Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Ciências Exatas

PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Letícia Botelho Natalino

Matemática Financeira para o EJA

Juiz de Fora

2014

Letícia Botelho Natalino

Matemática Financeira para o EJA

Dissertação apresentada ao PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) na Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Ensino de Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Sandro Rodrigues Mazorche

Juiz de Fora

2014

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Natalino, Letícia Botelho.
Matemática Financeira para o EJA / Letícia Botelho Natalino. – 2014.
44 f. : il.

Orientador: Sandro Rodrigues Mazorche.
Dissertação (PROFMAT) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2014.

1. Matemática Financeira. 2. EJA. 3. Cotidiano. I. Mazorche, Sandro Rodrigues, orient. II. Título.

Letícia Botelho Natalino

Matemática Financeira para o EJA

Dissertação apresentada ao PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) na Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Ensino de Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 26 de fevereiro de 2014

Prof. Dr. Sandro Rodrigues Mazorche - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professor Dr. Luiz Fernando de Oliveira Faria
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professor Dr. Francinildo Nobre Ferreira
Universidade Federal de São João del-Rei

Dedico este trabalho ao meu pai, Milton Rodrigues Natalino.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Sandro Rodrigues Mazorche por ter me ajudado a transformar uma ideia nesse trabalho, seu direcionamento foi primordial. Aos meus pais, Ana Lígia Botelho Natalino e Milton Rodrigues Natalino, pelo apoio, amor, dedicação, paciência, incentivo. Ao meu pai pela ajuda na busca bibliográfica, ter me escutado, você é o melhor. Aos meus irmãos, sobrinhos, cunhadas, amigos por existirem e se fazerem presentes. Aos amigos feitos no profmat por todo carinho e por terem feito dos sábados momentos agradáveis, levarei todos no coração. Aos professores pelos ensinamentos. À minha grande amiga Alice, por ter me apoiado num momento difícil. À CAPES pela concessão da bolsa.

Um bom ensino da Matemática forma melhores hábitos de pensamento e habilita o individuo a usar melhor sua inteligência.

(Irene de Albuquerque)

RESUMO

Este trabalho aborda o ensino da matemática financeira para alunos da EJA, educação de jovens e adultos, do ensino médio, visando contribuir com a revisão de conteúdos, como potências, porcentagem e introduzindo conceitos de logarítmo e progressões, além dos próprios conceitos envolvidos no referido conteúdo. A partir da observação não planejada, das dificuldades na retomada dos estudos e a defasagem de alguns conteúdos dos alunos da EJA, em salas que o autor lecionava foi sendo construída a ideia do tema da abordagem desse trabalho, resultando em quatro propostas de atividades de situações problemas relacionadas ao cotidiano de muitos desses alunos, onde a retomada de conceitos já aprendidos de matemática e a introdução de novos poderia ser feita concomitantemente a aplicação das atividades. Para tanto as propostas de atividades abordam situações cotidianas de parcelamento, financiamento, resgate de parcelas e uso da poupança, entre outras. Apesar da não aplicação das atividades pretende-se que ao se fazê-la os alunos tenham um ambiente propicio para compreender a importância e amplitude dos conteúdos abordados e aprender a aplica-los no seu dia-a-dia.

Palavras-chave: Matemática Financeira. EJA. Cotidiano.

ABSTRACT

This paper discusses the teaching of financial mathematics for students of adult education high school in order to contribute to the review of content such as powers , percentage and introducing concepts of logarithm and progressions , beyond the actual concepts involved in that content. From unplanned observation of the difficulties in resuming studies and lag some contents of the EJA students in rooms that the author was teaching was being built theme idea of the approach of this work , resulting in four proposed activities of problem situations related to daily life of many of these students , where the resumption of math concepts already learned and the introduction of new could be done in addition to implementation of activities . For both the proposed activities address everyday situations installment , financing, redemption of shares and use of savings , among others . Despite the lack of implementation of activities is intended to make it up to the students to have a supportive environment to understand the importance and breadth of content covered and learn to apply them in their day -to-day .

Key-words: Financial mathematics. EJA. Everyday.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EJA	Educação de Jovens e Adultos
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN	Paramêtros Curriculares Nacionais
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Muitos alunos apresentam grande aversão pela matemática. Um dos motivos dessa aversão é pela forma que a matemática é apresentada: abstrata e pouco relacionada às atividades do cotidiano. Ao se atentar a essas argumentações o que poderia ser proposto?

Hoje, pode-se perceber como um consenso à necessidade de se contextualizar os conteúdos de matemática, tornando-os mais significativos e quem sabe assim os alunos passem a enxergar o objeto de aprendizagem como algo mais próximo deles, e a partir dessa relação deixe de ser apenas um expectador e passem a contribuir com o processo, compartilhando suas experiências.

Por ser um conteúdo instrumental, ou seja, oferece conhecimento e tem aplicação para diversas outras áreas, favorecendo a interdisciplinaridade, a matemática está interligada a diversas práticas do nosso dia-a-dia, como, por exemplo, identificar as operações mais comuns no mercado financeiro e administrar melhor o nosso dinheiro.

Ao fazer uma análise histórica podemos nos informar que ao longo dos tempos, o homem percebeu que tempo e dinheiro se relacionavam através da perda de valor do dinheiro com o passar do tempo, necessitando de correções monetárias, surgindo assim o conceito de juros.

Contudo, a ideia de juros é anterior à existência do dinheiro de papel ou moeda. Existem relatos de fatos históricos, datados de 2000 a.C., onde o pagamento de empréstimos de sementes feito por agricultores a outros agricultores era através das sementes emprestadas acrescido de parte da colheita, o que podemos entender como os juros pelo tempo do empréstimo.

Com o surgimento das moedas, que eram de circulação local, passou-se a ter um problema quando a comercialização era feita com moedas diferentes, o que fez aparecer pessoas que realizavam trocas entre essas diferentes economias, o que chamamos nos dias atuais de câmbio. Estas pessoas ficavam sentadas em bancos de armazéns ou praças realizando essas trocas, servindo de cambistas, como também realizavam empréstimos, guardavam dinheiro, dando mais segurança às pessoas, uma vez que guardar dinheiro em casa estava sujeito a roubo. Com a maior procura por esses serviços, passou-se a cobrar um valor para tal, ou seja, essas pessoas passaram a lucrar através da prestação desse serviço. Com o passar dos anos essa atividade foi se tornando cada vez mais organizada levando assim ao surgimento dos bancos e da ideia dos juros compostos.

Fazendo um paralelo com nossa atualidade e o florescimento econômico mundial pode-se perceber mudanças no sistema monetário e de toda economia e em conjunto com essas mudanças a matemática financeira foi se tornando algo cada vez mais desenvolvido e englobando mais informações e fórmulas para resolver novas questões.

A matemática financeira, ou também chamada matemática comercial tem como um dos seus objetivos estudar o valor do dinheiro no tempo e possui diversas aplicações no dia-a-dia das pessoas através de financiamentos de carros, motos e casas, de realização de empréstimos, quitações anteriores e posteriores de prestações, compras no crediário ou com cartão de credito, descontos e aumentos comerciais, aplicações financeiras, entre outras.

Este trabalho tem como finalidade apresentar a Matemática Financeira para alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), com o objetivo de oferecer conhecimento para orientá-los no dia-a-dia. Sendo a EJA um projeto, onde o aluno completa a série desejada em um semestre e para isso o aluno deve ter 18 anos ou mais. O segmento é regulamentado pelo artigo 37 da Lei de Diretrizes e Bases da educação [3].

