UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Leandro de Araújo Pires

Uma investigação sobre tarefas de Desenho Geométrico como recurso didático para o ensino de Geometria

Juiz de Fora
2024

Leandro de Araújo Pires

Uma investigação sobre tarefas de Desenho Geométrico como recurso didático para o ensino de Geometria

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva
Coorientador: Prof. Dr. Orestes Piermatei Filho

Juiz de Fora

2024

Leandro de Araújo Pires

Uma investigação sobre tarefas de Desenho Geométrico como recurso didático para o ensino de Geometria

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 19 de setembro de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Rodolfo Chaves - Membro externo
Instituto Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Orestes Piermatei Filho - Membro interno
Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 17/09/2024.

Documento assinado eletronicamente por **Amarildo Melchiades da Silva**, **Professor(a)**, em 07/10/2024, às 20:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Rodolfo Chaves**, **Usuário Externo**, em 16/10/2024, às 08:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Orestes Piermatei Filho**, **Professor(a)**, em 23/10/2024, às 17:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1990127** e o código CRC **7B3AC85B**.

Este trabalho só foi possível mediante o suporte e o amor que recebi e recebo todos os dias da minha esposa Lívia e dos meus filhos Leonardo, Isabelli e João Pedro. Dedico este trabalho a eles, minha razão de viver.

Agradecimentos

A Deus, por me sustentar em todo o tempo.

Aos meus pais, Pedro Pires e Mirian Pires, pela esmerada educação que me deram. Vocês são os alicerces da minha formação como ser humano.

Aos professores Amarildo Melchiades da Silva e Orestes Piermatei Filho. Este, por me incentivar a levar esta pesquisa adiante. Aquele, por ter aceitado me orientar, e pela postura irrepreensível diante das dificuldades que o tema apresentava.

Aos meus amigos, Wagner Magalhães e Walter Soares, que foram incansáveis para me ajudar com as revisões que este trabalho exigiu. Nos momentos de grande cansaço, suas palavras me ajudaram a prosseguir.

Aos meus amigos, Amadeu Guedes, Fabiana Cardoso, Sydney Duarte, Jeferson Duque e Walmir Fernandes, por acreditarem e me incentivarem nos momentos em que meu ânimo se arrefecia.

Aos professores da UFJF e convidados que compõem o corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática – UFJF. A dedicação de vocês possibilita a realização de sonhos.

Aos professores Rodolfo Chaves por aceitar fazer parte da banca de qualificação e defesa, me presenteando com contribuições valiosíssimas.

Aos colegas das turmas 2019, 2020 e 2021. Foi muito especial conhecer, conviver e aprender com todos vocês.

Aos meus alunos da Escola Municipal Irmã Montedônio, Paraíba do Sul, em especial aos participantes da pesquisa, fundamentais para a realização desse trabalho.

À professora Lenise Nunes, diretora da Escola Municipal Irmã Montedônio, que apoiou, incentivou e cedeu o espaço para a realização da nossa pesquisa de campo.

À minha irmã, Luciene Pires, e ao meu sobrinho, Miguel Pires, que sempre torceram por mim.

Aos meus filhos, João Pedro Pires, Isabelli Pires e Leonardo Pires, que são minha verdadeira fonte de inspiração. Nunca haverá para mim maior honra do que a de ser pai e amigo de vocês.

À minha esposa, Lívia, por ser a pessoa que está sempre ao meu lado, nos momentos bons e ruins, nos altos e baixos da vida. Você me inspira e me encanta todos os dias.

A todos vocês,

Muito obrigado!

“A educação é a arma mais poderosa que você pode usar para mudar o mundo.” (Nelson Mandela)

Resumo

O propósito deste trabalho é investigar quais são as contribuições do Desenho Geométrico (DG) ao ensino de Geometria através da produção de tarefas referenciadas teoricamente pelas premissas do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), cujo alicerce está no processo de produção de significados e na sua leitura. A pesquisa caracteriza-se como sendo de cunho qualitativo, com foco na investigação e produção de tarefas para o ensino de Geometria a partir do DG. Os participantes da pesquisa de campo são alunos do 6° ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de ensino do Município de Paraíba do Sul, Estado do Rio de Janeiro, que contribuíram com soluções para as tarefas que lhes foram propostas. A análise da produção de significados dos participantes foi desenvolvida a partir do referencial teórico adotado. O Produto Educacional resultante da investigação é um conjunto de tarefas de DG disponibilizadas aos professores do Ensino Fundamental como recurso didático às aulas de Geometria ou de DG.

Palavras-chave: Educação Matemática. Desenho Geométrico. Campos Semânticos. Produção de Significados. Construções Geométricas.

Abstract

The purpose of this work is to investigate what are the contributions of Geometric Design (DG) to the teaching of Geometry through the production of tasks theoretically referenced by the premises of the Semantic Fields Model (MCS), whose foundation is in the process of production of meanings and their reading. The research is characterized as being of a qualitative nature, focusing on the investigation and production of tasks for teaching Geometry from the DG. The participants in the field research are students in the 6th year of Elementary School at a public school in the Municipality of Paraíba do Sul, State of Rio de Janeiro, who contributed with solutions to the tasks proposed to them. The analysis of the participants' production of meanings was developed based on the adopted theoretical framework. The Educational Product resulting from the investigation is a set of DG tasks made available to Elementary School teachers as a teaching resource for Geometry or DG classes.

Keywords: Mathematics Education. Geometric draw. Semantic Fields. Production of Meanings. Geometric Constructions.

Lista de Figuras

Lista de Quadros

Lista de Abreviaturas e Siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
MCS	Modelo dos Campos Semânticos
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Básica
DCNEB	Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
DG	Desenho Geométrico

Sumário

1

Introdução

Antes de adentrar nas questões que envolvem este trabalho de conclusão de curso do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF, penso ser importante apresentar, em primeira pessoa, uma parte de minha trajetória profissional para elucidar as motivações que me conduziram até aqui.

No ano de 2000, graduei-me em licenciatura plena em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Valença - RJ. No ano seguinte, iniciei minha carreira profissional na rede particular de ensino no município de Três Rios - RJ, lecionando Matemática para turmas do Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Dois anos depois, ingressei na rede pública de ensino como professor de Matemática da Educação Básica.

Ao me deparar com adolescentes e jovens com realidades, anseios e percepções tão diferentes, entendi que os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática ultrapassam os limites da sala de aula. Como bem disse D'Ambrosio (1986), a Educação Matemática é uma atividade multidisciplinar, cujo objetivo é "[...] transmitir conhecimentos e habilidades matemáticas através dos sistemas educativos" (D'AMBROSIO, 1986, p. 35). Também compreendi que a Matemática é uma linguagem ligada ao contexto sociocultural em que está inserida. A partir de então, uma série de inquietações e questionamentos concernentes ao exercício da prática docente ficaram ainda mais evidentes para mim.

Em 2012, iniciei um curso de extensão pela Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro que culminou em 2014 com a conclusão de uma especialização em Novas tecnologias no Ensino da Matemática, pela Universidade Federal Fluminense (UFF), onde minha pesquisa foi em ensino de Geometria, com foco em tecnologias de informação e comunicação (TIC).

Este curso despertou ainda mais meu interesse pela Educação Matemática, me aproximando de algumas obras de pesquisadores como Ubiratan D'Ambrosio, Irineu Bicudo e Antônio Nóvoa, por exemplo, os quais me conduziram a reflexões acerca da minha prática docente e a uma conscientização de que a experiência e a valorização desta são instrumentos e momentos de construção do conhecimento, e que o professor reconstrói suas práticas didáticas e pedagógicas através de reflexão, análise e problematização (NÓVOA, 1995).

De 2017 até 2020, tive a oportunidade de trabalhar na Educação Superior, lecionando Álgebra Linear e Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de graduação em Engenharia Civil, Engenharia Mecânica e Engenharia de Produção, onde entendi que os desafios enfrentados dentro da sala de aula não são exclusivos da Educação Básica.

Assim, em 2019, me matriculei como aluno especial do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF e, em 2020, como aluno regular deste mesmo curso, tive o meu primeiro contato com as ideias basilares do Modelo dos Campos Semânticos, participando de encontros semanais com um grupo de estudos, vinculado ao Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática (NIDEEM) e coordenado pelo meu orientador, o professor Dr. Amarildo Melchiades da Silva.

Em 2021, comecei a participar do projeto de pesquisa, ainda em construção, intitulado '*Educação Matemática Escolar no Século XXI: a formação de estudantes e professores da Educação Básica',* desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF e no NIDEEM, também coordenado pelo professor Amarildo. O projeto visa repensar e intervir na Educação Matemática de estudantes de escolas públicas brasileiras e, como consequência, também repensar a formação inicial de professores que ensinam Matemática.

Um dos objetivos deste projeto é desenvolver um programa de Educação Geométrica como parte de educar matematicamente estudantes da Educação Básica de escolas públicas, substituindo a perspectiva atual na Educação brasileira de ensinar a partir de competências e habilidades – perspectiva incentivada pela política de avaliação em larga escala vigente – por um ensino baseado em modos de produção de significados.

Devido à minha predileção pela Geometria desde os tempos da graduação, e pelo fato de ser este um tema apreciado pelo nosso grupo de pesquisa, me direcionei para essa temática, me deparando com autores como Itzcovich (2012), dizendo que os problemas geométricos devem ser explorados empiricamente num primeiro momento, onde o aluno se depara com o que ele chama de "prática geométrica", o que é fundamental para que ocorra uma formação adequada. E que tais práticas possibilitam a exploração de objetos teóricos, a análise e a inferência através de diferentes desenhos, permitindo conjecturas, culminando com a descoberta de relações e propriedades importantes (ITZCOVICH, 2012).

Pavanello (1993) defende um ensino de Geometria explorado de forma intuitiva num primeiro momento, de modo que o processo de sistematização seja uma consequência.

Pais (2006) identifica a diluição da Geometria ao longo dos capítulos dos livros didáticos, ao invés de colocá-la nos capítulos finais, e o surgimento de diversas estratégias de ensino, como a utilização de softwares de representação gráfica, desenhos e fotos de materiais, apontando para uma tendência dos livros didáticos, porém não encontrando ações na direção do Desenho Geométrico.

Portanto, juntamente com o meu orientador, tivemos um direcionamento para iniciar o desenvolvimento deste trabalho, convergindo ou divergindo com as ideias dos pesquisadores anteriores.

Nosso objetivo nesta pesquisa foi o de investigar a produção de um conjunto de tarefas geométricas, a partir do Desenho Geométrico, para o ensino de Geometria para estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental, referenciadas teoricamente pelo Modelo dos Campos Semânticos.

Como estamos em um Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na modalidade profissional, a investigação teve uma fase de desenvolvimento em que produzimos um produto educacional – um conjunto de tarefas – para uso em sala de aula pelos professores e professoras de modo a introduzir os estudantes no estudo das formas geométricas, considerando o conhecimento que possuem sobre o tema e que foram internalizados nos anos iniciais.

A seguir, apresentaremos a estrutura da dissertação em sua versão final.

No segundo capítulo – O Desenho Geométrico e o Ensino de Geometria – esclarecemos o que estamos pensando quando usamos a expressão “Desenho Geométrico” ao longo do nosso trabalho. Em seguida, analisamos quatro livros didáticos de matemática do 6° ano do ensino fundamental para entender como os autores abordam o tema Desenho Geométrico, mais precisamente, como as construções geométricas são exploradas no ensino de Geometria, e confrontarmos com as perspectivas de alguns pesquisadores que investigam este tema.

Por último, analisamos o atual documento oficial, que rege, em particular, a atual formação matemática dos estudantes da Educação Básica, intitulada Base

Nacional Comum Curricular (BNCC), para investigar se há alguma referência ao Desenho Geométrico em alguma das habilidades que ela propõe, apesar de não compartilharmos com a concepção de um ensino baseado em competências e habilidades, pois todo o nosso trabalho caminha na perspectiva da produção de significados proposta pelo educador matemático Romulo Campos Lins.

No terceiro capítulo – A Revisão da Literatura – buscamos nos situar de uma maneira global em como a comunidade de educadores matemáticos tem tratado o tema Desenho Geométrico, a fim de verificar a relevância da nossa pesquisa. Essa procura nos possibilitou identificar pontos importantes e lacunas existentes nesse tema, ao mesmo tempo que pudemos confrontar com os trabalhos de outros pesquisadores da área de Geometria.

No quarto capítulo, intitulado “O Referencial Teórico e a Questão de Investigação”, apresentamos, num primeiro momento, o nosso posicionamento teórico, trazendo as ideias centrais do Modelo dos Campos Semânticos, que é o referencial teórico adotado em nosso estudo. Num segundo momento, apontamos o contexto onde está inserida a nossa pesquisa, apresentamos a nossa questão de investigação, cujo foco está na elaboração de um caderno de tarefas de Desenho Geométrico como recurso didático para o ensino de Geometria.

No quinto capítulo – A Metodologia de Pesquisa – tratamos, em primeiro lugar, da caracterização da nossa pesquisa, que é de cunho qualitativo, de acordo com Bogdan e Biklen (2013), descrevendo sucintamente cada uma das cinco etapas estabelecidas por nós.

No sexto capítulo – Considerações Finais – fizemos algumas considerações sobre aonde os objetivos dessa pesquisa nos conduzem e algumas possibilidades de investigações futuras que vislumbramos.

2

O Desenho Geométrico e o Ensino de Geometria

Neste capítulo, discutimos como o Desenho Geométrico (DG) aparece implicitamente em algumas das habilidades descritas na BNCC e analisamos como quatro livros didáticos de Matemática de 6° ano tratam de temas relacionados ao DG, em particular, das construções geométricas, para confrontarmos com a perspectiva de alguns pesquisadores do tema.

Com respeito à BNCC, gostaríamos de registrar que não estamos desenvolvendo esta pesquisa a partir de uma concepção baseada em competências e habilidades, mas da perspectiva da produção de significados, segundo Lins (2012).

Portanto, as tarefas que serão propostas a partir deste trabalho têm como objetivo a ampliação das possibilidades de leitura dos estudantes, sem jamais as limitar a uma única habilidade ou a um único objetivo de aprendizagem pré-definido.

2.1 O que é Desenho Geométrico?

Nesta seção, apresentaremos as concepções de alguns pesquisadores sobre o que vem a ser o DG, sua função no ensino e quais são suas propostas para ensinar.

De acordo com Marmo (1994), “O Desenho é a GEOMETRIA GRÁFICA” que “estuda as FIGURAS (abstratas) relacionando-as com suas representações (que são concretas). O Desenho concretiza os conhecimentos teóricos da Geometria.” E “consegue: DEFINIR conceitos, DEMONSTRAR propriedades e RESOLVER problemas” (MARMO, 1994, p. 12). A forma mais didática de se estudar o DG e a Geometria acontece quando as construções geométricas e a Geometria são trabalhadas juntas (MARMO, 1994).

Já Putnoki (1993) traz em seu trabalho uma proposta de ensino que apresenta “[...] o DG plenamente integrado à Geometria, fazendo com que o estudo dos problemas de construções evolua naturalmente a partir de teorias geométricas" (PUTNOKI, 1993, p. 6).

Tal obra, assim como Marmo (1994), defende a ideia de que o DG deve ser trabalhado com a Geometria, seguindo a mesma proposta dos gregos que não faziam distinção entre ambos. O DG nada mais era do que problemas de construções geométricas, que surgiam a partir da exposição de uma teoria da Geometria (PUTNOKI, 1993, p. 8).

Segundo Zuin (2001), no Brasil, o DG "[...] refere-se às construções, com régua e compasso, da Geometria Euclidiana Plana" (ZUIN, 2001, p. 14).

Entendemos, portanto, que não é possível dissociar o DG das construções geométricas. Além disso, temos a concepção de que o DG é um modo de produção de significados para a Geometria através da utilização de instrumentos de desenho como a régua, o compasso ou um par de esquadros, por exemplo.

Assim como os gregos e as obras citadas anteriormente, entendemos que o DG deve ser estudado juntamente com a Geometria. Quando o estudante desenha um triângulo ou um par de retas paralelas, por exemplo, uma ligação entre o abstrato e o concreto é estabelecida, isto é, há uma correspondência entre uma figura abstrata, a reta, por exemplo, e a sua representação, que é algo concreto feito com um lápis e uma régua. Assim, as propriedades dos objetos abstratos que estão sendo representados por desenhos começam a emergir como se estivessem dando pistas para aquele que desenha, potencializando a aprendizagem da teoria que está sendo estudada.

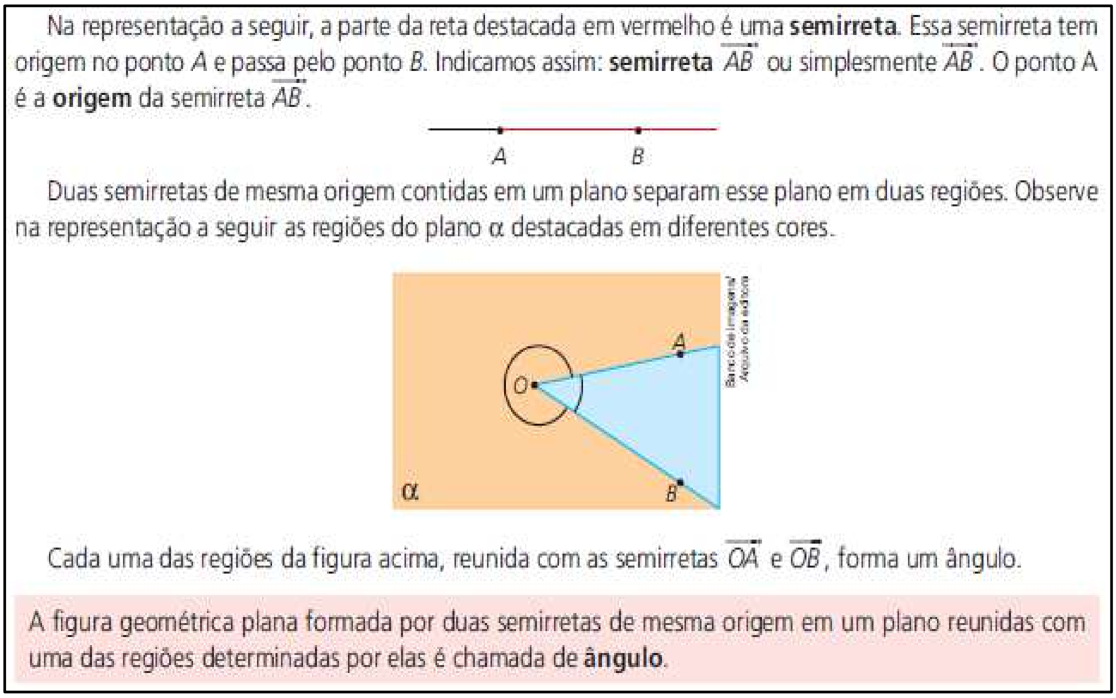
Para nós, o DG é uma estratégia de ensino que leva os estudantes à constituição de objetos, tais como triângulos, retas paralelas, sugerindo a eles uma maneira de operar segundo uma lógica específica que vem do uso dos instrumentos euclidianos – de suas potencialidades e limitações.

2.2 O Desenho Geométrico nos Livros Didáticos

Com o objetivo de elaborar um caderno de tarefas para o ensino de Geometria utilizando o DG como metodologia de ensino, analisamos quatro livros didáticos de Matemática do 6° ano do Ensino Fundamental para verificar como o DG, em particular, as construções geométricas, são trabalhados no ensino de Geometria, para confrontar com a perspectiva de alguns pesquisadores que estudam o tema.

Os livros analisados são das coleções intituladas A Conquista da Matemática (GIOVANNI; GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2018), Trilhas (SAMPAIO, 2018), Matemática – Realidade e Tecnologia (SOUZA, 2018) e Matemática Essencial (PATARO; BALESTRI, 2018), pelo fato de serem os mais consultados e utilizados pelos professores e alunos da escola onde realizamos a pesquisa de campo.

De modo geral, observamos que todos os autores propõem um ensino de Geometria seguindo um modelo bastante axiomático, iniciando com conceitos mais simples e prosseguindo até definições e notações mais precisas, demonstrando bastante cuidado com o rigor matemático, apesar de serem livros para o 6° ano do ensino fundamental, como podemos verificar (figura 1):


Na representação a seguir, a parte da reta destacada em vermelho é uma **semirreta**. Essa semirreta tem origem no ponto *A* e passa pelo ponto *B*. Indicamos assim: **semirreta** $\overrightarrow{AB}$ ou simplesmente $\overrightarrow{AB}$. O ponto A é a **origem** da semirreta $\overrightarrow{AB}$.

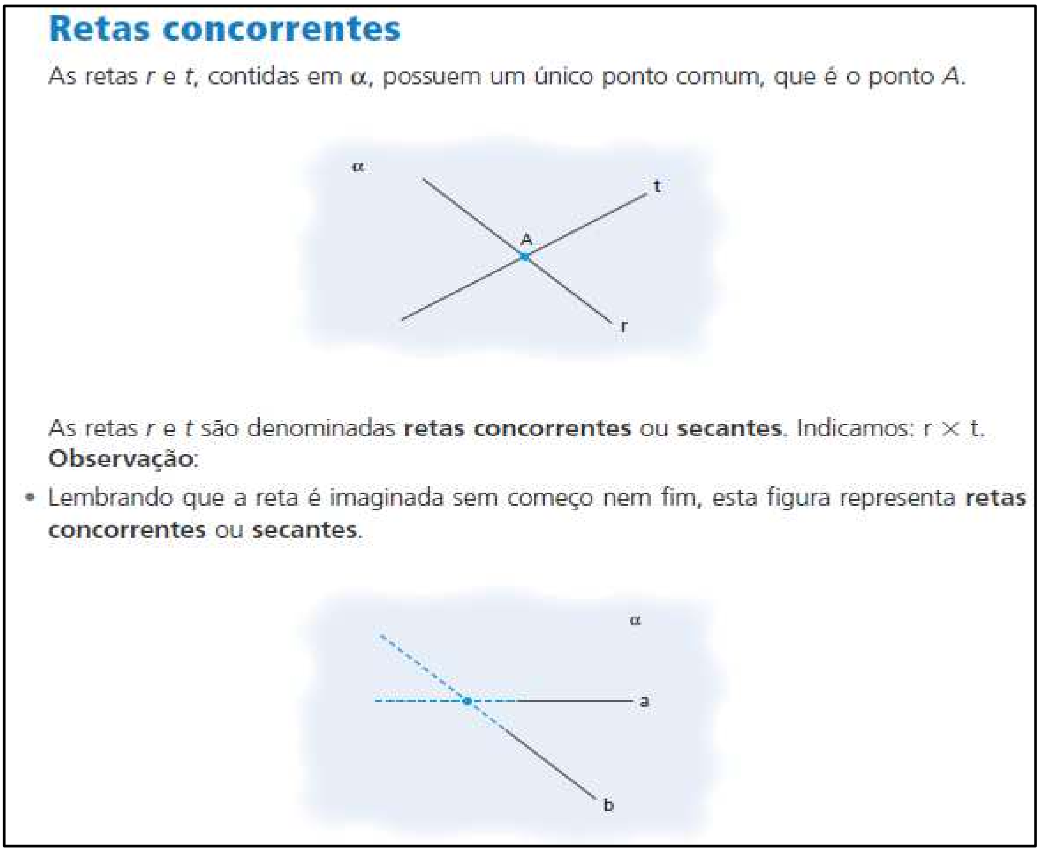
Duas semirretas de mesma origem contidas em um plano separam esse plano em duas regiões. Observe na representação a seguir as regiões do plano α destacadas em diferentes cores.

