

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Júlia Cássia da Silva Kunsch

**Otimização multiobjetivo de pá de turbina eólica de eixo horizontal
considerando aspectos aerodinâmicos e estruturais**

Juiz de Fora

2024

Júlia Cássia da Silva Kunsch

**Otimização multiobjetivo de pá de turbina eólica de eixo horizontal
considerando aspectos aerodinâmicos e estruturais**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Mecânica das Estruturas.

Orientador: Prof. Dra. Patrícia Habib Hallak

Coorientador: Prof. Dr. Nicolás Lima Oliveira

Juiz de Fora

2024

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Kunsch, Júlia Cássia da Silva.

Otimização multiobjetivo de pá de turbina eólica de eixo horizontal considerando aspectos aerodinâmicos e estruturais / Júlia Cássia da Silva Kunsch. – 2024.

84 f. : il.

Orientador: Patrícia Habib Hallak

Coorientador: Nicolas Lima Oliveira

Dissertação (mestrado acadêmico) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2024.

1. Turbina eólica. 2. Otimização multiobjetivo. 3. FEM. 4. BEM. I. Hallak, Patrícia Habib. II. Oliveira, Nicolas Lima. III. Título

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL (PEC)**JÚLIA CÁSSIA DA SILVA KUNSCH****Título:** "Otimização multiobjetivo de pá de turbina eólica de eixo horizontal considerando aspectos aerodinâmicos e estruturais."

Dissertação apresentada ao Programa de Pós - Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovada em 14/10/2024

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dra. Patricia Habib Hallak - Orientador(a) e Presidente da Banca
(UFJF)

Prof. Dr. Nicolas Lima Oliveira - Coorientador(a)
(UFJF)

Prof. Dr. Flávio de Souza Barbosa - Membro titular interno
(UFJF)

Prof. Dr. Afonso Celso de Castro Lemonge - Membro titular interno
(UFJF)

Prof. Dr. Claudio Horta Barbosa de Resende - Membro titular externo
(PUC-Rio)

Juiz de Fora, 15/10/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Patricia Habib Hallak, Professor(a)**, em 15/10/2024, às 10:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Afonso Celso de Castro Lemonge, Professor(a)**, em 15/10/2024, às 11:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Nícolás Lima Oliveira, Usuário Externo**, em 15/10/2024, às 11:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flavio de Souza Barbosa, Professor(a)**, em 17/10/2024, às 10:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Claudio Horta Barbosa de Resende, Usuário Externo**, em 17/10/2024, às 10:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2043992** e o código CRC **B750DF6A**.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) por fornecer um ambiente acadêmico estimulante e pela oportunidade do Mestrado no PEC. Agradeço também a todos meus professores e instrutores que contribuíram para a construção do meu conhecimento até aqui, em especial aos meus orientadores que me instruíram com afinco do início ao fim, dedicaram seu tempo na pesquisa e compartilharam seu conhecimento.

Dedico este parágrafo aos meus orientadores, professora Patrícia e professor Nicolás. Agradeço profundamente à professora Patrícia pela paciência, dedicação e orientações precisas ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Sua orientação minuciosa foi fundamental para a realização da pesquisa. Ao professor Nicolás, sou grata pelo pragmatismo, prontidão e pelas sugestões valiosas que ofereceu. A sinergia entre suas abordagens e expertises foi crucial para o sucesso desta tese. Além de adquirir novos colegas de trabalho, sinto que encontrei pessoas que admiro profundamente.

Agradeço também a minha família que sempre apoiou as minhas escolhas e nunca mediu esforços ao me ajudar. Aos meus pais, irmãos e a minha atual parceira, meu sincero agradecimento por seu amor, compreensão e encorajamento ao longo de toda a minha jornada acadêmica. Suas palavras de incentivo e sua confiança em meu potencial foram uma fonte constante de motivação.

Por último, mas igualmente importante, agradeço a Fapemig pelo suporte financeiro (projeto APQ-00869-22) e CNPq (projeto 303221/2022-4). A pesquisa é um sonho de tempos e graças a oportunidade de me dedicar exclusivamente pude realizar esse feito.

“Nunca estou realmente satisfeita quanto a entender alguma coisa; porque, até onde entendo, a minha compreensão só pode ser uma fração infinitesimal de tudo o que eu quero compreender”. (Ada Lovelace).

RESUMO

Nos últimos anos, a energia eólica ganhou destaque devido ao seu potencial energético e ambiental. Ocorreram notáveis avanços no setor, com as turbinas eólicas aumentando sua capacidade de 75 kW para 7,5 MW. O principal componente de uma turbina eólica é o gerador (rotor), responsável por converter a energia mecânica, que é produzida pela rotação das pás da turbina, em energia elétrica. As pás do rotor, por sua vez, são componentes estruturais essenciais que precisam ser projetadas adequadamente para garantir o funcionamento eficiente do sistema e garantir a sua estabilidade. É no contexto de melhorias no desempenho aerodinâmico do rotor, observando aspectos dinâmicos de frequências naturais das pás de turbinas eólicas de eixo horizontal, que se insere a presente pesquisa. Propõe-se, portanto, uma abordagem para a otimização multiobjetivo, mediante a resolução de problemas que visam maximizar a potência e minimizar o empuxo, impondo restrições de frequências naturais, associando-as a limitações impostas pela rotação da turbina. Para alcançar os objetivos, a metodologia compreende o acoplamento do modelo aerodinâmico da teoria do elemento de pá combinada com a do disco atuador (*Blade Element Momentum Theory* - BEM) com o modelo estrutural de viga rotativa, na abordagem proposta, a longarina, associada a um material equivalente ao compósito, é tratada como uma simplificação da geometria da pá. A turbina eólica padrão NREL (*National Renewable Energy Laboratory*) de 5 MW é utilizada como estudo de caso, sendo otimizada por meio de cinco algoritmos evolutivos. Para cada problema de otimização proposto, realiza-se a avaliação do desempenho de cada algoritmo e extraem-se modelos de turbinas da frente de Pareto, com auxílio do tomador de decisão *multi-criteria decision making* (MCDM).

Palavras-chave: Turbina eólica; Otimização multiobjetivo; FEM; BEM.

ABSTRACT

In recent years, wind energy has gained prominence due to its energy and environmental potential. Notable advancements have occurred in the sector, with wind turbines increasing their capacity from 75 kW to 7.5 MW. The main component of a wind turbine is the generator (rotor), responsible for converting the mechanical energy produced by the rotation of the turbine blades into electrical energy. The rotor blades, in turn, are essential structural components that need to be properly designed to ensure the efficient operation of the system and maintain its stability. It is in the context of improvements in the aerodynamic performance of the rotor, observing dynamic aspects of the natural frequencies of horizontal axis wind turbine blades, that this research is situated. Therefore, an approach for multi-objective optimization is proposed, addressing problems aimed at maximizing power and minimizing thrust, while imposing constraints on natural frequencies, associating them with limitations imposed by the turbine's rotation. To achieve the objectives, the methodology involves coupling the aerodynamic model of blade element theory combined with actuator disk theory (blade element momentum theory - BEM) with the structural model of a rotating beam. In the proposed approach, the spar, associated with a material equivalent to composite, is treated as a simplification of the blade geometry. The standard NREL (National Renewable Energy Laboratory) 5 MW wind turbine is used as a case study, being optimized through five evolutionary algorithms. For each proposed optimization problem, the performance of each algorithm is evaluated, and turbine models from the Pareto front are extracted, with the assistance of the MCDM (multi-criteria decision making).

Keywords: Wind turbine; Multi-objective optimization; FEM; BEM

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ângulos de operação da turbina eólica (adaptado).	22
Figura 2 – Eixos de flexão.	22
Figura 3 – Contorno da pá conceitual LMH64-5.	24
Figura 4 – Secções dos aerofólios - NREL 5-MW.	25
Figura 5 – Características distribuídas da pá - NREL 5-MW.	26
Figura 6 – (a) Um elemento de viga com uma variante cônica e torcida; (b) graus de liberdade de um elemento; (c) ângulo de torção; (d) velocidade rotacional da viga cônica.	28
Figura 7 – Forças atuantes na seção da pá eólica.	32
Figura 8 – Conjunto de pontos com a primeira frente não dominante.	36
Figura 9 – Determinação de cada região do aerofólio (adaptado).	43
Figura 10 – Modelo de viga rotativa.	45
Figura 11 – Esquema de acoplamento entre o modelo aerodinâmico e estrutural.	47
Figura 12 – Ajuste do ângulo de passo pela variação do vento.	49
Figura 13 – Validação das respostas aerodinâmicas.	49
Figura 14 – Viga de teste baseado na NREL - ANSYS.	51
Figura 15 – Viga de teste baseado na NREL - Código Estrutural (m).	51
Figura 16 – Resultados do MOOP1.	57
Figura 17 – Frente de Pareto MOOP1.	58
Figura 18 – Frente de Pareto MOOP1 (MCDM: P2).	58
Figura 19 – Seções das longarinas ao longo da pá (m): MOOP1.	60
Figura 20 – Resultados do MOOP2.	61
Figura 21 – Frente de Pareto MOOP2.	62
Figura 22 – Seções das longarinas ao longo da pá (m): MOOP2.	63
Figura 23 – Resultados do MOOP3.	64
Figura 24 – Frente de Pareto MOOP3.	65
Figura 25 – Resultados do MOOP3: Empuxo x Potência.	65
Figura 26 – Resultados do MOOP3: Empuxo x Volume.	66
Figura 27 – Resultados do MOOP3: Potência x Volume.	66
Figura 28 – Seções das longarinas ao longo da pá (m): MOOP3.	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Ferramentas computacionais para turbinas eólicas desenvolvidas por organizações de pesquisa em energia eólica [1].	17
Tabela 2 – Trabalhos em otimização aerodinâmica e estrutural de pás de turbinas eólicas.	18
Tabela 3 – Propriedades brutas atribuídas a turbina eólica da NREL de 5MW [2].	23
Tabela 4 – Propriedades aerodinâmicas distribuídas [2].	25
Tabela 5 – Materiais que compõem a pá (adaptado de [3]).	42
Tabela 6 – Parâmetros de cada região (adaptado de [3]).	43
Tabela 7 – ID da pilha associado a cada material e espessura (adaptado de [3]).	43
Tabela 8 – Composição de cada pilha (adaptado de [3]).	44
Tabela 9 – Quantidade de camada de cada pilha (adaptado de [3]).	44
Tabela 10 – Erro percentual absoluto ponderado das respostas aerodinâmicas. . . .	50
Tabela 11 – Validação entre as frequências obtidas pelo ANSYS e o Código Estrutural.	52
Tabela 12 – Frequências naturais de vibração da pá de 5MW-NREL.	52
Tabela 13 – Variáveis de projeto.	56
Tabela 14 – Parâmetros gerais de cada algoritmo genético para simulação dos problemas.	56
Tabela 15 – Pontos selecionados pelo tomador de decisão MCDM - MOOP1.	59
Tabela 16 – Características do rotor associadas aos pontos de MCDM - MOOP1. . .	59
Tabela 17 – Aerofólios associados aos pontos de MCDM - MOOP1.	59
Tabela 18 – Pontos selecionados pelo tomador de decisão MCDM - MOOP2.	62
Tabela 19 – Frequências naturais e de operação - MOOP2.	62
Tabela 20 – Características do rotor associadas aos pontos de MCDM - MOOP2. . .	62
Tabela 21 – Aerofólios associados aos pontos de MCDM - MOOP2.	63
Tabela 22 – Pontos selecionados pelo tomador de decisão MCDM - MOOP3.	67
Tabela 23 – Frequências naturais e de operação - MOOP3.	67
Tabela 24 – Características do rotor associadas aos pontos de MCDM - MOOP3. . .	67
Tabela 25 – Aerofólios associados aos pontos de MCDM - MOOP3.	68
Tabela 26 – Indicador de performance GD.	70
Tabela 27 – Indicador de performance GD+.	70
Tabela 28 – Indicador de performance IGD.	71
Tabela 29 – Indicador de performance IGD+.	71
Tabela 30 – Coeficientes de Bézier - MOOP1.	79
Tabela 31 – Coeficientes de Bézier - MOOP2.	79
Tabela 32 – Coeficientes de Bézier - MOOP3.	79
Tabela 33 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP1: P1.	80
Tabela 34 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP1: P2.1.	80

Tabela 35 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP1: P2.2.	81
Tabela 36 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP1: P3.	81
Tabela 37 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP2: P1.	82
Tabela 38 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP2: P2.	82
Tabela 39 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP2: P3.	83
Tabela 40 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP3: P1.	83
Tabela 41 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP3: P2.	84
Tabela 42 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP3: P3.	84

LISTA DE SÍMBOLOS

a, a'	Fator de indução axial e tangencial
A	Área da seção transversal
b_1, b_2	Comprimento da base interna dos nós 1 e 2
B	Número de pás
B_1, B_2	Comprimento da base externa dos nós 1 e 2
e	Raio do cubo
g	Restrições desigualdade
h	Restrições igualdade
h_1, h_2	Altura interna dos nós 1 e 2
H_1, H_2	Altura externa dos nós 1 e 2
I_{xx}, I_{yy}, I_{xy}	Momento de inércia em xx, yy e xy
C_D	Coefficiente de arrasto
C_L	Coefficiente de sustentação
C_T	Coefficiente de empuxo
D	Força de arrasto
l	Largura do elemento de viga
L	Comprimento entre dois nós / Força de sustentação
P	Potência aerodinâmica
Q	Torque
r	Posição radial da viga
R	Raio do rotor
T	Energia cinética da viga / Empuxo
U	Energia total de deformação
U_∞	Velocidade do fluxo de entrada do vento
\mathbf{v}	Vetor de frequências de operação
V	Volume da viga
W	Velocidade induzida do vento
W_a	Velocidade axial induzida
W_t	Velocidade tangencial induzida
z_e	Distância até o primeiro nó de um elemento de viga

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	MOTIVAÇÃO	13
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
1.2.1	Modelos aerodinâmicos para pás de turbinas eólicas de eixo horizontal .	14
1.2.2	Modelos estruturais para pás de turbinas eólicas	16
1.2.3	Plataformas computacionais para análises aerodinâmicas e estruturais de pás de turbinas eólicas	17
1.2.4	Otimização considerando aspectos aerodinâmicos e estruturais	17
1.3	OBJETIVOS DA PESQUISA E CONTRIBUIÇÕES	18
1.4	SÍNTESE	19
2	TURBINA EÓLICA DE EIXO HORIZONTAL	21
2.1	CONCEITOS GERAIS	21
2.2	PROPRIEDADES DA TURBINA EÓLICA NREL-5MW	22
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	27
3.1	FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS	27
3.1.1	Modelo estrutural	27
3.2	MODELO AERODINÂMICO	31
3.2.1	Teoria aerodinâmica de Glauert	32
3.2.2	Particularidades do CCBlade	34
3.3	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	35
3.3.1	Problema de otimização multiobjetivo	35
3.3.2	Otimizador e algoritmos evolutivos	37
4	METODOLOGIA	39
4.1	IMPLEMENTAÇÃO DA PARTE AERODINÂMICA	39
4.1.1	Argumentos de entrada do CCBlade	40
4.2	IMPLEMENTAÇÃO DA PARTE ESTRUTURAL	41
4.2.1	Propriedades equivalentes	42
4.2.2	Geometria adotada	42
4.2.3	Adaptações do código estrutural	44
4.3	ACOPLAMENTO DOS MODELOS	46
5	VALIDAÇÕES DOS MODELOS E RESULTADOS	48
5.1	VALIDAÇÕES	48
5.1.1	Código aerodinâmico	48
5.1.2	Código estrutural	50
5.2	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	52
5.2.1	Variáveis de projeto	54
5.2.2	Características gerais de simulação	55

5.3	RESULTADOS DOS MOOPs	56
5.3.1	Resultados do MOOP1	56
5.3.2	Resultados do MOOP2	60
5.3.3	Resultados do MOOP3	63
5.3.4	Comentários dos resultados	68
5.4	INDICADORES DE DESEMPENHO	69
6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
	REFERÊNCIAS	73
	APÊNDICE A – RESULTADOS EXTRAS	79

1 INTRODUÇÃO

Nesse capítulo inicial serão apresentados as principais motivações e contextualização para o desenvolvimento do trabalho. Nele serão retratadas os últimos avanços no setor, ferramentas utilizadas para análise e os objetivos que o trabalho deseja alcançar.

1.1 MOTIVAÇÃO

Segundo Wang et al. ([4, 5]) os últimos anos a energia eólica tem recebido uma maior atenção do mundo e isso se deve ao grande potencial energético e ambiental que ela apresenta. Nesse sentido, ocorreram notáveis avanços no setor, com sua capacidade e dimensão aumentando consideravelmente nas últimas décadas, saindo de uma potência nominal de 75kW para 7,5MW e diâmetro de rotor de 17m para superior a 125m.

Muskulus e Schafhis [6], descrevem as turbinas eólicas são sistemas de engenharia altamente complexos, sua análise é tão específica que atualmente existem poucos programas capazes de simular uma turbina completa de forma detalhada. A necessidade de uma ferramenta especializada significa que soluções comuns de otimização não são facilmente transferidas para projetos de turbinas eólicas. Enquanto técnicas de otimização computacional são amplamente utilizadas nas indústrias automotiva e aeroespacial, grande parte do conhecimento e dos métodos foram adaptados durante anos para atender às necessidades dos projetos de pás e rotores eólicos.

Um dos principais objetivos no projeto de uma turbina eólica é maximizar a potência gerada, com a pá da turbina atuando como o componente aerodinâmico mais importante nessa função. Além disso, conforme indicado por Jureczko et al. [7], o custo de fabricação da pá representa aproximadamente 15-20% do custo total de produção de uma turbina. Segundo Jureczko et al. [7] e Chen et al. [8], investimentos em pesquisa e inovações voltados em otimizar as pás não apenas melhoraram a eficiência das turbinas, mas também aprimoraram suas propriedades estruturais. Assim, torna-se evidente a importância de pesquisas e processos que busquem aprimorar a eficiência aerodinâmica da turbina e o desempenho estrutural da pá, ao mesmo tempo em que se reduzem os custos de fabricação.

Este trabalho propõe uma metodologia de otimização aerodinâmica para pás eólicas, impondo restrições dinâmicas ao modelo estrutural, como as frequências naturais de vibração das pás de turbinas eólicas, associado as limitações impostas pela rotação da turbina. Algoritmos evolutivos foram utilizados para aumentar a eficiência das pás eólicas, minimizando o empuxo e maximizando a potência nominal da turbina, ao mesmo tempo em que se evitam instabilidades dinâmicas através da restrição da primeira frequência natural.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Rajamohan et al. [9] explicam que o desempenho aerodinâmico e a integridade estrutural de uma turbina eólica são as principais variáveis que demonstram a utilidade da turbina. Esta seção revisa alguns modelos para avaliar as cargas aerodinâmicas no rotor de turbinas eólicas, bem como modelos estruturais que representam o comportamento dinâmico das pás das turbinas eólicas. Apresenta-se, ainda, uma revisão de trabalhos que combinam esses conceitos aerodinâmicos e estruturais visando a otimização da pá de turbinas de eixo vertical.

1.2.1 Modelos aerodinâmicos para pás de turbinas eólicas de eixo horizontal

Uma turbina eólica funciona convertendo a energia cinética do vento em energia elétrica e, conseqüentemente, em energia elétrica. O vento faz girar as pás da turbina, que estão conectadas a um rotor. Esse rotor, por sua vez, está ligado a um eixo que ativa um gerador. Quando o gerador é acionado, ele converte a energia mecânica da rotação em eletricidade. Desta forma, as métricas de desempenho de uma turbina indicam a quantidade de potência que a esta consegue fornecer ao sistema ao qual está acoplada, extraído do movimento rotacional das pás em relação a ao eixo do rotor a energia mecânica necessária.

Modelos para avaliar o desempenho aerodinâmico de uma turbina eólica variam entre os de baixa fidelidade aos de alta fidelidade. Dentre os modelos de baixa fidelidade, destacam-se:

- Modelo do disco atuador (*actuator disc* - AD)

Esta teoria foi apresentada por Rankine [10] e Froude [11], ambos citados no trabalho de Hansen et al. [12], no século XIX para aplicações marítimas. Um disco atuador idealiza a turbina como um disco infinitamente fino que extrai energia do vento ao causar uma redução na sua velocidade. A teoria assume que o fluxo de ar que passa pelo disco desacelera uniformemente, e a potência extraída do vento depende da diferença de velocidade do ar antes e depois do disco. Aplicam-se as equações de quantidade de movimento de Bernoulli, considerando o escoamento estacionário e irrotacional e fluido incompressível e inviscido, para determinar os valores de saída de potência.

