GEOMETRIA COMO UM CURSO DE SERVIÇO PARA A LICENCIATURA DE MATEMÁTICA: UMA LEITURA DA PERSPECTIVA DO MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

Ricardo Bevilaqua Procópio

Juiz de Fora (MG)
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Ricardo Bevilaqua Procópio

GEOMETRIA COMO UM CURSO DE SERVIÇO PARA A LICENCIATURA DE MATEMÁTICA: UMA LEITURA DA PERSPECTIVA DO MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

Orientador: Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)
2011

Ricardo Bevilaqua Procópio

GEOMETRIA COMO UM CURSO DE SERVIÇO PARA A LICENCIATURA DE MATEMÁTICA: UMA LEITURA DA PERSPECTIVA DO MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva

Universidade Federal de Juiz de Fora – Orientador

Profª. Drª. Viviane Cristina Almada de Oliveira
Universidade Federal de São João Del Rei

Prof. Dr. Antonio Olímpio Junior
Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 09 de agosto de 2011.

A ponte não é para ir nem pra voltar.

A ponte é somente pra atravessar.

Caminhar sobre as águas desse momento.

Lenine

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo identificar características de um Curso de Serviço em Geometria destinado a Licenciatura em Matemática. É um projeto de Educação Matemática, desenvolvido com foco nos processos de ensino e de aprendizagem em Geometria e na formação profissional do Professor de Matemática. Este trabalho se caracteriza por uma abordagem qualitativa e utiliza como base teórica os pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos. Busca incentivar os diferentes modos de produção de significados em sala de aula, especialmente em relação às questões de visualização e de representação gráfica. A pesquisa de campo foi desenvolvida em uma universidade federal, ao longo de um ano letivo onde o pesquisador lecionou as disciplinas Geometria Plana e Geometria Espacial em turmas de estudantes da graduação em Matemática. Nossa proposta é pela inclusão de outras geometrias e pelo uso de estratégias metodológicas alternativas em oposição ao modelo tradicional de ensino de Geometria.

Palavras – chave: Educação Matemática. Ensino e Aprendizagem. Curso de Serviço. Produção de Significados. Geometria.

ABSTRACT

The main purpose of this research is to identify characteristics of a Geometry Service Course for Mathematics Degree. It is a project in Mathematics Education, developed with focus on processes of Geometry's teaching and learning and on the professional formation of a Mathematics' teacher. The study is characterized by a qualitative approach, assuming the theoretical basis of the Model of Semantic Fields. It attempts to encourage different ways of meaning production in the classroom, particularly those related to visualization and graphical representation. A field research was conducted at a federal university during an academic period, when the researcher taught Plane Geometry and Space Geometry to graduate Mathematics' students. Our proposal is the inclusion of other geometries as well as the use of strategic alternatives methodologies instead of the traditional method of Geometry's teaching.

Keywords: Mathematics Education. Teaching and Learning. Service Course. Meaning Production. Geometry.

SUMÁRIO

Introdução

Esta pesquisa é fruto de nosso interesse em contribuir com as investigações sobre os processos de ensino e de aprendizagem em Geometria e suas relações com a formação matemática do futuro Professor de Matemática.

Nosso estudo buscou investigar possíveis características de um Curso[1] de Serviço em Geometria, no interior de uma Licenciatura em Matemática.

Os chamados Cursos de Serviço, como estamos propondo, são disciplinas de matemática elaboradas com o objetivo de atender a uma formação específica, que em nosso caso é a formação de Professores de Matemática para a educação básica. Da mesma forma que devem existir disciplinas de matemática voltadas para a formação do Biólogo, do Economista, do Engenheiro.

Optamos por trabalhar com a disciplina Geometria, pela nossa experiência lecionando-a nos diversos níveis de ensino, pela nossa constatação das dificuldades que os estudantes possuem em aprendê-la e por entender a urgência de se mudar a maneira como esta disciplina vem sendo proposta nas licenciaturas.

A possibilidade de desenvolver um estudo sobre a temática proposta, num certo sentido, está relacionada com nossa trajetória profissional.

Nosso estudo no nível superior teve início em 1971, na Universidade Federal de Juiz de Fora, vindo a concluir o Curso de Licenciatura em Matemática em 1974. A seguir, demos continuidade a nossa formação profissional na Universidade Federal do Rio de Janeiro, vindo a concluir o Curso de Especialização em Matemática, em 1976.

Nossa carreira docente em matemática teve início em 1974 no ensino fundamental, ainda como licenciando, no Colégio dos Jesuítas, em Juiz de Fora, MG. No período de 1977 a 1981, lecionamos matemática no ensino médio, no Colégio Cristo Redentor, da mesma cidade. Nestas oportunidades vivenciamos o

---

[1] Usaremos “curso” para nos referir tanto a Cursos, tais como Matemática, Física, Engenharia; como também para disciplinas, tais como Geometria, Cálculo, Geometria Analítica.

contexto da matemática escolar e, em particular, do ensino de geometria na educação básica. No ensino superior nossa atividade docente teve início em 1977, na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), onde permanecemos vinculados até a presente data.

Por vários períodos tivemos oportunidade de lecionar as disciplinas Geometria Plana e a Geometria Espacial, atuando na formação inicial de professores. Atuamos em projetos de capacitação e de aperfeiçoamento de docentes da rede pública, dos quais destaco o Projeto de Aperfeiçoamento de Docentes Atuantes na Área de Ciências – SESU/MEC – 1983, o Projeto de Melhoria do Ensino de Ciências e Matemática – SESU/MEC – 1983/1984 e o Programa de Capacitação de Professores – PROCAP – SEE/UFJF – 1997/1998. Nestes projetos observamos que as maiores deficiências dos docentes eram em geometria, tanto em termos de conteúdo específico como em termos de elaboração de atividades e estratégias para desenvolvimento em sala de aula.

De 2006 a 2010 atuamos no Curso de Especialização em Educação Matemática com ênfase na Educação Geométrica, alocado no departamento de Matemática da UFJF. Neste universo vimos um quadro muito preocupante, pois são muitas as dificuldades observadas tanto nos alunos como nos professores, com relação aos processos de ensino e aprendizagem em geometria.

A vivência com os processos de ensino e de aprendizagem de geometria nos níveis de ensino fundamental, médio, superior e em serviço, acrescidas das leituras relativas ao tema, despertaram nosso interesse, agora como aluno do Mestrado Profissional em Educação Matemática, em desenvolver esta dissertação vinculada a Geometria na Licenciatura em Matemática.

Acreditamos que seja fundamental que exista uma aproximação entre a formação que é oferecida ao licenciando e a prática que se espera deste futuro professor. Estudos se fazem necessários no sentido de se repensar o modelo dominante da formação docente que, em geral, é estruturado com três anos de disciplinas matemáticas e um de disciplinas pedagógicas. As disciplinas curriculares são ofertadas de forma desconectada e sem a menor interação entre a teoria e a prática docente.

Nossa participação nesta empreitada, na qual muitos educadores matemáticos se lançaram, tem sido na direção de contribuir para quebrar o círculo vicioso que se estabeleceu: formação acadêmica deficiente, implicando na formação de um professor mal preparado, implicando em alunos entrando nas universidades também mal preparados.

Estruturamos nossa dissertação em seis capítulos. No capítulo 1 desenvolvemos uma análise sobre o ensino de geometria, investigando as dificuldades de aprendizagem dos alunos e a questão da formação profissional de professores de matemática.

No capítulo 2, apresentamos a revisão de literatura que orientou nossa proposta de investigação, que é pensar a formação matemática do discente em formação pré-serviço, associada à idéia de *Cursos de Serviços*.

Apresentamos um breve histórico da criação dos Cursos de Serviço e buscamos nos estudos sobre a formação do Professor de Matemática subsídios para sua vinculação aos cursos de Licenciatura em Matemática. Procuramos também identificar nossas filiações, relacionando-as com as propostas e concepções do *Modelo dos Campos Semânticos (MCS).*

No capítulo 3 formulamos nossa *Questão de Investigação*, a elaboração de uma proposta caracterizando as disciplinas de geometria como Cursos de Serviço, e destacamos os pontos principais do referencial teórico assumido, o MCS.

Ainda neste capítulo, apresentamos mais informações acerca da proposição de um produto educacional, para uso em sala de aula, fruto de nossa investigação.

O capítulo 4 é dedicado a apresentar a *Metodologia de Pesquisa*, momento em que caracterizamos nossa pesquisa como uma abordagem qualitativa de investigação. Esclarecemos os detalhes de nossa saída a campo e explicitamos as condutas que orientaram o caminho da produção do conjunto de tarefas até sua constituição em produto educacional.

No capítulo 5 apresentamos a análise das observações em campo, nos dedicamos a produzir significados para nossas observações sobre o tempo em que passamos em sala de aula. A análise foi feita em três etapas, onde de uma para outra, buscamos um afastamento cada vez maior, desde as leituras do que aconteceu na sala de aula até uma aproximação de nossas conclusões para uma proposta de um Curso de Serviço.

No capítulo 6 apresentamos as nossas *Considerações Finais*, destacando características, em nosso entendimento, de um Curso de Serviço em Geometria para a Licenciatura em Matemática, com relação às questões epistemológicas, metodológicas e de abordagem do conteúdo específico, na expectativa de que possam contribuir para a formação do Professor de Matemática.

Capítulo 1

O Ensino de Geometria

Neste capítulo desenvolvemos uma análise, em linhas gerais e de acordo com nossos interesses, sobre o ensino de geometria. O tema tem sido bastante investigado pela comunidade de Educação Matemática, quer seja investigando as dificuldades de aprendizagem dos alunos, ou analisando a formação de professores que ensinam o tema, buscando novos caminhos para o seu ensino.

Se regredirmos no tempo, encontramos, por exemplo, Alexis Claude Clairaut, em sua obra intitulada *Eléments de géométrie* (1741), que manifestava sua posição contrária ao ensino de Geometria através dos Elementos de Euclides, em suas palavras:

> Ainda que a geometría seja a ciencia abstrata, é mister todavía confessar que as dificuldades experimentadas pelos que começam a aprendê-la, procedem as mais das vezes da maneira por que é ensinada nos elementos ordinários. Logo no principio se apresenta ao leitor um grande número de definições, de postulados, de axiomas e principios preliminares que só lhe parecem anunciar um estudo árido. As proposições que em seguida vêm, não fixando o espiríto sobre objetos mais interesantes, e sendo além disso difíceis de conceber, acontece comumente que os alunos principiantes se fastigam e se aborrecem antes de terem uma idéia clara do que se lhes queira ensinar. (CLAIRAUT, apud MIORIM, 1998, p.46)

A obra e a concepção presente nos Elementos de Euclides veio a influenciar todo um estilo de ensinar a geometria e a maneira dos autores produzirem seus livros.

Até hoje o ensino de Geometria nas universidades é fortemente marcado por este estilo, denominado por Lakatos como estilo dedutivista.

Não entraremos no contexto e na abragência da discussão que Lakatos (1978) empreendeu, em sua obra intitulada *A Lógica do Descobrimento Matemática: Provas e Refutações*. Ele propõe uma sala de aula imaginária, onde a turma discute uma situação problema colocada por ele. Como observam Davis e Hersh (1985):

> Em vez de apresentar símbolos e regras de combinação, ele apresenta seres humanos, um professor e seus alunos. Em vez de apresentar um

> sistema construído a partir de seus primeiros princípios, ele apresenta um choque de opiniões, raciocínios e contra-raciocínios. Em vez de matemática esqueletizada e fossilizada, ele apresenta a matemática crescendo a partir de um problema e uma conjectura, com uma teoria adquirindo forma sob nossos olhos, no calor do debate e da discordância, a dúvida cedendo lugar á certeza e em seguida a novas dúvidas. (DAVIS; HERSH, 1985, p. 388)

Em nossa perspectiva, para pensar a questão de investigação, o que desejamos para a nossa sala é que ela seja um ambiente onde os modos de produção de significados sejam livremente explicitados e negociados.

Porém, tal atitude exigirá uma mudança radical nas concepções epistemológicas daquele que assumirá esta nova proposição. A própria obra de Lakatos é um ataque ao formalismo. Sobre o estilo dedutivista ele observa:

> A metodologia euclidiana desenvolveu certo estilo obrigatório de apresentação. Vou designá-lo de estilo dedutivista. Este estilo começa com uma lista laboriosamente feita de axiomas, lemas e/ou definições. Os axiomas e definições frequentemente parecem artificiais e mistificadoramente complicados. Nunca se fica sabendo como essas complicações surgiram. A lista de axiomas e definições é seguida de teoremas cuidadosamente redigidos. Estes, por sua vez, estão carregados de pesadas condições: parece impossível que alguém jamais os tivesse suposto. O teorema é seguido da prova.
>
> O estudante de matemática é obrigado, de acordo com o ritual euclidiano, a assistir a ele ato conjugatório sem fazer perguntas sobre o assunto ou sobre como o ato mágico é praticado. Se o estudante por acaso descobre que algumas das indecorosas definições são geradas pela prova, se ele simplesmente imagina como essas definições, lemas e o teorema possam talvez surgir da prova, o feiticeiro o banirá por sua demonstração de imaturidade matemática.
>
> No estilo dedutivista, todas as proposições são verdadeiras e válidas todas as inferências A matemática é apresentada como uma série sempre crescente de verdades imutáveis e eternas. Possivelmente, não têm lugar contra-exemplos, refutações e críticas. […] (LAKATOS, 1978, p.185-186)

De fato, quando ensinamos a Geometria estruturada da maneira axiomático-dedutiva, não há muito a fazer, tanto pelo professor quanto pelos alunos que vivenciam a única experiência possível, a da reprodução.

Este é um dos pontos de nossa investigação. Como mudar essa concepção tão arraigada em nosso ensino universitário?

Na comunidade de Educação Matemática, a busca por metodologias alternativas do Ensino de Matemática, ainda que muito tímidas nas salas de aula do ensino superior, é parte do processo de mudança. Nessa direção encontramos o trabalho desenvolvido por Baldino (1995, 1998), ao aplicar em salas de aula onde se ensinava Cálculo Diferencial e Integral uma metodologia intitulada *Assimilação*

Solidária. Outras metodologias de ensino como *a La Enzeñanza problémica* proposta por Majmutov (1983), poderiam trazer uma nova perspectiva para a sala de aula. Além disso, outras estratégias de ensino vêm sendo investigadas como o ensino via modelagem matemática (BEAN, 2001; BASSANEZI, 2000; BIEMBENGUT, 1999, 2000) e através da resolução de problemas (BRITTO, 2006; ONUCHIC e ALLEVATO, 2009; ZUFFI e ONUCHIC, 2007).

Porém, essas possibilidades não têm entrado nas salas de aula das universidades de maneira efetiva.

Por outro lado, muitos outros estudos evidenciam os problemas no ensino de matemática nas Licenciaturas. De acordo com Pires et al. (2008):

> A tradição de trabalhar os conteúdos matemáticos da educação básica nos cursos de Licenciatura em Matemática com o caráter de revisão e com o objetivo de que o aluno constitua “pré-requisitos” para a aprendizagem de diferentes disciplinas do curso parece manter-se, sem uma reflexão sobre a importância de retomá-los tendo em vista as transposições e abordagens didáticas necessárias. (PIRES; SILVA; SANTOS, 2008, p.131)

Com a geometria, esta revisão é baseada em procedimentos lógicos e dedutivos. Kline (1976), já destacava que os textos de geometria abusam da quantidade de axiomas, de forma que chegam a fugir de algumas questões e que muitas vezes não deixam claro, o que é regra ou é axioma, gerando dúvidas sobre o que deve ou não ser provado. Observa que:

> Ao adotar axiomas livremente, inúmeros compêndios empregam tanto quanto setenta ou oitenta axiomas. Como se exige que o estudante faça provas citando axiomas, onde estes são as justificativas para os passos, o estudante é obrigado a lembrar-se de setenta ou oitenta axiomas. É uma carga intolerável, uma carga impossível para o estudante carregar. Entretanto, tais compêndios afirmam evitar memorização e ensinar pensar e a compreender. (KLINE, 1976, p.67)

Para Pavanello & Andrade (2002), existe uma lacuna nos cursos de geometria, que diz respeito às questões relativas à representação gráfica dos elementos geométricos, aos desenhos e as construções geométricas. Para elas, a construção axiomática da geometria, na licenciatura, não pode acontecer sem um trabalho com a construção de conceitos, a partir de atividades com construções geométricas.

Nossa experiência profissional tem indicado que, na fase inicial do estudo da geometria existe uma grande dificuldade, por parte dos estudantes, na elaboração das figuras geométricas, aliada a uma forte tendência em se particularizar os desenhos auxiliares, levando como consequência ao uso e a aplicação de propriedades particulares em situações gerais. Com a geometria espacial essa dificuldade se revela tanto na visualização como na representação de figuras espaciais.

Esta situação é considerada, por exemplo, por Pais (1994), que observa que as dificuldades iniciais dos alunos são tanto na leitura dos desenhos em perspectiva como na sua produção, representando objetos do espaço.

Kaleff (2003) observa que os professores também apresentam dificuldades em relacionar modelos concretos de sólidos geométricos com representações gráficas dos mesmos e no modo de visualizar e de interpretar informações gráficas, especialmente na introdução dos conceitos geométricos.

O desenvolvimento da capacidade espacial, ou seja, da capacidade de formular e manipular mentalmente imagens deve ser priorizado. Identificar e explorar a capacidade espacial dos estudantes é, de acordo com Ralha (1992), fundamental para a aprendizagem em geometria.

Do ponto de vista didático, Pais (1994) aponta ainda para a necessidade de se priorizar desenhos que sejam ao mesmo tempo corretos e legíveis. A importância dos desenhos no estudo da geometria, também foi objeto de estudos de Kline (1976), que levantou a seguinte questão:

> Quantos chegaram a trabalhar através de um rigoroso desenvolvimento da geometria euclidiana que não exigisse apoio em figuras? Felix Klein não hesitou em admitir: "É-me impossível seguir um argumento, pura e logicamente, sem ter constantemente diante de mim a figura que com ela se relaciona". (KLINE, 1976, p.67)

Kopke (2006) propõe maior inserção da geometria e do desenho nos níveis de ensino fundamental e médio, no entendimento de que não há dicotomia entre a geometria e a atividade de desenhar, pois não se pode conceber somente uma geometria teórica, conceitual, sem que se faça acompanhar da figurativa.

Segundo Kaleff (2003), a habilidade de visualização espacial é imprescindível para o entendimento dos conceitos de Geometria Espacial e o incentivo à visualização é um elemento importante para suprir as deficiências do ensino convencional. Destaca que para alguns pesquisadores, esta habilidade é tão ou mais importante do que a de calcular numericamente e a de simbolizar algebricamente.

No capítulo seguinte, realizamos uma revisão da literatura com o objetivo de reunir mais elementos para o nosso estudo.

Capítulo 2

Revisão de Literatura

Neste capítulo apresentamos a revisão de literatura que norteou nossa proposta de investigação. Apesar de haver um amplo material de pesquisa que discute o ensino e aprendizagem da Geometria, as dificuldades de professores em ensinar a disciplina e outros temas pertinentes, optamos por não retomar essa discussão neste momento. Primeiro porque parte do que nos interessava discutir foi apresentado no capítulo anterior. Segundo porque nosso foco principal está em pensar a formação matemática do discente em formação pré-serviço, associado à idéia de Cursos de Serviços. Estes são os pontos que passaremos a discutir.

2.1. Cursos de Serviço e a Formação Profissional

Os Cursos de Serviço foram idealizados para caracterizar disciplinas de matemática dos cursos universitários que não se limitavam ao desenvolvimento do conteúdo específico e buscavam contribuir com a formação do futuro profissional[2].

A partir do final do século XIX, o ambiente de trabalho dos matemáticos sofreu profundas transformações, as pesquisas deixam de ser realizadas de forma isolada e passam a ser desenvolvidas de forma coletiva e colaborativa, as sociedades científicas são fundadas e passam a orientar e coordenar a produção científica. Mas as mudanças ocorridas nas Universidades não se devem apenas aos aspectos científicos e educacionais, os fatores corporativos e os condicionantes políticos, sociais e culturais, foram também determinantes para estas modificações. O processo de industrialização provocou alterações no sistema de empregos, criando novas demandas para o sistema escolar, que passa a direcionar o ensino das ciências modernas e da matemática para as aplicações técnicas e práticas.

[2] O histórico descrito nesta seção é o resultado de nossa leitura em Howson et al (1988), em Clements et al (1988) e em Dias (2008).

O primeiro movimento internacional visando à reforma de programas de ensino de matemática ocorreu em 1908, durante o IV Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, com a criação da Comissão Internacional de Ensino da Matemática (Comission Internationale de l'Enseignement Mathématique – CIEM). Considerando que uma importante parte da matemática vinha sendo direcionada para diferentes cursos universitários, esta comissão teve como objetivo inicial diagnosticar a situação do ensino da matemática, para estudantes que são primariamente mais engajados com o estudo de outras disciplinas e identificar o que a matemática deveria ensinar, para satisfazer as necessidades específicas destes cursos, possibilitando um maior envolvimento com a formação profissional dos alunos.

