Razão como taxa:
Uma proposta de ensino para
a sala de aula de matemática

Marilia Rios de Paula

Juiz de Fora (MG)

Outubro, 2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Marilia Rios de Paula

Razão como taxa:
Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática

Orientador: Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)
Outubro, 2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

Pós-Graduação em Educação Matemática

Mestrado Profissional em Educação Matemática

Marilia Rios de Paula

Razão como taxa:
Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática

Orientador: Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)

Outubro, 2012

Marilia Rios de Paula

Razão como taxa:

Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

____
Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva - UFJF
Orientador

____
Prof(a). Dr(a). Viviane Cristina Almada de Oliveira – UFSJ

____
Prof(a). Dr(a). Maria Cristina Araújo de Oliveira – UFJF

Juiz de Fora, 26 de outubro de 2012.

Paula, Marilia Rios de.

Razão como taxa: uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática / Marilia Rios de Paula. – 2012.
80f. : il.

Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática)– Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Ensino fundamental. I. Título.

CDU 51:37.02

A minha mãe, por sua incessante luta

na minha criação e formação.

Exemplo de vida e mulher.

Agradecimentos

Agradeço a todos que contribuíram na elaboração deste trabalho, em particular,

A Deus

Ao Prof. Amarildo Melchiades da Silva, pelo incentivo, amizade, dedicação e paciência com que realizou a tarefa de orientador.

À minha família pela confiança depositada em mim em todos os momentos, em especial minha mãe e irmãs, Ana Maria, Mariana e Rafaela, por estarem sempre ao meu lado em todos os momentos e serem toda a minha força.

Ao prof. Marco Aurelio Kistemann Jr e sua esposa Elainy, por todos os momentos de incentivos e motivação, sem os quais, eu não estaria onde estou.

Aos docentes e colaboradores do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática – UFJF, em especial, as professores Maria Cristina Araújo de Oliveira, por sua presente participação na minha formação enquanto pesquisadora, e a Regina Kopke, por sua energia contagiante e dedicação.

Às professoras Maria Cristina Araújo de Oliveira e Viviane Cristina Almada de Oliveira, por aceitarem fazer parte da banca de qualificação e defesa dando contribuições fundamentais.

À professora Maria Helena Marques Loth, por sua disposição em me ajudar e por ser um exemplo a ser seguido de professora.

Aos colegas da turma 2010, em especial meus amigos Dione, Luciano, Thales e Reginaldo, por todos os encontros, discussões e risadas que deram cor e vida a esses quase 3 anos juntos. Nunca vou esquecer vocês!

Às minhas Tias Cida e Lurdinha, por serem exemplos de professoras e de grande valia na escolha da minha profissão.

À minha prima Vanessa e aos amigos Gabriela, Waleska, Morgana, Laila, Paulinha, Patrick e Thiago por toda dedicação e amor que me foi empregado.

Aos meus amigos de infância Douglas, Luiziana, Natalia e Ricardo, por me apoiarem sempre e muito.

Ao meu namorado, Erik Manuci, por sua compreensão e dedicação durante o final desse trabalho.

Ao meu professor Alexandre Fonseca, que durante o ensino médio, me ensinou a questionar e serviu de inspiração para que hoje, eu me tornasse também professora.

E a todos os professores que possibilitam a minha aprendizagem desde a minha infância.

O essencial é saber ver, mas isso, triste de nós que trazemos a alma vestida, isso exige um estudo profundo, aprendizagem de desaprender.

Eu prefiro despir-me do que aprendi, eu procuro esquecer-me do modo de lembrar que me ensinaram e raspar a tinta com que me pintaram os sentidos, desembrulhar-me e ser eu.

(Alberto Caeiro adaptado por Abujamra)

Resumo

A presente pesquisa discute o ensino de razão como taxa enquanto parte da formação matemática dos estudantes do ensino fundamental. Nossa investigação tem como base teórica o Modelo dos Campos Semânticos que nos permitiu, através de seus pressupostos, o desenvolvimento da pesquisa de campo e do produto educacional. O estudo teve como objetivo investigar o ensino do tema razão como taxa na sala de aula de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental através da inserção de tarefas que estimulassem a produção de significados dos estudantes. O Produto Educacional, produzido a partir da pesquisa, resultou em um texto, voltado para o professor, sobre o tema Razão como taxa, indicando a importância do tema e sugerindo tarefas que podem ser utilizadas em salas de aula e em atividades de ensino.

Palavras - chave: Educação Matemática. Pensamento Proporcional. Produção de Significados. Matemática no Ensino Fundamental. Razão como taxa.

Abstract

This research discusses the teaching rate as tax as part of students ' mathematics education in elementary school. Our research is based on the theoretical Model of Semantic Fields which allowed us, through its assumptions, the development of field research and educational product. The study aimed to investigate the teaching of the subject rate as tax in the classroom of the 9th math grade by inserting tasks that stimulate the production of meanings of students. The Educational Product, produced from the survey, resulted in a text for the teacher, on the topic of Rate as Tax, indicating the importance of the subject and suggesting tasks that can be used in classrooms and in teaching activities.

Keywords: mathematics education. Proportional Thinking. Production of Meanings. Mathematics in elementary school. Rate as Tax

Lista de Figuras

Lista de siglas

Modelo dos Campos Semânticos .... MCS

Parâmetros Curriculares Nacionais .... PCNs

National Council of Teachers of Mathematics .... NCTM

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa surge com nosso interesse em desenvolver um trabalho com relação às noções de fração, proporção, razão e razão como taxa, que são representações que apresentam um grande desafio para os alunos e professores. Observamos na nossa prática que é difícil encontrar um professor que não se questione durante sua prática sobre a dificuldade dos alunos em aprender e utilizar as frações com os distintos significados que podem ser produzidos. Enquanto professora, observamos ser esse um dos temas que mais causa dúvida nos alunos, muitos deixam de estudar outros conteúdos pelo simples fato deles se relacionarem a frações.

Durante nossas pesquisas observamos que seria esse um tema muito abrangente, optamos então, por trabalhar com razões, mais especificamente, com razões como taxa.

A predileção por esse tema surgiu com nossa vivência como professora em observarmos uma falta de tarefas ou abordagens sobre o assunto, para que o professor pudesse utilizar em aula. A importância do tema se faz dentro e fora das salas de aula, pois a produção de significados para razão compõe o pensamento proporcional, que a nosso ver, é uma das questões mais significativas da matemática escolar.

Por mais que os professores observem em sua rotina que as frações são um obstáculo para o aluno, raramente sabemos lidar com essa situação. A dificuldade dos alunos em lidar com frações se tornou um jogo de “empurra”, no qual, observando a partir de nossa experiência, os professores procuram sempre um culpado para o fato do aluno não saber aquele determinado conhecimento.

Acreditamos ser esse um tema que possibilite ao professor explorar várias formas de produção de significado em sala de aula, por isso, nosso projeto representa um estudo local na aritmética escolar, mas com objetivo de formar uma ampla visão do que acontece em sala de aula, informando ao professor a relevância desse conteúdo.

Optamos aqui por apresentar ao professor uma forma de agir, um meio, para que ele se sinta mais legitimado ao tratar desse assunto. Não estamos dizendo que esse trabalho traz a solução dos problemas de razão como taxa; pelo contrário, por acreditarmos que esse problema se trata de um processo é que realizamos essa pesquisa, voltada para informar o professor sobre esse tema.

Em outras palavras, as questões de investigação dessa pesquisa são postas da forma como serão descritas nos parágrafos seguintes.

A questão principal de nossa pesquisa será a de investigar sobre o ensino de razão como taxa, na parte da formação matemática dos estudantes do ensino fundamental.

A segunda questão, que é parte da anterior, se faz na apresentação de protótipos de tarefas relacionadas ao tema razão como taxa, para uso em sala de aula de matemática.

O produto educacional resultante da pesquisa pretende reunir as duas questões de pesquisa, de modo a informar aos professores sobre a importância do tema e sua possível utilização em sala de aula.

Para atender as nossas questões de investigação tomamos como referencial teórico o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), apresentado por Lins (1999, 2001, 2004, 2005) e presente em Silva (2003).

Esperamos que nosso referencial teórico também sirva como exemplo aos professores da importância de se ter uma teoria que possa ser utilizada em sua prática, para que possamos trocar os posicionamentos do censo comum por ações referenciadas teoricamente.

Observamos a necessidade do esclarecimento dessas noções de significado e produção de significado do MCS para informar ao leitor o que estamos querendo dizer quando ela aparece.

Segundo Silva (2003), a noção de significado de um objeto, deve ser entendida como aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre um objeto no interior de uma atividade. Como consequência, dizer que um sujeito produziu significados é dizer que ele produziu ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade. Além disso, produzir significados não se refere a tudo o que numa dada situação o sujeito poderia ou deveria dizer de um objeto e sim o que ele efetivamente diz sobre aquele objeto no decorrer daquela atividade.

Observa-se que o significado não está ligado a conhecimentos que o aluno não possui, e sim, ao que ele sabe, vê e constitui como seu conhecimento em relação a um determinado assunto.

Com esses objetivos, e referencial teórico, nosso trabalho se apresenta em seis capítulos.

No primeiro capítulo foi realizada uma revisão de literatura que apresenta alguns pontos que nos foram de muita valia na identificação do que seria interessante para nosso projeto de pesquisa. A relação que existe entre as noções de fração, razão, razão como taxa e proporção nos sugerem considerá-las em nossa revisão, pois podemos relacionar algumas concepções de autores e ter uma observação mais abrangente do que tem sido estudado e pensado sobre elas.

No segundo capítulo, após a revisão da literatura, focaremos no entendimento sobre razão como taxa e pensamento proporcional com o objetivo de pontuar melhor nossa questão de investigação.

O terceiro capítulo tem o objetivo de apresentar a nossa questão de investigação, baseada em nossa experiência profissional, nosso interesse de pesquisa, e parte de nosso referencial teórico. Devemos observar a importância do nosso referencial teórico, pois a partir dele, é que surgiram nossas questões de investigação, pois compartilhamos com ele uma visão diferenciada da sala de aula.

Já no quarto capítulo, apresentamos nossa metodologia para a criação de um texto informativo para o professor sobre o conceito de razão como taxa e sobre como se deu nossa pesquisa com relação aos protótipos de tarefas que compõem o produto educacional deste trabalho.

No quinto capítulo, comentaremos nossa pesquisa de campo que foi realizada com a aplicação das tarefas e nossa análise da produção de significados desses alunos para essas tarefas, feita com base nos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos.

E no sexto capítulo, apresentamos algumas de nossas considerações finais sobre a pesquisa.

A REVISÃO DE LITERATURA

Nesse capítulo de revisão de literatura, apresentaremos alguns pontos que nos foram de muita valia na identificação do que seria interessante para nosso projeto de pesquisa.

A relação existente entre as noções de fração, razão, razão como taxa e proporção nos sugerem que devemos considerá-las em nossa revisão de literatura, pois podemos relacionar algumas concepções de autores e ter uma observação mais abrangente do que tem sido estudado e pensado sobre frações. Observamos também, que a fração abrange distintos conteúdos matemáticos, por isso, em nossa revisão abordaremos contribuições de trabalhos intitulados como Números Racionais, Números Fracionários, Proporcionalidade, entre outros, para através dessa junção, tentar constituir uma visão mais clara sobre esse tema.

Elucidaremos pontos colocados por diversos autores, de modo a criar uma reflexão e gerar questionamentos com relação ao desenvolvimento de nossa pesquisa.

Em um primeiro momento, argumentaremos sobre a possibilidade do não aprendizado do aluno. Em seguida, vamos expor uma posição com relação à formação de professores, que de forma sucinta possibilite uma reflexão sobre quem são esses professores que lidam com esse tema, e por último, apresentaremos algumas concepções atribuídas a esses temas.

Em nossa leitura notamos que os autores Bezerra (2004), Nunes (2004), Lopes (2008) e Silva (2008) concordam com relação à dificuldade que os alunos têm em produzir diferentes significados com relação às frações. Todos parecem observar que a existência de diferentes possibilidades para a produção de significados desse conteúdo fica implícita o suficiente para não serem percebidas, gerando uma ideia de que elas poderiam ser entendidas facilmente, o que, segundo as pesquisas, não acontece. Observamos que segundo nosso referencial teórico, a produção de significados do aluno deve ser analisada de uma forma diferente; não devemos procurar na fala do aluno significados que estão fora dela. Em outras palavras, não devemos procurar que ele diga o que estamos esperando, não devemos analisá-lo pela falta, e sim ouvi-lo, para saber do que ele está falando e qual significado ele está produzindo para aquele assunto no desenvolver daquela determinada atividade.

Lopes (2008) chega a questionar a permanência das frações no currículo atual, pois segundo ele, a abordagem que é realizada hoje prestigia “um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo” (LOPES, 2008, p. 20). Para isso, se respalda em Peter Hilton, que apresenta cinco defeitos no currículo relacionados com as frações: “aplicações enganosas, confusões com a função dos decimais, ausência de cuidado com definições e explicações, desonestidade de apresentação e paixão pela ortodoxia” (LOPES, 2008, p. 03).

O autor completa afirmando que isso gera a dificuldade apresentada pelos alunos e professores com relação aos possíveis significados que a fração pode assumir. Apresenta como proposta que o currículo deva ser tratado em espiral, pois em todas as séries do Ensino Fundamental e Médio o aluno deve passar por distintas experiências com relação à fração, que se associem à realidade ou não.