- Teoria do elemento de pá (*blade element theory* - BET)

O BET, proposta inicialmente por Drzewiecki [13], divide pá da turbina em pequenos segmentos ao longo de seu comprimento e calcula as forças aerodinâmicas em cada segmento individualmente, considerando o ângulo de ataque, a velocidade relativa do vento e a forma do perfil aerodinâmico. As forças aerodinâmicas são a de arrasto, na

direção do vento, e a de sustentação, na direção perpendicular ao vento. Usualmente, os coeficientes aerodinâmicos de arrasto e de sustentação são obtidos por modelos simplificados de escoamento como, por exemplo, o métodos dos painéis no trabalho de Drela [14]. Ao somar as forças em todos os segmentos, a teoria permite determinar o torque e a potência total gerada pela turbina. Essa abordagem fornece uma análise mais detalhada e precisa do desempenho das pá, em comparação com modelos mais simplificados, como a teoria do disco atuador, pois leva em conta variações ao longo do comprimento da pá.

- Teoria do elemento de pá combinada com a do disco atuador (*blade element momentum theory* - BEM)

O BEM é um modelo que une as abordagens de ambas as teorias supracitadas para analisar o desempenho de turbinas eólicas e foi uma contribuição de Glauert [15]. Nessa combinação, a teoria do disco atuador fornece uma estimativa da distribuição de velocidade e da perda de pressão no fluxo de ar ao passar pelas pás da turbina, enquanto a teoria do elemento de pá calcula as forças aerodinâmicas atuando em segmentos discretos das pás. Ao integrar as duas abordagens, o modelo BEM permite uma análise mais precisa da eficiência e do desempenho das turbinas, considerando tanto o efeito global da extração de energia do vento quanto as forças locais em cada segmento da pá.

Os modelos de baixa fidelidade são excelentes para análises rápidas e preliminares, onde a simplicidade, eficiência e a capacidade de avaliar rapidamente diferentes configurações de pás são necessárias. Segundo Oliveira et al. [16], esses modelos ainda são utilizados em projetos conceituais e pesquisas em turbinas eólicas ou equipamentos rotativos por fornecer resultados confiáveis com baixo custo computacional, como abordados nos trabalhos de Oliveira et al. [16], Rubin e Zhao [17], Sodja, Stadler e Kose [18], Loureiro [19], Malki et al. [20], Kovačević et al. [21], Toman et al. [22], Alshahrani [23], Wu et al. [24], Moreira, Herzog e Breitsamte [25], Denholm, Sian e Wisniewsk [26], Hoyos et al. [27], Özka e Genç [28], Tian et al. [29], Pap et al. [30].

A dinâmica dos fluidos computacional (*computational fluid dynamics* - CFD) figura entre os modelos de alta fidelidade. Estes modelos resolvem as equações diferenciais de Navier Stokes de quantidade de movimento e de conservação de massa, empregando técnicas de discretização. Para o caso específico de equipamentos rotativos, como são os rotores de turbinas eólicas, as equações governantes precisam ser adaptadas ao referencial em rotação. Dessa forma, os modelos em CFD resolvem as equações de Navier Stokes acrescidas de termos associados às forças de Coriolis e centrífugas oriundas do movimento rotacional. Conforme Wilcox et al. [31] e Pope [32], modelos de turbulência devem ser incluídos nas simulações, para representar a grande diversidade de escalas de comprimento e de tempo que ocorrem devido a interação entre o escoamento e a hélice. Nota-se,

portanto, que a CFD tem um custo computacional elevado se comparado aos dos modelos de baixa fidelidade. Por outro lado, Stadler e Kose [18], Loureiro [19], sugerem que torna-se interessante quando se pretende estudos detalhados e abrangentes de escoamentos em equipamentos rotativos, onde a precisão na modelagem de fenômenos complexos e a capacidade de lidar com geometrias complexas são essenciais.

1.2.2 Modelos estruturais para pás de turbinas eólicas

Segundo Wang et al. [5], modelos estruturais usados na modelagem de pás de turbinas eólicas podem ser categorizados em dois grupos, ou seja, modelo em elementos finitos tridimensional (FEM 3D) e modelo de viga equivalente em uma dimensão.

No modelo FEM 3D, as pás em material compósito são geralmente discretizadas usando elementos de casca, que são capazes de descrever características de cada camada do compósito em toda a sua espessura. Wang et al. [5] relatam que, devido à forma aerodinâmica e ao configuração estrutural de uma lâmina em material compósito das pás, a geração de um modelo FEM 3D é uma tarefa minuciosa que demanda um tempo para a sua execução. Por outro lado, face às suas características, o FEM 3D permite examinar as distribuições detalhadas de tensões dentro de uma lâmina e tem sido aplicado à modelagem aeroelástica das pás, acoplando-a a um modelo aerodinâmico e, também, em etapas avançadas de dimensionamento e de verificação dos projetos estruturais, proposto por Bazilevs et al. ([33, 34]), P. Wang et al. [35], B. Wang et al. [36], Couto et al. [37].

As pás de turbinas eólicas são estruturas delgadas, tendo uma de suas dimensões significativamente maior do que as outras duas. Isso permite que sejam modeladas usando modelos em elementos finitos de viga equivalente em uma dimensão. O eixo da viga é definido ao longo da maior dimensão, e uma seção transversal perpendicular a este eixo é considerada como variando ao longo do vão da viga. Nesse contexto, as análises podem ser lineares ou não lineares.

Análises lineares, que assumem a hipótese de pequenas deformações e deslocamentos, se baseiam no modelo de viga de Euler-Bernoulli ([38, 39]) ou de viga de Timoshenko [40]. No contexto da viga de Timoshenko, Rao e Gupta [40] apresentam uma formulação que considera os efeitos rotativos das pás nas suas frequências naturais. Para lidar com grandes deslocamentos, é necessário utilizar um modelo de viga não linear que considere as não linearidades geométricas resultantes dessas deflexões. Como em Hodges [41] e Wang et al. [42], um exemplo é a teoria de viga geométrica exata (*geometrically exact beam theory* - GEBT), no qual a geometria da viga deformada, ou seja, os deslocamentos e rotações da linha elástica, é considerada de forma exata na formulação.

Quanto a discretização dos modelos de viga, existem três possibilidades: (i) abordagem modal, em que os deslocamentos são reproduzidos por uma combinação linear de um conjunto de formas modais; (ii) a de dinâmica multicorpo (*multi-body dynamics*

- MBD), onde a estrutura é discretizada em vários corpos, que podem ser flexíveis ou rígidos, interconectados por elementos de força (como molas) ou restrições cinemáticas (como juntas); e (iii) a de elementos finitos FEM 1D, onde a viga é representada por um conjunto de elementos finitos, interconectados por nós, e são avaliadas as relações das forças elásticas e inerciais dentro do conjunto de deslocabilidades do problema.

Wang et al. [36] realiza uma comparação ao FEM 3D, o modelo de viga é muito mais rápido e demanda um baixo custo computacional. Desta forma, é atrativo para a fase conceitual do projeto estrutural .

1.2.3 Plataformas computacionais para análises aerodinâmicas e estruturais de pás de turbinas eólicas

Várias instituições de pesquisa desenvolveram ferramentas computacionais para o estudo de turbinas eólicas, como, por exemplo, a NREL (*National Renewable Energy Laboratory*), DTU (*University of Denmark*) e ECN (*Energy Research Centre of the Netherlands*). A maioria delas utiliza o modelo BEM (*Blade Element Momentum*) para a simulação aerodinâmica, enquanto que para análise dinâmica estrutural utilizam o modelo MBD (*Multibody Dynamics*) e FEM (*Finite Element Method*), como pode ser observado na Tabela 1 [1].

Ferramentas	Desenvolvedores	Aerodinâmico	Estrutural
FAST	NREL	BEM	Modal, MBD
HAWC2	DTU	BEM	MBD
GH Bladed	DNV-GL	BEM	Modal
ADAMS/WT	MDI	BEM	MBD
PHATAS	ECN	BEM	FEM 1D
FLEX5	DTU	BEM	Modal
BHawC	Siemens Gamesa	BEM	MBD

Tabela 1 – Ferramentas computacionais para turbinas eólicas desenvolvidas por organizações de pesquisa em energia eólica [1].

1.2.4 Otimização considerando aspectos aerodinâmicos e estruturais

A análise do desempenho e otimização de turbinas eólicas é um campo de pesquisa muito importante, uma vez que a aerodinâmica dos rotores eólicos é afetada por diversos fatores.

Existem diversos trabalhos que utilizaram de abordagens aerodinâmicas e estruturais para a otimização de hélices. Na Tabela 2 apresenta-se uma síntese de trabalhos correlatos que visam melhorar o desempenho aerodinâmico e estrutural dessas estruturas por meio da otimização mono ou multiobjetivo. A nomenclatura empregada para os modelos aerodinâmicos e estruturais são consonantes com as descritas nas Subseções **1.2.1**

e **1.2.2**, respectivamente. O termo MOOP significa *multi objective optimization problem*; AG é algoritmo genético; PSO é a sigla para o algoritmo de enxame de partículas (*particle swarm optimization*); NSGA representa algoritmo genético de classificação não dominada (*non-dominated Sorting Genetic Algorithm*) e EA é algoritmo evolucionário (*evolutionary algorithm*).

Destacam-se, com base na análise da Tabela 2, alguns pontos importantes:

- O modelo aerodinâmico BEM foi utilizado em quase todas as pesquisas. Considerando que a otimização, na maioria das vezes, é uma etapa do projeto conceitual, o uso desse modelo se justifica pelo baixo custo computacional e pela boa precisão.
- O modelo FEM 3D é o mais empregado na literatura, seguido modelos de viga equivalente.
- Os trabalhos de Jureczko et al. [7], Chen et al. [8], Couto et al. [37] e Mallawi et al. [43] utilizaram o modelo BEM. No entanto, a otimização nessas referências foca apenas na eficiência estrutural, e não na aerodinâmica, sendo o BEM empregado exclusivamente para o cálculo das forças geradas pelo vento.
- Todos os trabalhos da referências empregam um único algoritmo de otimização.

Tabela 2 – Trabalhos em otimização aerodinâmica e estrutural de pás de turbinas eólicas.

Referência (ano)	Modelos aerodinâmica	Modelos estrutural	Algoritmos de otimização	Mono/Multi objetivos	Restrições do problema
Benini e Toffolo [44] (2002)	BEM	Análítico (viga)	EA	multi max potência, min custo	tensões, de flexão
Mallawi et al [43] (2002)	BET	FEM 1D não linear	-	mono max frequência	tensão, deslocamento na ponta da pá, geometria dos aerofólios
Jureczko et al [7] (2005)	BEM	FEM 3D	AG	mono min massa	frequência, tensões e deslocamentos
Chen et al [8] (2013)	BEM	FEM 3D	PSO	mono min massa	tensão e deslocamento na ponta da pá
Sesarego et al [45] (2015)	BEM	FEM 1D linear	NSGA II	multi min momento fletor na raiz, max potência	deslocamento na ponta da pá, deformação
Pourrajabian et al [46] (2016)	BEM	Análítico (viga)	AG	mono max potência	tensões
Dal Monte et al [47] (2017)	BEM	FEM 3D	AG	multi max potência, min deslocamento ponta de pá	potência, deslocamento ponta de pá
Zhu et al [48, 49] (2016, 2017)	BEM	FEM 3D	NSGA II	multi min massa, max potência, min custo da pá	geometria dos aerofólios, configuração das lâminas dos compósitos, tensão, deslocamento na ponta da pá, frequência
Yang et al [50] (2019)	BEM	FEM 3D	PSO	multi min massa, deslocamento, max potência	tensão, deslocamento, geometria dos aerofólios, rigidez
Couto et al [37] (2023)	BEM	FEM 3D	NSGA II	multi (4 MOOP) min peso, frequências, deslocamentos, carga crítica de flambagem	frequências, deslocamentos, carga crítica de flambagem

1.3 OBJETIVOS DA PESQUISA E CONTRIBUIÇÕES

O principal objetivo deste trabalho é propor uma metodologia de otimização multiobjetivo para pás de turbinas eólicas de eixo horizontal. A metodologia abrange objetivos aerodinâmicos de potência e empuxo, impondo restrições dinâmicas ao modelo estrutural, como as frequências naturais de vibração das pás.

Propõe-se maximizar a potência permite melhorar a eficiência aerodinâmica do sistema, minimizar o empuxo mitiga as tensões internas nos elementos estruturais. Esses são objetivos conflitantes, pois, para maximizar a potência, é necessário capturar o máximo de energia eólica possível, o que muitas vezes exige o aumento do tamanho das pás do

rotor e a otimização de seu perfil aerodinâmico. Por outro lado, o empuxo é a força horizontal exercida pelo vento na turbina e, para minimizá-lo, pode ser necessário reduzir o tamanho das pás ou ajustar o ângulo de ataque para diminuir a resistência ao vento, o que potencialmente reduz a quantidade de energia capturada.

A pesquisa é uma continuidade das atividades de pesquisa desenvolvidas por Oliveira et al. ([16, 51]) para hélices aeronáuticas. Adota-se e aprimora-se a metodologia dos trabalhos precedentes, agregando novos pontos, tais como: aplicação a pás de turbinas eólicas, um novo modelo BEM com suas modificações e novas variáveis de projeto.

A análise dos trabalhos correlatos, apresentados na Seção 1.2, permite evidenciar as principais contribuições da pesquisa.

- Os problemas de otimização multiobjetivos tratados nessa pesquisa abordam a maximização da potência e a minimização do empuxo, que são objetivos conflitantes. Dentre os trabalhos descritos na Tabela 2, Yang et al. [50] fazem uma abordagem semelhante. No entanto, esta pesquisa propõe um modelo estrutural diferenciado e, ao contrário do estudo citado, que utiliza o algoritmo PSO, emprega cinco algoritmos diferentes para a otimização.
- Nota-se que os trabalhos realizam a otimização com um único algoritmo. Esta pesquisa emprega cinco algoritmos de otimização multiobjetivo e avalia o desempenho destes para os problemas propostos. O emprego de mais de um algoritmo permite aumentar a diversidade de soluções na curva de Pareto.
- Emprega-se e valida-se um modelo simplificado de viga rotativa. O emprego desse modelo é único e diferencia-se dos apresentados na literatura.
- Mesmo que a metodologia tenha uma abordagem similar as pesquisas desenvolvidas por Oliveira et al. ([16, 51]), as análises das pás eólicas pretendidas nesta pesquisa se difere consideravelmente da análise de hélices aeronáuticas do referido autor.

1.4 SÍNTESE

O presente trabalho foi estruturado com seis capítulos, sendo o introdutório responsável pela contextualização, apresentando as motivações e objetivos que levaram a escolha e elaboração do tema. Seguido da revisão bibliográfica que aborda sobre assuntos e conceitos que serão aqui estudados, por meio de trabalhos com abordagens similares.

No capítulo seguinte são apresentadas as principais características e propriedades técnicas da pá da turbina eólica da linha NREL 5-MW. Essas propriedades são essenciais para o trabalho, visto que a pá do dado modelo é utilizada como referência para as validações dos resultados e para formulação dos problemas de otimização.

No terceiro capítulo é feita a fundamentação teórica, responsável por respaldar e explicar as teorias e modelos matemáticos utilizados no trabalho, como a abordagem dos elementos finitos para a parte estrutural e o *Blade Element Momentum Theory* para a parte aerodinâmica. Ao fim do capítulo são mencionados os algoritmos evolutivos de otimização empregados na pesquisa.

No quarto capítulo apresentam-se, detalhadamente, a metodologia empregada na pesquisa e as implementações e adaptações dos códigos de referência. Detalha-se, ainda, os procedimentos para o acoplamento dos modelos. As validações dos modelos, a formulação dos problemas de otimização, bem como os resultados obtidos, são apresentados no quinto capítulo. Finaliza-se o texto com as conclusões e considerações finais.

2 TURBINA EÓLICA DE EIXO HORIZONTAL

Neste capítulo, são introduzidos conceitos relacionados às turbinas eólicas, que auxiliarão na compreensão dos termos e parâmetros empregados na pesquisa. Na sequência, apresentam-se algumas propriedades da pá da turbina NREL-5MW, utilizada como estudo de caso.

2.1 CONCEITOS GERAIS

Resumidamente, Rehman [52] e Souza [53] definem as turbinas eólicas como dispositivos que convertem a energia eólica em eletricidade. Atualmente, existem duas configurações no mercado, as turbinas de eixo horizontal (TEEH) e as de eixo vertical (TEEV), sendo a mais eficiente a TEEH. A nomenclatura dada se deve ao fato do eixo de rotação ser paralelo ou vertical ao solo (ou ao nível médio do mar, em casos de estruturas *offshore*).

Conforme mencionado no trabalho de Souza [53], as principais condições de projetos para a definição de uma turbina eólica são: o número de pás (normalmente duas ou três), as características das pás (materiais e geometria), projeto do cubo (rígido ou oscilante), orientação do rotor (*downwind* ou *upwind*), velocidade do rotor (fixa ou variável), condição de alinhamento com o vento (*yaw* livre ou *yaw* ativa) e sistema de controle do rotor (*pitch* ou *stall*). Vale destacar que o projeto do rotor (cubo e pás), são considerados os elementos mais importantes de uma turbina eólica.

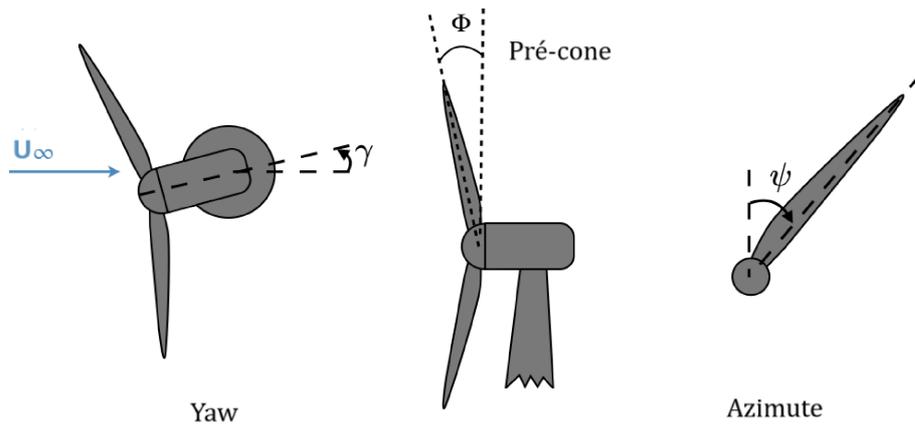
As pás eólicas são estruturas de grande importância para as turbinas, visto que são as principais responsáveis pelo seu desempenho aerodinâmico. Ao longo de sua extensão é composta por diversos aerofólios e uma longarina, os quais fornecerão a resistência mecânica e desempenho aerodinâmico ideal para superar as ações do vento. Os perfis das pás carregam parâmetros aerodinâmicos importantes como o coeficiente de sustentação (C_L), na direção perpendicular do vento incidente e arrasto (C_D), na direção do vento incidente.

Souza [53] sugere que as turbinas modernas possuem um sistema de controle, responsável por rotacionar a pá em torno do próprio eixo quando a velocidade do vento atinge o valor nominal. Isso acontece para manter a velocidade do rotor constante, permitindo a extração da potência nominal, e para limitar os carregamentos e tensões da pá. O controle de *pitch* ocorre quando reage ao vento e o controle de estol quando recebe um sinal de sensores.

Para o funcionamento eficiente do aerogerador, é crucial a definição dos ângulos de operação (*yaw*, pré-cone, azimute e inclinação), eles são responsáveis por orientar o rotor na posição de máxima eficiência em relação ao vento de entrada e, conseqüentemente, no desempenho da turbina. O ângulo de *yaw* (γ) refere-se ao ângulo formado entre a direção

de um plano horizontal da turbina e a direção do vento. O pré-cone (Φ) representa o ângulo entre a linha vertical e a linha que passa pelo eixo da pá da turbina. O azimute (ψ) refere-se à posição de uma pá específica em relação ao plano horizontal e ao eixo de rotação do rotor (Figura 1). Por último, para turbinas de eixo horizontal, o ângulo de inclinação (Θ), em relação ao solo ou ao mar, é nulo.

