aumentado pode ser realizado a partir da Figura 10, considerando o sistema em malha aberta. Este sistema resulta no sistema em espaço de estados representado na Equação 2.59 e a partir dela, as margens de estabilidade do sistema podem ser calculadas.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{x}_{\mathbf{d}}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{d}}\mathbf{C} & \mathbf{\Phi}_{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}_{\mathbf{d}}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u(k)$$
$$u(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\mathbf{1}} & \mathbf{L}_{\mathbf{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}_{\mathbf{d}}(k) \end{bmatrix}$$
(2.59)

2.6.2 CONTROLADORES DIGITAIS

Ao longo das três últimas décadas, diferentes controles de correntes para FAPS tem sido desenvolvidos. Considerando que a performance dos controladores de correntes são bem parecidos, a opção com maior facilidade de implementação e menor tempo de execução deve ser a escolhida (LIMONGI et al., 2009). O uso de controladores proporcional-integral (PI) é uma solução simples e bem conhecida para se controlar correntes, porém ele tem um bom funcionamento somente se o sinal de referência for constante. Quando as referências são harmônicas e variantes no tempo e o sistema desequilibrado ou não, o PI não as segue adequadamente, resultando em erros de estado estacionário devido ao ganho finito do controlador na frequência do sinal de referência (BHATTACHARYA et al., 1996) (LIMONGI et al., 2009). Por outro lado, controle de corrente baseado em esquema de compensação harmônica seletiva têm-se provado muito interessante em termos de performance, com aceitáveis requisitos para aplicações industrial utilizando DSP's (BOJOI et al., 2005).

2.6.2.1 CONTROLADOR PI

O controlador proporcional-integral, PI geralmente é utilizado para rastrear sinais estacionários ou que apresentem lentas variações no tempo (OGATA, 1995). Assim, se o controlador PI for utilizado para rastrear sinais senoidais, resultará em erros de fase e amplitude (ALMEIDA et al., 2013) que podem ser explicados a partir do princípio do modelo interno (MOUDGALYA, 2007).

A ação integral relaciona uma variação do sinal de saída com o sinal de entrada, conforme Equação 2.60, o que leva a atuar beneficamente no regime permanente, tendendo a eliminá-lo. Porém, essa ação prejudica o regime transitório, já que acrescenta um polo no sistema, tendendo a desestabilizá-lo.

A atuação do PI corresponde à soma das ações dos controladores proporcional e integral, melhorando a resposta transitória com a ação proporcional e eliminando o erro em regime permanente com a ação integral. A Equação 2.61 representa a equação do controlador PI, tanto no domínio do tempo quanto em Laplace.

$$\dot{u} = k_i \int_0^t e(t)dt \tag{2.60}$$

$$u(t) = K_p\left(e(t) + \frac{1}{\tau_i}\int_0^t e(\tau)d\tau\right) \Rightarrow U(s) = \frac{(K_p s + K_i)}{s}E(s)$$
(2.61)

sendo $K_i = \frac{K_p}{\tau_i}$ e τ_i constante de tempo do integrador.

2.6.2.2 IMPLEMENTAÇÃO DIGITAL DO CONTROLADOR PI

Diferentes métodos para se discretizar o controlador PI podem ser utilizado para sua implementação digital (KOWALCZUK, 1993). Os mais utilizados estão representados na Tabela 2. Nela, estão representadas as relações entre as frequências complexas no tempo contínuo e tempo discreto (KHALIGH et al., 2009) (ALMEIDA et al., 2013). No caso do controlador PI os métodos de discretização não apresentam uma grande diferença na resposta dinâmica e estabilidade se a frequência de amostragem for grande o suficiente (ALMEIDA et al., 2013).

Método	Equivalente Transformada Z
Zero-pole matching	$z = e^{sT}$
Euler Progressivo	$s = \frac{1}{T} \frac{1 - z^{-1}}{z^{-1}}$
Euler Regressivo	$s = \frac{1 - z^{-1}}{T}$
Bilinear ou Tustin	$s = \left(\frac{2}{T}\right)\frac{\overline{1} - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$
Prewarping Bilinear	$s = \left\lfloor \frac{h\omega}{\tan\left(\frac{h\omega}{\tan\frac{h\omega T}{2}}\right)} \right\rfloor \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$
Zero-Order Hold (ZOH)	$X(z) = (1 - z^{-1}) \mathscr{Z} \left\{ \mathscr{L}^{-1} \left[\frac{X(s)}{s} \right] _{t=kT} \right\}$
First-Order Hold	$X(z) = \frac{(1-z^{-1})^2}{z^{-1}T} \mathscr{Z} \left\{ \mathscr{L}^{-1} \left[\frac{X(s)}{s} \right] _{t=kT} \right\}$
Invariância ao Impulso	$X(s) = T \mathscr{Z} \left\{ \mathscr{L}^{-1} \left[X(s) \right] _{t=kT} \right\}$

Tabela 2: Controladores

2.6.2.3 CONTROLADOR PI-SRF

O controlador Proporcional-Integral em Sistema de Coordenadas Síncronas (PI-SRF) é implementado no sistema de coordenadas dq alinhado com a tensão no PAC. A compensação da tensão no PAC utilizando a técnica *feedforward* melhora o desempenho do controlador (BUSO; MALESANI & MATTAVELLI, 1998). O erro zero em estado estacionário só será alcançado se a frequência de chaveamento do FAPS for alta o suficiente para produzir uma largura de banda satisfatória (BHATTACHARYA et al., 1996) (LIMONGI et al., 2009).

2.6.2.4 CONTROLADOR DB

O controlador *dead-beat Control* DB calcula a tensão de fase para cancelar o erro da corrente no fim de cada período de amostragem (HOLMES & MARTIN, 1996).

Uma das desvantagens desse controle é devido à imprecisão dos parâmetros do sistema. Além disso, a operação não linear do conversor devido ao tempo morto também deve ser levada em consideração (LIMONGI et al., 2009).

2.6.2.5 CONTROLADOR PI-MRI

Se as correntes de referência são implementas nas coordenadas dq, uma solução para compensação seletiva de harmônicos pode ser utilizar controladores PI junto a integradores ressonantes puros na frequência de rotação $6k \pm 1 \text{ com } k = 1, 2, 3, ...,$ com a sequência adequada, isto é, $-5\omega_1$, $+7\omega_1$, $-11\omega_1$, $+13\omega_1$, etc. Estes controladores são conhecidos por *Proporcional-Integral Multi-Ressonante Integrator*, ou simplesmente PI-MRI (SONNENSCHEIN & WEINHOLD, 1999). Se o sistema for implementado em referências síncronas, é mais adequado utilizar os integradores múltiplos na rotação da frequência síncrona, $\pm h\omega_1$ onde $h = 6k \ e \ k = 1, 2, 3, ...$ A matriz dos integradores tem como entrada o erro das referências de corrente em cada frequência. Um controlador PI é utilizado para o controle da corrente fundamental para manter o capacitor CC carregado e compensação de potência reativa. Se a carga for desbalanceada, deve-se ainda acrescentar a sequência zero (LIMONGI et al., 2009).

Devido ao atraso introduzido pela amostragem, o PI-MRI pode se tornar instável para harmônicos de alta frequência. Por isso, um ângulo de atraso deve ser incluído para a transformação inversa da referência estacionária para referência síncrona, quando se utilizado as referências síncronas (LIMONGI et al., 2009).

2.6.2.6 CONTROLADOR P-SSI-SRF

Utilizando a propriedade do Sinusoidal Signal Integrator (SSI) para operar tanto na sequência positiva e negativa, o P-SSI-SRF utiliza múltiplos SSI nas referências síncronas. O controlador para a corrente fundamental é implementado na referência estacionária. Os demais controladores para correntes harmônicas são implementados na referência síncrona (BOJOI et al., 2005) e sintonizados em $6k\omega_0$, com k = 1, 2, 3, ...(LIMONGI et al., 2009).

2.6.2.7 CONTROLADOR PI-RES

Este controlador é uma derivação do P-SSI-SRF e usa a mesma ideia de compensar um par de harmônicos com o mesmo controlador (LIMONGI et al., 2009). o PI-RES emprega controladores ressonantes que são equivalente a dois PI complexos rotacionando na frequência ω_0 (LASCU et al., 2007). A sua função de transferência é representada pela Equação 2.62.

$$H_{PI-RES} = 2\frac{k_p s^2 + k_i s}{s^2 + \omega_0^2} \tag{2.62}$$

sendo k_p o ganho proporcional, k_i o ganho integral e ω_0 a frequência ressonante.

2.6.2.8 CONTROLADOR RESSONANTE

A principal característica do controlador ressonante é o fato de ele conseguir seguir sinais de referência senoidais de sequência positiva ou negativa. Assim, uma considerável economia de tempo e complexidade é proporcionada devido à não utilização de múltiplas transformadas de Park (YEPES et al., 2011).

Utilizando o conceito de compensação harmônica, o controlador ressonante para o FAPS utiliza múltiplos controladores em paralelo em coordenadas estacionárias projetados para compensação das harmônicas de ordem 6k + 1 com k = 1, 2, 3, ... (YUAN et al., 2002). É também necessário um controlador ressonante sintonizado na frequência fundamental, para garantir o carregamento do capacitor CC e a compensação da potência reativa (LIMONGI et al., 2009). Sistema para cargas desbalanceadas também podem ser implementados (YUAN et al., 2002), já que esse controlador pode trabalhar com as sequências positivas e negativas (LIMONGI et al., 2009).

Esse controlador é similar a um integrador que possui um ganho muito alto em corrente contínua CC e introduz um ganho infinito na frequência de ressonância desejada ω_n a fim de eliminar o erro em regime permanente do sinal rastreado nessa frequência (ALMEIDA et al., 2013). Portanto, a parcela ressonante do Proporcional-Ressonante (PR) pode ser considerada um integrador generalizado de sinais (YUAN et al., 2002).

O controlador apresenta algumas vantagens consideráveis, como:

- erro zero no estado estacionário para a frequência igual a ω_n ;
- Múltiplos controladores com frequências ressonantes diferentes podem trabalhar

em paralelos uns com os outros, sem que um atrapalhe o funcionamento do outro, desde que o controlador funcione como um filtro ressonante sintonizado na frequência ω_n ;

• pode operar tanto sinais de sequência negativa quanto de sequência positiva.

O atraso causado pela amostragem gera perdas na estabilidade do SSI para valores alto da frequência de ressonância ω_0 . Assim, um esquema de compensação para o atraso deve ser implementado (LIMONGI et al., 2009).

