Universidade Federal de Juiz de Fora Faculdade de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Alexandre da Silva Fernandes

Representação de Cenários de Demanda e da Função de Produção Hidrelétrica no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos a Médio Prazo

Juiz de Fora

Alexandre da Silva Fernandes

Representação de Cenários de Demanda e da Função de Produção Hidrelétrica no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos a Médio Prazo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós–Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, área de concentração em Energia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Ivo Chaves da Silva Junior, D.Sc.

Coorientador: André Luís Marques Marcato, D.Sc.

Juiz de Fora

2018

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Fernandes, Alexandre da Silva.

Representação de Cenários de Demanda e da Função de Produção Hidrelétrica no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos a Médio Prazo / Alexandre da Silva Fernandes. --2018.

129 p. : il.

Orientador: Ivo Chaves da Silva Junior Coorientador: André Luís Marques Marcato Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, 2018.

1. Planejamento da Operação a Médio Prazo. 2. Sistemas Hidrotérmicos. 3. Programação Dinâmica Dual Estocástica. 4. Cenários de Demanda. I. Junior, Ivo Chaves da Silva, orient. II. Marcato, André Luís Marques, coorient. III. Título. Alexandre da Silva Fernandes

Representação de Cenários de Demanda e da Função de Produção Hidrelétrica no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos a Médio Prazo

> Dissertação apresentada ao Programa de Pós– Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, área de concentração em Energia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 20 de fevereiro de 2018.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Ivo Chaves da Silva Junior, D.Sc. Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Prof. André Luís Marques Marcato, D.Sc. Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Prof. Tales Pulinho Ramos, D.Sc. Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais, IF Sudeste MG

> **Prof. João Alberto Passos Filho, D.Sc.** Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Dedico este trabalho à minha mãe, fonte de amor, carinho e dedicação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus pelo dom da vida e por me dar força e saúde para enfrentar os obstáculos do dia a dia.

À minha família, pais e irmãos, pela formação do meu caráter e ensinar os valores que me deram embasamento e discernimento para tomar as decisões mais importantes durante a minha jornada até aqui. À minha namorada, pela cumplicidade, paciência e por estar ao meu lado mesmo em momentos de dificuldade.

Ao professor e orientador Ivo, pela confiança, apoio e, principalmente, pelas revisões e sugestões nos trabalhos desenvolvidos durante o mestrado.

Ao professor e coorientador André Marcato, por me apresentar a área de planejamento energético e me dar todo o apoio, incentivo e atenção no desenvolvimento da minha dissertação, além de ser responsável, em grande parte, pelo meu crescimento acadêmico nesta universidade, e pela confiança no meu trabalho para realizar os projetos de P&D.

Aos professores e membros da banca, João Alberto e Tales, pela disponibilidade em fazer parte da minha defesa, enriquecendo o trabalho com os seus conhecimentos na área.

Aos amigos do LABSPOT/NUPESP-UFJF e da UFJF pelo companheirismo e amizade, tornando a caminhada até aqui mais leve e divertida.

Ao PPEE-UFJF e à UFJF pelo suporte financeiro e por prover a estrutura e as ferramentas necessárias para o desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, agradeço à todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

"Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota."

Madre Teresa de Calcutá

RESUMO

O planejamento da operação do Sistema Interligado Nacional constitui-se uma tarefa de alta complexidade, seja pela quantidade acentuada de usinas hidrelétricas e termelétricas distribuídas nos quatro submercados interligados, ou pelas características marcantes da operação das hidrelétricas, no que diz respeito às incertezas dos cenários hidrológicos futuros e aos acoplamentos espacial e temporal. O objetivo deste planejamento é a determinação de uma política ótima de despacho das usinas do sistema de modo a minimizar o valor esperado dos custos operativos no horizonte considerado.

Uma importante restrição do problema é o suprimento da demanda de energia elétrica, dado pela diferença entre a carga efetiva de cada submercado e a geração das usinas não simuladas, esta última composta pela energias alternativas (eólica, solar, biomassa), pequenas centrais hidrelétricas, entre outros. Entretanto, a crescente penetração da geração renovável, aliada às incertezas das fontes naturais como eólica e solar (pois dependem de fatores climáticos e por isso são imprevisíveis), contribui com a necessidade de representação da demanda em diversos cenários para um correto despacho das usinas e uma operação do sistema mais confiável.

Sabendo que os modelos oficiais atuais tratam apenas as incertezas oriundas dos cenários hidrológicos, devido à dificuldade de implementação e alocação de memória na consideração de outras incertezas na Programação Dinâmica Dual Estocástica, o trabalho desenvolvido nesta dissertação propõe metodologias que incluem os diversos cenários de demanda, além de representar com maior detalhe a geração das hidrelétricas. Além disso, são propostos algoritmos de representação analítica da Função de Custo Imediato em sistemas isolados e com múltiplas áreas na busca por uma redução das dimensões do problema tratado. Finalmente, são realizados testes em sistemas tutorias e os resultados são analisados para avaliar as performances computacionais das metodologias propostas.

Palavras-chave: Planejamento da Operação a Médio Prazo. Sistemas Hidrotérmicos. Programação Dinâmica Dual Estocástica. Cenários de Demanda. Função de Custo Imediato. Função de Produção Hidrelétrica.

ABSTRACT

The operation schedulling of Brazilian System constitutes a task of high complexity, either due to the large number of hydro and thermal plants distributed in the four interconnected submarkets, or due to the outstanding characteristics of the hydro plants, with respect to the uncertainties in the hydrological scenarios future and due to spatial and temporal couplings. The objective of this planning is the determination of an optimal dispatch policy of plants that minimizes the expected value of the operating costs in the considered horizon.

An important constraint is the supply of demand, which is obtained by the difference between the effective load of each submarket and the generation of non-simulated plants, composed of renewable energies (wind, solar, biomass), small hydropower plants, and others. However, the growing penetration of renewable generation, coupled with the uncertainties of natural sources such as wind and solar (because they depend on climatic factors and are therefore unpredictable), contributes to the need to represent demand in different scenarios for a correct dispatch of the plants and a more reliable system operation.

Knowing that the current official models deal only with the uncertainties arising from the hydrological scenarios, due to the difficulty of implementation and memory allocation in the consideration of other uncertainties in Stochastic Dual Dynamic Programming, this work proposes methodologies that include the several scenarios demand, besides representing in greater detail the generation of hydroelectric plants. In addition, algorithms are proposed for analytical representation of the Immediate Cost Function in isolated systems with multiple areas in the search for a reduction of the dimensions of the problem. Finally, tests are performed on tutorial systems and the results are analyzed to evaluate the computational performances of the proposed methodologies.

Keywords: Mid-Term Operation Planning. Hydrothermal Systems. Stochastic Dual Dynamic Programming. Demand Scenarios. Immediate Cost Function. Hydropower Production Function.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura	1.1	Elasticidade-renda da demanda de eletricidade	23
Figura	1.2	PDE 2026 x PDE 2024: Comparação entre previsões de carga de energia	
		no SIN	24
Figura	2.1	Dilema do operador	35
Figura	2.2	Função de Custo Imediato, Futuro e Total	36
Figura	3.1	Representação gráfica de uma usina hidrelétrica	42
Figura	3.2	Polinômio cota-volume da usina de Furnas	45
Figura	3.3	Polinômio vazão-nível jusante da usina de Furnas	46
Figura	3.4	Esquema de classificação das hidrelétricas	48
Figura	3.5	Função de Produção Hidrelétrica da usina de Furnas	49
Figura	3.6	Função de Produção Hidrelétrica da usina de Camargos	50
Figura	3.7	Função de Produção Hidrelétrica da usina de Itaipu	51
Figura	3.8	Função de Produção Hidrelétrica da usina de Itutinga	52
Figura	3.9	Exemplos de regiões convexas e não convexas no espaço 2D	53
Figura	3.10	QuickHull: passo 1	54
Figura	3.11	QuickHull: passo 2	54
Figura	3.12	QuickHull: passo 3	55
Figura	3.13	QuickHull: passo 4	55
Figura	3.14	Conjunto de pontos	56
Figura	3.15	Planos gerados pelo <i>Quick Hull</i>	56
Figura	3.16	Aplicação do <i>QuickHull</i> e seleção de planos (exemplo no espaço 3D)	57
Figura	3.17	Ajuste da FPA com fator de correção (exemplo no espaço 2D)	58
Figura	3.18	Fluxograma do algoritmo de linearização e convexificação da FPH $$.	59
Figura	4.1	Função de Custo Imediato	61
Figura	4.2	Função de Custo Imediato do exemplo	67

Figura	4.3	Procedimento: conjuntos de planos para um sistema com duas áreas	69
Figura	4.4	FCI de um sistema de duas áreas	70
Figura	4.5	Procedimento para construção da FCI para sistemas multi-áreas	71
Figura	4.6	Planos da FCI gerados durante a aplicação do algoritmo	73
Figura	5.1	Fases do algoritmo PDDE	79
Figura	5.2	Árvores de cenários de afluência	81
Figura	5.3	Determinação das séries <i>forwards</i>	82
Figura	5.4	Intervalo de confiança do limite superior	84
Figura	5.5	Metodologia proposta para despacho ótimo do sistema	86
Figura	6.1	Sistema tutorial de usinas em cascata	89
Figura	6.2	Cenários de demanda em cada área do sistema	90
Figura	6.3	Gráfico da FPH real e aproximada para a usina CAMARGOS	91
Figura	6.4	Comparação entre PDDE-UC e PDDE-MC com relação aos cenários de	
		demanda	94
Figura	6.5	FCI e custo total considerando 3 cenários de demanda	95
Figura	6.6	FCI e custo total considerando 100 cenários de demanda	96
Figura	6.7	FCI e custo total considerando 500 cenários de demanda	97
Figura	6.8	Speedup entre as metodologias	98
Figura	6.9	Despacho energético do sistema1	.00
Figura	6.10	Geração termelétrica da usina F.GASPARIAN1	.01
Figura	6.11	Despacho da hidrelétrica de FURNAS 1	.02
Figura	6.12	Representação gráfica da FCI no caso de sistema com duas áreas1	05
Figura	6.13	Custo por cenário de afluência (sistemas com 2 áreas)1	.07
Figura	6.14	CMO do sistema com duas áreas1	.07
Figura	6.15	Despacho energético do sistema com duas áreas1	.08
Figura	6.16	Custo por cenário de afluência (sistemas com 3 áreas)1	.09
Figura	6.17	CMO do sistema com três áreas 1	10
Figura	6.18	Despacho energético do sistema com três áreas 1	.11
Figura	A.1	Fluxograma da plataforma 1	.21

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Capacidade de geração hidrelétrica em cada submercado no Brasil .	52
Tabela 3.2	Percentual de usinas por tipo em cada submercado	53
Tabela 4.1	Configuração das hidrelétricas e termelétricas: sistema único	65
Tabela 4.2	Cenários de demanda: sistema único	65
Tabela 4.3	Dados das usinas: sistema multi-áreas	71
Tabela 4.4	Cenários de demanda: sistema multi-áreas	72
Tabela 6.1	Dados obtidos na aproximação da FPH	91
Tabela 6.2	Custo operativo total (em milhões de reais) por metodologia e cenário	
	de demanda.	92
Tabela 6.3	Resultados do teste I	95
Tabela 6.4	Resultados do teste II	96
Tabela 6.5	Resultados do teste III	97
Tabela 6.6	Resultados de simulação das metodologias PDDE-MC-FCI e PDDE-	
	MC-FCI-FPH	99
Tabela 6.7	Resultados do algoritmo da FCI para sistemas com duas áreas 1	04
Tabela 6.8	Resultados do algoritmo da FCI para sistemas com três áreas 1	.05
Tabela 6.9	Resultados para um sistema com duas áreas1	106
Tabela 6.10	Resultados para um sistema com 3 áreas1	09
Tabela A.1	Usinas do tipo I no Brasil 1	24
Tabela A.2	Usinas do tipo II no Brasil 1	125
Tabela A.3	Usinas do tipo III no Brasil1	125
Tabela A.4	Usinas do tipo IV no Brasil1	26
Tabela B.1	Dados das hidrelétricas1	28
Tabela B.2	Dados das termelétricas 1	29

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- ANEEL Agência Nacional de Energia Elétrica
- **ARMA** Modelo Autorregressivo de Média Móvel (do inglês, *Autoregressive-moving-average model*)
- **BSDP** Bayesian Stochastic Dynamics Programming
- CMO Custo Marginal da Operação
- **CVar** Valor Condicionado a um dado Risco (do inglês, *Conditional Value at Risk*)

DACRA Dynamic Airline Capacity Reassignment

DSDP Driven Stochastic Dynamics Programming

EPE Empresa de Pesquisa Energética

ERPM Erro Relativo Percentual Médio

FCF Função de Custo Futuro

FCI Função de Custo Imediato

FCT Função de Custo Total

FPH Função de Produção Hidrelétrica

FPHA Função de Produção Hidrelétrica Aproximada

GDP Produto Interno Bruto (do inglês, *Gross Domestic Product*)

GEVAZP Geração de Séries Sintéticas de Energias e Vazões Periódicas

GMDH Group Method of Data Handling

LSSVM Least Squares Support Vector Machine

MHPF Exact Multi-Plant Power Production Function

MME Ministério de Minas e Energia

- **NEWAVE** Modelo de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Interligados de Longo e Médio Prazo
- **ONS** Operador Nacional do Sistema Elétrico
- PAR(p) Modelo Autorregressivo Periódico de Ordem p (do inglês, Periodic Autregressive Model of Order p)
- PDDE Programação Dinâmica Dual Estocástica
- PDDE-UC Programação Dinâmica Dual Estocástica com Único Cenário de Demanda
- **PDDE-MC** Programação Dinâmica Dual Estocástica com Múltiplos Cenários de Demanda
- **PDDE-MC-FCI** Programação Dinâmica Dual Estocástica com Múltiplos Cenários de Demanda e Representação Analítica da Função de Custo Imediato
- PDDE-MC-FCI-FPH Programação Dinâmica Dual Estocástica com Múltiplos Cenários de Demanda Estocástica e Representação Analítica da Função de Custo Imediato e da Função de Produção Hidrelétrica
- **PDE** Plano Decenal de Expansão de Energia
- **PIB** Produto Interno Bruto
- **PPL** Problema de Programação Linear
- **PMO** Programa Mensal da Operação
- POO Programação Orientada ao Objeto
- **PSO** Otimização por Enxame de Partículas (do inglês, *Particle Swarm Optimization*)
- **REE** Reservatórios Equivalentes de Energia
- **SEE** Sistemas Equivalentes de Energia
- SEB Setor Elétrico Brasileiro
- SIN Sistema Interligado Nacional
- **SUISHI** Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados

LISTA DE SÍMBOLOS

Variáveis (em negrito) e parâmetros conhecidos do sistema

- $\boldsymbol{v_{t+1,i}}$ volume armazenado no reservatório da usina
 ino fim do estágio t (hm^3)
- $q_{t,i}$ vazão turbinada pela usina *i* no estágio $t (m^3/s)$
- $s_{t,i}$ vazão vertida pela usina *i* no estágio $t (m^3/s)$
- $e_{t,r,p}$ energia gerada por todas as hidrelétricas da região r no estágio t relativo ao cenário p (*MWmes*)
- $g_{t,j,p}$ energia gerada pela termelétrica j no estágio t relativo ao cenário p(MWmes)
- $\boldsymbol{d}_{t,r,p}\;$ déficit de energia da região rno estágio trelativo ao cenário $p\;(MWmes)$
- $f_{t,p}^{r,q}$ intercâmbio de energia entre as regiões $r \in q$ (sai de $r \in entra \in q$) no estágio t relativo ao cenário p (MWmes)
- $f_{t,p}^{q,r}$ intercâmbio de energia entre as regiões $r \in q$ (sai de q e entra em r) no estágio t relativo ao cenário p (MWmes)
- α_t custo total de operação do estágio t (R\$)
- c_i custo de geração da termelétrica j (R\$/MWmes)
- cd_r custo associado ao corte de carga (déficit) da região r (R\$/MWmes)
- $v_{t,i}$ volume inicial armazenado no reservatório da usina *i* no estágio $t (hm^3)$
- $a_{t,i}$ vazão incremental afluente da usina *i* no estágio $t (m^3/s)$
- $\delta_{t,r,p}$ demanda da região r no estágio t relativo ao cenário p (MWmes)
- μ_p probabilidade associada ao cenário de demanda p (o somatório de todas as probabilidades deve ser igual a 1)
- ρ_i produtibilidade da usina *i*, geralmente considerada como sendo a produtibilidade relacionada à 65% do volume útil do reservatório ($MWmes/m^3/s/m$)

- v_i^{min} volume de armazenamento mínimo da usina $i (hm^3)$
- v_i^{max} volume de armazenamento máximo da usina $i (hm^3)$
- q_i^{max} vazão máxima que pode ser turbinada pela usina $i~(m^3/s)$
- s_i^{max} vazão máxima que pode ser vertida pela usina $i (m^3/s)$
- e_r^{max} soma da capacidade máxima de geração de todas as usinas hidrelétricas da região $r \ (MWmes)$
- g_j^{max} capacidade máxima de geração da termelétrica j (MWmes)
- $f_{r,q}^{max}$ capacidade máxima de energia no sentido da região r para a região q (*MWmes*)
- $f_{q,r}^{max}\,$ capacidade máxima de energia no sentido da região q para a região $r\,$ (MWmes)

Variável (em negrito) e parâmetros conhecidos da FCI

- β_t custo imediato do estágio t (R\$)
- $\lambda_{t,r}^l$ coeficiente do corte *l* da FCI que multiplica a energia hidrelétrica gerada na área *r* no estágio *t* (*R*\$/*MWmes*)
- $\lambda_{t,0}^l$ coeficiente independente do corte *l* da FCI no estágio *t* (*R*\$)

Variável (em negrito) e parâmetros conhecidos da FCF

- α_{t+1} custo futuro do estágio t (R\$)
- $\pi_{t+1,i}^k$ coeficiente do corte k da FCF que multiplica o volume armazenado da hidrelétrica i, dado pelo multiplicador de Lagrange da equação de balanço hídrico da usina i no estágio $t + 1 \ (R\$/hm^3)$
- ϵ_{t+1}^k coeficiente independente do corte k da FCF no estágio t+1 (R\$)

Variável (em negrito) e parâmetros conhecidos da FPH

 $e_{t,i}$ energia gerada pela hidrelétrica *i* no estátio *t* (*MWmes*)

- $\gamma_{m,i}^v$ coeficiente do cortem da FPH que multiplica o volume armazenado da hidrelétrica $i~(MWmes/hm^3)$
- $\gamma^q_{m,i}$ coeficiente do corte *m* da FPH que multiplica a vazão turbinada da hidrelétrica *i* (*MWmes*/m³/s)
- $\gamma^s_{m,i}$ coeficiente do cortemda FPH que multiplica a vazão vertida da hidrelétrica i $(MWmes/m^3/s)$
- $\gamma_{m,i}^0$ coeficiente independente do corte *m* da FPH relativo à hidrelétrica *i* (*MWmes*)

Outros símbolos

- $\Theta_m -$ conjunto de todas as usinas hidrelétricas à montante da usinai
- Θ_r conjunto de todas as usinas hidreléticas da região r
- Φ_r conjunto de todas as usinas termelétricas da região r
- *I* quantidade de usinas hidrelétricas do sistema
- J quantidade de usinas termelétricas do sistema
- R quantidade de submercados (ou regiões/áreas) do sistema
- L quantidade de cortes da FCI
- K quantidade de cortes da FCF
- M quantidade de cortes da FPH
- \mathbb{E}_p operador de média ponderada
- C constante de conversão de unidades, de m^3/s para $hm^3,$ e tem valor igual a 2,592

SUMÁRIO

1 I	ntrodução	21
1.1	Considerações Iniciais	21
1.2	Estado da Arte	24
1.3	Motivação	29
1.4	Objetivos	30
1.5	Publicações Decorrentes do Trabalho	31
1.6	Estrutura da Dissertação	31
2 I	Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos a Médio Prazo	33
2.1	Considerações Iniciais	33
2.2	Modelagem matemática	36
3 I	Modelagem de Usinas Hidrelétricas	42
3.1	Considerações Iniciais	42
3.2	Geração de Energia Elétrica	43
3.3		
0.0	Altura de Queda Líquida	44
3.4	Altura de Queda Líquida	44 47
3.4 3.5	Altura de Queda Líquida	44 47 47
 3.4 3.5 3.5.1 	Altura de Queda Líquida	44 47 47 48
 3.4 3.5 3.5.1 3.5.2 	Altura de Queda Líquida	 44 47 47 48 50
3.4 3.5 3.5.1 3.5.2 3.5.3	Altura de Queda Líquida	 44 47 47 48 50 50
3.4 3.5 3.5.1 3.5.2 3.5.3 3.5.4	Altura de Queda Líquida	 44 47 47 48 50 50 51

3.6 Linearização e Convexificação da FPH	53
3.6.1 Algoritmo proposto	56
4 Função de Custo Imediato	60
4.1 Considerações Iniciais	60
4.2 Representação analítica da FCI para sistemas isolados	60
4.2.1 Algoritmo proposto	62
4.2.2 Exemplo didático	64
4.3 Representação analítica da FCI para sistemas multi-áreas	67
4.3.1 Algoritmo proposto	68
4.3.2 Exemplo didático	71
5 Metodologia Proposta	75
5.1 Considerações Iniciais	75
5.2 Programação Dinâmica Dual Estocástica aplicada à diversos cenários de demanda simultaneamente	75
5.2.1 Formulações propostas para os PPL's na PDDE	76
5.2.2 Estrutura da PDDE clássica	78
5.2.3 Geração dos cenários de afluência no contexto da PDDE	81
5.2.4 Determinação dos cortes da Função de Custo Futuro	82
5.2.5 Critérios de convergência da PDDE	83
5.3 Política e Simulação da Operação	86
6 Resultados e Análises	88
6.1 Considerações Iniciais	88
6.2 Função de Produção Hidrelétrica	90
6.3 Estudo de caso: Sistema único isolado	92
6.3.1 Comparação entre PDDE-UC e PDDE-MC	92

6.3.2 Comparação entre PDDE-MC e PDDE-MC-FCI	94
6.3.3 Comparação entre PDDE-MC-FCI e PDDE-MC-FCI-FPH	98
6.4 Estudo de caso: Sistemas Multi-Áreas com intercâmbio de energia	103
6.4.1 Representação Analítica da Função de Custo Imediato	103
6.4.2 Política e Simulação da Operação	106
	110
Considerações Finais	113
7.1 Conclusões	113
7.2 Propostas de Trabalhos Futuros	114
Referências	116
Apêndice A – Plataforma de Simulação Computacional	121
Anexo A – Usinas Hidrelétricas do Sistema Interligado Nacional	124
Anexo B – Dados das Hidrelétricas e Termelétricas do Sistema Tutoria	1128

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Um grande desafio em muitos países, desde o início da revolução industrial, vêm sendo a alocação dos recursos disponíveis em busca de um melhor planejamento e gerenciamento da energia. Um dos principais limitadores para o crescimento de uma economia é o fornecimento de energia, representados pela escassez dos recursos energéticos assim como o da eletricidade. Assim, surgiu a necessidade de criação de metodologias e procedimentos capazes de prever a demanda, tanto em meio acadêmico para alavancar as pesquisas na área, quanto para o governo e as empresas do setor elétrico (ESTEVES et al., 2015).

Neste contexto, surgiu à quase trinta anos atrás o Plano Decenal de Expansão de Energia (PDE), que constitui um documento informativo que auxilia os agentes e investidores na tomada de decisão com relação à expansão futura do setor de energia sob a visão do Governo Federal. É importante enfatizar que essa expansão é analisada para os diversos recursos energéticos de forma integrada e as afirmações contidas no documento são apenas uma indicação das perspectivas de expansão no horizonte decenal. Atualmente, o PDE é elaborado pela Empresa de Pesquisas Energéticas (EPE), ligada ao Ministério de Minas e Energia (MME), voltado à toda sociedade, bem como agentes e investidores do setor.

Entre os "Estudos de Energia", realizados pela EPE, têm destaque uma nota técnica responsável pela elaboração de uma projeção atualizada da demanda de energia elétrica no Brasil, fornecendo subsídios aos estudos relativos ao horizonte decenal futuro. A versão mais recente deste documento é relativo ao período de 2017 a 2026. Essa projeção é essencial na elaboração do PDE. Tais estudos são importantes na avaliação das estratégias de expansão da oferta de energia no médio e longo prazo.

Existem atualmente algumas premissas, sejam elas demográficas ou macroeconômicas, com papel fundamental na determinação do consumo de eletricidade, bem como na implicação direta no comportamento de vários indicadores do mercado. As premissas relativas ao setor residencial, comercial e industrial são apresentadas a seguir.

O número de ligações à rede elétrica de uma região, por exemplo, depende diretamente de variáveis demográficas, como a quantidade de habitantes, o número de domicílios e o número de habitantes por domicílio. Outra premissa é a forte correlação entre o consumo médio por habitante e a renda. Tais variáveis são também essenciais como premissas da projeção da demanda no setor comercial (comércio e serviços) e outras classes de consumo.

O setor industrial, por sua vez, não se relaciona apenas com a economia nacional, mas também com a mundial, devido aos segmentos importadores e exportadores. Os estudos relacionados às empresas eletrointensivas¹ são essenciais para a projeção da demanda de energia elétrica. Além disso, o setor industrial é o principal responsável pela expansão do parque de geração/transmissão do Setor Elétrico Brasileiro (SEB). Sendo assim, a autoprodução energética têm maior relevância neste setor, impactando diretamente no consumo final de eletricidade.

Adicionalmente, é importante a formulação de premissas de eficiência energética em todos os setores, muitas vezes considerada a forma mais econômica de atendimento à demanda. Destaca-se ainda a necessidade de considerar a contribuição futura da geração distribuída de pequeno porte, especialmente da geração fotovoltaica e eólica que, embora ainda tenha pequena participação atualmente, pode mostrar uma crescente contribuição a longo prazo.

A economia de um país pode ser medida, sem entrar em pormenores, pelo valor do Produto Interno Bruto (PIB). Em geral, quanto maior o valor do PIB mais aquecida está a economia, ao passo que, por outro lado, baixo valor do PIB elucida uma economia enfraquecida. Além disso, percebe-se pela Figura 1.1 que, na maioria das vezes, o PIB e o consumo de eletricidade possuem relação de proporcionalidade, o que ocorre com maior frequência em países desenvolvidos. Observe, por exemplo, o período entre 2010 e 2016, onde o Brasil teve a pior média de crescimento da economia desde a década de 70. Também neste período ocorreu um baixo crescimento na demanda de energia elétrica. Entretanto, o período destacado de 2016 a 2026 sinaliza uma projeção de crescimento médio anual nos níveis alcançados na década de 90.

 $^{^{1}}$ São as empresas do setor industrial que usam muita energia elétrica, tais como as empresas de alumínio, aço, petroquímica, papel, celulose e outras.