A EJA, educação de jovens e adultos, é uma turma formada por alunos que há muito tempo deixaram de frequentar a escola ou que tiveram reprovações e estão em uma faixa etária diferente da pretendida no ensino regular. Entendendo o que levaram esses alunos ao EJA pode-se perceber uma defasagem em conteúdos básicos de matemática que poderiam ser recordados e aprendidos através de atividades bem práticas relacionadas à matemática financeira. Estas atividades recordariam cálculo de porcentagens, taxa de juros, potenciação e introduziriam os conceitos de logaritmo e progressões, de grande importância, bem como outros conceitos de matemática financeira.

O conteúdo matemática financeira aparece nos livros do primeiro ano do ensino médio regular. Assim, podemos identificar essa proposta de trabalho adequada ao EJA I do ensino médio. Contudo, como as fórmulas ligadas a juros compostos envolvem progressões geométricas e a fórmula de juros simples pode ser relacionada a progressão aritmética seria interessante pensar nesse trabalho como um projeto a ser aplicado em continuidade no EJA II.

Tive ótimas experiências trabalhando com turmas do EJA, que são em sua maioria alunos trabalhadores dedicados a absorver conhecimentos que serão uteis em seu dia-a-dia, por isso meu interesse de realizar esse trabalho voltado para eles.

Analisando educar como um processo de produção cultural e coletiva, resolvi formular questões práticas de matemática financeira vivida por esses alunos, bem como por qualquer adulto trabalhador, como crediário e financiamentos. De acordo com os PCN [2] (2002, p. 60), o ensino deve permitir ao aluno “compreender a realidade em que está inserido, desenvolver capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar os recursos necessários para o exercício da cidadania, ao longo de seu processo de aprendizagem”.

Assim, pode-se entender esse processo como algo totalmente vinculado ao nosso dia-a-dia, com o objetivo de facilitar e direcionar nossas escolhas. Segundo As Orientações Curriculares para o Ensino Médio do MEC [1] (2006, p. 71) no processo ensino-aprendizagem "... é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados.".

A partir de todas essas informações a cerca das turmas do EJA e do conteúdo matemática financeira, organizamos esse trabalho em de dois capítulos.

No primeiro capítulo intitulado Matemática Financeira, teremos duas seções, a primeira abordará os conceitos básicos da matemática financeira, além dos outros conceitos fundamentais para as atividades propostas. Esses conceitos serão analisados e exemplificados através de pequenas atividades, e será de fundamental importância introduzi-los através de algumas aulas antes das atividades serem aplicadas. O objetivo é que essa parte do trabalho venha como uma base teórica para orientar as propostas de atividades do segundo capítulo.

A segunda seção desse capítulo será voltada para o ensino da utilização da calculadora cientifica. Pude observar em minha prática em sala de aula que a maioria dos alunos não sabia utilizar a calculadora cientifica que é de grande ajuda no cálculo de potências e logarítmos, cálculos que serão constantemente apresentados nas atividades propostas. Assim, seria de grande ajuda e importância dedicar alguns minutos ou até uma aula para ensinar, pelo menos, as principais ferramentas que a calculadora científica pode nos oferecer.

O segundo capítulo, intitulado Propostas e Soluções, será dedicado a apresentar quatro propostas de atividades a cerca do assunto, bem como suas respectivas soluções. Nesse capítulo, em cada atividade terá dicas de possíveis dúvidas e de outras abordagens da mesma temática.

Dentre tais propostas teremos: calculando o número de prestações do financiamento de uma moto através da taxa de juros informada, onde podemos criar o nosso próprio financiamento através do valor da prestação que caberia no nosso orçamento.

Outra proposta seria através de folders de magazines de móveis, eletrodomésticos e eletroeletrônicos, calcular a prestação de um mesmo artigo em variados números de prestações através das informações das taxas de juros acordada em cada um dos casos, sendo interessante ressaltar que essas taxas de juros, na maioria dos casos, aparecem no final da última página da propaganda de tamanho bem pequeno.

A penúltima proposta irá abordar por quantos meses devo guardar o mesmo valor da prestação na poupança para poder pagar o produto à vista, nessa proposta é importante comentar que fica mais fácil pedir mais descontos à vista, pechinchar quando já temos o dinheiro para pagar.

Na última proposta calcularemos o pagamento antecipado das parcelas de um financiamento. Através dessa atividade analisaremos algumas questões: Como isso ocorre?

O que é mais indicado nesses casos? Por quê?

Essas propostas foram produzidas como resultados de discussões, pesquisas e vivências aprimoradas em sala de aula. Contudo, ainda não foram aplicadas por falta de tempo, podendo até vir posteriormente através de outros trabalhos, de minha autoria ou de qualquer pessoa que se envolver nessa ideia.

Finalizo, acreditando ser sempre possível realizar algo que traga mais prazer à sala de aula, que torne nossas aulas mais dinâmicas e criativas, sem fugir ao nosso objetivo principal, que é ensinar. Pode parecer simples essa iniciativa, pois introduzir um conceito tão prático como a matemática financeira em sala de aula de forma contextualizada, não é algo tão complicado, contudo nem sempre isso acontece. Espero com esse trabalho oferecer uma boa proposta para as diversas realidades encontradas em sala de aula, principalmente a realidade do EJA. Espero também que através dessa proposta formemos alunos mais interessados e entendedores das transações financeiras que os cercam.

2 MATEMÁTICA FINANCEIRA

O objetivo das duas seções desse capítulo é abordar os conceitos indispensavéis para realização das propostas de atividades desse trabalho.

Com o acesso cada vez mais abrangente de calculadoras eletrônicas, também se faz necessário a aprendizagem de sua utilização voltada às propostas apresentadas.

Contudo, não se pretende sanar todos os assuntos e conceios da matemática financeira, que é um conteudo de bastante amplitude.

2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Um dos conceitos mais fundamentais que se deve aprender para se adentrar ao entendimento da matemática financeira ou comercial é o de porcentagem.

Segundo Cristiano Marchi Gimenes [5] a porcentagem, ou percentagem, reside na divisão de algo por cem. Assim, 20 por cento seria 2 décimos de algo, ou seja, 20 dividido por 100, 20 partes de um total de 100 partes. O simbolo para indicar porcentagem é %.

Exemplo 1 *Calcule 25%*

Solução:

$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25$$

Analisando o exemplo acima podemos concluir que 100% é igual a 1 e como qualquer número multiplicado por 1 é igual a ele mesmo, então qualquer número multiplicado por 20% será igual a dois décimos desse número.

Exemplo 2 *Calcule 18% de 750*

Solução:

$$18\% \quad de \quad 750 = 0,18 \times 750 = 135$$

A partir do entendimento do conceito de porcentagem podemos iniciar os conceitos do cálculo financeiro propriamnete dito.

O cálculo financeiro utiliza dois tipos básicos de regime: o regime de juros simples e o regime de juros composto. A diferença básica entre esses dois regimes é que no simples a taxa de juros incide sobre o mesmo capital e no regime composto a taxa de juros incide no capital adicionado dos juros do periodo precedente, o que costumamos chamar de juros sobre juros.

Segundo Carlos Patricio Samanez [7], juro é a remuneração do capital empregado, ou seja, ao final de um determinado período de tempo, um capital será acrescido de uma remuneração (juro). A esse capital acrescido de uma remuneração denominamos montante.

Assim, pode-se concluir que a diferença entre o montante (M) e o capital (C) é o valor do rendimento (J) do capital:

$$J = M - C$$

$$M = C + J$$

Existem duas formas de se apresentar a taxa de juros: forma percentual, através da porcentagem, e forma unitária, através do cálculo da porcentagem.