A função de transferência do controlador ressonante pode ser expressada conforme a Equação 2.63 (YEPES et al., 2011).

$$F_R(s) = \sum_h \frac{s}{s^2 + h^2 \omega_1^2}$$
(2.63)

sendo ω_1 a frequência fundamental em rad/s e h a ordem harmônica da frequência que se deseja rastrear.

Para ser implementado, cada controlador presente na Equação 2.63 deve ser discretizado. A sua transformada Z é representada na Equação 2.64 (DORF et al., 2001).

$$F_R(z) = \frac{z(z - \cos(h\omega_1 T))}{z^2 - 2z\cos(h\omega_1 T) + 1}$$
(2.64)

2.7 SISTEMAS DE CONTROLE ÓTIMO

Problemas de controle ótimo tem recebido uma certa atenção no desenvolvimento de controladores. O princípio de um controlador ótimo é otimizar (minimizar ou maximizar, conforme o caso exija) o valor de uma função custo escolhida como o índice de performance do sistema (OGATA, 1995).

No projeto do controle ótimo, é necessário encontrar uma regra para a decisão do controle sujeita a certas restrições de modo a minimizar o efeito de desvio de algumas medidas do comportamento ideal (ÅSTRÖM & WITTENMARK, 2013). Escolher os índices de performance para um dado sistema é muito complicado, especialmente em sistemas complexos. O uso da otimização no projeto de controle tem sido dificultado pelo conflito entre a viabilidade analítica e a prática na seleção dos índices de desempenho. Assim, é necessário que a escolha desses valores cuidadosamente, a partir do ponto de vista da aplicação a ser utilizado (OGATA, 1995).

2.7.1 REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO ÓTIMO

Considere o sistema linear definido pela Equação 2.65.

$$\mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{\Phi}(T)\mathbf{x}(kT) + \mathbf{\Gamma}(T)\mathbf{u}(kT)$$
(2.65)

No problema do Regulador Linear Quadrático Discreto (do inglês, *Digital Linear Quadractic Regulator*, dLQR) deseja-se determinar a lei de controle para o vetor $\mathbf{u}(k)$ em que uma dada performance quadrática seja minimizada.

Um exemplo de índice de performance quadrático é dado pela Equação 2.66.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + u^T(k) R u(k)$$
(2.66)

sendo a matriz $\mathbf{Q} \ge 0$ e R > 0. O primeiro termo do somatório em (2.66) é referente a importância do erro durante o controle do processo e o segundo termo é referente à energia do sinal de controle.

A principal característica da lei de controle baseado no dLQR é o fato de ela ser uma função linear do vetor de estado $\mathbf{x}(k)$. Como sendo uma realimentação de estados, é necessário que todos os estados possam ser medidos. Se não for possível medi-los, devese utilizar um estimador ou observador de estados. Outra importante característica é o fato de o dLQR ser sempre assintoticamente estável, exceto em casos muito especiais (OGATA, 1995).

A finalidade do dLQR é minimizar o valor da função do índice de performance, ou função custo, representada por (2.66) conforme mostrado na Equação 2.67.

$$min_{u(k)}J = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{x}^{T}(k)\mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + u^{T}(k)Ru(k))$$
(2.67)

Seja o vetor de ganho K da ordem $1 \times n$, a Equação 2.68 é solução da Equação 2.65.

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k) \tag{2.68}$$

O valor de **K** de (2.68) pode ser obtido recursivamente resolvendo-se a Equação de Riccati discreta, representada na Equação 2.69 e considerando $\mathbf{P}(0) = 0$, e substituindoo na Equação 2.70.

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{Q} + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{P}(k)\mathbf{\Phi} - \mathbf{\Phi}^T \mathbf{P}(k)\mathbf{\Gamma}(R + \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{P}(k)\mathbf{\Gamma}^{-1})\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{P}(k)\mathbf{\Phi}$$
(2.69)

$$\mathbf{K} = (R + \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{P} \mathbf{\Gamma})^{-1} \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{\Phi}$$
(2.70)

Outro modo de se calcular o valor da matriz \mathbf{K} é utilizando-se a função dlqr presente no Matlab.

2.7.1.1 PROPRIEDADES DO DLQR

O dLQR apresenta algumas propriedades importantes, destacadas a seguir:

- A matriz **Q** está relacionada aos pesos referentes ao efeito de minimização do erro sobre os estados (OGATA, 1995);
- O valor escalar *R* está relacionado ao efeito de minimização da energia do sinal de controle (OGATA, 1995);
- Se Q for definida positiva e R também definido positivo, a matriz de ganhos K garante que as raízes da equação característica mostrada na Equação 2.71 esteja dentro do círculo unitário no plano Z (ÅSTRÖM & WITTENMARK, 2013).

$$det[z\mathbf{I} - (\mathbf{\Phi} - \mathbf{\Gamma}\mathbf{K})] = 0; \qquad (2.71)$$

2.8 CONCLUSÕES PARCIAIS

O capítulo foi apresentou a modelagem tanto do conversor quanto do barramento CC para se realizar o controle de um FAPS. Como o controle será feito em espaço de estados, uma breve revisão sobre o tema foi realizada, incluindo a discretização de sistemas em tempo contínuo. Foram descritos alguns controladores digitais, com ênfase aos controladores PI e ressonante. A descrição do método para se calcular os ganhos dos controladores em espaço de estados dLQR encerra o capítulo.

No próximo capítulo será realizado o controle do FAPS, adaptando-se os temas estudados neste capítulo ao projeto do Filtro Shunt deste trabalho.

3 PROJETO DE CONTROLE

Neste capítulo será desenvolvida a modelagem matemática do presente trabalho. Inicialmente, o modelo em espaço de estados do VSC será realizado e, então, feita a discretização. Após esse primeiro passo, a Teoria p - q será descrita da forma aplicada ao trabalho para gerar as referências para a compensação dos harmônicos na rede elétrica. Então, o controle digital do conversor será realizado, tanto do lado CC quanto do lado CA.

Os cálculos para os passos descritos no parágrafo anterior serão baseados nos dados apresentados na Tabela 3. Esses dados são referentes à Figura 4.

Parâmetro	Valor
Tensão da rede - Vg	220 Vrms
Frequência Fundamental - ω_1	60 Hz
Frequência de chaveamento - f_s	$20 \ kHz$
Período de amostragem - ${\cal T}$	$1/f_s \ s$
Resistência do filtro - R	$0.1 \ \Omega$
Indutância do filtro - L	2 mH
Capacitor do barramento CC - C_{bar}	$4700 \ \mu F$
Indutância da entrada da carga - ${\cal L}_s$	2 mH

Tabela 3: Parâmetros do Sistema.

3.1 SISTEMA DE CONTROLE POR MODULAÇÃO POR LARGURA DE PULSO- PWM

O presente trabalho utilizará a Modulação por Largura de Pulso senoidal, PWM, aplicada ao conversor descrito na Figura 4, o qual os dispositivos de chaveamento empregados são IGBT's ideais. Dentre as principais características para utilização de PWM, algumas destacam-se (KAŹMIERKOWSKI; KRISHNAN & BLAABJERG, 2002):

• Grande intervalo para operação linear;

- Número mínimo de componentes para reduzir perdas pelo chaveamento;
- Conteúdo mínimo de harmônicos na tensão e corrente, evitando perdas na carga;
- Eliminação considerável de harmônicos na baixa frequência;

A modulação por largura de pulso é baseada na modulação de sinais de referência comparadas por uma portadora triangular de alta frequência em relação ao sinal da referência (SCHONUNG, 1964; ALMEIDA, 2011).

3.2 CONTROLE DO SISTEMA EM COORDENADAS ESTACIONÁRIAS

Realizando o controle no sistema em coordenadas estacionárias utilizando-se a Transformada de Clark, referencia-se as correntes e tensões trifásicas das coordenadas *abc* para as coordenadas $\alpha\beta$. Se o sistema for a três fios, não haverá circulação de corrente de sequência zero, logo, as variáveis de controle da corrente passam de três $(i_a, i_b \in i_c)$ para apenas duas $(i_\alpha \in i_\beta)$. Ainda assim, controladores PI não serão suficientes para o controle dessas correntes (ALMEIDA et al., 2013), uma vez que elas continuam senoidais. Limongi et al. (2009) apresenta vários controladores para quando as referências forem senoidais, como discutido na Subseção 2.6.2. Neste trabalho será utilizado o controlador proporcional-ressonante (PR).

Nas coordenadas estacionárias o controlador PR deve ser sintonizado para rastrear a frequência de interesse, representada por $h\omega_1$ na Equação 2.64. Uma vantagem desse sistema de coordenadas é o fato de não precisar utilizar um circuito de sincronismo (do inglês, *Phase Locked Loop* (PLL)).

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA EM ESPAÇO DE ESTADOS DO VSC

A partir da Equação 2.1 que representa a dinâmica do lado CA do VSC e utilizando os dados da Tabela 3, chega-se às equações diferenciais descritas na Equação 3.1.

$$\begin{cases} (2 \times 10^{-3}) \frac{di_a}{dt} = -0, 1 \cdot j_a + v_{t,a} - v_{a,pac} \\ (2 \times 10^{-3}) \frac{di_b}{dt} = -0, 1 \cdot j_b + v_{t,b} - v_{b,pac} \\ (2 \times 10^{-3}) \frac{di_c}{dt} = -0, 1 \cdot j_c + v_{t,c} - v_{c,pac} \end{cases}$$
(3.1)

Escrevendo (3.1) nas coordenadas $\alpha\beta$ conforme a Equação 2.3, resultada na Equação 3.2.

$$(2 \cdot 10^{-3})\frac{d\vec{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}}{dt} = -0, 1 \cdot \vec{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} + \vec{\mathbf{v}}_{t,\alpha\beta} - \vec{\mathbf{v}}_{\alpha\beta,pac}$$
(3.2)

Utilizando a Equação 2.25 para modelar (3.2) em espaço de estados, chega-se à Equação 3.3.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & 0 \\ 0 & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & 1/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & 1/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha,PAC} \\ v_{\beta,PAC} \end{bmatrix} (3.3)$$

O último termo de (3.3) pode ser compensado através de uma ação de *feedforward* realizada no controle. Logo, substituindo-se os valores de R e L nesta equação, resulta na Equação 3.4.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{bmatrix}$$
(3.4)

Os eixos α e β não idênticos e desacoplados. Sendo assim, o projeto de controle para um eixo é igual ao projeto para o outro eixo. Logo, a partir de agora será representado somente o eixo α , representado na Equação 3.5.

$$\frac{di_{\alpha}}{dt} = -5 \cdot j_{\alpha} + 500 \cdot v_{\alpha} \tag{3.5}$$

3.3.1 CONTROLABILIDADE DO SISTEMA

A partir de (3.5), deve-se analisar a controlabilidade do sistema conforme foi discutido na Subseção 2.4.2. Para isso, pode-se utilizar o comando *ctrb* do Matlab para se chegar à matriz de controlabilidade C mostrada em (2.28). O posto da matriz de controlabilidade também pode ser calculado no Matlab através do comando rank(C).