Durante duas décadas os pesquisadores construíram uma rede internacional de contatos envolvendo todos os continentes, constituindo comitês nacionais que produziram uma quantidade expressiva de publicações sobre o ensino de matemática, quando as atividades da CIEM foram restringidas pela situação política internacional.

Com o fim da II Guerra Mundial as discussões são retomadas de forma mais sistematizada. Há praticamente um consenso, entre as autoridades políticas, os cientistas, os matemáticos e os educadores, na maioria dos países, de que não é mais suficiente que os estudantes universitários alcancem uma competência matemática que atenda somente as necessidades da vida social cotidiana. Entendem que é importante atender também, às necessidades surgidas com o desenvolvimento tecnológico e com a consequente demanda de profissionais especializados e com conhecimentos matemáticos específicos.

Com a reestruturação da CIEM em 1952, agora denominada Comissão Internacional sobre Instruções Matemáticas (International Commission on Mathematical Instruction – ICMI), o movimento internacional pela reforma dos programas de ensino de matemática foi também retomado, reunindo especialistas de diferentes formações e nacionalidades. Procurando direcionar os estudos, a comissão encaminha aos pesquisadores as seguintes questões: Quem ensina o que, e como, e por quê? Quais desenvolvimentos podem ser previstos? As pesquisas indicavam a importância de se considerar, no ensino da matemática, a linguagem do usuário e o modo como a matemática é usada por eles e mostravam também que os problemas e as dificuldades enfrentadas eram diferentes nas instituições envolvidas.

O ensino da matemática foi se tornando mais diversificado e variado, as disciplinas científicas e muitos dos negócios e profissões se tornam cada vez mais dependentes de algum conhecimento e entendimento matemático, e as relações da matemática com a formação profissional, passam a ser vistas pela ICMI como um serviço da matemática.

Em 1985, a ICMI encaminha um formulário a diversas instituições da França, Holanda, Hungria, Inglaterra, Índia e dos Estados Unidos, com o objetivo de investigar a “Matemática como uma Disciplina de Serviço”, propondo as seguintes questões: Em quais disciplinas a Matemática é explicitamente ensinada? Como são determinados os conteúdos? Quem leciona nos cursos? A Matemática é usada como meio de seleção? Quais são os desenvolvimentos necessários? Qual é o papel dos matemáticos frente ao dos outros especialistas? Como os estudantes obtêm motivação? Como podemos introduzir exemplos e aplicações? Qual a importância da linguagem e simbolismo? Há diferenças no modo que a Matemática de serviço é ensinada nos diferentes cursos? Quais são as possibilidades de integração do serviço de ensinar?

Tomando como base as respostas recebidas, foi elaborado, em 1986, um documento que foi repassado para as instituições envolvidas. Neste documento a ICMI destacava as diferentes visões e a variedade das práticas que puderam ser observadas e pedia aos pesquisadores a elaboração de artigos visando à realização de um seminário, tendo como tema a Matemática como uma Disciplina de Serviço. O seminário foi realizado em Udine, Itália, em 1987, no Centro Internacional das Ciências Mecânicas – CISM, onde pesquisadores de diversos países discutiram o ensino de matemática e suas contribuições para a formação profissional. Com este evento há um fortalecimento desta concepção, especialmente para atender as demandas de cursos de ciências naturais e da área tecnológica.

A terminologia “Curso de Serviço” passa a ser utilizada para caracterizar esta forma de desenvolvimento de uma disciplina de conteúdo específico.

No Brasil, mais recentemente, podem ser encontrados em alguns trabalhos científicos que seguem também esta tendência, como o artigo de Cabral & Catapani (2003), intitulado Imagens e olhares em uma disciplina de Cálculo em Serviço, direcionado ao curso de Geologia.

A dissertação de Silva (1999), intitulada Álgebra Linear como Curso de Serviço para a Computação foi direcionada ao curso de Ciência da Computação. Sobre sua investigação ela escreve:

> Esta pesquisa aborda a Álgebra Linear como um "curso de serviço". Procuramos projetar, executar e avaliar uma disciplina que atendesse às expectativas de nosso cliente, o Departamento de Computação da UNESP, Rio Claro, ou seja, programar um curso diferente do usual, tendo como modelo negativo as disciplinas de mesmo nome ministradas no ensino tradicional vigente. (...) Durante a pesquisa utilizamos como proposta pedagógica a Assimilação Solidária e o trabalho do Advanced Mathematical Thinking, um working group do International Group for the Psychology of Mathematics (PME) como posição epistemológica. (SILVA, 1999, resumo)

Na seção seguinte, mencionaremos outros trabalhos ligados ao tema.

2.2. Cursos de Serviço e a Formação Profissional do Professor de Matemática

Para nós há uma relação íntima entre investigar a proposição de Cursos de Serviço e considerar os estudos sobre a formação do professor de Matemática. Por isso, destacamos que ao pensar nossa pesquisa não estamos desconsiderando esse importante legado científico. Nesta seção, trazemos à discussão alguns pesquisadores e suas idéias, que nos proporcionaram uma reflexão e um diálogo no foco de nossos interesses.

Nesta pesquisa, nossa proposta direcionada a Cursos de Serviço está voltada às disciplinas de conteúdo específico das Licenciaturas em Matemática e, como conseqüência, para a formação inicial do Professor de Matemática.

As disciplinas de conteúdo nas Licenciaturas envolvem, além do saber matemático, saberes de diferentes naturezas, todos necessários e indispensáveis para a formação profissional. É neste sentido que Schulman (1986), tomando como base os diferentes tipos de conhecimentos de docência, nos quais ele inclui o conhecimento específico e o conhecimento pedagógico, afirma que, saber matemática para ser um matemático não é a mesma coisa que saber matemática para ser um professor.

Assim como os Cursos de Serviço foram criados a partir do reconhecimento da existência de diferenças entre a matemática do matemático e as matemáticas aplicadas, o Curso de Serviço para a Licenciatura de Matemática considera as diferenças entre a matemática do Matemático e a matemática do Professor de Matemática. Desta forma, a denominação é utilizada em acordo com Silva (2011), caracterizando como disciplinas de conteúdo matemático, que se propõem a intervir também na formação didático-pedagógica do estudante. Tomando como referência a literatura relativa à formação do professor de matemática, a proposta de Cursos de Serviço se apresenta como uma alternativa ao modelo tradicional de ensino.

O modelo de ensino que ainda predomina em nossas escolas é, em nosso entendimento, centrado no professor e conduzido de forma a levar o aluno a adotar uma postura passiva. É orientado por teorias direcionadas para a transmissão do conhecimento, entendendo que o processo de aprendizagem decorre exclusivamente do processo de ensino. Tais teorias foram desenvolvidas internamente, isoladas dos outros campos do conhecimento, despreocupadas com o contexto do aluno e com suas implicações no processo de produção do conhecimento.

Este modelo toma força nas Universidades com o movimento de massificação do vestibular e do ensino superior, iniciado na década de 60. Baldino (1995), que denomina este modelo como “Ensino Tradicional Vigente”, destaca como elementos característicos, por um lado o professor, falando em frente ao quadro, procurando mostrar que tem domínio de conteúdo, e por outro os alunos, sentados em fileiras, em silêncio, prestando atenção no que o professor ensina. Ressalta que esta estrutura tem como base a concepção epistemológica que “pensa que o professor transmite o conhecimento falando e que o aluno aprende ouvindo”.

No ensino tradicional não há espaço para o diálogo nem para a crítica, e a matemática se distancia tanto da educação como das questões sociais. A matemática escolar desconsidera a matemática da rua, do cotidiano, presa que está ao rigor de um formalismo excessivo e dependente da memorização de fórmulas e algoritmos. De acordo com D'Ambrósio (2001), o sistema escolar contribui para a manutenção das barreiras discriminatórias estabelecidas pela sociedade dominante e permanece distante do aluno e de sua realidade social e cultural.

É neste ambiente que os futuros professores vivem toda a sua escolaridade, tanto no nível básico como no superior, sofrendo influências e tendendo a reproduzir este comportamento. Esta reprodução do modelo tradicional é, em muitos casos, o resultado do único procedimento metodológico que os alunos experimentam na prática escolar.

O conhecimento obtido pela experiência escolar anterior é muito importante na formação profissional, Tardif (2005) destaca a relevância dos saberes adquiridos ao longo de tantos anos de formação escolar e profissional, bem como a sua repercussão na atividade docente.

Na formação profissional, Fiorentini (2005) destaca que as disciplinas de conteúdo matemático são as que mais influenciam a prática do futuro professor, porque, em geral, reforçam procedimentos internalizados durante a formação escolar. Mesmo as práticas docentes que são criticadas, terminam por ser inconscientemente internalizadas e reproduzidas, reforçando a tradição pedagógica. Sugere que professores programem outros modelos didáticos de ensino de disciplinas específicas de matemática, possibilitando que o aluno se constitua em sujeito de conhecimento, em protagonista do processo de aprender. Destaca que os professores de disciplinas de conteúdo específico das Licenciaturas de Matemática não devem desenvolver apenas estudos relativos à aprendizagem de matemática, mas que devem também dar atenção também aos processos didático-pedagógicos.

> Entretanto, o que tem acontecido é que os formadores de professores que ministram tais disciplinas geralmente não têm consciência de que participam dessa dupla – eu diria múltipla – formação do futuro professor. Esse fato nos remete a defender que essa dupla/múltipla função do formador seja reconhecida por todos e assumida como uma função fundamental à formação do futuro professor. (FIORENTINI, 2005, p.113)

Na Matemática Escolar, a prova dedutiva rigorosa não é a única forma aceitável de demonstração; justificativas menos formais também podem proporcionar a compreensão das relações matemáticas e, em determinadas situações, se constituir em argumentações mais convincentes na comunidade escolar do que as demonstrações formais. As disciplinas matemáticas nos cursos de licenciatura, mesmo aquelas voltadas aos conteúdos da educação básica, são tratadas de forma internalista, excessivamente rigorosa e preocupadas com o uso preciso da linguagem matemática, não considerando as necessidades específicas da formação e da futura prática docente. Como destacam Moreira e David (2005):

> A formação matemática na licenciatura, ao adotar a perspectiva e os valores da Matemática Acadêmica, desconsidera importantes questões da prática docente escolar que não se ajustam a essa perspectiva e a esses valores. As formas do conhecimento matemático associado ao tratamento escolar dessas questões não se identificam - algumas vezes chegam a se opor - à forma com que se estrutura o conhecimento matemático no processo de formação. (MOREIRA; DAVID, 2005, p.103)

As pesquisas em Educação Matemática reforçam a necessidade de modificações na orientação do trabalho realizado nos cursos de licenciatura. Pavanello e Andrade (2002) propõem a criação de um novo paradigma pedagógico em matemática através de ações voltadas para a integração do conteúdo com a metodologia, indicam que a adoção de diferentes procedimentos de ensino são necessários para desenvolver competências e habilidades profissionais e de possibilitar uma postura reflexiva e crítica. Onuchic e Allevato (2009) sugerem que as disciplinas de conteúdos matemáticos dos cursos de Licenciatura venham a ser trabalhadas na ótica da formação de professores, considerando as diversas possibilidades de abordagens e metodologias de ensino.

É preciso pensar a formação do professor de matemática de maneira mais ampla. O domínio do conteúdo não é suficiente para a formação do professor. Pires (2002) destaca a importância de que a formação contemple os diferentes âmbitos do conhecimento profissional exigido do professor, visando um maior desenvolvimento das competências profissionais. O conteúdo matemático é fundamental na formação do professor, mas este conteúdo não deve ser visto unicamente como conhecimento matemático, ele é também conhecimento de ensino. Neste sentido também observam Nacarato e Paiva (2008):

> As pesquisas que tomam os saberes docentes como objeto de estudo já rompem com a concepção de que o bom professor é aquele que tem apenas o domínio do conteúdo. Não significa, porém, negar a importância dos conteúdos, mas partir do pressuposto de que o saber docente vai além dessa única dimensão do conhecimento. (NACARATO; PAIVA, 2008, p.14)

Algumas das ações e sugestões observadas nas pesquisas em Educação Matemática podem ser vistas também nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática (2001), entre elas as seguintes: (i) desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos; (ii) perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente; (iii) elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica e (iv) analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica.

A valorização da matemática escolar, no tratamento dado as disciplinas de conteúdo específico, pode contribuir para a formação de um profissional com uma visão mais ampla do processo educacional. Lins (2005), sugere que estas disciplinas se dediquem mais a matemática escolar e que elas possam se desenvolver de forma articulada com a teoria e com a prática do que é ser um professor de matemática enfatizando que:

> Toda situação de ensino-aprendizagem pode ser constituída e instituída em situação de desenvolvimento profissional para o professor, ... em cursos usualmente entendidos como apenas “cursos de conteúdo”. (LINS, 2005, p.119)

Concordamos com Lins e acreditamos que as disciplinas de conteúdo específico dos Cursos de Licenciatura em Matemática, quando trabalhadas como Cursos de Serviço, isto é, voltadas para o profissional que ele será, podem oferecer experiências na direção do desenvolvimento profissional, contribuindo para que a licenciatura cumpra, de fato, o seu papel de formadora de um profissional preparado para enfrentar os desafios de sua profissão.

2.3. Buscando uma Filiação para Pensar sobre Cursos de Serviço

Na direção de identificar nossas filiações para pensar sobre Cursos de Serviço, identificamo-nos em nossa revisão de literatura, com as propostas e concepções do grupo de pesquisa Sigma-t, coordenado pelo Dr. Romulo Campos Lins na Unesp/Campus de Rio Claro.

Uma das linhas de investigação do grupo está direcionada a pesquisar a formação de professores. Nessa direção citamos, por exemplo, os trabalhos de Linardi (2006) intitulado *Rastros da Formação Matemática na Prática Profissional do Professor de Matemática e* Francisco (2009) intitulado *Uma leitura da prática profissional do professor de matemática*, e os estudos desenvolvidos por Lins (LINS, 2005a, 2005b, 2006, 2008).

Em Silva (2011) encontramos menção ao seu projeto de pesquisa intitulado *Cursos de Serviço para a Licenciatura em Matemática* que investiga a possibilidade de mudanças nas atuais disciplinas e também a criação de disciplinas voltadas para a formação matemática de futuros professores no processo de formação pré-serviço no interior das licenciaturas em Matemática.

Nessa perspectiva, Silva (2011) apresenta um estudo onde ele planeja, elabora e executa uma disciplina denominada *"O Infinito"* para alunos da Licenciatura em Matemática.

Outro trabalho que aborda a formação do professor de de matemática é a tese de doutorado de Oliveira (2011), intitulada *"Uma Leitura sobre a formação continuada de professores de matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana"*.

Este trabalho tem como foco a formação continuada de professores de matemática e toma como elemento de análise um curso de extensão em módulos sob uma nova perspectiva. Os módulos foram Espaço, Tomada de Decisão, Análise, uso e desenvolvimento de material para a sala de aula e Aritmética e Álgebra. O que sinalizou uma mudança de orientação em relação aos cursos de extensão, capacitação e de especialização existentes. (OLIVEIRA, 2011, p.103-105)

O projeto de pesquisa citado acima, intitulado *Cursos de Serviço para a Licenciatura em Matemática*, desenvolvido a partir de 2006 e a leitura dos artigos de Lins, acima citados, constituíram-se na nossa orientação e em nossa filiação para desenvolvimento de nossa questão de investigação que será discutida no capítulo seguinte, onde apresentaremos também os pressupostos teóricos que assumimos em nossa pesquisa e que delimitaram nossa questão de investigação.

Capítulo 3

A Questão de Investigação

Este trabalho, mesmo representando um estudo local, teve a importante contribuição de ampliar nossa visão sobre a prática da sala de aula e sobre a docência no ensino superior. Em particular, no que diz respeito aos processos de ensino e de aprendizagem da matemática na formação de futuros professores da matéria.

A tomada de decisão de assumir pressupostos teóricos para pensar as questões de ensino, impulsionada pelo estudo no qual mergulhamos, nos possibilitou um refinamento do nosso olhar para questões rotineiras da sala de aula.

Assim, iniciamos este capítulo elucidando a posição teórica que assumimos ao tomar as concepções presentes no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), como a teoria com a qual orientamos nossa investigação.

Nossa opção de apresentar, na primeira secção o referencial teórico, precedendo a proposição do estudo desta dissertação, tem a finalidade de reforçar que nosso estudo, desde sua formulação inicial, foi orientado pelas premissas do MCS.

Na segunda seção, formulamos nossa questão de investigação que será objeto de nosso estudo, e cujo resultado será uma proposta de produto educacional para aqueles que têm interesse na disciplina Geometria, como parte da formação matemática de futuros professores.

3.1. O Referencial Teórico

O Modelo dos Campos Semânticos (MCS) é um modelo epistemológico elaborado pelo educador matemático Romulo Campos Lins a partir de 1993 (LINS, 1993) e cuja origem se encontra em sua tese de doutorado defendida em 1992.

Nos pilares da teoria estão as caracterizações de conhecimento e significado e de campo semântico, que incorporam as idéias de Vygotsky (1993, 1994), Leontiev (sd) e Nelson Goodman (1984).

No MCS, para Lins (1993), o conhecimento é entendido como aquilo que o sujeito acredita e expressa, uma crença-afirmação, acompanhado de uma justificação que torne legítima a enunciação produzida. O conhecimento é algo do domínio da enunciação, portanto tem um sujeito, e só faz sentido com a presença de um interlocutor, na direção ao qual este conhecimento é enunciado. Silva (1997) destaca a originalidade deste modelo, pois ao incluir a necessidade de uma justificação à enunciação, deixa claro que, para uma mesma enunciação, diferentes justificações constituem diferentes conhecimentos.

A noção de significado, também é uma noção central desta teoria. Ela foi reestruturada por Lins, em relação à versão original, como observa Silva (2003):

> Em sua versão atual, a noção de significado de um objeto, neste trabalho será entendida como aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre um objeto no interior de uma atividade. O “poder dizer” presente na formulação de significado está intimamente relacionado à questão da legitimidade. Como conseqüência, dizer que um sujeito produziu significados é dizer que ele produziu ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade. Além disso, produzir significados não se refere a tudo o que numa dada situação o sujeito poderia ou deveria dizer de um objeto e sim o que ele efetivamente diz sobre aquele objeto no interior daquela atividade. Assim, os objetos são constituídos enquanto tal através do que o sujeito diz que eles são. (SILVA, 2003, p.9)

Lins (1999) explicita a importância de se investigar a produção de significados nos seguintes termos: “Para mim, o aspecto central de toda aprendizagem humana – em verdade, o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados” (LINS, 1999, p.86)

Com respeito aos processos de ensino e de aprendizagem, ele apresenta a perspectiva que orientou nosso estudo, ao dizer que ensinar é sugerir modos de produção de significados e aprender é internalizar modos legítimos de produção de significados. (LINS, 2008, p. 543)

Tomamos ainda como pressuposto a indicação de Lins de que “somos naturalmente diferentes”. Em Lins (1999), ele indica a oposição entre duas concepções: aquela que assume que "somos todos iguais" e aquela que entende que "somos todos diferentes".

A primeira perspectiva, conforme apontado por Lins (1999) está por trás das teorias piagetianas e do ensino tradicional. Se a criança não conseguiu aprender determinado conteúdo é porque não atingiu o estágio que lhe permitiria tal compreensão (no caso da teoria piagetiana) ou porque ainda lhe faltam pré-requisitos (no caso do ensino tradicional). Assim, Lins diz: "Em ambos os casos a pessoa é lida pela falta: "eu que já me desenvolvi (já aprendi), e que sei que você é igual a mim, posso ver o que falta em seu desenvolvimento (conhecimento), ver o que você ainda não é"." (LINS, 1999, p. 78)

Lins discute o segundo pressuposto "somos todos diferentes". Apoiado nas idéias de Vygotsky diz que: "dada a plasticidade do cérebro humano, a menos que algo/alguém intervenha, nosso caminho natural é divergirmos fortemente nas constituições de nosso funcionamento cognitivo." (LINS, 1999, p. 79)

A partir do pressuposto de que "somos diferentes" percebemos que nossas intervenções em sala de aula, quando necessárias, devem acontecer a partir de uma interação. Precisamos buscar as legitimidades na fala de um aluno. Esta proposta é defendida de forma ampliada por Lins:

> Não sei como você é, preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos (LINS, 1999, p.85)

Adotando o pressuposto de que "somos todos diferentes", Lins coloca uma questão: Como chegamos a ser tão parecidos? Ele observa:

> Uma forma de dizer o que é sermos semelhantes – embora certamente não a única de fazê-lo -, é dizer que sermos semelhantes é sermos capazes de compartilhar um mesmo espaço comunicativo; esta é a caracterização que adotarei. (LINS, 1999, p. 80)

Outra construção teórica importante para o modelo é o seu entendimento de processo comunicativo.

Lins apresenta um novo entendimento do processo comunicativo. Tomando como ponto de partida uma visão tradicional deste processo, um professor pode acreditar que o conhecimento pode ser transmitido aos alunos durante uma aula expositiva. Se o aluno não aprendeu, poderão surgir justificativas como falta de atenção ou de conhecimentos prévios, por exemplo.