A taxa de juros (i) é calculada através da divisão do juros pelo capital, esse resultado se apresenta da forma unitária, para passa-lo para a forma percentual basta multiplica-lo por 100:

$$i = \frac{J}{C}$$
$$J = C \times i$$
$$i = \frac{M - C}{C}$$
$$i = \frac{M}{C} - \frac{C}{C}$$
$$i = \frac{M}{C} - 1.$$

Ainda segundo Carlos Patricio Samanez [7] podemos denominar dois tipos de juros com relação ao prazo da operação. Os juros serão chamados de juros comerciais quando um ano é considerado constituído por 12 meses de 30 dias e juros exatos quando um ano corresponder a 365 dias.

As taxas de juros são apresentadas em diversos prazos: taxa ao ano (a.a.), taxa ao mês (a.m.), taxa ao semestre (a.s.), taxa ao trimestre (a.t.), taxa ao bimestre (a.b.), taxa ao dia (a.d.), entre outros.

Exemplo 3 *Calcule o juros obtidos por R$2500,00 aplicados por um ano a taxa de juros de 25% a.a..*

Solução:

Como $J = C \times i$, *então* $J = 2500 \times \frac{25}{100}$.

Logo $J = R\$625,00$.

Exemplo 4 *Qual é o montante de R$1800,00 aplicados por um ano a uma taxa de juros de 24% a.a.?*

Solução:

Como $J = C \times i$*, então* $J = 1800 \times \frac{24}{100}$*, ou seja,* $J = R\$432,00$.

Como $M = C + J$*, então* $M = 1800 + 432$.

Isto é, $M = R\$2232,00$.

Exemplo 5 *Determine a taxa de juros ao ano que transforma um capital R\$1500,00 em um montante de R\$1875,00.*

Solução:

Como $J = M - C$*, então* $J = 1875 - 1500$*, ou seja,* $J = 375$.

Temos também $J = C \times i$*, então* $375 = 1500 \times i$*, ou seja,* $i = 0,25$.

Portanto, $i = 0,25 \times 100 = 25\%a.a.$

Pode-se observar nos exemplos acima, que o prazo das taxas de juros e os prazos das aplicações são os mesmos. Nesses casos não é preciso informar se o regime é simples ou composto, a conta é direta. Se fossem prazos diferentes a informação do tipo de regime seria necessária para fazer a homogeneização dos prazos.

No regime de juros simples a taxa de juros pode ser transformada para qualquer outro prazo utilizando-se apenas de multiplicações e divisões, mantendo valores proporcionais para diferentes prazos, ou seja, a taxa de juros tem um comportamento linear em relação ao tempo. É importante ressaltar que a taxa de juros tem pouquissíma aplicação no mercado financeiro, sendo rentavél apenas em prazos pequenos.

Exemplo 6 *Determine a taxa trimestral de juros simples equivalente a taxa de juros simples de 15%a.a.*

Solução:

$$i = 15\%a.a. \Longleftrightarrow \frac{15}{12}\%a.m. = 1,25\%a.m. \Longleftrightarrow 1,25 \times 3a.t. = 3,75\%a.t.$$

Dado esse comportamento linear, um capital aplicado durante t periodos de prazo da taxa de juros resulta em um rendimento calculado através da seguinte formula:

$$J = \underbrace{C \times i + C \times i + C \times i...}_{t}$$

$$J = C \times i \times t$$

$$J = M - C \Longleftrightarrow C \times i \times t = M - C$$

$$M = C + C \times i \times t \Longleftrightarrow M = C(1 + it).$$

Exemplo 7 *Qual é o rendimento de R\$5600,00 aplicados por 2 meses à taxa simples de 18%a.a.?*

Solução:

Como $J = C \times i \times t$, *então* $J = 5600 \times \frac{18}{100 \times 12} \times 2$.

Logo $J = R\$168,00$.

Exemplo 8 *Um título foi resgatado por R\$2240,00. Sabendo que a taxa de juros simples aplicada foi de 120%a.a. e os juros obtidos totalizaram R\$840,00, quantos meses durou a aplicação?*

Solução:

$C = 2240 - 840 = 1400$

Como $J = C \times i \times t$, *então* $840 = 1400 \times \frac{120}{12 \times 100} \times t$

Logo t=6 meses.

Exemplo 9 *Qual é o valor do resgate de R\$250,00 aplicados por 60 meses à taxa simples de 3% a.s.?*

Solução:

Como $M = C(1 + it)$, *então* $M = 250(1 + \frac{3}{100 \times 6} \times 60)$.

Logo $M = R\$325,00$.

Pode-se também pensar nos montantes de meses consecutivos do juros simples como termos de uma PA, pois as progressões aritméticas (PA) são sequencias nas quais dois termos consecutivos aumentam ou diminuem de um mesmo valor.

A fórmula geral dos termos de uma progressão aritmética é $a_n = a_1 + (n-1)r$, onde a_1 é o primeiro termo dessa sequência, n é a posição do termo que se pretende calcular e r é a razão dessa sequência, sendo esta calculada através da subtração de dois termos consecutivos, e é o mesmo valor que aumenta ou diminui dos termos.

Observe que:

$$t = 1 \Longleftrightarrow a_1 = M = C + C \times i.$$

Analogamente,

$$t = 2 \Longleftrightarrow a_2 = M = C + C \times i + C \times i = a_1 + C \times i,$$

$$t = 3 \Longleftrightarrow a_3 = M = C + C \times i + C \times i + C \times i = a_1 + C \times i + C \times i.$$

Para o caso geral temos:

$$t = n \Longleftrightarrow a_n = M = a_1 + (n-1)C \times i = C + C \times i + (t-1)C \times i = C(1 + it).$$

Exemplo 10 *(SBM[4]) O preço de um carro novo é de* $R\$15000,00$ *e diminui de* $R\$1000,00$ *a cada ano de uso. Qual será o preço com 4 anos de uso?*

Solução:

Neste caso temos uma PA em que $a_1 = 15000$, *n=5 (pois* a_1 *é referente ao ano 0) e r=-1000.*

Como $a_n = a_1 + (n-1)r$, *então* $a_5 = 15000 + (5-1) \times (-1000)$, *ou seja,* $a_5 = 15000 - 4000 = 11000$.

Assim o preço do carro após quatro anos de uso será de $R\$11000,00$.

Antes de introduzir o conceito de juros composto se faz necessário apresentar as definições de: pontênciação, com suas propriedades, radiciação, progressão geométrica (PG) e logarítmos.

Potenciação é uma operação na qual precisamos multiplicar um número a, um número n de vezes, ou seja, $\underbrace{a \times a \times a \times ....}_{nvezes}$ Esse valor é denominado por a^n. O número a é chamado base e o número n é o expoente.

Exemplo 11 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$ *, onde 2 é a base e 7 é o expoente.*

O cálculo de potências é regido por algumas propriedades que serão bastante úteis nesse trabalho.

Sejam a um número real não nulo, x e y números inteiros. Admitimos as seguintes propriedades:

1. $a^0 = 1$
2. $a^1 = a$
3. $a^x \times a^y = a^{x+y}$
4. $a^x \div a^y = a^{x-y}$
5. $(a^x)^y = a^{xy}$
6. $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

Exemplo 12 *Calcule* $(9.3^2 \frac{1}{3^3})^{-1}$

Solução:

$(9.3^2.\frac{1}{3^3})^{-1} = (3^2.3^2.3^{-3})^{-1} = (3^{2+2+(-3)})^{-1} = (3^1)^{-1} = 3^{1.(-1)} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

É chamado de radiciação a operação feita quando dado um radicando e um índice se calcula uma raiz. Esta raiz pode ser quadrada, cúbica, quarta e assim por diante dependendo do índice indicado. Sendo simbolizado por um radical $\sqrt{x}$, onde o x, ou qualquer símbolo que aparecer em seu interior, é chamado de radicando.

