

# Análise de Sensibilidade da Margem de Carregamento em Sistemas Elétricos de Potência: Um Estudo Comparativo

Marcelo Cantarino

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Aprovada por:

---

Prof. Vander Menengoy da Costa, D. SC.  
(Orientador)

---

Carlos Alberto de Castro Junior, Ph. D.

---

André Luís Marques Marcato, D. SC.

---

Paulo Augusto Nepomuceno Garcia, D. SC.

Juiz de Fora, MG – Brasil

JULHO DE 2007

CANTARINO, MARCELO

Análise de Sensibilidade da Margem de Carregamento em Sistemas Elétricos de Potência: Um Estudo Comparativo [Juiz de Fora]  
2007-07-09

XIV, 116 p. 29,7cm (UFJF, M. Sc., Engenharia Elétrica, 2007)

Tese – Universidade Federal de Juiz de Fora

1. Sistemas Elétricos de Potência
2. Análise de Sistemas Elétricos de Potência
3. Análise de Sensibilidade
4. Ponto de Máximo Carregamento
5. Estabilidade de Tensão

I. UFJF    II. Título (Série)

## **Agradecimentos**

A minha mãe Ednéia pela dedicação e amor.

Ao professor Vander Menengoy da Costa pela orientação, atenção e seriedade.

Ao amigo Rodrigo de Souza Fortunato pela ajuda na dissertação e por ouvir minhas reclamações.

Aos amigos Luciano da Silva e Rafael Ferrarezzi pelo grande companheirismo e amizade.

Aos professores da Faculdade de Engenharia Elétrica de Juiz de Fora por todos os meus conhecimentos fundamentais da minha formação acadêmica.

Aos amigos do Labspot pelas constantes horas de risos.

Resumo da Dissertação de Mestrado apresentada a UFJF como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc).

## **Análise de Sensibilidade da Margem de Carregamento em Sistemas Elétricos de Potência: Um Estudo Comparativo**

Marcelo Cantarino

Julho, 2007

Orientador: Vander Menengoy da Costa

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho apresenta um estudo comparativo da avaliação da sensibilidade da margem de carregamento em relação à variação de diferentes parâmetros elétricos do sistema, sem a necessidade de se revolver este problema da forma tradicional, ou seja, utilizando um programa de fluxo de potência continuado ou o método do ponto de colapso. Desta forma, obtém-se um ganho no tempo de resposta às perturbações sofridas pelo sistema, possibilitando ações de controle corretivo e preventivo mais eficazes.

Como a análise de sensibilidade tem grande importância nos estudos da estabilidade de tensão, é necessário o desenvolvimento de novas metodologias e a avaliação das existentes, de modo a possibilitar uma análise mais eficiente e confiável da operação do sistema elétrico de potência em virtude das variações de seus parâmetros. Neste contexto, este trabalho apresenta um novo desenvolvimento matemático para a análise de sensibilidade utilizando as equações do fluxo de potência com tensões representadas em coordenadas retangulares, e estabelece um processo comparativo com o modelo tradicional expresso em termos das equações do fluxo de potência com tensões representadas em coordenadas polares.

Os resultados produzidos pela metodologia de análise de sensibilidade são então comparados com os resultados exatos gerados pelo método do ponto de colapso. Sistemas testes IEEE e um modelo equivalente da região Sul-Sudeste brasileira são utilizados na simulação dos resultados.

Abstract of Thesis presented to UFJF as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science. (M.Sc.).

## **Sensitivity of Loading Margin in Electrical Power Systems: A Comparative Study**

Marcelo Cantarino

July, 2007

Supervisor: Vander Menengoy da Costa

Department: Electrical Engineering

This work presents a comparative study on the evaluation of the sensitivity of loading margin with respect to different electric system parameters, without the necessity of solving this problem by the conventional form using the continuation power flow or the point of collapse method. Therefore, a gain in the time response to the disturbances is obtained, making possible more efficient corrective and preventive control actions.

As the sensitivity analysis has a great importance voltage stability studies, it is necessary to develop new methodologies and the evaluation of the existing ones, in order to make possible a more efficient and reliable operation analysis of the electrical power system due to the variations of its parameters. In this context, this work presents a new mathematical model for the sensitivity analysis using the power flow equations with the voltages in rectangular coordinates, and establishes a comparative process with the conventional model expressed in terms of power flow equations with the voltages in polar coordinates.

The results provided by the sensitivity analysis are then compared with the actual results yielded by the point of collapse method. IEEE test systems and a South-Southeastern Brazilian network are used in the simulation of the results.

# Índice

Capítulo 1 – Introdução .....	1
1.1 Considerações Iniciais .....	1
1.2 Motivação e Objetivo do Trabalho .....	2
1.3 Estrutura do Trabalho .....	4
Capítulo 2 – Aspectos Gerais .....	6
2.1 – Introdução .....	6
2.2 – Considerações Básicas do SEP [18] .....	6
2.3 – Fluxo de Potência [18].....	8
2.4 – Estabilidade de Tensão .....	10
2.4.1 – Considerações gerais .....	10
2.4.2 – Avaliação analítica do ponto de máximo carregamento.....	12
2.4.3 – Fluxo de Potência Continuado.....	18
2.4.3.1 – Princípios básicos .....	18
2.4.3.2 – Processo de estimação .....	19
2.4.3.3 – Processo de correção .....	22
2.4.4 – Método do ponto de colapso.....	24
2.4.4.1 - Introdução .....	24
2.4.4.2 – Metodologia básica.....	25
2.4.4.3 – Método do ponto de colapso em coordenadas polares .....	27
2.4.4.4 – Método do ponto de colapso em coordenadas retangulares .....	29
2.4.4.5 – Algoritmo .....	31
2.5 – Análise de Sensibilidade em SEP .....	32
2.5.1 – Modelagem básica .....	32
2.5.2 – Considerações adicionais.....	34
Capítulo 3 – Análise de Sensibilidade da Margem de Carregamento .....	35
3.1 – Introdução .....	35
3.2 - Modelo Matemático da Análise de Sensibilidade [1] .....	36
3.2.1 – Considerações preliminares.....	36
3.2.2 – Formulação matemática básica.....	36
3.2.3 – Estimativa linear [1] .....	38
3.2.4 - Estimativa quadrática [1] .....	39
3.3 – Sensibilidade da Margem de Carregamento em Coordenadas Polares .....	43
3.3.1 – Variação da admitância de linha.....	44
3.3.2 – Variação da demanda de potência ativa .....	47

3.3.3 - Variação da susceptância shunt de barra.....	48
3.3.4 – Susceptância de linha .....	49
3.3.5 – Tensão em barras de geração.....	50
3.4 – Sensibilidade da Margem de Carregamento em Coordenadas Retangulares .....	51
3.4.1 – Variação da admitância de linha.....	51
3.4.2 – Variação da demanda de potência .....	53
3.4.3 – Variação da susceptância shunt de barra.....	53
3.4.4 – Variação da susceptância de linha .....	54
3.4.5 – Tensão em barras de geração.....	54
3.5 – Exemplo.....	55
3.5.1 – Considerações iniciais .....	55
3.5.2 – Variação da admitância de linha.....	59
3.5.2.1 – Coordenadas polares.....	59
3.5.2.2 – Coordenadas retangulares.....	60
3.5.3 – Variação da demanda de potência .....	62
3.5.3.1 - Coordenadas polares .....	62
3.5.3.2 – Coordenadas retangulares.....	63
3.5.4 – Variação da susceptância de barra.....	65
3.5.4.1 – Coordenadas polares.....	65
3.5.4.2 – Coordenadas retangulares.....	66
3.5.5 – Variação da susceptância de linha.....	68
3.5.5.1 – Coordenadas polares.....	68
3.5.5.2 – Coordenadas retangulares.....	69
3.5.6 – Variação da tensão em barra de geração .....	71
3.5.6.1 – Coordenadas polares.....	71
3.5.6.2 – Coordenadas retangulares.....	72
3.5.7 – Comentários finais.....	74
Capítulo 4 - Resultados .....	75
4.1 – Introdução .....	75
4.2 – Sensibilidades Linear e Quadrática da Margem de Carregamento.....	76
4.3 – Variação da Admitância de Linha .....	79
4.4 – Variação da Admitância de Linha – Linhas Paralelas.....	81
4.5 – Variação da Demanda de Potência Ativa .....	83
4.6 – Variação da Susceptância de Barra .....	86
4.7 – Variação da Susceptância de Linha .....	89
4.8 – Variação da Tensão em Barras de Geração .....	92
4.9 – Desempenho Computacional.....	93

Capítulo 5 - Conclusões.....	95
5.1 – Considerações Finais .....	95
5.2 – Sugestões Para Estudos Futuros .....	96
Apêndice 1 - Formulações do Fluxo de Potência.....	97
A1.1 – Fluxo de Potência Convencional .....	97
A1.1.1 – Coordenadas polares [19,41] .....	97
A1.1.2.1 – Representação de barras do tipo PQ .....	99
A1.1.2.2 – Inclusão das barras do tipo PV .....	100
Apêndice 2 – Derivadas de Segunda Ordem na Formulação Polar.....	102
Apêndice 3 – Derivadas de Segunda Ordem na Formulação Retangular.....	104
Apêndice 4 - Derivadas das equações da análise de sensibilidade.....	106
A4.1 – Coordenadas Polares.....	106
A4.1.1 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação à susceptância.....	106
A4.1.2 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação ao parâmetro $\mu$ .....	107
A4.1.3 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação à tensão.....	108
A4.2 – Coordenadas Retangulares.....	109
A4.2.1 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação à susceptância.....	109
A4.2.2 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação ao parâmetro $\mu$ .....	110



## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Estrutura funcional de um SEP .....	7
Figura 2.2 – Modelo equivalente $\pi$ de uma linha de transmissão .....	9
Figura 2.3 – Perfil de tensão .....	13
Figura 2.4 – Sistema teste de duas barras .....	13
Figura 2.5: Metodologia de estimação e correção .....	19
Figura 2.6 – Perfil de tensão: Fluxo de potência continuado .....	23
Figura 3.1 – Modelo $\pi$ da linha de transmissão .....	45
Figura 3.2 – Modelo $\pi$ do transformador em-fase .....	45
Figura 3.3 – Sistema teste .....	56
Figura 3.4 – Margem de carregamento em função da admitância da linha 1-2 .....	62
Figura 3.5 – Margem de carregamento em função da demanda da barra 2 .....	64
Figura 3.6 – Margem de carregamento em função da susceptância da barra 2 .....	67
Figura 3.7 - Margem de carregamento em função da susceptância da linha 1- 2 .....	70
Figura 3.8 – Margem de carregamento em função da tensão da barra 3 .....	74
Figura 4.1 – Variação da admitância de linha 2-3: IEEE 14 .....	79
Figura 4.2 – Variação da admitância de linha 1-2: IEEE 30 .....	79
Figura 4.3 – Variação da admitância de linha 1-15: IEEE 57 .....	80
Figura 4.4 – Variação da admitância de linha 68-69: IEEE 118 .....	80
Figura 4.5 – Variação da admitância de linha 37-49: IEEE 300 .....	80
Figura 4.6 – Variação da admitância de linha 536-538: 1768 barras .....	81
Figura 4.7 – Variação da admitância da linha paralela 24-25: IEEE-57 .....	82
Figura 4.8 – Variação da admitância da linha paralela 56-59: IEEE-118 .....	82
Figura 4.9 – Variação da admitância da linha paralela 175-2614: 1768 barras .....	82
Figura 4.10 – Variação da demanda de potência ativa na barra 9: IEEE 14 .....	83
Figura 4.11 – Variação da demanda de potência ativa na barra 30: IEEE 30 .....	84
Figura 4.12 – Variação da demanda de potência ativa na barra 31: IEEE 57 .....	84
Figura 4.13 – Variação da demanda de potência ativa na barra 75: IEEE 118 .....	84
Figura 4.14 – Variação da demanda de potência ativa na barra 9052: IEEE300 .....	85
Figura 4.15 – Variação da demanda de potência ativa na barra 1818:1768 barras .....	85
Figura 4.16 – Variação da demanda de potência ativa na barra 2977:1768 barras .....	85
Figura 4.17 – Variação da susceptância da barra 5: IEEE 14 .....	87

Figura 4.18 – Variação da susceptância da barra 29: IEEE 30.....	87
Figura 4.19 – Variação da susceptância da barra 31: IEEE 57.....	87
Figura 4.20 – Variação da susceptância da barra 47: IEEE 118.....	88
Figura 4.21 – Variação da susceptância da barra 20: IEEE 300.....	88
Figura 4.22 – Variação da susceptância da barra 2993: 1768 barras .....	88
Figura 4.23 – Variação da susceptância de linha 2-3: IEEE 14 .....	89
Figura 4.24 – Variação da susceptância de linha 1-2: IEEE 30 .....	90
Figura 4.25 – Variação da susceptância de linha 1-15: IEEE 57 .....	90
Figura 4.26 – Variação da susceptância de linha 68-69: IEEE 118 .....	90
Figura 4.27 – Variação da susceptância de linha 7049-49: IEEE 300 .....	91
Figura 4.28 – Variação da susceptância de linha 536-538: 1768 barras .....	91
Figura 4.29 – Variação da tensão na barra 24: IEEE 118.....	92
Figura 4.30 – Variação da tensão na barra 92: IEEE 300.....	92
Figura 4.31 – Variação da tensão na barra 10: 1768 barras .....	93

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Dados de linha – Sistema teste .....	55
Tabela 3.2 – Dados de barra – Sistema teste .....	55
Tabela 4.1 – Características básicas dos sistemas testes .....	75
Tabela 4.2 – Características do ponto de máximo carregamento .....	76
Tabela 4.3 – Valores de sensibilidade – Admitância de linha.....	76
Tabela 4.4 – Valores de sensibilidade – Admitância de linha: Linhas paralelas.....	76
Tabela 4.5 – Valores de sensibilidade – Demanda da potência ativa.....	77
Tabela 4.6 – Valores de sensibilidade – Shunt de barra.....	77
Tabela 4.7 – Valores de sensibilidade – Susceptância série de linha .....	78
Tabela 4.8 – Valores de sensibilidade – Tensão em barras de geração.....	78
Tabela 4.9 – Desempenho computacional – Análise de sensibilidade .....	94

## Simbologia

$pu$	Sistema em por unidade;
FACTS	Flexible AC Transmission System;
SEP	Sistema elétrico de potência;
CC	Corrente contínua;
CA	Corrente alternada;
PMC	Ponto de máximo carregamento;
$M$	Margem de carregamento do sistema;
$M_p$	Sensibilidade linear da margem de carregamento;
$M_{pp}$	Sensibilidade quadrática da margem de carregamento;
$n$	Número total de barras do sistema;
$a_{km}$	<i>Tap</i> do transformador do ramo $km$ ;
$\mathbf{Y}$	Matriz admitância nodal $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$ ;
$\mathbf{G}$	Matriz condutância nodal;
$\mathbf{B}$	Matriz susceptância nodal;
$y_{km}$	Admitância série do ramo $km$ $y_{km} = g_{km} + jb_{km}$ ;
$g_{km}$	Condutância série do ramo $km$ ;
$b_{km}$	Susceptância série do ramo $km$ ;
$G_{km}$	Elemento $km$ da matriz $\mathbf{G}$ ;
$B_{km}$	Elemento $km$ da matriz $\mathbf{B}$ ;
$b_{km}^{sh}$	Susceptância shunt total do ramo $km$ ;
$b_k^{sh}$	Susceptância shunt da barra $k$ ;
$\Re$	Parte real;
$\Im$	Parte imaginária;
$V_k$	Módulo da tensão na barra $k$ ;
$V_k^{sp}$	Valor especificado do módulo da tensão na barra $k$ ;
$V_k^{calc}$	Valor calculado do módulo da tensão na barra $k$ ;
$\Delta V_k$	Correção do módulo da tensão na barra $k$ ;
$\theta_k$	Ângulo da tensão na barra $k$ ;
$\theta_m$	Ângulo da tensão na barra $m$ ;
$\theta_{km}$	Defasagem angular entre as barras $k$ e $m$ ;

$\Delta\theta_k$	Correção do ângulo da tensão na barra $k$ ;
$V_{rk}$	Componente real da tensão na barra $k$ ;
$V_{mk}$	Componente imaginária da tensão na barra $k$ ;
$\Delta V_{rk}$	Correção da componente real da tensão na barra $k$ ;
$\Delta V_{mk}$	Correção da componente imaginária da tensão na barra $k$ ;
$\dot{E}, \dot{V}$	Fasores tensão
$\dot{I}$	Fasor corrente
$\dot{N}$	Potência complexa
$\underline{w}$	Autovetor à esquerda;
$\underline{v}$	Autovetor à direita;
$\mathbf{J}$	Matriz Jacobiana genérica;
$\mathbf{J}_P$	Matriz Jacobiana polar;
$\mathbf{J}_R$	Matriz Jacobiana retangular;
$\gamma$	Carregamento adicional do sistema;
$P_k$	Potência ativa líquida calculada na barra $k$ ;
$Q_k$	Potência reativa líquida calculada na barra $k$ ;
$\Delta P_k$	Resíduo de potência ativa na barra $k$ ;
$\Delta Q_k$	Resíduo de potência reativa na barra $k$ ;
$P_{G_k}$	Potência ativa gerada pela barra $k$ ;
$Q_{G_k}$	Potência reativa gerada pela barra $k$ ;
$P_{d_k}$	Demanda de potência ativa na barra $k$ ;
$Q_{d_k}$	Demanda de potência reativa na barra $k$ ;
$P_{d_{(PMC)}}$	Demanda de potência ativa no ponto de máximo carregamento;
$Q_{d_{(PMC)}}$	Demanda de potência reativa no ponto de máximo carregamento;
$P_{km}$	Fluxo de potência ativa da barra $k$ para a barra $m$ ;
$P_{mk}$	Fluxo de potência ativa da barra $m$ para a barra $k$ ;
$Q_{km}$	Fluxo de potência reativa da barra $k$ para a barra $m$ ;
$Q_{mk}$	Fluxo de potência reativa da barra $m$ para a barra $k$ ;

$\Omega_k$	Conjunto de barras adjacentes à barra $k$ , incluindo a própria barra $k$ ;
$\underline{\lambda}$	Vetor de demanda de potência ativa e reativa nas barras;
$p$	Parâmetro de variação do sistema
$f_x$	Matriz de Jacobiana de ordem $(2nx2n)$
$\underline{f}_p$	Vetor de ordem $(2nx1)$ referente à derivada das equações de potência em relação a $p$ ;
$f_\lambda$	Matriz de ordem $(2nx2n)$ referente a derivada das equações de potência em relação a $\underline{\lambda}$ ;
$f_{\lambda p}$	Matriz de ordem $(2nx2n)$ referente a derivada da matriz $f_\lambda$ em relação a $p$ ;
$f_{xx}$	Matriz de ordem $(2nx2n)$ ;
$f_{xp}$	Matriz de ordem $(2nx2n)$ referente a derivada da matriz Jacobiana em relação a $p$ ;
$\underline{x}_p$	Vetor de ordem $(2nx1)$ referente a derivada das variáveis de estado em relação a $p$ ;
$f_{x\lambda}$	Derivada da matriz Jacobiana em relação a $\underline{\lambda}$ ;
$f_{\lambda\lambda}$	Derivada segunda das equações de potência em relação a $\underline{\lambda}$ ;
$\underline{f}_{pp}$	Vetor de ordem $(2nx1)$ referente a derivada das equações de potência em relação a $p$ ;
$M_{pp}$	Derivada segunda da margem segunda em relação a $p$ ;
$\underline{x}_{pp}$	Derivada segunda das variáveis de estado em relação a $p$ .

**As matrizes serão apresentadas em negrito e os vetores em negrito sublinhado**

# Capítulo 1 – Introdução

## 1.1 Considerações Iniciais

Os sistemas elétricos de potência (SEP's) vêm operando em condições cada vez mais carregadas. O crescimento da demanda acompanhado de restrições econômicas e ambientais tem levado os sistemas elétricos de potência a operar cada vez mais perto de seus limites operacionais. Neste contexto, os recursos de controle do sistema, tais como, controle de tensão e de reativos, vêm sendo utilizados em condições limites, face ao adiamento dos investimentos necessários à transmissão, geração e compensação de potência reativa. Desta forma, a habilidade do sistema em manter um nível operacional desejado, tem diminuído consideravelmente após a ocorrência de algum distúrbio.

Este esgotamento de recursos, aliado à necessidade de uma utilização mais adequada dos recursos já existentes nas redes elétricas, tem contribuído para a evolução do SEP, aumentando a complexidade de ações operativas e tornando o sistema de energia cada vez mais complexo. Conseqüentemente, cresce a importância da utilização de ferramentas computacionais, como a análise de sensibilidade, tanto na operação em tempo real como no planejamento da expansão e da operação.

Além disto, por outro lado, considerando-se a perspectiva de crescimento econômico e a necessidade de se universalizar o acesso a energia elétrica, o que obviamente demanda investimentos em geração, transmissão, distribuição, programas de conservação de energia e em pesquisa, é de suma importância o desenvolvimento de ferramentas computacionais eficazes e robustas, que prevejam a atuação de dispositivos de controle e forneçam indicativos no tocante ao estudo da estabilidade de tensão.

O sistema elétrico de potência assume um novo ponto de operação após ser submetido a um distúrbio. Este novo ponto de operação pode ser obtido através de um programa de fluxo de potência ou até mesmo através de um programa de fluxo de potência continuado, caso haja interesse em se determinar a nova margem de carregamento do sistema. No entanto, tal procedimento de solução demanda um tempo computacional demasiadamente elevado, principalmente se há a necessidade de analisar vários tipos diferentes de distúrbios. Conseqüentemente é de fundamental importância estudar e desenvolver ferramentas alternativas que possibilitem, de uma forma rápida computacionalmente, analisar e avaliar como as variações ocorridas nos parâmetros do sistema modificam seu ponto de operação. A

análise de sensibilidade se enquadra perfeitamente, tanto no aspecto técnico, como no aspecto computacional, no sentido de proceder tal estudo.

A análise de sensibilidade vem sendo utilizada em diferentes situações na área de sistemas elétricos de potência [1-8]. Em particular, as referências [1-3] estão diretamente relacionadas a este trabalho de dissertação de Mestrado. Em [1] são apresentadas as sensibilidades linear e quadrática da variação da margem de carregamento com relação a diferentes parâmetros do sistema. O objetivo básico é, após o cálculo da margem de carregamento nominal, avaliar o efeito nesta margem resultante de variações nos parâmetros, utilizando tais sensibilidades. Desta forma, evita-se o cálculo exaustivo do novo ponto de máximo carregamento para cada distúrbio em análise. A idéia básica apresentada em [2] consiste em calcular o ponto de máximo carregamento nominal utilizando o fluxo de potência continuado. Posteriormente, as sensibilidades linear e quadrática da margem de carregamento são calculadas neste ponto, com o objetivo de estimar a variação nesta margem decorrente de qualquer contingência de linha. Em [3] é apresentado um algoritmo para cálculo do índice de severidade de contingências. Este índice baseia-se tanto no fluxo de potência aparente nominal no ramo em contingência, quanto na análise de sensibilidade do valor do máximo carregamento com relação à variação neste fluxo à medida que a admitância do ramo é variada. O modelo utilizado nesta dissertação para simular a contingência de uma linha é o mesmo apresentado em [3].

## **1.2 Motivação e Objetivo do Trabalho**

Usualmente a maioria dos estudos realizados na área de sistemas elétricos emprega as equações básicas de potência em que as tensões são representadas em coordenadas polares. Consequentemente, a quase totalidade dos novos desenvolvimentos e algoritmos refere-se a este tipo particular de coordenadas. Como exemplo clássico, destaca-se o cálculo do fluxo de potência muito utilizado nas áreas de planejamento e operação, que é usualmente modelado em termos das coordenadas polares, inclusive com vistas ao desenvolvimento de programas computacionais de cunho comercial.

No entanto, ao longo dos últimos anos, as coordenadas retangulares têm sido estudadas e resultados bastante expressivos têm sido publicados na literatura. Neste contexto destacam-se os seguintes trabalhos:



a) O algoritmo apresentado em [9] incorpora um fator de passo ao problema de fluxo de potência expresso em termos das coordenadas retangulares da tensão. O algoritmo trata o cálculo do fluxo de potência como um problema de programação não linear, onde são determinadas a direção e a magnitude da solução de modo a minimizar uma certa função objetivo. O valor desta função tende a zero caso haja solução a partir da estimativa inicial, ou permanece num valor positivo caso contrário.

b) O fluxo de potência representado por equações de corrente injetada expressa em coordenadas retangulares é apresentado em [10,11]. Em [10] uma variável dependente  $\Delta Q$  é introduzida para cada barra PV, juntamente com uma equação adicional impondo a restrição de tensão nestas barras. Além disto, a matriz Jacobiana possui os elementos dos blocos (2x2) fora da diagonal iguais aos correspondentes elementos da matriz admitância de barras. Os blocos diagonais são atualizados a cada iteração de acordo com o modelo de carga adotado. Em [11] a idéia básica é resolver um sistema aumentado de equações no qual as tensões nas barras e as injeções de corrente aparecem como variáveis de estado. Basicamente, a diferença principal entre estas duas metodologias é que em [10] o vetor de estados é composto exclusivamente de tensões em coordenadas retangulares.

c) A formulação do fluxo de potência via injeção de corrente [10] é estendida em [12] para a solução do fluxo de potência trifásico desequilibrado em sistemas de distribuição de energia elétrica. Esta metodologia apresenta uma grande robustez matemática, convergindo para a solução em um número reduzido de iterações.

d) Uma formulação aumentada esparsa baseada em [10] para resolver um conjunto de dispositivos de controle no problema de fluxo de potência via injeção de corrente é descrita em [13,14]. Diferentes dispositivos FACTS são incorporados no problema de fluxo de potência utilizando-se esta formulação aumentada. Além disto, um modelo de fluxo de potência de segunda ordem baseado em [9,10] é proposto em [15]. Esta metodologia apresenta características de convergência bastante satisfatórias, além de reduzir o esforço computacional para a solução do fluxo de potência de segunda ordem.

Tendo em vista os resultados altamente satisfatórios apresentados por ambas as coordenadas em diversos estudos na área de sistemas de potência, nada mais lógico que então, proceder a uma análise comparativa dos seus resultados. Nestes termos, a literatura apresenta dois trabalhos recentes que abordam o fluxo de potência de segunda ordem [16,17]. A referência [17] compara o desempenho do fluxo de potência polar e retangular com e sem o fator de passo, para uma variedade de sistemas com carregamento leve, sobrecarregados e

sem soluções. Os resultados indicam que a formulação polar com fator de passo representa a melhor opção para os casos com e sem solução.

Portanto, um dos objetivos deste trabalho é seguir as mesmas diretrizes delineadas no parágrafo anterior, com a ressalva de que agora, o estudo comparativo está focado na análise de sensibilidade da margem de carregamento em relação a variação de diferentes parâmetros elétricos do sistema, considerando-se a modelagem matemática expressa em termos das equações de potência em coordenadas polares e retangulares. Além disto, analisando a literatura técnica relativa à análise de sensibilidade em sistemas elétricos de potência, verifica-se uma escassez de documentos neste tema, estando a grande parte do desenvolvimento nesta área documentado principalmente em livros técnicos. Assim sendo, um segundo objetivo deste trabalho é gerar um documento, apresentando diferentes modelos matemáticos de análise de sensibilidade, bem como discutindo qualitativa e quantitativamente a análise de sensibilidade como uma ferramenta adicional nos estudos de planejamento e operação dos sistemas.

### **1.3 Estrutura do Trabalho**

O Capítulo 2 apresenta conceitos e definições básicas relacionadas ao trabalho proposto, abrangendo a estruturação básica de um sistema elétrico de potência, o problema do fluxo de potência, a estabilidade de tensão, o método do ponto de colapso e finalmente, o estudo da sensibilidade em sistemas elétricos de potência.

O Capítulo 3 apresenta a formulação matemática da análise de sensibilidade da margem de carregamento em coordenadas polares e retangulares. Uma aplicação numérica ilustra toda esta metodologia.

O Capítulo 4 apresenta e discute de forma comparativa os resultados obtidos mediante a utilização da análise de sensibilidade da margem de carregamento, considerando-se ambos os tipos de coordenadas.

O Capítulo 5 apresenta as principais conclusões referentes ao estudo proposto, bem como sugestões para trabalhos futuros.

O Apêndice 1 apresenta a metodologia de solução do problema do fluxo de potência em coordenadas polares e retangulares.

Os Apêndices 2 e 3 apresentam as derivadas de segunda ordem das equações do fluxo de potência polar e retangular, respectivamente.

O Apêndice 4 apresenta as derivadas utilizadas na análise de sensibilidade da margem de carregamento, considerando-se as coordenadas polares e retangulares e todos os parâmetros em análise.

## Capítulo 2 – Aspectos Gerais

### 2.1 – Introdução

Neste capítulo é feita inicialmente uma abordagem dos conceitos fundamentais do sistema elétrico de potência. Em seguida é apresentado um breve estudo a respeito do cálculo do fluxo de potência, ferramenta básica utilizada nas áreas de planejamento e de operação dos SEP's. Neste contexto, são também apresentadas as equações de potência injetada nas barras em coordenadas polares e retangulares.

O próximo tópico abordado apresenta um breve histórico a respeito da estabilidade de tensão, mostrando analiticamente o cálculo do ponto de máximo carregamento de uma rede hipotética de duas barras. Todo o estudo apresentado nesta dissertação refere-se intimamente ao cálculo deste ponto, bem como ao cálculo das variáveis de estado associadas. O cálculo do ponto de máximo carregamento pode ser feito utilizando os métodos do fluxo de potência continuado ou do ponto de colapso. Neste trabalho, optou-se em utilizar exclusivamente este último. Sendo assim, este capítulo apresenta a filosofia, modelagem matemática e metodologia de solução inerente ao método do ponto de colapso.

O último tema abordado neste capítulo é a análise de sensibilidade em SEP's, uma vez que o objetivo deste trabalho é avaliar a sensibilidade da margem de carregamento com relação a variação de diversos parâmetros da rede. Assim, são apresentadas algumas considerações iniciais e a modelagem matemática referentes ao tema em estudo.

### 2.2 – Considerações Básicas do SEP [18]

O sistema elétrico de potência é um conjunto de equipamentos destinados a gerar, transmitir e distribuir a energia elétrica. Este sistema é composto por usinas geradoras de energia, subestações, transformadores elevadores/abaixadores e linhas de transmissão e distribuição. Cada componente do sistema possui funções distintas e bem definidas.

- Geração: composto pelas usinas ou centrais geradoras. Estas centrais podem ser do tipo hidrelétrico, térmico, nuclear, eólico, solar e biomassa. As centrais hidrelétricas, em geral, são localizadas em pontos distantes dos centros de consumo, exigindo sistemas de transmissão complexos e em tensão elevada.

- Transmissão: constituído pelas linhas de transmissão e equipamentos auxiliares necessários para transmitir a potência produzida nas centrais geradoras até os centros de consumo. Os sistemas de transmissão podem ser em corrente alternada ou em corrente contínua.
- Distribuição: constituído pelas subestações e alimentadores responsáveis pela distribuição de energia elétrica aos consumidores industriais, comerciais e residenciais. Em geral, inclui também uma parte local do sistema de transmissão, em tensão mais baixa, denominada de subtransmissão.

Do ponto de vista funcional, os SEP's apresentam uma estrutura como mostrada na Figura 2.1.