Figura 1.1: Elasticidade-renda da demanda de eletricidade

Destaca-se ainda da Figura 1.1 que, no período analisado, a elasticidade-renda² da demanda de energia elétrica tende a assumir valores superiores para cenários econômicos de menor crescimento do PIB e valores inferiores para cenários de maior expansão da economia. Por outro lado, a análise da elasticidade perde o sentido em condições de crescimento do PIB próximos de zero ou em situações de decréscimo de consumo em um determinado ano, além de não ser um parâmetro ideal para ser analisado pontualmente.

A Figura 1.2 apresenta três projeções da demanda de energia elétrica do Sistema Interligado Nacional (SIN) no horizonte decenal, realizadas pela EPE e incluídos no PDE. O cenário alternativo mostrado foi obtido supondo-se um crescimento de 0,7% a.a. em relação ao cenário de referência, caracterizando assim uma projeção otimista da demanda. Como consequência desta projeção, há uma aumento de 30,1 GW médios (cerca de 7%) do consumo total de energia elétrica no fim do horizonte decenal. Além disso, o otimismo econômico acarreta um incremento de 5,4 GW médios acima da carga de energia do cenário de referência ao final do horizonte decenal, representando um acréscimo de aproximadamente 6%. Outro fato interessante extraído da Figura 1.2 diz respeito à projeção da demanda de energia elétrica da versão anterior do PDE. Na época de sua elaboração, em 2015, esperava-se por um crescimento maior da economia, sendo inclusive superior à projeção alternativa do PDE mais recente. No entanto, os

²Elasticidade-renda da demanda mede a variação percentual na quantidade demandada de um bem a partir da variação percentual da renda do consumidor. O bem analisado no caso em questão é a eletricidade.

pesquisadores da EPE e de outros órgãos do setor elétrico não imaginariam a grave crise econômica, e principalmente política, que se instaurou pelo país nos últimos dois anos.

Figura 1.2: PDE 2026 x PDE 2024: Comparação entre previsões de carga de energia no SIN



1.2 ESTADO DA ARTE

Nesta seção são abordados diversos trabalhos pertinentes ao problema do planejamento energético da operação ou que aplicam os conceitos da área em outras linhas de pesquisa. Primeiramente, são apresentados estudos que consideram as incertezas da demanda de energia elétrica ou, ainda, estudos que propõem modelos para previsão e geração de cenários de demanda. Em seguida, são detalhadas as pesquisas referentes ao tratamento da incerteza da afluência no planejamento. Outra pesquisa realizada refere-se a trabalhos sobre diferentes formas de representação da Função de Custo Imediato (FCI). Por fim, expõe-se os estudos que realizam um tratamento da Função de Produção Hidrelétrica (FPH) no que diz respeito à linearização e convexificação.

Representação da demanda

Em (VASILIADIS & KARAMOUZ, 1994) foi proposto um modelo denominado *Driven* Stochastic Dynamic Programming (DSDP) que permite a utilização do valor atual da demanda em uma base mensal na determinação da política ótima de geração, caracterizado por uma extensão do modelo *Bayesian Stochastic Dynamics Programming* (BSDP) proposto anteriormente pelos mesmos autores. As incertezas tratadas são representadas usando a teoria de decisão Bayesiana. Além disso, a demanda mensal, afluências e armazenamentos são incluídos como variáveis de estado. Os objetivos deste trabalho são: avaliar a confiabilidade hidrológica das políticas de operação geradas pelo modelo proposto e demonstrar que a suposição da demanda fixa no processo de otimização é deficiente, visto que ela é, na realidade, uma incerteza. A confiabilidade das políticas de operação é mensurada em termos do atendimento à demanda quando as mesmas são aplicadas em modelos de simulação/operação.

A empresa PSR apresentou em (PEREIRA; CAMPODÓNICO & KELMAN, 1999) um relatório técnico que traz uma revisão geral da teoria da Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) aplicado a sistemas hidrotérmicos para a determinação do despacho ótimo das usinas, incluindo avaliações adicionais para representação de incertezas associadas aos custos de combustíveis e maximização de receitas. A avaliação das incertezas é dividida em duas classes: *time-independent* e *time-dependent uncertainties*. É destacado no texto que a PDDE é capaz de representar analiticamente vários tipos de incertezas do tipo *time-dependent stochastic processes* sem acréscimo do tempo computacional. A representação da incerteza da carga é brevemente discutida, destacando que pode ser representada da mesma forma que outros processos autorregressivos.

Problemas com imprevisibilidade da demanda também são pertinentes em outras áreas, além do planejamento energético. A seguir são apresentados dois trabalhos: o primeiro envolve o planejamento de um processo de transporte, e o segundo propõe resolver o problema operacional de uma companhia aérea com relação ao horário dos voos.

Em (FHOULA; HAJJI & REKIK, 2013) os autores abordam o problema do transporte em um contexto estocástico e propõem uma abordagem de solução com o objetivo de obtenção de uma política ótima sobre um horizonte de planejamento finito. Baseado em um contexto conceitual que integra os processos de decisões estratégicas e operacionais, o artigo aborda o problema a partir de um ponto de vista operacional, enquanto integra as decisões de transporte já tomadas no nível estratégico. O problema é modelado como programação estocástica linear multiestágio de forma a levar em consideração a incerteza da demanda.

A representação da incerteza da demanda também é abordada em (BUDESCA et al., 2015). Neste trabalho os autores procuram resolver o problema horário de

voos, destacando-se que o problema mencionado é uma das principais atividades de planejamento de uma companhia aérea. Descreve-se ainda que o resultado da definição do planejamento tem implicações que transcendem a esfera operacional e torna-se um fator determinante para melhorar a competitividade no setor de transporte aéreo. Neste contexto, é proposto um algoritmo denominado *Dynamic Airline Capacity Reassignment* (DACRA) que permite desde uma adaptação contínua da programação dos voos até modificações em relação à demanda prevista de passageiros em uma data específica. Além disso, o algoritmo garante que as novas soluções geradas são operacionalmente viáveis. O algoritmo foi desenvolvido como uma meta-heurística, baseado em (JIANG, 2006), combinando pequenas variações na escala de decolagens das aeronaves com cancelamento de voos, obtendo soluções sub-ótimas que maximiza a função objetivo (maximização do lucro).

Percebeu-se pela busca na literatura que a representação de diversos cenários da demanda no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a médio/longo prazo é pouco explorada. Por outro lado, existem diversos trabalhos que propõem modelos de previsão da demanda de energia. Por exemplo, em (ANGELOPOULOS; PSARRAS & SISKOS, 2017) é apresentado um modelo de previsão da demanda por análise de regressão ordinal baseado em parâmetros da economia como o *Gross Domestic Product* (GDP), empregados no sistema de energia da Grécia para fins de redução de custos relacionados ao excesso de armazenamento e na obtenção de maior segurança e estabilidade da energia. Por sua vez, em (CITROEN; OUASSAID & MAAROUFI, 2015) é desenvolvido um modelo de previsão de carga a longo prazo para o sistema elétrico do Marrocos, usando modelos Autorregressivos de Média Móvel (ARMA). Os autores sugerem que o modelo seja usado como ferramenta de tomada de decisão em busca de um melhor planejamento e estratégia de investimento, visando reduzir o impacto da conta de energia na economia marroquina.

Em (MUSTAPHA et al., 2015) são avaliados os fatores que influenciam a demanda de energia elétrica, sejam eles do próprio sistema de energia, climáticos ou relacionados ao desenvolvimento socioeconômico dos consumidores, e os modelos utilizados para prever o consumo de energia no longo, médio e curto prazo. Foram feitas diversas análises de performance dos modelos de previsão, investigando-se os fatores mais relevantes em cada um dos diferentes horizontes de estudo.

Em (NARAYAN & HIPEL, 2017) é apresentada uma arquitetura de rede neural profunda recorrente para descobrir padrões complexos de perfis de demanda a partir do histórico de dados. Mostrou-se que a rede neural com memória de longo prazo apresenta uma metodologia robusta para previsão da carga de curto prazo com a capacidade de adaptar e aprender as características de longo prazo.

Outros métodos também são abordados na literatura. Em (JINLIAN; YUFEN & JIAXUAN, 2017) foi usada uma combinação de *Group Method of Data Handling* (GMDH), *Particle Swarm Optimization* (PSO) e *Least Squares Support Vector Machine* (LSSVM) para previsão de carga. Os modelos são aplicados em um caso real, apresentando resultados com boa precisão. Já em (WARRIOR; SHRENIK & SONI, 2016) foi realizado um estudo comparativo de algoritmos de *machine learning* para previsão de demanda no curto prazo.

Representação da afluência

Uma outra incerteza considerada no problema de planejamento diz respeito às afluências futuras em cada hidrelétrica. Na prática, têm-se apenas o registro de afluências observadas no passado (série histórica), sendo insuficiente para compor uma amostra de cenários que estime confiavelmente os índices de risco e o possível comportamento dos cenários futuros. Entretanto, os parâmetros probabilísticos das séries hidrológicas, tais como a média, variância, assimetria e autocorrelação, possuem característica periódica, permitindo assim a geração de séries sintéticas de afluências a partir de modelos Autorregressivos Periódicos de Ordem p (PAR(p)) (CEPEL, 2017).

Modelos oficiais de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, como o NEWAVE e o SUISHI empregam o *software* GEVAZP, responsável pela geração de cenários sintéticos de vazões e energias pelo modelo PAR(p) e que modela a afluência de um mês como uma combinação linear das afluências dos meses anteriores e de uma componente aleatória (CEPEL, 2017).

Na literatura encontram-se vários trabalhos que empregam o PAR(p) no âmbito da geração de séries sintéticas de afluência, em sua versão original ou apresentando pequenas modificações, sendo que outros trabalhos apresentam diferentes metodologias. Por exemplo, (OLIVEIRA, 2010) propõe duas alternativas de melhoria do modelo PAR(p), utilizando técnicas de computação intensiva *bootstrap* para identificação da ordem do modelo e durante a geração de cenários. Em (DEUS, 2010) o autor apresenta o Hipercubo Latino, uma técnica de amostragem na qual a seleção dos valores da amostra é controlada, podendo apresentar melhor espaço amostral já que reduz a variância entre os cenários amostrados em várias aplicações, inclusive na geração de cenários de vazões afluentes. Por fim, (FARIAS, 2012) avalia o ganho que se pode obter com a inclusão de informações climáticas na geração de cenários frente a apenas se utilizar o histórico de vazões.

Representação da FCI

A abordagem usada neste trabalho considera a FCI uma função que associa um custo de operação a uma decisão de despacho de energia hidrelétrica, a qual é representada para cada mês de planejamento, e está relacionada principalmente com a demanda e com as capacidades de fornecimento de energia das hidrelétricas e termelétricas, além do custo de produção destas últimas. Em resumo, a FCI é uma função linear por partes que associa a cada decisão de geração hidrelétrica um custo de operação.

Em um contexto onde o custo de geração termelétrica é dada por uma função quadrática, a FCI pode também ser representada em função da geração termelétrica a aprtir de técnicas de linearização, conforme são vistos em (BAYÓN; GRAU & SUÁREZ, 2002) e (ENNES & DINIZ, 2014).

O estudo desenvolvido em (METELLO, 2016) utiliza técnicas de decomposição lagrangeana em conjunto com o método de Balériaux para obtenção da FCI em sistemas isolados com representação horária da demanda. Em sistemas multi-áreas novamente é utilizada técnicas de decomposição lagrangeana, mas nesse caso associado à aplicação da teoria de fluxos em grafos para obtenção da FCI com representação horária da demanda. Entretanto, no estudo em questão não foi considerado o déficit de energia, ou seja, o algoritmo foi aplicado apenas para sistemas auto-suficientes.

Representação da FPH

Conforme serão apresentadas em seções posteriores, a FPH de uma usina é uma função multivariada não linear. Isso representaria um grande esforço computacional durante a execução da PDDE. Assim, a representação da FPH como uma função linear e convexa aumentaria consideravelmente a eficiência computacional e viabilizaria a utilização de um *software* de otimização linear na resolução dos subproblemas inseridos na PDDE.

Entretanto, alguns estudos encontrados na literatura trabalham com a variabilidade da produtividade das usinas hidrelétricas não linearizada. Em (OLIVEIRA et al., 2009) os autores usam o modelo não linear para o cálculo da energia firme. A otimização, no caso exposto, é feita a partir do método primal-dual de pontos interiores. Já em (TAKIGAWA, 2006) o autor ressalta a importância do detalhamento do processo de geração das hidrelétricas. Além disso, o autor faz uma simplificação da FPH desconsiderando o efeito do vertimento no canal de fuga e propõe ainda uma técnica de relaxação lagrangeana para redução do tempo computacional, visto que os subproblemas decompostos são de natureza não linear. No que diz respeito à linearização e convexificação da FPH, destaca-se alguns trabalhos na literatura. Por exemplo, em (GONÇALVES, 2007) o autor utilizou a série de Taylor de primeira ordem combinada como uma discretização do domínio. Tal discretização permitiu que a FPH fosse determinada como um conjunto de hiperplanos convexos. Em (XAVIER et al., 2005) os autores também utilizaram a serie de Taylor de primeira ordem. Entretanto, inicialmente foi feita a linearização no plano 3D, desconsiderando o vertimento, e depois foi adicionado por uma aproximação tangencial. A tese apresentada em (THOMÉ, 2013) propõe uma nova metodologia para obtenção de aproximação convexa mais realista da função de produção de usinas hidrelétricas através de uma transformação não-linear das variáveis de volume em energia.

No âmbito da representação por Reservatórios Equivalentes de Energia (REE), é proposto em (DINIZ; SABOIA & ANDRADE, 2016) uma função de produção hidrelétrica multi-plantas exata (MHPF). Essa função é capaz de representar a geração de toda uma cascata. O estudo da MHPF foi dividido em duas partes: REE com um único reservatório à montante e REE com vários reservatórios à montante. Foram construídos nesses casos um modelo linear por partes a serem aplicados no planejamento do despacho de sistemas hidrotérmicos.

O trabalho apresentado em (DINIZ & MACEIRA, 2008) considera a modelagem da FPH como uma função em quarta dimensão (4D). A metodologia apresentada neste trabalho foi dividida em duas partes. Primeiramente, o vertimento foi desconsiderado do modelo, obtendo assim um conjunto convexo de planos no espaço tridimensional (3D), obtidos pelo algoritmo *Convex Hull* (CH). Em seguida, o vertimento foi adicionado ao modelo através de uma aproximação secante.

Em (RAMOS, 2015) o autor considerou também o modelo 4D da FPH, porém, utilizou-se uma biblioteca conhecida por *QuickHull* (BARBER; DOBKIN & HUHDANPAA, 1996), sendo uma versão rápida do CH. Segundo (RAMOS, 2015), essa biblioteca já fornece a orientação dos planos pertencentes ao CH, facilitando assim a exclusão dos planos que não são de interesse do problema.

1.3 MOTIVAÇÃO

A representação das incertezas no âmbito da PDDE é um desafio do ponto de vista de implementação e eficiência computacional. Em modelos oficiais da cadeia energética do SIN, apenas as incertezas oriundas dos cenários hidrológicos futuros são considerados. Entretanto, a representação dos diversos e possíveis cenários da demanda na PDDE mostra-se imprescindível na melhoria das decisões tomadas, conforme a justificativa dada abaixo.

Uma importante restrição do problema de planejamento da operação a médio/longo prazo é a equação de atendimento à demanda, onde as usinas hidrelétricas e termelétricas devem suprir a demanda em cada submercado, salvo os possíveis cortes de carga. A demanda considerada nessa equação é a demanda líquida, dado pela carga efetiva com o abatimento da geração das usinas não simuladas³.

Assim, a crescente inserção das energias renováveis no SIN corrobora com uma maior incerteza do real valor da demanda, e assim, a representação determinística da demanda torna-se cada vez menos realista. Portanto, o presente trabalho busca representar, através de cenários, a demanda de energia elétrica.

1.4 OBJETIVOS

O principal objetivo desta dissertação é a representação dos diversos cenários possíveis de demanda no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a médio prazo considerando as usinas individualizadas no âmbito da PDDE.

Além disso, alguns tópicos analisados são fundamentais para nortear o estudo em busca do objetivo geral deste trabalho. Compreende os objetivos específicos:

- Fazer uma revisão da literatura sobre a representação de cenários de demanda e alfluência, além da verificação do estado da arte com relação à representação analítica da FCI e da FPH em modelos de planejamento energético;
- Incluir o modelo 4D da FPH no problema do despacho ótimo em sistemas hidrotérmicos;
- Propor um algoritmo para levantamento da FCI com uma função convexa e linear por partes, tanto em sistemas isolados quanto em sistemas multi-áreas com intercâmbio de energia;
- Analisar e comparar a metodologias atual (cenário único de demanda) com a proposta (diversos cenários de demanda);
- Analisar e comparar a metodologia proposta em sistemas com diferentes quantidades de cenários de demanda;

 $^{^3 {\}rm Energia}$ oriunda das usinas não consideradas individualmente no problema de otimização, tais como eólicas, solar, pequenas centrais hidrelétricas, etc.

- Analisar o algoritmo de levantamento da FCI em sistema multi-áreas para diferentes discretizações do espaço;
- Testar as metodologias propostas em um sistema tutorial simplificado.

1.5 PUBLICAÇÕES DECORRENTES DO TRABALHO

Artigos publicados em anais de evento:

FERNANDES, A. S.; MARCATO, A. L. M.; JUNIOR I. C. S.; Representação analítica da Função de Custo Imediato e da Função de Produção Hidrelétrica na Programação Dinâmica Dual Estocástica, XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2017, Blumenau, SC

FERNANDES, A. S.; MAGALHÃES, R. C.; JUNIOR I. C. S.; MARCATO, A. L. M.; FILHO, J. A. P.; Stochastic representation of load in the hydrothermal systems operation scheduling, VII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, 2018, Niterói, RJ

1.6 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este documento está organizado em sete capítulos, iniciado por esta introdução que aborda as considerações inciais, estado da arte, motivação, objetivos e as publicações decorrentes do trabalho.

O Capítulo 2 descreve os conceitos acerca do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a médio prazo considerando as usinas individualizadas, abordando as características e a formulação matemática do problema.

Em seguida, o Capítulo 3 trata da modelagem de usinas hidrelétricas no que diz respeito à geração de energia, onde são apresentados os conceitos e variáveis mais relevantes, uma classificação das usinas e o algoritmo para convexificação e linearização da FPH para representação analítica no âmbito da PDDE.

Já no Capítulo 4 é dissertado sobre a representação analítica da FCI, tanto em sistemas isolados quanto em sistemas multi-áreas, onde são apresentados os algoritmos e aplicações em exemplos didáticos.

O Capítulo 5 apresenta as metologias propostas para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, contendo: as formulações matemáticas dos subproblemas da PDDE, a estrutura padrão e um pseudo-código da PDDE, a geração dos cenários de afluência, a determinação da Função de Custo Futuro (FCF), os critérios de convergência adotados e a metodologia para a determinação da política e simulação da operação dos sistema.

Os resultados e análises referentes às metodologias abordadas no Capítulo 5 são mostrados no Capítulo 6, onde são apresentados os (hiper)planos que representam as FPH's e um estudo comparativo dos métodos aplicados em um sistema isolado, com duas áreas e com três áreas.

Finalmente, o Capítulo 7 traz as principais conclusões deste trabalho, bem como algumas propostas para desenvolvimentos futuros.

Além disso, ao final do trabalho são listadas as referências bibliográficas utilizadas. O Apêndice traz a estrutura e explicação da plataforma computacional desenvolvida. Já o Anexo apresenta as tabelas com as usinas hidrelétricas do SIN classificadas de acordo com o tipo de geração, além dos dados relativos às hidrelétricas e termelétricas do sistema tutorial utilizados neste trabalho.

2 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS A MÉDIO PRAZO

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A geração de energia elétrica no Brasil é caracterizada por ser de grande porte, sendo em sua maioria composta pela energia proveniente do aproveitamento hidráulico realizado nas hidrelétricas, representando cerca de 61% da capacidade instalada (ANEEL, 2017). Uma parte das hidrelétricas possui reservatório com grande capacidade de armazenamento e regulação, ao passo que outras não possuem (usinas a fio d'água). As hidrelétricas estão dispostas nas bacias hidrográficas em configuração de cascata. Em (ONS, 2017) pode ser visto um diagrama esquemático de todas as usinas hidrelétricas do SIN.

Contudo, a geração energética no Brasil não é composta somente por hidrelétricas. Para atender à demanda de energia o sistema conta também com usinas termelétricas (nuclear, óleo, diesel, gás natural, e outras), fontes renováveis (eólica, solar, biomassa), pequenas centrais hidrelétricas ou geração distribuída. Além disso, pode ocorrer a importação/exportação de energia com outros países sul-americanos (CASTRO, 2012).

A coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica no SIN e o planejamento da operação dos sistemas isolados do país é realizado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), sob a fiscalização e regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). O ONS dividiu o território nacional em quatro submercados de operação: Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte.

O objetivo do planejamento da operação de médio prazo é a determinação de uma política ótima de despacho das usinas do sistema de modo a minimizar o valor esperado dos custos operativos no horizonte de planejamento considerado. Incluem-se nesses custos os gastos com combustíveis das usinas termelétricas, eventuais compras de energia dos sistemas vizinhos e os custos de déficit, este último associado ao prejuízo à sociedade devido ao não atendimento pleno da demanda (BRANDI, 2011). Conforme mencionado, a maior parte da energia elétrica produzida no SIN é proveniente das hidrelétricas. Por isso, o sistema possui algumas características únicas que o tornam um dos mais complexos a serem operados (SILVA, 2001; TERRY et al., 1986).

- Acoplamento temporal: as decisões operativas do presente têm consequências futuras. A otimização é feita considerando o custo presente do uso da água mais o custo futuro relativo ao seu armazenamento;
- Acoplamento espacial: a operação das usinas hidrelétricas, diferentemente das termelétricas, são afetadas pela disposição espacial em que se encontram, pois estão dispostas em cascata ao longo dos rios. Logo, a operação de uma determinada usina afeta diretamente as usinas à jusante;
- *Estocasticidade*: incertezas associadas às afluências em cada reservatório do sistema devido ao regime hidrológico futuro de uma determinada região, ou ainda incertezas associadas à demanda de energia elétrica futura;
- *Intercâmbio*: a possibilidade de fluxo de energia entre os submercados permite que regiões com condições hidrológicas desfavoráveis possam utilizar a energia abundante em outro submercado, evitando assim o custo com a geração termelétrica mais cara.

Dessa forma, pode-se utilizar a energia armazenada "grátis" dos reservatórios de água para atender a demanda, substituindo assim a geração mais cara das unidades termelétricas. Entretanto, a quantidade de água afluente aos reservatórios é desconhecida, pois depende basicamente das chuvas que irão ocorrer no futuro. Além disso, a capacidade de armazenamento nos reservatórios é limitada. Logo, existe uma relação entre a decisão de operação e as consequências futuras, ilustrada na Figura 2.1.

Por exemplo, se for decidido pela utilização da água para gerar energia e atender o mercado hoje e no futuro ocorrer uma seca, será necessário utilizar geração termelétrica com custo mais elevado, ou até mesmo interromper o fornecimento de energia (gerar déficit). Agora, caso se opte pela maior geração termelétrica no presente, armazenando água, e ocorrerem precipitações elevadas no futuro, poderá haver vertimento no sistema, o que representaria desperdício de energia e, consequentemente, do dinheiro gasto no combustível e operação termelétrica (FORTUNATO, 1990). Por outro lado, caso opte por utilizar água dos reservatórios num determinado momento e as afluências futuras forem favoráveis, então pode-se dizer que a decisão foi correta. Da mesma forma ocorre quando se decide armazenar água no presente e as afluências futuras são baixas.



Figura 2.1: Dilema do operador

Fonte: Elaborada pelo autor

As decisões operativas mencionadas anteriormente são representadas por funções, conforme estão indicadas na Figura 2.2. O custo imediato varia de acordo com a decisão de utilizar, ou não, o estoque de água nos reservatórios. Quanto mais se usa a água para gerar energia, menor será o custo imediato, pois há uma diminuição do consumo de combustível, mas caso se opte por poupar a água estocada, a demanda deverá ser suprida por fontes geradoras mais caras, aumentando, assim, o custo imediato. Já o custo futuro depende da decisão anterior para ser definido, ou seja, se a água estocada nos reservatórios for utilizada precocemente, as fontes de geração usadas para o suprimento da demanda futura serão mais caras que a hidráulica, ocasionando um alto custo futuro. Caso se opte por reservar água no presente, haverá, consequentemente, no futuro, maior disponibilidade de água nos reservatórios, proporcionando uma maior geração hidráulica e menor custo futuro (PEREIRA, 2006).

As inclinações, ou derivadas, de cada função têm um significado. A derivada da FCF, também denominada "valor da água", representa o custo de operação futuro para um aumento unitário no volume armazenado em um dado reservatório. É fácil perceber que o custo futuro será menor em situações onde o reservatório está cheio. Por sua vez, a derivada da FCI representa o custo imediato de operação para um aumento unitário no volume armazenado. Em termos práticos, a derivada da FCI representa o custo de operação da termelétrica acionada quando se decide pelo armazenamento de uma unidade a mais de volume em um dado reservatório (PEREIRA, 2006).



Figura 2.2: Função de Custo Imediato, Futuro e Total

Fonte: Elaborada pelo autor

Portanto, a condição ótima de operação é determinada pela minimização do valor esperado do custo total de operação em um determinado horizonte de estudo. O custo total, representado pela Função de Custo Total (FCT), é obtido pela soma da FCI com a FCF. Sabe-se que uma função é minimizada quando a sua derivada é nula. Matematicamente,

$$Min \ (FCT = FCI + FCF) \Longrightarrow \frac{\partial FCI}{\partial v} + \frac{\partial FCF}{\partial v} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial FCI}{\partial v} = -\frac{\partial FCF}{\partial v}$$

O ponto onde esta condição é satisfeita não necessariamente é o ponto de cruzamento entre a FCI e a FCF. Na Figura 2.2 o ponto ótimo está representado por v^* .

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Conforme foi mencionado na seção anterior, o problema do planejamento da operação a médio/longo prazo tem característica dinâmica, uma vez que a decisão tomada no presente leva a consequências futuras, e estocástica, devido às incertezas relacionadas com as vazões afluentes e com a demanda de energia elétrica futuras. Por essa razão, a aplicação da PDDE é altamente recomendada a este problema. Os subproblemas otimizados internamente na PDDE são modelados matematicamente como um Problema de Programação Linear (PPL). De forma simplificada, o PPL tem a seguinte característica:
Minimizar Custo Total = Custo Imediato + Custo Futuro sujeito a:

Atendimento à Demanda Produção de Energia Hidrelétrica Balanço Hídrico Função de Custo Futuro (corte de Benders) Limites operativos das variáveis

A seguir são feitas explanações das equações, variáveis e parâmetros presentes no PPL. As variáveis são apresentadas em grafia com negrito para diferenciar das constantes e parâmetros conhecidos. A modelagem apresentada é uma simplificação dos modelos encontrados na literatura com adaptações propostas para inserção dos cenários de demanda no PPL.

