



**Universidade Federal de Juiz de Fora**

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

**André Diniz de Oliveira**

**MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO FASORIAL NA PRESENÇA DE  
DECAIMENTO CC EXPONENCIAL E INTER-HARMÔNICOS**

**Tese de Doutorado**

**Juiz de Fora - MG**

**2015**

André Diniz de Oliveira

**MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO FASORIAL NA PRESENÇA DE  
DECAIMENTO CC EXPONENCIAL E INTER-HARMÔNICOS**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

**Área de Concentração: Sistemas Eletrônicos**

**Orientador: Prof. Carlos Augusto Duque**

**Juiz de Fora - MG**

**2015**

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Diniz de Oliveira, André.

MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO FASORIAL NA PRESENÇA DE DECAIMENTO CC EXPONENCIAL E INTER-HARMÔNICOS / André Diniz de Oliveira. -- 2015.

151 f.

Orientador: CARLOS AUGUSTO DUQUE

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2015.

1. Estimação Fasorial. 2. Componentes Variantes no Tempo. 3. DFT e DTFT. 4. ESPRIT. 5. DTFT ESPRIT. I. DUQUE, CARLOS AUGUSTO, orient. II. Título.

André Diniz de Oliveira

MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO FASORIAL NA PRESENÇA DE  
DECAIMENTO CC EXPONENCIAL E INTER-HARMÔNICOS

Aprovada em 27 de Março de 2015.

## Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Carlos Augusto Duque, pela capacidade de entender o momento profissional que vivi neste período de 2010 a 2015, fazendo emergir a motivação e capacidade técnica necessárias para o término do trabalho.

À Universidade Federal de Juiz de Fora que me acolhe desde 1997 e ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais que me acolhe desde 2006. Meu sentimento de mais profunda reverência a estas duas instituições, pois nelas eu tive parte significativa de minha formação técnica e humana.

A todos os colegas de trabalho pelo apoio técnico e motivacional, especialmente ao prof. Leandro Rodrigues Manso Silva, esperando, um dia, poder retribuir-lhe toda a atenção dispensada.

À minha grande e amada família. Minha avó, tios, primos e agregados. Ao meu pai, pela certeza que a educação é o melhor caminho para uma vida digna. À minha irmã e cunhado pela expectativa e entusiasmo com a finalização de mais esta etapa. À minha mãe, quem primeiro acreditou, quem primeiro se comprometeu, a grande responsável por tudo que já fiz ou venha a fazer desde a graduação em Engenharia Elétrica.

À minha esposa, Fernanda. Minha grande companheira. Quem me incentivou a cada madrugada, cada final de semana, cada hora de cansaço. Razão pela qual enfrento todos os desafios dessa vida. Sei que sempre estará ao meu lado, sem nunca exigir nada em troca. Certo desse amor, assumo minha vida ao seu lado até a eternidade.

Ao meu filho amado, Vinícius. Minha motivação, meu amigo. Para ele dediquei cada segundo, escrevi cada palavra. Minha persistência para ser exemplo, minha coragem para ser referência, minha conquista para ser melhor a cada dia. Sendo assim por toda a vida, irei merecer a paternidade que Deus me confiou.

A Deus, apenas a introspecção e a certeza de que, neste doutorado, encontrei as marcas de seu amor, mais uma vez.

---

## Resumo

Oliveira, A. D. **Métodos de Estimação Fasorial na Presença de Decaimento CC Exponencial e Inter-harmônicos**. 2015. 151 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

Esta tese propõe dois métodos de estimação fasorial do componente fundamental. O primeiro estima o fasor na presença de componentes harmônicos, decaimento CC exponencial e ruído. O segundo estima o fasor na presença de componentes harmônicos, inter-harmônicos, inter-harmônicos variantes no tempo, decaimento CC exponencial e ruído. Todos os componentes de sinais utilizados são modelados e, para facilitar o entendimento dos métodos que serão propostos, os componentes são divididos em dois grupos: componentes gerais e componentes extras. Alguns algoritmos de estimação existentes na literatura são estudados e dois são escolhidos para compor as proposições: DFT com suas variações e métodos de subespaços. O primeiro método sintetiza e implementa uma janela seguida da aplicação de uma DTFT para eliminar os componentes fundamental e harmônicos do sinal. O resultado é utilizado para estimar a influência do decaimento CC exponencial no componente fundamental. Esta influência é subtraída de uma estimação fasorial via DFT para obter o componente fundamental correto. O segundo método utiliza esta mesma estrutura, entretanto insere um método de subespaço para calcular a frequência e constante de tempo dos componentes extras. Essa união cria um algoritmo distinto dos encontrados na literatura e nomeado de DTFT ESPRIT. A partir da possibilidade dos novos cálculos, o método consegue estimar o componente fundamental na presença de inter-harmônicos e inter-harmônicos variantes no tempo, além de harmônicos, decaimento CC exponencial e ruído.

Palavras-chave: Inter-harmônicos variantes no tempo; Decaimento CC exponencial; DFT/ DTFT; ESPRIT.

---

## Abstract

Oliveira, A. D. Phasor Estimation in the Presence of Decaying DC and inter-harmonics components. 2015. 151 f. Thesis (Doctored) – Electrical Engineering Post Graduation Program, Federal University of Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

This thesis proposes two methods to estimate the phasor of the fundamental frequency component. The first one estimates the phasor in the presence of harmonic, decaying DC, and noise. The second one estimates the phasor in the presence of harmonics, inter-harmonics, time-varying inter-harmonics, decaying DC, and noise. All the signal components to be used are modeled and divided in two groups (general components and extra components) to better understand the proposed methods. The existing estimation algorithms in the literature are studied and described. Two algorithms are chosen as part of the new propositions: DFT and its variations and subspaces methods. The first method synthesizes and implements a DTFT window to eliminate the fundamental frequency and harmonic components of the signal. The result is used to estimate the influence of the decaying DC in the fundamental frequency component. This influence is subtracted from a phasor estimation via DFT in order to get the correct fundamental component. The second method has the same structure, however uses a subspace method for computing the frequency and time constant of the extra components. This combination creates a new algorithm named DTFT ESPRIT. From the new variable computing, the method is able to estimate the fundamental frequency component in the presence of different types of components as well as harmonics, decaying DC, and noise: inter-harmonics and time-varying inter-harmonics.

Keywords: Time-varying inter-harmonics; Exponential DC decaying; DFT/ DTFT; ESPRIT.

## Lista de variáveis, símbolos e operadores

$A_x$	Amplitude do sinal $x$
$\mathbf{a}(\omega)$	Vetor diretor
$C_e$	Esforço computacional
$\mathbf{d}$	Vetor dos coeficientes $a[n] + jb[n]$ da DTFT
$D(z)$	Polinômio obtido a partir da covariância do subespaço de ruído
$\Delta t$	Taxa de amostragem
$E\{\cdot\}$	Valor esperado
$\varepsilon(\%)$	Erro médio percentual
$f_x$	Frequência do sinal $x$ (Hz)
$f_x[n]$ e $g_x[n]$	Funções que caracterizam os componentes variantes no tempo do sinal $x$
$\Phi^L$	Matriz diagonal cujos elementos caracterizam a frequência dos componentes
$G_x$	Constante que aproxima a função $g_x[n]$ em janelas menores
$H$	Número de componentes harmônicos (presentes no modelo)
$h$	Variação entre os componentes harmônicos ( $h = 1$ refere-se ao componente fundamental e $h > 1$ aos harmônicos)
$\mathbf{H}$	Matriz dos parâmetros invariantes cujos elementos são $h_x^m$
$\mathbf{h}(\cdot)$	Coluna de $\mathbf{H}$ em função do componente espectral
$h_x^m$	Parâmetros invariantes do componente $x$ , em função de $m$
$\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$	Submatrizes de $\mathbf{H}$
$\mathbf{H}_m$	Matriz dos parâmetros invariantes cujos elementos são $h_x^l z_x^m$
$\mathbf{H}_d$	Matriz dos parâmetros invariantes cujos elementos são $Q_x z_x^m$ $Q_x = (d_0 h_x^0 + \dots + d_{J-1} h_x^{J-1})$
$\mathbf{h}_d(\cdot)$	Coluna de $\mathbf{H}_d$ em função do componente espectral
$\mathbf{I}$	Matriz identidade
$J$	Tamanho da janela de dados
$J_p$	Número de amostras extras necessárias para a estimação de $\mathbf{R}_c^n$
$J_t$	Atraso total do método
$K$	Número de componentes inter-harmônicos e decaimento CC exponencial (presentes no modelo)
$k$	Variação entre os componentes inter-harmônicos e decaimento CC exponencial
$k_1, k_2, k$	Tabelas <i>off-line</i>
$l$	Variação entre as amostras da janela de dados
$L$	Deslocamento amostral entre duas partes de $\mathbf{V}_S$
$\lim^-$ e $\lim^+$	Limites inferior e superior da janela $\mathbf{w}$

$\lambda_x$	Autovalor de $\widehat{\mathbf{R}}_c^n$ ou raiz de $D(z)$ relacionado a um componente espectral $x$
$\mathbf{\Lambda}$	Matriz diagonal dos autovalores de $\widehat{\mathbf{R}}_c^n$
$\mathbf{\Lambda}_S$	Matriz diagonal dos autovalores relacionados aos autovetores que cobrem $S$
$M$	Tamanho do vetor de entrada dos métodos de subespaço
$m, m_i, m_j$	Varição entre as amostras do vetor de entrada dos métodos de subespaço
$mse$	Erro médio quadrático
$n$	Variável amostral
$N$	Número de amostras por ciclo do componente fundamental
$P$	Número de componentes espectrais com $\omega_p \neq 0$
$p$	Varição entre os componentes espectrais
$\Psi$	Operador cujos autovalores correspondem aos elementos da diagonal de $\Phi^L$
$\mathbf{R}_c^n$	Matriz de covariância de $\mathbf{s}[n]$
$\mathbf{s}[n]$	Vetor de sinal
$s_x[n]$	$n$ -ésima amostra do sinal $x$ no domínio do tempo
$s_H[n]$	amostra que representa os componentes gerais
$s_K[n]$	amostra que representa os componentes extras
$\mathbf{s}_{w_0}[n]$	Vetor de sinal filtrado pela janela $\mathbf{w}_0$
$\hat{S}_{real}^n(e^{j\omega_h})$	Parte real da estimação fasorial do $h$ -ésimo componente harmônico (DFT) - ( $h = 1$ refere-se ao componente fundamental e $h > 1$ aos harmônicos)
$\hat{S}_{imag}^n(e^{j\omega_h})$	Parte imag. da estimação fasorial do $h$ -ésimo componente harmônico (DFT) - ( $h = 1$ refere-se ao componente fundamental e $h > 1$ aos harmônicos)
$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$	$n$ -ésima amostra da DTFT do sinal $\mathbf{s}_{w_0}[n]$
$\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$	$n$ -ésima amostra da estimação no domínio da frequência do componente relativo ao decaimento CC exponencial na frequência fundamental
$\hat{S}_K^n(e^{j\omega_1})$	$n$ -ésima amostra da estimação no domínio da frequência dos comp. extras
$\hat{S}^n(e^{j\omega_1})$	$n$ -ésima amostra da estimação DFT do fasor da frequência fundamental
$\hat{S}_1^n$	$n$ -ésima amostra da estimação do fasor da frequência fundamental
$\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$	Vetor DTFT
$S$	Subespaço de sinal
$S_\perp$	Subespaço de ruído
$\varphi_x$	Fase do sinal $x$ (rad)
$\mathbf{T}$	Matriz quadrada, não singular
$\mathbf{T}_x$	Matriz de transformação <i>beamspace</i>
$T$	Período amostral em que as métricas de comparação serão computadas
$\tau_x$	Constante de tempo do sinal $x$ (s)
$\mathbf{v}(\cdot)$	Autovetor da matriz $\widehat{\mathbf{R}}_c^n$
$\mathbf{V}$	Matriz dos autovetores de $\widehat{\mathbf{R}}_c^n$

$\mathbf{V}_s$	Matriz dos autovetores relacionados ao subespaço de sinal
$\mathbf{V}_{s\perp}$	Matriz dos autovetores relacionados ao subespaço de ruído
$\mathbf{W}$	Matriz diagonal de pesos utilizado no método WSF
$\mathbf{w}$	Janela aplicada ao sinal a ser processado
$\mathbf{w}_0$	Janela que contém zeros nas frequências $\omega_0 \pm \omega_h$
$\mathbf{w}_{0R}$ e $\mathbf{w}_{0I}$	Partes real e imaginária da janela $\mathbf{w}_0$
$\omega_x$	Frequência do sinal $x$ (rad/s)
$\omega_0$	Frequência central de aplicação da DTFT
$\hat{x}$	Valor estimado de $x$
$z_x^n$	Parâmetros variantes do componente $x$ , em função de $n$
$\mathbf{z}^n$	Vetor dos parâmetros variantes cujos elementos são $z_x^n$
$[\cdot]^T$	Matriz transposta
$[\cdot]^*$	Matriz hermitiana

## Lista de figuras

FIGURA 1 – COMPONENTE FUNDAMENTAL E SUB-HARMÔNICO VARIANTE NO TEMPO .....	10
FIGURA 2 – ESPECTRO DE FREQUÊNCIAS DE SUB-HARMÔNICOS VARIANTES NO TEMPO.....	11
FIGURA 3 – COMPONENTE FUNDAMENTAL E DECAIMENTO CC EXPONENCIAL .....	12
FIGURA 4 – ESPECTRO DE FREQUÊNCIAS DE DECAIMENTOS CC EXPONENCIAIS.....	13
FIGURA 5 – MODELO PARA UM TC REFERENCIADO AO SECUNDÁRIO .....	16
FIGURA 6 – SOMA DOS DECAIMENTOS NO SINAL DE SAÍDA DO SECUNDÁRIO DE UM TC .....	19
FIGURA 7 – RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DOS FILTROS STFT .....	28
FIGURA 8 – RELAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE SUBESPAÇOS PARA ESTIMAÇÃO DE ÂNGULOS DE INCIDÊNCIA E ESTIMAÇÃO DE FREQUÊNCIA E CONSTANTE DE TEMPO.....	36
FIGURA 9 – DESMEMBRAMENTO DE H NAS SUBMATRIZES H1 E H2.....	40
FIGURA 10 – IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO <i>BEAMSPACE</i> ESPRIT .....	43
FIGURA 11 – MULTIPLICAÇÃO DO SINAL $S_n$ PELA JANELA W .....	58
FIGURA 12 – CONVOLUÇÃO ENTRE AS DTFTS DA JANELA W E COMPONENTES DO SINAL $S_n$ .....	61
FIGURA 13 – DIAGRAMA GERAL DO MÉTODO PROPOSTO .....	63
FIGURA 14 – VARIÁVEIS NO PROCESSO DE ESTIMAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO .....	65
FIGURA 15 – COEFICIENTES DA JANELA PROPOSTA COM 32 AMOSTRAS .....	67
FIGURA 16 – ESPECTRO DA JANELA PROPOSTA COM 32 AMOSTRAS.....	68
FIGURA 17 – JANELA PROPOSTA COM 36 AMOSTRAS NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	68
FIGURA 18 – JANELA PROPOSTA COM 36 AMOSTRAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....	69
FIGURA 19 – COEFICIENTES DA JANELA PROPOSTA COM 65 AMOSTRAS .....	69
FIGURA 20 – ESPECTRO DA JANELA PROPOSTA COM 65 AMOSTRAS.....	70
FIGURA 21 – IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO .....	71
FIGURA 22 – EXEMPLOS DA VARIÁVEL $k_1$ A PARTIR DA VARIAÇÃO DA CONSTANTE DE TEMPO.....	74
FIGURA 23 – DERIVADAS DA TABELA $k_1$ .....	75
FIGURA 24 – SIMPLIFICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO.....	76
FIGURA 25 – FLUXOGRAMA DO MÉTODO PROPOSTO PARA MEIO CICLO .....	78
FIGURA 26 – COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO DE ALGUNS MÉTODOS ENCONTRADOS NA LITERATURA COM O MÉTODO PROPOSTO.....	80

FIGURA 27 – DESEMPENHO DO MÉTODO PROPOSTO E DO ALGORITMO FILTROS ORTOGONAIS DFT COM BUSCA EM TABELAS FRENTE À PRESENÇA DE DECAIMENTO CC EXPONENCIAL – AMPLITUDE.....	81
FIGURA 28 – DESEMPENHO DO MÉTODO PROPOSTO E DO ALGORITMO FILTROS ORTOGONAIS DFT COM BUSCA EM TABELAS FRENTE À PRESENÇA DE DECAIMENTO CC EXPONENCIAL – FASE .....	82
FIGURA 29 – DESEMPENHO DO ALGORITMO PROPOSTO FRENTE À PRESENÇA DE RUÍDO GAUSSIANO BRANCO .....	83
FIGURA 30 – SIMULAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO (ESTIMAÇÃO DE AMPLITUDE).....	84
FIGURA 31 – ERROS MÁXIMOS NA PRESENÇA DE UM SEGUNDO TERMO DE DECAIMENTO .....	85
FIGURA 32 – MODELO DA LINHA SIMULADA EM TEMPO REAL. ....	87
FIGURA 33 – IMPLEMENTAÇÃO MIL .....	87
FIGURA 34 – SIMULAÇÃO COM CINCO CICLOS DE FALTA .....	88
FIGURA 35 – SIMULAÇÃO COM 10 CICLOS DE FALTA .....	89
FIGURA 36 – RELAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE SUBESPAÇOS PARA AS APLICAÇÕES NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA.....	98
FIGURA 37 – DIAGRAMA GERAL DO MÉTODO PROPOSTO .....	101
FIGURA 38 – VARIÁVEIS NO PROCESSO DE ESTIMAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO .....	102
FIGURA 39 – ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS COMPONENTES INTER-HARMÔNICOS COM AMORTECIMENTO EXPONENCIAL .....	103
FIGURA 40 – ESPECTROS DE POSSÍVEIS JANELAS A SEREM UTILIZADAS .....	104
FIGURA 41 – JANELAS UTILIZADAS NO MÉTODO.....	106
FIGURA 42 – DESEMPENHO DOS MÉTODOS DE SUBESPAÇOS .....	107
FIGURA 43 – O MÉTODO PROPOSTO COM O ALGORITMO DFTF ESPRIT .....	108
FIGURA 44 – ERRO MÉDIO A PARTIR DA VARIAÇÃO DE $M$ E $Jp$ .....	109
FIGURA 45 – DESEMPENHO DO MÉTODO PROPOSTO COM EXCURSÃO DE UM COMPONENTE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....	111
FIGURA 46 – DESEMPENHO DO MÉTODO FRENTE À VARIAÇÃO DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL.....	112
FIGURA 47 – DESEMPENHO DO MÉTODO PROPOSTO COM RELAÇÃO À SNR .....	113
FIGURA 48 – ESTIMAÇÃO DA AMPLITUDE DO COMPONENTE FUNDAMENTAL.....	114
FIGURA 49 – COMPARAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO COM OS ALGORITMOS DA LITERATURA.....	115
FIGURA 50 – MODELO PARA SIMULAÇÃO NO ATP .....	118
FIGURA 51 – SIMULAÇÃO DE FALTA A 500 KM DA BARRA 1: TENSÃO NA FASE C DA BARRA 1 .....	119

FIGURA 52 – SIMULAÇÃO DE FALTA A 500 KM DA BARRA 1: FREQUÊNCIA NO SINAL DA FASE C DA BARRA 1 .....	120
FIGURA 53 – SIMULAÇÃO DE FALTA A 500 KM DA BARRA 1: CORRENTE NA FASE C DA BARRA 1 .....	120
FIGURA 54 – SIMULAÇÃO DE FALTA A 2500 KM DA BARRA 1: TENSÃO NA FASE C DA BARRA 1 .....	121
FIGURA 55 – SIMULAÇÃO DE FALTA A 2500 KM DA BARRA 1: FREQUÊNCIA NO SINAL DA FASE C DA BARRA 1 .....	122
FIGURA 56 – SIMULAÇÃO DE FALTA A 2500 KM DA BARRA 1: CORRENTE NA FASE C DA BARRA 1 .....	122

---

## Lista de tabelas

TABELA 1 – PARÂMETROS INTERNOS DE UM TC 10CX .....	18
TABELA 2 – ESFORÇO COMPUTACIONAL DE MÉTODOS DE SUBESPAÇOS .....	52
TABELA 3 – COMPONENTES HARMÔNICOS (EM % DE $IL$ ) .....	79
TABELA 4 – ESFORÇO COMPUTACIONAL DOS MÉTODOS .....	90
TABELA 5 – ERROS MÉDIOS PERCENTUAIS DO MÉTODO PROPOSTO NO CAPÍTULO 3 .....	91
TABELA 6 – ESFORÇO COMPUTACIONAL DOS MÉTODOS DE SUBESPAÇOS .....	107
TABELA 7 – COMPARAÇÃO DE PARÂMETROS COM A VARIAÇÃO DE $M$ E $Jp$ .....	110
TABELA 8 – ESFORÇO COMPUTACIONAL DOS MÉTODOS SIMULADOS.....	116
TABELA 9 – PARÂMETROS DO MODELO [101].....	118

---

## Siglas

SNR – *Signal to Noise Ratio*

CC – Corrente Contínua.

TC – Transformador de Corrente.

DFT – *Discrete Fourier Transform.*

DTFT – *Discrete Time Fourier Transform.*

STFT – *Short Time Fourier Transform.*

PMU – *Phasor Measurement Unities*

FFT – *Fast Fourier Transform.*

ESPRIT – *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique.*

SWE – *Sliding Window ESPRIT.*

MUSIC – *Multiple Signal Classification.*

WSF – *Weighted Subspace Fitting.*

RNA – Redes Neurais Artificiais.

ADALINE – *Adaptive Linear Element.*

PLL – *Phase – Locked Loop.*

SVD – *Singular Value Decomposition.*

SEP – Sistema Elétrico de Potência

HIL – *Hardware-in-the-loop*

MIL – *Middleware-in-the-loop*

RTDS – *Real Time Digital Simulator*

FPGA – *Field Programmable Gate Array*

opc – operações por ciclo

# Sumário

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	
<b>SINAIS DOS SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA E SEUS COMPONENTES .....</b>	<b>7</b>
1.1 HARMÔNICOS, INTER-HARMÔNICOS E SUB-HARMÔNICOS.....	7
1.2 HARMÔNICOS E INTER-HARMÔNICOS VARIANTES NO TEMPO.....	9
1.3 DECAIMENTO CC EXPONENCIAL .....	11
1.4 COMPOSIÇÃO DOS SINAIS .....	13
1.5 INFLUÊNCIA DOS TRANSFORMADORES DE CORRENTE (TCs) .....	16
1.6 CONCLUSÃO.....	20
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>MÉTODOS PARA A ESTIMAÇÃO DE FASORES E PARÂMETROS SENOIDAIS.....</b>	<b>21</b>
2.1 TRANSFORMADAS DE FOURIER .....	23
2.1.1 <i>Discrete Fourier Transform (DFT)</i> .....	23
2.1.2 <i>Discrete Time Fourier Transform (DTFT)</i> .....	25
2.1.3 <i>Short Time Fourier Transform (STFT)</i> .....	26
2.1.4 <i>Métodos baseados na DFT</i> .....	28
2.2 MÉTODOS DE SUBESPAÇOS PARA A ESTIMAÇÃO DE FREQUÊNCIA E CONSTANTE DE TEMPO .....	30
2.2.1 <i>Root MUSIC (Root Multiple Signal Classification)</i> .....	37
2.2.2 <i>ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique)</i> .....	39
2.2.3 <i>Root WSF (Weighted Subspace Fitting)</i> .....	45
2.3 CÁLCULO DA CONSTANTE DE TEMPO.....	46
2.4 <i>SLIDING WINDOW</i> .....	48
2.5 DETERMINAÇÃO DA ORDEM DO MODELO .....	50
2.6 ESFORÇO COMPUTACIONAL.....	51
2.7 OUTROS MÉTODOS PARA A ESTIMAÇÃO FASORIAL .....	53
2.8 PARÂMETROS DE ANÁLISE DOS MÉTODOS .....	54
2.9 CONCLUSÃO.....	55
<b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>MÉTODO DE ESTIMAÇÃO FASORIAL NA PRESENÇA DE COMPONENTES HARMÔNICOS, DECAIMENTO CC EXPONENCIAL E RUÍDO .....</b>	<b>57</b>
3.1 ELIMINAÇÃO DOS COMPONENTES GERAIS .....	58
3.2 IMPLEMENTAÇÃO INICIAL DO MÉTODO.....	63
3.3 SÍNTESE E IMPLEMENTAÇÃO DA JANELA .....	66
3.3.1 <i>Estimação de <math>\tau_d</math> e cálculo das correções</i> .....	72
3.3.2 <i>Simplificação do Método</i> .....	76
3.3.3 <i>Implementação</i> .....	77
3.4 SIMULAÇÕES DO MÉTODO PROPOSTO .....	79
3.5 SIMULAÇÕES EM TEMPO REAL.....	86

3.6	CONCLUSÃO.....	89
<b>CAPÍTULO 4</b>		
<b>MÉTODO DE ESTIMAÇÃO FASORIAL NA PRESENÇA DE COMPONENTES HARMÔNICOS, HARMÔNICOS VARIANTES NO TEMPO, INTER-HARMÔNICOS, INTER-HARMÔNICOS VARIANTES NO TEMPO, DECAIMENTO CC EXPONENCIAL E RUÍDOS.....</b>		
4.1	JANELAMENTO POR $w_0$ E DTFT.....	92
4.2	COMPOSIÇÃO VETORIAL DOS SINAIS UTILIZADOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA E APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE SUBESPAÇOS.....	94
4.3	ESTIMAÇÃO DE AMPLITUDE E FASE.....	99
4.4	IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO.....	100
4.5	DETERMINAÇÃO DA JANELA $w_0$ .....	103
4.6	DETERMINAÇÃO DO MÉTODO DE SUBESPAÇO PARA A ESTIMAÇÃO DA FREQUÊNCIA E CONSTANTE DE TEMPO.....	106
4.7	O ALGORITMO DTFT ESPRIT.....	108
4.8	DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS $M$ E $J_p$ .....	108
4.9	SIMULAÇÕES.....	111
4.10	SIMULAÇÃO COM MODELOS.....	117
4.11	CONCLUSÃO.....	123
<b>CAPÍTULO 5</b>		
<b>CONCLUSÃO.....</b>		
5.1	EQUACIONAMENTO DO MODELO DOS SINAIS.....	125
5.2	INFLUÊNCIA DOS TRANSFORMADORES DE CORRENTE.....	125
5.3	MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO FASORIAL.....	126
5.4	ESTIMAÇÃO DO COMPONENTE FUNDAMENTAL NA PRESENÇA DE COMPONENTES HARMÔNICOS, DECAIMENTO CC EXPONENCIAL E RUÍDOS.....	126
5.5	ESTIMAÇÃO DO COMPONENTE FUNDAMENTAL NA PRESENÇA DE COMPONENTES HARMÔNICOS, INTER-HARMÔNICOS, INTER-HARMÔNICOS VARIANTES DE TEMPO, DECAIMENTO CC EXPONENCIAL E RUÍDOS.....	128
5.6	TRABALHOS FUTUROS.....	129
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>		
		<b>130</b>

---

## Introdução

A estimação fasorial é tarefa importante para a realização de diversos procedimentos nos Sistemas Elétricos de Potência. Análise de sinais, controle e proteção estão entre os mais importantes. Entretanto, seu grande problema está na presença de componentes que interferem nas estimações. Por exemplo, os componentes de decaimento CC exponencial e inter-harmônicos podem influenciar muito os resultados.

A estimação fasorial na presença de componentes harmônicos já está equacionada por diversos algoritmos, principalmente aqueles baseados nas transformadas de Fourier. Componentes harmônicos ímpares ou pares e ímpares são eliminados utilizando-se as versões dos filtros correspondentes de meio ciclo ou um ciclo do componente fundamental. Esses são, atualmente, os limites de períodos transitórios para algoritmos de estimação aplicados à área de proteção.

O problema de estimação fasorial na presença de harmônicos e decaimento CC exponencial também está bem equacionado. Neste caso, técnicas extras precisam ser inseridas de forma a eliminar o componente ou, na maioria dos casos, estimar os seus parâmetros para as correções. Entretanto, pesquisas nestas áreas ainda são encontradas e bem recebidas pela comunidade científica e acadêmica, principalmente aquelas com o objetivo de reduzir erros na presença de ruído gaussiano branco e reduzir o esforço computacional dos métodos. Esses dois itens são essenciais em se tratando de implementações práticas em relés, PMUs, controladores, medidores ou quaisquer outros equipamentos que necessitem desse tipo de estimação.

A questão atual e significativa com relação à estimação fasorial do componente fundamental está relacionada à existência de componentes inter-harmônicos, principalmente daqueles caracterizados como sub-harmônicos, mais ainda se forem variantes no tempo. No caso dos sub-harmônicos, os algoritmos atuais não são capazes de filtrar esses componentes com a velocidade necessária para aplicações práticas em tempo real e com boa imunidade a ruído (considerando SNR acima de 40 dB, por exemplo). Pior se tais componentes estiverem muito perto do componente fundamental, exigindo uma resolução maior para estimações mais precisas. Além disso, a estimação de sua frequência e o comportamento desse e dos parâmetros de amplitude e fase, além daqueles que podem

vir a existir para os componentes caracterizados como variantes no tempo, impõem o desafio em se encontrar algoritmos os mais eficientes possíveis para realizar a tarefa.

Casos interessantes para a ocorrência desses componentes são encontrados em sistemas para a transmissão de grandes quantidades de energia a longas distâncias. Com linhas de transmissão identificadas como linhas com pouco mais de meio comprimento de onda, as análises de desempenho transitório para fins de proteção mostram possibilidades de existência de inter-harmônicos e sub-harmônicos nos sinais de falta de tensão (para utilização em monitoramento e controle, por exemplo) e inter-harmônicos, sub-harmônicos e decaimento CC exponencial nos sinais de falta de corrente (para utilização em proteção). Os algoritmos utilizados não têm a capacidade de estimar o fasor do componente fundamental em alguns casos de incidência desses componentes e são altamente influenciados pelos componentes sub-harmônicos e aqueles perto da frequência fundamental.

Também são exemplos desse tipo de ocorrência, as análises dos sinais internos de geradores em casos de ressonância subsíncrona. Este é um fenômeno cujos efeitos são percebidos nas ondas de tensão e corrente em decorrência de interações eletromecânicas entre o gerador e elementos passivos ou ativos do sistema elétrico de potência. Podem gerar instabilidade no sistema, perda de sincronismo e destruição da máquina em casos extremos.

Então, novos algoritmos de estimação fasorial sob essas condições têm aplicação direta nos equipamentos de monitoramento, controle e relés de proteção se forem rápidos o suficiente, o mais perto possível de meio ciclo ou de um ciclo dependendo da configuração harmônica.

As unidades de medida fasorial (PMUs – *phasor measurement unities*) seriam outro tipo de *hardware* propício a receber os possíveis algoritmos voltados para a estimação do componente fundamental nestas situações. Esse tipo de *hardware* tem na estimação fasorial, na estimação de frequência e em sua taxa de alteração as principais medidas a serem realizadas. Requer exatidão nas medidas mesmo na presença de distúrbios harmônicos e inter-harmônicos e em condições dinâmicas de modulação de amplitude, alteração linear ou alterações abruptas da frequência.

A motivação deste trabalho baseou-se na possibilidade do desenvolvimento de algoritmos que possam estimar o componente fundamental mesmo sob as interferências

e impactos relevantes do decaimento CC exponencial e inter-harmônicos. A ideia central é que os algoritmos tenham a exatidão, imunidade a ruído e resposta transitória a partir de uma relação de comprometimento que os candidatem à implementação em *hardware* como relés, PMUs e controladores (FACTs, por exemplo).

O primeiro algoritmo proposto trata da estimação fasorial na presença de componentes harmônicos, decaimento CC exponencial e ruído. Ele é a evolução de uma proposta feita anteriormente neste mesmo programa de pós-graduação e traz, agora, a redução do esforço computacional e melhor imunidade a ruídos como principais contribuições, uma vez que se consegue eliminar passos intermediários existentes no algoritmo original.

O segundo algoritmo trata da estimação fasorial na presença de componentes harmônicos, harmônicos variantes no tempo, inter-harmônicos, inter-harmônicos variantes no tempo, decaimento CC exponencial e ruído. Ele parte da ideia do algoritmo anterior e insere um método extra para o cálculo dos novos parâmetros relacionados à frequência e variação temporal. A grande questão é que a interligação com os módulos já existentes irá alterar o domínio de atuação desse método extra (do tempo para a frequência) e isso dará origem a um novo algoritmo que poderá ter aplicações, inclusive, fora desta área de atuação.

Com este novo método será possível excluir componentes sem interesse para a estimação de forma a reduzir a ordem dos modelos adotados e conseqüentemente o esforço computacional. A utilização dos métodos já consolidados no algoritmo anterior contribuirá para a imunidade a ruídos e exatidão das estimações e o período transitório dependerá da configuração do sistema e da própria ordem do modelo, tornando o método apto a utilização para monitoramento e controle e para proteção em alguns casos.

Para isso, esta tese está dividida na forma como se segue.

O **Capítulo 1** irá tratar de vários componentes que podem compor o sinal a ser processado, suas possíveis origens, seus modelos e características principais. Importante destacar que ele irá dividir os componentes em dois grandes grupos: os componentes gerais (componente fundamental e harmônicos) e os componentes extras (inter-harmônicos e decaimento CC exponencial). Isso é um artifício didático apenas para o melhor entendimento dos métodos que serão propostos. O Capítulo 1 vai discorrer também sobre a

atuação dos transformadores de corrente (TCs) que inserem mais um componente ao sinal. As equações matemáticas que indicam essa inserção são desenvolvidas e apresentadas, bem como a parametrização do novo componente.

Uma quantidade relevante de trabalhos foi publicada propondo técnicas que possam estimar o fasor do componente fundamental mesmo na presença dos componentes extras mencionados. Dentre os vários algoritmos básicos existentes, encontram-se as transformadas de Fourier e os métodos de subespaços. As transformadas de Fourier, a partir de suas várias possibilidades (DFT – *Discrete Fourier Transform*, DTFT – *Discrete Time Fourier Transform* e STFT – *Short Time Fourier Transform*), são muito utilizadas devido sua eficiência computacional, mas são pouco imunes à presença de componentes cujas frequências não são múltiplas inteiras da frequência do componente fundamental. Já os métodos de subespaços (*Root MUSIC*, *ESPRIT*, *Root WSF* etc.) não são especificamente métodos de estimação fasorial, mas podem ser preponderantes nesta tarefa uma vez que podem fornecer as estimações dos parâmetros de frequência e constante de tempo dos componentes. São algoritmos de alta resolução, mas que precisam de uma quantidade significativa de dados e alta disponibilidade computacional, pois o seu esforço computacional é, ainda hoje, um dos principais problemas em sua implementação.

Sendo assim, o **Capítulo 2** apresentará vários dos algoritmos com a intenção de estimar os fasores ou os parâmetros dos fasores. Eles são divididos em dois grupos, a saber: algoritmos de análise por batelada e algoritmos recursivos. Dois desses algoritmos, que são algoritmos de análise por batelada, são indicados para fazer parte dos métodos a serem propostos a partir da descrição de suas características. Justamente, serão os algoritmos baseados nas transformadas de Fourier e os métodos de subespaços.

Cada um desses algoritmos é estudado e descrito com o detalhamento necessário ao seu correto entendimento. Isso é feito, principalmente, para os métodos de subespaços, pois são transposições realizadas de outras áreas de processamento de sinais e precisam ser bem trabalhados. O capítulo apresenta essa descrição com detalhamento que não é encontrado na literatura, indicando a razão e a consequência de cada passo, como eles se interconectam e culminam nas fórmulas e equações matemáticas.

Vários métodos baseados nesses algoritmos foram estudados e serão apresentados como revisão bibliográfica.

Também são estudadas e apresentadas as alternativas para que os métodos possam ser utilizados em sistemas que necessitam de estimações mais rápidas e sistemas que possuem componentes variantes no tempo. Basicamente, isso é feito através de janelamento, gerando a STFT (relacionada às transformadas de Fourier) e *sliding window* (relacionada aos métodos de subespaços).

Finalmente, são determinadas duas métricas que servirão para analisar os métodos propostos e suas comparações com os métodos da literatura: erro médio quadrático e erro médio percentual.

Uma vez realizadas as modelagens e entendimentos dos sinais que serão utilizados e os algoritmos existentes que poderão auxiliar na estimação fasorial, passa-se aos dois métodos propostos neste trabalho.

O primeiro método, abordado no **Capítulo 3**, refere-se à estimação do componente fundamental na presença de componentes harmônicos, decaimento CC exponencial e ruído. A ideia central é eliminar os componentes gerais (componente fundamental e harmônicos) e estimar a influência do componente extra na frequência fundamental.

Uma janela é projetada para eliminar os componentes fundamental e harmônicos, restando apenas as influências do decaimento CC exponencial no sinal filtrado. O capítulo vai mostrar que as fases das amostras desse sinal filtrado têm relação direta com o parâmetro de constante de tempo do decaimento e com sua influência na frequência fundamental. Através de uma tabela criada *off-line* será possível estimar tal influência de forma direta.

Paralelamente, é aplicada a DFT no sinal de entrada que consegue eliminar os harmônicos, mas deixa a estimação do componente fundamental com a influência do decaimento CC exponencial. Uma vez que essa influência foi calculada conforme descrito no parágrafo anterior, uma subtração básica entre o resultado da DFT e o resultado da busca parametrizada na tabela irá fornecer a estimação correta do fasor desejado.

O segundo método proposto, abordado no **Capítulo 4**, refere-se à estimação do componente fundamental na presença de componentes harmônicos, decaimento CC exponencial, inter-harmônicos, inter-harmônicos variantes no tempo e ruído. Mantém-se a estrutura do método anterior, eliminando os componentes gerais e realizando uma estimação paralela via DFT. A diferença é que será necessário estimar mais um parâmetro dos componentes extras: a frequência.

Para a estimação desse parâmetro será utilizado um método de subespaço que será escolhido mediante o melhor desempenho computacional e de imunidade a ruído. Também serão escolhidos seus parâmetros que interferem diretamente no esforço computacional e no atraso total do método.

Eliminando os componentes gerais e estimando a influência do componente extra na frequência fundamental, será conseguida a estimação do fasor do componente fundamental subtraindo essa influência de outra estimação realizada via DFT, que elimina apenas os harmônicos, como já discutido.

Finalmente, a conclusão do trabalho no **Capítulo 5** contém todas as descrições das contribuições realizadas na tese.

---

# CAPÍTULO 1. Sinais dos Sistemas Elétricos de Potência e seus Componentes

A estimação fasorial do componente fundamental está entre as tarefas mais importantes na área de processamento de sinais aplicados a Sistemas Elétricos de Potência (SEPs), pois parte significativa dos equipamentos de análise, controle e proteção se baseiam nessas medidas. Entretanto, a estimação do componente fundamental torna-se um desafio à medida que existem outros componentes envolvidos na análise do sinal, desde decaimento CC exponencial até harmônicos de mais alta ordem, inter-harmônicos e ruídos. Além disso, os componentes harmônicos e inter-harmônicos poderão ter seus parâmetros estacionários ou variantes no tempo (*time-varying*).

Poderão compor os sinais analisados os componentes harmônicos, harmônicos variantes no tempo, inter-harmônicos, inter-harmônicos variantes no tempo, sub-harmônicos, sub-harmônicos variantes no tempo e decaimento CC exponencial; além do componente fundamental e ruídos.

Este capítulo destina-se a descrever cada um desses componentes, a equacionar os sinais que servirão de modelo para a proposição dos métodos de estimação fasorial e a discutir a inserção de mais alguns desses componentes. Este último caso é devido à atuação dos transformadores de corrente (TCs) necessários nas aplicações práticas com sinais de corrente dos métodos propostos (geralmente, aplicações de proteção).

## 1.1. Harmônicos, inter-harmônicos e sub-harmônicos

Componentes harmônicos são componentes senoidais em frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental [1], [2]. Componentes inter-harmônicos são aqueles cujas frequências não são múltiplos inteiros da frequência relacionada ao componente fundamental [3] – [6] e podem estar localizados em frequências discretas ou espalhados em uma determinada banda do espectro [7] e [8]. Quando as frequências dos componentes inter-harmônicos se situam abaixo da frequência do componente fundamental, usa-se chamá-los de componentes sub-harmônicos [4]. Neste trabalho, a nomenclatura inter-harmônico será utilizada para qualquer caso, englobando os sub-harmônicos.

Os SEPs atuais possuem uma quantidade significativa de equipamentos geradores de componentes harmônicos e inter-harmônicos: conversores, controladores, dispositivos

FACTs, compensação de linhas de transmissão e cargas não-lineares. Este cenário é agravado pelos esforços em se construir uma nova geração de redes (*smart grids*) que irá demandar a inclusão cada vez maior desses equipamentos [9]. Outro exemplo, geradores eólicas e fornos a arco também são causadores de inter-harmônicos, pois seu uso está associado tanto aos efeitos *flicker* (flutuações de frequências baixas) quanto à inserção de componentes inter-harmônicos em frequências maiores [4], [5], [10] – [12]. O resultado da inclusão desses componentes no sistema é a distorção das formas de onda, chamada de distorção (inter-) harmônica, provocando o aumento de perdas, mau funcionamento dos dispositivos de proteção e controle, diminuição da vida útil de equipamentos, ressonância, interferência nas comunicações etc. [8] – [14]. Estes efeitos podem ser notáveis mesmo sendo gerados por componentes de amplitudes baixas, principalmente por inter-harmônicos, cujos limites fixados pelos padrões internacionais são inferiores aos dos harmônicos [15], sendo dada grande importância ao seu monitoramento [16].

O componente fundamental de tensão ou corrente pode ser modelado no domínio discreto e com taxa de amostragem  $\Delta t$  da seguinte forma:

$$s_1[n] = A_1 \cos(\omega_1 \cdot n\Delta t - \varphi_1) \quad (1)$$

onde  $s_1[n]$  é a  $n$ -ésima amostra do sinal do componente fundamental que possui amplitude  $A_1$ , frequência  $\omega_1 = 2\pi \cdot f_1$ , com  $f_1 = 60$  Hz, e fase  $\varphi_1$ .

Já os componentes harmônicos podem ser modelados da seguinte forma:

$$s_H[n] = \sum_{h=2}^H A_h \cos(\omega_h \cdot n\Delta t - \varphi_h) \quad (2)$$

onde  $s_H[n]$  é a  $n$ -ésima amostra do sinal relativo ao somatório dos  $H - 1$  componentes harmônicos presentes no sinal, com suas respectivas amplitudes  $A_h$ , frequências  $\omega_h = h \cdot \omega_1$  e fases  $\varphi_h$ .

O parâmetro  $\omega_h$  pode ser formulado também como  $\omega_h = h \cdot 2\pi/(N\Delta t)$ , onde  $N$  é o número de amostras por ciclo do componente fundamental. Sendo assim, os componentes harmônicos existirão até a  $H - \text{ésima}$  ordem e  $H \leq N/2$ , considerando a aplicação de um filtro *anti-aliasing* que irá suprimir as frequências de ordem superior.

Os componentes inter-harmônicos podem ser modelados como:

$$s_I[n] = \sum_{i=1}^I A_i \cos(\omega_i \cdot n\Delta t - \varphi_i) \quad (3)$$

onde  $s_I[n]$  é a  $n$ -ésima amostra do sinal relativo ao somatório dos  $I$  componentes inter-harmônicos presentes no sinal com suas respectivas amplitudes  $A_i$ , frequências  $\omega_i \neq i \cdot \omega_1$  e fases  $\varphi_i$ .

## 1.2. Harmônicos e inter-harmônicos variantes no tempo

Medidas de campo e análises de formas de onda indicam que os parâmetros de amplitude e frequência dos componentes harmônicos e inter-harmônicos podem ser variantes no tempo, embora a maioria das normas existentes considere valores constantes para os parâmetros desses componentes. As contínuas alterações na configuração do sistema e condições das cargas, proliferação de distúrbios e alteração dos cenários de operação [17] – [19] estão entre as causas desse fenômeno. Isso pode acontecer em função do tempo, por exemplo, no espectro harmônico devido à energização de transformadores e no inter-harmônico devido ao funcionamento dos fornos a arco e *drivers* de acionamento de motores [20].

Os componentes variantes no tempo surgem dos processos de decomposição harmônica dos sinais dos sistemas de potência, podendo ser utilizados para a caracterização de diversas cargas não lineares [9]. O modelo matemático dos componentes harmônicos variantes no tempo é uma generalização que pode substituir aquele descrito pela equação (2) da seguinte forma, [21]:

$$s_H[n] = \sum_{h=2}^H A_h \cos(\omega_h \cdot n\Delta t - \varphi_h) \cdot f_h[n] \quad (4)$$

onde  $f_h[n]$  é a  $n$ -ésima amostra de uma função que pode ser determinística (exponencial crescente, decrescente, alternada, ou, simplesmente, valores constantes) [21] ou pode ser caracterizada por funções estatísticas se forem consideradas variações aleatórias [18].

Esses componentes variantes no tempo também podem ser modelados como a generalização dos inter-harmônicos:

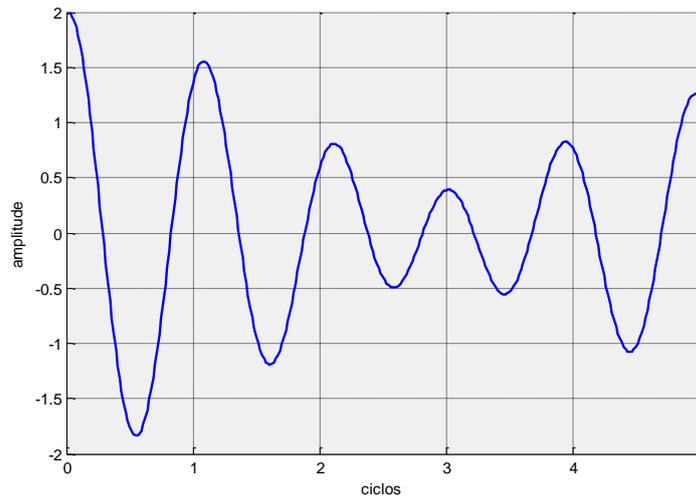
$$s_I[n] = \sum_{i=1}^I A_i \cos(\omega_i \cdot n\Delta t - \varphi_i) \cdot f_i[n] \quad (5)$$

com a amostra  $f_i[n]$  seguindo o mesmo princípio de  $f_h[n]$ .

O grande desafio do processamento dos componentes harmônicos ou inter-harmônicos variantes no tempo é a precisão dos dados medidos. Tal precisão é essencial em

várias aplicações como projetos de filtros harmônicos e solução de vários problemas de qualidade de energia elétrica [18].

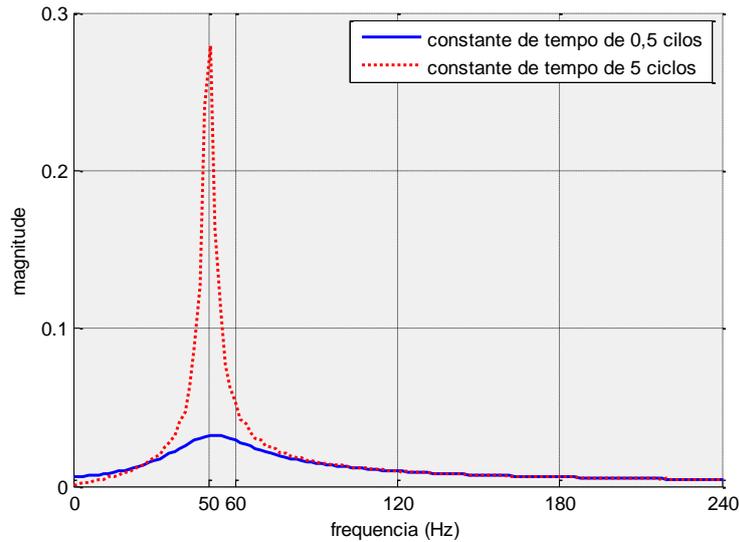
A Figura 1 mostra cinco ciclos de uma onda com  $N = 64$  amostras por ciclo, componente fundamental com amplitude  $A_1 = 1$  pu e fase  $\varphi_1 = 0$  somada a um componente sub-harmônico, variante no tempo, exponencialmente amortecido.



**Figura 1 – Componente fundamental e sub-harmônico variante no tempo**

O componente sub-harmônico escolhido para a simulação mostrada na Figura 1 possui amplitude  $A_i = A_1 = 1$  e fase  $\varphi_i = 0$ . Considerando  $f_i[n]$  como uma função exponencial decrescente, a constante de tempo adotada foi  $\tau_i = 5$  ciclos e frequência  $\omega_i = 314,16$  rad/s (50 Hz). É possível notar a constante alteração nos máximos de amplitude do sinal devido à influência mútua entre o componente fundamental e o relacionado ao sub-harmônico. A diferença entre as frequências desses dois sinais causa um deslocamento permanente da fase entre eles, que irá durar até que o sinal transitório desapareça.

A Figura 2 mostra o espectro de frequências de dois componentes sub-harmônicos variantes no tempo, exponencialmente amortecidos, com constante de tempo  $\tau_i$  de 0,5 e 5 ciclos respectivamente.



**Figura 2 – Espectro de frequências de sub-harmônicos variantes no tempo**

Os componentes sub-harmônicos variantes no tempo escolhidos para a simulação mostrada na Figura 2 possuem amplitude  $A_i = A_1 = 1$ , onde  $A_1$  é a amplitude do componente fundamental, fase  $\varphi_i = 0$ , constante de tempo  $\tau_i = 0,5$  e 5 ciclos, respectivamente, e frequência  $\omega_i = 314,16$  rad/s (50 Hz). Pode-se observar que existe uma influência em todos os componentes no domínio da frequência de forma mais espalhada quando  $\tau_i$  é menor. Quando  $\tau_i$  é maior, há uma influência com energia maior que o primeiro caso e mais concentrada nas menores frequências do espectro ao redor de  $\omega_i$ .

### 1.3. Decaimento CC exponencial

O decaimento CC exponencial é um componente transitório, ocorre devido à natureza física das linhas de transmissão e aparecerá nos sinais como consequência de qualquer distúrbio suficientemente grande para produzir efeitos perceptíveis no sistema elétrico de potência, como alterações de cargas e faltas.

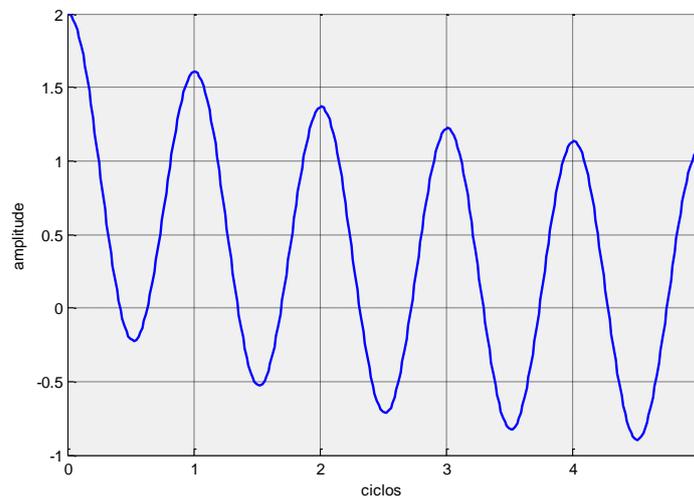
As linhas de transmissão que possuem comportamento predominante de um circuito com resistência e indutância distribuídas poderão ser modeladas como um circuito  $RL$  simples para efeito de simplificação e entendimento do aparecimento do componente de decaimento CC exponencial. Pode-se considerar um circuito série  $RL$  simples onde o decaimento CC exponencial irá aparecer no transitório do sinal da seguinte forma [22] – [27]:

$$s_d[n] = A_d e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_d}} \quad (6)$$

onde  $A_d = -A_1 \cos(\varphi_1)$  é a amplitude inicial do componente e  $\tau_d = L/R$  é a constante de tempo.  $A_1$  e  $\varphi_1$  são a amplitude e o ângulo de fase do componente fundamental enquanto  $R$  e  $L$  são as resistências e indutâncias combinadas do sistema, incluindo os parâmetros distribuídos da linha de transmissão, os parâmetros da carga, geradores etc.