Sobre a desonestidade de apresentação citada por Lopes, podemos dizer que ela pode acontecer quando o professor não elucida para o aluno com que significado da fração ele está operando no momento. Por exemplo, $\frac{2}{3}$ pode ser lido como dois terços, como dois dividido por três, como dois está para três, como a cada três tenho dois, etc. Essas concepções são distintas e podem envolver operações diferentes, que exijam formas de pensar diferentes. Mas, essa apresentação feita sem muita preocupação com os possíveis significados que as crianças podem estar produzindo pode ocorrer pelo fato do professor ter naturalizadas essas mudanças de significado na forma de operar. Assim, enquanto explica um determinado conteúdo ou exercício, facilmente transita entre esses diferentes modos de produzir significados e possivelmente não observa que para o aluno (e até mesmo para ele) essas mudanças são fundamentais para entender, que existem operações distintas com relação a um mesmo símbolo matemático.

Campos e Magina, ao citar Nunes e Bryant (1997, pg. 191), afirmam que um dos motivos da dificuldade dos alunos na aprendizagem de frações, está no fato de que os professores podem criar falsas impressões sobre seu aprendizado, pois:

> às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionários; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba. (NUNES; BRYANT, 1997, p.191 apud CAMPOS; MAGINA, p. 26, 2008)

Com isso, os alunos, e também alguns professores, utilizam técnicas e métodos para decorar alguns algoritmos básicos para resolver problemas que envolvam frações, e isso se justifica, segundo Bezzera (2004), pelas “inúmeras dificuldades que as crianças têm com o conceito de fração” (KERSLAKE, 1986; KOYAMA, 1997; NUNES E BRYANT, 1996; WATANABE, REYNOLDS & LO, 1995; Catalani, 2002 apud BEZERRA, 2004, p. 01) e pela falta de autonomia dos professores “em elaborar atividades para o ensino de números fracionários” (SILVA, 2008, pg. 57).

Segundo Silva (2005), essa falta de autonomia pode se dar pelo fato do professor ter cursado uma licenciatura que apresenta uma abordagem formal-lógico-dedutiva, tratando uma variedade de ideias matemáticas como enunciadas formais, o que faz com que poucas vezes seus alunos sejam colocados em situações de ação, o que possibilitaria, segundo a autora, a construção de seu próprio conhecimento.

Silva (2005) realizou uma pesquisa com futuros professores das séries iniciais do ensino fundamental para levá-los a perceber as diferenças que existem nos conceitos da fração, colocando frente a eles situações que elucidavam as diferenças entre as concepções parte/todo, medida e quociente. Percebeu em sua pesquisa, que os professores introduziam os números fracionários nas séries iniciais privilegiando o procedimento de dupla contagem das partes, em que a fração é vista como dois números naturais que representam a quantidade de partes de uma superfície, que foi dividida em partes iguais. Afirmou que esse tipo de abordagem pode gerar erros como, por exemplo, o de associar na figura 1 respectivamente a fração $\frac{2}{8}$ e $\frac{1}{7}$.

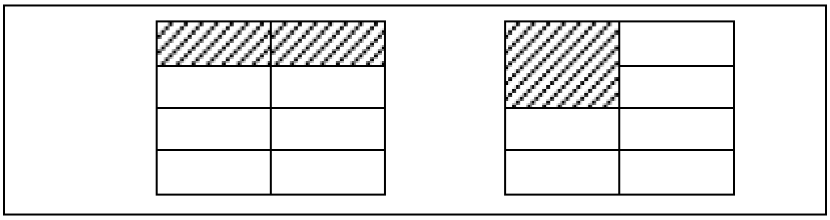


Figura 1: representação geométrica de fracionário (SILVA, 2005, p. 15)

Foi observado também que os sujeitos dessa pesquisa ficam mais seguros ao trabalharem com a concepção parte/todo e mais inibidos com outras concepções.

Ao citar Almouloud e outros (1988), que apresentaram um trabalho sobre as características que os professores podem assumir em sua formação, Silva (1998) completa que:

> Uma capacitação que leva em consideração aspectos didáticos e matemáticos levaria estes professores a melhor estudar os fenômenos ligados ao ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos e a desenvolver situações-didáticas que permitam ao aluno agir, falar, refletir e evoluir por sua iniciativa própria. (ALMOULOUD e outros, 1998, p.11 apud SILVA, 2005, p.17)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que tratam dos primeiros anos do ensino fundamental, também trazem a necessidade do professor:

> ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções. (BRASIL, 1997, p. 29)

E a importância do professor produzir diferentes significados com relação às frações surge também com o fato de que, para o aluno,

> o contato com representações fracionárias é bem menos frequente; na vida cotidiana o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações. (BRASIL, 1997, p. 103)

Além dessa restrição de representações no cotidiano, os diferentes significados podem gerar interpretações distintas da mesma fração, pois,

> dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação: 2/3. (BRASIL, 1997, p. 103).

Com isso, os PCN's da primeira parte do Ensino Fundamental concluem que com relação ao ensino das frações, é importante observar que visto as interpretações dos conceitos desses números,

> pressupõe uma organização de ensino que possibilita experiências com diferentes significados e representações, o que demanda razoável espaço de tempo; trata-se de um trabalho que apenas será iniciado no segundo ciclo do ensino fundamental e **consolidado nos dois ciclos finais.** (BRASIL, 1997, p. 104, grifo nosso)

Observamos com isso, que a ênfase na apresentação de possíveis e diferentes significados das frações, segundo os PCN's, devem ser realizadas do 6º ao 9º ano, mas que a forma como isso será feito do 1º ao 5º ano influenciará essa segunda etapa de forma significativa, e por isso a formação desses professores nos foi assunto de interesse.

Com relação ao trabalho que o professor do segundo ciclo do ensino fundamental deveria realizar, Romanatto (1999) nos propõem que:

> um caminho promissor para o processo de ensino aprendizagem dos números racionais seria o professor eleger atividades, exemplos e situações-problema que pudessem concretizar os mais variados contextos nos quais tais números fossem empregados. O que diferenciaria tais contextos não seriam as atividades ou as situações-problema trabalhadas, mas as relações matemáticas construídas ou adquiridas e suas repercussões conceituais e operacionais. (ROMANATTO, 1999, pg. 38).

Essas relações matemáticas dizem respeito às diferentes concepções que o número fracionário pode assumir e "expressam noções, princípios, operações e procedimentos matemáticos bastante distintos". (ROMANATTO, 1999, pg. 38).

O autor argumenta que, com relação aos números racionais,

> a sequência de seu estudo implica em outras classes de problemas que são caracterizadas por outras relações e (...) essas novas relações não significam, necessariamente, ampliações ou aperfeiçoamentos de outras anteriormente construídas. São relações de naturezas distintas. A competência dos alunos em determinados contextos que envolvem os números racionais **não garante**, necessariamente, um bom desempenho em outros contextos. (ROMANATTO, 1999, pg. 40, grifo nosso)

Como exemplo, podemos pensar que se um aluno realiza com facilidade problemas envolvendo a concepção parte-todo, e tenha como justificativa o processo de dupla contagem, esse significado que ele produziu de fração pode contribuir muito pouco, ou até mesmo atrapalhar, quando ele estiver frente a problemas com a concepção de razão, pois o numerador e o denominador já não são mais partes de um inteiro e sim números que representam uma operação de divisão ou comparação de grandezas.

Devemos nos atentar para esse fato, pois, talvez, seja um dos maiores problemas no ensino de números fracionários, acreditamos estar frente a um conteúdo que não corresponde ao que normalmente acontece em conteúdos do currículo regular de matemática para o ensino fundamental e médio, em que se apresenta uma sequência de enunciados e conteúdos que são considerados necessários de serem postos daquela forma para auxiliar no entendimento do próximo tópico, uma apresentação linear.

Onuchic e Allevato (2008) ao citarem Hiebert e Behr (1991) argumentam que o ensino dos números racionais deveria ser mais voltado para o significado do que para o símbolo e que “em lugar de colocar o conhecimento como um pacote pronto e acabado o ensino deveria encorajar os alunos a construírem seu próprio conhecimento.” (ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO,N. S. G., pg 82, 2008). As autoras também argumentam quanto ao fato do significado desses números sempre dependerem das teorias matemáticas que estão inseridos, voltando a nos fazer pensar sobre os diferentes entendimentos que se pode ter de $\frac{a}{b}$.

Sendo observado que as autoras citadas comentam a presença de diferentes significados para $\frac{a}{b}$; para explicitarmos melhor o que são esses possíveis significados, usaremos as concepções de frações apresentadas por Silva (2005).

1.1 – Concepções de Frações

Como forma de ilustrar alguns possíveis significados que os alunos podem produzir com relação a frações, vamos apresentar concepções de frações que interferem diretamente no aprendizado desse conteúdo, segundo Silva (2005), a compreensão dos números racionais é importante no entendimento de distintas concepções, identificados por Behr *et al* (1983) como sendo: parte-todo, quociente, medida, razão e operador.

Esses distintos significados dão “sentidos diversos a aritmética fracionária” (GIMENEZ, J. e LINS, R., 1997, pg. 42) e são apresentados por Silva (2005) como sendo as concepções que as frações podem assumir. Faremos uma breve explicação do que a autora propõe como sendo essas concepções, levando em conta que Silva (2005) utiliza o termo segundo Artigue (1990, pg. 274), que define concepção como um objeto local, associado a um saber em jogo e os saberes que intervém nas resoluções de problemas.

Ressaltamos, porém, que para nós esses são apenas alguns dos significados que as frações podem assumir. Entendemos o que os autores chamam de concepções com sendo possíveis produções de significando que os alunos podem ter, não sendo elas as únicas nem as mais comuns, apenas, as que mais aparecem em pesquisas.

1.1.1 Parte-todo

Parte-todo, em sua maioria, é a primeira concepção de fração que é apresentada na escola. Por ser a mais usada na primeira parte do ensino fundamental acaba sendo comparada às outras concepções.

Silva (2005) define a concepção Parte-todo como sendo a que

> emerge da ação de dividir uma grandeza contínua (comprimento, área, volume,...) em partes equivalentes ou uma grandeza discreta (coleção de objetos) em partes iguais em quantidades de objetos. Usualmente, são manipulados dois tipos de objetos obsoletos: o registro da escrita simbólica a/b, associado ao registro figural em que regiões ou conjuntos de figuras, representando elementos discretos, aparecem divididos em partes “iguais”. (SILVA, pg. 106, 2005).

Visto essa definição, como exemplo, vamos apresentar duas representações geométricas para a fração 2/3, imersos nessa concepção.

1º representação (Figura 2):

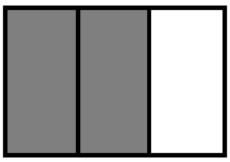


Figura 2: representação geométrica de fração

2ª representação (Figura 3):

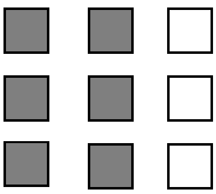


Figura 3 representação geométrica de fração

Na primeira representação temos “pintados” dois terços da área de uma figura geométrica, no caso, um retângulo; por isso, se trata de um problema de natureza contínua, em que o denominador é o número total de partes que a figura foi dividida, o inteiro.

Argumentamos a necessidade de o aluno entender o que é o inteiro, e que $\frac{2}{3}$, representa uma parte desse inteiro. Porém, entender a fração como uma contagem de partes gera, segundo Silva (2005), o uso da dupla contagem das partes, já citada anteriormente, que possibilita a criança pensar o número fracionário como sendo dois números naturais, um em cima do outro, não fazendo com que ela pense a fração como um número representativo, mas sim, como a representação de dois números, uma comparação de partes.

Já na segunda representação, considerada discreta, em que se apresenta outra associação à fração 2/3, nem o denominador nem o numerador são respectivamente as partes e o inteiro da fração; se for utilizado o processo de dupla contagem das partes, a representação deverá ser *sempre* associada à fração 6/9, o que poderia impossibilitar a apresentação da parte simbólica a partir de uma fração equivalente, com 2/3, no caso.

Para ser feita a relação entre o objeto 2/3 e a 2ª representação geométrica, observa-se a necessidade de uma associação das partes discretas a outra forma de agrupamento de partes, em que o observador pode notar que uma parte é formada por três quadrados, e que o inteiro é formado por três grupos de quadrados, ou seja, reafirmamos que, o denominador, nessa associação, não é o número total de objetos que estão sendo usados na representação (Figura 4).

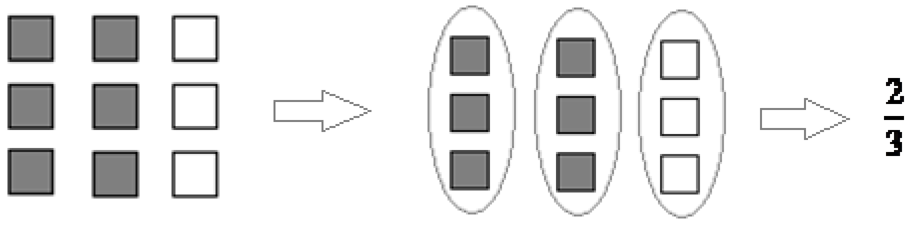


Figura 4: representações de fração

Com relação a esses dois exemplos, observamos que:

- Apresentamos a fração 2/3 de duas formas distintas, e que as duas são relacionadas à concepção parte-todo.

- A observação com relação ao inteiro é que determina a que fração a representação será associada, assim, ao determinar o que será usado como inteiro, como ele será dividido, é que definimos as partes, e com isso, a fração.

Devemos nos atentar também ao uso das frações impróprias associadas a representações geométricas, em que o denominador é o inteiro, porém o numerador conta com partes que vão além desse inteiro, como por exemplo, a fração 5/3.

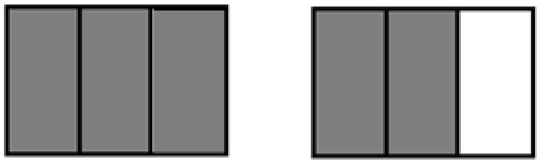


Figura 5: representação de fração

Nessa representação (Figura 5), o denominador se refere ao número de partes que os inteiros foram divididos (cada um em três partes), não o número de partes que foi criado a partir da divisão dos inteiros (três em um inteiro e três em outro, seriam então, seis partes), o que nos faz pensar, que nesse caso, o procedimento de dupla contagem das partes pode ser um obstáculo para o aluno.