Cada uma das regiões da figura acima, reunida com as semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, forma um ângulo.

A figura geométrica plana formada por duas semirretas de mesma origem em um plano reunidas com uma das regiões determinadas por elas é chamada de **ângulo**.

Figura 1 – Imagem do livro Trilhas, 6° ano, p. 91

Os assuntos são apresentados de forma que não há espaço à construção e reflexão dos objetos matemáticos apresentados. O Desenho aparece apenas como a representação do abstrato, como na figura 2, a seguir:



Retas concorrentes

As retas *r* e *t*, contidas em α, possuem um único ponto comum, que é o ponto *A*.

As retas *r* e *t* são denominadas **retas concorrentes** ou **secantes**. Indicamos: $r \times t$.

Observação:

- Lembrando que a reta é imaginada sem começo nem fim, esta figura representa **retas concorrentes** ou **secantes**.

Figura 2 – Imagem do livro A Conquista da Matemática, 6° ano, p. 210

De acordo com Santos e Nacarato (2021), o ensino da Geometria deve estimular a participação dos estudantes e, portanto, deve ser dinâmico, sem a necessidade de seguir um modelo axiomático, partindo de conceitos primários até os mais elaborados, como proposto pelos livros analisados.

Também constatamos o fato de nenhum dos livros propor a utilização de construções geométricas na apresentação dos assuntos. As construções são apresentadas após a exposição dos assuntos, trazendo apenas uma sequência de comandos para serem memorizados para a execução das construções.

O livro Matemática – Realidade e Tecnologia (SOUZA, 2018) traz, num primeiro momento, a definição de retas paralelas, concorrentes e perpendiculares. Após isto, dá o passo a passo de como construí-las com a utilização de régua e esquadro (figuras 3 e 4).

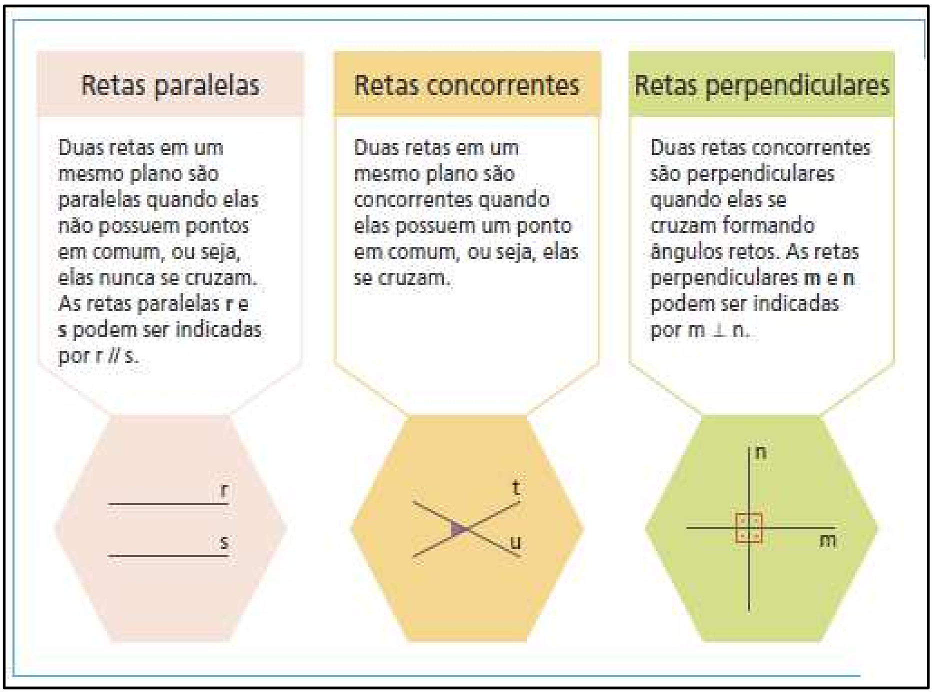


Figura 3 – Imagem do livro Matemática – Realidade e Tecnologia, 6° ano, p. 88

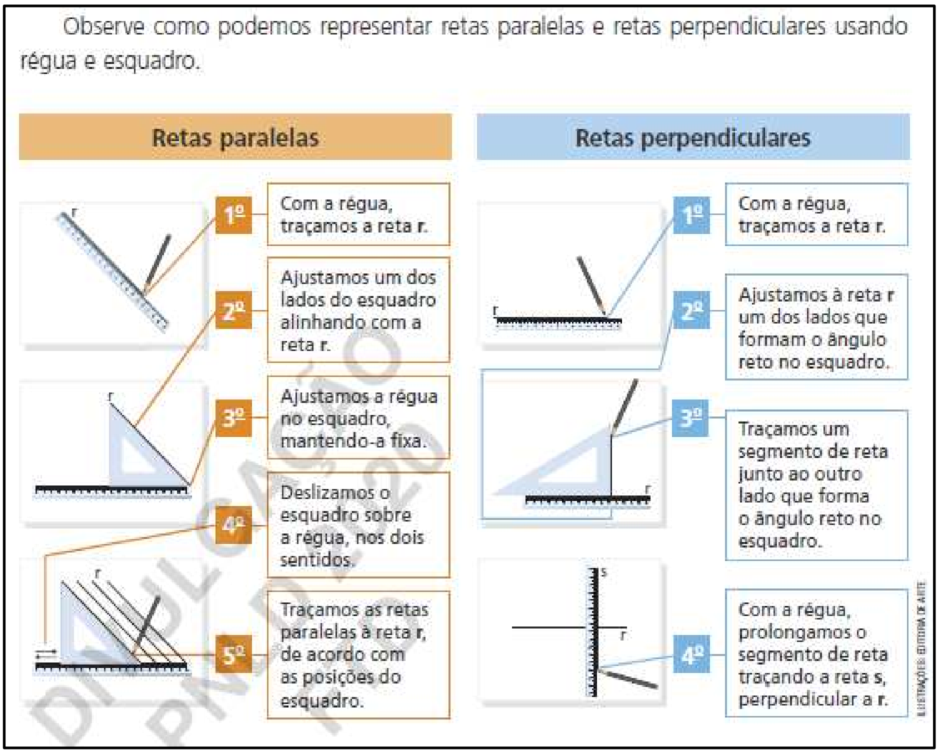
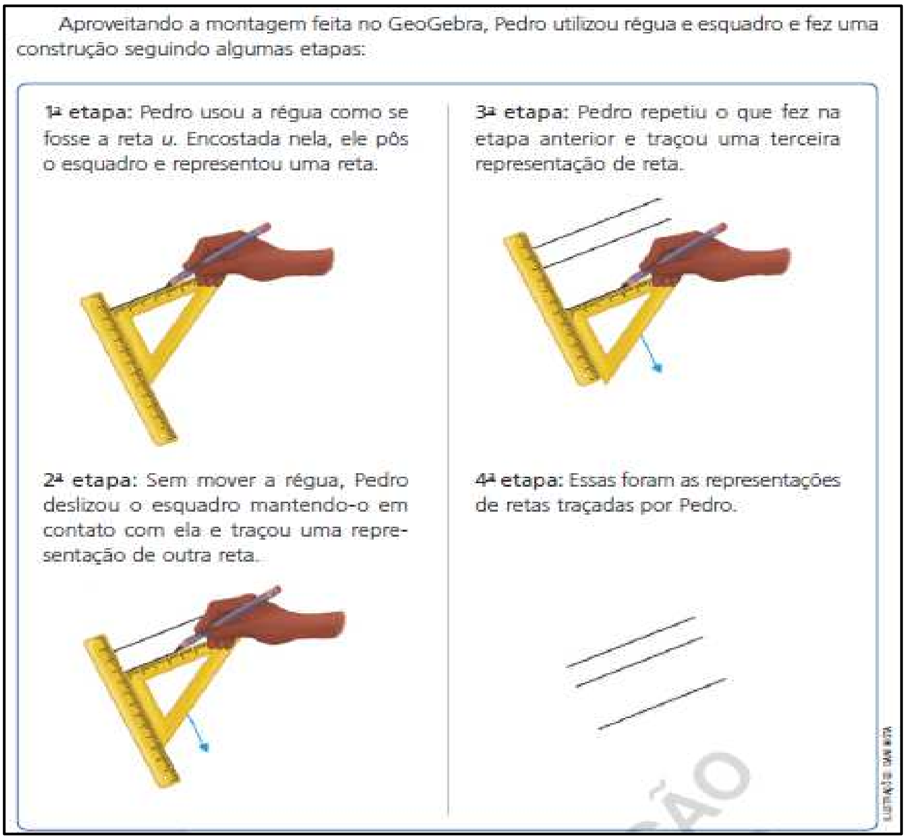


Figura 4 – Imagem do livro Matemática – Realidade e Tecnologia, 6° ano, p. 88-2

Com os demais livros, não é diferente. O livro A Conquista da Matemática (GIOVANNI; GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2018), por exemplo, depois de ter exposto tudo o que queria abordar a respeito de retas, apresenta uma sequência para ser memorizada de como construir retas paralelas e perpendiculares, como podemos verificar (figuras 5 e 6).



Aproveitando a montagem feita no GeoGebra, Pedro utilizou régua e esquadro e fez uma construção seguindo algumas etapas:

1ª etapa: Pedro usou a régua como se fosse a reta *u*. Encostada nela, ele pôs o esquadro e representou uma reta.

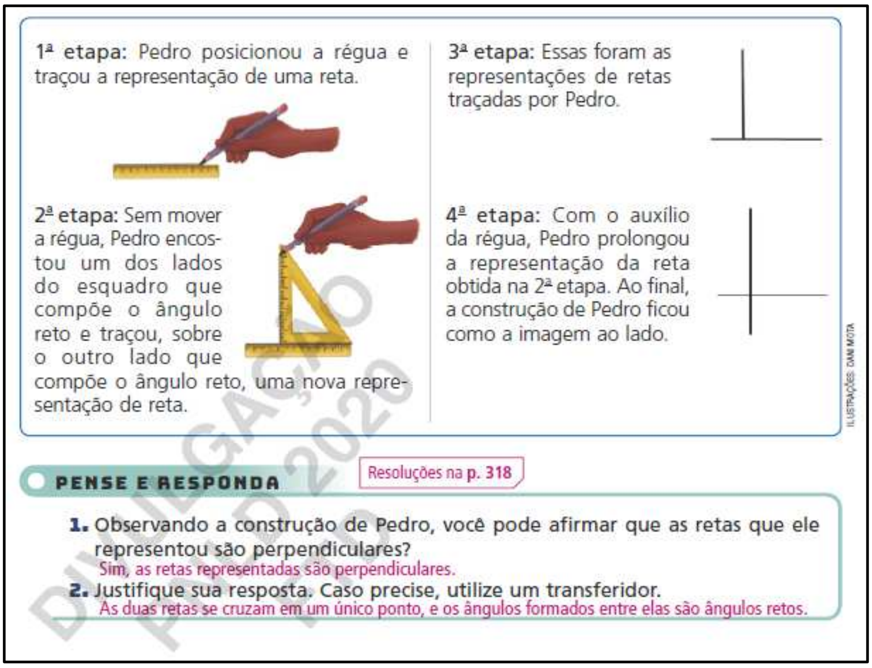
2ª etapa: Sem mover a régua, Pedro deslizou o esquadro mantendo-o em contato com ela e traçou uma representação de outra reta.

3ª etapa: Pedro repetiu o que fez na etapa anterior e traçou uma terceira representação de reta.

4ª etapa: Essas foram as representações de retas traçadas por Pedro.

ILUSTRAÇÕES: DANI MOTA

Figura 5 – Imagem do livro A Conquista da Matemática, 6° ano, p. 210-2



1ª etapa: Pedro posicionou a régua e traçou a representação de uma reta.

2ª etapa: Sem mover a régua, Pedro encostou um dos lados do esquadro que compõe o ângulo reto e traçou, sobre o outro lado que compõe o ângulo reto, uma nova representação de reta.

3ª etapa: Essas foram as representações de retas traçadas por Pedro.

4ª etapa: Com o auxílio da régua, Pedro prolongou a representação da reta obtida na 2ª etapa. Ao final, a construção de Pedro ficou como a imagem ao lado.

ILUSTRAÇÕES: DANI MOTA

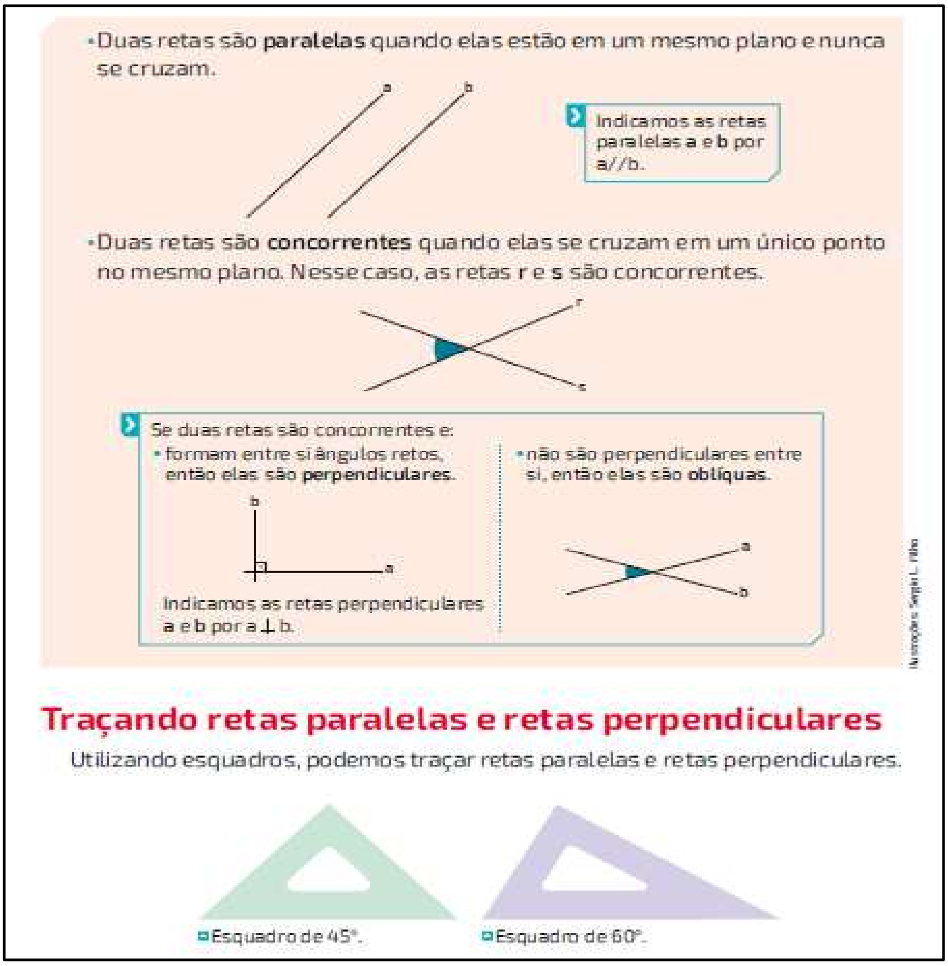
PENSE E RESPONDA Resoluções na **p. 318**

1. Observando a construção de Pedro, você pode afirmar que as retas que ele representou são perpendiculares?
Sim, as retas representadas são perpendiculares.

2. Justifique sua resposta. Caso precise, utilize um transferidor.
As duas retas se cruzam em um único ponto, e os ângulos formados entre elas são ângulos retos.

Figura 6 – Imagem do livro A Conquista da Matemática, 6° ano, p. 210-3

O livro Matemática Essencial (PATARO; BALESTRI, 2018) segue a mesma proposta, ou seja, define retas paralelas, concorrentes, perpendiculares e oblíquas e posteriormente propõe um passo-a-passo para ser memorizado. Não há estímulo à investigação nem à criatividade, como podemos conferir (figuras 7 e 8):


• Duas retas são **paralelas** quando elas estão em um mesmo plano e nunca se cruzam.

Indicamos as retas paralelas a e b por a//b.

• Duas retas são **concorrentes** quando elas se cruzam em um único ponto no mesmo plano. Nesse caso, as retas r e s são concorrentes.

Se duas retas são concorrentes e:

• formam entre si ângulos retos, então elas são **perpendiculares**.

Indicamos as retas perpendiculares a e b por a ⊥ b.

• não são perpendiculares entre si, então elas são **oblíquas**.

Ilustrações: Sergio L. Filho

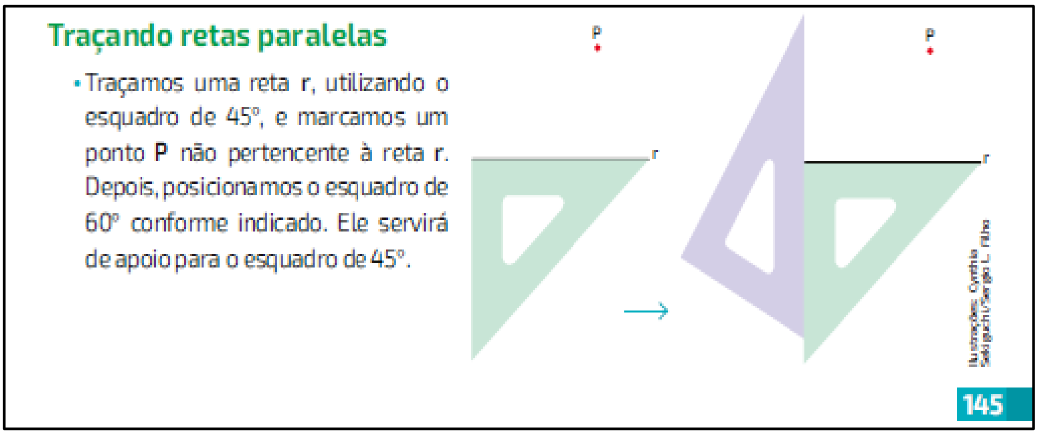
Traçando retas paralelas e retas perpendiculares

Utilizando esquadros, podemos traçar retas paralelas e retas perpendiculares.

Esquadro de 45°.

Esquadro de 60°.

Figura 7 – Imagem do livro Matemática Essencial, 6° ano, p. 145


Traçando retas paralelas

• Traçamos uma reta **r**, utilizando o esquadro de 45°, e marcamos um ponto **P** não pertencente à reta **r**. Depois, posicionamos o esquadro de 60° conforme indicado. Ele servirá de apoio para o esquadro de 45°.

Ilustrações: Cynthia Sekiguchi/Sergio L. Filho

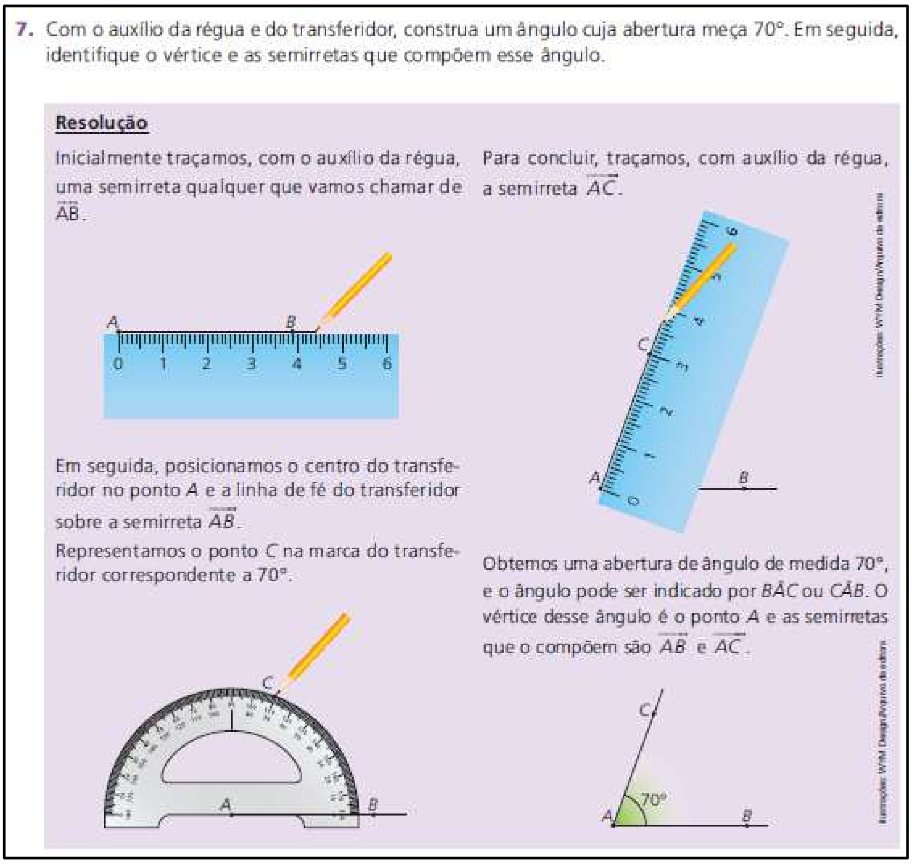
145

Figura 8 – Imagem do Matemática Essencial, 6° ano, p. 145-2

Para Itzcovich (2012), a experiência de construir estimula a criatividade, a reflexão, analogias, além de fomentar o desenvolvimento do pensamento abstrato, o que não acontece quando simplesmente são seguidos comandos para a execução de uma tarefa. Para as construções geométricas contribuírem para a aprendizagem de Geometria, o ensino não pode se resumir em uma mera memorização. As propriedades geométricas vão sendo descobertas através das construções geométricas. O ensino de Geometria não deve ser expositivo e conceitual, como constatamos até agora.

Portanto, uma proposta de ensino deve estimular o esforço cognitivo do aluno, onde as tarefas devem trazer desafios que são indispensáveis ao desenvolvimento do pensamento geométrico.

Observe (figura 09) como o livro Trilhas (SAMPAIO, 2018) propõe uma tarefa de construção geométrica. Ele apresenta uma proposta de construção de ângulos, mas já de imediato fornece os comandos para a realização da construção, não deixando margem para que o aluno possa investigar, refletir ou propor uma solução diferente do que já está posto, inibindo a criatividade.



7. Com o auxílio da régua e do transferidor, construa um ângulo cuja abertura meça 70°. Em seguida, identifique o vértice e as semirretas que compõem esse ângulo.

Resolução

Inicialmente traçamos, com o auxílio da régua, uma semirreta qualquer que vamos chamar de $\overrightarrow{AB}$.

Em seguida, posicionamos o centro do transferidor no ponto A e a linha de fé do transferidor sobre a semirreta $\overrightarrow{AB}$.