Figura 2.1 – Estrutura funcional de um SEP

O estudo da operação trata da utilização do sistema existente, garantindo que o mercado consumidor de energia seja atendido preservando-se critérios de qualidade de suprimento e baixos custos. O estudo do planejamento da expansão aborda o crescimento do sistema de acordo com as necessidades do mercado consumidor de energia, tendo como base de análise dados macroeconômicos. O principal objetivo destes estudos é fornecer uma energia com um alto padrão de qualidade. Pode-se dividir em três categorias o planejamento e a operação de SEP's:

- Planejamento da Expansão: tem como objetivo determinar, dentro de um horizonte de longo prazo (até 20 anos), os novos equipamentos a serem instalados no sistema visando atender um aumento previsto da demanda de energia elétrica. Geralmente, o planejamento é realizado de forma mais ou menos independente nos diversos blocos funcionais do sistema.
- Planejamento da Operação: tem como objetivo estabelecer uma estratégia de operação, incluindo planos de emergência, para um horizonte de médio prazo (até 5 anos para sistemas hidrotérmicos com regulação plurianual). Normalmente é subdividido em planejamento da operação energética, no qual é analisada a melhor estratégia para a

utilização dos recursos energéticos e planejamento da operação elétrica, no qual são analisados os impactos das decisões energéticas, do programa de manutenção e no desempenho do sistema de transmissão, visando garantir um nível adequado de confiabilidade, entre outros.

- Operação em Tempo-Real: tem como objetivo atender a demanda instantânea do sistema, segundo as diretrizes do planejamento da operação, com desvios mínimos em relação às tensões e frequência nominais e minimizando as interrupções no fornecimento de energia.

## **2.3 – Fluxo de Potência [18]**

O estudo do fluxo de potência ou fluxo de carga consiste na solução em regime permanente de uma rede elétrica para uma dada condição de carga e geração. A solução do fluxo de potência corresponde a uma situação hipotética de carga constante. O estudo do fluxo de potência tem aplicação direta no planejamento da operação e da expansão. Nestas aplicações, a obtenção de soluções em regime permanente permite avaliar o desempenho da rede em relação a níveis de tensão, fluxos nas linhas, dentre outros, tanto para a configuração normal, quanto para casos de contingências. O cálculo do fluxo de potência é também necessário como elemento auxiliar em estudos de curto-circuito, estabilidade, otimização e confiabilidade, entre outros.

Por se tratar de uma solução em regime permanente, o problema de fluxo de potência é modelado por um conjunto de equações e inequações algébricas não-lineares. Esta modelagem envolve aspectos da rede de transmissão ou distribuição, das cargas, da geração e considerações sobre certas características operativas do sistema.

A rede elétrica é, para efeito de estudos de fluxo de potência, geralmente considerada como sendo constituída por elementos trifásicos equilibrados. O mesmo acontece com as cargas e com a geração. Conseqüentemente, a rede pode ser analisada usando-se uma representação monofásica com os parâmetros de seqüência positiva.

O modelo representativo de uma linha de transmissão está mostrado na Figura 2.2.

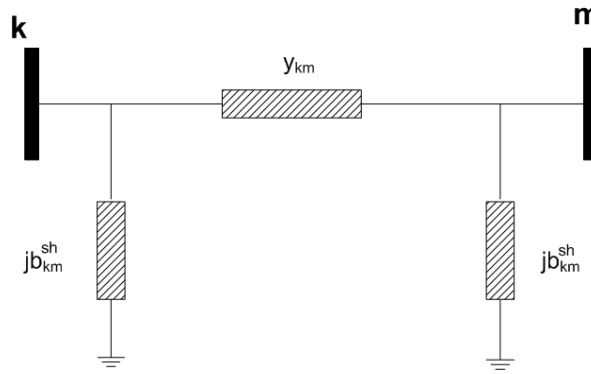


Figura 2.2 – Modelo equivalente  $\pi$  de uma linha de transmissão

A potência aparente líquida injetada em uma barra genérica  $k$  é dada por [19]:

$$P_k + jQ_k = V_k I_k^* = V_k \left( \sum_{m \in \Omega_k} V_m^* Y_{km}^* \right) \quad (2.1)$$

onde:

$$P_k = P_{G_k} - P_{d_k} \quad (2.2)$$

$$Q_k = Q_{G_k} - Q_{d_k} \quad (2.3)$$

A equação (2.1) pode ser reescrita separando-se as componentes real e imaginária:

$$P_k = \Re \left\{ V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m^* Y_{km}^* \right\} \quad (2.4)$$

$$Q_k = \Im \left\{ V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m^* Y_{km}^* \right\} \quad (2.5)$$

Expressando as tensões na forma polar, as equações (2.4) e (2.5) podem ser representadas como [19]:

$$V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) + P_{d_k} - P_{G_k} = 0 \quad (2.6)$$

$$V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) + Q_{d_k} - Q_{G_k} = 0 \quad (2.7)$$

Por outro lado, expressando as tensões na forma retangular, as equações (2.4) e (2.5) podem ser representadas como [20]:

$$\sum_{m \in \Omega_k} (V_{rk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) + V_{mk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) + P_{d_k} - P_{G_k} = 0 \quad (2.8)$$

$$\sum_{m \in \Omega_k} (V_{mk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) - V_{rk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) + Q_{d_k} - Q_{G_k} = 0 \quad (2.9)$$

O Apêndice 1 apresenta a metodologia básica de solução do fluxo de potência em coordenadas polares e retangulares. As equações (2.6) e (2.7) estão reescritas no Apêndice 1 como (A1.1) e (A1.2). Da mesma forma, as equações (2.8) e (2.9) estão reescritas como (A1.16) e (A1.17). Ao final do processo iterativo, tem-se como resultado final o vetor de estados  $\underline{V}$  e  $\underline{\theta}$  em coordenadas polares e  $\underline{V}_r$  e  $\underline{V}_m$  em coordenadas retangulares.

## 2.4 – Estabilidade de Tensão

### 2.4.1 – Considerações gerais

A estabilidade de tensão é um tópico que tem sido, nos últimos anos, cada vez mais abordado tanto no planejamento, como na operação de sistemas elétricos de potência [21,22]. Em termos gerais, pode ser definida como sendo a habilidade do sistema em permanecer em um ponto de equilíbrio durante o seu funcionamento normal e também de alcançar um novo ponto de equilíbrio estável, após ser submetido a um grande distúrbio.

A análise de estabilidade de um sistema relaciona-se com o seu comportamento quando sujeito a distúrbios. Um sistema elétrico de potência está constantemente submetido a pequenos distúrbios, representados pela variação da carga e por diversas ações de controle de tensão e frequência. Grandes distúrbios referem-se à perda de uma linha de transmissão ou de um gerador. Em ambas as situações, após a ocorrência do distúrbio é necessário que o sistema volte a operar de forma satisfatória. O principal fator responsável pela instabilidade de tensão é a incapacidade do sistema em atender a demanda de potência reativa, necessária para manter os níveis de tensão em valores aceitáveis após um distúrbio [22].

Um evento que pode ocorrer num sistema com instabilidade de tensão é o colapso de tensão, caracterizado por um grande afundamento das tensões e conseqüentes desligamentos em cascata de linhas e geradores. Estas ocorrências têm sido mais freqüentes em sistemas



interconectados, altamente carregados e com falta de um suporte de reativo adequado. Estes sistemas operam com pequenas margens de segurança, ou seja, com pequena capacidade de manter o sistema estável após algum distúrbio. Existem várias alterações nas condições de operação de um SEP que contribuem para o colapso de tensão, dentre elas:

- Sistemas de potência altamente carregados, devido à falta de reforço de transmissão e de investimentos em geração.
- Geradores, condensadores síncronos e controladores estáticos de reativos atingindo seus limites de potência reativa;
- Saídas de linhas e geradores;
- Comportamento das cargas face às variações de tensão.

A análise da estabilidade de tensão pode ser feita a partir de duas abordagens, a dinâmica e a estática. A análise dinâmica é modelada por um sistema de equações não-lineares no domínio do tempo referentes às características dinâmicas do sistema elétrico. Este método proporciona um melhor entendimento dos mecanismos que levam o sistema a apresentar instabilidade de tensão. Entretanto, o esforço computacional é muito elevado para tal análise, e se ainda for considerado que grande parte dos fenômenos da instabilidade de tensão envolve equipamentos com comportamento dinâmico lento ou com grandes atrasos em suas atuações, o sistema pode ser analisado a partir de um enfoque estático considerando apenas suas equações algébricas [21]. Estudos mostram que, sob determinadas condições, os métodos desenvolvidos segundo os dois enfoques levam a resultados similares [21].

A análise estática da estabilidade de tensão pode ser realizada através do traçado do perfil de tensão das barras em função do seu carregamento (curvas PV e QV). Estas curvas têm sido recomendadas pelas empresas do setor elétrico nacional [23] e internacional [24] para a avaliação das margens de estabilidade de tensão. Entre outras aplicações, estes perfis podem ser utilizados para ajustar margens, observar o comportamento das tensões nas barras e comparar estratégias de planejamento.

As curvas PV podem ser obtidas por meio de sucessivas soluções do fluxo de potência, a partir de um caso base até o ponto de máximo carregamento para aumentos graduais da carga. Desta forma, obtêm-se além da margem de carregamento, informações a respeito do comportamento das tensões nas diversas barras do sistema. Em função da forma como é processado o aumento de carga, diferentes pontos de máximo carregamento podem

ser obtidos. O traçado completo das curvas PV é obtido através da utilização do fluxo de potência continuado [25-28]. Na verdade, o fluxo de potência continuado resulta da aplicação do método da continuação ao problema de fluxo de potência.

Um dos principais objetivos do estudo da estabilidade de tensão em regime permanente é o cálculo do ponto de máximo carregamento (PMC). A obtenção deste ponto é importante tanto para o cálculo de margens de estabilidade, quanto para a realização da análise modal [29]. O ponto de máximo carregamento define a fronteira entre as regiões de operação estável e instável, estando associado à singularidade da matriz Jacobiana. Para carregamentos maiores que o correspondente a este ponto, as equações do fluxo de potência não possuem solução, ou seja, a geração e a rede não são fisicamente capazes de suprir a carga especificada. Portanto, as equações do fluxo de potência são essenciais para a análise estática da estabilidade de tensão, uma vez que representam o limite para a região de operação estável.

A margem da estabilidade de tensão, ou margem de carregamento, é a distância existente entre o ponto de operação e o ponto correspondente ao máximo carregamento da rede. Esta distância é dada por parâmetros como a potência ativa, reativa ou aparente [30]. Considerando como parâmetro a potência ativa do sistema, pode-se afirmar que a margem de carregamento representa o maior aumento de consumo possível que mantém o sistema operando na região estável. O critério da estabilidade de tensão define a margem considerada suficientemente segura para que o sistema não entre em colapso, selecionada de forma a fornecer segurança adequada sem restringir a operação do sistema.

#### **2.4.2 – Avaliação analítica do ponto de máximo carregamento**

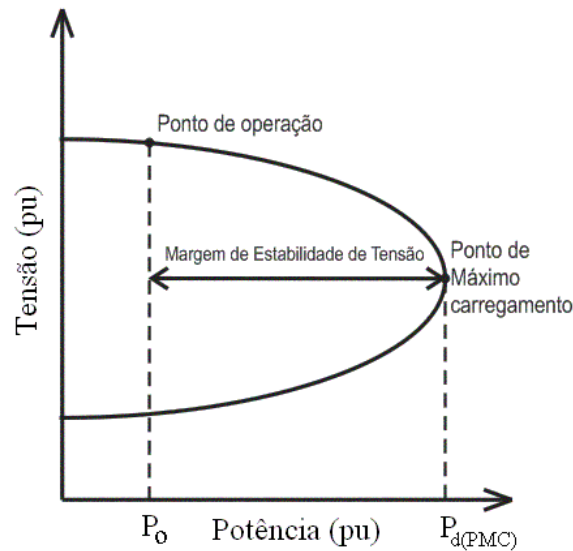


Figura 2.3 – Perfil de tensão

A proximidade à instabilidade de tensão é avaliada como a distância entre o ponto de operação e aquele no qual a matriz Jacobiana torna-se singular. Este ponto, denominado de ponto de máximo carregamento, corresponde ao nariz da curva PV como mostrado na Figura 2.3. A margem de estabilidade de tensão, ou simplesmente margem de carregamento, refere-se à margem de manobra para lidar com aumentos de carga e contingências [31].

Para desenvolver as características PV, seja um sistema de duas barras suprindo uma carga modelada com potência constante, conforme mostrado na Figura 2.4. Considere desprezíveis as perdas de potência da rede. O fator de potência da carga é mantido constante durante toda esta aplicação prática.

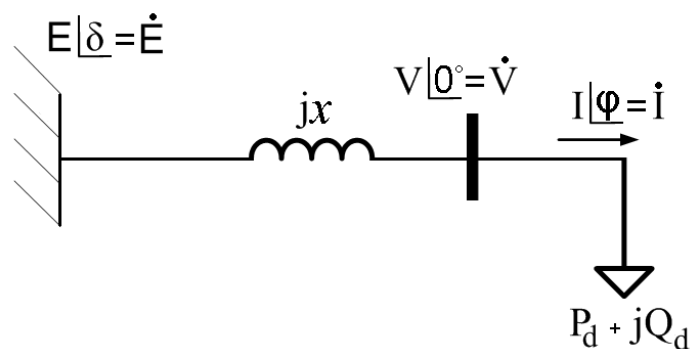


Figura 2.4 – Sistema teste de duas barras

Da Figura 2.4 tem-se que a potência na barra 2 é dada por:

$$\dot{N} = \dot{V} \cdot \dot{I}^* \quad (2.10)$$

ou:

$$\dot{N}^* = P_d - jQ_d = \dot{V}^* \cdot \dot{I} \quad (2.11)$$

logo:

$$\dot{I} = \frac{P_d - jQ_d}{\dot{V}^*} \quad (2.12)$$

Como  $\dot{V}^* = V$ , então a equação (2.12) pode ser reescrita como:

$$\dot{I} = \frac{P_d - jQ_d}{V} \quad (2.13)$$

Da Figura 2.4 tem-se que a aplicação da Lei de Kirchoff para corrente na barra 2 resulta:

$$\frac{V - E \angle \delta}{jx} = \frac{-P_d + jQ_d}{V} \quad (2.14)$$

onde  $\delta$  é o ângulo de defasagem entre o gerador e a carga. Manipulando a equação (2.14) tem-se:

$$V^2 - EV \angle \delta = -jP_d x - Q_d x \quad (2.15)$$

ou ainda:

$$V^2 - EV \cos \delta - jEV \sin \delta = -jP_d x - Q_d x \quad (2.16)$$

Igualando as componentes real e imaginária de cada um dos membros da equação (2.16) obtém-se:

$$\begin{cases} EV \cdot \cos \delta = V^2 + xQ_d \\ EV \cdot \sin \delta = P_d x \end{cases} \quad (2.17)$$

Elevando ao quadrado cada uma das equações (2.17) e fazendo a soma tem-se:

$$E^2V^2 = (V^2 + xQ_d)^2 + P_d^2x^2 \quad (2.18)$$

Finalmente, manipulando a equação (2.18) obtém-se:

$$V^4 + V^2(2xQ_d - E^2) + x^2(Q_d^2 + P_d^2) = 0 \quad (2.19)$$

No ponto de máximo carregamento a seguinte igualdade é satisfeita:

$$(2xQ_{d(PMC)} - E^2)^2 = 4x^2(Q_{d(PMC)}^2 + P_{d(PMC)}^2) \quad (2.20)$$

o que corresponde a uma tensão no ponto de máximo carregamento dada por:

$$V_{PMC} = \sqrt{\frac{E^2 - 2xQ_{d(PMC)}}{2}} \quad (2.21)$$

Primeiramente, uma carga indutiva é então simulada. Assim, se  $E = 1$  pu,  $P_d = 0,05$  pu,  $Q_d = 0,04$  pu e  $x = 1$  pu, então a equação (2.19) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V^4 - 0,92V^2 + 0,0041 = 0$$

Cujas raízes positivas são dadas por:

$$V = 0,9568 \text{ pu}$$

$$V = 0,0669 \text{ pu}$$

Aumentando-se as demandas de potência ativa e reativa na barra 2 para 0,15 pu e 0,12 pu, respectivamente, o que corresponde a um acréscimo de 0,1 na demanda de potência ativa e 0,08 pu na demanda de potência reativa, e mantendo-se constantes os valores de  $E$  e  $x$ , tem-se de (2.19) que:

$$V^4 - 0,76V^2 + 0,0369 = 0$$

Cujas raízes positivas são dadas por:

$$V = 0,8414 \text{ pu}$$

$$V = 0,2283 \text{ pu}$$

Substituindo os valores numéricos na equação (2.20) e considerando que  $P_{d(PMC)}/Q_{d(PMC)}=1,25$  obtém-se  $Q_{d(PMC)}=0,192 \text{ pu}$  e  $P_{d(PMC)}=0,240 \text{ pu}$ . Logo, de (2.21) obtém-se  $V_{PMC}=0,555 \text{ pu}$ .

De modo a simular uma carga capacitiva, seja  $E = 1 \text{ pu}$ ,  $P_d = 0,05 \text{ pu}$ ,  $Q_d = -0,04 \text{ pu}$  e  $x = 1 \text{ pu}$ . Logo a equação (2.19) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V^4 - 1,08V^2 + 0,0041 = 0$$

Cujas raízes positivas são dadas por:

$$V = 1,0374 \text{ pu}$$

$$V = 0,0617 \text{ pu}$$

Aumentando-se as demandas de potência ativa e reativa na barra 2 para 0,55 pu e -0,44 pu, respectivamente, o que corresponde a um acréscimo de 0,5 pu na demanda de potência ativa e -0,40 pu na demanda de potência reativa, e mantendo-se constantes os valores de E e x, tem-se de (2.19) que:

$$V^4 - 1,88V^2 + 0,4961 = 0$$

Cujas raízes positivas são dadas por:

$$V = 1,2500 \text{ pu}$$

$$V = 0,5635 \text{ pu}$$

Substituindo os valores numéricos na equação (2.20) e considerando que  $P_{d(PMC)}/Q_{d(PMC)} = -1,25$  obtêm-se  $Q_{d(PMC)} = -0,833$  pu e  $P_{d(PMC)} = 1,040$  pu. Logo, de (2.21) obtém-se  $V_{PMC} = 1,155$  pu.

De modo a simular uma carga resistiva, seja  $E = 1$  pu,  $P_d = 0,05$  pu,  $Q_d = 0$  e  $x = 1$  pu. Então a equação (2.19) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V^4 - V^2 + 0,0025 = 0$$

Cujas raízes positivas são dadas por:

$$V = 0,0501 \text{ pu}$$

$$V = 0,9987 \text{ pu}$$

Aumentando-se a demanda de potência ativa na barra 2 para 0,35 pu o que corresponde a um acréscimo de 0,3 pu na demanda de potência ativa e mantendo-se constantes os valores de E e x, tem-se de (2.19) que:

$$V^4 - V^2 + 0,1225 = 0$$

Cujas raízes positivas são dadas por:

$$V = 0,9258 \text{ pu}$$

$$V = 0,3781 \text{ pu}$$

Substituindo os valores numéricos na equação (2.20) e considerando que  $Q_{d(PMC)} = 0$ , então obtém-se  $P_{d(PMC)} = 0,500$  pu. Logo, de (2.21) obtém-se  $V_{PMC} = 0,707$  pu.

As seguintes considerações se aplicam as curvas PV [32]:

- Para uma carga menor que o máximo carregamento possível há duas soluções: uma para alta tensão e baixa corrente e a outra para baixa tensão e alta corrente. A primeira corresponde à condição de operação normal com tensão mais próxima à tensão do gerador. A operação nas soluções do ramo inferior da curva é, em geral, inaceitável.

- Quando o fator de potência torna-se mais capacitivo, a potência máxima da rede tende a aumentar. Contudo, a tensão na qual o máximo carregamento ocorre também aumenta. Nesta situação a máxima capacidade de transferência de potência pode ser atingida para tensões próximas aos valores normais de operação.
- Para cargas com fator de potência capacitivo, há uma parte do ramo superior da curva PV ao longo da qual a tensão aumenta com a potência da carga. A explicação é que, sob fator de potência capacitivo, quanto mais potência ativa é consumida, mais potência reativa é produzida pela carga. Em cargas baixas, a queda de tensão devida ao aumento de potência ativa é compensada pelo aumento de tensão devido ao aumento da potência reativa. Este efeito é mais pronunciado quanto mais capacitivo é o fator de potência.

Há várias ferramentas para o cálculo do ponto de máximo carregamento, destacando-se o fluxo de potência continuado e o método do ponto de colapso. O método do ponto de colapso calcula diretamente o ponto de máximo carregamento sem a necessidade de traçar as curvas PV, obtendo assim um menor tempo de processamento. As sub-seções seguintes apresentam as características principais, a formulação matemática e a metodologia de solução referentes a estas metodologias.

### 2.4.3 – Fluxo de Potência Continuado

#### 2.4.3.1 – Princípios básicos

Seja o sistema de equações não-lineares (2.22), onde  $\underline{x}$  é um vetor de dimensão  $2n$ , formado pelas componentes  $\underline{\theta}$  e  $\underline{V}$ .

$$\underline{F}(\underline{x}, \gamma) = \underline{0} \quad (2.22)$$

O método da continuação consiste na obtenção, a partir de uma solução base  $(\underline{x}^1, \gamma^1)$ , das soluções subseqüentes do sistema  $(\underline{x}^2, \gamma^2)$  até um ponto pré-determinado  $(\underline{x}^*, \gamma^*)$ . A solução  $(\underline{x}^1, \gamma^1)$  representa a solução do caso base obtida a partir do fluxo de potência



convencional. Cada nova solução do sistema é calculada através das etapas de estimação e correção mostradas na Figura 2.5.

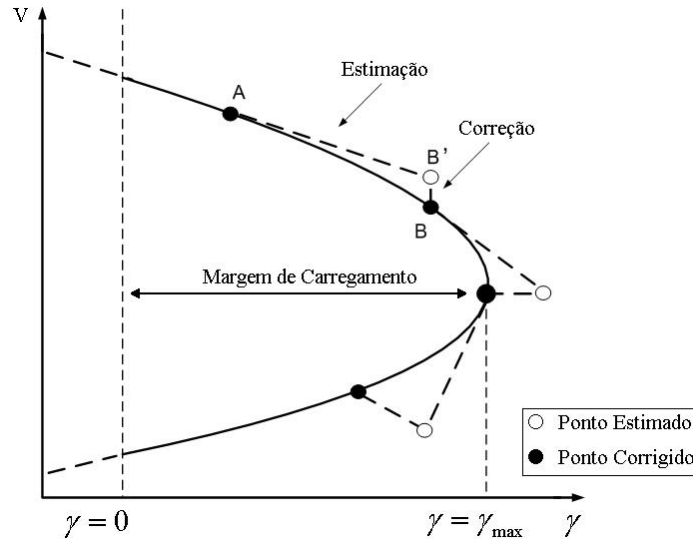


Figura 2.5 - Metodologia de estimação e correção.

Após a determinação do ponto de operação correto  $A$ , a estimativa é efetuada segundo a direção tangente à função descrita por (2.22) através de um passo de continuação especificado. Assim, um novo ponto estimado  $B'$  é calculado. Este ponto é então utilizado como condição inicial para a obtenção da solução correta  $B$ . O processo segue este raciocínio repetidas vezes. A variável  $\gamma$  em (2.22) corresponde ao aumento do carregamento, ou seja, para  $\gamma = 0$  tem-se o caso base e para  $\gamma = \gamma_{\max}$  tem-se o ponto de máximo carregamento.

### 2.4.3.2 – Processo de estimação

A Equação (2.22) pode ser escrita em coordenadas polares genericamente da seguinte forma:

$$\underline{F}(\underline{\theta}, \underline{V}, \gamma) = \underline{0} \quad (2.23)$$

O processo de estimação é feito através do vetor tangente  $[d\underline{\theta} \quad d\underline{V} \quad d\gamma]^t$  obtido da linearização de (2.23). Desta forma:

$$d[\underline{F}(\underline{\theta}, \underline{V}, \gamma)] = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.24)$$

ou ainda:

$$\underline{F}_{\theta} d\underline{\theta} + \underline{F}_V d\underline{V} + \underline{F}_{\gamma} d\gamma = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.25)$$

Na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_{\theta} & \underline{F}_V & \underline{F}_{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\underline{\theta} \\ d\underline{V} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.26)$$

onde:

$$\begin{aligned} \underline{F}_{\theta} &= \frac{\partial \underline{F}(\underline{\theta}, \underline{V}, \gamma)}{\partial \underline{\theta}} \\ \underline{F}_V &= \frac{\partial \underline{F}(\underline{\theta}, \underline{V}, \gamma)}{\partial \underline{V}} \\ \underline{F}_{\gamma} &= \frac{\partial \underline{F}(\underline{\theta}, \underline{V}, \gamma)}{\partial \gamma} \end{aligned}$$

O sistema descrito por (2.23) é o processo convencional de solução do fluxo de potência acrescido de uma variável. Assim sendo, para obter uma solução única, deve-se acrescentar mais uma equação ao sistema. Isto pode ser feito especificando-se um valor diferente de zero a um dos componentes do vetor tangente, garantindo a não singularidade da matriz Jacobiana no ponto de máximo carregamento [25]. Desta forma:

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_{\theta} & \underline{F}_V & \underline{F}_{\gamma} \\ & \underline{e}^t & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\underline{\theta} \\ d\underline{V} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} \\ z \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

onde o vetor  $\underline{e}$  é nulo exceto na posição  $k$ , que tem valor unitário. O valor da variável  $z$  define o tamanho da variação do parâmetro de continuação.

Desenvolvendo-se a Equação (2.27) observa-se que o processo de estimação pelo carregamento  $\gamma$  é dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{J}_{P_\gamma} \\ \mathbf{0}^t & \mathbf{0}^t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\boldsymbol{\theta} \\ d\mathbf{V} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ p_\gamma \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

onde  $p_\gamma$  é o passo de variação do carregamento, cujo sinal será positivo se o ponto de máximo carregamento não tiver sido alcançado e negativo caso contrário. Os valores de  $\mathbf{J}_{P_\gamma}$  e  $\mathbf{J}_{Q_\gamma}$  somente são diferentes de zero para as barras com aumento de demanda. Para uma barra genérica  $k$ , considerando-se o modelo de carga do tipo potência constante tem-se:

$$J_{P_\gamma k} = P_{D_k} \quad (2.29)$$

$$J_{Q_\gamma k} = Q_{D_k} \quad (2.30)$$

Por outro lado, se o parâmetro de continuação é a tensão  $V_q$ , onde  $q$  refere-se à barra com maior variação percentual de tensão entre os dois últimos pontos corrigidos, então o sistema a ser resolvido apresenta o seguinte formato:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{J}_{P_\gamma} \\ \mathbf{0}^t & \mathbf{0} & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\boldsymbol{\theta} \\ dV_1 \\ \vdots \\ dV_q \\ \vdots \\ dV_n \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -p_V \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

onde  $p_V$  é o passo de variação da tensão na barra  $q$ .

Após o cálculo do vetor tangente, as variáveis de estado são atualizadas. Assim, a partir do ponto correto  $A$  obtém-se a seguinte estimativa  $B'$ :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{V} \\ \gamma \end{bmatrix}^{B'} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{V} \\ \gamma \end{bmatrix}^A + \begin{bmatrix} d\boldsymbol{\theta} \\ d\mathbf{V} \\ d\gamma \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

### 2.4.3.3 – Processo de correção

A solução correta  $\mathbf{B}$  é então obtida especificando-se uma das variáveis de estado e calculando-se o valor das variáveis de estado restantes. O sistema a ser resolvido nesta etapa, de forma iterativa, é mostrado em (2.33). A matriz Jacobiana do sistema aumentado, diferentemente do que acontece com o sistema convencional, não é singular no ponto de máximo carregamento [25]. A escolha de qualquer uma das variáveis de estado como sendo o parâmetro de continuação resulta numa mesma solução.

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{F}}_{\theta} & \underline{\mathbf{F}}_V & \underline{\mathbf{F}}_{\gamma} \\ & \underline{\mathbf{e}}^t & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta} \\ \Delta \underline{V} \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \underline{\mathbf{P}} \\ \Delta \underline{\mathbf{Q}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

A etapa de correção quando o parâmetro de continuação for o carregamento adicional do sistema é simplesmente a execução do fluxo de potência convencional a partir do ponto estimado. De (2.34) obtém-se então, os valores de  $\Delta \underline{\theta}$  e  $\Delta \underline{V}$  corrigidos mediante um  $\Delta \gamma$  pré-estabelecido.

$$[\mathbf{J}] \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta} \\ \Delta \underline{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \underline{\mathbf{P}} \\ \Delta \underline{\mathbf{Q}} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

A etapa de correção por tensão utiliza o processo iterativo de Newton-Raphson como mostrado em (2.35), onde os elementos  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{J}_{\underline{p}\gamma}$  e  $\mathbf{J}_{\underline{q}\gamma}$  são obtidos da mesma forma que na etapa de estimação por tensão. A equação adicional a ser satisfeita é  $\Delta V = 0$  para a barra  $q$  que possui sua tensão como parâmetro de continuação. Assim, a tensão e o ângulo em todas as barras e o carregamento adicional do sistema são determinados em função de um  $\Delta V_q$  pré-estabelecido na etapa de estimação.

$$\mathbf{J} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{P\gamma} \\ \mathbf{J}_{Q\gamma_1} \\ \vdots \\ \mathbf{J}_{Q\gamma_q} \\ \vdots \\ \mathbf{J}_{Q\gamma_n} \\ \mathbf{0}^t \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta} \\ \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_q \\ \vdots \\ \Delta V_n \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \underline{P} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_q \\ \vdots \\ \Delta Q_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Após o cálculo do vetor de correções dado por (2.34) ou (2.35), as variáveis de estado são atualizadas numa dada iteração  $(h+1)$  de acordo com (2.36). Ao final do processo iterativo, o ponto correto  $\mathbf{B}$  é obtido a partir da estimativa  $\mathbf{B}'$ .

$$\begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{V} \\ \gamma \end{bmatrix}^{h+1} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{V} \\ \gamma \end{bmatrix}^h + \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta} \\ \Delta \underline{V} \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Assim sendo, utilizando a metodologia de fluxo de potência continuado obtém-se o perfil de tensão na barra 2, do exemplo demonstrado na sub-seção 2.4.2 para as cargas indutiva, capacitiva e resistiva, conforme mostrado na Figura 2.6.