Para se achar números reais como resultado do processo de radiciação é necessário que para um índice par o radicando seja um número não negativo. Quando o índice de uma raiz não aparece dizemos que esta é uma raiz quadrada, ou seja, de índice 2.

A radiciação é uma operação inversa da potenciação. Assim, quando calculamos uma raiz onde seu índice é o expoente da potência e seu radicando é o resultado da potência, o resultado é a base da potência.

Exemplo 13 $2^4 = 16 \Longleftrightarrow \sqrt[4]{16} = 2$

$5^2 = 25 \Longleftrightarrow \sqrt{25} = 5$

Essa operação inversa pode ser bem observada quando transformamos um radical para uma potência.

$$\sqrt[x]{a^y} = a^{\frac{y}{x}}$$

Exemplo 14 $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2^{\frac{4}{4}} = 2^1 = 2$

$\sqrt{625} = \sqrt{5^4} = 5^{\frac{4}{2}} = 5^2 = 25$

Segundo Cristiano Marchi Gimenes [5] (2006, p.15) progressão geometrica é uma "sequencia númerica finita ou não, formada por termos não nulos, na qual partindo do segundo termo, cada termo é igual ao anterior multiplicado por um valor fixo, denominado razão, simbolizada por q."

Assim podemos concluir que os termos da PG são da seguinte forma:

Primeiro termo a_1

Segundo termo $a_2 = a_1 \times q$

Terceiro termo $a_3 = a_1 \times q \times q = a_1 \times q^2$ e assim por diante.

O termo n-ésimo é $a_n = a_1 \times q^{n-1}$.

Seja S_n a soma dos n primeiros termos de uma PG, podemos concluir que:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n,$$

ou seja,

$$S_n = a_1 + a_1 \times q + a_1 \times q^2 + ... + a_1 \times q^{n-1}.$$

Multiplicando S_n por q, teremos:

$$q \times S_n = q \times a_1 + a_1 \times q^2 + a_1 \times q^3 + ... + a_1 \times q^n.$$

Fazendo a subtração das duas últimas equações obtemos:

$$S_n - q \times S_n = a_1 - a_{n+1}$$

$$S_n - q \times S_n = a_1 - a_1 \times q^n$$

ou seja,

$$S_n \times (1 - q) = a_1 \times (1 - q^n)$$

Portanto

$$S_n = \frac{a_1 \times (1 - q^n)}{(1 - q)}$$

Exemplo 15 *(SBM [4])Um carro novo custa R\$18000,00 e, com 4 anos de uso vale R\$12000,00. Supondo que o valor decresça a uma taxa anual constante, determine o valor do carro com um ano de uso.*

Solução:

Neste caso temos uma PG em que $a_1 = 18000$, $q =$ *taxa anual* , $a_5 = 12000$.

Como $a_n = a_1 \times q^{n-1}$, *então* $a_5 = a_1 \times q^{5-1}$.

Obtendo $12000 = 18000 \times q^4$, *ou seja,* $\frac{12000}{18000} = q^4$.

Logo $\sqrt[4]{\frac{2}{3}} = q$, *ou seja,* $q = 0,9036$.

Analogamente temos $a_2 = 18000 \times 0,9036^{2-1} = 16264,8$.

Portanto o valor do carro com um ano de uso é $R\$16264,80$.

Exemplo 16 *Um grupo de 10 amigos se juntou para realizar negócio. Para isso, a partir do mês de março, sortearam 1 dos 10 meses restantes para cada um deles. No primeiro mês cada amigo entregou R\$100,00 para o sorteado do mês. No segundo mês em diante o valor foi reajustado com o índice da poupança. Considerando o índice da poupança de 0,6% ao mês, calcule o valor total gasto por cada amigo.*

Solução

mês 1 $R\$100,00$

mês 2 $100 + 100 \times \frac{0,6}{100} = (1 + 0,006) \times 100 = R\$100,60$

mês 3 $100,60 + 100,60 \times \frac{0,6}{100} = (1 + 0,006) \times 100,60 = 101,2036$

Neste caso temos uma PG em que q=1,006 , $a_1 = 100$*, n=10 meses.*

$$S_n = \frac{a_1 \times (1 - q^n)}{(1 - q)}$$

$$S_{10} = \frac{100 \times (1 - 1,006^{10})}{(1 - 1,006)}$$

$$S_{10} = \frac{100 \times (1 - 1,061646194129383)}{0,006}$$

$$S_{10} = \frac{100 \times (0,061646194129383)}{0,006}$$

$$S_{10} = \frac{6,1646194129383}{0,006}$$

$$S_{10} = 1027,4365688230499$$

$$S_{10} = R\$1027,44$$

Segundo Manoel Paiva [6], foi o escocês John Napier (1550-1617) que apresentou a teoria dos logaritmos. Os logaritmos vieram com o intuito de simplificar calculos transformando multiplicações em adições e divisões em subtrações.

O logaritmo é representado por $log_a b$, onde a é a base do logaritmo e b é o logaritmando. Observe que o logaritmo corresponde o expoente de uma potência, sendo a a base da potência e b o resultado da potência.

A condição para o cálculo do logaritmo é que sua base e logaritmando sejam números reais positivos e que a base seja diferente de 1. Para calcularmos logaritmos vamos utilizar equações exponenciais ou aplicar suas propriedades.

$$log_a b = c \Longleftrightarrow a^c = b$$

Exemplo 17 *Calcule* $log_4 64$

Solução:

$log_4 64 = x \Longleftrightarrow 4^x = 64 \Longleftrightarrow 4^x = 4^3 \Longleftrightarrow x = 3$

Portanto

$log_4 64 = 3$

Quando a base do logaritmo é 10 chamamos de logaritmo decimal e essa base fica apenas subentendida, não aparece, ou seja, $log_{10} b = log b$.

Dados a, b, c, x e y números reais positivos, sendo a e c diferentes de 1. Podemos admitir as seguintes propriedades:

1. $log_a 1 = 0$

2. $log_a a = 1$

3. $log_a x.y = log_a x + log_a y$

4. $log_a \frac{x}{y} = log_a x - log_a y$

5. $log_a x^y = y.log_a x$

6. $log_(a^b) x = \frac{1}{b}.log_a x$

7. $log_a b = \frac{log_c b}{log_c a}$

8. $a^{log_a b} = b$

Exemplo 18 *Determinar o valor da expressão:* L=$5^{log_5 3} + log_4 8 - 2.log_4 2$

Solução:

$L = 5^{log_5 3} + log_4 8 - 2.log_4 2 = 3 + log_4 8 - log_4 2^2$

$L = 3 + log_4 8 - log_4 4 = 3 + log_4 \frac{8}{4}$

$L = 3 + log_4 2 = 4 + log_{2^2} 2 = 4 + \frac{1}{2}.log_2 2$

$L = 4 + \frac{1}{2}.1 = 4 + \frac{1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$

No regime de juros composto ou exponencial o rendimento gerado no período anterior é incorporado ao capital para calcular o juros do período seguinte, funcionando da seguinte maneira:

Para $t = 1$ período então $M = C + C \times i = C(1 + i)$.

Para $t = 2$ períodos então $M = C(1+i)+C(1+i)\times i = C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2$.

Para $t = 3$ períodos então $M = C(1 + i)^2 + C(1 + i)^2 \times i = C(1 + i)^2(1 + i) = C(1 + i)^3$.