Função Objetivo

A equação (2.1) apresenta a função objetivo do problema, que é composto por duas parcelas: custo imediato e custo futuro. A primeira diz respeito ao custo operativo associado à geração termelétrica e ao corte de carga (déficit) do estágio t em questão. A segunda é o custo futuro, que fornece o valor do custo da operação dos estágios subsequentes à t relativo a uma determinada decisão de armazenamento de água. Essa função deve ser minimizada para todos os estágios, visto que se deseja um menor custo operativo do sistema. Como no estudo proposto são considerados diversos cenários de demanda, o custo efetivo no estágio t será dado pela média ponderada dos custos em cada cenário de demanda p.

$$\alpha_t = \mathbb{E}_p \left[\sum_j c_j \cdot \boldsymbol{g}_{t,j,p} + \sum_r c d_r \cdot \boldsymbol{d}_{t,r,p} \right] + \boldsymbol{\alpha}_{t+1}$$
(2.1)

sendo:

 α_t custo total de operação do estágio t (R\$)

 c_j custo de geração da termelétrica j (R\$/MWmes)

 $g_{t,j,p}$ energia gerada pela termelétrica j no estágio t relativo ao cenário p (MWmes) cd_r custo associado ao corte de carga (déficit) da região r (R\$/MWmes) $d_{t,r,p}$ déficit de energia da região r no estágio t relativo ao cenário p (MWmes) α_{t+1} custo futuro do estágio t (R\$)

 \mathbb{E}_p operador de média ponderada

Atendimento à Demanda

A equação (2.2) apresenta o balanço energético em cada região do sistema, onde a energia hidrelétrica gerada mais a energia produzida pelas termelétricas mais as importações menos as exportações mais o déficit é igual à demanda.

$$\boldsymbol{e}_{t,r,p} + \sum_{j \in \Phi_r} \boldsymbol{g}_{t,j,p} + \sum_{q \neq r} \left(\boldsymbol{f}_{t,p}^{q,r} - \boldsymbol{f}_{t,p}^{r,q} \right) + \boldsymbol{d}_{t,r,p} = \delta_{t,r,p} \qquad \forall r \in R, p \in P$$
(2.2)

sendo:

- $e_{t,r,p}$ energia gerada por todas as hidrelétricas da região r no estágio t relativo ao cenário p (MWmes)
- $f_{t,p}^{r,q}$ intercâmbio de energia entre as regiões $r \in q$ (sai de $r \in entra em q$) no estágio t relativo ao cenário p (MWmes)
- $f_{t,p}^{q,r}$ intercâmbio de energia entre as regiões $r \in q$ (sai de q e entra em r) no estágio t relativo ao cenário p (MWmes)
- $\delta_{t,r,p}$ demanda da região r no estágio t relativo ao cenário p (MWmes)
- Φ_r conjunto de todas as usinas termelétricas da região r

Observe que o balanço energético da equação (2.2) deve ser satisfeita para cada região r e cenário de demanda p analisado. Essa proposta tem como objetivo incluir os diversas cenários de demanda de energia elétrica no modelo, como forma de melhor representar as incertezas deste parâmetro, já que os modelos oficiais atuais não fazem tal consideração.

Produção de Energia Hidrelétrica

A restrição de produção de energia hidrelétrica será tratada neste trabalho em duas diferentes abordagens. A primeira afirma que a energia gerada pelas hidrelétrica é proporcional ao turbinamento das usinas apenas, ao passo que na segunda é feita uma representação analítica da FPH em quarta dimensão, onde as não linearidades da geração hidrelétrica são tratadas e representadas por uma função convexa e linear por partes. As restrições referentes à segunda abordagem serão tratadas em capítulos posteriores.

A equação (2.3) mostra que a energia hidrelétrica em uma dada região, obtida pela média ponderada das energias hidrelétricas em todos os cenários p, é igual ao somatório do produto entre as produtibilidades e vazões turbinadas de todas as usinas hidrelétricas daquela região.

$$\sum_{p} \mu_{p} \cdot \boldsymbol{e}_{t,r,p} = \sum_{i \in \Theta_{r}} \rho_{i} \cdot \boldsymbol{q}_{t,i} \qquad \forall r \in R$$
(2.3)

sendo:

- μ_p probabilidade associada ao cenário de demanda p (a soma de todas as probabilidades deve ser igual a 1)
- ρ_i produtibilidade da usina *i*, geralmente considerada como sendo a produtibilidade relacionada à 65% do volume útil do reservatório ($MWmes/m^3/s/m$)
- $q_{t,i}$ vazão turbinada pela usina *i* no estágio $t (m^3/s)$
- Θ_r conjunto de todas as usinas hidreléticas da região r

Balanço Hídrico

A equação (2.4) apresenta o balanço hídrico para cada usina (reservatório) do sistema, onde o volume armazenado ao final de um estágio é igual ao seu volume inicial mais o volume incremental afluente (proveniente do volume lateral entre a usina e suas usinas à montante) mais o volume defluente das usinas à montante menos o volume defluente da usina em questão, sendo este último dado pela soma entre os volumes turbinado e vertido.

$$\boldsymbol{v}_{t+1,i} = \boldsymbol{v}_{t,i} + C \cdot \left(a_{t,i} + \sum_{m \in \Theta_m} (\boldsymbol{q}_{t,m} + \boldsymbol{s}_{t,m}) - \boldsymbol{q}_{t,i} - \boldsymbol{s}_{t,i} \right) \qquad \forall i \in I$$
(2.4)

sendo:

- $v_{t+1,i}$ volume armazenado no reservatório da usina *i* no fim do estágio $t (hm^3)$
- $v_{t,i}$ volume inicial armazenado no reservatório da usina *i* no estágio $t (hm^3)$
- C constante de conversão de unidades, de m^3/s para $hm^3,$ e tem valor igual a 2,592

- $a_{t,i}$ vazão incremental afluente da usina *i* no estágio $t (m^3/s)$
- $s_{t,i}$ vazão vertida pela usina *i* no estágio $t (hm^3)$
- Θ_m conjunto de todas as usinas hidrelétricas à montante da usina *i*
- *I* conjunto de todas as usinas hidrelétricas do sistema

Função de Custo Futuro

A equação (2.5) apresenta a aproximação linear por partes da FCF (ou corte de Benders) do estágio t, dado pelo conjunto de (hiper)planos lineares que fornece uma região convexa de solução.

$$\boldsymbol{\alpha_{t+1}} \ge \sum_{i} \left(\pi_{t+1,i}^k \cdot \boldsymbol{v_{t+1,i}} \right) + \epsilon_{t+1}^k \qquad \forall k \in K$$
(2.5)

sendo:

 $\pi_{t+1,i}^k$ coeficiente do corte k da FCF que multiplica o volume armazenado da hidrelétrica i, dado pelo multiplicador de Lagrange da equação de balanço hídrico da usina i no estágio $t + 1 (R\$/hm^3)$

 ϵ_{t+1}^k coeficiente independente do corte k da FCF no estágio t+1 (MWmes)

Limites operativos das variáveis

Finalmente, as Equações (2.6) a (2.14) exibem os limites operativos das variáveis do problema. No planejamento da operação de médio/longo prazo não são consideradas as condições de *unit commitment* termelétrico, como as restrições de rampa, partida a quente, etc.

 $v_i^{\min} \leqslant v_{t+1,i} \leqslant v_i^{\max} \qquad \forall i \in I \tag{2.6}$

$$0 \leqslant \boldsymbol{q}_{t,i} \leqslant q_i^{max} \qquad \qquad \forall i \in I \tag{2.7}$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{s_{t,i}} \leqslant s_i^{max} \qquad \forall i \in I \tag{2.8}$$

- $0 \leqslant \boldsymbol{e_{t,r,p}} \leqslant e_r^{max} \qquad \forall r \in R, p \in P$ $0 \leqslant \boldsymbol{g_{t,j,p}} \leqslant g_j^{max} \qquad \forall j \in J, p \in P$ (2.9)
- $0 \leqslant \boldsymbol{f}_{t,p}^{r,q} \leqslant f_{r,q}^{max} \qquad \forall r \neq q, r \in R, p \in P$ (2.11)
- $0 \leqslant \boldsymbol{f}_{t,p}^{q,r} \leqslant f_{q,r}^{max} \qquad \forall q \neq r, q \in R, p \in P$ (2.12)
- $\boldsymbol{d}_{\boldsymbol{t},\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}} \ge 0 \qquad \qquad \forall \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{P} \tag{2.13}$
- $\boldsymbol{\alpha_{t+1}} \ge 0 \tag{2.14}$

sendo:

- v_i^{min} volume de armazenamento mínimo da usina $i (hm^3)$
- v_i^{max} volume de armazenamento máximo da usina $i (hm^3)$
- $q_i^{max}\;$ vazão máxima que pode ser turbinada pela usina $i\;(m^3/s)$
- s_i^{max} vazão máxima que pode ser vertida pela usina $i (m^3/s)$
- e_r^{max} soma da capacidade máxima de geração de todas as usinas hidrelétricas da região $r \ (MWmes)$
- $g_j^{max}\;$ capacidade máxima de geração da termelétrica $j\;(MWmes)$
- $f_{r,q}^{max}\,$ capacidade máxima de energia no sentido da região rpara a região q (MWmes)
- $f_{q,r}^{max}$ capacidade máxima de energia no sentido da região q para a região r (MWmes)

3 MODELAGEM DE USINAS HIDRELÉTRICAS

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo apresenta as principais estruturas que compõem as usinas hidrelétricas, bem como uma modelagem matemática da função de produção hidrelétrica a partir das equações dos fenômenos físicos que ocorrem na transformação da energia potencial até a elétrica. Toda modelagem apresentada decorrem de trabalhos retirados da literatura com utilização de nomenclaturas que facilitem a compreensão textual.

A Figura 3.1 traz a representação de uma usina hidrelétrica com reservatório. A geração de energia elétrica ocorre devido ao comportamento físico da turbina hidráulica (que transforma energia potencial gravitacional em energia mecânica) e do gerador (responsável pela transformação da energia mecânica em energia elétrica) (FINARDI, 2003).





Fonte: Adaptada de (FILHO, 2003)

Abaixo são definidos alguns parâmetros das usinas que devem ser considerados na modelagem (LOPES, 2007; ENCINA, 1999; CICOGNA, 1999; FILHO, 2003):

• v: volume armazenado no reservatório (hm^3) ;

- v_{min} : volume mínimo operativo do reservatório (hm^3) (ou volume morto), associado ao nível mínimo necessário para que a turbina possa operar de modo a manter as estruturas de adução submersas;
- v_{max} : volume máximo operativo do reservatório (hm^3) , associado ao nível máximo para operação. Valores acima de v_{max} geram vertimento;
- q: vazão turbinada (m³/s) que flui do reservatório até a casa de máquinas através do canal de adução, fazendo com que as turbinas girem e acionem os geradores;
- s: vazão vertida (m³/s) que flui diretamente do reservatório ao rio através do vertedouro, sem passar pela casa de máquinas e, consequentemente, sem gerar energia;
- *h_{mon}*: cota à montante da usina (*m*) e representa a altura, medida a partir do nível do mar, da superfície de água do reservatório da usina;
- *h_{jus}*: cota à jusante da usina (*m*) e representa a altura, medida a partir do nível do mar, da superfície de água no canal de fuga da usina;
- h_b : altura de queda bruta da usina (m), dado pela diferença entre a cota à montante e a cota à jusante da usina.

3.2 GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A modelagem apresentada a seguir é uma adaptação dos trabalhos apresentados em (RAMOS, 2015; MADERA, 2013; CICOGNA, 1999), a qual é condizente com as leis físicas que regem as transformações energéticas.

Conforme mencionado na seção anterior, a energia elétrica é proveniente da energia potencial gravitacional exercida pela massa de água do reservatório, de acordo com a equação (3.1).

$$E_p = m \cdot g \cdot h_b \tag{3.1}$$

onde:

 E_p energia potencial da massa de água acumulada no reservatório (J)

m massa de água (kg)

g constante de aceleração gravitacional, com valor aproximado de 9,81 m/s^2

A massa de água pode ser obtida a partir do seu volume v e do peso específico μ que é um valor aproximadamente igual a 1000 kg/m^3 . Assim, a energia potencial pode ser determinada por (3.2).

$$E_p = \mu \cdot v \cdot g \cdot h_b \tag{3.2}$$

Sabe-se que tanto o volume do reservatório v quanto a altura de queda bruta h_b variam com o passar do tempo. Assim, derivando (3.2) em relação ao tempo t, obtêm-se a equação (3.3).

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} = \mu \cdot g \cdot \left(v \cdot \frac{\partial h_b}{\partial t} + h_b \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \right)$$
(3.3)

De acordo com (MADERA, 2013), a taxa de variação da queda bruta é desprezível comparado à taxa de variação do volume, ou seja, $\frac{\partial h_b}{\partial t} \ll \frac{\partial v}{\partial t}$. Assim, a equação (3.3) é simplificada e apresentada em (3.4).

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} = \mu \cdot g \cdot h_b \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \tag{3.4}$$

Sabe-se que a geração hidrelétrica é dada por $gh = \frac{\partial E_p}{\partial t}(W)$ e a vazão turbinada por $q = \frac{\partial v}{\partial t}(m^3/s)$. Além disso, a geração hidrelétrica está sujeita à diversas perdas: perdas por adução nos condutos forçados (valor em metros a ser descontado da altura de queda bruta h_b), perdas na turbina e perdas no gerador. Logo, adicionando o rendimento destes equipamentos à geração hidráulica pode-se obter a equação (3.5).

$$gh = \eta_t \cdot \eta_g \cdot \mu \cdot g \cdot h_l \cdot q \tag{3.5}$$

onde:

- η_t rendimento da turbina (%)
- η_g rendimento do gerador (%)
- h_l altura de queda líquida (m)

3.3 ALTURA DE QUEDA LÍQUIDA

A altura de queda líquida representa a altura da coluna de água que efetivamente irá gerar energia elétrica, dado pela diferença entre a altura de queda bruta e a perda hidráulica, conforme pode ser visto em (3.6).

$$h_l = h_b - h_{per} = h_{mon}(v) - h_{jus}(q,s) - h_{per}$$
(3.6)

onde:

 $h_{mon}(v)$ cota à montante da usina (m)

 $h_{jus}(q,s)$ cota à jusante da usina (m)

 h_{per} perda hidráulica por adução (m)

A cota à montante $h_{mon}(v)$ de cada usina é uma função dada por um polinômio cota-volume de quarto grau e que depende do volume armazenado v, conforme pode ser visto em (3.7).

$$h_{mon}(v) = a_0 + a_1 \cdot v + a_2 \cdot v^2 + a_3 \cdot v^3 + a_4 \cdot v^4$$
(3.7)

A Figura 3.2 ilustra o polinômio cota-volume da usina hidrelétrica de Furnas. Note que h_{mon} aumenta à medida que o volume armazenado aumenta.

Figura 3.2: Polinômio cota-volume da usina de Furnas



Fonte: Elaborada pelo autor

A cota à jusante $h_{jus}(q,s)$ de cada usina é uma função dada pelo polinômio vazãonível jusante de quarto grau e depende da vazão defluente, que por sua vez é dada pela soma da vazão turbinada q com a vazão vertida s. A equação (3.8) mostra a função de cota à jusante.

$$h_{jus}(q,s) = b_0 + b_1 \cdot (q+s) + b_2 \cdot (q+s)^2 + b_3 \cdot (q+s)^3 + b_4 \cdot (q+s)^4$$
(3.8)

A Figura 3.3 apresenta o polinômio vazão-nível jusante da usina hidrelétrica de Furnas. Note que h_{jus} aumenta à medida que as vazões turbinadas e vertidas aumentam.





Fonte: Elaborada pelo autor

Os coeficientes dos polinômios de quarto grau cota-volume a_i e vazão-nível jusante b_i , com i = 1,2,3,4,5, são fornecidos pelos arquivos do Programa Mensal da Operação (PMO), retirados do *deck* de preços disponível em (CCEE, 2017b).

A perda hidráulica h_{per} , como já foi mencionado, representa as perdas por adução no conduto forçado do reservatório em direção à casa de máquinas. Os trabalhos apresentados em (FILHO, 2003) e (MULLER, 2010) trazem um estudo detalhado destas perdas, considerando-as de três diferentes formas: sendo igual a uma constante; proporcional à queda bruta; e proporcional à vazão turbinada. Esta última é também utilizada em outro estudos, onde a perda hidráulica é dado como uma função quadrática da vazão turbinada, como podem ser vistos em (FINARDI & SILVA, 2006) e (TAKIGAWA, 2006).

Neste trabalho, a perda hidráulica será considerada como sendo uma constante ou proporcional à altura de queda bruta, dependendo do tipo de perdas (em metros ou percentagem) fornecido pelos arquivos do PMO (SOUZA et al., 2014; RAMOS, 2015). Assim, deve-se atentar para as seguintes condições: • Se o coeficiente de perdas k_{per} for dado em metros (m):

$$h_{per} = k_{per}$$

• Se o coeficiente de perdas k_{per} for dado em percentual (%):

$$h_{per} = \frac{k_{per}}{100} \cdot (h_{mon}(v) - h_{jus}(q,s))$$

3.4 FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA

A partir das análises feitas nas seções anteriores, a FPH pode então ser dada pela equação (3.9).

$$gh = \eta_t \cdot \eta_g \cdot \mu \cdot g \cdot (h_{mon}(v) - h_{jus}(q,s) - h_{per}) \cdot q$$
(3.9)

Apesar de cada turbina e gerador ter uma curva que determina o rendimento em função dos dados de entrada, a produtibilidade específica ρ_{esp} (dada em $MWmes/m^3/s/m$) de cada usina considerada neste trabalho é dada pela equação (3.10).

$$\rho_{esp} = \eta_t \cdot \eta_g \cdot \mu \cdot g \tag{3.10}$$

Portanto, a partir de (3.7), (3.8), (3.9) e (3.10) é obtida a FPH usada neste trabalho, representada pela equação (3.11):

$$gh = \rho_{esp} \cdot q \cdot (h_{mon}(v) - h_{jus}(q,s) - h_{per})$$

= $\rho_{esp} \cdot q \cdot (a_0 + a_1 \cdot v + a_2 \cdot v^2 + a_3 \cdot v^3 + a_4 \cdot v^4)$
 $- b_0 - b_1 \cdot (q+s) - b_2 \cdot (q+s)^2 - b_3 \cdot (q+s)^3 - b_4 \cdot (q+s)^4 - h_{per})$ (3.11)

3.5 CLASSIFICAÇÃO DAS USINAS HIDRELÉTRICAS

Nesta seção são apresentados os tipos de usinas presentes no parque elétrico do Brasil. A classificação realizada neste trabalho é baseada nos estudos apresentados em (MADERA, 2013) e (RAMOS, 2015). A Figura 3.4 apresenta a classificação das usinas hidrelétricas de acordo com a estrutura física e influência do vertimento no canal de fuga.



Figura 3.4: Esquema de classificação das hidrelétricas

Fonte: Elaborada pelo autor

Observe na Figura 3.4 que as usinas do tipo III estão em maior número, representando 40,76% do total de usinas, seguidas pelas usinas do tipo I com 31,85%. Note que as hidrelétricas destes tipos apresentam influência do vertimento no canal de fuga, ou seja, a cota à jusante sofre variação com o vertimento. Por outro lado, as hidrelétricas do tipo II estão em menor número, representando apenas 9,55% do total. Por fim, o número de usinas do tipo IV é igual a 17,83% da quantidade de hidrelétricas do SIN. Além disso, a Figura 3.4 traz ainda o número de dimensões da FPH por tipo, sendo que o tipo I configura maior complexidade na representação da FPH, por se tratar de uma função em quarta dimensão. No Anexo deste trabalho são apresentadas tabelas contendo o nome de todas as hidrelétricas, divididas por tipo e submercado a qual pertencem.

Na subseções que se seguem são apresentados detalhadamente cada um dos quatro tipos de hidrelétricas, no que diz respeito ao modo de geração de energia.

3.5.1 USINAS HIDRELÉTRICAS DO TIPO I

O tipo I concentra as usinas com FPH dependentes do volume armazenado e das vazões turbinada e vertida, isto é, FPH = f(v,q,s). Sendo assim, de acordo com (3.11),

seu gráfico é dado em quatro dimensões, o que seria impossível de ser visualizado.

No entanto, a quarta dimensão (geração hidrelétrica) da FPH de Furnas é apresentada na Figura 3.5(a) em uma escala de cor. Nas Figuras 3.5(b) e 3.5(c) são apresentadas as projeções da FPH de Furnas nos planos indicados. A projeção no plano $v \times s$ foi suprimida por se tratar de um plano nulo, já que a geração hidrelétrica é nula quando a vazão turbinada é igual a zero, de acordo com (3.11). Percebe-se também que a geração hidrelétrica é maior para altos valores de volume armazenado e vazão turbinada e baixos valores de vazão vertida.

Figura 3.5: Função de Produção Hidrelétrica da usina de Furnas



No Anexo (ver Tabela A.1) são apresentadas todas as usinas hidrelétricas brasileiras do tipo I. A soma da potência instalada de todas as usinas deste grupo é de $35,03 \ GW$, o que equivale a $32,18 \ \%$ do potencial do parque hidrelétrico do Brasil.

3.5.2 USINAS HIDRELÉTRICAS DO TIPO II

O tipo II engloba as usinas no qual a FPH apresenta dependência apenas do volume armazenado e da vazão turbinada, isto é FPH = f(v,q). Assim, obtêm-se a FPH de uma usina considerando a vazão vertida igual a zero (s = 0) na equação (3.11).

A Figura 3.6 apresenta a FPH da usina de Camargos. Note que a geração hidrelétrica é maior para altos valores de volume armazenado e de vazão turbinada.



Figura 3.6: Função de Produção Hidrelétrica da usina de Camargos

Fonte: Elaborada pelo autor

A Tabela A.2 apresenta todas as usinas hidrelétricas brasileiras do tipo II. A soma da potência instalada de todas as usinas deste grupo é de 6,79 GW, o que equivale a 6,24 % do potencial do parque hidrelétrico do Brasil.

3.5.3 USINAS HIDRELÉTRICAS DO TIPO III

As usinas do tipo III possuem FPH dependente das vazões turbinada e vertida, isto é, FPH = f(q,s). Isso ocorre com usinas a fio d'água, ou seja, aquelas que possuem pouca ou nenhuma capacidade de armazenamento e regulação. Assim, a cota à montante tende a ser um valor praticamente constante ou possui uma pequena variação entre a cota mínima (c_{min}) e cota máxima (c_{max}) . Logo, a geração hidrelétrica de usinas do tipo III pode ser calculada fazendo $h_{mon} = \frac{c_{min} + c_{max}}{2}$ em (3.11). A Figura 3.7 apresenta a FPH da usina de Itaipu que, apesar de possuir capacidade de armazenamento, é operada como uma usina a fio d'água. Nota-se que a geração hidrelétrica é maior para altos valores de vazão turbinada e pequenos valores de vazão vertida.

Figura 3.7: Função de Produção Hidrelétrica da usina de Itaipu



Fonte: Elaborada pelo autor

A Tabela A.3 apresenta todas as usinas hidrelétricas brasileiras do tipo III. A soma da potência instalada de todas as usinas deste grupo é de 55,32 GW, o que equivale a 50,82 % do potencial do parque hidrelétrico do Brasil.

3.5.4 USINAS HIDRELÉTRICAS DO TIPO IV

A FPH das usinas do tipo IV depende apenas da vazão turbinada, isto é, FPH = f(q). Sendo assim, a FPH pode ser calculada a partir de (3.11) considerando $h_{mon} = \frac{c_{min} + c_{max}}{2}$ e s = 0.

A Figura 3.8 traz uma ilustração da usina do tipo IV (Itutinga). Pode ser verificado que a geração hidrelétrica aumenta à medida que a vazão turbinada também aumenta, uma vez que o turbinamento é o "combustível" de uma usina hidrelétrica. A FPH mostrada não é linear (apesar de apresentar comportamento parecido), já que a equação (3.11) é um polinômio de quinto grau em função de q.



Figura 3.8: Função de Produção Hidrelétrica da usina de Itutinga

A Tabela A.4 apresenta todas as usinas hidrelétricas brasileiras do tipo IV. A soma da potência instalada de todas as usinas deste grupo é de 11,71GW, o que equivale a 10,76 % do potencial do parque hidrelétrico do Brasil.

3.5.5 POTÊNCIA INSTALADA NO SIN: HIDRELÉTRICAS

A potência total instalada das usinas hidrelétricas em cada submercado brasileiro pode ser visto na Tabela 3.1. Nota-se que o submercado Sudeste possui a maior capacidade de geração, com aproximadamente 55,83% do total, e o submercado Nordeste a menor capacidade, com cerca de 9,95 % do total.

Potência	Percentual	
Instalada (GW)	do SIN (%)	
60,77	$55,\!83$	
$15,\!20$	$13,\!96$	
$10,\!83$	$9,\!95$	
$22,\!05$	$20,\!26$	
108,85	100	
	Potência Instalada (GW) 60,77 15,20 10,83 22,05 108,85	

Tabela 3.1: Capacidade de geração hidrelétrica em cada submercado no Brasil

Fonte: Elaborada pelo autor

A Tabela 3.2 apresenta o quantitativo de usinas por tipo em cada submercado, onde pode-se extrair duas informações importantes: a quantidade das hidrelétricas de cada tipo que compõe um dado submercado e, fixando-se um determinado tipo de hidrelétricas, é possível saber como estão dispostas essas hidrelétricas nos quatro submercados. Exemplificando, a maioria das hidrelétricas do submercado Sudeste são do tipo III (com 44 usinas), e a minoria das hidrelétricas do tipo IV pertencem ao submercado Nordeste (com apenas 1 hidrelétrica).

	Quantidade			
Submercado	de usinas			
	Ι	II	III	IV
Sudeste	30	9	44	19
Sul	8	4	13	5
Nordeste	6	2	2	1
Norte	6	0	5	3

Tabela 3.2: Percentual de usinas por tipo em cada submercado

Fonte: Elaborada pelo autor

3.6 LINEARIZAÇÃO E CONVEXIFICAÇÃO DA FPH

As restrições em PPL's devem fornecer uma região de solução viável tanto em problema de maximização quanto de minimização. A região viável referida anteriormente delimita uma região convexa de solução (BOYD & VANDENBERGHE, 2004).

De acordo com (BOYD & VANDENBERGHE, 2004), uma região C é dita convexa no espaço \mathbb{R}^n , com n > 2, se qualquer combinação linear de x_i pertence à região C, $\forall x_i \in C, i = 1,...,n$. Matematicamente, a região C é dita convexa se satisfaz a relação (3.12). Exemplos de regiões convexas e não convexas no plano \mathbb{R}^2 podem ser vistos na Figura 3.9.

$$\lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_n x_n \in C \mid x_i \in C, \ \lambda_i \ge 0, \ i = 1, \dots, n \in \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$
 (3.12)

Figura 3.9: Exemplos de regiões convexas e não convexas no espaço 2D



Fonte: Elaborada pelo autor

A metodologia utilizada neste trabalho para linearização e convexficação da FPH necessitou da biblioteca *Quick Hull* (BARBER; DOBKIN & HUHDANPAA, 1996), que trata

de uma versão rápida do algoritmo *Convex Hull*, a fim de linearizar a FPH em quarta dimensão, assim como também foi feito em (RAMOS, 2015).