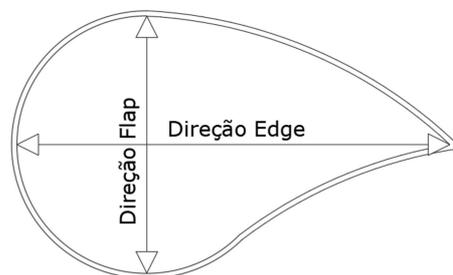
Figura 1 - Ângulos de operação da turbina eólica (adaptado).



Fonte: Ning, S. A. (2014) [54]

Na Figura 2 apresentam-se, ainda, algumas propriedades geométricas importantes para a definição das propriedades aerodinâmicas e estruturais das pás. Nesse sentido, destacam-se as direções da corda (*edge*) e a transversal (*flap*). Dessa forma, denominam-se *flap* a rigidez à flexão em torno da corda e *edge* a rigidez à flexão na direção perpendicular a corda.

Figura 2 - Eixos de flexão.



2.2 PROPRIEDADES DA TURBINA EÓLICA NREL-5MW

Conforme documentado por Jonkman [2], a turbina eólica *offshore* da linha de base de 5MW da NREL frequentemente é adotada como tamanho e potência nominal de referência para pesquisas da área, pelo fato de ser bem representativa dentre as grandes turbinas. Outro ponto importante para escolha deste modelo para o estudo, se deve

ao fato de ter sido criada a partir da extração das características mais relevantes de seus precedentes publicamente disponíveis nos protótipos *Multibrid M5000* [55], *REpower 5M* e principalmente nos projetos da WindPACT - *Wind Partnerships for Advanced Component Technology project* [56], RECOFF - *Recommendations for Design of Offshore Wind Turbines project*, DOWEC - *Dutch Offshore Wind Energy Converter project* [57], adotando as propriedades brutas indicadas na Tabela 3.

Definições	Propriedades
Classificação	5MW
Orientação do rotor	<i>Upwind</i>
Configuração	3 pás
Controle	Velocidade variável; Ajuste de passo
Rotor; Diâmetro do cubo	126 m; 3 m
Altura do cubo	90 m
Velocidade de partida do vento	3 m/s
Velocidade nominal do vento	11,4 m/s
Velocidade de desligamento do vento	25 m/s
Velocidade inicial do rotor	6,9 rpm
Velocidade de operação do rotor	12,1 rpm
Velocidade nominal de ponta	80 m/s
<i>Overhang</i>	5 m
Inclinação do eixo	5°
Pré-cone	2,5°
Massa do rotor	110.000 kg
Massa da nacelle	240.000 kg
Massa da torre	347.460 kg
Coordenadas do centro de massa	(-0,2 m; 0,0 m; 64,0 m)

Tabela 3 – Propriedades brutas atribuídas a turbina eólica da NREL de 5MW [2].

As propriedades estruturais da pá da turbina eólica *offshore* NREL 5-MW, foram derivadas das características da pá LM Glassfiber, que possui um comprimento de 62,6m e foi empregada no estudo de DOWEC [58]. Os valores de rigidez e inércia dos modos *flapwise* e *edgewise* são características estruturais distribuídas ao longo da pá e podem ser encontradas na referência de Jonkman [2], assim como os dados da rigidez torcional.

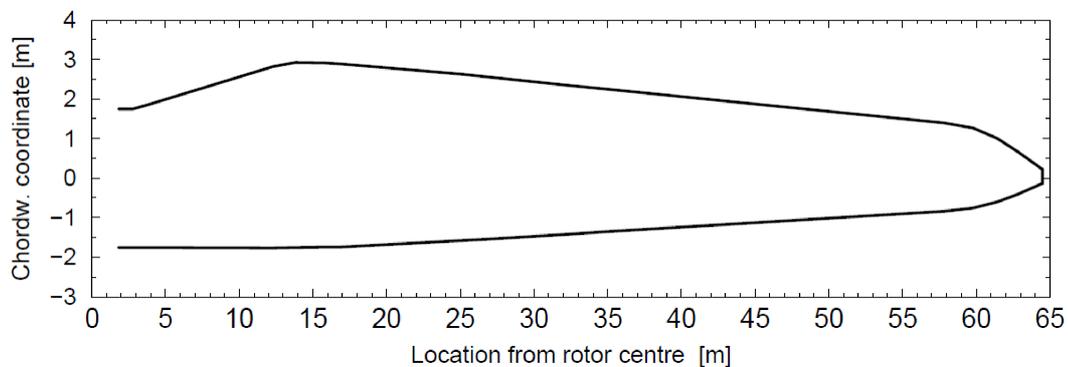
Na documentação de Jonkman [2], os valores distribuídos da massa foram aumentados em 4,536% para ajustar a massa total (integrada) da pá para 17.740kg, sendo esse o mesmo valor da massa nominal das pás do protótipo de referência REpower 5M. Nas mesmas especificações, respectivamente, o momento de inércia da segunda massa nominal, da primeira massa nominal e a localização radial nominal do centro de massa de cada pá são de 11.776.047kg.m², 363.231kg.m e 20,475m em relação à raiz.

As propriedades aerodinâmicas da turbina de referência foram fundamentadas no estudo conceitual de DOWEC [58]. A Figura 3 ilustra o contorno desta turbina, modelo usado de referência para obter as propriedades das pás da linha NREL 5-MW. Segundo

Jonkman [2] e Leng et al. [59], este modelo convencional de turbina é equipado com três pás de 61,5 metros de comprimento cada, um cubo com raio de 1,50 metros e um rotor com diâmetro de 126 metros.

Ainda conforme Jonkman [2] e Leng et al. [59] cada pá eólica é formada por uma sucessão de diversos aerofólios ao longo do seu eixo longitudinal. A distribuição dos aerofólios estão apresentadas na Tabela 4 e na Figura 2. O eixo da pá é a linha que parte do centro da raiz e percorre o restante dela fora de posição, a aproximadamente 1/3 da corda no sentido a borda de fuga. O centro aerodinâmico, por aproximação, está situado a 25% do comprimento da corda, em direção ao bordo de fuga. No entanto, na ponta da pá, essa posição é ajustada para 12,5% da corda.

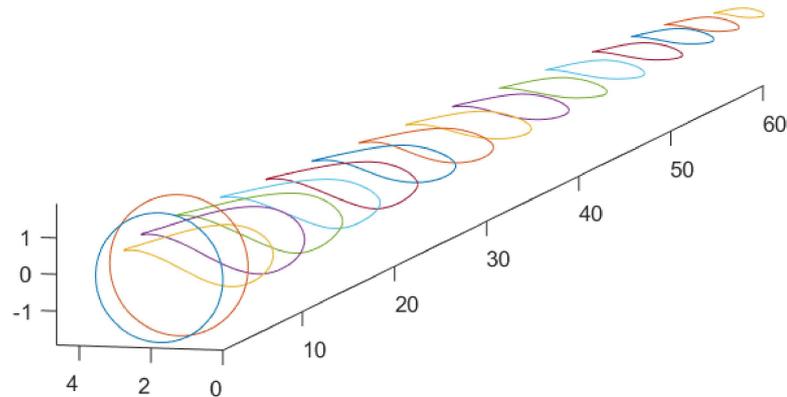
Figura 3 - Contorno da pá conceitual LMH64-5.



Fonte: Leng, Jun, *et al.* (2023) [59]

A Tabela 4 fornece as propriedades aerodinâmicas ao longo da pá, de acordo com sua posição radial. Conforme documentado pela NREL [2], a pá é subdividida em 17 nós, sendo os três elementos mais próximos da raiz e os três mais próximos da ponta com um comprimento equivalente a 2/3 dos intermediários que estão igualmente espaçados por toda a extensão longitudinal. Essa divisão foi adotada para capturar com maior precisão as variações aerodinâmicas significativas nas extremidades da pá. Os oito aerofólios representados na mesma Tabela 4, estão ilustrados na Figura 4.

Figura 4 - Secções dos aerofólios - NREL 5-MW.

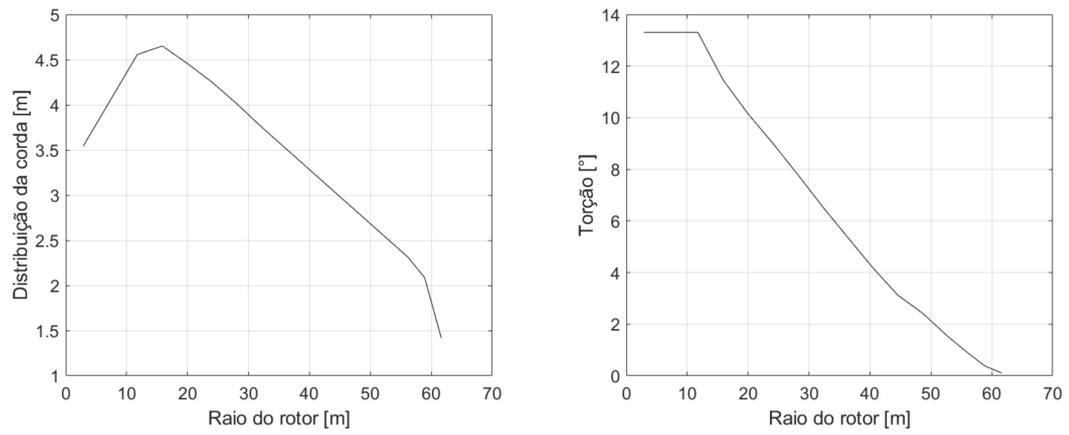


Nós (-)	Posição nó (m)	Torção (°)	Tamanho elemento (m)	Corda (m)	Aerofólio (-)
1	2,8667	13,308	2,7333	3,542	Cylinder1
2	5,6000	13,308	2,7333	3,854	Cylinder1
3	8,3333	13,308	2,7333	4,167	Cylinder2
4	11,7500	13,308	4,1000	4,557	DU40_A17
5	15,8500	11,480	4,1000	4,562	DU35_A17
6	19,9500	10,262	4,1000	4,458	DU35_A17
7	24,0500	9,011	4,1000	4,249	DU30_A17
8	24,1500	7,795	4,1000	4,007	DU25_A17
9	32,2500	6,544	4,1000	3,748	DU25_A17
10	36,3500	5,362	4,1000	3,502	DU21_A17
11	40,4500	4,188	4,1000	3,256	DU21_A17
12	44,5500	3,125	4,1000	3,010	NACA64_A17
13	48,6500	2,319	4,1000	2,764	NACA64_A17
14	52,7500	1,526	4,1000	2,518	NACA64_A17
15	56,2667	0,863	2,7333	2,313	NACA64_A17
16	58,9000	0,370	2,7333	2,086	NACA64_A17
17	62,6333	0,106	2,7333	1,419	NACA64_A17

Tabela 4 – Propriedades aerodinamicas distribuidas [2].

A Figura 5 demonstra, respectivamente, as características distribuídas da corda e ângulo de torção da pá ao longo do raio do rotor. Nesse sentido, é possível observar que a posição em que se localiza o maior comprimento de corda está a aproximadamente 15,85m ao longo do raio.

Figura 5 - Características distribuídas da pá - NREL 5-MW.



3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem por objetivo apresentar os conceitos matemáticos dos modelos estrutural e aerodinâmico empregado na pesquisa. Apresenta-se, ainda, uma descrição dos algoritmos evolutivos empregados no processo de otimização.

3.1 FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS

As pás das turbinas eólicas são consideradas estruturas alongadas que possuem uma de suas dimensões relativamente maior que as outras duas. Nesse sentido, entende-se que a pá de uma turbina pode ser bem representada por um modelo de viga. Esses modelos são categorizados como linear ou não linear. O modelo de viga rotativa de Timoshenko, diferentemente do clássico, leva em conta as deformações por cisalhamento e presume pequenas deflexões. A abordagem de viga via MEF (Métodos dos Elementos Finitos) encontra soluções aproximadas através da análise de conjuntos de elementos que estão ligados por nós [5]. No trabalho de Rao e Gupta [40] foi realizado a análise de vigas rotativas de Timoshenko com variantes cônicas e torcidas por meio de elementos finitos. Já no trabalho de Oliveira et al. [16] é adaptado um algoritmo proposto por Rao e Gupta [40], porém, ao invés das entradas serem dimensões de retângulos, foram utilizadas áreas e momentos de inércia de cada seção.

3.1.1 Modelo estrutural

Na Figura 6(a) é apresentado um elemento de viga com uma variante cônica e torcida, de comprimento L e dois nós (1 e 2). Entre o ponto inicial e final é considerada uma variação linear de sua conicidade e torção. A base e a altura do nó 1 são dados por b_1 , h_1 , e do nó 2 por b_2 , h_2 . Já o ângulo θ denota o ângulo de torção dos nós 1 e 2, respectivamente. Na Figura 6(b) são dados os graus de liberdades nodais do elemento oriundos a deflexão e inclinação devido a flexão e ao cisalhamento. Na Figura 6(c) é apresentado o ângulo de torção θ no plano z . Por último, a Figura 6(d) considera que a rotação se dá em torno do eixo $x-x$ com uma velocidade angular de Ω rad/s [40]. Destaca-se que modelo contempla, exclusivamente, os modos de flexão.

A deflexão total de um elemento, a uma distância z do primeiro nó nas coordenadas x e y , resulta da combinação das parcelas de flexão (w_b e v_b) com as de cisalhamento (w_s e v_s) nos planos yz e xz . As expressões que as representam são polinômios de Hermite e são dadas pelas Equações 3.1 a 3.4.

$$w_b(z) = \frac{u_1}{l^3}(2z^3 - 3lz^2 + l^3) + \frac{u_2}{l^3}(3lz^2 - 2z^3) - \frac{u_3}{l^2}(z^3 - 2zl^2 + l^2z) - \frac{u_4}{l^2}(z^3 - l^2z) \quad (3.1)$$

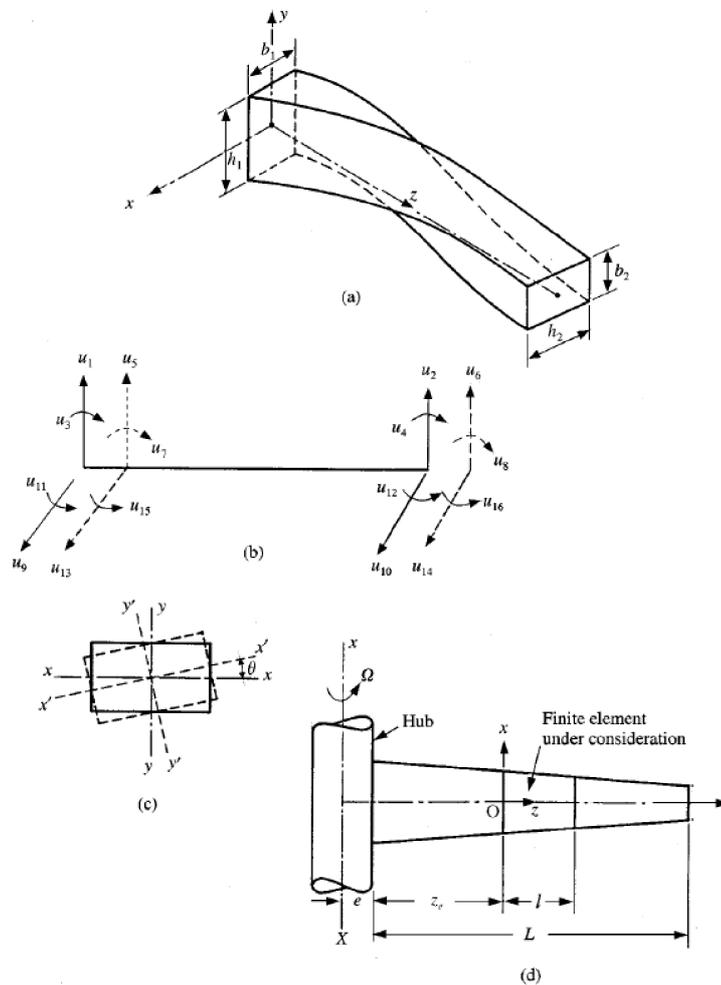
$$w_s(z) = \frac{u_5}{l^3}(2z^3 - 3lz^2 + l^3) + \frac{u_6}{l^3}(3lz^2 - 2z^3) - \frac{u_7}{l^2}(z^3 - 2zl^2 + l^2z) - \frac{u_8}{l^2}(z^3 - l^2z) \quad (3.2)$$

$$v_b(z) = \frac{u_9}{l^3}(2z^3 - 3lz^2 - l^3) + \frac{u_{10}}{l^3}(3lz^2 - 2z^3) - \frac{u_{11}}{l^2}(z^3 - 2lz^2 + l^2z) - \frac{u_{12}}{l^2}(2z^3 - lz^2) \quad (3.3)$$

$$v_s(z) = \frac{u_{13}}{l^3}(2z^3 - 3lz^2 - l^3) + \frac{u_{14}}{l^3}(3lz^2 - 2z^3) - \frac{u_{15}}{l^2}(z^3 - 2lz^2 + l^2z) - \frac{u_{16}}{l^2}(2z^3 - lz^2) \quad (3.4)$$

onde u_1, u_2, u_3, u_4 são os graus de liberdade de flexão no plano yz e $u_9, u_{10}, u_{11}, u_{12}$ os graus de liberdade de flexão no plano xz . Enquanto que u_5, u_6, u_7, u_8 são os graus de liberdade de cisalhamento no plano yz e $u_{13}, u_{14}, u_{15}, u_{16}$ os graus de liberdade de cisalhamento no plano xz , como explicado no trabalho de Rao e Gupta [40].

Figura 6 - (a) Um elemento de viga com uma variante cônica e torcida; (b) graus de liberdade de um elemento; (c) ângulo de torção; (d) velocidade rotacional da viga cônica.



Fonte: S.S. Rao and R.S. Gupta (2001) [40]

Os deslocamentos totais do elemento nas direções y e x a uma distância z do nó 1, $w(z)$ e $v(z)$ são dados por:

$$w(z) = w_b(z) + w_s(z) \quad v(z) = v_b(z) + v_s(z) \quad (3.5)$$

A energia total de deformação U de uma viga de comprimento L , devido a flexão e ao cisalhamento, incluindo a inércia e o efeito de rotação é dada por:

$$\begin{aligned}
U = & \int_0^l \frac{EI_{xx}}{2} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial z^2} \right)^2 + EI_{xy} \frac{\partial^2 w_b}{\partial z^2} \frac{\partial^2 v_b}{\partial z^2} + \frac{EI_{yy}}{2} \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial z^2} \right)^2 + \frac{\mu AG}{2} \left\{ \left(\frac{\partial w_s}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_s}{\partial z} \right)^2 \right\} dz \\
& + \int_0^l \frac{P(z)}{2} \left(\frac{\partial w(z)}{\partial z} \right)^2 dz + \int_0^l \frac{P(z)}{2} \left(\frac{\partial v(z)}{\partial z} \right)^2 dz - \int_0^l p_w(z)w(z)dz - \int_0^l p_v(z)v(z)dz
\end{aligned} \quad (3.6)$$

sendo:

$$P(z) = \frac{\rho A \Omega^2}{g} \left[\left(eL + \frac{L^2}{2} - ez_e - \frac{z_e^2}{2} \right) - (e + z_e)z - \frac{z^2}{2} \right] \quad (3.7)$$

$$p_w(z) = \frac{\rho A \Omega^2}{g} w(z) \quad (3.8)$$

$$p_v(z) = \frac{\rho A \Omega^2}{g} v(z) \quad (3.9)$$

onde e será o raio do *hub* e z_e a distância do primeiro nó do elemento (raiz da viga), demonstrado na Figura 6(d), $P(z)$ é a força axial que atua na seção z , A é área da seção transversal e Ω a velocidade de rotação, explanado por Rao e Gupta [40].

À medida que a seção transversal do elemento muda com z e que o elemento é torcido, a área da seção transversal A e os momentos de inércia I_{xx} , I_{yy} e I_{xy} se tornarão funções de z :

$$A(z) = b(z)h(z) = \left[b_1 + (b_2 - b_1) \frac{z}{l} \right] \left[h_1 + (h_2 - h_1) \frac{z}{l} \right] = c_1 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + c_2 \frac{z}{l} + c_3 \quad (3.10)$$

Onde:

$$c_1 = (b_2 - b_1)(h_2 - h_1); c_2 = b_1(h_2 - h_1) + h_1(b_2 - b_1); c_3 = b_1 h_1 \quad (3.11)$$

$$I_{xx}(z) = I_{x'x'} \cos^2 \theta + I_{y'y'} \sin^2 \theta \quad (3.12)$$

$$I_{yy}(z) = I_{y'y'} \cos^2 \theta + I_{x'x'} \sin^2 \theta \quad (3.13)$$

$$I_{xy}(z) = (I_{x'x'} + I_{y'y'}) \frac{\sin 2\theta}{2} \quad (3.14)$$

Como observado na Figura 6(c), $x'x'$ e $y'y'$ são os eixos inclinados com um ângulo de torção θ em relação aos eixos xx e yy e podem estar posicionados em qualquer ponto da viga, assim como proposto por Rao e Gupta [40].