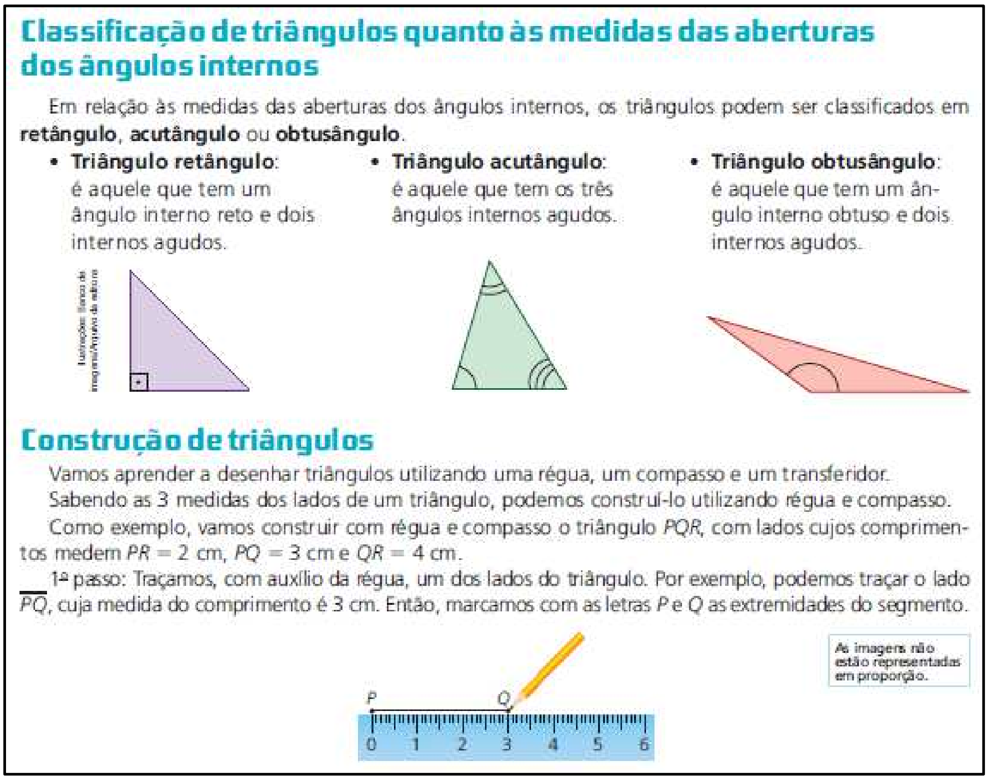
Representamos o ponto C na marca do transferidor correspondente a 70°.

Para concluir, traçamos, com auxílio da régua, a semirreta $\overrightarrow{AC}$.

Obtemos uma abertura de ângulo de medida 70°, e o ângulo pode ser indicado por $B\hat{A}C$ ou $C\hat{A}B$. O vértice desse ângulo é o ponto A e as semirretas que o compõem são $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.

Figura 9 – Imagem do livro Trilhas, 6° ano, p. 95

No capítulo 8 do livro Trilhas (SAMPAIO, 2018), ao tratar de triângulos, os autores novamente deixam para trabalhar construções geométricas no final da exposição da teoria. Além disso, as construções por meio da memorização de etapas continuam sendo a proposta em vigor (figura 10).



Classificação de triângulos quanto às medidas das aberturas dos ângulos internos

Em relação às medidas das aberturas dos ângulos internos, os triângulos podem ser classificados em **retângulo**, **acutângulo** ou **obtusângulo**.

- **Triângulo retângulo**: é aquele que tem um ângulo interno reto e dois internos agudos.
- **Triângulo acutângulo**: é aquele que tem os três ângulos internos agudos.
- **Triângulo obtusângulo**: é aquele que tem um ângulo interno obtuso e dois internos agudos.

Construção de triângulos

Vamos aprender a desenhar triângulos utilizando uma régua, um compasso e um transferidor.

Sabendo as 3 medidas dos lados de um triângulo, podemos construí-lo utilizando régua e compasso.

Como exemplo, vamos construir com régua e compasso o triângulo *PQR*, com lados cujos comprimentos medem $PR = 2$ cm, $PQ = 3$ cm e $QR = 4$ cm.

1º passo: Traçamos, com auxílio da régua, um dos lados do triângulo. Por exemplo, podemos traçar o lado $\overline{PQ}$, cuja medida do comprimento é 3 cm. Então, marcamos com as letras *P* e *Q* as extremidades do segmento.

Figura 10 – Imagem do livro Trilhas, 6° ano, p. 111

De acordo com Zuin (2001), o DG, muito mais do que fazer parte dos currículos da Educação Básica e ser incluído como um saber escolar, deve ser vinculado e trabalhado concomitantemente com a Geometria Euclidiana para que haja aprendizagem da Geometria, uma vez que há uma correspondência entre ambos.

O autor afirma:

> [...] o ensino das construções geométricas fundamentadas na teoria da geometria euclidiana plana, julgando que ambos devem caminhar juntos. Isto porque as construções geométricas, se bem trabalhadas e contextualizadas como confirmam alguns estudos propicia o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, além de materializar situações abstratas, vistas apenas na teoria, contribuindo para a construção do conhecimento em geometria (ZUIN, 2001, p.13).

Ao analisar alguns livros didáticos, Zuin (2001) constatou algo muito similar ao que acabamos de relatar:

> Os livros didáticos analisados confirmam que as aplicações das construções geométricas vão sendo deixadas de lado, ficando apenas os traçados, sem justificativas e sem relação com a teoria da geometria. Verificamos que os traçados geométricos constituem, em muitos livros, um amontoado de receitas a serem decoradas, sem nenhum sentido para o estudante (ZUIN, 2001, p. 155).

Com esta análise, constatamos certa negligência em relação às construções geométricas, enquanto metodologia de ensino para a Geometria, deixando-as para serem abordadas na parte final de cada assunto, apresentando um amontoado de regras a serem memorizadas, sem dar margem para que outras soluções pudessem ser propostas, não estimulando a reflexão e a criatividade essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático.

2.3 O Desenho Geométrico e a BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 2017, é o documento oficial que orienta os currículos dos sistemas educacionais brasileiros, sendo responsável por definir quais aprendizagens são indispensáveis e que devem ser desenvolvidas pelos estudantes durante sua passagem pela Educação Básica (BRASIL, 2018).

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica (DCNEB) e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (BRASIL, 1996), a BNCC (BRASIL, 2018) é entendida como:

> Os conhecimentos, saberes e valores produzidos culturalmente, expressos nas políticas públicas e que são gerados nas instituições produtoras do conhecimento científico e tecnológico; no mundo do trabalho; no desenvolvimento das linguagens; nas atividades desportivas e corporais; na

> produção artística; nas formas diversas de exercício da cidadania; nos movimentos sociais (Parecer CNE/CEB n° 07/2010, p. 31).

Em relação à disciplina de Matemática no Ensino Fundamental, a BNCC a divide em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Cada uma delas contém seus respectivos objetos de conhecimentos que devem ser ensinados, e através dos quais determinadas habilidades devem ser alcançadas, conforme figura a seguir (figura 11):

4. A ETAPA DO ENSINO FUNDAMENTAL

MATEMÁTICA – 6º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal	**(EF06MA01)** Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica. **(EF06MA02)** Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais Divisão euclidiana	**(EF06MA03)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
	Fluxograma para determinar a paridade de um número natural Múltiplos e divisores de um número natural Números primos e compostos	**(EF06MA04)** Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par). **(EF06MA05)** Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. **(EF06MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

Figura 11 - BRASIL, 2018, p. 300)

Na unidade temática de Geometria, a BNCC faz diversas referências ao DG, conforme veremos ao longo do texto. A análise que fizemos começa no 6° ano e termina no Ensino Médio.

Para o 6° ano, há o objeto de conhecimento "Construção de retas paralelas e perpendiculares fazendo uso de réguas, esquadros e softwares" (BRASIL, 2018, p. 303), reconhecendo a importância da utilização de instrumentos como réguas e esquadros, quando descreve as habilidades referentes a este objeto de conhecimento.

Já no 7° ano, são dois os objetos de conhecimentos que trazem o DG: "A circunferência como lugar geométrico" (BRASIL, 2018, p. 309), onde é defendida a utilização como compasso, e “Triângulo: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos” (BRASIL, 2018, p. 309), onde é defendido o uso de régua e compasso para a construção de triângulos.

Também no 8° ano, a Base indica dois objetos de conhecimento: “Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares” (BRASIL, 2018, p. 315) e “Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas” (Ibid.), onde os instrumentos de desenho são citados novamente.

No 9º ano do ensino fundamental, é proposto o uso de régua e compasso para construir polígonos regulares, dentro do objeto de conhecimento “Polígonos regulares” (BRASIL, 2018, p.319).

Quando olhamos para o Ensino Médio, em que “A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018, p.527), não encontramos a citação direta do uso de instrumentos de desenho em nenhuma das suas cinco competências específicas. Porém, há referência ao DG na competência específica 1, na habilidade:

> (EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras) (BRASIL, 2018, p.533).

E, segundo Silva (2019), também há referência, ainda que indiretamente, na competência específica 3, na habilidade:

> Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p.536).

Segundo o autor:

> Apesar dessa habilidade não citar o uso de instrumentos de desenho, para atingir esse objetivo o ideal é usar o conceito de quadratura, lá do Desenho Geométrico, e se observarmos o exemplo citado de aplicação desse conhecimento no remanejamento e distribuição de plantações é semelhante aos cálculos de demarcações de terra no Egito Antigo, que para alguns é onde se origina o Desenho Geométrico (SILVA, 2019, p. 13).

Portanto, apesar de entendermos que a BNCC não explicita o DG, não podemos negar que ele está presente, principalmente quando a BNCC admite o uso de instrumentos de desenho, sugerindo que teoria e construções geométricas devem caminhar juntas.

3

A Revisão da Literatura – de 2011 até 2021

Para a realização da revisão de literatura, utilizamos o catálogo de teses e dissertações da CAPES. Num primeiro momento, aplicando os filtros Mestrado Profissional, Mestrado, Doutorado e utilizando a palavra-chave Desenho Geométrico, obtivemos 68 (sessenta e oito) resultados. Em seguida, selecionamos o período de 2011 até 2021, para obter trabalhos publicados nos últimos dez anos que antecederam o início dessa revisão. Encontramos 45 (quarenta e cinco) trabalhos, dos quais uma tese e sete dissertações apresentaram considerações e resultados relevantes para o tema que estamos pesquisando e que serão apresentados e discutidos a seguir (quadro 1):

Quadro 1 – Pesquisas relacionadas ao ensino do Desenho Geométrico.

Autores - Ano - Dissertação ou Tese	**Título**	**Objetivo**
Mariane Brito Azevedo Borges - 2020 - Tese	Um Ponto No Desenho Para Uma Mudança Na Sua Trajetória: o lugar e a relevância do Desenho Geométrico na formação escolar.	Demonstrar que o Desenho é um saber que dialoga com as outras áreas do conhecimento, que transcende à sua teoria, auxiliando no desenvolvimento lógico e na percepção visual do aluno, sendo necessário seu aprendizado durante a formação de professores na Educação Básica.
Beatriz dos Ramos Pinto - 2019 - Dissertação	A Questão Do Desenho Geométrico E Projetivo No Brasil: aspectos legais, correlações interdisciplinares e apontamentos para o futuro.	Questionar a desvalorização do Desenho Geométrico e Projetivo enquanto saber escolar, inserindo-o na perspectiva do desenvolvimento do conhecimento científico e expondo a importância de

		retomar sua obrigatoriedade no currículo da Educação Básica brasileira.
Henrique de Lima Apolinário - 2018 - Dissertação	Desenho Geométrico Como Recurso Didático: uma metodologia para o ensino de matemática	Analisar os conteúdos matemáticos ensinados nas escolas municipais do Rio de Janeiro, e identificar possíveis reduções e/ou exclusões dos mesmos nos materiais em sala de aula, tomando o Desenho Geométrico, que é um conteúdo excluído, como referencial de pesquisa para determinar se esta exclusão influencia a aprendizagem dos alunos.
Robson Neres de Oliveira – 2018 - Dissertação	Contribuições do Desenho Geométrico Na Apropriação de Conceitos Geométricos.	Abordar a contribuição do Desenho Geométrico e seus elementos para a apropriação de conceitos geométricos retomando sua utilização para que essa aprendizagem seja mais dinâmica, significativa e que ocorra a sua apropriação.
Thadeu Angelo Miqueletto - 2018 - Dissertação	Desenho Geométrico Como Recurso Didático: uma metodologia para o ensino de matemática.	Analisar a metodologia de (re)inserção do Desenho Geométrico como recurso didático pedagógico no processo de ensino-aprendizagem de trigonometria.
Andréa Aparecida Vieira - 2017 - Dissertação	Tecnologias Utilizadas Na Formação de Professores Nas Disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico Na Universidade Federal de Juiz de Fora Entre 1980 e 2010: enfoque histórico e epistemológico.	Estudar, do ponto de vista histórico e epistemológico, a presença das Tecnologias na trajetória das disciplinas de Geometria e de Desenho Geométrico integrantes da formação de professores que lecionam Matemática.
Cristiany Aparecida Marano Coppi – 2015 - Dissertação	Desenho Geométrico: visualização e habilidades que não são desenvolvidas.	Compreender por que o ensino do Desenho Geométrico foi paulatinamente deslocado das

		grades curriculares em que deveria integrar-se aos conteúdos de Geometria para o Ensino Fundamental e Médio, tornando-se facilitadora de aprendizagens no curso de Ensino Superior.
Francisco Carlos Cerqueira dos Reis – 2014 - Dissertação	Análise Morfológica de Logomarca Como Estratégia No Ensino do Desenho Geométrico.	Contribuir na criação de condições para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes do Instituto Federal da Bahia (IFBA), *Campus* Salvador, no processo de construções geométricas a partir do estudo de logomarcas.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Borges (2020), defende que o Desenho, enquanto disciplina, jamais poderia deixar os currículos da Educação Básica pelo fato de dialogar com todas as outras áreas do saber, citando como exemplo, o Colégio Pedro II, que nunca abriu mão do Desenho em sua grade curricular.

Ela investiga como se deu a ascensão e o abandono do Desenho nos currículos da Educação brasileira, tomando como referência as pesquisas de Zuin (2001) e Delmas (2012). Além disso, faz uma reflexão sobre currículo, baseada nos trabalhos de Tomaz Tadeu da Silva (SILVA, 2010) e Ivor Goodson (GOODSON, 2001), que entendem que o contexto histórico, político e social num dado espaço e tempo influenciam diretamente na construção dos programas curriculares, destacando a relação de poder como sendo o pano de fundo desse processo, onde a classe dominante é quem determina o que será proposto, de acordo com sua conveniência.

A autora aponta alguns pontos muito importantes a serem considerados, principalmente quando olhamos para a educação básica. O primeiro deles, é que a presença do Desenho nas salas de aula não se justifica apenas por ser um conteúdo que fornece os pré-requisitos para possíveis estudos posteriores, como, por exemplo, cursos de graduação em Arquitetura e Urbanismo ou Desenho Industrial, ou qualquer outro curso que tenha relação com o Desenho, mas pelo fato da sua potencial transversalidade com as outras áreas do conhecimento, pois “traz para o aluno habilidades como: visualização, percepção, espacialidade, representações bi e tridimensionais, raciocínio lógico, tão necessárias para a vida cotidiana" (BORGES, 2020, p. 154). Ainda, nas palavras da autora, o desenho permite:

> [...] mobilizar certas capacidades como a percepção, o controle motor fino, capacidades cognitivas extremamente sofisticadas do ser humano, que possibilitam o comando e a eficácia frente aos desafios da vida (BORGES, 2020, p. 155).

Em segundo lugar, Borges (2002), entende que o desenvolvimento dos softwares gráficos não anula a importância do aprendizado do Desenho, sendo estes apenas ferramentas, assim como são os instrumentos de desenho tradicionais, como a régua e o compasso, por exemplo, que servem apenas para a execução do desenho, não substituindo o entendimento dos conceitos que há por trás das construções.

O trabalho de Pinto (2019) é uma extensão do seu projeto de lei de 2013, que defende o retorno do DG e Projetivo como componente curricular obrigatório para a Educação Básica Nacional. A autora expõe a necessidade de alterações no texto inicial do projeto devido às alterações ocorridas na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Básica (LDB) provenientes da implementação, em 2017, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Para isso, a autora aponta algumas sugestões de alterações e alguns entraves que impedem tais mudanças. Ela vislumbra um possível caminho para dar continuidade ao pleito pela obrigatoriedade do Desenho Geométrico e Projetivo nos currículos da Educação Básica Nacional. A primeira proposta, nas palavras da autora é:

> 1° Caminhar em correspondência com a própria BNCC, que alocou os conteúdos referentes ao Desenho Geométrico e Projetivo dentro da Matemática;
> 2° Inserir legalmente esse componente curricular como uma linguagem associada à Arte;
> 3° Colocar o Desenho como um novo componente curricular, sem correlações legais com a Matemática ou a Arte (PINTO, 2019, p.25).

Porém, o grande problema no que propõe se encontra no 3° item, pois a BNCC não contempla a possibilidade do Desenho Geométrico e Projetivo como um novo campo de conhecimento. Daí surge a sua segunda proposta, que é associar o Desenho à Arte, pelo fato de concebê-lo como uma linguagem. No entanto, surge um segundo problema, que está no fato de que a Arte não contempla todos os conteúdos referentes ao Desenho.

Sendo assim, a autora se concentra na possibilidade de criar um elo entre o Desenho Geométrico e Projetivo e a Matemática em termos de currículo, mas sem prejudicar as ementas.

Com relação ao Desenho Geométrico e Projetivo, baseado nos trabalhos de Pavanello (1993), Zuin (2001), Gravina (2001), Dória (2004) e Machado (2012), a autora afirma:

> [...] a ausência do contato formal com os conceitos trabalhados em sala de aula pelo Desenho Geométrico e Projetivo, enquanto saber escolar, torna debilitada a construção significativa do conhecimento, no âmbito individual, e acaba por interferir no corpo social, por consequência dessa ausência (PINTO, 2019, p. 30).

Apolinário (2018) investigou a respeito de “conteúdos” de Matemática que sofreram reduções ou que deixaram de compor os currículos da rede municipal das escolas municipais de Rio de Janeiro, exatamente no momento em que os currículos da Educação brasileira sofriam mudanças decorrentes da implementação da BNCC. O autor teve como principal conteúdo de investigação o DG, por ser um conteúdo que não fazia parte dos cadernos pedagógicos do município.

Fundamentado em Sacristán (2000), ele admite ser muito complicado estabelecer um currículo comum a todas as escolas, uma vez que fatores como cultura local, meio social, entre outros, devem ser levados em consideração para a elaboração de um currículo.

Outro fato observado foi a preocupação por parte dos professores com as avaliações bimestrais, onde caberia uma investigação e discussão sobre avaliação. Porém, este não era o objetivo da pesquisa. No entanto, é observado na fala dos professores entrevistados que tal fato influencia diretamente na elaboração dos planejamentos das aulas, implicando na abordagem superficial de determinados assuntos, ou até mesmo em suas exclusões. Segundo o autor, estamos diante de uma prática pedagógica fundamentada na visão de mundo do professor e não do aluno.

Ainda em relação à fala dos professores, o DG é reconhecido como um tema de grande importância para o desenvolvimento do pensamento lógico e matemático dos alunos, e que, portanto, deveria ser trabalhado em vários anos de escolaridade, de forma gradativa, para que o aluno pudesse desenvolver o pensamento abstrato, sendo capaz, por exemplo, de representar figuras a partir da enunciação de suas propriedades.

Em sua pesquisa, Oliveira (2018) investigou os prejuízos para o ensino de Geometria decorrentes do abandono do DG. Para o autor, muitos conceitos geométricos são melhor compreendidos a partir de atividades desenvolvidas por meio do DG. Porém, ressalta que, para que isso aconteça, é necessário que as construções geométricas explorem relações entre seus elementos. Nas palavras do autor:

> Diante disso, a construção de figuras por si só não caracteriza a aprendizagem dos conceitos geométricos, pois exprimem apenas as suas formas gráficas, sem o devido relacionamento dos seus elementos com a sua construção (OLIVEIRA, 2018, p. 93).

Concordando com o que observamos quando realizamos a análise de quatro livros didáticos, que se encontra no capítulo 2 deste trabalho, onde vemos propostas de ensino que não deixam margens para a reflexão e autonomia dos estudantes, Oliveira (2018) faz a seguinte afirmação:

> Portanto, percebemos a deficiência do livro didático, nos conceitos de Geometria, pois não explora a capacidade da construção geométrica pelo aluno, ficando na definição do conceito, apresentando um conhecimento já pronto, sendo que a construção geométrica torna mais significativa a aprendizagem desses conceitos geométricos. Assim, ratificamos a relevância da Sequência Didática (OLIVEIRA, 2018, p. 104).

Portanto, Oliveira (2018) elabora tarefas assumindo os pressupostos de Zabala (1998), visando oferecer um conhecimento significativo para os alunos e, ao mesmo tempo, um recurso didático para os docentes.

Em suas considerações finais, o autor defende o retorno do DG nas atividades escolares e reforça que as construções geométricas são relevantes para o ensino da Geometria.

Miqueleto (2018) utiliza o DG como recurso didático, denominando-o como facilitador para o ensino de Trigonometria no Ensino Médio. A sua proposta consistiu em aplicar tarefas a partir de um caderno pedagógico de DG (CPDG) e instrumentos de Desenho, fundamentadas teoricamente por meio da análise documental das Diretrizes Curriculares Nacionais, Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná, tecnologias digitais, investigação matemática e pensamento reflexivo.

A sua proposta é de um trabalho que valoriza questões do dia-a-dia do estudante, tornando as atividades mais significativas e motivadoras, incentivando a reflexão e a discussão dentro de sala de aula.

Durante a aplicação do CPDG, os alunos tiveram que realizar pesquisas na internet ou livros. Além disso, slides contendo informações sobre a diferença entre exercícios e tarefas de investigação foram apresentados, cujo objetivo era conscientizar que estas tarefas exigem bastante esforço e dedicação nas suas execuções. O professor-pesquisador atuou como mediador durante todo o processo, conscientizando-os das dificuldades da utilização dos instrumentos e interpretação das atividades.

Por fim, concluiu-se que o CPDG, fundamentado na investigação matemática, demonstrou ser um importante recurso para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes em relação à pesquisa.

Vieira (2017) fala do surgimento das tecnologias digitais na Educação e de suas potencialidades no processo de ensino e de aprendizagem. Traz uma reflexão sobre a importância dessas tecnologias na formação docente, mais especificamente nas disciplinas de Geometria e DG. Como pesquisa de campo, investigou se houve o uso dessas tecnologias nos cursos de licenciatura da Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF, concluindo que provavelmente isso não ocorreu, mas apenas a utilização das tecnologias tradicionais, como a régua e o compasso, por exemplo.

Baseado em Kenski (2003), a autora ressalta a importância da familiarização do professor com as novas tecnologias, ao mesmo tempo em que haja estruturas e equipamentos adequados para isso, de modo que propostas pedagógicas adequadas sejam desenvolvidas. Em suas conclusões finais, a autora disse:

> É válido ressaltar que a utilização de tecnologias em qualquer disciplina não significa que o professor necessariamente precise abandonar o método de ensino utilizado com seus alunos, seja ele tradicional ou não, pois as tecnologias ou meios tecnológicos podem funcionar como um complemento no processo de ensino-aprendizagem (VIEIRA, 2017, p.83).

Coppi (2015) investigou por que o DG deixou de ser ensinado na Educação Básica, uma vez que ele funciona como um assistente de aprendizagens para cursos superiores como, por exemplo, Arquitetura, Design e Engenharia. Para a autora, o trabalho prático com desenhos e construções compõe a base real do aprendizado, em detrimento de uma experiência meramente verbal ou através de uma simples observação.

Em relação ao ensino de Geometria, ela afirma que deve haver uma conscientização por parte dos professores da importância e da necessidade do aprendizado geométrico, e que esse tema deve ser trabalhado oportunizando a percepção, o raciocínio geométrico e a linguagem geométrica (COPPI, 2015).

Ao falar especificamente do DG na educação básica, a autora afirma:

> Portanto, é por meio dessa disciplina – cujo estudo é construído de forma progressiva para que se associe a outros campos de atividades – que conceitos e construções são colocados em prática na elaboração de futuros projetos. Como objetivo, deve-se desenvolver no indivíduo o pensamento geométrico, ordenado, capaz de perceber e verificar as relações geométricas existentes em todo lugar (COPPI, 2015, p. 101).