O procedimento do *Quick Hull*, detalhado em (DIAS, 2010) e aplicado em um conjunto de pontos no \mathbb{R}^3 , é apresentado em tópicos a seguir.

PASSO 1 Busca-se pelos dois pontos extremos em uma das direções, por exemplo ao longo do eixo das abscissas (pontos $A \in B$). Conecta-se os dois pontos formando um segmento de reta \overline{AB} , como mostra a Figura 3.10;

Figura 3.10: QuickHull: passo 1



Fonte: Elaborada pelo autor

PASSO 2 Determina-se o ponto mais distante em relação ao segmento de reta \overline{AB} em uma das direções perpendiculares ao segmento (ponto C), obtendo o triângulo formado pelos pontos $A, B \in C$, conforme mostra a Figura 3.11;



Figura 3.11: QuickHull: passo 2

Fonte: Elaborada pelo autor

PASSO 3 Procura-se o ponto mais distante perpendicularmente ao segmento \overline{AB} no sentido oposto ao analisado no PASSO 2 (ponto D), formando assim um tetraedro, como é exibido na Figura 3.12;



Fonte: Elaborada pelo autor

PASSO 4 Finalmente, toma-se o ponto de maior distância perpendicular em relação a cada uma das faces do tetraedro formado no PASSO 3 e que seja externo a ele. Adiciona-se os pontos encontrados formando um poliedro. O procedimento se repete até que não exista mais pontos exteriores, conforme é apresentado na Figura 3.13;





Fonte: Elaborada pelo autor

Finalmente, a Figura 3.15 representa o conjunto de fechos convexos de planos obtidos com a aplicação do *Quick Hull* no conjunto de pontos da Figura 3.14 do caso exemplificado anteriormente.



Fonte: Elaborada pelo autor

Fonte: Elaborada pelo autor

3.6.1 ALGORITMO PROPOSTO

Conforme pode ser verificado pela equação (3.11), a FPH é uma função não-linear em quarta dimensão. Logo, a inclusão da equação real da FPH no problema do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos representaria um grande esforço computacional durante a execução dos subproblemas internos da PDDE. No entanto, uma forma de representar analiticamente a FPH é aproximá-la por um conjunto de hiperplanos convexos.

O algoritmo proposto para linearização e convexificação da FPH em quarta dimensão é apresentado detalhadamente a seguir.

Determinação da Grade de Pontos

Inicialmente, define-se uma grade de pontos no plano $v \times q \times s$. O número de pontos depende da precisão que se deseja obter no modelo de aproximação da FPH.

Para uma grade com N pontos, deve-se calcular o valor de geração hidrelétrica gh_i para cada ponto (v_i,q_i,s_i) , com i = 1,2,..,N, com o auxílio de (3.11), obtendo assim um conjunto de N pontos (v_i,q_i,s_i,gh_i) no espaço quadridimensional.

Geração e Seleção de Hiperplanos Convexos

A aplicação do *QuickHull* nos pontos obtidos anteriormente fornece os coeficientes dos hiperplanos convexo no espaço 4D e a orientação de cada um deles. Dessa forma, torna-se possível a eliminação dos hiperplanos que não interessam para o problema somente analisando o sinal (positivo ou negativo) do coeficiente normal do vetor de orientação do hiperplano.

Os m hiperplanos convexos gerados e selecionados nesta etapa possuem a configu-

ração apresentada em (3.17). Dessa forma, a FPH aproximada (FPHA₀) é dada pelo valor mínimo de gh_m^{aprox} obtido nos hiperplanos, conforme é exibido em (3.14).

$$gh_m^{aprox}(v,q,s) = \sigma_m^v \cdot v + \sigma_m^q \cdot q + \sigma_m^s \cdot s + \sigma_m^0 \qquad m = 1,2,...,M$$
(3.13)

$$FPHA_0(v,q,s) = \min(gh_m^{aprox}(v,q,s)) \qquad m = 1,2,...,M \qquad (3.14)$$

 $\operatorname{com}\, \sigma_m^v \geq 0, \sigma_m^q \geq 0, \sigma_m^0 \geq 0 \, \operatorname{e}\, \sigma_m^s \leq 0.$

A Figura 3.16 apresenta um exemplo de aplicação do *Quick Hull* e seleção de planos no espaço 3D. Observe que foram excluídos os planos inferiores, os quais possuem coeficiente normal negativo do vetor orientação. Uma analogia deste procedimento pode ser aplicado no caso da FPH em 4D.

Figura 3.16: Aplicação do *QuickHull* e seleção de planos (exemplo no espaço 3D)



Ajuste da FPHA₀

Uma forma mais realista de representação da FPHA_0 obtida no passo anterior consiste na aplicação de um fator de correção α que minimize o erro quadrático médio entre a FPHA_0 relação à FPH real em toda a região do domínio contendo K pontos. O valor α é obtido na minimização da expressão (3.15).

$$\sum_{k=1}^{K} \left[FPH(v_k, q_k, s_k) - \alpha \cdot FPHA_0(v_k, q_k, s_k) \right]^2$$
(3.15)

A geração de hiperplanos pelo *Quick Hull* fornece uma boa aproximação da FPH real. Por essa razão, o valor de α obtido em (3.15) tende a ser igual à unidade, ou seja, a FPHA₀ necessita apenas de um pequeno ajuste. Dessa forma, a FPH aproximada e ajustada (FPHA) é dada pela expressão (3.16).

$$FPHA(v,q,s) = \alpha \cdot FPHA_0(v,q,s) \tag{3.16}$$

A Figura 3.17 ilustra graficamente a FPHA gerada após a aplicação do fator de correção α em um caso exemplo no espaço bidimensional.

Figura 3.17: Ajuste da FPA com fator de correção (exemplo no espaço 2D)



Fonte: Adaptada de (DINIZ & MACEIRA, 2008)

Modelo completo da FPH

Finalmente, o modelo completo da FPHA em 4D para usinas do tipo I a serem incorporados nos PPL's da PDDE, tem a configuração expressa em (3.17).

$$gh \leq \alpha (\sigma_m^v \cdot v + \sigma_m^q \cdot q + \sigma_m^s \cdot s + \sigma_m^0)$$

$$gh \leq \gamma_m^v \cdot v + \gamma_m^q \cdot q + \gamma_m^s \cdot s + \gamma_m^0 \qquad m = 1, 2, ..., M \qquad (3.17)$$

 $\operatorname{com}\,\gamma_m^v\geq 0, \gamma_m^q\geq 0, \gamma_m^0\geq 0\,\,\mathrm{e}\,\,\gamma_m^s\leq 0.$

A FPH das usinas hidrelétricas dos tipos II e III podem ser linearizadas e convexificadas utilizando o mesmo algoritmo proposto, porém com pequenas adaptações devem ser feitas para aplicação no espaço 3D. De maneira análoga aplica-se o mesmo algoritmo para as usinas do tipo I, adaptando-o para o caso bidimensional. Assim, são apresentados em (3.18), (3.19) e (3.20) as FPH's das usinas dos tipos II, III e IV, respectivamente, os quais serão incluídos nos PPL's a serem otimizados dentro da PDDE.

$$gh \le \alpha (\sigma_m^v \cdot v + \sigma_m^q \cdot q + \sigma_m^0)$$

$$gh \le \gamma_m^v \cdot v + \gamma_m^q \cdot q + \gamma_m^0 \qquad m = 1, 2, ..., M \qquad (3.18)$$

 $\operatorname{com} \gamma_m^v \ge 0, \gamma_m^q \ge 0 \ \mathrm{e} \ \gamma_m^0 \ge 0.$

$$gh \le \alpha (\sigma_m^q \cdot q + \sigma_m^s \cdot s + \sigma_m^0)$$

$$GH \le \gamma_m^q \cdot q + \gamma_m^s \cdot s + \gamma_m^0 \qquad m = 1, 2, ..., M \qquad (3.19)$$

 $\label{eq:comparameters} \mathrm{com}\; \gamma_m^q \geq 0, \gamma_m^s \leq 0 \, \mathrm{e}\; \gamma_m^0 \geq 0.$

$$GH \le \alpha (\sigma_m^q \cdot q + \sigma_m^0)$$

$$GH \le \gamma_m^q \cdot q + \gamma_m^0 \qquad m = 1, 2, ..., M \qquad (3.20)$$

 $\operatorname{com}\,\gamma_m^q\geq 0\,\,\mathrm{e}\,\,\gamma_m^0\geq 0.$

Em resumo, o fluxograma da Figura 3.18 apresenta o procedimento do algoritmo proposto, em quatro etapas, para determinação da FPH da usina independente do tipo analisado, necessitando-se apenas algumas adaptações nos procedimentos de cada etapa do algoritmo.

Figura 3.18: Fluxograma do algoritmo de linearização e convexificação da FPH



Fonte: Elaborada pelo autor

4 FUNÇÃO DE CUSTO IMEDIATO

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A FCI, conceito chave no desenvolvimento deste trabalho, é representada para cada mês de planejamento e está relacionada, principalmente, com a demanda mensal e com as capacidades de fornecimento de energia das hidrelétricas e termelétricas, além do custo de produção destas últimas. Em sistemas multi-áreas, a FCI também está relacionada à capacidade de intercâmbio de energia entre os diversos submercados. Em resumo, a FCI é uma função linear por partes que associa um custo de operação (β) a cada decisão de geração de energia hidrelétrica (e). A seguir, serão apresentadas duas diferentes abordagens para a obtenção da função em estudo, uma relacionada a sistemas isolados e outra aplicada em sistemas multi-áreas com intercâmbio de energia.

4.2 REPRESENTAÇÃO ANALÍTICA DA FCI PARA SISTEMAS ISO-LADOS

O PPL (4.1 - 4.6) representa o problema a ser otimizado para obtenção da FCI. Observe que cada equação de atendimento à demanda possui um cenário diferente de demanda p. Assim, cada cenário é satisfeito por uma única decisão operativa de energia hidrelétrica, termelétrica e déficit. A energia hidrelétrica real a ser considerada no problema é dada pela média ponderada (de acordo com a probabilidade μ_p de cada cenário p) de todas as decisões hidrelétricas. Já o custo operativo total é dado pela média ponderada dos custos de cada cenário.

Note que a FCI pode ser obtida pela resolução do PPL (4.1 - 4.6) para diferentes valores de energia hidrelétrica e_t . No entanto, a otimização realizada inúmeras vezes pode exigir um tempo maior do que realmente seria necessário para essa tarefa. Logo, a metodologia usada neste trabalho propõe uma diminuição do número de vezes que o PPL deverá ser otimizado.

Minimizar
$$\beta_t(e_t) = \mathbb{E}_p \left[\sum_j c_j \cdot \boldsymbol{g}_{t,j,p} + cd \cdot \boldsymbol{d}_{t,p} \right]$$
 (4.1)

sujeito a:

$$\boldsymbol{e}_{t,p} + \sum_{j} \boldsymbol{g}_{t,j,p} + \boldsymbol{d}_{t,p} = \delta_{t,p} \qquad \forall p \in P \qquad (4.2)$$

$$\sum_{p} \mu_{p} \cdot \boldsymbol{e_{t,p}} = e_{t} \tag{4.3}$$

$$\boldsymbol{d}_{t,\boldsymbol{p}} \ge 0 \qquad \qquad \forall \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{P} \qquad (4.4)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{e_{t,p}} \leqslant e^{max} \qquad \qquad \forall p \in P \qquad (4.5)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{g_{t,j,p}} \leqslant g_j^{max} \qquad \qquad \forall j \in J, p \in P \qquad (4.6)$$

Uma alternativa para o levantamento da FCI é baseada na análise minuciosa da Figura 4.1, podendo-se chegar à conclusão de que o PPL precisa ser resolvido para apenas alguns valores "estratégicos" de e_t .





Fonte: Adaptada de (MARCATO, 2002; METELLO, 2016)

Algumas informações importantes são retiradas da Figura 4.1 e apresentadas a seguir. Observe que as termelétricas estão ordenadas em relação ao custo de geração: $c_1 < c_2 < \ldots < c_{J-1} < c_J < cd$.

- O coeficiente de inclinação de cada reta coincide com o valor em módulo do custo de produção de cada termelétrica ou custo de déficit;
- O valor de e⁰ refere-se ao valor de energia hidrelétrica que atende à demanda utilizando o mínimo de energia termelétrica possível;

- Os valores e¹, e², e^{J−1} e e^J são as energias hidrelétricas necessárias para atender à demanda considerando a capacidade máxima de geração da termelétrica 1 apenas, das termelétricas 1 e 2, das termelétricas 1,2,..,J − 1 e de todas as termelétricas 1,2,..,J − 1,J, respectivamente;
- Valores de energia hidrelétrica entre e^J e e^{J+1} geram déficit de energia ao sistema.

4.2.1 ALGORITMO PROPOSTO

O algoritmo proposto neste trabalho, diferente do estudo desenvolvido em (METELLO, 2016), visa a construção da FCI de forma simples e objetiva, sem a necessidade de uma decomposição lagrangiana, usando apenas a aplicação de operações algébricas simples e a verificação do elemento mínimo e máximo de um conjunto, associado ao método de Balériaux adaptado ao problema com déficit de energia. A seguir é apresentado o passo a passo do algoritmo de forma detalhada. O subíndice t, que denota o estágio em estudo, é suprimido nas variáveis para não sobrecarregar a notação.

PASSO 1 Colocar as térmicas em ordem crescente de custo de geração: $c_1 < c_2 < ... < c_{j-1} < c_j < cd$

PASSO 2 Calcular os vetores de geração hidrelétrica:

 Os pontos de máxima geração de energia hidrelétrica são dados na condição de mínima utilização de energia termelétrica:

$$e_p^0 = \min\{\delta_p, e^{max}\} \qquad \forall p \in P \qquad (4.7)$$

• Mínima geração hidrelétrica:

$$e_p^{J+1} = 0 \qquad \qquad \forall p \in P \tag{4.8}$$

onde J é a quantidade de usinas termelétricas no sistema.

• Os outros valores de energia hidrelétrica são determinados pela inserção sequencial de cada termelétrica ao sistema:

$$e_p^j = min\{max\{\delta_p - \sum_{i=1}^j g_i^{max}, 0\}, e^{max}\} \qquad \forall p \in P, j \in J$$
 (4.9)

PASSO 3 No passo anterior foram gerados J + 1 vetores com P valores de energia hidrelétrica. A determinação prévia desses vetores permite uma simplificação do PPL (4.1 - 4.6) e gera um novo PPL (4.10 - 4.13), o qual deverá ser resolvido para cada m = 0, 1, ..., J + 1, conforme pode ser visto no Pseudo-código 1.

Minimizar
$$\beta^m(e^m) = \mathbb{E}_p \left[\sum_j c_j \cdot \boldsymbol{g}_{t,j,p} + cd \cdot \boldsymbol{d}_p \right]$$
 (4.10)

sujeito a:

$$\sum_{j} \boldsymbol{g}_{j,p} + \boldsymbol{d}_{p} = \delta_{p} - e_{p}^{m} \qquad \forall p \in P \qquad (4.11)$$

$$\boldsymbol{d_p} \ge 0 \qquad \qquad \forall p \in P \qquad (4.12)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{g}_{j,p} \leqslant g_j^{max} \qquad \forall j \in J, p \in P \qquad (4.13)$$

Pseudo-código 1 Algoritmo do PASSO 3

 $e^m = \sum_p \mu_p \cdot e_p^m$

para m = 0, 1, ..., J + 1 faça para $p = 1, 2, \dots, P$ faça Método de Balériaux Adaptado • Considere $D = \delta_p - e_p^m$. Inicializa $\phi_0 = D$ • Cálculo da energia não suprida: $\bar{G}_j = \sum_{k=1}^j g_k^{max}$ $\phi_j = max\{D - \bar{G}_j, 0\}, \qquad j = 1, 2, \dots, J$ • Geração termelétrica ótima: $g_{j,p}^* = \phi_{j-1} - \phi_j, \qquad j = 1, 2, \dots, J$ • Déficit: $d_n^* = \phi_J$ • Custo de operação por cenário: $\beta_p^m = \sum_j \left(c_j \cdot g_{j,p}^* \right) + cd \cdot d_p^*$ fim • Custo de operação e energia hidrelétrica usada (média ponderada): $\beta^m = \sum_p \mu_p \cdot \beta_p^m$

 \mathbf{fim}

Observe que o PPL (4.10 - 4.13) pode ser decomposto em P subproblemas e cada um deles pode ser resolvido pela aplicação do método de Balériaux (VIACAVA, 1997). O PPL decomposto trata de um simples problema de despacho termelétrico, onde as termelétricas de menor custo são despachadas primeiro. O Pseudo-código 1 ilustra a resolução do PPL para cada vetor de energia a partir do método de Balériaux adaptado para sistemas com déficit de energia. Para isso, cria-se a variável de energia não suprida ϕ .

PASSO 4 Obtêm-se os coeficientes de cada reta (corte) a partir das equações:

$$\lambda^{l} = \frac{\beta^{l+1} - \beta^{l}}{e^{l+1} - e^{l}} \qquad l = 0, 1, \dots, J \qquad (4.14)$$

$$\Omega^{l} = \beta^{l} - \lambda^{l} \times e^{l} \qquad \qquad l = 0, 1, \dots, J \qquad (4.15)$$

Portando, a FCI pode ser obtida a partir do seguinte conjunto de inequações:

$$\boldsymbol{\beta} \ge \lambda^l \times \boldsymbol{e} + \Omega^l \qquad \qquad l = 0, 1, \dots, J \qquad (4.16)$$

Deve-se atentar ao fato de que, durante a execução do PASSO 3 - destinado à obtenção do conjunto $(e^m, \beta^m), m = 0, 1, ..., J + 1$ - podem ser gerados pontos coincidentes. Assim, para a obtenção dos coeficientes das retas (PASSO 4) deve-se excluir pontos repetidos, de forma a não gerar incompatibilidade na resolução da equação (4.14). Sendo assim, é importante mencionar que o número de cortes da FCI gerados pelo algoritmo é no máximo igual ao número de usinas termelétricas do sistema mais um, ou seja, $l_{max} = J + 1$.

4.2.2 EXEMPLO DIDÁTICO

Considere um sistema composto por duas usinas termelétricas e uma usina hidrelétrica. Os dados do problema estão descritos nas Tabelas 4.1 e 4.2. O custo de déficit é igual a 100 R/MWmes. Por simplificação, os cenários de demanda são considerados equiprováveis, ou seja, todos têm a mesma probabilidade de ocorrer. Assim, onde utilizava-se média ponderada agora pode ser usado média simples.

A seguir será aplicado ao sistema tutorial proposto os passos do algoritmo desenvolvido na Seção 4.2.1. Observe que o primeiro passo do algoritmo já está satisfeito, pois as usinas termelétricas já estão em ordem crescente de custo de geração, ou seja, $c_1 < c_2 < cd$. O segundo passo trata da determinação dos vetores de energia hidrelétrica por cenário. A realização desta etapa pode ser visto abaixo:

	Custo (\$/MWmes)	Capacidade (MWmes)
Hidrelétrica 1	_	40
Termelétrica 1	10	30
Termelétrica 2	20	50

Tabela 4.1: Configuração das hidrelétricas e termelétricas: sistema único

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 4.2: Cenários de demanda: sistema único

Cenário	Demanda (MWmes)
1	20
2	50
3	120
Fonte:	Elaborada pelo autor

- Para m = 0 (Geração hidrelétrica máxima/mínimo uso de termelétrica): Cen. 1: $e_1^0 = min\{20,40\} = 20$ Cen. 2: $e_2^0 = min\{50,40\} = 40 \implies e^0 = \frac{20 + 40 + 40}{3} = 33,33$ Cen. 3: $e_3^0 = min\{120,40\} = 40$
- Para m = 1 (Uso máximo da termelétrica 1): Cen. 1: $e_1^1 = min\{max\{20 - 30, 0\}, 40\} = 0$ Cen. 2: $e_2^1 = min\{max\{50 - 30, 0\}, 40\} = 20 \implies e^1 = \frac{0 + 20 + 40}{3} = 20$ Cen. 3: $e_3^1 = min\{max\{120 - 30, 0\}, 40\} = 40$
- Para m = 2 (Uso máximo das termelétricas 1 e 2): Cen. 1: $e_1^2 = min\{max\{20 - 80, 0\}, 40\} = 0$ Cen. 2: $e_2^2 = min\{max\{50 - 80, 0\}, 40\} = 0 \implies e^2 = \frac{0 + 0 + 40}{3} = 13,33$ Cen. 3: $e_3^2 = min\{max\{120 - 80, 0\}, 40\} = 40$
- Para m = 3 (Geração hidrelétrica mínima): Cen. 1: $e_1^3 = 0$ Cen. 2: $e_2^3 = 0 \implies e^3 = \frac{0+0+0}{3} = 0$ Cen. 3: $e_3^3 = 0$

O terceiro passo visa a determinação dos pontos para levantamento da FCI. O PPL que deve ser otimizada para cada vetor de energia hidrelétrica tem a seguinte estrutura:
$$\begin{split} \text{Minimizar } \beta^m(e^m) &= \frac{1}{3}(10 \boldsymbol{g_{1,1}} + 20 \boldsymbol{g_{1,2}} + 100 \boldsymbol{d_1} + \\ & 10 \boldsymbol{g_{2,1}} + 20 \boldsymbol{g_{2,2}} + 100 \boldsymbol{d_2} + \\ & 10 \boldsymbol{g_{3,1}} + 20 \boldsymbol{g_{3,2}} + 100 \boldsymbol{d_3}) \end{split}$$

sujeito a:

 $g_{1,1} + g_{1,2} + d_1 = 20 - e_1^m$ $g_{2,1} + g_{2,2} + d_2 = 50 - e_2^m$ $g_{3,1} + g_{3,2} + d_3 = 120 - e_3^m$ $d_p \ge 0 \qquad p = 1,2,3$ $0 \le g_{p,1} \le 30 \qquad p = 1,2,3$ $0 \le g_{p,2} \le 50 \qquad p = 1,2,3$

Resolvendo o PPL acima (via *software* comercial de otimização ou Método de Balériaux) para todos os valores de m = 0,1,2,3 obtêm-se o conjunto de pontos:

 $m = 0 \longrightarrow (33,33;466,67)$ $m = 1 \longrightarrow (20;600)$ $m = 2 \longrightarrow (13,33;733,33)$ $m = 3 \longrightarrow (0;2066,7)$

Finalmente, o último passo do algoritmo trata do cálculo dos coeficientes das retas que geram a função linear por partes. A Figura 4.2 ilustra a FCI do exemplo analisado.

$$\lambda^{0} = \frac{600 - 466,67}{20 - 33,33} = -10 \qquad \qquad \Omega^{0} = 466,67 + 10 \times 33,33 = 800$$
$$\lambda^{1} = \frac{733,33 - 600}{13,33 - 20} = -20 \qquad \qquad \Omega^{1} = 600 + 20 \times 20 = 1000$$
$$\lambda^{2} = \frac{2066,7 - 733,33}{0 - 13,33} = -100 \qquad \qquad \Omega^{2} = 733,33 + 100 \times 13,33 = 2066,7$$



Figura 4.2: Função de Custo Imediato do exemplo

Fonte: Elaborada pelo autor

4.3 REPRESENTAÇÃO ANALÍTICA DA FCI PARA SISTEMAS MULTI-ÁREAS

Adicionalmente, o presente trabalho traz uma representação analítica da FCI para sistemas com intercâmbio de energia e, ainda, considera a inclusão de vários cenários de demanda. Para isso é necessário fazer um estudo detalhado do PPL (4.17 - 4.24).

Minimizar
$$\beta_t(e_{t,r}) = \mathbb{E}_p \left[\sum_j c_j \cdot \boldsymbol{g}_{t,j,p} + \sum_r cd_r \cdot \boldsymbol{d}_{t,r,p} \right]$$
 (4.17)

sujeito a:

$$e_{t,r,p} + \sum_{j \in \Phi_r} g_{t,j,p} + \sum_{q \neq r} (f_{t,p}^{q,r} - f_{t,p}^{r,q}) + d_{t,r,p} = \delta_{t,r,p} \qquad \forall r \in R, p \in P \qquad (4.18)$$

$$\sum_{p} \mu_{p} \cdot \boldsymbol{e}_{t,r,p} = e_{t,r} \qquad \forall r \in R \qquad (4.19)$$

$$\boldsymbol{d}_{t,r,p} \ge 0 \qquad \qquad \forall r \in R, p \in P \qquad (4.20)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{e_{t,r,p}} \leqslant e_r^{max} \qquad \qquad \forall r \in R, p \in P \qquad (4.21)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{t},\boldsymbol{j},\boldsymbol{p}} \leqslant \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{j}}^{max} \qquad \qquad \forall \boldsymbol{j} \in \boldsymbol{J}, \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{P} \qquad (4.22)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{t},\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{r},\boldsymbol{q}} \leqslant f_{\boldsymbol{r},\boldsymbol{q}}^{max} \qquad \qquad \forall \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{P} \qquad (4.23)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{t},\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{q},\boldsymbol{r}} \leqslant f_{\boldsymbol{q},\boldsymbol{r}}^{max} \qquad \qquad \forall \boldsymbol{q} \in \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{P} \qquad (4.24)$$

Observe que em sistemas multi-áreas a FCI não é mais uma função univariável, uma vez que agora tem-se a representação das gerações de energia hidrelétrica de cada área ou submercado do problema tratado. Com isso, a FCI será uma função multivariável, com número de variáveis igual à quantidade de áreas do sistema.

A representação analítica da FCI a ser implementada no modelo deverá ser dada por uma função linear por partes e, além disso, a região formada pela FCI deve ser convexa para fornecer uma correta otimização durante o processo de convergência da PDDE. Assim, faz-se necessária a utilização do algoritmo de fechos convexos, mais conhecido por *Convex Hull*. Entretanto, será utilizada a versão rápida desse algoritmo denominado *Quick Hull*, conforme foi apresentado na Seção 3.6.

4.3.1 ALGORITMO PROPOSTO

O primeiro passo do algoritmo proposto é o levantamento de pontos da FCI para cada estágio do problema. Um simples processo para isso é a resolução do PPL (4.17 - 4.24) para cada valor de $e_{t,r}$ que se tenha interesse. Entretanto, deve-se atentar ao fato que existe um limite máximo para os valores utilizados, e ultrapassar esse limite ocasiona a não convergência do PPL. Logo, a proposta inicial baseia-se na procura do valor máximo de $e_{t,r}$ a ser usado.