> A ênfase dada, pelo ensino, às tarefas em contextos contínuos, em que a concepção parte-todo é associada e a única técnica utilizada é a dupla contagem das partes pode constituir um obstáculo didático para o sujeito construir outras técnicas. (SILVA, 2005, p. 110)

Essa concepção, parte-todo, não se limita à utilização da representação geométrica para se entender a fração, mas por ser a mais utilizada nas séries iniciais, acaba sendo também a mais pesquisada.

1.1.2 Medida

A concepção de medida pode ser entendida como sendo a fração que representa as subunidades de uma unidade de medição, que por sua vez, depende da grandeza que está sendo trabalhada para assim gerar em cada caso suas subunidades. Segundo Silva (2005)

> As tarefas envolvendo medições de comprimentos são apropriadas para a percepção da limitação dos números naturais, como resultados de medições, e da necessidade de "novos números" para a quantificação adequada de comprimentos (SILVA, 2005, p.117)

Assim como a concepção parte-todo, a de medida trabalha com a divisão de alguma coisa que, na maioria das vezes, se trata de uma reta, ou segmento, e que será dividido em *b* partes, e a partir isso, *1/b* será usado como unidade de medida desse comprimento, que por sua vez, possibilita uma comparação com relação ao total da medida para obter outras medidas, que estarão relacionadas a ela, sendo representada por *a/b*, que indica que "*1/b* foi utilizado *às* vezes na medição efetuada" (SILVA, 2005, p. 118).

Por ser uma concepção que se trata de uma comparação de "tamanhos", o método de dupla contagem das partes também pode ser utilizado para resolver tarefas. Assim, a diferença entre a concepção de medida e parte-todo, no geral, "medimos grandezas contínuas e contamos grandezas discretas"(SILVA,2005, p. 117).

O exemplo a seguir (Figura 6), retirado de Silva (2005, pg.119), apresenta a determinação de medidas representadas por segmentos de partes iguais. Observa-se a necessidade, ou a possibilidade de se contar as partes para obter a medida utilizada.

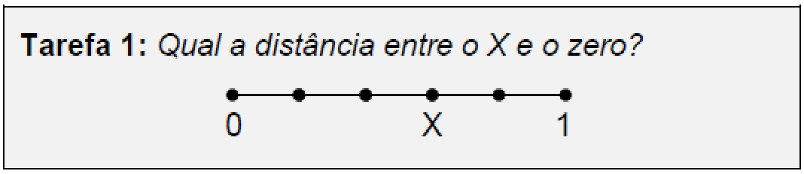


Figura 6 (SILVA, 2005, p. 119)

A autora apresenta alguns tipos de tarefas possíveis para o uso da concepção de medida:

- Determinar medidas de comprimentos de um objeto;
- Determinar medidas em segmentos divididos em partes iguais;
- Determinar medidas em segmentos não divididos em partes de mesma medida e
- Reconstrução da unidade.

Lins e Silva (2007) discutem a possibilidade de se introduzir as frações pela concepção de medida, usando como justificativa que:

> Ao introduzirmos frações com a ideia de medida, estaremos juntando as ideias de medida e número, assim como fazemos ao trabalhar com números na forma decimal, de modo que a criança tem outra oportunidade de articular, de associar aquelas duas importantes ideias matemáticas. Neste caso isto ajuda a que a criança reconheça frações como *números* – tanto quanto os naturais e os na forma decimal – e não apenas como *símbolos.* (LINS, SILVA, 2007, p. 12)

1.1.3 Quociente

Já a concepção quociente se diferencia das concepções anteriores, pois se trata de uma distribuição de grandezas, em que o numerador da fração é dividido pelo número de partes apresentado no denominador, ou seja, a fração $\frac{a}{b}$ representa a quantidade de vezes que *a* pode ser dividida em *b* partes iguais (SILVA, 2005, p.121), ou mesmo, é realizada a divisão de a por b.

Ao utilizar essa concepção, a fração $\frac{2}{3}$ é vista como dois que é dividido por três, o que gera outra forma de entender a fração e uma possível associação aos números decimais, de acordo com a tarefa realizada.

Ao realizar tarefas com essa concepção, consideramos duas possíveis formas de representar o resultado da operação: $\frac{7}{3} = 2,\bar{3}$ ou $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.

O número $2\frac{1}{3}$ é um *número misto,* que é definido por uma fração própria e um número natural. No exemplo, a fração $\frac{7}{3}$ é representada na forma mista por 2 inteiros e $\frac{1}{3}$, observando assim, a divisão e a representação de seu resto ainda como fração .

1.1.4 Razão

Na concepção de razão, segundo Silva, não há mais a necessidade de se entender a fração como um número, mas sim como a comparação entre a medida de duas grandezas, ou seja, “três quartos” na concepção da razão, pode ser entendido como “três para quatro”, e pode remeter ao raciocínio proporcional, com a representação de proporção, por exemplo, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

Segundo Silva (2005) essa concepção pode ser associada,

> a grandezas de mesma espécie ou não, a contextos contínuos e ou discretos, podendo ainda estar associadas a situações de tipo: todo-todo – quando compara as quantidades de dois inteiros; parte-parte – quando comparada as quantidades duas partes de um inteiro ou partes de dois inteiros, ou ainda, parte-todo. (SILVA, 2005, p.125)

A ideia de proporcionalidade está ligada à equivalência de números fracionários, relação que é muito usada na realização de operações de adição e subtração com números fracionários, como por exemplo, a soma das frações $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ é realizada ao se substituir os membros da operação por frações equivalentes e assim realizar a operação, $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$, pois a mesma só pode ser realizada quando estamos diante de duas ou mais frações de mesma “espécie” (terço, quarto e etc), com mesmo denominador.

Quando à notação de porcentagem é associada ao raciocínio de proporcionalidade pode ser utilizada em várias situações da vida diária. Segundo Silva (2005), a representação “x%” é uma forma distinta de exprimir o número fracionário “x/100”, “que uma vez fixado pode ser aplicado a diferentes números para obter séries de números proporcionais” (SILVA, 2005, p.130).

Voltaremos à concepção de razão mais a frente apresentando a perspectiva de outro autor.

1.1.5 Operador

Na concepção de **operador**, “o fracionário $\frac{a}{b}$ é manipulado como ‘algo que atua sobre uma quantidade’ e a modifica produzindo uma nova quantidade” (SILVA, 2005, p.134), como por exemplo $\frac{2}{3}$ de 18, ou a metade de um sexto de um segmento.

Para essa concepção, é utilizada uma técnica que “encaminha à percepção de uma ordem operatória que caracterizará a mobilização da concepção de operador” (SILVA, 2005, p.135)

Essa ordem operatória citada pela autora, pode ser entendida da seguinte maneira, usado o exemplo anterior, para obtermos 2/3 de 18, devemos primeiro dividir 18 por 3, e em seguida multiplicar o seu resultado por 2; assim 2/3 de 18 é 12.

Essa mesma tarefa pode ser resolvida pela concepção de razão, em que 2/3 de 18 deve ser visto como, para cada três tenho dois, ou seja, a idéia de proporcionalidade também pode ser pensada, $\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$.

A concepção de operador costuma ser associada à representação de uma “máquina de transformação”, que “além de associar a ação de operador ao funcionamento de uma máquina, dá um sentido concreto ao aspecto funcional do fracionário como operador” (SILVA, 2005, P. 140)

1.1.6- Considerações parciais

Retomando as concepções apresentadas aqui e lembrando que para nós essas são apenas algumas produções de significado que o aluno pode produzir, utilizaremos um exemplo para expressar as distintas maneiras de se pensar 2/3 segundo as concepções apresentadas por Silva (2005):

- (Parte-todo) Um inteiro dividido em três partes, em que tomei duas;
- (Medida) 2/3 de um segmento, duas unidades de medida 1/3;
- (Quociente) 2 dividido por 3;
- (Razão) A cada 3 tenho 2;
- (Operador) Dois terços de um número, de uma medida ou grandeza.

Desta forma, apresentamos um panorama do que foi proposto por Silva (2005) com relação a algumas concepções que a fração pode assumir. Com isso, observamos a existência de características próprias e procedimentos matemáticos distintos (ROMANATTO, 1999), que reforça a ideia já apresentada de como essas mudanças podem dificultar o aprendizado com frações.

Vale ressaltar que segundo Lins e Silva (2007), as frações são um exemplo de como podem ser produzidos significados para um mesmo símbolo matemático, e isso faz com que o professor precise prestar uma atenção mais detalhada no que os alunos estão dizendo sobre o assunto.

Lins e Silva (2007) ressaltam a importância dos alunos passarem entre um significado e outro, percebendo suas diferenças e equivalências, pois isso é uma "característica importante das pessoas que pensam de forma autônoma" (LINS e SILVA, 2007, p.09). Esclarecem que com relação ao foco na aprendizagem dos números escritos na forma de fração:

> O que queremos é que a criança desenvolva *várias* maneiras de entender frações, que compreenda a relação entre elas e que saiba escolher qual delas é melhor numa determinada situação. (LINS e SILVA, 2007, p. 12).

A partir da revisão feita, nos foi possível perceber a necessidade de retornar nosso olhar para a concepção de razão, dessa vez através da perspectiva de Walle (2009) que nos possibilitou outra reflexão com relação ao nosso tema, a sua importância na participação do pensamento proporcional. Isto é o que faremos no capítulo seguinte, uma análise mais detalhada do pensamento proporcional e a razão como taxa.

O PENSAMENTO PROPORCIONAL
E A RAZÃO COMO TAXA

Neste capítulo, após a revisão da literatura, focaremos no entendimento sobre razão como taxa e pensamento proporcional com o objetivo de entender melhor nossa questão de investigação.

O pensamento proporcional, como sugere Carraher (2003), é formado pelas ideias de razão e proporção, que apresentam diversas “representações fundamentais em nosso sistema numérico (valor de lugar, frações, números decimais, logaritmos) e que, gradualmente, tornaram-se parte da matemática tal como é ensinada hoje nas escolas” (CARRAHER, 2003, p.75)

Diferentemente de como é proposto hoje, um conteúdo dado no 7º ano do ensino fundamental, o pensamento proporcional é considerado um dos pilares fundamentais do currículo elementar e uma das bases do pensamento algébrico (BEHR et al,1995).

Segundo Behr et al (1995), antigas tentativas de definir o pensamento proporcional “levavam em conta primordialmente as respostas individuais a problemas de valor ausente” (BEHR et al, 1995, p.89), em que eram dados três valores de duas razões, para que o aluno encontra-se o quarto valor. Porém, compartilhamos com o exposto de que “se trata de uma visão limitada, uma condição necessária, mas não suficiente, especialmente porque esses problemas prestam-se apenas a resolução de algoritmos” (BEHR et al, 1995, p.90) e que o uso “prematuro de regras encoraja os estudantes a aplicar regras sem pensar e, desse modo, a habilidade de raciocinar proporcionalmente geralmente não se desenvolve” (WALLE, 2009, p. 384).

Para definirmos o que seria o pensamento proporcional, nos respaldamos em Walle (2009), que comenta que não é algo fácil de ser feito de forma breve ou que possamos fazer ou não, pois é um processo tanto qualitativo quanto quantitativo. Assim, o autor apresenta o que ele chama de características do pensamento proporcional, de acordo com Lamon (1999):

- Possuem um *senso de covariação*. Isto é, eles compreendem relações em que duas quantidades variam juntas e são capazes de perceber como a variação de uma coincide com a variação de outra.
- Reconhecem *relações proporcionais* como distintas de relações não-proporcionais em contextos do mundo real.
- Desenvolve uma ampla variedade de *estratégias* para resolver proporções ou comparar razões, a maioria baseada em estratégias informais em vez de algoritmos prescritos.
- Compreendem razões como entidades distintas representando uma relação diferente das quantidades que elas comparam. (WALLE, 2009, p.384)

Observamos então que para o aluno desenvolver o pensamento proporcional "é útil ter uma boa ideia do que constitui uma razão e uma proporção e em que contextos essas ideias matemáticas aparecem" (WALLE, 2009, p. 383)

Segundo Walle (2009) o pensamento proporcional "representa a habilidade de começar a compreender as relações multiplicativas enquanto a maioria dos conceitos aritméticos é de natureza aditiva" (WALLE, 2009, p. 382).

Como exemplo, apresentaremos o seguinte problema.

Há um mês duas árvores que mediam 1m e 1,2m crescem, respectivamente, para 1,2m e 1,4m. Qual árvore cresceu mais?

Nesse contexto, podemos pensar em várias respostas, uma opção é que as duas cresceram a mesma coisa – *relação aditiva* – pois se adicionou a mesma quantidade nas duas. Outra opção é observar, qual a relação entre o que cresceu e o que era antes: a primeira cresceu dois décimos de sua altura original e a segunda cresceu um sexto (ou aproximadamente 0,17) de sua altura – *relação multiplicativa* – sendo então a primeira a crescer mais. A segunda opção é uma *visão proporcional* dessa situação. As duas respostas são possibilidades, segundo Walle (2009) a habilidade de compreender a diferença entre essas situações é uma indicação de pensamento proporcional.

Ainda de acordo com Walle (2009) pesquisas fornecem algumas orientações aos professores de como ajudar os alunos a desenvolver processos de pensamento proporcional, entre elas, gostaríamos de citar:

> - Forneça tarefas de razão e de proporção em uma grande variedade de contextos. Estes podem incluir situações envolvendo medidas, preços, contextos geométricos e outros elementos visuais e taxas de todos os tipos.
> - Encoraje a discussão e a experimentação em predizer e comparar razões. Ajude as crianças a distinguir entre comparações proporcionais e não proporcionais fornecendo exemplos de cada tipo e discutindo as diferenças. (WALLE, 2009, 385)

Nossa proposta de elaboração de tarefas referentes à razão como taxa levou em consideração as orientações acima de Walle (2009), de propor tarefas pensando em variedade de contextos.