A constante de tempo e a amplitude do componente de decaimento CC exponencial são desconhecidas e associadas às características do distúrbio, como sua localização, relação entre reatância e resistência do sistema e início temporal [24] – [28]. Considerando o ângulo de fase do componente fundamental  $\varphi_1 = \theta_1 - \psi$  onde  $\theta_1 = \tan^{-1}(\omega_1 L/R)$  e  $\psi$  está relacionado ao instante inicial da falta, observa-se que a amplitude desse componente poderá variar entre  $A_d = 0$  ( $\varphi_1 = \pi$  rad) e  $A_d = A_1$  ( $\varphi = 0$  rad). Ou seja, o decaimento CC exponencial poderá ir de 0 (falta totalmente simétrica) a 100% (falta totalmente assimétrica) do valor da amplitude da fundamental. Já a constante de tempo  $\tau_d = L/R$  poderá ser considerada, para a maioria dos casos práticos, variando na faixa entre 0,5 a 10 ciclos [24] (entre  $8,3 \times 10^{-3}$  e  $166,7 \times 10^{-3}$  s).

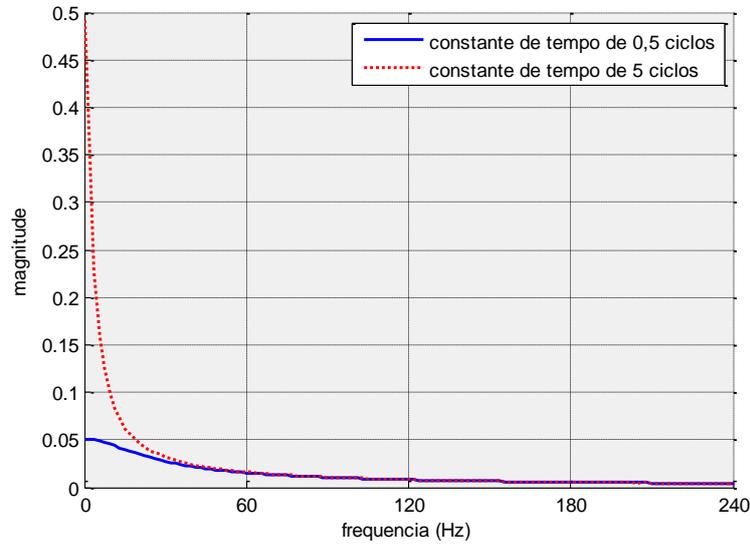
A Figura 3 mostra cinco ciclos de uma onda com  $N = 64$  amostras por ciclo, componente fundamental com amplitude  $A_1 = 1$  pu e fase  $\varphi_1 = 0$  somada a um componente de decaimento CC exponencial.



**Figura 3 – Componente fundamental e decaimento CC exponencial**

O componente de decaimento CC exponencial escolhido para a simulação mostrada na Figura 3 possui amplitude  $A_d = A_1 = 1$  pu e constante de tempo  $\tau_d = 5$  ciclos. A quantidade de ciclos da constante de tempo estará compreendida entre o início do decaimento e o instante em que a parte real do logaritmo natural de  $s_d[n]$  for igual a  $-1$ .

A Figura 4 mostra o espectro de frequências de dois componentes de decaimento CC exponencial com constante de tempo  $\tau_d$  de 0,5 e 5 ciclos, respectivamente.



**Figura 4 – Espectro de frequências de decaimentos CC exponenciais**

Os componentes de decaimento CC exponencial escolhidos para a simulação mostrada na Figura 4 possuem amplitude  $A_d = A_1 = 1$  e constante de tempo  $\tau_d = 0,5$  e 5 ciclos, respectivamente. Pode-se observar que existe uma influência em todos os componentes no domínio da frequência de forma mais espalhada quando  $\tau_d$  é menor e há uma influência com maior energia e mais concentrada nas menores frequências do espectro quando  $\tau_d$  é maior.

#### 1.4. Composição dos sinais

A modelagem dos componentes variantes no tempo é a generalização de todos os componentes descritos nas seções anteriores. Para efeitos didáticos na proposição dos métodos de estimação fasorial desta Tese, os componentes generalizados serão divididos em dois grupos: um envolvendo os componentes fundamental e harmônicos e outro envolvendo os inter-harmônicos e decaimento CC exponencial. O primeiro será denominado de componentes gerais e o segundo de componentes extras.

As equações que tratam dos componentes fundamental e harmônicos podem ser generalizadas da seguinte forma:

$$s_H[n] = \sum_{h=1}^H A_h \cos(\omega_h \cdot n\Delta t - \varphi_h) \cdot f_h[n] \quad (7)$$

com  $h = 1$  referindo-se ao componente fundamental e  $h > 1$  referindo-se aos componentes harmônicos. Essa será a forma de apresentação do modelo para fundamental e harmônicos utilizada a partir de agora: os componentes gerais.

As amostras de cada elemento da equação (7) poderão ser representadas da seguinte forma:

$$s_h[n] = A_h \cos(\omega_h \cdot n\Delta t - \varphi_h) \cdot f_h[n] \quad (8)$$

- O componente fundamental é obtido com  $h = 1$  e  $f_h[n] = 1$ ;
- Os componentes harmônicos são obtidos com  $h > 1$ ,  $h \in \mathbb{Z}_+^*$  e  $f_h[n] = 1$ ;
- Os componentes harmônicos variantes no tempo são obtidos com  $h > 1$ ,  $h \in \mathbb{Z}_+^*$ , e  $f_h[n]$  podendo ser uma função determinística ou aleatória de acordo com a descrição feita para a equação (4).

Apenas deve-se esclarecer a nomenclatura adotada. A equação (1) mostrou o componente fundamental  $s_1[n]$ ; a equação (2) mostrou  $s_H[n]$  como o somatório de  $H - 1$  componentes harmônicos e foi generalizada na equação (4) como componentes harmônicos variantes no tempo; e as equações (7) e (8) generalizaram esses componentes em componentes gerais. Fica adotado a partir de agora  $s_H[n]$  como o sinal dos componentes gerais que envolvem o componente fundamental e os componentes harmônicos.

As equações que tratam dos componentes inter-harmônicos e decaimento CC exponencial podem ser generalizadas da seguinte forma:

$$s_K[n] = s_I[n] + s_d[n] = \sum_{k=1}^K A_k \cos(\omega_k \cdot n\Delta t - \varphi_k) \cdot f_k[n] \quad (9)$$

Sendo que cada elemento da equação (9) poderá ser representado da seguinte forma:

$$s_k[n] = s_i[n] + s_d[n] = A_k \cos(\omega_k \cdot n\Delta t - \varphi_k) \cdot f_k[n] \quad (10)$$

- O componente de decaimento CC exponencial é obtido quando  $\omega_k = 0$  e  $f_k[n] = e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_d}}$ , com  $A_k = -A_1$  (amplitude do componente fundamental) e  $\varphi_k = \varphi_1$  (fase do componente fundamental).

Neste caso particular a equação (10) poderá ser reescrita como:

$$s_k[n] = s_d[n] = A_d e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_d}} \quad (11)$$

com  $A_d = -A_1 \cos(\varphi_1)$  sendo a amplitude do componente de decaimento e  $\tau_d$  sua constante de tempo.

- Os componentes inter-harmônicos são obtidos quando  $f_k[n] = 1$ , lembrando que  $\omega_k \neq k \cdot \omega_1, k \in \mathbb{Z}_+^*$ .

Neste caso particular a equação (10) poderá ser reescrita como:

$$s_k[n] = s_i[n] = A_i \cos(\omega_i \cdot n\Delta t - \varphi_i) \quad (12)$$

com  $A_i = A_k$  sendo a amplitude do componente inter-harmônico,  $\omega_i = \omega_k \neq k \cdot \omega_1$ , sua frequência e  $\varphi_i$  a sua fase.

- Os componentes inter-harmônicos variantes no tempo são obtidos com  $f_k[n]$  podendo ser uma função determinística ou aleatória de acordo com a descrição feita para a equação (4).

Neste caso particular a equação (10) poderá ser reescrita como:

$$s_k[n] = s_i[n] = A_i \cos(\omega_i \cdot n\Delta t - \varphi_i) \cdot f_i[n] \quad (13)$$

com  $A_i = A_k$  sendo a amplitude do componente inter-harmônico,  $\omega_i = \omega_k \neq k \cdot \omega_1$  sendo sua frequência e  $\varphi_i$  a sua fase.

A equação (3) mostrou os componentes inter-harmônicos  $s_l[n]$  e foi generalizada na equação (5) como componentes inter-harmônicos variantes no tempo; a equação (6) mostrou  $s_d[n]$  como o decaimento CC exponencial; as equações (9) e (10) generalizaram esses componentes em componentes extras. Fica adotado a partir de agora  $s_K[n]$  como o sinal dos componentes extras que envolvem o componente de decaimento CC exponencial e os componentes inter-harmônicos.

A equação da  $n$ -ésima amostra do sinal total poderá ser escrita como:

$$\begin{aligned} s[n] &= s_H[n] + s_K[n] + s_r[n] = \\ &= \sum_{h=1}^H (A_h \cos(\omega_h n\Delta t - \varphi_h) \cdot f_h[n]) + \\ &+ \sum_{k=1}^K (A_k \cos(\omega_k n\Delta t - \varphi_k) \cdot f_k[n]) + s_r[n] \end{aligned} \quad (14)$$

onde o primeiro termo são os componentes gerais que abrangem fundamental e harmônicos, o segundo termo são os componentes extras que abrangem decaimento CC exponencial e inter-harmônicos e  $s_r[n]$  é o sinal relativo ao ruído existente.

O sinal modelado pela equação (14) será a base da proposição dos métodos de estimação do componente fundamental neste trabalho. Entretanto, para aplicações práticas envolvendo sinais de corrente, é necessária uma análise adicional devido à influência dos transformadores de corrente.

### 1.5. Influência dos transformadores de corrente (TCs)

A função dos transformadores de corrente (TCs) é diminuir as magnitudes das correntes para serem utilizadas por equipamentos de medição ou proteção, além de proporcionar um isolamento galvânico entre o sistema elétrico de potência e os instrumentos. Necessariamente, os TCs deveriam fornecer sinais de corrente que fossem reproduções fiéis de suas quantidades primárias correspondentes [29], [30].

Entretanto, sua utilização pode provocar dois tipos de irregularidades nos sinais entregues pelos seus terminais secundários. O primeiro, bem conhecido, está relacionado à saturação do TC devido a grandes amplitudes da corrente de falta, presença de decaimento CC exponencial nessa corrente ou tempo elevado de ocorrência de falta [30] – [32]. O segundo acontece antes da saturação, quando o TC atua em sua região linear e recebe da rede correntes provenientes do sistema que podem possuir os componentes fundamental, harmônicos, inter-harmônicos ou decaimento CC exponencial em sua composição.

Como a saturação do TC não é instantânea, ele deveria ser capaz de replicar a corrente do primário durante alguns ciclos com certo grau de precisão. Entretanto, mesmo neste tempo, a corrente no secundário ganha outros componentes extras além daqueles presentes na corrente do primário, diferenciando qualitativamente esses dois sinais. Para entender isso, considere o modelo padrão, referenciado ao secundário, para um TC operando em sua região linear e com suas variáveis representadas no domínio do tempo, como mostra a Figura 5 [29], [33].

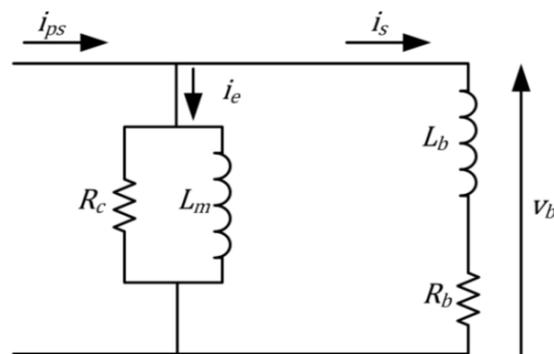


Figura 5 – Modelo para um TC referenciado ao secundário

Na Figura 5,  $i_{ps}(t)$  é a corrente do primário referenciada ao secundário,  $i_e(t)$  é a corrente de excitação e  $i_s(t)$  é a corrente entregue à carga. Além disso,  $R_c$  é a resistência de perda no núcleo,  $L_m$  é a indutância de magnetização e  $Z_b = R_b + j\omega L_b$  é a impedância total do secundário, incluindo as impedâncias de fuga, de conexões e da própria carga (impedância de *burden*, uma carga padronizada). A questão central da discussão que deve ser estabelecida a partir dessa figura é a relação entre  $i_s(t)$  e  $i_{ps}(t)$ , considerados a atuação do circuito equivalente e os componentes de  $i_{ps}(t)$ .

Utilizando a transformada de Laplace para a resolução do circuito da Figura 5, pode-se definir sua influência no modelo de sinal da equação (14):

$$F(s) = s \left( \frac{Z_{eq} + sR_c}{Z_b} \right) \left( \frac{1}{s + 1/\tau_m} \right) \left( \frac{1}{s + 1/\tau_b} \right) \quad (15)$$

com  $Z_{eq} = R_b R_c / L_b$ ,  $\tau_b = L_b / (R_b + R_c)$  e  $\tau_m = L_m (R_b + R_c) / (R_b R_c)$ . Isso significa que o circuito incluirá no sinal de saída do secundário mais dois componentes de decaimento CC exponencial: um relativo à indutância de magnetização (com constante de tempo  $\tau_m$ ) e outro relativo à indutância da carga (com constante de tempo  $\tau_b$ ). Entretanto, apenas um desses dois componentes terá relevância quando, e somente quando, o sinal do primário contiver o componente de decaimento CC exponencial  $s_d[n]$ , mostrado na equação (6).

Se a corrente  $i_{ps}(t)$  for a equivalente analógica daquela descrita pela equação (14), desconsiderando os componentes harmônicos e ruído e estabelecendo as características necessárias de  $f_h[n]$ ,  $g_h[n]$ ,  $f_i[n]$  e  $g_i[n]$  para que o sinal possua o componente fundamental e o decaimento CC exponencial, sua transformada de Laplace será:

$$S(s) = \left[ A_1 \cos \varphi_1 \left( \frac{s}{s^2 + \omega_1^2} \right) - A_1 \sin \varphi_1 \left( \frac{\omega}{s^2 + \omega_1^2} \right) \right] - A_1 \cos \varphi_1 \left( \frac{1}{s + 1/\tau_d} \right) \quad (16)$$

onde o primeiro termo entre colchetes é relativo ao componente fundamental e o último termo ao decaimento CC exponencial.

As transformadas inversas de Laplace das relações  $F(s) \cdot S(s)$  são relativamente complicadas de se obter analiticamente. Utilizando um software matemático é possível mostrá-las representando as constantes presentes em cada um de seus termos de forma que estejam em função dos parâmetros do sinal de entrada ( $p_e$ ) e dos parâmetros do circuito ( $p_c$ ).

Para o sinal de entrada contendo um componente de decaimento CC exponencial, a  $n$ -ésima amostra do sinal de saída será da seguinte forma:

$$s[n] = M_1(p_c)A_1 \cos(\omega_1 n\Delta t - \varphi_1 - \beta_1(p_c)) + M_d(p_e, p_c)A_d e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_d}} + M_{dm}(p_e, p_c)e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_m}} + M_{db}(p_e, p_c)e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_b}} \quad (17)$$

Isso significa inserir dois componentes de decaimento CC exponencial no sinal, além do previamente existente. Interessante notar que as constantes do componente de saída relativo à frequência fundamental ( $M_1$  e  $\beta_1$ ) dependem apenas dos parâmetros internos do TC ( $p_c$ ), enquanto que as constantes dos componentes de decaimento CC exponencial ( $M_d$ ,  $M_{dm}$ ,  $M_{db}$ ) dependem dos parâmetros do sinal de entrada ( $p_e$ ) também.

Os parâmetros ( $p_c$ ) do circuito da Figura 5 são definidos com base em uma classe específica de TCs de acordo com as normas em vigor, podendo ser calculados ou testados. Por exemplo, baseando-se nas normas referenciadas em [33] e [34], pode-se adotar um TC da classe C, onde é possível calcular seus parâmetros sem a necessidade de ensaios. Em um caso específico, o TC 10C400 possui erro ( $\epsilon = I_e/I_{st}$ ) máximo de 10% quando em seu terminal secundário existir uma tensão de 400 V e circular uma corrente de 20 vezes a corrente nominal. Como os TCs são padronizados para se ter uma corrente de 5 A na saída, significa que a corrente que deve circular no primário é de 100 A. Além disso, em [34] é dado uma tabela relacionando cada tipo de TC com o seu respectivo  $Z_b$  e assumido que as correntes  $I_s$  e  $I_e$  estejam em fase. Dessa forma, esse modelo exemplificado possui os parâmetros descritos na Tabela 1.

**Tabela 1 – Parâmetros internos de um TC 10CX**

Tipo	$R_b$ ( $\Omega$ )	$L_b$ (mH)	$R_c$ ( $\Omega$ )	$L_m$ (mH)
10CX	$0,5 \cdot X/100$	$2,3 \cdot X/100$	$5 \cdot X/100$	$23 \cdot X/100$

De posse dos parâmetros mostrados na Tabela 1, podem-se calcular os valores das constantes  $\tau_m$  e  $\tau_b$  da equação (17), pois esses valores serão fixos, inclusive independentes do tipo de TC utilizado entre aqueles pertencentes à classe descrita (10C100, 10C200, 10C400 ou 10C800), uma vez que é adotado a proporcionalidade entre parâmetros e a tensão de saída. Sendo assim, neste caso específico,  $\tau_m = 3$  ciclos e  $\tau_b = 0,03$  ciclos. O mais importante nessa análise é notar que a constante de tempo  $\tau_b$  é muito pequena e o decaimento CC exponencial relacionado a ela poderá ser desconsiderado na síntese dos sinais utilizados. Essa regra pode ser adotada em outros casos, principalmente naqueles

em que  $\tau_m$  for maior, uma vez que  $\tau_b$ , dependendo apenas da impedância de *burden*, sempre terá essa ordem de grandeza.

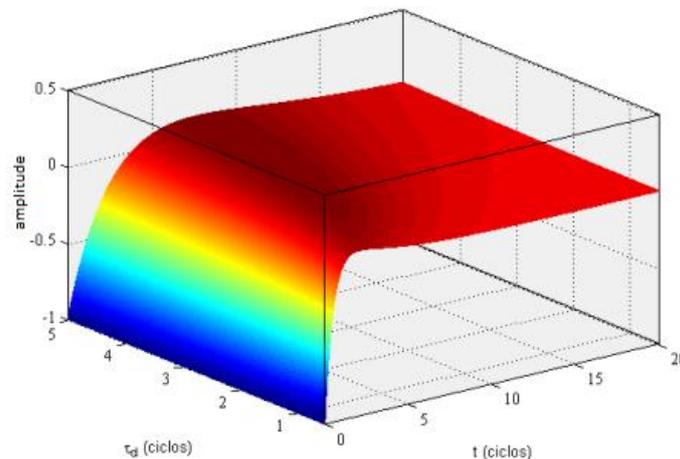
Como consequência dessa análise, a indutância  $L_b$  não será levada em conta como uma carga padrão nos equipamentos de proteção, considerando apenas  $Z_b = R_b$  [29], [33] e [34]. Isso irá simplificar as equações, pois em (17) será adicionado apenas mais um termo de decaimento, referente à  $\tau_m$ . Com base nessas observações, pode-se calcular a faixa possível de valores para as outras constantes  $M_x$ , ao ser variada a constante de tempo  $\tau_d$  do sinal de entrada com decaimento CC exponencial. Especificamente, foi computada a equação (17) com  $\tau_d$  variando de 0,5 a 10 ciclos. Em todos eles,  $A_1 = A_d$  e  $M_1$  foi tomado como base para as unidades de pu.

Após atuação do TC, a equação (6) que descreve o componente de decaimento CC exponencial poderá ser generalizada para:

$$s_D[n] = A_d e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_d}} + A_{dm} e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_m}} = s_d[n] + s_{dm}[n] \quad (18)$$

com  $-1,2 \cdot A_1 < A_d < 1,5 \cdot A_1$ ,  $0 < \tau_d < 10$  ciclos,  $-2,5 \cdot A_1 < A_{dm} < 0,2 \cdot A_1$  e  $\tau_m = 3$  ciclos. A equação (18) deverá ser levada em conta no estabelecimento do modelo de sinal adotado nas equações (9), (11) e (14) alterando  $s_d[n]$  por  $s_D[n]$ .

Conclui-se, então, que a influência dos TCs nos sinais primários que possuem decaimento CC exponencial, aumenta a amplitude do decaimento entre 20 e 50% e insere um segundo componente com amplitude que poderá chegar a até 2,5 vezes o valor do componente fundamental. Além disso, existe uma influência na morfologia dos componentes extras, que passa a ter um valor de pico proeminente, ao se considerar dois componentes de decaimento CC exponencial, como mostra a Figura 6.



**Figura 6 – Soma dos decaimentos no sinal de saída do secundário de um TC**

De acordo com a Figura 6, a amplitude do decaimento CC exponencial total é igual a 1 pu no máximo, valor resultante da soma dos dois termos de decaimento existentes na equação (18). Como pode ser visto também, o sinal de decaimento resultante possui um valor máximo que ocorre  $t_{max}$  segundos após seu início.

## 1.6. Conclusão

Neste capítulo foram estudados e modelados os componentes que podem ser inseridos junto ao componente fundamental nos sinais dos Sistemas Elétricos de Potência: componentes harmônicos, inter-harmônicos e decaimentos CC exponencial. Os dois primeiros surgem, por exemplo, da utilização cada vez maior de equipamentos baseados em eletrônica de potência ou cargas não lineares. Já o último surge como resposta de um sistema aproximado como um circuito  $RL$  a qualquer alteração abrupta e atuação dos transformadores de corrente.

Foram estudados, também, os componentes harmônicos e inter-harmônicos variantes no tempo, ocasionados pela alteração de configuração constante do sistema. Esses componentes variantes no tempo foram tomados como generalizações dos outros componentes, sejam os componentes fundamental, harmônicos, inter-harmônicos ou decaimentos.

O artifício de generalização foi utilizado com a divisão dos componentes em dois grupos para facilitar o entendimento dos métodos a serem propostos: um envolvendo fundamental e harmônicos, denominado de componentes gerais, e outro envolvendo inter-harmônicos e decaimentos CC exponenciais, denominado de componentes extras.

Finalmente foi estudada a influência que os transformadores de corrente terão nos sinais. Devido à atuação dos TCs, os sinais entregues aos equipamentos de controle, análise ou proteção poderão conter outro componente de decaimento CC exponencial proveniente do acoplamento magnético desses transformadores. Na verdade, o TC insere mais dois componentes de decaimento em qualquer sinal, mas suas influências são pequenas e podem ser desconsideradas para todos os casos, excetuando-se aqueles sinais que já possuem decaimento em sua composição. Neste caso, gera-se um sinal com dois componentes desse tipo, um proveniente da linha de transmissão e outro do TC.

---

## CAPÍTULO 2. Métodos para a Estimação de Fasores e Parâmetros Senoidais

A estimação fasorial é uma técnica de processamento de sinais necessária para aplicações relacionadas à proteção de sistemas de potência, controle, qualidade da energia, análises de segurança, monitoramento e diagnósticos. Ela consiste em processar os sinais captados dos sistemas elétricos de potência, eliminando os componentes indesejáveis por filtragem ou processamento estatístico e estimando aqueles de interesse.

Em muitos casos, a tarefa dos algoritmos será estimar a amplitude e a fase do componente fundamental na presença de quaisquer outros como componentes harmônicos e inter-harmônicos, variantes no tempo ou não, decaimento CC exponencial e ruídos, como vistos no capítulo anterior. O desafio da estimação é que estes componentes podem afetar significativamente a qualidade dos resultados desejados.

De forma geral, os algoritmos utilizados ou vão garantir a estimação quando alguns desses componentes estiverem presentes ou, na maioria das vezes, dar preferência à sua eliminação. Neste último caso, pode ser necessária a estimação de parâmetros como a frequência ou constante de tempo destes componentes.

Entretanto, o sinal monitorado precisaria apresentar algumas características para que os valores estimados sejam os mais exatos possíveis: ser relativamente estacionário, comparado com outros distúrbios; não apresentar desvios de frequência; não apresentar componentes extras ao fundamental e harmônicos; possuir taxa de amostragem suficientemente grande para que o algoritmo tenha a resolução desejada na determinação dos parâmetros [35]. Como algumas dessas características são cada vez mais improváveis, muitos algoritmos de estimação ou técnicas complementares têm sido propostos nos últimos anos. Algumas comparações entre vários métodos podem ser encontradas em [15] e [35].

Existem os algoritmos que processam o sinal por batelada e necessitam de um conjunto de amostras consecutivas (bloco ou janela). Existem outros que realizam uma análise dinâmica recursiva e estimam os valores a cada iteração baseados em um conjunto de estimações anteriores.

No grupo de análise por batelada incluem-se:

- as formas não recursivas das transformadas de Fourier (*Discrete Fourier Transform* – DFT e *Discrete Time Fourier Transform* – DTFT) para a estimação fasorial;
- os algoritmos de alta resolução, como aqueles baseados em subespaços (*Multiple Signal Classification* – MUSIC; *Root MUSIC*; *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique* – ESPRIT; *Beamspace ESPRIT*; *Weighted Subspace Fitting* – WSF; *Root WSF*) e o método Prony, para a estimação de frequência e constante de tempo;
- métodos baseados em redes neurais artificiais (RNA).

Já nos métodos recursivos estão incluídos os denominados ADALINE (*Adaptive Linear Element*), filtros de Kalman e aqueles baseados em PLL (*Phase – Locked Loop*) [35].

A escolha dos algoritmos que integrariam os métodos propostos neste trabalho obedeceu algumas premissas:

- Menor conhecimento possível do espectro do sinal a ser analisado, o que descartou a utilização dos métodos recursivos que necessitam da escolha de modelos e parâmetros apropriados para realizar bem a estimação.
- Filtragem para eliminar os componentes harmônicos  $s_h[n]$  modelados segundo a equação (8), remetendo diretamente ao uso da DFT e DTFT.
- Estimação dos componentes  $s_k[n]$  de acordo com a equação (10), remetendo a métodos com resolução adequada para a estimação dos inter-harmônicos.
- Necessidade de adaptações para estimação de componentes variantes no tempo.

Com relação à penúltima premissa, os algoritmos paramétricos (métodos de subespaço, Prony e aqueles baseados em RNA) são considerados uma solução efetiva devido à sua alta resolução acompanhados da determinação da ordem de estimação e prevenção de interferências de ruídos. Sua principal desvantagem é o esforço computacional elevado que poderia, ainda, restringir o uso dessas técnicas para aplicações em tempo real. Isso acontece principalmente com o algoritmo Prony, altamente sensível à presença de ruído no sinal, sendo necessário se encontrar as raízes de polinômios de ordens altas [13] e [35].

Já com relação à última premissa, observando a dependência temporal dos sinais de potência, as amostras dentro de uma janela deveriam caracterizar um sinal aproximadamente estacionário. De acordo com diferentes aplicações, devem ser escolhidas janelas com tamanhos menores que possibilitem essas particularidades. Diminuindo o tamanho da janela também se aumenta a rapidez na estimação. Isso altera os algoritmos e as novas proposições são denominadas de *Short-Time Fourier Transform* (STFT), *Sliding Window* para os métodos de subespaço, *adaptive Prony* e *blocked ANN* (RNA), por exemplo. Em geral, esses algoritmos podem ter janelas sobrepostas e de tamanho fixo ou variável, sendo a última forma mais eficiente, mas com maior esforço computacional [15], influenciando bastante o desempenho dos métodos baseados em RNA.

Pelo exposto acima, serão a DFT, a DTFT e os métodos de subespaços, com suas modificações para componentes variantes no tempo e estimação mais rápida, os algoritmos base utilizados nos métodos propostos. Resumindo a complementariedade das duas técnicas:

- os métodos baseados em DFT e DTFT têm eficiência computacional, mas tendem a ter baixa resolução e são pouco imunes à variação de frequências [11]. A maioria desses métodos opera adequadamente apenas em uma faixa estreita de frequências e com índices de ruído moderado [15].
- Os métodos de subespaço têm alta resolução e são adequados para a estimação de inter-harmônicos; entretanto é necessário processamentos preliminares para eliminar componentes desnecessários à aplicação, reduzindo a ordem do modelo e a incidência de ruído [35].

## 2.1. Transformadas de Fourier

### 2.1.1. *Discrete Fourier Transform* (DFT)

A Transformada Discreta de Fourier (DFT – *Discrete Fourier Transform*) é o algoritmo mais básico e difundido de estimação do componente fundamental, principalmente devido à sua eficiência computacional ao ser implementada pela Transformada Rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*).

A grande maioria dos algoritmos de estimação fasorial tem como princípio de seu desenvolvimento os filtros seno e cosseno obtidos a partir da DFT. Esses filtros são utilizados para a estimação das partes real e imaginária de fasores baseados nas seguintes equações [24]:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{real}(e^{j\omega_h}) &= \frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} s[n-l] \cdot \cos\left(h \frac{2\pi}{N} \cdot l\right) \\ \hat{S}_{imag}(e^{j\omega_h}) &= \frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} s[n-l] \cdot \sin\left(h \frac{2\pi}{N} \cdot l\right)\end{aligned}\quad (19)$$

onde  $\hat{S}(e^{j\omega_h})$  é a parte real ou imaginária da estimação do fasor relativo ao harmônico de ordem  $h$ , com  $\omega_h = h \cdot 2\pi/(N\Delta t)$ .  $J$  é o tamanho da janela utilizada.

Existem algumas limitações relacionadas à aplicação pura e direta da DFT [36] e [37]. Uma delas está relacionada com a resolução, ou seja, com a habilidade em distinguir os componentes de frequências que compõem o sinal, qualquer que seja sua localização no espectro. Dessa forma, o espectro estimado é apenas uma aproximação do espectro real.

Baseando-se na resolução do espectro determinado como  $\Delta f = 1/(J\Delta t)$  conclui-se que os filtros DFT não têm a capacidade de levar em conta possíveis componentes localizados em qualquer frequência, muito menos aqueles com espectro contínuo, casos dos componentes variantes no tempo ou decaimento CC exponencial. O resultado é consideravelmente afetado se esses componentes estiverem presentes [38] – [41].

Por exemplo, considere as características recomendadas pela norma IEC 61000-4-7 [42] para a estimação do componente fundamental  $f_1 = 60$  Hz: um sistema que utiliza 12 ciclos para o cálculo da DFT deste componente, com uma taxa de amostragem de  $f_s = 64 \cdot 60 = 3840$  Hz, com  $N = 64$  amostras por ciclo. O período de amostragem  $\Delta t = 1/f_s = 260,42 \mu s$  e a quantidade de amostras na janela,  $J = 12 \cdot N = 768$  amostras irão determinar a resolução na frequência  $\Delta f = 1/(J\Delta t) = 5$  Hz. Isso é mais que suficiente se o sinal for composto por fundamental e harmônicos, mas não será para componentes presentes entre os pontos desta resolução (frequências entre 0, 5, 10 Hz etc.).

Outra limitação está relacionada à relação entre a frequência de amostragem do sinal e a frequência do componente que se deseja estimar. A perda de sincronismo entre essas duas frequências (as amostras dentro de uma janela não equivalem a um número

inteiro de ciclos) tem como consequência o fenômeno de *leakage* no domínio da frequência: a energia do lóbulo principal vaza (*leak*) para os lóbulos laterais e distorce a resposta espectral.

### 2.1.2. *Discrete Time Fourier Transform (DTFT)*

A diferença básica entre a DFT e a DTFT é que a primeira é discreta tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência e a segunda é discreta apenas no domínio do tempo.

Com a DFT, as frequências onde se consegue as estimações dos fasores são múltiplas inteiras de  $\omega_h = h \cdot 2\pi/(N\Delta t)$ , como mostra a equação (19). Ou seja,  $\omega_1 = 2\pi/(N\Delta t)$ ,  $\omega_2 = 4\pi/(N\Delta t)$ ,  $\omega_3 = 6\pi/(N\Delta t)$  e assim por diante. Ela será útil no trabalho exclusivo com frequências discretas e múltiplas, como é o caso dos componentes fundamental e harmônicos. A adoção da DFT não permite cálculos fasoriais centrados em frequências fora das frequências discretas  $\omega_h = h \cdot 2\pi/(N\Delta t)$ .

Nos casos em que forem necessários esses cálculos deve-se utilizar a DTFT, dada pela seguinte equação:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{real}(e^{j\omega_h}) &= \frac{2}{J} \sum_{l=-\infty}^{\infty} s[n-l] \cdot \cos(\omega_h \cdot l) \\ \hat{S}_{imag}(e^{j\omega_h}) &= \frac{2}{J} \sum_{l=-\infty}^{\infty} s[n-l] \cdot \sin(\omega_h \cdot l)\end{aligned}\tag{20}$$

onde  $\omega_h$  poderá ser qualquer valor dentro do espectro considerado.

Quando é dito espectro considerado, faz-se referência à aproximação realizada em termos numéricos para o cálculo da DTFT. Uma vez que não é possível trabalhar com espectro infinito ele deve ser truncado, garantindo que a energia do espectro desconsiderado seja insignificante.

As observações relacionadas à resolução e perda de sincronismo são as mesmas daquelas feitas para a DFT, resguardando os conceitos de resolução no domínio da frequência  $\Delta f = 1/(J\Delta t)$ .

### 2.1.3. *Short Time Fourier Transform (STFT)*

As características associadas às limitações de aplicação dos algoritmos baseados em DTFT são particularmente graves quando são analisadas janelas curtas, com poucas amostras [36]. Isso pode acontecer em monitoramentos de falta em tempo real, se o evento que se deseja analisar for curto ou se o sinal apresentar um espectro variante no tempo. Existe, então, uma adaptação necessária à DTFT para o processamento de sinais variantes no tempo, conhecida como *Short Time Fourier Transform*.

O conceito de decomposição harmônica pode ser aplicado apenas em sinais periódicos no estado permanente. Na prática, os sinais de tensão e corrente variam constantemente [43] e a estratégia é obter um valor para  $J$  que contenha parte do sinal que possa ser considerada estacionária naquele período [19].

Este é o conceito que gera o algoritmo STFT, padrão para o estudo de sinais variantes no tempo, onde a DTFT é aplicada a um sinal janelado [17] para obter a distribuição da energia ao redor de uma frequência central em um determinado tempo.

Entretanto, a STFT carrega os mesmos problemas da DTFT [44] e de forma mais proeminente, relacionados à resolução no domínio da frequência e falta de sincronismo entre a frequência do componente e frequência de amostragem. Aumentando o tamanho da janela, aumenta-se a resolução na frequência. Mas isso significa que ocorrências com características não estacionárias poderão causar espalhamento no espectro [15] e [17] e perda de fidelidade nas informações. Além disso, não é qualquer tamanho de janela que será válido, pois ela precisará conter ciclos inteiros do componente a ser estimado.

A STFT é usada para análises rápidas ou com sinais não estacionários, quando o uso da DTFT se tornaria inadequado. A transformada discreta STFT decompõe o sinal variante no tempo em componentes no domínio tempo – frequência, fornecendo uma visão da evolução temporal de cada componente de frequência especificado [20]. É uma extensão simples da DTFT, que é aplicada repetidamente em uma versão janelada no domínio do tempo. Cada aplicação da DTFT produz uma banda de frequência associada ao valor temporal no centro da janela que permite ao usuário saber quais frequências estão presentes no sinal e em qual tempo elas começam a ocorrer [15].

A STFT pode ser definida a partir da equação (20) como:

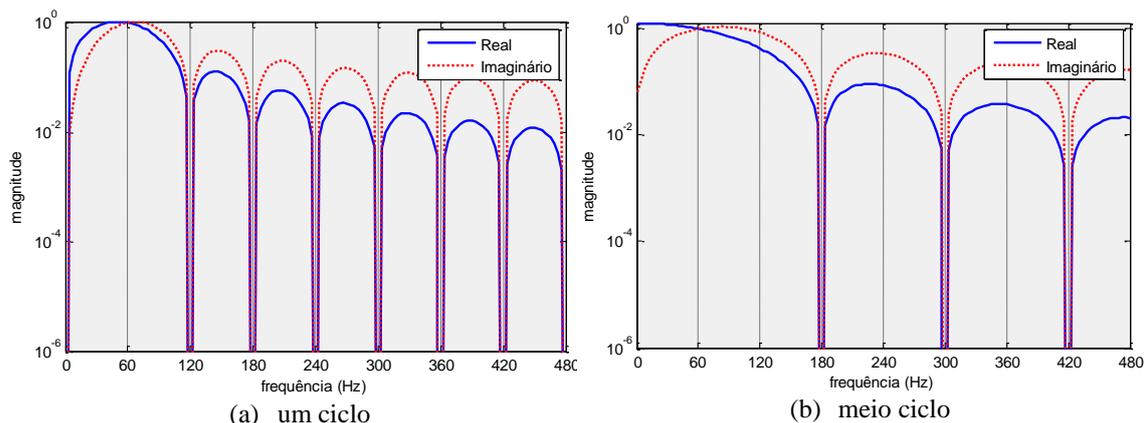
$$\begin{aligned}\hat{S}_{real}^n(e^{j\omega_h}) &= \frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} s[n-l] \cdot w[l] \cdot \cos(\omega_h \cdot l) \\ \hat{S}_{imag}^n(e^{j\omega_h}) &= \frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} s[n-l] \cdot w[l] \cdot \sin(\omega_h \cdot l)\end{aligned}\tag{21}$$

onde  $\hat{S}^n(e^{j\omega_h})$  é a estimação da parte real ou imaginária do fasor relativo ao componente  $\omega_h$  na amostra  $n$  e  $w[l]$  é o  $l$ -ésimo coeficiente da janela  $\mathbf{w}_{1 \times J}$  que poderá ser uma janela retangular, uma janela de Hamming [45] ou até uma janela projetada para um fim específico. Os outros parâmetros já foram definidos e discutidos nas equações (19) e (20).

A determinação de  $J$  deve levar em conta o menor tamanho possível para se obter um sinal praticamente estacionário, mas com resolução suficiente para eliminar os componentes  $s_H[n]$  da equação (2) ou mesmo da equação (4). Se o sinal contiver harmônicos pares e ímpares, o tamanho mínimo será  $J = N$ , onde  $N$  é o número de mostras por ciclo. Isso porque, a resolução mínima para este caso será  $\Delta f = 1/(J\Delta t) = Nf_1/N = f_1 = 60$  Hz. Se o sinal contiver harmônicos ímpares apenas, o tamanho mínimo será  $J = N/2$ , pois a resolução mínima será  $\Delta f = 1/(J\Delta t) = 2Nf_1/N = 2f_1 = 120$  Hz. Estas duas resoluções serão suficientes para eliminar os harmônicos pares e ímpares ou somente ímpares, como será preciso. Valores menores que esses não serão síncronos às frequências harmônicas e causarão erro na estimação.

As duas possibilidades de  $J = N$  e  $J = N/2$  são difundidas e chamadas de estimação de um ciclo (que elimina componentes harmônicos pares e ímpares) e estimação de meio ciclo (que elimina componentes harmônicos ímpares). As duas têm seu período transitório enquanto os dados estão completando a janela e, embora esta última consiga estimar os parâmetros mais rapidamente, pois seu período transitório é a metade da primeira, ela poderá ser utilizada apenas nos casos em que harmônicos pares não façam parte do modelo ou do sistema físico em que será aplicado o algoritmo.

A Figura 7 mostra as respostas em frequência das partes real e imaginária dos filtros discretos STFT de um ciclo ( $J = N$ ) e de meio ciclo ( $J = N/2$ ), utilizando-se uma janela retangular.



**Figura 7 – Resposta em frequência dos filtros STFT**

A Figura 7 mostra que é característica dos filtros baseados em STFT de um ciclo rejeitar as frequências múltiplas inteiras da fundamental ( $f_h = h \cdot f_1$ ), com exceção da própria  $f_1$ . Já no caso dos filtros de meio ciclo, as frequências rejeitadas são aquelas definidas pela expressão  $(2h + 1) \cdot f_1$ . Isso significa que o algoritmo de estimação STFT de um ciclo é eficiente para estimar o fasor do componente fundamental na presença de harmônicos pares e ímpares e o algoritmo STFT de meio ciclo estimará o fasor do componente fundamental com precisão na presença de harmônicos ímpares, apenas.

Embora existam as diferenças conceituais, a maioria dos autores e pesquisadores da área utiliza a nomenclatura DTFT, mesmo que os sinais utilizados sejam janelados, caracterizando a utilização da STFT. Da mesma forma, utilizam a denominação DFT, mesmo que ela seja janelada no domínio do tempo. Dessa forma, este trabalho irá seguir esta tendência e a partir de agora adotará apenas as nomenclaturas DFT e DTFT, sabendo-se que os sinais utilizados serão janelados, com janelas de menor tamanho possível a serem projetadas posteriormente.

#### 2.1.4. Métodos baseados na DFT

Várias metodologias baseadas em DFT foram propostas para estimar corretamente o fasor relativo ao componente fundamental, a grande maioria para suprimir os efeitos do decaimento CC exponencial.

- Em [24] um filtro mímico junto com a DFT é proposto para eliminar o decaimento CC exponencial. É um método robusto que pode processar sinais com ou sem o decaimento, mas que necessita estimar um valor de constante de tempo bem próximo ao valor real como parâmetro para o filtro mímico.

- Outro método que exibe resultados interessantes está descrito em [25]. A técnica consiste no uso de dois conjuntos de filtros ortogonais e busca em tabelas que eliminam o decaimento CC exponencial. Seu principal problema está na baixa imunidade ao ruído, conforme será mostrado através das simulações realizadas.
- Outro trabalho que também utiliza filtros *mimic* está em [27]. Nele, os filtros estimam a constante de tempo a ser utilizada em um algoritmo baseado em manipulações algébricas a partir da DFT padrão. Mas, não é um método eficiente e exibe erros bem acima dos outros encontrados na literatura.
- Em [46] é apresentada uma metodologia em que a correção é encontrada de forma analítica, tornando o método custoso computacionalmente. É também demonstrado analiticamente que este método é capaz de estimar o fasor do componente fundamental na presença simultânea de dois componentes CC exponenciais. Os resultados mostram que as estimações sofrem perdas de confiabilidade na presença de ruídos aditivos. Outras metodologias baseadas em correções determinadas analiticamente podem ser encontradas em [47] – [52].
- Em [53], é apresentada uma metodologia baseada em DFT de um ciclo, adaptativa, sendo que o processo de adaptação é fundamentado em mínimos quadrados capazes de estimar a influência do decaimento CC exponencial. Os resultados deste método apresentaram oscilações significativas após o ponto de convergência teórico.
- Em [54] é apresentada uma metodologia baseada em DFT e busca em tabelas, o que faz o algoritmo possuir um baixo esforço computacional. Os resultados mostram um bom desempenho do método proposto ficando claro que este desempenho depende diretamente de como as tabelas de correção foram criadas.

Com relação aos inter-harmônicos, principalmente aos sub-harmônicos, uma das principais necessidades dos algoritmos para resolução desse problema nos sistemas elétricos de potência está relacionada à velocidade e esforço computacional, o que nem sempre será necessário nas outras aplicações [55]. Mesmo assim, um algoritmo baseado em uma dinâmica reiterativa da DFT e filtros mímicos é proposto para eliminar componentes desse tipo junto com decaimento CC exponencial [56]. O tempo de convergência pode variar de 1,125 ciclos para aplicações com baixa incidência de ruído e 1,75 ciclos para aplicações com alta incidência de ruído, recaindo nos mesmos problemas relacionados aos filtros mímicos explicitados anteriormente.

Em [16] é apresentado um método que não requer sincronização e permite o uso direto da DFT mesmo em casos de variação de frequência e presença de inter-harmônicos. O método é baseado em uma técnica de dois estágios. No primeiro estágio são estimados os parâmetros (amplitude, fase e frequência) dos componentes harmônicos e fundamental, usando um procedimento de interpolação no domínio da frequência, de forma que tais componentes possam ser eliminados do sinal original. No segundo estágio são agrupados e estimados os componentes inter-harmônicos.

## 2.2. Métodos de subespaços para a estimação de frequência e constante de tempo

Quando um sinal é composto por  $P$  componentes espectrais, o problema pode ser reduzido para uma dimensão  $P$  mesmo na presença de ruído gaussiano branco [57]. É possível gerar  $P$  valores (estatísticas) suficientes que definem o subespaço do sinal.

Os métodos de subespaço (*subspace methods*) baseiam-se nos conceitos de álgebra linear, são caracterizados por sua resolução alta em frequência e com eles é possível estimar os parâmetros de frequência e constante de tempo dos componentes senoidais que compõe um sinal.

O conceito de resolução alta em frequência deve-se ao fato de que é possível estimar frequências com resolução menor que  $\Delta f = 1/J$ , onde  $1/J$  é a resolução em frequência para o período de amostragem normalizado unitário  $\Delta t = 1$ .

Estes métodos se originaram em pesquisas em que a covariância de um modelo de sinal adicionado de ruído é utilizada para formar uma matriz cuja estrutura de autovalores e autovetores origina subespaços separados de sinal e ruído [57].

O modelo de sinal considerado pelos métodos de subespaço será remetido àquele da equação (14), embora possa ser relacionado apenas com os componentes gerais e ruído  $s_H[n] + s_r[n]$  ou com os componentes extras e ruído  $s_K[n] + s_r[n]$ . Desconsiderando as funções  $f_k[n]$  e  $g_k[n]$  a princípio (o que desconsidera os possíveis componentes de decaimento CC exponencial) o modelo terá a seguinte forma [58] e [59]:

$$s[n - m] = \sum_{p=1}^P (A_p \cos(\omega_p \cdot (n - m)\Delta t - \varphi_p)) + r[n - m] \quad (22)$$

O sinal é composto por  $P$  componentes espectrais, cada um com amplitude  $A_p$ , frequência  $\omega_p$ , e fase  $\varphi_p$ ; além do ruído  $r[\cdot]$ . É necessário destacar que a equação (22) é uma redução na representação do modelo da equação (14) e a variável  $P$  representa qualquer componente espectral com  $\omega_p \neq 0$ , sendo a soma do componente fundamental,  $H - 1$  componentes harmônicos e  $I$  componentes inter-harmônicos. Nem o componente de decaimento CC exponencial nem os componentes variantes no tempo serão considerados a princípio, para facilitar o entendimento e simplificar o equacionamento.

Esta equação pode ser escrita em termos de suas exponenciais complexas:

$$s[n - m] = \sum_{p=1}^P \left( \frac{A_p}{2} e^{j\varphi_p} e^{-j\omega_p m \Delta t} e^{j\omega_p n \Delta t} + \frac{A_p}{2} e^{-j\varphi_p} e^{j\omega_p m \Delta t} e^{-j\omega_p n \Delta t} \right) + r[n - m] \quad (23)$$

Ou ainda,

$$s[n - m] = \sum_{p=1}^P (h_{+p}^m z_{+p}^n + h_{-p}^m z_{-p}^n) + r[n - m] \quad (24)$$

onde  $h_{+p}^m = (A_p/2)e^{+j\varphi_p}e^{-j\omega_p m \Delta t}$ ,  $h_{-p}^m = (A_p/2)e^{-j\varphi_p}e^{+j\omega_p m \Delta t}$  e  $z_p^L = e^{j\omega_p L \Delta t}$ . A equação (24) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$s[n - m] = \sum_{p=-P}^P (h_p^m z_p^n) + r[n - m] \quad p \in \mathbb{Z}^* \quad (25)$$

com  $h_p^m = (A_p/2)e^{j\varphi_p}e^{-j\omega_p m \Delta t}$  e  $z_p^n = e^{j\omega_p n \Delta t}$ .

Considerando um sinal com  $M$  amostras, assumindo  $M \geq P$  [58] e variando  $m$  de 0 até  $M - 1$ , tem-se:

$$\mathbf{s}[n] = \begin{bmatrix} s[n] \\ s[n - 1] \\ \vdots \\ s[n - M + 1] \end{bmatrix} = \sum_{p=-P}^P \begin{bmatrix} h_p^0 z_p^n \\ h_p^1 z_p^n \\ \vdots \\ h_p^{M-1} z_p^n \end{bmatrix} + \mathbf{r}[n] \quad p \in \mathbb{Z}^* \quad (26)$$

O vetor  $\mathbf{s}[n]$  é composto por amostras que são o somatório de  $P$  componentes (fundamental, harmônicos e inter-harmônicos) e ruído. Para simplificar a análise, considera-se apenas o espectro positivo ( $1 \leq p \leq P$ ) que pode ser representado em termos matriciais por:

$$\mathbf{s}[n] = \begin{bmatrix} h_1^0 & h_2^0 & \dots & h_P^0 \\ h_1^1 & h_2^1 & \dots & h_P^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_1^{M-1} & h_2^{M-1} & \dots & h_P^{M-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1^n \\ z_2^n \\ \vdots \\ z_P^n \end{bmatrix} + \mathbf{r}[n] \quad (27)$$

Utilizando a mesma sequência para a consolidação da representação matricial:

$$\mathbf{s}[n] = \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}^n + \mathbf{r}[n] \quad (28)$$

com  $\mathbf{s}[n] \in \mathbb{R}^M$  sendo um vetor de  $M$  amostras consecutivas do sinal;  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times P}$  a matriz com todas as informações dos parâmetros do sinal com elementos relacionados a cada uma das amostras  $0 \leq m \leq M - 1$  e a cada um dos componentes  $1 \leq p \leq P$  do sinal;  $\mathbf{z}^n \in \mathbb{C}^P$  o vetor de exponenciais complexas do sinal que possui as informações de frequência de cada um dos componentes e relação direta com o tempo discreto  $n$ ; e  $\mathbf{r}[n]$  o sinal de ruído.

Importante ressaltar que a matriz  $\mathbf{H}$  é caracterizada por ser uma matriz de Vandermonde, como mostra a equação (29).

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} h_1^0 & h_2^0 & \dots & h_P^0 \\ h_1^1 & h_2^1 & \dots & h_P^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_1^{M-1} & h_2^{M-1} & \dots & h_P^{M-1} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \left(\frac{A_1}{2}\right) e^{j\varphi_1} & \left(\frac{A_2}{2}\right) e^{j\varphi_2} & \dots & \left(\frac{A_P}{2}\right) e^{j\varphi_P} \\ \left(\frac{A_1}{2}\right) e^{j\varphi_1} e^{-j\omega_1 \Delta t} & \left(\frac{A_2}{2}\right) e^{j\varphi_2} e^{-j\omega_2 \Delta t} & \dots & \left(\frac{A_P}{2}\right) e^{j\varphi_P} e^{-j\omega_P \Delta t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{A_1}{2}\right) e^{j\varphi_1} e^{-j\omega_1 (M-1)\Delta t} & \left(\frac{A_2}{2}\right) e^{j\varphi_2} e^{-j\omega_2 (M-1)\Delta t} & \dots & \left(\frac{A_P}{2}\right) e^{j\varphi_P} e^{-j\omega_P (M-1)\Delta t} \end{bmatrix} = \quad (29) \\ &= \begin{bmatrix} S_1 z_1^0 & S_2 z_2^0 & \dots & S_P z_P^0 \\ S_1 z_1^{-1} & S_2 z_2^{-1} & \dots & S_P z_P^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^{-M+1} & S_2 z_2^{-M+1} & \dots & S_P z_P^{-M+1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

onde  $S_p = (A_p/2)e^{j\varphi_p}$  e  $z_p^{-m} = e^{-j\omega_p m \Delta t}$ .