Para Lins (1999), os processos comunicativos podem ser concebidos sem que seja necessário postular a existência da transmissão de conhecimento. Atribui ao compartilhamento de espaços comunicativos, uma forma de caracterizar nossas semelhanças, vistas no sentido cognitivo. Busca, a partir de uma construção das noções de “texto”, “autor” e “leitor”, respostas para a negação do sentido tradicional da transmissão do conhecimento.

Quando o autor elabora um texto, ou emite alguma ação enunciativa, que pode ser uma fala, um movimento corporal, gestual, um desenho, ou mesmo um diagrama, ele o faz numa determinada direção, ele constitui o um leitor, para quem é dirigida esta enunciação, é apenas na construção do autor que existe a transmissão. Assim fica estabelecido um espaço comunicativo e, de acordo com Lins (1999), surge a sensação psicológica de comunicação efetiva. O um leitor, aqui designado por Lins como interlocutor, é identificado como um ser cognitivo, e pode ou não, corresponder a outro ser, o biológico; neste sentido, é possível que o ser biológico fique só, o que não ocorre com o ser cognitivo.

No outro processo, partindo do leitor como referência, é ele quem constitui o um autor, agora identificado como um ser cognitivo, e é em relação à enunciação do um autor que o leitor produz significado para o texto, que assim se transforma efetivamente em um texto. Mas é apenas no momento em que o leitor enuncia e se põe na posição do um autor, é que de fato ele se constitui como leitor. Partindo da enunciação do autor o leitor produz significado mediante uma nova enunciação, ficando caracterizado o que é um texto. A enunciação do autor, no contexto de Lins (1999), é um elemento deste processo:

> É o resíduo de uma enunciação. Mas quem pode dizer se algo é um texto ou não, é apenas o leitor, e apenas no instante em que este leitor produz significado para o texto. Tanto quanto não há leitor sem texto, não há texto sem leitor. (LINS, 1999, p.82)

Os dois processos podem ser sintetizados da seguinte forma: Ao dirigir sua enunciação a um leitor e imaginar a produção de significados e justificações realizadas por esse um leitor, o autor produz seus próprios significados. Na outra direção, o um leitor ao constituir um autor e partindo de sua enunciação, é que o leitor produz seus significados. De acordo com Lins (1999):

> Ao produzir significado, minha enunciação é feita na direção de um interlocutor que, acredito, diria o que estou dizendo com a justificação que estou produzindo. (LINS, 1999, p.88).

Dessa forma, ao se negar a existência de qualquer coisa que não é enunciada, a realidade se constitui a partir da enunciação de quem a faz, por meio de algum processo comunicativo, para quem faz uso desta linguagem. Nesta perspectiva, é pela linguagem que se constrói o que é identificado como mundo real.

Assim, neste modelo, o autor e o leitor se constituem pelos modos de produção de significados que internalizaram como legítimos. Desta forma surge a noção de legitimidade, categorizando o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade[3].

No capítulo seguinte[4], apresentaremos outras noções que utilizamos da teoria para fazer uma leitura da produção de significados de nossos sujeitos de pesquisa.

A seguir discutiremos nossa questão de investigação, que orientou nosso trabalho de campo, lembrando que estamos considerando, mesmo que implicitamente, os pressupostos do modelo acima citados.

3.2. A Questão de Investigação

A motivação para nossa investigação surgiu frente às evidências recorrentes, em pesquisas que discutem sobre formação de professores, acerca do impacto da formação acadêmica na prática do futuro professor e como isso se dá. Por exemplo, como observa Fiorentini (2005), mencionando os trabalhos de Zeichner & Gore (1990) nos Estados Unidos e o de Camargo (1990) no Brasil, que:

> As disciplinas específicas influenciam mais a prática do futuro professor do que as didático-pedagógicas, sobretudo porque as primeiras geralmente reforçam procedimentos internalizados durante o processo anterior de

[3] Por atividade entendemos os processos caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (o objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade (o motivo). (Vigotsky; Leontiev e Luria, 2001).

[4] Na seção 4.2

> escolarização e as prescrições e recomendações das segundas "tem pouca influência em suas práticas posteriores. (...) Assim, na hora de iniciar a docência na escola, tendem a mobilizar aqueles modos de ensinar e aprender Matemática que foram internalizado durante sua formação escolar ou acadêmica do futuro professor. (FIORENTINI, 2003, p.111)

Por outro lado, Tardif (2002) vai mais longe ao sugerir a influência recebida pelo professor em suas vivências anteriores, no seguinte comentário:

> Antes mesmo de ensinarem, os futuros professores vivem nas salas de aula e nas escolas – e, portanto, em seu futuro local de trabalho – durante aproximadamente 16 anos (ou seja, em torno de 15.000 horas). Ora, tal imersão é necessariamente formadora, pois leva os futuros professores a adquirirem crenças, representações e certezas sobre a prática do ofício de professor, bem como sobre o que é ser aluno. Em suma, antes mesmo de começarem a ensinar oficialmente, os professores já sabem, de muitas maneiras, o que é o ensino por causa de toda a sua história escolar anterior. Além disso, muitas pesquisas mostram que esse saber herdado da experiência escolar anterior é muito forte, que ela persiste através do tempo e que a formação universitária não consegue transformá-lo nem muito menos abalá-lo. (TARDIF, 2002, p.20)

Assim, começamos a perceber a contribuição que a mudança de concepção das disciplinas de conteúdo matemático pode dar aos futuros professores ao vivenciarem concepções epistemológicas diferentes daquelas caracterizadas por uma abordagem internalista da matemática – a matemática por ela mesma – cuja visão de processo comunicativo está na possibilidade de transmissão de conhecimento, com ênfase exclusiva no uso preciso da linguagem matemática e no rigor.

Não somos ingênuos ao ponto de acreditar que essa ação local seja transformadora da realidade exposta acima. Mas ela pode ser uma, entre muitas ações, que no conjunto podem mudar este quadro.

Também, não queremos que nossa proposta sugira que estamos irmanados àqueles que procuram pela melhoria do ensino. Para que não reste dúvida sobre nossa perspectiva, fazemos do seguinte pensamento de Baldino (1992) nossas palavras, que em seu texto intitulado A Ideologia da Melhora, chama a atenção que:

> O discurso da melhora do ensino da Matemática, dirige-se à legião dos que acham que tal necessidade é evidente. Tem por efeito reforçar-lhes a crença nessa evidência. Atendendo ao apelo desse discurso, as pessoas acorrem a participar de ações da melhora. Como nunca se diz para quem vai ficar melhor, essa ideologia, como qualquer outra, reforça a concepção religiosa de um bem comum, universal, irmanando as pessoas que se reconhecem adeptas da melhora. [...] A necessidade de melhorar mantém a expectativa da aprendizagem, logo mantém o fracasso. A sociedade que

> define a expectativa é a mesma que denuncia o fracasso. Á medida em que evita enfrentar essa questão, é à produção do fracasso que a ideologia da melhora contribui. Faz sentido: o fracasso e a expectativa nascem no mesmo movimento histórico, como a galinha e o ovo. Sem o fracasso não existiria o sucesso, não só o sucesso matemático, mas, também, o sucesso que alguns fazem ao propor a melhora do ensino da Matemática. (BALDINO, 1992)

Assim, nosso foco está em pensar em ações que possam ser transformadoras do quadro atual no interior das Licenciaturas em Matemática.

Nossa questão de investigação tem como objetivo identificar características das disciplinas de geometria, trabalhadas como Cursos de Serviço. No sentido proposto por Silva (2011), disciplinas que tenham como foco a formação do professor de matemática, mas que não se limitam a desenvolver conteúdo matemático. Elas se propõem a intervir, também, na sua formação didático-pedagógica.

No capítulo seguinte, será esclarecido como se deu nossa investigação.

Capítulo 4
A Metodologia de Pesquisa

Este capítulo está dividido em quatro seções. Na primeira seção caracterizamos nossa pesquisa como uma abordagem qualitativa de investigação.

Na segunda, descrevemos como se deu nossa pesquisa de campo, apresentando o contexto onde ela foi desenvolvida e caracterizando os nossos sujeitos de pesquisa.

Na terceira seção, acrescentamos novos elementos ao referencial teórico adotado no capítulo anterior – as noções de categorias do MCS - e esclarecemos como fizemos a leitura da produção de significados dos sujeitos de pesquisa.

Na quarta e última seção esclarecemos as condutas que orientaram o caminho da produção do conjunto de tarefas até sua constituição em produto educacional.

4.1 – Caracterizações da Pesquisa

Caracterizamos nossa pesquisa como qualitativa, conforme proposto por Bogdan & Biklen (1994), segundo as seguintes características: (i) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal, ou seja, o investigador estabelece um contato direto com os sujeitos em seu ambiente para obter os dados; (ii) A investigação qualitativa é descritiva uma vez que os dados recolhidos são constituídos por palavras ou imagens e não por números. Além disso, a apresentação escrita dos resultados da investigação contém citações feitas com base nos dados coletados. Essas citações são utilizadas com objetivo de ilustrar ou substanciar a apresentação; (iii) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos. O importante é saber como as coisas acontecem; (iv) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados obtidos de forma indutiva. À medida que os dados são recolhidos e agrupados é que se constroem abstrações. Não há hipóteses prévias a serem confirmadas ou negadas; (v) Na abordagem qualitativa o significado é de importância vital. Os investigadores qualitativos preocupam-se em apreender as diferentes perspectivas dos participantes, adotando estratégias e procedimentos que permitam considerar as experiências sob o ponto de vista do informador. Uma espécie de diálogo se estabelece entre investigador e sujeito uma vez que não é possível que este seja abordado, de forma neutra, por aquele.

4.2 – A Pesquisa de Campo

Nossa pesquisa e o trabalho de campo foram desenvolvidos tendo como universo um Curso de Matemática de uma Universidade Pública Federal do Estado de Minas Gerais. Os sujeitos de pesquisa foram, em quase sua totalidade, alunos do Curso de Licenciatura em Matemática.

Nosso objetivo em campo foi observar e refletir sobre características que os cursos de Geometria de uma Licenciatura em Matemática devem considerar para serem denominados Cursos de Serviço, no sentido que propusemos no capítulo anterior.

A instituição onde a pesquisa foi desenvolvida possui duas disciplinas de conteúdo de Geometria. Uma que trata da Geometria Plana, com seis créditos (ou 90 horas) semestrais e a outra a Geometria Espacial com quatro créditos (ou 60 horas) semestrais. Elas são integrantes do currículo obrigatório deste curso, para as modalidades de Licenciatura e de Bacharelado e são caracterizadas como disciplinas de conteúdo específico.

O objetivo foi utilizar as duas disciplinas para vivenciar na prática a experiência de olhar a sala de aula da perspectiva de um referencial teórico e utilizando aquele espaço, para tentar mudanças possíveis de enfoque e conduta e, assim, refletir sobre a questão de investigação proposta.

Acreditamos que seria uma experiência esclarecedora, mesmo utilizando um espaço delimitado por engessamentos regimentais como conteúdo definido pelas ementas, condições de avaliação definidas e números de aulas definidos.

Com os objetivos em mente fizemos duas saídas a campo. No primeiro semestre de 2010, lecionamos a disciplina Geometria Plana por um semestre letivo. E no segundo semestre do mesmo ano, lecionamos a disciplina Geometria Espacial.

O desenvolvimento da pesquisa de campo ocorreu em três etapas: planejamento, execução e análise.

Na etapa de planejamento a proposta inicial foi solicitar à chefia do departamento de Matemática que ministrássemos as disciplinas, no que fomos atendidos.

Fixamos alguns objetivos norteadores de caráter didático-pedagógico na preparação para entrada em sala de aula, os quais buscamos implementar ao longo das aulas e que listamos a seguir:

(i) Alteramos a dinâmica de sala de aula: em vez de aulas estritamente expositivo-explicativas, criamos um ambiente que buscasse dar voz ao aluno utilizando estratégias de trabalhos em grupo, seminários e investigações individuais, mas sem deixar de fazermos eventuais exposições de idéias no quadro negro.

(ii) Procuramos estimular ao máximo a produção de significados dos alunos. Particularmente, essa conduta tinha como objetivo refinar o olhar através da leitura de suas ações enunciativas utilizando as noções do MCS.

(iii) Usamos a resolução de problemas como dinâmica de ensino ao longo das aulas.

(iv) Evitamos o enfoque axiomático-dedutivo de apresentação dos conteúdos matemáticos e não deixamos as discussões restritas à geometria euclidiana. Nas disciplinas os alunos foram estimulados a utilizar o desenho geométrico, a perspectiva e o desenho projetivo como justificações aceitáveis no encaminhamento das resoluções dos problemas.

Com base no referencial teórico adotado assumimos algumas condutas que nos auxiliariam na leitura da produção de significados dos alunos:

(i) Colocar o foco do nosso olhar na aprendizagem, lembrando, como propõe Lins, que “o que se aprende é a legitimidade de certos modos de produção de significados” (LINS, 2008, p. 543).

(ii) Buscar maneiras de ampliar as possibilidades de estratégias de resolução dos alunos (ou como dizemos teoricamente, de sua maneira de operar), ao invés de restringi-las.

(iii) Estimular que vários elementos do pensar matematicamente estejam em discussão, como a análise da razoabilidade dos resultados, a busca de padrões nas resoluções e o desenvolvimento original de estratégias de resolução dos problemas.

(iv) Observar os diversos significados sendo produzidos pelos alunos e criar condições para que eles pudessem se tornar foco de atenção de todos os alunos.

(v) Deixar claro que os significados produzidos pelo aluno e/ou os significados oficiais da matemática, são um, entre os vários significados que podem ser produzidos a partir daquele problema.

(vi) Tratar dos significados matemáticos, junto com os significados não-matemáticos que possivelmente estarão presentes naquele espaço comunicativo.

(vii) Buscar identificar as dificuldades de aprendizagem dos alunos entendidos como obstáculos ou limites epistemológicos.

Uma opção que teríamos na coleta dos dados seria lançar mão da filmagem das aulas, porém tivemos a intenção de que a pesquisa interferisse o mínimo possível no andamento das disciplinas. As aulas transcorreram num ambiente típico de sala de aula, que em geral não é filmada, não é gravada nem tem a presença de um pesquisador ouvinte. Optamos por entrar em sala de aula com um caderno de campo onde fazíamos as anotações sobre os acontecimentos durante e após as aulas. Ainda como documento de análise, recolhemos várias tarefas elaboradas em sala de aula pelos alunos, a maioria desenvolvidas em grupo de trabalho e outras tarefas resolvidas pelos alunos fora da sala.

Optamos por iniciar o processo de observação após esclarecer às turmas sobre o fato de estar naquela sala de aula, como professor e pesquisador, receber o consentimento da turma, que ao final da segunda saída a campo assinou um termo de compromisso ético que assegurava que suas identidades estariam preservadas[5]. Os nomes que surgirão no capítulo seguinte, em nossa análise, são os pseudônimos escolhidos pelos próprios alunos.

Para a primeira saída a campo havíamos definido que: (i) iríamos acrescentar ao programa da disciplina Geometria Plana um tópico com noções de Desenho Geométrico; (ii) a dinâmica para o desenvolvimento do conteúdo seria através de resolução de problemas, com eventuais aulas expositivas e que (iii) seriam disponibilizados alguns encontros que permitissem maior participação dos alunos na condução dos trabalhos. Os demais pontos, como critérios de avaliação, a realização de um ciclo de seminários e a elaboração e resolução de uma lista de exercícios com a participação dos alunos, foram tomados em conjunto, de forma a possibilitar a participação dos alunos no planejamento e em processos decisórios do curso.

Para a segunda saída a campo definimos que iríamos acrescentar ao programa da disciplina Geometria Espacial um tópico com noções de perspectiva e de desenho projetivo e incorporamos as demais ações ocorridas no desenvolvimento da disciplina anterior.

Nossa conduta em sala de aula, em geral, foi a de propor aos alunos problemas que eles deveriam investigar, às vezes em grupo às vezes individualmente. Em várias situações o que seria feito na aula seguinte era determinado pelo que aconteceu na aula anterior, tanto por solicitação dos alunos, como pela nossa observação do que estava acontecendo em sala de aula.

Os problemas selecionados para resolução em sala, determinados pela nossa experiência lecionando geometria, tinham como característica ser, em geral, problemas que causassem conflitos, questionamentos. Que colocassem em dúvida certas convicções dos alunos. Aliás, é nesse sentido que usamos, neste trabalho a palavra problema.

---

[5] Ver no anexo

É oportuno observar que ao usarmos os termos problemas ou resolução de problemas não queremos sugerir nenhuma filiação com os diferentes grupos e teorias existentes em Educação Matemática.

Nossa proposta em apresentar problemas tem os objetivos acima propostos e tem a intenção de que seu uso em sala de aula nos permita, como professores e pesquisadores, identificar na fala dos alunos sua maneira de operar e a lógica de suas operações.

A etapa da análise, das observações feitas em sala de aula será tratada no capítulo seguinte.

4.3 – A Leitura da Produção de Significados dos Sujeitos de Pesquisa

Para a leitura da produção de significados dos estudantes em sala de aula apresentaremos as noções do MCS, que ainda não foram mencionadas.

Começamos por recordar a noção de significado, uma noção considerada central no MCS: “Significado é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se poderia dizer, e, sim, *o que efetivamente se diz* no interior de uma atividade” (LINS & GIMENEZ, 1997, p.145). Relacionadas a essa formulação temos as noções de objeto e produção de significados.

Um objeto é aquilo do que estamos falando, ou seja, “um objeto é algo a respeito de que se pode dizer algo” (LINS, 2004, p. 114) e, portanto, um objeto não existe por si só, ele é constituído por um sujeito que produz significado para ele, ou seja, que fala sobre ele, durante a realização de uma atividade.

> Não se trata de *ali* estão os objetos e *aqui* estou eu, para a partir daí eu descobrir seus significados; ao contrário, eu me constituo enquanto ser cognitivo através da produção de significados que realizo, ao mesmo tempo em que constituo objetos através destas enunciações (LINS, 2004a, p. 86).

Recordamos, então, que produzir significado é “falar a respeito de um objeto” (LINS & GIMENEZ, 1997, p.146).

Lins (1997) observa que no processo de produção de significados existem certas afirmações que a pessoa faz e que, tomando-as como localmente válidas, não sentem necessidades justificá-las. A essas afirmações ele, inspirado nas idéias de Nelson Goodman, denominou de estipulações locais. Ao conjunto das estipulações locais ele chamou de núcleo.

Com relação à noção de núcleo, Lins (1997) comenta:

> Os elementos de um núcleo funcionam como *estipulações locais*: localmente são '*verdades absolutas'*, coisas que assumimos sem que haja a necessidade de uma infinita cadeia regressiva de *justificações.* O que é importante e revelador é que esse "localmente" se refere ao interior de uma atividade, e que no processo dessa atividade esse núcleo pode se alterar pela incorporação de novas estipulações até ali assumidas (LINS; GIMENEZ, 1997, p.144).

Ainda com a intenção de esclarecer a noção de núcleo destacamos a seguinte observação feita por Lins (1997):

> Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação "realista" ou ficcional. O que importa é que é em relação aos objetos do núcleo que vai ser produzido significado, seja para que texto for. Núcleos não se referem especificamente a "conteúdos" ou "áreas do conhecimento": em relação ao mesmo núcleo de balança de dois pratos, é possível produzir significado para uma equação, para a noção de justiça ou para fenômenos físicos diversos (LINS; GIMENEZ, 1997, p.144).

Como observa Silva (2003), cabe destacar que, conforme proposto no MCS, núcleo não se refere a algo estático, um conjunto de coisas, e sim, a um processo que se constitui e muda no interior de atividades. Em outra atividade um novo núcleo se constitui e esse é o processo.

O que pode ser feito com os objetos constituídos pela produção de significados no interior de um núcleo foi denominado lógica das operações.

Segundo Silva (2003) olhar para a maneira como as pessoas operam, para a lógica das operações nos ajuda a detectar dificuldades de aprendizagem.

Da perspectiva do MCS, uma dificuldade pode ser entendida de duas maneiras diferentes: um obstáculo epistemológico, em que a pessoa poderia produzir significado para uma determinada situação problema, operando na direção de produzir significados, mas não produz. Ou, um limite epistemológico, situação em que a pessoa não conseguiria produzir significado para um resíduo de enunciação devido à lógica das operações com que opera. (cf. LINS, 1993)

Segundo Silva (2003), a partir do momento que uma pessoa se propõe a produzir significados para o resíduo de uma enunciação, é possível observar o desencadeamento de um processo – o processo de produção de significados – que envolve:

(i) A constituição de objetos – coisas sobre as quais o sujeito sabe dizer algo e diz – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados que estão sendo produzidos.

(ii) A formação de um núcleo: as estipulações locais, as operações e suas lógicas.

(iii) A produção de conhecimento – que foi apresentada no capítulo 3.