Dissemos anteriormente que o pensamento proporcional tem em sua *base* o uso de razões e proporções. "*Resolver uma proporção* envolve aplicar uma razão conhecida a uma situação que seja proporcional" (WALLE, 2009, p. 383, grifos do autor). E "uma *razão* é um número que relaciona duas quantidades ou medidas dentro de uma dada situação através de uma relação multiplicativa (em contraste com uma relação de diferença ou aditiva)" (WALLE, 2009, p. 383).

Walle (2009) apresenta três ideias que se constituem de forma distinta mas que podem se relacionar quando o aluno está começando a produzir significado de razão: parte-todo, parte-parte e como taxa.

As razões, como parte-todo, são uma comparação entre partes e o todo, como por exemplo, "a relação entre o número de meninas em uma turma" (WALLE, 2009, p. 383). Já as razões como parte-parte apresentam a relação entre uma parte de um todo e outra parte desse mesmo todo, por exemplo, o número de meninas e meninos de uma turma.

O autor apresenta também a ideia de razão como taxa, que pode ser entendida como a "razão entre as variações de duas grandezas, das quais a primeira é dependente da segunda" (WALLE, 2009, p.383). Devemos observar que nas relações parte-todo e parte-parte estamos trabalhando com o mesmo tipo de grandeza, sendo esse o maior diferencial para o uso de razão como taxa que apresenta duas grandezas diferentes. Para essa perspectiva o autor apresenta exemplos como: as taxas de velocidades, que são a comparação entre tempo e distância, o número de pessoas por barco, que é a comparação entre número de pessoas e espaço no barco, nesses exemplos, observamos a relação entre grandezas distintas.

Com relação à ideia de razão e proporção o autor expõe que:

> uma razão é um número que expressa uma relação multiplicativa que pode ser aplicada a uma segunda situação onde as quantidades ou medidas *relativas* sejam as mesmas que na primeira situação. Uma proporção é uma declaração de igualdade entre duas relações. (...) *Resolver uma proporção envolve* aplicar uma razão conhecida a uma situação que seja proporcional (WALLE, 2009, p.383, grifos do autor)

Observamos que na definição de Razão como taxa, ela é *um número* que representa a relação entre dois *outros números*, em outras palavras, atividades com razões apresentam a criação de novas unidades pela comparação de duas anteriores, possibilitam criar contextos de várias formas e tarefas com possibilidades de diferentes produções de significados. Considere a seguinte tarefa.

Em uma viagem da cidade A para cidade B, que estão a uma distância de 360 km uma da outra, levou-se 4 horas para percorrer todo trajeto.

Distância e tempo são entidades distintas, ao realizar a razão entre elas podemos representar por 360/4 = 90 um número que não é representação nem de distância nem de tempo, e sim distância por tempo. Devemos nos questionar também por que não utilizamos na forma contrária, tempo por distância, ou seja, no exemplo, 4/360= 0,0111..., seria dito 0,0111... horas por quilometro. As duas formas de se representar a razão estão corretas, e são chamadas de *razão como taxa,* cabe ao professor observar qual lhe é mais adequada aos seus objetivos.

A partir das considerações apresentadas e da revisão da literatura, optamos por trabalhar com tema *razão como taxa* por ser considerado por nós importante e pouco explorado no ensino fundamental. Concordamos com o que se encontra no documento do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) com relação ao desenvolvimento de atividades relacionadas a razões e proporções. Eles afirmam que estes temas são “de importância tão grande que merecia qualquer tempo e esforço gastos para assegurar o seu desenvolvimento cuidadoso” (NCTM, 1982, pg.82).

A QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO
E O REFENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresentamos a nossa questão de investigação baseada em nossa experiência profissional e em nosso interesse de investigação, e num segundo momento, a teoria que fundamentará nosso estudo e nos auxiliará nas tomadas de decisão.

3.1 Formulando a Questão de investigação

Nossas questões de investigação se formaram a partir de dois momentos. Primeiro, pela nossa insatisfação com o estudo de temas como frações, razões e proporções no ensino fundamental. Nossa experiência como docente, nos fez observar as lacunas deixadas durante a aprendizagem em diferentes segmentos pelo fato do aluno não produzir significado para fração. Tomando como ponto de partida vários aspectos observados na revisão da literatura, nos colocamos a olhar para uma das produções de significados possíveis para a fração, o pensamento proporcional, e se fez aí nosso segundo momento, em que decidimos trabalhar com o tema Razão como Taxa, enfatizando a sua importância na composição do pensamento proporcional.

Em nossas observações em salas de aula de matemática, o tema Razão como taxa, parece ser um conteúdo pouco explorado, visto que, em sua maioria, quando apresentado aos alunos do ensino fundamental é feito de forma breve com poucos exemplos e exercícios.

O objetivo de focar o tema em razão como taxa se faz pelo fato da necessidade de uma delimitação de nosso trabalho, por ser o pensamento proporcional, um tema amplo que necessitaria de mais tempo de investigação.

Acreditamos ser esse um tema que possibilite ao professor explorar várias formas de produção de significado em sala de aula, por isso, nosso projeto representa um estudo local na aritmética escolar, mas com objetivo de formar uma visão mais ampla do que acontece em sala de aula e informar ao professor a relevância desse conteúdo.

Para isso, nosso trabalho apresenta duas questões de investigação.

A questão principal de nossa pesquisa será a de investigar sobre o ensino de razão como taxa, como parte da formação matemática dos estudantes do ensino fundamental.

A segunda questão, que é parte da anterior, se faz a partir da apresentação de protótipos de tarefas relacionadas ao tema razão como taxa para uso em sala de aula de matemática.

O produto educacional resultante da pesquisa pretende reunir as duas questões de pesquisa de modo a informar aos professores sobre a importância do tema e sua possível utilização em sala de aula. .

Para atender as nossas questões de investigação tomamos como referencial teórico o Modelo dos Campos Semânticos (MCS).

3.2 O Referencial Teórico

Nosso referencial teórico que norteará nossa pesquisa será o *Modelo dos Campos Semânticos (MCS)* proposto por Lins (1999, 2001, 2004, 2005) e presente em Silva (2003) e que compartilha ideias com as teorias desenvolvidas por Vygotsky (1993, 1994) e Leontiev (1984).

Nossa identificação com essa teoria se estabelece pelo fato de acreditarmos, que ela apresenta elementos que nos permitir ter uma visão melhor do processo de ensino e aprendizagem em matemática que se estabelece na sala de aula.

Observamos em nossa prática docente um consenso entre Educadores Matemáticos da importância de se dar voz ao aluno. Na nossa perspectiva, o MCS nos permite isso, pois apresenta noções que possibilitam uma análise, que a nosso ver, se torna mais consistente na medida em que apresenta categorias que nos possibilitam, por exemplo, tratar do que é matemático junto com o que não é matemático (cf. LINS et al, 2002).

Observamos que parte da teoria será apresentada a seguir, e parte será apresentada na metodologia de pesquisa no capítulo seguinte por acreditarmos que assim poderemos nos explicar de uma forma mais clara.

Por se tratar de um modelo teórico epistemológico, o entendimento do que venha ser conhecimento é apresentado nos seguintes termos:

> Conhecimento é entendido como uma **crença** - algo que o sujeito acredita e expressa, e que caracteriza-se, portanto, como uma **afirmação** – junto com o que o sujeito considera ser uma **justificação** para sua **crença-afirmação**. (LINS, 1993b, p.86, grifos do autor).

A crença, a afirmação e a justificação são, portanto, os três elementos constitutivos da caracterização de conhecimento. Destacamos o fato de que a justificação é importante para que haja crença e afirmação; não basta que o sujeito tenha a crença e apresente uma afirmação. Sua justificação para elas, segundo Lins (1999), é que autoriza o sujeito a produzir a enunciação que é dirigida a um interlocutor, que por sua vez, se constitui como um ser cognitivo que dá legitimidade àquela enunciação. Em outras palavras, “é nas justificações que a diferença ocorre quando examinamos conhecimentos enunciados a partir de um mesmo texto.” (LINS, 1994, p.42)

A partir dessa caracterização vão surgindo algumas implicações importantes, como o fato de que como uma crença-afirmação pode apresentar diferentes justificações, elas se constituem como conhecimentos diferentes (LINS, 1993). Para ilustrar, um exemplo que nos ocorre é: Quando afirmamos que $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ (crença-afirmação), uma justificação dada por uma criança poderia ser: para somar essas frações encontro as frações equivalentes que apresentem denominadores iguais e depois somo o numerador; outra justificativa dada por outra criança poderia ser: encontro o mínimo múltiplo comum entre os denominadores, esse resultado passa a ser o *novo denominador* e realizo a *receita:* divide pelo denominador e multiplica pelo numerador, depois somo os numeradores.

Assim, nessa situação ficcional, apresentamos duas justificações para uma mesma crença-afirmação, o que se apresenta em nossas salas de aula todos os dias. Justificações distintas podem fazer com que o professor analise como o aluno está pensando aquele determinado conteúdo, o que na nossa perspectiva, se faz de grande importância em uma sala de aula.

Outra implicação de se caracterizar conhecimento como proposto, segundo Lins, é que “conhecimento é algo do domínio da enunciação” (LINS, 1999, p.88) e, portanto, “não há conhecimento em livros enquanto objetos, pois ali há apenas enunciados. É preciso a enunciação efetiva daqueles enunciados para que eles tomem parte na produção de conhecimentos” (LINS, 1999, p.89). O que há nos livros é resíduo de enunciação. Enfatizamos aqui, que também por isso a transmissão de conhecimento não é uma coisa que seja possível, visto que quem produzir conhecimento é o próprio sujeito da aprendizagem.

Como o conhecimento se dá a partir da produção de significados, observamos a necessidade de esclarecimento das noções de significado e produção de significado para darmos continuidade à apresentação dessa teoria.

Segundo Silva (2003), em sua versão atual, a noção de significado de um objeto, deve ser entendida como aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre um objeto no interior de uma atividade[1]. Como consequência, dizer que um sujeito produziu significados é dizer que ele produziu ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade. Além disso, produzir significados não se refere a tudo o que numa dada situação o sujeito poderia ou deveria dizer de um objeto, e sim o que ele efetivamente diz sobre aquele objeto no interior daquela atividade.

No parágrafo anterior, a palavra objeto é usada indiscriminadamente para ressaltar sua importância para o MCS. Segundo Silva (2003) "os objetos são constituídos enquanto tal através do que o sujeito diz que eles são" (SILVA, 2003, p.9). Ou seja, quem define o objeto é o sujeito durante sua produção de significados.

A importância de se analisar a produção de significados é apresentada por Lins (1999) quando ele afirma que: "Para mim, o aspecto central de toda aprendizagem humana – em verdade, o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados". (LINS, 1999, p.86)

Outro pressuposto do MCS, segundo Lins (1999), está na posição de se acreditar que "somos todos diferentes" (cognitivamente), em uma perspectiva Vygotskyana, em oposição à perspectiva Piagetiana em que "somos todos iguais".

Lins observa que "somos todos diferentes" não se trata de personalidades ou aparências diferentes, esclarece afirmando que:

> Para mim, "somos todos diferentes" refere-se ao fato indicado por Vygotsky, de que, dada a plasticidade do cérebro humano, a menos que algo/alguém intervenha, nosso caminho natural é divergirmos fortemente nas constituições de nosso funcionamento cognitivo (LINS, 1999, p.79).

Ao assumir esse pressuposto, uma consequência imediata está na mudança de pensar os processos de ensino e aprendizagem. Sendo que "somos todos diferentes", produzimos significados diferentes, e muito importantes, *temos formas distintas de produzir significado* para a mesma coisa, o que torna a sala de aula um

---

[1] A noção de atividade, proposta por Leontiev, "é uma forma complexa de relação homem-mundo, que envolve finalidades conscientes e atuações coletivas e cooperativas. (...) é realizada por meio de **ações** dirigidas por metas, desempenhas pelos diversos indivíduos envolvidos na atividade. O resultado da atividade como um todo, que satisfaz à necessidade do grupo, também leva à satisfação das necessidades de cada individuo, mesmo que cada um tenha se dedicado apenas a uma parte específica da tarefa em questão". (OLIVEIRA, 2008, p. 98)

espaço de constante mudança e análise. Para Lins "o que se aprende é a *legitimidade* de certos *modos de produção de significados*" (LINS, 2008, p. 543, grifos do autor), e não conteúdos, regras, técnicas, ou seja, existe uma mudança no foco da sala de aula.

Como exemplo, o posicionamento com relação à função da avaliação deve ser o de "buscar um olhar que permita ler o processo em andamento e em mudança" (LINS, 1999, p.86).

Sendo assim, não podemos mais dizer que na sala de aula o conhecimento é transmitido pelo professor, e sim, que o professor tem um papel em que ele se propõe a pensar de forma diferente durante a conversa com o aluno. Quanto a isso, completamos que:

> Na realidade, a psicologia nos ensina a cada instante que, embora dois tipos de atividades possam ter a mesma manifestação externa, a sua natureza pode diferir profundamente, seja quanto à sua origem ou à sua essência. Nesses casos são necessários meios especiais de análise científica para pôr nu as diferenças internas escondidas pelas similaridades externas. A tarefa da análise é revelar essas situações. (VIGOTSKI, 2007, p.66)

Segundo Lins (1999), com essa perspectiva, durante a atividade, o professor e o aluno estabelecem uma relação:

> Não sei como você é, preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria de estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos (LINS, 1999, p.85)

Com isso, o professor, que ao ouvir uma resposta de um aluno, se interessar em saber os objetos constituídos e os significados produzidos para eles, pode estabelecer nesse momento um compartilhamento de modos de produção de significados, que podem ser diferentes (LINS, 2008). E com relação a essa diferença, Lins (2008) propõem que

> No compartilhamento da *diferença* está, eu penso, a mais intensa oportunidade de aprendizagem (para ambos): é apenas no momento em que posso dizer "eu acho que entendo como você está pensando" que se torna legítimo e simétrico dizer, à continuação, "pois eu estou pensando diferente, e gostaria que você tentasse entender como eu estou pensando" (LINS, 2008, p.543).