Substituindo as equações 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.10 e 3.14 na 3.6, a energia total de deformação U passa a ser expressa por:

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T [\mathbf{K}] \mathbf{u} \quad (3.15)$$

onde \mathbf{u} é o vetor de deslocamento nodal e $[\mathbf{K}]$ é a matriz de rigidez de ordem 16 para um elemento. Os termos integrais podem ser organizados da seguinte forma:

$$\int_0^l EI_{xx} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial z^2} \right)^2 dz = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T [\mathbf{AK}] [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4] \quad (3.16)$$

$$\int_0^l EI_{yy} \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial z^2} \right)^2 dz = [u_9 \ u_{10} \ u_{11} \ u_{12}]^T [\mathbf{BK}] [u_9 \ u_{10} \ u_{11} \ u_{12}] \quad (3.17)$$

$$\int_0^l \mu AG \left(\frac{\partial w_s}{\partial z} \right)^2 dz = [u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8]^T [\mathbf{CK}] [u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8] \quad (3.18)$$

$$\int_0^l EI_{xy} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial z^2} \right) dz = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T [\mathbf{DK}] [u_9 \ u_{10} \ u_{11} \ u_{12}] \quad (3.19)$$

$$\int_0^l P(z) \left(\frac{\partial w_b}{\partial z} \right)^2 dz = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T [\mathbf{EK}] [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4] \quad (3.20)$$

$$\int_0^l \frac{2\rho A \Omega^2}{g} (w_b)^2 dz = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T [\mathbf{FK}] [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4] \quad (3.21)$$

A matriz de rigidez $[K]$ pode ser expressa por:

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{AK}] + [\mathbf{EK}] - [\mathbf{FK}] & [\mathbf{EK}] - [\mathbf{FK}] & [\mathbf{DK}] & [0] \\ [\mathbf{EK}] - [\mathbf{FK}] & [\mathbf{CK}] + [\mathbf{EK}] - [\mathbf{FK}] & [0] & [0] \\ [\mathbf{DK}] & [0] & [\mathbf{BK}] + [\mathbf{EK}] - [\mathbf{FK}] & [\mathbf{EK}] - [\mathbf{FK}] \\ [0] & [0] & [\mathbf{EK}] - [\mathbf{FK}] & [\mathbf{CK}] + [\mathbf{EK}] - [\mathbf{FK}] \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

onde $[\mathbf{AK}]$, $[\mathbf{BK}]$, $[\mathbf{CK}]$, $[\mathbf{DK}]$, $[\mathbf{EK}]$ e $[\mathbf{FK}]$ são matrizes simétricas de ordem 4 e $[0]$ é uma matriz nula de ordem 4.

A energia cinética T do elemento de viga, incluindo os efeitos de rotação e inércia é dada por:

$$T = \int_0^l \left[\frac{\rho A}{2g} \left(\frac{\partial w(z)}{\partial t} \right)^2 + \frac{\rho A}{2g} \left(\frac{\partial v(z)}{\partial t} \right)^2 + \frac{\rho I_{yy}}{2g} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial t \partial z} \right)^2 + \frac{\rho I_{xy}}{2g} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial t \partial z} \right) \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial t \partial z} \right) + \frac{\rho I_{yy}}{2g} \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial t \partial z} \right)^2 \right] dz \quad (3.23)$$

Os termos integrais podem ser organizados da seguinte forma:

$$\int_0^l \frac{\rho A}{2g} \left(\frac{\partial w_b}{\partial t} \right)^2 dz = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T [\mathbf{AM}] [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4] \quad (3.24)$$

$$\int_0^l \frac{\rho I_{xx}}{2g} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial t \partial z} \right)^2 dz = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T [\mathbf{BM}] [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4] \quad (3.25)$$

$$\int_0^l \frac{\rho I_{yy}}{2g} \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial t \partial z} \right)^2 dz = [u_9 \ u_{10} \ u_{11} \ u_{12}]^T [\mathbf{CM}] [u_9 \ u_{10} \ u_{11} \ u_{12}] \quad (3.26)$$

$$\int_0^l \frac{\rho I_{xy}}{2g} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial t \partial z} \right) \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial t \partial z} \right) dz = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T [\mathbf{DM}] [u_9 \ u_{10} \ u_{11} \ u_{12}] \quad (3.27)$$

A matriz de energia cinética passa a ser expressa por:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T [\mathbf{M}] \dot{\mathbf{u}} \quad (3.28)$$

onde a matriz de massa pode ser dada por:

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{AM}] + [\mathbf{BM}] & [\mathbf{AM}] & [\mathbf{DM}] & [0] \\ [\mathbf{AM}] & [\mathbf{AM}] & [\mathbf{AM}] & [0] \\ [\mathbf{DM}] & [\mathbf{AM}] & [\mathbf{AM}] + [\mathbf{CM}] & [\mathbf{AM}] \\ [0] & [0] & [\mathbf{AM}] & [\mathbf{AM}] \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Assim como na subseção anterior, $[\mathbf{AM}]$, $[\mathbf{BM}]$, $[\mathbf{CM}]$ e $[\mathbf{DM}]$ são matrizes simétricas de ordem 4.

As seguintes condições de contorno devem ser aplicadas:

- Extremidade livre

$$\frac{\partial w^3}{\partial z^3} = 0, \quad \frac{\partial v^3}{\partial z^3} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 \quad (3.30)$$

- Extremidade fixa

$$w = 0 \quad v = 0, \quad v_b = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (3.31)$$

3.2 MODELO AERODINÂMICO

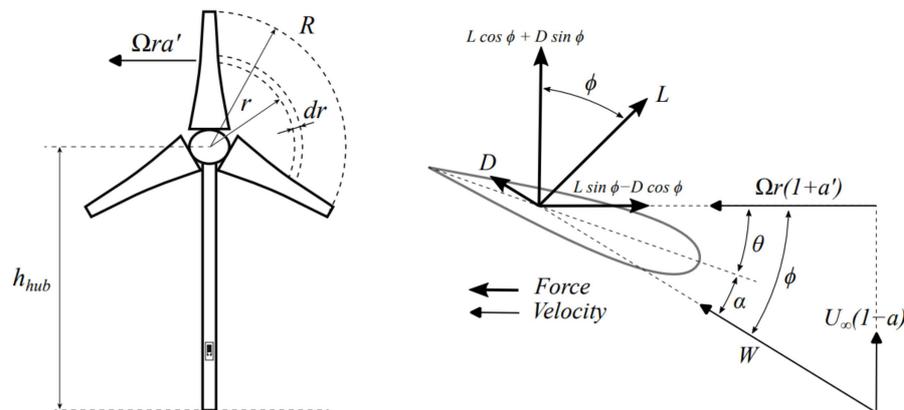
Assim como mencionado no capítulo introdutório e segundo Hansen et al. [12], a maioria dos códigos referentes à parte aerodinâmica de turbinas eólicas utilizam o método BEM (*Blade Element Momentum*), dado que este modelo é considerado rápido e preciso se levado em conta seu custo computacional, desde que existam dados confiáveis do aerofólio (os coeficientes de sustentação e arrasto em função do ângulo de ataque e, se possível, em

função do número de *Reynolds*). O modelo BEM foi originalmente proposto por Glauert [15] combinando duas teorias, a BET (*Blade Element Theory*) com a Teoria do Disco Atuador, conforme mencionado por Oliveira et al. [16].

3.2.1 Teoria aerodinâmica de Glauert

Conforme sugerido por Wang et al. [5] e Hansen et al. [12], o método em questão discretiza a pá em vários elementos e considera que todas as seções ao longo do rotor são independentes e podem ser tratadas separadamente. Normalmente a discretização se dá na ordem de 10–20 seções radiais, podendo ser divididas em mais ou menos partes. Ainda segundo Hansen et al. [12], em uma dada seção radial, ocorre uma variação na velocidade do vento desde uma região a montante até a profundidade de esteira. A perda da quantidade de movimento se deve às cargas axiais produzidas localmente pelo fluxo que passa pelas pás, produzindo uma queda de pressão. O ângulo de ataque local em uma determinada seção radial pode ser definido, desde que a velocidade induzida gerada pela ação das cargas seja conhecida.

Figura 7 - Forças atuantes na seção da pá eólica.



Fonte: Mazzeo, Francesco, *et al.* (2022) [60]

A Figura 7 ilustra bem as forças atuantes na seção da pá eólica, onde U_∞ é a velocidade do fluxo de entrada, L é a força resultante no aerofólio na direção transversal a do vento (força de sustentação), D a força resultante no aerofólio na direção do vento (força de arrasto), Ω a velocidade rotacional da pá, r a posição radial e R o raio do rotor. A seguir serão apresentadas, brevemente, as equações utilizadas no método BEM. Podendo ainda observar na Figura 7, os símbolos θ , α e ϕ que são, respectivamente, o ângulo de inclinação da seção transversal, o ângulo de ataque e o ângulo local do fluxo de entrada, formado entre a velocidade axial e a velocidade tangencial, que são utilizados para calcular a velocidade de incidência do vento:

$$\mathbf{W} = \sqrt{U_\infty^2 (1 - a)^2 + (\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{r})^2 (1 + a')^2} \quad (3.32)$$

sendo a e a' os fatores de indução axial e tangencial. As cargas aerodinâmicas, respectivamente, sustentação, arrasto, empuxo e torque, são avaliadas da seguinte forma:

$$L = \frac{1}{2} \rho \mathbf{W}^2 c C_L \quad D = \frac{1}{2} \rho \mathbf{W}^2 c C_D \quad (3.33)$$

$$T = L \cos \phi + D \sin \phi \quad Q = L \sin \phi - D \cos \phi \quad (3.34)$$

onde c é a corda, C_L o coeficiente de sustentação e C_D o coeficiente de arrasto. Combinando as perdas da quantidade de movimento global com as cargas geradas localmente, a velocidade induzida pode ser dada por:

$$\mathbf{w}_t = \frac{-BL \cos \phi}{4\rho\pi r F |U_\infty + f_g \mathbf{n}(\mathbf{nW})|} \quad (3.35)$$

$$\mathbf{w}_a = \frac{-BL \sin \phi}{4\rho\pi r F |U_\infty + f_g \mathbf{n}(\mathbf{nW})|} \quad (3.36)$$

onde B é o número de pás, ρ é a densidade do ar, r a posição radial, R é o raio e \vec{n} o vetor normal ao plano do rotor. Explicado por Hansen et al. [12] e por Loureiro [19], F é a correção de perda de ponta de Prandtl que corrige as equações para serem válidas para um número finito de pás. A fórmula aproximada por Glauert [15] da função de perda de ponta de Prandtl é dada por:

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[\exp \left(-\frac{B(R-r)}{2R \sin \phi} \right) \right] \quad (3.37)$$

Se \vec{n} for paralelo ao vetor do vento, então a equação 3.35 se reduz e o coeficiente de empuxo (C_T) passa a ser:

$$C_T = 4aF(1 - f_g \cdot a) \quad (3.38)$$

A correção de Glauert [15], f_g é a relação empírica entre C_T e a no regime turbulento, dada por:

$$f_g = \begin{cases} 1, & \text{para } a \leq 0.3 \\ \frac{1}{4}(5 - 3a), & \text{para } a > 0.3 \end{cases} \quad (3.39)$$

Segundo Wang et al. [4] e Hansen et al. [12], um código aeroelástico executado no domínio do tempo, a cada intervalo, as cargas aerodinâmicas serão calculadas em todas as seções radiais escolhidas ao longo da pá como entrada pelo modelo estrutural. Em

um espaço de tempo a posição do ângulo de ataque será determinado em cada ponto das pás. Os coeficientes de sustentação e arrasto serão utilizados para calcular as forças de sustentação e arrasto. A atualização das velocidades induzidas, ocorrida no passo seguinte de integração do tempo, é realizada por meio das equações 3.35 e 3.36, ao assumir valores prévios para as velocidades.

3.2.2 Particularidades do CCBlade

A maioria das implementações em BEM utilizam de métodos de soluções iterativas para convergir os fatores de indução. Na abordagem mais comum, forma-se as equações BEM em função de duas variáveis (fatores de indução axial e tangencial) para resolver um problema de ponto fixo $(a, a') = f(a, a')$ através de um esquema simples de interação de ponto fixo ou pelo método de Newton [54]. Alternativamente, outros métodos mais complexos utilizam de otimizações numéricas para minimizar o erro nos fatores de indução. Essas abordagens podem ser consideradas robustas e suficientes para muitos casos, mas todos esses algoritmos possuem pelo menos alguma região onde não se consegue convergir. Portanto, foi desenvolvida por Ning [61] uma metodologia em que a convergência acontece em todos os casos, dando origem a ferramenta CCBlade.

No trabalho de Ning [54] é apresentado um método simples que garante a integração para resolver as equações do BEM. Realiza-se uma transformação de um problema de ponto fixo com duas equações e duas variáveis em um problema equivalente com uma única equação. A estratégia para a redução se dá na simplificação das especificações das condições de afluência, considerando o ângulo local do fluxo de entrada (ϕ) e a velocidade de incidência do vento (\mathbf{w}) como incógnitas, no lugar dos fatores de indução axiais e tangenciais (Figura 7). Se os fatores de indução são assumidos como desconhecidos, então o ângulo local do fluxo de entrada não poderá ser atualizado sem antes calcular os coeficientes de sustentação e arrasto, sendo eles em função do ângulo de entrada local, criando assim a necessidade de soluções iterativas. Portanto, se o ângulo de entrada local for assumido como desconhecido, os coeficientes de sustentação e arrasto podem ser atualizados sem qualquer conhecimento dos fatores de indução [54]. Esta abordagem permite que as equações BEM sejam reduzidas a uma função residual unidimensional em função de ϕ :

$$f(\phi) = \frac{\sin \phi}{1 - a} - \frac{\mathbf{w}_a \cos \phi}{\mathbf{w}_t (1 + a')} = 0 \quad (3.40)$$

As alterações propostas no algoritmo de Ning [54] implica na modificação do cálculo de W . Quando o número de Reynolds é incluído no modelo de aerofólio, a velocidade de entrada do vento será necessária. Contudo, para se estimar o número de Reynolds local, os fatores de indução devem ser conhecidos no cálculo da velocidade de entrada. Porém, devido ao tipo de abordagem, não se possui os fatores e conseqüentemente a velocidade não

pode ser encontrada. Então, a opção simples adotada para se resolver isso foi ignorando o fator de indução tangencial (a'), diferentemente da equação original (3.32):

$$\mathbf{W} = \sqrt{U_\infty^2(1 - a)^2 + (\Omega r)^2} \quad (3.41)$$

3.3 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Oliveira et al. [16], menciona que a maioria dos problemas reais de engenharia apresentam diversas variáveis de projeto, além de mais de um objetivo que se deve priorizar para execução dele. Nesse sentido, para se realizar uma otimização é necessário levar em consideração mais de um objetivo de interesse, portanto, denominada otimização multiobjetivo. Deb [62], propõe que na resolução de problemas de otimização de objetivo único, apenas uma solução ótima é o suficiente. Diferentemente da otimização multiobjetivo, que dá origem a um conjunto de soluções não dominadas e necessita de um tratamento adicional (*Pareto-Optimality* ou Ótimo de Pareto) para se chegar a uma solução ideal.

3.3.1 Problema de otimização multiobjetivo

Segundo Oliveira et al. [16], um problema de otimização multiobjetivo é definido por três conceitos importantes: as variáveis de projeto, que são as variáveis em que os algoritmos otimizadores são capazes de trabalhar, as funções objetivo, que são as funções capazes de avaliar a qualidade de uma solução por meio das variáveis de projeto e as restrições, que são os impedimentos impostos às variáveis de projeto.

Um problema de otimização multiobjetivo envolve um conjunto de funções objetivo cujos valores são influenciados por suas variáveis, passando por transformações ao longo do processo de otimização. As restrições apresentadas pelas variáveis devem ser satisfeitas para que as soluções sejam consideradas viáveis, conforme indicado por Oliveira et al. [16] e Deb [62]. O problema pode ser escrito na seguinte forma:

$$\mathbf{Z} = (z_1, z_2, \dots, z_{|Z|}), \quad (3.42)$$

Restrito a:

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n_g, \quad (3.43)$$

$$h_l(x) = 0, \quad l = n_g + 1, \dots, n_h, \quad (3.44)$$

$$a_i \leq x_i \leq b_i, \quad i = 1, \dots, n_a, \quad (3.45)$$

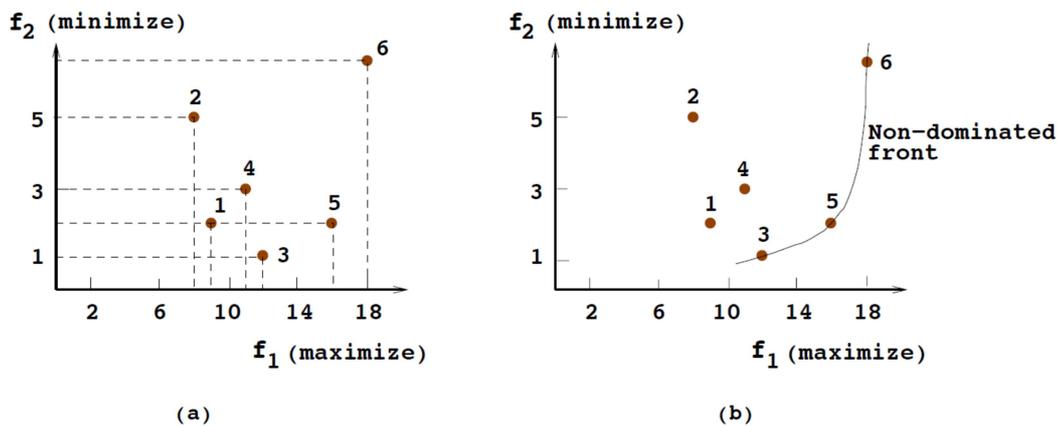
onde $\mathbf{x} = x_1, \dots, x_{n_a}$ em que n_a é a n ésima variável de projeto no vetor, $f(x) = \mathbf{Z} = (z_1, z_2, \dots, z_{|Z|})$ é um conjunto de funções objetivo que retorna os valores do vetor, ou seja, para cada solução x no espaço de variável de decisão, existirá um ponto no espaço das funções objetivo. Ainda conforme Oliveira et al. [16] e Deb [62], as restrições de desigualdade e igualdade são dadas por $g(x)$ e $h(x)$ e seus números de restrições representados respectivamente por n_g e n_h . As variáveis a e b são os limites inferior e superior de x .

É dito que uma solução $x(1)$ domina outra solução $x(2)$, para casos de minimização, se atendido ambas condições a seguir:

- A solução $x(1)$ é melhor ou igual a $x(2)$ em todas as funções objetivo.
- A solução $x(1)$ é estritamente melhor que $x(2)$ em pelo menos uma função objetivo.

A partir dessa definição é possível realizar uma comparação por pares de um determinado conjunto de soluções (ou pontos correspondentes no espaço objetivo), na Figura 8(a) e (b) é ilustrado o conceito de dominância entre dois pontos. Analisando os pontos 4 e 6 ($P4$ e $P6$), por exemplo, cada um deles possui valores diferentes em f_1 e f_2 , sendo $P6$ localizado na frente não dominada, e $P4$, por sua vez, com os dois valores inferiores ao do ponto $P6$, portanto $P4 \leq P6$ [16, 62].

Figura 8 - Conjunto de pontos com a primeira frente não dominante.



Fonte: Deb, Kalyanmoy. (2011) [62]

Pelo conceito anterior é possível definir as soluções ótimas de Pareto em um problema multiobjetivo. Segundo Deb [62], se o conjunto de pontos da tarefa acima (Figura 8) contém todos eles no espaço de busca, por definição, todos os pontos situados na frente não dominada, não são dominados por nenhum outro ponto no espaço objetivo, portanto, eles serão os pontos ótimos de Pareto e os correspondentes vetores de variáveis

de decisão serão as soluções ótimas de Pareto. De acordo com Oliveira et al. [16], em outras palavras, representa a solução para um problema de otimização multiobjetivo [16].