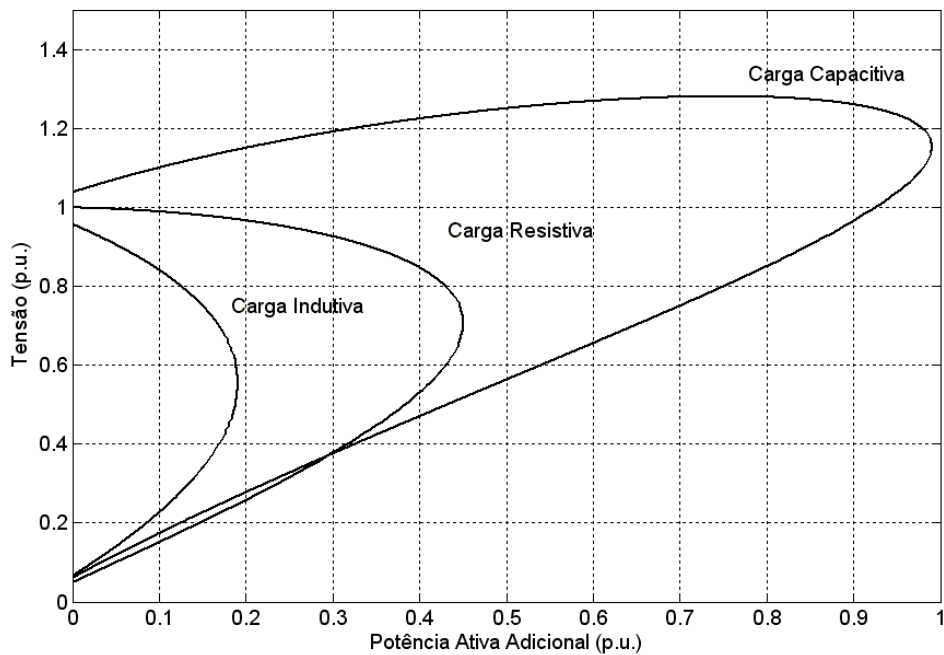


Figura 2.6 – Perfil de tensão: Fluxo de potência continuado

Observa-se que os valores de tensão mostrados na Figura 2.6, correspondentes as situações de potência ativa na barra 2 do exemplo da seção 2.4.2, coincidem com os valores teóricos anteriormente calculados para as cargas indutiva, capacitiva e resistiva.

## **2.4.4 – Método do ponto de colapso**

### **2.4.4.1 - Introdução**

O objetivo deste método é calcular diretamente, de uma forma iterativa, o ponto de máximo carregamento ou de bifurcação em um sistema elétrico de potência [33-35]. Uma alternativa simples para o cálculo deste ponto é utilizar um programa de fluxo de potência convencional, fazendo-se um aumento gradual das cargas até que a convergência não seja mais obtida. O método do ponto de colapso é uma forma adequada de calcular este ponto considerando-se os diversos limites de operação.

A referência [35] utiliza o método do ponto de colapso desenvolvido inicialmente para estudos em sistemas de corrente alternada, para calcular as bifurcações sela-nó em sistemas de potência incluindo a transmissão em corrente contínua. Além disto, utiliza a teoria da bifurcação em sistemas não lineares para calcular a distância no espaço de estados ao ponto de máximo carregamento, de modo a estimar a margem de carregamento em sistemas CA/CC. A referência [34] descreve a implementação dos métodos do ponto de colapso e da continuação no cálculo do ponto de máximo carregamento em sistemas CA/CC. Uma comparação do desempenho destes métodos é apresentada para sistemas de grande porte.

Ao longo dos últimos anos, estudos referentes à determinação das bifurcações sela-nó em sistemas dinâmicos, utilizando-se as técnicas de análise em estado permanente, têm sido apresentados e aplicados no cálculo dos limites de carregamento dos sistemas elétricos de potência. Em [34] as bifurcações sela-nó dinâmicas são detectadas através da singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência em estado permanente. A validade em se utilizar simplesmente as equações estáticas do fluxo de potência, de modo a identificar a bifurcação sela-nó é apresentada em [36], onde se mostra que a singularidade da matriz Jacobiana no fluxo de potência convencional, sob certas condições, coincide com a singularidade da matriz Jacobiana dinâmica. Por outro lado, a referência [37] resolve simultaneamente as equações diferenciais e algébricas do fluxo de potência, de modo a calcular a tensão no ponto de máximo carregamento, bem como as variáveis de estado e algébricas associadas.

### 2.4.4.2 – Metodologia básica

O ponto de máximo carregamento significa o carregamento adicional máximo que o sistema suporta sem perder a estabilidade de tensão, sendo caracterizado pela singularidade da matriz Jacobiana. O objetivo do método do ponto de colapso é obter diretamente o ponto de máximo carregamento, ou bifurcação, de um sistema elétrico de potência sem a necessidade de traçar as curvas de continuação [33].

A metodologia utilizada acrescenta ao conjunto de equações do fluxo de potência novas equações que caracterizam o ponto de máximo carregamento. Assim, o conjunto de equações não-lineares a ser utilizado é dado por [33,34,38]:

$$\underline{\mathbf{G}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma, \underline{\mathbf{w}}) = \begin{cases} \underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \\ \mathbf{J}^T \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{0}} \\ \|\underline{\mathbf{w}}\| \neq 0 \end{cases} \quad (2.37)$$

onde:

$\underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}}$ : representa as equações do fluxo de potência, garantindo que a solução seja um ponto de operação do sistema;

$\mathbf{J}^T \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{0}}$ : conjunto de equações formado pelo produto da matriz Jacobiana transposta e seu autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo, garantindo que a matriz seja singular;

$\|\underline{\mathbf{w}}\| \neq 0$ : garante que o autovetor à esquerda não seja nulo, evitando que a solução da equação seja trivial. A equação utilizada neste trabalho para atender a esta condição é dada por [33]:

$$1 - \sum_{i=1}^{2n} (\mathbf{w}_i^2) = 0 \quad (2.38)$$

Logo, de (2.37) tem-se:

$$\underline{\mathbf{G}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma, \underline{\mathbf{w}}) = \begin{cases} \underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \\ \mathbf{J}^T \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{0}} \\ 1 - \sum_{i=1}^{2n} (\mathbf{w}_i^2) = 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

O sistema representado em (2.39) é um conjunto de equações não-lineares a ser resolvido pelo método iterativo de Newton-Raphson. As variáveis deste sistema são as  $2n$  componentes de  $\underline{x}$ , as  $2n$  componentes de  $\underline{w}$  e o parâmetro de carregamento  $\gamma$ . Linearizando o conjunto de equações (2.39) tem-se matricialmente [34,35]:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \underline{f}^T}{\partial \underline{x}^2} \underline{w} & \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} & \underline{0} \\ \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} & \underline{0} & \frac{\partial \underline{f}}{\partial \gamma} \\ \underline{0}^T & 2 \underline{w}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{x} \\ \Delta \underline{w} \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{R}_1 \\ \underline{R}_2 \\ R_3 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

A sub-matriz  $\frac{\partial^2 \underline{f}^T}{\partial \underline{x}^2} \underline{w}$  em (2.40) é calculada efetuando primeiramente o produto da matriz Jacobiana transposta pelo autovetor  $\underline{w}$  e depois derivando o resultado em relação à  $\underline{x}$ , ou seja:

$$\frac{\partial^2 \underline{f}^T}{\partial \underline{x}^2} \underline{w} = \frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) \quad (2.41)$$

As variáveis de estado no método do ponto de colapso podem ser inicializadas como sendo a solução de um fluxo de potência no caso base. Conseqüentemente, a estimativa para o autovetor à esquerda é obtida a partir da matriz Jacobiana do caso base. Contudo, esta estimativa inicial pode não ser confiável se os limites de operação são atingidos. Para esta situação então, novos autovetores devem ser calculados cada vez que o sistema atingir um limite de operação [34].

Para sistemas cujo ponto de operação esteja distante do ponto de máximo carregamento, as estimativas iniciais descritas anteriormente ainda não são suficientemente adequadas para propiciar um desempenho satisfatório do processo iterativo descrito por (2.40) e conseqüentemente, gerar resultados confiáveis. Uma forma alternativa de contornar tal problema consiste em aumentar a carga ativa e reativa total do sistema além do caso base, de modo a gerar estimativas iniciais mais próximas daquelas correspondentes ao ponto de máximo carregamento [34]. Obviamente, o valor deste aumento no carregamento afeta o desempenho do método, contudo não influencia no resultado final.



O método do ponto de colapso tem a vantagem de gerar o autovetor à esquerda correspondente ao autovalor nulo da matriz Jacobiana no ponto de máximo carregamento. O autovetor à esquerda fornece a relação das barras mais indicadas às injeções de ativos e/ou reativos no intuito de fortalecer a estabilidade de tensão [34].

### 2.4.4.3 – Método do ponto de colapso em coordenadas polares

Neste caso, o vetor  $\underline{x}$  é formado pelas variáveis de estado  $\underline{\theta}$  e  $\underline{V}$ . O termo  $\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}}$  representa a matriz Jacobiana polar  $\mathbf{J}_p$  obtida de (A1.5). O termo  $\frac{\partial \underline{f}}{\partial \gamma}$  representa um vetor cujas componentes são as derivadas das equações de potência ativa e reativa injetada nas barras com relação ao parâmetro  $\gamma$ . A sub-matriz  $\frac{\partial^2 \underline{f}^T}{\partial \underline{x}^2} \underline{w}$  apresenta uma maior complexidade, estando detalhada a seguir. Tomando-se como base as equações do fluxo de potência polar descritas no Apêndice 1 e tendo-se em mente o interesse em avaliar a expressão (2.41) em coordenadas polares tem-se:

$$\frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_1} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial \theta_n} & & \ddots & & & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_n} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_{n+n} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Logo:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{f}}^T}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} w_1 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} w_n + \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} w_{n+1} + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_1} w_{n+n} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_n} w_1 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial V_n} w_n + \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} w_{n+1} + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} w_{n+n} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

ou ainda:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{f}}^T}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_{n+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial \theta_1} w_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_j}{\partial \theta_1} w_{n+j} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial V_n} w_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_j}{\partial V_n} w_{n+j} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Logo, a derivada da sub-matriz  $\frac{\partial \underline{\mathbf{f}}^T}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}}$  em relação as variáveis de estado resulta em uma matriz cujas linhas são formadas pelas derivadas parciais de cada um dos  $r_i$  elementos de  $\underline{\mathbf{r}}$  pelas variáveis  $\underline{\mathbf{x}}$ . Assim:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \left( \frac{\partial \underline{\mathbf{f}}^T}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial r_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \frac{\partial r_{n+n}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial \theta_n} & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_n} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Alguns elementos de (2.45) na forma explícita são dados por:

$$\frac{\partial r_1}{\partial \theta_1} = \frac{\partial}{\partial \theta_1} \left( \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial \theta_1} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_1} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial \theta_1^2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_1^2} w_{n+k} \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial r_1}{\partial \theta_2} = \frac{\partial}{\partial \theta_2} \left( \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial \theta_1} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_1} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} w_{n+k} \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial r_{n+m}}{\partial V_m} = \frac{\partial}{\partial V_m} \left( \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial V_m} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial V_m^2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m^2} w_{n+k} \quad (2.48)$$

As derivadas de segunda ordem da formulação convencional polar são apresentadas no Apêndice 2.

#### 2.4.4.4 – Método do ponto de colapso em coordenadas retangulares

Neste caso o vetor  $\underline{x}$  é formado pelas variáveis de estado  $\underline{V}_r$  e  $\underline{V}_m$ . O termo  $\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}}$  representa a matriz Jacobiana retangular  $\mathbf{J}_r$  obtida de (A.1.32). A sub-matriz  $\frac{\partial^2 \underline{f}^T}{\partial \underline{x}^2} \underline{w}$  apresenta uma maior complexidade, estando detalhada a seguir. Tomando-se como base as equações do fluxo de potência retangular descritas no Apêndice 1 e tendo-se em mente o interesse em avaliar a expressão (2.41) em coordenadas retangulares tem-se:

$$\frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial V_{r1}} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{r1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r1}} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r1}} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_m} & & \ddots & & & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_{m1}} & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_{mn}} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{mn}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{mn}} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{mn}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_{n+n} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Logo:

$$\frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial V_{r1}} w_1 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial V_{r1}} w_n + \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r1}} w_{n+1} + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r1}} w_{n+n} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_{mn}} w_1 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial V_{mn}} w_n + \frac{\partial Q_1}{\partial V_{mn}} w_{n+1} + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial V_{mn}} w_{n+n} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

ou ainda:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{f}}^T}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_{n+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial V_{r1}} w_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_j}{\partial V_{r1}} w_{n+j} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial V_{mn}} w_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_j}{\partial V_{mn}} w_{n+j} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Logo, a derivada da sub-matriz  $\frac{\partial \underline{\mathbf{f}}^T}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}}$  em relação as variáveis de estado resulta em uma matriz cujas linhas são formadas pelas derivadas parciais de cada um dos  $r_i$  elementos de  $\underline{\mathbf{r}}$  pelas variáveis  $\underline{\mathbf{x}}$ . Assim:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \left( \frac{\partial \underline{\mathbf{f}}^T}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial V_{r1}} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial V_{rn}} & \frac{\partial r_1}{\partial V_{m1}} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial V_{mn}} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_{r1}} & \dots & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_{rn}} & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_{m1}} & \dots & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_{mn}} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Alguns elementos de (2.52) na forma explícita são dados por:

$$\frac{\partial r_1}{\partial V_{r1}} = \frac{\partial}{\partial V_{r1}} \left( \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial V_{r1}} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r1}} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial V_{r1}^2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r1}^2} w_{n+k} \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial r_1}{\partial V_{m1}} = \frac{\partial}{\partial V_{m1}} \left( \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial V_{r1}} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r1}} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial V_{r1} \partial V_{m1}} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r1} \partial V_{m1}} w_{n+k} \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial r_{n+m}}{\partial V_{m1}} = \frac{\partial}{\partial V_{m1}} \left( \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial V_{m1}} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial V_{m1}} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial V_{m1}^2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m1}^2} w_{n+k} \quad (2.55)$$

As derivadas de segunda ordem da formulação convencional retangular são apresentadas no Apêndice 2.

### 2.4.4.5 – Algoritmo

O algoritmo referente ao método do ponto de colapso pode ser sumarizado nos seguintes passos:

- *Passo 1:* Cálculo do ponto de máximo carregamento estimado  $(\underline{\theta}^{est}, \underline{V}^{est}, \gamma^{est})$  ou  $(\underline{V}_{rk}^{est}, \underline{V}_{mk}^{est}, \gamma^{est})$ . A metodologia empregada na obtenção do ponto estimado adiciona carga ao sistema em parcelas incrementais de 10% da carga nominal. A cada parcela de carga adicional inserida, executa-se o método iterativo convencional de Newton Raphson de modo a obter a nova solução. Quando este método não mais convergir tem-se a estimativa inicial. Caso o método de Newton não convirja no primeiro acréscimo adicional de 10% de carga nominal, então o ponto estimado é o próprio caso base do sistema;
- *Passo 2:* Montar a matriz Jacobiana  $\mathbf{J}$  no ponto estimado;
- *Passo 3:* Cálculo do autovetor à esquerda estimado  $\underline{w}^{est}$  da matriz Jacobiana  $\mathbf{J}$  associado ao autovalor crítico. Os autovetores à esquerda de uma matriz são iguais aos autovetores à direita desta matriz transposta. Assim, para obter o autovetor à esquerda estimado  $\underline{w}^{est}$ , basta calcular a matriz Jacobiana transposta no ponto estimado e em seguida obter o autovalor crítico e o seu correspondente autovetor. Por autovalor crítico, entende-se o autovalor real com módulo mais próximo de zero dentre todos os autovalores de  $\mathbf{J}$ ;
- *Passo 4:* Cálculo do vetor de resíduos mostrado na Equação (2.40);

$$\underline{R}_1 = -\mathbf{J}' \underline{w} \quad (2.56)$$

$$\underline{R}_2 = [\Delta P_1 \quad \Delta P_2 \quad \dots \quad \Delta P_n \quad \Delta Q_1 \quad \Delta Q_2 \quad \dots \quad \Delta Q_n]^t \quad (2.57)$$

$$R_3 = 1 - w_1^2 - w_2^2 - \dots - w_{2n}^2 = 1 - \sum_{i=1}^{2n} (w_i^2) \quad (2.58)$$

- *Passo 5:* Se todos os componentes deste vetor de resíduos são menores que uma tolerância pré-estabelecida, então proceda ao *Passo 7*. Caso contrário incremente o contador de iterações  $h = h + 1$  e resolva a Equação (2.40), de modo a calcular as correções das variáveis de estado envolvidas no processo iterativo;

- *Passo 6:* Atualização das variáveis de estado e retorno ao *Passo 4*. Para a formulação polar utilizam-se as seguintes variáveis:

$$\underline{\theta}^{h+1} = \underline{\theta}^h + \Delta \underline{\theta}^h \quad (2.59)$$

$$\underline{V}^{h+1} = \underline{V}^h + \Delta \underline{V}^h \quad (2.60)$$

$$\underline{w}^{h+1} = \underline{w}^h + \Delta \underline{w}^h \quad (2.61)$$

$$\gamma^{h+1} = \gamma^h + \Delta \gamma^h \quad (2.62)$$

Para a formulação retangular utilizam-se as seguintes variáveis:

$$\underline{V}_{rk}^{h+1} = \underline{V}_{rk}^h + \Delta \underline{V}_{rk}^h \quad (2.63)$$

$$\underline{V}_{rm}^{h+1} = \underline{V}_{rm}^h + \Delta \underline{V}_{rm}^h \quad (2.64)$$

$$\underline{w}^{h+1} = \underline{w}^h + \Delta \underline{w}^h \quad (2.65)$$

$$\gamma^{h+1} = \gamma^h + \Delta \gamma^h \quad (2.66)$$

- *Passo 7:* Cálculo da matriz Jacobiana no ponto de máximo carregamento e de seu autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo.

## 2.5 – Análise de Sensibilidade em SEP

### 2.5.1 – Modelagem básica

Na análise de sensibilidade, as variáveis são classificadas como variáveis dependentes, de controle, dependentes funcionais e vetor de parâmetros [19]. A análise de sensibilidade consiste, portanto, no estudo do comportamento das variáveis dependentes com relação à variação das variáveis de controle e/ou parâmetros. O vetor das variáveis dependentes é composto pelas incógnitas do problema do fluxo de potência. O vetor das variáveis de controle é constituído, por exemplo, pelos módulos de tensões nodais nas barras de geração e pelos taps de transformadores. O vetor de parâmetros é constituído pelas potências ativa e reativa nas barras de carga, por exemplo. Finalmente, o vetor das variáveis dependentes funcionais é composto pelos fluxos de potência nos ramos e injeções de potência reativa nas barras de geração.

O modelo matemático de um sistema de potência funcionando em estado permanente pode ser escrito na seguinte forma [19]:

$$\underline{f}(\underline{x}, \underline{\lambda}, \underline{r}) = 0 \quad (2.67)$$

O diferencial da equação (2.67) é dado por:

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} d\underline{x} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} d\underline{\lambda} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{r}} d\underline{r} = 0 \quad (2.68)$$

A equação (2.68) estabelece de forma exata a inter-relação entre os grupos de variáveis do sistema para variações infinitesimais nessas variáveis. Do ponto de vista prático, obtém-se uma relação aproximada se na equação (2.68) os diferenciais  $d\underline{x}$ ,  $d\underline{\lambda}$  e  $d\underline{r}$  são substituídos por variações finitas  $\Delta\underline{x}$ ,  $\Delta\underline{\lambda}$  e  $\Delta\underline{r}$ . Assim:

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \Delta\underline{x} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \Delta\underline{\lambda} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{r}} \Delta\underline{r} = 0 \quad (2.69)$$

A expressão (2.69) não deveria ser escrita com sinal de igualdade tendo em vista a aproximação existente. Porém, se for feita a suposição de que as variações  $\Delta\underline{x}$ ,  $\Delta\underline{\lambda}$  e  $\Delta\underline{r}$  são de pequenas magnitudes, então o erro será pequeno e a igualdade poderá ser adotada.

Manipulando a equação (2.69) obtém-se:

$$\Delta\underline{x} = - \left( \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right)^{-1} \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \Delta\underline{\lambda} - \left( \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right)^{-1} \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{r}} \Delta\underline{r} \quad (2.70)$$

ou ainda:

$$\Delta\underline{x} = \underline{S}_{x\lambda} \Delta\underline{\lambda} - \underline{S}_{xr} \Delta\underline{r} \quad (2.71)$$

onde:

$$\underline{S}_{x\lambda} = - \left( \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right)^{-1} \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \quad (2.72)$$

$$\underline{S}_{xr} = - \left( \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right)^{-1} \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{r}} \quad (2.73)$$

$\underline{S}_{x\lambda}$  e  $\underline{S}_{xv}$  representam a sensibilidade das variáveis de estado em relação às variáveis de controle e ao vetor de parâmetros. A equação (2.71) permite determinar as variações nas variáveis de estado quando ocorrem variações em uma ou mais variáveis de controle ou em uma ou mais cargas, ou ambos os casos.

### **2.5.2 – Considerações adicionais**

Conclui-se que o resultado da análise de sensibilidade será tanto mais preciso quanto menor forem os distúrbios. Entretanto, é difícil determinar as faixas de valores aceitáveis para os distúrbios, pois isto varia grandemente de sistema para sistema além de depender do tipo de distúrbio. Somente o conhecimento prévio adquirido através da convivência com o sistema, ou então através de um processo de tentativa e erro, poderão fornecer indicações acerca destes valores.

Nos casos em que os distúrbios possam ser considerados pequenos em magnitude, o novo estado do sistema pode ser reavaliado prontamente através da técnica de análise de sensibilidade. Conforme visto anteriormente, nesta técnica efetua-se uma linearização do modelo da rede em estado permanente e através da solução direta do modelo linearizado determina-se com boa aproximação as reações do sistema frente aos distúrbios. Se, por exemplo, os resultados de um fluxo de potência retratando o estado da rede antes da ocorrência das variações são conhecidos, então o novo estado após a ocorrência é calculado simplesmente somando-se o estado anterior com as variações calculadas através de (2.71).



## **Capítulo 3 – Análise de Sensibilidade da Margem de Carregamento**

### **3.1 – Introdução**

Na análise de sistemas de potência, seja no planejamento ou na operação, um dos objetivos é verificar o comportamento do sistema frente à variações nos valores de determinadas grandezas. Por exemplo, pode ser necessário calcular o novo ponto de operação em função de alterações no perfil das cargas conectadas em uma ou mais barras. Pode-se também no caso de ocorrência de violações nos limites operativos de uma determinada grandeza, definir as variáveis de controle mais indicadas para tentar eliminar tais violações através da re-especificação de seus valores.

Em um sistema elétrico de potência alguns parâmetros podem ser totalmente controlados, enquanto outros, como as cargas, são difíceis de serem controlados. Os parâmetros que não podem ser controlados variam com o tempo e afetam o comportamento do sistema. Assim, especialmente na área da estabilidade de tensão é de suma importância calcular a nova margem de carregamento face a variação de determinados parâmetros, de modo que medidas preventivas e corretivas possam ser aplicadas pelo operador. Conseqüentemente, a avaliação da sensibilidade da margem de carregamento em relação a estes parâmetros constitui-se num tema atual e de grande repercussão nos meios acadêmico e profissional.

Face ao exposto nos parágrafos anteriores, este capítulo apresenta a abordagem matemática da análise de sensibilidade linear e quadrática da margem de carregamento em sistemas elétricos de potência. Este modelo de análise de sensibilidade considera as equações básicas da rede em coordenadas polares e retangulares, sendo desenvolvido considerando as variações nos seguintes parâmetros: admitância de linha, demanda de potência ativa, susceptância shunt de barra, susceptância de linha e tensão em barras de geração. Toda esta modelagem é então validada utilizando-se o método do ponto de colapso aplicado a um sistema teste composto de três barras.

## 3.2 - Modelo Matemático da Análise de Sensibilidade [1]

### 3.2.1 – Considerações preliminares

A dedução e a aplicação das fórmulas de sensibilidade requerem a escolha de um ponto de operação estável nominal, no qual os parâmetros ou controles são ajustados e um padrão de aumento de carga é estabelecido. Este padrão determina o ponto de máximo carregamento e também define a direção na qual a margem de carregamento é medida. O ponto de máximo carregamento deve ser calculado por um método que considere os limites operativos do sistema. A dedução das fórmulas de sensibilidade requer que as equações do sistema permaneçam as mesmas à medida que os parâmetros são variados. Em particular, os limites impostos no ponto de máximo carregamento são mantidos à medida que os parâmetros são variados.

### 3.2.2 – Formulação matemática básica

O sistema de potência no ponto de máximo carregamento satisfaz o seguinte conjunto de equações:

$$\underline{f}(\underline{x}, \underline{\lambda}, p) = 0 \quad (3.1)$$

Sejam  $\underline{\lambda}_0$  o vetor de demandas de potência ativa e reativa no caso base,  $\underline{\alpha}$  um vetor unitário que representa o incremento de cargas e  $M$  a margem de carregamento. As demandas de potência no ponto de máximo carregamento satisfazem a seguinte equação:

$$\underline{\lambda} = \underline{\lambda}_0 + \underline{\alpha}M \quad (3.2)$$

Como  $\underline{\alpha}$  é um vetor unitário de norma Euclidiana tem-se:

$$\underline{\alpha} = \frac{(\underline{\lambda} - \underline{\lambda}_0)}{\|\underline{\lambda} - \underline{\lambda}_0\|} \quad (3.3)$$

Assim, a margem de carregamento é dada por [1]:

$$M = \|\underline{\lambda} - \underline{\lambda}_0\| \quad (3.4)$$

No entanto, o objetivo deste trabalho é calcular a margem utilizando a equação apresentada em [30], ou seja:

$$M' = \Sigma \underline{\lambda} - \Sigma \underline{\lambda}_0 \quad (3.5)$$

Considerando novamente que as demandas de potência no ponto de máximo carregamento satisfazem ainda a Equação (3.2), tem-se para este novo valor de margem a seguinte relação:

$$\underline{\lambda} = \underline{\lambda}_0 + \underline{\alpha}' M' \quad (3.6)$$

Logo, dividindo (3.6) por (3.2) obtém-se:

$$\frac{\underline{\alpha}'}{\underline{\alpha}} = \frac{M}{M'} \quad (3.7)$$

Mas:

$$\frac{M}{M'} = \frac{\|\underline{\lambda} - \underline{\lambda}_0\|}{\Sigma \underline{\lambda} - \Sigma \underline{\lambda}_0} = \beta \quad (3.8)$$

Assim:

$$\frac{\underline{\alpha}'}{\underline{\alpha}} = \beta \quad (3.9)$$

Finalmente:

$$\underline{\alpha}' = \beta \underline{\alpha} \quad (3.10)$$

Para cada  $(\underline{x}, \underline{\lambda}, p)$  correspondente ao ponto de máximo carregamento existe um autovetor à esquerda  $\underline{w}(\underline{x}, \underline{\lambda}, p)$  correspondente ao autovalor nulo da matriz Jacobiana, de tal modo que:

$$\underline{w}^T(\underline{x}, \underline{\lambda}, p) \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}}(\underline{x}, \underline{\lambda}, p) = 0 \quad (3.11)$$

### 3.2.3 – Estimativa linear [1]

A solução da análise de sensibilidade para a estimativa linear é bem simples, pois necessita apenas do cálculo do ponto de máximo carregamento, do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana neste ponto e da derivada das equações de potência em relação ao parâmetro  $p$ . Desta forma, a estimativa linear exige um pequeno tempo de processamento, entretanto sua precisão é pequena se comparada à estimativa quadrática.

Linearizando a equação (3.1) no ponto de máximo carregamento tem-se:

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \Delta \underline{x} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \Delta \underline{\lambda} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial p} \Delta p = 0 \quad (3.12)$$

De modo a simplificar a notação matemática tendo em vista os desenvolvimentos futuros a serem apresentados neste trabalho, a equação (3.12) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\underline{f}_x \Delta \underline{x} + \underline{f}_\lambda \Delta \underline{\lambda} + \underline{f}_{-p} \Delta p = 0 \quad (3.13)$$

onde:

$$\underline{f}_x \triangleq \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \quad (3.14)$$

$$\underline{f}_\lambda \triangleq \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \quad (3.15)$$

$$\underline{f}_{-p} \triangleq \frac{\partial \underline{f}}{\partial p} \quad (3.16)$$

Avaliando a equação (3.13) no ponto de máximo carregamento, posteriormente pré-multiplicando por  $\underline{w}^T$  e utilizando a equação (3.11), obtém-se:

$$\underline{w}^T \underline{f}_\lambda \Delta \underline{\lambda} + \underline{w}^T \underline{f}_{-p} \Delta p = 0 \quad (3.17)$$

Linearizando a equação (3.6) obtém-se:

$$\Delta \underline{\lambda} = \underline{\alpha}' \Delta M' \quad (3.18)$$

Substituindo (3.18) em (3.17) obtém-se:

$$\underline{w}^T \underline{f}_\lambda \underline{\alpha}' \Delta M' + \underline{w}^T \underline{f}_p \Delta p = 0 \quad (3.19)$$

Manipulando a equação (3.19) é possível obter a sensibilidade de margem de carregamento  $M_p$  em relação à variação do parâmetro  $p$ , ou seja:

$$\frac{\Delta M'}{\Delta p} = M_p = \frac{-\underline{w}^T \underline{f}_p}{\underline{w}^T \underline{f}_\lambda \underline{\alpha}'} \quad (3.20)$$

Para a estimativa linear, o único termo que deve ser calculado em todas as análises é  $\underline{f}_p$ . O termo  $\underline{w}^T \underline{f}_\lambda \underline{\alpha}'$ , o autovetor à esquerda  $\underline{w}$  e a matriz  $\underline{f}_\lambda$  são calculados apenas uma vez, pois são constantes para qualquer parâmetro utilizado na análise.

O custo para calcular cada autovetor é basicamente equivalente a uma iteração do fluxo de potência, enquanto que para computar  $\underline{w}^T \underline{f}_\lambda \underline{\alpha}'$  é desprezível. Num sistema prático, uma vez que a margem de carregamento e o autovetor à esquerda tenham sido determinados, a estimativa linear pode ser obtida mais rapidamente do que uma solução de fluxo de potência.

### 3.2.4 - Estimativa quadrática [1]

A estimativa quadrática é mais precisa que a linear. Porém, nesta estimativa necessita-se do cálculo da sub-matriz  $\frac{\partial^2 \underline{f}^T}{\partial \underline{x}^2} \underline{w}$ , do autovetor à direita e de derivadas de segunda ordem, além dos termos obtidos na estimativa linear, demandando um maior tempo de processamento.