E completamos:

> Vou insistir em um ponto no qual já toquei: penso que a mais intensa oportunidade de aprendizagem acontece no momento em que o professor e aluno(s) compreendem que as *legitimidades* de cada um, naquele momento, são diferentes. (LINS, 2008, p.547)

Seguindo essa direção, para Lins, ensinar é sugerir modos de produção de significados e aprender é internalizar modos legítimos de produção de significados. (LINS, 2008, p. 543)

Outro ponto que Lins destaca é que há situações em que "a pessoa já *sabia fazer*, mas não sabia que *podia fazer aquilo naquela situação* (contexto, atividade)" (LINS, 2008, p.543). Nesse caso, alguém mais experiente pode emprestar à pessoa a legitimidade que a situação requer e, a partir do momento que essa legitimidade for internalizada, o aprendiz dispensa a presença do outro. Segundo Lins, não cabe ao professor oferecer uma legitimidade que não lhe foi requerida. O papel do professor é conhecer as legitimidades do aluno, naquela atividade, e saber em que direção o aluno está falando (LINS, 2008).

Nesse contexto, devemos observar que para nosso referencial teórico não existe o erro na forma tradicionalmente vista e sim produções de significados distintas. Nas palavras de Lins (2004):

> (...) eu aprendi que a diferença não deve ser eliminada, e sim *percebida e aceita*, para que possa estar presente a proposta de que você, eventualmente, seja capaz de pensar como eu *quando quiser*, assim como eu, enquanto professor, vou tentar o melhor que posso para entender como você pensa. Não quero *corrigir* você, e sim lhe ajudar a crescer, sem que você tenha que abandonar outras maneiras de produzir significado para o que lhe aparece" (LINS, 2004b, p.7).

Para finalizar esse primeiro momento com relação ao nosso referencial teórico, gostaríamos de ressaltar que compartilhamos com Lins suas ideias e seu posicionamento com relação à Educação Matemática:

> Eu acredito, defendo e pratico que educação matemática deva significar "educação através da Matemática", da mesma maneira que a educação física na escola não é educação para o esporte (competitivo), e sim educação para a saúde, através da atividade esportiva (LINS, 2008, p.547).

E podemos completar que uma proposta para a Educação Matemática seria:

> Álgebra, aritmética e geometria vistas não como conteúdos justificados por sua própria existência, mas como instrumentos que

> participam da organização da atividade humana. Dessa perspectiva, o estudo da matemática desprendido temporariamente de quaisquer problemas fora da matemática passa a ter um sentido diferente, o de estudar e aprimorar as ferramentas que se dispõe, e nesse processo a matemática torna-se objeto e não ferramenta. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 28)

O MCS tem grande importância para nossa prática docente e para esta pesquisa quando possibilita, através de seus pressupostos, que olhemos para as coisas que acontecem em sala de aula de uma maneira diferente e não baseada no senso comum.

A METODOLOGIA DE PESQUISA

Este capítulo tem por objetivo apresentar nossa metodologia de pesquisa e está dividido em duas seções. Na primeira seção vamos expor a proposta do produto educacional e explicaremos sua concepção e construção. Na segunda seção, descreveremos a produção das tarefas e preparação para saída a campo.

4.1 O produto educacional

Sendo esse trabalho elaborado para pesquisa num Mestrado Profissional em Educação Matemática, um de seus objetivos é apresentar uma proposta de ação profissional, que tenha implicações diretas ou indiretas na prática docente e na sala de aula de matemática. A essa proposta, damos o nome de produto educacional, e nos propomos a realizar nossa pesquisa com um olhar voltado para a criação desse produto.

O produto educacional resultante da pesquisa pretende reunir as duas questões de pesquisa de modo a informar aos professores sobre a importância do tema e sua possível utilização em sala de aula. .

Sua finalidade é oferecer, de forma clara e objetiva, ao professor um texto que apresente uma visão do que é pensamento proporcional, a importância do tema razão como taxa na sua formação, e protótipos de tarefas que serviram, também, como exemplos para o professor se familiarizar com o tema.

Observamos que vivemos hoje, uma realidade de priorização das necessidades, em que o professor encontra em cada sala de aula uma urgência em algum conteúdo matemático, e também podemos afirmar que o estudo das frações normalmente é um desses conteúdos. Por isso, acreditamos que apresentando ao professor um possível significado para a fração, que possibilite a ele pensar sobre o tema, podemos acalmar alguns anseios e angústias que surgem cada vez que ele se depara com essas dificuldades dos alunos.

Nosso texto apresenta quatro características principais. A primeira é apresentar o tema razão como taxa a partir da sua relevância na formação do pensamento proporcional. Para isso, construímos um texto explicando o que é o pensamento proporcional, quais as suas características e como o tema razão como taxa se encaixa na sua formação.

A segunda é a presença de nosso referencial teórico, na qual gostaríamos de expor de forma a fazer o professor pensar naqueles elementos e se posicionar quanto a sua prática docente. Necessitamos trazer, enquanto professores, para nossas salas de aula nosso objetivo e porquês; não achamos razoável o fato de ainda hoje muitos docentes criarem suas práticas a partir do senso comum, por isso, enfatizamos a importância da apresentação do nosso referencial teórico, para que o professor se sinta estimulado a procurar o seu próprio referencial.

A terceira é a produção de protótipos de tarefas que são formados por dois objetivos principais. Primeiro o de apresentar aos professores ideias de tarefas que foram criadas a partir de um referencial teórico. Segundo, que o objetivo principal de nossas tarefas é o de estimular a produção de significado dos alunos.

Utilizamos o termo protótipos por acreditamos na possível necessidade de que o professor, ao utilizar nossas ideias, precise modificar algumas coisas nas tarefas, adaptando às sua realidade.

E a quarta característica principal é apresentação de outros exemplos de temas que podem ser usados pelos professores para a criação de tarefas.

De forma resumida, as características são:

a) A apresentação do tema Razão como taxa como um componente do pensamento proporcional;

b) Alguns elementos do nosso referencial teórico, pois acreditamos na necessidade do professor ter uma referência para sua prática docente;

c) Protótipos de tarefas como referência ao professor;

d) E a sugestão de outras tarefas.

Nossa justificativa para isso se faz por acreditamos ser esse um conteúdo de fundamental importância, por sua composição no pensamento proporcional, e por nossas observações, percebemos a existência de professores de matemática, que não tem muitas informações sobre esse tema. Colocamo-nos como exemplo, pois em nossa prática docente, não tínhamos, até o começo de nossas pesquisas, um conhecimento do que seria pensamento proporcional e sua relevância para nossos alunos.

Não estamos considerando que os professores de matemática não conheçam o tema; estamos apenas apresentando um novo olhar, ao que já é trabalhado em sala de aula.

Com relação às tarefas, ressaltamos sua importância para nosso estudo pela possibilidade de realização da pesquisa de campo como uma forma de avaliar nossas tarefas e de observar como era o trato desse assunto pelos alunos.

Assim, após a pesquisa de campo é que se começou a produção do produto educacional, com a revisão que deixariam as tarefas em melhor condição de serem disponibilizadas em um produto.

4.2 A proposta das tarefas

Como uma parte integrante de nosso produto educacional é o de projetar protótipos de tarefas para a inserção da noção de razão como taxa, elaboradas a partir de nossos pressupostos teóricos e orientada por objetivos, apresentaremos como foi proposta nossa metodologia na criação das tarefas e na sua aplicação em campo.

As tarefas foram produzidas baseadas em algumas características gerais, tais como:

> i) estimular a produção de significados dos alunos quando eles se propuserem a resolver as tarefas propostas;
> ii) possibilitar a ampliação das possibilidades de estratégias de resolução dos alunos (ou como dizemos sua maneira de operar), ao invés de reduzi-las;
> iii) possibilitar que vários elementos do pensar matematicamente estejam em ação, como a análise da razoabilidade dos resultados, a busca de padrões nas resoluções, o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas. (LOTH, 2011, p. 64)

Além disso, uma “boa” tarefa, segundo Loth (2011), deverá permitir ao professor:

> a) Observar os diversos significados sendo produzidos pelos alunos. Este é um ponto importante pois será parte da função do professor que esses significados sendo produzidos se tornem objeto de atenção de todos os outros alunos;
> b) Sugerir a seus alunos que os significados produzidos por ele e/ou os significados oficiais da matemática, são um, entre os vários significados que podem ser produzidos a partir daquela tarefa;
> c) Discutir os significados matemáticos, junto com os significados não-matemáticos que possivelmente estarão presentes naquele espaço comunicativo. (LOTH, 2011, 64)

Para analisar as potencialidades desse protótipo, desenvolvemos uma pesquisa de campo com a finalidade de investigar que significados são produzidos pelos sujeitos de pesquisa para a tarefa proposta.

Essa proposta possui dois objetivos principais. Primeiro, avaliar as potencialidades da tarefa para utilização em situações reais de sala de aula e, como consequência, auxiliar na elaboração do produto educacional. Segundo, trabalhar nosso olhar na utilização das noções do MCS na leitura da produção de significados dos alunos.

Como ponto de partida, para a explicitação de nossas opções metodológicas, segundo uma visão geral da dissertação, caracterizamos nossa pesquisa como qualitativa, conforme proposto por Bogdan & Biklen (1994).

Nossa pesquisa de campo foi realizada em etapas. A primeira etapa, a fase preliminar, a saída a campo, foi destinada ao desenvolvimento de um conjunto de protótipos de tarefas sobre razão como taxa para serem aplicadas a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

A segunda etapa foi constituída para a aplicação das tarefas a uma dupla de alunos no 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual do município de Resende, RJ.

Essa etapa foi desenvolvida com dois alunos que resolveram as tarefas propostas para uma análise de suas produções de significados, essa aplicação das tarefas foi realizada com uma dupla de alunos de uma turma da qual não lecionamos. As seleções de quais alunos participariam da entrevista levou em consideração apenas a disponibilidade de quem poderia permanecer na escola após o horário de aula.

A identidade dos alunos será mantida em sigilo, por isso utilizamos pseudônimos e apresentamos um termo de compromisso ético (vide anexo, p.75).

As tarefas foram aplicadas em um dia, 14 de setembro às 11 horas. A escolha do horário se fez, pela disponibilidade dos alunos e da professora, nesse caso, a dupla de sujeitos de pesquisa, foi Lia e Oliver, alunos do 9º ano do ensino fundamental pela primeira vez.

As tarefas foram entregues aos alunos ao mesmo tempo e eles as realizaram em conjunto. Sendo assim, a coleta de dados da pesquisa se fez por gravação de áudio e registro escrito dos alunos em fichas que continham as tarefas.

Não usaremos os termos resolução de problemas ou modelagem matemática em nenhum momento, pois, não queremos sugerir nenhuma filiação com estas perspectivas em nosso trabalho.

Nossa ideia foi a de produzir tarefas que pudessem ser usadas em sala de aula, e que nos permitissem como professores identificar na fala dos alunos sua maneira de operar e a lógica de suas operações, além de outros elementos do MCS que nos possibilitassem identificar dificuldades de aprendizagem e em que direção os alunos estão falando, por exemplo.

O processo de elaboração das tarefas foi norteado pelas seguintes características:

I- As tarefas foram pensadas de forma que fosse possível sua utilização em salas reais de matemática, sendo esse um dos objetivos da pesquisa de campo, observar as potencialidades e limitações que deveriam ser trabalhadas posteriormente para ter uma melhor aplicabilidade.

II- As tarefas apresentam uma contextualização que permite ao aluno aprender matemática produzindo significados que vão além da matemática a partir da observação do que aqueles números podem trazer de informação. O contexto não é utilizado como motivação, e sim por sua relevância ao proporcionar reflexões e debates, tornando possível,

> que os alunos venham a dominar um certo tipo de pensamento, certas formas de produzir significado – , e nos permitir falar dos significados que os alunos estarão efetivamente produzindo – isto é, onde eles estão. (LINS e GIMENEZ, 1997, p.121)

III- Permitir que o aluno experiencie situações-problema que possibilitem diferentes tipos de respostas com a apresentação de distintos tipos de produção de significados, o que pode estimular o aluno em sua tomada de decisão em momentos da atividade, pois ele não terá um algoritmo pronto para resolver as tarefas.

IV- Tecnicamente, segundo os pesquisadores que tem o MCS como referencial teórico, buscamos que as tarefas tivessem como características ser familiares e não usuais, conforme dado a seguir.

> Familiar, no sentido de permitir que as pessoas falem a partir daquele texto, e não-usual, no sentido de que a pessoa tenha que desprender um certo esforço cognitivo na direção de resolvê-lo.O fato de a tarefa ser não-usual tem como objetivo nos permitir – enquanto professores ou pesquisadores – observar até onde a pessoa pode ir falando. Além disso, será nosso caminho para investigar a dinâmica do processo de produção de significados do sujeito de pesquisa. È importante ressaltar que a crença de que uma tarefa seja familiar e não-usual está presente apenas nas expectativa do pesquisador através do seu entendimento dos sujeitos envolvidos e do contexto onde o problema será aplicado, pois, não a nada que garanta tal crença. (SILVA,2003, p. 41)

V- A representação fracionária, com o tema razão como taxa, e os significados produzidos para ela, constituem a estrutura subjacente das tarefas.