A autora conclui que o DG deve concentrar seu trabalho na reprodução de imagens a partir de informações e propostas de soluções para problemas, de modo que haja o desenvolvimento da criatividade, do refinamento do raciocínio e o desenvolvimento do senso de organização.

Reis (2014) defende que a retirada do DG dos currículos da Educação Básica foi um grande erro. Isso o levou a buscar uma estratégia de ensino com o objetivo de minimizar essa perda. Assim, ele desenvolve um trabalho com logomarcas nacionais e internacionais como forma de superar as lacunas deixadas em decorrência da retirada do DG, ao mesmo tempo em que atua na formação técnica de estudantes de nível médio do Instituto Federal da Bahia.

Num primeiro momento, ele propõe tarefas sobre triângulos e quadriláteros, sem envolver construções geométricas, com o objetivo de diagnosticar o nível de conhecimento teórico dos temas abordados. Tais tarefas foram denominadas atividades de sondagem. A seguir, temos um recorte dos resultados obtidos (figuras 12 e 13):

Quadro 12 – Demonstrativo sondagem: triângulos

	QUESTÕES/ACERTOS						SITUAÇÃO
ALUNO/Nº	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	ACERTO (%)	(CASO FOSSE AVALIAÇÃO IFBA)
1	2	3	1	0	0	12	REPROVADO
2	3	2	8	0	2	30	REPROVADO
3	5	0	0	0	0	10	REPROVADO
4	0	4	6	0	0	20	REPROVADO
5	2	1	0	0	0	6	REPROVADO
6	9	7	17	2	8	86	APROVADO
7	4	10	16	1	8	78	APROVADO
8	9	10	17	5	8	98	APROVADO
9	3	0	15	0	0	36	REPROVADO
10	0	1	14	0	0	30	REPROVADO
11	7	6	15	2	0	60	APROVADO
12	9	10	17	6	8	100	APROVADO
13	7	6	0	1	1	30	REPROVADO
14	3	0	5	0	0	16	REPROVADO
15	0	0	4	0	0	8	REPROVADO
16	2	0	1	0	2	10	REPROVADO
17	1	0	17	1	2	42	REPROVADO
18	5	7	17	2	4	70	APROVADO
19	-	-	-	-	-	-	-
20	-	-	-	-	-	-	-

Fonte – Pesquisa direta. Ficha de notas

Figura 12 – Recorte de demonstrativo de sondagens I. Reis (2014, p.66)

Quadro 13 – Demonstrativo sondagem: quadriláteros

	QUESTÕES/ACERTOS					SITUAÇÃO
ALUNO/Nº	1ª	2ª	3ª	4ª	ACERTO (%)	(CASO FOSSE AVALIAÇÃO IFBA)
1	3	3	1	0	24	REPROVADO
2	5	5	5	1	55	REPROVADO
3	3	2	3	0	27,6	REPROVADO
4	4	0	0	0	13,8	REPROVADO
5	4	3	2	0	31	REPROVADO
6	7	7	5	2	72,4	APROVADO
7	4	4	6	1	51,7	REPROVADO
8	7	7	6	4	82,6	APROVADO
9	0	1	8	0	31	REPROVADO
10	1	3	1	0	17,2	REPROVADO
11	3	3	6	2	48,3	REPROVADO
12	7	6	8	3	82,6	APROVADO
13	3	6	3	3	51,7	REPROVADO
14	1	2	3	1	24	REPROVADO
15	1	2	0	0	10,3	REPROVADO
16	6	7	5	0	62	APROVADO
17	0	3	6	0	31	REPROVADO
18	2	5	4	1	41,4	REPROVADO
19	2	0	0	0	6,9	REPROVADO
20	1	0	0	0	3,4	REPROVADO

Fonte – Pesquisa direta. Ficha de notas

Figura 13 – Recorte de demonstrativo de sondagens II. Reis (2014, p.67)

Os resultados demonstraram que, em relação aos conteúdos de triângulos, apenas 33% dos alunos foram considerados aptos. Esse número caiu para 20% quando as questões aplicadas abordavam quadriláteros. Outro fator apontado pelo autor que nos chamou bastante a atenção foi o fato de que os alunos que se destacaram em ambos os casos foram os mesmos. E todos estes eram egressos de escolas da rede privada de ensino.

Após os resultados das atividades de sondagem, Reis conclui:

> [...] a maioria dos alunos egressos do Ensino Fundamental tem pouquíssimo conhecimento teórico sobre o conteúdo de triângulos e quadriláteros e que a falta deste conhecimento prévio traz grandes prejuízos quanto à concepção de tais formas geométricas, que podem auxiliar nos processos de construção destas mesmas formas aplicadas ao Desenho Geométrico (REIS, 2014, p. 67).

Após o diagnóstico, iniciaram-se as atividades envolvendo a construção de logomarcas como MITSUBISHI e símbolos como YIN E YANG, explorando os conceitos geométricos contidos em cada imagem. À medida que se observavam dificuldades em manipular os instrumentos de desenho, o autor iniciava a aula introduzindo noções de Desenho.

Tal trabalho teve como objetivo desenvolver a autonomia dos estudantes para que pudessem propor soluções para as construções geométricas, tendo como consequência o desenvolvimento de competências necessárias para solucionar problemas referentes ao Desenho Técnico.

Em suas considerações finais, o autor reforça que há uma deficiência no ensino de Geometria e DG no Ensino Fundamental, que acarreta dificuldades de compreensão de problemas gráficos do Desenho Técnico. Além disso, concordando com Itzcovich (2012), Fernandes (2020) e Zuin (2001), relata-se que colocar o aluno como protagonista na hora de solucionar problemas, ao invés de simplesmente memorizar procedimentos para realizar construções geométricas, proporciona motivação para aprender e desenvolve o pensamento geométrico.

Após a revisão de literatura, concluímos que todos os trabalhos concordam que o DG é indispensável para a formação dos alunos da Educação Básica, independentemente da sua futura profissão, uma vez que ele “mobiliza as capacidades cognitivas extremamente sofisticadas do ser humano” (BORGES, 2020, p. 155). Porém, apenas Reis (2014), Miqueleto (2018) e Oliveira (2018) desenvolveram propostas de tarefas a partir do Desenho Geométrico. Isto reforça a relevância do nosso trabalho.

4

O Referencial Teórico e a Questão de Investigação

Em sala de aula, não poucas vezes nos deparamos com o desafio de entender por que determinado aluno escreveu ou falou algo que aparentemente não tinha relação com o que expusemos durante a aula. Às vezes, não entendemos determinadas soluções que nos apresentam, que até parecem “absurdas” e que são propostas para determinados problemas. Outras vezes, nos apresentam cálculos que não seguem a lógica da matemática hegemônica.

Tais inquietações nos levaram a buscar um referencial teórico que desse conta desses desafios, que nos ajudasse a compreender por que essas coisas acontecem. Quais são as suas reais dificuldades do nosso aluno? Como podemos agir diante de tudo isso?

Quando nos debruçamos sobre o Modelo dos Campos Semânticos, entendemos que ele apresenta uma base epistemológica que dá conta destes desafios, os quais enfrentamos quase todos os dias dentro da nossa sala de aula.

Portanto, o Modelo dos Campos Semânticos é o referencial teórico que orienta a nossa pesquisa. A partir de agora, apresentaremos algumas de suas ideias centrais.

4.1 O Referencial Teórico

O referencial que orienta esta pesquisa é o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), um modelo epistemológico cujo alicerce são os modos de produção de conhecimento e significado. Sua elaboração foi desenvolvida pelo professor e educador matemático Romulo Campos Lins a partir de sua tese de doutorado intitulada “*A framework for understanding what algebric thinking is*” (um quadro de referência para entender-se o que é pensamento algébrico), defendida na University of Nottingham (UK). (LINS, 1992).

Lins deu início à sua elaboração teórica nos anos 1986 ou 1987 para tentar compreender o que se passava na cabeça dos alunos quando faziam afirmações que estavam erradas segundo o conhecimento acadêmico. Porém, sua preocupação não estava em fazer julgamentos de “certo” ou “errado”, mas em saber por que estavam dizendo o que estavam dizendo. Como, por exemplo, por que ao somar frações somavam tanto os numeradores quanto os denominadores? O que estavam pensando neste momento? A fim de falarmos sobre essa teoria, passo a utilizar um fato experimentado por nós, em sala de aula.

Em 2020, em plena pandemia, durante uma aula síncrona para alunos de uma turma do 8° ano do Ensino Fundamental, propusemos uma questão que fornecia as áreas de três retângulos, um azul, um verde e outro amarelo. Em seguida, uma letra F maiúscula, conforme a da figura abaixo, era construída com estes retângulos, sem sobrepô-los (figura 14).

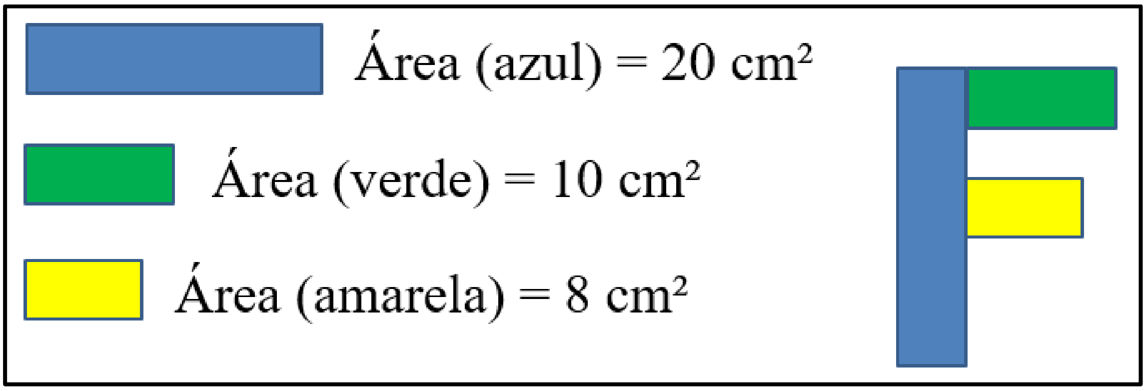


Figura 14 – Problema da letra F. (Elaborado pelo autor)

Por fim, a questão pedia a área da região ocupada pela letra F construída. Enquanto conversávamos sobre uma solução para a questão, a qual consistia em somar as áreas dos três retângulos, uma aluna, tomando a palavra, disse que o que estávamos propondo não poderia ser feito, uma vez que para se calcular a área é necessário efetuar uma multiplicação e não uma adição, pois a área é calculada multiplicando-se a base pela altura.

Este fato exemplifica uma das inquietações que impulsionaram o trabalho realizado por Lins (1992), que o levou a propor a seguinte caracterização para o que é conhecimento:

> Conhecimento é entendido como uma crença – algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto, como uma afirmação – junto com o que o sujeito considera ser uma justificação para a sua crença-afirmação (LINS, 1993, p.88).

De acordo com esta noção de conhecimento, composta de três elementos: crença, afirmação e justificação, ou crença-afirmação e justificação, o sujeito do conhecimento diz o que diz porque acredita de alguma forma naquilo que diz, faz ou escreve, o que Lins (1993) denomina como crença-afirmação. Voltando ao fato que relatamos anteriormente, observamos que a aluna enuncia algo que, de fato, acredita: "não faz sentido utilizar soma para se calcular área".

Além disso, temos o terceiro elemento presente nesta caracterização, que é a justificação. Esta não é necessariamente um argumento lógico. Quem diz ou escreve algo tem uma justificação para tal enunciação, e que também não precisa, necessariamente, ser dita pelo sujeito. E essa justificação pode, por exemplo, ser algo como: "Li num livro tal", "Meu professor disse isso", "Estava num site da internet", "Vi uma demonstração matemática", etc. Ela é o que dá legitimidade para o que está sendo dito, enunciado (LINS, 1995).

Quando perguntamos à aluna por que ela disse que não poderíamos calcular a área da letra F utilizando a soma das áreas dos retângulos, a sua justificação foi: "Porque área é base vezes altura". Com esta fala, suspeitamos que a justificação para a sua crença-afirmação era que, de alguma forma, ela entende a área a partir da fórmula matemática utilizada para o cálculo de área de um retângulo, ou seja, a área é igual à base vezes a altura.

O fato de ouvirmos sua justificação nos deu condições de levantar algumas hipóteses que, de alguma forma, influenciaram no seu entendimento para o conceito de área. E, a partir daí, intervir no processo de ensino e de aprendizagem que estava ocorrendo naquele momento.

Portanto, segundo Lins (1993), mesmo a resposta da aluna não tendo embasamento acadêmico, não anula o fato de que ela produziu, sim, conhecimento. Pois, "produzir conhecimento é produzir justificações no processo de enunciação das crenças-afirmações" (SILVA, 2003, p.19).

Por isso, de acordo com o MCS, livros não contêm conhecimento, mas apenas os resíduos de enunciação de seu autor (LINS, 1999). E uma justificação diferente, ainda que para uma mesma crença-afirmação, resulta num conhecimento diferente (LINS, 1994). Voltando ao nosso exemplo, se outro aluno dissesse que a soma não poderia ser realizada, apresentando outra justificação, tal evento caracterizaria um conhecimento diferente do primeiro. Por isso, a partir das noções apresentadas, não faz sentido se falar em transmissão de conhecimentos ou de significados, uma vez que o conhecimento é da ordem da enunciação.

É claro que a maneira como a aluna operou para resolver o problema proposto a coloca em um limite epistemológico – no sentido proposto por Lins -, isto é, operando desta maneira ela não resolverá o problema proposto. É neste ponto que o MCS permite ao professor e ao pesquisador ler os seus alunos ou os participantes de uma pesquisa de modo a intervir em suas dificuldades de aprendizagem[1]. Pois identificar limites epistemológicos necessita ter elementos teóricos para fazer a leitura das suas produções de significado e de conhecimento.

Assumindo a postura de ler os alunos pelo conhecimento que produzem, alteramos nossa concepção epistemológica de olhá-los, ou seja, estamos interessados no que estão dizendo, pois agora o conhecimento é da ordem da enunciação. Isto é, estamos interessados na produção de significado de cada aluno, onde “[...] significado é a relação que se estabelece entre uma crença-afirmação e uma justificação para ela no momento da enunciação” (LINS, 1994, p. 30).

A obra Henriques e Silva (2019) cita um exemplo onde duas pessoas olham para dois triângulos congruentes. Uma afirma: “são congruentes”. A outra, do mesmo modo, e fazendo uso de uma linguagem mais livre, afirma que ambos são iguais. A primeira justifica sua crença-afirmação depois de medir, com certa precisão, os lados e os ângulos dos triângulos; a segunda, por sua vez, tem sua fala legitimada pelo fato de olhar e ver que os triângulos são muito parecidos. Segundo os autores:

> Portanto, de acordo com a formulação de conhecimento que apresentamos, elas produziram conhecimentos diferentes. Isto equivale a dizer que produziram diferentes significados para as mesmas figuras desenhadas no

[1] Para Lins (1993), uma dificuldade [de aprendizagem] deve ser entendida de duas maneiras excludentes: ou ela se caracteriza como um obstáculo epistemológico ou como um limite epistemológico. [...] um limite epistemológico no MCS seria a impossibilidade de um aluno em produzir significado a partir de uma afirmação [...], a qual é, muitas vezes, decorrente de sua maneira de operar. (Lins, apud Silva, 2022)

> quadro; ou ainda, que constituíram objetos geométricos distintos (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 33).

É exatamente aí que se encontra o ponto central do MCS. Segundo Lins (1999): “Pra mim, o aspecto central de toda aprendizagem humana – em verdade, o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados” (LINS, 1999, p.86). E, para Silva (2003), a noção de significado de um objeto diz respeito àquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre um objeto no interior de uma atividade e, portanto, não importa o que o sujeito deveria ou poderia dizer de um objeto, mas sim, o que ele efetivamente diz sobre aquele objeto. Este é constituído, enquanto tal, a partir do que o sujeito diz que ele é (SILVA, 2003, p. 09).

Essa concepção nos orienta para uma postura educacional distinta daquela concebida a partir do modelo tradicional de ensino, onde o que se pretende ensinar é exposto pelo professor, que está na posição de detentor do conhecimento. E, noutro momento, como forma de avaliar se houve aprendizagem, aplica-se uma avaliação. Silva (2003) classifica essa postura como Ensino Tradicional Vigente (ETV), onde as aulas expositivas e explicativas são o que prevalece, onde o conteúdo é apresentado na sua forma final e acabada para o aluno que, por sua vez, tenta, de forma passiva, aprender durante o processo de ensino (SILVA, 2003).

Segundo Lins (1996), precisamos “[...] buscar um olhar que permita ler o processo em andamento e em mudança” (Ibid, p. 86), para que seja possível investigar se o que está acontecendo está indo na direção de que gostaríamos. Esta concepção é tratada por Lins (1999) nos seguintes termos:

> Não sei como você é, preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos (LINS, 1999, p.85).

Assumindo estes pressupostos, somos direcionados para uma postura cujo propósito está na realização da leitura da produção de significados dos alunos, tendo um olhar investigativo para a lógica ou coerência que são apresentadas em relação às tarefas propostas durante o processo de ensino.

Além disso, em nossa prática docente, não são poucas as vezes em que falamos algo para nossos alunos na expectativa de que eles aprendam o que gostaríamos que aprendessem. Porém, o que ouvimos muitas vezes é: “Não entendi”. E o que fazemos na maioria das vezes? Repetimos a mesma coisa, só que agora, buscando um modo diferente de falar, usando outras palavras ou outros exemplos.

Outras vezes, os alunos não se manifestam para dizer que não entenderam. E, quando se deparam com uma tarefa relacionada ao assunto abordado, escrevem coisas que não falamos. Muitas vezes, são afirmações completamente desconexas do que gostaríamos que tivessem aprendido. Isto, muitas vezes, frustra, não só a nós, professores, mas também aquele que quer aprender. Tal fato pode impedir que o processo de ensino e de aprendizagem tenha êxito.

Para entendermos por que tudo isso acontece, precisamos compreender como ocorre o processo de ensino e de aprendizagem em sala de aula proposto por Lins (1999), onde ele apresenta a noção de processo comunicativo. Este exclui a ideia de que para que ocorra a aprendizagem basta que haja uma boa exposição daquilo que se pretende ensinar.

Neste processo, três elementos estão presentes: autor, texto e leitor, expressos por Silva (2003) nos seguintes termos:

> O autor é aquele que, no processo, produz a enunciação: um professor em uma aula expositivo-explicativa, um artista plástico expondo seus trabalhos, um escritor apresentando sua obra. O leitor é aquele que, no processo, se propõe a produzir significados para o resíduo das enunciações como, por exemplo, o aluno que, assistindo à aula, busca entender o que o professor diz, o crítico de arte ou o leitor de um livro. Já o texto é entendido como qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado (SILVA, 2003, p. 62).

Aquele que apresenta ou fala sobre algo, isto é, que está produzindo resíduos de enunciação, está na posição de "autor", que enquanto fala tem a sensação de estar falando para indivíduos, seres biológicos. Isto porque, de fato, há pessoas à sua frente. Porém, na realidade, sua fala está sendo dirigida na direção de um ser cognitivo, denominado interlocutor.

Assim, supõe-se que basta falar do jeito que está falando, que será compreendido. Por isso, quando os alunos não correspondem à nossa expectativa, ou seja, não respondem o que gostaríamos que respondessem, temos a sensação de que, ou os alunos não prestaram a atenção (o que pode, de fato, ocorrer), ou falamos rápido demais. Neste momento, é muito comum repetirmos tudo novamente, e do mesmo jeito, só que falando mais lentamente. Ou então, recorremos a mais exemplos e utilizamos outro vocabulário.

O leitor, por sua vez, ao receber os resíduos de enunciação, constitui “um autor”. E a leitura que faz é exatamente dos resíduos de enunciação que este “um autor”, constituído por ele, diria e, para os quais, produz significados. Neste momento, tais resíduos de enunciação se transformam em texto. Note que, durante o processo, os seres cognitivos para os quais o “autor” e o “um autor” se dirigem são distintos. Além disso, não estão necessariamente falando da mesma coisa, numa mesma direção. Observe que ambos, ou seja, aquele que fala e aquele que ouve, estão interagindo com seres cognitivos e não com pessoas ou coletividades.

Com relação às pessoas, os seres biológicos que compartilham o espaço comunicativo, quem ouve, compreenderá o que, de fato, aquele que fala quer informar, quando os seres cognitivos envolvidos nos processos falarem numa mesma direção, de acordo com (LINS, 1999).

Por isso, não podemos conceber um ensino baseado exclusivamente na boa exposição do conteúdo, devido à complexidade do processo comunicativo. E, portanto, fica claro por que, muitas vezes, ao falarmos de um determinado assunto, aquele que ouve, quando questionado sobre o que foi falado, nos apresenta algo completamente distinto daquilo que acreditávamos ter informado. Em sala de aula, isto é recorrente. Daí, a necessidade de um ensino que se propõe a ler os alunos através de suas legitimidades.

Segundo Henriques e Silva (2019):

> […] podemos entender o ensinar como um processo docente sustentado em uma leitura positiva[1], uma leitura do outro através de suas legitimidades, e não uma leitura pela falta, como acontece nas teorias piagetianas e no ensino tradicional vigente[2]. Na função de ensinar, o professor deveria, então, ter consciência de um objetivo fundamental a ser por ele atingido: criar e compartilhar espaços comunicativos, começando por dar legitimidade aos significados produzidos por seus alunos (HENRIQUES E SILVA, 2019, p. 35).

Com relação às legitimidades, é importante dizer que na perspectiva do MCS não há juízo de valor, isto é, não há julgamento de certo ou errado para a produção de significados de um aluno, se o que diz está de acordo ou não com a matemática da academia. Portanto, todos os significados produzidos são possíveis e legítimos. Lins e Gimenez tratam essa questão nos seguintes termos:

> É preciso que a escola tenha a dignidade de admitir que significados matemáticos são mais um modo de produzir significados, e não o único, e mais, que os significados matemáticos e os não-matemáticos são diferentes. Apenas assim, permitindo a legitimidade dos significados não matemáticos na escola, poderemos aspirar à legitimidade dos significados matemáticos fora da escola (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 165).