Assim, chega-se à matriz de controlabilidade do VSC igual a C = 500 e seu posto é igual a 1. Logo, como o posto da matriz de controlabilidade é igual à ordem da matriz, conclui-se que a matriz (3.5) é controlável.

3.3.2 DISCRETIZAÇÃO DO SISTEMA

O primeiro passo para se realizar o controle digital de um sistema é sua discretização. O índice de modulação do conversor PWM é mantido constante durante um período de amostragem, logo, o conversor é visto como um circuito ZOH (ALMEIDA et al., 2013; YEPES et al., 2010; BUSO & MATTAVELLI, 2006), é necessário realizar a discretização do mesmo por esse método (OGATA, 1995; ÅSTRÖM & WITTENMARK, 2013).

A planta discretizada em espaço de estados tem a forma representada na Equação 2.31. Calculando-se seus coeficientes a partir das equações (2.38) e (2.39), chega-se à Equação 3.6, que é a forma discretizada de (3.5).

 $i_{\alpha}((k+1)T) = 0.997503122397460 \cdot i_{\alpha}(kT) + 0.024968776025399 \cdot v_{\alpha}(kT)$ (3.6)

3.3.3 ATRASO NO CONTROLE DO SISTEMA

Outra característica do DSP é o fato de ele gerar o sinal de controle com atraso. No caso, ele lê os sinais do período anterior ao atual, logo o sinal enviado é o sinal é atrasado em um período. Assim sendo, o valor de Δ nas equações (2.47) e (2.48) é igual a T, fazendo com que (2.47) seja igual a zero e (2.48) tenha somente o valor calculado pela integral.

Logo, a equação de estados com atraso de um período do VSC representada a partir da Equação 2.49 é a mostrada na Equação 3.7. Note que o sinal atrasado aumenta a ordem da matriz em uma unidade.

$$\begin{bmatrix} x((k+1)T) \\ u(kT) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.997503122397460 & 0.024968776025399 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(kT) \\ u((k-1)T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(kT)$$
(3.7)

A partir daqui o termo T nas equações discretizadas serão suprimidos, já que a ideia principal já foi apresentada.

3.4 CONTROLE DO VSC NO MODO CORRENTE

Na Seção 2.3 foi falado sobre a Teoria p - q para sistemas trifásicos balanceados. Através dessa teoria, fica fácil encontrar os valores de corrente de referência, $\tilde{i}^*_{\alpha} \in \tilde{i}^*_{\beta}$, para o controle do VSC em coordenadas estacionárias a partir das potências ativa e reativa instantâneas representadas nas equações (2.22) e (2.23).

Utilizando-se a Equação 2.24, pode-se isolar as correntes harmônicas provenientes da carga. As tensões e correntes nas coordenadas $\alpha\beta$ nessa equação são calculadas a partir das tensões e correntes nas coordenadas *abc* da carga. Deseja-se isolar as componentes harmônicas da carga. Na Teoria p - q, (AKAGI; WATANABE & AREDES, 1983) descrevem como isolar essas componentes, tanto no tempo contínuo quanto discreto, de acordo com os seguintes passos:

- 1. Passar um filtro passa-baixas nas potências instantâneas ativa (p(k)) e reativa (q(k)).
- 2. Subtrair o valor de $p(k) \in q(k)$ dos valores encontrados no passo anterior.
- 3. Utilizar a Equação 3.8 para se obter os valores de correntes instantâneas $i^*_{\alpha}(k)$ e $\tilde{i}^*_{\beta}(k)$ a serem compensadas.

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha}^{*}(k)\\ i_{\beta}^{*}(k) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \frac{1}{v_{\alpha}^{2}(k) + v_{\beta}^{2}(k)} \begin{bmatrix} v_{\alpha}(k) & v_{\beta}(k)\\ v_{\beta}(k) & -v_{\alpha}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}(k)\\ \tilde{q}(k) \end{bmatrix}$$
(3.8)

Estes passos estão representados no diagrama de blocos da Figura 12.

Uma vantagem dessa teoria é o fato de, caso deseja-se compensar toda a potência reativa e não somente as parcelas oscilantes, basta utilizar o valor de q(k) em (3.8) sem passá-lo pelo filtro passa-baixas. Assim, também corrige-se o fator de potência do sistema. Na Figura 12, está representado o diagrama de blocos que representa os passos descritos para se calcular as referências de correntes. Em linha preta, está os cálculos para se compensar somente as potências oscilantes. Caso se deseje compensar também a parcela média da potência reativa, pode-se simplesmente substituir $\tilde{q}(k)$ por q(k), como ilustrado em linha vermelha.

Diversas outras referências podem ser extraídas dessa teoria, conforme mostrado em (AKAGI; WATANABE & AREDES, 1983), porém não serão descritas aqui, uma vez que não fazem parte do trabalho.

Segundo (AKAGI; WATANABE & AREDES, 1983), um tipo de filtro passa-baixas que apresenta uma boa filtragem seria um filtro Butterworth de 5^a ordem com frequência de corte entre 20 e 100 Hz. No presente trabalho foi escolhida a frequência de corte igual a 100Hz. Vale lembrar que o filtro deve ser discreto com período de amostragem igual ao



Figura 12: Diagrama para detecção das correntes oscilantes através da Teoria das Potências Instantâneas.

da planta ($T = 5 \times 10^{-5} segundos$). O filtro foi projetado em tempo discreto utilizandose a ferramenta **fdatool** do Matlab e sua função de transferência está representada na Equação 3.9. Na Figura 13 está representado o diagrama de Bode do filtro projetado, com destaque para a frequência de corte f_c de 100Hz e decaindo -100dB por década, já que é de 5^a ordem, e atenuando consideravelmente as frequências acima da frequência de corte.

$$F_{PB}(z) = \frac{Num_{PB}(z)}{Den_{PB}(z)}$$
(3.9)

sendo:

$$Num_{PB}(z) = \begin{bmatrix} 9,0928661148194676 \times 10^{-10} \\ 4,5464330574097348 \times 10^{-9} \\ 9,0928661148194728 \times 10^{-9} \\ 9,0928661148194761 \times 10^{-9} \\ 4,5464330574097447 \times 10^{-9} \\ 9,0928661148194894 \times 10^{-10} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} z^5 \\ z^4 \\ z^3 \\ z^2 \\ z^1 \\ z^0 \end{bmatrix}$$





Figura 13: Diagrama de Bode do Filtro Butterworth Passa-Baixas de 5^a ordem e frequência de corte $f_c = 100 Hz$.

3.5 CONTROLE DAS MALHAS DE CORRENTES

As correntes harmônicas de referência geradas na Figura 12 variam de acordo com a carga. Se a carga a ser alimentada for um retificador trifásico a diodos ou tiristores, os harmônicos das referências serão da ordem de h = 6k + 1(k = 1, 2, 3...) da frequência fundamental (SONNENSCHEIN & WEINHOLD, 1999; LIMONGI et al., 2009).

O controle da malha de corrente segue a ideia representada na Figura 11. O controle realizado para o eixo α é o mesmo a ser realizado para o eixo β . Assim sendo, será representado somente o controle para o eixo α .

Considerando a malha do controle da corrente como Φ_d e Γ_d na Figura 11, a intenção é calcular os ganhos $-L_1$, referentes ao estado da corrente e ao atraso do sinal de controle, e $-L_2$, referentes aos controladores ressonantes.

A função para rastreamento das referências harmônicas e rejeição de distúrbios utilizada no controlador ressonante é a representada na Equação 2.64. Como o controle é realizado nas coordenadas estacionárias $\alpha\beta$, é necessário um controlador para cada harmônico a ser rejeitado e um para a frequência fundamental que será necessário para manter o capacitor do barramento CC carregado.

Para transformar (2.64) em espaço de estados, é utilizado o procedimento descrito na Subsubseção 2.6.1.2. Primeiro, iguala-se o denominador de (2.64) à (2.55). Logo, tem-se que:

$$\lambda_{n-1} = -2\cos(h\omega_1 T)$$

$$\lambda_n = 1$$
(3.10)

lembrando que h é referente à ordem harmônica a ser eliminada.

Por fim, basta substituir a Equação 3.10 na Equação 2.57 que se encontra a Equação 2.56 e também a Equação 2.58.

Os controladores ressonantes do presente trabalho foram projetados para compensar harmônicos até a 19^{*a*} ordem, ou seja, 1140*Hz*. Logo, *h* assumirá os valores 1, 5, 7, 11, 13, 17 e 19 e $\omega_1 = 2.\pi . f \ rad/s$ e $f = 60 \ Hz$.

Pode-se perceber a partir das equações (2.56) e (2.58) que cada harmônico será responsável pela adição de dois estados ao sistema. Assim, a Equação 2.52 com a inclusão dos ressonantes terá a forma final representada na Equação 3.11.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathbf{A}\alpha,2\times1}(k+1) \\ \mathbf{x}_{\mathbf{d}\alpha,m\times1}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_{\mathbf{A}2\times2} & \mathbf{0}_{2\times m} \\ -\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{d}}\mathbf{C}_{m\times2} & \mathbf{\Phi}_{\mathbf{d},m\times m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathbf{A}\alpha,2\times1}(k) \\ \mathbf{x}_{\mathbf{d},\alpha,m\times1}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}2\times1} \\ \mathbf{0}_{m\times1} \end{bmatrix} \mathbf{v}_{\alpha}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2\times1} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{d},m\times1} \end{bmatrix} \mathbf{i}_{\alpha}^{*}(k)$$
(3.11)

onde m = 2q e q é a quantidade de harmônicos a serem compensados mais a frequência fundamental.