A matriz  $\mathbf{H}$  possui todas as influências que cada um dos  $p$  componentes promove em cada uma das  $m$  amostras e pode ser representada tendo suas colunas como elementos em função do componente espectral de forma que  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}(1) \ \mathbf{h}(2) \ \dots \ \mathbf{h}(P)]$ , sendo os elementos pertencentes a um conjunto  $\mathcal{H} = \{\mathbf{h}(p)\}$ ,  $p = 1 \dots P$ . Retomando a equação (28), se o sinal contiver apenas um componente de frequência de forma que  $\mathbf{s}[n] = \mathbf{h}(1) \cdot z_1^n + \mathbf{r}[n]$ , a matriz  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^M$  estará confinada em um subespaço unidimensional de  $\mathcal{H}$  caracterizado pelo vetor  $\mathbf{h}(1)$ . Sucessivamente, para  $P$  componentes, a matriz  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times P}$

estará dentro de um subespaço de dimensão  $P$  de  $\mathcal{H}$ . Para qualquer dimensão  $P$  de  $\mathbf{H}$ , o subespaço coberto pelos seus elementos pertencentes a  $\mathcal{H}$  é denominado de subespaço de sinal  $\mathcal{S}$  e será representado pelos  $P$  vetores  $\mathbf{h}(p)$ , as colunas de  $\mathbf{H}$  [58].

A matriz  $\mathbf{H}$  é uma caracterização analítica do sinal  $\mathbf{s}[n]$  e não pode ser determinada diretamente por suas amostras. Mas, todos os parâmetros relacionados aos elementos  $\mathbf{h}(p)$  poderão ser determinados se for encontrado um conjunto de  $P$  vetores que representem o mesmo subespaço de sinal e melhor se aproxime do dado observado, por exemplo, a partir de uma perspectiva de mínimos quadrados. Uma forma que irá preservar  $\mathbf{H}$  e construir uma estrutura matricial para realizar tal tarefa é o cálculo da matriz de covariância de  $\mathbf{s}[n]$ ,  $\mathbf{R}_c^n \in \mathbb{R}^{M \times M}$ , que conceitualmente pode ser representada por:

$$\mathbf{R}_c^n = E\{\mathbf{s}[n] \cdot \mathbf{s}[n]^*\} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}^n \cdot (\mathbf{z}^n)^* \cdot \mathbf{H}^* + \sigma_r^2 \mathbf{I}_M = \mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}^* + \sigma_r^2 \mathbf{I}_M \quad (30)$$

onde  $E\{\cdot\}$  é o valor esperado,  $[\cdot]^*$  é a matriz hermitiana,  $\sigma_r^2$  é a variância de  $\mathbf{r}[n]$ ,  $\mathbf{I}_M$  é a matriz identidade de dimensão  $M \times M$  e  $\mathbf{Z} = \mathbf{z}^n \cdot (\mathbf{z}^n)^*$ . A matriz de covariância é uma estatística suficiente para o problema baseado na estimação de um subespaço de *rank*  $P$  que melhor se aproxime do dado observado na perspectiva de mínimos quadrados [58].

Importa destacar a relação entre  $\mathbf{R}_c^n$  e  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}^*$  mostrada no quadro abaixo:

	$\mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}^*$	$\sigma_r^2 \mathbf{I}_M$	$\mathbf{R}_c^n = \mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}^* + \sigma_r^2 \mathbf{I}_M$
dimensão	$M \times M$	$M \times M$	$M \times M$
<i>rank</i>	$P$	$M$	$M$
autovalores	$\lambda_p, 1 \leq p \leq P$	$\lambda_m = \sigma_r^2, 1 \leq m \leq M, M > P$	$\lambda_m = \lambda_p + \sigma_r^2, 1 \leq m \leq P$ $\lambda_m = \sigma_r^2, P + 1 \leq m \leq M$

O quadro acima mostra que  $\mathbf{R}_c^n$  é uma matriz de dimensão  $M \times M$  cujo *rank* é determinado por  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}^*$  e  $\sigma_r^2 \mathbf{I}_M$ . Se não existir ruído no sinal, o *rank* de  $\mathbf{R}_c^n$  será igual a  $P$  e seus autovalores serão tais que  $\lambda_m = \lambda_p, 1 \leq m \leq P$  e  $\lambda_m = 0, P + 1 \leq m \leq M$ . Existindo ruído, o *rank* de  $\mathbf{R}_c^n$  será igual a  $M$  e seus autovalores serão adicionados de  $\sigma_r^2$  tal que  $\lambda_m = \lambda_p + \sigma_r^2, 1 \leq m \leq P$  e  $\lambda_m = \sigma_r^2, P + 1 \leq m \leq M$ .

Conclui-se que os  $P$  maiores autovalores de  $\mathbf{R}_c^n$  correspondem aos autovalores positivos de  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}^*$  aumentados de  $\sigma_r^2$  e seus autovetores associados irão pertencer ao subespaço de sinal  $\mathcal{S}$ . Já os  $M - P$  menores autovalores de  $\mathbf{R}_c^n$  correspondem aos autovalores nulos de  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}^*$  aumentados de  $\sigma_r^2$  e seus autovetores associados irão pertencer ao subespaço de ruído  $\mathcal{S}_\perp$ , ortogonal a  $\mathcal{S}$ .

A determinação da matriz de covariância será, em termos numéricos, uma estimativa de  $\mathbf{R}_c^n$ , uma vez que é usada uma quantidade finita de dados. Os  $P$  maiores autovalores de  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}^*$  serão valores aproximados e os  $M - P$  menores autovalores estarão agrupados ao redor de  $\sigma_r^2$ . A estimação de  $\mathbf{R}_c^n$  será dada pela seguinte equação:

$$\hat{\mathbf{R}}_c^n = \frac{1}{J - M + 1} \sum_{l=0}^{J-M} \mathbf{s}[n-l] \cdot \mathbf{s}[n-l]^* \quad (31)$$

onde  $J$  é o tamanho da janela de dados. Portanto, uma vez que  $\mathbf{s}[n]$  é um vetor de dimensão  $M$ ,  $\mathbf{s}[n] \cdot \mathbf{s}[n]^*$  é uma matriz de covariância de dimensão  $M \times M$  e os elementos de  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$  serão as médias dos elementos das matrizes de covariância, com  $\mathbf{s}[n]$  excursionando amostra por amostra dentro da janela de dados. E isso desde  $l = 0$  (trecho de sinal composto por  $s[n] \cdots s[n - M + 1]$ ) até  $l = J - M$  (trecho de sinal composto por  $s[n - J + M] \cdots s[n - J + 1]$ ). Quanto maior o tamanho de  $J$ , mais precisos serão os resultados.

Considerando a estimação da matriz de covariância  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$ , um conjunto de  $P$  vetores linearmente independentes pertencentes ao mesmo subespaço de sinal  $\mathcal{S}$ , será composto pelos seus autovetores [58] e [59]. Uma forma de se determinar esses autovetores é pela autodecomposição de  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$  (decomposição em autovalores) [60].

Sabe-se que  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$  é uma matriz simétrica e, portanto, seus autovetores  $\{\mathbf{v}(m)\}$ ,  $m = 1 \cdots M$  são ortonormais ( $\mathbf{v}(m_i)^T \mathbf{v}(m_i) = 1$  e  $\mathbf{v}(m_i)^T \mathbf{v}(m_j) = 0$ ,  $\forall \{m_i, m_j = 1 \cdots M\}, m_i \neq m_j$ ). Em termos matriciais, existe uma matriz  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  ortonormal e uma matriz diagonal  $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  tal que:

$$\hat{\mathbf{R}}_c^n = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T \quad (32)$$

onde  $\hat{\mathbf{R}}_c^n \in \mathbb{R}^{M \times M}$  é a estimação da matriz de covariância de  $\mathbf{s}[n]$ ,  $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  é a matriz diagonal dos autovalores  $\lambda_m$  de  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$ ,  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_M]$  e  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  é a matriz cujas colunas são os autovetores de  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$ , ou seja,  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_M]$ . Dessa forma, cada  $\mathbf{v}_m$  satisfaz a propriedade de definição de autovetores:  $\hat{\mathbf{R}}_c^n \mathbf{v}_m = \lambda_m \mathbf{v}_m$ .

Um dos pontos a se considerar para o entendimento dos métodos de subespaços é a diferença entre as equações (30) e (32) que definem a matriz de covariância ou sua estimação, lembrando que a equação (31) mostra apenas sua forma de cálculo. A equação (30) refere-se à estrutura matricial de  $\mathbf{R}_c^n$ , composta pela matriz  $\mathbf{H}$ , cujas colunas  $\mathbf{h}(p)$

representam o subespaço de sinal  $\mathcal{S}$ . Já a equação (32) refere-se a uma decomposição matricial (autodecomposição) imposta à  $\widehat{\mathbf{R}}_c^n$  de forma a destacar a matriz  $\mathbf{V}$ , cujas colunas são seus autovetores.

Os autovetores de  $\mathbf{V}$  correspondentes aos  $P$  maiores autovalores de  $\widehat{\mathbf{R}}_c^n$  vão estimar o subespaço de sinal  $\mathcal{S}$  e os autovetores correspondentes aos  $M - P$  menores autovalores cobrirão o subespaço de ruído  $\mathcal{S}_\perp$ . Há que se considerar  $\mathbf{V}_\mathcal{S}$  como a matriz composta pelos autovetores relacionados à estimação do subespaço de sinal e  $\mathbf{V}_{\mathcal{S}_\perp}$  como a matriz composta pelos autovetores relacionados ao subespaço de ruído.

De acordo com [61], uma alternativa à matriz de covariância e sua subsequente autodecomposição como mostrado na equação (32) é operar diretamente com uma matriz de sinal:

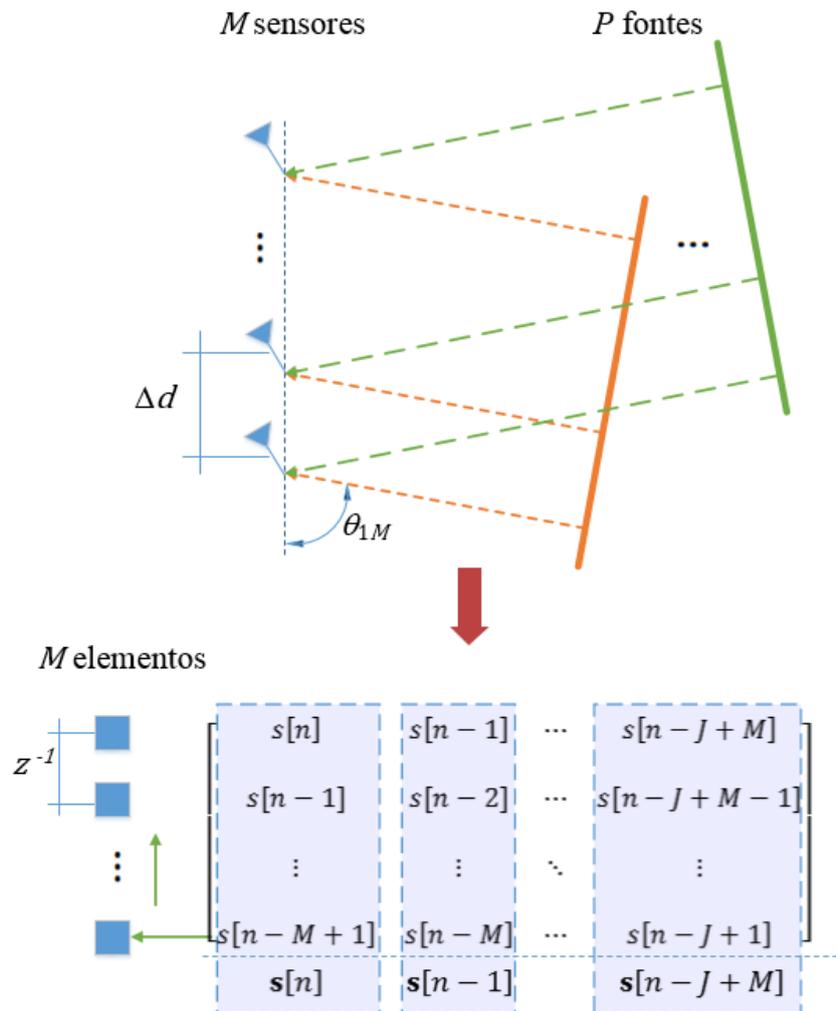
$$\mathbf{S}^n = \begin{bmatrix} s[n] & s[n-1] & \cdots & s[n-J+M] \\ s[n-1] & s[n-2] & \cdots & s[n-J+M-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s[n-M+1] & s[n-M] & \cdots & s[n-J+1] \end{bmatrix} \quad (33)$$

e, a partir da equação (33), usar a decomposição em valores singulares (*Singular Value Decomposition* – SVD). Isso evita que se opere com termos quadráticos e problemas numéricos associados a matrizes mal condicionadas. Demonstra-se com facilidade que ambos os métodos produzem a mesma estimação de subespaço, pois os vetores singulares à esquerda de  $\mathbf{S}^n$  são os próprios autovetores da matriz  $\widehat{\mathbf{R}}_c^n$ . Entretanto, para este processo ser vantajoso, apenas os valores singulares e vetores singulares à esquerda devem ser calculados, motivo de aumento significativo do esforço computacional.

Constatando-se que os autovetores de  $\widehat{\mathbf{R}}_c^n$  estimam o subespaço de sinal  $\mathcal{S}$  coberto pela matriz  $\mathbf{H}$ , vários algoritmos foram desenvolvidos para se conseguir estimar a frequência  $\omega_k$  dos componentes do sinal  $\mathbf{s}[n]$ . Mas, antes de passar ao detalhamento de alguns algoritmos baseados no método de subespaços, cabe um esclarecimento da relação entre os parâmetros  $M$ ,  $P$  e  $J$ .

Os métodos de subespaços são aplicados principalmente na estimação em alta resolução dos ângulos de incidência de ondas emitidas por  $P$  fontes em um vetor (*array*) de  $M$  sensores, necessidade essa encontrada em aplicações que envolvem radares, sonares, explorações sísmicas etc. [58] e [62]. Este cenário pôde ser relacionado diretamente à estimação dos parâmetros senoidais de um sinal qualquer, estabelecendo a presença de  $P$

componentes espectrais a partir do conjunto de  $M$  amostras (e, pelo teorema de Nyquist,  $M > 2P$ ). A Figura 8 mostra a relação direta entre a ideia de sensores para a estimação dos ângulos de incidência e a de amostras para a estimação de frequências e constantes de tempo.



**Figura 8 – Relação entre os métodos de subespaços para estimação de ângulos de incidência e estimação de frequência e constante de tempo**

Na parte de cima da Figura 8 são mostrados  $M$  sensores que recebem ondas irradiadas de  $P$  fontes, cada uma dessas ondas com um ângulo de incidência  $\theta_{pm}$ , cujo índice relaciona, respectivamente, a fonte e o sensor. Por exemplo, na figura é mostrado o ângulo  $\theta_{1M}$ . Como reflexo dessa aplicação, na parte de baixo são mostrados  $M$  elementos de um vetor que receberá as amostras dos vetores  $\mathbf{s}[n]$ , limitados ao tamanho da janela  $J$  e já colocados na forma matricial, cuja multiplicação por ela mesma irá gerar a matriz de covariância  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$ . As amostras  $s[n-l]$ ,  $0 \leq l \leq J-1$ , são o somatório de  $P$  componentes, como mostrado na equação (22).

Uma condição importante que foi mostrada na Figura 8 e é encontrada em vários vetores de sensores e base primordial para o desenvolvimento dos alguns métodos que serão explorados a partir de agora é o fato de eles serem idênticos, com espaçamento  $\Delta d$  uniforme e retilíneo. Estas características determinam uma nomenclatura própria para os vetores de sensores, denominados de ULAs (*Uniform Linear Arrays*). Tal condição é a única possibilidade encontrada na dualidade mostrada na figura para as estimações no domínio do tempo, cujas amostras consecutivas possuem o mesmo atraso  $z^{-1}$  e não possuem nenhum tipo de peso associado a qualquer elemento. Isso irá credenciá-la para aplicações que conseguem simplificar sobremaneira os algoritmos de estimação utilizando dessa condição.

### 2.2.1. *Root MUSIC (Root Multiple Signal Classification)*

O algoritmo MUSIC [63] – [65] foi proposto inicialmente após uma exploração correta do modelo dos sinais usados em uma estrutura que funciona razoavelmente bem na presença de ruídos e tem sido estudada amplamente, desde então. Ele propõe uma função de medida de proximidade entre vetores diretores  $\mathbf{a}(\omega)$  e o subespaço de ruído  $\mathcal{S}_\perp$ . Para tanto, esses vetores são montados baseados no modelo de sinal, neste caso aquele das equações (22) – (28), com  $\omega$  variando entre dois limites ( $\omega_- \leq \omega \leq \omega_+$ ) a um passo  $\Delta\omega$  específico, de forma que:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}(\omega_-) &= [e^{j\omega_- \Delta t} \quad e^{j\omega_- 2\Delta t} \quad \dots \quad e^{j\omega_- (M-1)\Delta t}]^T \\
 \mathbf{a}(\omega_- + \Delta\omega) &= [e^{j(\omega_- + \Delta\omega)\Delta t} \quad e^{j(\omega_- + \Delta\omega)2\Delta t} \quad \dots \quad e^{j(\omega_- + \Delta\omega)(M-1)\Delta t}]^T \\
 \mathbf{a}(\omega_- + 2\Delta\omega) &= [e^{j(\omega_- + 2\Delta\omega)\Delta t} \quad e^{j(\omega_- + 2\Delta\omega)2\Delta t} \quad \dots \quad e^{j(\omega_- + 2\Delta\omega)(M-1)\Delta t}]^T \\
 &\vdots \\
 \mathbf{a}(\omega_+) &= [e^{j\omega_+ \Delta t} \quad e^{j\omega_+ 2\Delta t} \quad \dots \quad e^{j\omega_+ (M-1)\Delta t}]^T
 \end{aligned} \tag{34}$$

Os vetores diretores  $\mathbf{a}(\omega)$  são possíveis respostas do conjunto de  $M$  amostras e a medida de proximidade  $P_M(\omega)$  será uma função espectral da relação entre esses vetores e a matriz  $\mathbf{V}_{\mathcal{S}_\perp}$  dos autovetores associados aos  $M - P$  menores autovalores da matriz  $\mathbf{H}$ , obtidos a partir da equação (32), de forma que:

$$P_M(\omega) = \frac{\mathbf{a}^*(\omega)\mathbf{a}(\omega)}{\mathbf{a}^*(\omega)\mathbf{V}_{\mathcal{S}_\perp}\mathbf{V}_{\mathcal{S}_\perp}^*\mathbf{a}(\omega)} \tag{35}$$

Ou, como mostrado em [66] e [67],

$$P_M(\omega) = \frac{1}{\mathbf{a}^*(\omega)\mathbf{V}_{S_\perp}\mathbf{V}_{S_\perp}^*\mathbf{a}(\omega)} \quad (36)$$

$P_M(\omega)$  é uma medida denominada de espectro MUSIC e terá seus valores máximos quando  $\mathcal{A} = \{\mathbf{a}(\omega)\}$  se aproximar de  $\mathcal{S}$ . Esta propriedade é usada para a estimação da frequência  $\omega_k$ : os  $P$  maiores valores de  $P_M(\omega)$  estarão sobre as frequências dos componentes existentes no sinal.

Embora as vantagens de desempenho desse método sejam substanciais, o custo computacional e de armazenamento de dados para todas as possibilidades de  $\mathbf{a}(\omega)$  o torna inviável nas aplicações práticas [58], [68] dado a faixa de frequência que se deseja abranger ( $\omega_+ - \omega_-$ ) e o passo  $\Delta\omega$ .

Utilizando-se da característica de uniformidade relacionadas aos ULAs, consegue-se um conjunto  $\mathcal{A}$  com uma forma analítica simplificada que pode ser utilizada para mitigar os problemas do algoritmo MUSIC [68]. Tem-se o algoritmo *Root* MUSIC com menor esforço computacional e desempenho melhor em baixas incidências de ruído [57], [66] e [69].

Para a construção do algoritmo *Root* MUSIC, define-se um vetor diretor geral:

$$\mathbf{a}(\omega) = [e^{j\omega\Delta t} \quad e^{j\omega 2\Delta t} \quad \dots \quad e^{j\omega(M-1)\Delta t}]^T \quad (37)$$

O denominador das equações (35) ou (36) é reescrito como um duplo somatório:

$$P_M^{-1}(\omega) = \mathbf{a}^*(\omega)\mathbf{V}_{S_\perp}\mathbf{V}_{S_\perp}^*\mathbf{a}(\omega) = \sum_{m_i=0}^{M-1} \sum_{m_j=0}^{M-1} e^{-j\omega m_i\Delta t} C_{m_i m_j} e^{j\omega m_j\Delta t} \quad (38)$$

onde  $C_{m_i m_j}$  é o elemento posicionado na linha  $m_i$  e coluna  $m_j$  da matriz  $\mathbf{C} = \mathbf{V}_{S_\perp}\mathbf{V}_{S_\perp}^*$ .

A equação (38) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P_M^{-1}(\omega) = \sum_{m=-M+1}^{M-1} C_m e^{-j\omega m\Delta t} \quad (39)$$

com  $C_m$  sendo a soma diagonal  $m$  da matriz  $\mathbf{C}$ .

Definindo  $z^{-m} = e^{-j\omega m\Delta t}$ , um polinômio  $D(z)$  de ordem  $2M - 1$  pode ser escrito a partir da equação (39):

$$D(z) = C_{(-M+1)}z^{-M+1} + C_{(-M+2)}z^{-M+2} + \dots + C_{(M-2)}z^{M-2} + C_{(M-1)}z^{M-1} \quad (40)$$

O polinômio  $D(z)$  é equivalente a  $P_M^{-1}(\omega)$  projetado no círculo unitário. Como o espectro MUSIC terá  $P$  valores de máximo,  $P_M^{-1}(\omega)$  terá  $P$  valores de mínimo, o que equivale a  $P$  zeros de  $D(z)$  no círculo unitário. O polinômio  $D(z)$  terá  $P$  raízes mais perto do círculo unitário (devido a ruído) e  $2M - 1 - P$  raízes mais distantes.

A partir da definição que este polinômio é originário da multiplicação de  $e^{-j\omega m\Delta t}$  pelos autovetores de subespaço de ruído, as raízes que realizarem  $D(z) = 0$  serão as mais distantes desse subespaço (maior ortogonalidade), mais perto do círculo unitário, as relacionadas ao subespaço de sinal. Sendo assim, uma vez situadas no círculo unitário ou o mais perto dele (módulo aproximadamente igual a 1), as raízes  $\lambda$  podem ser definidas como aquelas relacionadas às frequências existentes no sinal de forma que  $\lambda_p = e^{-j\omega_p\Delta t}$ ,  $1 \leq p \leq P$ .

Assim, calculando as raízes do polinômio  $D(z)$ , é possível chegar à estimação das frequências presentes no sinal:

$$\hat{\omega}_p = -\tan^{-1}\left(\frac{\text{imag}(\lambda_p)}{\text{real}(\lambda_p)}\right)/\Delta t \quad (41)$$

O algoritmo *Root MUSIC* consegue estimar as frequências presentes no sinal como mostram as equações (38) – (41), reduzindo o processo de estimação ao encontro das raízes de um polinômio de ordem  $(2M + 1)$ .

### 2.2.2. ESPRIT (*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique*)

O modelo de sinal adotado para os métodos de subespaço nas equações (22) a (28) é caracterizado por possuir conjuntos de amostras com parâmetros invariantes entre elas. Relacionando os conjuntos de amostras e os subespaços do sinal, aproveita-se a invariância temporal entre os subespaços e os autovalores deste subespaço possuirão ângulos que correspondem às frequências dos componentes senoidais. Essa é a ideia central do algoritmo ESPRIT [36], [58] – [69].

Uma forma de garantir que a matriz  $\mathbf{V}_S$  represente um subespaço com as mesmas características de invariância do subespaço representado por  $\mathbf{H}$  é minimizar uma função custo a partir de princípios dos mínimos quadrados. Dentre as várias funções de custo possíveis [62], é obrigatório o desmembramento de  $\mathbf{V}_S$  em duas partes de forma a existir um deslocamento de  $L$  amostras entre elas.

Para perceber esta necessidade é necessário recorrer à matriz  $\mathbf{H}$  definida na equação (29) como uma matriz de Vandermonde e ao seu desmembramento em duas partes: as  $M - L$  primeiras linhas e  $M - L$  últimas linhas, formando as submatrizes  $\mathbf{H}_1$  e  $\mathbf{H}_2$  como mostra a Figura 9 abaixo.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H} = & \begin{bmatrix} S_1 z_1^0 & S_2 z_2^0 & \dots & S_P z_P^0 \\ S_1 z_1^1 & S_2 z_2^1 & \dots & S_P z_P^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^L & S_2 z_2^L & \dots & S_P z_P^L \\ S_1 z_1^{L+1} & S_2 z_2^{L+1} & \dots & S_P z_P^{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^{M-1-L-1} & S_2 z_2^{M-1-L-1} & \dots & S_P z_P^{M-1-L-1} \\ S_1 z_1^{M-1-L} & S_2 z_2^{M-1-L} & \dots & S_P z_P^{M-1-L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^{M-2} & S_2 z_2^{M-2} & \dots & S_P z_P^{M-2} \\ S_1 z_1^{M-1} & S_2 z_2^{M-1} & \dots & S_P z_P^{M-1} \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} S_1 z_1^0 & S_2 z_2^0 & \dots & S_P z_P^0 \\ S_1 z_1^1 & S_2 z_2^1 & \dots & S_P z_P^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^L & S_2 z_2^L & \dots & S_P z_P^L \\ S_1 z_1^{L+1} & S_2 z_2^{L+1} & \dots & S_P z_P^{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^{M-1-L-1} & S_2 z_2^{M-1-L-1} & \dots & S_P z_P^{M-1-L-1} \\ S_1 z_1^{M-1-L} & S_2 z_2^{M-1-L} & \dots & S_P z_P^{M-1-L} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{H}_2 = & \begin{bmatrix} S_1 z_1^L & S_2 z_2^L & \dots & S_P z_P^L \\ S_1 z_1^{L+1} & S_2 z_2^{L+1} & \dots & S_P z_P^{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^{M-1-L-1} & S_2 z_2^{M-1-L-1} & \dots & S_P z_P^{M-1-L-1} \\ S_1 z_1^{M-1-L} & S_2 z_2^{M-1-L} & \dots & S_P z_P^{M-1-L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^{M-2} & S_2 z_2^{M-2} & \dots & S_P z_P^{M-2} \\ S_1 z_1^{M-1} & S_2 z_2^{M-1} & \dots & S_P z_P^{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 z_1^0 z_1^L & S_2 z_2^0 z_2^L & \dots & S_P z_P^0 z_P^L \\ S_1 z_1^1 z_1^L & S_2 z_2^1 z_2^L & \dots & S_P z_P^1 z_P^L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^L z_1^L & S_2 z_2^L z_2^L & \dots & S_P z_P^L z_P^L \\ S_1 z_1^{L+1} z_1^L & S_2 z_2^{L+1} z_2^L & \dots & S_P z_P^{L+1} z_P^L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^{M-1-L-1} z_1^L & S_2 z_2^{M-1-L-1} z_2^L & \dots & S_P z_P^{M-1-L-1} z_P^L \\ S_1 z_1^{M-1-L} z_1^L & S_2 z_2^{M-1-L} z_2^L & \dots & S_P z_P^{M-1-L} z_P^L \end{bmatrix} \\
 \mathbf{H}_2 = & \begin{bmatrix} S_1 z_1^0 & S_2 z_2^0 & \dots & S_P z_P^0 \\ S_1 z_1^1 & S_2 z_2^1 & \dots & S_P z_P^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^L & S_2 z_2^L & \dots & S_P z_P^L \\ S_1 z_1^{L+1} & S_2 z_2^{L+1} & \dots & S_P z_P^{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^{M-1-L-1} & S_2 z_2^{M-1-L-1} & \dots & S_P z_P^{M-1-L-1} \\ S_1 z_1^{M-1-L} & S_2 z_2^{M-1-L} & \dots & S_P z_P^{M-1-L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1^L & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2^L & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & z_P^L \end{bmatrix} = \mathbf{H}_1 \cdot \Phi^L
 \end{aligned}$$

Figura 9 – Desmembramento de  $\mathbf{H}$  nas submatrizes  $\mathbf{H}_1$  e  $\mathbf{H}_2$

A equação (26) mostra que  $\mathbf{s}[n] = \{s[n - m]\}$ ,  $0 \leq m \leq M - 1$ , e como consequência, de acordo com (28),  $\mathbf{s}[n] = \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}^n + \mathbf{r}[n]$ . Se o vetor  $\mathbf{s}[n]$  for desmembrado em duas partes de forma que  $\mathbf{s}_1[n] = \{s[n - m_i]\}$ ,  $0 \leq m_i \leq M - 1 - L$  e  $\mathbf{s}_2[n] = \{s[n - m_j]\}$ ,  $L \leq m_j \leq M - 1$ , considerando  $\mathbf{r}[n] = [\mathbf{r}_1[n] \ \mathbf{r}_2[n]]^T$ , em termos matriciais e de acordo com a Figura 9:

$$\mathbf{s}_1[n] = \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{z}^n + \mathbf{r}_1[n]$$

e

$$\mathbf{s}_2[n] = \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{z}^n + \mathbf{r}_2[n] = \mathbf{H}_1 \cdot \Phi^L \cdot \mathbf{z}^n + \mathbf{r}_2[n] \quad (42)$$

onde  $\mathbf{H}_1$  é uma submatriz formada pelas  $M - L$  primeiras linhas de  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{H}_2$  é uma submatriz formada pelas  $M - L$  últimas linhas de  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_1 \cdot \Phi^L$ , com  $\Phi^L = \text{diag}\{z_p^L\}$ . Uma vez que  $z_p^L = e^{j\omega_p L \Delta t}$ ,  $\Phi^L$  é uma matriz diagonal cujos elementos caracterizam a frequência dos componentes senoidais que compõe o sinal e que determina o deslocamento entre  $\mathbf{s}_1[n]$  e  $\mathbf{s}_2[n]$ .

Da mesma forma, pode-se desmembrar a matriz de covariância  $\mathbf{R}_C^n$  nas matrizes  $\mathbf{R}_{c1}^n$  e  $\mathbf{R}_{c2}^n$ , que serão compostas pelas  $M - L$  primeiras e  $M - L$  últimas linhas da matriz  $\mathbf{R}_C^n$ , respectivamente, sendo equacionadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{c1}^n &= \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_1^* + \sigma_r^2 \mathbf{I}_M \\ \text{e} \\ \mathbf{R}_{c2}^n &= (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{\Phi}^L) \cdot \mathbf{Z} \cdot (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{\Phi}^L)^* + \sigma_r^2 \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (43)$$

Se, pela equação (43),  $\mathbf{R}_{c1}^n$  e  $\mathbf{R}_{c2}^n$  são representadas por sua estrutura matricial e característica de  $\mathbf{H}_1$  e  $\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{\Phi}^L$  representarem o subespaço de sinal  $\mathcal{S}$ , o desmembramento da matriz  $\mathbf{V}_S$  obtida a partir da decomposição em valores singulares, por poder representar este mesmo subespaço, permitirá a determinação de  $\mathbf{\Phi}^L$  e obtenção dos valores de frequência dos componentes senoidais a partir da minimização de uma função custo. Determina-se, então,  $[\mathbf{V}_{S1} \ \mathbf{V}_{S2}]^T$  com  $\mathbf{V}_{S1}$  contendo as  $M - L$  primeiras linhas e  $P$  primeiras colunas de  $\mathbf{V}$  e  $\mathbf{V}_{S2}$  contendo as  $M - L$  últimas linhas e  $P$  primeiras colunas de  $\mathbf{V}$ . Resumindo, as colunas formadas pelos autovetores associados aos  $M - P$  menores autovalores são omitidas na passagem de  $\mathbf{V}$  para  $\mathbf{V}_{S1}$  ou  $\mathbf{V}_{S2}$  para se obter o subespaço de sinal e as linhas são divididas entre  $\mathbf{V}_{S1}$  e  $\mathbf{V}_{S2}$  para criar o deslocamento necessário de amostras.

Esta é, portanto, a metodologia do algoritmo ESPRIT: aproveitar a invariância paramétrica que irá existir entre  $\mathbf{V}_{S1}$  e  $\mathbf{V}_{S2}$  para estimar as frequências dos componentes do sinal  $s[n]$  a partir de  $\mathbf{\Phi}^L$ . Para isso, o algoritmo ESPRIT pode ser formulado em duas versões da função custo: mínimos quadrados (LS ESPRIT – *Least Square* ESPRIT) [58] e [61], e mínimos quadrados totais (TLS ESPRIT – *Total Least Square* ESPRIT) [62] e [70]. A base dessas duas versões reside no entendimento de igualdade dado pela seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{S1} \\ \mathbf{V}_{S2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_1 \mathbf{\Phi}^L \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (44)$$

onde  $\mathbf{T}$  é uma matriz quadrada, não singular e de dimensão  $P$  que existe, necessariamente, pois  $\mathbf{V}$  e  $\mathbf{H}$  cobrem o mesmo subespaço de sinal.

É possível eliminar a matriz  $\mathbf{H}_1$  na equação (44) e obter a seguinte equação [58] e [70]:

$$\mathbf{V}_{S1} = -\mathbf{T}^{-1} \mathbf{\Phi}^L \mathbf{T} \mathbf{V}_{S2} = -\mathbf{\Psi} \mathbf{V}_{S2} \quad (45)$$

e assim pode ser observado que os autovalores do operador de dimensão  $P \times P$   $\mathbf{\Psi} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{\Phi}^L \mathbf{T}$  correspondem aos elementos da diagonal de  $\mathbf{\Phi}^L$ .

Sendo assim, deve-se, primeiramente, calcular  $\Psi$  da seguinte forma:

$$\Psi = -\mathbf{V}_{S1}\mathbf{V}_{S2}^{-1} \quad (46)$$

e por conseguinte calcular o conjunto de seus autovalores  $\{\lambda_p\}$  que correspondem aos elementos da diagonal de  $\Phi^L$ .  $\{\lambda_p\} = e^{j\omega_p L\Delta t}$ ,  $p = 1 \dots P$ .

Finalmente, mostra-se a função do algoritmo ESPRIT atingindo o objetivo de se calcular as  $P$  frequências dos componentes senoidais presentes no sinal pela seguinte equação:

$$\hat{\omega}_p = -\tan^{-1}\left(\frac{\text{imag}(\lambda_p)}{\text{real}(\lambda_p)}\right)/L\Delta t, p = 1 \dots P \quad (47)$$

A equação (47) mostra que as frequências estimadas  $\hat{\omega}_p$  dos componentes extras podem ser calculadas a partir do ângulo dos autovalores do operador  $\Psi$  obtido da divisão entre duas partes consecutivas dos autovetores da matriz de covariância  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$ .

O algoritmo ESPRIT pode ser resumido da seguinte forma: a construção de uma estrutura matricial do sinal  $\mathbf{s}[n]$ , feita através de sua matriz de covariância  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$ , pode ser desmembrada através de uma autodecomposição de forma a gerar uma estrutura de autovetores com invariância rotacional, denominada de  $\mathbf{V}_S$ . Essa matriz pode ser dividida em outras duas,  $\mathbf{V}_{S1}$  e  $\mathbf{V}_{S2}$ , cuja relação dada pelo operador  $\Psi$  possui autovalores com as informações necessárias para o cálculo da frequência dos componentes que compõe o sinal.

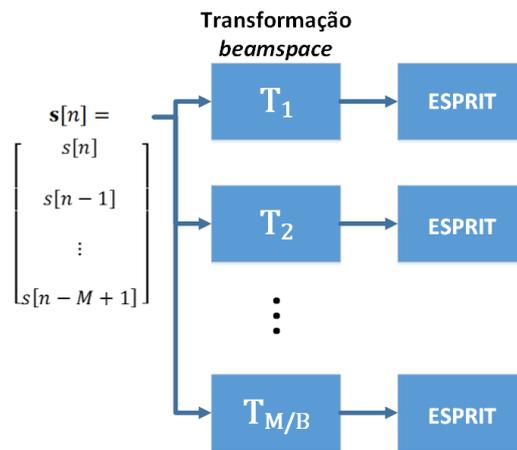
A obtenção de  $\Phi^L$  habilita o método ESPRIT para sua utilização na determinação de parâmetros de componentes inter-harmônico levando-se em conta possíveis problemas causados pela amostragem sincronizada à frequência fundamental [71].

Embora as proposições iniciais do método ESPRIT tenham explorado a invariância apenas entre amostras consecutivas, a estrutura de  $\mathbf{s}[n]$  permite encontrar várias possibilidades dessas invariâncias. Em [68] e [72] uma solução que explora todas as invariâncias simultaneamente é apresentada e denominada de *Multiple Invariance* ESPRIT (MI-ESPRIT). O método é uma generalização do ESPRIT para situações onde as amostras temporais possuem invariâncias em vários tipos de deslocamento [73].

### 2.2.2.1. *Beamspace* ESPRIT

Devido ao alto esforço computacional exigido pelo método ESPRIT convencional o algoritmo *Beamspace* ESPRIT é proposto com o objetivo de reduzir esse esforço projetando o sinal em um subespaço menor, de dimensão  $B$ , com  $B < M$  [74].

O *Beamspace* ESPRIT está baseado no conceito computacional desenvolvido em [75]: os dados são decompostos em sub-bandas de dimensões menores (*beamspace*s) de forma que as estimações possam ocorrer em cada sub-banda de forma independente, podendo ser processadas, as estimações, em paralelo. A Figura 10 mostra um diagrama básico de implementação do algoritmo.



**Figura 10 – Implementação do algoritmo *Beamspace* ESPRIT**

Na Figura 10, as matrizes  $\mathbf{T}_1 \cdots \mathbf{T}_b \cdots \mathbf{T}_{M/B}$  têm dimensão  $M \times B$  e são ortogonais, de forma que  $\mathbf{T}_b^* \mathbf{T}_b = \mathbf{I}$ . A transformação *beamspace* é definida ao multiplicar as matrizes  $\mathbf{T}_b$  pelo sinal de entrada  $\mathbf{s}[n]$  de forma que o método ESPRIT possa ser aplicado em um subespaço de dimensão menor (lembrando  $B < M$ ), resultando nas estimações do setor específico coberto pela matriz  $\mathbf{T}_b$  [66]. Fazendo o mesmo desenvolvimento do método ESPRIT tradicional, a equação (30) poderá ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{R}_c^n = \mathbf{T}_b^* \mathbf{H} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}^* \mathbf{T}_b + \sigma_r^2 \mathbf{I}_B \quad (48)$$

onde  $\mathbf{T}_b^* \mathbf{H} = [\mathbf{T}_b^* \mathbf{h}(p)]$ ,  $p = 1 \cdots P$ .

De acordo com [74], uma vez que a matriz  $\mathbf{R}_c^n$  obtida a partir da equação (48) poderá ter dimensões muito menores que aquela da equação (30),  $B \ll M$ , a redução do esforço computacional poderá ser realizada em cada subespaço e, desde que o processamento possa ser feito em paralelo, a ordem de grandeza do esforço computacional de todo o processo será a própria ordem de grandeza de cada *beamspace*.

O algoritmo *Beamspace* ESPRIT é conseguido escolhendo uma matriz que não altere a estrutura de invariância da matriz  $\mathbf{H}$ , que é uma matriz de Vandermonde, como mostrado na equação (29), de forma que  $\mathbf{T}_b^* \mathbf{H}_2 = \mathbf{T}_b^* \mathbf{H}_1 \cdot \Phi^L$ . Uma forma é estabelecer que a própria matriz  $\mathbf{T}_b$  seja uma matriz de Vandermonde, por exemplo, utilizando os vetores padrão da transformada rápida de Fourier (FFT) [74] e [76], conhecido como DFT *Beamspace* ESPRIT.

Há que se destacar, ainda, que a redução da dimensão do subespaço de  $M$  para  $B$  através da aplicação da técnica *beamspace*, pode ser ampliada para outros métodos de subespaços como o *Root MUSIC* [77].

#### 2.2.2.2. Unitary ESPRIT

Uma proposta derivada do ESPRIT é mostrada em [78]. Denominado de *Unitary* ESPRIT, o algoritmo explora uma simetria central e conjugada na resposta dos  $M$  sensores que formam os vetores para serem utilizados pelo método a partir de suas medidas. Essa estratégia é válida uma vez que a computação pode ser feita apenas com valores reais, desde os autovetores de sinal até os autovalores das soluções dos sistemas de equações. Aplicações do método ESPRIT na análise de séries temporais, por exemplo, recaem na condição de igual espaçamento entre as amostras de um vetor (ULA), seus vetores possuem essa propriedade de simetria e podem ser utilizadas da forma proposta pelo *Unitary* ESPRIT.

Se for empregado o centro das  $M$  amostras que compõe o vetor  $\mathbf{h}(p)$  como a referência de fase, será percebido que o vetor será simétrico conjugado em relação a este centro [76]. Se, por exemplo,  $M$  for um número ímpar,

$$\begin{aligned}
\mathbf{h}(p) &= \begin{bmatrix} h_p^0 \\ h_p^1 \\ \vdots \\ h_p^{\frac{(M-1)}{2}+1} \\ \vdots \\ h_p^{M-2} \\ h_p^{M-1} \end{bmatrix} = \left(\frac{A_p}{2}\right) \begin{bmatrix} e^{j\varphi_p} e^{-j\omega_p(0)\Delta t} \\ e^{j\varphi_p} e^{-j\omega_p(1)\Delta t} \\ \vdots \\ e^{j\varphi_p} e^{-j\omega_p\left(\frac{(M-1)}{2}\right)\Delta t} \\ \vdots \\ e^{j\varphi_p} e^{-j\omega_p(M-2)\Delta t} \\ e^{j\varphi_p} e^{-j\omega_p(M-1)\Delta t} \end{bmatrix} = \\
&= \left(\frac{A_p}{2}\right) e^{j\varphi_p} e^{-j\omega_p\left(\frac{(M-1)}{2}\right)\Delta t} \begin{bmatrix} e^{-j\omega_p\left(\frac{(M-1)}{2}\right)\Delta t} \\ e^{-j\omega_p\left(\frac{(M-1)}{2}-1\right)\Delta t} \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ e^{j\omega_p\left(\frac{(M-1)}{2}-1\right)\Delta t} \\ e^{j\omega_p\left(\frac{(M-1)}{2}\right)\Delta t} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{49}$$

Sendo que a equação (49) pode ser estendida para  $M$  sendo um número par.

Como o produto interno entre dois vetores conjugados e com simetria central é composto por valores reais, qualquer matriz que possua cada uma de suas colunas com simetria central pode ser utilizada para transformar os elementos de  $\mathbf{h}(p)$  em números reais. Matrizes eficientes para realizar esta tarefa são dadas em [76] e [78], pois condicionam a multiplicação por  $\mathbf{h}(p)$  a apenas  $M$  adições [76].

Pode-se, inclusive, considerar o uso de uma matriz DFT para realizar a tarefa citada acima, transformando os dados em um *beamspace* real, no que já foi definido como DFT *Beamspace* ESPRIT. Entretanto, esta aproximação envolve aumento significativo no esforço computacional e só será útil quando poucas frequências precisarem ser estimadas, reduzindo a dimensão do *beamspace* e o esforço computacional.

### 2.2.3. *Root* WSF (*Weighted Subspace Fitting*)

O algoritmo *Root* WSF é um algoritmo que irá requerer uma implementação baseada na autodecomposição da matriz de covariância e cálculo das raízes de um polinômio [80].

Primeiramente, para cada autovetor do subespaço de sinal que compõe  $\mathbf{V}_S$  é atribuído um peso de acordo com o autovalor correspondente e com a seguinte relação [57] e [80]:

$$\mathbf{W} = \frac{(\mathbf{\Lambda}_S - \hat{\sigma}^2 \mathbf{I})^2}{\mathbf{\Lambda}_S} \quad (50)$$

onde  $\mathbf{W}$  é a matriz diagonal dos pesos,  $\mathbf{\Lambda}_S$  é a matriz diagonal dos  $P$  maiores elementos da diagonal de  $\mathbf{\Lambda}$ , ou seja, a matriz cujos elementos da diagonal são os  $P$  maiores autovalores de  $\widehat{\mathbf{R}}_c$  relacionados aos autovetores que estimam o subespaço de sinal. A equação (50) representa uma ponderação do que seria uma estimação mais precisa dos  $P$  maiores autovalores, uma vez que eles são subtraídos de  $\hat{\sigma}^2$ . Busca-se ponderar os autovetores de forma a terem uma maior representação de acordo com sua proximidade do subespaço de sinal.  $\hat{\sigma}^2$  é conseguida pela média dos  $M - P$  menores autovalores.

A base do algoritmo *Root* WSF será o entendimento de que se for definida uma matriz de Toeplitz  $\mathbf{B}$  de dimensão  $M \times (M - P)$  tal que esta matriz contenha os coeficientes de um polinômio complexo  $\mathbf{b} = [b_1 \ \cdots \ b_P]^T$ , a minimização da função quadrática:

$$f(\mathbf{b}) = \text{tr}\{\mathbf{B}^H \mathbf{V}_S \mathbf{W} \mathbf{V}_S^H \mathbf{B}\} \quad (51)$$

irá estimar os coeficientes do polinômio  $\mathbf{b}$  tal que suas raízes cubram o próprio conjunto dos autovalores de sinal [57] e [80]. Na equação (51), o operador  $\text{tr}\{\cdot\}$  é o traço de  $\mathbf{B}^H \mathbf{V}_S \mathbf{W} \mathbf{V}_S^H \mathbf{B}$ .

Da mesma forma que o *Root* Music, calculando as raízes do polinômio com coeficientes dados pelo vetor  $\mathbf{b}$ , é possível chegar à estimação das frequências presentes no sinal, uma vez que as raízes  $\lambda_p = e^{-j\omega_p \Delta t}$ :

$$\hat{\omega}_k = -\tan^{-1} \left( \frac{\text{imag}(\lambda_k)}{\text{real}(\lambda_k)} \right) / \Delta t \quad (52)$$

Para minimizar a função custo conforme mostrado na equação (51), deve-se recorrer a iterações sucessivas em que serão calculados os coeficientes do polinômio  $\mathbf{b}$ . As simulações mostraram que com duas iterações consegue-se resultados confiáveis.

### 2.3. Cálculo da constante de tempo

Foi falado no início da explicação dos métodos de subespaços que os componentes relacionados à existência da função  $f_k[n]$  seriam desconsiderados inicialmente para fins de simplificação. Dessa forma, nem o componente de decaimento CC exponencial nem os componentes variantes no tempo foram considerados a princípio.

Mas, se o modelo de sinal adotado nas equações (22) – (28) contiver um termo de decaimento CC exponencial, tal que  $z_p^n = e^{(-\alpha_p + j\omega_p)n\Delta t}$ , onde  $\alpha_p = 1/\tau_p$ , caracterizando um componente variante no tempo, os algoritmos deverão ser capazes de estimar não só o ângulo dos autovalores finais do processo, como mostrado nas equações (41) (para o algoritmo *Root MUSIC*), (47) (para o algoritmo *ESPRIT*) e (52) (para o algoritmo *Root WSF*), mas também os seus módulos. Nesses casos,  $|\lambda_p| = |e^{-\alpha_p\Delta t}|$  e o cálculo da constante de tempo será:

$$\hat{\alpha}_p = \frac{1}{\hat{\tau}_p} = |\ln(|\lambda_p|)/\Delta t| \quad (53)$$

ou mesmo,

$$\hat{\alpha}_p = \frac{1}{\hat{\tau}_p} = \left| \ln \left( \frac{\text{real}(\lambda_p)}{\cos(\hat{\omega}_p\Delta t)} \right) / \Delta t \right| \quad (54)$$

As equações (53) e (54) são aquelas utilizadas pelos métodos *Root MUSIC* e *Root WSF*. Já para o algoritmo *ESPRIT*, considerando o deslocamento de  $L$  amostras entre  $\mathbf{V}_{S1}$  e  $\mathbf{V}_{S2}$ :

$$\hat{\alpha}_p = |\ln(|\lambda_p|)/L\Delta t| = \left| \ln \left( \frac{\text{real}(\lambda_p)}{\cos(\hat{\omega}_p\Delta t)} \right) / L\Delta t \right| \quad (55)$$

Estimando as frequência e constante de tempo dos componentes extras a partir das equações anteriores, os algoritmos se tornam aptos a auxiliar na estimação do componente fundamental de acordo com a metodologia que será apresentada no Capítulo 4.

Entretanto, os algoritmos descritos *DFT Beamspace ESPRIT* e *Unitary ESPRIT* não são capazes de estimar a constante de tempo ou de realizar a estimação correta da frequência na presença da constante de tempo. Isso porque o subespaço de sinal  $\mathcal{S}$  é mapeado em um subespaço real para reduzir o esforço computacional dos métodos. Dessa forma, em uma situação com  $z_p^n = e^{(-\alpha_p + j\omega_p)n\Delta t}$  a resposta final é alterada, em comparação ao resultado se  $z_p^n = e^{j\omega_p n\Delta t}$ , e os métodos não conseguem resultados confiáveis [79].

Nesses casos, como mostrado em [66], [76], [74] e [78], a estimação da frequência será baseada na seguinte equação:

$$\hat{\omega}_p = 2 \tan^{-1}(\lambda_p) / \Delta t, p = 1 \dots P \quad (56)$$

e os métodos só poderão ser utilizados para modelos sem variância temporal dos componentes extras.

## 2.4. *Sliding Window*

O ponto a ser abordado nesta seção sobre os métodos de subespaços está baseado na característica de serem técnicas de análise por batelada. O número de amostras  $J$  (tamanho da janela) poderá ser tão grande quanto possível se o sinal medido durante a aquisição para formação do bloco a ser analisado for estacionário e não houver interesse em estimações de tempo real. Isso aumentará confiabilidade dos resultados.

Entretanto, a aplicação dos métodos de subespaços requer alguns procedimentos que estabelecerão uma adaptação denominada de *Sliding Window* com a sua utilização para componentes variantes no tempo e estimações mais rápidas, assim como a DFT precisou ser alterada. Desenvolvida para aplicações com o algoritmo ESPRIT (*Sliding Window* ESPRIT – SWE) [59] e [81], ela poderá ser estendida a qualquer um dos métodos descritos. Este procedimento diminui o tamanho da janela  $J$ , sendo o intervalo de tempo grande o suficiente para coletar as informações de forma precisa, mas não possuindo alterações significativas naqueles parâmetros que não fazem parte do escopo dos métodos [58]. Um tamanho menor de  $J$  também reduz o esforço computacional [13], o tempo de estimação e os efeitos da variância temporal dos componentes.

A aplicação dos métodos de subespaços resulta em uma representação no domínio da frequência de alta resolução nos casos em que os dados são considerados estacionários. Caso contrário, uma janela móvel (*sliding window*) é usada para contornar os problemas da variância temporal, assumindo que os dados de cada janela sejam aproximadamente estacionários naquele período de tempo.

É claro que os efeitos de variância temporal provocados por possíveis amortecimentos exponenciais nos componentes são bem tratados pelos métodos como mostrado na seção 2.3. A atuação da janela móvel tentará dar conta de outros tipos menos acentuados de variância temporal.

Este conceito é muito similar à STFT que vem sendo aplicada há algum tempo. O conteúdo espectral é obtido aplicando-se o método de subespaço após o deslocamento da janela, o que também resulta em uma representação espectral do sinal. A estimação da frequência é feita em cada bloco de dados da mesma forma que o método básico. A diferença é que o tamanho do bloco de dados é menor [59] e [81].

Deverá ser dada atenção especial aos componentes fundamental e harmônicos nessa configuração. Suas energias poderão influenciar a estimação dos componentes vizinhos [59], resultado do espalhamento espectral (*leakage*) devido ao janelamento imposto. Quanto maior for a diferença entre suas magnitudes, maior o erro da estimação dos componentes perto do fundamental e harmônicos. Será necessário aplicar um filtro que reduza essas influências e tal filtro será objeto de desenvolvimento específico.

Vários métodos têm sido desenvolvidos com a característica de *sliding window*, utilizando, essencialmente o algoritmo ESPRIT.