3.3.2 Otimizador e algoritmos evolutivos

Como mencionado por Tian [63], nas últimas décadas um amplo número de algoritmos evolutivos foram criados para resolver problemas de otimização multiobjetivo, principalmente com o avanço computacional. Muitos pesquisadores têm se interessado pela área e contribuído cada vez mais com códigos criativos e abrangentes. No entanto, esses algoritmos não foram organizados de forma acessível, escritos em diferentes linguagens computacionais, e alguns deles até mesmo sem código-fonte público. Dessa forma, é relevante a escolha de uma plataforma que possibilite os pesquisadores avaliarem adequadamente os algoritmos existentes e que os permitam compará-los por meio de códigos, para assim, resolverem os problemas do mundo real, assim como mencionado por Oliveira et al. [16] e Tian [63].

No trabalho, optou-se pela plataforma Pymoo [64], que contém algoritmos de otimização de última geração para objetivos únicos e múltiplos escritos em Python. Nela é possível acionar diversos recursos relacionados à otimização multiobjetivo, como visualização e tomada de decisão. Cinco algoritmos foram definidos para simular o problema e comparar os resultados obtidos, sendo eles o NSGA-II, AGE-MOEA, AGE-MOEA2, U-NSGA-III e RVEA.

- *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)* [65]. No algoritmo NSGA II os valores são primeiramente selecionados frontalmente. Após isso avalia-se a necessidade de manter todos os indivíduos e se a frente precisa se dividir. Caso se divida as soluções são escolhidas com base na distância de aglomeração ou *crowding distance*. Ao fim, para o algoritmo melhorar a seleção de indivíduos, usa-se uma seleção de recombinação de torneio binário.
- *Adaptive Geometry Estimation based Multi-objective Evolutionary Algorithms (AGE-MOEA)* [66]. O AGE-MOEA possui a mesma estrutura de NSGA-II, mas com uma fórmula diferente de medir a distância de aglomeração. As frentes não dominadas são classificadas e a primeira frente é usada para normalização do espaço objetivo. Então, estima-se a geometria da frente de Pareto. O procedimento de melhorar a seleção de indivíduos é similar ao NSGA-II.
- AGE-MOEA2 [66]. O algoritmo AGE-MOEA2 é considerado um sucessor do AGE-MOEA. Através do método de Newton-Raphson ele estima com mais precisão a geometria da frente não dominada. Além disso, ele introduz um novo método para calcular a diversidade entre as soluções geradas utilizando a distância geodésica, que é uma generalização da distância Euclidiana.

- *Unified NSGA-III* (U-NSGA-III) [67]. O U-NSGA-III é um algoritmo unificado que aumenta o desempenho do NSGA-III ao introduzir a seleção em torneio ao invés da seleção aleatória. Em que é escolhido de forma aleatória os pais para acasalamento.
- *Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm* (RVEA) [68]. No RVEA é utilizado uma abordagem denominada "distância penalizada por ângulo" em que é responsável por auxiliar no equilíbrio da convergência e diversificar as soluções no espaço objetivo. Por fim, a distribuição dos vetores é ajustada dinamicamente como estratégia de adaptação.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentada a metodologia adotada pelo trabalho e que possibilitou o atendimento dos objetivos propostos na Seção 1.3. A metodologia compreende as etapas:

- I. Implementação do modelo aerodinâmico utilizando a ferramenta CCBlade, que prevê as propriedades aerodinâmicas com base no modelo BEM desenvolvido por Ning [61];
- II. Implementação e adaptação do algoritmo estrutural via MEF para o caso de uma viga caixão, com propriedades inerciais equivalentes aos da longarina da pá de referência;
- III. Integração da plataforma de otimização multiobjetivo Pymoo e acoplamento aos modelos aerodinâmico e estrutural via Python;
- IV. Proposição dos problemas de otimização multiobjetivo;
- V. Extração das soluções das curvas de Pareto, conforme as preferências do tomador de decisão;
- VI. Avaliação do desempenho dos algoritmos de otimização.

A metodologia empregada nessa pesquisa é uma continuidade das pesquisas desenvolvidas por Oliveira et al. [16]. Emprega-se, portanto, uma abordagem similar à utilizada no trabalho de referência. No entanto, enquanto Oliveira et al. [16] foca em hélices aeronáuticas, este estudo se concentra em pás eólicas. É importante destacar que, apesar das semelhanças na abordagem, a análise das pás eólicas se difere consideravelmente da análise de hélices aeronáuticas. As principais diferenças estão na direção do fluxo de ar e ao seu propósito, enquanto as hélices realizam a conversão da energia mecânica em empuxo para propelar a aeronave, as pás eólicas convertem a energia eólica em energia mecânica e eletricidade.

4.1 IMPLEMENTAÇÃO DA PARTE AERODINÂMICA

A parte aerodinâmica foi implementada através da ferramenta CCBlade, que prevê o carregamento aerodinâmico das pás pela abordagem já explicada na Seção 3.2. Para garantir o funcionamento do algoritmo foram realizadas algumas adequações que serão explicadas a seguir.

4.1.1 Argumentos de entrada do CCBlade

Inicialmente, para a execução da ferramenta, foi necessário definir dois aspectos da geometria da pá eólica: as características gerais do rotor e as propriedades que variam ao longo do raio. Para o rotor, deve-se informar apenas o raio do cubo, o raio da pá e o número de pás. Em seguida, é preciso definir a geometria de cada estação radial. Quanto maior o número de seções radiais, mais pontos serão usados para calcular as cargas. No trabalho, optou-se por discretizá-la em 20 seções, devido a conveniência e com o intuito de equilibrar o custo computacional. A partir disso, desenvolveu-se um código interno para calcular as propriedades geométricas distribuídas, retornando uma matriz com as posições radiais (r), as cordas (c), ângulos de torção (θ) e as categorias de Reynolds (Re_c).

Os polinômios de Bézier são uma classe de funções paramétricas que oferecem uma forma conveniente de interpolar entre pontos de controle e construir curvas suaves baseadas nesses pontos (Equação 4.1). No código, os polinômios são usados para definir a geometria da pá ao longo das seções radiais por meio da geração das cordas, nas quais são empregadas no cálculo do número de Reynolds (Re), que por sua vez, considera em seu dimensionamento tanto a velocidade translacional quanto a rotacional.

$$B(u) = \sum_{i=1}^{n=5} \binom{n}{i} (1-u)^{n-i} u^i P_i \quad (4.1)$$

onde u é um parâmetro que varia de 0 a 1, P_i são os pontos de controle da curva e

$$\binom{n}{i}$$

representam o coeficiente binomial, que controlam a contribuição de cada ponto de controle para a curva final.

A categorização do número de Reynolds, auxilia posteriormente na escolha do aerofólio mais adequado para cada posição radial. No processo de categorização, primeiro realizou-se o cálculo do número de Reynolds e em seguida categorizou-se os aerofólios como do tipo 1 ao 5 dentre as opções de Reynolds prescritas em cada perfil (50.000, 100.000, 200.000, 500.000 e 1.000.000).

Na sequência, definiu-se os dados de desempenho aerodinâmico dos aerofólios em cada posição radial. Para isso, montou-se um banco de dados composto por 1.364 aerofólios obtidos em “airfoiltools.com”, contendo informações como os coeficientes de sustentação (C_L) e arrasto (C_D) em função do ângulo de ataque (α), propriedades que são utilizados para calcular as forças aerodinâmicas que atuam na pá (Equações 3.34). Além disso, todos os arquivos de aerofólios foram formatados para se adequar aos padrões estabelecidos pelo CCBlade, ou seja, possuir três colunas, uma para cada polar e após a linha de cabeçalho (informativa), uma linha indicando o número de Reynolds.

Vale ressaltar que o algoritmo foi ajustado para garantir que as três primeiras seções radiais da pá sejam formadas por aerofólios cilíndricos. Dessa forma, garante-se que a geometria das pás fique em conformidade com as geometrias das diversas pás eólicas analisadas e mencionadas nos trabalhos de Jonkman [2], Vries [55], Malcolm e Hansen [56], e Goezinne [57]. As demais seções são constituídas por quatro aerofólios distintos, previamente selecionados pela suas categorias de Reynolds.

Por último, deve-se definir as propriedades operacionais da turbina como: velocidade do fluxo de entrada (U_∞), velocidade rotacional (Ω), posição radial (r), ângulos de *yaw* (γ), pré-cone (Φ), azimute (ψ), altura do cubo (h_{hub}), expoente de cisalhamento (α) e densidade do ar (ρ). Para melhor compreensão, segundo Blank e Deb [64], os ângulos de operação citados anteriormente podem ser visualizados na Figura 1 e são expressos pela Equação 4.2. Assim, com todos os argumentos de entrada definidos, agora é possível aplicar a metodologia BEM do CCBlade para dimensionar as forças aerodinâmicas.

$$U_\alpha = U_\infty \left(1 + \frac{r \cos \Phi \cos \psi}{h_{hub}} \right)^\alpha \quad (4.2)$$

onde o expoente de cisalhamento é 0,2 para um regime estável e a densidade do ar de $1,225\text{kg/m}^3$. Através da transformação de coordenadas da posição da pá em relação ao cubo, calcula-se a mudança da velocidade do vento considerando os ângulos de operação e a influência do cubo (onde $\Theta = 0$ por ser uma turbina de eixo horizontal).

4.2 IMPLEMENTAÇÃO DA PARTE ESTRUTURAL

As pás do modelo de turbina eólica de referência da NREL 5-MW possuem 61,5m de comprimento e pesam 17.740kg. Essas propriedades estão descritas na documentação publicada pela NREL [2]. No entanto, além das propriedades distribuídas, em estudos que envolvem o projeto estrutural da pá também é exigido um conceito básico da disposição estrutural. Sendo assim, no trabalho de Resor [3] é apresentado um conceito que atende os critérios de projeto mais básicos estabelecidos pelas normas da IEC (*International Electrotechnical Commission*). Seu objetivo foi apresentar uma configuração que correspondesse, tanto quanto possível, às características da pá da turbina de referência, por meio das documentações publicamente disponíveis e das Tabelas 3 e 4. Todavia, tendo em vista que o processo de otimização proposto nesta pesquisa envolve mudanças nessas propriedades, bem como na geometria da pá, apresenta-se nesta Seção a descrição da metodologia e simplificações para se obter as propriedades estruturais que são utilizadas no algoritmo estrutural. Reforça-se que emprega-se o modelo estrutural de viga rotativa proposto por Rao e Gupta [40].

4.2.1 Propriedades equivalentes

Para se obter as frequências naturais de uma hélice através do modelo proposto por Rao e Gupta [40], e adaptado por Oliveira [16], de uma viga rotativa de Timoshenko, alguns dos argumentos de entrada requeridos para simulação são: comprimento da hélice, número de elementos, raio do hub, densidade do material, módulo de Young, base e altura da raiz e da ponta, dentre outros. Então, seguindo a mesma lógica, para simular a pá de uma turbina eólica como viga rotativa, faz-se necessário algumas adaptações e a obtenção de parâmetros equivalentes.

No presente trabalho, as propriedades dos materiais associadas a cada elemento da viga são assumidas como homogêneas e iguais a de um material equivalente, calculadas por meio de uma média ponderada das características reais da pá, como proposto no trabalho de Otero e Ponta [69]. Assim, por meio das proporções percentuais da massa de cada material presente na pá, demonstrado na Tabela 5, foi possível calcular o módulo de elasticidade e a densidade aproximada de um material equivalente, sendo respectivamente, 36.503MPa e 1.380kg/m³.

Material (-)	Densidade [kg/m ³]	Massa da Pá [%]	Módulo de Young [MPa]
E-LT-5500 (UD)	1.920	13,8	41.800
Saertex (DB)	1.780	15,9	13.600
Foam	200	21,8	256
Gelcoat	1.235	0,2	3.440
SNL (Triax)	1.850	31,0	27.700
Carbon (UD)	1.220	17,4	114.500

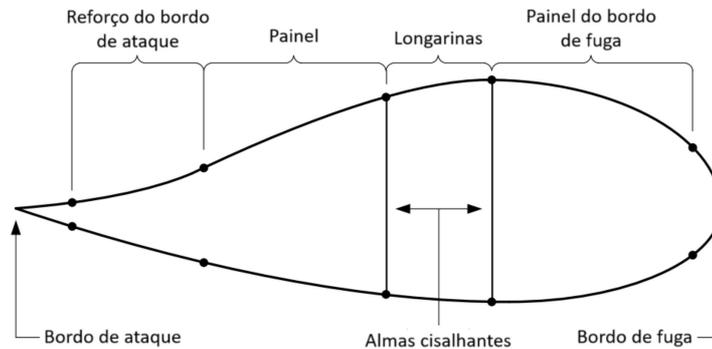
Tabela 5 – Materiais que compõem a pá (adaptado de [3]).

4.2.2 Geometria adotada

No trabalho optou-se por desenvolver um modelo simplificado de pá em que é levado em consideração apenas a geometria das longarinas associadas às suas propriedades equivalentes. Segundo Mishnaevsky [70], elas são elementos estruturais da pá que suportam a maior parte da carga, especificamente as associadas ao vento (*flapwise*), geralmente são estruturas compostas por várias camadas de materiais e fornecem resistência e rigidez a pá. Resor [3], propõe que as longarinas centralizam-se em um local no sentido da corda onde geralmente sua altura corresponde a espessura máxima do aerofólio e que por sua vez coincide com o centro geométrico. No modelo de referência (NREL-5MW) elas têm início a partir de 1,3667m da extensão da pá e término em 60,1333m. No entanto, aqui considerou-se o comprimento da longarina correspondente ao da extensão total da pá, já que na abordagem proposta ela é tratada como a simplificação de toda a parte estrutural.

Conforme Resor [3], Chen, Stol e Mace [71], usualmente, o perfil do aerofólio é dividido em seis regiões, conforme mostrado na Figura 9, cada região possui um comprimento em relação a corda e possui sua própria distribuição de materiais ao longo da extensão da pá.

Figura 9 - Determinação de cada região do aerofólio (adaptado).



Fonte: Chen, Z. J., K. A. Stol, and B. R. Mace. (2017) [71]

Na Tabela 6 são apresentados os parâmetros usados para determinar o comprimento de cada região no sentido da corda. As demais não mencionadas na Tabela 6 possuem seus comprimentos em função do tamanho total da corda, a depender da seção escolhida ao longo do raio da pá.

Região	Comprimento [mm]
Bordo de fuga/Bordo de ataque sem núcleo	100
Reforço do bordo de ataque	400
Longarinas	600

Tabela 6 – Parâmetros de cada região (adaptado de [3]).

As espessuras de cada região do aerofólio, incluindo as longarinas, são especificadas de acordo com as distribuições dos materiais e suas respectivas espessuras individuais, a pilha formada e a quantidade de camadas de cada pilha. Essas informações podem ser extraídas das Tabelas 7, 8 e 9.

ID da pilha	Material	Espessura [mm]
1	Gelcoat	0,05
2	SNL (Triax Skins)	0,94
3	SNL (Triax Root)	0,94
4	Carbon (UD)	0,47
5	Saertex (DB)	1
6	Foam	50

Tabela 7 – ID da pilha associado a cada material e espessura (adaptado de [3]).

Exensão da pá [m]	Longarina ID	CAP ID
0	5,6,5	1,2,3,2
61,5	5,6,5	1,2,4,2

Tabela 8 – Composição de cada pilha (adaptado de [3]).

ID da pilha	0m	61,5m
1	1	1
2	3	3
3	35	0
4	0	8
5	2	3
6	1	1

Tabela 9 – Quantidade de camada de cada pilha (adaptado de [3]).

Por fim, considerou-se a altura interna de cada longarina como a altura da centróide correspondente de cada aerofólio. Assumiu-se que as longarinas estão posicionadas na espessura máxima dos aerofólios, coincidindo com suas centróides, assim como proposto por Resor [3].

4.2.3 Adaptações do código estrutural

No código estrutural proposto por Rao e Gupta [40] e adaptado por Oliveira et al. [16], a área da seção transversal A da viga rotativa de Timoshenko e os momentos de inércia I_{xx} , I_{yy} e I_{xy} se tornarão funções de z , como apresentado na Equação 3.10. No atual contexto, se considerado a geometria formada entre as longarinas e o CAP, a seção transversal da viga deixará de ser cheia e passará a ser vazada (Figura 10). Para levar em conta essa condição no código estrutural, foram realizados alguns ajustes no cálculo da área, o que resultou na modificação dos coeficientes c , a e d . Portanto, agora a área é calculada por:

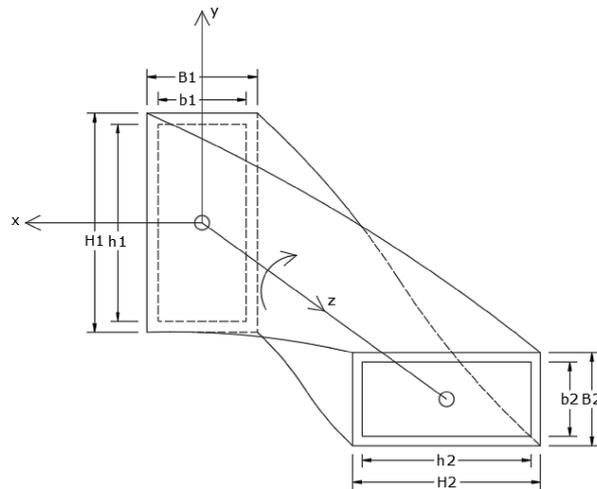
$$A(z) = B(z)H(z) - b(z)h(z) = \left\{ B_1 + (B_2 - B_1)\frac{z}{l} \right\} \left\{ H_1 + (H_2 - H_1)\frac{z}{l} \right\} - \left\{ b_1 + (b_2 - b_1)\frac{z}{l} \right\} \left\{ h_1 + (h_2 - h_1)\frac{z}{l} \right\} = c_1 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + c_2 \frac{z}{l} + c_3 \quad (4.3)$$

onde:

$$\begin{aligned} c_1 &= (B_2 - B_1)(H_2 - H_1) - (b_2 - b_1)(h_2 - h_1) \\ c_2 &= (B_1(H_2 - H_1) + H_1(B_2 - B_1)) - (b_1(h_2 - h_1) + h_1(b_2 - b_1)) \\ c_3 &= B_1H_1 - b_1h_1 \end{aligned} \quad (4.4)$$

sendo a base e altura externas da seção vazada no ponto 1 dada por B_1 , H_1 e internas b_1 , h_1 , já no ponto 2 dada por B_2 , H_2 e b_2 , h_2 (Figura 10). Os valores de $I_{x'x'}$ e $I_{y'y'}$ agora podem ser calculados conforme equações 4.5 e 4.7, onde $x'x'$ e $y'y'$ são os eixos inclinados em relação ao ângulo θ .

Figura 10 - Modelo de viga rotativa.



$$I_{x'x'}(z) = \frac{B(z)H(z)^3}{12} - \frac{b(z)h(z)^3}{12} = \frac{1}{12l^4} [a_1 z^4 + a_2 l z^3 + a_3 l^2 z^2 + a_4 l^3 z + a_5 l^4] \quad (4.5)$$

onde os coeficientes a agora são:

$$\begin{aligned} a_1 &= (B_2 - B_1)(H_2 - H_1)^3 - (b_2 - b_1)(h_2 - h_1)^3 \\ a_2 &= (B_1(H_2 - H_1)^3 + 3H_1(B_2 - B_1)(H_2 - H_1)^2) - (b_1(h_2 - h_1)^3 + 3h_1(b_2 - b_1)(h_2 - h_1)^2) \\ a_3 &= 3(B_1H_1(H_2 - H_1)^2 + H_1^2(B_2 - B_1)(H_2 - H_1)) - 3(b_1h_1(h_2 - h_1)^2 + h_1^2(b_2 - b_1)(h_2 - h_1)) \\ a_4 &= 3B_1H_1^2(H_2 - H_1) - 3b_1h_1^2(h_2 - h_1) + H_1^3(B_2 - B_1) - h_1^3(b_2 - b_1) \\ a_5 &= B_1H_1^3 - b_1h_1^3 \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$I_{y'y'}(z) = \frac{H(z)B(z)^3}{12} - \frac{h(z)b(z)^3}{12} = \frac{1}{12l^4} [d_1 z^4 + d_2 l z^3 + d_3 l^2 z^2 + d_4 l^3 z + d_5 l^4] \quad (4.7)$$

onde os coeficientes d agora são:

$$\begin{aligned} d_1 &= (H_2 - H_1)(B_2 - B_1)^3 - (h_2 - h_1)(b_2 - b_1)^3 \\ d_2 &= (H_1(B_2 - B_1)^3 + 3B_1(H_2 - H_1)(B_2 - B_1)^2) - (h_1(b_2 - b_1)^3 + 3b_1(h_2 - h_1)(b_2 - b_1)^2) \\ d_3 &= 3(H_1B_1(B_2 - B_1)^2 + B_1^2(H_2 - H_1)(B_2 - B_1)) - 3(h_1b_1(b_2 - b_1)^2 + b_1^2(h_2 - h_1)(b_2 - b_1)) \\ d_4 &= 3H_1B_1^2(B_2 - B_1) - 3h_1b_1^2(b_2 - b_1) + B_1^3(H_2 - H_1) - b_1^3(h_2 - h_1) \\ d_5 &= H_1B_1^3 - h_1b_1^3 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Essa modificação garante que, durante os cálculos das áreas e momentos de inércia de cada seção, a viga seja considerada uma do tipo caixão.