Observe que M é o termo geral de uma PG de razão (1+i) e $a_1 = C(1 + i)$, logo para t=n períodos teremos:

$$a_n = a_1 \times q^{n-1}$$

$$M = C(1 + i)(1 + i)^{n-1}$$

$$\boxed{M = C(1 + i)^n}$$

Exemplo 19 *A juros compostos de 15% a.m., qual o montante de R\$2800,00 em 7 meses?*

Solução:

Neste caso, $C = 2800$ *,* $i = 15\%a.m. = \frac{15}{100}\%a.m. = 0,15a.m.$ *, n=7 meses.*

Como $M = C(1+i)^n$ *temos:*

$$M = 2800(1+0,15)^7$$
$$M = 2800.(1,15)^7$$
$$M = 2800.(2,6600198804687483)$$

Portanto

$$M = R\$7448,06$$

Exemplo 20 *Em que prazo um empréstrimo de R$55.000,00 pode ser pago através de um único pagamento de R$110624,80, sendo a taxa de juros composta igual a 15%a.a..*

Solução:

Neste caso, $C = 55000$ *, M=110624,80 ,* $i = 15\%a.a. = \frac{15}{100}\%a.a. = 0,15a.a.$

Como $M = C(1+i)^n$ *temos:*

$$110624,8 = 55000(1+0,15)^n$$
$$\frac{110624,8}{55000} = 1,15^n$$
$$2,01136 = 1,15^n$$

Aplicando o logaritmo em ambos os lados da última equação temos:

$$log2,01136 = log1,15^n$$

$$log2,01136 = n.log1,15$$
$$n = \frac{log2,01136}{log1,15}$$
$$n = log_{1,15}2,01136 = 5$$

Logo o prazo do empréstimo será de 5 anos.

Para transformar a taxa de juros do regime composto para outro prazo, diferentemente do regime de juros simples, teremos que realizar uma radiciação nessa taxa. Como no regime composto temos uma relação com potências temos também relação de radicais.

Exemplo 21 *Um capital aplicado num prazo de 80 dias no sistema de juros comecial a uma taxa de juros de 5%a.m. terá qual taxa de juros total nesse período?*

Solução:

Como $M = C(1+i)^n$*, temos:*

$$M = C(1 + \frac{5}{100})^{\frac{80}{30}}$$

.

$$M = C(1,05)^{\frac{8}{3}}$$
$$\frac{M}{C} = 1,138950363446524$$

Contudo, como $i = \frac{M}{C} - 1$*, temos:*

$$i = 1,138950363446524 - 1 = 0,138950363446524$$

Assim, a taxa de juros nesse período será de $13,89\%$

Sendo o regime de juros compostos o usual no mercado financeiro, a partir desse momento será definido alguns conceitos básicos do cotidiano financeiro, como aumentos e descontos, prestações, amortização, entre outros.

De acordo com Carlos Patricio Samanez [7](2007, p.67) "desconto é a denominação dada a um abatimento que se faz quando um título de crédito é resgatado antes do vecimento, sendo uma operação corriqueira no mercado financeiro ou setor comercial. No dia-a-dia desconto é entendido como um abatimento simples, calculado através de uma operação com porcentagem, seja por alguma promoção ou regalia ao se pagar algum produto à vista.

Exemplo 22 *Uma duplicata de R%10000,00 é descontada 4 meses antes do vencimento. Se a taxa de desconto é de 4%a.m., determine o valor do resgate.*

Solução:

Nesse exercício temos que trazer a duplicata para o presente (hoje). Como esta estava sujeita a uma taxa durante quatro meses, sendo a taxa de aumento de cada mês igual a $100\% + 4\% = 1 + 0,04 = 1,04$*,temos:*

$Hoje \downarrow M\text{ê}s1 \downarrow M\text{ê}s2 \downarrow M\text{ê}s3 \downarrow M\text{ê}s4 \downarrow$

$\frac{10000}{1,04^4} \uparrow \frac{10000}{1,04^3} \uparrow \frac{10000}{1,04^2} \uparrow \frac{10000}{1,04} \uparrow 10000$

$\frac{10000}{1,04^4} = \frac{10000}{1,1698585600000002} = R\$8548,04$

Exemplo 23 *Uma loja anuncia 10% de desconto à vista. Um produto que custa R$58,00 nessa loja terá que valor à vista?*

Solução:

$Valor\ Total = 100\%, \quad \grave{A}\ vista = 100\% - 10\% = 90\%$

$90\% \quad de \quad 58\ \acute{e}\ 0,9 \times 58 = R\$52,20$

Uma definição para aumento é a de um acrescimo em um pagamento ou valor de algo que se paga atrasado ou um reajuste pela inflação ou qualquer outra razão.

Exemplo 24 *Considere um carnê com vencimento todo dia 10 do mês, num valor de R\$50,00. Se opós o vencimento está sendo informado que cobrará 0,22% de multa ao dia sobre o volar da parcela, determine o valor pago por esse carnê, sabendo que ele foi pago dia 18.*

Solução:

Como $0,22\% \times 8 = 1,76\%$ *então* $50 + 1,76\% \quad de \quad 50 = 50 + 0,88 = R\$50,88$

No comércio observa-se parcelamento sem juros e com juros. Um dos focos desse trabalho é entender esses parcelamentos onde são cobrados juros.

O cálculo dessas parcelas é feito conforme o teorema abaixo:

Teorema 2.1.1 (Cálculo de Parcelas) *O valor de uma sequência uniforme de n pagamentos iguais a P, um tempo antes do primeiro pagamento, com i sendo a taxa de juros é igual a:*

$$\boxed{C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

Prova: Adiantando todas as parcelas para o inicio teríamos:

$C = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + ... + \frac{P}{(1+i)^n}$ *que é uma soma de n termos de uma PG, onde* $a_1 = \frac{P}{1+i}$ *e* $q = \frac{1}{1+i}$.

Assim teremos:

$$S_n = \frac{a_1 \times (1-q^n)}{(1-q)}$$

$$C = \frac{\frac{P}{1+i} \times (1-(\frac{1}{1+i})^n)}{1-(\frac{1}{1+i})}$$

$$C = \frac{P}{1+i}.\frac{(1-(\frac{1}{1+i})^n)}{1-(\frac{1}{1+i})}$$

$$C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Exemplo 25 *(SBM[4])Um bem cujo preço à vista é R\$120,00, é vendido em 8 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga um mês após a compra. Se os juros são de 8% a.m., determine o valor das prestações.*

Solução:

Neste caso, $C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$.

Então temos: $120 = P.\frac{1-(1+0{,}08)^{-8}}{0{,}08}$

$120 \times 0,08 = P.(1 - 1,08^{-8})$

$9,6 = P.(1 - 0,5402688845019757)$

$P = \frac{9{,}6}{0{,}5402688845019757}$

$P = R\$17,77$

O livro A Matemática do Ensino Médio, volume 2 [4] (2006, p.55) diz que "Quando se paga parceladamente um débito, cada pagamento efetuado tem dupla finalidade. Uma parte do pagamento quita os juros e a outra parte amortiza (quita) a dívida.".

Exemplo 26 *Uma dívida de R\$100,00 é paga, com juros de 10%a.m., em 3 meses com parcelas fixas. Faça uma tabela de amortização.*

Solução:

Neste caso, $C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$.

Então temos: $100 = P\frac{1-(1+0{,}1)^{-3}}{0{,}1}$

$100 \times 0,1 = P.(1 - 1,1^{-3}$

$10 = P.(1 - 0,7513148009015777)$

$P = \frac{10}{0{,}24868519909842235}$

$P = R\$40,21$

A tabela a seguir mostra quanto do valor de cada parcela é amortizado na dívida.