Dividindo a equação (3.12) por  $\Delta p$  e avaliando esta função no ponto de máximo carregamento tem-se:

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \frac{\Delta \underline{x}}{\Delta p} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \frac{\Delta \underline{\lambda}}{\Delta p} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial p} = 0 \quad (3.21)$$

Substituindo (3.18) em (3.21):

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \frac{\Delta \underline{x}}{\Delta p} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \underline{\alpha}' \frac{\Delta M'}{\Delta p} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial p} = 0 \quad (3.22)$$

A sensibilidade quadrática da margem de carregamento é obtida diferenciando-se (3.22) em relação a  $p$ . Avaliando-se esta equação resultante no ponto de máximo carregamento e multiplicando-se por  $\underline{w}^T$  obtém-se [1]:

$$M_{pp} = \frac{1}{\underline{w}^T \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \underline{\alpha}'} \left( \frac{\partial \underline{x}^T}{\partial p} \underline{w}^T \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial \underline{x}^2} \frac{\partial \underline{x}}{\partial p} + 2 \underline{w}^T \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial \underline{x} \partial \underline{\lambda}} \frac{\partial \underline{x}}{\partial p} \underline{\alpha}' M_p + 2 \underline{w}^T \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial \underline{x} \partial p} \frac{\partial \underline{x}}{\partial p} + \right. \\ \left. \underline{w}^T \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}^2} \underline{\alpha}' M_p M_p + 2 \underline{w}^T \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial \underline{\lambda} \partial p} \underline{\alpha}' M_p + \underline{w}^T \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial p^2} \right) \quad (3.23)$$

De modo a simplificar a notação matemática, a equação (3.23) pode ser reescrita como:

$$M_{pp} = -\frac{1}{\underline{w}^T \underline{f}_{\lambda} \underline{\alpha}'} \left[ \underline{x}_p^T \underline{f}_{xx} \underline{x}_p + 2 \underline{w}^T \underline{f}_{x\lambda} \underline{x}_p \underline{\alpha}' M_p + 2 \underline{w}^T \underline{f}_{xp} \underline{x}_p + \underline{w}^T \underline{f}_{\lambda\lambda} \underline{\alpha}' M_p M_p + 2 \underline{w}^T \underline{f}_{\lambda p} \underline{\alpha}' M_p + \underline{w}^T \underline{f}_{pp} \right] \quad (3.24)$$

onde:

$$\underline{f}_{xx} = \frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left( \underline{w}^T \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right) = \frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) \quad (3.25)$$

$$\underline{f}_{\lambda\lambda} = \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}^2} \quad (3.26)$$

$$\underline{f}_{xp} = \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial \underline{x} \partial p} \quad (3.27)$$

$$\underline{f}_{pp} = \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial p^2} \quad (3.28)$$

$$\underline{f}_{\lambda p} = \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial \underline{\lambda} \partial p} \quad (3.29)$$

$$\underline{f}_{x\lambda} = \frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial \underline{\lambda} \partial \underline{x}} \quad (3.30)$$

$$\underline{x}_p = \frac{\partial \underline{x}}{\partial p} \quad (3.31)$$

De um modo geral,  $\underline{f}_{\lambda\lambda} = \underline{f}_{x\lambda} = \underline{f}_{\lambda p} = 0$ . Logo a estimativa quadrática é dada por [1]:

$$M_{pp} = -\frac{1}{\underline{w}^T \underline{f}_{\lambda} \underline{\alpha}} [\underline{x}_p^T \underline{f}_{xx} \underline{x}_p + 2 \underline{w}^T \underline{f}_{xp} \underline{x}_p + \underline{w}^T \underline{f}_{pp}] \quad (3.32)$$

Assim, para obter a variação da margem de carregamento em função da variação do parâmetro  $p$ , utiliza-se a expansão da série de Taylor limitada ao segundo termo, dada por:

$$\Delta M' = M_p \Delta p + \frac{1}{2} M_{pp} \Delta p^2 \quad (3.33)$$

Para o cálculo do termo  $\underline{x}_p$  mostrado em (3.32) considera-se (3.1) juntamente com as equações que representam o ponto de máximo carregamento mostradas no Capítulo 2. Portanto, tem-se seguinte sistema:

$$\begin{cases} \underline{f}(\underline{x}, \underline{\lambda}, p) = \underline{0} \\ \mathbf{J}^T \underline{w} = \underline{0} \\ 1 - \sum_{i=1}^{2n} (w_i^2) = 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

Linearizando as equações (3.34) obtém-se:

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \Delta \underline{x} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \Delta \underline{\lambda} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial p} \Delta p = 0 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) \Delta \underline{x} + \frac{\partial}{\partial \underline{w}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) \Delta \underline{w} + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) \Delta p + \frac{\partial}{\partial \underline{\lambda}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) \Delta \underline{\lambda} = 0 \quad (3.36)$$

$$2 \underline{w}^T \Delta \underline{w} = 0 \quad (3.37)$$

Substituindo (3.18) em (3.35) obtém-se:

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \Delta \underline{x} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \underline{\alpha}' \Delta M' + \frac{\partial \underline{f}}{\partial p} \Delta p = 0 \quad (3.38)$$

De (3.36) tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{w}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) = \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \quad (3.39)$$

Como neste trabalho as cargas são consideradas do tipo potência constante, então de (3.36) tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\lambda}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) = 0 \quad (3.40)$$

Dividindo-se as equações (3.36), (3.37) e (3.38) pela variação da variável de perturbação e manipulando-se as equações obtém-se:

$$\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \frac{\Delta \underline{x}}{\Delta p} + \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{\lambda}} \underline{\alpha}' \frac{\Delta M'}{\Delta p} = - \frac{\partial \underline{f}}{\partial p} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) \frac{\Delta \underline{x}}{\Delta p} + \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \frac{\Delta \underline{w}}{\Delta p} = - \frac{\partial^2 \underline{f}^T}{\partial \underline{x} \partial p} \underline{w} \quad (3.42)$$

$$2 \underline{w} \frac{\Delta \underline{w}}{\Delta p} = 0 \quad (3.43)$$

As equações (3.41) e (3.42) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\underline{f}_x \frac{\Delta \underline{x}}{\Delta p} + \underline{f}_\lambda \underline{\alpha}' \frac{\Delta M'}{\Delta p} + \underline{f}_p = 0 \quad (3.44)$$

$$\underline{f}_{xx} \frac{\Delta \underline{x}}{\Delta p} + \underline{f}_x^T \frac{\Delta \underline{w}}{\Delta p} + \underline{f}_{xp}^T \underline{w} = 0 \quad (3.45)$$

Matricialmente as equações (3.44), (3.45) e (3.43) podem ser escritas da seguinte forma:



$$\begin{bmatrix} \underline{f}_x & \underline{0} & \underline{f}_\lambda \underline{\alpha}' \\ \underline{f}_{xx} & \underline{f}_x^T & \underline{0} \\ \underline{0}^T & 2\underline{w}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta \underline{x}}{\Delta p} \\ \frac{\Delta \underline{w}}{\Delta p} \\ \frac{\Delta M'}{\Delta p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{f}_p \\ -\underline{f}_{xp}^T \underline{w} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

A solução de (3.46) fornece a sensibilidade do vetor de estados, do autovetor à esquerda e da margem de carregamento em relação a variação do parâmetro  $p$ . Entretanto, somente a sensibilidade do vetor de estados é necessária. Assim sendo, multiplicando a linha intermediária da equação (3.46) por  $\underline{v}$  e considerando que a equação é calculada no ponto de máximo carregamento, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{f}_x & \underline{f}_\lambda \underline{\alpha}' \\ \underline{v} \underline{f}_{xx} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta \underline{x}}{\Delta p} \\ \frac{\Delta M'}{\Delta p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{f}_p \\ -\underline{v} \underline{f}_{xp}^T \underline{w} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Substituindo a variável  $\frac{\Delta M'}{\Delta p}$  por  $M_p$ , é possível manipular a equação (3.47) da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \underline{f}_x \\ \underline{v} \underline{f}_{xx} \end{bmatrix} \underline{x}_p = \begin{bmatrix} -\underline{f}_p & -\underline{f}_\lambda \underline{\alpha}' M_p \\ -\underline{v} \underline{f}_{xp}^T \underline{w} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

A partir da equação (3.48) obtém-se a sensibilidade do vetor de estados em relação ao parâmetro  $p$ , ou seja  $\underline{x}_p$ .

### 3.3 – Sensibilidade da Margem de Carregamento em Coordenadas Polares

As equações básicas de potência em coordenadas polares, bem como a estrutura matemática do processo iterativo estão dadas no Apêndice 1 através das Equações (A1.1) a (A1.5). Os elementos que constituem a matriz Jacobiana polar estão dados pelas equações

(A1.6) a (A1.13). A atualização das variáveis de estado  $\underline{\theta}$  e  $\underline{V}$  ao final de cada iteração é dada pelas equações (A1.14) e (A1.15). Além disto, o Apêndice 2 apresenta todas as equações referentes aos termos da sub-matriz  $\frac{\partial^2 \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}^2} \underline{\mathbf{w}}$  polar. As expressões do balanço de potência ativa e reativa em uma barra genérica  $k$ , denotadas por  $P_k$  e  $Q_k$  respectivamente, são dadas por:

$$P_k + P_{d_k} - P_{G_k} = 0 \quad (3.49)$$

$$Q_k + Q_{d_k} - Q_{G_k} = 0 \quad (3.50)$$

onde tendo em vista as equações (A1.1) e (A1.2) mostradas no Apêndice 1:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.51)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.52)$$

O objetivo básico é desenvolver a seguir as equações (3.20), (3.32) e (3.33) em termos das coordenadas polares de tensão, considerando variações em cinco parâmetros, notadamente, admitância de linha, demanda de potência ativa, susceptância shunt de barra, susceptância de linha e tensão em barras de geração.

### 3.3.1 – Variação da admitância de linha

O estudo da variação da admitância da linha é utilizado para determinar a sensibilidade da margem de carregamento em relação a uma eventual contingência de linha. A partir desta sensibilidade obtêm-se dados suficientes que determinam a contingência mais severa, sem a necessidade de calcular vários fluxos de potência convencional e continuado.

A estimativa linear de contingências múltiplas é simplesmente a soma da estimativa linear referente a cada contingência em separado. A estimativa quadrática de contingências múltiplas é a soma da estimativa quadrática referente a cada contingência em separado mais outros termos que consideram a interação entre as contingências [2].

A partir do modelo  $\pi$  da linha de transmissão, ou do transformador [39], seja  $nr$  o número de ramos paralelos  $k$ - $m$  genéricos mostrados nas Figuras 3.1 e 3.2 selecionados para a análise de sensibilidade:

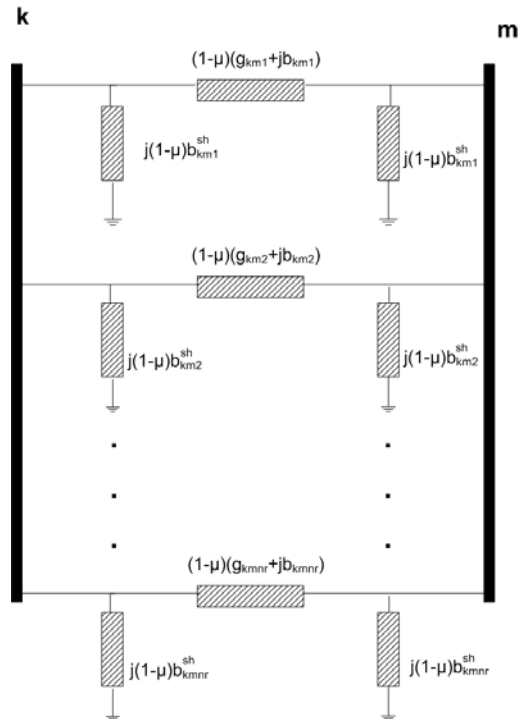


Figura 3.1 – Modelo  $\pi$  da linha de transmissão

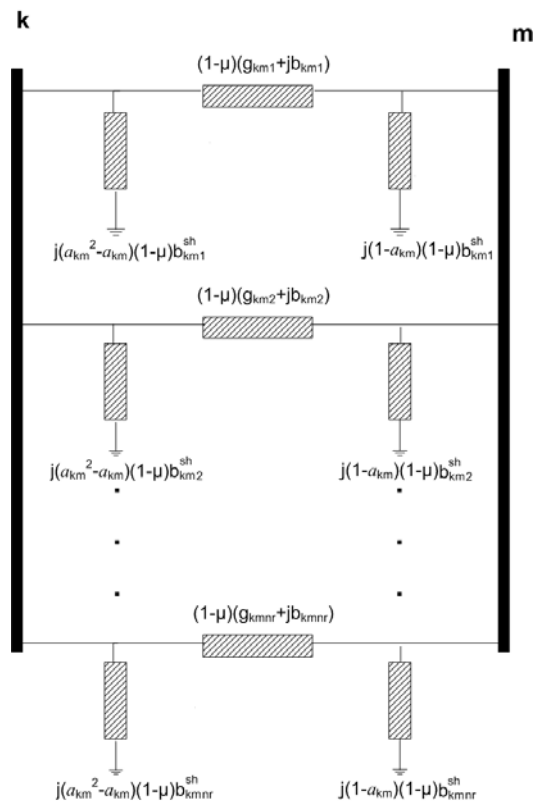


Figura 3.2 – Modelo  $\pi$  do transformador em-fase

$\mu$  é um escalar que varia de zero a um correspondendo à redução da admitância de linha.  $\mu=0$  representa a linha em condições normais e  $\mu=1$  representa a retirada total da linha. Inserindo  $\mu$  em (3.49) e (3.50) e derivando estas novas equações em relação a este parâmetro tem-se para os ramos  $k$ - $m$  genéricos, as quatro coordenadas não nulas do vetor  $\underline{f}_{pp}$  dadas por:

$$\frac{\partial P'_k}{\partial \mu} = \frac{\partial P_k}{\partial \mu} = -a_{km}^2 V_k^2 (g_{km1} + g_{km2} + \dots + g_{kmnr}) + a_{km} V_k V_m ((g_{km1} + g_{km2} + \dots + g_{kmnr}) \cos \theta_{km} + (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) \sin \theta_{km}) = -P_{km} \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial Q'_k}{\partial \mu} = \frac{\partial Q_k}{\partial \mu} = V_k^2 (a_{km}^2 (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) + (b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \dots + b_{kmnr}^{sh})) + a_{km} V_k V_m ((g_{km1} + g_{km2} + \dots + g_{kmnr}) \sin \theta_{km} - (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) \cos \theta_{km}) = -Q_{km} \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial P'_m}{\partial \mu} = \frac{\partial P_m}{\partial \mu} = -V_m^2 (g_{km1} + g_{km2} + \dots + g_{kmnr}) + a_{km} V_k V_m ((g_{km1} + g_{km2} + \dots + g_{kmnr}) \cos \theta_{km} - (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) \sin \theta_{km}) = -P_{mk} \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial Q'_m}{\partial \mu} = \frac{\partial Q_m}{\partial \mu} = V_m^2 ((b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) + (b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \dots + b_{kmnr}^{sh})) - a_{km} V_k V_m ((g_{km1} + g_{km2} + \dots + g_{kmnr}) \sin \theta_{km} - (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) \cos \theta_{km}) = -Q_{mk} \quad (3.56)$$

A matriz  $\underline{f}_{xp}$  é obtida derivando-se a matriz Jacobiana polar em relação ao parâmetro  $\mu$ . Para cada uma das posições  $k$ - $k$ ,  $k$ - $m$ ,  $m$ - $k$  e  $m$ - $m$  da matriz Jacobiana polar existe um bloco de ordem  $(2 \times 2)$  associado. Logo, a derivada será efetuada em cada um destes elementos. Consequentemente a matriz  $\underline{f}_{xp}$  é altamente esparsa, possuindo somente 16 elementos não nulos mostrados no Apêndice 4. O vetor  $\underline{f}_{pp}$  é nulo.

Obviamente, das equações (3.53) a (3.56) é possível particularizar o cálculo das derivadas das equações de potência em relação ao parâmetro  $\mu$  considerando uma contingência simples. Assim, se o ramo em contingência possui os parâmetros  $a_{km}$ ,  $g_{km}$ ,  $b_{km}$  e  $b_{km}^{sh}$  tem-se:

$$\frac{\partial P'_k}{\partial \mu} = \frac{\partial P_k}{\partial \mu} = -a_{km}^2 V_k^2 g_{km} + a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) = -P_{km} \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial Q'_k}{\partial \mu} = \frac{\partial Q_k}{\partial \mu} = V_k^2 (a_{km}^2 b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_k V_m (g_{km} \text{sen} \theta_{km} - b_{km} \text{cos} \theta_{km}) = -Q_{km} \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial P'_m}{\partial \mu} = \frac{\partial P_m}{\partial \mu} = -V_m^2 g_{km} + a_{km} V_k V_m (g_{km} \text{cos} \theta_{km} - b_{km} \text{sen} \theta_{km}) = -P_{mk} \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial Q'_m}{\partial \mu} = \frac{\partial Q_m}{\partial \mu} = V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) - a_{km} V_k V_m (g_{km} \text{sen} \theta_{km} + b_{km} \text{cos} \theta_{km}) = -Q_{mk} \quad (3.60)$$

### 3.3.2 – Variação da demanda de potência ativa

Quando se diminui a demanda de potência em uma barra a margem de carregamento aumenta. Dependendo da barra escolhida, o aumento da margem pode ser considerável. Assim, o estudo da sensibilidade da margem de carregamento em relação à variação da demanda de potência é muito útil. Na formulação usada neste trabalho o fator de potência da carga é mantido constante durante o processo de análise de sensibilidade, o que significa que as demandas de potência ativa e reativa serão variadas. Então, considerando as equações de potência na formulação polar mostradas em (3.49) e (3.50) e derivando estas equações em relação a  $P_{d_k}$  e  $Q_{d_k}$  para uma barra  $k$ , tem-se uma matriz  $f_p$  de ordem  $(2n \times 2)$  com apenas duas componentes não nulas:

$$\frac{\partial P'_k}{\partial P_{d_k}} = 1 \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial Q'_k}{\partial Q_{d_k}} = 1 \quad (3.62)$$

A partir de (3.61) e (3.62) observa-se que o vetor  $f_p \Delta p$  tem a seguinte característica:

$$f_p \Delta p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{d_k} \\ \Delta Q_{d_k} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Entretanto, o objetivo é analisar apenas a sensibilidade da margem de carregamento em relação à demanda de potência ativa, o que acarreta na necessidade de eliminação da variável  $\Delta Q_{d_k}$  da equação (3.63). Assim:

$$\frac{Q_{d_k} + \Delta Q_{d_k}}{P_{d_k} + \Delta P_{d_k}} = \frac{Q_{d_k}}{P_{d_k}} \quad (3.64)$$

ou ainda:

$$\Delta Q_{d_k} = \frac{Q_{d_k}}{P_{d_k}} \Delta P_{d_k} \quad (3.65)$$

Substituindo (3.65) em (3.63) tem-se:

$$\underline{f}_p \Delta p = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \frac{Q_{d_k}}{P_{d_k}} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} [\Delta P_{d_k}] \quad (3.66)$$

$\underline{f}_{xp}$  é uma matriz nula e  $\underline{f}_{pp}$  é um vetor nulo.

### 3.3.3 - Variação da susceptância shunt de barra

A variação da susceptância shunt em uma barra  $k$  pode representar o suporte de potência reativa para evitar o colapso de tensão. Derivando-se as equações (3.49) e (3.50) em relação a  $b_k^{sh}$ , tem-se o vetor  $\underline{f}_p$  composto por apenas uma componente não nula:

$$\frac{\partial Q_k'}{\partial b_k^{sh}} = \frac{\partial Q_k}{\partial b_k^{sh}} = -V_k^2 \quad (3.67)$$

A matriz  $f_{xp}$  é obtida derivando-se a matriz Jacobiana polar em relação ao parâmetro  $b_k^{sh}$ . Neste caso específico, a matriz é altamente esparsa sendo constituída por somente um elemento não nulo dado por:

$$\frac{\partial L_{kk}}{\partial b_k^{sh}} = -2V_k \quad (3.68)$$

O vetor  $\underline{f}_{pp}$  é nulo.

### 3.3.4 – Susceptância de linha

Variações da susceptância de linha podem representar a operação de dispositivos FACTS ou refletir incertezas nos dados da rede. Dispositivos FACTS proporcionam melhorias nos sistemas de transmissão em relação à utilização de recursos, flexibilidade e desempenho. Por isto, a análise de sensibilidade é útil para determinar o melhor local para a instalação dos FACTS de modo a proporcionar uma maior margem de carregamento para o sistema.

Derivando-se as equações (3.49) e (3.50) em relação a  $b_{km}$  para um ramo  $k-m$  genérico tem-se o vetor  $\underline{f}_p$  composto por quatro componentes não nulas dadas por:

$$\frac{\partial P'_k}{\partial b_{km}} = \frac{\partial P_k}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_k V_m \text{sen}\theta_{km} \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial Q'_k}{\partial b_{km}} = \frac{\partial Q_k}{\partial b_{km}} = -V_k^2 a_{km}^2 + a_{km} V_k V_m \text{cos}\theta_{km} \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial P'_m}{\partial b_{km}} = \frac{\partial P_m}{\partial b_{km}} = a_{km} V_k V_m \text{sen}\theta_{km} \quad (3.71)$$

$$\frac{\partial Q'_m}{\partial b_{km}} = \frac{\partial Q_m}{\partial b_{km}} = -V_m^2 + a_{km} V_k V_m \text{cos}\theta_{km} \quad (3.72)$$

A matriz  $f_{xp}$  é obtida derivando-se a matriz Jacobiana polar em relação ao parâmetro  $b_{km}$ . Para cada uma das posições  $k-k$ ,  $k-m$ ,  $m-k$  e  $m-m$  da matriz Jacobiana polar existe um bloco de ordem  $(2 \times 2)$  associado. Logo, a derivada será efetuada em cada um destes elementos.

Consequentemente a matriz  $\underline{f}_{xp}$  é altamente esparsa, possuindo somente 16 elementos não nulos mostrados no Apêndice 4. O vetor  $\underline{f}_{pp}$  é nulo.

### 3.3.5 – Tensão em barras de geração

Os órgãos reguladores exigem padrões de qualidade rígidos dentro do contexto de minimização de investimentos e máxima utilização dos recursos existentes. A partir disto foi estabelecido níveis mínimos de margens de carregamento. Quando não se apresenta o valor mínimo da margem de carregamento é necessária à utilização de controles do sistema para se restabelecer a margem. Um dos controles utilizados é o que propicia a variação da tensão em barras de geração [31].

A sensibilidade em barras PV é calculada quando estas não apresentam violação dos limites de reativo no ponto de máximo carregamento. Derivando-se as equações (3.49) e (3.50) em relação a  $V_k$ , tem-se o vetor  $\underline{f}_p$  composto por quatro componentes não nulas dadas por:

$$\frac{\partial P'_k}{\partial V_k} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \frac{P_k + V_k^2 G_{kk}}{V_k} \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial Q'_k}{\partial V_k} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \frac{Q_k - V_k^2 B_{kk}}{V_k} \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial P'_m}{\partial V_k} = \frac{\partial P_m}{\partial V_k} = V_m (G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial Q'_m}{\partial V_k} = \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} = V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.76)$$

A matriz  $\underline{f}_{xp}$  é obtida derivando-se a matriz Jacobiana polar em relação ao parâmetro  $V_k$ . Para cada uma das posições  $k-k$ ,  $k-m$ ,  $m-k$  e  $m-m$  da matriz Jacobiana polar existe um bloco de ordem  $(2 \times 2)$  associado. Logo, a derivada será efetuada em cada um destes elementos. Consequentemente a matriz  $\underline{f}_{xp}$  é altamente esparsa, possuindo somente 14 elementos não nulos mostrados no Apêndice 4.

O vetor  $\underline{f}_{pp}$  possui dois elementos não-nulos dados por:



$$\frac{\partial^2 P'_k}{\partial V_k^2} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k^2} = 2G_{kk} \quad (3.77)$$

$$\frac{\partial^2 Q'_k}{\partial V_k^2} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k^2} = -2B_{kk} \quad (3.78)$$

### 3.4 – Sensibilidade da Margem de Carregamento em Coordenadas Retangulares

As equações básicas de potência em coordenadas retangulares, bem como a estrutura matemática do processo iterativo estão dadas no Apêndice 1 através das Equações (A1.16) a (A1.18). Os elementos que constituem a matriz Jacobiana retangular estão dados pelas equações (A1.19) a (A1.26). A atualização das variáveis de estado  $\underline{\mathbf{V}}_r$  e  $\underline{\mathbf{V}}_m$  ao final de cada iteração é dada pelas equações (A1.34) e (A1.35). Além disto, o Apêndice 3 apresenta todas as equações referentes aos termos da sub-matriz  $\frac{\partial^2 \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}^2} \underline{\mathbf{w}}$  retangular. As expressões de balanço de potência ativa e reativa em uma barra genérica  $k$ , denotadas por  $P'_k$  e  $Q'_k$  respectivamente, são dadas por (3.49) e (3.50), onde considerando as equações (A1.16) e (A1.17) mostradas no Apêndice 1 tem-se:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} (V_{rk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) + V_{mk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) \quad (3.79)$$

$$Q_k = \sum_{m \in \Omega_k} (V_{mk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) - V_{rk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) \quad (3.80)$$

De modo análogo as equações em coordenadas polares da tensão, o objetivo é desenvolver a seguir as equações (3.20), (3.32) e (3.33) em termos das coordenadas retangulares da tensão, considerando-se as variações nos parâmetros descritos na seção anterior.

#### 3.4.1 – Variação da admitância de linha

Inserindo  $\mu$  nas equações (3.49) e (3.50) e derivando estas novas equações em relação a este parâmetro, tem-se para os ramos  $k$ - $m$  genéricos, as quatro coordenadas não nulas do vetor  $\underline{f}_p$  dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P'_k}{\partial \mu} = \frac{\partial P_k}{\partial \mu} &= (\mathbf{g}_{km1} + \mathbf{g}_{km2} + \dots + \mathbf{g}_{kmnr}) a_{km} (V_{rm} V_{rk} + V_{mm} V_{mk}) - \\ &(\mathbf{g}_{km1} + \mathbf{g}_{km2} + \dots + \mathbf{g}_{kmnr}) a_{km}^2 (V_{rk}^2 + V_{mk}^2) + \\ &(b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) a_{km} (V_{mk} V_{rm} - V_{rk} V_{mm}) = -P_{km} \end{aligned} \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q'_k}{\partial \mu} = \frac{\partial Q_k}{\partial \mu} &= -(\mathbf{g}_{km1} + \mathbf{g}_{km2} + \dots + \mathbf{g}_{kmnr}) a_{km} (V_{mm} V_{rk} - V_{rm} V_{mk}) - \\ &(b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) a_{km} (V_{mm} V_{mk} + V_{rm} V_{rk}) + \\ &((b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \dots + b_{kmnr}^{sh}) + a_{km}^2 (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr})) (V_{mk}^2 + V_{rk}^2) = -Q_{km} \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P'_m}{\partial \mu} = \frac{\partial P_m}{\partial \mu} &= -(\mathbf{g}_{km1} + \mathbf{g}_{km2} + \dots + \mathbf{g}_{kmnr}) (V_{rm}^2 + V_{mm}^2) + \\ &(\mathbf{g}_{km1} + \mathbf{g}_{km2} + \dots + \mathbf{g}_{kmnr}) a_{km} (V_{rm} V_{rk} + V_{mm} V_{mk}) + \\ &(b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) a_{km} (V_{mm} V_{rk} - V_{rm} V_{mk}) = -P_{mk} \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q'_m}{\partial \mu} = \frac{\partial Q_m}{\partial \mu} &= -(\mathbf{g}_{km1} + \mathbf{g}_{km2} + \dots + \mathbf{g}_{kmnr}) (V_{mk} V_{rm} - V_{rk} V_{mm}) - \\ &(b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) a_{km} (V_{mm} V_{mk} + V_{rm} V_{rk}) + \\ &((b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \dots + b_{kmnr}^{sh}) + (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr})) (V_{mm}^2 + V_{rm}^2) = -Q_{mk} \end{aligned} \quad (3.84)$$

A matriz  $\mathbf{f}_{xp}$  é obtida derivando-se a matriz Jacobiana retangular em relação ao parâmetro  $\mu$ . Para cada uma das posições  $k$ - $k$ ,  $k$ - $m$ ,  $m$ - $k$  e  $m$ - $m$  da matriz Jacobiana retangular existe um bloco de ordem  $(2 \times 2)$  associado. Logo, a derivada será efetuada em cada um destes elementos. Conseqüentemente a matriz  $\mathbf{f}_{xp}$  é altamente esparsa, possuindo somente 16 elementos não nulos mostrados no Apêndice 4.

Obviamente, das equações (3.81) a (3.84) é possível particularizar o cálculo das derivadas das equações de potência em relação ao parâmetro  $\mu$  considerando uma contingência simples. Assim, se o ramo em contingência possui os parâmetros  $a_{km}$ ,  $\mathbf{g}_{km}$ ,  $b_{km}$  e  $b_{km}^{sh}$  tem-se:

$$\frac{\partial P'_k}{\partial \mu} = -g_{km} a_{km}^2 (V_{rk}^2 + V_{mk}^2) + g_{km} a_{km} (V_{rm} V_{rk} + V_{mm} V_{mk}) + b_{km} a_{km} (V_{mk} V_{rm} - V_{rk} V_{mm}) = -P_{km} \quad (3.85)$$

$$\frac{\partial Q'_k}{\partial \mu} = -g_{km} a_{km} (V_{mm} V_{rk} - V_{rm} V_{mk}) - b_{km} a_{km} (V_{mm} V_{mk} + V_{rm} V_{rk}) + (b_{km}^{sh} + a_{km}^2 b_{km}) (V_{mk}^2 + V_{rk}^2) = -Q_{km} \quad (3.86)$$

$$\frac{\partial P'_m}{\partial \mu} = -g_{km} (V_{rm}^2 + V_{mm}^2) + g_{km} a_{km} (V_{rm} V_{rk} + V_{mm} V_{mk}) + b_{km} a_{km} (V_{mm} V_{rk} - V_{rm} V_{mk}) = -P_{mk} \quad (3.87)$$

$$\frac{\partial Q'_m}{\partial \mu} = -g_{km} (V_{mk} V_{rm} - V_{rk} V_{mm}) - b_{km} a_{km} (V_{mm} V_{mk} + V_{rm} V_{rk}) + (b_{km}^{sh} + b_{km}) (V_{mm}^2 + V_{rm}^2) = -Q_{mk} \quad (3.88)$$

O vetor  $\underline{f}_{pp}$  é nulo.

### 3.4.2 – Variação da demanda de potência

Para esta sensibilidade o fator de potência é mantido constante. Assim, tanto as demandas de potência ativa quanto reativa serão variadas. Todo desenvolvimento matemático referente à variação da demanda de potência ativa mostrado na seção 3.3.2 também é válido para coordenadas retangulares. Logo o vetor  $\underline{f}_p \Delta p$  é dado por (3.66).

$\underline{f}_{xp}$  é uma matriz nula. O vetor  $\underline{f}_{pp}$  é nulo.

### 3.4.3 – Variação da susceptância shunt de barra

Derivando-se as equações (3.49) e (3.50) em relação a  $b_k^{sh}$  para uma barra  $k$ , tem-se o vetor  $\underline{f}_p$  composto por apenas uma componente não nula dada por:

$$\frac{\partial Q'_k}{\partial b_k^{sh}} = \frac{\partial Q_k}{\partial b_k^{sh}} = -V_{mk}^2 - V_{rk}^2 \quad (3.89)$$

A matriz  $\underline{f}_{xp}$  é obtida derivando-se a matriz Jacobiana retangular em relação ao parâmetro  $b_k^{sh}$ . Neste caso específico, a matriz é altamente esparsa, sendo constituída por somente dois elementos não nulos dados por:

$$\frac{\partial M_{kk}}{\partial b_k^{sh}} = -2V_{rk} \quad (3.90)$$

$$\frac{\partial L_{kk}}{\partial b_k^{sh}} = -2V_{mk} \quad (3.91)$$

O vetor  $\underline{f}_{pp}$  é nulo.