A fim de sugerir o MCS em ação, apresentamos dois recortes de tarefas desenvolvidas para alunos da educação básica envolvendo os conceitos de área e perímetro, juntamente com as respectivas leituras da produção de significados de três participantes da pesquisa, de pseudônimo Roberta, Marte e Ortência, desenvolvidas por Henriques e Silva (2019). A primeira tarefa consistia em pedir a área do trapézio a seguir (figura 15):

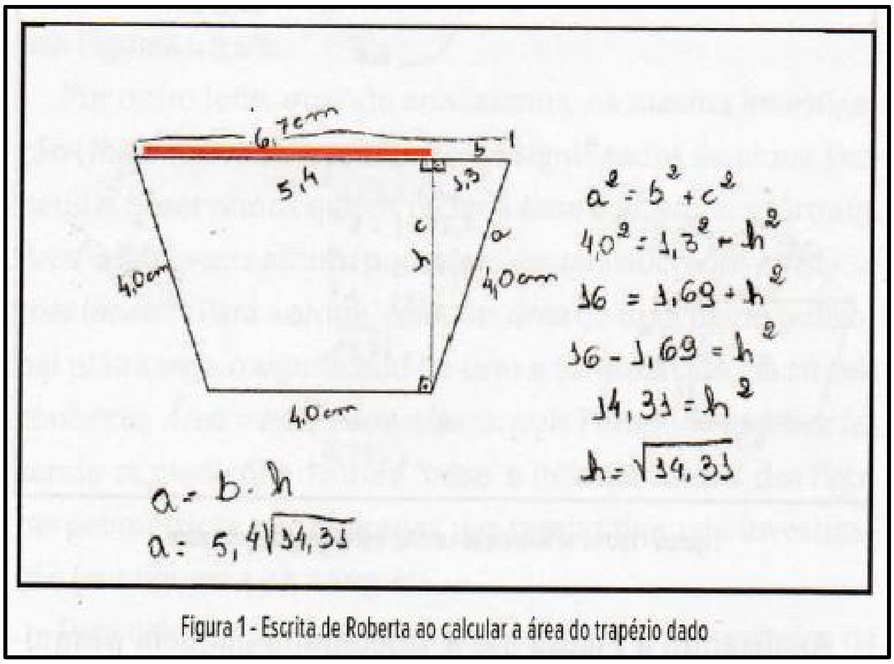


Figura 1 - Escrita de Roberta ao calcular a área do trapézio dado

Figura 15 – Produção de significados de Roberta. Henriques e Silva (2019, p. 45)

Segundo Henriques e Silva (2019):

> Como podemos ver na Figura 1 (a seguir), Roberta desenha a altura de modo perpendicular às bases do trapézio dado, como geralmente encontramos nos livros didáticos, mas a aluna considera base como sendo o segmento que marcamos em vermelho, ao analisarmos suas fichas. (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 44).

Noutro momento, é pedido que a aluna calcule a área do octógono da figura a seguir (figura 16):

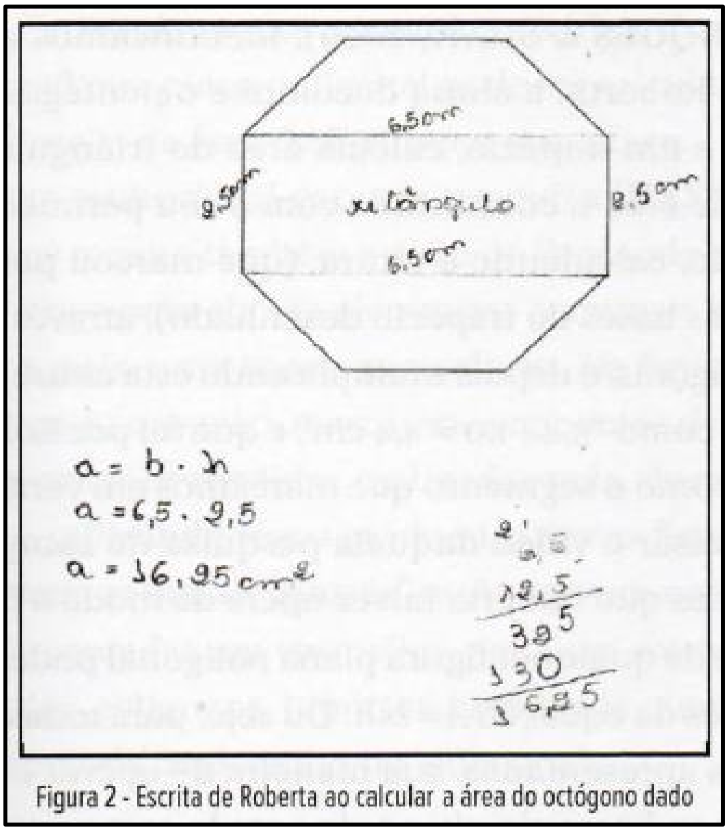


Figura 16: Produção de significados de Roberta. Henriques e Silva (2019, p. 45)

A partir da leitura da produção de significados da aluna Roberta, os autores puderam identificar que:

> Para a aluna Roberta, calcular a área de uma figura poligonal parece ter o significado de dividir a figura em partes e calcular todas e quaisquer áreas com a fórmula A = b.h. Vejamos as Figuras 2 e 3, apresentadas a seguir, nas quais vemos esta ação de Roberta: ela decompõe o octógono em dois trapézios idênticos e um retângulo, mas calcula apenas a área do retângulo, multiplicando corretamente as medidas da base pela medida da altura (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 44).

A terceira e última tarefa que recortamos do trabalho de Henriques e Silva (2019) tem o objetivo de colocar os participantes diante de uma situação nada usual, explorando área e perímetro de figuras planas, conforme a figura 17 a seguir:

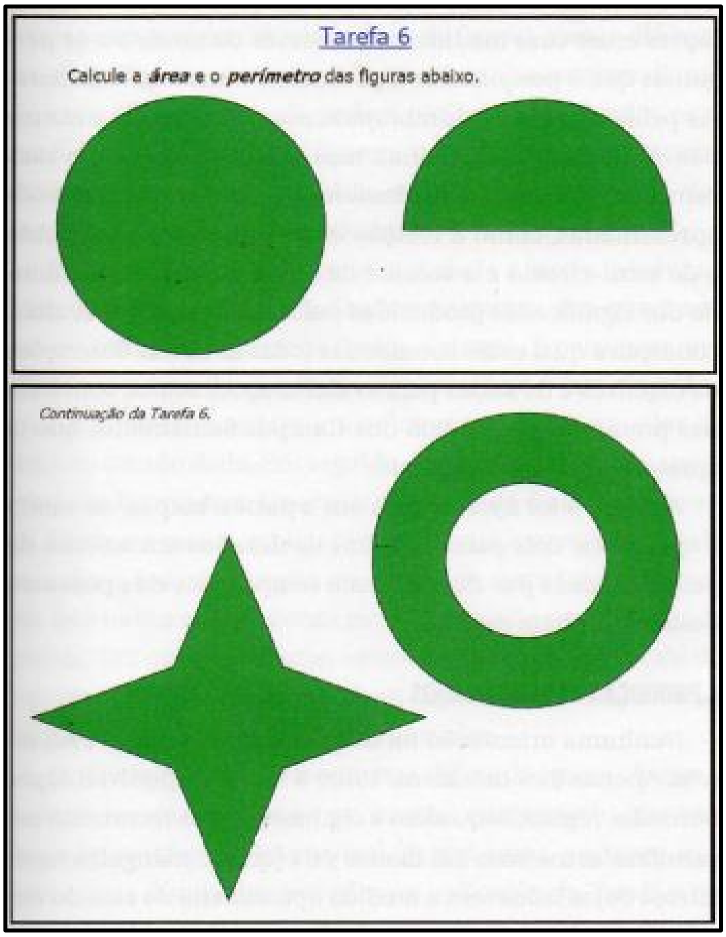


Figura 17: Produção de significados de Marte e Ortência. Henriques e Silva (2019, p. 63)

A partir da fala das alunas, de pseudônimo Marte e Ortência, os autores perceberam que elas não sabiam calcular a área de figuras não poligonais, como círculo e semicírculo. Por isso, tinham dificuldades de produzir significados para a área das figuras. Porém, através da interação entre elas e utilizando um quadrado e um triângulo recortados, conseguiram produzir significados para as respectivas áreas por meio da circunscrição das figuras ao círculo.

Isto nos leva a algumas reflexões, como, por exemplo, a de que os alunos trazem consigo diversas aprendizagens para a sala de aula. E, além disso, vemos a importância de tarefas que exijam algum esforço cognitivo, cujo objetivo é o de ampliar a produção de significados.

Noutro momento, Ortência tem dificuldades de produzir significados para o perímetro do círculo quando tenta utilizar o mesmo método utilizado para o cálculo da sua área, isto é, circunscrevendo o quadrado. Mas depois, propõem uma solução tomando os quatro lados do quadrado circunscrito, subtraindo dois lados e somando as medidas dos dois lados que sobraram.

Com isto, os autores conseguiram identificar como as alunas estavam operando para que pudessem propor novos modos de produção de significados. E, após os relatos, os autores escreveram:

> Vejamos, professor e professora, que ambas as alunas se utilizaram da circunscrição de figuras, calcularam a área das figuras de modos diferentes. Com a intenção de oferecer novos elementos ao processo de produção de significados das alunas, o pesquisador coloca no quadro (lousa) as fórmulas de área e de perímetro do círculo. As alunas, então, retornam às suas fichas, medem os raios usando réguas e, então, comparam suas medidas e seus cálculos (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 67).

A partir do trabalho que desenvolveram, os autores chegaram a uma conclusão:

> Identificamos, dentre outras, uma importante consequência do MCS na prática do educador matemático: a possibilidade de um permanente redirecionamento do trabalho docente, em função da análise da produção de significados dos estudantes para os objetos de aprendizagem (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 50).

Entendemos, portanto, que o MCS nos possibilita olhar o modo de operar dos estudantes. Investigar o porquê de estarem dizendo o que estão dizendo e, a partir daí, sem julgar ou desconsiderar a produção de significado de cada um, pelo contrário, trazendo para a discussão cada objeto constituído no interior de uma atividade, propor novos modos de produção de significados e, assim, contribuir não só para a aprendizagem da matemática do aluno da educação básica, mas também para a formação do futuro cidadão.

4.2 A Questão de Investigação

Como já dissemos anteriormente, no Brasil, a BNCC, atualmente, é o documento oficial que rege os currículos da Educação Básica e cuja proposta de ensino é baseada em competências e habilidades a serem seguidas e alcançadas. Tal concepção diverge dos nossos pressupostos teóricos, que entendemos que o ensino de Matemática deve ser baseado em modos de produção de significados, de acordo com Lins (1992).

Segundo Lins (2008), ensinar consiste em sugerir modos de produção de significados, ao passo que aprender implica internalizar modos legítimos de produção de significados. O professor não deve ser aquele que sugere legitimidades, mas sim o maior interessado em conhecer as legitimidades do aluno, buscando compreender em qual direção ele está falando. Nas palavras de Lins (2004), temos:

> [...] eu aprendi que a diferença não deve ser eliminada, e sim percebida e aceita, para que possa estar presente a proposta de que você, eventualmente, seja capaz de pensar como eu quando quiser, assim como eu, enquanto professor, vou tentar o melhor que posso para entender como você pensa. Não quero corrigir você, e sim lhe ajudar a crescer, sem que você tenha que abandonar outras maneiras de produzir significado para o que lhe aparece (LINS, 2004, p.7).

Compartilhando com Lins de suas ideias e assumindo o MCS como pressupostos teóricos, em 2021, tem início a elaboração do projeto de pesquisa que foi intitulado *Educação Matemática Escolar no Século XXI: a formação de estudantes e professores da Educação Básica*, da Universidade Federal de Juiz de Fora, sob a coordenação do professor Dr. Amarildo Melchiades da Silva, com o objetivo de repensar a formação de estudantes e professores que ensinam Matemática na Educação Básica. Um dos seus objetivos desse projeto é desenvolver um currículo para a Matemática Escolar baseado em modos de produção de significados expressos por modos de pensar. E um desses modos de pensar é o pensamento geométrico.

Este projeto reúne pesquisadores de diversas áreas do conhecimento e, principalmente, educadores matemáticos formados ou em formação, que têm discutido, entre outras coisas, a produção de atividades referenciadas teoricamente como recurso didático para educar matematicamente alunos da Educação Básica, em particular, da rede pública de ensino.

Ao integrarmos a equipe e tendo uma predileção pela Geometria, fomos em busca de autores relacionados a este tema, que por sua vez, nos apresentaram a importância do DG para o ensino da Geometria.

Pais (1996), por exemplo, defende um trabalho com desenhos e objetos como parte indispensável para que haja a formação de imagens mentais, de modo que o indivíduo seja capaz de descrever propriedades de um objeto ou desenho sem a sua presença (PAIS, 1996).

A pesquisadora Zuin (2001) defende o DG como um importante coadjuvante para o ensino de Geometria, sendo indispensável para a formação do estudante da Educação Básica.

Oliveira (2018) diz que há uma reciprocidade entre a Geometria e o DG.

Para Itzcovich (2012), não podemos abrir mão das construções geométricas nas aulas de Geometria.

Ao término da revisão da literatura com essa temática, de teses e dissertações desenvolvidas de 2011 até 2021, constatamos que nenhum dos trabalhos encontrados é referenciado pelo MCS. E é exatamente neste ponto que se encontra o nosso problema de pesquisa: **quais significados são produzidos pelo aluno a partir do Desenho Geométrico (um resíduo de enunciação tomado como demanda de produção de significados para os objetos da Geometria)?**

A questão de desenvolvimento associada propõe a produção de uma sequência didática – entendida por nós como um conjunto de tarefas – em que, a partir do DG, os alunos sejam introduzidos nas noções básicas da Geometria Euclidiana.

E tais tarefas, em linhas gerais, possuem algumas características como: estimular a produção de significados dos alunos durante a realização das atividades;

possibilitar diferentes propostas de soluções, valorizando o modo de operar de cada aluno; ampliar discussões que envolvem elementos do pensar matematicamente, como descoberta de padrões nas soluções, estratégias de soluções, análise de resultados, entre outros.

E, para delimitar melhor nossa questão de investigação, nosso objetivo é desenvolver tarefas de DG para alunos do 6° ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública, referenciadas teoricamente, como recurso didático para o ensino de Geometria.

Na prática, o que estamos fazendo é a produção de um protótipo de tarefas referenciadas pelo MCS, cujas potencialidades serão analisadas a partir de uma pesquisa de campo, através da leitura dos significados produzidos pelos participantes da pesquisa em sala de aula, a fim de obter uma proposta alternativa para o ensino de DG pelo professor.

5

A Metodologia de Pesquisa

5.1 A Caracterização da Pesquisa

Nossa pesquisa está caracterizada como sendo de cunho qualitativo, de acordo com Bogdan e Biklen (2013), apresentando cinco importantes características:

> I) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal [...]; II) A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números [...]; III) Os investigadores interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos [...]; IV) Os investigadores tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. Não recolhem dados ou provas com o objetivo de confirmar ou afirmar hipóteses construídas previamente [...]; V) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN e BIKLEN, 2013, p. 47-51).

Ela foi dividida em cinco etapas que foram utilizadas como base para a elaboração do nosso produto educacional. São elas: 1] Revisão mais aprofundada da literatura; 2] Análise de como alguns livros didáticos de Matemática de 6° ano abordam o tema construções geométricas; 3] Reflexão e desenvolvimento de uma proposta de tarefas de Geometria a partir do DG; 4] Aplicação das tarefas para os participantes da pesquisa em sala de aula; 5] Realização da leitura da produção de significados dos mesmos.

Os participantes da pesquisa são alunos do 6° ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Paraíba do Sul, interior do Estado do Rio de Janeiro, onde leciono há mais de doze anos. A seguir, temos uma descrição sucinta de cada etapa.

1] Nesta etapa, fizemos uma leitura mais aprofundada da revisão de literatura para compreender com maiores detalhes o que os autores selecionados e seus respectivos trabalhos tinham a contribuir para a nossa pesquisa. Quisemos analisar, principalmente, as atividades propostas e desenvolvidas para o contexto de sala de aula.

2] O objetivo desta etapa foi analisar como o DG, em particular as construções geométricas, tem sido apresentado nos livros didáticos de Matemática de 6° ano do Ensino Fundamental. Buscando identificar se tais propostas contribuem ou não para o ensino de Geometria.

3] Depois de compreender melhor os autores pesquisados e seus respectivos trabalhos, e tendo analisado algumas propostas de ensino de alguns livros didáticos, desenvolvemos tarefas de DG referenciadas pelo Modelo dos Campos Semânticos.

4] Nesta etapa, aplicamos as tarefas, em sala de aula, para os participantes da pesquisa.

5] Finalmente, realizamos a análise e leitura da produção de significados das soluções propostas pelos participantes da pesquisa, que foram comentadas num capítulo à parte.

No entanto, queremos elucidar que entendemos que o conjunto de tarefas que, a partir dessa investigação, foi desenvolvido como produto educacional, não tem a pretensão de substituir nenhuma outra proposta, nem tão pouco ser mais ou menos eficiente para o ensino de Geometria, mas sim sugerir novos modos de produção de significados para os estudantes da Educação Básica, em particular, para alunos do 6° ano do Ensino Fundamental.

5.2 A Pesquisa de Campo

Nossa pesquisa de campo foi desenvolvida num único momento, que consistiu na aplicação de tarefas de DG como recurso didático para lecionar, de forma introdutória, os conceitos de retas, segmentos de retas, ângulos e algumas propriedades dos círculos e triângulos.

Nosso objetivo foi explorar o potencial do DG de estimular a produção de significados para os objetos da Geometria Plana. A linguagem e o rigor matemático por nós utilizados foram os que entendemos ser razoáveis para estudantes que estão iniciando o 6° ano do Ensino Fundamental. Como, por exemplo, ao invés de falarmos em segmentos congruentes, preferimos utilizar “segmentos iguais”.

À medida que os participantes da pesquisa se debruçavam sobre as tarefas, nós avaliávamos a necessidade de fazermos ou não adequações e/ou modificá-las, já pensando na elaboração do nosso Produto Educacional.

Esta etapa da pesquisa foi desenvolvida em 4 (quatro) encontros: 08 de abril de 2024, 15 de abril de 2024, 29 de abril de 2024 e 06 de maio de 2024, perfazendo um total de oito aulas com duração de 50 minutos cada uma.

A identidade dos participantes da pesquisa foi protegida pelos pseudônimos Estrela (11 anos), Japonês (11 anos), Lua (11 anos), Miguelito (11 anos) e Sol (11 anos), todos cursando, pela primeira vez, o 6° ano do Ensino Fundamental. Um termo de compromisso ético foi assinado pela direção da escola, pelo pesquisador, pelo orientador da pesquisa e pelos responsáveis legais dos participantes.

A escolha desses participantes se deu pelo fato de demonstrarem interesse em participar da pesquisa e também por terem disponibilidade de permanecer na escola no contraturno. Todos os encontros foram realizados na parte da tarde, com início às 12h30 e término às 14h10.

Esse trabalho ambicionou obter elementos que permitissem pensar o conjunto de tarefas de DG que rompesse com as perspectivas dos livros didáticos já analisados e discutidos anteriormente, no capítulo 2, e que pudessem ser disponibilizadas pelo professor aos seus alunos durante as aulas de Geometria Plana.

Portanto, estávamos interessados em avaliar se as tarefas estimulavam a produção de significados dos estudantes, de modo que um professor pudesse identificar, a partir dos elementos do MCS, as dificuldades de aprendizagem e os modos de operar, por exemplo. Outro fator avaliado foi o tempo necessário para a sua aplicação numa sala de aula real.

5.3 Sobre a Leitura da Produção de Significados dos Participantes

A leitura que faremos da produção de significados dos estudantes para as tarefas propostas a eles, entendidas pelas premissas do MCS, como resíduos de enunciação, terá como fonte seus registros gráficos, escritos e proferidos. A análise será como proposta por Silva (2022) a partir da seguinte análise epistemológica da produção de significados. Ele observa:

> No momento em que um estudante se propõe a produzir significados para o problema proposto (entendido como gerador da atividade), observamos da perspectiva do MCS o desencadeamento de um processo – o processo de produção de significados – que envolve as seguintes noções-categorias:
>
> i) A constituição de objetos – coisas sobre as quais aquele estudante sabe dizer algo e diz. Isto permite ao pesquisador observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos.
>
> ii) A constituição e a transformação de um núcleo (processo de nucleação): suas estipulações locais, as operações e suas lógicas associadas ao núcleo;
>
> iii) A produção de conhecimento: enunciação de crenças-afirmação e suas respectivas justificações;
>
> iv) A fala na direção de um interlocutor;
>
> v) As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer (para quem está produzindo significados) no interior daquela atividade (SILVA, 2022, p. 133).

Ele comenta então que:

> A análise/leitura que inicia após a produção de significados do estudante, isto é, a partir dos resíduos de enunciação produzidos por ele (o autor da enunciação), desenvolvida com as noções-categorias, é o que designamos, em termos linsianos, de análise ou leitura epistemológica (SILVA, 2022, p. 134).

Observamos também que ele chama a atenção para como o processo se dá na prática quando comenta:

> Vale ressaltar que, quando apresentamos esta lista de elementos – que usualmente chamamos de noções-categorias – em uma determinada ordem, não estamos querendo dizer que há uma sequência de procedimentos, uma ordem de leitura, mas queremos dizer que é o conjunto dessas coisas que estaremos considerando quando estivermos fazendo nossa leitura (SILVA, 2022, p. 134).

Silva (2022) também indica o processo de interação do pesquisador com os participantes da pesquisa, tendo a tarefa como instrumento de mediação a partir do seguinte esquema:

Pesquisador - - - - - - -→ $\boxed{\text{TAREFA}}$ ———→ Sujeito

(Resíduo de Enunciação)

Ele sugere ainda que, no processo de produção de significados do sujeito, o esquema passa a ser como proposto no esquema abaixo (em que a seta seccionada sugere o sujeito da enunciação e, ao passo em que a seta contínua, indica o leitor no processo):

Sujeito - - - - - - -→ $\boxed{\text{Ações enunciativas}}$ ———→ Pesquisador

Assim, a partir das ações enunciativas do sujeito, o pesquisador desenvolve sua leitura considerando os resíduos de enunciação (fala, gestos, desenhos), que recebe do participante e que é fundamental para análise.

Para esse momento, Silva (2022) sugere as seguintes orientações metodológicas na pesquisa de campo:

> - Dar voz aos participantes da pesquisa: a esta altura, o leitor já deve ter clareza da importância de dar voz aos participantes da pesquisa. E a tarefa proposta é o instrumento para desencadear o processo de enunciação desses participantes quando buscam explicar a resolução da situação-problema que têm em mãos.
>
> - Estimular a produção de significados e garantir que diferenças, nos modos de produção de significados singulares de cada participante, sejam explicitadas e se tornem objeto de atenção do pesquisador: não se trata de explicitar o diferente, mas trazer à luz a diferença, isto é, não identificar apenas o significado produzido (o produto), mas levar em consideração o processo em curso.
>
> - Desenvolver uma escuta ativa: o pesquisador precisa desenvolver e aprimorar o ato de ler as ações enunciativas do sujeito, na medida do possível, enquanto elas acontecem (ou registrando, por exemplo, em vídeo),

> buscando identificar a partir das noções-categorias o que emerge das enunciações.
>
> - Realizar uma leitura plausível e/ou positiva da produção de significados dos informantes no sentido que discutimos anteriormente.
>
> - Identificar, se for interesse da investigação, a partir da produção de significados dos sujeitos, evidências que ajudem na análise das dificuldades de aprendizagem (obstáculos e limites epistemológicos) e de possível processo de impermeabilização que possam estar ocorrendo (SILVA, 2022, p. 138).

Silva (2022), observa ainda que na prática,

> "[...] nem sempre em uma análise é necessário utilizar todos os elementos teóricos disponibilizados no MCS. Às vezes, algumas noções-categorias, e não todas, já possibilitam a análise do que está acontecendo. Cabe, então, ao pesquisador trazer para a sua discussão e análise apenas as ideias que efetivamente tenha utilizado em seu estudo" (SILVA, 2022, p.138).

Será a partir dessa perspectiva que analisaremos a produção de significados de nossos participantes.

5.4 A Leitura da Produção de Significados dos Participantes da Pesquisa

5.4.1 Sobre a Tarefa 1

Essa tarefa foi aplicada para todos os participantes no encontro do dia 08 de abril de 2024, com duração de duas aulas de 50 minutos. Esta tarefa foi elaborada considerando que os estudantes não possuíam familiaridade com o uso dos esquadros e compasso. Por este motivo, deflagramos o processo de produção de significados (gráficos), deles desenhando retas (segmentos de retas e círculos).

a) Desenhe duas retas, r e s, que não se cruzam.