Em [12] é proposto um método adaptativo baseado em SWE com o objetivo de otimizar a precisão e o tempo de convergência para a estimação de componentes harmônicos e inter-harmônicos, sejam eles estacionários ou variantes no tempo. O método se baseia na estimação da ordem do modelo em cada janela e otimização das dimensões da matriz de covariância com o objetivo de reduzir o esforço computacional. De acordo com o autor, a redução de esforço habilita o método para ser utilizado em tempo real. De qualquer forma, a estimação da ordem do modelo é dependente de se considerar um fator de sensibilidade, continuando a dependência do projetista. O problema deste método é que ele necessita de uma janela com aproximadamente 10 ciclos, o que aumenta muito o tempo de convergência. Além disso, simulações a partir da descrição apresentada no artigo mostraram uma dependência muito grande do método aos parâmetros de entrada que devem ser estimados e uma sensibilidade alta com relação à variação nos valores de  $M$  e  $P$ .

Em [37] uma rede neural artificial (RNA) *wavelet* adaptativa assistida por um algoritmo ESPRIT é proposta para a estimação harmônica de sinais estacionários e variantes no tempo. De acordo com o autor, o método proposto tem uma convergência rápida, baixo esforço computacional e boa precisão com inter-harmônicos. Isso porque a RNA oferta sua saída a cada meio ciclo do componente fundamental enquanto que o algoritmo ESPRIT apenas de 10 em 10 ciclos. Isso é um problema, pois alterações no sinal, para aplicações em tempo real precisam ser detectadas rapidamente, no que hoje se consegue entre meio e um ciclo com outros algoritmos. Além disso, este método necessita da ordem exata do modelo ESPRIT (valor de  $P$ ) para prover uma precisão alta através do monitoramento contínuo do erro de estimação e treinamento online da RNA. Mais ainda, as simulações feitas no trabalho mostram que os erros cometidos devido à incidência de

ruído gaussiano branco (SNR de 40 dB) e alteração das amplitudes dos componentes variantes no tempo (alteração de 5% a cada 1,5 ou 2 s) não são muito diferentes da STFT (*Short-Time Fourier Transform*).

Especificamente, a estimação de inter-harmônicos utilizando ESPRIT foi abordada primeiro em [59]. Este trabalho introduziu o conceito de SWE para aplicações em componentes inter-harmônicos variantes no tempo. O conteúdo espectral de cada janela analisada é obtido pela aplicação do ESPRIT resultando nos dados de frequência, amplitude e fase dos componentes dominantes. A seguir, a janela é deslocada no tempo e todo o processo é repetido. Embora o conceito SWE seja válido, o método completo da referência citada não prevê a existência de sub-harmônicos ao aplicar um pré-filtro, *notch*, para eliminar o componente fundamental e que atenua, também, a magnitude de todos os componentes abaixo dessa frequência.

## 2.5. Determinação da ordem do modelo

Em [13] e [82] é proposto um algoritmo adaptativo baseado em SWE para estimar a ordem  $P$  do modelo em cada bloco, otimizando a dimensão da matriz de covariância e reduzindo o esforço computacional significativamente, tornando o método possível de aplicações em tempo real.

Uma vez que a ordem do modelo a ser adotado é um pré-requisito para qualquer método paramétrico, que esta ordem pode alterar-se em casos reais, principalmente para análises variantes no tempo, e que as técnicas de estimação de ordem propostas na literatura são raramente utilizadas devido à sua complexidade, costuma-se assumir ordens mais altas, elevando o esforço computacional do método e reduzindo a precisão das estimações [13].

A técnica proposta na referência [13] baseia-se em uma diferença relativa de autovalores para a estimação da ordem do modelo do algoritmo a partir dos seguintes passos: ordenam-se os autovalores  $\lambda_m$  da matriz de covariância  $\hat{\mathbf{R}}_c$  em ordem decrescente de magnitude; obtém-se o vetor  $\delta_\lambda$  de diferenças relativas entre os autovalores a partir da seguinte equação:

$$\delta_\lambda = \frac{|\lambda_m - \lambda_{m-1}|}{\lambda_{m-1}} \quad m = 2 \cdots M. \quad (57)$$

Em seguida, executa-se o teste de validação:

$$\lambda_\sigma \geq \alpha \left[ \frac{\lambda_{\sigma+1} + \lambda_{\sigma+2} + \dots + \lambda_M}{M - \sigma} \right] \quad (58)$$

onde  $\sigma$  é uma estimativa preliminar da ordem do modelo e  $\alpha$  é um fator que determina a sensibilidade da estimativa na presença de ruídos com energias maiores; calcula-se o erro de reconstrução do sinal,  $\varepsilon_r$ :

$$\varepsilon_r = \sqrt{\frac{1}{J \cdot s_{rms}^2} \sum_{l=1}^J [s[n-l] - s'[n-l]]^2} \quad (59)$$

onde  $s'[n]$  é o sinal reconstruído e  $s_{rms}$  é o valor eficaz do sinal atual contido dentro da janela  $J$ .

Enquanto o erro de reconstrução estiver dentro de um limite pré-estabelecido, o valor de  $M$ , iniciado com aproximadamente 25% de  $J$ , é decrescido gradativamente para as estimativas nas janelas subsequentes. Quando se encontra o valor ótimo de  $M$  para este algoritmo proposto, mantém-se seu valor constante até que uma alteração nos componentes do sinal aumente o erro  $\varepsilon_r$  para valores acima do estabelecido.

## 2.6. Esforço computacional

Os métodos de subespaços são conhecidos pela sua exigência extremamente alta de esforço computacional uma vez que os processos dominantes em qualquer um deles é a computação da matriz de covariância  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$  e sua autodecomposição. Como a autodecomposição é um processo muito difícil de ser implementado de forma paralela, a ordem de grandeza do esforço computacional dos métodos que só leva em conta este processo é dada por  $O(M^3)$  [74]. Isso significa que são necessárias  $O(M^3)$  operações para a autodecomposição. Se  $M$  cresce, o esforço computacional crescerá numa proporção cúbica.

A regra  $O(M^3)$  vale para todos os métodos descritos exceto o *Beamspace* ESPRIT que reduz o tamanho de cada subespaço de sinal para  $B < M$ , aplicando um processamento paralelo nos vários subespaços determinados com  $O(B^3)$ .

Adicionalmente ao processo dominante, além do cálculo da matriz de covariância, cada algoritmo traz processamento adicional que pode torná-lo mais ou menos custoso. O método MUSIC, por exemplo, precisa de cerca de  $O(10M^2 \cdot (\omega_+ - \omega_-)/\Delta\omega)$  operações para implementar a função  $P_M$  da equação (36) [67]. O método *Root* MUSIC precisa de  $O(2M + 1)$  operações para o cálculo das  $2M + 1$  raízes do polinômio da equação (40).

O método ESPRIT necessita de  $O((2P)^3)$  operações na sua versão LS e de  $O((4P)^3) + O((2P)^3)$  operações na sua versão TLS para realizar autodecomposições adicionais necessárias ao algoritmo, o que vale também para o *Beamspace* ESPRIT, o DFT *Beamspace* ESPRIT e o *Unitary* ESPRIT. Estes dois últimos têm a vantagem de processar apenas dados reais, o que não agiliza o algoritmo, mas torna o esforço de operações paralelas menor. Finalmente o *Root* WSF precisa de iterações sucessivas para minimizar a função custo podendo utilizar um algoritmo com necessidade de  $O(\beta(P + 1)^3)$  operações, onde  $\beta$  é o número de iterações necessárias para a convergência do método, de acordo com [57]. A Tabela 2 compara o esforço computacional dos algoritmos citados.

**Tabela 2 – Esforço computacional de métodos de subespaços**

Algoritmo	Esforço computacional básico	Esforço computacional complementar
MUSIC	$O(M^3)$	$O\left(10M^2 \cdot \frac{(\omega_+ - \omega_-)}{\Delta\omega}\right)$
<i>Root</i> MUSIC	$O(M^3)$	$O(2M + 1)$
ESPRIT	$O(M^3)$	$O((2P)^3) - \text{LS}$ $O((4P)^3) + O((2P)^3) - \text{TLS}$
(DFT) <i>Beamspace</i> ESPRIT*	$O(B^3)$	$O((2P)^3) - \text{LS}$ $O((4P)^3) + O((2P)^3) - \text{TLS}$
<i>Unitary</i> ESPRIT*	$O(M^3)$	$O((2P)^3) - \text{LS}$ $O((4P)^3) + O((2P)^3) - \text{TLS}$
<i>Root</i> WSF	$O(M^3)$	$O(\beta(P + 1)^3)$

\* utilização de valores reais, apenas.

De qualquer forma, como mostra a Tabela 2, quaisquer métodos com necessidade de aplicações rápidas e que forem utilizar esses algoritmos devem modificá-lo para reduzir o esforço computacional ou aproveitar características específicas do sinal para reduzir os valores de  $M$  e  $P$ .

Vários trabalhos têm proposto formas alternativas da decomposição matricial, relacionados às modificações nos próprios algoritmos. Em [83] é proposto uma nova forma de decomposição, denominada de decomposição URV, substituindo a decomposição em valores singulares, SVD, que produz os subespaços de sinal e ruído, mas que pode ser processada em  $O(M^2)$ . Já em [84], o esforço computacional é estabelecido em  $O(M \cdot P) + O(P^3)$  a partir do desenvolvimento de uma classe de algoritmos recursivos que atualizam a informação a ser calculada pelo método a cada instante, dependendo dos novos vetores de dados de entrada a partir de uma redução matricial.

## 2.7. Outros métodos para a estimação fasorial

Metodologias alternativas para a estimação fasorial também são encontradas na literatura. Importante ressaltar que em sua grande maioria essas técnicas são propostas para a estimação do componente fundamental na presença do decaimento CC exponencial.

Em [11] é proposto um método que consiste em um conjunto de unidades similares de processamento, estruturas PLL modificadas, cada uma determinada para operar em uma faixa específica de frequência. Cada unidade procura e detecta o componente de frequência que existe em sua faixa, o que habilitaria este método para detectar componentes inter-harmônicos. A eficiência computacional será comprometida à medida que a convergência do método for demorada, o que é evitado pelo correto dimensionamento das constantes envolvidas, mas necessário a cada novo sistema analisado. Além disso, é necessário o conhecimento prévio das faixas de frequência em que existirão componentes a serem detectados e estimados.

Em [85] foram usados filtros de Fourier janelados que melhoraram a desempenho dos algoritmos em relação aos convencionais, utilizando-se funções de base ortogonal com o objetivo de representar os sinais em um espaço topológico linear. O grande problema é que para a estimação de fasores em meio ciclo as funções de referência seno e cosseno formam uma base oblíqua e geram um plano não ortogonal. Infelizmente, os componentes harmônicos e outras componentes não ortogonais ao plano oblíquo se infiltram na estimação desta transformação. Mesmo que em [86] sejam utilizadas essas frações de sinal, denominadas *phasorlets*, para a estimação dos fasores e que tal esquema possa ser utilizado para detectar mudanças abruptas nas amplitudes ou fases de estados senoidais diferentes, o resultado obtido tem validade apenas para sinais senoidais puros.

Outra metodologia proposta é baseada na transformada *Wavelet* e apresentada em [87]. As estimações são realizadas utilizando o que é chamado pelo autor de transformada *Wavelet* recursiva melhorada. O desempenho é calculado utilizando um sinal de teste contendo apenas a própria componente fundamental e um decaimento CC exponencial. Os resultados mostram que o método realiza estimações confiáveis em menos de um ciclo da componente fundamental. O esforço computacional é amenizado, pois o método utiliza a transformada *Wavelet* recursiva.

Filtros de Kalman também foram aplicados para solucionar problemas introduzidos pela componente CC exponencial nas estimações [88]. Os resultados mostraram que o filtro de Kalman de terceira ordem é sensível ao decaimento CC exponencial. Esta metodologia apresenta a mesma desvantagem dos filtros mímicos [24], [27], [89], pois há a necessidade da prévia indicação do valor da constante de tempo do decaimento CC exponencial no modelo. Significa dizer que há a necessidade de se obter dados estatísticos do sistema. Dessa forma, bons resultados na remoção do decaimento CC são alcançados somente quando o valor da constante de tempo indicada no modelo é próximo do decaimento CC presente no sinal.

Em [90] também foram propostos algoritmos para estimar a amplitude e a fase dos componentes fundamentais usando a forma complexa dos filtros de Kalman, sabendo-se que era uma técnica padrão para estimar fasores a partir de amostras de sinais de tensão. Embora o modelo pudesse ser expandido para incluir harmônicos, o trabalho abordou apenas estimação da amplitude e fase da frequência fundamental, apresentando bons resultados mesmo na presença de níveis altos de ruído, sendo que as estimações convergiram em cerca de um ciclo.

Em [91] é proposto um método de processamento que permite a análise de componentes não-estacionários observados nos sistemas de potência. Tal aplicação é garantida pelo uso de filtros para identificar e analisar separadamente os principais componentes e módulos de identificação de fase, necessários devido às mudanças abruptas da frequência de alguns sinais.

## 2.8. Parâmetros de análise dos métodos

Para analisar e comparar alguns dos vários métodos propostos na literatura e aqueles que serão propostos nos próximos capítulos, serão utilizadas as métricas do erro médio quadrático ( $mse$ ) e erro médio percentual ( $\varepsilon(\%)$ ). As duas métricas relacionadas à diferença entre os parâmetros do sinal captado, sintetizado, e os parâmetros estimados durante a simulação.

Antes de entrar exatamente nestas métricas, deve-se determinar em quais amostras elas serão computadas: entre o término do período transitório dos métodos de um ou meio ciclo até o dobro desse período. Assim,  $(J + 1)\Delta t \leq T \leq (2J)\Delta t$ , novamente com  $J = N$

para aplicações de um ciclo e  $J = N/2$  para aplicações em meio ciclo. Dessa forma, compara-se a eficácia dos métodos levando-se em conta os primeiros instantes possíveis de sua estimação através das seguintes equações:

$$mse = \frac{\sum_{j+1}^{2J} (x - \hat{x})^2}{T} \quad (60)$$

$$\varepsilon(\%) = \frac{\sum_{j+1}^{2J} (x - \hat{x})}{x} \cdot 100\% \quad (61)$$

em que  $mse$  e  $\varepsilon(\%)$  são o erro médio quadrático e o erro médio percentual entre a variável sintetizada  $x$  e a variável estimada  $\hat{x}$ . Essa equação será utilizada para verificar a estimação das frequências ( $x = \omega_i$ ), amplitudes ( $x = A_1, A_i$ ) ou fase ( $x = \varphi_1, \varphi_i$ ). Sem a incidência do ruído, a eficiência do método será determinada frente a alterações nos valores de amplitude, fase, frequência e constante de tempo entre outros parâmetros dos componentes pertencentes ao modelo. Com incidência de ruído, as equações serão utilizadas para determinar a imunidade a ruídos dos métodos.

## 2.9. Conclusão

Embora os algoritmos clássicos utilizados para a estimação de fasores sejam os filtros seno e cosseno obtidos a partir da DFT (*Discrete Fourier Transform*), isoladamente eles não são suficientes para estimar o componente fundamental na presença de componentes inter-harmônicos, sub-harmônicos e decaimento CC exponencial. Mais ainda, sua abordagem padrão também é insuficiente para as estimações com componentes variantes no tempo, inclusive os componentes harmônicos.

Este capítulo se destinou a fazer uma análise das condições dos sinais e seus componentes que serão modelados neste trabalho e a determinar os melhores métodos a serem utilizados a partir das características daqueles encontrados na literatura. Buscando os métodos apontados como aqueles com melhores resultados finais na relação sinal-ruído, definiu-se adotar a própria DFT em conjunto com um dos métodos de subespaços, cuja escolha será realizada no Capítulo 4. O primeiro devido à sua capacidade em eliminar os componentes harmônicos e o segundo devido à sua capacidade de determinar os parâmetros dos outros componentes não eliminados pela DFT. Além disso, ambos possuem alterações metodológicas que os permitem lidar de forma melhor com os componentes variantes no tempo: *Short-Time Fourier Transform* (STFT) para o primeiro e *Sliding Window* para o segundo.

De forma complementar, o método STFT tem eficiência computacional, mas tende a ter baixa resolução e é pouco imune à variação de frequências. Já os métodos de subespaços, aplicada a *sliding window*, têm alta resolução e é adequado para a estimação de inter-harmônicos. Basicamente, a STFT realizará um processamento preliminar para eliminar os componentes harmônicos e reduzir a ordem necessária para o modelo dos métodos de subespaços.

Nos dois casos, este capítulo mostrou a teoria básica necessária para o entendimento dessas metodologias e daquelas que serão propostas nos próximos. Especificamente para os métodos de subespaços foi destinada uma maior energia para seu entendimento e explicação, trazendo observações importantes neste processo de conhecimento que não são destacadas nas referências da literatura.

Este capítulo mostrou, também, vários outros métodos encontrados na literatura, tanto aqueles baseados nessas duas técnicas citadas quanto em outras. Incluem-se aqueles baseados em filtros de Kalman, PLL, *Wavelet*, entre outros.

Finalmente, determinou os parâmetros a serem utilizados para análise e comparação dos métodos que serão propostos com aqueles que apresentaram melhores resultados nessa revisão bibliográfica. Neste caso serão utilizadas as métricas de erro médio quadrático e erro médio percentual para determinar a eficiência dos métodos e suas imunidades a ruído.

---

## CAPÍTULO 3. Método de Estimação Fasorial na Presença de Componentes Harmônicos, Decaimento CC Exponencial e Ruído

Como visto no Capítulo 1, os sinais adquiridos dos SEPs podem ser modelados contendo os componentes gerais (fundamental e harmônicos) e os componentes extras (decaimento CC exponencial e inter-harmônicos) além de ruído. Essa divisão foi feita para facilitar o entendimento dos métodos que serão propostos neste capítulo e no próximo. Aqueles pertencentes aos componentes gerais serão eliminados e serão utilizadas técnicas específicas para determinar os parâmetros daqueles generalizados pelos componentes extras.

Neste capítulo será mostrado um método desenvolvido para estimar o componente fundamental na presença de componentes harmônicos, decaimento CC exponencial e ruído. Ou seja, será considerado como componente extra apenas aqueles relativos ao decaimento CC exponencial. A metodologia consistirá em eliminar os componentes gerais e determinar os parâmetros do decaimento CC exponencial para se conseguir a estimação. Tal especificidade no destaque ao componente de decaimento CC exponencial é devido ao grande número de problemas e soluções que vêm sendo mostradas e propostas na literatura referente a sistemas onde a ocorrência deste componente é significativa e se sobrepõe aos outros.

O componente de decaimento CC exponencial é um componente transitório, ocorre devido à natureza física das linhas de transmissão que podem ser modeladas como um circuito  $RL$  e aparecerá nos sinais como consequência de qualquer distúrbio suficientemente grande para produzir efeitos transitórios perceptíveis no sistema elétrico de potência, como alterações de cargas e faltas. Embora o sinal a ser processado pelos equipamentos de proteção possa ser composto por dois componentes de decaimento CC exponencial, como indica a equação (18), a primeira parte do desenvolvimento do método levará em conta apenas um desses componentes, especificamente o relacionado à linha de transmissão. Será mostrado que, mesmo assim, o método desenvolvido consegue atenuar o componente não considerado e relacionado ao TC.

### 3.1. Eliminação dos componentes gerais

Aplicações práticas de estimação fasorial requerem que os sinais sejam multiplicados por uma janela  $\mathbf{w}$ , um vetor linha cujo tamanho finito é determinado tal que seus coeficientes  $w[l] = 0$  para  $l < \text{lim}^-$  e  $l > \text{lim}^+$ , onde  $\text{lim}^-$  e  $\text{lim}^+$  são os limites inferior e superior e  $\text{lim}^+ = \text{lim}^- + J$  com  $J$  sendo o tamanho dessa janela.

Com este janelamento e levando-se em conta a especificação para o método que será desenvolvido neste capítulo de que os componentes extras serão representados pelo decaimento CC exponencial, significando  $s_K[n] = s_d[n]$  como mostrado na equação (11), o vetor do sinal de falta analisado, cujas amostras são descritas pela equação (14), pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{s}_w[n] = (\mathbf{s}_H[n] + \mathbf{s}_d[n] + \mathbf{s}_r[n]) \cdot \mathbf{w} = \mathbf{s}_{H_w}[n] + \mathbf{s}_{d_w}[n] + \mathbf{s}_{r_w}[n] \quad (62)$$

onde  $\mathbf{s}_H[n]$  refere-se aos componentes gerais, fundamental e harmônicos;  $\mathbf{s}_d[n]$  refere-se aos componentes extras, decaimento CC exponencial neste caso; e  $\mathbf{s}_r[n]$  refere-se ao componente de ruído.

A equação (62) mostra que o trabalho será realizado com vetores a partir de agora. Embora as equações que tenham definido o modelo do sinal estejam representadas através de suas amostras, como a equação (14), um conjunto dessas amostras expresso pelo vetor linha  $\mathbf{s}[n] = \mathbf{s}_H[n] + \mathbf{s}_d[n] + \mathbf{s}_r[n]$  multiplicado pela janela  $\mathbf{w}$  resulta também em um vetor linha de tamanho  $J$ :  $\mathbf{s}_w[n] = \mathbf{s}_{H_w}[n] + \mathbf{s}_{d_w}[n] + \mathbf{s}_{r_w}[n]$ . Esses vetores serão denominados, genericamente, de sinais, deste ponto em diante.

$\mathbf{s}_w[n]$  é o sinal  $\mathbf{s}[n]$  janelado por  $\mathbf{w}$  no instante  $n$ . Significa que o sinal resultante contém  $J$  elementos tal que esses elementos são a multiplicação entre os  $J$  coeficientes da janela pelas amostras de  $\mathbf{s}[n]$  adquiridas nos instantes  $n, n - 1, n - 2, \dots, n - J + 1$ . A Figura 11 mostra essa multiplicação.

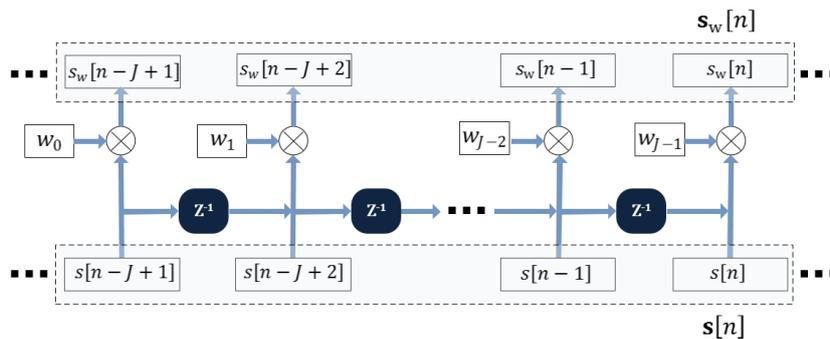


Figura 11 – Multiplicação do sinal  $\mathbf{s}[n]$  pela janela  $\mathbf{w}$

De acordo com a Figura 11, o sinal  $\mathbf{s}_w[n]$  (no instante  $n$ ) é composto por elementos obtidos a partir da multiplicação das amostras de  $\mathbf{s}[n]$  pelos respectivos coeficientes da janela  $\mathbf{w}$ . Os sinais  $\mathbf{s}_w[n]$  e  $\mathbf{s}[n]$  possuirão  $J$  amostras que estarão contidas nos instantes discretos de  $n - J + 1$  até  $n$ , multiplicadas, respectivamente, por  $w_0$  até  $w_{J-1}$ .

Se for considerada a variável  $l$  excursionando dentro do vetor linha  $\mathbf{s}_w[n]$  tal que  $0 \leq l \leq J - 1$ , este vetor poderá ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_w[n] &= (\mathbf{s}_H[n] + \mathbf{s}_d[n] + \mathbf{s}_r[n]) \cdot \mathbf{w} = \mathbf{s}_{H_w}[n] + \mathbf{s}_{d_w}[n] + \mathbf{s}_{r_w}[n] = \\ &= \left[ \sum_{h=1}^H (A_h \cos(\omega_h(n-l)\Delta t - \varphi_h) \cdot f_h[n-l]) + A_d \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot e^{-\frac{(n-l)\Delta t}{\tau_d}} + r[n-l] \right] w[l], \quad 0 \leq l \leq J - 1 \end{aligned} \quad (63)$$

onde  $s_{H_w}[n-l] = [\sum_{h=1}^H (A_h \cos(\omega_h(n-l)\Delta t - \varphi_h) \cdot f_h[n-l])]$   $w[l]$  é a amostra do componente fundamental e harmônicos janelados,  $s_{d_w}[n-l] = \left[ A_d \cdot e^{-\frac{(n-l)\Delta t}{\tau_d}} \right] w[l]$  é a amostra do decaimento CC exponencial janelado e  $s_{r_w}[n-l]$  é a amostra do ruído, também a partir do janelamento.

O trabalho com componentes variantes no tempo necessita que o tamanho da janela  $\mathbf{w}$  seja tal que o sinal contido nela possa ser considerado estacionário naquele intervalo de tempo. É conveniente relatar que para ser considerado estacionário neste modelo proposto é necessário que  $f_h[n] = 1$ . Assim, a equação (62) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{s}_w[n] = \left[ \sum_{h=1}^H (A_h \cos(\omega_h(n-l)\Delta t - \varphi_h)) + A_d \cdot e^{-\frac{(n-l)\Delta t}{\tau_d}} + r[n-l] \right] w[l] \quad (64)$$

com  $0 \leq l \leq J - 1$ .

Uma transformada de Fourier poderá ser aplicada à equação (64) e escrita da seguinte forma:

$$S_w[n] = S_{H_w}(e^{j\omega}) + S_{d_w}(e^{j\omega}) + S_{r_w}(e^{j\omega}) \quad (65)$$

onde a transformada do sinal  $\mathbf{s}_w[n]$ , denominada de  $S_w[n]$ , é o somatório das transformadas de  $\mathbf{s}_{H_w}[n]$ ,  $\mathbf{s}_{d_w}[n]$  e  $\mathbf{s}_{r_w}[n]$ , denominadas, respectivamente, de  $S_{H_w}(e^{j\omega})$ ,  $S_{d_w}(e^{j\omega})$  e  $S_{r_w}(e^{j\omega})$ . Esta transformada será determinada adiante entre a DFT ou a DTFT.

$S_{H_w}(e^{j\omega})$  pode ser escrita utilizando o teorema da modulação [92],

$$S_{H_w}(e^{j\omega}) = \sum_{h=1}^H \frac{A_h}{2} e^{j\varphi_h} W(e^{j(\omega-\omega_h)}) + \frac{A_h}{2} e^{-j\varphi_h} W(e^{j(\omega+\omega_h)}) \quad (66)$$

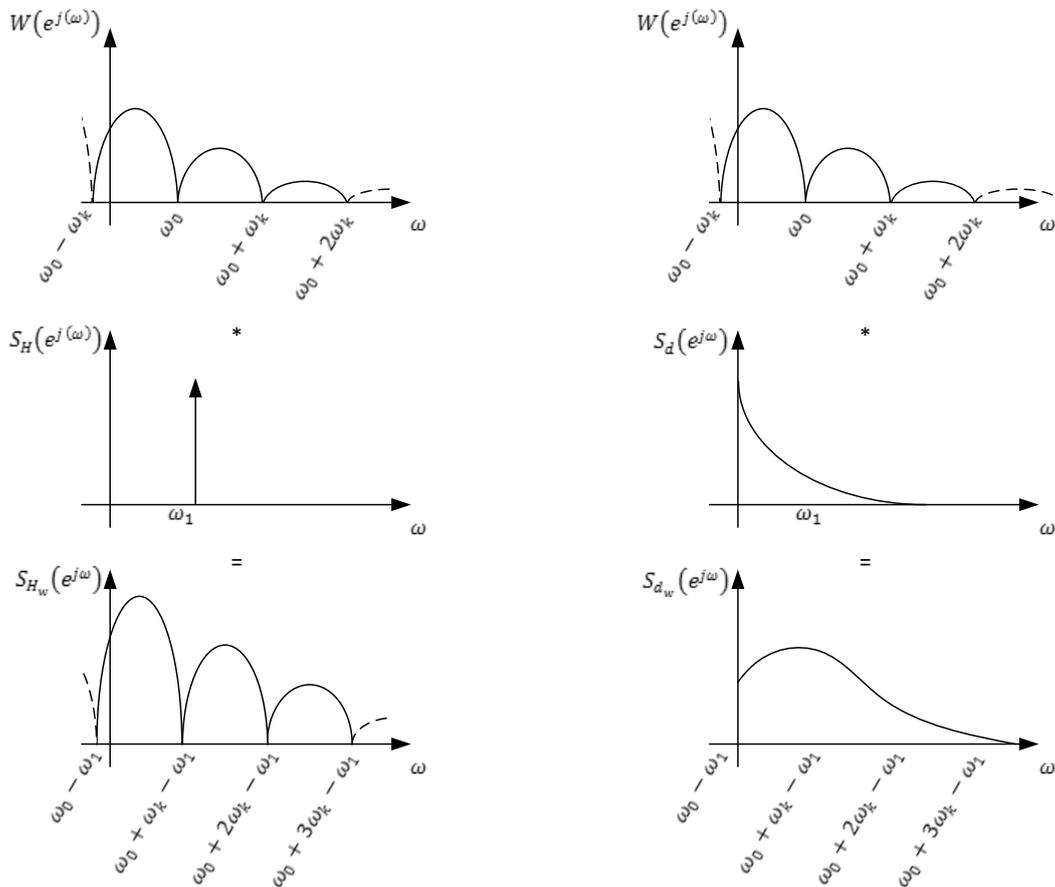
onde  $S_{H_w}(e^{j\omega})$  é a transformada de  $\mathbf{s}_{H_w}[n]$  e  $W(e^{j\omega})$  é a transformada de  $\mathbf{w}$ .

Se os termos da equação (66) forem cancelados, a transformada do sinal da equação (64) terá apenas a influência de seus termos relativos ao decaimento CC exponencial e ruído. Como já mencionado, este é o primeiro passo do método proposto: a eliminação dos componentes gerais.

Para eliminar os termos da equação (66) basta fazer  $W(e^{j(\omega-\omega_h)}) = 0$ . Entretanto se essa característica for utilizada para todo o espectro, seja ele contínuo ou discreto, não só os termos da equação (66) serão cancelados, mas também os relativos ao decaimento e ruído da equação (64) e nenhuma informação de  $\mathbf{s}_d[n]$  será mantida. A solução é ter o espectro da janela com zeros em frequências específicas e calcular a transformada de Fourier centrada em uma dessas frequências.

Uma vez que o espectro de  $\mathbf{s}_H[n]$  são impulsos sobre as frequências dos componentes fundamental e harmônicos, o espectro da multiplicação deste sinal pela janela  $\mathbf{w}$  será apenas o próprio espectro da janela deslocado e alterado em magnitude. Já a multiplicação da janela pelo sinal  $\mathbf{s}_d[n]$  irá gerar um espectro alterado também em sua morfologia.

Considere uma janela com zeros em frequências específicas. Considere, também, sua convolução com o espectro do sinal  $\mathbf{s}_H[n]$  e com o espectro do sinal  $\mathbf{s}_d[n]$ , como mostra a Figura 12.



**Figura 12 – Convolução entre as DTFTs da janela  $w$  e componentes do sinal  $s[n]$**

Na Figura 12 é mostrado o espectro  $W(e^{j\omega})$  da janela  $w$  na parte superior. Alguns de seus zeros estão indicados nas frequências  $\omega_0 \pm h\omega_k$ ,  $h \in \mathbb{Z}$ , sendo que  $\omega_0$  e  $\omega_k$  são frequências específicas a serem escolhidas ( $\omega_k$  é o espaçamento entre os zeros do espectro). São mostrados, também, os espectros  $S_H(e^{j\omega})$  e  $S_d(e^{j\omega})$ , respectivamente, dos componentes gerais e do componente extra de decaimento CC exponencial. No caso do espectro dos componentes gerais, foi usado apenas o componente fundamental para facilitar o entendimento da estratégia adotada.

É gerado o espectro  $S_{H_w}(e^{j\omega})$  a partir da convolução entre  $W(e^{j\omega})$  e  $S_H(e^{j\omega})$ . Neste espectro os zeros foram deslocados de  $\omega_1$ , que é a frequência do componente fundamental, ficando localizados em  $\omega_0 - \omega_1$ ,  $\omega_0 + \omega_k - \omega_1$  e assim sucessivamente. A convolução entre a janela e os componentes gerais geram valores iguais a zero nesses pontos específicos. Entretanto, a convolução entre a janela e o componente extra de decaimento gera valores diferentes de zero. Após o janelamento, se for calculada a transformada de Fourier nesses pontos, o resultado conterá apenas o termo relativo ao componente extra, além de ruído.

Considere o espectro de  $S_{H_w}(e^{j\omega})$  mostrado na Figura 12 e a adoção de  $\omega_k = \omega_1$  (a Figura 12 foi montada prevendo a adoção dessa igualdade). Os zeros do espectro de  $S_{H_w}(e^{j\omega})$  estarão dispostos sobre as frequências ( $\dots$ )  $\omega_0 - \omega_1, \omega_0, \omega_0 + \omega_1, \omega_0 + 2\omega_1$  ( $\dots$ ). Generalizando, os zeros estarão em  $\omega_0 \pm \omega_h$ , pois  $\omega_h$  representa as frequências dos componentes gerais, fundamental e harmônicos, múltiplos inteiros da frequência fundamental. Ou seja,  $\omega_k$  é escolhido igual a  $\omega_1$  justamente para eliminar os componentes gerais que estarão deslocados de  $\omega_0$  após a convolução ao ser realizar a transformada de Fourier.

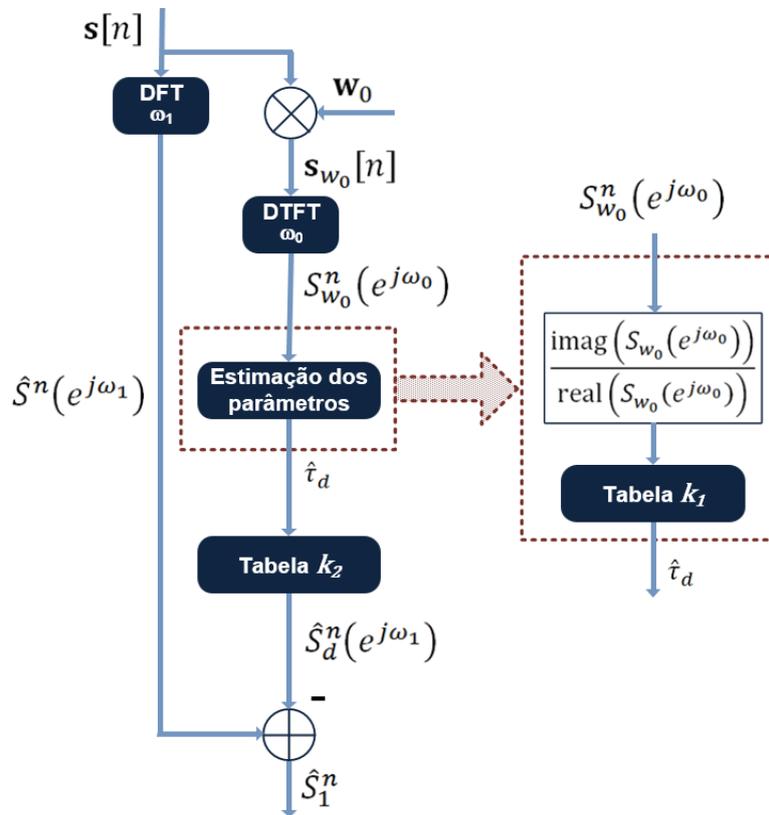
Como  $\omega_0$  poderá ser qualquer frequência do espectro truncado, e contínuo, a transformada de Fourier a ser adotada neste caso será a DTFT (discreta no domínio do tempo e contínua no domínio da frequência). Assim, a DTFT deverá ser centrada na frequência específica a ser escolhida  $\omega_0$  e com resolução que proporcione que seus pontos amostrais caiam justamente nos pontos de zero de  $S_{H_w}(e^{j\omega})$ . Uma vez que foi escolhida  $\omega_k = \omega_1$ , a DTFT poderá ter resolução de  $2\pi 60$  rad/s para casos de presença de componentes harmônicos pares e ímpares, o que significa a janela  $J$  no tamanho de um ciclo, pelo menos; ou resolução de  $2\pi 120$  rad/s, para casos de presença de harmônicos ímpares, o que significa a janela  $J$  no tamanho de meio ciclo, pelo menos.

Relembrando a metodologia: a DTFT elimina os componentes gerais (fundamental e harmônicos) e técnicas específicas determinam os parâmetros do componente de decaimento CC exponencial. Então, o objetivo deve ser escolher uma janela  $\mathbf{w}$  cujo espectro tenha zeros nas frequências específicas  $\omega_0 \pm \omega_h$ . Se for feito  $W(e^{j(\omega_0 - \omega_h)}) = W(e^{j(\omega_0 + \omega_h)}) = 0, h = 1 \dots H$ , consegue-se eliminar o termo  $\mathbf{s}_{H_w}[n]$ . Deslocando todos os componentes de  $\mathbf{s}_{H_w}[n]$  por uma frequência  $\omega = \omega_0$  sua eliminação se dará calculando a DTFT centrada em  $\omega_0$ .

Seja  $\mathbf{w}_0$  a janela que contem zeros nas frequências  $\omega_0 \pm \omega_h$  e  $\mathbf{s}_{w_0}[n]$  o sinal transitório de falta multiplicado por essa janela. A  $n$ -ésima amostra da DTFT de  $\mathbf{s}_{w_0}[n]$ ,  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ , calculada na frequência  $\omega_0$ , conterà apenas os termos relativos ao decaimento CC exponencial e ruído. A estimação do parâmetro  $\tau_d$  do decaimento CC exponencial e uma correção para eliminar esse componente do sinal de falta poderão ser realizadas de posse desse valor  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ .

### 3.2. Implementação inicial do método

A Figura 13 mostra a implementação inicial da metodologia proposta.



**Figura 13 – Diagrama geral do método proposto**

Como mostra a Figura 13, o sinal  $s_{w_0}[n]$  é gerado multiplicando o sinal de falta  $s[n]$  por  $w_0$  que contém zeros em frequências específicas  $\omega_0 \pm \omega_h$  da mesma forma mostrada pela Figura 11. A DTFT calculada em  $\omega_0$  de  $s_{w_0}[n]$  elimina a influência dos componentes gerais, deixando apenas aquela relativa ao decaimento CC exponencial e ruídos. Este valor  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  é utilizado para estimar o parâmetro  $\tau_d$  do decaimento CC exponencial através de busca em uma tabela  $k_1$  que relaciona o valor de  $\tau_d$  com a fase de  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ . A constante de tempo estimada é usada para obter  $\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$ , a  $n$ -ésima amostra da estimação no domínio da frequência do componente relativo ao decaimento CC exponencial na frequência fundamental. Isso também é feito a partir de busca em uma tabela  $k_2$  criada de forma *off-line*.

Paralelamente ao processo descrito acima, é feita a estimação do componente fundamental. Como esta estimação é calculada especificamente na frequência de 60 Hz, deve-se utilizar outra transformada de Fourier, a DFT. Como já foi dito, a DFT é discreta tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência e será calculada em pontos

específicos, múltiplos inteiros de  $2\pi 60$  rad/s. Como indicado na Figura 7, a transformada será centrada em  $h \cdot 2\pi 60$  rad/s ( $h = 1$ ), fazendo a estimação do componente fundamental, ao mesmo tempo que conterà zeros nos outros pontos onde cairão suas amostras  $h \cdot 2\pi 60$  rad/s ( $h > 1$ ), exatamente sobre os componentes harmônicos.

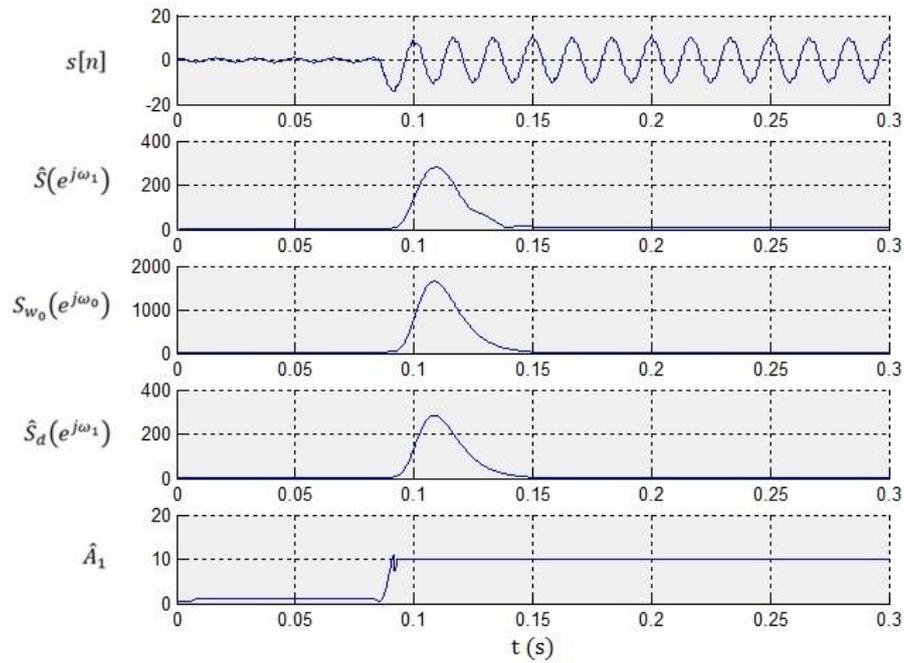
Esta estimação do componente fundamental que elimina os componentes harmônicos conterà a influência do componente extra, o decaimento CC exponencial. A estimação na frequência fundamental será a composição do componente fundamental com a parcela do componente extra que estiver sobre esta frequência.

Mas, cálculo feito anteriormente e denominado de  $\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$  é, justamente, a parcela do componente extra que influencia a estimação do componente fundamental.

E assim encerra-se o processo: a DFT de  $\mathbf{s}[n]$  é calculada paralelamente a este processo, centrada na frequência fundamental  $\omega_1$ . Esta  $n$ -ésima estimação do fasor, denominada  $\hat{S}^n(e^{j\omega_1})$ , é influenciada apenas pelos componentes relativos à frequência fundamental, decaimento CC exponencial e ruídos, pois o filtro DFT elimina os componentes relativos às frequências harmônicas. A  $n$ -ésima amostra da estimação do fasor  $\hat{S}_1^n$  do componente fundamental presente no sinal  $\mathbf{s}[n]$  é conseguida subtraindo-se a parte referente ao decaimento CC exponencial da estimação realizada pela DFT, ou seja,  $\hat{S}_1^n = \hat{S}^n(e^{j\omega_1}) - \hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$ .

É necessário destacar o que foi dito com relação as transformadas de Fourier. Parte do processo utiliza a DTFT, pois é necessário que esta transformada seja centrada em uma frequência  $\omega_0$ , diferente da frequência fundamental  $\omega_1$  e que poderá ser qualquer uma dentro dos limites estabelecidos do espectro. Esta é a parte que estima a influência do componente extra no fundamental. Outra parte do processo utiliza a DFT, sendo aquela que faz a estimação especificamente do componente fundamental, aquela centrada em  $\omega_1$ .  $\hat{S}^n(e^{j\omega_1})$  é o resultado da DFT centrada em  $\omega_1$  e  $\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$  é a estimação feita da influência do componente extra em  $\omega_1$ . A subtração dos dois valores será a própria estimação do componente fundamental.

A Figura 14 mostra um exemplo de sinais de cada uma das etapas do processo de estimação.



**Figura 14 – Variáveis no processo de estimação do método proposto**

Na Figura 14, o primeiro sinal mostrado é o sinal de entrada,  $\mathbf{s}[n]$ , que possui uma falta a partir do quinto ciclo, com a amplitude da fundamental fora da falta de 1 pu e na falta igual a 10 pu. Além do decaimento CC exponencial com amplitude de 10 pu e  $\tau_d$  de 0,5 ciclos a partir desse momento, o sinal conta também com ruído gaussiano branco com SNR de 40 dB, além dos componentes harmônicos. O segundo sinal,  $\hat{S}^n(e^{j\omega_1})$ , é o resultado da estimação pela DFT padrão que será utilizado no final do processo para obtenção da estimação do componente fundamental sem a influência do decaimento CC exponencial como ainda acontece neste caso. O terceiro sinal,  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ , é o sinal filtrado pela janela proposta, sem a influência dos componentes fundamental e harmônicos e o quarto sinal,  $\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$ , é uma estimação do decaimento CC exponencial presente no sinal de entrada. Finalmente, o quinto sinal é a estimação do fasor do componente fundamental sem a influência do decaimento, obtida a partir da subtração de  $\hat{S}^n(e^{j\omega_1})$  e  $\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$ .

Importante observar que será possível estabelecer a estimação realizada pelo método proposto em meio ciclo (mais uma fração de quatro amostras, como será explicado mais adiante) se forem considerados apenas componentes harmônicos ímpares no sinal de entrada. Se forem considerados componentes harmônicos pares e ímpares, deverá se estabelecer a estimação realizada pelo método proposto em um ciclo (mais uma fração de uma amostra, como também será explicado mais adiante).

Uma vez entendido o método, é necessário especificar os projetos de cada uma de suas partes, principalmente a implementação da janela (cálculo de seus coeficientes) com as características mencionadas anteriormente, envolvendo a determinação de  $\omega_0$ , e as equações utilizadas para montar as tabelas *off-line* para a estimação de  $\tau_d$  e de  $\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$ .

### 3.3. Síntese e implementação da janela

Considere a DTFT da janela  $\mathbf{w}_0$ , dada por:

$$W_0(e^{j\omega}) = \sum_{l=0}^{J-1} w_0[l] \cdot e^{-j\omega l} \quad (67)$$

onde  $J$  é o tamanho da janela utilizada e  $w_0[l]$  são os coeficientes a serem determinados a partir da escolha das frequências e dos valores da resposta da janela nessas frequências. Os coeficientes da janela podem ser encontrados a partir da equação padrão para síntese de filtros FIR:

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b} \quad (68)$$

onde  $(\mathbf{w}_0)_{J \times 1}$  é o vetor dos coeficientes do filtro,  $\mathbf{b}_{J \times 1}$  é o vetor que se deseja dos valores da resposta do filtro nas frequências estabelecidas e  $\mathbf{A}_{J \times J}^{-1}$  é a inversa da matriz que contém as exponenciais centradas nessas frequências. Dessa forma,

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_0 &= [w_0[0] \quad w_0[1] \quad w_0[2] \quad \cdots \quad w_0[J-1]]^T, \\ \mathbf{b} &= [1 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\omega'_1} & e^{-j2\omega'_1} & \cdots & e^{-j(J-1)\omega'_1} \\ 1 & e^{-j\omega'_2} & e^{-j2\omega'_2} & \cdots & e^{-j(J-1)\omega'_2} \\ 1 & e^{-j\omega'_3} & e^{-j2\omega'_3} & \cdots & e^{-j(J-1)\omega'_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j\omega'_J} & e^{-j2\omega'_J} & \cdots & e^{-j(J-1)\omega'_J} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (69)$$

As frequências  $\omega'_l$  da matriz  $\mathbf{A}$ ,  $1 \leq l \leq J$ , serão as frequências sobre as quais a janela irá atuar e devem ser tais que, mostrando-as em termos vetoriais,

$$\boldsymbol{\omega}' = \begin{bmatrix} \omega'_1 \\ \omega'_2 \\ \omega'_3 \\ \omega'_4 \\ \omega'_5 \\ \vdots \\ \omega'_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 - k_2\omega_1 \\ \omega_0 + k_3\omega_1 \\ \omega_0 - k_4\omega_1 \\ \omega_0 + k_5\omega_1 \\ \vdots \\ \omega_0 - k_J\omega_1 \end{bmatrix} \quad (70)$$

em que, para estimação em meio ciclo,  $k_l = \begin{cases} l-1 & l \text{ par} \\ l-2 & l \text{ ímpar} \end{cases}$

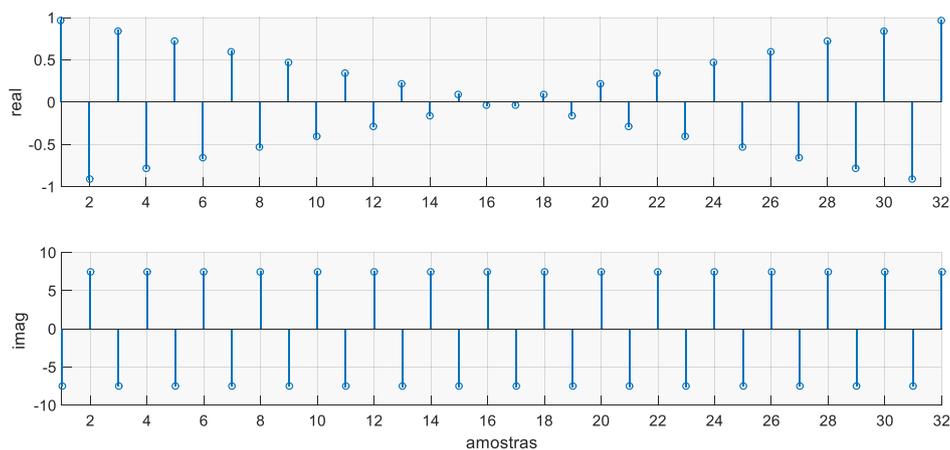
e para estimação em um ciclo,  $k_l = \begin{cases} \frac{l}{2} & l \text{ par} \\ \frac{l-1}{2} & l \text{ ímpar} \end{cases}$

Os valores de  $k_l$  são aqueles que obedecem à igualdade  $\omega_k = \omega_1$ , determinadas na explicação da Figura 12.

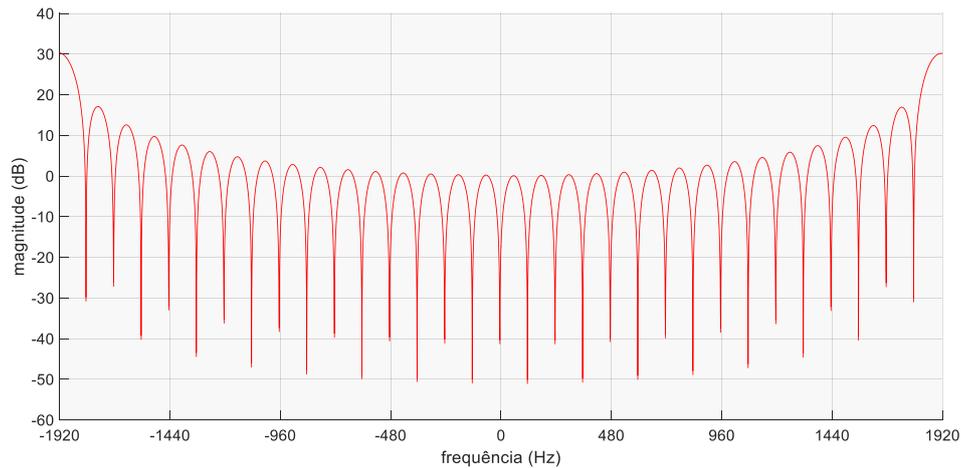
Esses vetores e matrizes mostram os parâmetros adotados para a síntese do filtro. A primeira frequência  $\omega'_1 = 0$  deve ter o valor da resposta do filtro igual a 1 e as demais devem ter o valor da resposta igual a 0. Isso porque será na frequência zero que estará a principal informação do decaimento CC exponencial.

O espectro de frequências que se consegue abranger com o filtro está diretamente ligado ao tamanho da janela  $J$  e à frequência de amostragem. Se o sistema possuir uma taxa de amostragem de 64 amostras por ciclo e for utilizada meia janela para as estimações ( $J = 32$ ), pode-se eliminar as frequências ímpares estabelecidas até aquela de ordem 15.

Por exemplo, se  $\omega_0 = 333$  rad/s, significando  $f_0 = 53$  Hz, e  $J = 32$ , a janela  $w_0[n]$  possuirá zeros nas frequências (em Hz)  $-1807, \dots, -247, -127, -7, 113, 233, 353, \dots, 1913$ . A Figura 15 e a Figura 16 mostram a janela gerada a partir dessas características e sua resposta em frequência.