Mês	Parcela	Juros	Amortização	Dívida
0	0	0	0	100
1	40,21	$100 \times 0,1 = 10$	30,21	69,79
2	40,21	$69,79 \times 0,1 = 6,98$	33,23	36,56
3	40,21	$36,56 \times 0,1 = 3,65$	36,56	0

Tabela 1 – Tabela de Amortização 1

Tendo visto a explicação dos conceitos básicos da matemática financeira necessários a esse trabalho e dando continuidade ao pretendido, segue a seção que abordará o ensino do uso da calculadora ciêntifica para os alunos do EJA.

2.2 APRENDENDO A UTILIZAR A CALCULADORA CIENTÍFICA

A utilização da calculadora científica será de grande importância para a realização das propostas de atividades desse trabalho. Como alguns alunos não têm experiência e nem conhecimento de seu uso, este capítulo será dedicado a explicação de comandos básicos desta ferramenta e também dos comandos que serão utilizados no trabalho.

Conforme cada modelo de calculadora científica pode-se encontrar pequenas diferenças nos comandos para realização dos cálculos. Estas diferenças podem ser identificadas, na maioria das vezes, realizando cálculos onde se conhece o resultado.

As operações de soma, subtração, multiplicação e divisão são exatamente realizadas com os mesmos comandos de um calculadora básica.

O interessante na calculadora científica é que ela reconhece a ordem de precedência dessas operações, resolvendo primeiro as multiplicações e divisões e depois as somas e subtrações.

Assim, ao lançar uma expressão na calculadora científica, deve-se lembrar de apertar o comando igual (=) só ao final de escrito toda a expressão e se esta tiver parênteses, colchetes ou chaves, estes são indispensáveis. Contudo, apenas a presença do comando para parênteses aparece na calculadora cientifica, um diferencial das calculadoras básicas, sendo que este pode substituir os concletes e chaves.

Exemplo 27 *Para resolver a expressão:*

$$2 : 5.[3 - (8 : 4)] + (1 - 4)$$

deve-se reescrevê-la da seguinte maneira:

$$2 : (5.(3 - (8 : 4)) + (1 - 4))$$

Outra informação importante é que na calculadora científica quando se escreve frações de expressões, estas terão que vir entre parênteses.

Exemplo 28 *A expressão*

$$2.\frac{8}{5} + \frac{2}{3}$$

deverá ser reescrita assim:

$$2.(8 \div 5) + (2 \div 3)$$

.

Para calcular potências com a calculadora científica deve-se primeiro identificar o comando x^a, ou o mesmo formato com qualquer outras letras. Na maioria dessas calculadoras deve-se primeiro digitar a base depois o comando e por último o expoente.

Em algumas calculadoras esse comando aparece na parte de cima de algum botão com outro comando. Nesses casos é necessário antes de apertar x^a apertar o comando 2ndF ou SHIFT, dependendo do modelo. Esse comando deve ser acionado em todos os casos similares ,ou seja, dois comandos no mesmo botão e o desejado na parte de cima.

Exemplo 29 *Para calcular* $1,18^3$ *devemos escrever 1,18 comando* x^a *3.*

Para calcular $0,5^{-6}$ *devemos escrever 0,5 comando* x^a *(-6).*

Para calcular $1,04^2$ *devemos escrever 1,04 comando 2ndF ou comando SHIFT* x^a *2*

A calculadora cientifica que será utilizada como modelo nesse trabalho será a calculadora cientifica online encontrada no site www.calculadoraonline.com.br/cientifica.

Na calculadora online esse comando é realizado separadamente quando solicitado. Uma janela se abre pedindo o valor que é a base e o expoente, se o expoente for negativo precisa colocar o sinal de menos na frente, não é necessário parênteses.

Para calcular potências com expoentes fracionários podemos seguir dois caminhos: ao inserir o expoente colocar a divisão entre parenteses ou transformar a potencia fracionária em raiz e utilizar o comando $\sqrt[n]{a}$.

Ao utilizar o comando da radiciação lembre-se da transformação de potencias em radicais conceituada na seção anterior.

Exemplo 30 *Para calcular* $1,15^{\frac{4}{3}}$ *escrevemos 1,15 comando* x^a $(4 \div 3)$

$$1,15^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{1,15^4}$$

Para calcular $\sqrt[3]{1,15^4}$ *escrevemos 1,15 comando* x^a *4 comando* $\sqrt[n]{x}$ *3*

Ao realizar o comando de radiciação na calculadora online, análogo ao processo de potenciação, um nova janela se abre pedindo o valor, radicando, e expoente, índice.

Outro comando necessário para esse trabalho e o de logarítmo. Nas calculadoras científicas aparecem três comandos relacionados aos logarítmos: ln ,$\log_a b$ e log.

A diferença desses comando está na base do logarítmo que se deseja calcular. Para base 10 utilizaremos o comando log, para base e utilizaremos o comando ln e para qualquer outra base utilizaremos o comando $\log_a b$.

Exemplo 31 *Para calcular* $\log 0,25$ *devemos escrever 0,25 comando* log

Para calcular $\ln 1,3$ *devemos escrever 1,3 comando* ln

Para calcular $\log_2 5,3$ *devemos escrever 5,3 comando* $\log_a b$ *2*

Os comando logaritimicos na calculadora cientifica online também funciona através de uma nova janela onde se pede a base quando necessário e o logaritmando.

A calculadora cientifica serve como uma ferramenta para facilitar nosssos cálculos, contudo não substitui a criatividade e compreenção da matéria. É comum ver alunos que não conseguem armar contas simples por estar tão acostumados a resolvê-las na calculadora. É importante explicar aos alunos todo o processo, utilizando a calculadora apenas como um complemento.

Diversos recursos de cálculos são oferecidos pela calculadora científica, como as recursos trigonométricos, fatorial, mínimo multiplo comum e máximo divisor comum.

Este trabalho utilizará apenas os exemplos já explicados, ficando em aberto apresentar qualquer outros aos alunos.

3 PROPOSTAS E SOLUÇÕES

Este capítulo será dedicado a apresentar quatro propostas de atividades dos conteúdos de matemática financeira. Contudo, assuntos como potências, radicais e logarítmos terão muito destaque.

Pensando no público alvo dessa trabalho, a EJA, as quatro propostas apresentadas a seguir estarão ligadas a necessidade e realidade desses alunos. Necessidade no que diz respeito aos conteúdos matemáticos abordados, pois são conteúdos presentes na proposta curricular dos anos da EJA I e EJA II, além de outros conteúdos revisionados do ensino fundamental. Realidade, pois a matemática financeira é uma realidade para todo cidadão que compra, financia, ou seja, que participa na economia do mundo.

Nas três primeiras propostas seria interessante o professor demonstrar o Teorema 2.1.1 antes de apresentá-las. Contudo, as aplicações de logaritmos, potências e radicais de todas as propostas poderiam ser trabalhadas na prática mesmo, mostrando como essas ferramentas são importantes e presentes no nosso dia-a-dia e muitas vezes não é percebido ou nem se entende como funciona ou aplica.

Em todas as propostas será utilizada a calculadora científica, entretanto o professor não deve deixar de informar que a calculadora é um importante apoio, mas é necessário o entendimento do processo para conseguir utilizá-la.

As atividades terão duração média de duas aulas de 50 minutos, com ressalvas aquelas em que utilizarão folders. Nessas seria viável pedir aos alunos com pelo menos dois dias de antecedência o material.

Sendo alguns dos exemplos de aplicações da matemática financeira, todas propostas apresentadas a seguir podem ser reformuladas visando atender ou adequar à realidade encontrada por qualquer professor em sala de aula.

O ambiente escolar para as turmas da EJA é muitas vezes visto com um resgate da cidadania, uma nova oportunidade de formação. Tornar essa nova oportunidade prazerosa e com facilidade de acesso contribui muito para evitar evasão, segundo minha observação.