ESBOÇO	DESENHO

b) Você pode afirmar que as retas r e s nunca se encontrarão, mesmo se aumentarmos o comprimento dos desenhos? Por quê?

____

____

Figura 18 – Tarefa 1, itens (a) e (b)

c) Desenhe uma circunferência de centro O e raio r com uma medida qualquer, de sua escolha.

ESBOÇO	DESENHO
	O •

Figura 19 – Tarefa 1, item (c)

d) Desenhe duas circunferências de mesmo centro O e raios r_1 e r_2 de tamanhos diferentes.

ESBOÇO	DESENHO
	O •

Figura 20 – Tarefa 1, item (d)

No item (a): “Desenhe duas retas, r e s, que não se cruzam.”, os participantes optaram por utilizar a régua e construíram as retas, uma ao lado da outra. Com exceção da participante Lua, todos nomearam as retas com as letras r e s. O participante Japonês desenhou três retas e as chamou de r, s e t.

Após a conclusão das construções, sugerimos que realizassem a mesma construção utilizando os esquadros. Os participantes Sol e Estrela disseram não saber utilizá-los, e os demais colegas concordaram.

Mesmo assim, pedimos que tentassem realizar a construção utilizando os esquadrados. Então, Miguelito, Estrela e Japonês ensaiaram alguns movimentos com os esquadros, mas não definiram uma forma de traçar as paralelas.

Lua e Sol, por sua vez, traçaram dois segmentos, um utilizando a parte interna e outro utilizando a parte externa de um dos esquadros, obtendo assim duas retas paralelas.

Nesse momento, fomos para a lousa e sugerimos um modo de produção de significados para um par de esquadros, objetivando construir retas paralelas. Todos observaram e pediram que mostrássemos mais uma vez. Estrela, Japonês, Miguelito e Sol conversavam sobre a construção e faziam alguns ensaios. Lua, por sua vez, ficou observando os colegas fazerem os desenhos e, em seguida, pediu ajuda para a sua colega Estrela. Esta, por sua vez, mostrou com bastante calma como estava operando e começou a falar numa mesma direção. Então, Lua desenhou as retas paralelas usando os esquadros.

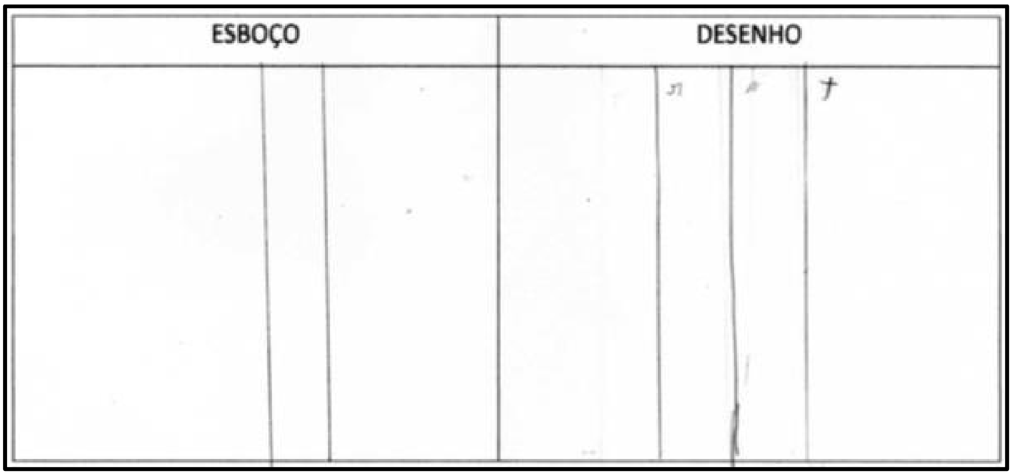


Figura 21 – Registro escrito de Japonês – Tarefa 1 – item (a)

No item (b): “Você pode afirmar que as retas r e s nunca se encontrarão, mesmo se aumentarmos o comprimento dos desenhos?” “Por quê?”, os participantes conversaram entre si por alguns minutos. As alunas Lua e Estrela registram na ficha: “Não, pois depende do tamanho do desenho”. Então, pedimos que explicassem melhor. Daí, Estrela se antecipou em apresentar sua justificação: “O importante é o desenho não se encontrar”. Este resíduo de enunciação sugere que Estrela produz significado para retas paralelas como sendo linhas que não se encontram, ou seja, para duas retas serem paralelas basta não prolongar o comprimento das linhas desenhadas, ou seja, ela não opera com a propriedade de retas paralelas. Ele produz significado para a reta como sendo um segmento de reta e, “Se os desenhos das linhas não se cruzam, então as retas são paralelas”.

Miguelito, Sol e Japonês registraram na ficha: “Não! Depende do tamanho e do ângulo.” Nesse momento, perguntamos o que estavam querendo dizer com a expressão “Depende do ângulo”. Japonês disse não saber explicar, mas, utilizando as mãos como se elas fossem retas, balançava-as de um lado para o outro, nos dando a ideia de inclinação.

Este resíduo de enunciação nos permite dizer que Japonês estava operando com o conceito de inclinação de reta e produz significado para reta como segmento de reta.

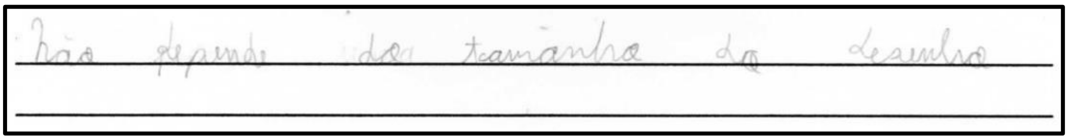


Figura 22 – Registro escrito de Estrela – Tarefa 1 – item (b)

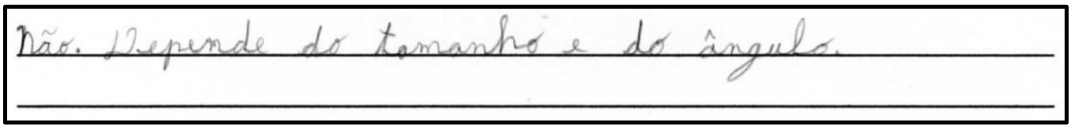


Figura 23 – Registro escrito de Japonês – Tarefa 1 – item (b)

No item (c): “Desenhe um círculo de centro O e raio r que tenha a medida que você quiser.”, a aluna Lua perguntou: “O que é raio, professor?” Perguntamos se alguém gostaria de explicar para a Lua o que era raio do círculo, mas ninguém se manifestou. Nesse momento, intervimos construindo um círculo e assinalando o seu raio. Daí, Miguelito disse: “Ah, isso eu já vi”, e Estrela completou: “Já vi também”. Pedimos, portanto, que tentassem concluir a tarefa. Assim, com o compasso em mãos, iniciaram a construção do desenho, mas demonstravam muita insegurança e dificuldades em manusear o instrumento. Fizeram vários círculos no espaço reservado para rascunho, e após praticarem bastante, concluíram as construções.

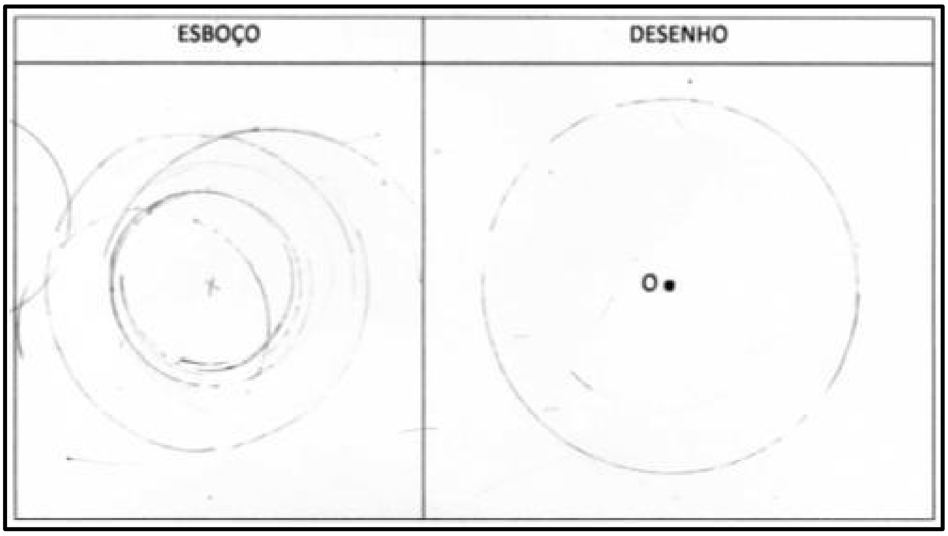


Figura 24 – Registro escrito de Estrela – Tarefa 1 – item ©

Em seguida, pedimos que fizessem o item (d): “Construa dois círculos de mesmo centro O e raios r_1 e r_2 de tamanhos diferentes.”. O participante Sol desenhou um ponto geométrico sobre a letra O e o utilizou como centro do círculo. Então perguntamos: “Por que você não utilizou o ponto em negrito do desenho como o seu centro?”, ele nos respondeu: “Porque tá pedindo um círculo de centro no O.” A justificação do Sol nos permitiu ler que o significado que ele produziu para círculo de centro O é círculo com centro na letra O.

Os demais participantes utilizaram a região do esboço para praticar a construção de alguns círculos e depois construíram os dois círculos.

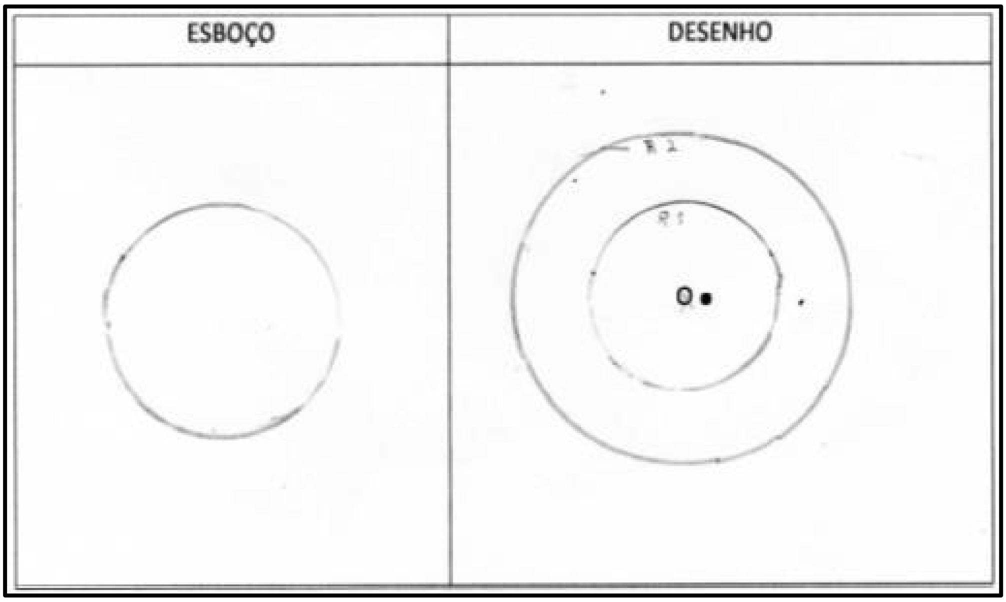
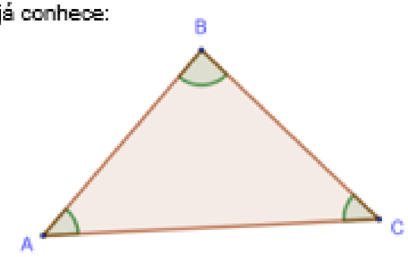


Figura 25 – Registro escrito do Sol – Tarefa 1 – item (d)

5.4.2 Sobre a Tarefa 2

Essa tarefa foi aplicada para os participantes Estrela, Japonês, Lua e Miguelito, no encontro do dia 15 de abril de 2024, com duração de duas aulas de 50 minutos. O seu objetivo era retomar o estudo dos triângulos através das construções geométricas. O participante Sol, por motivos particulares, não pôde participar desse encontro.

Este é um triângulo que você já conhece:



Ele tem:

- Três vértices
- Três lados
- Três ângulos

Vamos combinar algumas coisas:

- Para os vértices escreveremos letras maiúsculas: A, B, C.
- Para os lados escreveremos: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ (segmentos de reta).
- Para representar os ângulos escreveremos $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ ou letras do alfabeto grego α, β, γ.

Vamos aprender mais coisas sobre os triângulos fazendo seus desenhos, utilizando os instrumentos euclidiano: esquadros, compasso e transferidor, para desenhar.

Figura 26 – Resumo teórico – tarefa 2

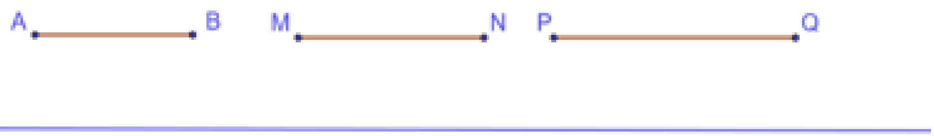
Algumas informações importantes:

(a) Reta suporte: reta sobre a qual se representa um segmento, ou podemos dizer que é a reta que contém aquele segmento.

Reta suporte (azul)

(b) Vamos aprender a transportar um segmento.

Transporte os seguintes segmentos:



Reta suporte

(c) Ponto geométrico: é o cruzamento de duas linhas.

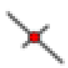


Figura 27 – Resumo teórico – tarefa 2

(a) O que você sabe falar a respeito do triângulo?

Figura 28 – Tarefa 2, item (a)

b) Desenhe um triângulo ABC com os seguintes lados

Figura 29 – Tarefa 2, item (b)

c) Quais são os vértices desse triângulo?

d) Quais são os lados desse triângulo?

e) Quais são os ângulos desse triângulo?

Figura 30 – Tarefa 2, itens (c), (d), (e)

f) Construa um triângulo igual ao triângulo a seguir.

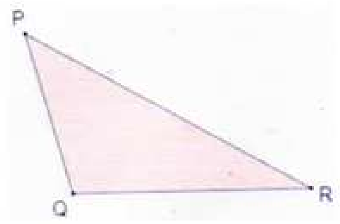


Figura 31 – Tarefa 2 – item (f)

No item (a): “O que você sabe falar a respeito do triângulo?”, o participante Japonês escreveu que o triângulo é uma forma muito conhecida pelo seu formato e muito fácil de desenhar. Miguelito escreveu que o triângulo é uma forma muito conhecida pelos seus três lados e muitas pessoas não sabem de suas características. Perguntamos para Miguelito sobre a expressão “característica”. Ele disse: “Não sei explicar direito.” Ah, sei lá... ele tem três lados e vértices... é isso”. A leitura que fazemos dos resíduos de enunciação de Miguelito é a de que ele estava se referindo às propriedades do triângulo.

As participantes Lua e Estrela escreveram que o triângulo é uma forma muito conhecida devido aos seus três lados e por ter um formato de pirâmide. Os resíduos de enunciação de Lua e Estrela nos permitem a leitura de que elas ainda não faziam distinção entre as representações de uma figura plana e de uma figura espacial.

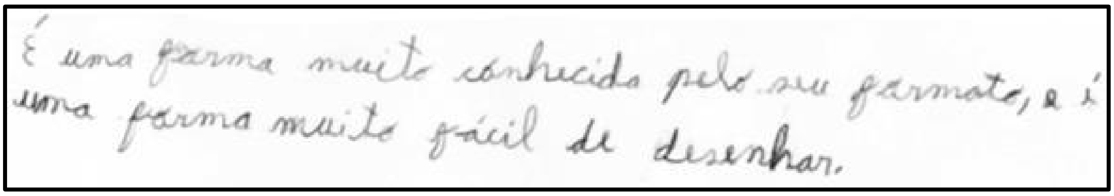

É uma forma muito conhecida pelo seu formato, e é uma forma muito fácil de desenhar.

Figura 32 – Registro escrito do Japonês – Tarefa 2 – item (a)

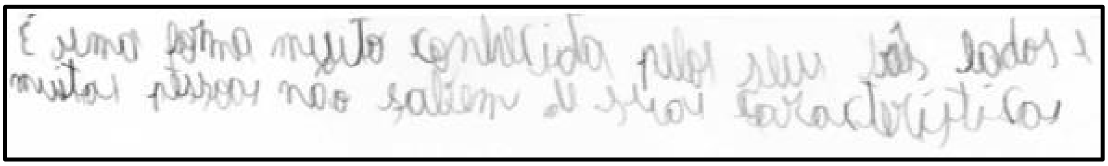

É uma forma muito conhecida pelo seu três lados e
muitas pessoas não sabem de suas características

Figura 33 – Registro escrito do Miguelito – Tarefa 2 – item (a)

No item (b): “Desenhe um triângulo ABC com os seguintes lados:”, os participantes conversaram entre si e, com a régua, mediram os segmentos dados na tarefa. Miguelito, Lua e Estrela não respeitaram a graduação da régua e iniciaram a medição a partir da lateral da régua. Os segmentos tinham medidas que não eram inteiras, porém os participantes aproximaram as medidas para um número inteiro. Japonês e Sol respeitaram a graduação da régua, demonstrando já terem utilizado o instrumento para medir, mas também só registraram números inteiros. A leitura que fizemos de tais resíduos de enunciação é que os participantes só operavam com números naturais.

Depois de medirem, iniciaram a construção do triângulo com a utilização da régua. Quando terminaram a construção, pedimos que conferissem se as medidas dos lados do triângulo construído eram as mesmas impostas pela tarefa. Então verificaram que as medidas eram diferentes. Assim, perguntamos: “Será que existe outro modo de construir esse triângulo?”. O participante Japonês disse não saber e os demais concordaram com o colega.

Neste momento, pedimos que tentassem utilizar a régua e o compasso para a construção do triângulo. A participante Estrela disse: “Como assim, professor?”. Então dissemos ser possível construir triângulos utilizando régua e compasso. Daí, pedimos que tentassem realizar a construção destes instrumentos. Assim, olharam para os instrumentos com olhar de perplexidade e disseram que não tinham ideia de como isso poderia ser feito.

Entendemos, por tanto, ser este o momento de ir para a lousa. Assim o fizemos e sugerimos como utilizar o compasso para medir e transportar os segmentos. Em seguida, construímos dois triângulos utilizando a régua e o compasso. Era visível a expressão de surpresa quando viram que, realmente, era possível construir triângulos utilizando régua e compasso.

As participantes Lua e Estrela fizeram algumas construções no rascunho antes de iniciar a construção. Estavam bastante inseguras e hesitavam bastante na hora de transportar os segmentos e determinar os vértices do triângulo, mas realizaram a construção e nomearam os vértices do triângulo.

Os participantes Japonês e Miguelito também fizeram alguns ensaios num rascunho. Em seguida, construíram o triângulo e nomearam os seus vértices.

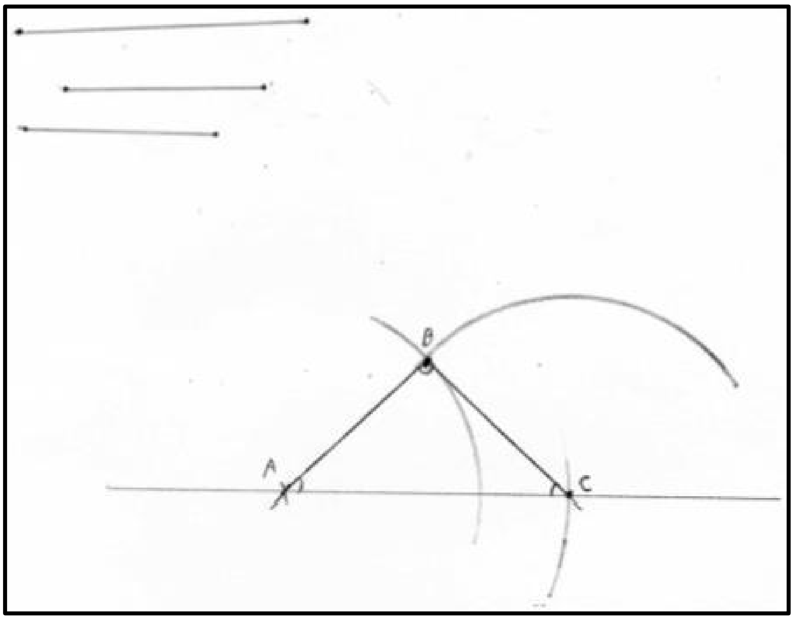
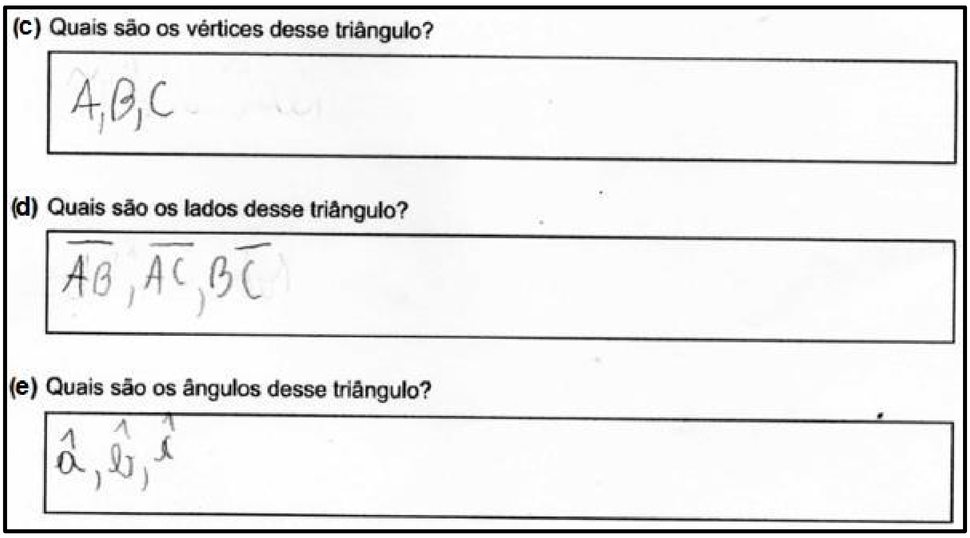


Figura 34 – Registro escrito do Japonês – Tarefa 2 – item (b)

Os itens (c): "Quais são os vértices desse triângulo?", (d): "Quais são os ângulos desse triângulo?" e (e): "Quais são os ângulos desse triângulo?" da tarefa 3, foram respondidos com a utilização de notações matemáticas por todos os participantes da pesquisa.



(c) Quais são os vértices desse triângulo?

A, B, C

(d) Quais são os lados desse triângulo?

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$

(e) Quais são os ângulos desse triângulo?

$\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$

Figura 35 – Registro escrito do Miguelito – Tarefa 2 – itens (c), (d), (e)

Ao iniciar o item (f): “Construa um triângulo igual ao triângulo a seguir”, se deparam com um triângulo já construído. Então, Sol disse: “Ih... agora não tem as medidas”, se referindo aos segmentos que deveriam ser transportados para construir o triângulo. Provavelmente se lembrou da tarefa 3, que fornecia os segmentos. Neste momento, Miguelito disse: “Não precisa, tem os lados do triângulo, é só medir”. Ao que Japonês concluiu: “Verdade, verdade”. Os resíduos de enunciação de Japonês e Miguelito nos mostram que eles falavam numa mesma direção, estabelecendo um espaço comunicativo. O participante Sol só observava o diálogo dos colegas.

Então Miguelito e Japonês traçaram uma reta suporte, transportaram os segmentos e concluíram a construção do triângulo. Sol esperou os colegas terminarem, pediu ajuda e assim também conseguiu realizar a tarefa.