(iv) Os interlocutores – que foi apresentado no capítulo 2 – quando discutimos o processo comunicativo.

(v) As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade. (SILVA, 2003, p. 66)

Ele chama ainda atenção, para o seguinte fato:

> Vale ressaltar que, a apresentação dessa lista de elementos – usualmente chamada de noções-categorias – em uma determinada ordem, não significa que estamos determinando uma sequência de procedimentos, uma ordem de leitura, e sim, que é esse conjunto de coisas que estaremos considerando ao fazer a leitura.
>
> O método que apresentamos acima será denominado Método de Leitura Plausível, e tem como objetivo permitir um entendimento da produção de significados de nossos sujeitos de pesquisa. (SILVA, 2011, p. 5)

Finalmente, chamou de campo semântico à atividade de produzir significado em relação a núcleo no interior de uma atividade.

Reunindo as noções presentes no MCS, sairemos a campo para desenvolver uma leitura da produção de significados dos sujeitos de pesquisa.

4.5 – O Produto Educacional

O produto educacional, fruto dessa investigação, destaca as características de um Curso de Serviço em Geometria identificadas neste trabalho, e suas relações com os pressupostos teóricos do MCS.

Esse produto nasceu no interior de nossa investigação e foi pensado durante nossas leituras associadas ao nosso trabalho de Campo. Porém, queremos deixar claro, que as disciplinas que ministramos, ao longo de um ano, não tinham naquele momento, o objetivo de já estar sendo produzidas como um exemplo de Curso de Serviço.

Em um contexto, onde certas condições regimentais deveriam ser respeitadas, utilizamos das possibilidades disponíveis, como as de caráter metodológico, para promover e observar mudanças. E, por outro lado, pensar sobre as limitações que a realidade evidenciava.

A grande mudança que aconteceu em sala de aula foi que nestas turmas, pela primeira vez, entrei numa sala de aula para lecionar geometria, munido de um referencial teórico que me permitiu fazer uma leitura da produção de significados dos alunos e que auxiliou na determinação de minhas ações em sala de aula.

Assim, a proposta de lecionar as duas disciplinas não foi a de promover mudanças radicais naquele momento, mas a de refletir em como caracterizar aquelas disciplinas como cursos de serviço para alunos da licenciatura.

Não é o foco dessa investigação e nem será do produto, uma proposta que delimite o que ensinar e como ensinar Geometria para futuros professores, mas sugerir que é possível mudar, para transformar a tradição.

Capítulo 5

Uma Análise das Observações em Campo

Nesse capítulo nos dedicamos a produzir significados para nossas observações sobre o tempo em que passamos em sala de aula, no ano de 2010, e das reflexões que produzimos com base na leitura que fizemos.

Nossa análise foi feita em três etapas, nas quais de uma para outra buscamos um afastamento cada vez maior, indo das leituras do que aconteceu na sala de aula para pensar numa proposta de um Curso de Serviço.

Assim, na primeira seção analisamos a produção de significados dos alunos a partir da interação entre professor e alunos e entre eles.

Optamos por não apresentar um estudo descritivo do que aconteceu no decorrer das disciplinas, mas ilustrar o que aconteceu naquele espaço através de situações representativas de como as aulas transcorreram e significados foram produzidos.

Chamaremos a cada um desses momentos de *fragmentos*. Esses fragmentos, como também foram a proposta e a metodologia do curso, não possuem nenhuma linearidade. Eles são, às vezes, unidos por situações que ocorreram em momentos distintos, mas se ligam por conta da produção de significados dos sujeitos.

Na segunda seção, buscaremos um afastamento maior e teceremos uma análise mais global.

Na terceira seção, voltamos o olhar para a nossa questão de investigação e aí o afastamento da sala de aula é maior e procuramos perceber questões mais gerais, buscando nos aproximar de algumas conclusões.

5.1. A Leitura de Alguns Fragmentos da Sala de Aula

Passaremos agora a discutir alguns fragmentos do que aconteceu em sala de aula. Os fragmentos 1, 2 e 3, foram recolhidos na primeira saída a campo, com a disciplina Geometria Plana.

O primeiro deles, realizado no início do curso, foi direcionado para a observação das capacidades de visualização e de representação gráfica dos alunos e foi um dos poucos momentos de trabalho individual com os alunos no decorrer dos cursos.

No segundo estudo, tínhamos a intenção de observar possíveis repercussões destas representações no encaminhamento das resoluções.

No terceiro fragmento apresentamos a resolução de um problema, que integrava a lista elaborada pelos alunos. Este problema foi desenvolvido por um aluno, no quadro, em sala de aula.

Os fragmentos 4, 5 e 6, foram recolhidos na segunda saída a campo, agora com a disciplina Geometria Espacial.

No quarto fragmento apresentamos uma situação geométrica vivenciada em dois momentos, no segundo deles, com a aplicação do desenho projetivo, podemos observar as suas produções de significados gráficos a partir das situações geométricas relacionadas.

No quinto estudo, também ocorrido em dois momentos, destacamos como que o processo de interação entre os alunos possibilita o enfrentamento ao fenômeno do assincronismo[6] e permite que os alunos se transformem em agentes de sua aprendizagem.

Finalmente, no sexto fragmento apresentamos um problema, que além das questões de conteúdo específico, contribuiu para a compreensão, por parte dos

[6] O fenômeno do assincronismo ocorre quando colocamos o foco apenas no ensino e tentamos fazer coincidir o tempo real de aprendizagem (tempo que levamos para produzir significados para os objetos de uma teoria) e o tempo institucional de ensino (tempo que a instituição determina para o cumprimento de uma ementa de disciplina). (Silva, 2010)

alunos, da relação entre a concepção epistemológica considerada e a condução metodológica assumida.

Fragmento 1:

Esta tarefa foi desenvolvida pelos aos alunos na terceira aula do curso de Geometria Plana. Foi proposto que através de desenhos a mão livre e de forma ágil, gestual, representassem algumas figuras geométricas, a saber:

Desenhe um triângulo, um quadrilátero, um círculo, um hexágono, um cilindro, um triângulo equilátero, um quadrado, um hexágono regular, um cilindro de revolução e uma esfera.

Recolhida a tarefa, foi observado e comentado com os alunos que na maioria dos casos não havia diferença entre os desenhos do triângulo e do triângulo equilátero, do quadrilátero e do quadrado, do hexágono e do hexágono regular bem como do cilindro e do cilindro de revolução.

Foi destacado com os alunos que esta tendência em particularização, observada nas representações gráficas podem leva-los a incorporar elementos que não estão no enunciado, interferindo na elaboração de estratégias visando à resolução dos problemas e à produção de significados para os elementos geométricos relacionados.

Fragmento 2:

Ainda nesta aula, após a realização da tarefa anterior foi proposto, para ser desenvolvido em grupo, o seguinte problema:

Calcule a altura relativa ao lado AB de um ΔABC, dado os lados AB = 4 cm, BC = 15 cm e AC = 13 cm.

Os alunos iniciam a resolução do problema desenhando um triângulo acutângulo. A partir desta representação um dos grupos formado obtém como resultado um segmento igual a -5 (figura 1). Como se trata da medida de um segmento, o resultado negativo causa estranheza. Um aluno questiona:

- Professor o enunciado está certo?

E a seguir ele afirma:

- Erramos a conta.

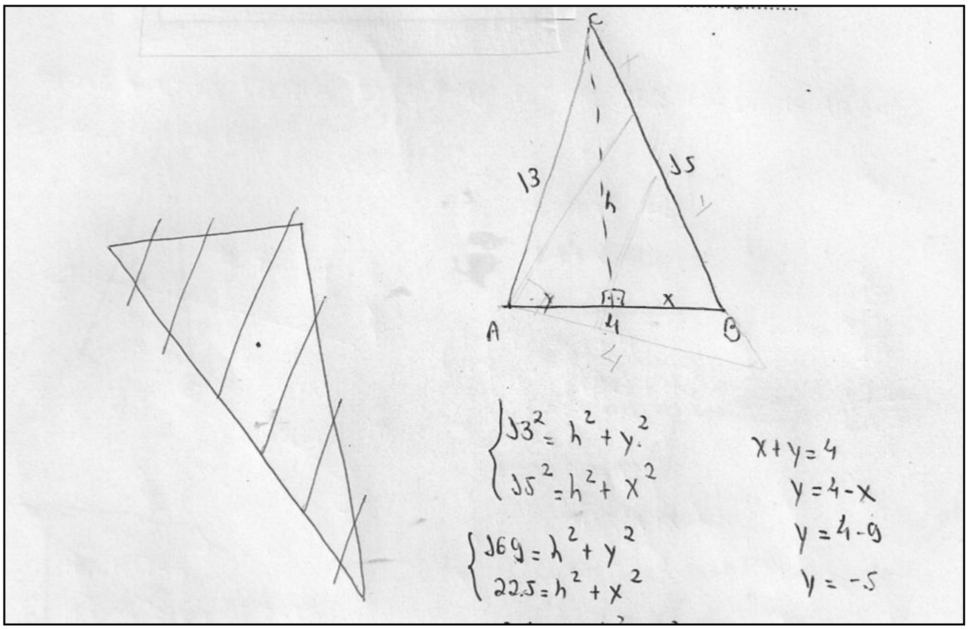


figura 1

Os alunos de outro grupo encontram um segmento igual a 9 (figura 2) e um deles pergunta:

Como pode um pedaço de um segmento que vale 4 ser igual a 9?

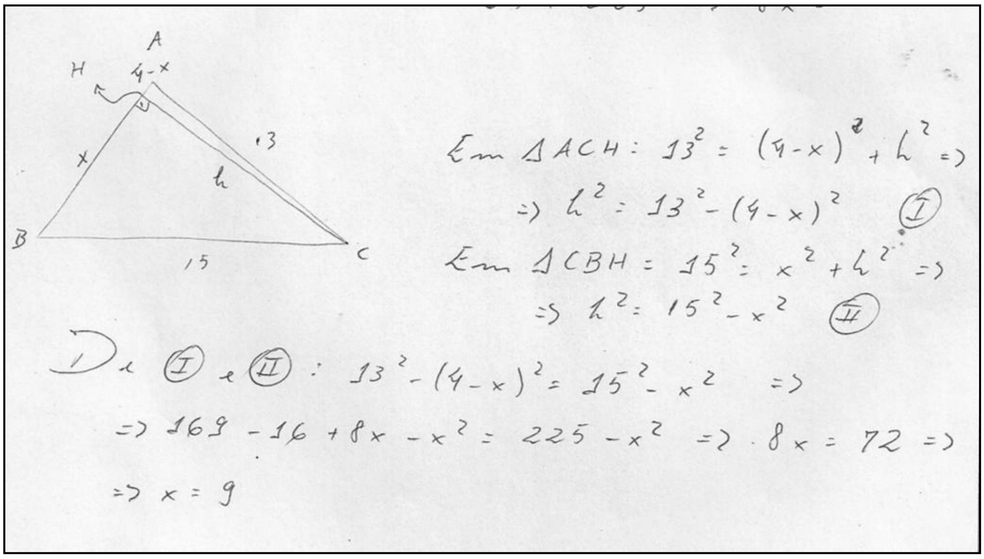


figura 2

Os alunos de um terceiro grupo resolvem o problema por comparação de expressões de área do triângulo (figura 3). Os alunos dos outros grupos lembram-se das relações de área e também conseguem resolver o problema.

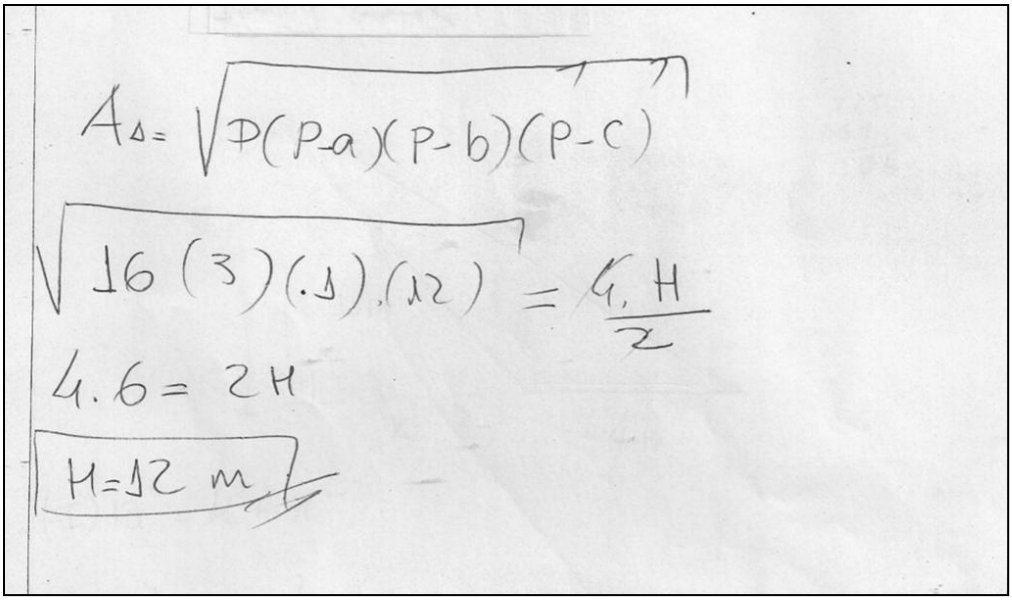


figura 3

Observando que o problema de fato admite uma solução, os alunos retomam os encaminhamentos anteriores. Um deles afirma:

- É o desenho, o erro está no desenho!

Trata-se de um triângulo obtusângulo e a altura a ser calculada é tomada externamente ao triângulo. A partir desta observação o problema é resolvido com o desenvolvimento da estratégia inicial aplicada a um triângulo obtusângulo. (figura 4)

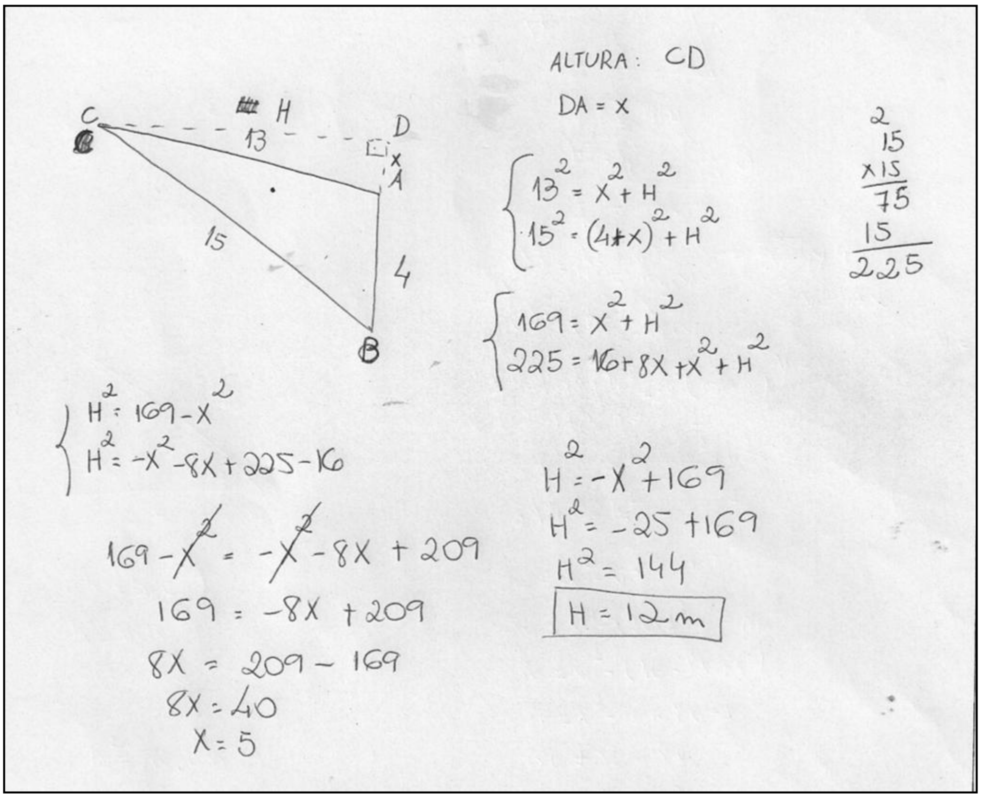


figura 4

Com este estudo podemos observar as repercussões das representações, e de eventuais particularizacões destas representações, na produção de significados para a geometria.

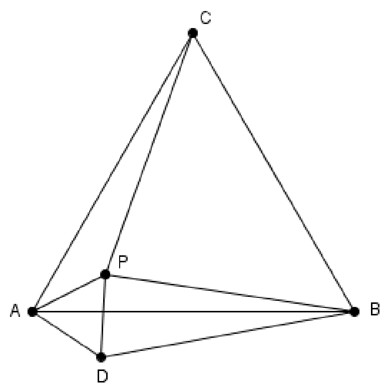
Fragmento 3:

Um dos exercícios da lista elaborada pelos alunos havia sido proposto, sem o encaminhamento da solução, nem mesmo a resposta era conhecida, com o seguinte enunciado:

Calcule os lados de um triângulo equilátero ABC, sabendo que um ponto P interior dista 3 cm de A, 4 cm de B e 5 cm de C.

A princípio os alunos não conseguiram desenvolver nenhuma estratégia visando a sua resolução. Procuramos com os alunos, em sala, obter algum plano de resolução. A solução que encontramos, a partir de comparação de áreas, ficou dependente de uma trabalhosa construção algébrica. Não resolvemos o sistema de equações obtido, na expectativa da obtenção de outro encaminhamento. Na aula seguinte um dos alunos propõe uma solução alternativa, partindo de uma construção geométrica relativamente simples, obtém uma solução tipicamente geométrica para o problema. Ele vai ao quadro e apresenta o seu encaminhamento. (figura 5)

$\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \mathrm{AC} = \mathrm{l},\ \mathrm{PA} = 3,\ \mathrm{PB} = 4,\ \mathrm{PC} = 5$



I. tomar o ponto D externo, tal que: $\mathrm{AD} = 3$ e $\mathrm{BD} = 5$,

por construção $\Delta\mathrm{PAC} = \Delta\mathrm{DAB}$ (três lados iguais),

então $\mathrm{P\hat{A}C} = \mathrm{D\hat{A}B}$

II. como $\mathrm{P\hat{A}C} + \mathrm{P\hat{A}B} = 60°$,

então $\mathrm{D\hat{A}B} + \mathrm{P\hat{A}B} = 60° = \mathrm{P\hat{A}D}$

e o $\Delta\mathrm{PAD}$ é eqüilátero (2 lados iguais formando 60^{o}),

então $\mathrm{PD} = 3$

III. e como $\mathrm{PB} = 4$ e $\mathrm{BD} = 5$, o $\Delta\mathrm{PBD}$ é retângulo,

então $\mathrm{B\hat{P}D} = 90°$

IV. $\mathrm{A\hat{P}D} + \mathrm{B\hat{P}D} = 60° + 90° = 150° = \mathrm{A\hat{P}B}$,

Do $\Delta\mathrm{APB}$

$$\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AP}^2 + \mathrm{BP}^2 - 2\mathrm{AP.BP.cos}\mathrm{A\hat{P}B}$$

$$\mathrm{l}^2 = 3^2 + 4^2 - 2.3.4.\cos 150°$$

$$\mathrm{l}^2 = 9 + 16 + 12\sqrt{3},$$

portanto $\mathrm{l} = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$ cm

figura 5

Entendemos que este foi um momento de extrema riqueza e que sugere o acerto do encaminhamento metodológico dado a disciplina, colocando professor e aluno como partes ativas do processo de ensino e de aprendizagem, num fazer coletivo, em que todos ensinam e todos aprendem. Neste sentido, cai por terra a concepção do professor como detentor do conhecimento.

Fragmento 4:

No segundo encontro do curso de Geometria Espacial, na segunda saída a campo, aplicamos uma Avaliação Diagnóstica que teve como objetivo observar o desenvolvimento dos alunos nas resoluções de problemas de geometria espacial e, em particular, as suas produções de significados gráficos a partir das situações geométricas relacionadas.

Um dos problemas propostos na avaliação é dado a seguir:

Calcule o raio do hemisfério inscrito num cone equilátero, de 6 m de raio, sabendo que o centro do hemisfério coincide com o centro da base do cone.

Ao longo do processo de resolução deste problema, os alunos produziram diferentes significados para a representação da inscrição do hemisfério. Tricolor (figura 6) inscreveu uma esfera, Galois (figura 7) tomou um hemisfério, externo ao cone, sendo que a representação predominante, entre elas a de Carlos (figura 8), mostrava um segmento esférico inscrito, com a base coincidindo com a base do cone.