### 3.4.4 – Variação da susceptância de linha

Derivando-se as equações (3.49) e (3.50) em relação a  $b_{km}$  para um ramo  $k-m$  genérico tem-se o vetor  $\underline{f}_p$  composto por quatro componentes não nulas dadas por:

$$\frac{\partial P'_k}{\partial b_{km}} = \frac{\partial P_k}{\partial b_{km}} = -a_{km}(V_{mk}V_{rm} - V_{rk}V_{mm}) \quad (3.92)$$

$$\frac{\partial Q'_k}{\partial b_{km}} = \frac{\partial Q_k}{\partial b_{km}} = a_{km}(V_{mm}V_{mk} + V_{rm}V_{rk}) - a_{km}^2(V_{mk}^2 + V_{rk}^2) \quad (3.93)$$

$$\frac{\partial P'_m}{\partial b_{km}} = \frac{\partial P_m}{\partial b_{km}} = -a_{km}(V_{mm}V_{rk} - V_{rm}V_{mk}) \quad (3.94)$$

$$\frac{\partial Q'_m}{\partial b_{km}} = \frac{\partial Q_m}{\partial b_{km}} = a_{km}(V_{mm}V_{mk} + V_{rm}V_{rk}) - (V_{mm}^2 + V_{rm}^2) \quad (3.95)$$

A matriz  $\underline{f}_{xp}$  é obtida derivando-se a matriz Jacobiana retangular em relação ao parâmetro  $b_{km}$ . Para cada uma das posições  $k-k$ ,  $k-m$ ,  $m-k$  e  $m-m$  da matriz Jacobiana retangular existe um bloco de ordem  $(2 \times 2)$  associado. Logo, a derivada será efetuada em cada um destes elementos. Conseqüentemente a matriz  $\underline{f}_{xp}$  é altamente esparsa, possuindo somente 16 elementos não nulos mostrados no Apêndice 4. O vetor  $\underline{f}_{pp}$  é nulo.

### 3.4.5 – Tensão em barras de geração

Para barras de geração a equação (3.80) é substituída pela equação (A1.28) de restrição da tensão. Derivando-se as equações (3.49) e (A1.28) em relação à  $V_k$  tem-se o vetor  $\underline{f}_p$  composto por apenas uma componente não nula dada por:

$$\frac{\partial V_k^2}{\partial V_k} = -2V_k \quad (3.96)$$

O vetor  $\underline{f}_{pp}$  possui um elemento não-nulo dado por:

$$\frac{\partial^2 V_k^2}{\partial V_k^2} = -2 \quad (3.97)$$

$\underline{f}_{xp}$  é uma matriz nula e  $\underline{f}_{\lambda p}$  é um vetor nulo.

## 3.5 – Exemplo

### 3.5.1 – Considerações iniciais

Seja o sistema teste mostrado na Figura (3.3) [19], cujos dados de barras e de linhas estão mostrados nas Tabelas 3.1 e 3.2.

Tabela 3.1 – Dados de linha – Sistema teste

Barra De	Barra Para	Resistência série (pu)	Reatância série (pu)	Susceptância shunt total (pu)
1	2	0,1	1	0,02
1	3	0,2	2	0,04
2	3	0,1	1	0,02

Tabela 3.2 – Dados de barra – Sistema teste

Barra	Tipo	Tensão	Ângulo (graus)	$P_G$ (pu)	$Q_G$ (pu)	$P_D$ (pu)	$Q_D$ (pu)
1	Vθ	1,00	0	0	0	0	0
2	PQ	1,00	0	0	0	0,05	0,02
3	PV	0,98	0	0	0	0,15	0

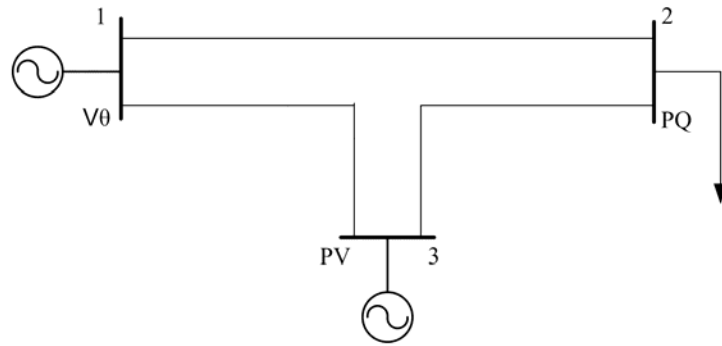


Figura 3.3 – Sistema teste

O objetivo é mostrar como é feita a análise de sensibilidade linear e quadrática para todos os parâmetros apresentados neste capítulo, tanto em coordenadas polares, quanto em retangulares, a partir dos resultados obtidos no ponto de máximo carregamento. O modelo de carga utilizado é potência constante, os limites de geração nas barras PV estão desativados e o fator de potência das cargas é mantido constante durante todo o processo.

O método do ponto de colapso converge em 3 iterações considerando-se uma tolerância de  $1 \times 10^{-5}$  pu. Os valores das tensões nas barras no ponto de máximo carregamento são  $V_1 = 1 \angle 0^\circ$ ,  $V_2 = 0,67 \angle -51,163^\circ$  e  $V_3 = 0,98 \angle -78,196^\circ$ . O carregamento máximo  $\gamma$  obtido é 3,638 pu. Logo, as demandas de potência ativa e reativa no ponto de máximo carregamento são então:

$$P_{d_2} = 0,2319 \text{ p.u.}$$

$$Q_{d_2} = 0,0928 \text{ p.u.}$$

$$P_{d_3} = 0,6957 \text{ p.u.}$$

$$Q_{d_3} = 0 \text{ p.u.}$$

A matriz Jacobiana polar no ponto de máximo carregamento é dada por (A1.5):

$$\mathbf{J}_p = \begin{bmatrix} \infty & -0,4675 & -0,1465 & 1,2374 & 0,7094 & 0,4745 \\ -0,3642 & 0,9728 & -0,6086 & -0,5585 & -0,2134 & 0,2425 \\ -0,0515 & -0,5495 & 0,6010 & -0,4848 & -0,5276 & -0,5643 \\ 0,9403 & -0,4753 & -0,4650 & \infty & -0,6978 & -0,1495 \\ 0,5585 & -0,3208 & -0,2377 & -0,3642 & 1,1750 & -0,6210 \\ 0,4848 & 0,3535 & -0,8383 & -0,0515 & -0,8201 & \infty \end{bmatrix}$$

As coordenadas dos autovetores à esquerda e à direita no ponto de máximo carregamento, associados ao autovalor nulo da matriz Jacobiana polar, são dadas por:

$$\underline{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,5474 \\ -0,7218 \\ 0 \\ -0,4235 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{v}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5523 \\ 0,7749 \\ 0 \\ 0,3075 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para todos os casos da análise quadrática em coordenadas polares a solução da equação (2.45) resulta:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) = \begin{bmatrix} \infty & 0,4599 & 0,3500 & 0 & -0,0555 & 0,0379 \\ 0,4599 & -0,8427 & 0,3828 & 0,0372 & 0 & -0,0379 \\ 0,3500 & 0,3828 & -0,7328 & -0,0372 & 0,0555 & 0 \\ 0 & 0,0372 & -0,0372 & \infty & 0,6864 & 0,3571 \\ -0,0555 & 0 & 0,0555 & 0,6864 & -1,8772 & 0,5830 \\ 0,0379 & -0,0379 & 0 & 0,3571 & 0,5830 & \infty \end{bmatrix}$$

A matriz Jacobiana retangular no ponto de máximo carregamento é dada por (A1.32):

$$\mathbf{J}_r = \begin{bmatrix} \infty & -0,0990 & -0,0495 & 0,6140 & -0,9901 & 0,4950 \\ -0,5585 & 0,9974 & -0,5585 & -0,3642 & 1,0764 & -0,3642 \\ -0,4848 & -0,9697 & 0,4852 & -0,0515 & -0,1030 & 0,6776 \\ 2,2963 & -0,9901 & -0,4950 & \infty & 0,0990 & 0,0495 \\ -0,3642 & 0,3635 & 0,3642 & 0,5585 & -1,2156 & 0,5585 \\ 0 & 0 & 0,4000 & 0 & 0 & -1,9187 \end{bmatrix}$$

As coordenadas dos autovetores à esquerda e à direita no ponto de máximo carregamento, associados ao autovalor nulo da matriz Jacobiana retangular, são dadas por:

$$\underline{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,5279 \\ -0,6961 \\ 0 \\ -0,4084 \\ 0,2645 \end{bmatrix} \quad \underline{v}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5351 \\ 0,8269 \\ 0 \\ -0,0085 \\ 0,1724 \end{bmatrix}$$

Para todos os casos da análise quadrática em coordenadas retangulares a solução da equação (2.52) resulta:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left( \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) = \begin{bmatrix} \infty & 0,4567 & 0,0345 & 0 & -0,4822 & 0,3446 \\ 0,4567 & -1,8103 & 0,5256 & 0,4822 & 0 & -0,2070 \\ 0,0345 & 0,5256 & -0,7358 & 0,3446 & 0,2070 & 0 \\ 0 & 0,4822 & 0,3446 & \infty & 0,4567 & 0,0345 \\ -0,4822 & 0 & 0,2070 & 0,4567 & -1,8103 & 0,5256 \\ -0,3446 & -0,2070 & 0 & 0,0345 & 0,5256 & -0,7358 \end{bmatrix}$$

Para todos os casos, tanto em coordenadas polares, quanto em coordenadas retangulares,  $\underline{f}_\lambda$  e  $\underline{\alpha}'$  são constantes. A matriz  $\underline{f}_\lambda$  é dada por:

$$\underline{f}_\lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Em função de (3.10) o vetor  $\underline{\alpha}'$  é dado por:

$$\underline{\alpha}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,250 \\ 0,750 \\ 0 \\ 0,100 \\ 0 \end{bmatrix}$$



### 3.5.2 – Variação da admitância de linha

Seja a linha 1-2 do sistema teste em análise.

#### 3.5.2.1 – Coordenadas polares

As componentes do vetor  $\underline{f}_p$  são calculadas de acordo com as expressões (3.53), (3.54), (3.55) e (3.56). Logo:

$$\underline{f}_p = \begin{bmatrix} -0,5743 \\ 0,5140 \\ 0 \\ -0,5126 \\ -0,0758 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Com todos os termos necessários devidamente calculados, a análise de sensibilidade linear é dada por (3.20):

$$M_p = -0,3459$$

A matriz  $f_{xp}$  é formada pelas equações mostradas na seção A4.1.1:

$$f_{xp} = \begin{bmatrix} -0,4675 & 0,3642 & 0 & -0,4753 & -0,5585 & 0 \\ 0,4675 & -0,3642 & 0 & 0,4753 & 0,5585 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,6733 & 0,5585 & 0 & -1,4927 & 0,3642 & 0 \\ -0,7094 & 0,7008 & 0 & 0,6978 & -0,7699 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O vetor  $\underline{x}_p$  é dado por (3.48) :

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,3907 \\ 0,0771 \\ 0 \\ 0,0029 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = -0,1766$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = -0,3459\Delta p + \frac{1}{2}(-0,1766)\Delta p^2$$

### 3.5.2.2 – Coordenadas retangulares

As componentes do vetor  $\underline{f}_p$  são calculadas de acordo com as expressões (3.81), (3.82), (3.83) e (3.84). Logo:

$$\underline{f}_p = \begin{bmatrix} -0,5743 \\ 0,5140 \\ 0 \\ -0,5126 \\ -0,0728 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade linear é dada por (3.20), resultando:

$$M_p = -0,3459$$

A matriz  $f_{xp}$  é formada pelas equações mostradas na seção A4.2.1:

$$f_{xp} = \begin{bmatrix} -0,6733 & 0,5585 & 0 & -1,4927 & 0,3642 & 0 \\ 0,0990 & 0,0158 & 0 & 0,9901 & 0,1668 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4675 & 0,3642 & 0 & -0,4753 & -0,5585 & 0 \\ 0,9901 & -0,8867 & 0 & -0,0990 & 1,1223 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O vetor  $\underline{x}_p$  é dado por (3.48):

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,2021 \\ 0,0739 \\ 0 \\ -0,1664 \\ 0,0154 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = -0,1766$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = -0,3459\Delta p + \frac{1}{2}(-0,1766)\Delta p^2$$

A Figura 3.4 exhibe graficamente as sensibilidades linear e quadrática em coordenadas polares e retangulares. Além disto, é também apresentada a curva exata relacionando a margem de carregamento com a variação da admitância de linha 1-2, calculada utilizando-se o método do ponto de colapso.

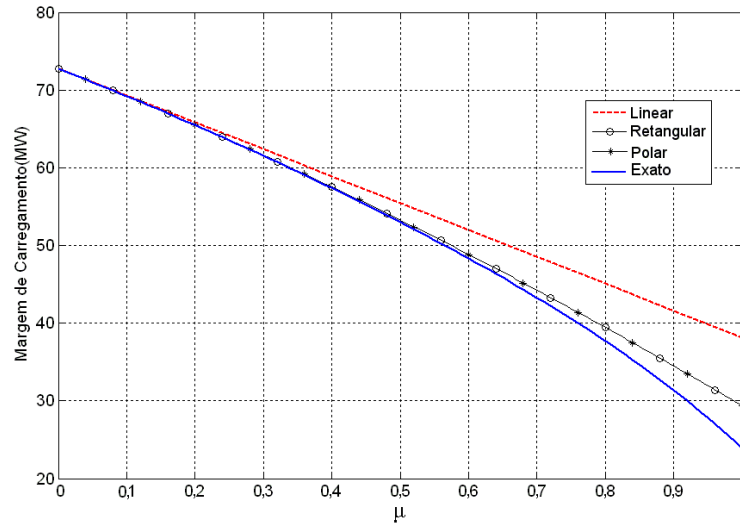


Figura 3.4 –Margem de carregamento em função da admitância da linha 1-2

### 3.5.3 – Variação da demanda de potência

Seja a demanda de potência na barra 2 do sistema teste em análise.

#### 3.5.3.1 - Coordenadas polares

A componente do vetor  $\underline{f}_p$  é calculada de acordo com a equação (3.66). Logo:

$$\underline{f}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0,40 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade linear é dada por (3.20), resultando:

$$M_p = -0,9948$$

A matriz  $\underline{f}_{xp}$  é nula e o vetor  $\underline{x}_p$  é dado por (3.48):

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,4420 \\ 0,6163 \\ 0 \\ -0,2518 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = -1,0932$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = -0,9948\Delta p + \frac{1}{2}(-1,0932)\Delta p^2$$

### 3.5.3.2 – Coordenadas retangulares

A componente do vetor  $\underline{f}_p$  é calculada de acordo com a equação (3.66):

$$\underline{f}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0,40 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Com todos os termos necessários calculados, a análise de sensibilidade linear é dada por (3.20):

$$M_p = -0,9948$$

A matriz  $\underline{f}_{xp}$  é nula e o vetor  $\underline{x}_p$  é dado por (3.48):

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,3886 \\ 0,5913 \\ 0 \\ -0,0105 \\ 0,1233 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = -0,9948$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = -0,9948\Delta p + \frac{1}{2}(-1,0932)\Delta p^2$$

A Figura 3.5 exibe graficamente as sensibilidades linear e quadrática em coordenadas polares e retangulares. Além disto, é também apresentada a curva exata relacionando a margem de carregamento com a variação da demanda de potência na barra 2, calculada utilizando-se o método do ponto de colapso.

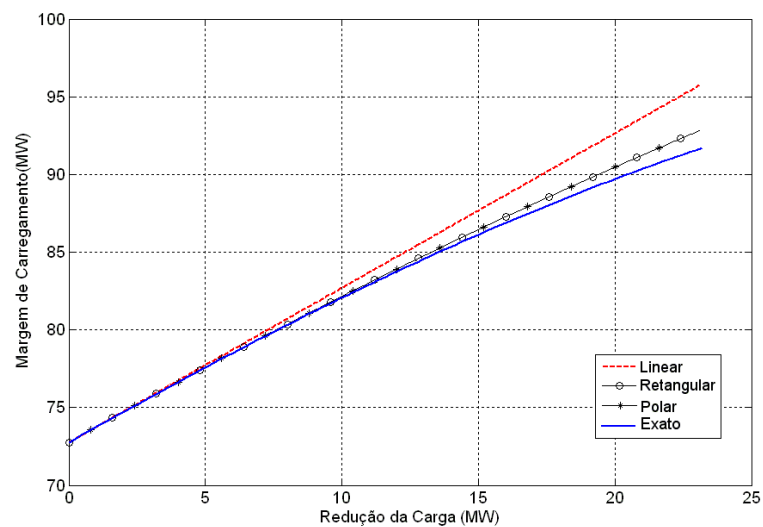


Figura 3.5 – Margem de carregamento em função da demanda da barra 2

### 3.5.4 – Variação da susceptância de barra

Seja a barra 2 do sistema teste em análise.

#### 3.5.4.1 – Coordenadas polares

A componente do vetor  $\underline{f}_{-p}$  é calculada de acordo com a expressão (3.67):

$$\underline{f}_{-p} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,4489 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A matriz  $f_{xp}$  é dada por (3.68):

$$f_{xp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1,3401 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade linear é dada por (3.20) :

$$M_p = 0,2639$$

O vetor  $\underline{x}_p$  é dado por (3.48):

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0108 \\ -0,0317 \\ 0 \\ 0,3503 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = 0,2296$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = 0,2639\Delta p + \frac{1}{2}0,2296\Delta p^2$$

### 3.5.4.2 – Coordenadas retangulares

A componente do vetor  $\underline{f}_{-p}$  é calculada de acordo com a expressão (3.89):

$$\underline{f}_{-p} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,4489 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A matriz  $f_{xp}$  é dada por (3.90) e (3.91):

$$f_{xp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,8400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0441 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Com todos os termos necessários calculados, a análise de sensibilidade linear é dada por (3.20) :

$$M_p = 0,2639$$

O vetor  $\underline{x}_p$  é dado por (3.48):



$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,2139 \\ -0,0305 \\ 0 \\ 0,2774 \\ -0,0063 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = 0,2296$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = 0,2239\Delta p + \frac{1}{2}(0,2296)\Delta p^2$$

A Figura 3.6 exibe graficamente as sensibilidades linear e quadrática em coordenadas polares e retangulares. Além disto, é também apresentada a curva exata relacionando a margem de carregamento com a variação da susceptância da barra 2, calculada utilizando-se o método do ponto de colapso.

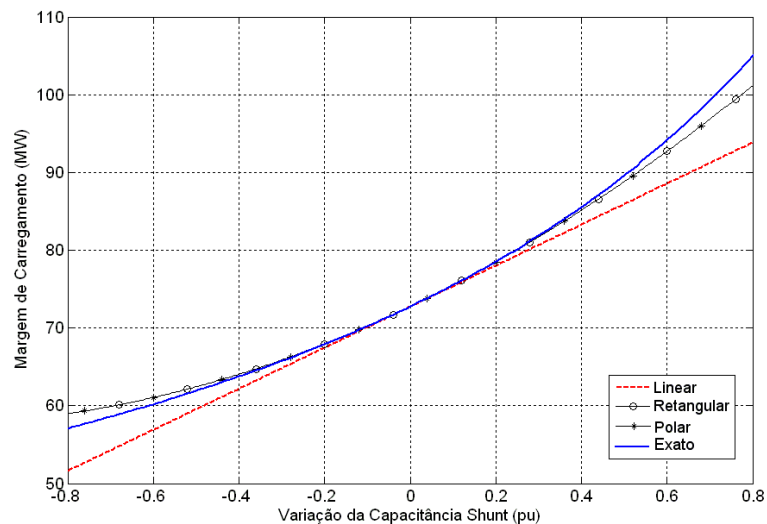


Figura 3.6 – Margem de carregamento em função da susceptância da barra 2

### 3.5.5 – Variação da susceptância de linha

Seja a linha 1-2 do sistema teste em análise.

#### 3.5.5.1 – Coordenadas polares

As componentes do vetor  $\underline{f}_p$  são calculadas de acordo com as expressões (3.69), (3.70), (3.71) e (3.72) :

$$\underline{f}_p = \begin{bmatrix} -0,5220 \\ 0,5220 \\ 0 \\ -0,5800 \\ -0,0289 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade linear é dada por (3.20):

$$M_p = -0,3796$$

A matriz  $f_{xp}$  é dada pelas equações mostradas na seção A4.1.2:

$$f_{xp} = \begin{bmatrix} -0,4200 & 0,4200 & 0 & -0,5220 & -0,5220 & 0 \\ 0,4200 & -0,4200 & 0 & 0,5220 & 0,5200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5220 & 0,5220 & 0 & -1,5800 & 0,4200 & 0 \\ -0,7791 & 0,7791 & 0 & 0,6268 & -0,7132 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O vetor  $\underline{x}_p$  é dado por (3.48):

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,3700 \\ 0,1176 \\ 0 \\ -0,0203 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = -0,2239$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = -0,3796\Delta p + \frac{1}{2}(-0,2239)\Delta p^2$$

### 3.5.5.2 – Coordenadas retangulares

As componentes do vetor  $\underline{f}_p$  são calculadas de acordo com as expressões (3.92), (3.93), (3.94) e (3.95) :

$$\underline{f}_p = \begin{bmatrix} -0,5220 \\ 0,5220 \\ 0 \\ -0,5800 \\ -0,0289 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade linear é dada por (3.20):

$$M_p = -0,3796$$

A matriz  $f_{xp}$  é dada pelas equações mostradas na seção A4.2.2:

$$f_{xp} = \begin{bmatrix} -0,5200 & 0,5200 & 0 & -1,5800 & -0,4200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0,1600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4200 & 0,4200 & 0 & -0,5220 & -0,5220 & 0 \\ 1,0000 & -1,0000 & 0 & 0 & 1,0441 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O vetor  $x_p$  é dado por (3.48):

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,2059 \\ 0,1128 \\ 0 \\ -0,1396 \\ 0,0235 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = -0,2239$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = -0,3796\Delta p + \frac{1}{2}(-0,2239)\Delta p^2$$

A Figura 3.7 exibe graficamente as sensibilidades linear e quadrática em coordenadas polares e retangulares. Além disto, é também apresentada a curva exata relacionando a margem de carregamento com a variação da susceptância da linha 2, calculada utilizando-se o método do ponto de colapso.

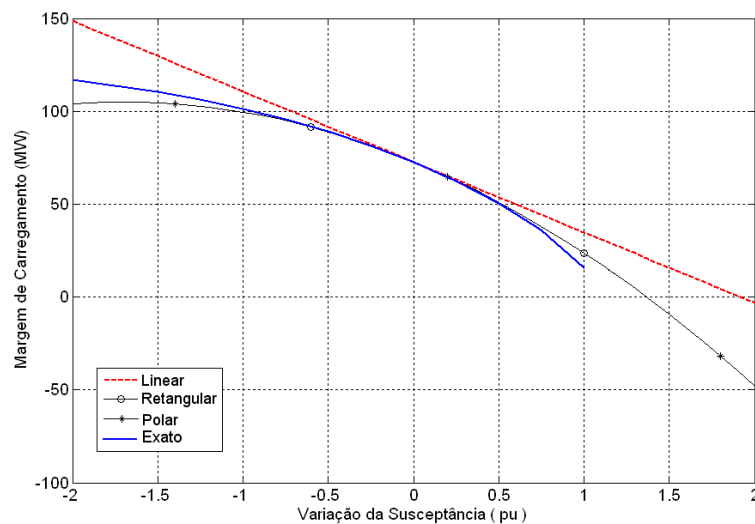


Figura 3.7 - Margem de carregamento em função da susceptância da linha 1- 2

### 3.5.6 – Variação da tensão em barra de geração

Seja a barra 3 do sistema teste em análise.

#### 3.5.6.1 – Coordenadas polares

As componentes do vetor  $\underline{f}_p$  são calculadas de acordo com as expressões (3.73), (3.74), (3.75) e (3.76):

$$\underline{f}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,3359 \\ 0,0347 \\ 0 \\ 0,3804 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade linear é dada por (3.20) :

$$M_p = 0,7461$$

A matriz  $f_{xp}$  é pelas equações mostradas na seção A4.1.3:

$$f_{xp} = \begin{bmatrix} 0,1495 & 0 & -0,0526 & 0,4745 & 0 & 0,4947 \\ 0 & 0,6210 & -0,5607 & 0 & 0,2425 & 0,3607 \\ -0,1495 & -0,6210 & 0,6133 & -0,4745 & -0,2425 & 0,2733 \\ 0,4745 & 0 & -0,4947 & -0,1495 & 0 & -0,0526 \\ 0 & 0,3620 & -0,5383 & 0 & -0,9269 & -0,8368 \\ 0 & 0 & 0,2970 & 0 & 0 & 2,9103 \end{bmatrix}$$

O vetor  $\underline{x}_p$  é dado por (3.48):

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,3359 \\ 0,0347 \\ 0 \\ 0,3804 \\ 0 \end{bmatrix}$$

O vetor  $\underline{f}_{pp}$  é dado pelas equações (3.77) e (3.78) :

$$\underline{f}_{pp} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,2970 \\ 0 \\ 0 \\ 2,8303 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = -0,1671$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = 0,7461\Delta p + \frac{1}{2}(-0,1671)\Delta p^2$$

### 3.5.6.2 – Coordenadas retangulares

A componente do vetor  $\underline{f}_p$  é calculada de acordo com a expressão (3.96):

$$\underline{f}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1,9600 \end{bmatrix}$$

A análise de sensibilidade linear é dada por (3.20) :

$$M_p = 0,7461$$

A matriz  $f_{xp}$  é nula e o vetor  $\underline{x}_p$  é dado por (3.48):

$$\underline{x}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,0631 \\ 0,2374 \\ 0 \\ -0,4374 \\ -0,9720 \end{bmatrix}$$

O vetor  $\underline{f}_{-pp}$  é dado pela equação (3.97):

$$f_{pp} = -2$$

A análise de sensibilidade quadrática é dada pela equação (3.32):

$$M_{pp} = -0,1671$$

A variação da margem de carregamento é dada pela equação (3.33):

$$\Delta M' = 0,7461\Delta p + \frac{1}{2}(-0,1671)\Delta p^2$$

A Figura 3.8 exhibe graficamente as sensibilidades linear e quadrática em coordenadas polares e retangulares. Além disto, é também apresentada a curva exata relacionando a margem de carregamento com a variação da tensão na barra 3, calculada utilizando-se o método do ponto de colapso.

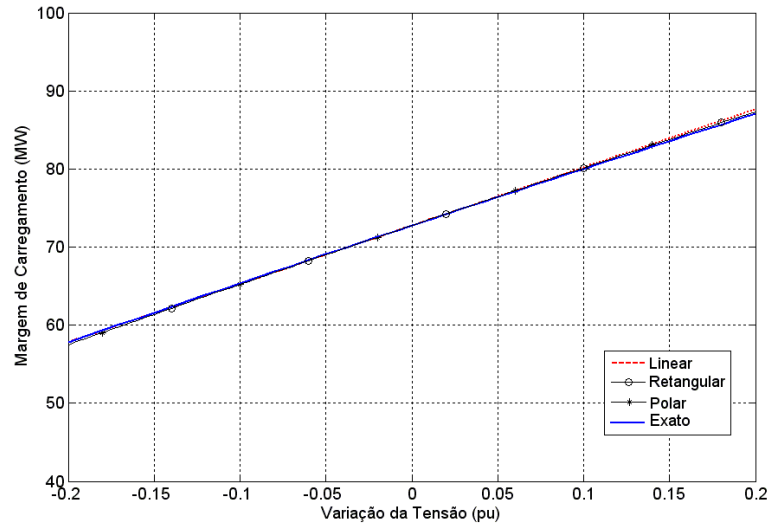


Figura 3.8 – Margem de carregamento em função da tensão da barra 3

### 3.5.7 – Comentários finais

A partir das Figuras 3.4 a 3.8 observa-se que a análise quadrática foi bastante superior quando comparada com a análise linear, principalmente quando a variação do parâmetro selecionado aumenta. Das figuras observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares e retangulares produz basicamente os mesmos resultados. Em todos os casos a análise quadrática mostrou-se adequada quando comparada aos resultados exatos, principalmente para pequenas variações do parâmetro em análise.



## Capítulo 4 - Resultados

### 4.1 – Introdução

Com o objetivo de proceder a este estudo são utilizados os SEP mostrados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Características básicas dos sistemas testes

Sistema	Número de ramos	Número de barras PV	Carga (MW)	Carga (Mvar)
IEEE-14	20	4	259,00	73,50
IEEE-30	41	5	283,40	126,20
IEEE-57	80	6	1250,80	336,40
IEEE-118	186	53	3668,00	1438,00
IEEE-300	411	68	23246,86	7787,97
1768 barras	2527	119	22814,60	6855,00

Os dados dos sistemas IEEE são apresentados em [40]. O sistema 1768 barras é um modelo equivalente da região Sul-Sudeste Brasileira. As cargas são modeladas como potência constante. Os taps dos transformadores são assumidos fixos. Com o objetivo de explicitar as características das metodologias em estudo, considera-se a influência dos limites de geração de potência reativa. Em todos os casos simulados, a curva da margem de carregamento exata mostrada nos resultados é obtida utilizando-se o método do ponto de colapso.

De uma forma geral, a partir do conhecimento das variáveis de estado no ponto de máximo carregamento nominal e da margem de carregamento, estima-se a sensibilidade desta margem em função das variações em determinados parâmetros da rede. Cumpre salientar que para os sistemas IEEE-14, IEEE-30 e IEEE-57 todas as barras PV são convertidas em PQ no ponto de máximo carregamento nominal. A Tabela 4.2 apresenta a margem de carregamento nominal obtida utilizando-se o método do ponto de colapso descrito no Capítulo 2. É importante ressaltar que todos os casos selecionados para a sensibilidade da margem de carregamento foram escolhidos de forma aleatória.

O programa de análise de sensibilidade em coordenadas polares e retangulares da tensão foi implementado no software comercial Matlab. O computador utilizado foi um Pentium 4 de 2,6 GHz com 512 Mb de memória RAM.

Tabela 4.2 – Características do ponto de máximo carregamento

Sistema	Margem de carregamento nominal (pu)	Margem de potência ativa (MW)	Demanda de potência ativa no PMC (MW)
IEEE-14	1,7603	196,96	455,93
IEEE-30	1,5369	152,16	465,56
IEEE-57	1,4068	508,80	1759,60
IEEE-118	1,6136	2250,57	5918,57
IEEE-300	1,0246	572,64	23819,50
1768 barras	1,0265	605,25	23419,85

## 4.2 – Sensibilidades Linear e Quadrática da Margem de Carregamento

As Tabelas 4.3 a 4.8 apresentam os valores das sensibilidades linear e quadrática da margem de carregamento em ambos os tipos de coordenadas. A última coluna destas tabelas apresenta o valor do parâmetro em análise referente ao caso base.