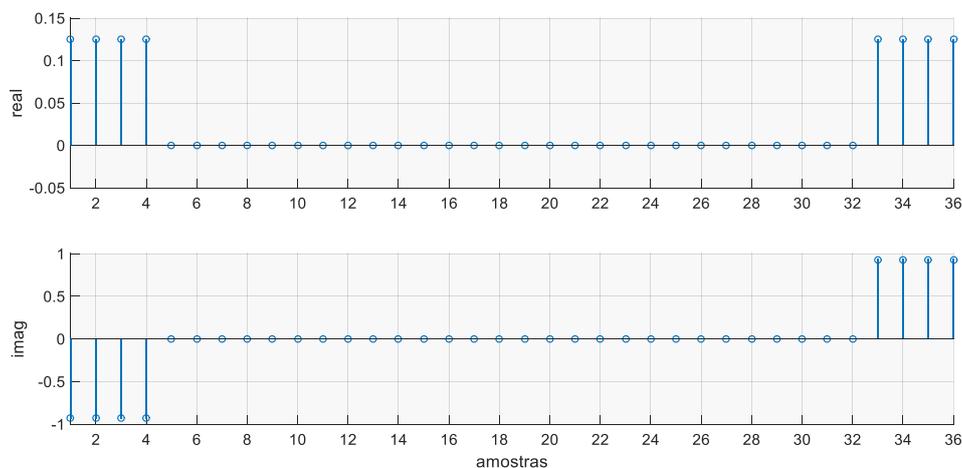


**Figura 15 – Coeficientes da janela proposta com 32 amostras**



**Figura 16 – Espectro da janela proposta com 32 amostras**

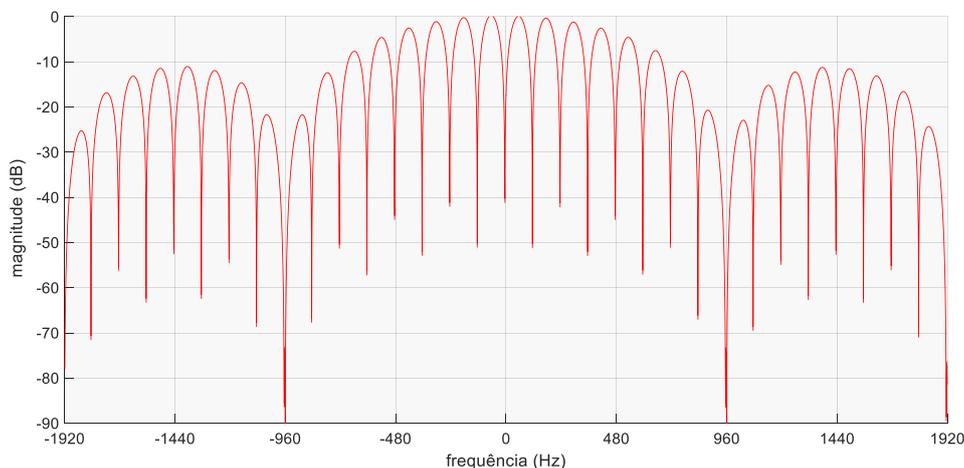
Na Figura 16 a magnitude do espectro foi normalizada em 0 Hz para que se pudesse ter clareza maior no comportamento da janela, principalmente com relação às altas frequências. Um ponto frágil do método como está posto é a resposta dessa janela que não atenua as altas frequências e conseqüentemente o ruído, como mostra a Figura 16. Para evitar este problema, são acrescentadas quatro amostras à janela, forçando pontos inferiores à frequência de  $-1807$  e superiores a  $1913$  para zero, de acordo com o exemplo, considerando  $f_0 = 53$  Hz. Retomando o mesmo exemplo, a nova janela, agora com  $J = 36$  amostras (o que equivale a  $0,5625$  ciclos da fundamental), terá zeros nas seguintes frequências:  $-2047, \dots, -247, -127, -7, 113, 233, 353, \dots, 2153$ . As partes real e imaginária da janela implementada de acordo com o exemplo dado são caracterizadas no domínio do tempo conforme mostra a Figura 18.



**Figura 17 – Janela proposta com 36 amostras no domínio do tempo**

Apenas oito termos são diferentes de zero na janela apresentada na Figura 17 e seus valores para cada termo são iguais em módulos, tanto para a parte real quanto para a parte imaginária, o que aumenta a eficiência computacional do método.

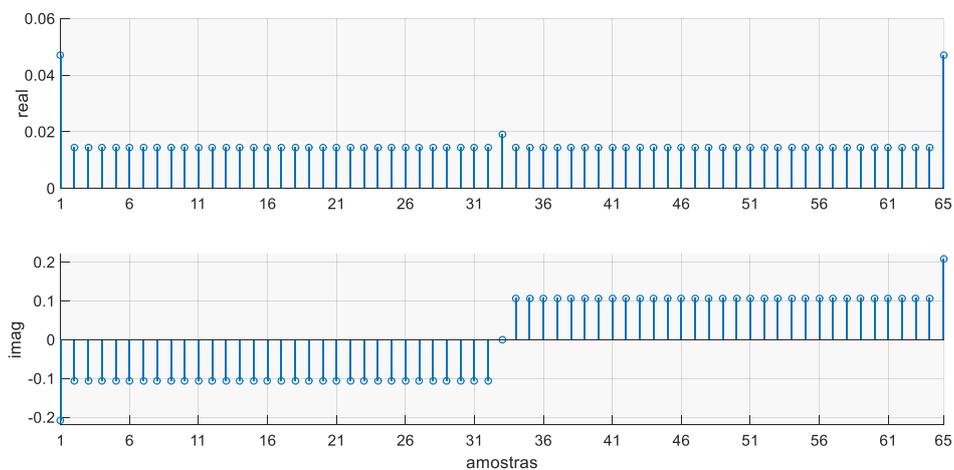
No domínio da frequência, a resposta da janela é conforme a Figura 18.



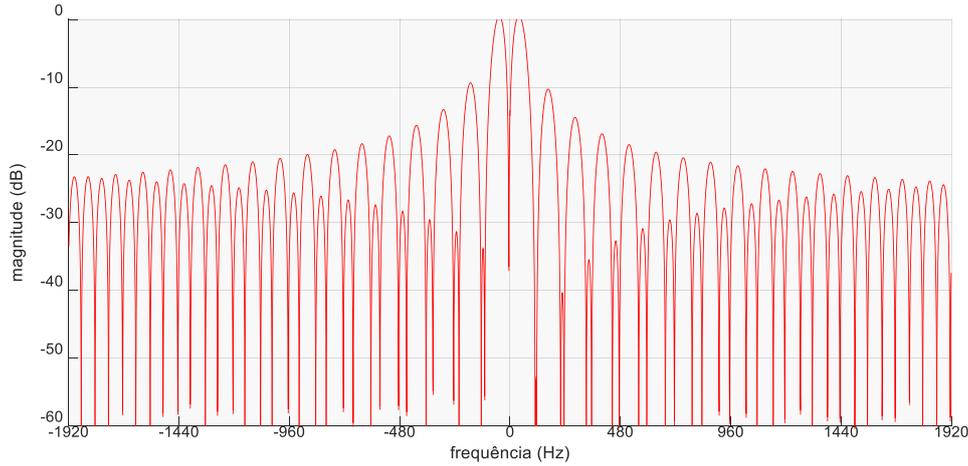
**Figura 18 – Janela proposta com 36 amostras no domínio da frequência**

No espectro de frequências mostrado na Figura 18 pode-se notar que essa janela cumpre o objetivo inicial de não amplificar os ruídos de alta frequência, além de eliminar os componentes fundamental e harmônicos.

A mesma análise pode ser feita se a estimação for projetada para ocorrer em um ciclo, sendo necessária a inserção de apenas mais uma amostra, como mostram a Figura 19 e a Figura 20.



**Figura 19 – Coeficientes da janela proposta com 65 amostras**



**Figura 20 – Espectro da janela proposta com 65 amostras**

A janela da Figura 19 e Figura 20 foi obtida com  $f_0 = 53$  Hz e 64 amostras por ciclo. Com a inserção de mais uma amostra, o tamanho da janela passa a 65 amostras. Neste caso, continua existindo uma simetria entre os coeficientes da janela no domínio do tempo, o que facilita a implementação do método.

Outro aspecto importante da janela projetada é que os coeficientes  $w_0[l]$  são números complexos,  $w_0[l] = w_{0R}[l] + jw_{0I}[l]$ , consequência da assimetria do espectro (domínio da frequência). A implementação dessa janela deverá levar em consideração as partes real e imaginária dos coeficientes de forma que:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{w_{0R}}[n] &= \mathbf{s}[n] \cdot \mathbf{w}_{0R} \\ \mathbf{s}_{w_{0I}}[n] &= \mathbf{s}[n] \cdot \mathbf{w}_{0I} \end{aligned} \quad (71)$$

A DTFT de  $\mathbf{s}_{w_0}[n] = \mathbf{s}_{w_{0R}}[n] + j\mathbf{s}_{w_{0I}}[n]$  calculada na frequência  $\omega_0$  poderá ser conseguida diretamente de  $\mathbf{s}[n]$  pela seguinte equação:

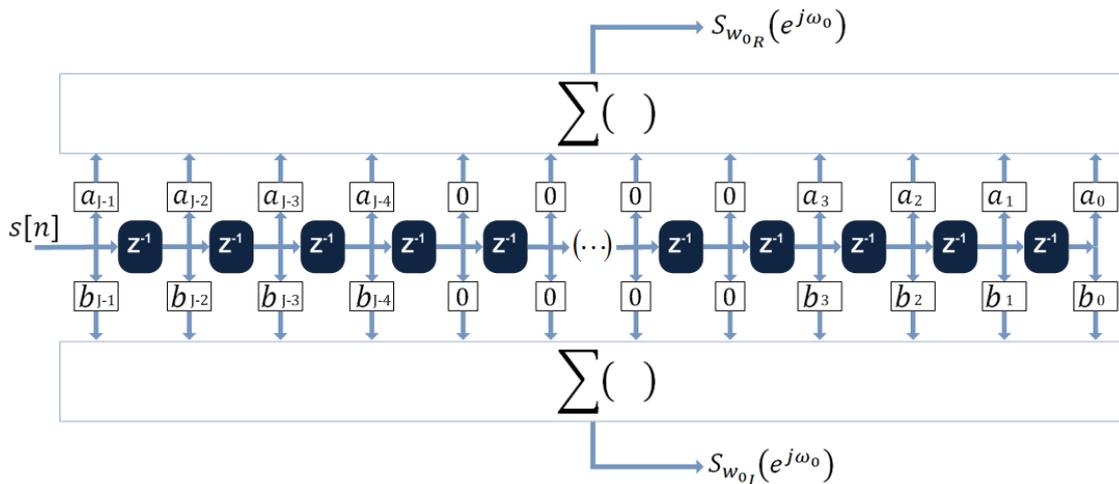
$$\begin{aligned} S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) &= \frac{2}{J} \left( \sum_{l=0}^{J-1} [w_{0R}[l] \cdot \cos(\omega_0 l) + w_{0I}[l] \cdot \sin(\omega_0 l)] \cdot s[n-l] + \right. \\ &\quad \left. + j \sum_{l=0}^{J-1} [-w_{0R}[l] \cdot \sin(\omega_0 l) + w_{0I}[l] \cdot \cos(\omega_0 l)] \cdot s[n-l] \right) \end{aligned} \quad (72)$$

Ou ainda,

$$\begin{aligned}
S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) &= S_{w_{0R}}^n(e^{j\omega_0}) + jS_{w_{0I}}^n(e^{j\omega_0}) = \\
&= \frac{2}{J} \left( \sum_{l=0}^{J-1} a[l] \cdot s[n-l] + j \sum_{l=0}^{J-1} b[l] \cdot s[n-l] \right) \quad (73)
\end{aligned}$$

onde  $a[l] = w_{0R}[l] \cdot \cos(\omega_0 l) + w_{0I}[l] \cdot \sin(\omega_0 l)$  e  $b[l] = -w_{0R}[l] \cdot \sin(\omega_0 l) + w_{0I}[l] \cdot \cos(\omega_0 l)$ .

O que as equações (72) e (73) mostram é que podemos juntar a multiplicação do sinal  $\mathbf{s}[n]$  pela janela  $\mathbf{w}_0$  com a transformada DTFT, ambas operações explicitadas na Figura 13, em um filtro cujos coeficientes são  $a[l]$  e  $b[l]$ ,  $0 \leq l \leq J - 1$ . A implementação do filtro de meio ciclo, por exemplo, deve ser realizada a partir da equação (73) e pelo diagrama de blocos mostrado na Figura 21.



**Figura 21 – Implementação do filtro**

A Figura 21 mostra a implementação das partes real e imaginária do filtro de meio ciclo. A cada atraso, o sinal  $\mathbf{s}[n]$  é multiplicado pelos respectivos coeficientes real e imaginário e a soma das  $J$  multiplicações geram o resultado da DTFT de  $\mathbf{s}_{w_0}[n]$  calculada em  $\omega_0$ .

Particularmente, a Figura 21 foi gerada a partir da equação (73) e da Figura 18 onde é percebido que os coeficientes da janela são iguais a zero de  $w_0[4]$  até  $w_0[31]$  (veja Figura 11) o que diminui o esforço computacional do método. Neste caso, embora presente na figura, as multiplicações serão omitidas na programação computacional.

### 3.3.1. Estimação de $\tau_d$ e cálculo das correções

$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  é a soma complexa das multiplicações do sinal de entrada  $\mathbf{s}[n]$  pelos coeficientes  $a[n]$  e  $b[n]$  de acordo com a equação (73). Isso elimina os componentes fundamental e harmônicos de acordo com a atuação da janela  $\mathbf{w}_0$ . Pode-se reescrever essa equação, considerando apenas o componente de decaimento CC exponencial, não levando o ruído em consideração para fins de simplificação:

$$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} \left( (a[l] + jb[l]) \cdot A_d \cdot e^{-\frac{(n-l)\Delta t}{\tau_d}} \right) \quad (74)$$

onde, novamente,  $a[l] = w_{0R}[l] \cdot \cos(\omega_0 l) + w_{0I}[l] \cdot \sin(\omega_0 l)$  e  $b[l] = -w_{0R}[l] \cdot \sin(\omega_0 l) + w_{0I}[l] \cdot \cos(\omega_0 l)$ .

O que se espera calcular no fim do processo é a influência no domínio da frequência que o componente de decaimento CC exponencial exerce na estimação do fasor do componente fundamental. Matematicamente, esta influência pode ser escrita como:

$$S_d^n(e^{j\omega_1}) = \frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} \left( (a'[l] + jb'[l]) \cdot A_d \cdot e^{-\frac{(n-l)\Delta t}{\tau_d}} \right) \quad (75)$$

onde  $a'[l] = w[l] \cdot \cos(\omega_1 l) + w[l] \cdot \sin(\omega_1 l)$  e  $b'[l] = -w[l] \cdot \sin(\omega_1 l) + w[l] \cdot \cos(\omega_1 l)$  configuram a equação (75) como a DFT do componente de decaimento.  $\mathbf{w}$  é uma janela retangular que multiplica o sinal de entrada, de acordo com a equação (62).

Existe uma relação entre  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  da equação (74) e a modelagem de  $S_d^n(e^{j\omega_1})$  da equação (75) que pode ser obtida diretamente entre os termos dessas equações. A própria Figura 14 já mostrou essa relação, naquele caso entre  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  e a estimação de  $S_d^n(e^{j\omega_1})$ .

$$k_2(\cdot) = \frac{S_d^n(e^{j\omega_1})}{S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})} = \frac{\frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} \left[ (a'[l] + jb'[l]) \cdot A_d \cdot e^{-\frac{(n-l)\Delta t}{\tau_d}} \right]}{\frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} \left[ (a[l] + jb[l]) \cdot A_d \cdot e^{-\frac{(n-l)\Delta t}{\tau_d}} \right]} \quad (76)$$

ou

$$k_2(\cdot) = \frac{S_d^n(e^{j\omega_1})}{S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})} = \frac{\left(A_d \cdot e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_d}}\right)^2 \sum_{l=0}^{J-1} \left[ (a'[l] + jb'[l]) \cdot e^{\frac{l\Delta t}{\tau_d}} \right]}{\left(A_d \cdot e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_d}}\right)^2 \sum_{l=0}^{J-1} \left[ (a[l] + jb[l]) \cdot e^{\frac{l\Delta t}{\tau_d}} \right]} \quad (77)$$

A amplitude  $A_d$  e o termo exponencial relativo a  $n$  poderão ser eliminados, pois estão em todos os termos do lado direito da equação (77) e conclui-se que a única variável desconhecida da relação  $k_2$  será a constante de tempo  $\tau_d$ . Reescrevendo (77):

$$k_2(\tau_d) = \frac{\sum_{l=0}^{J-1} \left[ (a'[l] + jb'[l]) \cdot e^{\frac{l\Delta t}{\tau_d}} \right]}{\sum_{l=0}^{J-1} \left[ (a[l] + jb[l]) \cdot e^{\frac{l\Delta t}{\tau_d}} \right]} \quad (78)$$

A partir da análise da equação (78), pode-se adotar o procedimento de busca em tabelas *off-line* para estimar  $S_d^n(e^{j\omega_1})$  diretamente a partir da estimação de  $\tau_d$  e do valor de  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ . Esta opção é viável para aplicações desse tipo, pois diminui consideravelmente o esforço computacional do método proposto. Assim pode-se adotar a equação (78) para a obtenção de  $\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$ :

$$\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1}) = k_2(\hat{\tau}_d) \cdot S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) \quad (79)$$

Antes, porém, é necessário estimar a constante de tempo  $\tau_d$  do decaimento para a aplicação correta da tabela  $k_2$  que contém os elementos  $k_2(\tau_d)$ . Sequencialmente, uma vez determinado  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ , é necessário estimar o parâmetro  $\tau_d$  do decaimento CC exponencial e gerar as correções necessárias a serem subtraídas da saída dos filtros DFT, como mostrou a Figura 13. Os valores de  $k_2$  são calculados para valores de  $\tau_d$  variando no intervalo entre 0 à 167 ms, com passo de 0,1 ms, configuração que melhor se adaptou as exigências de resultado do método.

### 3.3.1.1. Estimação de $\tau_d$

Pode-se utilizar a fase de  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  para a estimação de  $\tau_d$ . A tabela com os parâmetros referidos é chamada de  $k_1$  e contém os valores das fases respectivas de  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ , determinadas a partir da seguinte equação:

$$k_1(\tau_d) = \frac{\sum_{l=0}^{J-1} e^{\frac{l\Delta t}{\tau_d}} \cdot b[l]}{\sum_{l=0}^{J-1} e^{\frac{l\Delta t}{\tau_d}} \cdot a[l]} \quad (80)$$

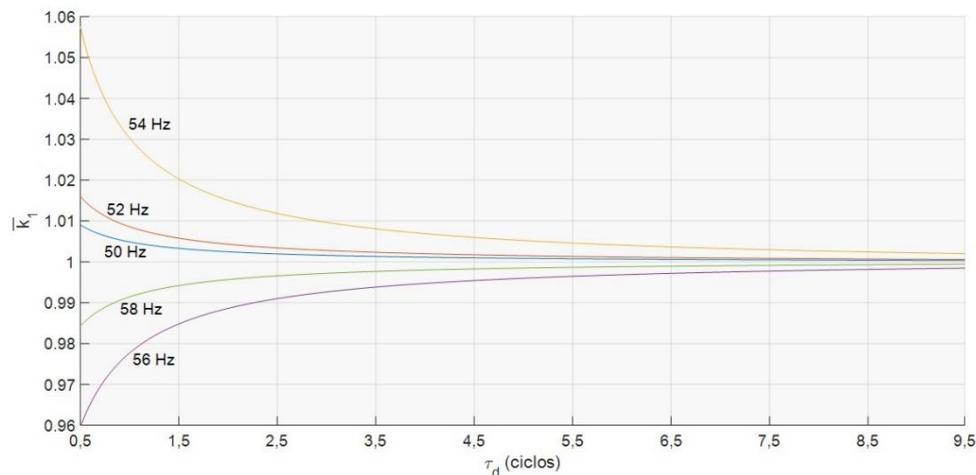
sendo que os valores de  $k_1$  são calculados para valores de  $\tau_d$  variando, novamente, no intervalo entre 0 à 167 ms, com passo de 0,1 ms.

A estimação de  $\tau_d$  é realizada por busca na tabela  $k_1$  do seguinte valor:

$$k_1(\hat{\tau}_d) = \frac{S_{w_{0I}}^n(e^{j\omega_0})}{S_{w_{0R}}^n(e^{j\omega_0})} \quad (81)$$

onde  $S_{w_{0R}}^n(e^{j\omega_0})$  e  $S_{w_{0I}}^n(e^{j\omega_0})$  são as partes real e imaginária da DTFT aplicada ao sinal  $\mathbf{s}_{w_0}[n]$  e  $\hat{\tau}_d$  a estimativa de  $\tau_d$ .

A partir da tabela  $k_1$ , deve ser escolhido o melhor valor para a frequência  $\omega_0$ . Para tanto, considere os exemplos mostrados na Figura 22.

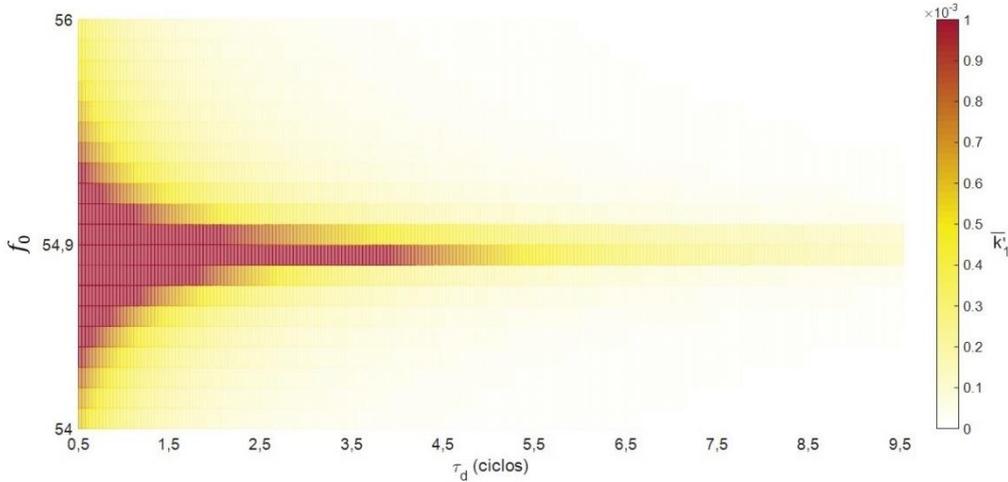


**Figura 22 – Exemplos da variável  $k_1$  a partir da variação da constante de tempo**

A Figura 22 foi produzida calculando o valor da variável  $k_1$  a partir da equação (80) para  $\tau_d$  variando de 0,5 a 20 ciclos, embora na figura só seja mostrado até 9,5 ciclos, o que foi feito para facilitar a visualização. Também buscando essa facilidade, o valor plotado não foi diretamente o valor de  $k_1$ , mas este valor normalizado ( $\bar{k}_1$ ), pois o interesse estará nos coeficientes angulares das curvas e não no valor de  $k_1$ . Ele foi obtido a partir da sua divisão pelo último valor da série quando  $\tau_d = 20$  ciclos (não mostrado na figura).

Os valores da variável  $k_1$  em função de  $\tau_d$  produzem funções com coeficientes angulares diferentes para cada frequência, de acordo com a Figura 22. Buscar a frequência que irá produzir a função de  $k_1$  com maior coeficiente angular irá auxiliar na implementação em ponto fixo do método, pois isso aumenta as diferenças numéricas entre um passo

e outro da tabela. Assim, foram plotadas as derivadas (diferenças entre os elementos adjacentes) das curvas que compõem essa tabela em função da variação de  $\tau_d$  e da frequência  $f_0 = \omega_0/2\pi$  como mostra a Figura 23. Quanto maior o valor da derivada, maior o coeficiente angular e mais escura sua representação no gráfico.



**Figura 23 – Derivadas da tabela  $k_1$**

A Figura 23 foi produzida calculando diferenças entre os elementos adjacentes da variável  $k_1$ , nomeado de  $k'_1$ , para  $\tau_d$  variando de 0,5 a 20 ciclos. Novamente, foram mostrados os valores somente até 9,5 ciclos e os valores plotados foram os normalizados, obtidos pela divisão das diferenças pelo último valor da série. Foi gerado assim  $\overline{k'_1}$ .

A partir da Figura 23 foi escolhida a frequência  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 54,9 = 344,95$  rad/s, pois foi esta frequência que obteve o maior coeficiente angular entre todas as curvas. Como falado, o objetivo dessa escolha é evitar erros por aproximação na implementação em ponto fixo, pois o coeficiente angular da curva está diretamente ligado à variabilidade dos valores de  $k_1(\tau_d)$  contidos neste intervalo.

### 3.3.1.2. Correções e estimação fasorial

A partir da estimação  $S_d^n(e^{j\omega_1})$ , pode-se aplicar as correções à DFT de  $\mathbf{s}[n]$ :

$$\hat{S}_{1R}^n(e^{j\omega_1}) = \hat{S}_R^n(e^{j\omega_1}) - \hat{S}_{dR}^n(e^{j\omega_1}) \quad (82)$$

$$\hat{S}_{1I}^n(e^{j\omega_1}) = \hat{S}_I^n(e^{j\omega_1}) - \hat{S}_{dI}^n(e^{j\omega_1})$$

onde  $\hat{S}_{1R}^n(e^{j\omega_1})$  e  $\hat{S}_{1I}^n(e^{j\omega_1})$  são as estimações da parte real e imaginária dos fasores da componente fundamental,  $\hat{S}_R^n(e^{j\omega_1})$  e  $\hat{S}_I^n(e^{j\omega_1})$  são as estimações realizadas pela DFT e

$\hat{S}_{d_R}^n(e^{j\omega_1})$  e  $\hat{S}_{d_I}^n(e^{j\omega_1})$  são as estimações das correções a serem aplicadas relativas ao decaimento CC exponencial.

A estimação do fasor do componente fundamental será realizado a partir das seguintes equações:

$$\begin{aligned} \hat{A}_1^n &= |\hat{S}_1^n(e^{j\omega_1})| \\ \hat{\varphi}_1^n &= \text{atan}\left(\frac{\hat{S}_{1_I}^n(e^{j\omega_1})}{\hat{S}_{1_R}^n(e^{j\omega_1})}\right) \end{aligned} \quad (83)$$

onde  $\hat{A}_1^n$  é a  $n$ -ésima estimação da amplitude do componente fundamental e  $\hat{\varphi}_1^n$  é a estimação da fase.

### 3.3.2. Simplificação do Método

Verifica-se que as tabelas  $k_1$  e  $k_2$  podem ser unidas no método. Se a tabela  $k_1$  relaciona a fase de  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  com a estimação de  $\tau_d$  e a tabela  $k_2$  relaciona a estimação de  $\tau_d$  com a influência do componente de decaimento CC exponencial, pode-se criar uma tabela  $k$  que relacione diretamente a fase de  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  com  $\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$ . O método simplificado fica como mostra a Figura 24.

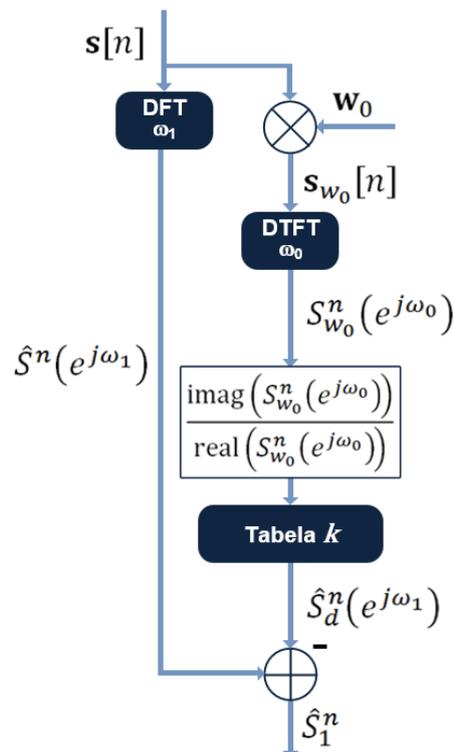


Figura 24 – Simplificação do método proposto

De acordo com a Figura 24, o método é simplificado para se necessitar apenas de uma tabela *off-line*  $k$ . Dado que  $\hat{\tau}_d = f(\mathfrak{A}S_{w_0}^n)$  ( $\hat{\tau}_d$  é uma função da fase de  $S_{w_0}^n$ ) representada pela tabela  $k_1$  e  $\hat{S}_d^n = g(\hat{\tau}_d)$  ( $\hat{S}_d^n$  é uma função de  $\hat{\tau}_d$ ) representada pela tabela  $k_2$ , a tabela  $k$  representará a função composta  $h(\mathfrak{A}S_{w_0}^n) = (g \circ f)(\mathfrak{A}S_{w_0}^n) = g(f(\mathfrak{A}S_{w_0}^n))$ .

### 3.3.3. Implementação

A Figura 25 traz uma explicação mais detalhada do fluxo de informações no método proposto e pode ser usada para obter mais alguns detalhes de sua forma de implementação. Neste caso é considerada a estimação em meio ciclo. Para a estimação em um ciclo, a lógica de funcionamento será a mesma, entretanto deverão ser utilizadas 64 amostras para a DFT e 65 amostras para a DTFT, ao invés das 32 e 36 amostras respectivas.

Na Figura 25, o sinal  $\mathbf{s}[n]$  é janelado e começa a passar pela DTFT no primeiro bloco, quando é mostrada a primeira amostra. As estimações e correções são realizadas, mas será preciso 36 amostras para o método sair de seu período transitório. A partir da amostra 5, ilustrado no terceiro bloco, o sinal  $\mathbf{s}[n]$  começa a ser filtrado pela DFT que estará subordinada ao atraso imposto devido à atuação da DTFT, embora precise de apenas 32 amostras para sair do seu período transitório. Então, a partir da amostra 36 a estimação pode ser computada para os fins necessários, pois os dois filtros estarão completos como está mostrado no último bloco.

O primeiro passo do processo é multiplicar o sinal  $\mathbf{s}[n]$  pelo filtro descrito pela Figura 21, o que garante a multiplicação do sinal  $\mathbf{s}[n]$  pela janela  $\mathbf{w}_0$  e a realização da DTFT. Após essa filtragem estima-se  $\hat{S}_d^n(e^{j\omega_1})$  a partir do valor de  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  e da relação de sua fase na tabela  $k$ . Finalmente, resta apenas subtrair a influência do decaimento do sinal filtrado pela DFT de acordo com a equação (80).

Esta figura explica mais uma diferença importante entre a DFT e a DTFT. Enquanto a DFT tem tamanhos específicos de janelas (meio ciclo ou um ciclo) determinados a partir da resolução que se deseja no domínio discreto da frequência, com o mesmo espaçamento entre as amostras, a DTFT pode ter um tamanho variado dependendo das características do filtro que se deseja desenvolver. No caso do método proposto neste capítulo, a DFT trabalha com 32 ou 64 amostras enquanto a DTFT trabalha com 36 ou 65 amostras.

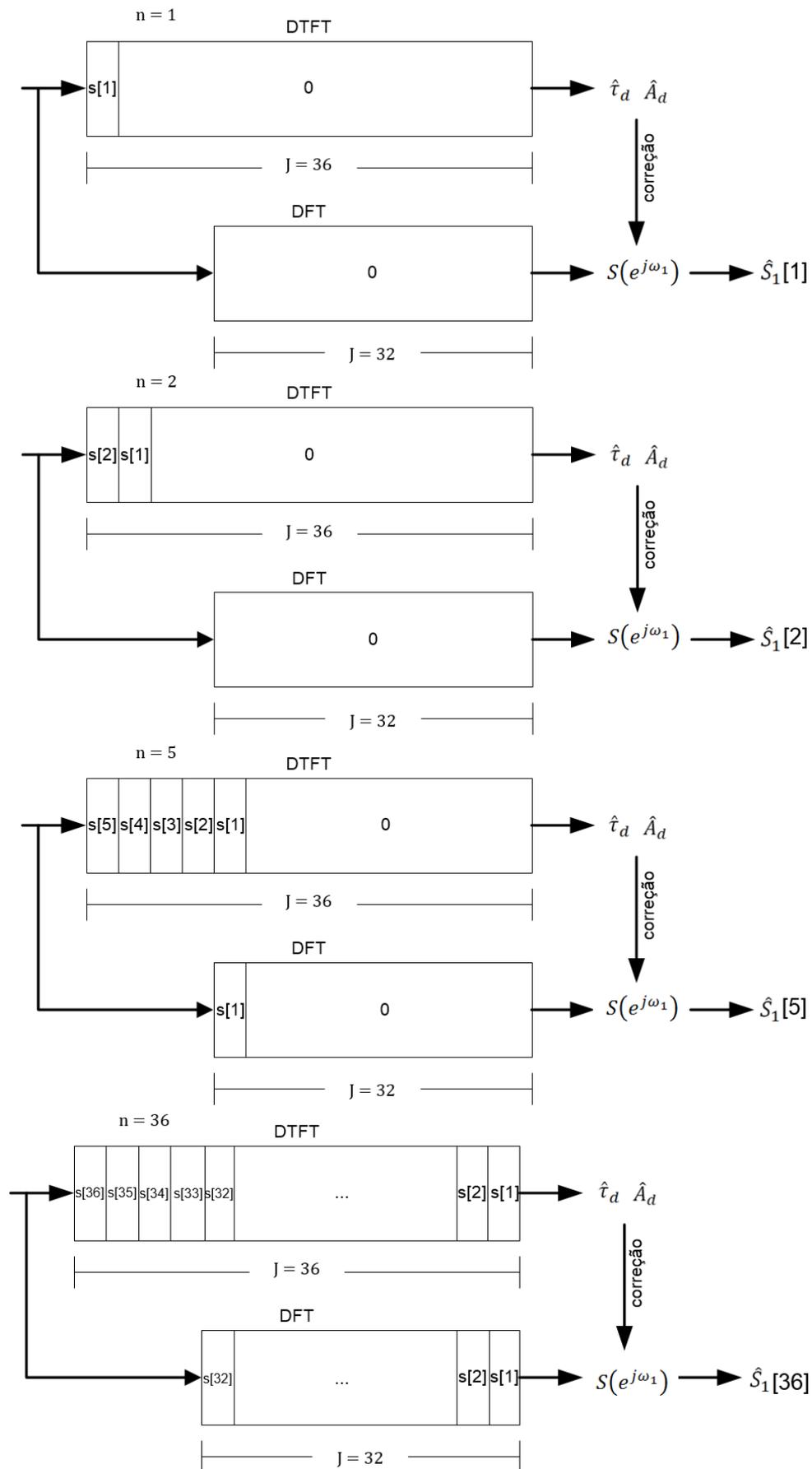


Figura 25 – Fluxograma do método proposto para meio ciclo

### 3.4. Simulações do método proposto

Para analisar o método desenvolvido e compará-lo com alguns dos vários métodos propostos na literatura serão utilizadas as métricas  $mse$  e  $\varepsilon(\%)$ , como determinado no Capítulo 2. Isso será feito com relação à alteração dos parâmetros do decaimento CC exponencial, alteração dos parâmetros que estabelecem a variabilidade dos componentes fundamental e harmônicos e com relação à inserção de ruído branco gaussiano no sinal.

Os componentes harmônicos incluídos nessas simulações estão baseados em [1], que estabelece um limite de distorção harmônica para sistemas de transmissão, além dos limites individuais para cada componente harmônico durante eventos de falta. Esses valores são excedidos em 50% por se tratar de simulações em períodos curtos, no ponto de acoplamento, estabelecida a relação entre as correntes máximas de curto-circuito ( $I_{CC}$ ) e de carga ( $I_L$ , o componente fundamental) neste ponto, como na Tabela 3.

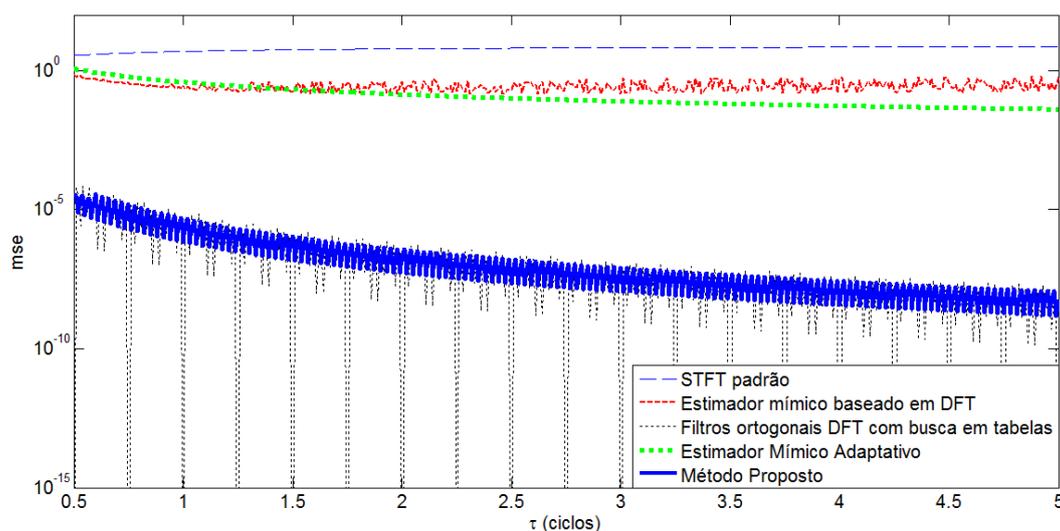
**Tabela 3 – Componentes harmônicos (em % de  $I_L$ )**

$I_{cc}/I_L$	< 50	> 50
$h < 11$	2,0	3,0
$11 \leq h < 17$	1,0	1,5
$17 \leq h < 23$	0,75	1,15
$23 \leq h < 35$	0,3	0,45
$35 \leq h$	0,15	0,22
$THD$	2,5	3,75

Na Tabela 3,  $h$  é o componente harmônico individual e os componentes de ordem par são limitados a 25% do valor dos ímpares. Considerando a relação  $I_{CC}/I_L < 50$ , em períodos curtos cujos valores da tabela são elevados em 50%, como já mencionado, e considerando a presença de componentes harmônicos pares e ímpares: os 2º, 4º, 6º, 8º, e 10º harmônicos valerão 0,75 % de  $I_L$  (do componente fundamental); os 3º, 5º, 7º e 9º, harmônicos valerão 3 % de  $I_L$ ; os 12º, 14º e 16º harmônicos valerão 0,375% de  $I_L$ ; os 13º e 15º harmônicos valerão 1,5 % de  $I_L$  e assim sucessivamente de acordo com a tabela.

Entretanto, interessa apenas os componentes harmônicos até a ordem 31, pois os de ordem superior são eliminados por filtragem *anti-aliasing* prévia, uma vez utilizada a taxa de amostragem de 64 amostras por ciclo. Ainda, não será considerado nas simulações o limite determinado para a taxa de distorção harmônica ( $THD$ ) mostrado na última linha da tabela, sendo utilizado os valores máximos de todos os componentes até a ordem 31.

Inicialmente, o método será comparado à DFT (*Discrete Fourier Transform*) padrão e a três outros métodos que propuseram melhorias a partir desse algoritmo: Estimador mímico baseado em DFT [24], Filtros ortogonais DFT com busca em tabelas [25] e Estimador Mímico Adaptativo [27]. A primeira simulação levará em conta apenas o erro médio quadrático na estimação em meio ciclo da amplitude do componente fundamental realizado por esses métodos. Será visto que três deles poderão ser eliminados das análises devido aos índices de erro altos, como mostra a Figura 26.



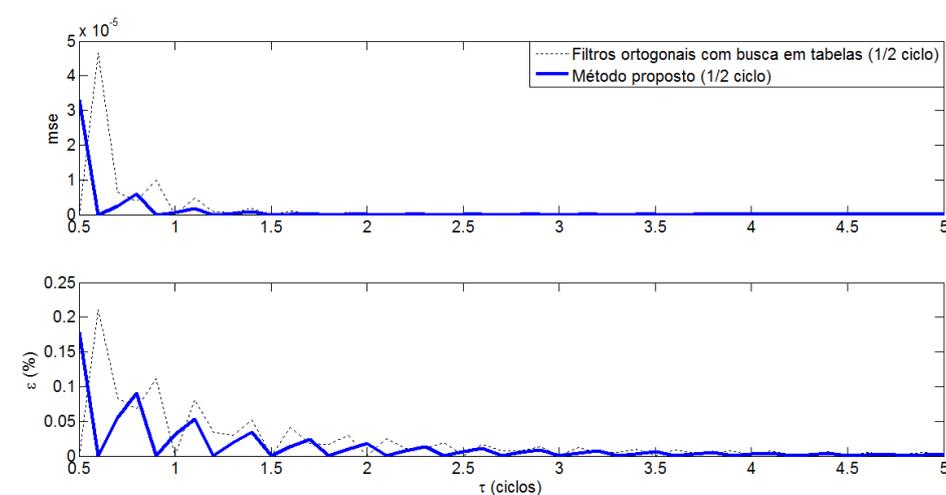
**Figura 26 – Comparação de desempenho de alguns métodos encontrados na literatura com o método proposto**

A Figura 26 compara cinco métodos a partir do erro médio quadrático na estimação da amplitude do componente fundamental. Para melhorar a visualização dos resultados, permitindo uma comparação mais efetiva entre os métodos, é utilizada uma escala semi-log. Para essas simulações são utilizados sinais com 64 amostras por ciclo, amplitude do componente fundamental igual a 10 pu, componentes harmônicos obedecendo a descrição da Tabela 3 e constante de tempo do decaimento CC exponencial variando de 0,5 a cinco ciclos, com passo de 0,01.

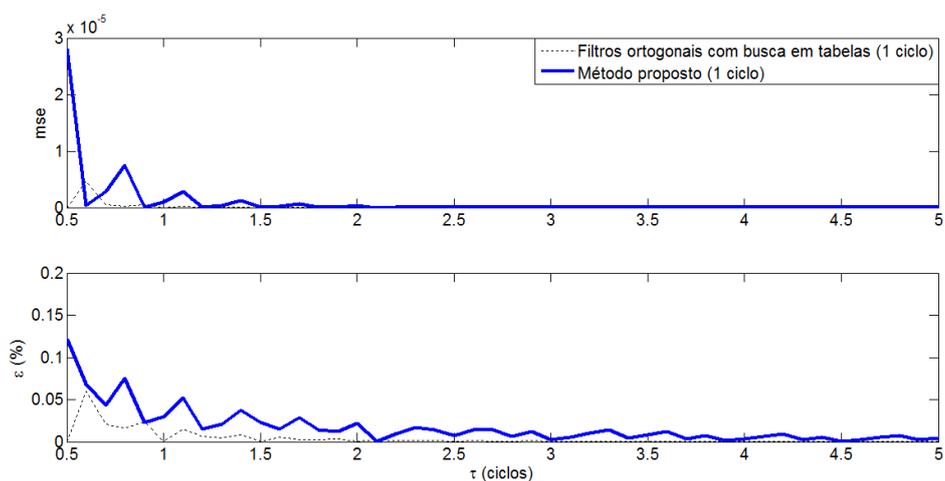
O primeiro método é uma DFT padrão que tem muita dificuldade em estimar o componente fundamental na presença de componentes extras, neste caso, do decaimento CC exponencial. Dessa forma, sem nenhum outro algoritmo adicional para processar o sinal após esta filtragem padrão, os erros cometidos são muito grandes, impossibilitando seu uso. Outros dois métodos são baseados em estimadores mímicos, dependentes de uma estimação correta da constante de tempo para resultados mais expressivos que, embora

razoáveis, não são comparados àqueles obtidos pelo método denominado Filtros ortogonais DFT com busca em tabelas e o método proposto. Esses últimos exibem resultados similares ao valor de referência de 10 pu para a amplitude da fundamental. Os erros cometidos nestes casos variam entre  $3 \times 10^{-5}$  e  $1,5 \times 10^{-9}$ . Por essa razão, as análises feitas a partir de agora levarão em conta apenas os dois últimos métodos citados.

A Figura 28, (a) – (b), e a Figura 28, (a) – (b), mostram a comparação entre o método escolhido da literatura e o método proposto, para meio e um ciclo, agora analisando o erro médio quadrático e o erro máximo na estimação de amplitude e fase do componente fundamental na presença de decaimento CC exponencial.

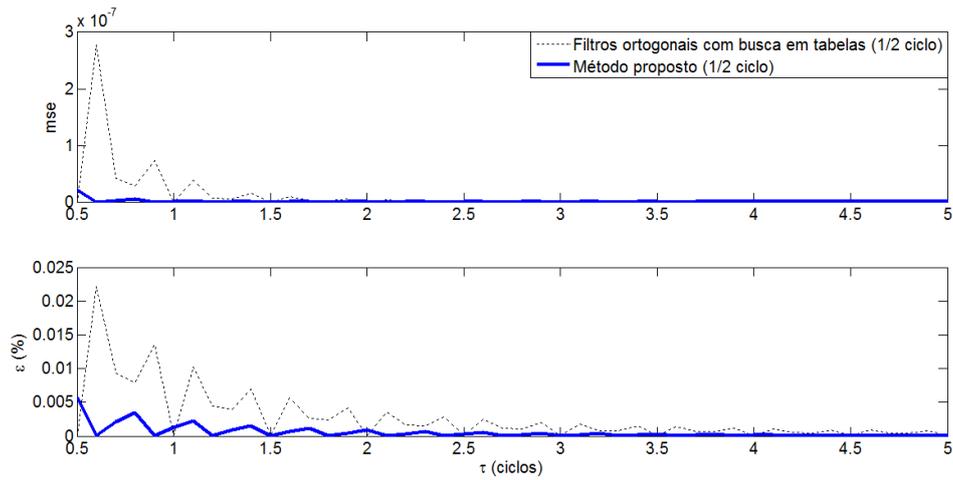


(a) – estimação da amplitude da fundamental (em meio ciclo)

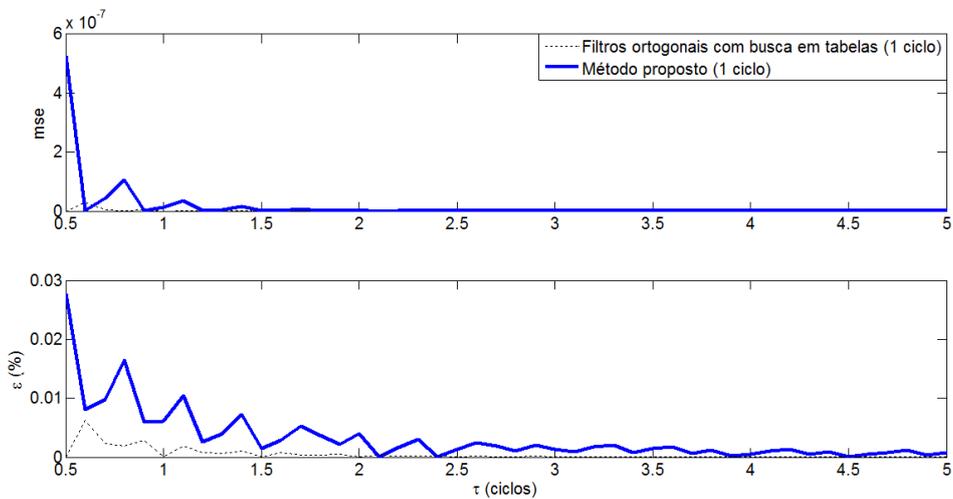


(b) – estimação da amplitude da fundamental (em um ciclo)

**Figura 27 – Desempenho do método proposto e do algoritmo Filtros ortogonais DFT com busca em tabelas frente à presença de decaimento CC exponencial – amplitude**



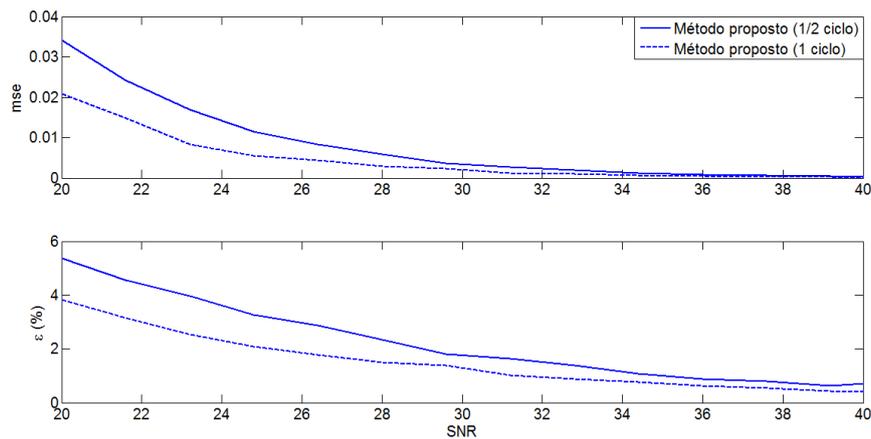
(a) – estimação da fase da fundamental (em meio ciclo)



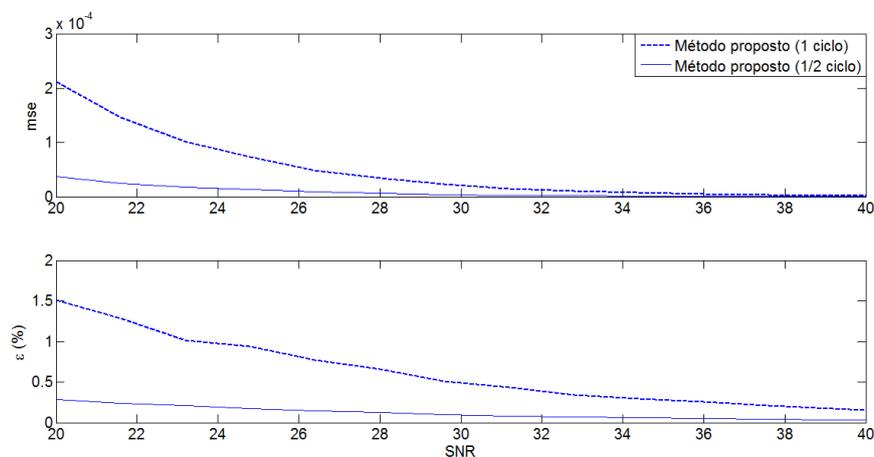
(b) – estimação da fase da fundamental (em um ciclo)

**Figura 28 – Desempenho do método proposto e do algoritmo Filtros ortogonais DFT com busca em tabelas frente à presença de decaimento CC exponencial – fase**

A próxima etapa é avaliar os métodos quanto à sua imunidade a ruídos, também para amplitude e fase, como mostra a Figura 29. Entretanto essas simulações mostram apenas o método proposto, uma vez que o método da literatura exibiu erros intoleráveis, que inviabilizam sua plotagem em conjunto com o método proposto.



(a) – desempenho na estimação da amplitude

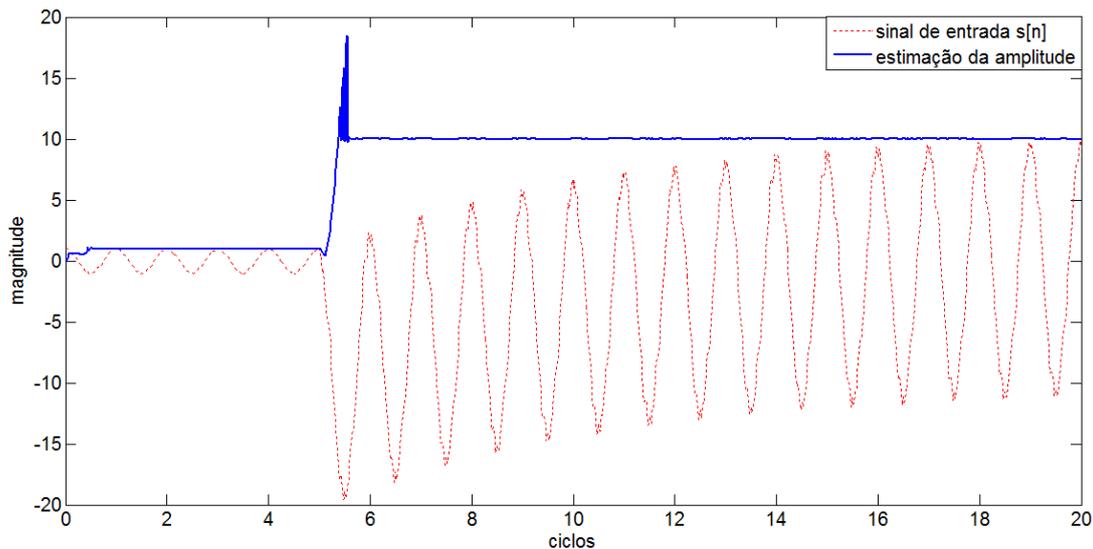


(b) – desempenho na estimação da fase

**Figura 29 – Desempenho do algoritmo proposto frente à presença de ruído gaussiano branco**

A Figura 29 confirma que o método proposto é útil na estimação de fasores mesmo na presença de ruído gaussiano branco com energia elevada. Embora para SNR menores o erro na estimação de amplitude possa chegar a cerca de 6% do valor correto, para SNRs em torno de 40 dB o erro fica menor que 1%, mostrando o nível de imunidade desse método. Interessante notar que a estimação em meio ciclo é melhor que em um ciclo na fase. Isso se deve à característica da janela projetada.