Observe no PPL (4.17 - 4.24) que a minimização dos custos implica na utilização máxima de energia hidrelétrica. Assim, o valor máximo de $e_{t,r}$ (denominado $e_{t,r}^{max}$) é determinado pela resolução do PPL, considerando esta uma variável do problema, adicionando a sua restrição de canalização:

$$0 \leqslant e_{t,r} \leqslant e_r^{max} \qquad \forall r \in R \tag{4.25}$$

Este valor de $e_{t,r}^{max}$ está associado a um valor de custo β_t^{min} . A partir daí os outros pontos são determinados pela resolução da PPL para cada valor de $e_{t,r}$ no intervalo $[0, e_{t,r}^{max}], \forall r \in \mathbb{R}$, desta vez considerando $e_{t,r}$ como um valor conhecido. A partir daí, é aplicado o algoritmo Quick Hull no conjunto de pontos gerados e, em seguida, são selecionados os planos de interesse, conforme é mostrado na Figura 4.3 no caso de um sistema com duas áreas.

De posse dos pontos da FCI, como pode ser visto na Figura 4.3(a), é aplicado o algoritmo *Quick Hull* para geração do conjunto de planos convexos mostrados na Figura 4.3(b). Os planos superiores não fazem parte do conjunto de interesse, assim, os mesmos são eliminados selecionando apenas os planos com coeficiente normal negativo do vetor orientação, gerando o gráfico da Figura 4.3(c).



Figura 4.3: Procedimento: conjuntos de planos para um sistema com duas áreas

(c) Planos convexos que representam a FCIFonte: Elaborada pelo autor

No caso exemplo analisado, a equação do plano possui a forma $\beta = \lambda_1 \cdot e_1 + \lambda_2 \cdot e_2 + \lambda_0$. Essa equação é gerada pelo próprio algoritmo *Quick Hull*.

Depois dessa etapa são selecionados apenas os planos que possuem parâmetros que tenham valor em módulo igual ao custo de alguma térmica ou déficit do sistema. Essa consideração é facilmente entendida pelo fato de que os coeficientes dos planos representam o custo de geração quando existe um aumento unitário da demanda em uma determinada área do sistema. Obviamente, este valor será dado pelo custo da termelétrica mais barata que ainda não foi utilizada em sua capacidade máxima. Além disso, como existe intercâmbio entre as áreas, o valor do coeficiente relativo a uma determinada área pode ainda ser igual ao custo de alguma termelétrica de outra área. Dessa forma, são selecionados planos com as seguintes condições:

$$\begin{cases} |\lambda_1| = c_{j_1} \text{ ou } |\lambda_1| = cd_{r_1} \\ |\lambda_2| = c_{j_2} \text{ ou } |\lambda_2| = cd_{r_2} \end{cases}$$

para algum $j_1, j_2 = 1, 2, \ldots, J$ e $r_1, r_2 = 1, 2, \ldots, R$

Após a aplicação da metodologia são apresentados, na Figura 4.4, os planos que representam a FCI com uma função linear por partes. Percebe-se visualmente que planos coincidentes podem ser gerados, sendo que os mesmos podem ser excluídos para representar a FCI com o menor número de cortes possível.





Fonte: Elaborada pelo autor

O algoritmo proposto pode ser aplicado em sistemas com número de áreas maior do que dois, sendo que para isso é necessário fazer uma analogia e extensão da metodologia empregada. Obviamente, a representação gráfica da FCI fica comprometida, uma vez que é impossível visualizar um gráfico com dimensão igual ou superior a quatro.

Portanto, após a aplicação do algoritmo são gerados os (hiper)planos que representam a FCI dentro do contexto da PDDE. Eles possuem a seguinte forma:

$$\boldsymbol{\beta} \ge \sum_{r} \lambda_{r}^{l} \cdot \boldsymbol{e}_{r} + \lambda_{0}^{l} \qquad \forall l \in L$$
(4.26)

De acordo com as condições impostas aos coeficientes dos planos selecionados pode-se perceber que o número máximo de hiperplanos gerados é igual à quantidade de termelétricas (J) mais a quantidade de áreas (R) do sistema, tudo isso elevado ao número de áreas, ou seja, $l_{max} = (J+R)^R$.

O fluxograma exibido na Figura 4.5 traz um resumo do algoritmo de geração dos cortes da FCI para sistemas multi-áreas.

Figura 4.5: Procedimento para construção da FCI para sistemas multi-áreas

Determinar os valores máximos de $e_{t,r}$ $(e_{t,r}^{max})$ com a resolução da PPL (4.17 - 4.25), e obter os pontos da FCI pela resolução da PPL (4.17 - 4.24) para cada valor de $e_{t,r}$ no intervalo $[0, e_{t,r}^{max}], \forall r \in \mathbb{R}.$

Obter o conjunto de planos a partir do algoritmo *Quick Hull*, conforme estão representados na Figura 4.3.

Selecionar os planos que realmente representam a FCI impondo algumas condições a seus parâmetros:

 $\begin{cases} |\lambda_1| = c_{j_1} \text{ ou } |\lambda_1| = c_{d,r_1} \\ |\lambda_2| = c_{j_2} \text{ ou } |\lambda_2| = c_{d,r_2} \\ \vdots \\ |\lambda_R| = c_{j_R} \text{ ou } |\lambda_R| = c_{d,r_R} \\ \text{para algum } j_{1,j_2,...,j_R} = 1,2,...,J \text{ e } r_1,r_2,...,r_R = 1,2,...,R \end{cases}$

Excluir planos coincidentes e obter os (hiper)planos da FCI:

$$\beta \geqslant \sum \lambda_r^l \cdot e_r + \lambda_0^l \qquad \forall l \in L$$

Fonte: Elaborada pelo autor

4.3.2 EXEMPLO DIDÁTICO

Seja um sistema com duas áreas (ou submercados) contendo uma hidrelétrica e uma termelétrica cada um. Os dados das Tabelas 4.3 e 4.4 apresentam a configuração das usinas e da demanda, respectivamente. Observe novamente que os cenários de demanda são, por simplificação, equiprováveis. O custo de déficit de cada área é igual a 100 R/MWmes. O fluxo máximo de energia da área A para a área B é de 30 MWmes e da área B para a área A é de 40 MWmes.

Tabela 4.3: Dados das usinas: sistema multi-áreas

Áreas	Usinas	Custo (R\$/MWmes)	Capacidade (MWmes)
٨	Hidr A		20
\mathbf{A}	Term A	10	50
D	Hidr B		$\overline{30}$
D	Term B	20	80

Fonte: Elaborada pelo autor

Conório	Demanda (MWmes)		Drobabilidada
Cenario	Área A	Área B	Frobabilidade
1	30	50	0,33
2	50	100	0,33
3	100	200	0,33
	Fonte: El	aborada pelo a	utor

Tabela 4.4: Cenários de demanda: sistema multi-áreas

Primeiramente, o PPL do sistema tutorial é colocada na forma padrão representada pelo PPL (4.17 - 4.24):

Minimizar
$$\beta(e_A, e_B) = \frac{1}{3}(10\boldsymbol{g}_{1,A} + 20\boldsymbol{g}_{1,B} + 100\boldsymbol{d}_{1,A} + 100\boldsymbol{d}_{1,B} + 10\boldsymbol{g}_{2,A} + 20\boldsymbol{g}_{2,B} + 100\boldsymbol{d}_{2,A} + 100\boldsymbol{d}_{2,B} + 10\boldsymbol{g}_{3,A} + 20\boldsymbol{g}_{3,B} + 100\boldsymbol{d}_{3,A} + 100\boldsymbol{d}_{3,B})$$

sujeito a:

$e_{1,A} + g_{1,A} - f_1^{A,B} + f_1^{B,A} + d_{1,A} = 30$	
$e_{1,B} + g_{1,B} + f_1^{A,B} - f_1^{B,A} + d_{1,B} = 50$	
$e_{2,A} + g_{2,A} - f_2^{A,B} + f_2^{B,A} + d_{2,A} = 50$	
$e_{2,B} + g_{2,B} + f_2^{A,B} - f_2^{B,A} + d_{2,B} = 100$	
$e_{3,A} + g_{3,A} - f_3^{A,B} + f_3^{B,A} + d_{3,A} = 100$	
$e_{3,B} + g_{3,B} + f_3^{A,B} - f_3^{B,A} + d_{3,B} = 200$	
$\frac{1}{3} \left(e_{1,A} + e_{2,A} + e_{3,A} \right) = e_A$	
$\frac{1}{3}\left(\boldsymbol{e_{1,B}} + \boldsymbol{e_{2,B}} + \boldsymbol{e_{3,B}}\right) = e_B$	
$d_{ au,r} \geqslant 0$	$\tau = 1,2,3, r = A,B$
$0 \leqslant \boldsymbol{e_{\tau,A}} \leqslant 20$	$\tau=1,\!2,\!3$
$0 \leqslant \boldsymbol{e_{\tau,B}} \leqslant 30$	$\tau = 1,2,3$
$0 \leqslant \boldsymbol{g_{\tau,A}} \leqslant 50$	$\tau = 1,2,3$
$0 \leqslant \boldsymbol{g_{\tau,B}} \leqslant 80$	$\tau=1,\!2,\!3$
$0 \leqslant \boldsymbol{f_{\tau}^{A,B}} \leqslant 30$	$\tau = 1,\!2,\!3$
$0 \leqslant \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\tau}}^{\boldsymbol{B},\boldsymbol{A}} \leqslant 40$	$\tau = 1,2,3$

Os valores máximos de e_A e e_B são obtidos pela resolução do PPL acima considerando os mesmos como variáveis e adicionando as seguintes restrições:
$0 \leqslant e_A \leqslant 20$ $0 \leqslant e_B \leqslant 30$

A resolução do PPL com o auxílio de um software de otimização (foi usada a toolbox do $Matlab^{\mathbb{R}}$ denominada linprog) forneceu os valores: $e_A^{max} = 20$ e $e_B^{max} = 30$. Note que foram gerados valores iguais às capacidade máxima em cada área. Essa coincidência ocorreu pelos altos valores de demanda, necessitando-se de toda a capacidade das hidrelétricas. Esse fato nem sempre ocorre, principalmente em sistema com baixa demanda, porém, isso não inviabiliza a utilização do algoritmo proposto.

Em seguida, o espaço $e_A \times e_B$ é discretizado no intervalo [0,20] e [0,30], a serem aplicados ao PPL. Decidiu-se arbitrariamente pela discretização de cada dimensão em 20 valores igualmente espaçados, gerando assim 400 pontos. Resolve-se então o PPL acima para cada um dos pontos em questão, gerando assim pontos no espaço 3D com a forma: $p_n = (e_A^n, e_B^n, \beta^n)$, com n = 1, 2, ..., 400. Finalmente, aplica-se o *Quick Hull* e seleciona-se os planos de interesse, conforme mostra a Figura 4.6.



Figura 4.6: Planos da FCI gerados durante a aplicação do algoritmo

⁽c) Planos que representam a FCI Fonte: Elaborada pelo autor

Assim, aplicando-se o Quick Hull ao conjunto de pontos p_n da Figura 4.6(a) e eliminando os planos superiores, chega-se ao conjunto de planos mostrados na Figura 4.6(b). Em seguida, são selecionados os planos que satisfazem a seguinte condição:

$$\begin{cases} |\lambda_A| = 10, 20 \text{ ou } 100 \\ |\lambda_B| = 10, 20 \text{ ou } 100 \end{cases}$$

.

Finalmente, a Figura 4.6(c) apresenta o resultado desta seleção, reduzindo o número de planos obtidos originalmente pelo algoritmo.

Portanto, a FCI, no contexto da PDDE, pode ser representada analiticamente como uma função linear por partes através do seguinte conjunto de cortes:

$$\begin{split} \beta &\ge -10e_A - 10e_B + 5800 \\ \beta &\ge -10e_A - 20e_B + 6067 \\ \beta &\ge -10e_A - 100e_B + 6867 \\ \beta &\ge -20e_A - 20e_B + 6234 \\ \beta &\ge -100e_A - 20e_B + 6767 \\ \beta &\ge -100e_A - 100e_B + 8100 \end{split}$$

5 METODOLOGIA PROPOSTA

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo são apresentadas as metodologias praticadas durante o desenvolvimento da dissertação. O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a médio prazo foi realizado com o auxílio do algoritmo PDDE. Foram propostas três diferentes modelagens dos PPL's: PDDE-MC (Programação Dinâmica Dual Estocástica com Múltiplos Cenários de Demanda), PDDE-MC-FCI (PDDE-MC com Representação Analítica da Função de Custo Imediato) e PDDE-MC-FCI-FPH (PDDE-MC com Representação Analítica da Função de Custo Imediato e da Função de Produção Hidrelétrica). Além disso, é apresentada a metodologia atual simplificada PDDE-UC (Programação Dinâmica Dual Estocástica com Único Cenário de Demanda) que considera a demanda como determinística. Também são apresentados neste capítulo a estrutura da PDDE (inclusive seu pseudo-código), a geração dos cenários de afluência, a determinação dos cortes da Função de Custo Futuro, os critérios de convergência adotados e, por fim, é apresentada a metodologia proposta no trabalho, realizando assim a política e simulação da operação do sistema.

5.2 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA APLICADA À DIVERSOS CENÁRIOS DE DEMANDA SIMULTANEAMENTE

Nesta seção propõe-se uma metodologia de resolução do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a médio prazo para usinas individualizadas com a consideração de diferentes cenários de demanda. A estrutura padrão da PDDE será mantida, porém, as formulações dos PPL's foram modificadas e adaptadas. A seguir serão apresentadas três maneiras para se formular os PPL's do problema com múltiplos cenários de demanda. A primeira formulação apresenta explicitamente todos os cenários de demanda na equações de atendimento à demanda. A segunda traz a representação analítica da FCI, sendo que esta carrega toda a informação dos cenários de demanda em sua implementação. Por fim, na terceira formulação é proposto a inclusão da FPH, representada por um conjunto de cortes lineares e convexos dos (hiper)planos.

5.2.1 FORMULAÇÕES PROPOSTAS PARA OS PPL'S NA PDDE

Metodologia 1: PDDE-MC

A primeira metologia traz a inclusão dos cenários de demanda de forma explícita no PPL (5.1 - 5.14) a ser otimizada dentro da PDDE, representado para um sistema multi-áreas com intercâmbio de energia. É importante enfatizar que, nesta modelagem, a variável e_r^{max} representa a capacidade máxima mensal de geração de todas as hidrelétricas da área r.

Minimizar
$$\alpha_t = \mathbb{E}_p \left[\sum_j c_j \cdot \boldsymbol{g}_{t,j,p} + \sum_r cd_r \cdot \boldsymbol{d}_{t,r,p} \right] + \boldsymbol{\alpha}_{t+1}$$
 (5.1)

sujeito a:

$$\boldsymbol{v_{t+1,i}} = \boldsymbol{v_{t,i}} + C \cdot \left(a_{t,i} + \sum_{m \in \Theta_m} (\boldsymbol{q_{t,m}} + \boldsymbol{s_{t,m}}) - \boldsymbol{q_{t,i}} - \boldsymbol{s_{t,i}} \right) \qquad \forall i \in I \quad (5.2)$$

$$\boldsymbol{e}_{t,r,p} + \sum_{j \in \Phi_r} \boldsymbol{g}_{t,j,p} + \sum_{q \neq r} \left(\boldsymbol{f}_{t,p}^{q,r} - \boldsymbol{f}_{t,p}^{r,q} \right) + \boldsymbol{d}_{t,r,p} = \delta_{t,r,p} \qquad \forall p \in P, r \in R \quad (5.3)$$

$$\sum_{p} \mu_{p} \cdot \boldsymbol{e}_{t,r,p} = \sum_{i \in \Theta_{r}} \rho_{i} \cdot \boldsymbol{q}_{t,i} \qquad \forall r \in R \quad (5.4)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{t+1} \ge \sum_{i} \left(\pi_{t+1,i}^{k} \cdot \boldsymbol{v}_{t+1,i} \right) + \epsilon_{t+1}^{k} \qquad \forall k \in k \quad (5.5)$$

$$v_i^{\min} \leqslant v_{t+1,i} \leqslant v_i^{\max} \qquad \forall i \in I \quad (5.6)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{q_{t,i}} \leqslant q_i^{max} \qquad \forall i \in I \quad (5.7)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{s_{t,i}} \leqslant s_i^{max} \qquad \forall i \in I \quad (5.8)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{e_{t,r,p}} \leqslant e_r^{max} \qquad \qquad \forall p \in P, r \in R \quad (5.9)$$

$$0 \leq \boldsymbol{g}_{t,j,\boldsymbol{p}} \leq g_j^{max} \qquad \qquad \forall \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{P}, j \in \boldsymbol{J} \quad (5.10)$$

$$0 \leq \boldsymbol{f}_{r,q}^{\boldsymbol{r},\boldsymbol{q}} \leq f_{r,q}^{max} \qquad \forall \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{P}, \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{R} \quad (5.11)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{t},\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{t},\boldsymbol{p}} \leqslant \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q},\boldsymbol{r}}^{\boldsymbol{max}} \qquad \forall \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{P}, \boldsymbol{q} \in \boldsymbol{R} \quad (5.12)$$
$$\boldsymbol{d}_{\boldsymbol{t},\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}} \geqslant 0 \qquad \forall \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{P}, \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{R} \quad (5.13)$$

$$\alpha_{t+1} \ge 0 \tag{5.14}$$

Metodologia 2: PDDE-MC-FCI

A segunda metodologia tratada neste trabalho traz a representação analítica da FCI como uma função linear por partes expressa pelos seus cortes, dada pelo algoritmo proposto na Seção 4.3. O PPL (5.15 - 5.25) apresenta a formulação em um sistema multi-área com intercâmbio de energia. Enfatiza-se que a variável e_r^{max} , neste caso, representa o valor máximo de geração hidrelétrica na área r determinado pelo algoritmo da Seção 4.3.

$$\text{Minimizar } \alpha_t = \beta_t + \alpha_{t+1} \tag{5.15}$$

sujeito a:

$$\boldsymbol{v}_{t+1,i} = \boldsymbol{v}_{t,i} + C \cdot \left(a_{t,i} + \sum_{m \in \Theta_m} (\boldsymbol{q}_{t,m} + \boldsymbol{s}_{t,m}) - \boldsymbol{q}_{t,i} - \boldsymbol{s}_{t,i} \right) \qquad \forall i \in I \qquad (5.16)$$

$$\boldsymbol{e}_{t,r} = \sum_{i \in \Theta_r} \rho_i \cdot \boldsymbol{q}_{t,i} \qquad \qquad \forall r \in R \qquad (5.17)$$

$$\boldsymbol{\beta}_{t} \geq \sum_{r} \left(\lambda_{t,r}^{l} \cdot \boldsymbol{e}_{t,r} \right) + \lambda_{t,0}^{l} \qquad \forall l \in L \qquad (5.18)$$

$$\boldsymbol{\alpha_{t+1}} \ge \sum_{i} \left(\pi_{t+1,i}^k \cdot \boldsymbol{v_{t+1,i}} \right) + \epsilon_{t+1}^k \qquad \forall k \in K \qquad (5.19)$$

$$v_i^{min} \leqslant v_{t+1,i} \leqslant v_i^{max} \qquad \qquad \forall i \in I \qquad (5.20)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{q_{t,i}} \leqslant q_i^{max} \qquad \qquad \forall i \in I \qquad (5.21)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{s}_{t,i} \leqslant s_i^{max} \qquad \qquad \forall i \in I \qquad (5.22)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{e_{t,r}} \leqslant \boldsymbol{e_r^{max}} \qquad \qquad \forall r \in R \qquad (5.23)$$

$$\boldsymbol{\beta_t} \ge 0 \tag{5.24}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{t+1} \ge 0 \tag{5.25}$$

Modelagem 3: PDDE-MC-FCI-FPH

Finalmente, a última formulação proposta neste trabalho inclui as representações analíticas da FCI e da FPH, como funções lineares por partes dadas pelos seus cortes, obtidas pleos algoritmos propostos nas Seções 4.3 e 3.6, respectivamente. O PPL (5.26 - 5.38) apresenta a modelagem para um sistema multi-área. Enfatiza-se dizer que a variável e_r^{max} , neste caso, também será igual ao valor máximo de geração hidrelétrica na área r determinado pelo algoritmo da Seção 4.3.

Minimizar $\alpha_t = \beta_t + \alpha_{t+1}$

sujeito a:

$$\boldsymbol{v}_{t+1,i} = \boldsymbol{v}_{t,i} + C \cdot \left(a_{t,i} + \sum_{m \in \Theta_m} (\boldsymbol{q}_{t,m} + \boldsymbol{s}_{t,m}) - \boldsymbol{q}_{t,i} - \boldsymbol{s}_{t,i} \right) \qquad \forall i \in I \qquad (5.27)$$

$$\boldsymbol{e}_{t,i} \leqslant \gamma_{m,i}^{v} \cdot \boldsymbol{v}_{t+1,i} + \gamma_{m,i}^{q} \cdot \boldsymbol{q}_{t,i} + \gamma_{m,i}^{s} \cdot \boldsymbol{s}_{t,i} + \gamma_{m,i}^{0} \qquad \forall m \in M, i \in I \qquad (5.28)$$
$$\boldsymbol{e}_{t,r} = \sum \boldsymbol{e}_{t,i} \qquad \forall r \in R \qquad (5.29)$$

$$\boldsymbol{\beta}_{t} \ge \sum_{i \in \Theta_{r}} \left(\lambda_{t,r}^{l} \cdot \boldsymbol{e}_{t,r} \right) + \lambda_{t,0}^{l} \qquad \qquad \forall l \in L \qquad (5.30)$$

$$\boldsymbol{\alpha_{t+1}} \geqslant \sum_{i} \left(\pi_{t+1,i}^k \cdot \boldsymbol{v_{t+1,i}} \right) + \epsilon_{t+1}^k \qquad \forall k \in K \qquad (5.31)$$

$$v_i^{\min} \leqslant v_{t+1,i} \leqslant v_i^{\max} \qquad \qquad \forall i \in I \qquad (5.32)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{q_{t,i}} \leqslant q_i^{max} \qquad \forall i \in I \qquad (5.33)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{s_{t,i}} \leqslant s_i^{max} \qquad \qquad \forall i \in I \qquad (5.34)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{e}_{t,i} \leqslant e_i^{max} \qquad \qquad \forall i \in I \qquad (5.35)$$

$$0 \leqslant \boldsymbol{e}_{t,r} \leqslant \boldsymbol{e}_r^{max} \qquad \qquad \forall r \in R \qquad (5.36)$$

$$\mathcal{G}_t \ge 0 \tag{5.37}$$

$$\alpha_{t+1} \ge 0 \tag{5.38}$$

É importante enfatizar que a FCI gerada para utilização na PDDE-MC-FCI-FPH é diferente da FCI usada na PDDE-MC-FCI. O motivo está relacionado ao valor diferente da capacidade de geração hidrelétrica usado no algoritmo da FCI.

Finalmente, a formulação PDDE-UC é obtida a partir do PPL (5.1 - 5.14) considerando p = 1 e, obviamente, a probabilidade de ocorrência do cenário de demanda analisado será igual a 100%, ou seja, $\mu_1 = 1$. Como consequência tem-se apenas uma restrição de atendimento à demanda para ser satisfeita.

5.2.2 ESTRUTURA DA PDDE CLÁSSICA

O algoritmo da PDDE clássica é composta por duas fases com funções distintas. Na fase *forward* é realizada uma recursão direta (estágio 1 até T) com o intuito de calcular os estados de armazenamento dos reservatórios do sistema e os limites inferiores e superiores usados na tomada de decisão sobre a convergência do algoritmo. Na fase

(5.26)

backward realiza-se a recursão reversa (estágio T ao 2), onde são determinados os cortes de Benders por estágio, ou seja, são gerados os cortes da Função de Custo Futuro os quais são utilizados como forma de limitar o despacho das usinas hidrelétricas em virtude de um custo associado à operação futura.

A Figura 5.1 apresenta o procedimento em cada umas das fases da PDDE. São apresentados, esquematicamente, a resolução dessas fases considerando um problema com 3 estágios, 3 séries *forwards* (cenários de afluência) e 2 aberturas na árvore. A variável v_t^n representa o estado de armazenamento no estágio t para o cenário de afluência n, e a variável a_t^z representa a afluência relacionada ao estágio t e abertura z da árvore.

Figura 5.1: Fases do algoritmo PDDE



Fonte: Elaborada pelo autor

Observe que os estados de armazenamento de todas as usinas do sistema são obtidos na *forward*. Assim, o esquema apresentado é aplicado a todas as usinas, fornecendo assim os volumes iniciais usados na fase *backward*. Os estados de armazenamento são obtidos por recursão direta, ou seja, a partir do estado de armazenamento conhecido do primeiro estágio calcula-se o do segundo estágio e assim por diante. Já na fase *backward* são determinados os cortes da FCF via recursão reversa, isto é, do último estágio ao segundo. De acordo com a Figura 5.1, para cada série *forward* é obtido um corte médio da FCF a partir dos cortes gerados em cada uma das aberturas da árvore de cenários de afluência. Os cortes gerados são então adicionados ao estágio imediatamente anterior ao analisado. Na Figura 5.1, este processo está demonstrado para o estágio 3.

O Pseudo-código 2 apresenta detalhadamente o processo do algoritmo da PDDE.

Pseudo-código 2 Algoritmo da PDDE

```
entrada: Dados das usinas e do sistema
          Conjunto de cortes da FPH de cada hidrelétrica
          Conjunto de cortes da FCI de cada estágio
saída: Conjunto de cortes da FCF de cada estágio
início
   Inicializa os volumes iniciais de cada hidrelétrica
   T estágios, N cenários de afluência, Z aberturas da árvore de cenários
             % inicializa contador de iterações
   iter = 0
   enquanto não satisfazer critério de convergência faça
       % FORWARD
       para t = 1, 2, \dots, T faça
          se iter \neq 0 \ e \ t < Tentão
              • Adicione os cortes da FCF no estágio t
          fim
          para n = 1, 2, \dots, N faça
             • Solucione o PPL de acordo com a modelagem de interesse
              • Atualize o volume armazenado de cada hidrelétrica
          fim
       fim
       • Calcule os limites inferior Z_{INF} e superior Z_{SUP}
       % BACKWARD
       para t = T, T-1, \dots, 2 faça
          se t < T então
             • Adicione os cortes da FCF no estágio t
          fim
          para n = 1, 2, \dots, N faça
             para z = 1, 2, \dots, Z faça
                 • Solucione o PPL de acordo com a modelagem de interesse
                 • Obtenha o corte da FCF
              fim
              • Adicione o corte médio da FCF ao conjunto de restrições do
              estágio t-1
          fim
       fim
       iter = iter + 1
                      % atualiza contador de iterações
   fim
fim
```

5.2.3 GERAÇÃO DOS CENÁRIOS DE AFLUÊNCIA NO CONTEXTO DA PDDE

No NEWAVE considera-se que os cenários hidrológicos que ocorrerão em cada período do horizonte de planejamento não são previamente conhecidos, caracterizando assim uma modelagem estocástica das afluências. A sua incerteza é representada por uma árvore de cenários, conforme pode ser visto na Figura 5.2(a), sendo cada caminho na árvore denominado de cenário de afluência, ou cenário hidrológico e cada nó representa uma possível realização da variável aleatória (vazão incremental afluente) correspondente.