Tabela 4.3 – Valores de sensibilidade – Admitância de linha

Sistema	Coordenadas Polares		Coordenadas Retangulares		Admitância do ramo em análise
	$M_p$	$M_{pp}$	$M_p$	$M_{pp}$	
IEEE 14	-0,4898	-0,6634	-0,4898	-0,7269	$y_{2-3}=1,1350-j4,7819$
IEEE 30	-0,7030	-0,8704	-0,7030	-0,8704	$y_{1-2}=5,2246-j15,6467$
IEEE 57	-1,6239	-1,1578	-1,6239	-1,1578	$y_{1-15}=2,0703-j10,5841$
IEEE 118	-2,1702	-6,0341	-2,1220	-5,9672	$y_{68-69}= -j28,9059$
IEEE 300	-2,1078	-1,6950	-2,0374	-1,6832	$y_{37-49}=2,8418-j11,8248$
1768 barras	-4,8921	-6,3798	-4,8903	-5,1832	$y_{536-538}= -j289,02$

Tabela 4.4 – Valores de sensibilidade – Admitância de linha: Linhas paralelas

Sistema	Coordenadas Polares		Coordenadas Retangulares		Admitância do ramo em análise
	$M_p$	$M_{pp}$	$M_p$	$M_{pp}$	
IEEE 57	-0,3872	-1,0414	-0,3872	-1,0414	$y_{24-25}= -j1,6590$
IEEE 118	-0,2223	-0,1781	-0,2223	-0,1781	$y_{56-59}= -j7,3553$
1768 barras	-0,0755	-0,1040	-0,0755	-0,1040	$y_{175-2614}=1,716-j7,2387$

Tabela 4.5 – Valores de sensibilidade – Demanda da potência ativa

Sistema	Coordenadas Polares		Coordenadas Retangulares		Demanda de potência na barra em análise (MW)
	$M_p$	$M_{pp}$	$M_p$	$M_{pp}$	
IEEE 14	-0,9217	-1,7224	-0,9217	-1,7224	$P_{d_9} = 51,93$
IEEE 30	-1,8726	-11,7809	-1,8726	-11,7809	$P_{d_{30}} = 16,29$
IEEE 57	-8,8145	-102,6425	-8,8145	-102,6425	$P_{d_{31}} = 8,16$
IEEE 118	-0,5647	-0,2690	-0,5522	-0,2654	$P_{d_{75}} = 75,84$
IEEE 300	-1,2976	-0,6748	-1,2543	-1,6194	$P_{d_{9052}} = 30,74$
1768 barras	-32,6075	-1407,3	-32,5952	-128,7385	$P_{d_{1818}} = 12,20$
1768 barras	-0,8575	-0,4621	-0,8572	-0,4308	$P_{d_{2977}} = 20,02$

Tabela 4.6 – Valores de sensibilidade – Shunt de barra

Sistema	Coordenadas Polares		Coordenadas Retangulares		Susceptância de barra (pu)
	$M_p$	$M_{pp}$	$M_p$	$M_{pp}$	
IEEE 14	0,3441	0,0470	0,3441	0,0470	$b_5^{sh} = 0$
IEEE 30	0,4707	0,2804	0,4707	0,2804	$b_{29}^{sh} = 0$
IEEE 57	1,3847	-0,3158	1,3847	-0,3158	$b_{31}^{sh} = 0$
IEEE 118	0,3313	0,0165	0,3239	0,0161	$b_{47}^{sh} = 0$
IEEE 300	0,0480	-0,0016	0,0464	-0,0015	$b_{20}^{sh} = 0$
1768 barras	0,0383	-0,0809	0,0382	-0,0808	$b_{2993}^{sh} = 0$

Tabela 4.7 – Valores de sensibilidade – Susceptância série de linha

Sistema	Coordenadas Polares		Coordenadas Retangulares		Susceptância da linha em análise (pu)
	$M_p$	$M_{pp}$	$M_p$	$M_{pp}$	
IEEE 14	-0,1112	-0,334	-0,1112	-0,334	$b_{2-3} = -4,7819$
IEEE 30	-0,0515	-0,0041	-0,0515	-0,0041	$b_{1-2} = -15,6467$
IEEE 57	-0,1809	-0,0128	-0,1809	-0,0128	$b_{1-15} = -10,5841$
IEEE 118	-0,0803	-0,0083	-0,0785	-0,0082	$b_{68-69} = -28,9059$
IEEE 300	-0,0082	0,0002107	-0,0079	-0,00020478	$b_{7049-49} = -80,6452$
1768 barras	-0,1238	-0,0044	-0,1238	-0,0036	$b_{536-538} = -39,4582$

Tabela 4.8 – Valores de sensibilidade – Tensão em barras de geração

Sistema	Coordenadas Polares		Coordenadas Retangulares		Tensão na barra em análise (pu)
	$M_p$	$M_{pp}$	$M_p$	$M_{pp}$	
IEEE 118	3,2706	-12,3232	3,1980	-12,0240	$V_{24} = 0,992$
IEEE 300	2,7768	-5,5509	2,6840	-5,2843	$V_{92} = 1,052$
1768 barras	3,9414	-6,2621	3,9399	-3,6838	$V_{10} = 1,000$

A partir das Tabelas 4.3 a 4.8 observa-se que a análise de sensibilidade linear produz os mesmos resultados em coordenadas polares e retangulares na maioria dos casos. Isso já era esperado, pois a sensibilidade linear é função da reta tangente no ponto de máximo carregamento, havendo apenas uma reta para cada ponto. As pequenas diferenças na análise linear obtidas em alguns casos analisados se devem a pontos de máximo carregamento levemente diferentes encontrados pelo método do ponto de colapso em ambos os tipos de coordenadas. As maiores diferenças verificadas na análise de sensibilidade quadrática referem-se à variação na demanda de potência ativa no sistema 1768 barras e às variações de tensão nas barras de geração de um modo geral.

### 4.3 – Variação da Admitância de Linha

As Figuras 4.1 a 4.6 mostram a variação da margem de carregamento em função da variação da admitância de linha conforme mostrado na Tabela 4.3. Os ramos considerados são 2-3, 1-2, 1-15, 68-69, 37-49 e 536-538 nos sistemas testes IEEE-14, IEEE-30, IEEE-57, IEEE118, IEEE300 e 1768 barras, respectivamente.

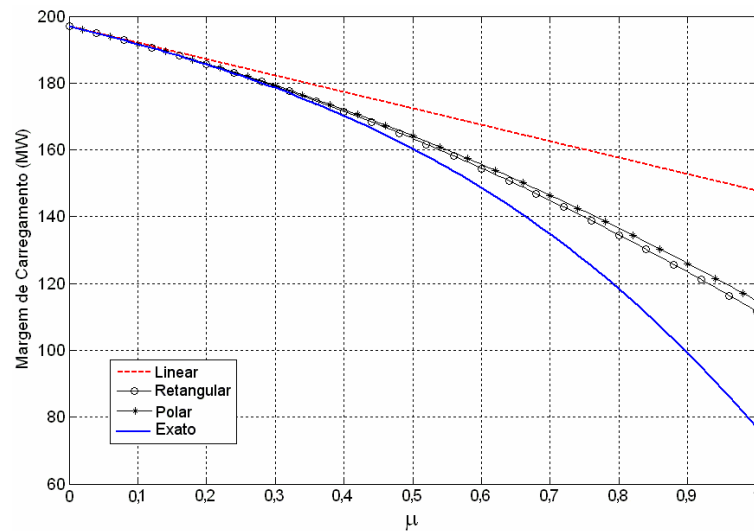


Figura 4.1 – Variação da admitância de linha 2-3: IEEE 14

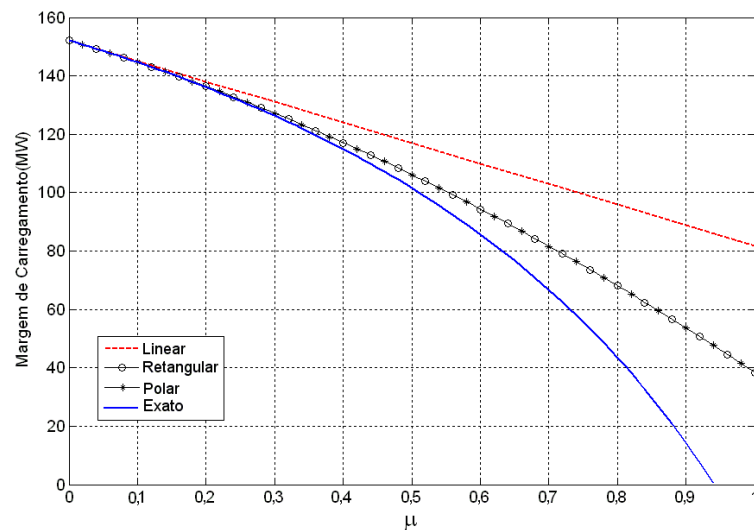


Figura 4.2 – Variação da admitância de linha 1-2: IEEE 30

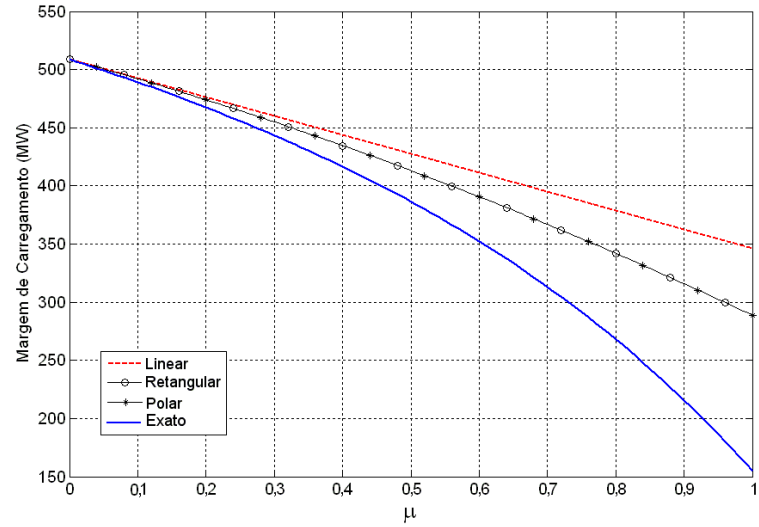


Figura 4.3 – Variação da admitância de linha 1-15: IEEE 57

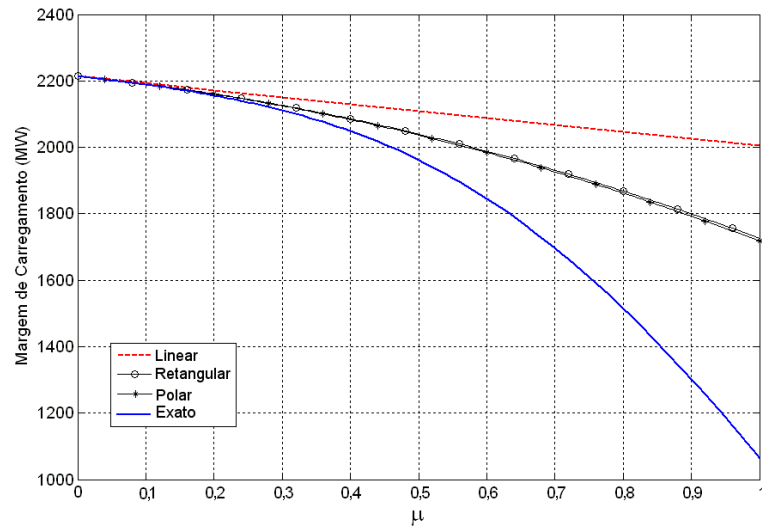


Figura 4.4 – Variação da admitância de linha 68-69: IEEE 118

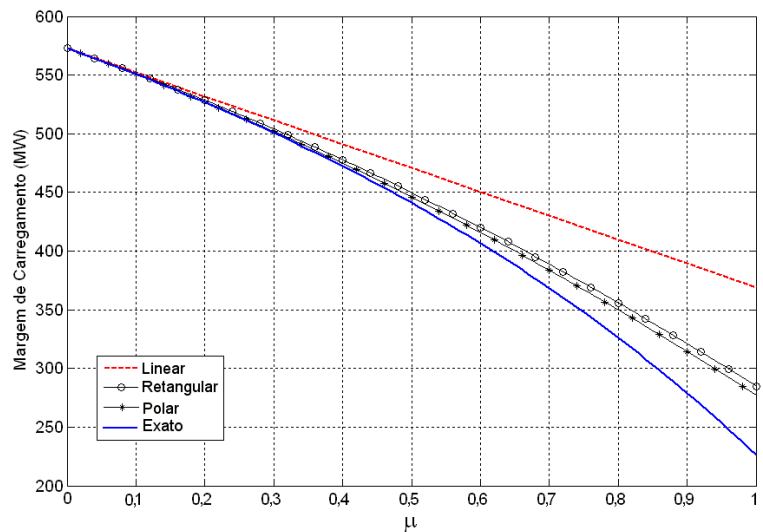


Figura 4.5 – Variação da admitância de linha 37-49: IEEE 300

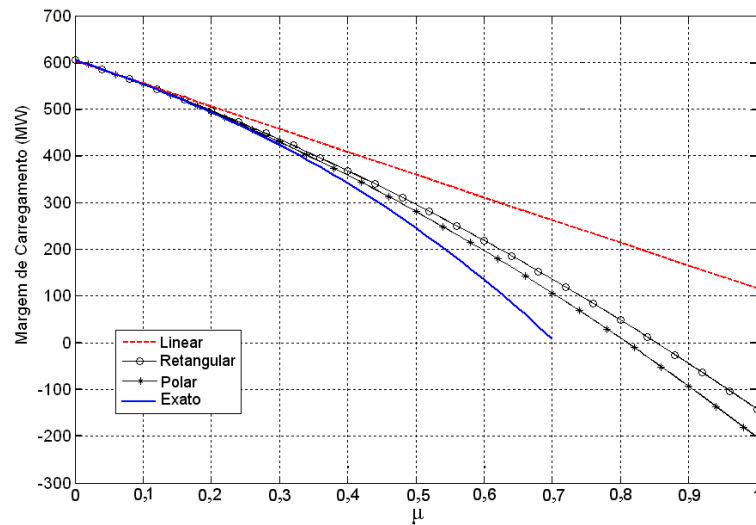


Figura 4.6 – Variação da admitância de linha 536-538: 1768 barras

Da Figura 4.1 observa-se que a análise quadrática em coordenadas retangulares gera resultados mais próximos do exato. Das Figuras 4.2 e 4.3 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares e retangulares gera os mesmos resultados ao longo de toda a faixa de variação do parâmetro  $\mu$ . Por outro lado, das Figuras 4.4 a 4.6 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares gera resultados mais próximos do exato. É importante ressaltar que o caso exato não converge para valores de  $\mu$  acima de 0,94 e 0,70 como mostrado nas Figuras 4.2 e 4.6 respectivamente.

De uma forma geral, como o desempenho de ambos os tipos de coordenadas é bastante similar, é possível então afirmar que a análise de sensibilidade quadrática da margem de carregamento em relação ao parâmetro  $\mu$  pode eficientemente ser modelada matematicamente tanto em coordenadas polares quanto em coordenadas retangulares.

#### 4.4 – Variação da Admitância de Linha – Linhas Paralelas

As Figuras 4.7 a 4.9 mostram a variação da margem de carregamento em função da variação da admitância de linhas paralelas conforme mostrado na Tabela 4.4. Os ramos considerados são 24-25, 56-59, 175-2614 nos sistemas testes IEEE-57, IEEE-118 e 1768 barras, respectivamente.

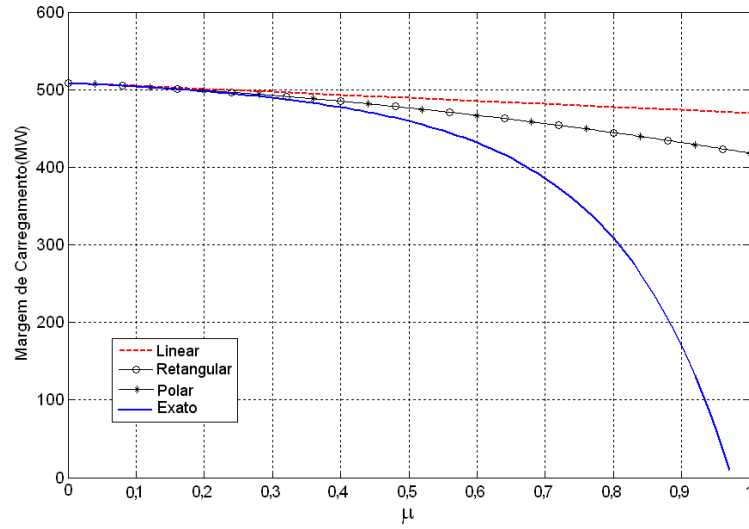


Figura 4.7 – Variação da admitância da linha paralela 24-25: IEEE-57

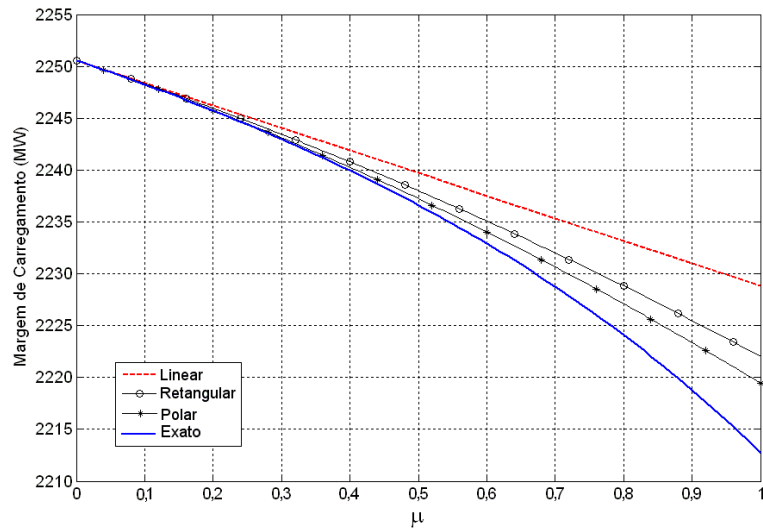


Figura 4.8 – Variação da admitância da linha paralela 56-59: IEEE-118

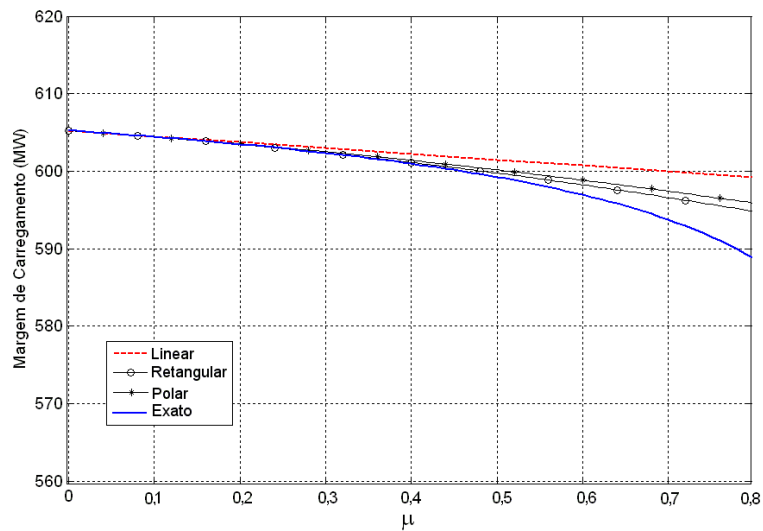


Figura 4.9 – Variação da admitância da linha paralela 175-2614: 1768 barras



Da Figura 4.7 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares e retangulares gera os mesmos resultados ao longo de toda faixa de variação do parâmetro  $\mu$  em linhas paralelas. Da Figura 4.8 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares gera resultados mais próximos do exato. Da Figura 4.9 observa-se que a análise quadrática em coordenadas retangulares gera resultados mais próximos do exato. O caso exato não converge para valores de  $\mu$  acima de 0,97 como mostrado na Figura 4.7.

De uma forma geral, como o desempenho de ambos os tipos de coordenadas é bastante similar, é possível então afirmar que a análise de sensibilidade quadrática da margem de carregamento em relação ao parâmetro  $\mu$  em linhas paralelas pode eficientemente ser modelada matematicamente tanto em coordenadas polares quanto em coordenadas retangulares.

## 4.5 – Variação da Demanda de Potência Ativa

As Figuras 4.10 a 4.16 mostram a variação da margem de carregamento em função da variação da demanda de potência ativa numa barra específica conforme mostrado na Tabela 4.5. As barras consideradas são 9, 30, 31, 75, 9052, 1818 e 2977 nos sistemas testes IEEE-14, IEEE-30, IEEE-57, IEEE-118, IEEE-300, 1768 barras e 1768 barras, respectivamente.

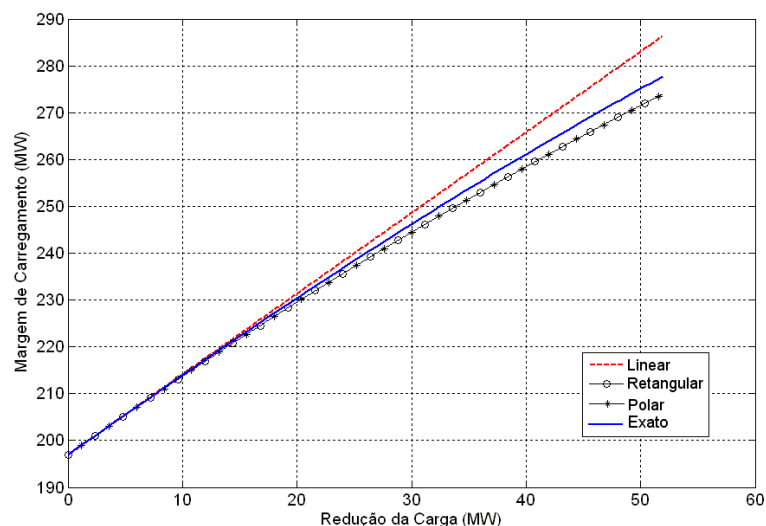


Figura 4.10 – Variação da demanda de potência ativa na barra 9: IEEE 14

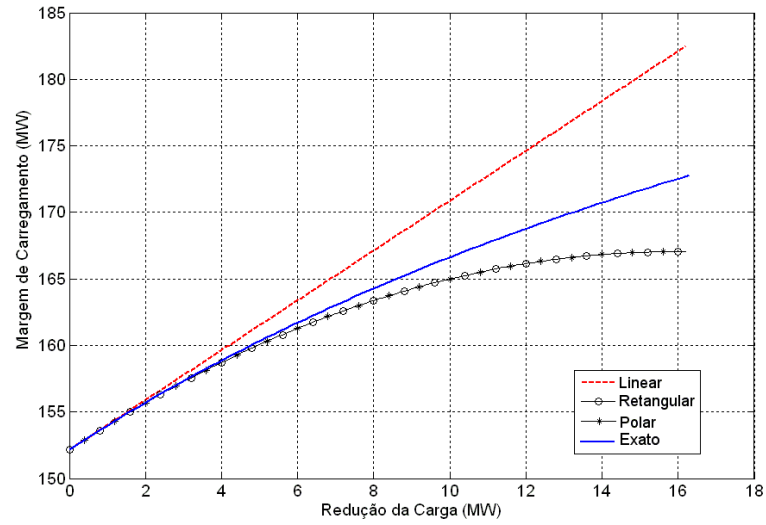


Figura 4.11 – Variação da demanda de potência ativa na barra 30: IEEE 30

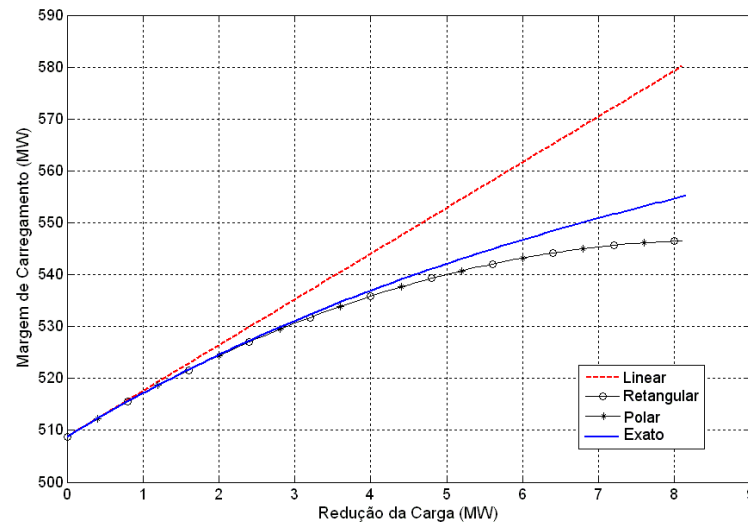


Figura 4.12 – Variação da demanda de potência ativa na barra 31: IEEE 57

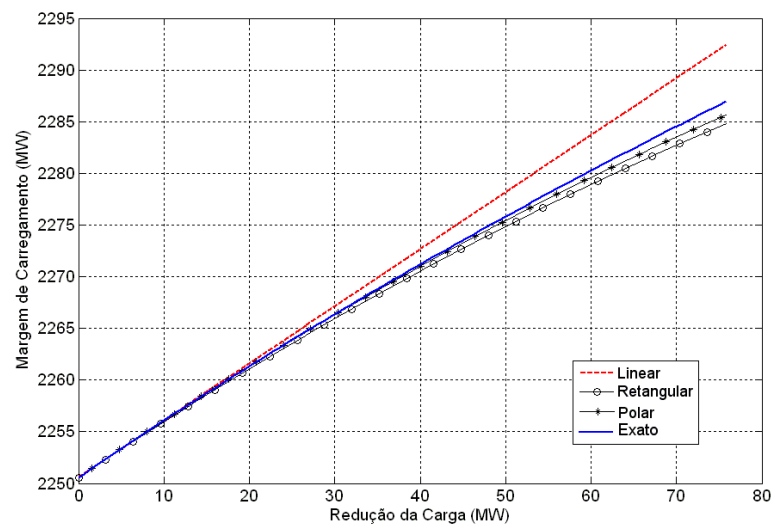


Figura 4.13 – Variação da demanda de potência ativa na barra 75: IEEE 118

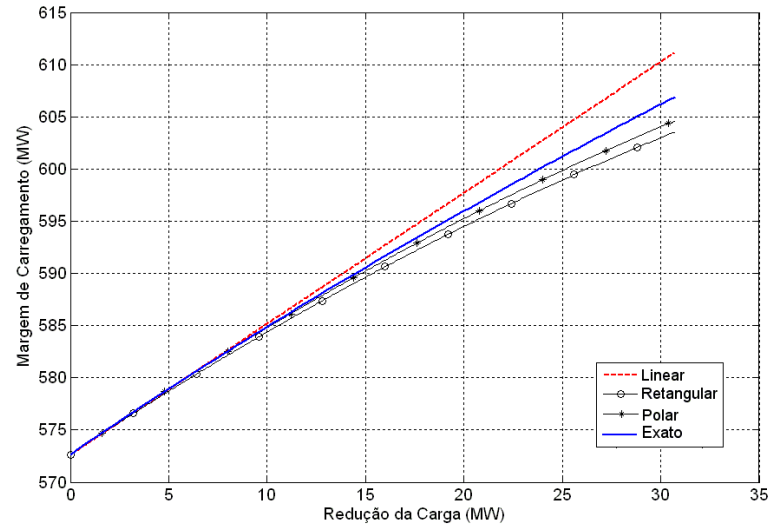


Figura 4.14 – Variação da demanda de potência ativa na barra 9052: IEEE300

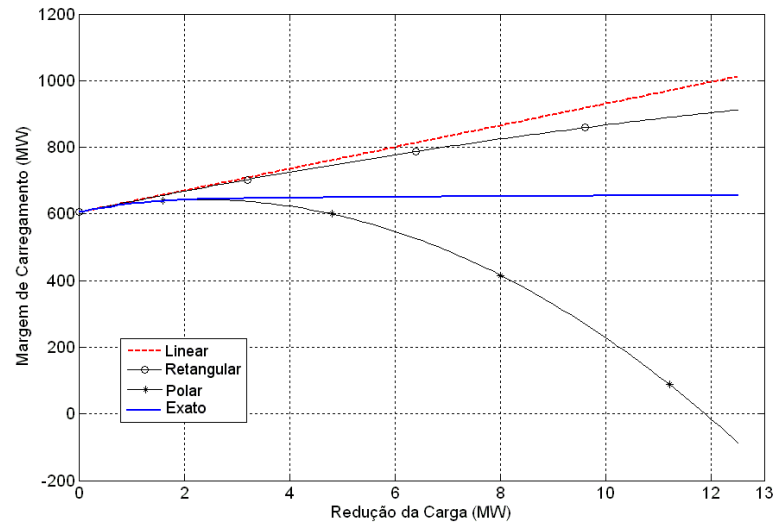


Figura 4.15 – Variação da demanda de potência ativa na barra 1818:1768 barras

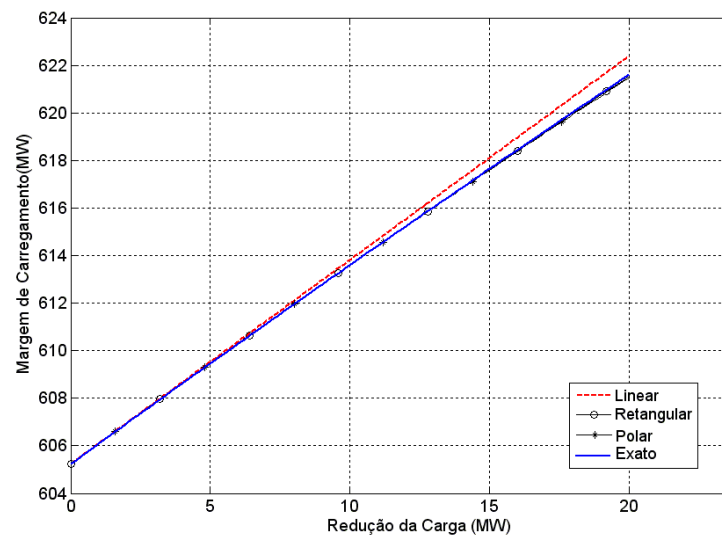


Figura 4.16 – Variação da demanda de potência ativa na barra 2977:1768 barras

Das Figuras 4.10, 4.11, 4.12 e 4.16 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares e retangulares gera os mesmos resultados ao longo de toda faixa de variação da demanda de potência ativa na barra. Das Figuras 4.13 e 4.14 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares gera resultados mais próximos do exato.

A diferença observada na análise de sensibilidade quadrática da margem de carregamento em relação à variação da demanda ativa na barra 1818 do sistema 1768 barras mostrada na Figura 4.15 talvez possa ser explicada pelo fato de que a margem de carregamento exata varia em pequena escala somente para pequenas variações na demanda, permanecendo praticamente constante para valores maiores da redução da carga. Inclusive, neste caso observa-se que o comportamento da sensibilidade quadrática retangular é mais coerente, visto que a margem aumenta com a redução da carga. Tenso em vista os resultados atípicos apresentados por ambas as coordenadas, simulou-se então a redução da demanda na barra 2977, cujos resultados estão mostrados na Figura 4.16, comprovando-se a eficácia dos métodos de análise de sensibilidade para sistemas de grande porte.

A exceção da barra 1818 do sistema 1768 barras, como o desempenho de ambos os tipos de coordenadas é bastante similar, é possível então afirmar que a análise de sensibilidade quadrática da margem de carregamento em relação a demanda de potência ativa pode eficientemente ser modelada matematicamente tanto em coordenadas polares quanto em coordenadas retangulares.

## **4.6 – Variação da Susceptância de Barra**

As Figuras 4.17 a 4.22 mostram a variação da margem de carregamento em função da variação da susceptância em determinadas barras conforme mostrado na Tabela 4.6. As barras consideradas são 5, 29, 31, 47, 20 e 2993 nos sistemas testes IEEE-14, IEEE-30, IEEE-57, IEEE-118, IEEE-300 e 1768 barras, respectivamente.