Em posse das matrizes de estados do sistema, o passo seguinte é calcular os ganhos

de realimentação para o controle da planta e para a compensação harmônica. O método utilizado para realizar o cálculo dos ganhos será o Regulador Linear Quadrático Discreto, dLQR. Os valores de $R \in \mathbf{Q}$ presentes na Equação 2.66 foram obtidos heuristicamente a partir das definições dadas na Subseção 2.7.1 de forma a se ter os melhores resultados. Logo, seus valores são:

$$R = 10000000 \tag{3.13}$$

Utilizando o comando dlqr do Matlab, as matrizes da Equação 3.11 e os valores de $R \in \mathbf{Q}$ dados anteriormente, calcula-se os ganhos de realimentação da Equação 2.53. Estes ganhos estão representados nas equações (3.14) e (3.15). Na Figura 14, que representa a planta com os controladores em malha aberta, pode-se observar um elevado ganho na frequência que se deseja seguir, fazendo com que o erro nessas frequências tenda a zero. Na Figura 15 está representado o mapa de polos e zeros em malha fechada da planta com o controlador ressonante e na Tabela 4 estão os valores dos polos do sistema. Pode-se observar que todos os polos se encontram no interior do círculo unitário, o que mostra que o sistema é estável.

$$-\mathbf{L}_{1} = \begin{bmatrix} -6.831102679773402\\ -0.159076975828949 \end{bmatrix}^{T}$$
(3.14)

е



Tabela 4: Polos da Planta com o Controlador Ressonante em Malha Fechada.

Polo	Localização
p_1	0 + 0j
p_2	$0,936130518115854 + 0,350378162575444 \cdot j$
p_3	$0,936130518115854 - 0,350378162575444 \cdot j$
p_4	$0,948568115883886 + 0,314812677941902 \cdot j$
p_5	$0,948568115883886 - 0,314812677941902 \cdot j$
p_6	$0,969212122242421 + 0,242375837692779 \cdot j$
p_7	$0,969212122242421 - 0,242375837692779 \cdot j$
p_8	$0,977297938575491 + 0,205604894961914 \cdot j$
p_9	$0,977297938575491 - 0,205604894961914 \cdot j$
p_{10}	$0,988167467453248 + 0,131250845800269 \cdot j$
p_{11}	$0,988167467453248 - 0,131250845800269 \cdot j$
p_{12}	$0,989869095568467 + 0,093924744281792 \cdot j$
p_{13}	$0,989869095568467 - 0,093924744281792 \cdot j$
p_{14}	$0,964458181618781 + 0,060034518834522 \cdot j$
p_{15}	$0,964458181618781 - 0,060034518834522 \cdot j$
p_{16}	0,933110228867126 + 0j



Figura 14: Diagrama de Bode da planta junto com os controladores ressonantes em malha aberta..

3.6 CONTROLE DA TENSÃO DO LADO CC

Após realizado o projeto de controle das corrente, o passo seguinte é projetar a malha de controle da tensão sobre o barramento CC.

A Figura 5 da Seção 2.2 mostra o modelo matemático da dinâmica da tensão do barramento CC ao quadrado.

Para que o capacitor do barramento CC possa operar na região linear da estratégia de modulação, a tensão no barramento deve ser grande o suficiente para que isso ocorra. Como a tensão de pico de fase é 180V, a tensão no barramento seria 360V. Além disso, para que se possa garantir que não ocorra saturação no barramento CC durante os



Figura 15: Diagrama de Polos e Zeros da Planta com o Controlador Ressonante em Malha Fechada.

transitórios, deve-se prever uma tensão maior da determinada anteriormente. Assim sendo, a tensão no barramento CC foi definida como $V_{CC} = 400V$.

A Figura 16 representa o diagrama de blocos do controlador da componente média de tensão no barramento CC do conversor, onde $C_s(z)$ representa a planta do barramento discretizada. Um controlador PI, representado por -C(z), é incluído no sistema utilizado para realizar o controle desse barramento. Como a dinâmica da planta é representada por $-\frac{2}{Cs}$, não seria necessário um integrador no controlador para zerar o erro em regime permanente, porém ele ainda é adicionado para se eliminar os efeitos das perdas do barramento e do chaveamento, representadas por P_P na Figura 16, além de filtrar harmônicos de alta frequência. A multiplicação desse controlador por -1 é feita para cancelar o sinal negativo da planta do barramento. A dinâmica da malha interna de corrente será considerada rápida o suficiente para que não interfira na dinâmica da malha de tensão, logo podendo ser desconsiderada no projeto do controle do barramento CC.



Figura 16: Diagrama de Bode do Filtro Butterworth Passa-Baixas de 5^a ordem e frequência de corte $f_c = 100 Hz$.

A função de transferência da planta discretizada pelo método ZOH é representada na Equação 3.16.

$$C_d(z) = \frac{2T}{C(z-1)}$$
(3.16)

A função de transferência discreta do PI utilizando o método de *Euler Regressivo* é a dada pela Equação 3.17.

$$C(z) = K_P + K_I \frac{T \cdot z}{z - 1}$$
(3.17)

Considerando que a dinâmica do barramento seja C_d , a função de transferência de malha fechada a partir da Figura 16 pode ser escrita conforme Equação 3.18.

$$D_{MF,bar} = \frac{-C(z)C_d}{1 - C(z)C_d}$$
(3.18)

Substituindo (3.16) e (3.17) em (3.18), chega-se à Equação 3.19.

$$D_{MF,bar} = \frac{[(K_P + K_I T)z - K_P]2T}{z^2 + [-2C + (K_P + K_I T)2T]z + (C - K_P 2T)}$$
(3.19)

Fazendo uma analogia entre o denominador de uma função de transferência de segunda ordem no domínio contínuo, Equação 3.21 e domínio discreto, Equação 3.21, obtém-se as equações (3.22) e (3.23) (ÅSTRÖM & WITTENMARK, 2013; LANDAU & ZITO, 2007).

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \tag{3.20}$$

$$H(z) = \frac{n_1 z + n_2}{z^2 + d_1 z + d_2} \tag{3.21}$$

$$d_1 = -2e^{\xi\omega_n T} \cos(\omega_n T \sqrt{1-\xi^2}) \tag{3.22}$$

$$d_2 = e^{-2\xi\omega_n T} \tag{3.23}$$

em que ξ é o fator de amortecimento e ω_n é a frequência da faixa de passagem em rad/s.

Logo, comparando (3.19) com (3.21), pode-se calcular os ganhos K_P e K_I para o controlador C(z) do barramento CC, mostrados nas equações (3.24) e (3.25), respectivamente.

$$K_P = \frac{C_{bar} - C_{bar} e^{-2\xi\omega_n T}}{2T} \tag{3.24}$$

$$K_{I} = \frac{-2e^{-\xi\omega_{n}T}cos(\sqrt{1-\xi^{2}}\omega_{n}T)C_{bar} - 2TK_{P} + 2C_{bar}}{2T^{2}}$$
(3.25)

Escolhendo-se $\omega_n = 188.49 read/s (= 30 Hz)$ e $\xi = 0,7$, que apresentaram bons resultados, os ganhos K_P e K_I do barramento CC resultam em:

- $K_P = -0,440883685230414;$
- $K_I = -83,104001641701174$

A Figura 17 mostra o diagrama de Bode em malha aberta da planta com o controlador $C_d(z) \cdot C(z)$. De acordo com (OGATA & SEVERO, 1998), os ganhos de margem, Gm = 46,5dB em 10kHz, e de fase, $Fm = 38,1^o$, em 38,1Hz estão entre bons limites de estabilidade. A amplitude da frequência vai decaindo a uma inclinação de -40dB/decaté encontrar o polo da planta e -20dB/dec após esse ponto. Isso faz com que haja uma boa atenuação para os harmônicos de chaveamento e ruídos indesejados presentes na tensão CC (ALMEIDA, 2011).



Figura 17: Diagrama de Bode da planta com o controlador do barramento CC, $C_d(z) \cdot C(z)$.

3.7 REPRESENTAÇÃO DO CONTROLE POR REALIMENTAÇÃO

Na Figura 18 mostra o diagrama de controle do sistema descrito em malha fechada e os ganhos de realimentação. Essa é uma figura didática, lembrando que todo o controle digital foi realizado em bloco C.

A estratégia de controle de corrente descrita foi aplicada ao controle digital de um FAPS para compensar os harmônicos gerados por diferentes tipos de cargas. Valores de tensão no ponto de acoplamento comum, corrente do inversor e da carga e tensão no barramento CC foram medidas para serem utilizadas no controle do conversor.

A partir dos valores medidos, são calculadas as referências de correntes dos eixos $\alpha \in \beta$, tanto vindas do controle do barramento CC, representadas por $i^*_{\alpha\beta,bar}$ quanto as vindas da carga para serem compensadas, $i^*_{\alpha\beta}$. Essas correntes são subtraídas das correntes do inversor, $i_{t,\alpha\beta}$, e passam pelos controladores ressonantes afim de zerar o erro resultante. As transformações e cálculos necessários podem ser vistos nesta figura.

Além disso o sinal de atraso no controle também está representado. A partir desse controle, são geradas as referências através da modulação PWM e, então, gerados os pulsos do chaveamento do conversor.

3.8 CONCLUSÕES PARCIAIS

Nesse capítulo foi realizado o projeto de controle do sistema. Através dos cálculos realizados, observou-se a controlabilidade do sistema e boas margens de estabilidade.

Através da análise do controle de corrente e do seu diagrama de bode, o conversor desenvolvido pode compensar com grande precisão as harmônicas desejadas. O controle do barramento CC também obteve boa dinâmica. O sistema de controle por realimentação também foi todo representado em diagrama de blocos para facilitar o entendimento e reprodução do trabalho.

Com o projeto de controle realizado, fica mais fácil poder realizar as simulações do sistema com carga.



Figura 18: Estrutura de controle de corrente do FAPS por realimentação de estados.

4 RESULTADOS E ESTUDOS DE CASOS

Neste Capítulo serão apresentados os resultados de simulação para o Filtro Ativo de Potência Shunt, FAPS. Alguns estudos de casos serão analisados para ser testada a aplicabilidade do filtro. As simulações foram dividas em algumas partes, conforme for o caso a ser simulado. Como já dito na Seção 3.5, um retificador insere harmônicos da ordem de h = 6k + 1(k = 1, 2, 3...) da frequência fundamental (SONNENSCHEIN & WEINHOLD, 1999; LIMONGI et al., 2009). O indutor L_s foi utilizado na entrada da carga para que diminuísse os *spikes* da corrente na rede.