Figura 5.2: Árvores de cenários de afluência



A determinação dos cenários de afluência é uma etapa importante no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. A escolha dos cenários podem gerar diferentes comportamentos durante a convergência do algoritmo da PDDE (PENNA, 2009).

Considere, por exemplo, a Figura 5.2(b) que representa um subconjunto de cenários da árvore completa. O valor de Z_{INF} , nesse caso, tende a estabilizar em um dado valor Z^* , uma vez que a simulação *backward* percorre todo o espaço de estados. Já a simulação *forward* não percorre todo o espaço de estados, assim, Z_{SUP} pode estabilizar acima ou abaixo de Z^* , dependendo se a sub-árvore escolhida for pessimista ou otimista.

Já no caso da sub-árvore da Figura 5.2(c) observa-se que na fase *backward* não são visitados todo o espaço de estados. Assim, Z_{INF} tende a um valor Z^{**} , que é menor do que Z^* . Novamente, como não percorre todos os estados na *forward*, a Z_{SUP} tende a estabilizar em um valor que pode estar acima ou abaixo de Z^{**} , dependendo da

sub-árvore escolhido ser otimista ou pessimista.

No presente trabalho os cenários de afluência são obtidos mediante sorteio entre os valores do histórico de vazões, conforme é realizado em (CYRILLO, 2015) e (BRANDI, 2011). Primeiramente, são realizados sorteios das aberturas da árvore, respeitando os meses de estudo, englobando todos os anos do histórico. Em seguida, são sorteados as aberturas utilizadas em cada série e feita a associação com o valor de vazão. A Figura 5.3 apresenta esse processo para a série de número 5.



Figura 5.3: Determinação das séries forwards

Fonte: Adaptada de (CYRILLO, 2015)

5.2.4 DETERMINAÇÃO DOS CORTES DA FUNÇÃO DE CUSTO FU-TURO

Conforme foi apresentada na Seção 5.2.2, a geração dos cortes da Função de Custo Futuro acontece na fase *backward*. Os cortes de cada estágio são obtidos em cada abertura z da árvore mediante o valor do custo total de operação α_t , os Multiplicadores de Lagrange de cada equação de Balanço Hídrico $\pi_{t,i}^z$, ou seja, os "valores da água" em cada reservatório do sistema, além dos valores do armazenamento em cada hidrelétrica $v_{t,i}$.

Observe que um corte é gerado para cada abertura da árvore de cenários, conforme Figura 5.1. Os cortes da FCF são então determinados pela média dos cortes obtidos nas aberturas, conforme são mostradas nas equações (5.39) e (5.40).

$$\pi_{t,i} = \frac{1}{Z} \sum_{z=1}^{Z} \pi_{t,i}^z \qquad \forall t \in T, i \in I$$

$$(5.39)$$

$$\epsilon_t = \frac{1}{Z} \sum_{z=1}^{Z} \epsilon_t^z \qquad \qquad \forall t \in T \qquad (5.40)$$

sendo:

 $\pi_{t,i}^{z}$ "valor da água" da usina *i* no estágio *t* relacionada à abertura *z*

- ϵ_t^z coeficiente linear da FCF no estágio t relacionada à abertura z
- $\pi_{t,i}$ média dos "valores da água" das usinas no estágio t
- ϵ_t média dos coeficientes lineares da FCF no estágio t

O valor do coeficiente linear da FCF de cada abertura é dada pela equação (5.41):

$$\epsilon_t^z = \alpha_t - \sum_{i \in I} \left(\pi_{t,i}^z \cdot v_{t,i} \right) \qquad \forall z \in Z \tag{5.41}$$

5.2.5 CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA DA PDDE

Na literatura podem ser encontrados diferentes critérios de convergência para os algoritmos de PDDE. Por exemplo, em (BRANDI, 2016) é proposta uma técnica de convergência baseada nos benefícios dos cortes adicionados durante um processo de inserção iterativa incluindo o Valor Condicionado a um dado Risco (CVar). A seguir são apresentados alguns desses critérios, inclusive o que é usado em modelos oficiais de planejamento (NEWAVE, por exemplo).

Critério I: Intervalo de confiança

Essa primeira técnica é largamente utilizada em trabalhos da literatura, como podem ser verificados em (CÉSAR, 2015), (FINARDI, 1999) e (MATOS, 2008). A técnica baseia-se na comparação da proximidade entre os limites inferior e superior na PDDE a partir de um intervalo de confiança pré-determinado.

Durante o processo iterativo é associado, a cada uma das sequências forwards, um valor de custo no planejamento da operação. O valor do limite superior (Z_{SUP}) pode então ser dado por uma distribuição normal com média igual ao valor esperado do custo de operação dado pela equação (5.42).

$$Z_{SUP} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} Z_i$$
(5.42)

onde Z_i representa o custo total de operação associada à série i, determinada pela soma dos custos imediatos em cada estágio dada a ocorrência da série em questão. O valor de Z_{SUP} é uma boa representação do custo operativo total do do sistema. O limite inferior Z_{INF} é obtido pela média do custo de operação total (custo imediato + custo futuro) relacionado ao primeiro estágio do planejamento, de acordo com a equação (5.43):

$$Z_{INF} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} CPE_i \tag{5.43}$$

onde CPE_i é o custo total do primeiro estágio associado à série i.

Dessa forma, quando o limite inferior se aproximar do limite superior, significa que a FCF está bem representada. Pela consideração da distribuição normal dos valores dos custos de operação e com o intuito de comparar a proximidade entre os limites, assume-se um intervalo de confiança de 95%. Logo, o processo converge quando Z_{INF} estiver contido no intervalo indicado em (5.44).

$$\left[Z_{SUP} - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}; Z_{SUP} + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right]$$
(5.44)

em que σ é o desvio-padrão da média dos valores dos custos de operação obtidos em cada sequência *forward* apresentada na equação (5.45). A Figura 5.4 ilustra de forma gráfica o processo de comparação entre os valores.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (Z_i - Z_{SUP})^2}$$
(5.45)

Figura 5.4: Intervalo de confiança do limite superior



Fonte: Elaborada pelo autor

Critério II: Estabilidade de Z_{INF}

Neste caso, o cálculo tanto de Z_{INF} quanto de Z_{SUP} é feito da mesma maneira que no *Critério I*. Algumas observações podem ser feitas a partir da forma como estes parâmetros são determinados e dos diversos testes realizados neste trabalho:

- o valor de Z_{INF} sempre aumenta a cada iteração com a melhoria da representação das FCF's;
- o valor de Z_{SUP} tente a diminuir com algumas oscilações durante o processo iterativo;
- o valor de Z_{INF} tente a estabilizar em um dado valor de acordo com a amostra de cenários de afluência utilizada, conforme foi apresentado na Seção 5.2.3;

Dessa forma, este critério trata da convergência da PDDE a partir da estabilidade de Z_{INF} . Assume-se empiricamente que Z_{INF} estabiliza quando seu valor possui pequena oscilação durante as três últimas iterações. Matematicamente, pode-se dizer que a PDDE converge quando a relação (5.46) é satisfeita.

$$\frac{Z_{INF}^{ite} + Z_{INF}^{ite-1} + Z_{INF}^{ite-2}}{3} - Z_{INF}^{ite} \le tol$$
(5.46)

sendo $ite \geq 3$ o número de iterações da PDDE no momento da análise e tol uma pequeno valor de tolerância pré-estabelecido, como por exemplo igual a 0,01.

Critério III: Erro relativo entre Z_{INF} e Z_{SUP}

Finalmente, este último critério propõe de forma simples a convergência da PDDE. Novamente, o cálculo de Z_{INF} e Z_{SUP} se dá da mesma forma que nos critérios anteriores. No entanto, o algoritmo convergirá quando o erro relativo entre os dois parâmetros é menor do que uma dada tolerância, ou seja, a convergência ocorre quando a relação (5.47) é satisfeita.

$$\left|\frac{Z_{INF} - Z_{SUP}}{Z_{SUP}}\right| \le tol \tag{5.47}$$

sendo tol uma pequeno valor de tolerância pré-determinado, por exemplo igual a 0,01 (ou seja, 1%).

5.3 POLÍTICA E SIMULAÇÃO DA OPERAÇÃO

O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a médio prazo é realizado em duas etapas (ver Figura 5.5). Inicialmente, realiza-se a etapa de determinação da Política da Operação (PO) do sistema, onde a FCF de cada estágio do problema é ajustada de forma a minimizar o custo de operação ao longo de todo o horizonte de estudo (realizado com o algoritmo da PDDE considerando uma das três formulações do PPL apresentados). Em seguida, com o auxílio das FCF's previamente determinadas, realiza-se a etapa de Simulação da Operação (SO), onde é determinado o despacho ótimo do sistema para cada combinação dos cenários de afluência n e demanda p, de acordo com o Pseudo-código 3.

Figura 5.5: Metodologia proposta para despacho ótimo do sistema



Fonte: Elaborada pelo autor

Observe em Pseudo-código 3 que a restrição de produção hidrelétrica dependerá de qual formulação foi usada na etapa de PO. Asim, a restrição (5.48) é usada nos casos das formulações PDDE-UC, PDDE-MC e PDDE-MC-FCI e a restrição (5.49) é usada na formulação PDDE-MC-FCI-FPH.

$$\boldsymbol{e}_{t,i} = \rho_i \cdot \boldsymbol{q}_{t,i} \qquad \qquad \forall i \in I \qquad (5.48)$$

$$\boldsymbol{e}_{t,i} \leqslant \gamma_{m,i}^{v} \cdot \boldsymbol{v}_{t+1,i} + \gamma_{m,i}^{q} \cdot \boldsymbol{q}_{t,i} + \gamma_{m,i}^{s} \cdot \boldsymbol{s}_{t,i} + \gamma_{m,i}^{0} \qquad \forall m \in M, i \in I$$
(5.49)

fim

fim

entrada: Conjunto de cortes da FCF de cada estágio $a_{t,i}^n$: afluência da usina *i* no estágio *t* referente ao cenário *n* $\delta_{t,r}^p$: demanda líquida no estágio t da região r referente ao cenário p saída: Despacho ótimo das usinas do sistema para $p = 1, 2, \dots, P$ faça para $n = 1, 2, \dots, N$ faça para $t = 1, 2, \dots, T$ faça • Solucione o PPL abaixo: Minimizar $\alpha_t = \sum_i c_j \cdot \boldsymbol{g}_{t,j} + \sum_r cd_r \cdot \boldsymbol{d}_{t,r} + \boldsymbol{\alpha}_{t+1}$ sujeito a: $v_{t+1,i} = v_{t,i} + C \cdot \left(a_{t,i}^n + \sum_{m \in \Theta} (q_{t,m} + s_{t,m}) - q_{t,i} - s_{t,i} \right)$ $\forall i \in I$ $\sum_{i\in\Theta_r}oldsymbol{e}_{t,i}+\sum_{j\in\Phi_r}oldsymbol{g}_{t,j}+\sum_{q
eq r}(oldsymbol{f}_t^{q,r}-oldsymbol{f}_t^{r,q})+oldsymbol{d}_{t,r}=\delta_{t,r}^p$ $\forall r \in R$ (5.48) ou (5.49) $oldsymbol{lpha_{t+1}} \geqslant \sum_i \left(\pi^k_{t+1,i} \cdot oldsymbol{v}_{t+1,i}
ight) + \epsilon^k_{t+1}$ $\forall k \in K$ $v_i^{min} \leqslant v_{t+1,i} \leqslant v_i^{max}$ $\forall i \in I$ $0 \leqslant \boldsymbol{q}_{t,i} \leqslant q_i^{max}$ $\forall i \in I$ $0 \leqslant \boldsymbol{s_{t,i}} \leqslant s_i^{max}$ $\forall i \in I$ $0 \leqslant \boldsymbol{e_{t,i}} \leqslant e_i^{max}$ $\forall i \in I$ $0 \leqslant \boldsymbol{g_{t,j}} \leqslant g_j^{max}$ $\forall j \in J$ $0 \leqslant \boldsymbol{f_t^{r,q}} \leqslant f_{r,q}^{max}$ $\forall r \in R$ $0 \leqslant \boldsymbol{f_t^{q,r}} \leqslant f_{q,r}^{max}$ $\forall q \in R$ $d_{t,r} \ge 0$ $\forall r \in R$ $\alpha_{t+1} \ge 0$ • Armazene as variáveis do problema • Atualize o volume armazenado de cada hidrelétrica: $v_{t+1,i} = v_{t,i} \qquad \forall i \in I$ fim

6 RESULTADOS E ANÁLISES

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos nas simulações. Primeiramente, são fornecidos os coeficientes dos (hiper)planos da FPH de algumas usinas do SIN obtidos através do algoritmo proposto. Em seguida, fez-se um estudo comparativo entre as metodologias PDDE-UC e a PDDE-MC em função de erros de previsão das demandas de energia elétrica. Além disso, foi realizado um estudo comparativo do tempo computacional entre as metodologias PDDE-MC e PDDE-MC-FCI para diferentes quantidade de cenários de demanda em análise. Apresenta-se ainda as principais vantagens da metodologia PDDE-MC-FCI-FPH. Finalmente, todas as metodologias apresentadas foram aplicadas em um sistema tutorial para avaliar as performances computacionais.

A configuração e dados das usinas hidrelétricas e termelétricas utilizados nas simulações são baseados nos dados retirados do PMO de Julho de 2017 (CCEE, 2017b). O PMO, realizado pelo ONS, traça as diretrizes para a operação energética: intercâmbios de energia inter-regionais, geração térmica e metas de níveis de armazenamento dos reservatórios, em função das condições previstas de carga e afluências.

A Figura 6.1 apresenta as usinas escolhidas do sistema tutorial. Note que os triângulos representam as hidrelétricas com reservatório, possuindo grande capacidade de regulação e armazenamento, e os círculos representam as hidrelétricas a fio d'água. Observe ainda que a disposição das usinas na Figura 6.1 não representa a configuração real, trata-se apenas de um simplificação para aplicações didáticas.



Figura 6.1: Sistema tutorial de usinas em cascata

As Tabelas B.1 e B.2 apresentam os dados referentes, respectivamente, às hidrelétricas e termelétricas utilizadas nas simulações. Optou-se pela escolha de áreas contendo usinas do Sudeste, Sul e Nordeste. Os cenários de demandas foram obtidos com base na capacidade máxima de geração hidrelétrica de cada área do sistema, apenas para fins de análises didáticas. Para isso foram feitas projeções de crescimento da demanda de acordo com a equação (6.1).

$$\delta_{t,r,p} = (1 + tx \cdot p)^{t-1} \cdot e_r^{max} \qquad \forall t \in T, r \in R, p \in P$$
(6.1)

Por exemplo, arbitrando-se a taxa de crescimento da demanda tx em 0,1%, no primeiro cenário é possível verificar que a demanda de cada estágio é 0,1% maior do que o anterior. Já no segundo cenário, o crescimento da demanda é de 0,2% a cada estágio, no terceiro o crescimento é de 0,3%; no quarto é de 0,4%, e assim por diante. A Figura 6.2 apresenta 3 cenários de demanda (pessimista, regular e otimista) em cada uma das 3 áreas do sistema tutorial considerando 24 meses de planejamento. Note que a geração dos cenários de demanda proposto implicará na necessidade de utilização de termelétricas e, possivelmente, ocasionará corte de carga (déficit). Com isso, será possível avaliar as metodologias nas diversas situações em que o sistema possa estar submetido.



Figura 6.2: Cenários de demanda em cada área do sistema

Fonte: Elaborada pelo autor

Todos os códigos utilizados neste trabalho foram implementados e executados no Matlab, versão R2016a, em uma máquina com a seguinte configuração: processador Intel(R) Core(TM) i5 com frequência de operação de 2,50 GHz e 6 GB de memória RAM, e sistema operacional Windows 7 Professional. O *solver* ou pacote de otimização linear utilizado para a resolução dos PPL's é o *linprog*, o qual incorpora o *dual-simplex*.

6.2 FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA

A seguir são apresentados os resultados relativos aos testes computacionais para verificação da precisão da metodologia proposta na seção 3.6 para aproximação da FPH. O número de discretizações utilizada, por variável, foi determinada após uma série de testes realizados avaliando a melhoria na aproximação e o tempo computacional demandado. Assim, chegou-se à conclusão que usando 5 discretizações por variável na metodologia seria possível obter uma boa aproximação da FPH real com um tempo computacional relativamente baixo. Foram feitas discretizações equidistantes entre o valor mínimo e máximo para cada dimensão. A Tabela 6.1 traz a média e o desvio padrão dos erros cometidos na aproximação da FPH de cada usina hidrelétrica e a quantidade de (hiper)planos/retas gerados na aplicação do algoritmo proposto.

Nome	Tipo	$\mu(\%)$	$\sigma(\%)$	Quantidade de (hiper)planos/retas
FURNAS	Ι	0,907	0,741	75
CACONDE	Ι	1,223	1,000	48
MARIMBONDO	Ι	$1,\!383$	$1,\!139$	36
MACHADINHO	Ι	0,857	0,702	38
P. CAVALO	Ι	$0,\!467$	0,383	35
CAMARGOS	II	$2,\!547$	2,065	5
A. VERMELHA	II	0,720	$0,\!598$	11
PASSO FUNDO	II	0,244	0,201	11
CAMPOS NOVOS	II	0,078	0,052	11
E. DA CUNHA	III	$0,\!158$	0,118	7
MONJOLINHO	III	$0,\!118$	0,097	11
ITA	III	0,254	0,182	7
ITAPEBI	III	0,247	$0,\!176$	5
JAGUARA	IV	0,023	0,018	4
FOZ CHAPECO	IV	0,026	0,021	4
	Nome FURNAS CACONDE MARIMBONDO MACHADINHO P. CAVALO CAMARGOS A. VERMELHA PASSO FUNDO CAMPOS NOVOS E. DA CUNHA MONJOLINHO ITA ITAPEBI JAGUARA FOZ CHAPECO	NomeTipoFURNASICACONDEIMARIMBONDOIMACHADINHOIP. CAVALOICAMARGOSIIA. VERMELHAIIPASSO FUNDOIICAMPOS NOVOSIIE. DA CUNHAIIIMONJOLINHOIIIITAIIIITAPEBIIIIJAGUARAIVFOZ CHAPECOIV	NomeTipo μ (%)FURNASI0,907CACONDEI1,223MARIMBONDOI1,383MACHADINHOI0,857P. CAVALOI0,467CAMARGOSII2,547A. VERMELHAII0,720PASSO FUNDOII0,244CAMPOS NOVOSII0,078E. DA CUNHAIII0,158MONJOLINHOIII0,118ITAIII0,254ITAPEBIIII0,247JAGUARAIV0,023FOZ CHAPECOIV0,026	NomeTipo μ (%) σ (%)FURNASI0,9070,741CACONDEI1,2231,000MARIMBONDOI1,3831,139MACHADINHOI0,8570,702P. CAVALOI0,4670,383CAMARGOSII2,5472,065A. VERMELHAII0,7200,598PASSO FUNDOII0,2440,201CAMPOS NOVOSII0,0780,052E. DA CUNHAIII0,1580,118MONJOLINHOIII0,1180,097ITAIII0,2540,182ITAPEBIIII0,2470,176JAGUARAIV0,0230,018FOZ CHAPECOIV0,0260,021

Tabela 6.1: Dados obtidos na aproximação da FPH

Fonte: Elaborada pelo autor

Observe que as usinas do tipo I apresentaram um conjunto maior de cortes nas aproximações das FPH's, variando de 35 da usina P. CAVALO até 75 da usina FURNAS. Por outro lado, as usinas do tipo IV (JAGUARA e FOZ CHAPECO) apresentaram os menores número de cortes gerados na aproximação da PFH, com apenas 4 retas. O maior erro percentual médio encontrado foi para a usina CAMARGOS, com valor médio de 2,547% e um desvio padrão de 2,065%. A Figura 6.3 ilustra a aproximação da FPH obtida para a usina CAMARGOS em comparação com a sua FPH real. É importante dizer que o algoritmo é viável computacionalmente, pois demandou menos de 10 segundos para gerar as FPH's de todas as 15 usinas.

Figura 6.3: Gráfico da FPH real e aproximada para a usina CAMARGOS



6.3 ESTUDO DE CASO: SISTEMA ÚNICO ISOLADO

Primeiramente são realizados testes em um único sistema isolado, considerando as usinas hidrelétricas e termelétricas do submercado Sudeste. Os cenários de demanda e afluências forma considerados equiprováveis nas simulações. Foram adotados para a convergência o *Critério I, Critério II e Critério III* combinados: algoritmo converge quando Z_{INF} está estável e dentro do intervalo de confiança de 95% ou quando o erro relativo entre Z_{INF} e Z_{SUP} for menor do que 0,5%.

6.3.1 COMPARAÇÃO ENTRE PDDE-UC E PDDE-MC

O planejamento do despacho hidrotérmico a médio prazo foi realizado com a seguinte configuração: 100 séries *forwards* equiprováves; árvore de cenários de afluência com 2 aberturas; 24 meses de estudo; e 3 cenários de demanda equiprováveis.

A Tabela 6.2 apresenta o custo operativo total médio dos cenários de afluência relativo a cada cenário de demanda (pessimista, regular, otimista), mostrando as diferenças entre as metodologias PDDE-UC e PDDE-MC no que diz respeito a erros de previsibilidade da demanda. Além disso, são apresentadas as quantidades de iterações no processo de gerações de cortes das FCF's e o tempo demandado nesse processo. Enfatiza-se que coluna **Previsto** refere-se ao cenário de demanda utilizado durante a determinação da política ótima de operação - algoritmo PDDE propriamente dito - e a coluna **Real** são os cenários usados para a obtenção da simulação de operação - despacho energético do sistema.

Matadalaria	Drandata	Real			T4 ama a 2 a m	Tomor o (ana)				
Metodologia	Previsto	Р	\mathbf{R}	0	Iterações	Tempo (seg)				
	Р	13,71	144,78	$392,\!17$	11	1417				
PDDE-UC	\mathbf{R}	16,75	110, 16	$356,\!98$	8	925				
	Ο	$17,\!85$	$111,\!14$	$354,\!96$	10	1225				
PDDE-MC	P, R, O	16,33	110,94	$355,\!97$	11	1454				
Legenda: P-pessimista R-regular O-otimista										
	Fonte: Elaborada pelo autor									

Tabela 6.2: Custo operativo total (em milhões de reais) por metodologia e cenário de demanda.

Na metodologia PDDE-UC, que trata a demanda como determinística, observa-se diferentes valores de custos para um determinado cenário real. Isso ocorre porque o ajuste da FCF realizado para o cenário pessimista não é adequado à simulação da operação do cenário otimista, por exemplo. Assim, como pode ser visto na Tabela 6.2, os menores custos na metodologia PDDE-UC ocorre quando o cenário previsto é igual ao real.

Já na metodologia PDDE-MC, que trata a demanda como estocástica, todos os cenários de demanda são incluídos no processo de geração das FCF's. Dessa forma, as FCF's são devidamente ajustadas para atender à essas demandas e, consequentemente, irão gerar menores custos quando aplicadas aos diferentes cenários na simulação final. Note na Tabela 6.2 que o custo em cada cenário é menor comparado à metodologia PDDE-UC quando há erros na previsão, isto é quando o cenário previsto é diferente do real.

Além disso, mesmo com a inclusão de todos os 3 cenários de demanda na modelagem, a PDDE-MC não requisitou um tempo computacional muito maior. No entanto, o aumento do número de cenários utilizados pode comprometer a eficiência dessa metologia. A próxima seção investiga este fato e propõe uma outra metodologia para redução do tempo computacional.

Um outro teste foi realizado para verificar o comportamento das metodologias analisadas. Neste caso, foi usado o mesmo sistema com algumas modificações nos parâmetros de simulação, como a alteração para 12 meses de planejamento e utilização de 50 cenários de afluência. O período de estudo foi reduzido para viabilizar o tempo para análise em 20 diferentes cenários de demanda.

A Figura 6.4 apresenta um comparativo entre as metodologias PDDE-UC e PDDE-MC com relação ao custo médio de todos os cenários de afluência em 20 diferentes cenários de demanda. A linha azul contínua representa os maiores custos encontrados para a metodolgia PDDE-UC, isto é, para cada cenário real de demanda (cenário usado na simulação da operação) avaliado foi selecionado o maior custo dentre os diversos cenários previstos de demanda (cenário usado na política da operação). Por outro lado, a linha vermelha tracejada representa os menores custos da PDDE-UC em cada cenário real de demanda, ou seja, representam os custos obtidos quando a simulação da operação foi determinada para o mesmo cenário de demanda previsto na geração dos cortes da FCF. A linha preta contínua traz os custos em cada cenário para a metodologia PDDE-MC. Finalmente, a linha verde contínua exibe o erro relativo entre os valores de custo máximo da PDDE-UC e os custos da PDDE-MC.

máximo PDDE-UC --- mínimo PDDE-UC - PDDE-MC Erro 600.000,00 120 500.000,00 100 Custo Total [milhões reais] 400.000,00 80 300.000,00 60 Erro 200.000,00 40 100.000,00 20 0 2 3 4 1 5 6 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 Cenários reais de demanda

Figura 6.4: Comparação entre PDDE-UC e PDDE-MC com relação aos cenários de demanda

Fonte: Elaborada pelo autor

Observe que a metodologia PDDE-MC apresenta grande vantagem quando há erros na previsão da demanda. Assim, na pior situação o erro relativo pode ultrapassar 100%, ocasionando custos desnecessários para a operação. Portanto, a PDDE-MC fornece FCF's melhores ajustadas a todos os cenários, de forma a atendê-los sem gerar custos adicionais.

6.3.2 COMPARAÇÃO ENTRE PDDE-MC E PDDE-MC-FCI

Nesta seção é apresentado um estudo comparativo entre as metodologias PDDE-MC e PDDE-MC-FCI utilizando 3, 100 e 500 cenários de demanda equiprováveis obtidos pela equação (6.1), considerando a taxa de crescimento iguais a 1%, 0,01% e 0,002%, respectivamente. Os parâmetros de simulação foram: 100 séries *forwards* equiprováves; árvore de cenários de afluência com 2 aberturas; e 24 meses de estudo.

Teste I: 3 cenários de demanda

A Tabela 6.3 traz os dados comparativos entre as metodologias na etapa de determinação da política de operação do sistema. Observe que a PDDE-MC-FCI apresenta uma diminuição do número de variáveis considerados, apesar de aumentar o número de restrições, devido à adição dos cortes da FCI. Mesmo assim, o tempo para convergência foi reduzido, caracterizando um aumento da eficiência computacional. Essa evidência fica ainda mais clara com o incremento do número de cenários de demanda utilizados na análise, conforme verificam-se nos Testes II e III.

	PDDE-MC	PDDE-MC-FCI				
Quantidade de varíaveis	49	24				
Quantidade de restrições [*]	11	16				
Iterações	12	9				
Tempo	27min 41seg	$17 \min 51 seg$				
* Restrições da FCF e dos limites operativos das variáveis foram desconsiderados						
Fo	nte: Elaborada pe	elo autor				

Tabela 6.3: Resultados do teste I

A Figura 6.5 apresenta as FCI's obtidas e inseridas na PDDE-MC-FCI e o custo total de operação em cada cenário de afluência, considerando o cenário de demanda regular, para as metodologias PDDE-MC e PDDE-MC-FCI, no caso da inclusão de 3 cenários de demanda na etapa da política de operação.