3.1 PROPOSTA DE ATIVIDADE 1

Através de um anuncio de financiamento de motos, esta proposta de atividade irá abordar a criação de um parcelamento particular, onde os alunos irão escolher a parcela que poderiam pagar e fazer as contas para descubrir o prazo total do parcelamento.

Figura 1 – Moto

$$Valor : R\$8990,00$$

$$Taxadejuros : 0,9\%a.m.$$

$$60 \times R\$194,57$$

Escolha um valor de prestação que você poderia pagar:______________________
Utilizando a formula $C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$, calcule quantos meses teria seu financiamento.

Resolução 1 *No caso de uma prestação de R\$250,00 teremos:*

P=250 C=8990 i=0,9%=$\frac{0,9}{100}$*=0,009*

Como $C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ *temos:*

$$8990 = 250.\frac{1-(1+0,009)^{-n}}{0,009}$$

$$\frac{8990}{250} \times 0,009 = 1-(1,009)^{-n}$$

$$0,32364 - 1 = -(1,009)^{-n}$$

$$-0,67636 = -(1,009)^{-n}$$

$$0,67636 = (1,009)^{-n}$$

Aplicando o logarítmo decimal em ambos os membros da equação temos:

$$\log 0,67636 = \log(1,009)^{-n}$$

$$-0,169822084535 = -n \times \log(1,009)$$

$$0,169822084535 = 0,0038911662369n$$

$$n = \frac{0,169822084535}{0,0038911662369}$$

$$n = 43,64 meses$$

Como não existem frações de meses, para uma prestação em torno de R$250,00 o financiamento deveria ser de 43 meses (prestação maior que R$250,00) ou 44 meses (prestação menor que R$250,00).

Esta atividade poderia ser utilizada para qualquer tipo de financiamento, seja de casa, carro. É importante conversar com os alunos, conhecer um pouco da realidade deles, para que a proposta seja interessante e relacionada com a realidade deles.

Podería nessa mesma atividade propor aos alunos um pagamento antecipado das 3 ultimas prestações do financiamento da moto.

Resolução 2 $\boxed{P_1 \text{———————} P_2 \text{———————} P_3}$

$$P_1 + \frac{P_2}{1+i} + \frac{P_3}{(1+i)^2}$$

$$250 + \frac{250}{1+0,009} + \frac{250}{(1+0,009)^2}$$

$$250 + \frac{250}{1,009} + \frac{250}{(1,009)^2}$$

$$250 + +247,77 + 245,56 = 743,33$$

É interessante discutir com os alunos que ao se ter interesse de saldar alguma parte do financiamento é melhor saldar as últimas prestações, pois mais meses de juros estarão incidindo sobre elas, logo mais desconto teremos.

3.2 PROPOSTA DE ATIVIDADE 2

Nessa atividade orientaríamos aos alunos, em uma aula anterior, trazerem folders de lojas de móveis, eletrodomésticos e eletroeletrônicos da preferência deles. Com folders em mão, orientaríamos que escolhessem um produto de interesse deles e anotassem os dados a seguir:

Figura 2 – Exemplo de folders

Valor do produto a vista:____________________
Valor da parcela do crediário:____________________
Número de parcelas:____________________
Taxas de juros com os referidos números de prestações:____________________
(informação aparece, na maioria dos folders, no final da ultima pagina).

Com essas informações anotadas partiríamos para calcular outros parcelamentos do mesmo produto e a tabela de amortização desses parcelamentos.

Calcular o valor das prestações em pelo menos dois financiamentos distintos utilizando a formula: $C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$.
Montar a tabela de amortização desses novos parcelamentos.

Resolução 3 *Valor do produto a vista: R\$2299,00*

Valor da parcela do crediário: R\$167,90

Número de parcelas: 18

Taxa de juros com os referidos números de prestações: 3,10%a.m. (3 prestações), 3,01%a.m. (6 prestações), 2,92% (12 prestações), 3,10% a.m. (18 prestações).

Para exemplo foram escolhidos os parcelamentos com 3 prestações e 6 prestações.

n=3 meses e i=3,10%=0,031

Como $C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ *temos:*

$$2299 = P.\frac{1-(1+0,031)^{-3}}{0,031}$$

$$2299 \times 0,031 = P.(1-1,031^{-3})$$

$$71,269 = P.(1-0,9124813654994561)$$

$$71,269 = 0,08751863450054398P$$

$$P = \frac{71,269}{0,08751863450054398}$$

$$P = 814,3294328884557$$

$$P = R\$814,33$$

A tabela a seguir informa o valor da amortização da dívida presente no total de cada prestação, para 3 prestações.

Mês	Parcela	Juros	Amortização	Dívida
0	0	0	0	2299
1	814,33	$2299 \times 0,031 = 71,27$	743,06	1555,94
2	814,33	$1555,94 \times 0,031 = 48,23$	766,1	789,84
3	814,33	$789,84 \times 0,031 = 24,48$	789,84	0

Tabela 2 – Tabela de Amortização 2

n=6 meses e i=3,01%=0,0301

Como $C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ *temos:*

$$2299 = P.\frac{1-(1+0,0301)^{-6}}{0,0301}$$

$$2299 \times 0,0301 = P.(1 - 1,0301^{-6})$$

$$69,1999 = P.(1 - 0,8369965675098774)$$

$$69,1999 = 0,1630034324901226P$$

$$P = \frac{69,1999}{0,1630034324901226}$$

$$P = 424,5303239500386$$

$$P = R\$424,53$$

A seguinte tabela informa o valor da amortização da dívida presente no total de cada prestação, para 6 prestações.

Mês	Parcela	Juros	Amortização	Dívida
0	0	0	0	2299
1	424,53	$2299 \times 0,0301 = 69,20$	355,33	1943,67
2	424,53	$1943,67 \times 0,0301 = 58,50$	366,03	1577,64
3	424,53	$1577,64 \times 0,0301 = 47,49$	377,04	1200,60
4	424,53	$1200,60 \times 0,0301 = 36,14$	388,39	812,21
5	424,53	$812,21 \times 0,0301 = 24,45$	400,08	412,13
6	424,53	$412,13 \times 0,0301 = 12,40$	412,13	0

Tabela 3 – Tabela de Amortização 3

Como relação a dinheiro só utilizamos até a segunda casa decimal, devemos orientar como se realiza a aproximação.

O processo de arredondamento seguiria da seguinte maneira: se a terceira casa decimal for maior que 5, aumentaríamos a segunda casa decimal com uma unidade, se a terceira casa decimal for menor que 5, a segunda casa decimal permaneceria a mesma, contudo se a terceira casa decimal for igual a 5 utilizaríamos o mesmo processo com próxima casa decimal diferente de 5.

Esta atividade é interessante, pois os alunos vão aprender a calcular parcelamentos, e ao irem nas lojas poderem conferir se o valor apresentado é o anunciado.

Também importante falar para observarem o valor de juros de cada parcela e o valor total de juros. Por exemplo, no caso apresentado acima, apesar da taxa de juros do parcelamento maior ser um pouco menor, o total de juros dessa é maior. Isso ocorre pelo fato dessa taxa esta incidindo em mais meses.

3.3 PROPOSTA DE ATIVIDADE 3

Esta proposta esta relacionada ao poupar, guardar dinheiro. Qual será o prazo para guardar um mesmo valor da parcela na poupança e quitar o produto à vista?