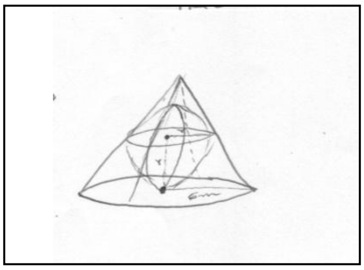


figura 6

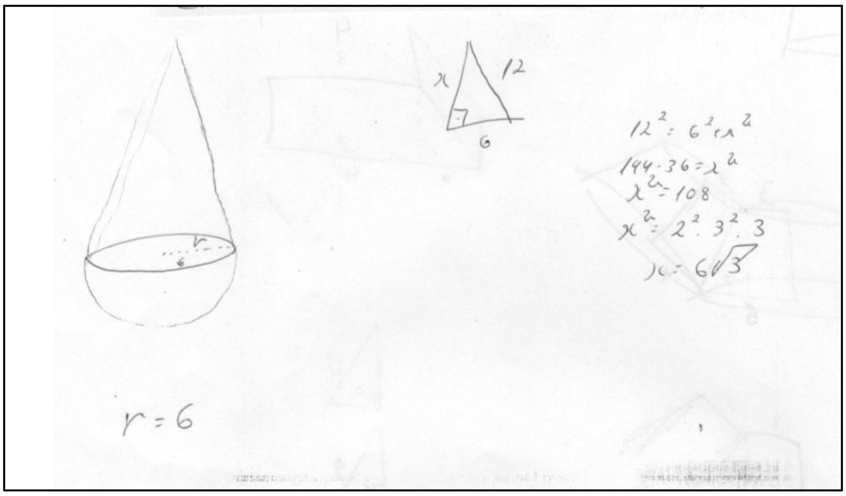


figura 7

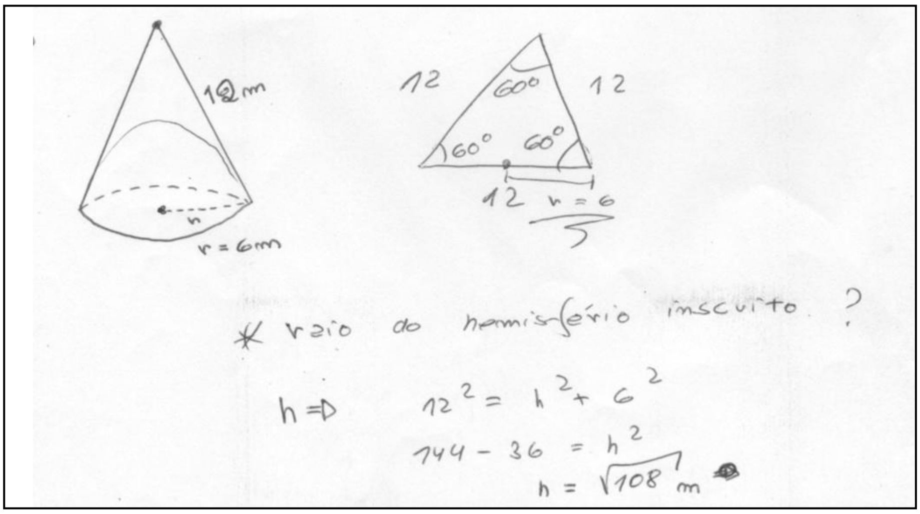


figura 8

Alguns alunos manifestaram suas dificuldades de visualização dos problemas, entendido por nós como o de transformar resíduo gráficos de enunciação em texto, e pediram que os problemas voltassem a ser trabalhados em sala.

A leitura que faço do esboço de Renata (figura 9) indica a sua dificuldade de visualização. Ao lado da figura pode-se ler:

> Em primeiro momento, me pareceu que, como o cone é equilátero, o hemisfério está inscrito e os centros de ambos coincidem, o raio do hemisfério devesse ser o mesmo raio do cone, ou seja, 6 m. No entanto não consigo visualizar se, dessa maneira, o hemisfério deixaria de ser inscrito.

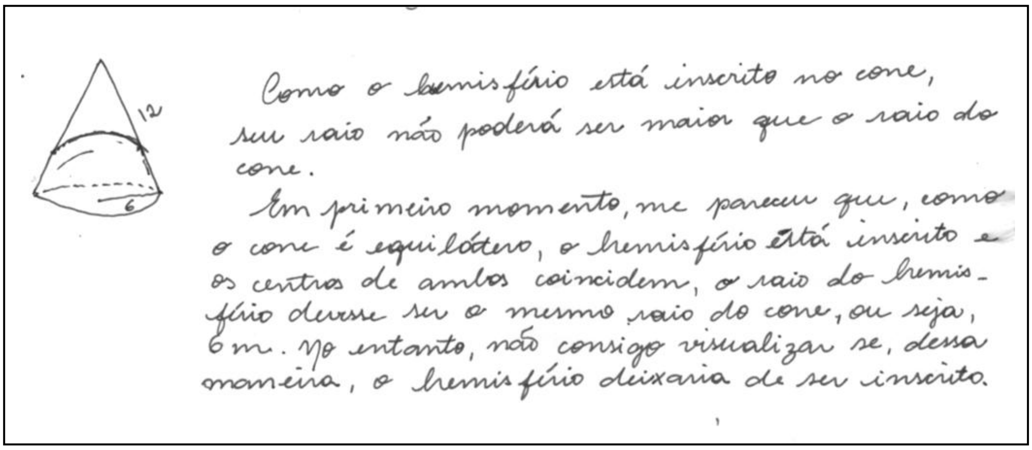


figura 9

Na aula seguinte, iniciamos um estudo de representação gráfica com a turma. Retomamos a questão, apesar do planejamento inicial do curso, não prever a continuidade da discussão deste problema proposto, pois o mesmo não havia sido selecionado para este fim – observar as dificuldades de visualização dos alunos.

Porém, tomamos a decisão de seguir o caminho das dificuldades dos alunos, orientados pelo nosso foco na aprendizagem em detrimento do cumprimento do planejamento inicial. Este foi o primeiro momento, na disciplina Geometria Espacial, que iniciamos um novo olhar para a condução das aulas.

Assim, motivado pela solicitação dos alunos e, também, pelo nosso interesse na obtenção de novos elementos que pudessem contribuir com a leitura dos significados produzidos por eles, propusemos o seguinte problema:

Representar a perspectiva, a vista frontal e a vista superior de um hemisfério inscrito num cone equilátero, sendo que o centro do hemisfério coincide com o centro da base do cone.

A procura pela resolução do problema foi individual, porém, os alunos conversavam e discutiam abertamente suas posições. As representações convergiam para uma mesma situação, que mostrava a inscrição do segmento esférico.

Carlos mantém a representação apresentada anteriormente (figura 10):

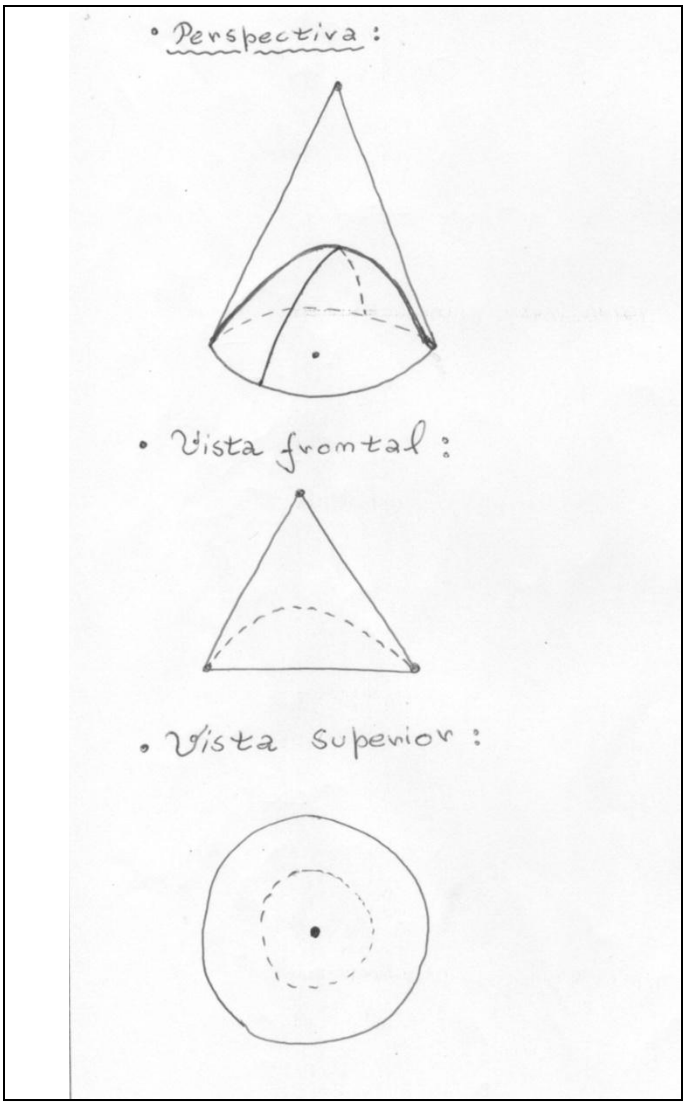


figura 10

Eduardo que não havia apresentado nenhuma representação na avaliação, desta vez mostra o desenho em perspectiva. (figura 11),

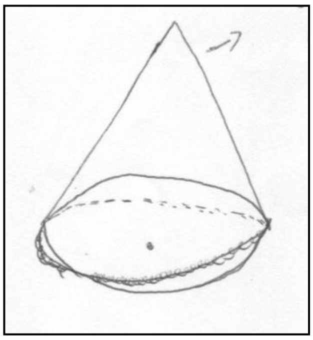


figura 11

Galois muda sua representação (figura 12) em relação ao desenho anterior:

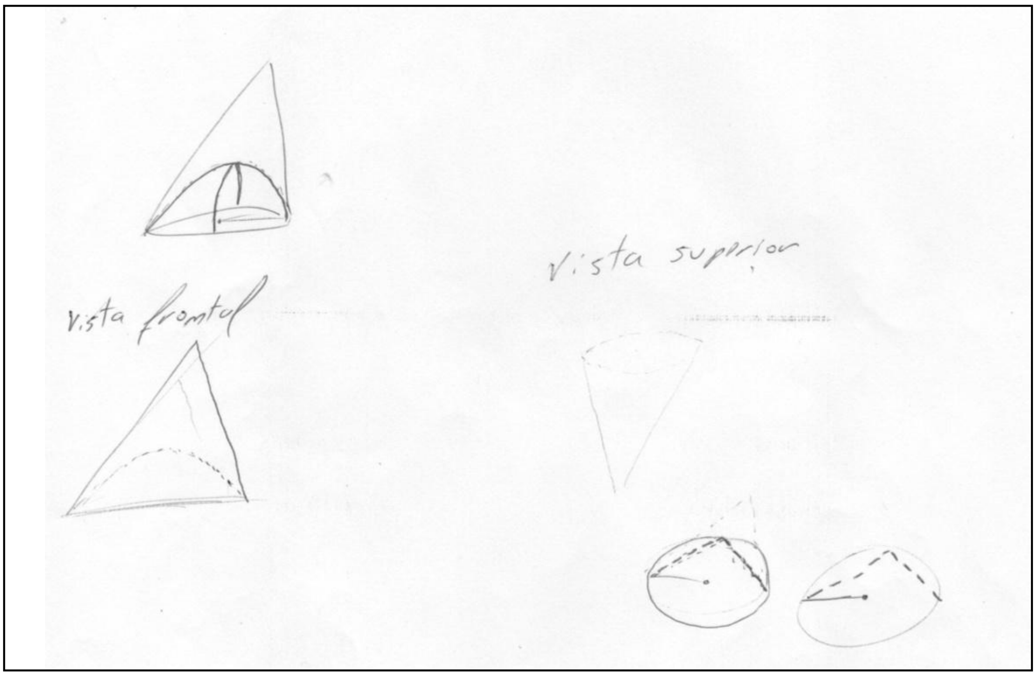


figura 12

Tricolor foi o único que produziu um significado diferente, observando que na sua construção anterior desenhou uma esfera, buscando, desta vez, representar o hemisfério. Porém, sua representação se aproxima das representações dos demais alunos. Ele mostra também um segmento esférico, mas com a base paralela à base do cone. (figura 13)

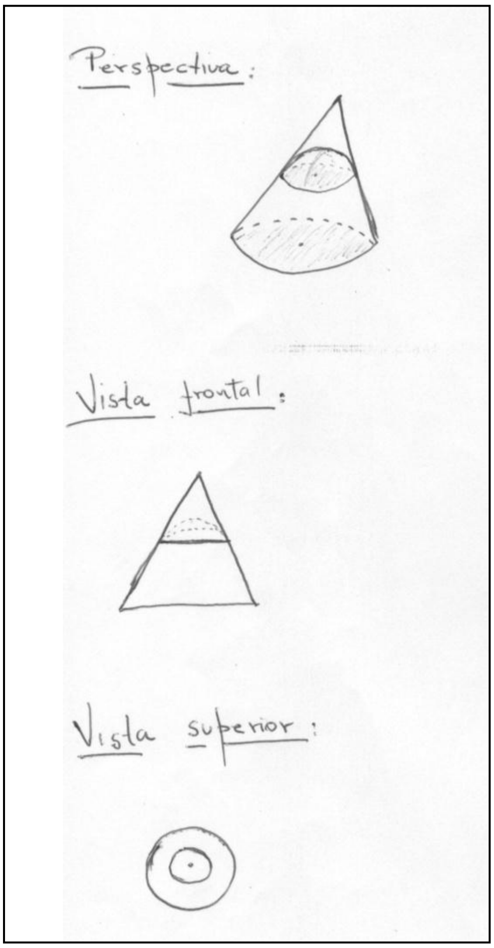


figura 13

Neste momento, observamos duas representações diferentes. Repassamos para os alunos estes encaminhamentos, vamos ao quadro e desenhamos a perspectiva e a vista frontal das duas representações propostas pelos alunos. Tricolor observa e afirma que concorda com a representação dos outros alunos e passamos a ter então uma única solução proposta (figura 14).

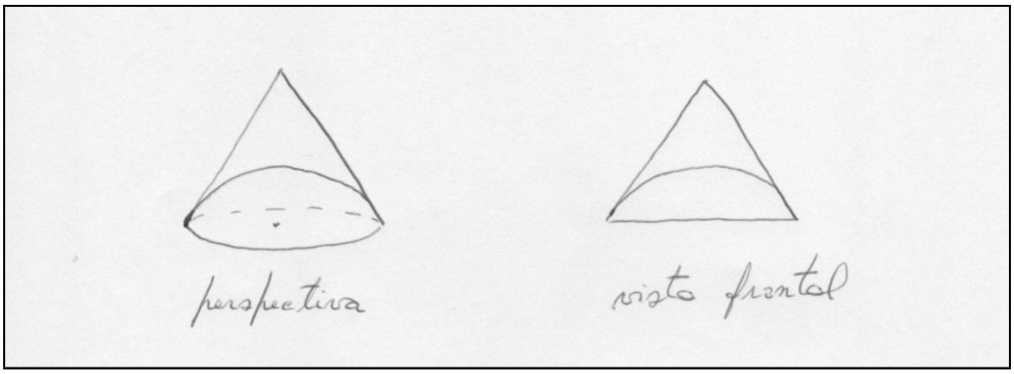


figura 14

Para os alunos o problema estava resolvido. Porém, a maneira como estavam operando, os deixavam frente a um limite epistemológico. Nesse momento, ao que parece, não viam outro caminho, como se não tivessem outros meios para justificar outra solução possível.

Querendo interagir com eles, saber como estão operando e a partir de que núcleos, pedimos a eles, então, que justificassem a solução posta, que esclarecessem quais conhecimentos geométricos foram utilizados. Após um tempo de silêncio, nosso e dos alunos, retornamos ao quadro e desenhamos um círculo e duas semi-retas tangentes (figura 15). A seguir pedimos aos alunos que falassem o que sabiam a respeito desta situação geométrica.

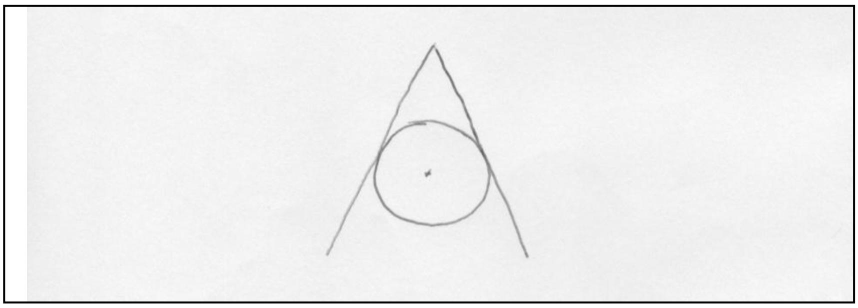


figura 15

As falas, de vários alunos, indicavam o reconhecimento de duas propriedades, a perpendicularidade entre as tangentes e os raios e a igualdade entre os segmentos de tangente.

Os alunos pensaram um tempo, novamente em silêncio, até que Joãozinho sugeriu a união entre os pontos de tangência, retorno ao quadro e complemento o desenho (figura 16).

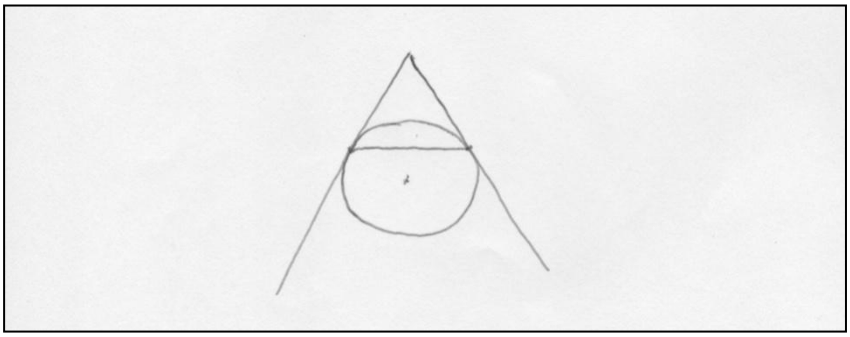


figura 16

A seguir Joãozinho afirma

> - Não é possível inscrever um hemisfério no cone.

De fato, considerando o significado produzido pelos próprios alunos nas representações, quem pode ser inscrito é o segmento esférico.

Sofía, fazendo referência ao ponto de tangência entre as geratrizes do cone e a superfície do hemisfério, na vista frontal (figura 14), contrapõe:

> - Não é possível o encontro das linhas. Elas (leio: as figuras, o cone e o hemisfério) não podem ter a mesma base.

A partir desta afirmação de Sofía os alunos retomam o trabalho e parecem entender que a base do hemisfério, ainda que no mesmo plano, é menor que a base do cone.