As participantes Lua e Estrela pegaram a régua e mediram os lados do triângulo. Depois desenharam três segmentos com as mesmas medidas que obtiveram. Depois traçaram uma reta suporte e transportaram os segmentos, obtendo a reprodução do triângulo dado na tarefa.

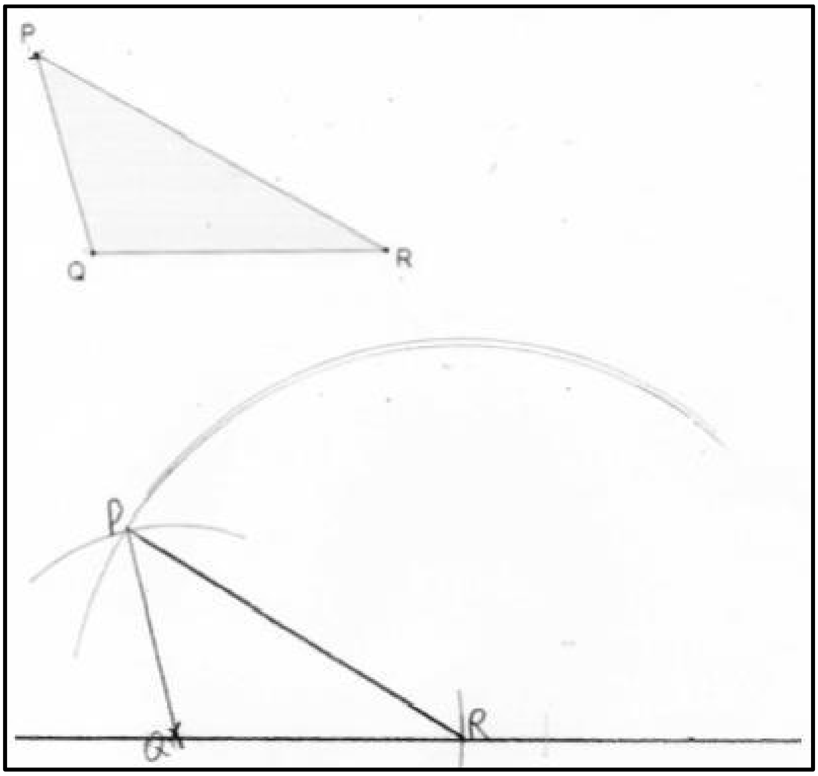


Figura 36 – Registro escrito do Miguelito – Tarefa 2 – item (f)

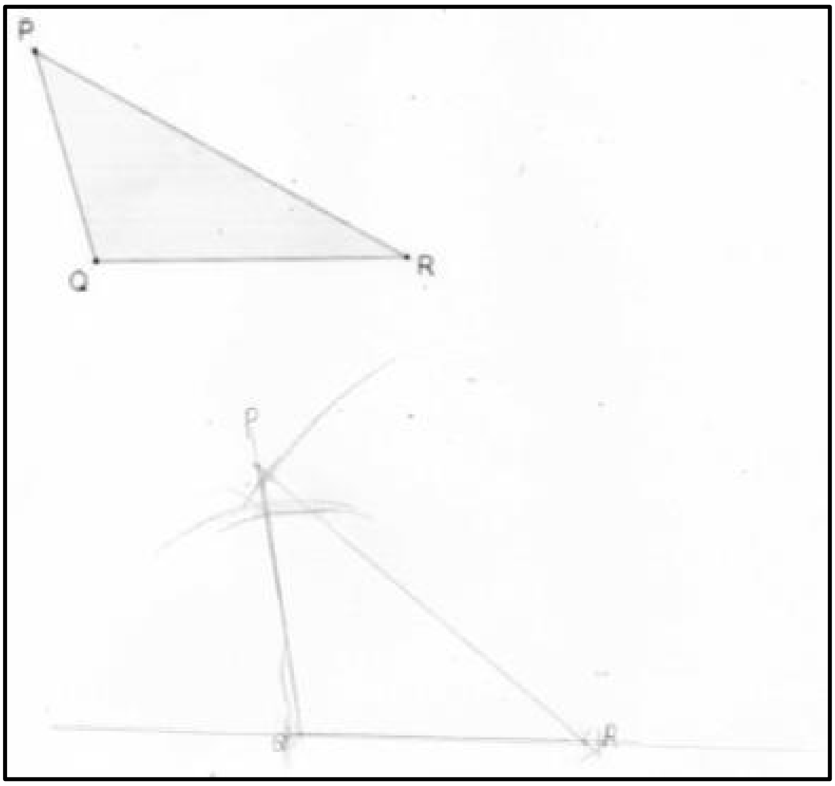


Figura 37 – Registro escrito da Estrela – Tarefa 2 – item (f)

5.4.3 Sobre a Tarefa 3

Essa tarefa foi aplicada para todos os participantes da pesquisa no encontro do dia 29 de abril de 2024, e teve duração de duas aulas de 50 minutos cada. Seu objetivo era avançar um pouco mais sobre o estudo dos triângulos, explorando alguns casos particulares: triângulo equilátero e triângulo isósceles.

a) Construa um triângulo equilátero ABC. Em seguida, escreva as medidas dos seus ângulos.	Esboço

Figura 38 – Tarefa 3 – item (a)

b) Construa um triângulo isósceles OPQ. Em seguida, escreva as medidas dos seus ângulos.	Esboço

Figura 39 – Tarefa 3 – item (b)

No item (a): “Construa um triângulo equilátero ABC. Em seguida, escreva as medidas dos seus ângulos.”, a participante Estrela perguntou para os colegas o que era equilátero. Miguelito respondeu que triângulo equilátero “É aquele e tem tudo igual”. Então perguntamos para Miguelito o que, de fato, ele queria saber com a pergunta: “Tem tudo igual?”, ao que respondeu: “É que os lados são iguais”. Em seguida, Japonês completou dizendo: “É aquele triângulo da folha”, se referindo ao triângulo equilátero da tarefa 2 e iniciou a tarefa.

Traçou um segmento com uma medida qualquer e uma reta suporte. Com o compasso, transportou o segmento que havia construído para a reta suporte e determinou os demais lados. Quando terminou a construção, pegou a régua e foi conferir se os três lados do triângulo que havia construído tinham a mesma medida.

Então perguntamos: “Por que você mediu os lados do triângulo?”. Sua resposta foi: “É pra ver se são iguais”. Então, insistimos mais um pouco: “Sempre teremos que conferir se as medidas estão iguais?”. Ele respondeu: “Sim, professor, porque o compasso pode abrir.” Os resíduos de enunciação de Japonês revelam que ele compreende que o transferidor conserva a medida do segmento transportado.

O participante Sol, na parte destinada para esboço, desenhou um segmento medindo três centímetros e o utilizou para construir o triângulo equilátero. Depois repetiu todo o procedimento no espaço separado para a solução, porém utilizando um segmento com seis centímetros e meio, registrando esta medida como “65 M”.

Os resíduos de enunciação de Sol sugerem que, apesar de não utilizar um número decimal, sua produção de significado para a medida 6,5 foi utilizar um “5” após a medida, ou seja, “65”, acrescentando a letra m maiúscula no final para indicar a unidade de medida. Após concluir o desenho, diferentemente de Japonês, ele não conferiu as medidas dos lados do triângulo.

Então, perguntamos para o Sol se os três lados do triângulo que ele havia construído tinham a mesma medida, e ele afirmou que sim. Então, pedimos que, se possível, justificasse o seu sim. Sua resposta foi: “Por causa do espaço do compasso, né?”, se referindo à abertura do instrumento.

A participante estrela desenhou uma reta suporte e traçou um segmento de quatro centímetros sobre ela. Depois, determinou o terceiro vértice com a utilização do compasso, obtendo um triângulo equilátero.

A participante Lua operou do mesmo modo que a colega Estrela, porém não mediu o segmento que traçou sobre a reta suporte, ou seja, desenhou um segmento de medida aleatória. E tendo determinado o terceiro vértice, concluiu a construção de um triângulo equilátero.

Miguelito, por sua vez, desenhou três segmentos com medidas iguais, construiu uma reta suporte e transportou os segmentos, obtendo um triângulo equilátero.

Na segunda parte da tarefa: “Em seguida, escreva as medidas dos seus ângulos”, os participantes conversaram entre si e concordaram que deveriam utilizar o transferidor para medir os ângulos do triângulo. O participante Japonês colocou o centro do transferidor[2], aproximadamente, no ponto médio do lado do triângulo e, olhando para o limbo[3], tentava fazer alguma leitura. A participante Estrela tentou alinhar a linha de fé[4] com um lado do triângulo, mas não definia onde colocar o centro do transferidor. Já os participantes Miguelito, Sol e Lua giravam o transferidor sobre o triângulo, buscando uma relação entre o limbo e a abertura do ângulo.

Neste momento, entendemos ser necessária uma intervenção de nossa parte. Então fomos para a lousa e sugerimos outro modo de produzir significado para o transferidor, que foi colocar a linha de fé alinhada com um lado do triângulo, tendo o cuidado de colocar o centro dela sobre o vértice do triângulo e, em seguida, fazer uma leitura no sentido horário ou anti-horário, a partir da graduação zero.

Os participantes Japonês, Miguelito e Sol realizaram a medição dos ângulos no sentido horário, enquanto Estrela e Lua, no sentido anti-horário, obtendo 60 graus como medida. Lua registrou 90 graus ao invés de 60 graus para um dos ângulos do triângulo que construiu. Mas, quando viu que os colegas tinham encontrado 60 graus, decidiu medir novamente, encontrando 60 graus.

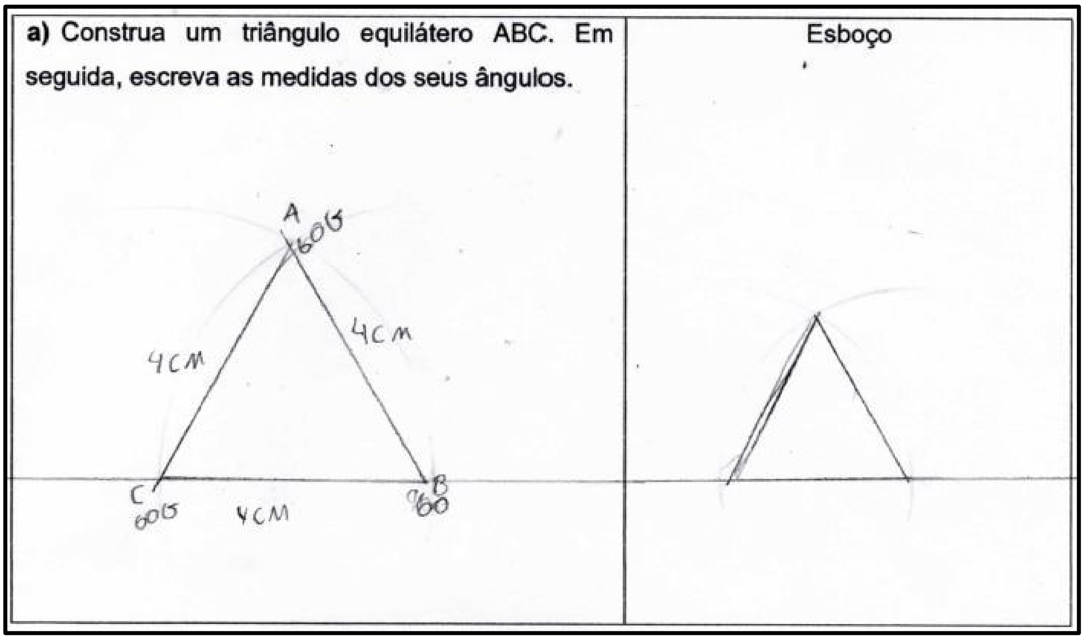


Figura 40 – Registro escrito da Estrela – Tarefa 3 – item (a)

---

2 Instrumento utilizado para medir ou desenhar ângulos.
3 Parte de contorno do transferidor, onde se localiza a graduação.
4 Reta que passa por 0° e 180°. É o diâmetro da circunferência definida pelo transferidor.

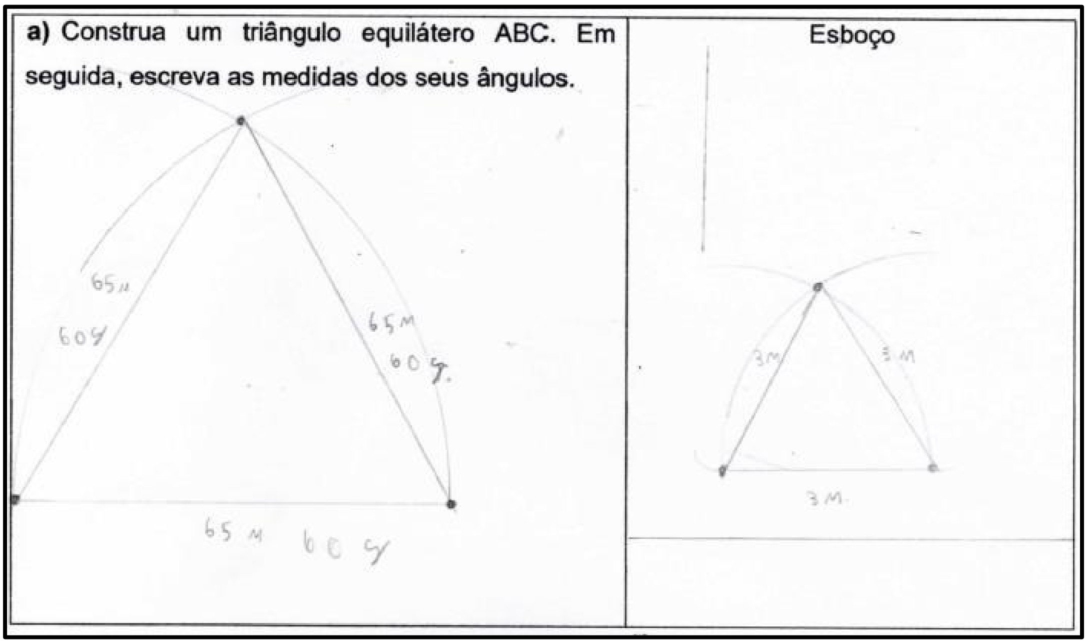


Figura 41 – Registro escrito do Sol – Tarefa 3 – item (a)

No item (b): “Construa um triângulo isósceles OPQ. Em seguida, escreva as medidas dos seus ângulos.”, a participante Estrela construiu um triângulo isósceles com régua e compasso, operando do mesmo modo como operou nas construções anteriores. As medidas que utilizou foram aleatórias, mas depois que terminou a construção mediu os lados do triângulo e registrou as medidas, obtendo dois lados de cinco centímetros e outro de dois vírgula sete centímetros. Depois, com o transferidor, observou que as medidas dos ângulos da base estavam entre 70 e 80 graus e decidiu registrar 70 graus. Ela não registrou nenhuma medida para o terceiro ângulo.

Perguntamos para Estrela se os ângulos da base do triângulo que ela havia construído tinham que ser iguais. Ela nos respondeu que a medida era 70 graus e que achava que elas não poderiam ser diferentes por causa do desenho.

Os participantes Japonês e Lua desenharam dois segmentos com medidas diferentes e utilizaram o menor como base do triângulo. Depois desenharam uma reta suporte e, em seguida, transportaram os segmentos, construindo o triângulo. Eles não registraram as medidas dos ângulos do triângulo.

O participante Miguelito desenhou no esboço três segmentos de medidas iguais e os utilizou para construir um triângulo equilátero. Perguntamos para ele se era necessário desenhar três segmentos iguais. Ele nos disse que estava apenas treinando para fazer a construção, o que nos mostra a importância de haver um espaço destinado ao esboço.

Em seguida, na região destinada para a solução da tarefa, Miguelito desenhou três segmentos, sendo dois com medidas iguais e um terceiro com medida menor do que os outros dois, que foi utilizado como base do triângulo. Devido ao tempo do nosso encontro ter chegado ao fim, ele preferiu não medir os ângulos do triângulo.

O participante Sol construiu um triângulo equilátero com os lados medindo quatro centímetros e mediu os ângulos da base, obtendo 60 graus. Perguntamos se ele poderia afirmar que o triângulo que havia construído era isósceles. Ele pensou por uns segundos e respondeu que sim, pois o triângulo que havia desenhado tinha todos os lados iguais.

Então, perguntamos se ele saberia nos dizer o que é um triângulo equilátero. Ele nos respondeu que equilátero é aquele que tem três lados iguais. Novamente, perguntamos: “Então, como você classifica o triângulo que construiu?”. “Ou seja, qual é o nome que você dá para ele?”. Ele ficou pensando e não falou nada. Insistimos: “A gente pode afirmar que ele é isósceles?” Ele disse: “Mas se tem que ter dois lados iguais... agora não sei... mas acho que pode.” Daí, perguntamos: “A gente também pode afirmar que ele é equilátero?”. A sua resposta foi: “Sim, equilátero sim.”

Os resíduos de enunciação do Sol sugerem que ele já começa a produzir significados para a classificação de um triângulo equilátero como sendo um triângulo que também é isósceles.

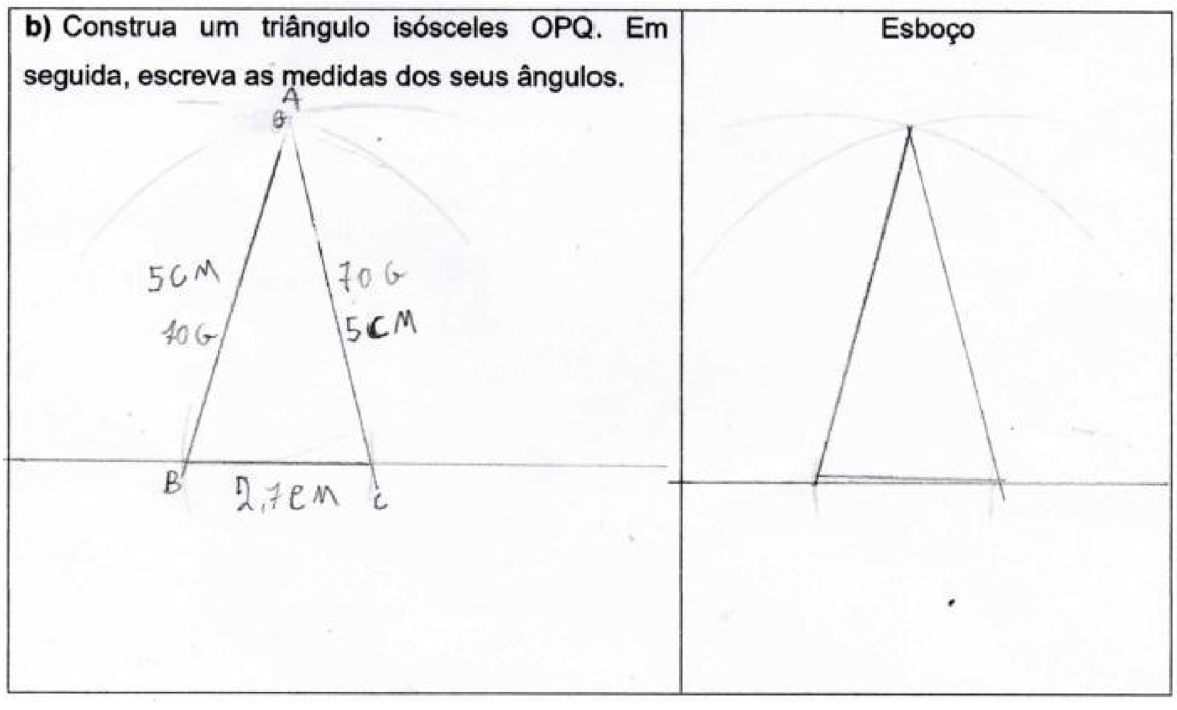


Figura 42 – Registro escrito da Estrela – Tarefa 3 – item (b)

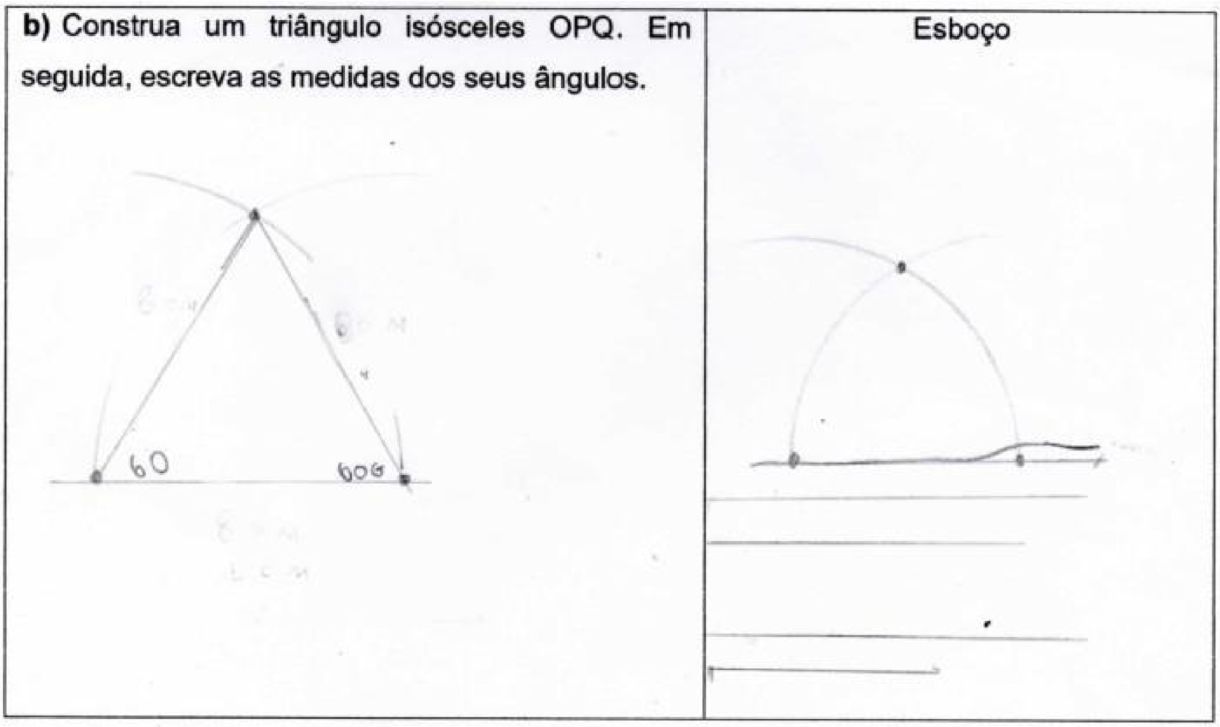


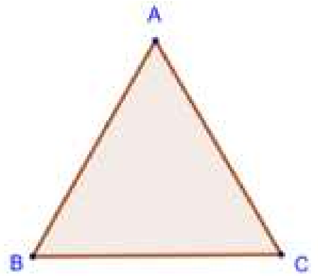
Figura 43 – Registro escrito do Sol – Tarefa 3 – item (b)

5.4.4 Sobre a Tarefa 4

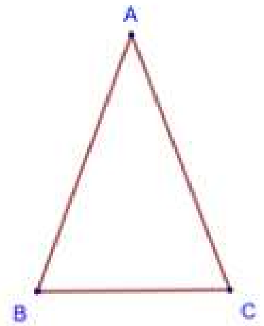
Essa tarefa foi aplicada para todos os participantes da pesquisa no encontro do dia 06 de maio de 2024, tendo duração de duas aulas de 50 minutos. Ela é uma continuação da Tarefa 3, porém trazendo mais um caso particular: o triângulo retângulo.