O seguintes casos foram simulados:

- FAPS com carga retificadora RL;
- FAPS com carga retificadora RC;
- FAPS com carga retificadora RL Conectando-a e Desconectando-a da Rede Elétrica;
- FAPS com carga retificadora RL Com Saturação do Índice de Modulação.

O FAPS foi simulado em ambiente PSIM, com passo de 1×10^{-7} . O processador é Intel Core i5 de 2,4 GHz, 64 bits e memória RAM de 8 *Giga Bytes*.

4.1 FAPS COM CARGA RETIFICADORA RL

A primeira carga a ser estudada é um retificador trifásico com carga RL. O resistor da carga tem o valor de $R = 20\Omega$ e a indutância L = 1mH.

A simulação foi dividida em quatro etapas, descritas na Tabela 5.

A potência ativa da carga antes de t = 0.3s é $P_L = 4.5 kW$ e a potência reativa é $Q_L = 1 kVA$. Após este instante, elas valem $P_L = 8 kW$ e $Q_L = 2.8 kVA$, respectivamente.
Tempo(segundos)	Ação
$0 < t \le 0.05$	Estabilização da Tensão no Barramento CC
$0,05 < t \le 0,21$	Início da Compensação Harmônica
$0,\!21 < t \le 0,\!3$	Início da Compensação de Potência Reativa
$0,\!3 < t \leq 0,\!45$	Dobra-se a Carga na Rede

Tabela 5: Instantes das ações realizadas durante o processo.

Na Figura 19 estão representadas as formas de onda das fases A, B e C da rede elétrica, I_g . Após o início da compensação harmônica, em $t = 0.05 \ s$ observar-se a melhor da corrente na rede elétrica. Após se dobrar a carga, em $t = 0.03 \ s$, a corrente aumenta consideravelmente, indo de 16 A de pico para 30 A de pico.



Figura 19: Dinâmica das correntes da rede elétrica das fases A, B e C durante todo o processo.

Na Figura 20 estão representadas as formas de onda da corrente da fase A da rede, $i_{g,a}$, da carga, $i_{L,a}$ e do conversor, $i_{t,a}$, durante todo o processo. Nela fica mais fácil de se observar a melhora da corrente na rede. A corrente da carga se mantém constante e muda somente quando a mesma é dobrada, mas sua forma de onda altera somente a amplitude. Já o FAPS, que passa a injetar harmônicos em t = 0.05s e compensar potência reativa em t = 0.21s tem sua forma de onda alterada consideravelmente.

Uma maneira de se analisar a melhora na qualidade da forma de onda da corrente é através da THD da própria corrente. Na Tabela 6 estão mostradas os valores de



Figura 20: Dinâmicas das correntes da fase A da rede, da carga e do FAPS durante todo o processo.

THD da corrente da rede e da carga durante o processo. A distorção harmônica da rede cai de 24,68% para 3,02% quando se inicia a compensação harmônica e permanece praticamente constante quando se inicia a compensação de potência reativa, com o valor de 3,18%. Esses valores estão dentro dos limites de distorção harmônica na rede elétrica da norma internacional IEEE-519. Quando dobra-se a carga, a THD da corrente da rede diminui ainda mais, para 2,3685%. Isso ocorre pelo fato de a corrente fundamental que a rede oferece à carga aumentar, diminuindo a THD, conforme mostra a Equação 1.1.

Tabela 6: THD da corrente da rede e da carga durante o processo.

Tempo(segundos)	THD(%)	
	Rede	Carga
$0 < t \le 0.05$	$24,\!68$	$24,\!57$
$0,05 < t \le 0,21$	$3,\!02$	$24,\!56$
$0{,}21 < t \leq 0{,}3$	$3,\!18$	$24,\!56$
$0,\!3 < t \le 0,\!45$	$2,\!36$	21,71

Como pode ser observado na Figura 21, as correntes do conversor $i_{t,\alpha}(k)$ e $i_{t,\beta}(k)$ seguem bem as suas respectivas referências $i_{\alpha}^{*}(k)$ e $i_{\beta}^{*}(k)$. Essa afirmação pode ser comprova através da relação do erro dos dois eixos, mostrado na Figura 22, onde o erro médio do eixo α é de 0,00782 e do eixo β é de 0,01684, ambos em Ampere. Nesta mesma figura, observa-se um erro maior quando há um novo estágio na simulação. Isso se deve ao fato de a referência mudar, logo, há um erro maior até que o controle se estabilize na nova referência, mas isso ocorrendo em um intervalo de tempo muito curto.



Figura 21: Dinâmicas das correntes dos eixos $\alpha \in \beta$ de referência, $i_{\alpha\beta}^*$, e do conversor, $i_{\alpha\beta}$.

Os espectros harmônicos da rede, da carga e do FAPS antes e após o instante t = 0.05s, em que se inicia a compensação harmônica, estão mostrados na Figura 23. Nesta Figura pode observar um alto conteúdo harmônico na rede antes do início da compensação e que assume valores muito pequenos após a compensação. O espectro da carga não varia, uma vez que a carga permanece constante neste intervalo. Já o do FAPS aumenta consideravelmente, uma vez que ele passa a fornecer a corrente harmônica da qual a carga necessita.



Figura 22: Erros das correntes do controle dos eixos $\alpha \in \beta$.



Figura 23: Espectro harmônico da rede, da carga e do FAPS antes e após o início da compensação harmônica em t = 0.05s.

O bom funcionamento do barramento CC é fundamental para o funcionamento do filtro. Sua tensão deve permanecer constante e, neste caso, igual a 400V conforme determinado na Seção 3.6. Na Figura 24 é mostrado o comportamento do deste barramento no conversor estudo. A tensão segue bem a referência. O *ripple* observado de 0,17 V após 0,05 s deve-se ao fato do início da compensação harmônica. Quando se dobra a carga após 0,3 s o barramento sente uma interferência maior, porém rapidamente se estabiliza em menos de 0,077 s e com um *ripple* de 0,44 V maior do que no intervalo anterior porém, ainda muito pequeno, sendo menor que 0,1%, não interferindo no funcionamento do FAPS.



Figura 24: Dinâmica da tensão barramento CC durante todo o processo.

Nas Figuras (25), (26) e (27) estão representadas as potências ativa e reativa da rede, da carga e do FAPS, respectivamente. Pode-se observar que a potência ativa é quase toda fornecida pela rede à carga, ficando o FAPS responsável pela parcela oscilante que a carga requer. Após o início da compensação da potência reativa, o FAPS passa a fornecer esta potência à carga, e a rede se aproxima de zero. O fator de potência antes da compensação harmônica é de 94,82% e, no último intervalo da simulação, passa a 99,99%. A potência positiva significa que o dispositivo está fornecendo potência e a

negativa, que ele está consumindo.



Figura 25: Dinâmica das potências ativa e reativa da rede durante todo o processo.



Figura 26: Dinâmica das potências ativa e reativa da carga durante todo o processo.



Figura 27: Dinâmica das potências ativa e reativa do FAPS durante todo o processo.

Para finalizar as análises desta seção, na Figura 28 está mostrado o índice de modulação do controle para a fase A. É importante que tanto o índice da fase A quanto das fases B e C ele fique entre os limites [-1,1], para que não haja saturação do conversor. Pode-se observar nesta figura que o índice da fase A não ultrapassa esse limite, contribuindo para o bom funcionamento e durabilidade do FAPS. Como o sistema é equilibrado, os índices das outras fases obtém a mesma forma, defasados um do outro.



Figura 28: Dinâmica do índice de modulação da fase A durante todo o processo.

4.2 FAPS COM CARGA RETIFICADORA RC

Agora será considerada uma carga retificador RC com resistência $R = 10\Omega$ e capacitância $C = 4700 \mu F$.

A simulação foi dividida nas etapas mostradas na Tabela 7.

Tabela 7: Parâmetros do Sistema.

Tempo(segundos)	Ação
$0 < t \le 0.05$	Estabilização da Tensão no Barramento CC
$0,\!05 < t \le 0,\!21$	Início da Compensação Harmônica
$0,\!21 < t \le 0,\!3$	Início da Compensação de Potência Reativa

A potência ativa da carga é P = 7,5kW e a reativa Q = 3kVA.

Na Figura 29 está representada a forma de onda da corrente da rede das fases A, B e C durante todo o processo.



Figura 29: Dinâmica das correntes da rede elétrica das fases A, B e C durante todo o processo.

Na Figura 30, pode-se observar as correntes da rede, da carga e do FAPS da fase A. Fica mais nítida a melhora na corrente da rede, da carga permanece constante e do FAPS, como passa a injetar harmônicos, fica mais poluída.



Figura 30: Dinâmica das correntes da fase A da rede, da carga e do FAPS durante todo o processo.

Analisando a Tabela 8, Podemos notar a melhora do THD da corrente da rede quando se inicia a compensação harmônica, reduzindo de 22,60% para 2,04%, também permanecendo dentro dos limites estabelecidos pela norma internacional IEEE-519. Como a carga não se altera, sua THD permanece praticamente a mesma.

Tempo(segundos)	$\mathrm{THD}(\%)$	
	Rede	Carga
$0 < t \leq 0,\!05$	22,60	22,81
$0,\!05 < t \le 0,\!21$	$2,\!04$	$22,\!58$
$0,21 < t \le 0,3$	$2,\!43$	$22,\!57$

Tabela 8: Instantes das ações realizadas durante o processo.

As correntes de referência do conversor dos eixos $\alpha \in \beta$ quando se inicia a compensação harmônica estão representadas na Figura 31. Novamente, as correntes do conversor $i_{t,\alpha}(k) \in i_{t,\beta}(k)$ seguem bem as suas respectivas referências $i^*_{\alpha}(k) \in i^*_{\beta}(k)$, mostrando a boa atuação do controle e compensando as correntes harmônicas deseja-



Figura 31: Dinâmicas das correntes dos eixos $\alpha 0 \in \beta$ de referência, $i^*_{\alpha\beta}$, e do conversor, $i_{\alpha\beta}$.



Figura 32: Erros das correntes do controle dos eixos $\alpha \in \beta$.

Na Figura 33 estão os espectros harmônicos da rede, da carga e do FAPS também no instante t = 0.05s. Pode perceber que o espectro da rede diminui consideravelmente e o do FAPS aumenta. Isso devido ao fato de o FAPS injetar harmônicos na rede para suprir a carga.