As novas representações que eles apresentam, especialmente os desenhos em perspectiva, sugerem que eles passam a produzir outro significado para a situação geométrica representada, agora na direção desejada. As figuras 17, 18, 19 e 20, indicam isso:

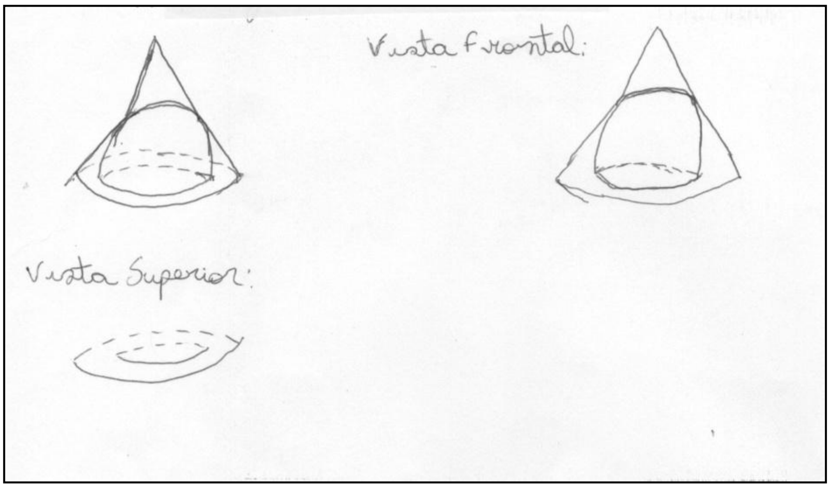


figura 17 (Eduardo)

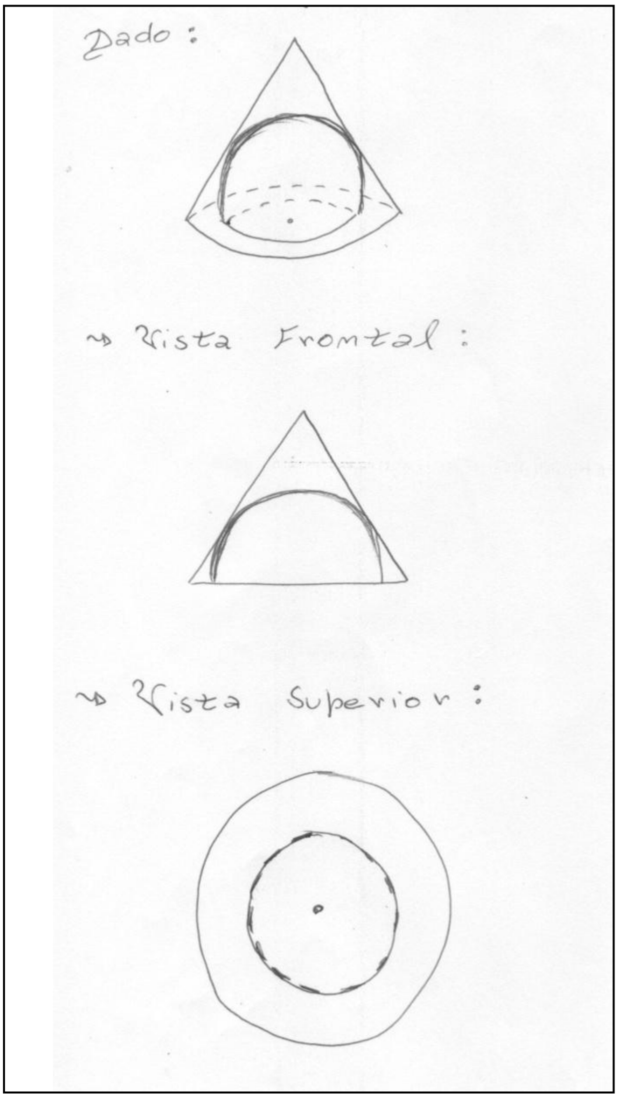


figura 18 (Carlos)

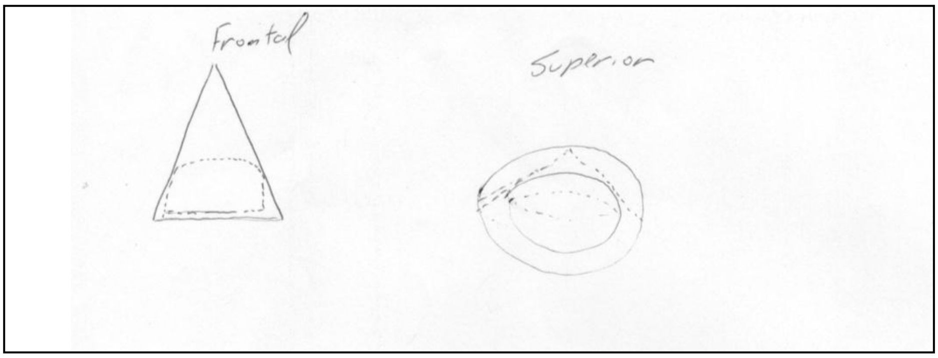


figura 19 (Galois)

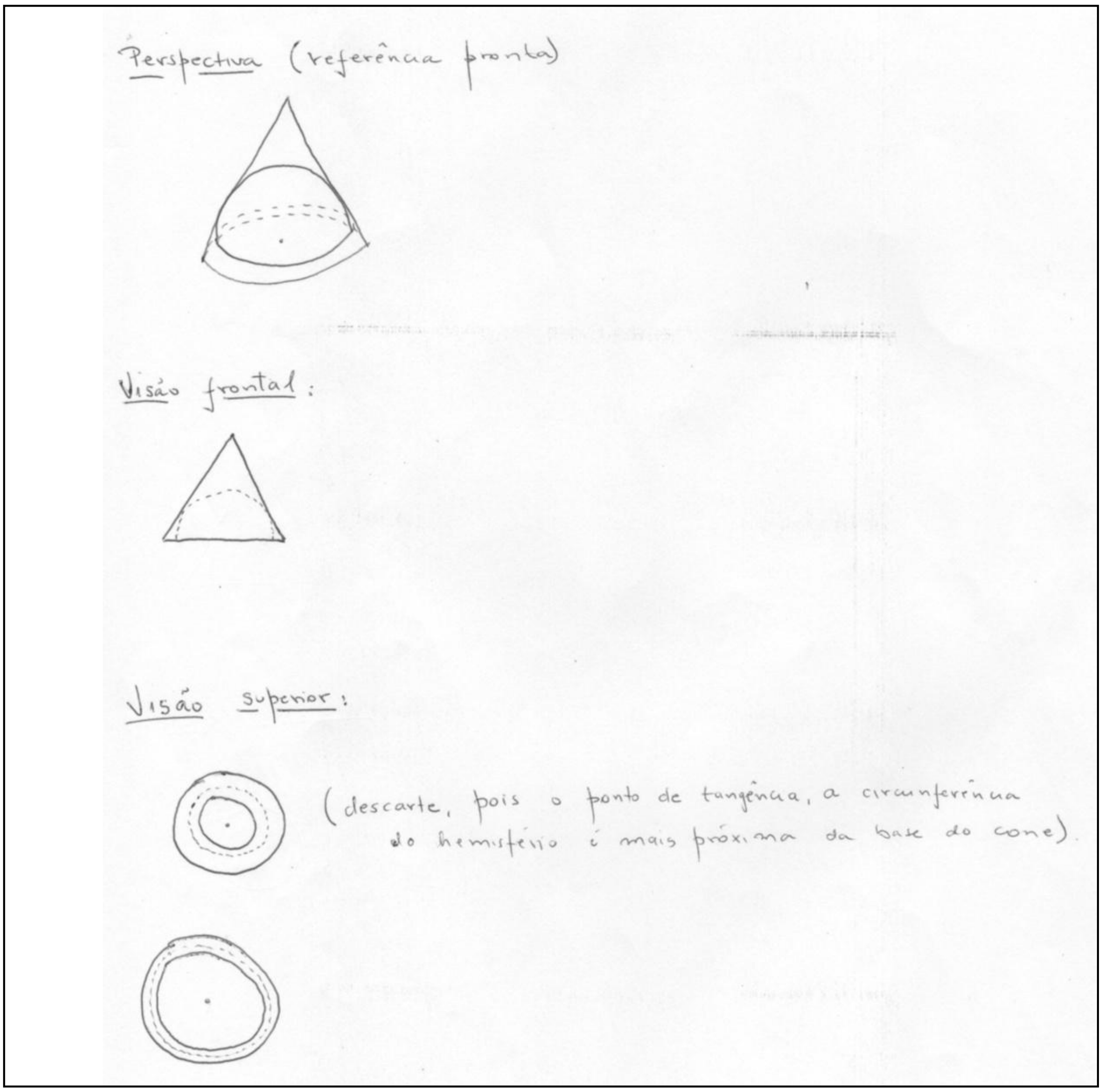


figura 20 (Tricolor)

Com os procedimentos metodológicos adotados, a nossa interferência (figura 15), aqui tomada como resíduo de enunciação, leva os alunos a buscarem produzir significados e a falarem sobre eles.

Nesta dinâmica de sala de aula, sob nossa perspectiva, não é o professor quem resolve o problema, são os alunos que a partir de suas crenças-afirmações e de suas justificações, vão produzindo conhecimento e encaminhando a resolução.

Penso que nossa postura de dar voz ao aluno e de tirar o foco exclusivo do conteúdo, para observar as produções de significados dos alunos e interagir com eles vai permitindo que os alunos operem a partir do que sabem, reduzindo o assincronismo no processo de ensino e de aprendizagem.

Outra característica, diz respeito ao planejamento do curso, aberto, desenvolvido no decorrer do curso, no processo, considerando a produção de significados e as diversas formas de manifestação dos alunos

É importante esclarecer que foi o primeiro contato dos alunos com as projeções ortogonais e que mesmo com algumas divergências e dificuldades nas enunciações, foi a partir de observações relativas à vista frontal, que novos significados foram produzidos.

Fragmento 5:

Com o andamento do curso, os grupos, que tinham a composição livre, definida pelos próprios alunos a cada aula, passam a ter certa regularidade nas composições e assim acontecia com Carlos, Eduardo, Galois e Tricolor, que compunham um grupo coeso e participativo. Neste encontro, na décima primeira aula, foi proposto o seguinte problema:

Calcule o raio da esfera inscrita num tetraedro regular, sabendo que suas arestas medem 6 m.

Os alunos levantam algumas questões de esclarecimento, buscavam uma melhor compreensão do problema e a identificação dos dados.

Carlos procurava reconhecer os ângulos sólidos do tetraedro e pergunta:

- O triedro é tri-retângulo?

Seu grupo inicia a busca da resolução problema aplicando a relação de distância do vértice do triedro a um plano secante, que havia sido tema de resolução de problema em aula anterior. Percebem que não podem usar este resultado, elaboram outra estratégia, e encontram a altura do tetraedro a partir de suas relações métricas (figura 21).

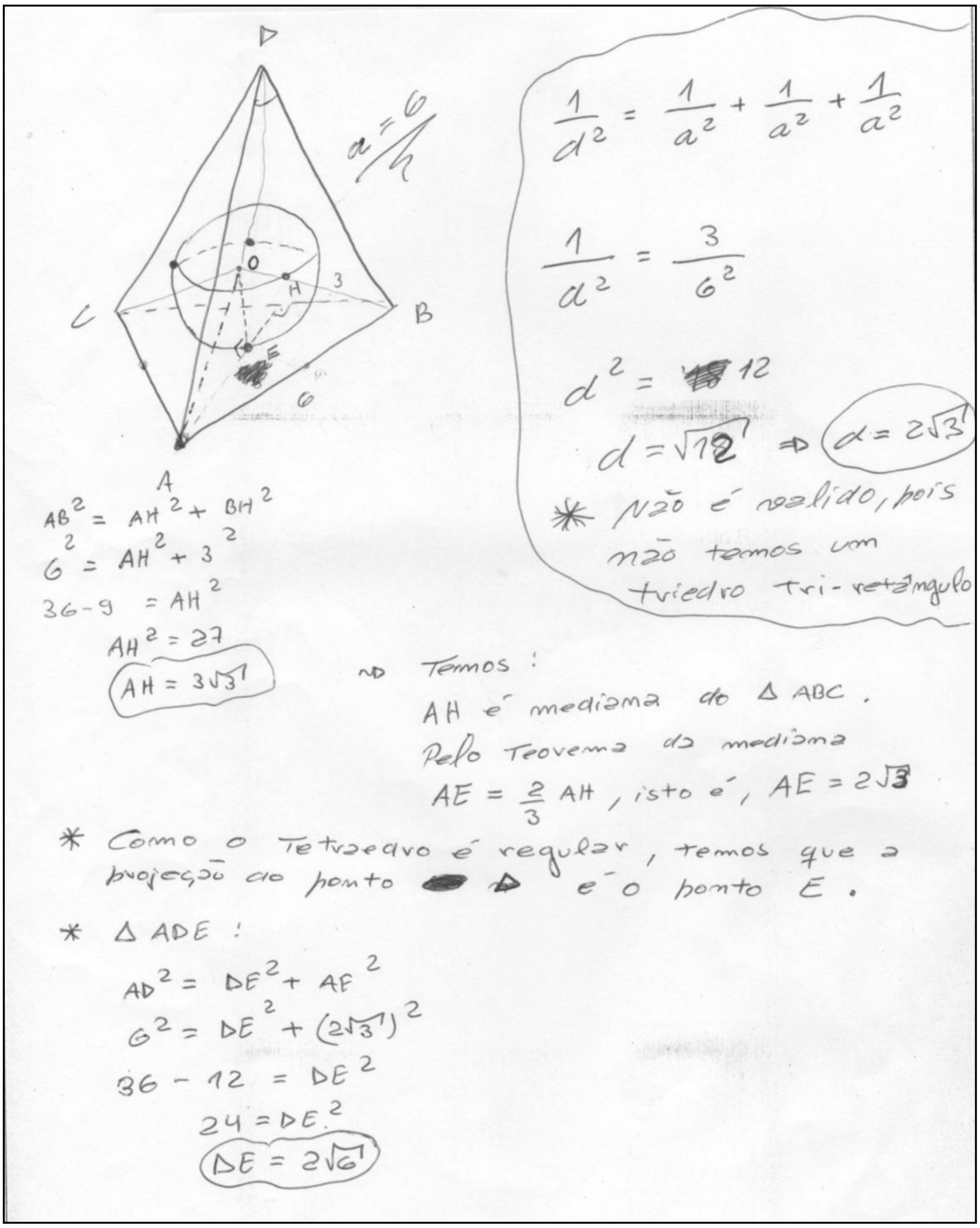


figura 21

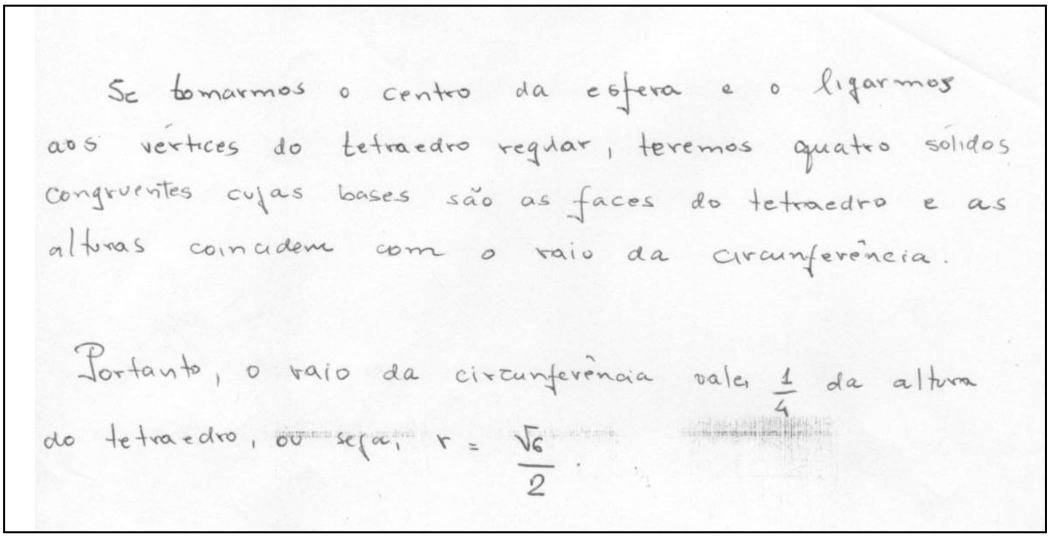
Carlos levanta outra questão, desta vez sobre o centro da esfera, ele diz:

- O centro está na razão um terço, dois terços?

Os membros do seu grupo pareciam operar fazendo uma analogia com o triângulo equilátero, onde as distâncias do centro ao lado e do centro ao vértice estão nesta proporção, com relação à altura. Os alunos dos outros grupos também pareciam operar com esta relação e todos passam a direcionar os seus trabalhos nesta questão. Ao que parece, esta era uma estipulação local de todos os alunos.

Os alunos, do grupo referido, retomam o trabalho. Eles dividem o tetraedro em quatro pirâmides iguais, encontrando a relação por comparação de volumes (figura 22) e apresentam a seguinte justificação:

> Se tomarmos o centro da esfera e o ligarmos aos vértices do tetraedro regular teremos quatro sólidos congruentes, cujas bases são as faces do tetraedro e as alturas coincidem com o raio da circunferência.
>
> Portanto, o raio da circunferência vale $1/4$ da altura do tetraedro, ou seja, $\mathrm{r} = \sqrt{6}/2$". (figura 22)



Se tomarmos o centro da esfera e o ligarmos aos vértices do tetraedro regular, teremos quatro sólidos congruentes cujas bases são as faces do tetraedro e as alturas coincidem com o raio da circunferência.

Portanto, o raio da circunferência vale $\frac{1}{4}$ da altura do tetraedro, ou seja, $r = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

figura 22

Os resultados obtidos, com os estudos desenvolvidos nesta aula, voltam a ser usados pelos alunos, na vigésima quarta aula, a partir da resolução do seguinte problema:

Quatro esferas de raio igual a 8 cm são tangentes 3 a 3. Calcule o raio da esfera que tangencia estas quatro esferas.

O grupo constituído por Cristovão, Fábio, Gama e Nicole começa o trabalho amassando quatro folhas de papel na forma esférica, buscando um modelo para a situação proposta.

Joãozinho observa que o problema admite duas soluções e pergunta:

- Qual delas, a maior ou a menor?

O grupo formado por Carlos, Eduardo, Galois e Tricolor tenta, inicialmente, um desenho da situação proposta, não é um desenho simples e os alunos têm dificuldades (figura 23). Apresentam, por escrito, a justificação para a solução encaminhada:

> Por imaginação:
> Os centros de cada uma das quatro esferas de raio 8 geram um tetraedro regular. O centro da esfera inscrita nesse tetraedro coincidirá com o centro da esfera que circunscreve as quatro esferas.

Eles calculam a altura deste tetraedro e Galois, lembrando da solução mostrada no outro problema, pergunta:

- Precisa mostrar de novo que a razão é um quarto, três quartos?

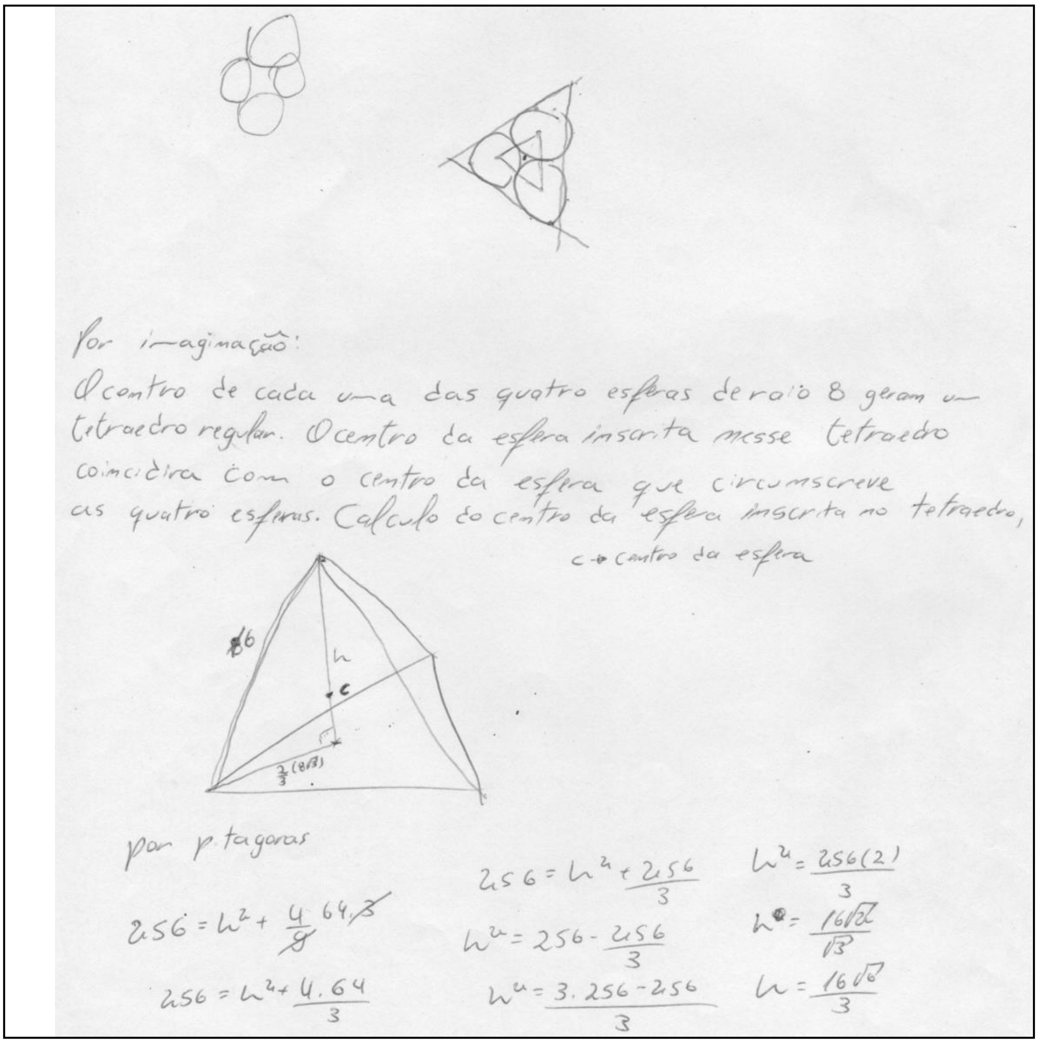
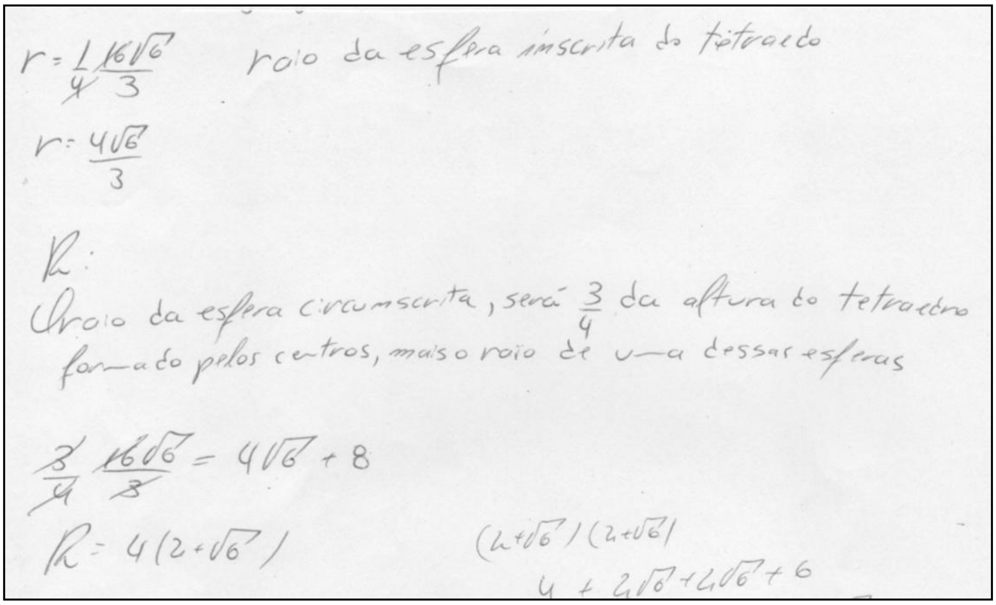


figura 23

Eles encontram o raio da esfera que tangencia internamente as quatro esferas, e atentos à questão levantada por Joãozinho, também apresentam a outra solução, a da esfera que tangencia externamente as esferas dadas (figura 24).