Figura 6.5: FCI e custo total considerando 3 cenários de demanda



Como as demandas possuem crescimento exponencial em relação aos meses de estudo (ver Figura 6.2), então os custos imediatos relativos aos últimos meses são maiores. A Figura 6.5(a) mostra então que as funções superiores tratam dos últimos meses de estudo, ao passo que as inferiores são relativas aos primeiros meses. Além disso, a FCI mostra que pequenos valores de geração hidrelétrica ocasionam altos custos, uma vez que o sistema deverá complementar a geração com as termelétricas, podendo ainda gerar déficit. O contrário também é válido, quanto maior a geração hidrelétrica menor o custo com termelétricas e déficit. O tempo necessário para gerar todas as FCI's não ultrapassou 0,2 segundos.

Já a Figura 6.5(b) apresenta os custos totais de cada cenário de afluência. Percebe-se que o custo gerado nas duas metodologias foram bem próximos. O erro relativo médio percentual dos custos operativos entre a PDDE-MC e a PDDE-MC-FCI foi igual a 0,26%. Logo, a metodologia PDDE-MC-FCI pode ser usada, sem grandes prejuízos, como

alternativa à PDDE-MC. A principal vantagem é o tempo computacional reduzido devido à diminuição das dimensões do problema. Sem perda de generalidade, o comportamento das metodologias na análise do cenário regular de demanda se estende para os outros cenários.

Teste II: 100 cenários de demanda

A Tabela 6.4 mostra que a dimensão do problema foi reduzido ainda mais do que no caso anterior. A quantidade de variáveis foi reduzida de 922 para apenas 24 e as restrições de 108 para 16. Isso afetou diretamente o tempo de simulação que caiu de 20 minutos e 14 segundos para 12 minutos e 2 segundos, mesmo com a PDDE-MC-FCI necessitando de uma iteração a mais do que a PDDE-MC para convergir.

	PDDE-MC	PDDE-MC-FCI				
Quantidade de varíaveis	922	24				
Quantidade de restrições *	108	16				
Iterações	7	8				
Tempo	$20 \min 14 seg$	$12\min 2seg$				
* Restrições da FCF e dos limites operativos das variáveis foram desconsiderados						
Fo	nte: Elaborada pl	eo autor				

Tabela 6.4: Resultados do teste II

A Figura 6.6 apresenta os gráficos obtidos na análise com 100 cenários de demanda. Note novamente que as FCI's possuem o mesmo comportamento para o caso de apenas 3 cenários de demanda.

Figura 6.6: FCI e custo total considerando 100 cenários de demanda



O erro relativo médio percentual entre os custos das metodologias foi igual 0,21% e o tempo total para geração das FCI's foi de 0,58 segundos. Os custos em cada cenário de afluência são relativos ao quinquagésimo cenário de demanda dos 100 avaliados na etapa da política de operação.

Teste III: 500 cenários de demanda

O teste com 500 cenários de demanda consolidou a disparidade da eficiência da PDDE-MC-FCI, comparada à PDDE-MC, quando se considera vários cenários de demanda.

A Tabela 6.5 apresenta os dados da simulação para o caso de 500 cenários de demanda. A redução das dimensões do problema é altamente perceptível, recorrendo na diminuição do tempo para convergência e, consequentemente, no aumento da eficiência.

	PDDE-MC	PDDE-MC-FCI				
Quantidade de varíaveis	4522	24				
Quantidade de restrições [*]	508	16				
Iterações	11	13				
Tempo	2hrs 3min	$19\min 11seg$				
* Restrições da FCF e dos limites operativos das variáveis foram desconsiderados						
Fonte: Elaborada pelo autor						

Tabela 6.5: Resultados do teste III

A Figura 6.7 mostra, assim como nos casos anteriores, que as FCI's possuem o mesmo comportamento, ou seja, os meses com maior demanda geram FCI's com maiores valores de custo e que pequenas gerações hidrelétricas geram altos custos. O erro relativo médio percentual entre os custos das metodologias foi igual 0,15% e o tempo total para geração das FCI's foi de 1,79 segundos. Os custos em cada cenário de afluência são relativos ao cenário de demanda de número 250 dos 500 avaliados na etapa da política de operação.





Em resumo, a Figura 6.8 apresenta o speedup, que representa o número de vezes

que a metodologia PDDE-MC-FCI foi mais rápida do que a PDDE-MC, para os casos analisados (3, 100 e 500 cenários de demanda). Assim, fica evidente que quanto maior o número de cenários de demanda utilizados mais é recomendado a utilização da PDDE-MC-FCI.



Figura 6.8: Speedup entre as metodologias

6.3.3 COMPARAÇÃO ENTRE PDDE-MC-FCI E PDDE-MC-FCI-FPH

Finalmente, a última metodologia proposta incorpora as não-linearidades de geração das usinas hidrelétricas, representados por funções convexas lineares de primeira, segunda ou terceira ordem a depender de quantas variáveis sua geração está submetida, a saber: volume armazenado, vazão turbinada e/ou vazão vertida. A metodologia propõe uma melhor representatividade do sistema em análise, uma vez que a geração hidrelétrica está melhor modelada em comparação com os modelos oficiais, onde a geração hidrelétrica é dada por uma função de primeira ordem, proporcional à vazão turbinada apenas. A determinação dos coeficientes dos (hiper)planos/retas das 7 hidrelétricas do sistema Sudeste tutorial é realizada anteriormente ao algoritmo da PDDE e não ultrapassou 5 segundos. Assim, esse processo não inviabiliza a eficiência computacional da metodologia como um todo.

Os parâmetros de entrada do modelo possuem a seguinte configuração: 100 séries forwards; árvore de cenários de afluência com 2 aberturas; e 50 cenários de demanda equiprováveis gerador pela equação (6.1), considerando taxa de crescimento igual a 0.1%.

A Tabela 6.6 apresenta os dados obtidos na etapa da política de operação para as duas metodologias propostas. Observe que, apesar do número de restrições e variáveis do PPL da PDDE-MC-FCI-FPH ser superior ao do PPL da PDDE-MC-FCI, o tempo total de convergência foi menor, graças ao menor número de iterações para convergência.

Tabela 6.6: Resultados de simulação das metodologias PDDE-MC-FCI e PDDE-MC-FCI-FPH

	PDDE-MC-FCI	PDDE-MC-FCI-FPH					
Quantidade de varíaveis	24	31					
Quantidade de restrições [*]	16	202					
Iterações	8	6					
Tempo	20min 38seg	$15 min \ 41 seg$					
$\ensuremath{\ast}$ Restrições da FCF e dos limites operativos das variáveis foram desconsiderados							
Fonte: Elaborada pelo autor							

A seguir são apresentados alguns dados do despacho energético do sistema. Analisouse o comportamento do sistema considerando a produtibilidade constante das usinas (operação a 65% do volume útil) usada na metodologia PDDE-MC-FCI e a produtibilidade variável com a altura de queda do volume de água nos reservatórios incluídos na metodologia PDDE-MC-FCI-FPH. Considerou-se ainda o cenário de demanda mais otimista dentre os 50 utilizados e o cenário de afluência mais otimista dentre os 100 cenários aleatórios obtidos por sorteio do histórico de vazões.

A Figura 6.9 mostra o despacho energético e o custo de operação do sistema em ambas metodologias. Note que a PDDE-MC-FCI-FPH gerou custo maior devido à menor geração de energia proveniente das hidrelétricas. No caso analisado, o corte de carga (déficit) no sistema ocorre a partir do décimo quinto mês de operação.

Apresenta-se também na Figura 6.9 o Custo Marginal da Operação (CMO), que é o custo por unidade de energia produzida para atender a um acréscimo unitário de carga no sistema (CCEE, 2017a). Este é um importante parâmetro para determinar o preço de energia praticado pelo setor elétrico. Do ponto de vista da otimização, o CMO representa o multiplicador de Lagrange das equações de atendimento à demanda de cada submercado. Em termos práticos, no caso de sistemas isolados, representa o custo de geração da termelétrica mais cara utilizada. Observe que o CMO gerado pelo método PDDE-MC-FCI-FPH apresentou maiores valores nos primeiros meses de estudo, comparado à PDDE-MC-FCI, devido à maior geração de energia termelétrica. Por fim, verifica-se que, quando ocorre corte de carga no sistema, o CMO é igual ao custo de déficit.

Em relação aos custos de operação mensal, pode ser visto na Figura 6.9(c) que o custo fornecido pela PDDE-MC-FCI na maioria dos meses é menor ou igual aos custos da PDDE-MC-FCI-FPH, com exceção do décimo quinto e décimo sexto meses.



Figura 6.9: Despacho energético do sistema





(b) Produtibilidade variável (PDDE-MC-FCI-FPH)



(c) Custo de operação Fonte: Elaborada pelo autor

A Figura 6.9 mostrou uma visão macro do despacho energético do sistema como um todo. A seguir são apresentados o comportamento individual de algumas usinas (termelétrica e hidrelétrica) do sistema.

A geração termelétrica mensal da usina de F. GASPARIAN pode ser vista na Figura 6.10. Dentre as 7 termelétricas do sistema, a F. GASPARIAN está na quinta posição de custo de geração (igual a R\$ 399,02/MWmes), ou seja, existem outras 4 termelétricas mais barata. Observe que a termelétrica foi acionada já no terceiro mês pelo método PDDE-MC-FCI-FPH e a partir do décimo mês pelo metódo PDDE-MC-FCI. Além disso, é possível perceber que nos meses 3, 6, 7 8 e 9 não foi utilizado toda a capacidade de geração pelo método PDDE-MC-FCI-FPH. Com isso, pode-se afirmar que o CMO nesses meses é igual a R\$ 399,02/MWmes, fato que pode ser confirmado pela análise da Figura 6.9(b).



Figura 6.10: Geração termelétrica da usina F.GASPARIAN

Fonte: Elaborada pelo autor

Finalmente, a Figura 6.11 apresenta o despacho da usina de FURNAS, apresentando os valores das variáveis de volume armazenado no fim de cada mês e as vazões turbinada e vertida ao ongo do mês em questão. Observe que o comportamento do volume armazenado é o mesmo em ambas metodologias, onde nos primeiros meses o reservatório foi esvaziado, recuperando o seu armazenamento a partir do sexto mês e voltando a ser esvaziado do nono mês em diante, chegando ao seu armazenamento mínimo no décimo quinto mês.

Por outro lado, o comportamento do turbinamento foi bem diferente entre as metodologias e, além disso, apresentou uma grande variação ao longo do período de estudo. Já o vertimento se comportou de forma semelhante em ambas metodologias, ocorrendo apenas nos meses 14, 15 e 19.



Figura 6.11: Despacho da hidrelétrica de FURNAS

(c) Produtibilidade Fonte: Elaborada pelo autor

Por último, mas não menos importante, analisa-se a produtibilidade em ambas metodologias. A metodologia PDDE-MC-FCI, conforme já mencionado, considerou a produtibilidade constante relativa à operação da usina com 65% de volume útil no reservatório, com valor de aproximadamente $0,77 MWmes/m^3/s$. Já a produtibilidade da PDDE-MC-FCI-FPH foi obtida pelo quociente entre a energia gerada pela usina e a vazão turbinada.

A Figura 6.11(c) mostra que a produtibilidade da PDDE-MC-FCI-FPH superou o valor da produtibilidade constante nos meses em que tanto o volume armazenado quanto a vazão turbinada tiveram valores elevados, comparados aos outros meses de operação.

6.4 ESTUDO DE CASO: SISTEMAS MULTI-ÁREAS COM INTER-CÂMBIO DE ENERGIA

Nesta seção são realizados testes em dois sistemas contendo as usinas apresentadas das Tabelas B.1 e B.2: o primeiro composto por duas áreas (Sudeste e Sul), e o segundo composto por três áreas (Sudeste, Sul e Nordeste). Utilizou-se nas simulações 50 cenários de demanda e 100 cenários de afluência com iguais probabilidades de ocorrência, ou seja, todos eles foram considerados equiprováveis. Adotaram-se para a convergência o *Critério I, Critério II e Critério III* combinados: algoritmo converge quando Z_{INF} está estável e dentro do intervalo de confiança de 95% ou quando o erro relativo entre Z_{INF} e Z_{SUP} é menor do que 1%.

6.4.1 REPRESENTAÇÃO ANALÍTICA DA FUNÇÃO DE CUSTO IME-DIATO

A avalização da performance das metodologias propostas em um sistema multi-áreas necessita de uma prévia representação da Função de Custo Imediato em cada estágio, a qual é dada por um conjunto de hiperplanos lineares e convexos. A qualidade dessa representação foi avaliada em vários testes computacionais, considerando no algoritmo diversos valores de discretização do espaço amostral em sistemas com duas e três áreas.

A equação (6.2) fornece ao Erro Relativo Percentual Médio (ERPM) entre a FCI real obtida pelos pontos gerados durante o algoritmo exposto na Seção 4.3, e a FCI aproximada, determinado pelos (hiper)planos gerados pelo próprio algoritmo. Dessa forma, quanto menor for o valor de ERPM, melhor é a qualidade da FCI.

$$ERPM = \frac{1}{ndisc} \sum_{i=1}^{ndisc} \frac{|CI_i^{real} - CI_i^{aprox}|}{max\{CI^{real}\}} \cdot 100$$
(6.2)

onde ndisc é o número de pontos discretizados dentro do espaço amostral de energia hidrelétrica, CI_i^{real} é o custo imediato associado ao valor da FCI real aplicada no ponto i, e CI_i^{aprox} é o custo imediato associado ao valor da FCI aproximada aplicada no ponto i.

Primeiramente, analisou-se a aproximação da FCI para um sistema com duas áreas. A Tabela 6.7 apresenta o *ERPM* obtido no processo de determinação da aproximação da FCI de um determinado mês do estudo para diferentes situações. Em Teste I são selecionados todos os planos, independente do valor dos coeficientes. No Teste II foi selecionado os planos da FCI que possuem coeficiente igual, em módulo, ao custo de alguma termelétrica do sistema ou do custo de déficit.

Case	Discretizações		ERPM (%)		Nº planos		Tempo(seg)	
Caso	e_1	e_2	Ι	II	Ι	II	Ι	II
1	7	5	9,9e-1	$51,\!39$	39	2	$1,\!52$	$1,\!42$
2	10	7	1,2e-1	5,8e-1	79	7	$2,\!60$	$2,\!62$
3	14	10	9,4e-2	3, 1e-1	112	14	$5,\!23$	$5,\!13$
4	18	13	$7,\!6e-2$	1,5e-1	139	21	8,33	8,04
5	21	15	7,2e-3	1, 1e-1	141	22	$10,\!99$	$10,\!90$
6	25	20	4,8e-4	1,6e-2	153	28	$17,\!30$	17,06
7	30	25	4,7e-4	9,4e-3	172	36	$39,\!24$	$28,\!17$

Tabela 6.7: Resultados do algoritmo da FCI para sistemas com duas áreas.

Fonte: Elaborada pelo autor

Note que o *ERPM* é inversamente proporcional à quantidade de pontos da grade de discretizações. Assim, como o espaço amostral é maior, o algoritmo tende a gerar uma maior número de planos viáveis, tornando assim a FCI melhor representada. Entretanto, deve-se atentar ao fato de que o tempo de processamento também aumenta. A seleção de planos proposta no teste II conseguiu reduzir consideravelmente o número de cortes da FCI, sem que isso fornecesse grande perda na qualidade da aproximação. Com essa redução de planos é possível diminuir o tempo na otimização do PPL nas metodologias PDDE-MC-FCI e PDDE-MC-FCI-FPH, tornando a etapa da política de operação ainda mais eficiente computacionalmente.

Além disso, outros testes foram realizados para avaliar a melhor discretização em sistemas com diferentes quantidades de termelétricas por área. Chegou-se à conclusão que a melhor relação custo-benefício entre ERPM e tempo de processamento ocorre quando utilizamos um número de discretizações por área cerca de duas vezes a quantidade de termelétricas daquela área.

Portanto, como no nosso exemplo tem-se 7 e 5 termelétricas nas áreas 1 e 2, respectivamente, optou-se pela discretização do caso 3. A Figura 6.12 foi apresentada para dar uma visão de que os hiperplanos determinados pelos algoritmos trazem uma ótima aproximação da FCI real.

Figura 6.12: Representação gráfica da FCI no caso de sistema com duas áreas



Fonte: Elaborada pelo autor

Em seguida, fez-se a mesma análise, agora para um sistema com três áreas. A Tabela 6.8 apresenta os resultados obtidos na aproximação da FCI em um determinado mês de estudo. Novamente, em Teste I são selecionados todos os planos, ao passo que no Teste II selecionaram-se os planos com coeficiente igual, em módulo, ao custo de alguma termelétrica do sistema ou do custo de déficit.

Case	Discretizações			ERPM (%)		Nº planos		Tempo(seg)	
Caso	e_1	e_2	e_3	Ι	II	Ι	II	Ι	II
1	7	5	4	1,3e-2	3,16	140	6	4,13	3,99
2	10	$\overline{7}$	6	1,5e-2	4, 4e-1	299	18	12,26	$12,\!28$
3	14	10	8	1,0e-2	3,7e-1	408	29	$31,\!31$	$31,\!14$
4	18	13	10	8, 1e-3	1,7e-1	519	42	68, 14	$64,\!90$
5	21	15	12	7,2e-4	1,2e-2	544	46	111,77	$106,\!47$

Tabela 6.8: Resultados do algoritmo da FCI para sistemas com três áreas.

Fonte: Elaborada pelo autor

Da mesma forma que no caso de duas áreas, o algoritmo da FCI forneceu menores valores de ERPM para um maior número de discretizações. Entretanto, o caso 2 já forneceu uma boa aproximação e, por esta razão, será usado nos estudos posteriores.

6.4.2 POLÍTICA E SIMULAÇÃO DA OPERAÇÃO

Duas áreas: Sudeste e Sul

A política de operação foi realizada considerando 50 cenários de demanda equiprováveis,os quais foram gerados pela equação (6.1) com o valor de tx = 0,0001. No algoritmo de determinação das FCI's, o espaço amostral da energia hidrelétrica de cada área foi discretizado em 21 e 15 valores, respectivamente, igualmente distribuídos, totalizando 140 pontos a serem investigados.

A Tabela 6.9 apresenta os dados obtidos na etapa de determinação da política de operação para o caso de um sistema com duas áreas com intercâmbio de energia. Observe como o número de variáveis do sistema reduziu bastante com a representação analítica das FCI's, apesar do número de restrições ser maior. A oscilação da quantidade de restrições nas duas últimas metodologias referem-se à variação da quantidade de cortes da FCI em cada estágio do problema. A diminuição do número de variáveis impactou diretamente na redução em torno de metade do tempo total de convergência.

	Α	В	\mathbf{C}					
Quantidade de varíaveis	940	43	56					
Quantidade de restrições [*]	115	82-92	355 - 362					
Iterações	10	9	9					
Tempo	$41 \min 57 seg$	$18 \min 40 seg$	$20 \min 32 seg$					
Legenda: A - PDDE-MC	B - PDDE-M	C-FCI C -	PDDE-MC-FCI-FPH					
\ast Restrições da FCF e dos limites operativos das variáveis foram desconsiderados								
Fonte: Elaborada pelo autor								

Tabela 6.9: Resultados para um sistema com duas áreas.

A Figura 6.13 apresenta so custos gerados nos diversos cenários de afluência para cada metodologia, considerando o cenário de demanda mais otimista, ou seja, escolhendose o quinquagésimo cenário entre os 50 utilizados. A diferença média percentual dos custos gerados pelas metodologias PDDE-MC e PDDE-MC-FCI foi de 1,2%. Esse baixo valor sinaliza para uma boa representação das FCI's, reduzindo consideravelmente as dimensões do problema e colaborando para uma redução do esforço e tempo computacional. Uma importante fato a ser observado refere-se à redução da diferença entre os custo gerados pela PDDE-MC-FCI e PDDE-MC-FCI-FPH em cenários de afluência mais otimistas (cenários 90 a 100), indicando que a FPH fornece maiores valores de energia nesta situação. Adicionalmente, os algoritmos executados *offline*, ou seja, aqueles anteriores à política de operação, demandaram baixo tempo de processamento: tempo de geração das FPH's de 20 segundos; tempo para determinação das FCI's de 174 segundos; e tempo para determinação das FCI's considerando as FPH's de 170 segundos.



Figura 6.13: Custo por cenário de afluência (sistemas com 2 áreas)

A Figura 6.14 mostra o CMO nos dois submercados, Sudeste e Sul, para cada metodologia, considerando os cenários de demanda e afluência mais otimistas. As metodologias com produtibilidade constante apresentaram CMO com comportamento bem similares, ao passo que a metodologia com produtibilidade variável apresentou maiores valores de CMO na maior parte do horizonte de estudo. Pode-se afirmar ainda que o sistema gerou déficit no submercado Sul no vigésimo terceiro mês de estudo, uma vez que o valor do CMO é igual ao custo de déficit.



Figura 6.14: CMO do sistema com duas áreas



O despacho energético do sistema com duas áreas, no cenário de demanda e afluência mais otimista, obtido na etapa de simulação da operação a partir da metodologia PDDE-MC-FCI-FPH, é apresentada na Figura 6.15. Observe que a carga dos dois submercados são plenamente atendidos graças ao intercâmbio de energia entre eles. Dessa forma, nota-se que o Sudeste contribui com a maior parte da geração energética do sistema com um todo, sendo inclusive responsável por suprir parte da demanda do Sul em quase todos os meses do planejamento, com excessão do segundo, quarto, décimo segundo e décimo terceiro meses. No entanto, mesmo com essa contribuição o submercado Sul ainda gerou déficit no vigésimo terceiro mês. O déficit de energia influencia diretamente no valor do CMO, uma vez que o prejuízo à sociedade gerado pelo corte de carga é grande e por isso o CMO tem alto valor nesta situação.







Fonte: Elaborada pelo autor

Três áreas: Sudeste, Sul e Nordeste

A política de operação foi realizada considerando 50 cenários de demanda equiprováveis, os quais foram gerados pela equação (6.1) com o valor de tx = 0,0001. No algoritmo de determinação das FCI's, o espaço amostral da energia hidrelétrica de cada área foi discretizado em 10, 7 e 6 valores, respectivamente, igualmente distribuídos, totalizando 420 pontos a serem investigados.
A Tabela 6.10 apresenta os dados obtidos para o caso de um sistema com três áreas com intercâmbio de energia. Observe como as dimensões do sistema reduziram bastante com a representação analítica das FCI's. O valor esperado do custo de operação foi aproximadamente igual nas duas primeiras metodologias, indicando a boa representação das FCI's. Por outro lado, a terceira metodologia apresentou um valor esperado de custo de operação maior, tendo como principal motivo a menor geração de energia pelas hidrelétricas impactados pela inserção das FPH's. A oscilação da quantidade de restrições nas duas últimas metodologias referem-se à variação da quantidade de cortes da FCI em cada estágio do problema.

	Α	В	С		
Quantidade de varíaveis	1446	50	65		
Quantidade de restrições [*]	168	42-56	100-115		
Iterações	9	7	7		
Tempo	45 min 42 seg	$20 \min 12 seg$	$23\min 12seg$		
Legenda: A - PDDE-MC B - PDDE-MC-FCI C - PDDE-MC-FCI-FPH					
\ast Restrições da FCF e dos limites operativos das variáveis foram desconsiderados					
Fonte: Elaborada pelo autor					

Tabela 6.10: Resultados para um sistema com 3 áreas

A Figura 6.16 mostra os custos gerados pelas metodologias em cada cenário de afluência, considerando o cenário de demanda mais otimista.



Figura 6.16: Custo por cenário de afluência (sistemas com 3 áreas)

A diferença média percentual dos custos gerados pelas metodologias PDDE-MC e PDDE-MC-FCI foi de 1,76%, indicando uma boa representação das FCI's e reduzindo consideravelmente as dimensões do problema, colaborando assim para uma redução do esforço e tempo computacional. Observa-se que a PDDE-MC-FCI-FPH apresentou menores custos em cenários de afluência mais otimistas (cenários 90 a 100), indicando que a representação da FPH com produtibilidade variável fornece maiores valores de energia nesta situação, em comparação com a FPH com produtibilidade constante. Adicionalmente, os algoritmos executados *offline*, ou seja, aqueles anteriores à política de operação, demandaram baixo tempo de processamento: tempo de geração das FPH's de 4,04 segundos; tempo para determinação das FCI's de 727,74 segundos; e tempo para determinação das FPH's de 709,40 segundos.

Apresenta-se na Figura 6.17 o CMO do sistema na condição de demanda e afluência mais otimista. Percebe-se que o comportamento da curva do CMO nas três áreas do sistema forma bem similares para as três metodologias. Entretanto, percebe-se que a PDDE-MC-FCI-FPH apresentou CMO menor em alguns meses do horizonte de estudo.



Figura 6.17: CMO do sistema com três áreas

O despacho energético do sistema com três áreas, no cenário de demanda e afluência mais otimista, obtido na etapa de simulação da operação a partir da metodologia PDDE-MC-FCI-FPH, é apresentada na Figura 6.18.



Figura 6.18: Despacho energético do sistema com três áreas







Fonte: Elaborada pelo autor

Verifica-se que a maior parte da energia gerada no Nordeste é proveniente das termelétricas. Além disso, é gerado no Nordeste uma quantidade maior de energia do

que é necessário ao seu suprimento, uma vez que este submercado contém as termelétricas mais baratas. Logo, a energia em excesso é transmitida para o Sudeste que, por sua vez, é redirecionada ao Sul, o qual depende do intercâmbio de energia em quase todos os meses do horizonte de estudo. O Sudeste, por outro lado, é auto-suficiente em quase todos os meses, com exceção nos três primeiros meses e no décimo quarto e décimo quinto meses. No caso analisado não houve corte de carga (déficit) no sistema.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido nesta dissertação apresentou uma forma de representação dos diversos cenários de demanda no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a médio prazo considerando as usinas individualizadas. Os resultados obtidos na formulação proposta PDDE-MC trouxe benefícios em relação à metodologia atual PDDE-UC, principalmente em situações onde a demanda prevista na etapa de determinação da política da operação difere da demanda real usada para a determinação do despacho ótimo das usinas do sistema na etapa de simulação da operação. Assim, a metodologia proposta forneceu menor valor esperado para o custo de operação durante o horizonte de estudo considerado.

Uma alternativa à metodologia proposta PDDE-MC foi também apresentada, denominada PDDE-MC-FCI, mostrando-se eficiente em condições de inserção de múltiplos cenários de demanda. A representação prévia da FCI por uma função linear por partes foi obtida mediante dois algoritmos, um aplicado em sistemas isolados e o outra para sistemas multi-áreas com intercâmbio de energia. Esses algoritmos apresentaram FCI's com boas aproximações da FCI real, além de serem eficientes do ponto de vista computacional. Dessa forma, a PDDE-MC-FCI conseguiu reduzir consideravelmente as dimensões do problema sem comprometer a confiabilidade dos resultados fornecidos pela PDDE-MC.