O próximo passo foi escolher o contexto em que as tarefas aparecerem; optamos por trabalhar com 3 tarefas sobre densidade demográfica.

Selecionado o tema, fizemos várias pesquisas até chegarmos às tarefas que serão apresentadas a seguir.

Observamos que procuramos explorar o tema de diferentes maneiras, de forma a criar um conjunto de tarefas que trabalhem ao máximo o tema, diferente do que vemos em livros do ensino fundamental, nos quais a densidade demográfica é apresentada com um ou dois exercícios entre outras aplicações de razão como taxa.

Apresentaremos as tarefas como foram pensadas e criadas antes da pesquisa de campo.

O conjunto é formado por três tarefas que devem ser apresentadas juntas aos alunos, para que eles possam comparar uma à outra.

A primeira tarefa, apresentada abaixo, é composta por um parágrafo inicial em que explicitamos o que é a densidade demográfica. Esse parágrafo tem como objetivo situar o aluno ao contexto das tarefas. O segundo parágrafo apresenta uma situação e pede para o aluno explicar o que seria densidade demográfica naquele contexto.

Tarefa 1:

A densidade demográfica de uma determinada região (país, estado, cidade, etc) é estabelecida pela razão entre o número de habitantes e o espaço do território em questão. O resultado desta razão expressa o número médio de habitantes por quilômetro quadrado.

Se uma cidade possui 500 habitantes numa área de 20.000 km2, o que significa o resultado encontrado para a densidade demográfica?

Na tarefa 2, apresentamos uma tabela com os dados de Área territorial e a população de cinco cidades que estão inseridas no contexto de vida dos alunos.

Tarefa 2:

a) Considerando a tabela abaixo, calcule a densidade demográfica de cada cidade:

Cidade	Área territorial (km²)	População (2010)	Densidade Demográfica
São Paulo	1523,278	11253503	
Rio de Janeiro	1200,279	6320446	
Porto Real	50,748	16592	
Resende	1.095,254	119769	
Volta Redonda	182,483	257803	

b) Como você explicaria a uma pessoa o valor encontrado para a densidade demográfica de São Paulo?

c) Analisando os dados da tabela, é possível afirmar que o fato de uma cidade ter maior área territorial, maior será sua densidade demográfica?

Na terceira tarefa, apresentamos a mesma tabela, mas com dados de países e com outro foco nas questões.

Tarefa 3:

a) Encontre a densidade demográfica dos países abaixo sabendo que o país com maior densidade demográfica no mundo é o Principado de Mônaco e o com menor é a Mongólia:

País	Área territorial (km²)	População (hab)	Densidade Demográfica
Brasil	8.514.215,3	190.732.694	
Portugal	92.391	10.223.980	
Estados Unidos	9.372.614	308.745.538	
Mongólia	1.564.100	2.800.114	
Principado de Mônaco	1,95	32.409	

b) Se um país tem uma alta densidade demográfica dizemos que ele é muito povoado. Para se decidir se um país é muito ou pouco povoado, usamos verificar se a densidade demográfica está acima ou abaixo da densidade do planeta que é de 44 hab/ km^2.

Considerando esta informação, o que você pode afirmar a respeito dos países da tabela acima?

A PESQUISA DE CAMPO

Este capítulo tem como objetivo apresentar nossa pesquisa de campo que foi realizada com a aplicação das tarefas para uma dupla de alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Resende – RJ.

Nossa análise da produção de significados desses alunos para essas tarefas foi feita com base nos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos.

Segundo Silva (2003),

> a partir do momento que uma pessoa se propõe a produzir significados para o resíduo de uma enunciação, é possível observar o desencadeamento de um processo – o processo de produção de significados – que envolve:
>
> i) A constituição de objetos – coisas sobre as quais o sujeito sabe dizer algo e diz – que permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados que estão sendo produzidos.
>
> ii) A formação de um núcleo: as estipulações locais, as operações e suas lógicas.
>
> iii) A produção de conhecimento.
>
> iv) Os interlocutores – quando discutimos o processo comunicativo.
>
> v) As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade. (SILVA, 2003, p. 66)

Esses são os elementos que utilizaremos em nossas análises da produção de significados dos sujeitos de pesquisa.

Para ilustrar como podemos utilizar o MCS, vamos retornar a um exemplo exposto no capítulo 3, sobre o que seria a crença-afirmação e a justificação:

Quando afirmamos que $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ (crença-afirmação), uma justificação dada por uma criança poderia ser: para somar essas frações encontro as frações equivalentes que apresentem denominadores iguais e depois somo o numerador; outra justificação dada por outra criança poderia ser: encontro o mínimo múltiplo comum entre os denominadores, esse resultado passa a ser o novo denominador e realizo a receita: divide pelo denominador e multiplica pelo numerador, depois somo os numeradores.

Note que os alunos apresentaram duas *justificativas* diferentes para uma mesma resposta. Dizemos, então, que eles estão operando em *núcleos* diferentes. Segundo Lins (1999),

> estas estipulações locais, com relação às quais se produzem significados, são sempre constituídas como tal dentro de atividades, e como parte do processo que é esta atividade. (LINS, 1999, p. 87)

Ao observar o *resíduo de enunciação* $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ e *produzir significado* para ele, o aluno vai constituindo os *objetos* no interior daquela atividade. E o *resíduo de enunciação* vai se constituindo em *texto* na medida em que o aluno vai produzindo significados para ele.

Assim o aluno apresenta $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$, pois ele tem uma *justificativa* para essa resposta.

O que queremos ressaltar nesse momento, apresentando algumas noções do MCS, é que o professor deve observar a *justificativa* do aluno para o *conhecimento* que ele apresenta. Mesmo que o professor julgue *errado* o que foi proposto pelo aluno, é importante que ele saiba *de onde* veio aquele conhecimento, por isso, para nós não existe o *erro.* Se o aluno tem uma *justificativa* para sua resposta, ele estava operando de alguma forma, que pode não ser correta segundo a visão do professor, mas para ele é a que faz sentido.

5.1. A aplicação das tarefas

Esta seção tem como objetivo apresentar o que ocorreu durante a aplicação das tarefas e nossa leitura da produção de significados dos sujeitos de pesquisa.

Observamos a necessidade de apresentar essa seção, visto que, um dos objetivos de nosso produto educacional é o de apresentar aos professores tarefas que possibilitem a produção de significados dos alunos para razão como taxa.

Nossa leitura se baseia na análise do registro escrito e das observações anotadas durante a aplicação das tarefas. Como conduta, durante a aplicação, procuramos não interferir na produção de significados dos alunos. Uma pequena apresentação se fez necessária mais não interferimos na produção dos significados dos alunos.

5.2. Uma análise da produção de significado dos alunos

Nessa seção, apresentaremos considerações sobre a produção de significados dos alunos.

As tarefas foram entregues aos alunos junto com uma calculadora para cada. A dupla recebeu uma lista com as tarefas para cada, mas resolveram utilizar apenas uma para entregarem como resultado final e a outra para rascunhos.

Observamos certo constrangimento dos alunos por não sermos a professora deles. Entendemos que isso possa ter atrapalhado na hora de fazerem perguntas, pois só nos foi perguntado se poderiam usar a calculadora do celular para fazer as contas.

Assim, os alunos realizaram a leitura da primeira tarefa, que apresentava uma introdução ao tema que seria trabalhado na pesquisa.

A densidade demográfica de uma determinada região (país, estado, cidade, etc) é estabelecida pela razão entre o número de habitantes e o espaço do território em questão. O resultado desta razão expressa o número médio de habitantes por quilômetro quadrado.

Nossa primeira observação durante a aplicação foi o desconhecimento dos alunos da palavra “razão”. A tarefa foi entregue a eles que riram, sem saber o que fazer. Tivemos que intervir e apresentar um exemplo, do que seria razão, para que eles começassem a fazer as tarefas.

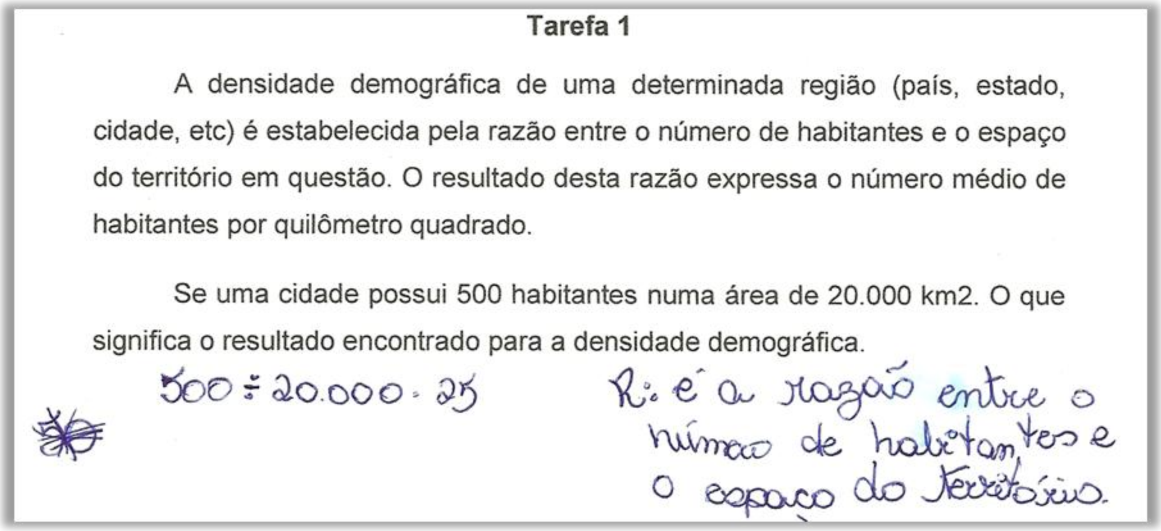
Segundo Ole Skovsmose,

> às vezes, em discussões com professores, tem sido sugerido que, antes de os alunos se envolverem com investigação em algum ambiente, eles devem compreender algumas técnicas que podem, mais eficientemente, ser produzidas dentro do paradigma do exercício (Skovsmose, 2000, p.16).

Observamos que durante toda a realização das tarefas, surgiram produções de significados que não poderíamos imaginar sem ir a campo. Isso nos deixou mais convictos da importância de um olhar diferenciado para a fala dos alunos.

Apresentaremos a seguir, algumas produções de significados e ocorrências que nos foram mais marcantes durante a aplicação das tarefas.

Quanto à ideia de razão, surgiram dúvidas que foram solucionadas por eles mesmos e dúvidas que, acreditamos não terem sido sanadas. Nas perguntas destinadas para eles escreverem o que entenderam por densidade demográfica, os mesmos escreveram o que estava no enunciado da primeira tarefa. Por exemplo, observe a resolução da tarefa 1 abaixo:


Tarefa 1

A densidade demográfica de uma determinada região (país, estado, cidade, etc) é estabelecida pela razão entre o número de habitantes e o espaço do território em questão. O resultado desta razão expressa o número médio de habitantes por quilômetro quadrado.

Se uma cidade possui 500 habitantes numa área de 20.000 km2. O que significa o resultado encontrado para a densidade demográfica.

500 ÷ 20.000 · 25

R: é a razão entre o número de habitantes e o espaço do território.

Figura 7

Observamos que na primeira tarefa escrevemos “área de 20.000km2” e na terceira tarefa escrevemos na pergunta “km²”, e isso gerou dúvidas. O fato do 2 que simboliza o km² ter sido apresentado em um primeiro momento de forma “errada” fez com que eles não voltassem seu olhar para ele, o que mudou quando a apresentação passou a ser “km²”.

Lia: (lendo a letra “b”... 2 vezes) Aqui é ao quadrado.
Oliver: Onde fala que é ao quadrado?
Lia: hum.. tá.
Oliver: Escreve aí...
Lia: acho que tá né.

Lia parou de falar sobre o “quadrado” que estava escrito, pois, acreditamos, não achou que Oliver estava entendendo o que ela estava querendo dizer. Em nenhum momento durante a tarefa eles discutiram quanto ao uso das unidades. Estavam dividindo o número de habitantes por território e não perguntaram nem escreveram o que seria o resultado. Acreditamos ser esse o momento em que o professor poderia intervir e questionar os alunos sobre isso.

Discutiram se dividir o número de habitantes por território seria a mesma coisa que dividir território pelo número de habitantes e descobriram que não seria.

Outro momento em que o conceito de divisão entrou em pauta foi quando eles estavam discutindo que, na terceira tarefa, os números não cabiam na tela da calculadora.

Oliver: Nos Estados Unidos o 8 não entra!

Lia: Tira e coloca depois!

Oliver: Não pode é divisão! Vai dar resultado diferente, vai não?

Lia: (silêncio)

Oliver: A o tanto que deu já! (resultado dos Estados Unidos) eu dividi por 8 depois. O que faltou.

Lia: Não cabe! Já sei! Pode usar o celular?

Professora: Pode!

Lia: Pronto! Agora cabe.

Observe que os alunos ficaram em dúvida se quando tiramos um número do dividendo, podemos fazer ao invés de uma divisão, duas. Essa questão surgiu pelo fato da calculadora não ter espaço para todos os números que compõem o número de habitantes dos EUA (308.745.538). Preferiu-se então, na dúvida, resolver a questão utilizando a calculadora do celular na qual caberiam todos os caracteres.

A calculadora esteve presente na maioria das dúvidas dos alunos, o que eram os pontos, qual a diferença deles para as vírgulas, etc. Não entravam num acordo e pareciam não acreditar nos resultados ali apresentados.