No código estrutural também foi incluído o cálculo do volume da viga, que, posteriormente, será utilizado na formulação do problema de otimização. Cada seção da viga formará um tronco de pirâmide vazado de base retangular, com isso calcula-se os volumes de cada parcela e soma-se ao final para se obter o volume total (Equação 4.9).

$$V_i = \frac{l}{3} \left\{ H_1 B_1 + H_2 B_2 + \sqrt{(H_1 B_1)(H_2 B_2)} \right\} - \frac{l}{3} \left\{ h_1 b_1 + h_2 b_2 + \sqrt{(h_1 b_1)(h_2 b_2)} \right\}$$

$$V = \sum_{i=1}^{20} V_i \quad (4.9)$$

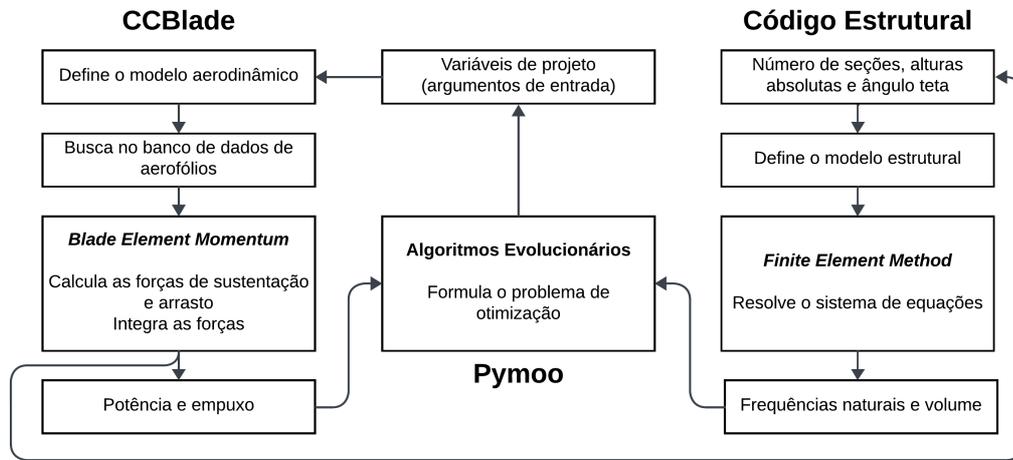
4.3 ACOPLAMENTO DOS MODELOS

Os modelos aerodinâmico e estrutural foram acoplados no otimizador Pymoo (código principal) através da formulação do problema de otimização, que será melhor explicado na Seção 5.2. A ferramenta CCBlade é escrita na linguagem de programação Julia, enquanto o Pymoo é desenvolvido em Python. Para existir uma comunicação entre os dois, o módulo “*Main*” do pacote “*julia*” foi importado no Python. Esse módulo permite a execução de comandos dentro do ambiente de execução padrão de Julia. O modelo estrutural, que inicialmente foi desenvolvido em MATLAB, foi reescrito como uma função em Python também para facilitar a comunicação e integração com o código principal.

As variáveis de projeto implementadas no código principal são passadas como argumentos para o CCBlade. Além do algoritmo fornecer a potência e o empuxo, ele retorna também o número de seções, as alturas absolutas dos aerofólios e o ângulo de torção. Esses dados são então utilizados como argumentos na função estrutural. O número de seções garante que a viga, no código estrutural, seja discretizada na mesma proporção que a pá no modelo aerodinâmico. As alturas absolutas fornecem as dimensões da longarina ao longo da pá, e o ângulo θ determina a torção da viga. Como resposta, o código estrutural retorna as quatro primeiras frequências naturais e o volume total da estrutura.

Para melhor compreensão da metodologia e acoplamento entre os modelos, todas as etapas descritas foram esquematizadas no fluxograma da Figura 11:

Figura 11 - Esquema de acoplamento entre o modelo aerodinâmico e estrutural.



5 VALIDAÇÕES DOS MODELOS E RESULTADOS

Esse capítulo é destinado a apresentar de forma sintetizada os resultados encontrados ao longo da pesquisa. Aqui são discutidos desde os resultados obtidos no processo de validação dos modelos aos obtidos na otimização da pá.

5.1 VALIDAÇÕES

Como forma de validar as simulações realizadas nas ferramentas adotadas pelo trabalho, nessa seção serão comparados os resultados obtidos no CCBlade aos valores documentados pela NREL da turbina de estudo.

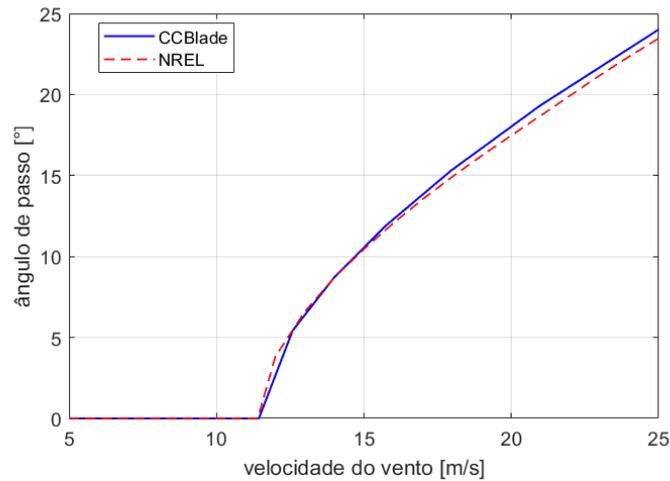
5.1.1 Código aerodinâmico

Quando a velocidade do vento excede a nominal em turbinas eólicas, um sistema de controle ajusta o ângulo de passo das pás para limitar sua potência aerodinâmica. Samani et al. [72], sugere que um aumento adicional no ângulo de ataque das pás resulta em uma significativa redução na sustentação, pois inclinar o bordo de ataque das pás contra o vento desencadeia o processo aerodinâmico conhecido como estolamento, reduzindo assim as forças aerodinâmicas. Sabendo disso, para simular a turbina da NREL de 5MW no CCBlade, inicialmente, foi necessário prescrever a velocidade rotacional (Ω) e variar a velocidade do vento. Implementou-se então um código simples que regula a potência aerodinâmica (P) através do torque (Q), dada por:

$$P = Q\Omega \quad (5.1)$$

Assim, quando a velocidade do vento atinge o valor nominal (11,4m/s) na simulação, o ângulo de ataque das pás é ajustado conforme avalia o torque. Na Figura 12 é possível comparar o ajuste de passo implementado com o documentado e adotado pela NREL.

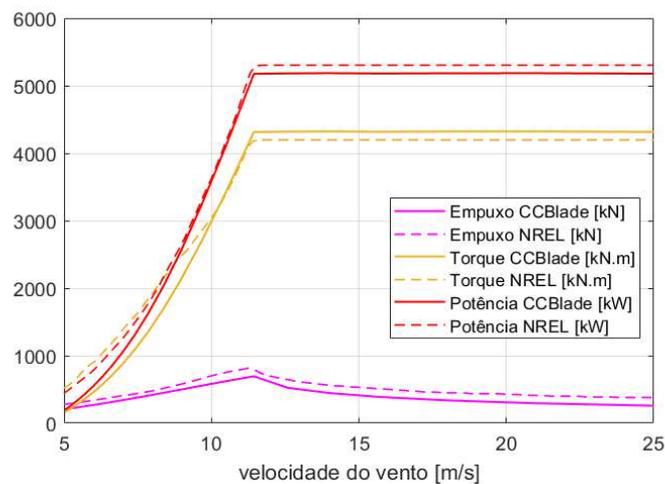
Figura 12 - Ajuste do ângulo de passo pela variação do vento.



Definido o ângulo de passo, é possível calcular os valores de torque, potência e empuxo pela abordagem BEM da ferramenta CCBlade, explicada anteriormente na seção 3.2. Na Figura 13 é possível verificar as respostas aerodinâmicas obtidas pelo CCBlade e pela NREL.

Conforme documentado pela NREL [2], as respostas de estado estacionário foram obtidas por meio de várias simulações realizadas na ferramenta FAST com AeroDyn. Diversas velocidades de vento constante e uniforme foram testadas, garantindo-se que os comprimentos das simulações fossem suficientemente longos para eliminar qualquer comportamento transitório. Os valores de saída foram adquiridos executando as simulações usando o modelo BEM do AeroDyn, com todos os graus de liberdade terrestres relevantes ativados.

Figura 13 - Validação das respostas aerodinâmicas.



Apesar da pequena diferença, é nítido que o comportamento gráfico das respostas aerodinâmicas obtidas pelo CCBlade se apresentam como o esperado. Em ambos os métodos, por consequência do ajuste de passo, os diagramas se estabilizam em determinado ponto, com exceção do empuxo (Figura 13). Conforme Samani et al. [72], esta resposta de pico do empuxo é típica em turbinas eólicas de gerador com velocidade variável e pás com controle de passo. Para uma análise mais detalhada, calculou-se o erro percentual absoluto ponderado (*Weighted Absolute Percentage Error* - WAPE) de cada gráfico pela Equação 5.2. Onde y_t são as respostas esperadas em termos de empuxo, torque e potência (resultados da referência [2]) e \hat{y}_t é a resposta obtida pelo CCBlade. Os resultados são apresentados na Tabela 10:

$$WAPE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_t - \hat{y}_t|}{\sum_{i=1}^n |y_t|} \quad (5.2)$$

	Empuxo	Torque	Potência
WAPE	18,40%	13,24%	6,13%

Tabela 10 – Erro percentual absoluto ponderado das respostas aerodinâmicas.

Vale mencionar que os resultados aerodinâmicos documentados pela NREL [2] são representados apenas graficamente, portanto, para obtenção dos dados numéricos recorreu-se a ferramenta *WebPlotDigitizer* (versão 4.7). Uma plataforma aberta desenvolvida por Rohatgi [73] que integra métodos de aprendizado de máquina multimodal, algoritmos tradicionais de visão computacional e ferramentas manuais em uma interface de usuário intuitiva e de fácil utilização. Os dados obtidos pela ferramenta terão um certo grau de incerteza, o que já introduz um erro se compará-los com as respostas obtidas pelo método adotado no trabalho. Além disso, as particularidades do CCBlade descrita na Subseção 3.2.2 também implicam numa diferença entre as respostas.

5.1.2 Código estrutural

Para validar os valores das frequências naturais obtidas no código estrutural, criou-se uma viga teste baseada no modelo da NREL de 5MW e conforme geometria descrita na Subseção 4.2.2, dentro das limitações impostas pelo modelo estrutural, buscou-se respeitar as proporções originais da pá de referência. Similarmente, um modelo 3D de viga engastada livre (Figura 14) foi modelado no módulo estrutural de análise modal do *Mechanical/Ansys*, através da ferramenta ANSYS (versão de estudante). A malha gerada pelo *software* para obtenção dos resultados possui 33.607 nós e 16.777 elementos.

Assim como no modelo da NREL, a viga teste avaliada possui uma base de 0,6 metros fixo ao longo da pá, um fator de conicidade de 16,7437 na sua altura e uma torção de 13,3° na sua extensão (Figura 15). Além disso, um material equivalente é gerado ao ponderar as propriedades dos materiais compósitos que constituem a pá da NREL,

assumindo-o como um novo material homogêneo. Este novo material é então vinculado à viga equivalente, conforme descrito na Subseção 4.2.1.

A viga foi simulada em seu estado estacionário (sem rotação), considerando que os modelos de pás aqui estudados possuem grandes comprimentos e baixa velocidade de rotação, afetando minimamente as frequências obtidas. Apesar disso, vale destacar que no código utilizado é contemplado a influência da velocidade rotacional, tendo em vista que existem modelos de turbinas menores e com velocidades de operação maiores.

Na documentação da NREL [2], as frequências naturais da turbina eólica *offshore* foram obtidas com a ferramenta FAST e com o ADAMS. No FAST o cálculo das frequências naturais são realizados via avaliação dos autovalores da matriz de estado de primeira ordem, criada a partir de uma análise de linearização. Já no ADAMS é acionado um comando que lineariza todo o modelo e calcula os dados dos autovalores. As pás foram ajustadas para seu ponto mínimo (0°) e o amortecimento aerodinâmico foi ignorado.

Figura 14 - Viga de teste baseado na NREL - ANSYS.

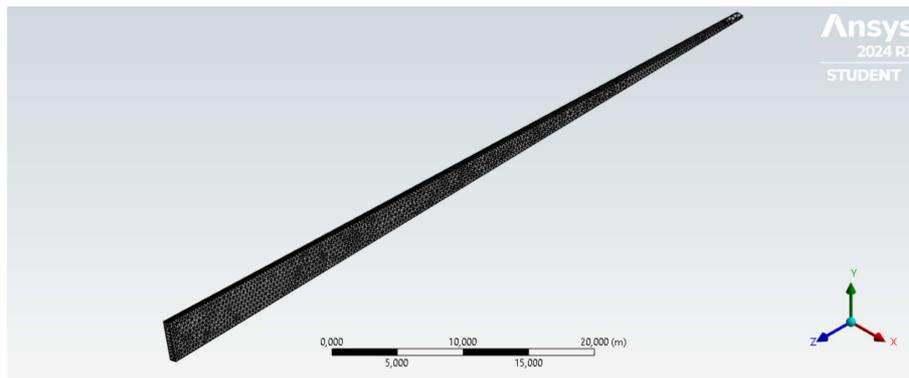
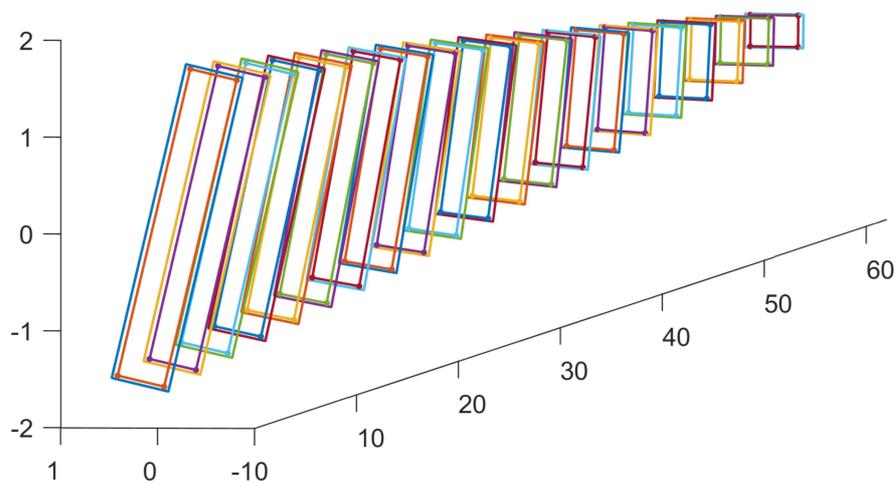


Figura 15 - Viga de teste baseado na NREL - Código Estrutural (m).



Na Tabela 11 estão os resultados obtidos pelo ANSYS comparados ao código estrutural e seus respectivos erros em porcentagem:

Modo de Vibração	ANSYS [Hz]	Código Estrutural [Hz]	Erro [%]
1° Edge	0,35927	0,4219	17,74
1° Flap	1,0765	1,0543	2,06
2° Edge	1,5643	1,7354	10,94

Tabela 11 – Validação entre as frequências obtidas pelo ANSYS e o Código Estrutural.

A principal causa dos erros identificados entre os resultados da Tabela 11 se deve à diferença de análise entre os dois modelos, enquanto a ferramenta ANSYS é mais robusta e analisa a parte estrutural através de um modelo 3D via FEM, no código estrutural é adotado um modelo simplificado de elementos de viga equivalente. Sugere-se também que a proximidade entre os valores de frequências do modo *flapwise* na Tabela 11 se deve ao fato das longarinas serem elementos estruturais com a principal função de melhorar a rigidez do *flap*, portanto, quando há a vibração no modo em questão, espera-se que o comportamento da viga se alinhe com as expectativas enquanto no modo edge haja uma discrepância maior.

Conforme tabelado por Jonkman [2], entende-se que as frequências naturais da pá documentadas pela NREL (Tabela 12) não podem ser comparadas às obtidas pelo modelo aqui estudado, visto que as três primeiras frequências naturais, consecutivamente, se diferem no modo de vibração. A distinção está associada a simplificação da geometria da pá, sendo esta, uma das limitações do modelo proposto.

Modo de Vibração	FAST [Hz]	ADAMS [Hz]
1° Flap	0,6664	0,6296
1° Edge	1,0793	1,0740
2° Flap	1,9337	1,6507

Tabela 12 – Frequências naturais de vibração da pá de 5MW-NREL.

5.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Esta Seção apresenta a formulação dos problemas de otimização multiobjetivo. Definem-se aqui as funções objetivo, restrições e variáveis de projeto.

Neste trabalho, foram elaborados três problemas de otimização multiobjetivo (ou *multi-objective optimization problem* - MOOP), onde o sinal negativo indica a necessidade de maximizar a função. Cada um dos problemas de otimização possui suas próprias características e restrições, podendo elas serem expressas por inequações e equações, como mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} \text{MOOP1} \quad & \min f(-P, T) \\ g(x) : & 1^\circ \text{ Frequência Natural} \geq 1\text{Hz} \end{aligned} \tag{5.3}$$

$$\begin{aligned} \text{MOOP2} \quad & \min f(-P, T) \\ g(x) : & 1^\circ \text{ Frequência Natural} \geq 1\text{Hz} \\ h(x) : & \text{Campbell}_1 = 1 \\ & \text{Campbell}_2 = 1 \\ & \text{Campbell}_3 = 1 \\ & \text{Campbell}_4 = 1 \end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned} \text{MOOP3} \quad & \min f(-P, T, V) \\ g(x) : & 1^\circ \text{ Frequência Natural} \geq 1\text{Hz} \\ h(x) : & \text{Campbell}_1 = 1 \\ & \text{Campbell}_2 = 1 \\ & \text{Campbell}_3 = 1 \\ & \text{Campbell}_4 = 1 \end{aligned} \tag{5.5}$$

onde P é a potência, T o empuxo e V o volume da pá eólica. A principal diferença entre as formulações 5.3 e 5.4 são as suas respectivas restrições, que serão melhor explicadas adiante.

Maximizar a potência e minimizar o empuxo são objetivos conflitantes na otimização do rotor de uma turbina eólica de eixo horizontal. A potência gerada por uma turbina eólica é proporcional ao cubo da velocidade do vento e depende do diâmetro do rotor e da eficiência aerodinâmica das pás. Para maximizar a potência, é necessário capturar a maior quantidade possível de energia do vento, o que geralmente implica em aumentar o tamanho das pás do rotor e otimizar seu perfil aerodinâmico para maximizar a eficiência de conversão de energia. Por outro lado, o empuxo é a força horizontal exercida pelo vento sobre a turbina, que tende a incliná-la ou a movê-la. Reduzir o empuxo é fundamental para minimizar o desgaste estrutural e prolongar a vida útil da turbina. Além disso, essa redução pode diminuir os requisitos estruturais, tornando a solução mais econômica. No entanto, para minimizar o empuxo, pode ser necessário reduzir o tamanho das pás ou ajustar o ângulo de ataque, o que pode também reduzir a quantidade de energia capturada devido à diminuição da resistência ao vento.