$r = \frac{1}{4} \cdot \frac{16\sqrt{6}}{3}$ raio da esfera inscrita do tetraedro

$r = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

R:

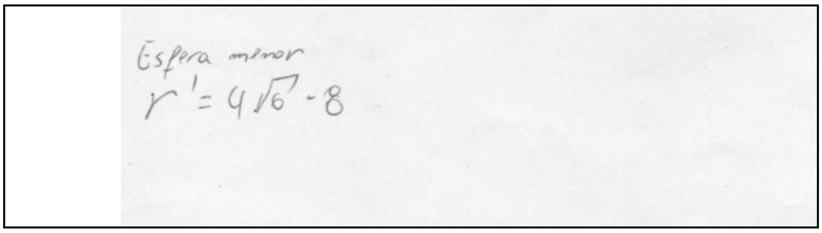
O raio da esfera circunscrita, será $\frac{3}{4}$ da altura do tetraedro formado pelos centros, mais o raio de uma dessas esferas

$\frac{3}{4} \cdot \frac{16\sqrt{6}}{3} = 4\sqrt{6} + 8$

$R = 4(2+\sqrt{6})$

$(2+\sqrt{6})(2+\sqrt{6})$

$4 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + 6$



Esfera menor

$r' = 4\sqrt{6} - 8$

figura 24

Os membros do grupo formado por Gama, Fábio e Joãozinho, manifestam interesse em usar o resultado obtido pelo outro grupo. Gama toma a palavra e questiona os membros do grupo:

- Então prova!

É importante observar que durante a execução das tarefas havia total liberdade para que os alunos de grupos distintos conversassem.

Gama se aproxima do grupo citado anteriormente e a idéia da divisão do tetraedro em partes iguais é explicada. Gama, Fábio e Joãozinho, sugerem compreender o raciocínio apresentado, confirmam a relação e, se apropriando daquela crença-afirmação, também resolvem o problema, apresentando, porém apenas uma das soluções (figura 25).

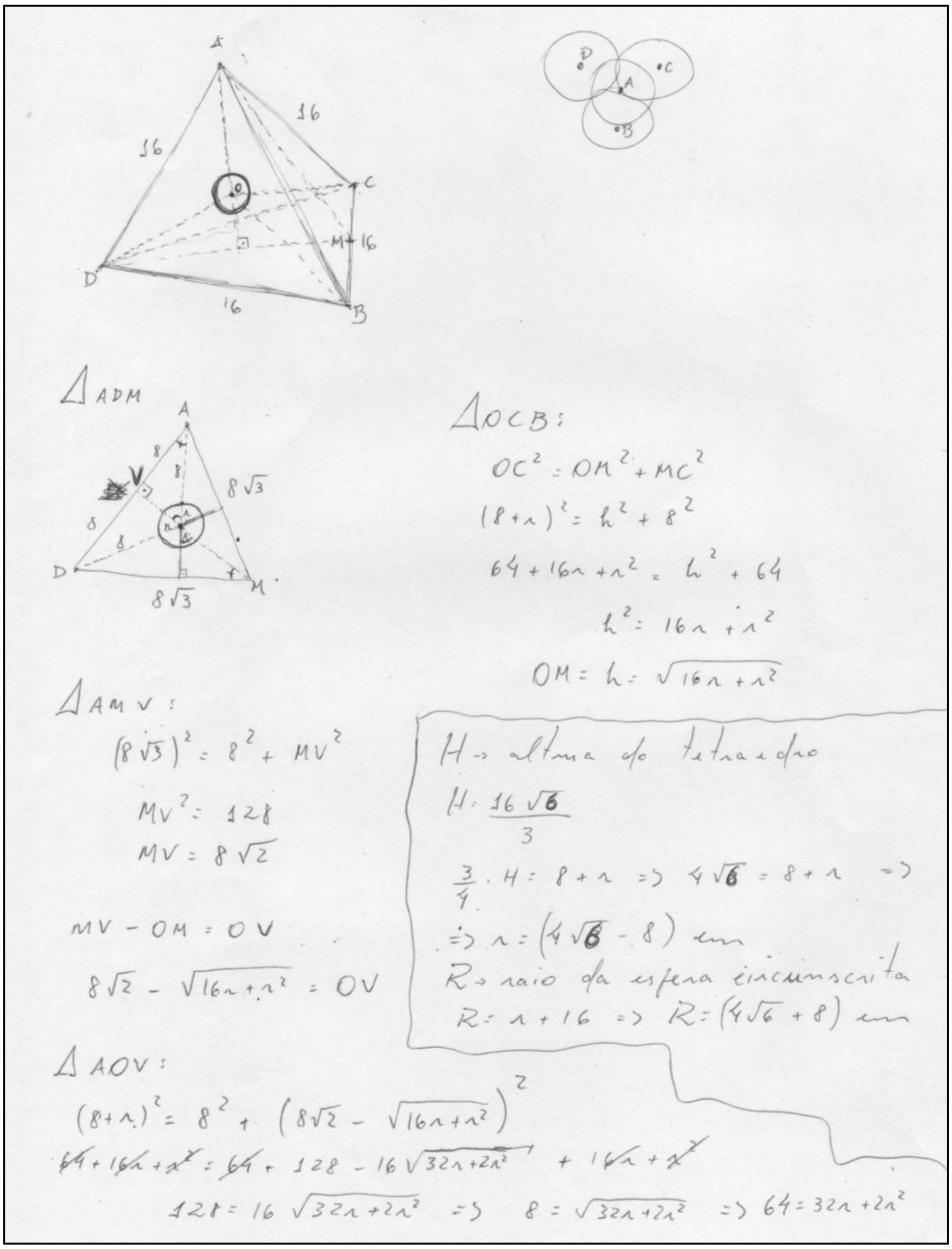


figura 25

Fazendo uma análise parcial de nossas observações em sala de aula, acreditamos que a metodologia proposta possibilita uma quebra na linearidade que o conteúdo matemático é tratado. Os temas aparecem e são rediscutidos se necessário, tomando como referência a predisposição de ouvir os alunos.

Observamos que na metodologia baseada em aulas expositivo-explicativas do ensino tradicional, as demonstrações são feitas a partir da produção de significados do professor, o conhecimento dos alunos não é considerado. Desta forma acentuando o fenômeno do assincronismo. Permitir que o aluno crie e encaminhe suas justificações, o transforma em agente de sua aprendizagem. Desta forma o aluno passa a interferir na sua aprendizagem e se transforma também em agente da aprendizagem de outros alunos.

Fragmento 6:

Na nossa prática lecionando Geometria, em cursos de formação continuada e pré-serviço, observamos uma tendência, por parte dos alunos, em particularizar as figuras produzidas para representar a situação geométrica dos problemas e em estabelecer critérios de regularidade nestas representações.

Observamos também que, nestes casos, a representação que o aluno faz é incorporada ao enunciado e repercute na produção de significados sobre as situações geométricas tratadas.

No fragmento 2, vimos em nossa primeira saída a campo esta situação. Com o objetivo de verificar se esta situação ocorreria novamente, agora com a Geometria Espacial, na décima oitava aula, apresentamos à turma o seguinte problema:

Calcule a altura de uma pirâmide reta V-ABC, dado as medidas das arestas básicas AB = 8 cm, BC = AC = 5 cm e das arestas laterais VA = VB = 5 cm.

Os alunos não se lembravam da definição da pirâmide reta, mas tinham a compreensão de que esta denominação dizia respeito a alguma particularidade da figura. No processo de especulação, levantam três possibilidades, relacionadas com a posição da projeção do vértice sobre a base, poderia ser no incentro, no circuncentro ou no baricentro, como pode ser visto nos encaminhamentos do grupo formado por Cássia, Fábio, João e Sofia (figura 26).

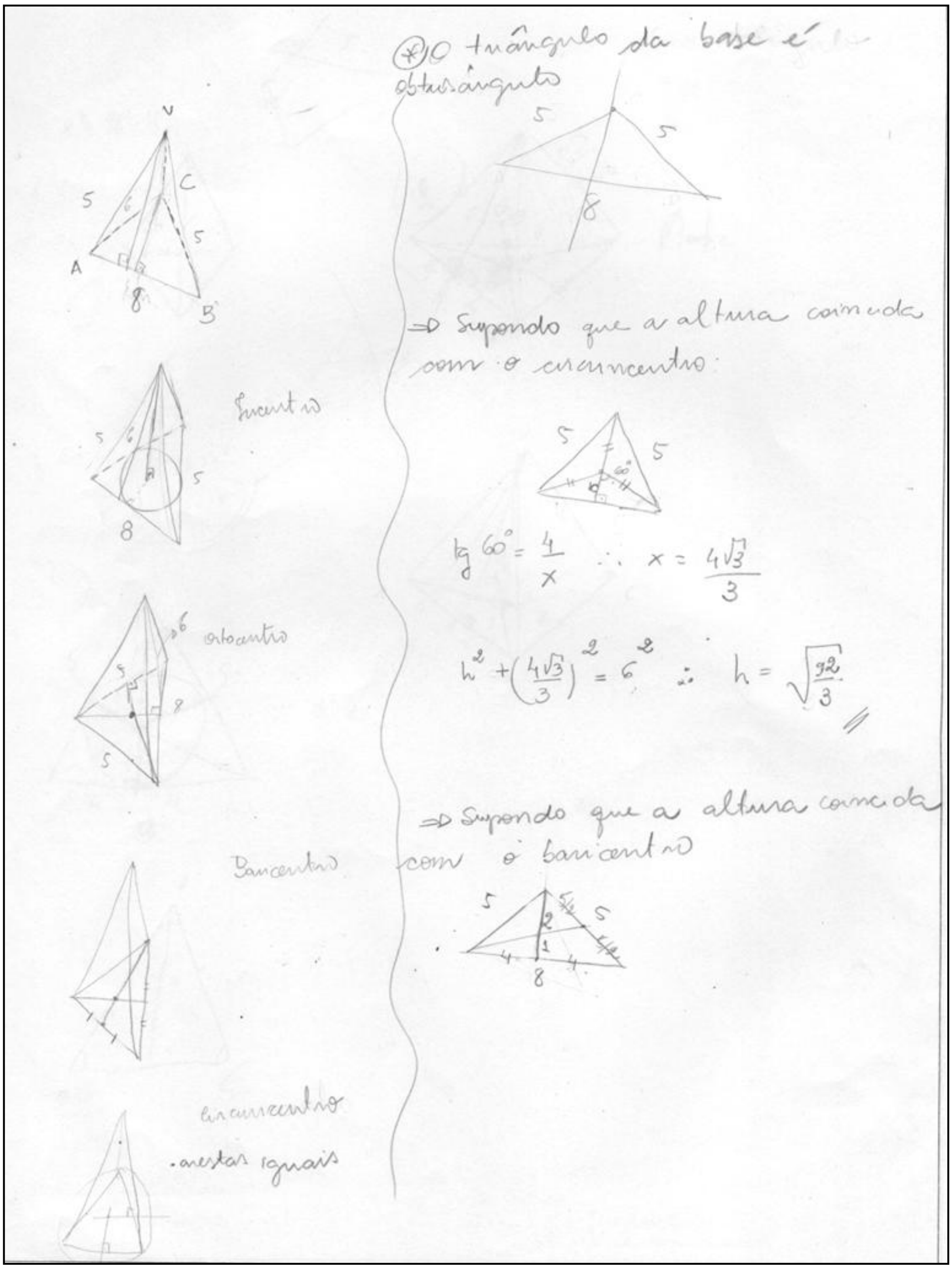


figura 26

Nicole afirma:

- Se for o circuncentro eu sei calcular.

Ela, Cristovão e Gama encaminham o problema neste sentido, até que Cássia afirma:

- O triângulo da base é obtusângulo.

A seguir, observam que desta forma a pirâmide fica inclinada (figura 27), pois a projeção do vértice fica externa a base.

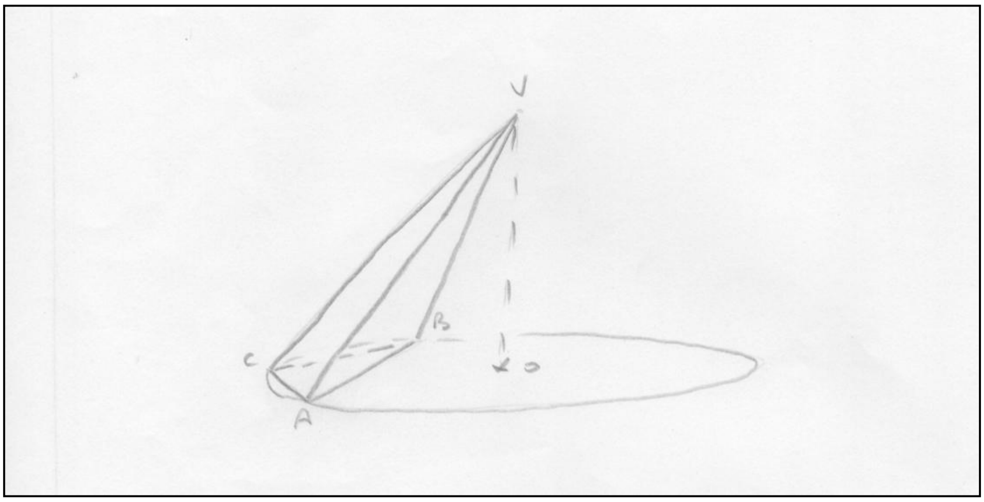


figura 27

Cássia afirma:

- Ela não está equilibrada, este é o problema.

Cristovão, em acordo com Cássia reforça esta afirmativa:

- Se não estiver equilibrada foge a realidade.

Em geral os alunos trabalhavam em harmonia durante as aulas, tanto entre os alunos de um mesmo grupo como nas relações entre os grupos. Neste dia houve muita polêmica, muita discussão, diferentes significados foram produzidos e eles apresentavam justificações consideradas, por eles, como plausíveis. Poderia ser o incentro, e neste caso as faces laterais formariam ângulos iguais com a base; ou o circuncentro e desta forma as arestas laterais seriam iguais; ou poderia ser o baricentro e assim a pirâmide “está equilibrada”. Os alunos se vêem diante de diferentes possibilidades, geradoras de diferentes significados, com diferentes justificações, o que causou um visível desconforto.

O grupo de Cristovão, Gama e Nicole já tinha resolvido o problema considerando o circuncentro como referência. Com o reconhecimento da base como triângulo acutângulo eles refazem o desenho (figura 28) e continuam a trabalhar com o circuncentro, mas sem muita convicção. Cristovão manifesta a sua discordância:

- Eu acho que foi uma péssima escolha.

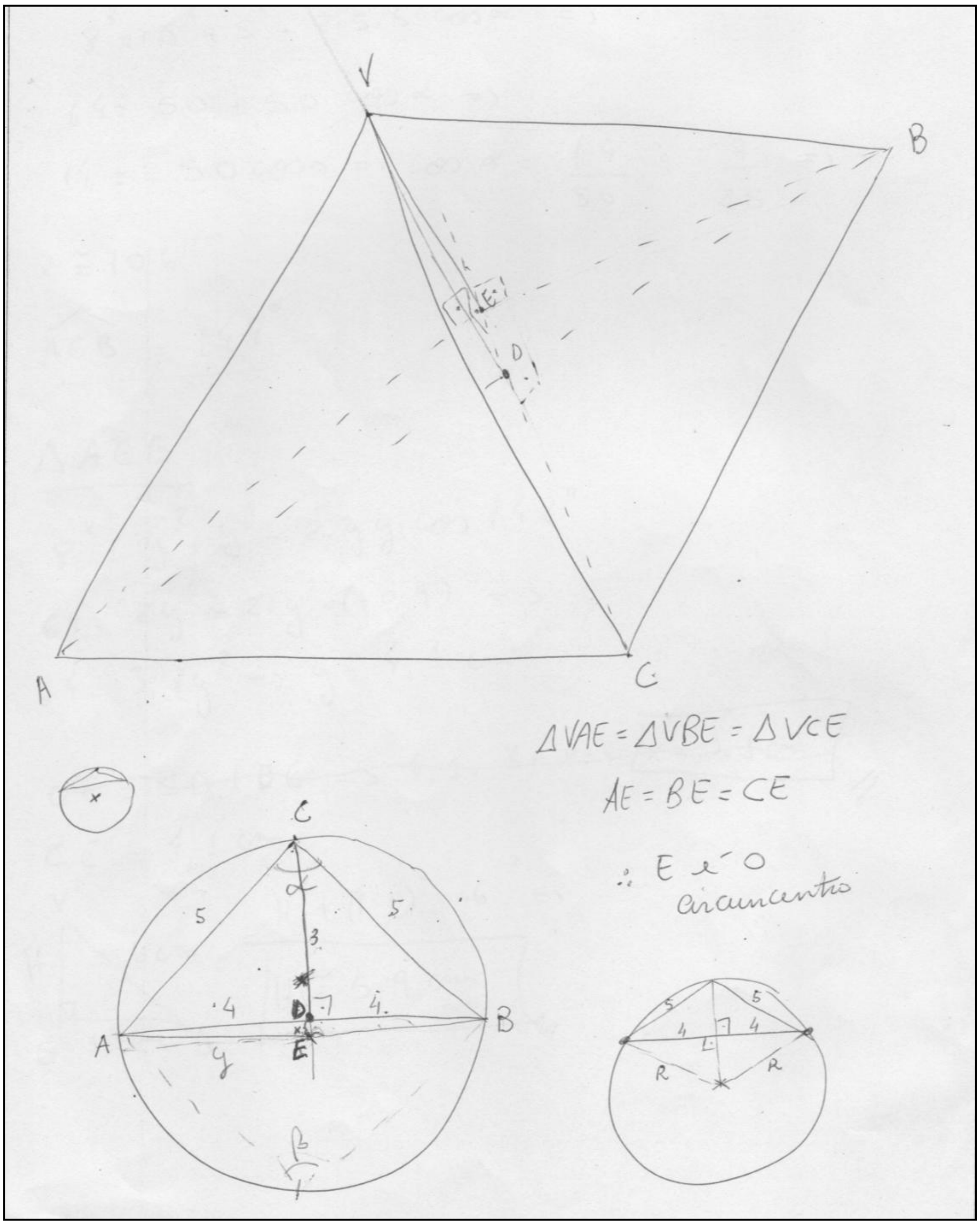


figura 28

O grupo de Carlos, Eduardo, Galois e Tricolor opta pelo baricentro, registrando a seguinte justificativa (figura 29):

> Pelo fato de que o baricentro é o ponto de gravidade do triângulo da base, achamos que o pé da altura coincide com ele.

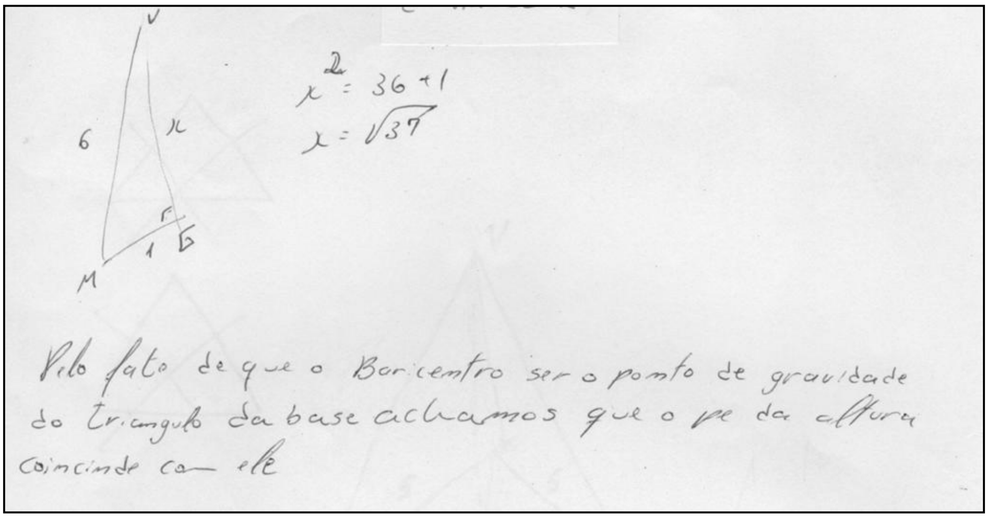


figura 28

Os alunos ao procurarem definir a pirâmide reta produzem diferentes significados, tanto significados matemáticos, como a existência de arestas iguais, ou de ângulos iguais; quanto significados não-matemáticos, associados ao mundo físico, a partir da sensação física de equilíbrio. Lins fala da importância da compreensão da existência da diferença de significados produzidos pela matemática da rua e pela matemática do matemático, fala também da importância da compreensão de que mesmo dentro da matemática dos matemáticos produzimos significados diferentes para o que parece ser a mesma coisa[7]. Em suas palavras:

> [...] quando se encontram com textos do matemático – livros didáticos, por exemplo – as pessoas de fato produzem significados que não são os do matemático, mas que as tornam capazes de falar a partir daquele texto [...] (LINS, 1994, p.37)

Os alunos conseguem validar suas justificações mesmo sem conseguir desconsiderar as justificações dos outros alunos, com isto percebemos o sentido da afirmação de Goodman que, falando sobre a verdade e sua relação com as versões, diz que não temos quaisquer verdades auto-evidentes, axiomas absolutos, garantias ilimitadas, para distinguir qual é a versão correta entre as versões coerentes[8].