Observe agora, a resolução de Lia para a tarefa 2

Tarefa 2

a) Considerando a tabela abaixo, calcule a densidade demográfica de cada cidade:

Cidade	Área territorial (km²)	População (2010)	Densidade Demográfica
São Paulo	1523,278	11253503	7.3,876,882
Rio de Janeiro	1200,279	6320446	5,265,814
Porto Real	50,748	16592	0,3269488
Resende	1.095,254	119769	0,1093527
Volta Redonda	182,483	257803	1,4127507

Figura 8

Ao responder a densidade demográfica de São Paulo, por exemplo, no resultado encontrado (7.3,87,6882), eles pontuaram e utilizam duas vírgulas, o que seria sete vírgula trinta e oito, foi considerado como 7 milhões.

Oliver: A primeira deu sete milhões...

Lia: Então dividiu os habitantes pelo território uê!

Oliver: E quanto que vai dar? O meu deu 7 milhões e um pouquinho...

Lia: Mas aqui tá diferente, porque o ponto tá lá perto do outro sei (mostra a sua calculadora)!

Oliver: O ponto tá no primeiro sete aqui!

Lia: Aí tá tudo errado! Diferente!

Oliver: Mas tem que colocar o ponto!

Lia: Não tem que colocar ponto!

Oliver: Mas na divisão tem!

Lia: Mas dá a mesma coisa!

Oliver: Mas na divisão tem uma parada lá que dá diferente!

Lia: sete ponto trinta e oito... (tem que ver se aqui tá certo)

Oliver: Mas o ponto aqui tá errado.

Lia: iii... não.

Oliver: Olha o que falei Lia! O ponto não é aqui não!

Lia: Tá, dá aqui.

Oliver: O ponto não é aqui não?

Lia: Tá, por que você acha que o ponto não é aqui? Oliver, você não sabe nem o que você está falando cara! (risos)

Oliver: É isso aí, agora tá certo! 32 milhões!

Lia: Viu essa aqui deu exata, porque deu 3 casas certinho. Você coloca ponto?

Oliver: Não. (risos)

Oliver questionou ainda, se havia a necessidade de escrever o zero antes da vírgula. Por exemplo, para ele, o resultado da calculadora 0,32... era a mesma coisa que 32... que ele chama de 32 milhões.

Lia: Viu essa aqui deu exata, porque deu 3 casas certinho. Você coloca ponto?

Oliver: Não. (risos)

Lia: Coloca ponto a cada 3!

Oliver: Vai dividir isso por isso aqui?

Lia: É Oliver! É assim uê!

Oliver: Mas parece que aqui é menor! Denominador menor!

E depois

Oliver: Tem que colocar o zero também?
Lia: Tem! É claro!
Oliver: Eu acho que não...
Lia: Mas é parte do número, né Oliver?!
Oliver: É, mas essa parte não preciso!
Lia: Apaga e coloca o zero!
Oliver: Tem que colocar o zero também? Mesmo?
Lia: Tem! (risos)
Oliver: Eu acho que não precisa não!
Lia: Acho que seria vírgula ao invés de ponto! (...) Vou mudar tudo aqui, porque todos esses aqui deveriam ser com vírgula e não com ponto. (...) eu vou colocar zero e vou colocar vírgula em todos os outros.
Oliver: Será que eu posso por zero?
Lia: Vai ficar zero vírgula...
Oliver: Só apareceu o zero aqui porque não tem outro número! Se não coubesse mais número, não deveria ter o zero! (...) E ainda tá errada a minha vírgula.

Assim, quanto ao uso da calculadora, o ponto e a vírgula foram considerados barreiras na execução das tarefas; na divisão em que eles encontravam vírgula, não sabiam se era referente a mil, milhões ou décimos, milésimos. E na tarefa 2, que não apresentava vírgula nos números dados, eles pareceram fazer com menor cautela do que na tarefa 3, que tinham pontos e vírgulas.

Um fato que nos fez refletir sobre a mudança da pergunta da letra "c", na tarefa 2, foi o exposto por Lia:

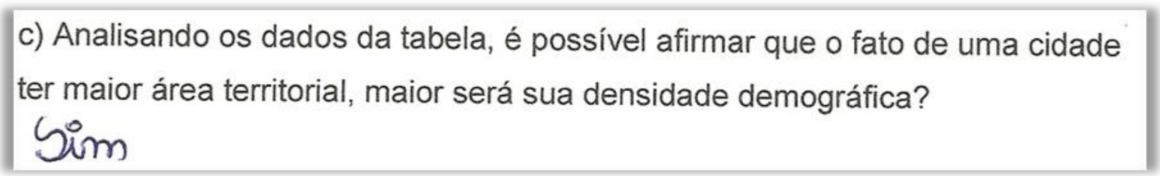

c) Analisando os dados da tabela, é possível afirmar que o fato de uma cidade ter maior área territorial, maior será sua densidade demográfica?
Sim

Figura 9

Oliver: Quanto maior o território maior a densidade? acho que sim!
Lia: Então coloca sim!

Oliver: Mas não sei!

Lia: Coloca! Não tá pedindo para justificar a resposta. (risos)

Nessa pergunta, o fato do aluno não ter que apresentar uma justificativa pode ter deixado que eles passassem por essa questão sem uma reflexão maior.

Observamos ainda que, as tarefas estimularam a discussão e a produção de significados dos alunos, como era nosso objetivo principal ao criá-las. Elas possibilitaram também ao professor observar a relação do aluno com a operação de divisão, pois durante a resolução das tarefas, o que mais foi discutido entre os sujeitos da pesquisa foi à dificuldade de entender o resultado da divisão, que foi feita na calculadora. Em anexo, estão as transcrições e as tarefas com as respostas dos alunos. (vide anexo 2)

Por outro lado, observamos que, mesmo compartilhando o mesmo espaço comunicativo, os alunos estavam impermeáveis às ideias uns dos outros. No trabalho que finalizaram as respostas dadas, não podiam ser consideradas a tarefa dos dois participantes da dupla, pois decidiram em cada momento responder o que o outro estava defendendo.

Como conclusão sobre nossa pesquisa de campo, podemos dizer que ela serviu para que comprovássemos que nosso tema passa despercebido pelos alunos da educação básica. Observa-se também que os alunos realizaram as tarefas com objetivo final de terminá-las. A tarefa para Lia e Oliver parece ser tomada como uma obrigação que só a resolução permite ficar livre daquilo. Notamos que, em nenhum momento, eles parecem analisar os resultados, observar sua razoabilidade e refletir sobre o que o contexto da tarefa quer dizer.

Após a pesquisa de campo se torna mais evidente para nós a importância da apresentação de tarefas para as quais os alunos produzam significado para Razão como taxa. Pois os alunos não produziram significados para as tarefas.

A razão disso é que na escola pública, em geral, esse conteúdo não é trabalhado com a ênfase que deveria ser dada, pela sua importância na formação matemática do estudante.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizarmos a pesquisa, apresentaremos algumas considerações quanto aos rumos de nossa investigação e nossos questionamentos que surgiram e se tornam agora potenciais temas para pesquisas futuras.

Todos os dias, em nossa prática docente, observamos a dificuldade de nossos alunos em lidar com frações, razões e proporções, e observamos também, a nossa dificuldade de sanar seus problemas.

O fato de termos permanecido em sala de aula durante toda a elaboração da pesquisa nos trouxe a impressão de não termos conseguido nos desvincular de nossas inquietações e angústias com esse tema.

Recordamos que nosso trabalho apresentou duas questões de investigação.

A questão principal de nossa pesquisa foi a de investigar sobre o ensino de razão como taxa, como parte da formação matemática dos estudantes do ensino fundamental. E a segunda questão, foi à produção de protótipos de tarefas relacionadas ao tema razão como taxa para uso em sala de aula de matemática.

Nossa investigação foi motivada por nossas observações em salas de aula de matemática, nas quais o tema razão como taxa parece ser um conteúdo pouco explorado, visto que, em sua maioria, quando apresentado aos alunos do ensino fundamental, é feito de forma breve, com poucos exemplos e exercícios.

Acreditamos ser esse um tema que possibilite ao professor explorar várias formas de produção de significado em sala de aula. Por isso, nosso projeto representou um estudo local na aritmética escolar, mas com objetivo de formar uma visão mais ampla do que acontece em sala de aula e informar o professor a relevância desse conteúdo.

O produto educacional sempre esteve presente durante a confecção de nosso trabalho. Não pensamos em nada sem que nos perguntássemos se aquilo teria relevância para a criação de nosso produto.

Observamos que vivemos hoje, uma realidade de priorização das necessidades, em que o professor encontra em cada sala de aula uma urgência em algum conteúdo matemático, e também podemos afirmar que o estudo das frações normalmente é um desses conteúdos. Por isso, acreditamos que, ao apresentarmos ao professor possíveis significados para fração, isto possibilite a ele pensar sobre o tema, acalmar alguns anseios e angústias que surgem cada vez que se depara com essas dificuldades de nossos alunos.

Observo hoje a mudança significativa na nossa prática docente a partir do momento que passamos a olhar a sala de aula, o livro didático e, em particular a fala dos alunos, com a lente de um referencial teórico.

O Modelo dos Campos Semânticos nos permite – durante a pesquisa e em nossa prática – ter uma leitura da sala de aula que nos possibilita realizar investigações com relação às dificuldades de nossos alunos e a possibilidade de compartilhamento das produções de significados entre os alunos.

Acreditamos em sua importância na composição dessa pesquisa, pois sem o olhar diferenciado do MCS, dificilmente conseguiríamos estabelecer uma conversa com nossos alunos, como fazemos hoje em nossa prática docente e fizemos durante a pesquisa.

Vale ressaltar nesse momento, a importância da pesquisa para a prática do professor. Após nossa investigação, temos ainda mais certeza da necessidade do educador ter um referencial teórico que respalde suas opções e atitudes na sala de aula. Algumas questões ficaram após a elaboração do produto e a análise das tarefas.

O Modelo dos Campos Semânticos auxilia o professor a realizar a leitura da produção de significado dos alunos, mas não pode fazer com que os alunos queiram produzir significados, e isso, é uma questão que permanece para nós, como professora e pesquisadora, como inserir os alunos no processo de aprendizagem? Observamos que a partir do momento em que, em nossa prática, passamos a *dar ouvido* ao aluno, a partir da perspectiva do MCS, muitos se sentiram legitimados a estabelecer conosco um diálogo sobre suas produções de significado. E, esse diálogo é essencial para a aprendizagem dos alunos.

Outro ponto importante é o fato de acreditarmos na necessidade de haver mais pesquisas em que o professor entenda a importância de se ensinar razões, razões como taxa e proporções no Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **As Diferentes "personalidades" do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas.** BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.79 a 102, Rio Claro (SP), 2008.

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar.** Campinas-SP: Papirus, 2009 (Série Prática Pedagógica).

BEHR, M. POST, T. LESH, R. **A Proporcionalidade e o Desenvolvimento de Noções Pré-álgebra.** In: COXFORD, A. SHULTE, A. As ideias da álgebra. Atual. São Paulo, 1995.

BEM-CHAIN, D. ILANY, B. KERET, Y. **"Atividades Investigativas Autênticas" para o Ensino de Razão e Proporção na Formação de Professores de Matemática para os Níveis Elementar e Médio.** BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.129 a 159, Rio Claro (SP), 2008.

BERTONI, N. E. **A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário.** BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.209 a 237, Rio Claro (SP), 2008.

BERTONI, N. E. **Um novo paradigma no ensino e aprendizagem das frações.** Anais do 8º Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004.

BEZERRA, F. J. B. **Introdução do conceito de número Fracionário e suas representações: Uma Abordagem criativa para sala de aula.** Dissertação de Mestrado, PUC (SP), 2001.

BEZERRA, F. J. B. **Construindo a Representação da Fração: abordagem tradicional versus abordagem conceitual.** Anais do 8º Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari K.. **Investigação Qualitativa em Educação.** Uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática.** 1ª a 4ª séries. Brasília: MEC / SEF, 1997.

CAMPOS, T. MAGINA, S. **A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental.** BOLEMA, Ano 21,nº 31, p.23 a 40, Rio Claro (SP), 2008.

CARRAHER, D. **Relações entre Razão, divisão e Medida.** In: SCHLIEMANN, A. CARRAHER, D. (org.) A Compreensão de conceitos aritméticos – Ensino e Pesquisa. 2ª edição, Campinas (SP), 2003.

DAVID, M. M. S. MOREIRA, P. C. **A Formação Matemática do Professor**: **licenciatura e prática docente escolar**. Autêntica. Belo Horizonte (MG), 2005.

FERREIRA, M. C. C.; MOREIRA, P. C.; **A Teoria dos Subcontrutos e o Número Racional como Operador: das estruturas algébricas às cognitivas.** BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.103 a 127, Rio Claro (SP), 2008.

GOODMAN, N. **Of mind and other matters**. London: Harvard University Press, 1984.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia y personalidad**. Mexico: Cartago, 1984.

LINS, Romulo Campos; **Epistmologia, História e Educação Matemática**: tornando mais sólidas as bases de pesquisa. Revista da SBEM – SP Campinas, v.1, p. 75-91, set., 1993.

_________________ **O Modelo Teórico dos Campos Semnticos**: Uma análise espistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. Dynamis. Blumenau, V.1, n.7, p. 29-39, abr/jun 1994

__________________**Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In: Bicudo, M. A. V. (org). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 37-60

__________________**Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática**. In:BICUDO, Maria aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo C. (orgs) Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. São Paulo: Cortez, 2004a. p. 93-120

__________________**A diferença como oportunidade para aprender**. In: XIV ENDIPE, 2008, Porto Alegre. Trajetórias e processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e culturas. Porto Alegre: Edi PUCRS, v.3. p. 530-550, 2008.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e àlgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 1997 (Coleção perspectivas em Educação Matemática).