Tarefa 4

- Um triângulo é chamado de equilátero quando tem os três lados iguais.



- Um triângulo é chamado de isósceles quando tem dois lados iguais.



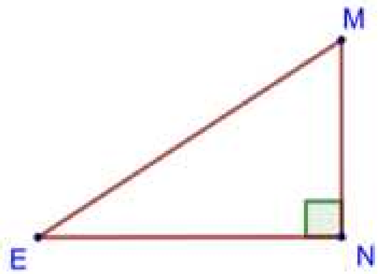
Chama-se base um dos lados do triângulo. No triângulo isósceles, o lado desigual é considerado a base.

O vértice do ângulo oposto a base é chamado de vértice do triângulo.

- Um triângulo é chamado de retângulo quando tem um ângulo de 90º.

Figura 44 – Resumo teórico – Tarefa 4

- Um triângulo é chamado de retângulo quando tem um ângulo de 90º.



Nos triângulos retângulos os lados do ângulo reto chamam-se **catetos** e o lado oposto ao ângulo de 90º chama-se **hipotenusa**.

Figura 45 – Resumo teórico – Tarefa 4 - 2

a) Construa um triângulo LMN com os lados medindo 3 unidades, 4 unidades e 5 unidades.	Esboço

Figura 46 – Tarefa 4 – item (a)

b) Construa um triângulo retângulo KLM.	Esboço

Figura 47 – Tarefa 4 – item (b)

No item (a): “Construa um triângulo LMN com os lados medindo 3 unidades, 4 unidades e 5 unidades.”, Japonês nos perguntou o que eram unidades. Perguntamos se alguém gostaria de explicar para o colega Japonês. Sol disse que achava que eram os centímetros da régua. Perguntamos se ele poderia nos fornecer mais detalhes. Ele então disse que tinham que utilizar 3, 4 e 5 centímetros. “E se utilizássemos 3, 4 e 5 metros ao invés de centímetros?”, perguntamos. Estrela respondeu que não, pois não caberia no desenho. Mais uma vez, questionamos: “Mas se os 3, 4 e 5 metros coubessem na folha, poderíamos utilizar?”. Estrela respondeu que sim, que achava que poderíamos sim, pois não deixaria de ser 3, 4 e 5.

Com tais resíduos de enunciação, vemos que Sol produz significado para unidade de medida como sendo 1 centímetro, enquanto Estrela já começa a produzir significado para unidade de medida de forma mais genérica.

Todos os participantes escolheram o centímetro como unidade de medida, desenharam três segmentos com 3, 4 e 5 centímetros, respectivamente, e iniciaram a construção.

Miguelito utilizou o segmento de 5 centímetros com base do triângulo e os demais tomaram o segmento de 3 centímetros com base. Em seguida, transportaram os segmentos e construíram o triângulo pedido na tarefa.

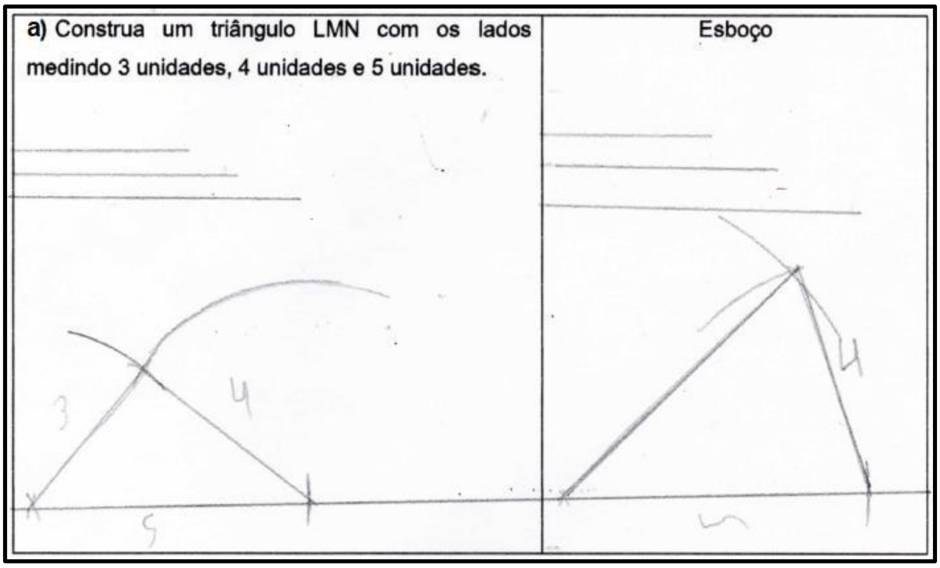


Figura 48 – Registro escrito do Miguelito – Tarefa 4 – item (a)

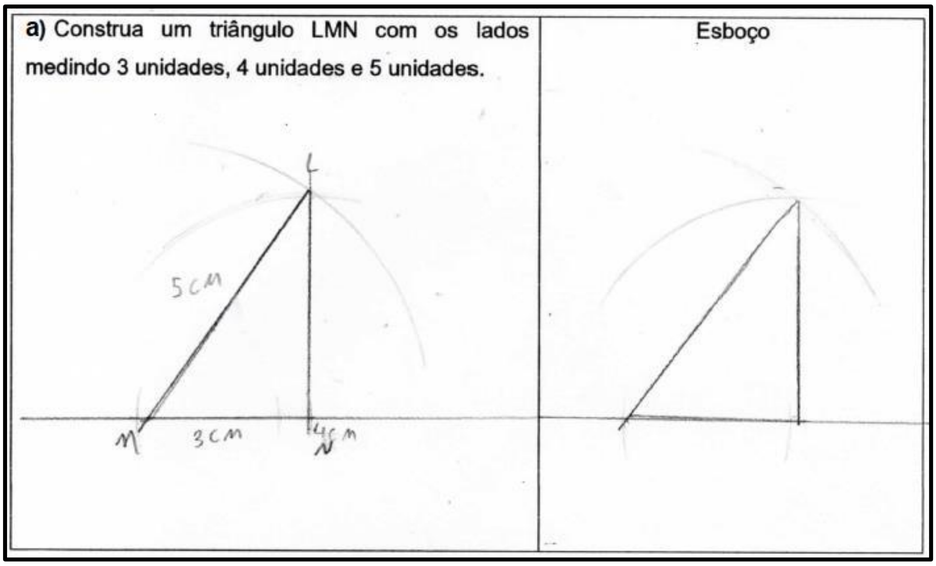


Figura 49 – Registro escrito da Estrela – Tarefa 4 – item (a)

No item (b): “Construa um triângulo retângulo KLM.”, os participantes conversavam entre si sobre o que era um triângulo retângulo. Não chegando a um consenso, resolveram ler as informações contidas no início da tarefa e procuraram informações sobre esse triângulo. Quando Japonês leu sobre triângulo retângulo e viu uma representação, disse para os colegas que ele parecia com o triângulo que haviam desenhado no item (a). Daí, decidiu repetir a construção que havia realizado no item anterior. Então, desenhou três segmentos com 3, 4 e 5 centímetros, respectivamente, construiu o triângulo e finalizou indicando o ângulo reto.

Os participantes Estrela, Lua e Sol concordaram com o colega japonês e repetiram a construção do item (a) para responder ao item (b). Miguelito, por sua vez, hesitou em repetir a construção como os demais colegas. Então, perguntamos por que ele não havia feito o mesmo que os colegas. Ele nos disse que tinha dúvidas se o triângulo do item (a) tinha um ângulo de 90 graus. Olhando para os resíduos de enunciação do item (a) de Miguelito, suspeitamos que a sua dúvida relacionada à existência ou não de um ângulo de 90 graus se deu pelo fato dele ter utilizado a hipotenusa do triângulo como base. Assim, quando olhava para a base do triângulo, não encontrava o ângulo reto.

Nesse momento, quando os demais participantes já haviam concluído a tarefa e tentavam ajudar Miguelito, Japonês propôs iniciar a construção a partir do ângulo reto, dizendo que este poderia ser construído utilizando o transferidor e completando o triângulo com a utilização da régua. Miguelito concordou com Japonês, e assim o fez.

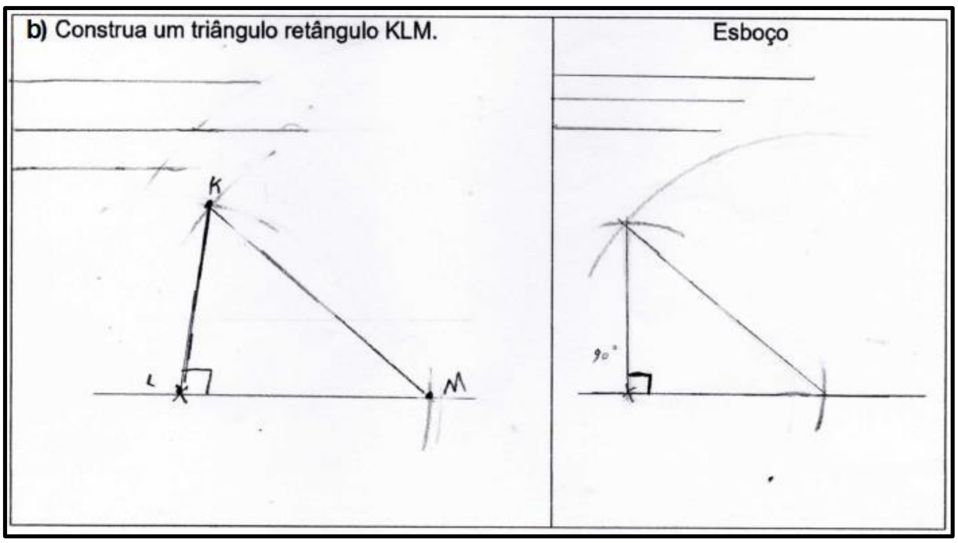


Figura 50 – Registro escrito do Japonês – Tarefa 4 – item (b)

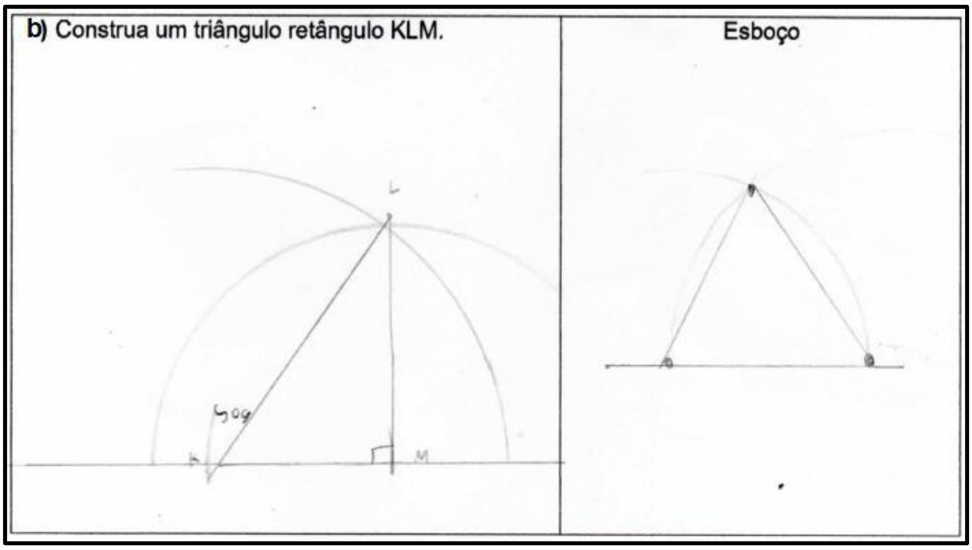


Figura 51 – Registro escrito da Lua – Tarefa 4 – item (b)

Assim, a aplicação do conjunto de tarefas aos participantes da pesquisa foi realizada durante 4 encontros que totalizaram 8 aulas de 50 minutos.

Julgamos ser importante explicitar algumas observações feitas durante o processo de análise e de aplicação das tarefas.

Os participantes da pesquisa relataram nunca ter tido a oportunidade de construir ou desenhar nas aulas de Matemática utilizando régua, compasso, esquadros e transferidor. Isso ficou bastante evidente quando lhes aplicamos a primeira tarefa e eles tiveram muita dificuldade para manipular os instrumentos e tinham dúvidas sobre a função de alguns deles, como, por exemplo, a finalidade do par de esquadros.

Porém, quando começaram a produzir significados para esses instrumentos, as dificuldades de manuseio se tornavam cada vez menores. Isso pode ser observado quando comparamos as primeiras construções com as últimas, sugerindo que a manipulação dos instrumentos de desenho desenvolve a coordenação motora fina.

A cada encontro, cada participante levava o seu kit de desenho. Eles relataram que achavam isso muito legal, que era diferente e que, quando estavam lendo e desenhando, nem parecia que estavam estudando. Quando perguntamos por que tinham a sensação de não estar estudando, o participante Sol disse que era porque quase não escreviam. E de fato, as tarefas exigiam leitura, pouca escrita e a utilização dos instrumentos para a realização de construções geométricas, a partir das quais era estimulada a produção de significados para os instrumentos de desenho e para os objetos da Geometria.

Durante a aplicação das tarefas, optamos por não propor nenhum modo de produção de significado para nenhum dos instrumentos de desenho sem antes deixar que cada participante produzisse significados para tais instrumentos.

6

Considerações Finais

Nesse momento, vamos tecer algumas considerações sobre onde esta pesquisa nos trouxe e o nosso vislumbre de potencialidades que nos direcionam para um futuro de novas investigações.

Recordamos que o nosso problema de pesquisa era investigar quais significados são produzidos pelo aluno a partir do DG (um resíduo de enunciação tomado como demanda de produção de significados para os objetos da Geometria), com o objetivo de desenvolver tarefas de DG para alunos do 6º ano, referenciadas pelo MCS, para serem disponibilizadas pelo professor nas aulas de Geometria.

Como visto no capítulo 2, apesar da grande potencialidade do DG para o ensino de Geometria, ele tem sido abordado apenas como um mero amontoado de procedimentos a serem memorizados e reproduzidos pelos estudantes.

A leitura que fazemos, após a análise que realizamos dos quatro livros didáticos, é a de que o principal objetivo dos seus autores, com relação à forma como propuseram a utilização do DG nas páginas de seus livros, é apenas justificar que as orientações determinadas pela BNCC estão sendo cumpridas em suas obras.

De acordo com os nossos pressupostos teóricos, a maneira como esses autores se utilizam do DG não apresenta contribuições significativas para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes. Entendemos que uma tarefa deve estimular diferentes modos de produção de significados ao invés de limitar as situações-problemas a uma única solução e menos ainda através de soluções prontas para serem memorizadas. As tarefas que desenvolvemos para a pesquisa de campo neste trabalho, e que foram utilizadas como protótipo para a elaboração do nosso produto educacional, foram pensadas e desenvolvidas tendo esse entendimento.

Durante as aplicações das tarefas, observamos que, à medida que os participantes da pesquisa produziam significados para os enunciados das tarefas (resíduos de enunciação) que utilizavam o DG como estratégia de resolução, se desenvolvia uma interação dos participantes com os objetos geométricos e suas propriedades.

Conforme os participantes avançavam nas tarefas, o vocabulário e a escrita de notações matemáticas começavam naturalmente a fazer parte da sua enunciação. Poucas intervenções durante o processo de aplicação foram necessárias, de tal modo que presumimos que, se os participantes já tivessem tido alguma familiaridade com os instrumentos de desenho, a realização das tarefas teria ocorrido num intervalo de tempo menor.

Após a aplicação do conjunto de tarefas aos participantes, nossa análise é a de que os objetivos desta investigação foram alcançados, pois o protótipo de tarefas por nós elaborado demonstrou potencial para estimular a produção de significados para os objetos da Geometria, explorando o DG como recurso didático. Também permitiu que se estabelecesse um espaço comunicativo, onde ocorreu a negociação de significados entre os participantes da pesquisa e o professor/pesquisador.

Segundo os participantes, o ato em si de estudar desenhando, construindo objetos lhes proporcionou aulas mais interessantes e menos cansativas do que as aulas expositivas de Matemática. Tais resíduos de enunciação nos conduzem a questionamentos que não são do interesse desta pesquisa, mas que podem ser investigados e discutidos posteriormente.

Apesar desta investigação ter um olhar voltado para o processo de ensino e de aprendizagem de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, sua proposta pode ser ampliada para os anos subsequentes e/ou primeiros anos do Ensino Fundamental, uma vez que entendemos que o desenvolvimento do pensamento geométrico deve ser estimulado em todos os anos de escolaridade.

As tarefas desenvolvidas e aplicadas durante a pesquisa de campo desta investigação tiveram o triângulo como tema central. O conjunto de tarefas que resultou deste trabalho, que constitui o nosso Produto Educacional, propõe tarefas envolvendo os objetos: triângulos, círculos, quadrados e retângulos, cujo objetivo é sugerir um modo de produzir significados para esses objetos. Além disso, esperamos que os professores que tiverem acesso a esta pesquisa sejam motivados a desenvolver novas tarefas, com a temática que for conveniente e de acordo com a realidade de sua sala de aula.

A nossa expectativa inicial veio a se confirmar na prática: a premissa de que o DG é uma estratégia de ensino que leva os estudantes à constituição de objetos, tais como triângulos, retas paralelas, retas perpendiculares, retângulos etc., sugerindo a eles uma maneira de operar segundo uma lógica específica que vem do uso dos instrumentos euclidianos – de suas potencialidades e limitações.

Finalizamos dizendo que as ideias e pressupostos do MCS foram um importante instrumento de leitura das ações enunciativas dos alunos durante o processo de aplicação das tarefas e não temos dúvidas de que nossa maneira de olhar para o processo de ensino e de aprendizagem durante as nossas aulas é transformada a partir do exercício de ler a produção de significados dos nossos estudantes.

Referências

APOLINÁRIO, H. R. **Análise dos conteúdos abordados nos anos finais do ensino fundamental do município do Rio de Janeiro:** o exemplo do desenho geométrico. 2018. 113 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 2013.

BORGES, M. B. A. **Um ponto no desenho para uma mudança na sua trajetória:** o lugar e a relevância do Desenho Geométrico na formação escolar. 2020. 173 p. Tese (Doutorado em História das Ciências) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação (CNE). **Parecer CNE/CEB nº 7/2010, aprovado em 07/04/2010.** Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica. Diário Oficial da União, Brasília, seção 1, p. 31, 15 dez. 2010a. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12992:diretrizespara-a-educacao-basica&catid=323:orgaos-vinculados >. Acesso em: 4 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC-versão final.** Brasília, DF, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/. Acesso em 08 de abril de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. 2ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB – Lei n° 9394/96, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: Mec, 1996. BRASIL.

CARDOSO, F. C. **Contribuições de um curso de extensão em geometria para a formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2018. 106 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.

CONCEIÇÃO, J. C. Aprendizagem Matemática por meio da Componente Curricular Desenho Geométrico: algumas considerações tangíveis. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 1, p. 01-20, jan/dez, 2020. Disponível em: ttp://dx.doi.org/10.47207/rbem.v1i0.9095. Acesso em: 03 jul. 2022.

COPPI, C. A. M. **Desenho Geométrico: visualização e habilidades que não são desenvolvidas.** 2015. 120 p. Dissertação (Mestrado em Arquitetura e Urbanismo) – Universidade São Judas Tadeu, São Paulo, 2015.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática.** 5. ed. São Paulo: Summus Editorial, 1986.

DELMAS. A. S. B. B. **A Construção do Currículo do Curso de Licenciatura em Educação artística:** desafios e tensões (1971-1983). 2012. 251 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

DÓRIA, R. P. **Entre a Arte e a Ciência: o ensino do desenho no Brasil no século XIX.** In: MARTINS, R. A.; MARTINS, L. A. C.; SILVA, C. C.; FERREIRA, J. M. H. (eds.). Filosofia e História das Ciências no Cone Sul: 3º Encontro. Campinas. AFHIC, 2004. Pp. 378-385.

GOODSON, I. F. **Currículo: teoria e história.** Trad. Attílio Brunetta. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** (Tese de doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2001.

HENRIQUES, M. D.; SILVA, A. M. **Área e perímetro nos anos finais do ensino fundamental.** 1. ed. Rio de Janeiro: Autografia, 2019.

ITZCOVICH, H. **Iniciação ao estudo didático da geometria:** das construções às demonstrações. 1. ed. São Paulo: Anglo, 2012.

JÚNIOR, G. J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática:** 6º ano: ensino fundamental: anos finais. - 4. ed. - São Paulo: FTD, 2018.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação.** 8 Ed. Campinas – SP, Papirus, 2012.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebric thinking is.** 1992. 330 f. Thesis (Phd) – University of Nottingham, Nottingham, 1992.

LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis**, Blumenau, v.1(7), p.29-39, abr./jun., 1994.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p.75-94. (Seminários e Debates).

LINS, R. C. **O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações.** In: Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de História. ANGELO, C. L. et al. São Paulo: Midiograf, p.11–30. 2012.

MACHADO, R. B. **Entre a vida e a morte: cenas de um ensino de Desenho.** (Dissertação de mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.

MARMO, C.; MARMO, N. **Desenho Geométrico**. São Paulo: Scipione, 1994. v. 1.

MIQUELETTO, T. A. **Desenho geométrico como recurso didático:** uma metodologia para o ensino de matemática. 2018. 92 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

NÓVOA, A. **Modèles d’analyse em éducacion comparée:** le champ et tal carte. 1995.

OLIVEIRA, R. N. **Contribuições do desenho geométrico na apropriação de conceitos geométricos.** 2018. 148 p. Dissertação (Mestrado em Docência para a Educação Básica) – Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2018.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké**, v. 4, n. 2, 1996.

PATARO, P. M.; BALESTRI, R. **Matemática essencial:** 6° ano: ensino fundamental: anos finais. – 1 ed. – São Paulo: Scipione, 2018.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, v. 1, n. 1, 1993.

PINTO, B. R. **A questão do desenho geométrico e Projetivo no Brasil:** aspectos legais, correlações interdisciplinares e apontamentos para o futuro. 2019. 72 f. Dissertação (Mestrado em História das Ciências) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

PUTNOKI, J. C. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico.** [S.l.]: Scipione, 1993. v. 1.

REIS, F. C. C. **Análise morfológica de logomarca como estratégia no ensino do desenho geométrico.** 2014. 112 p. Dissertação (Mestrado em Desenho, Cultura e Interatividade) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Bahia, 2014.

SACRISTÁN, J. G. **O Currículo: uma reflexão sobre a prática.** Porto Alegre: ArtMed, 2000.

SAMPAIO, F. A. **Trilhas da matemática:** 6° ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo: Saraiva, 2018.

SILVA, A. M. **O Modelo dos Campos Semânticos** – Um Modelo Epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2022.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. 2003. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SILVA, J. M. et al. **Desenho geométrico como componente curricular na educação básica**. 2019. 18 p. Trabalho de conclusão de curso - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Teresina, 2019.

SILVA, T. T. **Documentos de Identidade: uma introdução às teorias do currículo.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SOUZA, J. R. **Matemática Realidade &Tecnologia:** 6° ano: ensino fundamental: anos finais. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2018.

VIEIRA. A. A. **Tecnologias utilizadas na formação de propostas nas disciplinas de geometria e desenho geométrico na Universidade Federal de Juiz de Fora entre 1980 e 2010:** enfoque histórico e epistemológico. 2017. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZUIN, E. S. L. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil.** 2001. 211 f. Dissertação (Mestrado em Educação) –

Faculdade de Educação, Universidade federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.