Figura 33: Espectro harmônico da rede, da carga e do FAPS antes e após o início da compensação harmônica em t = 0.05s

A tensão no barramento CC está representada na Figura 34. A tensão varia muito pouco em relação à referência, observando-se picos quando se inicia a compensação harmônica e a de potência reativa, porém picos menos que 1V e se estabilizando rapidamente.



Figura 34: Dinâmica da tensão do barramento CC durante todo o processo.

Nas Figuras (35), (36) e (37) estão as potências ativa e reativa da rede, carga e do FAPS, respectivamente. Novamente, quando a compensação de corrente harmônica começa, as potências ativa e reativa da rede adquirem um formato mais linear, devido ao fato da diminuição considerável de harmônicos na corrente da rede, como já visto através do THD da Tabela 8. No início da compensação de potência reativa, a da rede praticamente zera e o FAPS passa a fornecer essa potência à carga. O fator de potência da rede antes do início da compensação da potência reativa era de 89,91% e sobe para 99,97% após a compensação, tornando-se quase unitário.



Figura 35: Dinâmicas das potências ativa e reativa da rede durante todo o processo.



Figura 36: Dinâmicas das potências ativa e reativa da carga durante todo o processo.



Figura 37: Dinâmicas das potências ativa e reativa do FAPS durante todo o processo.

Por fim, a partir da Figura 38 vê-se que o conversor não ultrapassa seus limites de operação, garantindo um bom funcionamento de todo o sistema, com o índice de modulação da fase A entre os limites [-1,1].



Figura 38: Dinâmica do índice de modulação da fase A durante todo o processo.

4.3 FAPS COM CARGA RETIFICADORA RL CONECTANDO-A E DESCONECTANDO-A DA REDE ELÉTRICA

Neste caso, um retificador trifásico com carga RL é conectado e desconectado da rede elétrica em intervalos de tempos, conforme mostrado na Tabela 9. A resistência da carga vale $R = 10\Omega$ e a indutância L = 1mH. A compensação de corrente harmônica e de potência reativa iniciam-se no mesmo instante, em t = 0.05s.

Tabela 9:	Instantes of	das acões	s realizadas	s durante o	processo
10001000	1100001000	ado agoor	· roominororom	, addition o	processo.

Tempo(segundos)	Ação
$0 < t \le 0, 1$	Carga Conectada
t = 0.05	Início da Compensação Harmônica e de Potência Reativa
$0, 1 < t \leq 0, 2$	Carga Desconectada
$0,\!2 < t \le 0,\!3$	Carga Conectada
$0,\!3 < t \le 0,\!4$	Carga Desconectada
$0,\! 4 < t \leq 0,\! 45$	Carga Conectada

Na Figura 39 observa-se o comportamento da corrente das fases A, B e C. Quando se inicia a compensação harmônica e de potência reativa, a corrente assuma forma senoidal. Nos intervalos que a carga não está conectada, a corrente vai a zero e quando a carga é conectada, ela volta assumir rapidamente a forma senoidal.



Figura 39: Dinâmica das correntes da rede elétrica das fases A, B e C durante todo o processo.

Na Figura 40 fica mais fácil em observar a corrente da rede na fase A, além das correntes da carga e do FAPS, ambos da fase A. Sempre que a carga é conectada à rede, o controle atua e a corrente desta assume rapidamente valor senoidal em menos de 0,04 s. A do FAPS, como irá fornecer os harmônicos à carga, está mais poluída, mas também responde rápido ao controle, também em menos de 0,04 s.



Figura 40: Dinâmicas das correntes da fase A da rede, da carga e do FAPS durante todo o processo.

Na Tabela 10 estão os valores da THD nos períodos em que a carga encontra-se conectada. O valor melhora consideravelmente após o início da compensação harmônica passando de 24,69% para 3,49%, ficando dentro dos limites estabelecidos pela IEEE-519.

Tempo(segundos)	$\mathrm{THD}(\%)$		
	Rede	Carga	
$0 < t \le 0,05$	$24,\!69$	$24,\!57$	
$0,\!05 < t \leq 0,\!1$	$3,\!49$	$24,\!57$	
$0, 1 < t \leq 0, 2$	Sem Carga	Sem Carga	
$0,\!2 < t \leq 0,\!3$	3,20	$24,\!57$	
$0,\!3 < t \leq 0,\!4$	Sem Carga	Sem Carga	
$0,4 < t \le 0,45$	$3,\!27$	$24,\!57$	

Tabela 10: THD das correntes da rede e da carga durante todo o processo.

Na Figura 41 estão as correntes dos eixos α e β tanto as referências, $i^*_\alpha(k)$ e $i^*_\beta(k),$

quanto do conversor, $i_{t,\alpha}(k)$ e $i_{t,\beta}(k)$, no início da compensação, em $t = 0.05 \ s$. Na Figura 42 estão representados esses mesmos eixos, porém em instantes em que a carga é conectada e desconectada da rede. Em ambos os casos pode-se notar a atuação do controle, com a corrente do conversor rapidamente seguindo a corrente de referência.



Figura 41: Dinâmica das correntes dos eixos α e β de referência, $i^*_{\alpha\beta}$, e do conversor, $i_{\alpha\beta}$ quando se inicia a compensação em t = 0.05s.



Figura 42: Dinâmica das correntes dos eixos $\alpha \in \beta$ de referência, $i^*_{\alpha\beta}$, e do conversor, $i_{\alpha\beta}$ quando se zera a carga em t = 0, 1s e quando se conecta a carga em t = 0, 2s.

O erro referente às correntes do conversor e de referência dos eixos α e β estão representados na Figura 43, comprovando o afirmado no parágrafo anterior. O erro médio relativo ao eixo α é de 0,00395 A e ao eixo β é de 0,00141 A.



Figura 43: Erro das correntes do controle dos eixos $\alpha \in \beta$.

O gráfico do espectro harmônico está representado na Figura 44. Novamente, o conteúdo harmônico da rede diminui consideravelmente e do FAPS aumenta para suprir as harmônicas da carga. Observa-se também que a amplitude da corrente fundamental do FAPS aumenta. Isso é devido ao fato de o FAPS já estar compensando potência reativa desde o instante 0,05 s e nos casos anteriores o gráfico de THD foram representados somente com compensação de corrente harmônica.



Figura 44: Espectro harmônico da rede, da carga e do FAPS com a carga conectada antes e após o início da compensação harmônica e de potência reativa.

A tensão do barramento CC neste caso sofre maiores interferências, uma vez que a carga é conectada e desconectada à rede. Mesmo assim ele se estabiliza rapidamente, com pequenas variações nos instantes em que há a conexão e a desconexão da carga. Isso pode ser visto na Figura 45.



Figura 45: Dinâmica da tensão do barramento CC durante todo o processo

As potências ativa e reativa da rede, da carga e do FAPS podem ser observadas nas Figuras (46), (47) e (48). Só há potência fluindo no sistema quando há carga e o FAPS fornece a potência reativa à carga a partir do instante t = 0.05s.



Figura 46: Dinâmica das potências ativa e reativa da rede durante todo o processo.



Figura 47: Dinâmica das potências ativa e reativa da carga durante todo o processo.



Figura 48: Dinâmica das potências ativa e reativa do FAPS durante todo o processo.

O índice de modulação da fase A está representado na Figura 49. Quando a carga está conectada à rede e a compensação de corrente harmônica e de potência reativa estão atuando, ele apresenta um formato distorcido, referente às harmônicas que o FAPS está injetando no sistema. Sem a carga, seu formado é senoidal, referente à componente fundamental responsável por manter o capacitor do barramento CC sempre carregado.



Figura 49: Dinâmica do índice de modulação da fase A durante todo o processo.

4.4 FAPS COM CARGA RETIFICADORA RL COM SATURAÇÃO DO ÍNDICE DE MODULAÇÃO

Por fim, será estudado um caso em que o índice de modulação do conversor apresenta saturação. Neste caso, será simulado um sistema com um retificador trifásico com carga RL de potência ativa de 9,5 kW e potência reativa de 4 kVAr. O valor da resistência do retificador é 8 Ω e do indutor é 1 m.

A simulação foi dividida nas etapas descritas na Tabela 11.

Tabela 11: Instantes das ações realizadas durante o processo.

Tempo(segundos)	Ação
$0 < t \le 0.05$	Estabilização da Tensão no Barramento CC
$0,\!05 < t \le 0,\!15$	Início da Compensação Harmônica
$0,\!15 < t \le 0,\!25$	Início da Compensação de Potência Reativa

De acordo com as figuras de (50) até (57), o funcionamento do FAPS é similar aos casos anteriores, apresentando um pequeno erro médio da corrente do conversor em relação à sua referência, sendo 0,00152 A no eixo α e 0,00164 A no eixo β . Além disso, de acordo com a Tabela 12, observa-se que tanto após o início da compensação harmônica (2,1 %) quanto após o início da compensação de potência reativa (2,2 %), a THD também permanece dentro dos limites recomendados pela norma IEEE-519. Porém, ao se analisar o índice de modulação do filtro na Figura 58, observa-se que quando o mesmo compensa tanto correntes harmônicas quanto potência reativa, ele trabalha com uma pequena saturação. No caso, ela não afetou o consideravelmente o funcionamento do filtro, porém se a saturação for maior os resultados podem ser afetados negativamente.



Figura 50: Dinâmica das correntes da rede elétrica das fases A, B e C durante todo o processo.



Figura 51: Dinâmica das correntes da fase A da rede, da carga e do FAPS durante todo o processo.

Tabela 12: THD das correntes da rede e da carga durante todo o processo .

Tempo(segundos)	$\mathrm{THD}(\%)$	
	Rede	Carga
$0 < t \le 0.05$	20,17	20,17
$0,\!05 < t \le 0,\!15$	$2,\!10$	$20,\!17$
$0,\!15 < t \le 0,\!25$	$2,\!20$	$20,\!17$



Figura 52: Dinâmica das correntes dos eixos α e β de referência $i^*_{\alpha\beta}$ e do conversor, $i_{\alpha\beta}$.



Figura 53: Erro das correntes do controle dos eixos $\alpha \in \beta$.



Figura 54: Dinâmica da tensão do barramento CC durante todo o processo.



Figura 55: Dinâmica das potências ativa e reativa da rede durante todo o processo.



Figura 56: Dinâmica das potências ativa e reativa da carga durante todo o processo..



Figura 57: Dinâmica das potências ativa e reativa do FAPS durante todo o processo.



Figura 58: Dinâmica do índice de modulação da fase A durante todo o processo.