LINS, R. C.; SILVA, H. **Pró-Letramento: Programa de Formação Continua de Professores dos Anos/ Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Matemática, Fascículo 4: Frações.** Brasília: Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica, 2007.

LOPES, A. J. **O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações.** BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.1 a 22, Rio Claro (SP), 2008.

LOTH, M. H. M. **Uma Investigação sobre a Produção de Tarefas Aritméticas para o 6º ano do Ensino Fundamental.** Dissertação de mestrado, UFJF, Juiz de Fora (MG)

NUNES, T. **Diferentes Significados de Frações e sua Influencia sobre o ensino e a aprendizagem.** Anais do 8º Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento: Um processo sócia-histórico.** Editora Scipine, 4ªedição: São Paulo, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Cenários Para Investigação. Bolema, nº 14, p. 66 a 91, 2000.**

SILVA, Amarildo Melchiades. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática**. Tese de doutorado, UNESP, Rio Claro – SP, 2003.

SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série.** 301 f. Tese de doutorado. PUC/SP, São Paulo, Brasil. 2005.

SILVA, M. J. F.; ALMOULOUD, S. A. **As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo.** BOLEMA, Ano 21, nº 31, p. 55 a 78, Rio Claro (SP), 2008.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 7.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

WALLE, J. A. V. **Matemática no ensino fundamental: Formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6ª edição, Porto Alegre, 2009.

ANEXOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TERMO DE COMPROMISSO ÉTICO

Este termo de compromisso pretende esclarecer os procedimentos que envolvem a pesquisa desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática/UFJF, e a utilização dos dados nela coletados. Tem o objetivo de deixar o mais transparente possível a relação entre os envolvidos e o tratamento e uso das informações que serão colhidas.

Os registros, entrevistas e transcrições servirão como material para nossas pesquisas que procuram investigar uma proposta de avaliação em Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental. O acesso ao conteúdo coletado será de uso exclusivo da pesquisadora e dos pesquisadores do Núcleo de Investigação e Divulgação dos Estudos em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, que assumem o compromisso de não divulgar a imagem ou informações que permitam identificar os sujeitos de pesquisa.

As informações provenientes da análise dessas entrevistas poderão ser utilizadas pelos citados pesquisadores em publicações e eventos científicos e divulgadas a todos aqueles que se interessarem pelas pesquisas, na forma acima indicada.

Juiz de Fora, __ de _____ de 2012.

________________________________	________________________________
Amarildo Melchiades da Silva	Marilia Rios de Paula
Orientador da pesquisa	Pesquisadora
________________________________	________________________________
Débora Albino Mendonça Bernardes	Responsável pelo sujeito de pesquisa
Diretora do C. E. Antonina Ramos Freire	

Transcrição

Alunos: Lia, e Oliver

Duração: 60 minutos

<u>Tarefa 1</u>

Silêncio durante 3 minutos

Lia: você tem que entender isso!

Oliver: entender o quê? (risos)

Lia: eu não sei não...

Oliver: hum... (risos) acho que é dividir.

Lia: acho que não.

(Depois de um silêncio na sala) A professora interveem:

Prof.: o trabalho é sobre Razão, vocês lembram o que é razão?

Oliver: não.

Lia: (risos) não (risos)

Prof.: Vamos supor que a distância daqui a Valença é de 240 quilometros e eu levei quatro horas para fazer esse percurso. Quando eu dividir 240 por 4, vou achar a razão entre espaço e tempo, que a gente chama de velocidade média. 240 por 4 dá quanto?

Lia: dá...

Prof.: 24 por 4?

Lia: dá... 60?

Prof.: isso mesmo! Vai dar 60 km por hora, essa foi minha velocidade média da viagem, isso é razão, quando eu comparo duas coisas e faço uma divisão.

Oliver: Aqui vai dividir o 500 por 20, não né?

Prof.: O quê?

Oliver: 500 habitantes, que dividi?

Prof.: Então, pensa aí...

Silêncio e risos

Oliver: que que você está fazendo aí?

Lia: A conta! Porque depois é fácil, é só fazer a conta. (...) tá legal?

Oliver: Tá uê! Tá legal!

Lia: Pronto, a segunda? O que significa o resultado encontrado para a densidade demográfica?

Oliver: o resultado é quando... (interrompido)

Lia: não!!! É só dividir o número de habitante e o espaço do territotio.

Oliver: isso não ta escrito ali?

Lia: Tá, mas é isso!

Oliver: tá então né! (risos) Vamos para próxima.

Tarefa 2

(lendo)

Oliver: Caraca! (...) Dê razão... isso tudo?

(Silêncio)

Lia: Oliver, você é muito burro, o que você está fazendo? O que é isso? (risos)

Oliver: Dividindo, uê!

Lia: acho que tem que colocar a virgula!

Oliver: tem?

Lia: é a mesma coisa de dividir qualquer um? [aponta para habitantes por espaço e espaço por habitantes]

Oliver: Você colocou tudo? Até ponto?

Lia: Não!!! Dá diferente!

Oliver: é a razão...?

Lia: é a razão do número de habitantes pelo território!

Oliver: é a razão entre habitantes e território mesmo então!

Lia: é aquilo da li! Oliver, a gente entrega essa daqui cara. Fazer a densidade aqui de cada um, é muita conta grande.

Oliver: (aponta para a tarefa2) isso aqui é diferente!

Lia: não é! É o mesmo da outra! (tarefa 1)

Oliver: Eu acho então que é dividir e colocar o resultado aqui.

Lia: mas acho que vai ter que colocar... que esse não cabem...

Oliver: dá a mesma coisa?

Lia: Essa calculadora! Não sei mexer na calculadora!

Oliver: Faz na minha. Quer fazer na minha calculadora, é mais fácil! Eu não gosto de calculadora sou mais na cabeça.

Lia: É muito número! Tá dando diferente?

Oliver: Então, pequenininho! Como que faz?

Lia: O quê? Tá diferente? Tá dando igual não! Dá aqui Oliver! (pega a calculadora) É a população dividida pelo território, não é?

Oliver: É, mas essa aí tá difícil! A área é o território, né? A tá! Vamos ver se vai dar certo. (..) é faz assim mesmo. O meu deu isso também!

Lia: então ta bom, o meu deu 7.3876882. Oliver deu tudo isso?

Oliver: O meu deu 1 135 35.

Lia: Que isso Oliver! Olha o que deu?!

Oliver: Mas não sei se tá certo.

Lia: Mas coloca o ponto ou deixa sem?

Oliver: Peraí!

Lia: Nossa olha aqui!!

Oliver: Não vai dar!

Lia: Olha aqui que deu! Não apaga!Vou colocar isso mesmo!Não sei... o seu como tá?

Oliver: Assim...

Lia: então tá certo!

Oliver: Tá?

Lia: Calculadora tá com problema.

Oliver: tem que colocar o ponto? Vou tirar! (risos)

Lia: A pergunta! (lê a letra "b" da tarefa 2) Uê a gente teve que dividi.. a mesma da outra!

Oliver: Então a resposta tem que ser a mesma (sobre a letra "a") vou colocar 7 e três pontinhos.

Lia: Que três pontinhos?

Oliver: Claro que é, não vai colocar tudo!

Lia: Claro que vai ter que colocar tudo Oliver! Coloca 7ponto... E também não existe ponto... e o número não repete! Vai colocar o 7?

Oliver: Vai colocar o 7 porque ele tá aí. (aponta para a calculadora da Lia)... 7387... aí difícil! Eu não sei não.

Lia: O quê que você não sabe? Dividir isso aqui por isso aqui?! Então vai dividir!

Oliver: Já dividi o primeiro! Eu não sei não! Coloca o sei, tá legal!

Lia: Dá diferente, se dividi a área pela população dá diferente!

Oliver: A primeira deu sete milhões...

Lia: Então dividiu os habitantes pelo território uê!

Oliver: E quanto que vai dar? O meu deu 7 milhões e um pouquinho...

Lia: Mas aqui tá diferente, porque o ponto tá lá perto do outro sei (mostra a sua calculadora)!

Oliver: O ponto tá no primeiro sete aqui!

Lia: Aí tá tudo errado! Diferente!

Oliver: Mas tem que colocar o ponto!

Lia: Não tem que colocar ponto!

Oliver: Mas na divisão tem!

Lia: Mas dá a mesma coisa!

Oliver: Mas na divisão tem uma parada lá que dá diferente!

Lia: sete ponto trinta e oito... (tem que ver se aqui tá certo)

Oliver: Mas o ponto aqui tá errado.

Lia: iii... não.

Oliver: Olha o que falei Lia! O ponto não é aqui não!

Lia: Tá, dá aqui.

Oliver: O ponto não é aqui não?

Lia: Tá, por que você acha que o ponto não é aqui? Oliver, você não sabe nem o que você está falando cara! (risos)

Oliver: É isso aí, agora tá certo! 32 milhões!

Lia: Viu essa aqui deu exata, porque deu 3 casas certinho. Você coloca ponto?

Oliver: Não. (risos)

Lia: Coloca ponto a cada 3!

Oliver: Vai dividir isso por isso aqui?

Lia: É Oliver! É assim uê!

Oliver: Mas parece que aqui é menor! Denominador menor!

Lia: Vou pegar o que estiver em baixo aí Oliver, pelo amor de Deus! (...) Oliver tem que responder aqui! Peraí!

Oliver: Tá certo então! (risos) Copia de mim então!

Lia: Viu meu tá certo!

Oliver: Olha só tá certo!

Lia: Agora eu acho que tem que fazer a área...

Oliver: Vai fazer nada não!

Lia: Deixa eu conferir se a conta que fiz tá dando! Tá maluco

Oliver: Maluco nada, vamos lá!

Lia: Porque você colocou o 3? E o zero? (falando do número 0,3269488)

Oliver: Tem que colocar o zero também?

Lia: Tem! É claro!

Oliver: Eu acho que não...

Lia: Mas é parte do número, né Oliver?!

Oliver: É, mas essa parte não preciso!

Lia: Apaga e coloca o zero!

Oliver: Tem que colocar o zero também? Mesmo?

Lia: Tem! (risos)

Oliver: Eu acho que não precisa não!

Lia: Acho que seria vírgula ao invés de ponto! (...) Vou mudar tudo aqui, porque todos esses aqui deveriam ser com vírgula e não com ponto. (...) eu vou colocar zero e vou colocar vírgula em todos os outros.

Oliver: Será que eu posso por zero?

Lia: Vai ficar zero vírgula...

Oliver: Só apareceu o zero aqui porque não tem outro número! Se não coubesse mais número, não deveria ter o zero! (...) E ainda tá errada a minha vírgula.

Lia: Eu não vou dividir nada não, vou deixar assim mesmo!

Oliver: E por causa que vai ficar duas vezes, eu vou colocar só a primeira...

Lia: A lá vim? Essa aqui tem ponto e não tem virgula! (mudou de calculadora)(...) Volta Redonda é pequenininho.

Oliver: É...

Lia: Eu vou deixar assim... Porque eu não estudei essa matéria, eu não sei! (...)

Oliver: Vai vai... deu isso? Deixa eu ver... deu isso mesmo!

Lia: Você colocou ponto depois do 1?

Oliver: Tá noiada ainda? Tá né?

Lia: Como obter? (letra “b” da tarefa 2) Dividir população pelo espaço territorial?

Oliver: Não é a mesma resposta!

Lia: Uê a gente não pegou a população é dividiu pelo território? Foi isso uê!

Oliver: Quanto maior o território maior a densidade? acho que sim!

Lia: Então coloca sim!

Oliver: Mas não sei!

Lia: Coloca não tá pedindo para justificar a resposta. (risos)

Oliver: O que coloco aqui?

Lia: Então, eu não to falando! A gente não dividiu a população ela área territorial?

Oliver: Foi

Lia: Então pronto é essa a explicação!

<u>Tarefa 3</u>

Lia: Nossa agora essa tem ponto e vírgula!

Oliver: complica né?

Lia: Com número pequeno é tranquilo mas aqui...

Oliver: (risos)

Lia: Que horas não? (...)

Oliver: Tá acabando? Aqui tem ponto?

Lia: Porque tem muito numero, né? Vai dar pontinho.

Oliver: Deixa assim! (risos) deixa esse negocio tá certo!

Lia: (Risos) Tem um, nem zero, tem ponto (risos) nossa!

Oliver: Qual problema? A calculadora?

Lia: É! Tem que comprar uma que fala! (risos)

Oliver: Agora tem ponto!

Lia: Que que você fez em São Paulo?

Oliver: Dividi a população pelo território!

Lia: Então! Faz isso!

Oliver: Vou fazer isso aqui então! (...) Caraca o meu deu uma linha!

Lia: Deixa a vírgula?

Oliver: Não sei.

Lia: tá dividindo o quê aí? Já tem do Brasil Oliver!

Oliver: A tá...

Lia: Pode rasura? Vai ficar feio.

Oliver: Professora pode rasura?

Professora: Pode.

Oliver: Nos Estados Unidos o 8 não entra!

Lia: Tira e coloca depois!

Oliver: Não pode é divisão! Vai dar resultado diferente, vai não?

Lia: silêncio...

Oliver: A o tanto que deu já! (resultado dos estados Unidos) eu dividi por 8 depois. O que faltou.

Lia: Não cabe! Já sei! Pode usar o celular?

Professora: Pode!

Lia: Pronto! Agora cabe.

Oliver: Tá legal.

Lia: O meu deu 1,79 mas é mentira! Será... pode rasura!

Oliver: Agora já acabou.

Lia: (lendo a letra “b”... 2 vezes) Aqui é ao quadrado.

Oliver: Onde fala que é ao quadrado?

Lia: hum.. tá.

Oliver: Escreve aí...

Lia: acho que tá né.

Oliver: Acha?

Lia: Acho! É maior que a densidade do planeta.

Oliver: Colocou isso?

Lia: Isso! Acabamos!