Os alunos observam que os diferentes significados produzidos podem gerar diferentes conhecimentos para a mesma enunciação. O modelo começa a ser útil, revela sua melhor vocação, quando oferece elementos que permitam interações

[7] Lins (2005)
[8] Bruner (1997)

produtivas, que possam levar ao compartilhamento, tanto de diferenças, como de modos de produção de significados[9].

Desta forma, este problema possibilitou uma produtiva discussão com os alunos, contribuindo para a compreensão da relação entre a concepção epistemológica considerada e a condução metodológica assumida.

5.2. Olhando Mais Globalmente

Nessa secção deixamos de olhar a sala de aula para buscarmos um afastamento maior e tecermos uma análise mais global.

Existem duas questões relevantes que não vimos nas pesquisas que mencionam a importância da representação gráfica no processo de aprendizagem de geometria, que são relativas a particularidade e a regularidade.

É possível observar que os estudantes tendem a particularizar as figuras geométricas representadas. Por exemplo, se o enunciado de um problema menciona um triângulo, há uma forte tendência de que o aluno desenhe um triângulo equilátero. Em alguns casos esta representação passa a ser incorporada ao problema vindo a ser tomada como dado, levando o aluno a considerar esta particularização na produção de significados para a situação geométrica estudada. Isto pode ser visto no primeiro fragmento, nos desenhos das figuras geométricas e no segundo fragmento, com o triângulo obtusângulo tomado em particular como acutângulo, na primeira saída a campo.

É possível também observar a existência de certa expectativa de regularidade, de equilíbrio, entre as formas geométricas, o que pode ser visto no fragmento 6, onde tomamos uma pirâmide reta, porém “inclinada”, na segunda saída a campo.

Em diversos momentos, na minha prática como professor de geometria, pude observar também estas situações. A escolha por problemas onde estes aspectos são evidenciados, gerando conflitos e certo desconforto com as soluções

[9] Lins (2008)

encaminhadas, possibilitou aos futuros professores a vivência com as diferenças em sala de aula, situação que ele poderá enfrentar em sua atuação como profissional.

Outra questão que também merece destaque diz respeito às representações em perspectiva. A utilização da perspectiva cônica, que aproxima o desenho com a realidade, pode levar a diferentes produções de significado. Por exemplo, na representação de um prisma quadrangular reto, em perspectiva cônica, as arestas básicas são desenhadas com tamanhos diferentes, ou sem evidenciar paralelismos, o que retira o impacto visual destas propriedades, que neste caso podem não ser consideradas e deixar de ser incorporados como dados do problema. Nestas situações a perspectiva cilíndrica se torna mais impactante e mais apropriada para evidenciar as propriedades.

A apresentação de noções de perspectivas e das projeções ortogonais contribuem para o enfrentamento desta questão, bem como contribuem para o desenvolvimento dos processos de visualização e de representação gráfica.

5.3. Geometria como Curso de Serviço

Nesta seção, voltamos o olhar para a nossa questão de investigação. O afastamento da sala de aula é maior e procuramos perceber questões mais gerais, buscando nos aproximar de algumas conclusões.

Nesse momento, apresentamos as principais características do que para nós, poderá transformar disciplinas de conteúdo específico, em Cursos de Serviço.

A primeira característica está associada a uma total mudança de concepção, com o rompimento de uma longa tradição no ensino de matemática, especialmente com o ensino de Geometria, da apresentação do conteúdo exclusivamente de maneira axiomático-dedutiva. Uma metodologia fundamentada no que Lakatos chamou de estilo dedutivista[10].

[10] Ver na pg 12

Nossa concepção se baseia nos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos[11]. É nessa perspectiva que se apóia nossa proposta de mudança. Uma concepção que entende conhecimento como do domínio da enunciação e que não opera com a crença de que conhecimento e significados possam ser transmitidos.

A segunda característica, que nosso estudo e nossas análises indicam é que não devemos reduzir o ensino da disciplina de Geometria, para licenciandos do Curso de Matemática, ao estudo apenas da Geometria Euclidiana.

Nossa proposta é inserir elementos de outras forma de desenho, como a perspectiva e o desenho geométrico; e de outras geometrias, como a geometria projetiva. Desta forma podemos estimular diferentes reflexões e diferentes discussões com os alunos. Estas inserções também possibilitam a incorporação de novos elementos aos modos de produção de significados da Geometria, em sala de aula.

Em suma, nossa sugestão é não reduzir o estudo de geometria ao estudo de geometria euclidiana. Nossa hipótese é que, abrir a possibilidade de que novos modos de produzir significados sejam trazidos à sala de aula pode ampliar muito a compreensão dos alunos sobre o assunto. É importante que esses significados se tornem objeto de atenção dos alunos, para que possam vir a ser internalizados por eles.

A terceira característica que encontramos para um curso de serviço é de natureza metodológica, o que depende de uma profunda mudança de concepção do professor.

Uma disciplina lecionada reproduzindo uma teoria axiomático-dedutiva no quadro negro com apresentações exclusivamente expositivo-explicativas, da nossa perspectiva não é o caminho para a formação de futuros professores.

Em nossa saída a campo, grande parte do que buscamos foi mudar esta conduta. Planejamos as aulas para estimular a produção de significados dos alunos. Para isso, em geral, as aulas iniciavam com problemas que tinham como característica causar estranhamento, questionamentos, promovendo debates entre

---

[11] Ver nos capítulos 3 e 4

os alunos. Por exemplo, no problema do cálculo da altura de um triângulo[12], que pode ser encontrado em diversos livros didáticos, mas geralmente aplicado a um triângulo obtusângulo, ou tomando a altura em relação ao maior lado do triângulo. Desta forma os professores acabam por reforçar a tendência em particularização. Outro exemplo, o do cálculo da altura da pirâmide reta[13], que também pode ser visto nos textos, em geral aplicados a pirâmides retas ou tendo como base triângulos acutângulos. Desta vez reforçando a tendência de regularidade.

Com respeito à condução da dinâmica de sala de aula, nós propomos que ela seja a mais variada possível. Na nossa pesquisa de campo priorizamos o trabalho em grupo e eventualmente o individual, sempre com referência a uma tarefa proposta para a investigação, ou era um desenho a ser feito, ou um problema a ser resolvido. Porém quando solicitado pelos alunos ou mesmo por opção nossa fizemos apresentações expositivas no quadro, mas não no sentido tradicional. Nestes momentos procuramos envolver os alunos e por vezes abrimos mão de nosso encaminhamento pelo dos alunos.

Entendemos que a vivência com diferentes estratégias metodológicas amplia muito a formação do aluno. Recordamos que na seção sobre nossa questão de investigação explicitamos as observações de vários educadores e educadores matemáticos que discutiam sobre o impacto da formação escolar e universitária na futura atividade profissional do professor[14].

Propomos também que a posição epistemológica adotada pelo professor deva ser explicitada para seus alunos, de forma que eles possam reconhecer nos procedimentos metodológicos e na forma de abordagem do conteúdo a concepção assumida.

[12] Ver no fragmento 2
[13] Ver no fragmento 6
[14] Ver no capítulo 3

Capítulo 6

Considerações Finais

Neste capítulo apresentamos algumas considerações com base nas informações coletadas ao longo dos capítulos anteriores. O objetivo deste estudo foi investigar características de um Curso de Serviço em Geometria, no interior de uma Licenciatura em Matemática.

Entendemos como Cursos de Serviço, disciplinas que tenham como foco a formação do professor de matemática, mas que não se limitam a desenvolver conteúdo matemático. Elas se propõem a intervir, também, na sua formação didático-pedagógica. (SILVA, 2011)

A revisão da literatura indicou dois caminhos possíveis para a produção de um curso de serviço: (i) a criação de novas disciplinas com ementas diferentes das usuais e; (ii) a transformação de disciplinas de conteúdo matemático em Cursos de Serviço. Nossa opção foi pela segunda alternativa.

As leituras realizadas e as análises sobre os dados produzidos na pesquisa de campo apontaram algumas características, que a nosso ver são importantes para a composição de um Curso de Serviço em Geometria. A primeira característica está associada a uma mudança de concepção, com o rompimento de uma longa tradição no ensino de matemática, e em particular no ensino de Geometria, que está fundamentado na apresentação do conteúdo exclusivamente de maneira axiomático-dedutiva.

A segunda característica é que não devemos reduzir o ensino da disciplina de Geometria apenas ao estudo da Geometria Euclidiana. A inserção de noções de Desenho Geométrico, como introdução ao estudo da Geometria Plana; e a inserção de noções de Perspectiva e noções de Desenho Projetivo, como introdução ao estudo de Geometria Espacial, possibilitam o surgimento de novos modos de produção de significados.

A terceira característica que encontramos para um curso de serviço é de natureza metodológica, com a utilização de procedimentos metodológicos alternativos àqueles exclusivamente expositivo-explicativos.

Esperamos que este trabalho possa contribuir para novas reflexões e para a elaboração de futuros trabalhos voltados para a formação profissional do Professor de Matemática.

Referências

BALDINO, Roberto Ribeiro. Ensino de Matemática ou Educação Matemática. **Temas e Debates** - SP, Rio Claro: Editora da UNESP, n.3, p.51-60, 1991.

_____________________. **Assimilação solidária**. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática – GPA, UNESP, Rio Claro, 1995. (Apostila)

_____________________.Assimilação solidária: escola, mais-valia e consciência cínica. **Educação em Foco**, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de fora, MG, vol.3, n°1 p.39-65, mar-ago,1998.

_____________________.A Ideologia da Melhora. **A Matemática como Instrumento de Poder**, integrante do painel A Matemática como Prática Cultural e a Educação Matemática – IV ENEM. Blumenau: FURB, 1992.

BARBOSA, João Lucas. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: SBM, 1985.

BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2000.

BEAN, Dale. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em revista**. São Paulo nº 9/10, p. 49-57, abril, 2001.

BIEMBENGUT, M.S. **Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau: E. da Furb, 1999.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BRASIL, **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática**. Ministério da Educação, 2001.

BRITO, M.R.F.(orgs.) **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006.

BRUNER, J. **Realidade mental, mundos possíveis**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

BOGDAN, R.; BIRKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

CABRAL, T.C.; CATAPANI, E. Imagens e olhares em uma disciplina de cálculo em Serviço. **Zetetiké**. Campinas: Editora da UNICAMP, v.11, n.19, jan-jun, 101-116, 2003.

CARVALHO, Paulo Cézar. **Introdução à Geometria Espacial**. Rio de Janeiro: Wagner, 1993.

CLEMENTS, R.; LAUGINIE, P.; TURCKHEIM, E. (Eds.). **Selected papers on the teaching of mathematics as a service subject**. New York: Springer Verlag, 1988.

DANTE, L. R. Algumas Reflexões sobre Educação Matemática. **Temas e Debates** - SP, Rio Claro: Editora da UNESP, n.3, p.43-49. 1991.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: Elo entre a tradição e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DAVIS; HERSH. **A Experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1995.

DIAS, André Luís M. **O movimento da matemática moderna**: uma rede internacional científica-pedagógica no período da Guerra Fria. Disponível em http://www.necso.ufrj.br/esocite2008/trabalhos/35892.doc**.** PDF>. Acesso em: 24/03/2011.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar**, vol. 10. São Paulo: Atual, 1978.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar**, vol. 9. São Paulo: Atual, 1980.

ESTEPHANIO, Carlos. **Desenho Técnico**: Uma Linguagem Básica. Rio de Janeiro: Editor Independente, 1999.

FAINGUELERNT, Estela K. **Educação Matemática**: **representação e construção em geometria.** Porto Alegre: ARTMED, 1999.

FIORENTINI, Dario. A Formação Matemática e Didático-Pedagógica nas Disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação**. Campinas: n. 18, p. 107-115, 2005.

FRANCISCO, C. A. **Uma leitura da prática profissional do professor de matemática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

GOODMAN, N. **Of mind and other matters**. London: Harvard University Press, 1984.

HOWSON, A. G. et al. **Mathematics as a service subject**. Cambridge: Cambridge University Press: Cambridge, 1988.

KALEFF, Ana Maria. **Vendo e entendendo poliedros**: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos. Niterói: EDUFF, 2003.

KILPATRICK, J. Fincando Estacas: Uma tentativa de demarcar o campo profissional e científico. **Zetetiké.** Campinas: Editora da UNICAMP, v.4, n. 5, p.99-120, 1996.

KLINE, Morris. **O Fracasso da Matemática Moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

KOPKE, Regina Coeli. **Geometria, Desenho, Escola e Transdiciplinaridade**: Abordagens Possíveis para a Educação. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.

_________________. **Geometria e desenho na escola: uma visão transdisciplinar.** In: Anais do II Congresso Mundial de Transdisciplinaridade, Vila Velha, 2005a.

_________________.**Criatividade no ensino de engenharia e o desenho como ferramenta para estimular a visão espacial do engenheiro.** In: COBENGE, Campina Grande, 2005b.

LEONTIEV, A. N. **O Desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Moraes, s.d.

LINARDI, P. R. **Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

LINS, Romulo C. Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa. **Revista de Educação Matemática da SBEM**. Campinas: Editora da SBEM, n.1, p. 75-91, setembro, 1993.

_____________. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis**, Blumenau: v.1(7), p.29-39, abr./jun., 1994.

_____________. Epistemologia e Matemática. **Bolema**, Rio Claro: ano 9, n.esp.3, p.35-46, mar., 1995.

_____________. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, p.75-94. 1999.

_____________. A Formação Pedagógica em Disciplinas de Conteúdo Matemático nas Licenciaturas em Matemática. **Revista de Educação**. Campinas: n.18, p.117-123, 2005a.

_____________. **Categories of everyday life as elements organising mathematics teacher education and development projects**. In 15th ICMI Study 'The professional education and development of teacher of mathematics'. Águas de Lindóia, 2005b.

_____________. **Characterising the mathematics of the mathematics teacher fron the point of view ofmeaning production**. In: International Congress on Mathematical Education. Plenary and Regular Lectures. Copenhagen: p. 1-16, 2006.

_____________. A diferença como oportunidade para aprender. In: Peres, E. et al. (orgs). **Processos de ensinar e aprender**: sujeitos, currículos e cultura: livro 3. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008, p.530-550, 2008.

LINS, Romulo C.; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LIMA, Elon L. **Medida e Forma em Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

__________. **Áreas e Volumes**. Rio de Janeiro: SBM, 1979.

MAJMUTOV, M.I. **La Enzeñanza problémica**. Habana: Pueblo Y Education, 1983.

MEDEIROS, Kátia Maria. O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: Editora da SBEM, ano 8, n.9/10, p. 32-39, abril, 2001.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1988.

MOREIRA, Plínio C.; DAVID, Manuela M. S. **A formação matemática do professor**: Licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

NACARATO, Adair; PAIVA, Maria Auxiliadora. A formação do professor que ensina matemática: estudos e perspectivas a partir das investigações realizadas pelos pesquisadores do GT 7 da SBEM2008. NACARATO; PAIVA (orgs.). In: **A Formação do Professor que Ensina Matemática**, Autêntica, Belo Horizonte: p.7-26, 2008.

OLIVEIRA. **Uma Leitura sobre a formação continuada de professores de matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana**. Tese

(Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2011.

ONUCHIC, ALLEVATO. Formação de Professores – Mudanças urgentes na licenciatura em matemática. FROTA; NASSER (orgs.). In: **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates**. Recife: SBEM, p.169-187. 2009.

PAIS L. C. A Representação dos Corpos Redondos no Ensino de Geometria. **Zetetiké** – SP, Campinas: Editora da UNICAMP, ano 2, n.25, p.13-23. 1994.

PAVANELLO, Regina. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké** – SP, Campinas: Editora da UNICAMP, n.1, p.6-17. 1993.

PAVANELLO, R.; ANDRADE, R. Formar professores para ensinar geometria: Um desafio para as licenciaturas em Matemática. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: Editora da SBEM, n.11A, p78-87. 2002.

PIRES, Célia Maria. Reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica. **Educação Matemática em revista**. São Paulo: Editora da SBEM, n.11A, p. 44-56, abril, 2002.

PIRES, C.; SILVA, M. A.; SANTOS, R.. Reflexões sobre a formação inicial de professores de Matemática, a partir de depoimentos de coordenadores de curso de licenciatura. NACARATO; PAIVA (orgs.). In: **A Formação do Professor que Ensina Matemática**, Autêntica, Belo Horizonte: p.113-132, 2008.

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

RALHA, M. E. Um estudo sobre as capacidades geométricas (espaciais) de estudantes universitários. **Quadrante**. Lisboa: n.1, p.113-121, 1992.

REZENDE, Eliane F.; QUEIROZ, Maria Lúcia. **Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas**. Campinas: Unicamp, 2000.

SHULMAN, Lee. Those who understand: Knowledge Growth. In: **Teaching Educacional Researcher**, v.15, n.2, p. 4-14, 1986. Disponível em: http://www.wiziq.com/tutorial/71617-Schulman-1986. PDF>. Acesso em: 24/03/2011.

SILVA, Amarildo, M. **Uma Análise da Produção de Significados para a Noção de Base em Álgebra Linear**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Departamento de Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1997.

_______________. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

_______________. Um Curso de Serviço para a Licenciatura em Matemática. XIII Conferência Interamericano de Educação Matemática. Recife: CIAEM, p.1-7, 2011.

_______________. Uma Análise dos processos de ensino e aprendizagem a partir da produção de significados. In: XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática. Aveiro. **XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa: Associação dos professores de matemática, v. único, p.587-596, 2010.

SILVA, M.R.G. **Avaliação e trabalho em grupo em Assimilação solidária: análise de uma intervenção.** 1997, 378 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). IGCE, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

___________. Assimilação solidária: análise de uma intervenção. **Quadrante**, Vol. 9, Nº 1, p.147-167,2000.

SILVA, R. H. **Álgebra Linear como Curso de Serviço para a Computação**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 1999.

TARDIF, Maurice. **Saberes Docentes e Formação Profissional.** Petrópolis: Vozes, 2005.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-Ação**. São Paulo: Cortez Editora, 2007.

VELASCO, Ângela Dias; KAWANO, Alexandre. **A aptidão espacial é um dom?** Teia do Saber 2006: metodologias de ensino da matemática. Guaratinguetá: UNESP, 2006. Disponível em:

http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/aulas/AulasModulo03-pdf/AptidaoEspacial.PDF>. Acesso em: 25 mar. 2010.

VIGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1993.

_____________. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1994.

VIGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** São Paulo: Ícone, 2001.

ZUFFI, Edna Maura; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O Ensino-Aprendizagem de Matemática atravéz da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores. **UNION – Revista Iberoamericana de Educación Matemática.** Madri: FISEM, n.11, p.79-97, 2007.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas**. Rio de Janeiro: SBM, 1985.

Anexo

<u>TERMO DE COMPROMISSO ÉTICO</u>

Este termo de compromisso pretende esclarecer os procedimentos que envolvem a pesquisa desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática/UFJF e a utilização dos dados nela coletados. Tem o objetivo de deixar o mais transparente possível a relação entre os envolvidos e o tratamento e uso das informações que serão colhidas.

Os registros presentes nas tarefas e as transcrições provenientes das falas dos sujeitos de pesquisa, servirão como material para nossa pesquisa que procura investigar o que vem a ser um Curso de Serviço de Geometria para a Licenciatura em Matemática.

O acesso ao conteúdo acima citado será de uso exclusivo do pesquisador e dos pesquisadores do Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, que assumem o compromisso de não divulgarem dados que permitam identificar os sujeitos de pesquisa.

As informações provenientes da análise da coleta de dados poderão ser utilizados pelos pesquisadores envolvidos no projeto em publicações e eventos científicos e divulgadas a todos aqueles que se interessarem pelas pesquisas, na forma acima indicada.

Juiz de Fora, 08 de dezembro de 2010

____________________________ ____________________________

Ricardo Bevilaqua Procópio Amarildo Melchiades da Silva

____

Sujeito de Pesquisa