4.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

No presente capítulo foi estudado o sistema de controle de um FAPS desenvolvido para diversos tipos de cargas diferentes.

Análises da forma de onda da corrente, como espectro harmônico e THD, mostraram que o controle foi eficaz no sentido de filtrar a corrente da rede deixando o conteúdo harmônico presente na mesma dentro dos padrões propostos pela principal norma internacional, IEEE-519, abaixo de 5%. O erro do controle no eixo α apresentou um valor um pouco maior em relação ao eixo β . Isso se deve ao fato de o eixo α além da corrente, também é responsável pelo controle do barramento CC. Mesmo assim, o erro ainda é muito pequeno, na ordem de $10^{-3} A$.

Outras análises como da tensão no barramento CC, das potências ativa e reativa tanto da rede, da carga e FAPS e do índice de modulação também comprovaram a eficácia do controle, além de uma rápida resposta a variações no sistema. No caso da compensação de potência reativa, o fator de potência tornou-se praticamente unitário, mostrando a eficácia desse controle.

No último estudo de caso, observa-se o FAPS trabalhando na região de saturação. Apesar disso, não houve interferência considerável no funcionamento do FAPS. Deve-se ressaltar que se a saturação for maior, os prejuízos nos resultados podem ser consideráveis.

5 CONCLUSÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÕES

O objetivo do presente trabalho foi apresentar um controle em espaço de estados para compensação de corrente harmônica geradas por uma carga na rede elétrica através de um Filtro Ativo de Potência Shunt FAPS. Foram utilizados controladores ressonantes em paralelo para compensar seletivamente as harmônicas. O cálculo dos ganhos de realimentação foi baseado no Regulador Linear Quadrático Digital, dLQR. Este método otimiza e facilita o cálculo dos ganhos, além de garantir margens de estabilidade e resposta transitória satisfatórias de acordo com a escolha das matrizes de pesos.

A vantagem de se calcular os ganhos do controlador ressonante através do dLQR é o fato de ser possível otimizar o sistema de controle como um todo. Levando em consideração todos os modos ressonantes no projeto. No caso do projeto por funções de transferência, os ganhos de cada controlador são obtidos separadamente, sem levar em consideração a interação entre os modos ressonantes. Outra grande vantagem devido à abordagem em espaço de estados é tornar o projeto sistemático, o que facilita a inclusão de mais controladores ressonantes, sem alterar o modo do cálculo dos ganhos.

Atrelado a isso, a Teoria das Potências Instantâneas, Teoria p - q, mostrou-se eficaz e objetiva na obtenção das referências para o controle, tanto na compensação harmônica quanto na compensação de potência reativa. Além disso, o controle do barramento CC mostrou-se bastante robusto, uma vez que sofreu pequenas variações quando o sistema era perturbado e também retornava rapidamente à referência que deveria seguir.

Quando o filtro trabalhou atingindo a saturação, os resultados foram bons, porém pode-se gerar prejuízos consideráveis ao sistema. Além disso, se seu funcionamento apresentar uma grande saturação, os resultados podem ser não satisfatórios, sendo necessário projetar um novo filtro para o novo sistema. Saturação dinâmica ou prioridades ao que se deseja compensar podem ser uma boa solução quando o conversor
apresenta saturação.

Por fim, destaca-se que o projeto do FAPS aqui apresentado reduziu consideravelmente o conteúdo da corrente harmônica drenada na rede, deixando esta sempre dentro dos padrões estabelecidos pela recomendação internacional IEEE-519. Ainda, o controle se mostrou eficaz na compensação de potência reativa, tornando o fator de potência praticamente unitário. Em todos os casos, o filtro não apresentou saturação, característica muito importante para seu funcionamento, durabilidade.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros propõe-se:

- Montagem do protótipo experimental e validação do sistema estudado;
- Estender o projeto para sistemas desequilibrados a 3 e 4 fios;
- Estudar, projetar e comparar com outros tipos de cálculos dos ganhos;
- Estender o projeto de controle para filtros ativos série e híbridos.

5.3 TRABALHOS PUBLICADOS

- Controle Digital de Um Filtro Ativo de Potência Em Espaço de Estados Utilizando DLQR, DOMINGOS, R. M., ALMEIDA, P. M., ALMEIDA, A. O., BARBOSA, P. G. Congresso Brasileiro de Automática 2018 - CBA 2018, João Pessoa, PB, 2018
- Sistema de Transmissão Em Corrente Contínua Baseado Em Conversores Multiníveis Modulares Utilizando Controle Por Realimentação De Estados, ALMEIDA, A. O., Almeida, P. M., DOMINGOS, R. M., Barbosa, P. G. Congresso Brasileiro de Automática 2018 - CBA 2018, João Pessoa, PB, 2018

REFERÊNCIAS

AKAGI, H. Control strategy and site selection of a shunt active filter for damping of harmonic propagation in power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 12, n. 1, p. 354–363, 1997.

AKAGI, H.; KANAZAWA, Y.; NABAE, A. Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components. *IEEE Transactions on industry applications*, IEEE, n. 3, p. 625–630, 1984.

AKAGI, H.; NABAE, A.; ATOH, S. Control strategy of active power filters using multiple voltage-source pwm converters. *IEEE transactions on industry applications*, IEEE, n. 3, p. 460–465, 1986.

AKAGI, H.; WATANABE, E. H.; AREDES, M. Instantaneous power theory and applications to power conditioning. In: . : John Wiley & Sons, 1983. v. 1.

AKAGI, H.; WATANABE, E. H.; AREDES, M. *The instantaneous power theory.* : Wiley Online Library, 2007.

ALI, S. M.; KAZMIERKOWSKI, M. Current regulation of four-leg pwm/vsi. In: IEEE. Industrial Electronics Society, 1998. IECON'98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE. 1998. v. 3, p. 1853–1858.

ALI, S. M.; KAZMIERKOWSKI, M. Pwm voltage and current control of four-leg vsi. In: IEEE. *Industrial Electronics*, 1998. Proceedings. ISIE'98. IEEE International Symposium on. 1998. v. 1, p. 196–201.

ALMEIDA, P. Modelagem e controle de conversores estáticos fonte de tensão utilizados em sistemas de geração fotovoltaicos conectados à rede elétrica de distribuição. ufjf. juiz de fora. *Juiz de Fora*, 2011.

ALMEIDA, P. M. d. et al. Contribuições ao estudo de conexão de sistemas fotovoltaicos à rede elétrica sem filtros passivos: projeto de controladores digitais para redução do conteúdo harmônico. Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2013.

ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. Computer-controlled systems: theory and design. : Courier Corporation, 2013.

AZEVEDO, C. C. d. Controle adaptativo robusto para filtros ativos de potência paralelo. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2011.

BAKHSHAI, A.; RAD, H. S.; JOOS, G. Space vector modulation based on classification method in three-phase multi-level voltage source inverters. In: IEEE. *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE.* 2001. v. 1, p. 597–602.

BHATTACHARYA, S.; DIVAN, D. Active filter solutions for utility interface of industrial loads. In: IEEE. Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1996., Proceedings of the 1996 International Conference on. 1996. v. 2, p. 1078–1084.

BHATTACHARYA, S. et al. Parallel active filter system implementation and design issues for utility interface of adjustable speed drive systems. In: IEEE. Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS'96., Conference Record of the 1996 IEEE. 1996. v. 2, p. 1032–1039.

BOJOI, R. I. et al. Current control strategy for power conditioners using sinusoidal signal integrators in synchronous reference frame. *IEEE Transactions on Power Electronics*, IEEE, v. 20, n. 6, p. 1402–1412, 2005.

BOLLEN, M. H. Understanding power quality problems: voltage sags and interruptions. : IEEE press, 2000.

BOWES, S. R. New sinusoidal pulsewidth-modulated invertor. In: IET. *Proceedings* of the Institution of Electrical Engineers. 1975. v. 122, n. 11, p. 1279–1285.

BRAZ, E.; RIBEIRO, R.; OLIVEIRA, A. A robust adaptive strategy for improving harmonic compensation in shunt active power filters. In: IEEE. *Power Electronics Specialists Conference, 2008. PESC 2008. IEEE.* 2008. p. 3419–3424.

BUSO, S.; MALESANI, L.; MATTAVELLI, P. Comparison of current control techniques for active filter applications. *IEEE transactions on industrial electronics*, IEEE, v. 45, n. 5, p. 722–729, 1998.

BUSO, S.; MATTAVELLI, P. Digital control in power electronics. *Lectures on power electronics*, Morgan & Claypool Publishers, v. 1, n. 1, p. 1–158, 2006.

CHANDRA, A. et al. An improved control algorithm of shunt active filter for voltage regulation, harmonic elimination, power-factor correction, and balancing of nonlinear loads. *IEEE transactions on Power electronics*, IEEE, v. 15, n. 3, p. 495–507, 2000.

CLARK, E. Circuit Analysis of AC Power Systems-Volume I: Symmetrical & Related Components. 1943.

CLOSE, C. M. Circuitos lineares. : Livros Tecnicos e Científicos Editora S A, 1975.

CUTRI, R. Compensação de desequilíbrios de carga empregando conversor estático operando com modulação em largura de pulso. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2004.

DAS, J. Passive filters-potentialities and limitations. In: IEEE. *Pulp and Paper Industry Technical Conference, 2003. Conference Record of the 2003 Annual.* 2003. p. 187–197.

DOMINGOS, R. Inversores trifásicos multifuncionais: Estratégia de controle de corrente para compensação reativa e harmônica com saturação dinâmica. *Universidade Federal de Vicosa*, 2015.

DOMINGOS, R. M. et al. Current control strategy for reactive and harmonic compensation with dynamic saturation. In: IEEE. *Industrial Electronics (ISIE)*, 2015 *IEEE 24th International Symposium on*. 2015. p. 669–674.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Modern control systems. : Pearson, 2011.

DORF, R. C. et al. Sistemas de controle moderno. : São Paulo. LTC, 2001.

DUGAN, R. C.; MCGRANAGHAN, M. F.; BEATY, H. W. Electrical power systems quality. *New York, NY: McGraw-Hill, c1996*, 1996.

EL-HABROUK, M.; DARWISH, M.; MEHTA, P. Active power filters: A review. *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, IET, v. 147, n. 5, p. 403–413, 2000.

FERRERO, A. et al. On the meaning of the park power components in three-phase systems under non-sinusoidal conditions. *European Transactions on Electrical Power*, Wiley Online Library, v. 3, n. 1, p. 33–43, 1993.