Primeiro, similar a proposta anterior, o professor deverá orientar os alunos a trazerem folders de lojas de móveis, eletrodomésticos e eletroeletrônicos da preferência deles. Nesses folders promocionais irão escolher um produto do interesse deles e anotar os dados abaixo:

Valor do produto a vista:____________________
Valor da parcela do crediário:________________
Número de parcelas:______________________
Valor do produto a prazo: _________________
Valor do juros:__________________________

A remuneração da poupança tem uma cotação diária. Assim, nessa proposta deve se fixar um valor base para essa remuneração a fim de facilitar os cálculos.

Nesse momento, antes de fixar um valor para a remuneração, o professor deveria explicar sucintamente como esses valores são calculados. Todos os depósitos em poupança efetuados a partir de 4 de maio de 2012 terão remuneração regido de duas formar: se a taxa Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia) for superior a $8,5\%$a.a. a remuneração é de $0,5\%$ somada a TR (Taxa Referencial), ou se a a taxa Selic for inferior a $8,5\%$ a remuneração é de 70% da taxa Selic somado a TR.

Feitas essas explicações, fixarei para o modelo de resolução dessa atividade o valor de remuneração da poupança de $0,6030\%$, encontrado no dia 5 de fevereiro de 2014.

Resolução 4 *Valor do produto à vista:* $R\$299,00$

Valor da parcela do crediário: $R\$29,90$

Número de parcelas: 14

Valor do produto a prazo: $14 \times 29,90 = R\$418,60$

Valor do juros: 418,60 - 299 = $R\$119,60$

Como $C = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ *temos:*

$$299 = 29,90.\frac{1-(1+0,006030)^{-n}}{0,006030}$$

$$\frac{299}{29,90} = \frac{1-1,006030^{-n}}{0,006030}$$

$$10 \times 0,006030 = 1 - 1,006030^{-n}$$

$$0,06030 - 1 = -1,006030^{-n}$$

$$-0,9397 = -1,006030^{-n}$$

Aplicando logarítmo decimal em ambos os membros da equação temos:

$$\log 0,9397 = \log 1,006030^{-n}$$

$$-0,02701077314465121 = -n.\log 1,006030$$

$$-0,02701077314465121 = -0,002610931654495108n$$

$$n = \frac{0,02701077314465121}{0,002610931654495108}$$

$$n = 10,345262426976262$$

$$n = 11 \quad meses$$

Como, apesar de ter cotação diária a poupança só rende juros após um mês completo, serão necessários 11 meses para se ter o valor do produto.

Pode-se gerar a discussão nessa resolução que foram apenas três meses de diferança, e sendo um produto de necessidade imediata, não poderia esperar tanto. Deve-se levar em conta também a economia de $R\$119,60$ que é o valor dos juros total cobrado no financiamento da resolução proposta e ainda que é mais facil pedir desconto quando se tem o dinheiro em mãos.

3.4 PROPOSTA DE ATIVIDADE 4

Nessa proposta abordaremos o cálculo para se antecipar parcelas de um financiamento ou empréstimo.

Os alunos poderiam criar informações para um empréstimo ou financiamento ou trazer dados de crediário de folders. As informações necessárias para essa atividade seriam:

Valor da parcela do crediário:____________________
Valor da taxa de juros: ____________________
Calcular o valor da antecipação das 5 últimas parcelas desse financiamento, emprestimo ou crediario.

Resolução 5 *Valor da parcela do empréstimo:* $R\$234,56$

Valor da taxa de juros: $2,93\%a.m.$

$$\boxed{P_1 \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} P_2 \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} P_3 \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} P_4 \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} P_5}$$

$$P_1 + \frac{P_2}{1+i} + \frac{P_3}{(1+i)^2} + \frac{P_4}{(1+i)^3} + \frac{P_5}{(1+i)^4}$$

$$234,56 + \frac{234,56}{1+0,0293} + \frac{234,56}{(1+0,0293)^2} + \frac{234,56}{(1+0,0293)^3} + \frac{234,56}{(1+0,0293)^4}$$

$$234,56 + \frac{234,56}{1,0293} + \frac{234,56}{(1,0293)^2} + \frac{234,56}{(1,0293)^3} + \frac{234,56}{(1,0293)^4}$$

$$234,56 + 227,88 + \frac{234,56}{1,05945849} + \frac{234,56}{1,0905006237570003} + \frac{234,56}{1,12245229203308}$$

$$234,56 + 227,88 + 221,40 + 215,09 + 208,97$$

$$R\$1107,90$$

Essa é a proposta mais simples e poderia o tema ser abordado com outras propostas como foi feito na primeira proposta.

4 CONCLUSÃO

Existem frases de alunos sempre presentes nas aulas de matemática: Qual é a utilidade dessa matéria? Que diferença fará em minha vida aprender esse conteúdo? Se essas perguntas aparecessem na aplicação das atividades propostas nesse trabalho teriam respostas.

Aprender o conteúdo de matemática financeira tem grande utilidade no nosso dia-a-dia, pois o conhecimento do mesmo é de grande ajuda para tomada de decisões mais racionais contribuindo para nossa saúde financeira.

Sendo uma área ligada a vários outros conhecimentos como potências, progressões, logarítmos, regra de três, entre outros, a matemática financeira é um bom tema para formular tarefas ou atividades de aprendizagem.

As propostas de atividades apresentadas são alguns exemplos do que pode ser feito utilizando esse conteúdo, estando sujeito a várias modificações e adaptações ao longo de sua aplicação.

Ao aplicar essas atividades seria indispensável para o professor buscar na realidade dos alunos questões problemas, vivências do cotidiano, como empréstimos e financiamentos realizados por eles, levando a uma relação mais próxima desse conteúdo com os alunos, de identificação.

O PROFMAT me proporcionou dedicar um tempo à elaboração desse trabalho. A ideia desse tema surgiu logo no primeiro semestre quando o mesmo estava sendo abordado concomitantemente a minha prática como professora de duas turmas da EJA.

Na correria do dia-a-dia no exercício da docência acabamos esquecendo que atitudes, como a elaboração dessas atividades e aplicação, são fatores promovedores de conhecimento e enriquecedores para o ambiente escolar.

Com o objetivo de aplicação futura, as expectativas para essas propostas são de que os alunos do EJA, público alvo da proposta, aprimorem, relembrem ou até mesmo aprendam conceitos que já deveriam ter sido aprendidos em anos anteriores, contudo a realidade na maioria das vezes não é essa.

Sendo assim, reaprender ou aprender conceitos num ambiente de interesse para os alunos acabará se tornando mais satisfatório.

Outra contribuição esperada com a aplicação dessas propostas ou variações das mesmas será a conexão do conhecimento teórico com a lógica da matemática financeira presente no dia-a-dia do aluno.

Consequentemente, que o aluno passe a interpretar e entender os resultados das atividades de maneira consciente das informações contidas nelas, tornando-se um cidadão crítico e com visão ampla da suas transações financeiras e de outras observadas.

REFERÊNCIAS

[1] Brasil. Ministério da Educação . *Orientações Curriculares para o Esino Médio* Brasília, 2006.

[2] Brasil. Ministério da Educação . *Parâmetros Curriculares Nacionais* Brasília, 2002.

[3] Brasil. Senado Federal . *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, nº 9394/37* Brasília, 1996.

[4] CARVALHO, P. C. P.; LIMA, E. L.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. *A Matemática do Ensino Médio - Volume 2* Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[5] GIMENES, C. M. *Matemática Financeira com HP 12C e EXCEL: Uma Abordagem Descomplicada.* São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

[6] PAIVA, M. *Matemática Paiva - Volume 1.* São Paulo: Editora Moderna, 2009.

[7] SAMANEZ, C. P. *Matemática Financeira: Aplicações à Analise de Investimentos.* São Paulo:Pearson Prentice Hall , 2007.