Ao incluir a minimização do volume como um terceiro objetivo, espera-se que surja também um conflito adicional com a potência. A redução do volume está diretamente relacionada à diminuição da massa, pás mais leves reduzem a carga no eixo e nos componentes

estruturais da turbina. Isso pode melhorar a eficiência geral, pois menos energia é gasta para movimentar as pás e mais energia é convertida em eletricidade. Além disso, como as forças aerodinâmicas são proporcionais à área da superfície, ao propor a minimização do volume das pás pretende-se com isso, diminuir a área de influência do vento.

Como resultado, ao tentar maximizar a potência, há uma tendência de aumentar o empuxo devido ao aumento do tamanho das pás e à maior captação de energia do vento. Por outro lado, ao tentar minimizar o empuxo, a captação de energia é reduzida, diminuindo a potência gerada. Portanto, encontrar um equilíbrio entre esses objetivos é um desafio comum na otimização de turbinas eólicas.

Restringir a primeira frequência natural de vibração acima de 1Hz é uma ótima maneira de se obter uma pá estruturalmente estável, visto que isso ajudará a frequência a se distanciar do espectro energético do vento. Segundo Jureczko [7], tal abordagem mitiga a ocorrência de efeitos aeroelásticos que podem causar danos a estrutura da pá eólica.

As restrições de Campbell em 5.4 e 5.5 se tratam de um algoritmo desenvolvido no trabalho para analisar as quatro primeiras frequências naturais, utilizando o conceito aerodinâmico conhecido como diagrama de Campbell. Conforme Parreiras e Vasconcelos [74], tal diagrama é uma ferramenta aerodinâmica onde são mostradas as curvas de frequência natural em relação à velocidade de rotação da turbina, permitindo estimar as velocidades rotacionais críticas da pá. Essas velocidades rotacionais críticas são aquelas nas quais ocorrem ressonância entre a frequência de operação e uma de suas frequências naturais. A ressonância é uma condição em que pode gerar tensões suficientemente altas e levar as pás da turbina à falha por fadiga. Nesse mesmo sentido, criou-se o Algoritmo 1 para avaliar os pontos críticos, ou seja, todo aquele em que a diferença entre a frequência natural e a frequência de operação seja inferior a 2%. O código retornará “0” ou “1” em caso de existir ou não existir um impeditivo.

Seja $Freq$ a frequência natural a ser avaliada, Ω a rotação de operação, dada em rpm, e \mathbf{v} o vetor com os múltiplos de Ω , em Hertz, então as restrições de Cambell são analisadas pelo Algoritmo 1:

5.2.1 Variáveis de projeto

Algumas exigências devem ser levadas em consideração ao determinar os limites inferiores e superiores das variáveis de projeto. Por exemplo, a altura do cubo e o diâmetro do rotor não podem ser aumentados além de um determinado tamanho devido a problemas estruturais e limitação técnica relacionada à instalação e restrições de estabilidade do material, assim como citado por Resor [3].

Algorithm 1 Verificação da restrição de Campbell

```

1: Inicialização:
2: restrição  $\leftarrow$  1
3: Definição da Equação:
4:  $\mathbf{v}[i] = \left(\frac{\Omega}{60}\right) \cdot i$  para  $i = 0, 1, 2, \dots, 100$ 
5: Verificação de Condições:
6: if  $Freq$  é indefinida ou  $Freq = 0$  then
7:   restrição  $\leftarrow$  0
8: else
9:   for  $i \leftarrow 0$  to 100 do
10:    if  $|Freq - \mathbf{v}[i]| \leq 0,02 \cdot \mathbf{v}[i]$  then
11:     restrição  $\leftarrow$  0
12:     break
13:    end if
14:   end for
15: end if
16: Retorno:
17: return restrição

```

Levando em consideração a complexidade da estrutura da pá, para os atuais problemas de otimização foram atribuídas 16 variáveis discretas de projeto. O vetor pode ser representado da seguinte forma:

$$\mathbf{x} = [x_i]^T, i = 1, 2, 3, \dots, 16 \quad (5.6)$$

As variáveis são os principais argumentos de entrada do programa CCBlade. Na Equação 5.6, x_1 é o diâmetro do cubo, x_2 a x_6 são os coeficientes de Bézier (Eq. 4.1), x_7 é o diâmetro do rotor, x_8 , x_9 e x_{10} , respectivamente, os ângulos de pré-cone, *yaw* e azimute, x_{11} velocidade rotacional, x_{12} a x_{15} a identificação dos aerofólios no banco de dados e x_{16} o número de pás. Com excessão das cinco últimas variáveis, que são números inteiros, as demais são do tipo flutuante (número real com uma parte decimal de precisão dupla). É importante destacar que os limites estabelecidos foram fundamentados nas características da turbina eólica da NREL, a qual cumpre com os critérios básicos de projeto definidos pelas normas da IEC. As variáveis com seus limites inferiores e superiores podem ser observadas na Tabela 13:

5.2.2 Características gerais de simulação

Como já descritos em **3.3.2**, cinco algoritmos foram definidos para executar os problemas de otimização: NSGA-II, AGE-MOEA, AGE-MOEA2, UNSGA-III e RVEA. No Pymoo é possível a customização dos parâmetros de simulação de cada um desses algoritmos, no entanto, com excessão da escolha do número de indivíduos e quantidade de interações, considerou-se os parâmetros padrões pré-estabelecidos pelo código (Tabela 14).

X	Variáveis	Inferior	Superior	Tipo
x_1	cubo [-]	0,01	0,02	flutuante
x_2	y_1 [-]	0,03	0,08	flutuante
x_3	y_2 [-]	0,06	0,09	flutuante
x_4	y_3 [-]	0,04	0,08	flutuante
x_5	y_4 [-]	0,03	0,06	flutuante
x_6	y_5 [-]	0,01	0,05	flutuante
x_7	rotor [m]	100,0	160,0	flutuante
x_8	pré-cone [°]	0,0	5,0	flutuante
x_9	<i>yaw</i> [°]	0,0	5,0	flutuante
x_{10}	azimute [°]	0,0	360,0	flutuante
x_{11}	rpm [1/min]	10,0	20,0	flutuante
x_{12}	aerofólio ₁ [-]	1	1.364	inteiro
x_{13}	aerofólio ₂ [-]	1	1.364	inteiro
x_{14}	aerofólio ₃ [-]	1	1.364	inteiro
x_{15}	aerofólio ₄ [-]	1	1.364	inteiro
x_{16}	pás [-]	2	3	inteiro

Tabela 13 – Variáveis de projeto.

	NSGA-II	AGE-MOEA	AGE-MOEA2	UNSGA-III	RVEA
Seleção	Torneio	Torneio	Torneio	Torneio	Aleatório
Fração de cruzamento	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0
Mutação	Polinomial	Polinomial	Polinomial	Polinomial	Polinomial
Chances de mutação	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
Eliminar duplicatas	Verdadeiro	Verdadeiro	Verdadeiro	Verdadeiro	Verdadeiro

Tabela 14 – Parâmetros gerais de cada algoritmo genético para simulação dos problemas.

Foram realizadas três execuções independentes, uma para cada problema de otimização proposto.

5.3 RESULTADOS DOS MOOPs

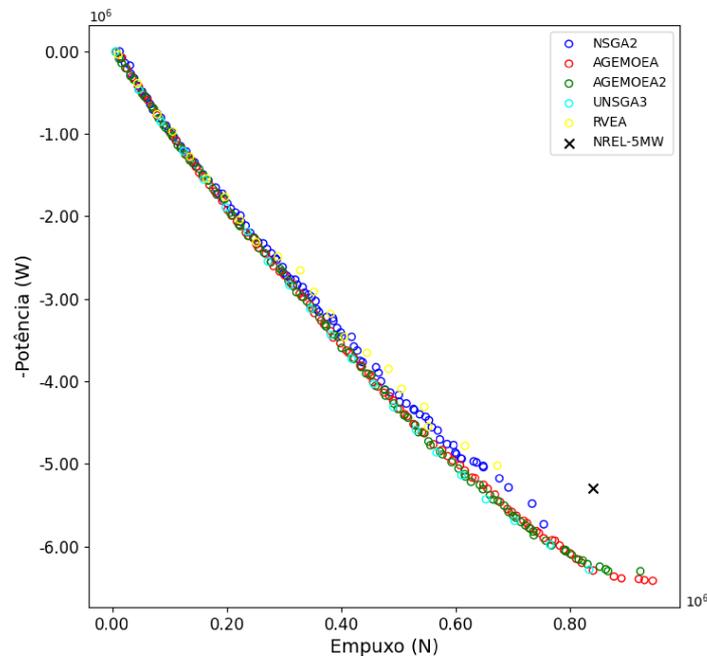
Nesta Seção são apresentados os resultados do processo de otimização e suas análises. Apresentam-se, ainda, uma avaliação dos algoritmos de otimização para a solução dos problemas propostos.

5.3.1 Resultados do MOOP1

No primeiro problema simulado desconsiderou-se a variação da velocidade rotacional, mantendo-a constante e igual a 12,1 rpm. A velocidade nominal do vento foi de 11,4 m/s. A simulação dos cinco algoritmos exigiu um custo computacional total de aproximadamente seis horas. Realizou-se a otimização com 100 indivíduos e 100 interações. Os resultados obtidos estão graficamente representados na Figura 16. O desempenho da turbina padrão NREL 5MW é também adicionado ao gráfico.

Como observado na Figura 16, os algoritmos AGE-MOEA, AGE-MOEA2 e UNSGA-III produziram modelos de pás que superaram os valores de referência da NREL considerando os objetivos propostos no MOOP1, enquanto os algoritmos NSGA-II e RVEA cobriram uma região menor do espaço dos objetivo. Nota-se, ainda, que os objetivos do problema (maximizar a potência e minimizar o empuxo) são conflitantes, o que justifica a análise multiobjetivo empregada na pesquisa.

Figura 16 - Resultados do MOOP1.



Recorreu-se ao tomador de decisão MCDM (*Multi-Criteria Decision Making*) [75] que auxilia na escolha de uma solução por meio de pesos relativos atribuídos a cada função objetivo. Foram considerados três conjuntos de pesos para potência e empuxo: P1 (30% e 70%); P2 (50% e 50%); P3 (70% e 30%). Esses três cenários visam ponderar a contribuição de cada objetivo na análise. No cenário P1 prioriza-se a minimização do empuxo, ao passo que no cenário P3 prioriza-se a maximização da potência. No cenário P2 há um equilíbrio entre os dois objetivos. A frente de Pareto e os resultados obtidos pelo MCDM estão apresentados na Figura 17. Vale destacar que o tomador de decisão selecionou dois pontos para o conjunto de pesos 50% e 50% (Figura 18). Isso sugere que as duas soluções são igualmente boas e a escolha entre elas pode depender de outros critérios, não diretamente ponderados pelos pesos atuais.

Figura 17 - Frente de Pareto MOOP1.

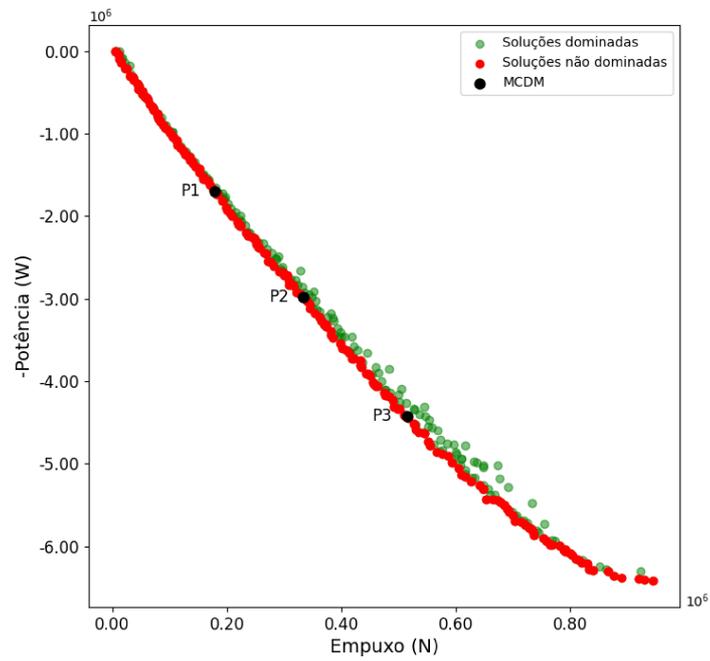
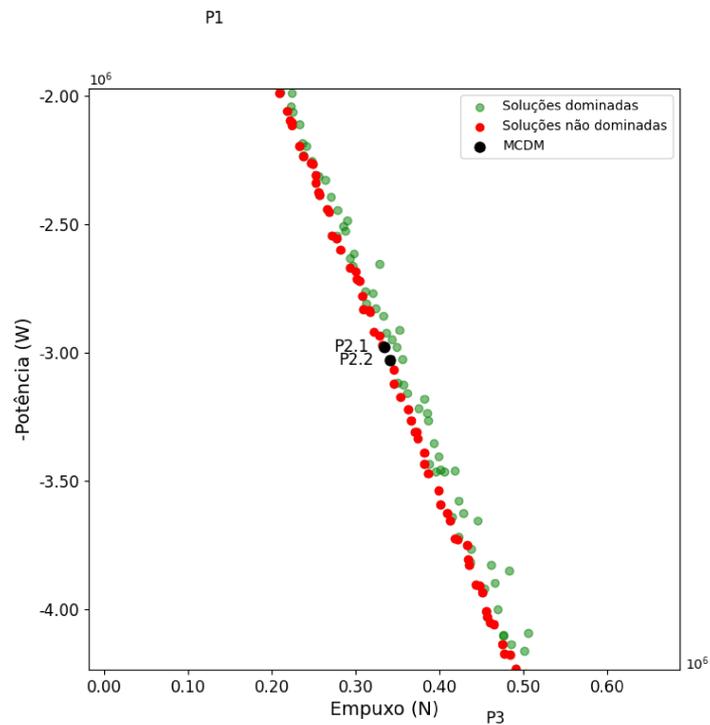


Figura 18 - Frente de Pareto MOOP1 (MCDM: P2).



Para melhor explorar os resultados, foram extraídas as características das pás

otimizadas associadas aos pontos selecionados pelo MCDM (Tabelas 15 e 16). Nota-se que em uma solução (P2.1), o algoritmo escolheu um diâmetro menor e 3 pás, já na outra opção (P2.2), ele escolheu um diâmetro maior e 2 pás. Extraíu-se também os nomes dos aerofólios atribuídos a cada ponto (Tabela 17), sendo a raiz da pá composta por aerofólios cilíndricos para melhor reproduzir as geometrias convencionais, como descrito na Seção 4.1.1.

Pontos MCDM	Potência [MW]	Empuxo [kN]
P1: 30% e 70%	1,698	179,354
P2.1: 50% e 50%	2,979	333,780
P2.2: 50% e 50%	3,029	339,967
P3: 70% e 30%	4,424	514,328

Tabela 15 – Pontos selecionados pelo tomador de decisão MCDM - MOOP1.

MCDM	Pré-cone [°]	Yaw [°]	Azimute [°]	Rotor [m]	Cubo [m]	Nº de pás
P1	4,6	4,7	4,3	124,1	0,8	2
P2.1	4,9	4,5	4,3	130,3	1,2	3
P2.2	0,9	4,9	3,4	155,2	0,9	2
P3	0,7	4,9	1,6	159,5	1,0	2

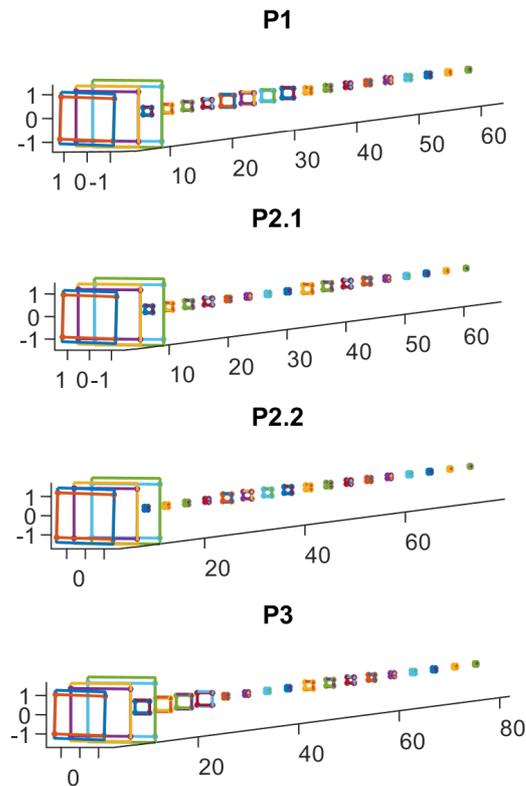
Tabela 16 – Características do rotor associadas aos pontos de MCDM - MOOP1.

MCDM	aerofólio ₂	aerofólio ₃	aerofólio ₄	aerofólio ₅
P1	MH8213.31%	FX 61-184 AIRFOIL	FX 63-110 AIRFOIL	EPPLER 562 AIRFOIL
P2.1	LOCKHEED C-5ABL 1256 AIRFOIL	E61 (5.64%)	EPPLER 694 AIRFOIL	FX 63-100 AIRFOIL
P2.1	GOE 121 (MVAH.1) AIRFOIL	GOE 611 AIRFOIL	EPPLER 66 AIRFOIL	MH1179.8%
P3	GOE 770 AIRFOIL	E61 (5.64%)	EPPLER 668 AIRFOIL	FX 63-100 AIRFOIL

Tabela 17 – Aerofólios associados aos pontos de MCDM - MOOP1.

Como observado na Tabela 15, quando o peso do MCDM se concentra na potência, o diâmetro do rotor tende a ser o maior dentre as alternativas. Em contraste, quando a prioridade é dada ao empuxo, o diâmetro do rotor tende a ser o menor. Na Tabela 16, observa-se que na maioria dos casos o tomador de decisão optou por turbinas de duas pás, uma escolha contraintuitiva, considerando que muitos projetos, como a turbina padrão da NREL, utilizam turbinas de três pás.

Figura 19 - Seções das longarinas ao longo da pá (m): MOOP1.



Na Figura 19 é mostrada a seção transversal das longarinas ao longo do raio da pá para cada ponto selecionado pelo tomador de decisão. Inicialmente, observa-se que as três primeiras seções (onde se encontram os aerofólios cilíndricos) são relativamente grandes se comparadas as demais, além disso, nota-se que as seções são predominantemente retangulares. As respostas complementares aos resultados do MOOP1 são apresentados no Apêndice A.

5.3.2 Resultados do MOOP2

No segundo problema simulado foram consideradas todas as variáveis de projeto mencionadas na Tabela 13. A simulação dos cinco algoritmos exigiu um custo computacional de aproximadamente 12 horas. Realizou-se a otimização com 150 indivíduos e 150 iterações. Os resultados obtidos estão graficamente representados na Figura 20.

No gráfico da Figura 20, com exceção do NSGA II, os demais algoritmos produziram configurações de pás mais eficientes que o modelo de base da NREL, no entanto, os algoritmos AGE-MOEA, AGE-MOEA2 e UNSGA-III obtiveram valores mais consistentes

no que se refere a soluções não dominadas (Figura 21).

Como no primeiro caso, na escolha de uma solução via MCDM, buscou-se analisar o comportamento das soluções extraídas contrabalanceando os pesos, assim, foram atribuídas as mesmas ponderações a potência e ao empuxo: P1 (30% e 70%); P2 (50% e 50%); P3 (70% e 30%). A frente de Pareto e os resultados obtidos pelo MCDM estão apresentados na Figura 21.

Para melhor explorar os resultados, assim como no caso anterior, extraiu-se as características e os aerofólios das pás otimizadas associadas aos pontos selecionados pelo MCDM, conforme mostrado nas Tabelas 20 e 21. Vale ressaltar que as soluções obtidas para este problema se diferem do MOOP1 principalmente devido às restrições impostas sobre as frequências naturais. Destaca-se também o comportamento gráfico das soluções no espaço objetivo (Figura 20), enquanto no primeiro problema (Figura 16) as soluções formaram uma frente de Pareto bem definida, no segundo observa-se uma pequena dispersão. Para efeitos de comparação, a Tabela 19 apresenta as três frequências naturais em relação à frequência de operação, assegurando a conformidade com as restrições estabelecidas.

Figura 20 - Resultados do MOOP2.