A terceira metodologia proposta, denominada PDDE-MC-FCI-FPH, apresentou um pouco mais de detalhamento na geração das usinas hidrelétricas, o qual foi representada por funções convexas multivariadas lineares por partes. A eficiência computacional não foi afetada com essa consideração. Pelo contrário, isso trouxe uma representatividade maior do sistema, permitindo assim uma maior confiabilidade dos resultados fornecidos.

Durante a realização dos teste percebeu-se que o tempo computacional do algoritmo para obtenção da FCI em sistemas multi-áreas é altamente dependente do número de termelétricas em cada área. Assim, em sistema de grande porte com múltiplas áreas esse algoritmo pode se tornar inviável, até porque ele deve ser utilizado em cada estágio do problema. Nesses casos é preferível que se utilize a metodologia sem representação das FCI's, que é o caso da PDDE-MC.

7.2 PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

O estudo de atendimento horário vêm se tornando cada vez mais essencial nos dias atuais. Modelos computacionais em base mensal não vêm se mostrando mais suficientes para a correta simulação dos estudos de planejamento e operação, principalmente devido à forte penetração das fontes não controláveis, como solar e eólica.

Para a adequada avaliação deste novo perfil operativo, é desejável a migração para ferramentas computacionais com discretização temporal horária ou mesmo subhorária. Além disso, existe a necessidade de uma melhor compreensão das incertezas associadas às fontes não controláveis quanto à sua produção de energia. Para isso, esforços na descrição estatística dos regimes de ventos tornam-se imprescindíveis, bem como maiores aprimoramentos nas ferramentas de previsão, os quais proporcionarão maior confiabilidade para explorar as vantagens de todas as fontes pertencentes à matriz elétrica brasileira, permitindo, assim, o planejamento adequado do sistema.

Portanto, na busca por avanços metodológicos, a necessidade de um modelo computacional de apoio às atividades de planejamento que permita, em conjunto com módulo de otimização de investimento, um modelo de otimização da operação do sistema elétrico nacional, em base preferencialmente horária, com representação de incerteza na produção dos recursos não despacháveis, dos recursos hidroelétricos, de restrições de operação térmicas de curto prazo — como *unit commitment* — e falha dos geradores. Além disso, é importante a representação de incerteza no crescimento da demanda nos estudos de planejamento. Com isso, o planejamento se beneficia de ferramentas que possibilitem avaliar de forma mais adequada os impactos da inserção crescente destas novas tecnologias de geração renovável na matriz brasileira.

Assim, para desenvolvimentos futuros, sugere-se a inserção das gerações eólicas nos modelos de planejamento, bem como de um modelo para geração de séries de vento. Isso implicaria na necessidade do estudo de atendimento horário, ou até mesmo sub-horário, da demanda de cada submercado.

Sabendo que o presente trabalho trouxe um estudo preliminar da representação das

incertezas da demanda, os tópicos a seguir propõem melhorias das metodologias aqui empregadas:

- criação de modelos para previsão e geração de cenários de demanda;
- buscar técnicas de discretização inteligente nos algoritmos da FPH e da FCI para sistemas multi-áreas em busca da melhoria da eficiência computacional;
- adaptar os métodos apresentados para Sistemas Equivalentes de Energia (SEE);
- representar o sistema com maior detalhamento , apresentando outras variáveis e restrições, tais como a condição de vazão mínima obrigatória, restrição do nó fictício, tempo de deslocamento da água, entre outros;
- considerar o processamento paralelo, principalmente na PDDE, e a implementação em outra linguagem (C++, Java, Python, entre outros) para melhoria da eficiência computacional;

REFERÊNCIAS

ANEEL. *Matriz de Energia Elétrica*. Novembro 2017. Disponível em: http://www2. aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/OperacaoCapacidadeBrasil.cfm. Acessado em 30 de Novembro de 2017.

ANGELOPOULOS, D.; PSARRAS, J.; SISKOS, Y. Long-term electricity demand forecasting via ordinal regression analysis: The case of greece. *PowerTech*, 2017 IEEE Manchester, IEEE, p. 1–6, 2017.

BARBER, C. B.; DOBKIN, D. P.; HUHDANPAA, H. The quickhull algorithm for convex hulls. *Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, ACM, v. 22, n. 4, p. 469–483, 1996.

BAYÓN, L.; GRAU, J. M.; SUáREZ, P. A new formulation of the equivalent thermal in optimization of hydrothermal systems. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 8, p. 181 – 196, 2002.

BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. *Convex Optimization*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004.

BRANDI, R. B. da S. *Processo Iterativo de Construção da Função de Custo Futuro na Metodologia PDE-ConvexHull.* Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2011.

BRANDI, R. B. da S. Métodos de Análise da Função de Custo Futuro em Problemas Convexos: Aplicação nas Metodologias de Programação Dinâmica Estocástica e Duas Estocástica. Tese de Doutorado — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2016.

BUDESCA, A. C. et al. Dynamic programming of flights based on stochastic demands. *Winter Simulation Conference*, p. 3188–3189, 2015.

CASTRO, C. M. B. de. *Planejamento Energético da Operação de Médio Prazo Conjugando as Técnicas de PDDE, PAR(p) e BOOTSTRAP.* Tese de Doutorado — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2012.

CCEE. Custo Marginal da Operação. Julho 2017. Disponível em: http://www.ons. org.br/pt/paginas/conhecimento/acervo-digital/documentos-e-publicacoes. Acessado em 23 de Junho de 2017.

CCEE. *Deck do NEWAVE*. Julho 2017. Disponível em: https://www.ccee.org.br. Acessado em 23 de Junho de 2017.

CEPEL. GEVAZP - Geração de Séries Sintéticas de Energias e Vazões Periódicas. Outubro 2017. Disponível em: http://www.cepel.br/produtos/ gevazp-geracao-de-series-sinteticas-de-energias-e-vazoes-periodicas. htm. Acessado em 31 de Outubro de 2017. CICOGNA, M. A. Modelo de Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos a Usinas Individualizadas Orientado por Objetos. Dissertação de Mestrado — Universidade Estadual de Campinas, 1999.

CITROEN, N.; OUASSAID, M.; MAAROUFI, M. Long term electricity demand forecasting using autoregressive integrated moving average model: Case study of morocco. *International Conference on Electrical and Information Technologies (ICEIT)*, IEEE, p. 59–64, 2015.

CÉSAR, T. C. Expansão da Geração via Leilões Considerando o Custo Marginal de Operação Obtido Levando em Conta Aversão a Risco. Dissertação de Mestrado — PUC-Rio, 2015.

CYRILLO, Y. M. Comparação das abordagens PDE e PDDE - uma visualização da Função de Custo Futuro. Trabalho de Conclusão de Curso — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015.

DEUS, F. D. L. Geração de cenários de energia natural afluente através da adoção da metodologia do Hipercubo Latino. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal do Rio De Janeiro, 2010.

DIAS, B. H. Programação Dinâmica Estocástica e Algoritmo de Fechos Convexos no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos. Tese de Doutorado — PUC-Rio, 2010.

DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects. *IEEE transactions on power systems*, IEEE, v. 23, n. 3, p. 1298–1308, 2008.

DINIZ, A. L.; SABOIA, A. L.; ANDRADE, R. M. An exact multi-plant hydro power production function for mid/long term hydrothermal coordination. IEEE, p. 1–7, 2016.

ENCINA, A. S. A. Um Modelo de Otimização do Despacho de Máquinas em Usinas Hidrelétricas. Dissertação de Mestrado — Universidade Estadual de Campinas, 1999.

ENNES, M. I.; DINIZ, A. L. An efficient equivalent thermal cost function model for nonlinear mid-term hydrothermal generation planning. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, v. 63, p. 705 – 712, 2014. ISSN 0142-0615. Disponível em: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061514003731>.

ESTEVES, G. R. T. et al. Long term electricity forecast: a systematic review. *Procedia Computer Science*, Elsevier, v. 55, p. 549–558, 2015.

FARIAS, W. C. M. de. Aplicação de um Modelo Autorregressivo Multivariado para Geração de Cenários de Afluências Incorporando Informações Climáticas. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2012.

FHOULA, B.; HAJJI, A.; REKIK, M. Stochastic dual dynamic programming for transportation planning under demand uncertainty. *International Conference on Advanced Logistics and Transport (ICALT)*, IEEE, p. 550–555, 2013.

FILHO, D. da S. Dimensionamento de Usinas Hidroelétricas através de Técnicas de Otimização Evolutiva. Tese de Doutorado — Universidade de São Paulo, 2003.

FINARDI, E. C. *PLanejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Computação de Alto Desempenho*. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Santa Catarina, 1999.

FINARDI, E. C. Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas
Hidrotérmicos utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Sequencial.
Tese de Doutorado — Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. da. Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming. *IEEE transactions on Power Systems*, IEEE, v. 21, n. 2, p. 835–844, 2006.

FORTUNATO, L. A. M. Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica. : Rio de Janeiro: Eletrobrás, 1990.

GONÇALVES, R. E. C. Análise comparativa entre diferentes métodos de otimização estocástica na solução do problema do planejamento da operação de curto prazo. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

JIANG, H. Dynamic airline scheduling and robust airline schedule de-peaking. Doctoral Thesis — Massachusetts Institute of Technology, 2006.

JINLIAN, L.; YUFEN, Z.; JIAXUAN, L. Long and medium term power load forecasting based on a combination model of gmdh, pso and lssvm. 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC), p. 964–969, May 2017.

LOPES, J. E. G. Modelo de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Produção de Energia Elétrica. Tese de Doutorado — Universidade de São Paulo, 2007.

MADERA, R. D. Q. Modelagem da Função de Produção de uma Usina Hidrelétrica com Base nas Características Individuais das Unidades Geradoras. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Santa Catarina, 2013.

MARCATO, A. L. M. Representação Híbrida De Sistemas Equivalentes E Individualizados Para O Planejamento Da Operação De Médio Prazo De Sistemas De Potência De Grande Porte. Tese de Doutorado — PUC-Rio, 2002.

MATOS, V. L. de. Análise Comparativa entre as Modelagens de Reservatório Equivalente de Energia Agregado por Subsistema e por Cascata no Problema do Planejamento Anual da Operação Energética. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.

METELLO, C. N. Analytical representation of immediate cost function in SDDP. Dissertação de Mestrado — PUC-Rio, 2016.

MME/EPE. Plano Decenal de Expansão de Energia Elétrica 2026. 2017.

MULLER, G. de M. Despacho de Máquinas e Geração de Usina Hidrelétrica utilizando Algoritmos Genéticos. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010.

MUSTAPHA, M. et al. Classification of electricity load forecasting based on the factors influencing the load consumption and methods used: An-overview. *IEEE Conference on Energy Conversion (CENCON)*, p. 442–447, Oct 2015.

NARAYAN, A.; HIPEL, K. W. Long short term memory networks for short-term electric load forecasting. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, p. 2573–2578, Oct 2017.

OLIVEIRA, E. J. de et al. Influência da variação da produtividade das usinas hidroelétricas no cálculo da energia firme. *Sociedade Brasileira de Automática, Controle & Automação*, SciELO Brasil, v. 20, n. 2, p. 247–255, 2009.

OLIVEIRA, F. L. C. Nova abordagem para geração de cenários de afluências no planejamento da operação energética de médio prazo. Dissertação de Mestrado — PUC-Rio, 2010.

ONS. Diagrama Esquemático das Usinas do SIN. Maio 2017. Disponível em: http://www.ons.org.br/pt/paginas/sobre-o-sin/mapas. Acessado em 05 de Julho de 2017.

PENNA, D. D. J. Definição da árvore de cenários de afluências para o planejamento da operação energética de médio prazo. Tese de Doutorado — PUC-Rio, 2009.

PEREIRA, A. F. S. *Planejamento da operação energética e da manutenção no sistema hidrotérmico de potência brasileiro*. Dissertação de Mestrado — Universidade Estadual de Campinas, 2006.

PEREIRA, M.; CAMPODÓNICO, N.; KELMAN, R. Application of stochastic dual DP and extensions to hydrothermal scheduling. 1999. v. 12, 99 p.

RAMOS, T. P. Modelagem Híbrida para o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Considerando as Não Linearidades das Usinas Hidráulicas. Tese de Doutorado — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015.

SILVA, E. L. da. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. : Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 2001.

SOUZA, R. C. et al. *Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos no Brasil:* Geração de Cenários e Otimização. : Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2014.

TAKIGAWA, F. Y. K. Análise Comparativa de Diferentes Estratégias de Decomposição do Problema da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Base na Relaxação Lagrangeana. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

TERRY, L. A. et al. Coordinating the energy generation of the brazilian national hydrothermal electrical generating system. *Interfaces*, v. 16, p. 16–38, 1986.

THOMÉ, F. S. Representação de não-convexidade no planejamento da operação hidrotérmica utilizando PDDE. Tese de Doutorado — COPPE-UFRJ, 2013.

VASILIADIS, H. V.; KARAMOUZ, M. Demand-driven operation of reservoirs using uncertainty-based optimal operating policies. *Journal of water resources planning and management*, American Society of Civil Engineers, v. 120, n. 1, p. 101–114, 1994.

VIACAVA, N. M. C. Representação analítica de falhas dos equipamentos e variação da demanda no despacho hidrotérmico multi-estágio. Tese de Doutorado — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

WARRIOR, K. P.; SHRENIK, M.; SONI, N. Short-term electrical load forecasting using predictive machine learning models. *IEEE Annual India Conference (INDICON)*, p. 1–6, Dec 2016.

XAVIER, L. N. et al. Aprimoramento da modelagem da função de produção energética das usinas hidroelétricas no modelo decomp: metodologia e resultados. XVIII SNPTEEE, 2005.

APÊNDICE A - PLATAFORMA DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

No presente estudo foi desenvolvido uma plataforma de simulação para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a médio prazo considerando as usinas individualizadas, implementada usando a técnica de Programação Orientada ao Objeto (POO) em ambiente Matlab, software matemático com base matricial desenvolvida pela *Mathworks*, versão R2016a. A otimização dos problemas lineares foi realizada por uma *toolbox* inclusa no software denominada *linprog*.





Fonte: Elaborada pelo autor

A plataforma desenvolvida neste trabalho compreende 7 módulos descritos detalhadamente a seguir: Módulo 1: Os dados dos sistemas e usinas estão contidos nos arquivos de entrada da plataforma, que são os mesmos utilizados pelo NEWAVE e são fornecidos pelo ONS. Cada arquivo (ou conjunto de arquivos) do *deck* é(são) lido(s) e os dados são alocados em sua(s) respectiva(s) classe(s), conforme são exibidos abaixo.

HIDR.DAT, VAZOES.DAT \rightarrow classe hidr (Contém dados das usinas hidrelétricas: volume inicial, volume armazenado mínimo e máximo, turbinamento máximo, vazões naturais, ...)

SISTEMA. DAT \rightarrow classes mercado, deficit, intercambio (Contém dados do sistema: custo de déficit, valores máximos do intercâmbio de energia entre as regiões, demanda nos submercados, ...)

CONFHD. DAT \rightarrow classe confhd (Contém dados das usinas hidrelétricas usadas no estudo do planejamento)

 $CONFT.DAT \rightarrow classe conft (Contém dados das usinas termelétricas usadas no estudo do planejamento)$

- Módulo 2: O operador determina os parâmetros usados no estudo, tais como: tempo de planejamento (em meses), número de aberturas na árvore de cenários de afluência, número de cenários de aflûencia e de demanda, entre outros.
- Módulo 3: Os cenários de afluência são determinados por sorteio dos valores de vazão do histórico e os cenários de demanda são obtidos com o auxílio da capacidade hidrelétrica de cada região e de outros parâmetros de ajuste.
- Módulo 4: Obtenção das FPH's de cada hidrelétrica do sistema a partir dos dados das usinas e de alguns parâmetros de ajuste. Esse módulo fornece os coeficientes de acordo com o tipo da usina.
- Módulo 5: Determinação das FCI's em cada estágio do planejamento.
- Módulo 6: Geração das FCF's em cada estágio do planejamento (política da operação). Essas funções estão bem ajustadas para fornecer o menor custo de operação possível durante todo o período de estudo.
- Módulo 7: A simulação da operação (simulação final) consiste da determinação do modo como o sistema deve operar durante todo o horizonte de planejamento, ou seja, fornece o despacho energético de cada usina do sistema, além do intercâmbio de energia e o valor do custo total de operação. A simulação da operação utiliza as FCF's obtidas no módulo anterior para realizar esta etapa.

Observe que a FCI a ser aplicada na PDDE-MC-FCI-FPH é diferente da FCI usada na PDDE-MC-FCI, uma vez que as energias hidrelétricas máximas em cada região usadas no algoritmos da FCI divergem, já que na primeira metodologia ela é dada pela FPH e na segunda pelo produto entre produtibilidade específica da usina e seu volume turbinado.

A plataforma é bem intuitiva de ser usada. Por exemplo, para obter o nome da primeira hidrelétrica em estudo, a potência instalada da segunda termelétrica e a demanda líquida do sistema 4 (Norte) no vigésimo mês (mês 8 do ano 2) basta fazer:

```
sist_exemplo = sistema; % sist_exemplo assume as caracteristicas
% da classe sistema
sist_exemplo.confhd(1).nome; % nome da primeira hidreletrica do arquivo
% CONFHD.DAT
sist_exemplo.conft(2).potbruta; % potencia instalada da segunda termeletrica
% do arquivo CONFT.DAT
sist_exemplo.mercado(4).mercado_liq(2,8); % demanda liquida do Norte no vigesimo mes
```

ANEXO A – USINAS HIDRELÉTRICAS DO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL

Nº	Nome	Submercado	$\mathbf{N}^{\mathbf{o}}$	Nome	Submercado
1	FURNAS	1	2	M. DE MORAES	1
3	CACONDE	1	4	MARIMBONDO	1
5	BATALHA	1	6	SERRA FACAO	1
7	NOVA PONTE	1	8	CORUMBA IV	1
9	CORUMBA I	1	10	ITUMBIARA	1
11	BARRA BONITA	1	12	PROMISSAO	1
13	I. SOLT. EQV	1	14	A.A. LAYDNER	1
15	CHAVANTES	1	16	MAUA	2
17	CAPIVARA	1	18	STA CLARA PR	2
19	G.B. MUNHOZ	2	20	SEGREDO	2
21	SLT.SANTIAGO	2	22	BARRA GRANDE	2
23	MACHADINHO	2	24	QUEBRA QUEIX	2
25	FUNIL	1	26	P. ESTRELA	1
27	IRAPE	1	28	RETIRO BAIXO	1
29	TRES MARIAS	1	30	SOBRADINHO	3
31	ITAPARICA	3	32	P. CAVALO	3
33	B. ESPERANCA	1	34	CORUMBA III	4
35	SINOP	1	36	SERRA MESA	1
37	PEIXE ANGIC	1	38	CURUA-UNA	4
39	TUCURUI	4	40	BALBINA	4
41	MANSO	1	42	SAMUEL	1
43	ESPORA	1	44	FICT.SERRA M	4
45	FICT.TRES MA	3	46	FICT.IRAPE	3
Lege	enda: 1-Sudeste 2-S	Sul 3-Nordeste	4-]	Norte	

Tabela A.1: Usinas do tipo I no Brasil

continua na próxima página

					s)
$\mathbf{N}^{\mathbf{o}}$	Nome	Submercado	$\mathbf{N}^{\mathbf{o}}$	Nome	Submercado
47	FICT.PEIXE A	4	48	FICT.RETIRO	3
49	CACU	1	50	FICT.MAUA	1
Lege	enda: 1-Sudeste	2-Sul 3-Nordeste	4-2	Norte	

Tabela A.1 – Usinas do tipo I no Brasil (continuação)

Tabela A.2: Usinas do tipo II no Brasil

Nº	Nome	Submercado	Nº	Nome	Submercado
1	CAMARGOS	1	2	A. VERMELHA	1
3	EMBORCACAO	1	4	MIRANDA	1
5	CAPIM BRANC1	1	6	SAO SIMAO	1
7	CAMPOS NOVOS	2	8	PASSO FUNDO	2
9	PASSO REAL	2	10	G.P. SOUZA	2
11	JAGUARI	1	12	PARAIBUNA	1
13	SANTA BRANCA	1	14	SOBRADINHO	3
15	FICT.QUEIMAD	3			
Legenda: 1-Sudeste 2-Sul		Sul 3-Nordeste	4-N	Norte	

Tabela A.3: Usinas do tipo III no Brasil

$\mathbf{N}^{\mathbf{o}}$	Nome	Submercado	$\mathbf{N}^{\mathbf{o}}$	Nome	Submercado
1	FUNIL-GRANDE	1	2	ESTREITO	1
3	IGARAPAVA	1	4	P. COLOMBIA	1
5	E. DA CUNHA	1	6	A.S.OLIVEIRA	1
7	CAPIM BRANC2	1	8	CACH.DOURADA	1
9	A.S. LIMA	1	10	IBITINGA	1
11	NAVANHANDAVA	1	12	JUPIA	1
13	PIRAJU	1	14	L.N. GARCEZ	1
15	CANOAS II	1	16	CANOAS I	1
Lege	enda: 1-Sudeste 2-S	ul 3-Nordeste	4-N	orte	

continua na próxima página

Nº	Nome	Submercado	Nº	Nome	Submercado
17	STA BRANCA T	2	18	TAQUARUCU	1
19	ROSANA	1	20	ITAIPU	1
21	FUNDAO	2	22	SALTO OSORIO	2
23	SALTO CAXIAS	2	24	GARIBALDI	2
25	ITA	2	26	MONJOLINHO	2
27	SAO JOSE	2	28	PASSO S JOAO	2
29	JACUI	2	30	ITAUBA	2
31	D. FRANCISCA	2	32	PICADA	1
33	SIMPLICIO	1	34	P. PASSOS	1
35	CANDONGA	1	36	BAGUARI	1
37	MASCARENHAS	1	38	ITAPEBI	3
39	XINGO	1	40	SA CARVALHO	3
41	JAURU	1	42	GUAPORE	1
43	CACH.CALDEIR	1	44	SALTO PILAO	2
45	COLIDER	1	46	TELES PIRES	1
47	SAO MANOEL	1	48	SLT VERDINHO	1
49	SAO SALVADOR	1	50	LAJEADO	1
51	SALTO	1	52	ESTREITO TOC	1
53	JIRAU	1	54	STO ANT JARI	1
55	STO ANTONIO	4	56	BELO MONTE	1
57	FICT.LAJEADO	4	58	ITIQUIRA II	1
59	FICT.SAO SAL	4	60	DARDANELOS	4
61	B. COQUEIROS	1	62	PIMENTAL	4
63	FOZ R. CLARO	1	64	FICT.STA BRA	1
Lege	enda: 1-Sudeste 2-S	ul 3-Nordeste	4-N	orte	

Tabela A.3 – Usinas do tipo III no Brasil (continuação)

Tabela A.4: Usinas do tipo IV no Brasil

Nº	Nome	Sı	ıbmercado	Nº	Nome	Submercado
1	ITUTINGA		1	2	JAGUARA	1
Lege	enda: 1-Sudeste	2-Sul	3-Nordeste	4-N	lorte	
					cont	inua na próxima página

Nº	Nome	Submercado	Nº	Nome	Submercado
3	VOLTA GRANDE	1	4	P. PRIMAVERA	1
5	BAIXO IGUACU	2	6	CASTRO ALVES	2
7	MONTE CLARO	2	8	14 DE JULHO	2
9	FOZ CHAPECO	2	10	HENRY BORDEN	1
11	SOBRAGI	1	12	ILHA POMBOS	1
13	NILO PECANHA	1	14	FONTES	1
15	SALTO GRANDE	1	16	AIMORES	1
17	COMP PAF-MOX	3	18	GUILMAN-AMOR	1
19	ROSAL	1	20	OURINHOS	1
21	CANA BRAVA	1	22	RONDON II	4
23	COARACY NUNE	1	24	PONTE PEDRA	1
25	STA CLARA MG	4	26	FERREIRA GOM	4
27	FICT.CANA BR	1	28	ITIQUIRA I	1
Lege	enda: 1-Sudeste 2-S	ul 3-Nordeste	4-N	lorte	

Tabela A.4 – Usinas do tipo I no Brasil (continuação)

ANEXO B – DADOS DAS HIDRELÉTRICAS E TERMELÉTRICAS DO SISTEMA TUTORIAL

Hidrelétricas	v^{min}		q^{max}	s^{max}	v_1	ρ
	(hm°)	(hm°)	(m^3/s)	(m^3/s)	(hm°)	$\left(\frac{m m m c s}{m^3/s}\right)$
FURNAS (1)	5733	22950	1692	5076	12864	0,7811
CACONDE (1)	51	555	94	282	$436,\!81$	0,8316
MARIMBONDO (1)	890	6150	2944	8832	$4795,\!55$	0,5020
CAMARGOS (1)	120	792	220	660	$659,\!95$	$0,\!1995$
A. VERMELHA (1)	5856	11025	2958	8874	9201,9	$0,\!4763$
E. DA CUNHA (1)	14	14	148	444	14	0,7630
JAGUARA (1)	450	450	1076	3228	450	$0,\!4097$
MACHADINHO (2)	2283	3340	1311	3933	3253,7	0,9282
PASSO FUNDO (2)	185	1589	102	306	$1587,\!5$	2,3108
CAMPOS NOVOS (2)	1320	1477	558	1674	1434,2	$1,\!6566$
MONJOLINHO (2)	$150,\!48$	$150,\!48$	134	402	$150,\!48$	0,5708
ITA (2)	5100	5100	1590	4770	5100	0,9364
FOZ CHAPECO (2)	1427,5	1501,8	1888	5664	$1427,\!5$	$0,\!4711$
P. CAVALO (3)	2192	3072	180	540	2719,1	0,9399
ITAPEBI (3)	1634	1634	660	1980	1634	0,7328
Legenda: 1 - Sudeste 2 - Sul 3 - Nordeste						

Tabela B.1: Dados das hidrelétricas

Termelétricas	Sistema	Custo (R\$/MWmes)	Capacidade (MWmes)
BAIXADA FLU	1	88.08	530
CUIABA G CC	1	511,77	529
F.GASPARIAN	1	399,02	572
NORTEFLU-1	1	$50,\!93$	400
ST.CRUZ NOVA	1	127,40	500
TERMOMACAE	1	$504,\!65$	929
TERMORIO_L1	1	216,31	770
ARAUCARIA	2	710,65	485
CANDIOTA 3	2	$77,\!96$	350
CANOAS	2	698,14	249
J.LACERDA C	2	178,91	363
URUGUAIANA	2	486,20	640
CAMACARI D/G	3	943,88	347
FORTALEZA	3	139,88	327
P. PECEM I	3	139,13	720
TERMOPE	3	107,04	533
Legenda: 1 - Sudest	e 2 - S	ul 3 - Nordest	Je

Tabela B.2: Dados das termelétricas