HOLMES, D.; MARTIN, D. Implementation of a direct digital predictive current controller for single and three phase voltage source inverters. In: IEEE. Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS'96., Conference Record of the 1996 IEEE. 1996. v. 2, p. 906–913.

IEEE-STD.519. Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems. 2014.

IEEE-STD.929-2000. Recommended Pratice for Utility Interface of Photovoltaics Systems. 2000.

JÚNIOR, S. Conversores do tipo fonte de tensao trifásico com quatro fios: proposta de implementação e estratégia de modulação por largura de pulso. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo.

KATSUHIKO, O. Engenharia de controle moderno. *KATSUHIKO Ogata, 5th Ed.* 801p, 2011.

KAŻMIERKOWSKI, M. P.; KRISHNAN, R.; BLAABJERG, F. Control in power electronics: selected problems. : Academic press, 2002.

KHALIGH, A. et al. Integrated power electronic converters and digital control. : CRC Press, 2009.

KOWALCZUK, Z. Discrete approximation of continuous-time systems: a survey. *IEE* Proceedings G (Circuits, Devices and Systems), IET, v. 140, n. 4, p. 264–278, 1993.

LANDAU, I. D.; ZITO, G. Digital control systems: design, identification and implementation. : Springer Science & Business Media, 2007.

LASCU, C. et al. High performance current controller for selective harmonic compensation in active power filters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, IEEE, v. 22, n. 5, p. 1826–1835, 2007.

LIMONGI, L. et al. Digital current-control schemes. *IEEE industrial electronics magazine*, IEEE, v. 3, n. 1, p. 20–31, 2009.

MOHAN, N.; UNDELAND, T.; ROBBINS, W. P. Power Electronics: Converters, Applications and Deseign. : John Wiley and Sons Inc., 1995.

MONTEIRO, L. F. C. Algumas Contribuições Para Controle de Filtros Ativos. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, 2003.

MOUDGALYA, K. M. Digital control. : Wiley Online Library, 2007.

NETO, A. Filtros ativos paralelos aplicados a sistemas elétricos trifásicos a quatro fios. Universidade Estadual de Londrina, 2009.

OGATA, K. Discrete-time control systems. : Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1995.

OGATA, K.; SEVERO, B. *Engenharia de controle moderno.* : Prentice Hall do Brasil, 1998.

OHNISHI, T.; OKITSU, H. A novel pwm technique for three-phase inverter/converter. *The transactions of the Institute of Electrical Engineers of Japan. B*, The Institute of Electrical Engineers of Japan, v. 105, n. 2, p. 176–183, 1985.

OLIVEIRA, C. C. B. et al. Introdução a Sistemas Elétricos de Potência. : Blucher, 2000.

OMORI, J. S. Aplicação de filtro ativo trifásico em sistemas de distribuição de baixa tensão. Tese (Doutorado) — Dissertação de Mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

PENELLO, L. F.; WATANABE, E.; AREDES, M. Filtro ativo de potência tipo shunt com seleção da potência a ser compensada. *Revista Controle & Automação*, v. 4, n. 1, p. 31–37, 1993.

PENG, F. Z.; AKAGI, H.; NABAE, A. A new approach to harmonic compensation in power systems. In: IEEE. *Industry Applications Society Annual Meeting*, 1988., *Conference Record of the 1988 IEEE*. 1988. p. 874–880.

PEREIRA, H. A. et al. Adaptive saturation for a multifunctional three-phase photovoltaic inverter. In: IEEE. *Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe), 2015 17th European Conference on.* 2015. p. 1–10.

POMILIO, J. A. Pré-reguladores de fator de potência. *Publicação FEE*, v. 3, p. 95, 1997.

RIBEIRO, R. L. de A.; AZEVEDO, C. C. de; SOUSA, R. M. de. A robust adaptive control strategy of active power filters for power-factor correction, harmonic compensation, and balancing of nonlinear loads. *IEEE Transactions on Power Electronics*, IEEE, v. 27, n. 2, p. 718–730, 2012.

SCHONUNG, A. Static frequency changers with subharmonic control in conjunction with reversible variable-speed ac drives. *Brown Boveri Review*, v. 555, 1964.

SOARES, P. M. O. d. R. Discretização de controladores contínuos. 1996.

SONNENSCHEIN, M.; WEINHOLD, M. Comparison of time-domain and frequencydomain control schemes for shunt active filters. *European transactions on electrical power*, Wiley Online Library, v. 9, n. 1, p. 5–16, 1999.

SVOBODA, J. A.; DORF, R. C. *Introdução aos Circuitos Elétricos.* : LTC Editora, Rio de Janeiro, 2008.

VACCARO, R. J. Digital control: a state-space approach. : McGraw-Hill New York, 1995.

WATANABE, E. H.; AREDES, M. Teoria de potência ativa e reativa instantânea e aplicações-filtros ativos e facts. In: *CONGRESSO BRAS. DE AUTOMÁTICA - CBA.* 1998. v. 12, p. 81–122.

YEPES, A. G. et al. Effects of discretization methods on the performance of resonant controllers. *IEEE Transactions on Power Electronics*, IEEE, v. 25, n. 7, p. 1692–1712, 2010.

YEPES, A. G. et al. Analysis and design of resonant current controllers for voltage-source converters by means of nyquist diagrams and sensitivity function. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 58, n. 11, p. 5231–5250, 2011.

YUAN, X. et al. Stationary-frame generalized integrators for current control of active power filters with zero steady-state error for current harmonics of concern under unbalanced and distorted operating conditions. *IEEE transactions on industry applications*, IEEE, v. 38, n. 2, p. 523–532, 2002.

APÊNDICE A – REPRESENTAÇÃO DE VARIÁVEIS TRIFÁSICAS BALANCEADAS ATRAVÉS VETORES ESPACIAIS

A vantagem do fasor espacial é o fato dele carregar informações de amplitudade, ângulo de fase e frequência de uma grandeza trifásica instantânea (tensão e corrente) (ALMEIDA, 2011). De acordo com (WATANABE & AREDES, 1998) (FERRERO et al., 1993), (OLIVEIRA et al., 2000) e (CUTRI, 2004), um termo de tensões ou correntes instantâneas representadas por $u_a(t)$, $u_b(t)$ e $u_c(t)$ de um sistema trifásico a três fios pode ser associado a um vetor espacial $\vec{\mathbf{U}}$ no plano $\alpha\beta$. Assim, de acordo com a Figura 59, o vetor $\vec{\mathbf{U}}$ pode ser escrito tanto como uma combinação linear nas coordenadas *abc*, defasados 120° um do outro, quanto nas coordenadas $\alpha\beta$. Será considerado que o sistema trifásico é balanceado, logo, não aparecerá a componente de sequência zero no sistema $\alpha\beta$.

A.1 REPRESENTAÇÃO DO FASOR ESPACIAL NAS COORDENADAS $\alpha\beta$

Considere as componentes trifásicas senoidais e balanceadas conforme apresentado em Equação A.1.

$$\begin{cases} u_a = \hat{U}cos(\omega t + \theta_0) \\ u_b = \hat{U}cos(\omega t + \theta_0 - \frac{2\pi}{3}) \\ u_c = \hat{U}cos(\omega t + \theta_0 - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$
(A.1)

sendo \hat{U} a amplitude, ω a frequência angular e θ_0 o ângulo de fase.



Figura 59: Sistemas de Coordenadas $abc \in \alpha\beta$ e o Vetor Espacial \vec{U} .

A partir de Equação A.1, define-se o fasor espacial mostrado em Equação A.2.

$$\vec{\mathbf{u}} = \frac{2}{3} \left(e^{j0} u_a + e^{j\frac{2\pi}{3}} u_b + e^{j\frac{4\pi}{3}} u_c \right) \tag{A.2}$$

Substituindo a Equação A.1 na Equação A.2 e utilizando da propriedade mostrada em Equação A.3, chega-se a relação mostrada na Equação A.4.

$$\cos(\phi) = \frac{e^{j\phi} + e^{-j\phi}}{2} \tag{A.3}$$

$$\vec{\mathbf{u}} = (\hat{U}e^{j\theta_o})e^{j\omega t} \tag{A.4}$$

A componente $(\hat{U}e^{j\theta_o})$ pode ser representada por um vetor no plano complexo. A extremidade de \vec{u} descreve uma trajetória circular e com um raio de valor igual a \hat{U} . Considerando $e^{j\omega t}$ constante, adota-se que as componentes positivas de \vec{u} gira no sentido anti-horário e as componentes negativas no sentido horário (CUTRI, 2004). Assim, baseado em Equação A.3, o fasor espacial \vec{u} é o mesmo fasor ($\hat{U}e^{j\theta_o}$), que gira no sentido anti-horário e velocidade angular ω .

Além dessa notação vetorial, pode-se tambpem chegar à notação complexa, onde o eixo α corresponde ao eixo real e o eixo β ao eixo imaginário. Para isso, basta usar a propriedade representada na Equação A.5 na Equação A.2. Assim, chega-se a Equação A.6.

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta) \tag{A.5}$$

$$\vec{\mathbf{u}} = \frac{2}{3}\hat{U}\left[\left(u_a - \frac{1}{2}u_b - \frac{1}{2}u_c\right) + \left(j\frac{\sqrt{3}}{2}u_b - j\frac{\sqrt{3}}{2}u_c\right)\right]$$
(A.6)

Chamando:

$$u_{\alpha} = \frac{2}{3}\hat{U}\left(u_a - \frac{1}{2}u_b - \frac{1}{2}u_c\right)$$

е

$$u_{\beta} = \frac{2}{3}\hat{U}\left(j\frac{\sqrt{3}}{2}u_b - j\frac{\sqrt{3}}{2}u_c\right)$$

o vetor $\vec{\mathbf{u}}$ passa a ser representado nas coordenadas $\alpha\beta$ conforme mostrado na Equação A.7.

$$\vec{\mathbf{u}} = \vec{\mathbf{u}}_{\alpha\beta} = u_{\alpha} + ju_{\beta} \tag{A.7}$$

Portanto, a Transformada de Clark, que representa a relação entre os coeficientes u_{α} , $u_{\beta} \in u_a$, u_b , u_c é definida pela Equação A.8.

$$\begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{a} \\ u_{b} \\ u_{c} \end{bmatrix}$$
(A.8)

E a Transformada Inversa de Clark é a representada na Equação A.9

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$$
(A.9)