A próxima simulação necessária deve ser feita no domínio do tempo a fim de mostrar a capacidade do método proposto em estimar o componente fundamental na presença simultânea de componentes harmônicos, decaimento CC exponencial e ruído. Um exemplo é apresentado na Figura 30.

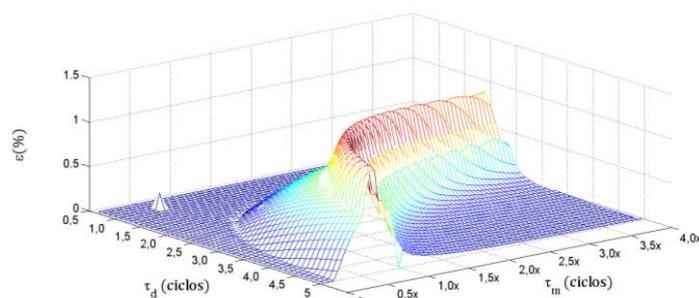


**Figura 30 – Simulação no domínio do tempo (estimação de amplitude)**

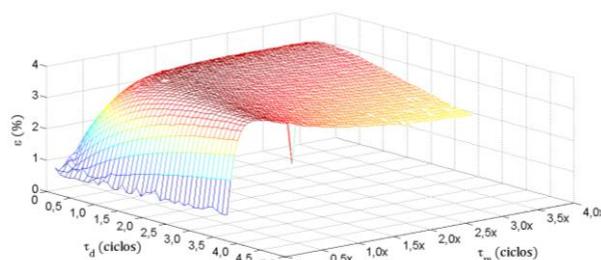
Para a simulação da Figura 30,  $A_1 = 1$  pu fora da falta e  $A_1 = 10$  pu na falta; os componentes harmônicos foram inseridos como descrito anteriormente neste capítulo, sendo que apenas componentes harmônicos ímpares foram incluídos, para que a estimação pudesse ser realizada em meio ciclo;  $A_d = -A_1$  e  $\tau_d = 5$  ciclos e o ruído gaussiano produz uma SNR de 40 dB.

Pela simulação, percebe-se que o método proposto consegue estimar eficientemente o fasor do componente fundamental mesmo na presença de todos os outros componentes, utilizando 36 amostras para isso. A partir de agora é necessário avaliar seu desempenho quando for inserido mais um componente de decaimento CC exponencial, relativo à atuação do TC.

Na equação (18), no Capítulo 1, verificou-se que o modelo do sinal possui dois componentes de decaimento CC exponencial, se levada a atuação de um TC em conta. Um componente é característico do sinal de entrada e outro surge devido à atuação do próprio TC. A Figura 31 mostra a resposta do método proposto a um sinal com esses dois componentes.



(a) – meio ciclo



(b) – um ciclo

**Figura 31 – Erros máximos na presença de um segundo termo de decaimento**

A simulação da Figura 31 tem o objetivo de mostrar o desempenho do método proposto frente à várias possibilidades de configuração dos dois termos de decaimento CC exponencial, relacionadas à variação de  $\tau_d$  e  $\tau_m$ . Para cada valor de  $\tau_d$ , o valor de  $\tau_m$  foi variado de 0 a 4 vezes deste valor e foi calculado o erro máximo cometido pelo método proposto nos mesmos parâmetros de cálculo já estabelecidos.

Pela parte (a) da Figura 31, percebe-se que existe uma faixa de valores de  $\tau_m$  que, combinados com  $\tau_d$ , fazem o método exibir taxas maiores de erro, especificamente  $2,5 < \tau_m < 6$  para  $5 > \tau_d > 0,5$ . De qualquer forma, o método proposto exibe bons resultados, com erro máximo,  $\varepsilon(\%)$ , sempre abaixo de 1,0 %. Já pela parte (b), pode ser verificado que o erro acompanha a magnitude da soma dos componentes exponenciais ao se comparar esta Figura 31 com a Figura 6, no Capítulo 1, com o erro máximo sempre menor que 4%.

Agora, analisando conjuntamente as letras (a) e (b) da Figura 31 com a Figura 6, lembrando que logo após esta figura foi inserido o conceito do valor máximo, temporal, da soma de dois componentes de decaimento CC exponencial e que este conceito pode ser relacionado quando se combina as variações de  $\tau_d$  e  $\tau_m$ , percebe-se que o método proposto em meio ciclo exibe erros perceptíveis quando a combinação dos dois componentes de decaimento resulta em seus valores máximos de amplitude. Já o método proposto em um ciclo possui erros maiores em todo o universo simulado da combinação, exibindo valores que seguem a morfologia da equação temporal de  $t_{max}$ .

### 3.5. Simulações em tempo real

A validação é parte obrigatória no processo de desenvolvimento de novos algoritmos digitais para serem utilizados em dispositivos de proteção, controle ou monitoração. Para que os testes de validação possam ser o mais próximo possível da realidade, é necessário que tanto o algoritmo como a simulação das condições de faltas na rede elétrica operem em tempo real. O RTDS (*Real Time Digital Simulator*) [93] é um dos simuladores digital de transitórios eletromagnéticos operando em tempo real mais difundido no mundo. Estes simuladores têm sido tradicionalmente utilizados para testar relés de proteção e equipamentos de controle, porém sua característica principal é a habilidade de interação, em tempo real, com equipamentos e componentes externos e que através dos cartões de interface analógica para digital (A/D) e digital para analógica (D/A) passam a integrar o loop de simulação. Esta característica é denominada "*hardware-in-the-loop*" (HIL), [94] e [95], e possibilita, entre outras coisas, validar novos protótipos de equipamentos e componentes, bem como estudar os transitórios em tempo real do sistema integrado.

Por outro lado, a implementação de algoritmos de proteção, controle e monitoração em *hardware* dedicado pode demandar um longo tempo de desenvolvimento de software ou sintetização do *hardware* em dispositivos programáveis, tipo FPGA (*Field Programmable Gate Array*). A solução que vem sendo utilizada no Laboratório de Simulação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFJF é a utilização de um *hardware* virtual, através de uma plataforma computacional denominada de dSPACE [96], dando origem ao novo conceito de simulação denominado de *Middleware-in-the-loop* (MIL). A utilização do dSPACE permite que algoritmos testados em Matlab/ Simulink® possam ser compilados para um sistema operacional em tempo real, rodando em processadores de alto desempenho. O instrumento virtual é, então, conectado diretamente ao RTDS através de seus conversores A/D e D/A.

Para este trabalho, um modelo simplificado de linha de transmissão foi carregado ao RTDS e o sinal relativo aos sinais de tensão e corrente de suas fases foram externados através de uma placa de I/O denominada GTA0. O modelo da linha está ilustrado na Figura 32.

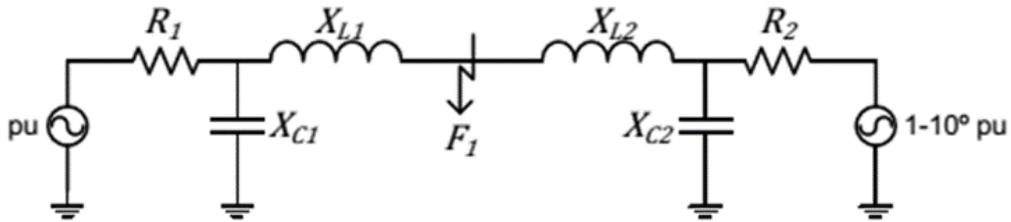


Figura 32 – Modelo da linha simulada em tempo real.

No modelo adotado na Figura 32, as faltas simuladas podem acontecer antes ( $F_1$ ) ou após ( $F_2$ ) o compensador. De qualquer forma, este modelo simplificado tem como principais características [97]:

- Tensão da linha de 435 KV, resistência de sequencia zero  $R_0 = 0,275 \Omega/\text{km}$ , indutância de sequencia zero  $L_0 = 2,7233 \text{ mH}/\text{km}$ , capacitância de sequencia zero  $C_0 = 0,021 \mu\text{F}/\text{km}$ , resistência de sequencia positiva  $R_1 = 0,0275 \Omega/\text{km}$ , indutância de sequencia positiva  $L_1 = 0,8356 \text{ mH}/\text{km}$ , capacitância de sequencia zero  $C_0 = 0,021 \mu\text{F}/\text{km}$ ;
- Faltas monofásicas, bifásicas ou trifásicas com impedância de  $1\Omega$  a  $10 \Omega$  geradas antes e depois da compensação.

O processador interno do dSPACE utilizado foi o DS1006 e para a comunicação com o RTDS utilizou-se um conversor A/D de 12 bits de uma placa multi – I/O da plataforma, a DS2201. A Figura 33 apresenta a forma com a qual os equipamentos foram interligados e a aplicação implementada no dSPACE.

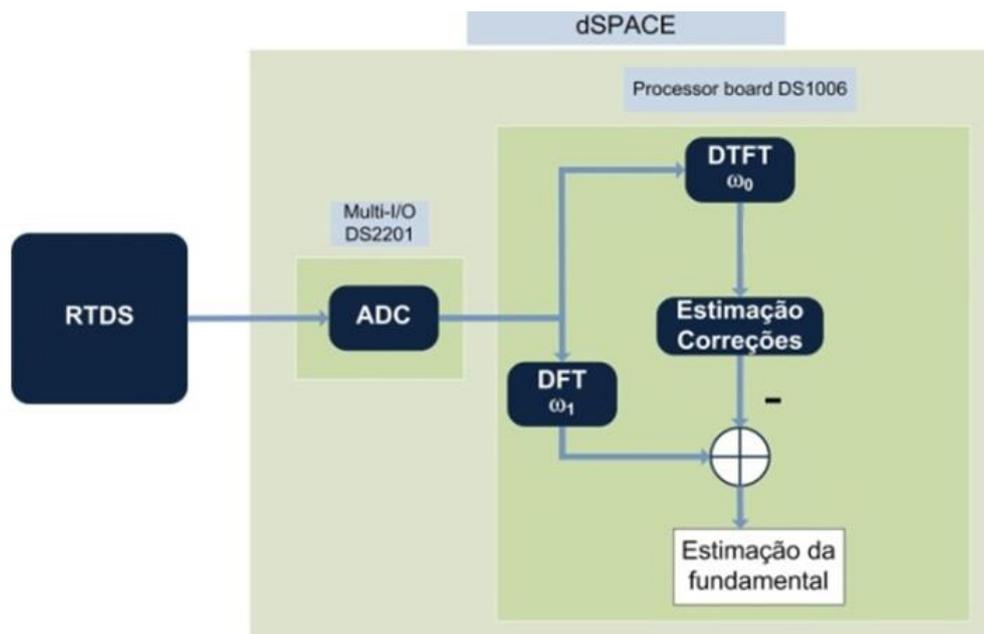
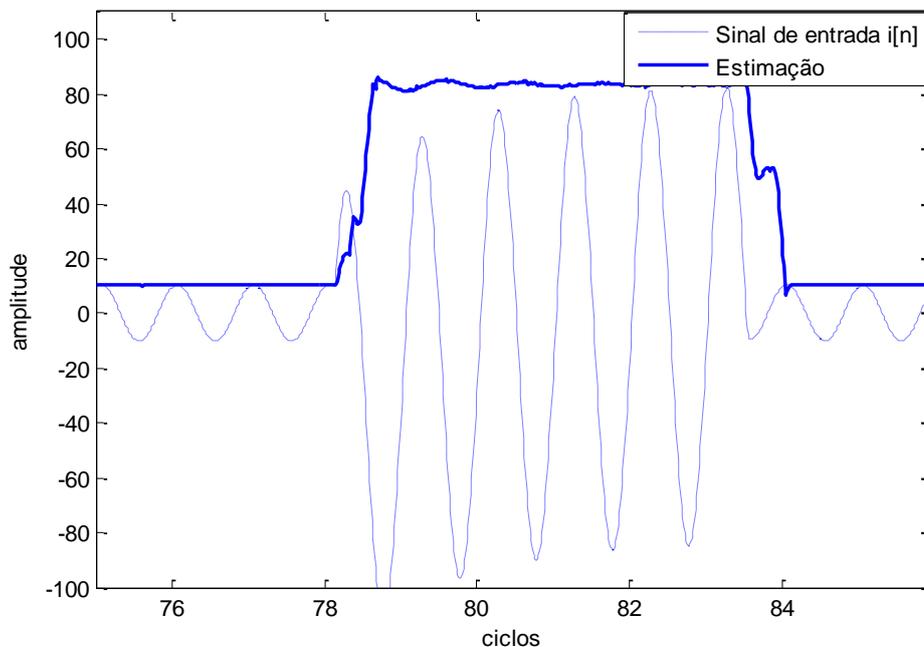


Figura 33 – Implementação MIL

De acordo com a Figura 33, os sinais do modelo carregado no RTDS foram diretamente conectados ao painel da DS2201. A execução do algoritmo resulta nos sinais de estimação da frequência fundamental.

A metodologia de validação em tempo real do algoritmo de detecção seguiu os seguintes passos: (a) No simulador RTDS, foram gerados diversos eventos; (b) Estes eventos foram capturados e processados em tempo real no dSPACE; (c) Os dados do dSPACE foram armazenados e, posteriormente, exportados para o MATLAB, gerando as figuras apresentadas a partir de agora.

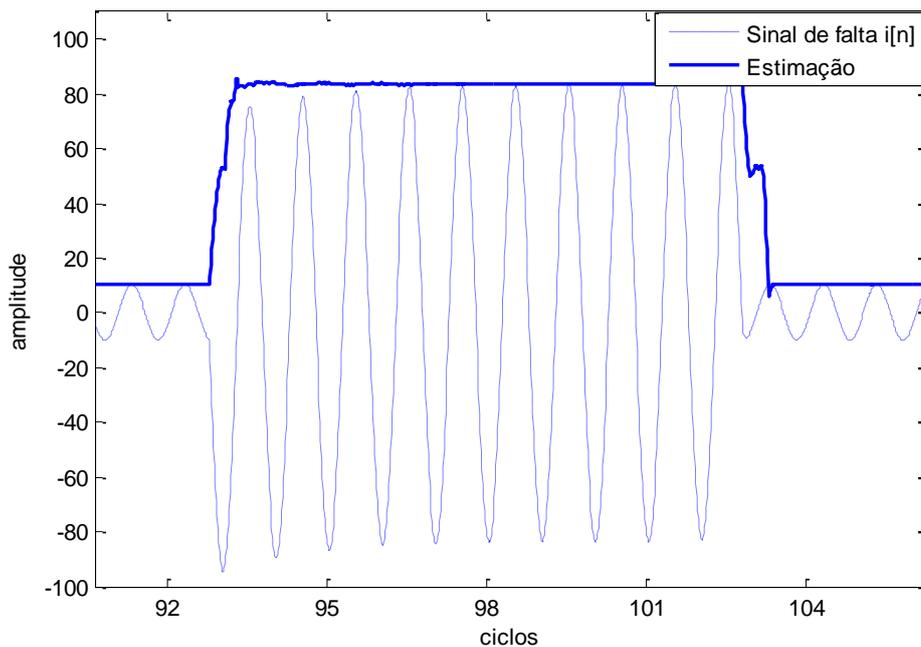
A Figura 34 mostra o caso de uma estimação em um ciclo, onde foi gerada uma falta “fase a – terra” no sistema mostrado anteriormente com 5 ciclos de duração e resistência igual a  $4 \Omega$ .



**Figura 34 – Simulação com cinco ciclos de falta**

De acordo com a Figura 34, uma falta ocorre a partir do septuagésimo oitavo ciclo da simulação em tempo real. O método proposto consegue estimar adequadamente o componente fundamental a partir da amostra 65 após o início da falta.

A Figura 35 mostra o caso de uma estimação em meio ciclo, onde foi gerada uma falta entre fases a – b no sistema mostrado anteriormente com 10 ciclos de duração e resistência igual a  $10 \Omega$ .



**Figura 35 – Simulação com 10 ciclos de falta**

De acordo com a Figura 35, uma falta ocorre a partir do nonagésimo terceiro ciclo da simulação em tempo real. O método proposto consegue estimar adequadamente o componente fundamental a partir da amostra 36 após o início da falta.

Com estas simulações MIL é realizada mais uma etapa para que o método proposto possa ser utilizado em aplicações práticas.

### 3.6. Conclusão

Este capítulo apresentou o desenvolvimento de um método baseado em STFT (*Short Time Fourier Transform*) nas suas versões DFT e DTFT para estimar o fasor do componente fundamental na presença de componentes harmônicos, decaimento CC exponencial e ruídos.

O método proposto utiliza uma janela projetada especificamente para eliminar a influência dos componentes fundamental e harmônicos e o sinal resultante dessa filtragem contém apenas a influência do componente de decaimento CC exponencial e ruído. O sinal filtrado contém a informação sobre a constante de tempo do decaimento em sua fase e essa informação pode ser utilizada para estimar a influência do decaimento no componente fundamental, também através de busca em tabela. Ao se subtrair os dois sinais, tem-se a estimativa do componente fundamental sem a influência do componente de decaimento.

O algoritmo proposto foi uma evolução do trabalho realizado pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, especificamente proposto por Vianello, R. em [99].

Estabeleceu-se uma nova didática de explicação e entendimento do método e alterações simples que resultaram em uma melhora sensível dos resultados (como o deslocamento da DFT que passou a receber amostras apenas a partir de  $n = 5$ , completando a janela em  $n = 36$ , mostrado na Figura 25; o que antes era iniciado em  $n = 1$  e finalizado em  $n = 32$ ).

Entretanto, a grande diferença entre os métodos e principal contribuição deste trabalho é que em [99] não se faz a correlação entre  $S_d^n(e^{j\omega_1})$  e  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  pela tabela  $k$ . Dessa forma, é necessário estimar a amplitude  $\hat{A}_d$  pela seguinte equação:

$$\hat{A}_d = \frac{S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})}{\sum_{l=0}^{J-1} a[l] \cdot e^{-\frac{l\Delta t}{\tau_d}}} \quad (84)$$

e utilizando o diagrama mostrado na Figura 13, cria-se uma terceira tabela  $k_3(\tau_d) = \sum_{n=0}^{J-1} a[n] \cdot e^{-\frac{n\Delta t}{\tau_d}}$  (além das duas,  $k_1$  e  $k_2$ , utilizadas antes da simplificação para a tabela  $k$ ).

Dessa forma, conseguiu-se diminuir o esforço computacional com relação a todos os métodos encontrados na literatura e simulados aqui, inclusive aquele proposto em [99]. Especificamente com relação a este trabalho, o número de tabelas *off-line* utilizadas diminui de três para uma. A redução do esforço computacional  $C_e$  é mostrado na Tabela 4.

**Tabela 4 – Esforço computacional dos métodos**

Método	$C_e$
Método original [99]	87 operações por ciclo
Método proposto	75 operações por ciclo
Filtros ortogonais DFT com busca em tabelas	133 operação por ciclo

A Tabela 4 mostra que o método proposto é cerca de 77% mais eficiente em termos computacionais que o método denominado Filtros ortogonais DFT com busca em tabelas e cerca de 16% mais eficiente que o método original.

As simulações mostraram que o método proposto produz erros médios percentuais muito pequenos que o tornam apto para utilização prática. A tabela abaixo resume os valores.

**Tabela 5 – Erros médios percentuais do método proposto no Capítulo 3**

Situação ( $0,5 \leq \tau_d \leq 5$ ciclos)	$\varepsilon(\%)$
Estimação de amplitude (meio ciclo)	< 0,2%
Estimação de amplitude (um ciclo)	< 0,15%
Estimação de fase (meio ciclo)	< 0,01%
Estimação de fase (um ciclo)	< 0,03%
Situação ( $20 \leq \text{SNR} \leq 40$ dB)	$\varepsilon(\%)$
Estimação de amplitude (meio ciclo)	< 6%
Estimação de amplitude (um ciclo)	< 4%
Estimação de fase (meio ciclo)	< 0,5%
Estimação de fase (um ciclo)	< 1,5%
Situação ( $0,5 \leq \tau_d \leq 5$ ciclos e $0 \leq \tau_m \leq 4 \times \tau_d$ )	$\varepsilon(\%)$
Estimação de amplitude (meio ciclo)	< 1%
Estimação de amplitude (um ciclo)	< 4%

Além de tudo, como mostraram as simulações e a tabela acima, o método proposto pode ser usado eficientemente na estimação do componente fundamental mesmo na presença de um segundo termo de decaimento originário da atuação do TC.

---

## CAPÍTULO 4. Método de Estimação Fasorial na Presença de Componentes Harmônicos, Harmônicos Variantes no Tempo, Inter-harmônicos, Inter-harmônicos Variantes no Tempo, Decaimento CC Exponencial e Ruídos

No Capítulo 1 os componentes presentes nos sinais captados dos SEPs foram divididos em dois conjuntos. O primeiro era denominado de componentes gerais e incluía fundamental e harmônicos. O segundo era denominado de componentes extras e incluía os componentes inter-harmônicos variantes no tempo ou não e decaimento CC exponencial.

Lembrando que este trabalho adota a nomenclatura inter-harmônico também para se referir a sub-harmônico, pois este segundo é um caso específico do primeiro, tal divisão foi feita para facilitar o entendimento do método que foi proposto no Capítulo 3 e daquele que será proposto neste capítulo. Ambos eliminam os componentes gerais para conseguir determinar a influência dos componentes extras e a estimação do componente fundamental.

O método proposto no capítulo anterior poderá ser utilizado apenas para a estimação do componente fundamental em sinais com componentes harmônicos, decaimento CC exponencial e ruído. Já neste capítulo propõe-se um método que irá estimar o componente fundamental na presença de qualquer variação daquilo que foi generalizado como componentes extras.

A diferença é a necessidade em se estimar mais um parâmetro: a frequência, seja de inter-harmônicos ( $\omega_k \neq 0$ ) ou decaimentos ( $\omega_k = 0$ ) de acordo com a equação (9). Para esta estimação será utilizado um dos métodos de subespaços descritos no Capítulo 2, sendo que a modificação proposta será uma das principais contribuições desta tese: a utilização deste método no domínio da frequência após filtragem dos componentes gerais, o que irá reduzir significativamente seu esforço computacional.

### 4.1. Janelamento por $w_0$ e DTFT

Como a intenção é propor um método que tenha o mesmo princípio do proposto no capítulo anterior, o sinal  $\mathbf{s}[n]$ , cujas amostras são obtidas da equação (14), deverá ser

filtrado pelos coeficientes  $d[l] = a[l] + jb[l]$  de acordo com a equação (73), nos mesmos moldes propostos pela Figura 21. Lembrando que  $a[l] = w_{0R}[l] \cdot \cos(\omega_0 l) + w_{0I}[l] \cdot \sin(\omega_0 l)$  e  $b[l] = -w_{0R}[l] \cdot \sin(\omega_0 l) + w_{0I}[l] \cdot \cos(\omega_0 l)$  são os coeficiente que realizam a aplicação da janela ( $\mathbf{w}_0 = \mathbf{w}_{0R} + j\mathbf{w}_{0I}[n]$ ) e a DTFT centrada em  $\omega_0$ , simultaneamente.

$w_0[l] = 0$  para  $n < \lim^-$  e  $n > \lim^+$ , onde  $\lim^-$  e  $\lim^+$  são os limites inferior e superior e  $\lim^+ = \lim^- + J$ , com  $J$  sendo o tamanho dessa janela. Ainda,  $\mathbf{w}_0$  contém zeros em frequências específicas  $\omega_0 \pm \omega_h$  ( $\omega_0 = 344,95$  rad/s determinado no Capítulo 3) o que elimina a influência dos componentes gerais  $\mathbf{s}_H[n]$ , deixando apenas aquele relativo aos componentes extras  $\mathbf{s}_K[n]$  e ruído. Dessa forma, a equação (73) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} S_{\mathbf{w}_0}^n(e^{j\omega_0}) &= S_{\mathbf{w}_{0R}}^n(e^{j\omega_0}) + jS_{\mathbf{w}_{0I}}^n(e^{j\omega_0}) = \\ &= \frac{2}{J} \left( \sum_{l=0}^{J-1} a[l] \cdot (s_K[n-l] + s_r[n-l]) + j \sum_{l=0}^{J-1} b[l] \cdot (s_K[n-l] + s_r[n-l]) \right) \end{aligned} \quad (85)$$

onde a representação da amostra  $s_K[n-l]$  também sofre alteração e sua equação pode ser reescrita como:

$$s_K[n-l] = \sum_{k=1}^K (A_k \cos(\omega_k(n-l)\Delta t - \varphi_k) \cdot f_k[n-l]) \quad (86)$$

Nota-se que os componentes gerais já foram excluídos devido às características e atuação da janela  $\mathbf{w}_0$  na equação (85).

Manter o uso de  $S_{\mathbf{w}_0}^n(e^{j\omega_0})$  é uma estratégia interessante uma vez que  $\mathbf{w}_0$  elimina os componentes fundamental e harmônicos, simplificando consideravelmente a aplicação dos métodos de estimação de constante de tempo e frequência e reduzindo seu esforço computacional. Restringindo-se isso à utilização dos métodos de subespaços, a questão é saber se as modificações impostas pela aplicação da janela  $\mathbf{w}_0$  e DTFT ainda tornam o sinal apto a ser utilizado por eles, uma vez que passarão a agir no domínio da frequência e, não mais, no domínio do tempo.

## 4.2. Composição vetorial dos sinais utilizados no domínio da frequência e aplicação dos métodos de subespaços

Assim como feito na construção da explicação teórica dos métodos de subespaços, o sinal  $\mathbf{s}_K[n] + \mathbf{s}_r[n]$  pode ser escrito em sua forma matricial baseado na equação (28) mostrada no Capítulo 2. O objetivo agora não é montar um vetor de tamanho  $M$  para a aplicação de um método de subespaço específico, mas um vetor de tamanho  $J$  para a aplicação do janelamento e da DTFT executado pelos coeficientes  $\mathbf{d}$ . Então,

$$\mathbf{s}_K[n] + \mathbf{s}_r[n] = \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}^n + \mathbf{r}[n] \quad (87)$$

com  $\mathbf{s}_K[n] \in \mathbb{R}^J$  sendo o vetor de  $J$  amostras consecutivas do sinal;  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{J \times K}$  a matriz com todas as informações dos parâmetros do sinal, caracterizada por sua invariância temporal, sendo que

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1^0 & h_2^0 & \dots & h_K^0 \\ h_1^1 & h_2^1 & \dots & h_K^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_1^{J-1} & h_2^{J-1} & \dots & h_K^{J-1} \end{bmatrix}_{J \times K} \quad (88)$$

com  $h_k^l = (A_k/2)e^{j\varphi_k}e^{(-\alpha_k + j\omega_k)l\Delta t}$ ;  $\mathbf{z}^n \in \mathbb{C}^K$  sendo o vetor de exponenciais complexas do sinal com as informações de constante de tempo e frequência e possuindo relação direta com o tempo discreto  $n$ , tal que  $\mathbf{z}^n = [z_1^n \quad z_2^n \quad \dots \quad z_K^n]^T$ , com  $z_k^n = e^{(-\alpha_k + j\omega_k)n\Delta t}$  e  $\mathbf{r}[n]$  sendo o vetor de ruído.

O elemento  $z_k^n$  deverá refletir a condição de  $f_k[n]$  e  $\omega_k$ , sendo  $z_k^n = e^{-\alpha_k n\Delta t}$  para componentes de decaimento, com  $f_k[n] = e^{-\alpha_k n\Delta t}$  e  $\omega_k = 0$ ;  $z_k^n = e^{j\omega_k n\Delta t}$  para componentes inter-harmônicos, com  $f_k[n] = 1$  e  $\omega_k \neq 0$ ; ou  $z_k^n = e^{(-\alpha_k + j\omega_k)n\Delta t}$  para inter-harmônicos variantes no tempo, com  $f_k[n] = e^{-\alpha_k n\Delta t}$  e  $\omega_k \neq 0$ .

Ao passar pelo janelamento e DTFT para gerar as amostras  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  mostradas na equação (85), o sinal  $\mathbf{s}_K[n] + \mathbf{s}_r[n]$  é multiplicado pelos coeficientes da transformada cujo processo de filtragem contempla multiplicações sucessivas e pode ser expresso inserindo o vetor linha  $\mathbf{d}$  na equação (87). Considerando  $r_d[n] = \mathbf{d} \cdot \mathbf{r}[n]$ :

$$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \mathbf{d}[\mathbf{H} \cdot \mathbf{z}^n + \mathbf{r}[n]] = \mathbf{d} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}^n + r_d[n] \quad (89)$$

$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  é a DTFT de  $\mathbf{s}_K[n]$  calculada na frequência  $\omega_0$  e no tempo discreto  $n$ . Além disso,  $\mathbf{d} = [d[0] \quad d[1] \quad \dots \quad d[J-1]]$  com  $d[l] = a[l] + jb[l]$ .

Compondo, agora, um vetor com  $M$  amostras para a aplicação dos métodos de subespaços:

$$\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \begin{bmatrix} S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) \\ S_{w_0}^{n-1}(e^{j\omega_0}) \\ \vdots \\ S_{w_0}^{n-M+1}(e^{j\omega_0}) \end{bmatrix} \quad (90)$$

o que, a partir da equação (89), ocultando o sinal de ruído apenas para facilitar a visualização, pode ser expresso como:

$$\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \begin{bmatrix} \mathbf{d} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}^n \\ \mathbf{d} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}^{n-1} \\ \vdots \\ \mathbf{d} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{z}^{n-M+1} \end{bmatrix} \quad (91)$$

ou ainda,

$$\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \begin{bmatrix} \mathbf{d} \cdot \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{z}^n \\ \mathbf{d} \cdot \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{z}^n \\ \vdots \\ \mathbf{d} \cdot \mathbf{H}_{M-1} \cdot \mathbf{z}^n \end{bmatrix} \quad (92)$$

onde:

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} h_1^0 z_1^{-m} & h_2^0 z_2^{-m} & \dots & h_K^0 z_K^{-m} \\ h_1^1 z_1^{-m} & h_2^1 z_2^{-m} & \dots & h_K^1 z_K^{-m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_1^{J-1} z_1^{-m} & h_2^{J-1} z_2^{-m} & \dots & h_K^{J-1} z_K^{-m} \end{bmatrix}_{J \times K} \quad (93)$$

Em termos matriciais generalizados,

$$\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \mathbf{H}_d \mathbf{z}^n + \mathbf{r}[n] \quad (94)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_d &= \begin{bmatrix} \mathbf{d} \cdot \mathbf{H}_0 \\ \mathbf{d} \cdot \mathbf{H}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d} \cdot \mathbf{H}_{M-1} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (d_0 h_1^0 z_1^0 + \dots + d_{J-1} h_1^{J-1} z_1^0) & \dots & (d_0 h_K^0 z_K^0 + \dots + d_{J-1} h_K^{J-1} z_K^0) \\ (d_0 h_1^0 z_1^{-1} + \dots + d_{J-1} h_1^{J-1} z_1^{-1}) & \dots & (d_0 h_K^0 z_K^{-1} + \dots + d_{J-1} h_K^{J-1} z_K^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (d_0 h_1^0 z_1^{-M+1} + \dots + d_{J-1} h_1^{J-1} z_1^{-M+1}) & \dots & (d_0 h_K^0 z_K^{-M+1} + \dots + d_{J-1} h_K^{J-1} z_K^{-M+1}) \end{bmatrix}_{M \times K} \end{aligned} \quad (95)$$

Pode-se comprovar, desde já, que a inserção do vetor  $\mathbf{d}$  não descaracteriza a matriz  $\mathbf{H}_d$  (referência à  $\mathbf{H}$  da equação (28)) como uma matriz de Vandermonde. Para visualizar isso, basta mostrar que:

$$\mathbf{H}_d = \begin{bmatrix} (d_0 h_1^0 + \dots + d_{J-1} h_1^{J-1}) z_1^0 & \dots & (d_0 h_K^0 + \dots + d_{J-1} h_K^{J-1}) z_K^0 \\ (d_0 h_1^0 + \dots + d_{J-1} h_1^{J-1}) z_1^{-1} & \dots & (d_0 h_K^0 + \dots + d_{J-1} h_K^{J-1}) z_K^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (d_0 h_1^0 + \dots + d_{J-1} h_1^{J-1}) z_1^{-M+1} & \dots & (d_0 h_K^0 + \dots + d_{J-1} h_K^{J-1}) z_K^{-M+1} \end{bmatrix}_{M \times K} \quad (96)$$

Determinando  $(d_0 h_k^0 + \dots + d_{J-1} h_k^{J-1}) = Q_k$ ,

$$\mathbf{H}_d = \begin{bmatrix} Q_1 z_1^0 & Q_2 z_2^0 & \dots & Q_K z_K^0 \\ Q_1 z_1^{-1} & Q_2 z_2^{-1} & \dots & Q_K z_K^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_1 z_1^{-M+1} & Q_2 z_2^{-M+1} & \dots & Q_K z_K^{-M+1} \end{bmatrix}_{M \times K} \quad (97)$$

verificando-se que é o modelo da matriz de Vandermonde.

Mais ainda, a matriz  $\mathbf{H}_d$  cobre o mesmo subespaço de sinal que a matriz  $\mathbf{H}$  se  $P = K$ . Para comprovar isso basta lembrar que se  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{H}_d$  cobrem o mesmo subespaço de sinal, então existe uma matriz  $\mathbf{T}$  quadrada, não singular e de dimensão  $K$  tal que  $\mathbf{H}_d = \mathbf{H} \cdot \mathbf{T}$ . Recorrendo às equações (29) e (97),

$$\mathbf{H}_d = \mathbf{H} \cdot \mathbf{T} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 z_1^0 & Q_2 z_2^0 & \dots & Q_K z_K^0 \\ Q_1 z_1^{-1} & Q_2 z_2^{-1} & \dots & Q_K z_K^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_1 z_1^{-M+1} & Q_2 z_2^{-M+1} & \dots & Q_K z_K^{-M+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 z_1^0 & S_2 z_2^0 & \dots & S_K z_K^0 \\ S_1 z_1^{-1} & S_2 z_2^{-1} & \dots & S_K z_K^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 z_1^{-M+1} & S_2 z_2^{-M+1} & \dots & S_K z_K^{-M+1} \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (98)$$

Ou seja,  $\mathbf{T}$  poderá ser expressa como uma matriz diagonal tal que:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} Q_1/S_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_2/S_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Q_K/S_K \end{bmatrix}_{K \times K} \quad (99)$$

As equações (95) – (99) mostram que mesmo com a presença dos elementos do vetor  $\mathbf{d}$  e os elementos  $z_k^l$ , a matriz  $\mathbf{H}_d$  conserva as mesmas características básicas da matriz  $\mathbf{H}$  da equação (28). Isso significa que a matriz  $\mathbf{H}_d$  possui todas as influências que cada um dos  $k$  componentes promove em cada uma das  $m$  amostras e pode ser representada tendo suas colunas como elementos em função do componente espectral de forma que  $\mathbf{H}_d = [\mathbf{h}_d(1) \ \mathbf{h}_d(2) \ \dots \ \mathbf{h}_d(K)]$ , sendo os elementos pertencentes a um conjunto  $\mathcal{H}_d = \{\mathbf{h}_d(k)\}$ ,  $k = 1 \dots K$ . Retomando a equação (94), se o sinal contiver apenas um componente de frequência, de forma que  $\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \mathbf{h}_d(1) \cdot z_1^n + \mathbf{r}[n]$ , a matriz  $\mathbf{H}_d \in \mathbb{C}^M$  estará confinada em um subespaço unidimensional de  $\mathcal{H}_d$  caracterizado pelo vetor  $\mathbf{h}_d(1)$ . Sucessivamente, a matriz  $\mathbf{H}_d \in \mathbb{C}^{M \times K}$  estará dentro de um subespaço de dimensão

$K$  de  $\mathcal{H}_d$  para  $K$  componentes. Para qualquer  $\mathbf{H}_d$ ,  $k = 1 \cdots K$ , o subespaço coberto pelos seus elementos pertencentes a  $\mathcal{H}_d$  é o mesmo subespaço de sinal  $\mathcal{S}$  e será representado pelos  $K$  vetores  $\mathbf{h}_d(k)$ , as colunas de  $\mathbf{H}_d$ .

Isso significa que todos os procedimentos adotados para a estimação de frequência e constante de tempo utilizando os métodos de subespaços podem ser repetidos aqui, conforme descrito no Capítulo 2. Lembrando que  $P = K$  neste caso, pois os componentes gerais foram eliminados. Ou seja, a matriz de covariância de  $\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ ,  $\mathbf{R}_c \in \mathbb{R}^{M \times M}$ , pode ser utilizada para encontrar um conjunto de  $K$  vetores que melhor se aproxime do subespaço representado pela matriz  $\mathbf{H}_d$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_c^n &= E\{\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) \cdot \mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0})^*\} = \mathbf{H}_d \cdot \mathbf{z}^n \cdot (\mathbf{z}^n)^* \cdot \mathbf{H}_d^* + \sigma_r^2 \mathbf{I}_M = \\ &= \mathbf{H}_d \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_d^* + \sigma_r^2 \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (100)$$

Os  $K$  maiores autovalores de  $\mathbf{R}_c$  correspondem aos autovalores positivos de  $\mathbf{H}_d \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_d^*$  aumentados de  $\sigma_r^2$  e seus autovetores associados irão pertencer ao subespaço de sinal  $\mathcal{S}$ . Já os  $M - K$  menores autovalores de  $\mathbf{R}_c$  correspondem aos autovalores nulos de  $\mathbf{H}_d \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_d^*$  aumentados de  $\sigma_r^2$  e seus autovetores associados irão pertencer ao subespaço de ruído  $\mathcal{S}_\perp$ .

Uma pequena alteração de variável no cálculo da matriz de covariância é necessária, uma vez que  $\mathbf{s}[n]$  foi janelado por um filtro de tamanho  $J$  que também aplicou a DTFT ao sinal. Há que se obter  $J$  amostras do sinal  $\mathbf{s}[n]$  para a filtragem e mais um número  $J_p$  de amostras de  $\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  de forma que se consiga  $M$  amostras para composição do vetor  $\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  e  $J_p - M$  amostras para que o trecho de sinal possa excursionar na composição da média das várias matrizes de covariância. A janela total de dados necessários, o atraso total do método, é  $J_t$ :

$$J_t = J + J_p \quad (101)$$

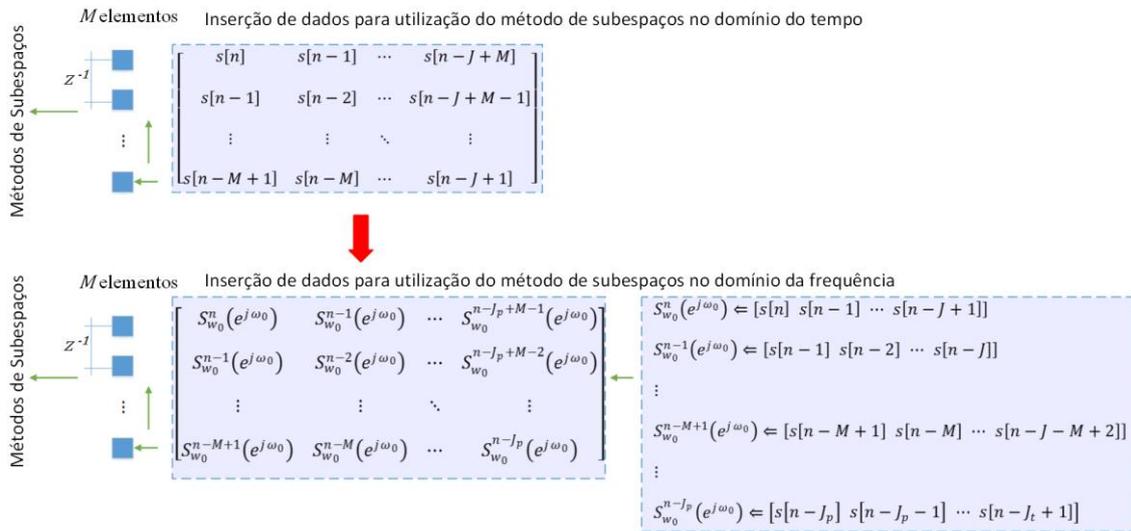
A estimação de  $\mathbf{R}_c^n$  passa a ser equacionada como:

$$\hat{\mathbf{R}}_c^n = \frac{1}{J_p - M + 1} \sum_{l=0}^{J_p - M} \mathbf{S}_{w_0}^{(n-l)}(e^{j\omega_0}) \cdot \left(\mathbf{S}_{w_0}^{(n-l)}(e^{j\omega_0})\right)^* \quad (102)$$

Portanto, uma vez que  $\mathbf{S}_{w_0}^{(n-l)}(e^{j\omega_0})$  é um vetor de dimensão  $M$ ,  $\mathbf{S}_{w_0}^{(n-l)}(e^{j\omega_0}) \cdot \left(\mathbf{S}_{w_0}^{(n-l)}(e^{j\omega_0})\right)^*$  é uma matriz de covariância de dimensão  $M \times M$  e os elementos de  $\hat{\mathbf{R}}_c^n$

são as médias dos elementos das matrizes de covariância, com  $\mathbf{S}_{w_0}^{(n-l)}(e^{j\omega_0})$  excursionando amostra por amostra dentro da janela de dados. E isso desde  $l = 0$  (trecho de sinal composto por  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) \dots S_{w_0}^{(n-M+1)}(e^{j\omega_0})$ ) até  $l = J_p - M$  (trecho de sinal composto por  $S_{w_0}^{(n-J_p+M-1)}(e^{j\omega_0}) \dots S_{w_0}^{(n-J_p)}(e^{j\omega_0})$ ).

A Figura 36 mostra a relação do sinal a ser aplicado em um método de subespaços como descrito no Capítulo 2, no domínio do tempo, e a proposta de se utilizar um sinal no domínio da frequência.



**Figura 36 – Relação entre os métodos de subespaços para as aplicações no domínio do tempo e da frequência**

Na parte de cima da Figura 36 é mostrada a formação dos dados no domínio do tempo para a utilização em um método de subespaços convencional. É formada uma matriz com  $M$  linhas e  $J - M + 1$  colunas para a estimação da matriz de covariância. Na parte inferior da figura é formada esta mesma matriz só que com dados originários da atuação do vetor  $\mathbf{d}$ , que leva o sinal para o domínio da frequência sendo a dimensão da matriz igual a  $M \times (J_p - M)$ . A Figura 36 confirma o que a equação (101) mostrou: o atraso total do método que é de  $J_t$  amostras.

Uma vez determinado que  $\mathbf{H}_d$  cobre o mesmo subespaço de sinal que  $\mathbf{H}$  e as peculiaridades da transposição dos métodos do domínio do tempo para o domínio da frequência, o cálculo da estimação da matriz de covariância, sua autodecomposição e a realização de qualquer um dos métodos de subespaços seguirá exatamente como descrito no Capítulo 2, culminando na estimação da frequência ou constante de tempo dos componentes extras.

### 4.3. Estimação de amplitude e fase

Existem algumas formas de calcular os valores de amplitude e fase dos componentes inter-harmônicos e decaimento CC exponencial a partir das estimativas de frequência e constante de tempo. Por exemplo, a metodologia proposta em [98] baseia-se em vetores criados com os autovalores  $\lambda_k$  estimados. Entretanto, este procedimento atrasaria a resposta correta do método por mais um (ou meio) ciclo. Uma forma de se calcular a amplitude e a fase dos componentes extras é baseada em mínimos quadrados (*Least Squares* – LS). As amplitudes e fases serão estimadas resolvendo um conjunto de  $2K$  equações para  $2K$  amostras consecutivas. Entretanto, há que se atentar para o desenvolvimento do sistema, uma vez que o vetor DTFT  $\mathbf{d}$  estará presente no sinal processado.

Uma amostra geral  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  do sinal utilizado no início da aplicação do método de subespaço determinado nas equações (85) e (86) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} (a[l] + jb[l]) \left( \sum_{k=1}^K A_k \cos(\omega_k(n-l)\Delta t - \varphi_k) \cdot f_k[n-l] \right) \quad (103)$$

Ou ainda,

$$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} (a[l] + jb[l]) \cdot \left[ \sum_{k=1}^K \frac{A_k}{2} (e^{j\varphi_k} \cdot e^{j\omega_k(n-l)\Delta t} + e^{-j\varphi_k} \cdot e^{-j\omega_k(n-l)\Delta t}) \cdot f_k[n-l] \right] \quad (104)$$

onde  $f_k[n-l]$  é a amostra da função que caracteriza uma variância temporal e pode ser, por exemplo, igual a  $e^{-\alpha_k(n-l)\Delta t}$ . Neste caso, os parâmetros  $\omega_k$  e  $\alpha_k$  já foram estimados pelo método dos subespaços.

A escrita pode ser simplificada estabelecendo que  $d[l] = a[l] + jb[l]$ ,  $P_k^\pm = \frac{A_k}{2} (e^{j\theta_k} + e^{-j\theta_k})$  e  $E_{k(n-l)}^\pm = f_k[n-l] \cdot (e^{j\omega_k(n-l)\Delta t} + e^{-j\omega_k(n-l)\Delta t})$ . Ou seja,

$$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \frac{2}{J} \sum_{l=0}^{J-1} d[l] \sum_{k=1}^K P_k^\pm \cdot E_{k(n-l)}^\pm \quad (105)$$

ou ainda,

$$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \frac{2}{J} \sum_{k=1}^K P_k^\pm \sum_{l=0}^{J-1} d[l] E_{k(n-l)}^\pm \quad (106)$$

Agrupando  $2K$  amostras a partir da equação (106), pode-se escrever em termos matriciais, simplificando novamente a escrita tal que  $X_{kn}^\pm = \sum_{l=0}^{J-1} d[l] E_{k(n-l)}^\pm$ :

$$\begin{bmatrix} S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) \\ S_{w_0}^{n-1}(e^{j\omega_0}) \\ \vdots \\ S_{w_0}^{n-2K+1}(e^{j\omega_0}) \end{bmatrix} = \frac{2}{J} \begin{bmatrix} X_{1(n)}^- & X_{1(n)}^+ & \cdots & X_{K(n)}^- & X_{K(n)}^+ \\ X_{1(n-1)}^- & X_{1(n-1)}^+ & \cdots & X_{K(n-1)}^- & X_{K(n-1)}^+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ X_{1(n-2K+1)}^- & X_{1(n-2K+1)}^+ & \cdots & X_{K(n-2K+1)}^- & X_{K(n-2K+1)}^+ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1^- \\ P_1^+ \\ \vdots \\ P_K^- \\ P_K^+ \end{bmatrix} \quad (107)$$

Se for considerado sequencialmente as matrizes  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ ,  $\mathbf{X}_{kn}$  e  $\mathbf{P}_k$ , a equação acima pode ser reescrita como:

$$S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) = \frac{2}{J} \mathbf{X}_{kn} \cdot \mathbf{P}_k \quad (108)$$

Dessa forma a resolução do sistema linear passa pela inversão da matriz  $\mathbf{X}_{kn}$  como mostra a equação (109).

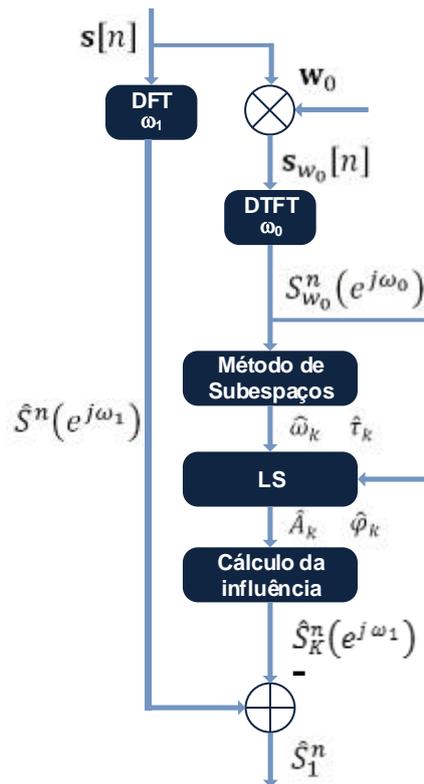
$$\mathbf{P}_k = \frac{J}{2} [\mathbf{X}_{kn}]^{-1} \cdot S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) \quad (109)$$

A equação (109) mostra a forma de cálculo dos parâmetros de amplitude e fase dos componentes extras, uma vez que cada elemento  $P_k^\pm$  do vetor  $\mathbf{P}_k$  é igual a  $(A_k/2)(e^{j\theta_k} + e^{-j\theta_k})$ .

Importante destacar que  $M > 2K$ , e conseqüentemente  $J_t$ , o cálculo da amplitude e fase pelo algoritmo LS não aumenta o atraso da estimação.

#### 4.4. Implementação do método

A Figura 37 mostra o diagrama de blocos para a implementação da metodologia proposta.

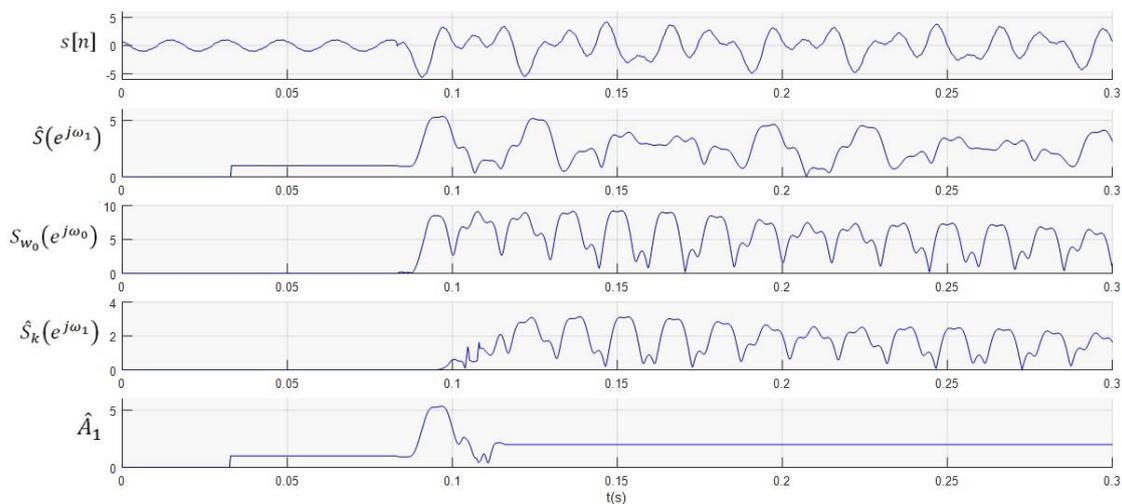


**Figura 37 – Diagrama geral do método proposto**

Como mostra a Figura 37, o sinal da rede  $\mathbf{s}[n]$  é janelado por  $\mathbf{w}_0$ , que contém zeros em frequências específicas  $\omega_0 \pm \omega_h$ , gerando o sinal  $\mathbf{s}_{w_0}[n]$ . A DTFT de  $\mathbf{s}_{w_0}[n]$  calculada em  $\omega_0$  elimina a influência dos componentes gerais, deixando apenas aqueles relativos aos componentes extras. Um vetor de dimensão  $M$ ,  $\mathbf{S}_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ , é construído com as amostras  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0}) \dots S_{w_0}^{n-M+1}(e^{j\omega_0})$ , constituindo-se na entrada do método de subespaço utilizado para estimar os parâmetros  $\omega_k$  e  $\tau_k$ . A partir dessas duas estimações, um sistema linear de  $2K$  equações é resolvido na perspectiva dos mínimos quadrados, estimando  $A_k$  e  $\varphi_k$ . Essas estimações são realizadas para se obter  $\hat{S}_K^n(e^{j\omega_1})$ , uma estimativa no domínio da frequência dos componentes extras.