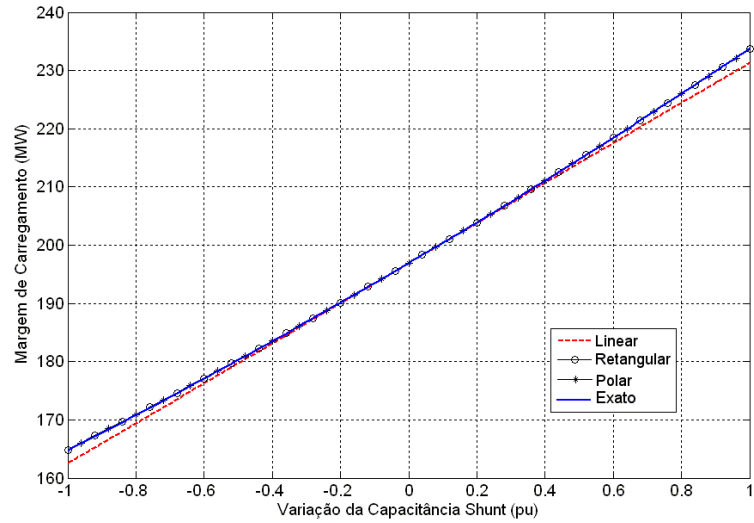


Figura 4.17 – Variação da susceptância da barra 5: IEEE 14

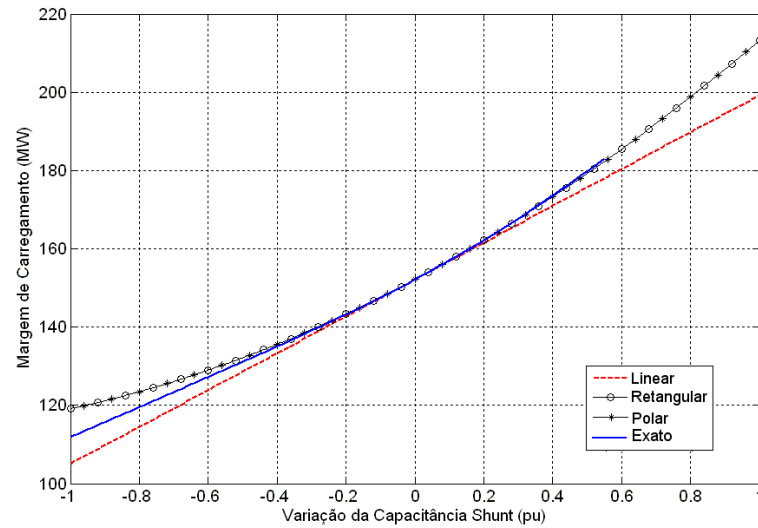


Figura 4.18 – Variação da susceptância da barra 29: IEEE 30

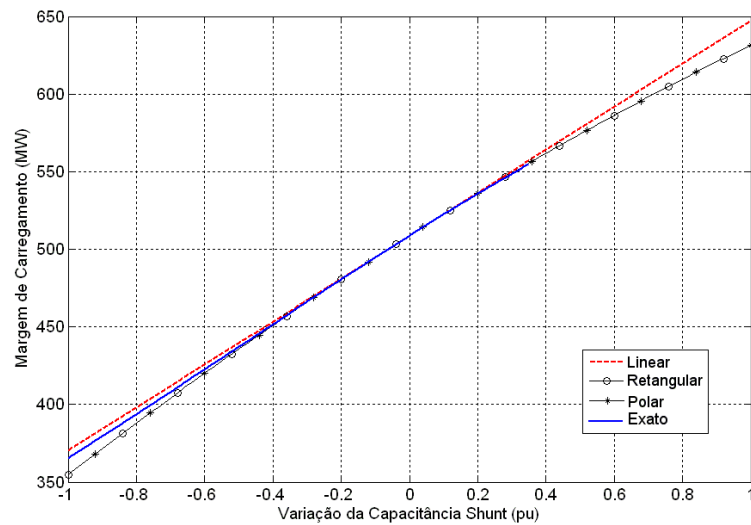


Figura 4.19 – Variação da susceptância da barra 31: IEEE 57

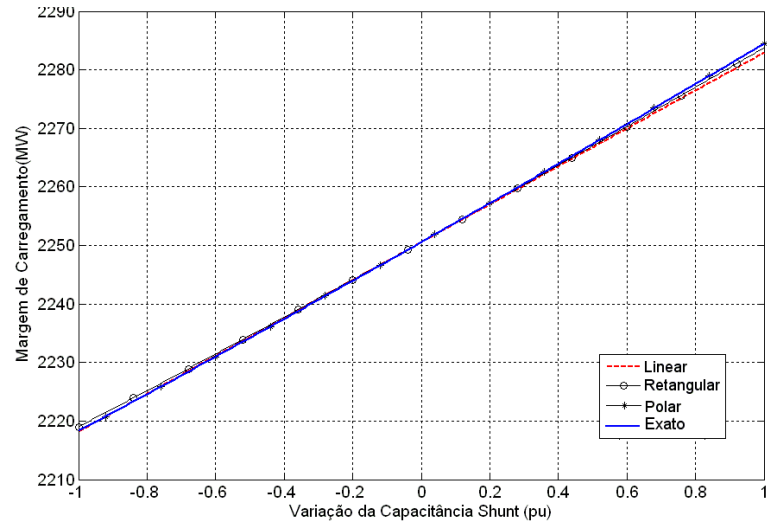


Figura 4.20 – Variação da susceptância da barra 47: IEEE 118

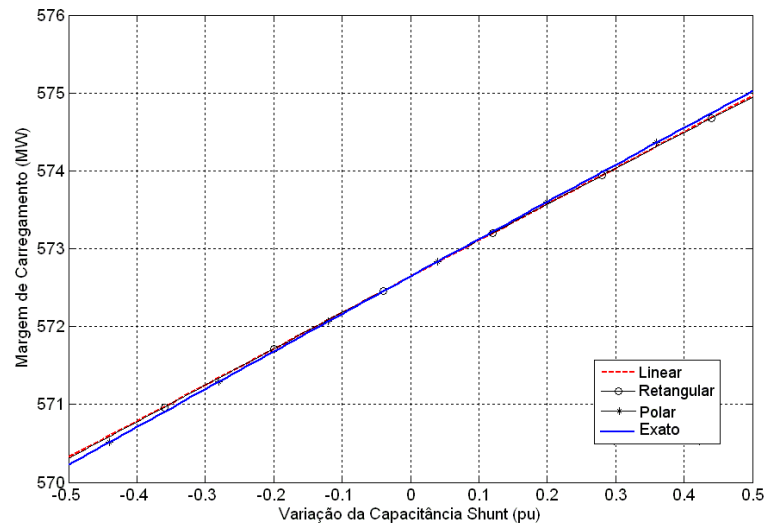


Figura 4.21 – Variação da susceptância da barra 20: IEEE 300

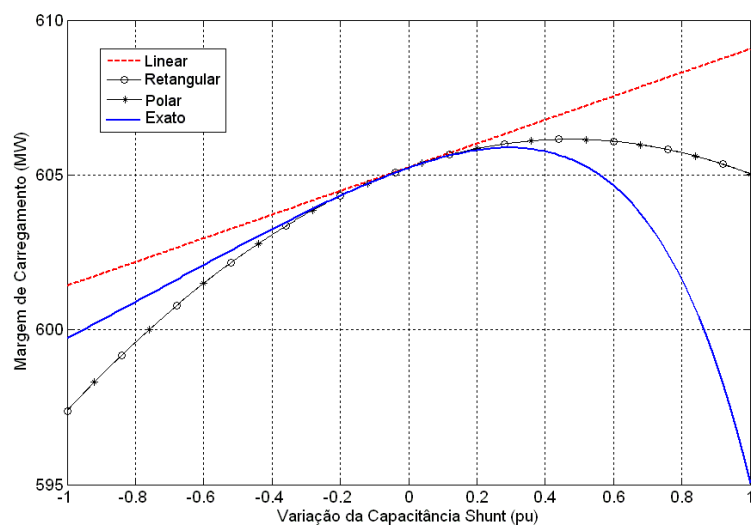


Figura 4.22 – Variação da susceptância da barra 2993: 1768 barras

Das Figuras 4.17, 4.18, 4.19 e 4.22 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares e retangulares gera os mesmos resultados ao longo de toda faixa de variação da susceptância de barra. Das Figuras 4.20 e 4.21 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares gera resultados mais próximos do exato. O caso exato não converge para valores de susceptância de barra acima de 0,35 pu como mostrado na Figura 4.19.

De uma forma geral, como o desempenho de ambos os tipos de coordenadas é bastante similar, é possível então afirmar que a análise de sensibilidade quadrática da margem de carregamento em relação a susceptância de barra pode eficientemente ser modelada matematicamente tanto em coordenadas polares quanto em coordenadas retangulares.

## 4.7 – Variação da Susceptância de Linha

As Figuras 4.23 a 4.29 mostram a variação da margem de carregamento em função da variação da susceptância de linha específicas conforme mostrado na Tabela 4.7. As linhas consideradas são 2-3, 1-2, 1-15, 68-69, 7049, e 536-538 nos sistemas testes IEEE-14, IEEE-30, IEEE-57, IEEE-118, IEEE-300 e 1768 barras, respectivamente.

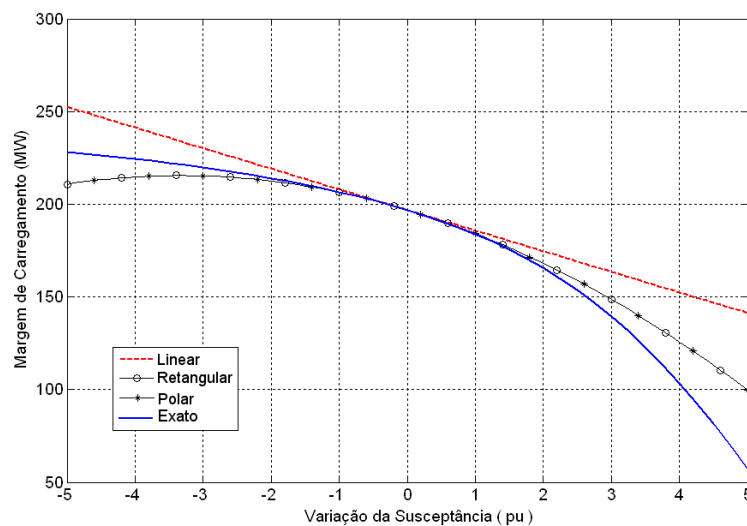


Figura 4.23 – Variação da susceptância de linha 2-3: IEEE 14

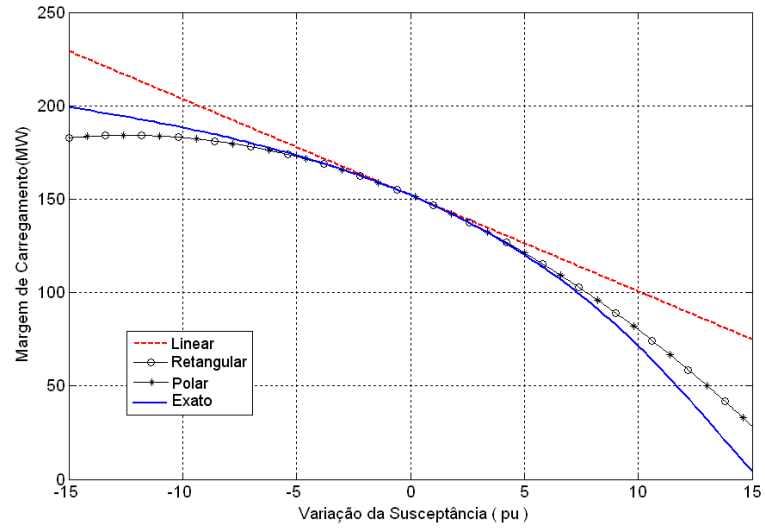


Figura 4.24 – Variação da susceptância de linha 1-2: IEEE 30

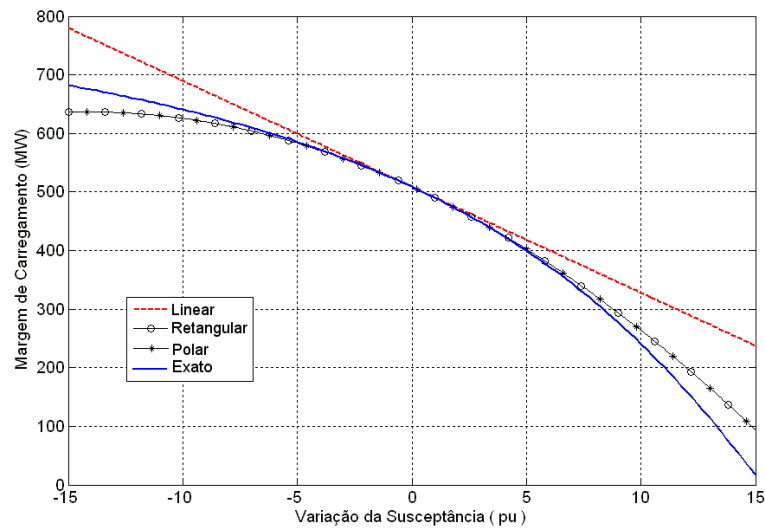


Figura 4.25 – Variação da susceptância de linha 1-15: IEEE 57

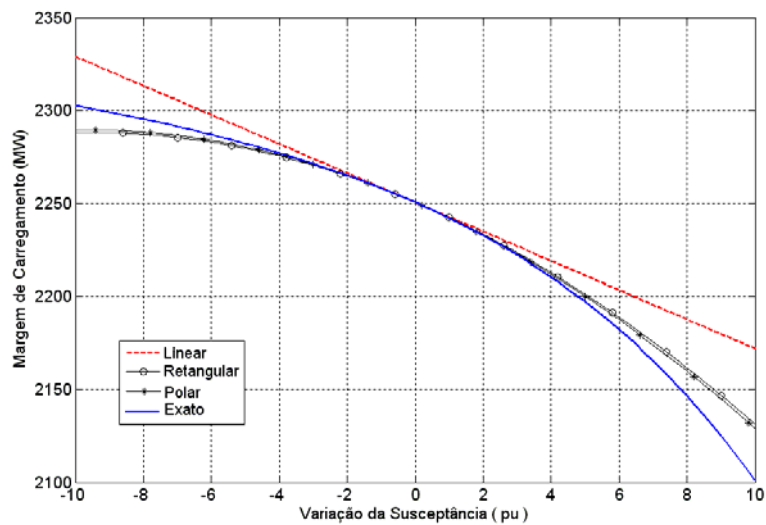


Figura 4.26 – Variação da susceptância de linha 68-69: IEEE 118



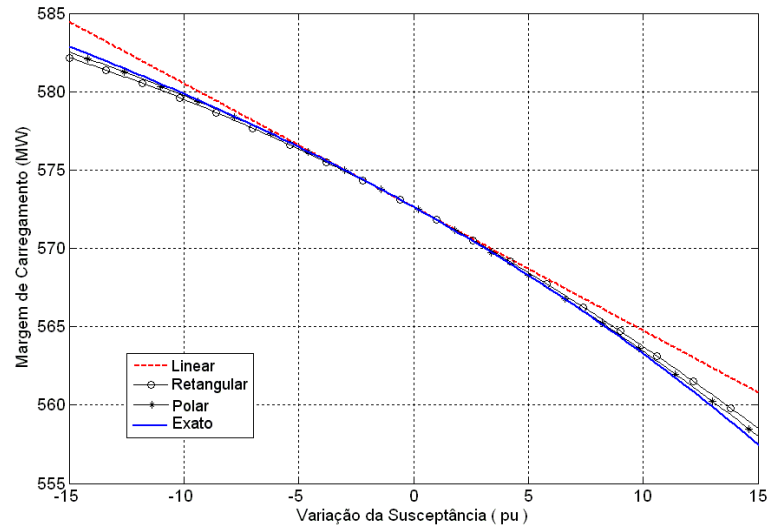


Figura 4.27 – Variação da susceptância de linha 7049-49: IEEE 300

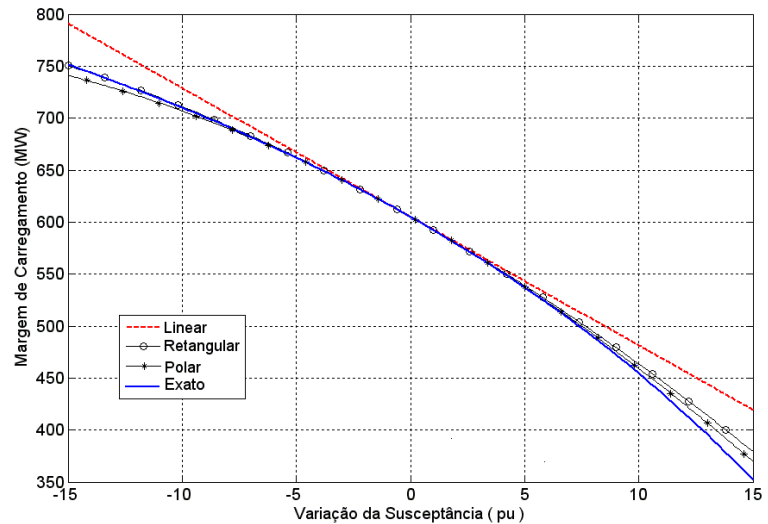


Figura 4.28 – Variação da susceptância de linha 536-538: 1768 barras

Das Figuras 4.23, 4.24 e 4.25 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares e retangulares gera os mesmos resultados ao longo de toda faixa de variação da susceptância de barra. Das Figuras 4.26 e 4.27 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares gera resultados mais próximos do exato. Da Figura 4.28 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares gera resultados mais próximos do exato para uma variação positiva da susceptância de linha, enquanto que a análise quadrática em coordenadas retangulares gera resultados mais próximos do exato para uma variação negativa da susceptância de linha.

De uma forma geral, como o desempenho de ambos os tipos de coordenadas é bastante similar, é possível então afirmar que a análise de sensibilidade quadrática da margem de

carregamento em relação a susceptância de linha pode eficientemente ser modelada matematicamente tanto em coordenadas polares quanto em coordenadas retangulares.

## 4.8 – Variação da Tensão em Barras de Geração

As Figuras 4.29 a 4.31 mostram a variação da margem de carregamento em função da variação da tensão em barras de geração específicas conforme mostrado na Tabela 4.8. As barras de geração consideradas são 24, 92 e 10 nos sistemas testes IEEE-118, IEEE-300 e 1768 barras, respectivamente. Cumpre salientar que nestes sistemas testes, 33, 28 e 24 barras atingiram o limite de geração de potência reativa, sendo convertidas para barras tipo PQ.

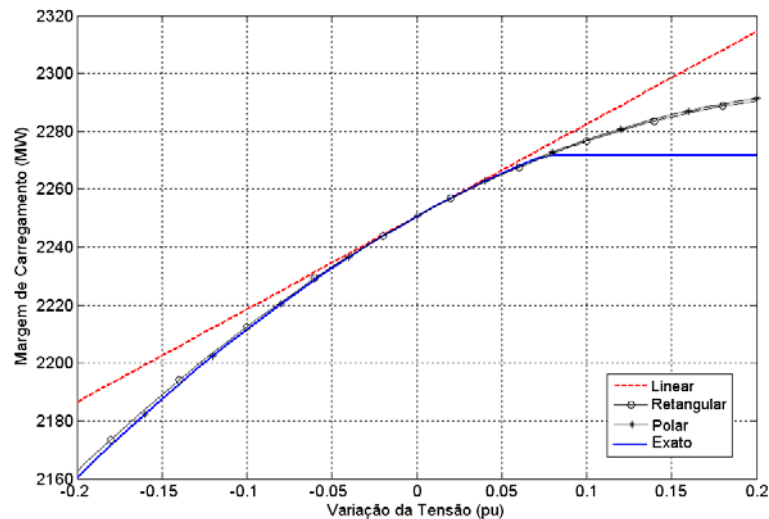


Figura 4.29 – Variação da tensão na barra 24: IEEE 118

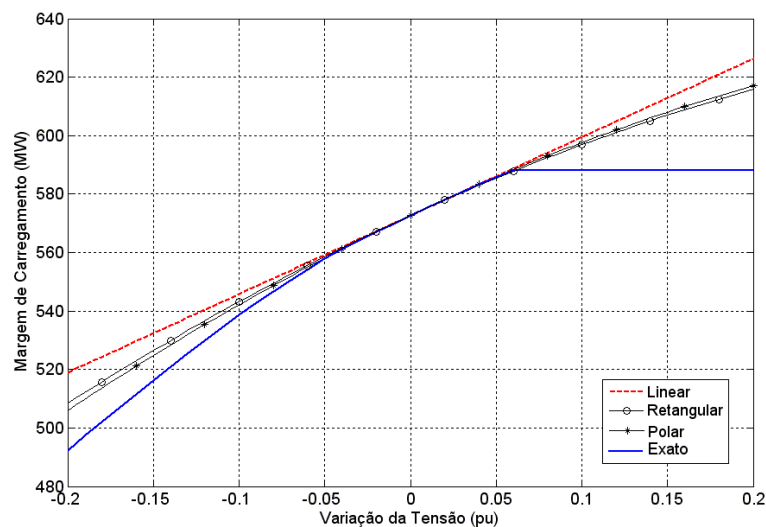


Figura 4.30 – Variação da tensão na barra 92: IEEE 300

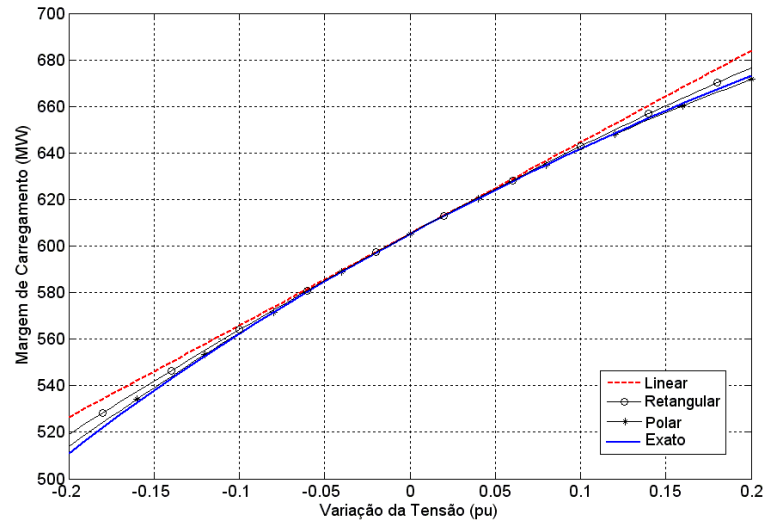


Figura 4.31 – Variação da tensão na barra 10: 1768 barras

Das Figuras 4.29 e 4.30 observa-se que a análise quadrática em coordenadas polares gera resultados mais próximos do exato para uma variação negativa da tensão, enquanto que a análise quadrática em coordenadas retangulares gera resultados mais próximos do exato para uma variação positiva da tensão. Da Figura 4.31 a análise quadrática em coordenadas polares gera resultados mais próximos do exato. As diferenças observadas nas sensibilidades quadráticas polar e retangular devem-se a utilização da equação de restrição de tensão nas barras de geração empregada somente na metodologia retangular. A margem de carregamento do caso exato não varia para valores de tensão acima de 0,08 pu e 0,06 pu, nas Figuras 4.29 e 4.30, respectivamente.

De uma forma geral, como o desempenho de ambos os tipos de coordenadas é bastante similar, é possível então afirmar que a análise de sensibilidade quadrática da margem de carregamento em relação à susceptância de linha pode eficientemente ser modelada matematicamente tanto em coordenadas polares quanto em coordenadas retangulares.

## 4.9 – Desempenho Computacional

A Tabela 4.9 mostra o desempenho computacional para a obtenção das estimativas linear e quadrática para a simulação do sistema 1768 barras. O objetivo é mostrar uma comparação entre os principais parâmetros calculados na análise de sensibilidade tanto em coordenadas polares quanto em coordenadas retangulares. O termo  $T_p$  denota o tempo gasto na formulação polar, e o termo  $T_r$  denota o tempo gasto na formulação retangular.

Tabela 4.9 – Desempenho computacional – Análise de sensibilidade

Desempenho Computacional					
Tarefa	Parâmetros				
	$\mu$	Susceptância de linha	Demanda de potência	Susceptância de barra	Tensão em barras de geração
Sensibilidade Linear	$\frac{T_p}{T_r} = 1,6199$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,4998$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,6158$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,5746$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,2763$
$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left[ \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right]$	$\frac{T_p}{T_r} = 3,8634$	$\frac{T_p}{T_r} = 4,1009$	$\frac{T_p}{T_r} = 4,1857$	$\frac{T_p}{T_r} = 3,7561$	$\frac{T_p}{T_r} = 4,2735$
Matriz $\underline{f}_{xp}$	$\frac{T_p}{T_r} = 2,7967$	$\frac{T_p}{T_r} = 3,1518$	*	$\frac{T_p}{T_r} = 3,3621$	*
Vetor $\underline{x}_p$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,005$	$\frac{T_p}{T_r} = 0,9208$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,7054$	$\frac{T_p}{T_r} = 0,8781$	$\frac{T_p}{T_r} = 0,9232$
Sensibilidade Quadrática	$\frac{T_p}{T_r} = 1,5744$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,4455$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,3433$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,9900$	$\frac{T_p}{T_r} = 1,2030$
Tempo Total da Análise de Sensibilidade	$\frac{T_p}{T_r} = 2,7838$	$\frac{T_p}{T_r} = 3,0788$	$\frac{T_p}{T_r} = 2,7557$	$\frac{T_p}{T_r} = 2,8843$	$\frac{T_p}{T_r} = 2,6265$

Conforme mostrado na Tabela 4.9, o método da análise de sensibilidade em coordenadas retangulares apresenta um desempenho computacional superior à análise de sensibilidade em coordenadas polares. Verifica-se que as maiores diferenças entre os métodos estão no cálculo da sub-matriz  $\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left[ \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right]$  e na matriz  $\underline{f}_{xp}$ . Este resultado já era esperado,

uma vez que as equações em coordenadas retangulares são quadráticas, enquanto que as equações em coordenadas polares dependem de funções transcendentais, tais como o seno e o co-seno. Consequentemente, a metodologia retangular demanda um menor tempo de processamento.

A relação  $T_p/T_r$  não é mostrada para a matriz  $\underline{f}_{xp}$  nos parâmetros demanda de potência e tensão em barras de geração, pois estas matrizes são nulas em coordenadas retangulares, impossibilitando calcular uma relação de tempo. A sensibilidade quadrática apresentada na

Tabela 4.9 inclui o cálculo das matrizes  $\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left[ \frac{\partial \underline{f}^T}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right]$  e  $\underline{f}_{xp}$  e do vetor  $\underline{x}_p$ . Por outro lado, o tempo total inclui o cálculo das sensibilidades linear e quadrática.

## Capítulo 5 - Conclusões

### 5.1 – Considerações Finais

Este trabalho aborda o cálculo da sensibilidade da margem de carregamento com relação à variação de diferentes parâmetros do sistema elétrico de potência. São estudadas, modeladas e implementadas as sensibilidades linear e quadrática. Além disto, tendo em vista o objetivo básico desta dissertação, este modelo de análise de sensibilidade é avaliado tanto em coordenadas polares, quanto em retangulares da tensão.

A análise de sensibilidade linear e quadrática em coordenadas retangulares apresentada e desenvolvida neste trabalho possui uma estrutura matemática muito simples, não acarretando comparativamente ao processo tradicional de análise polar, qualquer tipo de ônus relativo a complexidade dos modelos e ao esforço computacional. Inclusive, com relação a este último quesito, a análise de sensibilidade em coordenadas retangulares apresenta um desempenho computacional significativamente superior conforme mostrado no Capítulo 4.

A análise de sensibilidade quadrática tanto em coordenadas polares quanto em coordenadas retangulares é bastante superior quando comparada com a análise de sensibilidade linear, principalmente à medida que a variação no parâmetro aumenta. Como esperado, tal fato se deve a utilização do termo de segunda ordem da série de Taylor na estimativa quadrática. Por outro lado, a análise de sensibilidade linear em ambas as coordenadas produz resultados semelhantes e bastante satisfatórios para uma pequena variação do parâmetro de perturbação. Desta forma, a análise de sensibilidade linear pode ser muito útil em situações onde são consideradas incertezas nos dados, que inclusive, na maioria dos casos é de pequena magnitude.

Assim sendo, é então possível concluir que de um modo geral, a análise de sensibilidade em coordenadas retangulares apresenta resultados bastante satisfatórios, inclusive comportando-se tão bem, ou melhor que a análise de sensibilidade polar para variações de determinados parâmetros. Além disto, seu desempenho computacional é significativamente superior em comparação com a análise de sensibilidade polar. Conseqüentemente, a metodologia retangular pode, sem qualquer tipo de restrições, ser utilizada como mais uma ferramenta indispensável nos estudos de estabilidade de tensão.

## 5.2 – Sugestões Para Estudos Futuros

O trabalho desenvolvido nesta dissertação pode ainda ser estendido nos seguintes tópicos:

- a) Desenvolvimento da análise de sensibilidade da margem de carregamento para outros parâmetros como, controle de intercâmbio entre áreas e redespacho de geração de potência ativa.
- b) Investigação de resultados para sistemas de potência mal-condicionados.
- c) Investigação de resultados para o índice de severidade de contingência de linhas com a análise de sensibilidade quadrática em coordenadas retangulares.

Inclusão de outros dispositivos de controle, de modo a verificar o comportamento dos métodos de análise de sensibilidade.

## Apêndice 1 - Formulações do Fluxo de Potência

O problema do fluxo de potência é expresso em função das equações de potência escritas em termos das coordenadas polares ou retangulares das tensões nas barras. A seguir será apresentada uma rápida revisão das técnicas empregadas para a solução do fluxo de potência.

### A1.1 – Fluxo de Potência Convencional

#### A1.1.1 – Coordenadas polares [19,41]

As expressões para as potências ativa e reativa líquidas injetadas em uma barra  $k$ , em função das coordenadas polares das tensões são dadas por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A1.1})$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A1.2})$$

onde:

$$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m \quad (\text{A1.3})$$

Linearizando-se as equações (A1.1) e (A1.2) por intermédio da série de Taylor, tem-se o seguinte sistema de equações a ser resolvido a cada iteração do método de Newton-Raphson:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & \cdots & H_{1n} & N_{1n} \\ M_{11} & L_{11} & M_{12} & L_{12} & \cdots & M_{1n} & L_{1n} \\ H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & \cdots & H_{2n} & N_{2n} \\ M_{21} & L_{21} & M_{22} & L_{22} & \cdots & M_{2n} & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & \cdots & H_{nn} & N_{nn} \\ M_{n1} & L_{n1} & M_{n2} & L_{n2} & \cdots & M_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta V_n \end{bmatrix} \quad (\text{A1.4})$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} & N_{11} & N_{12} & \cdots & N_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} & N_{21} & N_{22} & \cdots & N_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} & N_{n1} & N_{n2} & \cdots & N_{nn} \\ M_{11} & M_{12} & \cdots & M_{1n} & L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \cdots & M_{2n} & L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \cdots & M_{nn} & L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix} \quad (\text{A1.5})$$

Os termos da matriz Jacobiana polar  $\mathbf{J}_p$  apresentada em (A1.4) ou (A1.5) são dados por:

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \text{cos} \theta_{km}) \quad (\text{A1.6})$$

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 B_{kk} - Q_k \quad (\text{A1.7})$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A1.8})$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \frac{P_k + V_k^2 G_{kk}}{V_k} \quad (\text{A1.9})$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (G_{km} \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A1.10})$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 G_{kk} + P_k \quad (\text{A1.11})$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \text{cos} \theta_{km}) \quad (\text{A1.12})$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \frac{Q_k - V_k^2 B_{kk}}{V_k} \quad (\text{A1.13})$$

Após a determinação dos incrementos das tensões das barras através de (A1.4) ou de (A1.5), a atualização das tensões em uma iteração genérica ( $h+1$ ) é dada por:

$$\theta_k^{(h+1)} = \theta_k^h + \Delta \theta_k^h \quad (\text{A1.14})$$

$$V_k^{(h+1)} = V_k^h + \Delta V_k^h \quad (\text{A1.15})$$



## A1.1.2 – Coordenadas retangulares [20]

### A1.1.2.1 – Representação de barras do tipo PQ

As expressões para as potências ativa e reativa líquidas injetadas em uma barra genérica  $k$ , em função das coordenadas retangulares das tensões são dadas por:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} V_{rk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) + V_{mk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm}) \quad (\text{A1.16})$$

$$Q_k = \sum_{m \in \Omega_k} V_{mk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) - V_{rk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm}) \quad (\text{A1.17})$$

Linearizando-se as equações (A1.16) e (A1.17) por intermédio da série de Taylor, tem-se o seguinte sistema de equações a ser resolvido a cada iteração do método de Newton-Raphson:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & \cdots & H_{1n} & N_{1n} \\ M_{11} & L_{11} & M_{12} & L_{12} & \cdots & M_{1n} & L_{1n} \\ H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & \cdots & H_{2n} & N_{2n} \\ M_{21} & L_{21} & M_{22} & L_{22} & \cdots & M_{2n} & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & \cdots & H_{nn} & N_{nn} \\ M_{n1} & L_{n1} & M_{n2} & L_{n2} & \cdots & M_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r_1} \\ \Delta V_{m_1} \\ \Delta V_{r_2} \\ \Delta V_{m_2} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_n} \\ \Delta V_{m_n} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.18})$$

onde:

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{rm}} = V_{rk} G_{km} + V_{mk} B_{km} \quad (\text{A1.19})$$

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{rk}} = V_{rk} G_{kk} + V_{mk} B_{kk} + I_{rk} \quad (\text{A1.20})$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{mm}} = -V_{rk} B_{km} + V_{mk} G_{km} \quad (\text{A1.21})$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{mk}} = -V_{rk} B_{kk} + V_{mk} G_{kk} + I_{mk} \quad (\text{A1.22})$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{rm}} = -V_{rm} B_{km} + V_{mk} G_{km} \quad (\text{A1.23})$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{rk}} = -V_{rk} B_{kk} + V_{mk} G_{kk} - I_{mk} \quad (\text{A1.24})$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{mm}} = -V_{rk} G_{km} - V_{mk} B_{km} \quad (\text{A1.25})$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{mk}} = -V_{rk} G_{kk} - V_{mk} B_{kk} + I_{rk} \quad (\text{A1.26})$$

As componentes real e imaginária das correntes injetadas nas barras, apresentadas nas equações (A1.20), (A1.22), (A1.24) e (A1.26) são obtidas através da equação:

$$\underline{\dot{\mathbf{I}}} = \mathbf{Y}\underline{\dot{\mathbf{V}}} = \underline{\mathbf{I}}_r + j\underline{\mathbf{I}}_m \quad (\text{A1.27})$$

### A1.1.2.2 – Inclusão das barras do tipo PV

Uma vez que o resíduo de potência reativa é desconhecido para uma determinada barra  $p$ , do tipo PV, a estratégia utilizada consiste em substituir a equação referente à  $\Delta Q_p$  pela equação (A1.28) de restrição da tensão.

$$V_p^2 = V_{rp}^2 + V_{mp}^2 \quad (\text{A1.28})$$

Linearizando tem-se:

$$\Delta V_p^2 = 2V_{rp}\Delta V_{rp} + 2V_{mp}\Delta V_{mp} \quad (\text{A1.29})$$

onde:

$$\Delta V_p^2 = (V_p^{sp})^2 - (V_p^{calc})^2 \quad (\text{A1.30})$$

Assim, o sistema de equações linearizado a ser resolvido a cada iteração do método de Newton-Raphson, considerando-se a barra  $p$  do tipo PV é dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_p \\ \Delta V_p^2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & \cdots & H_{1p} & N_{1p} & \cdots & H_{1n} & N_{1n} \\ M_{11} & L_{11} & M_{12} & L_{12} & \cdots & M_{1p} & L_{1p} & \cdots & M_{1n} & L_{1n} \\ \hline H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & \cdots & H_{2p} & N_{2p} & \cdots & H_{2n} & N_{2n} \\ M_{21} & L_{21} & M_{22} & L_{22} & \cdots & M_{2p} & L_{2p} & \cdots & M_{2n} & L_{2n} \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hline H_{p1} & N_{p1} & H_{p2} & N_{p2} & \cdots & H_{pp} & N_{pp} & \cdots & H_{pn} & N_{pn} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2V_{r_p} & 2V_{m_p} & \cdots & 0 & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hline H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & \cdots & H_{np} & N_{np} & \cdots & H_{nn} & N_{nn} \\ M_{n1} & L_{n1} & M_{n2} & L_{n2} & \cdots & M_{np} & L_{np} & \cdots & M_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r1} \\ \Delta V_{m1} \\ \Delta V_{r2} \\ \Delta V_{m2} \\ \vdots \\ \Delta V_{rp} \\ \Delta V_{mp} \\ \vdots \\ \Delta V_{rn} \\ \Delta V_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.31})$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_p \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta V_p^2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1p} & \cdots & H_{1n} & N_{11} & N_{12} & \cdots & N_{1p} & \cdots & N_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2p} & \cdots & H_{2n} & N_{21} & N_{22} & \cdots & N_{2p} & \cdots & N_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{p1} & H_{p2} & \cdots & H_{pp} & \cdots & K_{pn} & N_{p1} & N_{p2} & \cdots & N_{pp} & \cdots & N_{pn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & N_{np} & \cdots & H_{nn} & N_{n1} & N_{n2} & \cdots & N_{np} & \cdots & N_{nn} \\ \hline M_{11} & M_{12} & \cdots & M_{1p} & \cdots & M_{1n} & L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1p} & \cdots & L_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \cdots & M_{2p} & \cdots & M_{2n} & L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2p} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2V_{r_p} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2V_{m_p} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \cdots & M_{np} & \cdots & M_{nn} & L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{np} & \cdots & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r1} \\ \Delta V_{r2} \\ \vdots \\ \Delta V_{rp} \\ \vdots \\ \Delta V_{rn} \\ \Delta V_{m1} \\ \Delta V_{m2} \\ \vdots \\ \Delta V_{mp} \\ \vdots \\ \Delta V_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.32})$$

A matriz Jacobiana retangular  $\mathbf{J}_r$  tem a estrutura apresentada nas equações (A1.31) ou (A1.32). Após a determinação dos incrementos das tensões das barras através de (A1.31) ou de (A1.32), a atualização das tensões em uma iteração genérica,  $h+1$ , é dada por:

$$V_{rk}^{(h+1)} = V_{rk}^h + \Delta V_{rk}^h \quad (\text{A1.33})$$

$$V_{mk}^{(h+1)} = V_{mk}^h + \Delta V_{mk}^h \quad (\text{A1.34})$$

## Apêndice 2 – Derivadas de Segunda Ordem na Formulação Polar

Os termos da sub-matriz  $\frac{\partial^2 \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}^2} \mathbf{w}$  polar descrita na seção 2.4.3 são obtidos através das derivadas de segunda ordem das expressões (A1.6) a (A1.13). Assim sendo:

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k^2} = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) + V_k^2 G_{kk} = -P_k + V_k^2 G_{kk} \quad (\text{A2.1})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A2.2})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial V_k} = \sum_{m \in \Omega_k} V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) - V_k B_{kk} = -\frac{Q_k}{V_k} - V_k B_{kk} \quad (\text{A2.3})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.4})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m^2} = V_k V_m (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A2.5})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial V_k} = V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.6})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial V_m} = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.7})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k^2} = 2G_{kk} \quad (\text{A2.8})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial V_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial V_m} = (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A2.9})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{A2.10})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k^2} = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) - V_k^2 B_{kk} = -Q_k - V_k^2 B_{kk} \quad (\text{A2.11})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.12})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial V_k} = \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) - V_k G_{kk} = \frac{P_k}{V_k} - V_k G_{kk} \quad (\text{A2.13})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A2.14})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m^2} = V_k V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.15})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial V_k} = V_m (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A2.16})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial V_m} = V_k (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A2.17})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k^2} = -2B_{kk} \quad (\text{A2.18})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial V_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial V_m} = (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.19})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{A2.20})$$

### Apêndice 3 – Derivadas de Segunda Ordem na Formulação Retangular

Os termos da sub-matriz  $\frac{\partial^2 \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}^2} \mathbf{w}$  retangular descrita na seção 2.4.3 são obtidos através das derivadas de segunda ordem das expressões (A1.19) a (A1.26). Assim sendo:

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{rk}^2} = 2G_{kk} \quad (\text{A3.1})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{rk} \partial V_{mk}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{mk} \partial V_{rk}} = 0 \quad (\text{A3.2})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{rk} \partial V_{rm}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{rm} \partial V_{rk}} = G_{km} \quad (\text{A3.3})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{rk} \partial V_{mm}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{mm} \partial V_{rk}} = -B_{km} \quad (\text{A3.4})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{mk}^2} = 2G_{kk} \quad (\text{A3.5})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{mk} \partial V_{rm}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{rm} \partial V_{mk}} = B_{km} \quad (\text{A3.6})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{mk} \partial V_{mm}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{mm} \partial V_{mk}} = G_{km} \quad (\text{A3.7})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{rm}^2} = 0 \quad (\text{A3.8})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{rm} \partial V_{mm}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{mm} \partial V_{rm}} = 0 \quad (\text{A3.9})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{mm}^2} = 0 \quad (\text{A3.10})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{rk}^2} = -2B_{kk} \quad (\text{A3.11})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{rk} \partial V_{mk}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{mk} \partial V_{rk}} = 0 \quad (\text{A3.12})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{rk} \partial V_{rm}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{rm} \partial V_{rk}} = -B_{km} \quad (\text{A3.13})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{rk} \partial V_{mm}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{mm} \partial V_{rk}} = -G_{km} \quad (\text{A3.14})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{mk}^2} = -2B_{kk} \quad (\text{A3.15})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{mk} \partial V_{rm}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{rm} \partial V_{mk}} = G_{km} \quad (\text{A3.16})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{mk} \partial V_{mm}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{mm} \partial V_{mk}} = -B_{km} \quad (\text{A3.17})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{rm}^2} = 0 \quad (\text{A3.18})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{rm} \partial V_{mm}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{mm} \partial V_{rm}} = 0 \quad (\text{A3.19})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{mm}^2} = 0 \quad (\text{A3.20})$$

Para barras do tipo PV, para as quais são utilizadas equações como (A1.28), tem-se:

$$\frac{\partial^2 (V_p^2)}{\partial V_{rp}^2} = 2 \quad (\text{A3.21})$$

$$\frac{\partial^2 (V_p^2)}{\partial V_{mp}^2} = 2 \quad (\text{A3.22})$$

## Apêndice 4 - Derivadas das equações da análise de sensibilidade

### A4.1 – Coordenadas Polares

#### A4.1.1 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação à susceptância

$$\frac{\partial H_{kk}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_k V_m \cos \theta_{km} \quad (\text{A4.1})$$

$$\frac{\partial H_{km}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_k V_m \cos \theta_{km} \quad (\text{A4.2})$$

$$\frac{\partial H_{mm}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_k V_m \cos \theta_{km} \quad (\text{A4.3})$$

$$\frac{\partial H_{mk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_k V_m \cos \theta_{km} \quad (\text{A4.4})$$

$$\frac{\partial N_{kk}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_m \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.5})$$

$$\frac{\partial N_{km}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_k \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.6})$$

$$\frac{\partial N_{mm}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_k \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.7})$$

$$\frac{\partial N_{mk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_m \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.8})$$

$$\frac{\partial M_{kk}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_k V_m \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.9})$$

$$\frac{\partial M_{km}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_k V_m \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.10})$$

$$\frac{\partial M_{mm}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_k V_m \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.11})$$

$$\frac{\partial M_{mk}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_k V_m \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.12})$$

$$\frac{\partial L_{kk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_m \cos \theta_{km} - 2a_{km}^2 V_k \quad (\text{A4.13})$$



$$\frac{\partial L_{km}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_k \cos \theta_{km} \quad (\text{A4.14})$$

$$\frac{\partial L_{mm}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_k \cos \theta_{km} - 2V_m \quad (\text{A4.15})$$

$$\frac{\partial L_{mk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_m \cos \theta_{km} \quad (\text{A4.16})$$

#### A4.1.2 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação ao parâmetro $\mu$

$$\frac{\partial H_{kk}}{\partial \mu} = V_k^2 ((b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \dots + b_{kmmr}^{sh}) + a_{km}^2 (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmmr})) + Q_{km} \quad (\text{A4.17})$$

$$\frac{\partial H_{km}}{\partial \mu} = V_k V_m (-(G_{km1} + G_{km2} + \dots + G_{kmmr}) \text{sen} \theta_{km} + (B_{km1} + B_{km2} + \dots + B_{kmmr}) \text{cos} \theta_{km}) \quad (\text{A4.18})$$

$$\frac{\partial H_{mm}}{\partial \mu} = V_m^2 ((b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \dots + b_{kmmr}^{sh}) + (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmmr})) + Q_{mk} \quad (\text{A4.19})$$

$$\frac{\partial H_{mk}}{\partial \mu} = V_k V_m ((G_{km1} + G_{km2} + \dots + G_{kmmr}) \text{sen} \theta_{km} + (B_{km1} + B_{km2} + \dots + B_{kmmr}) \text{cos} \theta_{km}) \quad (\text{A4.20})$$

$$\frac{\partial N_{kk}}{\partial \mu} = \frac{-P_{km} - V_k^2 a_{km}^2 (g_{km1} + g_{km2} + \dots + g_{kmmr})}{V_k} \quad (\text{A4.21})$$

$$\frac{\partial N_{km}}{\partial \mu} = -V_k ((G_{km1} + G_{km2} + \dots + G_{kmmr}) \text{cos} \theta_{km} + (B_{km1} + B_{km2} + \dots + B_{kmmr}) \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A4.22})$$

$$\frac{\partial N_{mm}}{\partial \mu} = \frac{-P_{mk} - V_m^2 (g_{km1} + g_{km2} + \dots + g_{kmmr})}{V_m} \quad (\text{A4.23})$$

$$\frac{\partial N_{mk}}{\partial \mu} = V_m (-(G_{km1} + G_{km2} + \dots + G_{kmmr}) \text{cos} \theta_{km} + (B_{km1} + B_{km2} + \dots + B_{kmmr}) \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A4.24})$$

$$\frac{\partial M_{kk}}{\partial \mu} = V_k^2 a_{km}^2 (\mathbf{g}_{km1} + \mathbf{g}_{km2} + \dots + \mathbf{g}_{kmnr}) - P_{km} \quad (\text{A4.25})$$

$$\frac{\partial M_{km}}{\partial \mu} = V_k V_m ((G_{km1} + G_{km2} + \dots + G_{kmnr}) \cos \theta_{km} + (B_{km1} + B_{km2} + \dots + B_{kmnr}) \sin \theta_{km}) \quad (\text{A4.26})$$

$$\frac{\partial M_{mm}}{\partial \mu} = V_m^2 (\mathbf{g}_{km1} + \mathbf{g}_{km2} + \dots + \mathbf{b}_{kmnr}) - P_{mk} \quad (\text{A4.27})$$

$$\frac{\partial M_{mk}}{\partial \mu} = V_k V_m ((G_{km1} + G_{km2} + \dots + G_{kmnr}) \cos \theta_{km} - (B_{km1} + B_{km2} + \dots + B_{kmnr}) \sin \theta_{km}) \quad (\text{A4.28})$$

$$\frac{\partial L_{kk}}{\partial \mu} = \frac{-Q_{km} + V_k^2 ((b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \dots + b_{kmnr}^{sh}) + a_{km}^2 (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}))}{V_k} \quad (\text{A4.29})$$

$$\frac{\partial L_{km}}{\partial \mu} = V_k (-(G_{km1} + G_{km2} + \dots + G_{kmnr}) \sin \theta_{km} + (B_{km1} + B_{km2} + \dots + B_{kmnr}) \cos \theta_{km}) \quad (\text{A4.30})$$

$$\frac{\partial L_{mm}}{\partial \mu} = \frac{-Q_{mk} + V_m^2 ((b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \dots + b_{kmnr}^{sh}) + (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}))}{V_m} \quad (\text{A4.31})$$

$$\frac{\partial L_{mk}}{\partial \mu} = V_m ((G_{km1} + G_{km2} + \dots + G_{kmnr}) \sin \theta_{km} + (B_{km1} + B_{km2} + \dots + B_{kmnr}) \cos \theta_{km}) \quad (\text{A4.32})$$

### A4.1.3 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação à tensão

$$\frac{\partial H_{kk}}{\partial V_k} = V_m (B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A4.33})$$

$$\frac{\partial H_{km}}{\partial V_k} = V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A4.34})$$

$$\frac{\partial H_{mm}}{\partial V_k} = V_m (G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A4.35})$$

$$\frac{\partial H_{mk}}{\partial V_k} = -V_m (G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A4.36})$$

$$\frac{\partial N_{kk}}{\partial V_k} = 2G_{kk} \quad (\text{A4.37})$$

$$\frac{\partial N_{km}}{\partial V_k} = G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.38})$$

$$\frac{\partial N_{mm}}{\partial V_k} = G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \text{sen} \theta_{km} \quad (\text{A4.39})$$

$$\frac{\partial M_{kk}}{\partial V_k} = V_m (B_{km} \text{sen} \theta_{km} + G_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A4.40})$$

$$\frac{\partial M_{km}}{\partial V_k} = -V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A4.41})$$

$$\frac{\partial M_{mm}}{\partial V_k} = V_m (G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A4.42})$$

$$\frac{\partial M_{mk}}{\partial V_k} = V_m (-G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A4.43})$$

$$\frac{\partial L_{kk}}{\partial V_k} = -2B_{kk} \quad (\text{A4.44})$$

$$\frac{\partial L_{km}}{\partial V_k} = G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km} \quad (\text{A4.45})$$

$$\frac{\partial L_{mm}}{\partial u} = -G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km} \quad (\text{A4.46})$$

## A4.2 – Coordenadas Retangulares

### A4.2.1 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação à susceptância

$$\frac{\partial H_{kk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{mm} \quad (\text{A4.47})$$

$$\frac{\partial H_{km}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_{mk} \quad (\text{A4.48})$$

$$\frac{\partial H_{mm}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{mk} \quad (\text{A4.49})$$

$$\frac{\partial H_{mk}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_{mm} \quad (\text{A4.50})$$

$$\frac{\partial N_{kk}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_{rm} \quad (\text{A4.51})$$

$$\frac{\partial N_{km}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{rk} \quad (\text{A4.52})$$

$$\frac{\partial N_{mm}}{\partial b_{km}} = -a_{km} V_{rk} \quad (\text{A4.53})$$

$$\frac{\partial N_{mk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{rm} \quad (\text{A4.54})$$

$$\frac{\partial J_{kk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{rm} - 2a_{km}^2 V_{rk} \quad (\text{A4.55})$$

$$\frac{\partial J_{km}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{rk} \quad (\text{A4.56})$$

$$\frac{\partial J_{mm}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{rk} - 2V_{rm} \quad (\text{A4.57})$$

$$\frac{\partial J_{mk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{rm} \quad (\text{A4.58})$$

$$\frac{\partial L_{kk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{mm} - 2a_{km}^2 V_{mk} \quad (\text{A4.59})$$

$$\frac{\partial L_{km}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{mk} \quad (\text{A4.60})$$

$$\frac{\partial L_{mm}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{mk} - 2V_{mm} \quad (\text{A4.61})$$

$$\frac{\partial L_{mk}}{\partial b_{km}} = a_{km} V_{mm} \quad (\text{A4.62})$$

#### A4.2.2 – Derivadas da matriz Jacobiana em relação ao parâmetro $\mu$

$$\frac{\partial H_{kk}}{\partial \mu} = -(g_{km1} + g_{km2} + \dots + g_{kmnr})(2a_{km}^2 V_{rk} - a_{km} V_{rm}) - a_{km} (b_{km1} + b_{km2} + \dots + b_{kmnr}) V_{mm} \quad (\text{A4.63})$$

$$\frac{\partial H_{km}}{\partial \mu} = -(G_{km1} + G_{km2} + \dots + G_{kmnr}) V_{rk} - (B_{km1} + B_{km2} + \dots + B_{kmnr}) V_{mk} \quad (\text{A4.64})$$

$$\frac{\partial H_{mm}}{\partial \mu} = -(\mathfrak{g}_{km1} + \mathfrak{g}_{km2} + \cdots + \mathfrak{g}_{kmnr})(2V_{rm} - a_{km}V_{rk}) - a_{km}(b_{km1} + b_{km2} + \cdots + b_{kmnr})V_{mk} \quad (\text{A4.65})$$

$$\frac{\partial H_{mk}}{\partial \mu} = -(G_{km1} + G_{km2} + \cdots + G_{kmnr})V_{rm} - (B_{km1} + B_{km2} + \cdots + B_{kmnr})V_{mm} \quad (\text{A4.66})$$

$$\frac{\partial N_{kk}}{\partial \mu} = -(\mathfrak{g}_{km1} + \mathfrak{g}_{km2} + \cdots + \mathfrak{g}_{kmnr})(2a_{km}^2V_{mk} - a_{km}V_{mm}) + a_{km}(b_{km1} + b_{km2} + \cdots + b_{kmnr})V_{rm} \quad (\text{A4.67})$$

$$\frac{\partial N_{km}}{\partial \mu} = -(G_{km1} + G_{km2} + \cdots + G_{kmnr})V_{mk} + (B_{km1} + B_{km2} + \cdots + B_{kmnr})V_{rk} \quad (\text{A4.68})$$

$$\frac{\partial N_{mm}}{\partial \mu} = (\mathfrak{g}_{km1} + \mathfrak{g}_{km2} + \cdots + \mathfrak{g}_{kmnr})(-2V_{mm} + a_{km}V_{mk}) + a_{km}(b_{km1} + b_{km2} + \cdots + b_{kmnr})V_{rk} \quad (\text{A4.69})$$

$$\frac{\partial N_{mk}}{\partial \mu} = -(G_{km1} + G_{km2} + \cdots + G_{kmnr})V_{mm} + (B_{km1} + B_{km2} + \cdots + B_{kmnr})V_{rm} \quad (\text{A4.70})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{kk}}{\partial \mu} = & -a_{km}(\mathfrak{g}_{km1} + \mathfrak{g}_{km2} + \cdots + \mathfrak{g}_{kmnr})V_{mm} + (b_{km1} + b_{km2} + \cdots + b_{kmnr})(2a_{km}^2V_{rk} - a_{km}V_{rm}) \\ & + 2(b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \cdots + b_{kmnr}^{sh})V_{rk} \end{aligned} \quad (\text{A4.71})$$

$$\frac{\partial J_{km}}{\partial \mu} = (B_{km1} + B_{km2} + \cdots + B_{kmnr})V_{rk} - (G_{km1} + G_{km2} + \cdots + G_{kmnr})V_{mk} \quad (\text{A4.72})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{mm}}{\partial \mu} = & -a_{km}(\mathfrak{g}_{km1} + \mathfrak{g}_{km2} + \cdots + \mathfrak{g}_{kmnr})V_{mk} + (b_{km1} + b_{km2} + \cdots + b_{kmnr})(2V_{rm} - a_{km}V_{rk}) \\ & + 2(b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \cdots + b_{kmnr}^{sh})V_{rm} \end{aligned} \quad (\text{A4.73})$$

$$\frac{\partial J_{mk}}{\partial \mu} = -(G_{km1} + G_{km2} + \cdots + G_{kmnr})V_{mm} + (B_{km1} + B_{km2} + \cdots + B_{kmnr})V_{rm} \quad (\text{A4.74})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{kk}}{\partial \mu} = & a_{km} (g_{km1} + g_{km2} + \cdots + g_{kmr}) V_{rm} - (b_{km1} + b_{km2} + \cdots + b_{kmr}) (-2a_{km}^2 V_{mk} + a_{km} V_{mm}) \\ & + 2(b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \cdots + b_{kmr}^{sh}) V_{mk} \end{aligned} \quad (\text{A4.75})$$

$$\frac{\partial L_{km}}{\partial \mu} = (G_{km1} + G_{km2} + \cdots + G_{kmr}) V_{rk} + (B_{km1} + B_{km2} + \cdots + B_{kmr}) V_{mk} \quad (\text{A4.76})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{mm}}{\partial \mu} = & a_{km} (g_{km1} + g_{km2} + \cdots + g_{kmr}) V_{rk} + (b_{km1} + b_{km2} + \cdots + b_{kmr}) (2V_{mm} - a_{km} V_{mk}) \\ & + 2(b_{km1}^{sh} + b_{km2}^{sh} + \cdots + b_{kmr}^{sh}) V_{mm} \end{aligned} \quad (\text{A4.77})$$

$$\frac{\partial L_{mk}}{\partial \mu} = (G_{km1} + G_{km2} + \cdots + G_{kmr}) V_{rm} + (B_{km1} + B_{km2} + \cdots + B_{kmr}) V_{mm} \quad (\text{A4.78})$$

## REFERÊNCIAS

- [1] S. Greene, I. Dobson e F.L. Alvarado. “Sensitivity of the loading margin to voltage collapse with respect to arbitrary parameters”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, n°1, pp. 262-272, 1997.
- [2] S. Greene, I. Dobson e F.L. Alvarado. “Contingency ranking for voltage collapse via sensitivities from a single nose curve”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, n°1, pp. 232-240, 1999.
- [3] A. J. Flueck, R. Gonella e J. R. Dondeti. “A new power sensitivity method of ranking branch outage contingencies for voltage collapse”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, n° 2, pp. 265-270, 2002.
- [4] M. B. Djukanovic, M. H. Khammash e V. Vittal. “Sensitivity based structured singular value approach to stability robustness of power systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n°2, pp. 825-830, 2000.
- [5] S. Greene, I. Dobson e F.L. Alvarado. “Sensitivity of transfer capability margins with a fast formula”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, n°1, pp. 34-40, 2002.
- [6] F. Capitanescu e T. V. Cutsem. “Preventive control of voltage security margins: A multicontingency sensitivity-based approach”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, n°2, pp. 358-364, 2002.
- [7] F. Capitanescu e T. V. Cutsem. “Unified sensitivity analysis of unstable or low voltages caused by load increases or contingencies”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, n°1, pp. 321-329, 2005.
- [8] N. Amjady e M. Esmaili. “Application of a new sensitivity analysis framework for voltage contingency ranking”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, n°2, pp. 973-983, 2005.
- [9] S. Iwamoto e Y. Tamura. “A load flow calculation method for ill-conditioned power systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-100, n° 4, pp. 1736-1743, 1981.
- [10] V. M. da Costa, N. Martins e J. L. R. Pereira. “Developments in the Newton-Raphson power flow formulation based on current injections”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.14, n°4, pp. 1320-1326, 1999.
- [11] A. G. Exposito e E. R. Ramos. “Augmented rectangular load flow model”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, n°2 ,pp. 271-276, 2002.
- [12] P. A. N. Garcia, J. L. R. Pereira, S. Carneiro Jr, V. M. da Costa e N. Martins. “Three-phase power flow calculations using the current injection method”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n° 2, pp. 508-514, 2000.

- [13] V. M. da Costa, J. L. R. Pereira e N. Martins. “An augmented Newton-Raphson power flow formulation based on current injections”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 23, n° 4, pp. 305-312, 2001.
- [14] A. M. Variz, V. M. da Costa, J. L. R. Pereira e N. Martins. “Improved representation of control adjustments into the Newton-Raphson power flow”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 25, n° 7, pp. 501-513, 2003.
- [15] C. A. Ferreira e V. M. da Costa. “A second order power flow based on current injection equations”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 27, n° 4, pp. 254-263, 2005.
- [16] C. A. Castro, L. M. C. Braz e C. A. F. Murari. “A critical evaluation of step size optimization based load flow methods”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n° 1, pp. 202-207, 2000.
- [17] J. E. Tate e T. J. Overbye. “A comparison of the optimal multiplier in polar and rectangular coordinates”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, n° 4, pp. 1667-1674, 2005.
- [18] D. M. Falcão. Apostila de Análise de Redes. COPPE/UFRJ.
- [19] A. J. Monticelli. “Fluxo de carga em redes de energia elétrica”, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, Brasil, 1983.
- [20] G. W. Stagg e A. H. El-Abiad. “Computação aplicada a sistemas de geração e transmissão de potência”. Guanabara Dois, 1979.
- [21] Carson W. Taylor. “Power System Voltage Stability/EPRI-Power System Engineering Series”. In: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [22] P. Kundur. “Power System Stability and Control”. In: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [23] Força Tarefa Colapso de Tensão. Critérios e metodologias estabelecidos no âmbito da Força Tarefa Colapso de Tensão do GTAD/SCEL/GCOI para estudos de estabilidade de tensão nos Sistemas Interligados Norte/Nordeste, Sul/Sudeste e Norte/Sul Brasileiros, XV SNPTEE, Foz do Iguaçu, PR, Brasil, 1998.
- [24] WSCC-Reactive Power Reserve Work Group. Final Report, Voltage Stability Criteria, Undervoltage load shedding strategy, and reactive power reserve monitoring methodology, 1998.
- [25] V. Ajjarapu e C. Christy. “The continuation power flow: A tool for steady state voltage stability analysis”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, n° 1, pp. 416-423, 1992.
- [26] P. R. Bijwe e R. S. Tare. “An efficient continuation power flow method for voltage stability analysis”. *Electric Machines and Power Systems*, vol. 25, n° 1, pp. 927-938, 1997.



- [27] D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro e V. F. da Costa. “Continuation method parameterized by power losses”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n° 1, pp. 763-768, 2000.
- [28] X. P. Zhang, P. Ju e E. Handschin. “Continuation three-phase power flow: A tool for voltage stability analysis of unbalanced three-phase power systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, n° 3, pp. 1320-1329, 2005.
- [29] B. Gao, G. K. Morison e P. Kundur. “Voltage stability evaluation using modal analysis”. system planning division, Ontário Hydro, Ontário, Canadá, 1992.
- [30] Voltage Stability Assessment: Concepts, Practices and Tools. *IEEE PES Power System Subcommittee Special Report*, August 2002.
- [31] A. S. Q. Ferreira. “Estratégias de controle preventivo para a manutenção de margens de segurança com relação à estabilidade de tensão em tempo real”. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Brasil, 2006.
- [32] A. S. Costa. “Apostila de dinâmica e controle de sistemas elétricos de potência”, UFSC, disponível em: <http://www.labspot.ufsc.br/~simoes/dincont/cap8.pdf> (última consulta em: 17/01/2007).
- [33] T. V. Cutsem e C. Vournas. “Voltage Stability of Electric Power Systems”, University of Liège Belgium, National Technical University, Athens, Greece, Inc., 1998.
- [34] C. A. Cañizares e F. L. Alvarado. “Point of collapse and continuation methods for large AC/DC systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol 8, n°1, pp. 1-8, 1993.
- [35] C. A. Cañizares, F. L. Alvarado, C. L. DeMarco, I. Dobson e W. F. Long. “Point of Collapse methods applied to AC/DC power systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol 7, n°2, pp. 673-683, 1992.
- [36] C. A. Cañizares. “Conditions for saddle node bifurcations in AC/DC power system”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 17, n° 1, pp. 61-68, 1995.
- [37] Z. Feng, V. Ajjarapu e B. Long. “Identification of voltage collapse through direct equilibrium tracing”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n° 1, pp. 342-349, 2000.
- [38] R. Seydel. “From Equilibrium to Chaos – Practical Bifurcation and Stability Analysis”. In: Elsevier Inc., New York, 1988.
- [39] A. J. Flueck e J. R. Dondeti. “A new continuation power flow tool for investigation the nonlinear effects of transmission branch parameter variations”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n° 1, pp. 223-227, 2000.
- [40] <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>.

[41] A. J. Monticelli e A. V. Garcia. “Introdução a sistemas de energia elétrica”, Editora da Unicamp, 1999.