A DFT de  $\mathbf{s}[n]$  é calculada paralelamente a este processo, centrada na frequência fundamental  $\omega_1$ . Esta estimativa do fasor, denominada  $\hat{S}^n(e^{j\omega_1})$ , é influenciada apenas pelos componentes relativos à frequência fundamental e componentes extras, uma vez que o filtro DFT elimina os componentes relativos às frequências harmônicas. A estimativa do fasor  $\hat{S}_1^n$  do componente fundamental presente no sinal  $\mathbf{s}[n]$  é conseguida subtraindo-se a parte referente aos componentes extras  $\hat{S}_K^n(e^{j\omega_1})$  da estimativa  $\hat{S}^n(e^{j\omega_1})$ .

A Figura 38 mostra um exemplo de sinais de cada uma das etapas do processo de estimação, utilizando o algoritmo ESPRIT LS como método de subespaço.



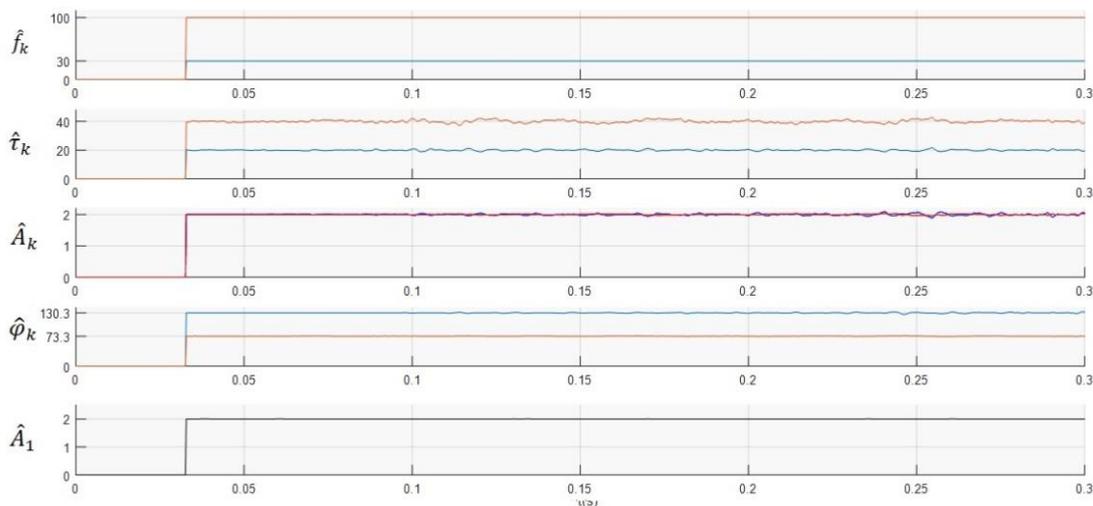
**Figura 38 – Variáveis no processo de estimação do método proposto**

Na Figura 38 os sinais foram gerados em uma condição de falta a partir do quinto ciclo. Além do componente fundamental e harmônicos ímpares até o de ordem 31, foram inseridos dois componentes inter-harmônicos com amortecimento exponencial, ambos com amplitude igual a 1 pu, fase aleatória, frequências e constantes de tempo respectivas de  $f_k = [30 \ 100]$  Hz e  $\tau_k = [20 \ 40]$  ciclos e ruído gaussiano branco com SNR de 60 dB. A amplitude dos componentes foi multiplicada por dois durante a falta, apenas para a melhor visualização das etapas.

O sinal  $\hat{S}(e^{j\omega_1})$ , a DFT do sinal  $\mathbf{s}[n]$ , é mostrado no segundo diagrama. Ele possui um período transitório inicial composto por 32 amostras ( $8,33 \times 10^{-3}$  s) e realiza bem a estimação do componente fundamental antes da falta, pois apenas os componentes gerais foram inseridos. Verifica-se a incapacidade do método (DFT) em realizar tal estimação após a falta com a inserção dos componentes extras. O sinal  $S_{w_0}(e^{j\omega_0})$ , a DTFT do sinal  $\mathbf{s}_{w_0}[n]$ , é mostrado no terceiro diagrama. Ele é praticamente zero durante todo o período de estimação antes da falta, pois o sinal  $\mathbf{s}[n]$  é composto apenas pelos componentes gerais que são filtrados pela janela  $\mathbf{w}_0$ . Este sinal é utilizado pelo método de subespaço e pelo filtro LS para a estimação dos parâmetros após a falta. É mostrado na sequência o sinal  $\hat{S}_k(e^{j\omega_1})$  que é a estimação da influência dos componentes extras na frequência fundamental. Após a falta, é considerado um tempo para a construção do vetor a ser utilizado pelo método de subespaço e o período transitório é composto por 128 amostras ( $33,33 \times$

$10^{-3}$  s). O atraso total do método de subespaço foi mostrado na Figura 36 e será projetado mais adiante. Da mesma forma que  $S_{w_0}(e^{j\omega_0})$ , o sinal  $\hat{S}_k(e^{j\omega_1})$  será praticamente zero antes da falta, pois não são considerados componentes extras. Finalmente, a estimação da amplitude  $\hat{A}_1$  do componente fundamental é mostrada no quinto diagrama. A estimação é feita normalmente e corretamente após o período transitório.

A Figura 39 mostra a estimação dos parâmetros dos componentes extras.



**Figura 39 – Estimação dos parâmetros dos componentes inter-harmônicos com amortecimento exponencial**

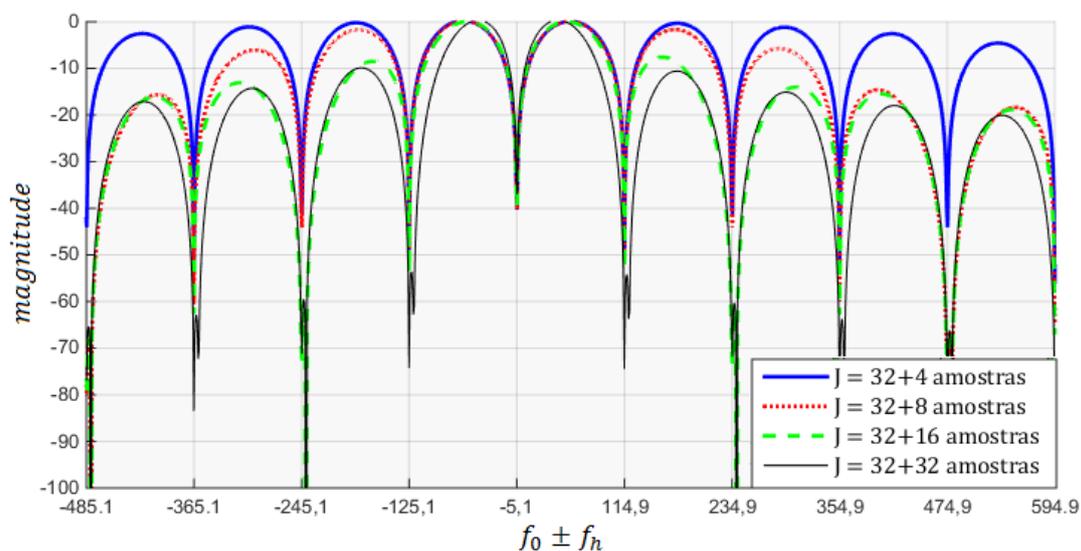
Na Figura 39 foi aplicado um sinal no sistema de estimação proposto, ambos com as mesmas características da figura anterior, entretanto a incidência da falta foi desde o primeiro instante. Isso significa dizer que o sinal possuía os componentes gerais e os extras desde  $t = 0$ . Os dois inter-harmônicos gerados possuíam frequência de 30 e 100 Hz, como estimado na primeira parte do gráfico; constantes de tempo de 20 e 40, como estimado na segunda parte; amplitude de 2 pu, como na terceira; e ângulos em graus conforme na quarta. Novamente plota-se o gráfico relativo à estimação da amplitude do componente fundamental para comparações.

#### 4.5. Determinação da janela $w_0$

Sabe-se que os métodos de subespaço possuem imunidade a ruídos alta desde que seja entregue a eles uma quantidade muito grande de dados. Com a utilização do *sliding window*, deve-se escolher uma janela que atenuo o máximo possível as altas frequências, mas deixando informação suficiente para o método calcular os parâmetros dos componentes extras.

Dessa forma, considerando o item 3.3 do capítulo anterior, é necessário estabelecer um valor apropriado para o tamanho da janela  $w_0$  levando-se em conta a relação desse tamanho  $J$  (atraso na estimação e aumento do esforço computacional) versus a imunidade a ruídos do método proposto. Para tomar essa decisão, deverá ser observado o espectro de frequência da janela obtido a partir da alteração da relação entre o número de amostras por ciclo ( $N$ ) e o número de amostras extras necessárias na janela ( $J_+$ ). Lembrando que, para meio ciclo,  $J = N/2 + J_+$  e para um ciclo,  $J = N + J_+$ .

A Figura 40 mostra o espectro de frequências de várias janelas de meio ciclo, com  $N = 64$  e alterações de  $J_+$ .



**Figura 40 – Espectros de possíveis janelas a serem utilizadas**

A Figura 40 foi gerada em sistema de meio ciclo, com  $N = 64$  amostras por ciclo e a janela  $J$  variando seu tamanho em função do número de amostras extras  $J_+$ . Portanto, foram plotados os espectros das janelas com  $J = 36, 40, 48$  e  $64$  amostras. No eixo das abcissas do gráfico estão as frequências obtidas a partir do método, com  $f_0 = 54,9$  e  $f_h = h \cdot 60$ ,  $h = 1, 2, \dots$  e no eixo das ordenadas a magnitude das respostas das janelas em cada uma das frequências.

Para o método desenvolvido no Capítulo 3, a adição de quatro amostras extras foi suficiente para proporcionar uma boa imunidade a ruídos. Entretanto, para o sistema atual foi verificado que este número ( $J_+ = 4$ ) é insuficiente e precisa ser alterado. A adição de oito amostras gera uma janela que consegue atenuar as altas frequências com magnitude bem próxima à janela com  $J_+ = 32$ . Além disso, consegue preservar o espectro do sinal na banda principal conforme a janela com  $J_+ = 4$ .

Determinado então que  $J_+ = 8$  amostras para meio ciclo, estabelecendo a relação tal que  $J_+ = N/8$ , pode-se alterar o número de amostras por ciclo sem alterar a resposta em frequência da janela. Dessa forma, será obtida a mesma resposta da Figura 40 se  $N = 128$  e  $J_+ = 32$  ou  $N = 32$  e  $J_+ = 4$ .

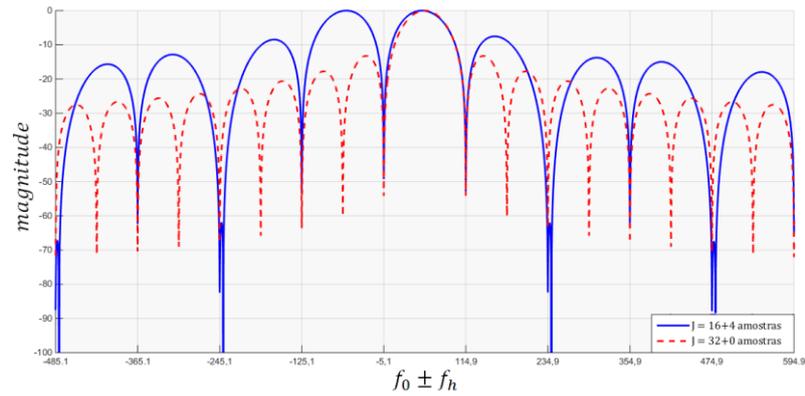
A escolha dos melhores valores para os parâmetros não é tão direta. Aumentado  $N$ , é necessário aumentar  $M$  para que os métodos de subespaços continuem tendo qualidade na informação. Com isso aumenta-se o esforço computacional. Diminuindo  $N$ ,  $M$  poderá ser menor, mas o peso que cada amostra terá no atraso temporal total será maior. Testes no próprio método mostraram que a relação  $N = 32$  e  $J_+ = 4$  é a mais adequada, pois a informação passada através das  $M$  amostras para os métodos de subespaços auxiliou no aumento da imunidade a ruídos do método proposto.

Deve-se atentar que a diminuição de  $N$  diminui a capacidade da janela em eliminar componentes harmônicos de ordem mais alta, conforme já foi explorado no Capítulo 3. Sua definição, portanto, deverá levar em consideração as características do sistema de aplicação do método.

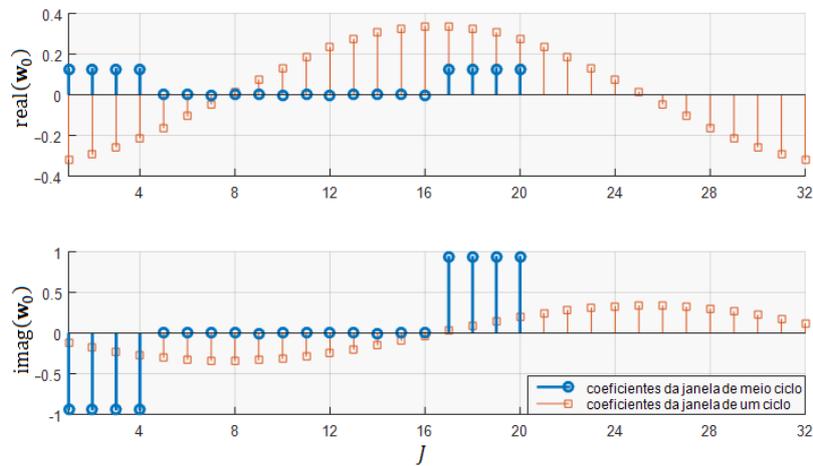
Fazendo a mesma análise para as aplicações de um ciclo,  $J = N$ , verifica-se que a melhor situação ocorre para  $J_+ = 0$ . Dessa forma, a Figura 41 mostra as janelas utilizadas no método, de meio e um ciclo.

Na letra (a) da Figura 41 são mostrados os espectros para meio e um ciclo da janela utilizada. Percebe-se que a atenuação em altas frequências para um ciclo é mais eficiente que a outra, mas poderá causar erros maiores se as frequências dos componentes extras se aproximarem dos zeros do espectro, o que será analisado mais a frente.

Na letra (b) são mostrados os coeficientes real e imaginário das duas janelas. É mantida a simetria dos coeficientes para a janela de meio ciclo e, com alguns iguais a zero, o esforço computacional será menor. Para a janela de um ciclo, os coeficientes possuem envoltórias que obedecem as funções  $-\cos(\cdot)$  e  $-\sin(\cdot)$ , respectivamente.



(a)



(b)

**Figura 41 – Janelas utilizadas no método**

#### 4.6. Determinação do método de subespaço para a estimação da frequência e constante de tempo

Mesmo com alguns parâmetros a serem estimados é possível escolher qual dos métodos de subespaços oferece a melhor resposta ao método proposto. Para isso, serão levadas duas características em consideração: o erro médio percentual na estimação da frequência e o esforço computacional de cada método.

Simulando um sistema com  $N = 32$  amostras por ciclo,  $J_+ = N/8 = 4$  amostras como definido na seção anterior, um componente extra com frequência igual a 40 Hz,  $M = 9$  amostras e  $J_p = N$  (os parâmetros  $M$  e  $J_p$  serão determinados na seção posterior, mas podem ser estabelecidos valores padrão apenas para a comparação dos métodos), será possível verificar as diferenças entre os possíveis métodos de subespaços a serem aplicados no método proposto: *Root MUSIC*, *ESPRIT LS*, *ESPRIT TLS* e *Root WSF*.

Lembrando que os algoritmos (DFT) *Beamspace* ESPRIT e *Unitary* ESPRIT não serão utilizados por trabalharem com valores reais, apenas.

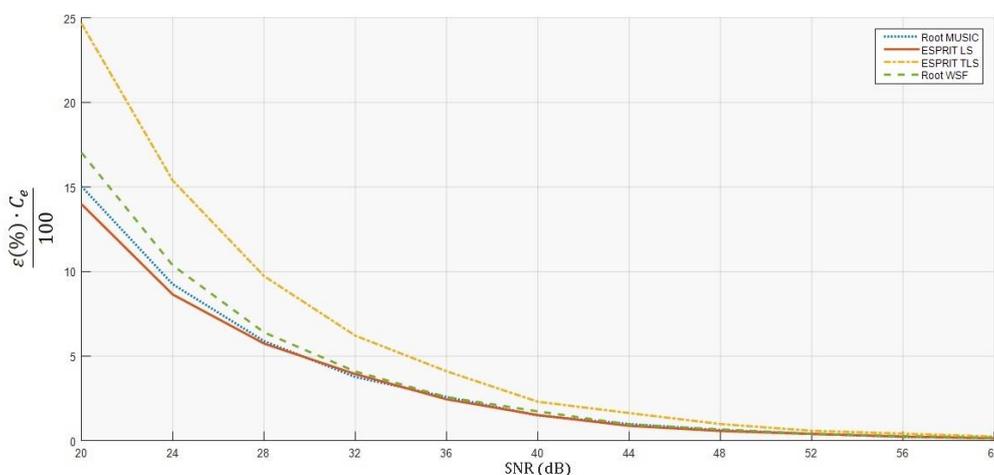
A determinação do método de subespaço a ser utilizado será baseada na multiplicação entre seu esforço computacional teórico e sua imunidade a ruído, com SNR variando entre 20 e 60 dB. Retomando a Tabela 2 com os parâmetros já determinados  $M = 9$  e  $P = K = 2$ , o seguinte quadro pode ser determinado para o esforço computacional dos métodos:

**Tabela 6 – Esforço computacional dos métodos de subespaços**

Algoritmo	Esforço computacional ( $C_e$ )
<i>Root</i> MUSIC	$729 + 19 = 748$
ESPRIT LS	$729 + 64 = 793$
ESPRIT TLS	$729 + 576 = 1305$
<i>Root</i> WSF	$729 + \beta \cdot 27 = 783$

Relembrando que  $\beta$  é o número de iterações necessárias para o algoritmo *Root* WSF convergir, as simulações mostraram que  $\beta = 2$  é suficiente para a aplicação.

Simulando cada um dos métodos propostos e multiplicando o resultado do erro médio  $\varepsilon(\%)/100$  pelo esforço computacional  $C_e$  é obtida a Figura 42.



**Figura 42 – Desempenho dos métodos de subespaços**

O método de subespaço que tem uma melhor relação entre o esforço computacional e o erro médio é o algoritmo ESPRIT LS de acordo com a métrica estipulada para os gráficos da Figura 42. Uma vez que o desvio padrão da métrica estipulada não ultrapassou a região limítrofe entre as curvas de cada um dos métodos, este será o algoritmo utilizado a partir de agora no método proposto. Percebe-se que em termos de imunidade a ruídos, os algoritmos têm desempenho bem parecido e é a necessidade de operações extras que o diferenciou e determinou a decisão.

## 4.7. O Algoritmo DTFT ESPRIT

Uma vez determinado que o método de subespaços utilizado será o algoritmo ESPRIT, a associação entre o vetor  $\mathbf{d}$  e o algoritmo ESPRIT, levando os dados a serem processados para o domínio da frequência, poderá ser aplicada em outras áreas de processamento de sinais, quaisquer que conheçam parte de um espectro que possa ser eliminado por  $\mathbf{w}_0$  em conjunto com a DTFT.

Este algoritmo, proposição desta Tese, será nomeado de DTFT ESPRIT daqui por diante. A Figura 43 mostra como ficará o método a partir de agora.

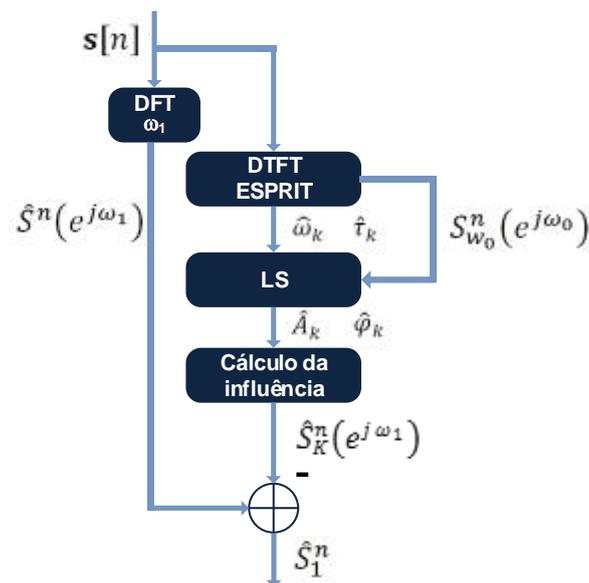


Figura 43 – O método proposto com o algoritmo DTFT ESPRIT

A Figura 43 mostra que o algoritmo DTFT ESPRIT engloba todo o processamento que leva o sinal  $\mathbf{s}[n]$  para o domínio da frequência, eliminando os componentes gerais e estimando os parâmetros  $\omega_k$  e  $\tau_k$  dos componentes extras. A transformada  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  é um subproduto deste algoritmo que será utilizado para o cálculo das amplitudes e fases dos componentes extras através do *least squares*.

## 4.8. Determinação dos parâmetros $M$ e $J_p$

Uma vez determinado o tamanho  $J$  da janela, será necessário agrupar mais  $J_p$  amostras de  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  para que, a partir de trechos de  $M$  amostras ( $M < J_p$ ) possa ser calculada a matriz de covariância, como foi feito na equação (102).

Outra forma de calcular a matriz de covariância é montando uma matriz de dados  $\mathbf{S}_W$  e realizando a multiplicação matricial:

$$\hat{\mathbf{R}}_c^n = \frac{1}{J_p - M + 1} \mathbf{S}_W \cdot \mathbf{S}_W^* \quad (110)$$

onde  $\mathbf{S}_W^*$  é a matriz hermitiana de  $\mathbf{S}_W$  e é composta pelas amostras  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$ .

A matriz  $\mathbf{S}_W$  possuirá  $M$  linhas (correspondente aos  $M$  sensores do método ESPRIT) e  $J_p - M + 1$  colunas, correspondentes aos dados adicionais que devem ser acrescentados. Isso porque para a estimação da matriz é necessário acumular uma quantidade de dados que a aproxime de  $\mathbf{R}_c^n$  e com isso fazer  $\mathbf{V}_1$  e  $\mathbf{V}_2$  representarem o mais fielmente possível o subespaço de sinal  $\mathcal{S}$ . Ou seja, o cálculo ideal da matriz de covariância é aquele em que se tenha uma quantidade infinita de dados,  $J_p \rightarrow \infty$ .

Uma vez que o valor de  $M$  precisa obedecer ao teorema de Nyquist de forma que  $M > 2 \cdot K$ , em um sistema sem ruídos o valor de  $M$  poderia ser apenas  $2 \cdot K + 1$  enquanto  $J_p$  poderia ser igual a  $M + 1$ . Com a adição de ruídos, esses valores precisam ser maiores de forma a tornar o método apto a ser utilizado em aplicações práticas.

A Figura 44 mostra três curvas de erro médio na estimação da frequência  $\omega_1$  feita pelo método ESPRIT LS, plotadas a partir da variação de  $M$  e  $J_p$ . Embora a simulação tenha sido feita para outros valores de  $J_p$ , é mostrado apenas uma faixa de interesse inicial, que elimina erros maiores na faixa  $J_p < 16$ .

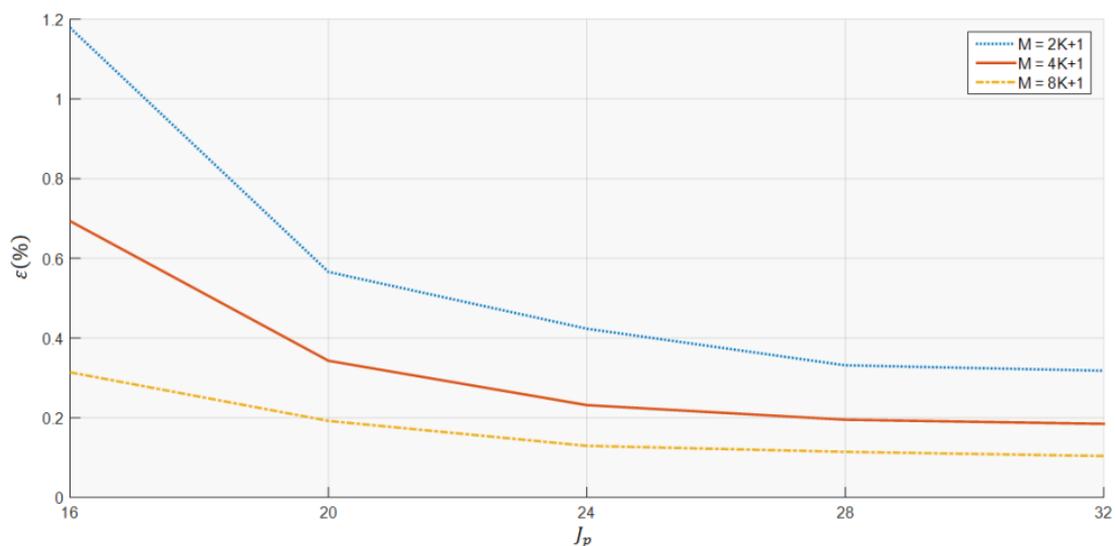


Figura 44 – Erro médio a partir da variação de  $M$  e  $J_p$

A Figura 44 foi gerada em um sistema com  $N = 32$  amostras por ciclo,  $J = 20$  amostras para meio ciclo e 32 amostras para um ciclo. É adicionado um componente inter-harmônico extra e ruído gaussiano branco com  $SNR = 40$  dB. O valor de  $J_p$  foi variado de 1 a 32 para cada possível valor de  $M$ .

Como o valor de  $M$  influencia muito mais o esforço computacional que o valor de  $J_p$ , há que se levar esse parâmetro em conta para a determinação das variáveis. Por exemplo, o erro que se tem com  $M = 8 \cdot K + 1$  e  $N = 16$  é bem próximo àquele com  $M = 2 \cdot K + 1$  e  $N = 28$ . Entretanto, deve-se verificar, ainda, o atraso total dessa parte do método.

Especificamente relacionada ao método ESPRIT LS a partir da Figura 44, a Tabela 7 mostra os comparativos de esforço computacional, atraso e erro médio conseguido com várias possibilidades de  $M$  e  $J_p$  para o sistema usado na Figura 44.

**Tabela 7 – Comparação de parâmetros com a variação de  $M$  e  $J_p$**

$M$	$J_p$	Atraso total ( $J + J_p - 1$ )	Esforço computacional ( $O(M^3) + O((2K)^3)$ )	$\varepsilon$ (%)
3	16	36 (1,125 ciclos)	91	1,18
	20	40 (1,250 ciclos)	91	0,57
	24	44 (1,375 ciclos)	91	0,42
	28	48 (1,500 ciclos)	91	0,33
	32	52 (1,625 ciclos)	91	0,32
5	16	36 (1,125 ciclos)	189	0,69
	20	40 (1,250 ciclos)	189	0,34
	24	44 (1,375 ciclos)	189	0,23
	28	48 (1,500 ciclos)	189	0,20
	32	52 (1,625 ciclos)	189	0,18
9	16	36 (1,125 ciclos)	793	0,31
	20	40 (1,250 ciclos)	793	0,19
	24	44 (1,375 ciclos)	793	0,13
	28	48 (1,500 ciclos)	793	0,11
	32	52 (1,625 ciclos)	793	0,10

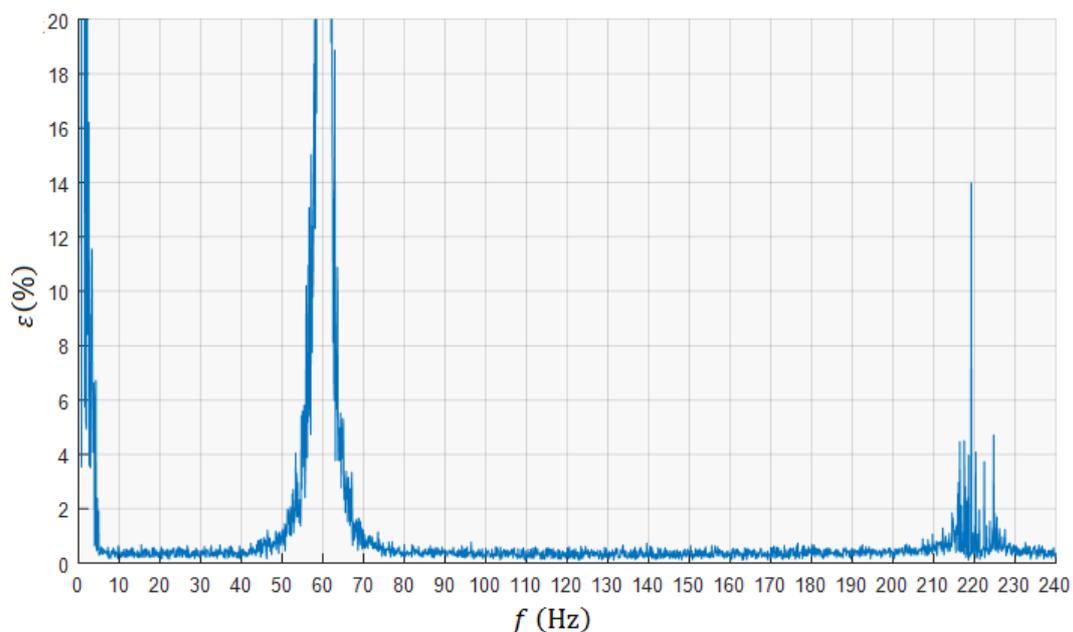
A Tabela 7 mostra a grande influência que  $M$  tem no esforço computacional do método. Quanto menor o valor de  $M$  mais provável será a possibilidade de sua aplicação prática. Se for estabelecido um erro médio abaixo de 0,50 %, poderá ser adotada qualquer combinação de parâmetros mostradas nas linhas com preenchimento mais escuro.

Ponderando-se entre o atraso total, o esforço computacional e o erro médio percentual; sabendo-se que aumentando o número de componentes extras aumentará o esforço computacional; e observando o método quando mais de um componente extra está inserido, decidiu-se por utilizar  $M = 4K + 1$  e um valor aceitável de atraso (1,5 ciclos), com  $J_p = 28$  amostras.

## 4.9. Simulações

Para analisar o método desenvolvido e compará-lo com alguns dos vários métodos propostos na literatura, serão utilizadas novamente as métricas  $mse$  e  $\varepsilon(\%)$ , como determinado no Capítulo 2. Os componentes harmônicos incluídos nessas simulações estão baseados em [1], e foram descritos na Tabela 3 de acordo com o Capítulo 3.

A primeira simulação a ser realizada tem a intenção de mostrar um espectro do método proposto. Dado que o método possui zeros sobre os componentes gerais, quais valores de frequência do componente extra são mais influenciados por esses zeros. Ainda, qual a resolução do método? Ou seja, qual a distância mínima que se deve ter entre dois componentes extras de frequência para que eles sejam corretamente estimados? A Figura 45 mostra o desempenho do método excursionando um componente de frequência por uma faixa do espectro compreendida entre 0 e 240 Hz e computando o erro médio percentual da estimação da amplitude do componente fundamental.



**Figura 45 – Desempenho do método proposto com excursão de um componente no domínio da frequência**

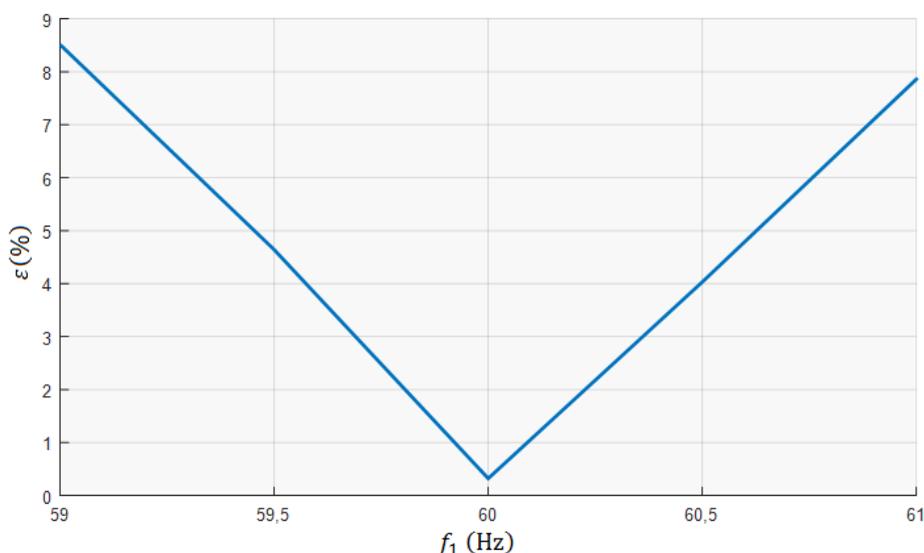
Sabe-se que o método elimina os componentes gerais e como esta é uma estimação em meio ciclo, o espectro possuirá zeros nas frequências de 60 Hz e 180 Hz na faixa proposta. Foi inserido também outro componente, estático, na frequência de 220 Hz para mensurar qual a resolução do método, ou seja, qual a máxima proximidade entre dois componentes para que eles sejam corretamente estimados. Para essas simulações foi uti-

lizado um sistema com  $N = 32$  amostras por ciclo,  $J = 16 + J_+ = 20$  amostras, algoritmo ESPRIT LS,  $M = 4K = 16$  e  $J_p = 28$ . Os dois componentes inter-harmônicos que foram inseridos possuem amplitudes  $A_i = A_1 = 10$  pu e fases aleatórias. Todos os outros parâmetros do método mantiveram-se como nas simulações anteriores.

Como esperado, o erro médio percentual é maior perto de frequência de 60 Hz. Acima desse valor, o método estima bem o componente extra, mesmo perto do componente de 180 Hz. Ao se encontrar com o outro componente nas proximidades de 220 Hz o método também tem dificuldades em estimar corretamente o fasor. Pode ser observado que se for guardada uma faixa em torno de 5 Hz desses pontos críticos, o fasor consegue ser estimado com menos de 2% de erro médio percentual.

Cabe destacar ainda, com relação à Figura 45, que o método consegue realizar bem a estimação para  $f = 0$ , o que caracteriza um decaimento CC exponencial, mas tem dificuldades de estimação quando o componente extra possui frequência tal que  $0 < f \leq 5$  Hz. Isso porque no caso de estimação em meio ciclo, pode ser visto na Figura 7 que a parte imaginária do fasor é bastante atenuada nas proximidades de  $f = 0$ . Especificamente em  $f = 0$  o método só precisa estimar a parte real da composição entre constante de tempo e frequência  $(-\alpha_d + j\omega_d)_{\omega_d=0}$  de forma que essa atenuação imposta à parte imaginária não interfere na estimação.

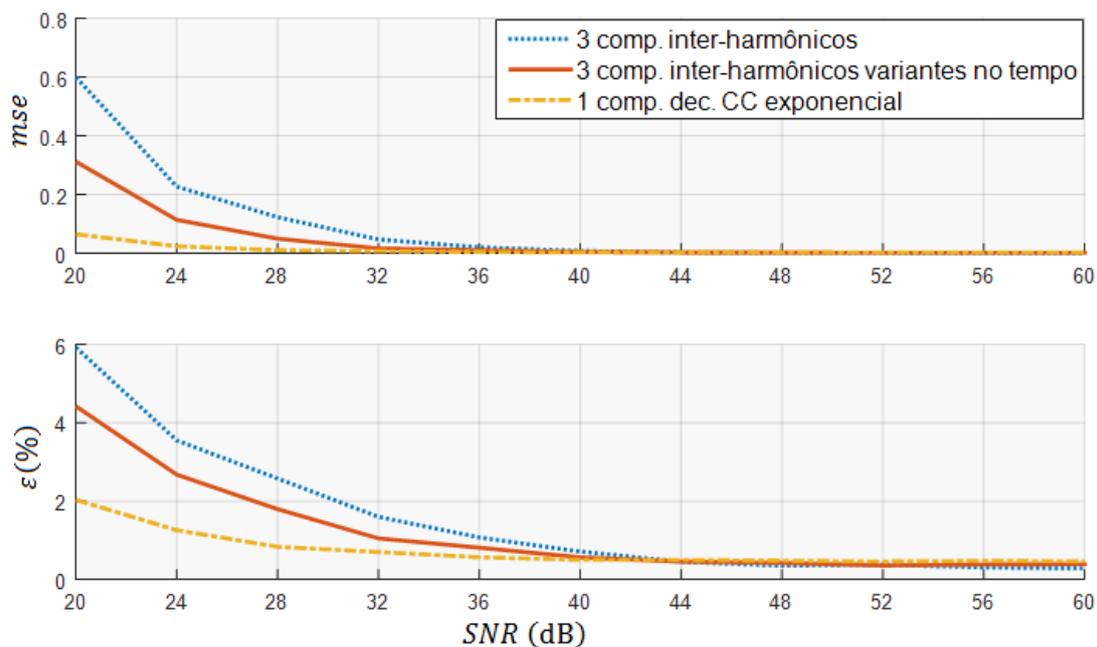
A próxima simulação mostra a resposta da estimação do fasor do componente fundamental quando existe variação na sua frequência. Para isso a frequência foi variada em uma faixa  $59 \leq f_1 \leq 60$  Hz na Figura 46.



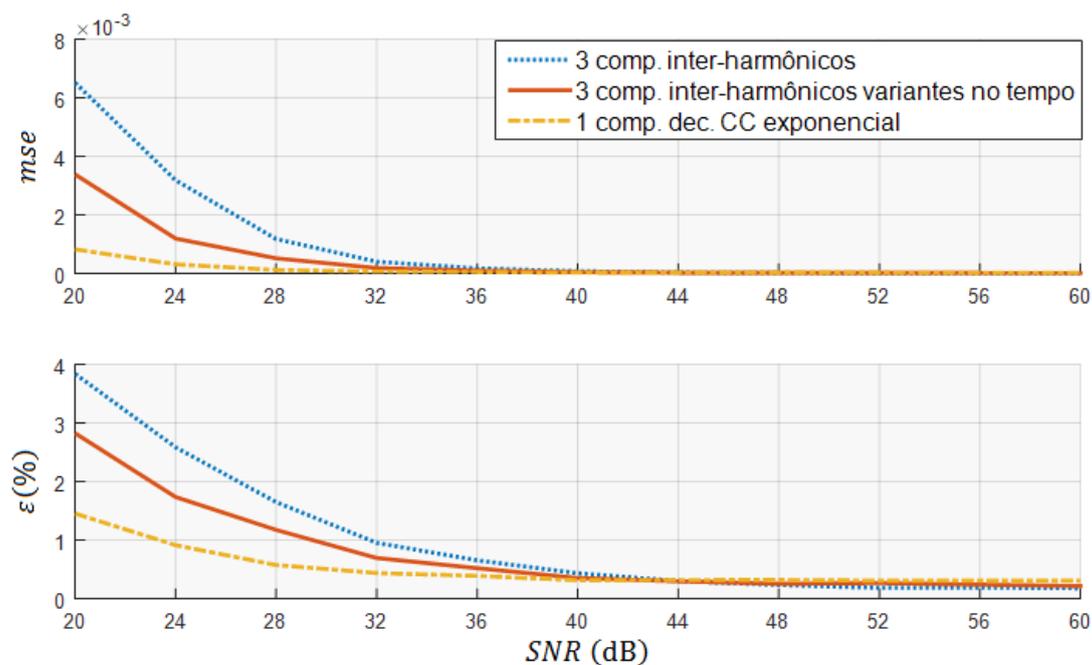
**Figura 46 – Desempenho do método frente à variação da frequência fundamental**

De acordo com a Figura 46, o método suporta razoavelmente bem a variação da frequência do componente fundamental. Dado que variações desse tipo são bem monitoradas e controladas, o método exibiria um erro médio percentual de, no máximo, 5% para variações máximas de 0,5 Hz e 8,4% para variações máximas de 1 Hz.

A próxima simulação, mostrada na Figura 47, vai computar a desempenho do método proposto frente ao ruído gaussiano branco, com  $SNR$  variando de 20 a 60 dB.



(a)



(b)

**Figura 47 – Desempenho do método proposto com relação à SNR**

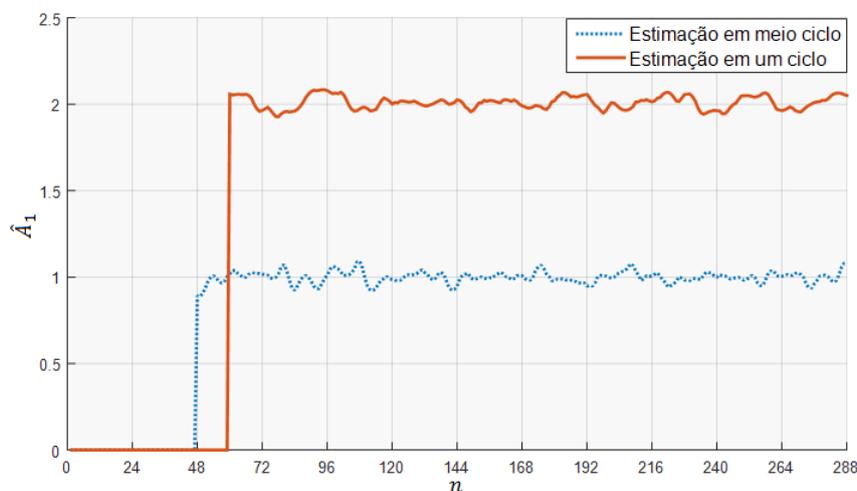
A Figura 47 mostra o desempenho do método proposto em relação ao ruído existente no sinal. Na letra (a) é mostrado o desempenho com relação à estimação da amplitude do componente fundamental e na letra (b) o desempenho com relação à fase. Para essas simulações foi utilizado um sistema com  $N = 32$  amostras por ciclo,  $J = 16 + J_+ = 20$  amostras, algoritmo ESPRIT LS,  $M = 4K + 1$  e  $J_p = 28$ . Todos os outros parâmetros do método mantiveram-se como nas simulações anteriores.

A primeira simulação contou com três inter-harmônicos com amplitudes  $A_i = A_1 = 10$  pu, fases aleatórias, frequências  $f_i = [40 \ 100 \ 160]$  Hz. A segunda simulação contou com três inter-harmônicos variantes no tempo, com as mesmas características dos componentes da primeira simulação acrescidos de amortecimentos exponenciais com constantes de tempo  $\tau_i = [3 \ 8 \ 5]$  ciclos. A terceira contou com um componente de decaimento CC exponencial com amplitude  $A_d = 10$  pu e constante de tempo  $\tau_d = 3$  ciclos.

De acordo com a Figura 47, o método proposto exhibe bons resultados, principalmente a partir de  $SNR = 30$  dB, ficando os erros médios percentuais ( $\varepsilon(\%)$ ) sempre abaixo de 2%. Em 40 dB que é um nível bastante utilizado de ruído, os erros foram abaixo de 0,75% para amplitude e abaixo de 0,45% para fase.

Para o caso de três componentes como utilizado na simulação,  $K = 2 \cdot 3 = 6$  e, conseqüentemente,  $M = 25$ , o esforço computacional é da ordem de  $15,5 \times 10^3$  operações por ciclo. Já no caso do decaimento CC exponencial, com  $K = 2 \cdot 1 = 2$  e  $M = 9$ , o esforço computacional é da ordem de 576 operações por ciclo.

A Figura 48 mostra a estimação no domínio do tempo para meio e um ciclo.



**Figura 48 – Estimação da amplitude do componente fundamental**

A Figura 48 mostra uma estimação no domínio do tempo realizada pelo método proposto. Para essas simulações foi utilizado um sistema com  $N = 32$  amostras por ciclo,  $J = 16 + J_+ = 20$  amostras para meio ciclo e  $J = 32 + J_+ = 32$  amostras para um ciclo, algoritmo ESPRIT LS,  $M = 4K + 1$  e  $J_p = 28$ . Todos os outros parâmetros do método mantiveram-se como nas simulações anteriores. A simulação contou com duas inter-harmônicos com amplitudes  $A_i = A_1 = 2$  pu, fases aleatórias, frequências  $f_i = [40 \ 80]$  Hz, acrescidas de amortecimentos exponenciais com constantes de tempo  $\tau_i = [10 \ 5]$  ciclos.

Percebe-se pela figura, que após o tempo em que são coletas as amostras necessárias ( $J = 48$  amostras para meio ciclo e  $J = 60$  amostras para um ciclo) a estimação é feita normalmente. Para este caso é mostrado a estimação da amplitude do componente fundamental, cujo valor ideal é 1 pu para a estimação em meio ciclo e 2 pu para a estimação em um ciclo. A estimação da fase segue o mesmo padrão.

Importante ressaltar que tanto nesta simulação quanto nas anteriores, os componentes harmônicos inseridos obedeceram ao que foi descrito na Tabela 3 do Capítulo 3.

Finalmente, cabe uma comparação do método proposto com os algoritmos da literatura. Um sistema com um componente sub-harmônico foi estabelecido e para essa simulação foi utilizado um sistema com  $N = 32$  amostras por ciclo,  $J = 16 + J_+ = 20$  amostras. Todos os outros parâmetros do método mantiveram-se como nas simulações anteriores. O sub-harmônico presente no sinal amplitude  $A_i = A_1 = 2$  pu, fase aleatória, frequência  $f_i = 40$  Hz, acrescido de amortecimento exponencial com constante de tempo  $\tau_i = 5$  ciclos. A Figura 49 mostra essa comparação.

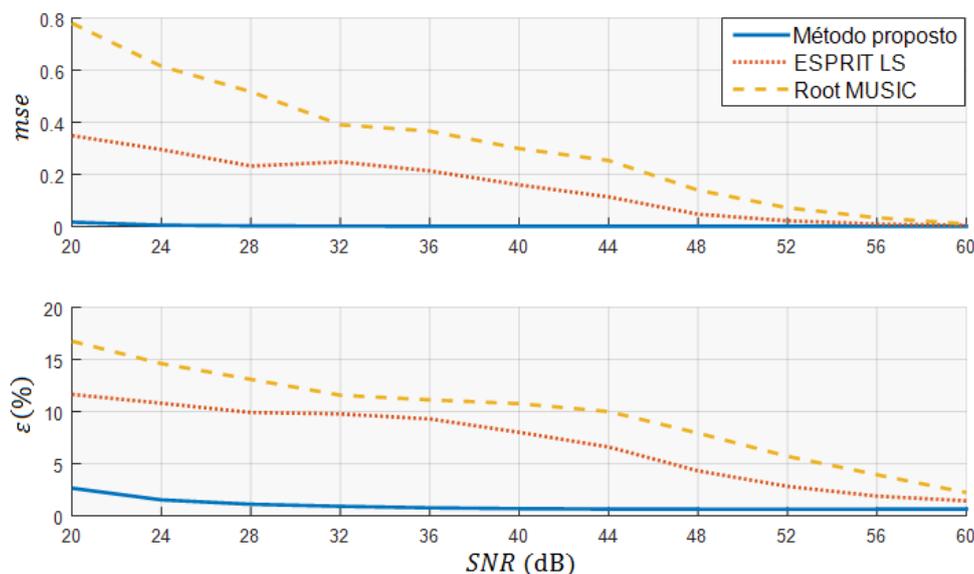


Figura 49 – Comparação do método proposto com os algoritmos da literatura

O método proposto foi utilizado na Figura 49 e auxiliou na estimação realizada pelos métodos da literatura. Basicamente este auxílio se deu no janelamento dos dados, na estimação da amplitude e fase do componente extra de sub-harmônico e estimação do componente fundamental pela DFT.

Dessa forma, a Figura 49 realça a importância da presença do vetor DTFT  $\mathbf{d}$  na melhoria da aplicação dos métodos de subespaços, pois esta é a única diferença na estrutura montada para os métodos simulados.

Dois aspectos serão importantes com esta proposição. A primeira, mostrada na Figura 49 é que a imunidade a ruídos do método é bastante superior aos outros. Em 40 dB, por exemplo, o erro médio percentual do método proposto é 130 vezes menor que o erro do algoritmo ESPRIT LS e 240 vezes menor que o erro do algoritmo *Root* MUSIC.

A segunda é com relação ao esforço computacional. O quadro abaixo mostra o comparativo entre os métodos simulados.

**Tabela 8 – Esforço computacional dos métodos simulados**

Algoritmo	Esforço computacional básico	Esforço computacional complementar	Valor total
Método proposto $M = 9, K = 2, J = 20$	$O(M^3)$	$O((2K)^3) + J$	813
<i>Root</i> MUSIC $M = 17, P = 4, J = 20$	$O(M^3)$	$O(2M + 1) + J$	4968
ESPRIT LS $M = 17, P = 4, J = 20$	$O(M^3)$	$O((2P)^3) + J$	5445

Para esta simulação foram utilizados apenas o componente fundamental e o sub-harmônico. Como o método proposto possui o vetor  $\mathbf{d}$  que elimina os componentes gerais (neste caso o fundamental), sua dimensão será menor ( $M = 9$ ). Como os outros métodos não possuem essa possibilidade, o valor de  $M$  e  $K$  precisou ser acrescido ( $M = 17$ ). O quadro mostra como é significativo o impacto no esforço computacional. Especificamente neste caso, o método proposto é aproximadamente 6 vezes melhor que o *Root* MUSIC e 7 vezes melhor que o ESPRIT LS básico. Isso em uma situação sem componentes harmônicos. Ao acrescentá-los, estabelecendo-se a necessidade de passarem pelos algoritmos para uma correta estimação do componente fundamental, torna-se inviável a utilização do ESPRIT LS básico e *Root* MUSIC, ou qualquer outro método de subespaços, devido ao esforço computacional alto.

Destaca-se que o algoritmo *Root* WSF exibiu erros intoleráveis na aplicação e não foi plotado junto com os outros na Figura 49. Ainda, os métodos utilizaram da DFT para

estimar o componente fundamental corrompido pela presença do sub-harmônico. Entretanto, esta conta ( $N/2$  – estimação em meio ciclo) não foi somada ao esforço computacional por poder ser implementada em paralelo.

#### 4.10. Simulação com Modelos

Etapa importante para a validação do método proposto neste capítulo é sua simulação com modelos reais. As figuras mostradas nessa seção vão tratar da problemática da estimação fasorial em linhas com pouco mais de meio comprimento de onda [101].

Com o crescimento da demanda energética do país e a necessidade consequente de se aproveitar o potencial energético das regiões mais afastadas dos grandes centros urbanos nacionais, é necessário o estudo de linhas que possam cobrir grandes distâncias, especificamente entre as regiões Norte e Nordeste e Norte e Sudeste. As linhas de transmissão de corrente alternada com comprimento de um pouco mais de meia onda podem ser a opção técnica e econômica mais viável [101].

Entretanto, pouca coisa foi avaliada sobre o desempenho dos esquemas de proteção para essas linhas, cabendo novos estudos e aplicações de estimação fasorial como ferramenta integrante de tais esquemas. Essa falta de estudos e parâmetros de implementação torna inviável a utilização atual dessas linhas, pois erros no sistema de proteção poderiam causar instabilidades severas dada sua capacidade de transmissão de energia (9 GW em 1000 kV) [101].

O comportamento dos sinais de corrente e tensão de curto-circuitos em linhas com pouco mais de meio comprimento de onda são bastante diferentes dos encontrados em linhas de até 300 km, por exemplo. Especificamente, eles podem conter componentes de decaimento CC exponencial e inter-harmônicos o que seria uma boa aplicação para o método proposto, com o objetivo de se calcular os fasores de tensão e corrente da frequência fundamental.

Para aplicar o método desenvolvido neste capítulo, a partir de uma parceria com pesquisadores da UNB (Universidade de Brasília) [101], foram utilizados sinais produzidos no ATP, provenientes de um modelo que simulou faltas em linhas de transmissão com pouco mais de meio comprimento de onda, de acordo com a Figura 50.



**Figura 50 – Modelo para simulação no ATP**

No modelo da Figura 50 foram utilizados 12 condutores por fase e dois cabos para-raios, comprimento da linha de 2600 km e tensão nominal de 1000 kV. Equivalentes de Thévenin são utilizados para representar uma usina de grande porte em um terminal da linha (fonte forte – F1) e a carga e outras gerações mais distantes no outro terminal (fonte fraca – F2) [101]. Foram considerados níveis de curto-circuito típicos nessas localidades [101]: 40 kA com  $X/R$  igual a 70 para as sequências positiva e zero na fonte forte e 20 kA com  $X/R$  igual a 25 para a sequência positiva e 20 para a sequência zero na fonte fraca.

Além do modelo da Figura 50, a Tabela 9 mostra outros parâmetros utilizados no modelo.

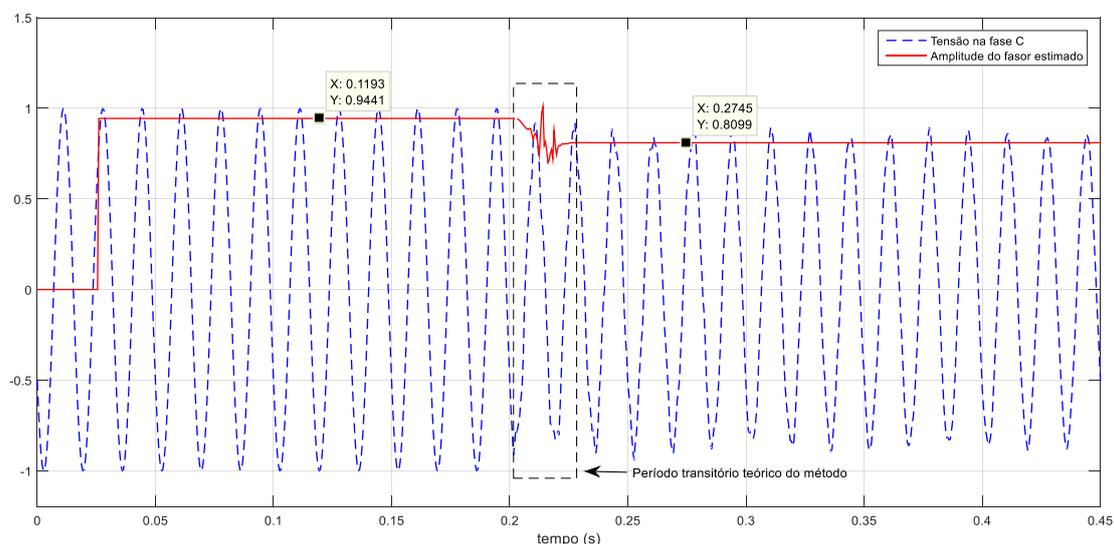
**Tabela 9 – Parâmetros do Modelo [101]**

<b>Linha de Transmissão</b>					
Impedâncias e Admitâncias					
Sequência Zero			Sequência Positiva		
$R_0$	$X_0$	$B_0$	$R_1$	$X_1$	$B_1$
( $\Omega/km$ )	( $\Omega/km$ )	( $\mu S/km$ )	( $\Omega/km$ )	( $\Omega/km$ )	( $\mu S/km$ )
0,2856	1,2374	3,4873	0,0048	0,1689	9,8727
Parâmetros Eletromagnéticos					
$\gamma$ ( $km^{-1}$ )	0,018 + j1,291				
$Z_c$ ( $\Omega$ )	130,81 – j1,858				
$P_c$ (MVA)	7643,90				
$v$ (km/s)	291.913,71				
$\lambda$ (km)	4.865,23				
$\lambda/2$ (km)	2.432,61				
2600 km (graus elétricos)	192,4				
<b>Impedâncias Equivalentes das Fontes</b>					
Fonte	Sequência Zero ( $\Omega$ )		Sequência Positiva ( $\Omega$ )		
F1	0,2062 + j14,434		0,2062 + j14,434		
F2	1,4443 + j28,868		1,1547 + j28,868		

A partir do modelo da Figura 50 e dos parâmetros da Tabela 9 serão mostradas algumas simulações de curtos-circuitos trifásicos francos a 500 km e 2500 km da Barra 1 [101]. Será mostrado também a estimativa realizada pelo método proposto neste capítulo. Os casos foram simulados no ATP por 450 ms com um passo de cálculo de 3  $\mu s$ . Os sinais da simulação foram reamostrados em 32 amostras por ciclo.

Para as estimações relacionadas às faltas a 500 km da Barra 1, o método proposto foi configurado para realizar as estimações em um ciclo com a janela  $J = 32$  amostras, o esforço computacional máximo obtido foi de 596 opc (operações por ciclo) e um atraso total de 52 amostras (1,625 ciclos). Já para 2500 km da Barra 1, o método proposto também foi configurado para realizar as estimações em um ciclo, com  $J = 32$  amostras e atraso total de 52 amostras (1,625 ciclos). A diferença é que o esforço computacional precisou ser aumentado para 14.096 opc, resultado no aumento nos valores dos parâmetros  $M$  e  $J_p$ .

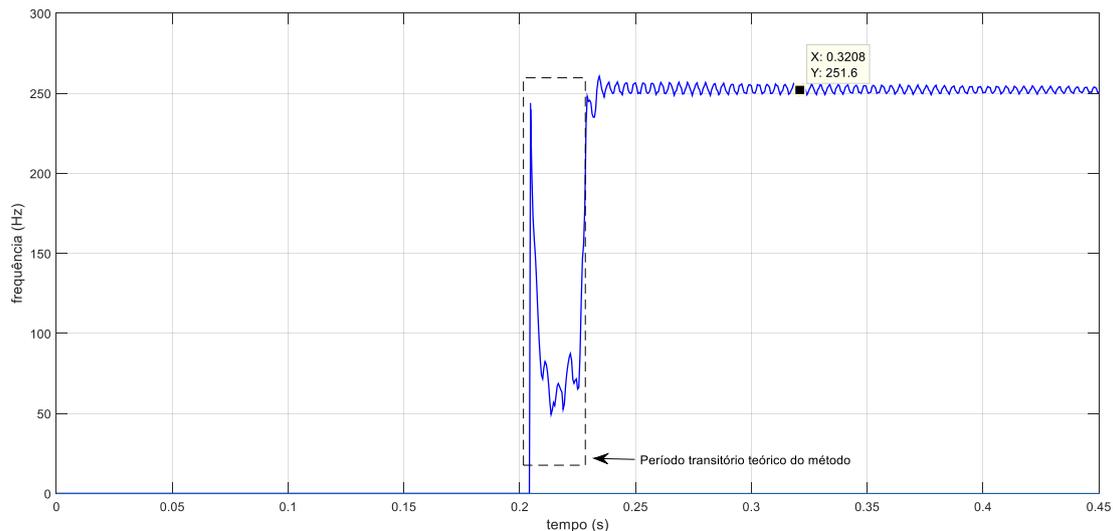
A Figura 51 mostra o sinal de tensão da fase C na Barra 1 do modelo, quando é produzida uma falta ABC a 500 km dessa barra, e o sinal de estimação da amplitude do fasor do componente fundamental desse sinal.



**Figura 51 – Simulação de falta a 500 km da Barra 1: tensão na fase C da Barra 1**

Para a Figura 51 o método proposto conseguiu estimar o fasor da tensão da fase C após o período transitório teórico do método. Foi estimado 0,9441 pu antes da falta e 0,8099 depois da falta.

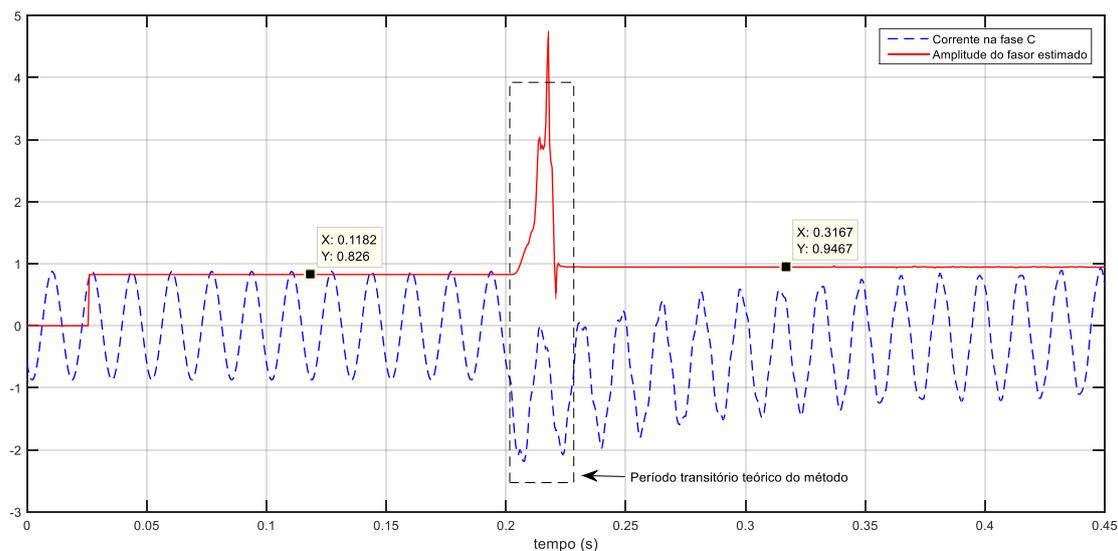
Para realizar a estimação da Figura 51 o algoritmo DTFT ESPRIT precisou fazer a estimação das frequências presentes no sinal, o que é muito relevante na análise do comportamento do sistema perante as imposições de falta feitas. Dessa forma, a Figura 52 mostra a estimação das frequências presentes no sinal de tensão da fase C para a falta descrita.



**Figura 52 – Simulação de falta a 500 km da Barra 1:  
frequência no sinal da fase C da Barra 1**

Para aplicar a estimação feita pelo algoritmo DTFT ESPRIT corretamente na análise das condições do sistema com a falta é necessário lembrar que o método proposto elimina os componentes gerais. Dessa forma, além do componente fundamental e harmônicos, a Figura 52 mostra que essa condição faz existir no sinal um componente extra, inter-harmônico, em torno de 251,6 Hz.

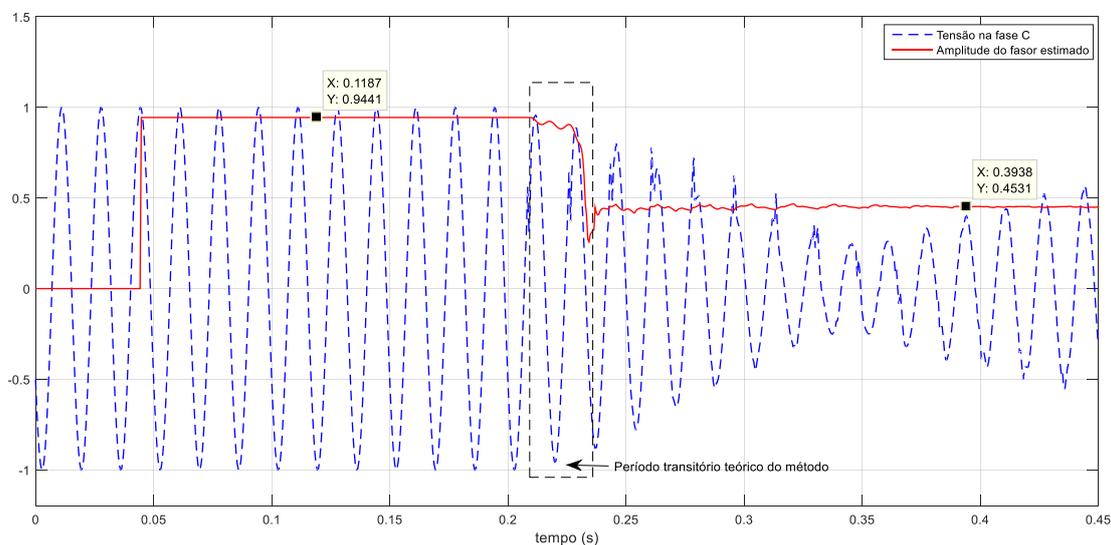
Finalmente, para esta análise, é conveniente plotar a estimação feita pelo método da corrente da fase C, como na Figura 53.



**Figura 53 – Simulação de falta a 500 km da Barra 1:  
corrente na fase C da Barra 1**

Para a Figura 53 o método proposto conseguiu estimar o fasor da corrente da fase C após o período transitório teórico do método. Foi estimado 0,826 pu antes da falta e 0,9467 depois da falta. A grande diferença entre o sinal da tensão e o sinal da corrente na fase C é que este último exibe um componente de decaimento CC exponencial além do inter-harmônico de 251,6 Hz. Mesmo na presença desses dois componentes extras (decaimento e inter-harmônico) o método conseguiu uma estimação efetiva do componente fundamental.

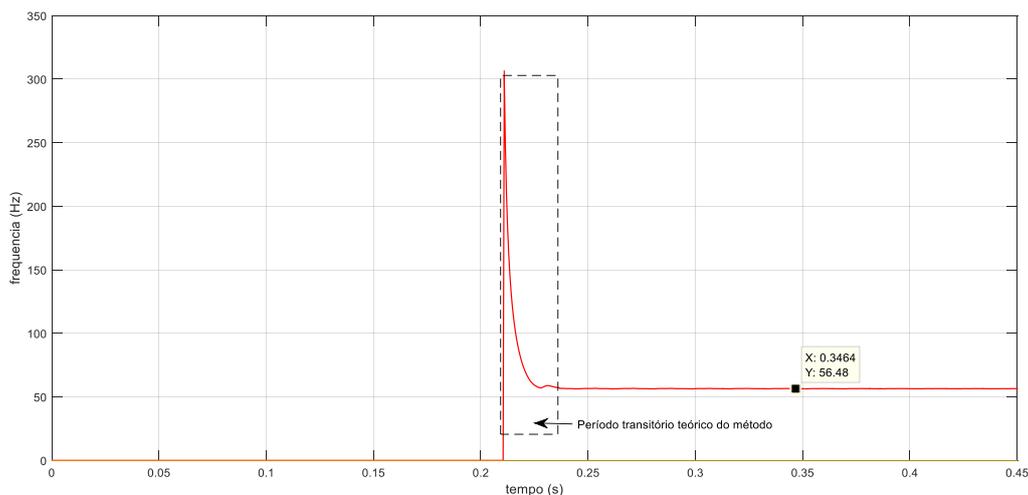
A Figura 54 mostra o sinal de tensão da fase C na Barra 1 do modelo, quando é produzida uma falta ABC a 2500 km dessa barra, e o sinal de estimação da amplitude do fasor do componente fundamental desse sinal.



**Figura 54 – Simulação de falta a 2500 km da Barra 1: tensão na fase C da Barra 1**

Para a Figura 54 o método proposto conseguiu estimar o fasor da tensão da fase C após o período transitório teórico do método. Foi estimado 0,9441 pu antes da falta e 0,4531 depois da falta. Este sinal de tensão exibe uma morfologia diferente daquele da Figura 51 devido ao componente extra que o compõe: um sub-harmônico variante no tempo. Mas, mesmo com esta variação (que se assemelha com aquelas produzidas por processos de modulação), o método proposto conseguiu estimar corretamente o fasor do componente fundamental.

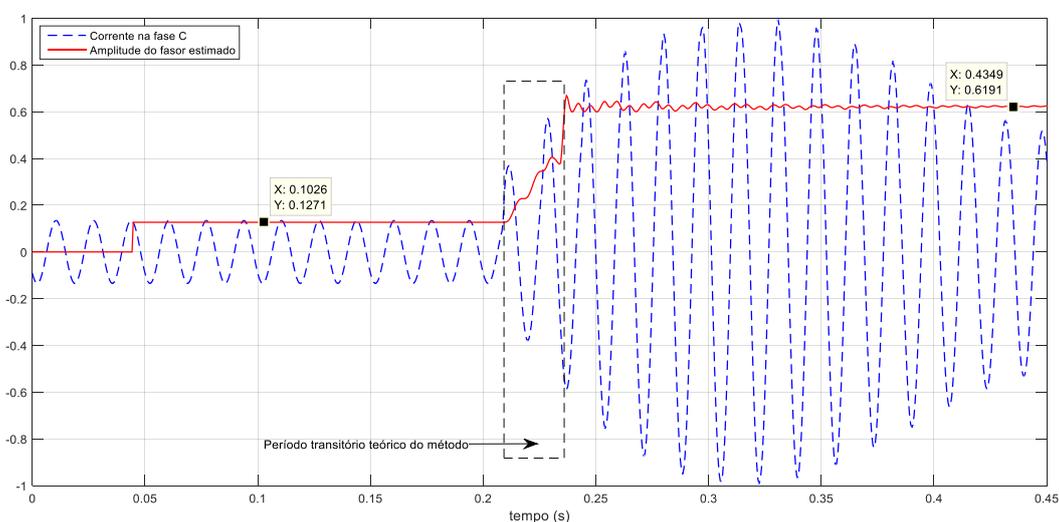
Para realizar a estimação da Figura 54 o algoritmo DTFT ESPRIT precisou fazer a estimação das frequências presentes no sinal. Dessa forma, a Figura 55 mostra a estimação das frequências presentes no sinal de tensão da fase C para a falta descrita.



**Figura 55 – Simulação de falta a 2500 km da Barra 1:  
frequência no sinal da fase C da Barra 1**

Além do componente fundamental e harmônicos, a Figura 52 mostra que a condição de falta a 2500 km da Barra 1 faz existir no sinal um componente extra, sub-harmônico, em torno de 56,48 Hz.

Finalmente, para esta análise, é conveniente plotar a estimação feita pelo método da corrente da fase C, como na Figura 56.



**Figura 56 – Simulação de falta a 2500 km da Barra 1:  
corrente na fase C da Barra 1**

Para a Figura 56 o método proposto conseguiu estimar o fasor da corrente da fase C após o período transitório teórico do método. Foi estimado 0,1271 pu antes da falta e 0,6191 depois da falta. Mais uma vez fica evidente a presença do componente sub-harmônico variante no tempo que já foi estimado em 56,48 Hz.

A referência [101] utilizou filtros de cosseno modificados e não obteve estimações satisfatórias, principalmente para aquelas relacionadas à falta a 2500 km da Barra 1. No método proposto, as simulações mostradas são os casos extremos de distâncias e todas as outras realizadas conseguiram resultados satisfatórios.

Finalmente, cabe destacar que foi necessário a inserção de um módulo de estimação da ordem do modelo. O próprio Matlab traz essas funções implementadas: “aictest” ou “mdltest”. Ambas estimam o número de componentes presentes no sinal utilizando, respectivamente, as técnicas *Akaike Information Criterion* (AIC) e *Minimum Discription Length* (MDL).

## 4.11. Conclusão

Este capítulo apresentou um método para a estimação fasorial do componente fundamental na presença de decaimento CC exponencial e inter-harmônicos variantes no tempo ou não.

Basicamente utiliza-se a estrutura do método apresentado no Capítulo 3, eliminando os componentes gerais e estabelecendo os parâmetros dos componentes extras. Neste caso, adiciona-se a estimação da frequência a partir dos métodos de subespaços.

Simulações mostraram que o algoritmo ESPRIT LS foi o que melhor se adaptou ao método proposto, com  $N = 32$  amostras por ciclo,  $J_p = 28$  amostras e  $M$  proporcional ao número de componentes, tal que  $M = 4K + 1$ .

A grande contribuição do trabalho é o processamento dos métodos de subespaços no domínio da frequência. Tal possibilidade poderá ser, inclusive, expandida para outras áreas. Isso é feito multiplicando o sinal de entrada por um vetor DTFT  $\mathbf{d}$  que mantém a estrutura de Vandermonde da matriz de covariância do sinal e, da mesma forma, o subespaço coberto, denominado de subespaço de sinal.

As simulações mostraram que o método é robusto para vários tipos de configuração dos componentes extras, embora possua pontos do espectro que não consegue realizar uma estimação eficiente devido à atuação da janela  $\mathbf{w}_0$  e aumento do erro com a variação da frequência do componente fundamental.

Conseguiu-se provar que a contribuição melhorou as respostas não só com relação à imunidade à ruídos, mas também com relação ao esforço computacional dos métodos presentes na literatura.

Finalmente, simulações com modelos construídos no ATP mostraram que o método tem a capacidade de estimar o fasor do componente fundamental em condições mais perto das condições reais, ao ser deparado com o problema de faltas em linhas de transmissão com pouco mais de meio comprimento de onda.

---

## **CAPÍTULO 5. Conclusão**

Esta Tese teve o objetivo de estimar o fasor do componente fundamental na presença de componentes harmônicos, inter-harmônicos, inter-harmônicos variantes no tempo, decaimento CC exponencial e ruído, sendo este objetivo resumido em seu título como MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO FASORIAL NA PRESENÇA DE FORMAS DE ONDA VARIANTES NO TEMPO.

### **5.1. Equacionamento do modelo dos sinais**

O primeiro passo foi descrever e equacionar cada um dos componentes que integrariam o modelo de sinal. Esses componentes foram divididos em dois grandes grupos. O primeiro foi composto pelo componente fundamental e componentes harmônicos e denominado de componentes gerais. O segundo foi composto pelos inter-harmônicos e decaimento CC exponencial e denominado de componentes extras. Tal didática foi adotada, pois os métodos propostos nos Capítulos 3 e 4 eliminam os componentes gerais e determinam a influência dos componentes extras no fasor do componente fundamental.

### **5.2. Influência dos transformadores de corrente**

Uma análise importante sobre a influência dos transformadores de corrente (TCs) foi feita ainda no Capítulo 1, porque esses equipamentos são essenciais na aquisição de sinais dos SEPs.

Concluiu-se que sempre que houver um componente de decaimento CC exponencial no sinal do primário do TC, no secundário será inserido outro desse componente devido à atuação da indutância de magnetização.

Os cálculos realizados determinaram que a influência dos TCs nos sinais primários que possuem decaimento CC exponencial aumenta a amplitude do decaimento entre 20 e 50% e insere um segundo componente com amplitude que poderá chegar a até 2,5 vezes o valor do componente fundamental. Além disso, foi mostrado que existe uma influência na morfologia do sinal resultante, que passa a ter um valor de pico proeminente.

### 5.3. Métodos de estimação fasorial

O segundo passo foi o estudo e descrição dos métodos de estimação fasorial e estimação de parâmetros senoidais presentes na literatura. Uma vez que os componentes além do fundamental podem afetar a qualidade das estimações, é necessário o uso de técnicas que consigam eliminar essa influência.

Algumas premissas foram estabelecidas para a escolha das técnicas: menor conhecimento possível das características do sinal a ser analisado, necessidade de eliminar os componentes harmônicos, necessidade em estimar os componentes extras, possibilidade de atuação em situações com componentes variantes no tempo. Foram escolhidos os algoritmos baseados nas transformadas de Fourier e métodos de subespaços baseando-se nessas necessidades e nas características dos próprios algoritmos. Isso porque o primeiro tem eficiência computacional, mas não consegue estimação efetiva do componente fundamental na presença dos componentes extras, devido a sua baixa resolução. Dado que tais componentes devam ter suas influências estimadas, a utilização de um entre aqueles que fazem parte dos métodos de subespaços é indicada, pois têm alta resolução, embora precise de processamentos preliminares para garantir a eficiência.

### 5.4. Estimação do componente fundamental na presença de componentes harmônicos, decaimento CC exponencial e ruídos

O primeiro método proposto nesta Tese teve o objetivo de estimar o componente fundamental mesmo o sinal contendo componentes harmônicos, decaimento CC exponencial e ruídos.

A partir desse momento, a divisão dos componentes nos grupos de componentes gerais e componentes extras pôde ser esclarecida, pois a metodologia básica consistiu em eliminar os componentes gerais e estimar a influência dos componentes extras no fasor relacionado à frequência fundamental. Neste caso específico, os componentes extras foram reduzidos ao decaimento CC exponencial.

A eliminação dos componentes gerais foi realizada através de um processo de janelamento e DTFT que pode ser de meio ou de um ciclo e uma vantagem da janela projetada foi a redução do esforço computacional, pois grande parte de seus coeficientes foram iguais a zero para meio ciclo. Os componentes diferentes de zero eram iguais em

módulo, tanto para a parte real quanto para a parte imaginária. Os coeficientes da janela de um ciclo tinham esta mesma característica de igualdade.

Outra característica importante foi o fato de o espectro da janela não ser simétrico, o que gerou coeficientes complexos. A implementação precisou levar em conta as partes real e imaginária desses coeficientes e da filtragem do sinal pela janela, estabelecendo processamento paralelo para cada uma das partes.

Uma vez projetada a janela, foi mostrado que a fase da DTFT do sinal janelado poderia ser usada para estimar a constante de tempo do decaimento CC exponencial através de uma tabela  $k_1$ . Mais que isso, foi mostrado também que o valor da constante de tempo junto com a DTFT do sinal janelado poderiam ser utilizados para estimar a influência dos componentes extras no fundamental através de uma tabela  $k_2$ .

Embora, inicialmente, tal influência tenha sido calculada utilizando-se duas tabelas, verificou-se que a constante de tempo poderia ser suprimida do processo e essa foi uma contribuição importante, pois melhorou o esforço computacional do método.

Outra contribuição foi a simulação em ponto fixo do método proposto. Utilizando as plataformas dSPACE e RTDS (simulador digital de transitórios eletromagnéticos em tempo real), através da metodologia *hardware in the loop*, foi possível ratificar o desempenho do método frente à uma simulação de modelos simplificados de linhas de transmissão.

Finalmente, cabe relatar que a estrutura do método proposto neste trabalho poderá ser utilizada para a detecção de faltas, como foi amplamente descrito e discutido em [100]. Neste trabalho, foi realizada uma revisão bibliográfica de vários métodos de detecção e estabelecido  $S_{w_0}^n(e^{j\omega_0})$  como a variável de indicação da ocorrência da falta. Basicamente, estabelece-se um limite máximo que ela pode ter e a partir da superação desse limite, o evento de falta é indicado.

### **5.5. Estimação do componente fundamental na presença de componentes harmônicos, inter-harmônicos, inter-harmônicos variantes de tempo, decaimento CC exponencial e ruídos**

Se no Capítulo 3 foi proposto um método para ser utilizado na estimação do componente fundamental em sinais com decaimento CC exponencial, no Capítulo 4 foi proposto um método para estimar o componente fundamental na presença de qualquer variação daquilo que foi generalizado como componentes extras.

Com a necessidade de estimar mais um parâmetro desses componentes, a frequência, foi necessária a utilização dos métodos de subespaços. Na verdade, o método de subespaço utilizado foi inserido no contexto metodológico do Capítulo 3. Essa inserção foi proposital uma vez que o janelamento imposto em conjunto com a DTFT poderia trazer vantagens na sua utilização.

Primeiro, a janela seguida pela DTFT elimina os componentes fundamental e harmônicos, o que reduziria a dimensão do subespaço de sinal, conseqüentemente do esforço computacional do método. Segundo é que os níveis de ruído são reduzidos, essencial para a aplicação do método de subespaços, principalmente para janelas menores.

A questão essencial seria saber se a inserção do janelamento e da DTFT não iria alterar a composição matricial do sinal a ser processado pelo método de subespaços em dois aspectos: o primeiro sendo a manutenção da matriz de Vandermonde, essencial para os algoritmos ESPRIT, e o segundo sendo os subespaços de sinais cobertos.

Como essas características foram mantidas, o método de subespaços pôde ser inserido no contexto do desenvolvimento proposto e se beneficiar das suas vantagens: redução da dimensão do subespaço de sinal e conseqüentemente do esforço computacional e redução da incidência de ruído.

Outra prerrogativa que foi atendida é o fato de o janelamento junto com a DTFT representar um espectro assimétrico no domínio da frequência, gerando coeficientes complexos, o que garantiu a possibilidade do cálculo da constante de tempo, seja do decaimento CC exponencial ou dos componentes inter-harmônicos variantes no tempo.

As simulações indicaram que o melhor método de subespaços a ser utilizado foi o ESPRIT LS. A decisão foi tomada analisando o esforço computacional junto com a imunidade a ruídos.

Essa associação entre o janelamento, a DTFT e o algoritmo ESPRIT, levando os dados a serem processados para o domínio da frequência foi denominado de DTFT ESPRIT.

Continuando no uso do DTFT ESPRIT para a estimação fasorial, uma vez calculadas as frequências e constantes de tempo, foi necessário o cálculo das amplitudes e fases dos componentes extras. A resolução de um sistema de equações através do algoritmo LS garantiu a estimação. O restante da implementação foi conforme o método já desenvolvido.

Simulações relacionadas à variação de SNR mostraram que o método proposto é passível de utilização, exibindo erros  $\varepsilon(\%)$  abaixo de 1% para amplitude e abaixo de 0,5% para a estimação da fase do componente fundamental em 40 dB.

Também, conseguiu-se mostrar pelas simulações que a utilização do DTFT ESPRIT em comparação com os outros métodos de subespaços tem desempenho muito superior, com relação a imunidade a ruídos e esforço computacional, sendo a única opção viável para esse tipo de aplicação.

Finalmente, o método foi testado com sinais de falta a partir de modelos de linhas de transmissão com pouco mais de meio comprimento de onda, construídos no ATP. Os resultados foram satisfatórios, ratificando o DTFT ESPRIT como um método viável para estimação e análise dos componentes dos sinais de tensão e corrente dos sistemas elétricos de potência.

## 5.6. Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros, o método precisa ser aprimorado e testado em alguns casos específicos, visando, principalmente:

- a redução do esforço computacional, para aplicações em tempo real e plataformas de custo o mais baixo possível;
- redução o tempo de convergência, para possibilidade de aplicações em tempo real;
- implementação em tempo real utilizando os sistemas dSPACE e RTDS para ratificação do método;
- testes em outros modelos e problemas reais, como os próprios sinais de falta em linhas com pouco mais de meio comprimento de onda, sinais de oscilação subsíncrona em sistemas e geradores, entre outras possibilidades.

---

## Referências Bibliográficas

- [1] – INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. *IEEE Std 519-1992: Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems*. 1992.
- [2] – ARRILLAGA, J.; SMITH, B. C.; WATSON, N. R.; WOOD, A. R. *Power System Harmonic Analysis*. 2ª Edição. Inglaterra: John Wiley & Sons Ltd, 2003.
- [3] – INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. *IEC 61000-2-1-1990: Electromagnetic Compatibility*. 1990.
- [4] – GUNTHER, E. W. Interharmonics in power systems. In: IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, 2001. Vancouver, Canadá. V. 2, p. 813-817.
- [5] – TESTA, A.; LANGELLA R. Power System Subharmonics. In: IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2005. V. 3, p. 2237-2242.
- [6] – CHEN, C-I; CHANG, G. W. Virtual Instrumentation and Educational Platform for Time-Varying Harmonic and Interharmonic Detection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. V. 57, n. 10, p. 3334 - 3342. Outubro de 2010.
- [7] – PETROVIC, P. B.; STEVANOVIC, M. R. Digital Processing of Synchronously Sampled AC Signals in the Presence of Interharmonics and Subharmonics. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. V. 56, n. 6, p. 2584-2598. Dezembro de 2007.
- [8] – SANTOSO, S.; HANSEN, D. Practical Solutions for Broadband and Time-Varying Interharmonic Problems. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 22, n. 2, p. 1228-1234. Abril de 2007.
- [9] – PRATES, M. O.; ALMEIDA, P. M.; SILVA, L. R. M.; DUQUE, C. A.; SILVEIRA, P. M.; CERQUEIRA, A. S.; RIBEIRO, P. F. Characterization of Electronic Converters by Time-Varying Harmonic Phasors and Waveforms. In: IEEE International Conference on Harmonics and Quality of Power, 15, 2012. Hong Kong. P. 281-287.
- [10] – SUBSYNCHRONOUS RESONANCE WORKING GROUP OF THE SYSTEM DYNAMIC DESEMPENHO SUBCOMMITTEE. Reader's Guide to Subsynchronous Resonance. *IEEE Transactions on Power Systems*. V. 7, n. 1, p. 150-157. Fevereiro de 1992.
- [11] – GHARTEMANI, M. K.; KARIMI, H. A Method for Analysis of Harmonics and Inter-Harmonics. In: IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems, 48, 2005. V.1, p. 32-35.
- [12] – LEONOWICZ, T. L. Z.; REZMER, J.; SCHEGNER, P. High-Resolution Spectrum-Estimation Methods for Signal Analysis in Power Systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. V. 55, n.1, p. 219-225. Fevereiro de 2006.
- [13] – JAIN, S. K.; SINGH, S. N.; SINGH, J. G. An Adaptive Time-Efficient Technique for Harmonic Estimation of Nonstationary Signals. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. V. 60, n. 8, p. 3295-3303. August 2013.
- [14] – MEDINA, A.; SEGUNDO-RAMIREZ, J.; RIBEIRO, P.; XU, W.; LIAN, K. L.; CHANG, G. W.; DINAHAHI, V.; WATSON, N. R. Harmonic Analysis in Frequency

and Time Domain: IEEE Task Force on Harmonics Modeling and Simulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 28, n. 3. Julho de 2013.

[15] – BRACALE, A.; CARPINELLI, G.; LAURIA, D.; LEONOWICZ, Z.; REZMER, T. L. J. On Some Spectrum Estimation Methods for Analysis of Non-stationary Signals in Power Systems Part I: Theoretical Aspects. In: IEEE International Conference on Harmonics and Quality of Power, 11, 2004. P. 266-271.

[16] – GALLO, D.; LANGELLA, R.; TESTA, A. Desynchronized Processing Technique for Harmonic and Interharmonic Analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 19, n. 3, p. 993-1001. Julho de 2004.

[17] – CARPINELLI, G.; RIBEIRO, P.; TESNA, A. Probabilistic and Time-Frequency Aspects of Time Varying Waveforms in Power Systems. In: IEEE Power System Conference and Exposition, 2006. Atlanta, EUA. P. 246-251.

[18] – BAGHZOUZ Y.; BURCH, R. F.; CAPASSO, A.; CAVALLINI, A.; EMANUEL, A. E.; HALPIN, M.; IMECE, A.; LUDBROOK, A.; MONTANARI, G.; OLEJNICZAK, K. J.; RIBEIRO, P.; RIOS-MARCUELLO S.; TANG, L.; THALLAM, R.; VERDE, P. Time-Varying Harmonics: Part I – Characterizing. Probabilistic Aspects Task Force of the Harmonics Working Group Subcommittee. *IEEE Transactions on Power Delivery*, V. 13, n. 3, p. 938-944. Julho 1998.

[19] – GHARTEMANI, M. K.; IRAVANI, M. R. Measurement of Harmonics/Inter-harmonics of Time-Varying Frequencies. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 20, n. 1, p. 23-31. Janeiro de 2005.

[20] – GU, YH; BOLLEN, H. J. Time-Frequency and Time-Scale Domain Analysis of Voltage Disturbances. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 15, n. 4, p. 1279-1284. Outubro de 2000.

[21] – DUQUE, C. A.; SILVEIRA, P. M.; BALDWIN, T.; RIBEIRO, P. F. Novel method for tracking time-varying power harmonic distortion without frequency spillover. In: Proceedings of IEEE Power and Energy Society General Meeting: Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008. Pittsburgh, EUA. P. 1 – 6.

[22] – GUO, Y.; KEZUNOVIC, M.; CHEN, D. Simplified algorithms for removal of the effect of exponentially decaying dc-offset on the fourier algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 18, n. 3, p. 711–717. Julho de 2003.

[23] – CHO, Y. S.; Lee, C. K.; Jang, G.; Lee, H. J. An innovative decaying dc component estimation algorithm for digital relaying. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 24, n. 1, p. 73–78. Janeiro de 2009.

[24] – BENUMOUYAL G. Removal of DC-offset in current waveforms using digital mimic filtering. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 10, n. 2, p. 621–630. Abril de 1995.

[25] – SIDHU, T. S.; ZHANG, X.; BALAMOUGAN, V. A New Half-Cycle Phasor Estimation Algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 20, n. 2, p. 1299-1305. April 2005.

[26] – PHADKE, A.G.; THORP, J. S.; ADAMIAC, M.G. A New Measurement Technique for Tracking Voltage Phasors System Frequency and rate of Change os Frequency. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. V. PAS-102, n. 5, p. 1025-1038. Maio de 1983.

- [27] – YU, C. S. A Discrete Fourier Transform-Based Adaptive Mimic Phasor Estimator for Distance Relaying Applications. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 21, n. 4, p. 1836-1846. Outubro de 2006.
- [28] – SIDHU, T.S.; ZHANG, X.; ALBASRI, F.; SACHDEV, M. S. Discrete-fourier-transform-based technique for removal of decaying dc offset from phasor estimates. *IEEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*. V. 150, n. 6, p. 745–752. Novembro de 2003.
- [29] – HOROWITZ, S. H. AND PHADKE, A. G. *Power System Relaying*. 3ª Edição. Inglaterra: John Wiley & Sons Ltd., 2008.
- [30] – YU, C. S. Detection and Correction of Saturated Current Transformer Measurements Using Decaying DC Components. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 25, n. 3, p. 1340-1347. Julho de 2010.
- [31] – HOOSHYAR, A.; PASAND, M. S. Accurate Measurement of Fault Currents Contaminated With Decaying DC Offset and CT Saturation. *IEEE Transactions On Power Delivery*. V. 27, n. 2, p. 773-783. Abril de 2012.
- [32] – IBRAHIM, M. N.; ZIVANIVIC R. Impact of CT Saturation on Phasor Measurement Algorithms: Uncertainty and Sensitivity Study. In: IEEE International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power System, 11, 2010. Singapore. P. 728-733.
- [33] – INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. *IEEE Std C37: IEEE Guide for the Application of Current Transformers Used for Protective Relaying Purposes*. 1996.
- [34] – INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. *IEEE Std C57: IEEE Guide for the Application of Current Transformers Used for Protective Relaying Purposes*. 1996.
- [35] – CHEN, C. I.; CHEN, Y. C. Comparative Study of Harmonic and Interharmonic Estimation Methods for Stationary and Time-Varying Signals. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. V. 61, n. 1, p. 397-404. Janeiro de 2013.
- [36] – LOBOS, T.; LEONOWICZ, Z.; REZMER, J.; SCHEGNER, P. High-Resolution Spectrum-Estimation Methods for Signal Analysis in Power Systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. V. 55, n. 1, p. 219-225. Fevereiro de 2006.
- [37] – JAIN, S. K.; SINGH, S. N. Fast Harmonic Estimation of Stationary and Time-Varying Signals Using EA-AWNN. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. V. 62, n. 2, p. 335-343. Fevereiro de 2013.
- [38] – GOLD, B.; JORDAN JR, K. L. A Note on Digital Filter Synthesis. *Proceedings of the IEEE*. V. 56, n. 10, p. 1717-1718. Outubro de 1968.
- [39] – DUNLAP, S.; BEGOVIC, M.M. State Tracking in Power Systems Using DFT-Prony's Method. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1993. Chicago, EUA. V. 4, p. 2192-2194.
- [40] – HELMS, H. D. Fast Fourier transform method of computing difference equations and simulating filters. *IEEE Transactions on Audio Electroacoustic*. V. AU-15, pp. 85-90. Junho de 1967.
- [41] – GUO, Y.; KEZUNOVIC, M.; CHEN, D. Simplified algorithms for removal of the effect of exponentially decaying dc-offset on the fourier algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 18, n. 3, p. 711–717. Julho de 2003.

- [42] – INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. *IEC 61000-4-7-2002: Testing and Measurement Techniques—General Guide on Harmonics and Inter-harmonics Measurements and Instrumentation, for Power Supply Systems and Equipment Connected Thereto*. 2002.
- [43] – RIBEIRO, P. F. A Novel Way for Dealing with Time-Varying Harmonic Distortions: The Concept of Evolutionary Spectra. In: IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2003. V. 2, p. 1151-1153.
- [44] – CARVALHO, J. R.; DUQUE, C. A.; BALDWIN, T. L.; RIBEIRO, P. F. A DFT-Based Approach for Efficient Harmonic/Inter-Harmonic Analysis under Time-Varying Conditions. In: IEEE Power and Energy Society General Meeting – Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008. Pittsburgh, EUA. P. 1 – 7.
- [45] – GALLO, D.; LANGELLA, R.; TESTA, A. On the processing of harmonics and interharmonics in electrical power systems. In: Proceedings of IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2000. Singapura. V. 3, p. 1581-1586.
- [46] – KANG, S. H.; LEE, D. G.; NAM, S. R.; CROSSLEY, P. A.; KANG, Y. C. Fourier transform-based modified phasor estimation method immune to the effect of the dc offsets. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 24, n. 3, p. 1104–1111. Julho de 2009.
- [47] – CHO, Y. S.; LEE, C. K.; JANG, G.; LEE, H. J. An innovative decaying dc component estimation algorithm for digital relaying. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 24, n. 1, p. 73–78. Janeiro de 2009.
- [48] – YU, C. S.; CHEN, W. H. Removing decaying dc component in fault currents via a new modify discrete fourier algorithm. In: IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2005. V. 1, p. 728–733.
- [49] – XUE, X.; LIANG, R.; LIU, J. MA, C. Improved fourier algorithm applied in the high-voltage complex protection apparatus. In: IEEE International Conference on Automation and Logistics, 2008. P. 1442–1446.
- [50] – LEE, D. G.; KANG, S. H.; NAM, S. R. New modified fourier algorithm to eliminate the effect of the dc offset on phasor estimation using dft. In: IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition, 2008. P. 1–6.
- [51] – CHEN, C. S.; LIU, C. W.; JIANG, J. A. Application of combined adaptive fourier filtering technique and fault detector to fast distance protection. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 21, n. 2, p. 619–626. April de 2006.
- [52] – GU J. C.; YU, S. L. Removal of DC offset in Current and Voltage Signals Using a Novel Fourier Filter Algorithm. *IEEE Transactions Power Delivery*. V. 15, n. 1, p. 73-79. Janeiro de 2000.
- [53] – ROSOŁOWSKI, E.; IZYKOWSKI, J.; KASZTENNY, B. Adaptive measuring algorithm suppressing a decaying dc component for digital protective relays. *Electric Power Systems Research*. V. 60, n. 2, p. 99 – 105. 2001.
- [54] – BALAMOUGAN, V.; SIDHU, T. A new filtering technique to eliminate decaying dc and harmonics for power system phasor estimation. In: IEEE Power India Conference. 2006.
- [55] – CHEN, Z.; NOWROUZIAN, B.; ZAROWSKI, C. J. Cramer-Rao Lower Bound for Harmonic and Subharmonic Estimation. In: IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2006. Toulouse, França. V. 3, p. III-81 – III-84.

- [56] – YU, C. S. A reiterative dft to damp decaying dc and subsynchronous frequency components in fault current. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 21, n. 4, p. 1862–1870. Outubro de 2006.
- [57] – TREES, H. L. V. *Optimum Array Processing*. EUA. John Wiley & Sons Ltd, 2002.
- [58] – ROY, R.; KAILATH, T. ESPRIT-Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. V. 37, n. 7, p. 984-995. Julho de 1989.
- [59] – GU, I.Y-H.; BOLLEN, M. H. J. Estimating Interharmonics by Using Sliding-Window ESPRIT. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 23, n. 1, p. 13-23. Janeiro de 2008.
- [60] – SOUTO, G. *Decomposição em Valores Singulares*. Florianópolis: UFSC, 2000. 64p.
- [61] – ROY, R.; PAULRAJ, A.; KAILATH, T. ESPRIT-A Subspace Rotation Approach to Estimation of Parameters of Cisoids in Noise. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. V. Assp-34, n. 5, p. 1340-1342. Outubro de 1986.
- [62] – OTTERSTEN, B.; VIBERG, M.; KAILATH, T. Desempenho Analysis of the Total Least Squares ESPRIT Algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*. V. 39, n. 5, p. 1122-1135. Maio de 1991.
- [63] – KAVEH, M.; BARABELL, A. The statistical desempenho of the MUSIC and the Minimum-norm algorithms in resolving plane waves in noise. *IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing*. V. 34, n. 2, p. 331-341. Abril de 1986.
- [64] – PORAT, B.; FRIEDLANDER, B.; Analysis of the asymptotic relative efficiency of the MUSIC algorithm. *IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing*. V. 36, n. 4, p. 532-544. Abril de 1988.
- [65] – SWINDLEHURST, A.; KAILATH, T. A performance analysis of subspace-based methods in the presence of model erros – Part I : The MUSIC algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*. V. 40, n. 7, p. 1758-1774. Julho de 1992.
- [66] – FOLTZ, J.; SPANIAS, A.; BANAVAR, M. K. *Narrowband Direction of Arrival Estimation for Antenna Arrays*. EUA. Morgan & Claypool, 2008.
- [67] – PAINE, A. S. Fast MUSIC for large 2-D element digitised phased array radar. In: *Proceedings of the International Radar Conference, 2003*. P. 200 – 205.
- [68] – SWINDLEHURST A. L.; OTTERSTEN, B.; ROY, R.; KAILATH, T. Multiple Invariance ESPRIT. *IEEE Transactions on Signal Processing*. V. 40, n. 4, p. 867-881. Abril de 1992.
- [69] – BARABELL, J. Improving the Resolution Performance of Eigenstructure-based Direction Finding Algorithms. *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1983*. P. 336–339.
- [70] – OTTERSTEN, B.; KAILATH, T. Direction-of-Arrival Estimation for Wide-Band Signals Using the ESPRIT Algorithm. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. V. 38, n. 2, p. 317-327. Fevereiro de 1990.
- [71] – PETROVIC, P. B.; STEVANOVIC, M. R. Digital Processing of Synchronously Sampled AC Signals in the Presence of Interharmonics and Subharmonics. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. V. 56, n. 6, p. 2584-2598. Dezembro de 2007.

- [72] – ROY, R.; OTTERSTEN B; SWINDLEHURST A. L.; KAILATH, T. Multiple Invariance ESPRIT. In: IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 22, 1988. V. 2, p. 583-587.
- [73] – STROBACH, P. Bi-Iteration Multiple Invariance Subspace Tracking and Adaptive ESPRIT. *IEEE Transactions on Signal Processing*. V. 48, n. 2, p. 442-456. Fevereiro de 2000.
- [74] – XU, G.; SILVERSTEIN, S. D.; ROY, R. H.; KAILATH, T. Beamspace ESPRIT. *IEEE Transactions on Signal Processing*. V. 42, n. 2, p. 349-356. Fevereiro de 1994.
- [75] – SILVERSTEIN, S. D.; ENGELER, W. E.; TARIDIF, J. A. Parallel architectures for multirate superresolution spectrum analyzers. *IEEE Transactions on Circuits Systems*. V. 38, n. 4, p. 449-453. Abril de 1991.
- [76] – ZOLTOWSKI, M. D.; HAARDT, M.; MATHEWS, C. P. Closed-Form 2-D Angle Estimation with Rectangular Arrays in Element Space or Beamspace via Unitary ESPRIT. *IEEE Transactions on Signal Processing*. V. 44, n. 2, p. 316-328. Fevereiro de 1996.
- [77] – ZOLTOWSKI, M. D.; KAUTZ, G. M.; SILVERSTEIN, S. D. Beamspace ROOT-MUSIC. *IEEE Transactions on Signal Processing*, V. 41, n. 1, p. 344-364. Fevereiro de 1993.
- [78] – HAARDT, M.; NOSSEK, J. A. Unitary ESPRIT: How to Obtain Increased Estimation Accuracy with a Reduced Computational Burden. *IEEE Transactions on Signal Processing*. V. 43, n. 5, p. 1332-1342. Maio de 1995.
- [79] – GÖTZE, J.; HAARDT, NOSSEK, J. A. Subspace Estimation Using Unitary Schur-Type Methods. In: International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1995. V. 2, p. 1153-1156.
- [80] – GERSHMAN, A.B; STOICA, P. MODE with extra-roots (MODEX): a new DOA estimation algorithm with an improved threshold desempenho. In: IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1999. V. 5, p. 2833-2836.
- [81] – CHEN, C. I.; CHANG, G. W. Virtual Instrumentation and Educational Platform for Time-Varying Harmonic and Interharmonic Detection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. V. 57, n. 10, p. 3334-3342. Outubro de 2010.
- [82] – JAIN, S. K.; SINGH, S. N. Exact Model Order ESPRIT Technique for Harmonics and Interharmonics Estimation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. V. 61, n. 7, p. 1915-1923. Julho de 2012.
- [83] – LIU, K. J. L.; O'LEARY D. P.; STEWART, G. W.; WU, Y. J. J. URV ESPRIT for Tracking Time-Varying Signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*. V. 42, n. 12, p. 3441-3448. Dezembro de 1994.
- [84] – STROBACH, P. Fast Recursive Subspace Adaptive ESPRIT Algorithms. *IEEE Transactions on Signal Processing*. V. 46, n. 9, p. 2413-2430. Setembro de 1998.
- [85] – SERNA, J. A. DE LA O. New Theory for Phasor Measurement. In: Instrumentation and Measurement, Technology Conference, 2002. Anchorage, EUA.
- [86] – SERNA, J. A. DE LA O., Phasor Estimation from Phasorlets. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. V. 54, n. 1, p. 134-143. Fevereiro de 2005.
- [87] – REN, J.; KEZUNOVIC, M. Elimination of dc offset in accurate phasor estimation using recursive wavelet transform. In: IEEE Bucharest PowerTech, 2009. P. 1-5.

- [88] – GIRGIS, A.; BROWN, R. Application of kalman filtering in computer relaying. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. V. PAS-100, n. 7, p. 3387–3397. Julho de 1981.
- [89] – CHEN, C. I.; CHANG, G.W.; HONG, R. C. Extended Real Model of Kalman Filter for Time-Varying Harmonics Estimation. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 25, n. 1, p. 17-26. Janeiro de 2010.
- [90] – PRADHAN, A. K.; ROUTRAY, A.; SETHI, D. Voltage Phasor Estimation Using Complex Linear Kalman Filter. In: Eighth IEE International Conference on Developments in Power System Protection, 2004. V. 1, p. 24-27.
- [91] – D’APUZZO, M.; D’ARCO, M. A. Time-Domain Approach for the Analysis of Nonstationary Signals in Power Systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. V. 57, n. 9, p. 1969-1977. Setembro de 2008.
- [92] – OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. *Discrete-time Signal Processing*. 3ª Edição. Prentice Hall. Nova Jersey, EUA. 1989.
- [93] – REAL TIME DIGITAL SIMULATOR. Disponível em: <http://www.rtds.com>. Manitoba, Canada. Acesso em: agosto de 2012.
- [94] – GRONO, A. J. Synchronizing Generators with HITL Simulation. *IEEE Computer Application in Power*. V. 14, p. 43 – 46. Outubro de 2001.
- [95] – RIBERIO, P. F. Real-Time Simulation of Time-Varying Harmonics. In: LUI, Y.; STEUNER, M.; RIBEIRO, P. F. *Time-Varying Waveform Distortions in Power Systems*. IEEE-Wiley Press. Chapter 18, p. 211-216. 2010.
- [96] – DSPACE. Disponível em <http://www.dspace.com>. Paderborn, Alemanha. Acesso em: agosto de 2012.
- [97] – YU, C-S.; LIU, C-W.; YU, S-L.; JIANG, J-A. A New PMU-Based Fault Location Algorithm for Series Compensated Lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 17, n. 1, p. 33-36. Janeiro de 2002.
- [98] – BOLLEN, M.; STYVAKTAKIS, E.; GU, I. Y. H. Categorization and analysis of power system transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*. V. 20, n. 3, p. 2298-2306. Julho de 2005.
- [99] – VIANELLO, R. *Estimação de Fasores na Presença de Harmônicos, Decaimento CC Exponencial e Inter-Harmônicos Exponencialmente Amortecidos*. 2010. 81 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora. 2010.
- [100] – OLIVEIRA, A. D.; SILVA, L. R. M.; ALEIXO, R. R.; DUQUE, C. A.; CERQUEIRA, A. S. Detecção de Faltas em Linhas de Transmissão com Compensação Série. In: Congresso Brasileiro de Automática, XIX, 2012. Campina Grande – PB.
- [101] – KÜSEL, B. F.; SILVA, K. M.; MOLAS, E. C. Análise da Estimação de Fasores em Sinais Provenientes de Faltas em Linhas de Transmissão com Pouco mais de Meio Comprimento de Onda. In: Congresso Brasileiro de Automática, XIX, 2012. Campina Grande – PB.