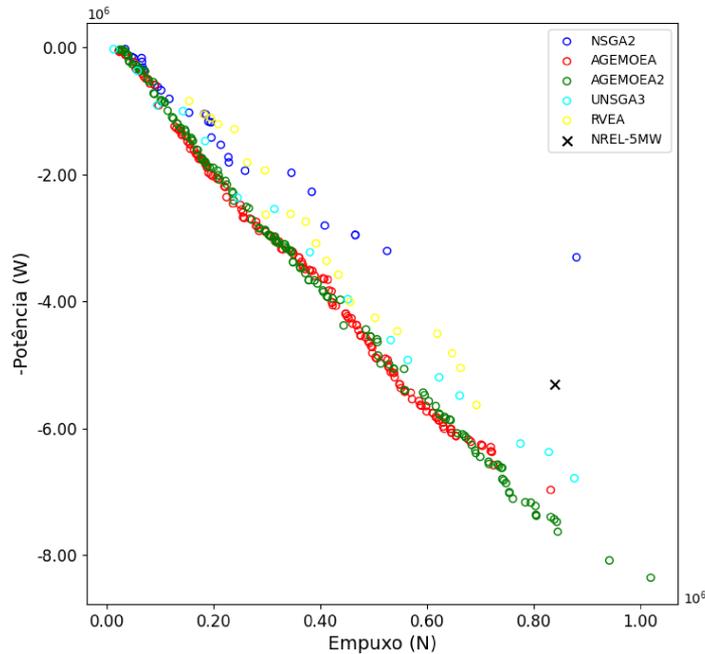
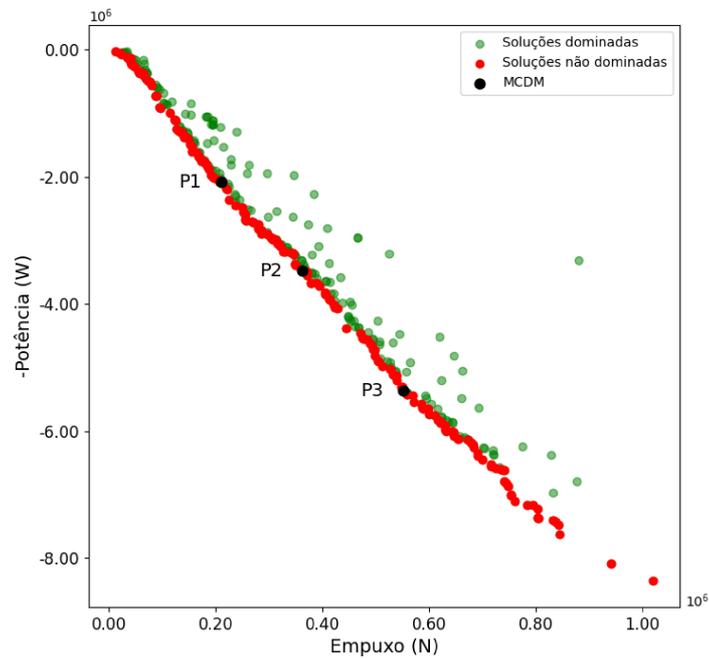


Figura 21 - Frente de Pareto MOOP2.



Pontos MCDM	Potência [MW]	Empuxo [kN]
P1: 30% e 70%	2,078	210,923
P2: 50% e 50%	3,475	362,709
P3: 70% e 30%	5,366	551,321

Tabela 18 – Pontos selecionados pelo tomador de decisão MCDM - MOOP2.

MCDM	1° Frequência Natural [Hz]	2° Frequência Natural [Hz]	3° Frequência Natural [Hz]	Frequência de Operação [Hz]
P1	2,6614	2,6614	2,9561	0,3325
P2	1,6508	3,7227	4,4659	0,3274
P3	1,6190	4,1030	4,2316	0,3074

Tabela 19 – Frequências naturais e de operação - MOOP2.

MCDM	Pré-cone [°]	Yaw [°]	Azimute [°]	Rotor [m]	Cubo [m]	N° de pás
P1	0,7	2,1	8,3	110,0	0,8	3
P2	0,7	4,8	16,7	111,8	1,0	2
P3	0,8	4,6	346,3	137,3	1,3	2

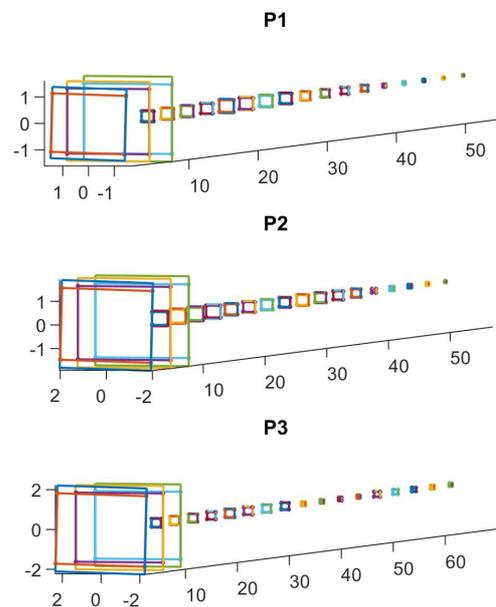
Tabela 20 – Características do rotor associadas aos pontos de MCDM - MOOP2.

MCDM	aerofólio ₂	aerofólio ₃	aerofólio ₄	aerofólio ₅
P1	EPPLER 343 AIRFOIL	EPPLER 543 AIRFOIL	NACA 66(2)-215	GOE 458 AIRFOIL
P2	EPPLER 554 AIRFOIL	EPPLER 694 AIRFOIL	EPPLER 551 AIRFOIL	NASA SC(2)-0710 AIRFOIL
P3	FX 79-L-120	EPPLER 434 AIRFOIL	GOE 437 AIRFOIL	GRUMMANK-3 AIRFOILL

Tabela 21 – Aerofólios associados aos pontos de MCDM - MOOP2.

Como analisado na subseção anterior e apresentado nas Tabelas 18 e 20, quando o tomador de decisão prioriza a potência, o diâmetro do rotor tende a aumentar, já quando prioriza o empuxo, o diâmetro tende a diminuir. Observou-se também o mesmo padrão de escolha pelo MCDM ao se selecionar turbinas com duas pás (Tabela 20).

Figura 22 - Seções das longarinas ao longo da pá (m): MOOP2.



Uma análise adicional pode ser realizada com base na Figura 22, que mostra a seção transversal das longarinas ao longo do raio da pá selecionada pelo tomador de decisão. Observa-se que as seções são predominantemente retangulares, quase quadradas, o que justifica as respostas de frequências iguais encontradas em P1 (Tabela 19).

Adicionalmente, no Apêndice A são apresentadas informações complementares sobre os pontos de Bézier e as propriedades geométricas encontradas para cada solução.

5.3.3 Resultados do MOOP3

No terceiro problema simulado, assim como no segundo, foram consideradas todas as variáveis de projeto. A simulação dos cinco algoritmos exigiu um custo computacional total de aproximadamente 26 horas. Realizou-se a otimização com 150 indivíduos e 150

interações. Os resultados obtidos estão graficamente representados na Figura 23. Além do gráfico em 3D, apresentam-se, também, suas representações bidimensionais para melhor avaliá-los (Figuras 25, 26 e 27).

Pode-se observar na Figura 23, e nos demais casos anteriores, se levado em conta as funções objetivos propostas no MOOP3, foram encontradas soluções de pás com configurações interessantes quando comparadas ao modelo de referência da NREL.

Na escolha de uma solução ideal via MCDM, foram considerados os seguintes conjuntos de pesos para potência, empuxo e volume: P1 (70%, 15% e 15%); P2 (15%, 70% e 15%); P3 (15%, 15% e 70%). A frente de Pareto se encontra na Figura 24 e as características extraídas pelo MCDM estão representadas nas Tabelas 23 a 24.

Figura 23 - Resultados do MOOP3.

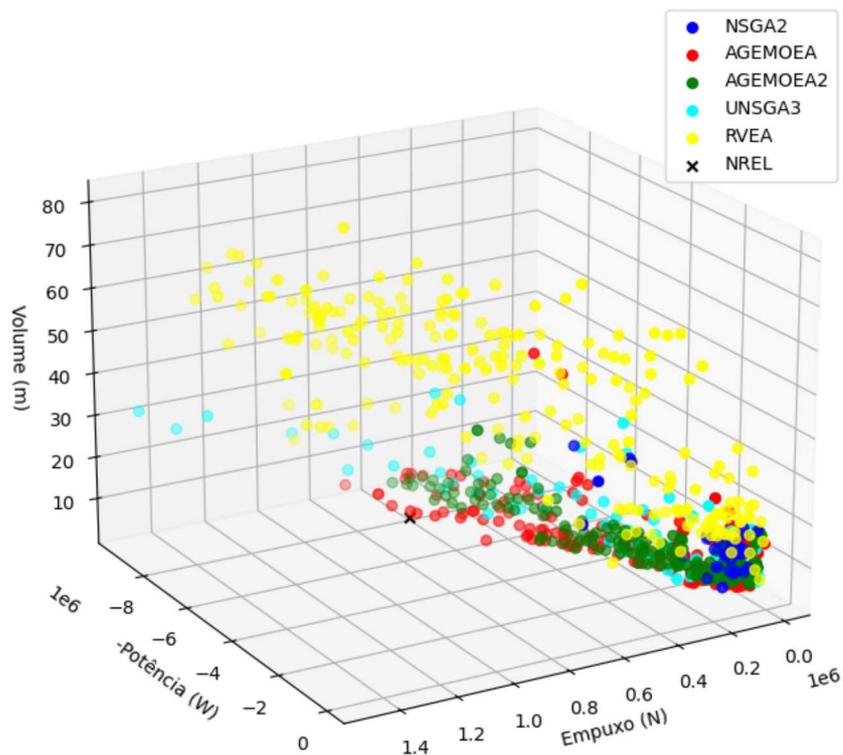


Figura 24 - Frente de Pareto MOOP3.

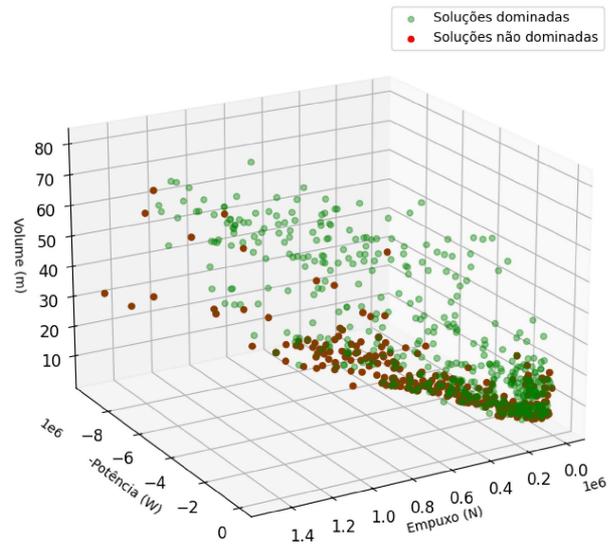


Figura 25 - Resultados do MOOP3: Empuxo x Potência.

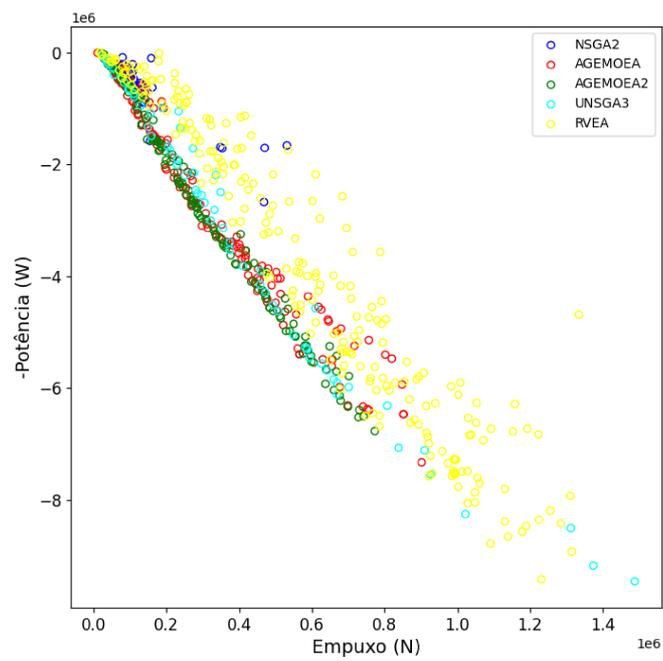


Figura 26 - Resultados do MOOP3: Empuxo x Volume.

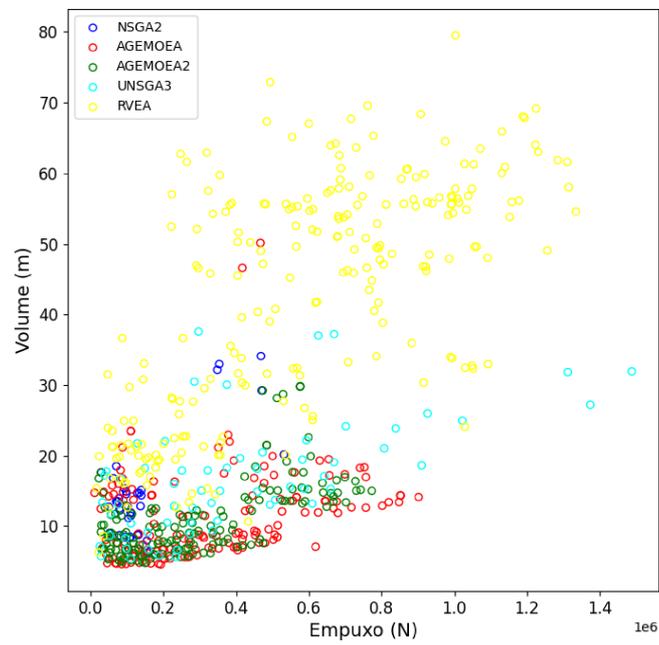


Figura 27 - Resultados do MOOP3: Potência x Volume.

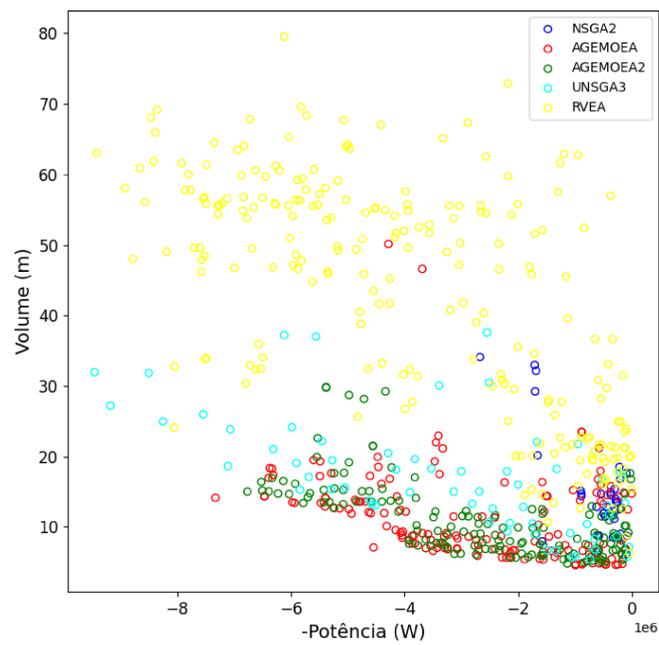
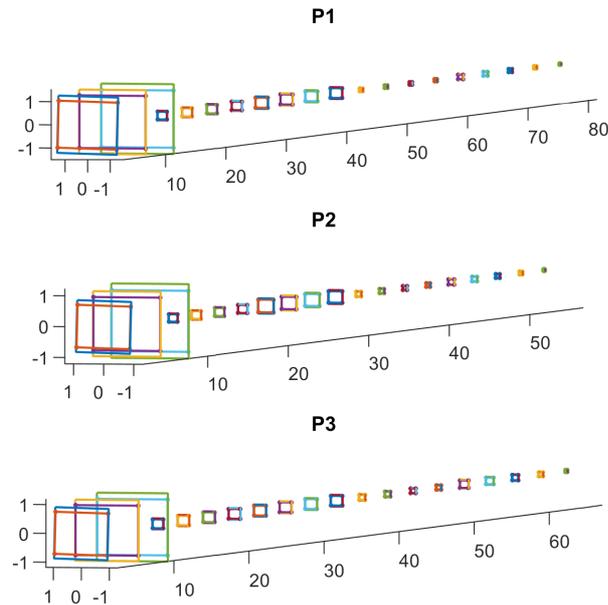


Figura 28 - Seções das longarinas ao longo da pá (m): MOOP3.



Pontos MCDM	Potência [MW]	Empuxo [kN]	Volume [m ³]
P1: 70%, 15% e 15%	5,922	637,353	16,124
P2: 15%, 70% e 15%	0,765	92,369	7,372
P3: 15%, 15% e 70%	3,093	297,798	8,781

Tabela 22 – Pontos selecionados pelo tomador de decisão MCDM - MOOP3.

Para efeitos de comparação, na Tabela 23 se encontram as três frequências naturais em relação à frequência de operação:

MCDM	1° Frequência Natural [Hz]	2° Frequência Natural [Hz]	3° Frequência Natural [Hz]	Frequência de Operação [Hz]
P1	1,2575	1,2575	1,7475	0,3004
P2	1,9280	2,2100	3,0841	0,2949
P3	1,1170	1,3011	1,4024	0,3055

Tabela 23 – Frequências naturais e de operação - MOOP3.

MCDM	Pré-cone [°]	Yaw [°]	Azimute [°]	Rotor [m]	Cubo [m]	N° de pás
P1	0,9	2,8	348,1	143,2	1,3	2
P2	0,7	3,4	351,0	107,1	0,6	2
P3	0,7	4,3	346,3	123,5	1,1	2

Tabela 24 – Características do rotor associadas aos pontos de MCDM - MOOP3.

Os nomes dos aerofólios atribuídos a cada ponto do MCDM estão na Tabela 25:

MCDM	aerofólio ₂	aerofólio ₃	aerofólio ₄	aerofólio ₅
P1	Apex16 (XFOIL date 021206)	EPPLER 678 AIRFOIL	GOE 396 AIRFOIL	NACA M18
P2	EPPLER 333 AIRFOIL	EPPLER 549 AIRFOIL	FX66-H-80	NACA M8 AIRFOIL
P3	FX79-L-120	EPPLER 432 AIRFOIL	S4110	NACA 65(2)-415

Tabela 25 – Aerofólios associados aos pontos de MCDM - MOOP3.

As mesmas análises podem ser feitas para o último caso, conforme avaliado nas Tabelas 22 a 25, quando prioriza-se a potência (P1), o diâmetro do rotor, e naturalmente o volume, tende a ser maior. Quando prioriza-se o empuxo (P2), o diâmetro tende a ser menor, bem como o volume. Além disso, aqui também optou-se por rotores com configurações de duas pás.

Também foram incluídas as representações das seções transversais das longarinas ao longo da pá. Como observado anteriormente, as geometrias apresentadas possuem formas próximas a de um quadrado, o que explica as respostas de frequências idênticas encontradas em P1 (Tabela 23).

No Apêndice A são apresentadas informações complementares sobre os pontos de Bézier e as propriedades geométricas encontradas para cada solução.

5.3.4 Comentários dos resultados

Ao analisar as características fornecidas pelo tomador de decisão, revelou-se que turbinas eólicas com pás maiores apresentam uma potência maior, ou seja, uma capacidade energética superior. As grandes turbinas eólicas, na maioria das vezes operam numa velocidade rotacional inferior mas, por outro lado, necessitam de uma demanda de vento maior. Isso implica que os ângulos de operação devem orientar o rotor para a posição de melhor eficiência. Notou-se, portanto, nas Tabelas 16, 20 e 24 uma diversidade de respostas encontradas para os ângulos de operação (*yaw* e *pré-cone*) e que os ângulos azimutais tendem a estar no primeiro e quarto quadrante, o que corresponde a sua contribuição na Equação 4.2.

Assim como o esperado, concluiu-se também que turbinas com grandes rotores tendem a possuir maiores empuxos, devido as forças horizontais que atuam sobre a área da pá. Entende-se, então, que quanto maior a pá, maior a área de influência do empuxo (Tabelas 15, 18 e 22). Sabendo disso, esperava-se que o volume tivesse um impacto semelhante, no entanto, como observado nas Figuras 26 e 27, sua influência sobre os resultados foi irrisória. Sugere-se que haja um conflito entre as duas funções objetivo, a maximização da potência (área e volume maiores) e a minimização do empuxo (área e volume menores).

Conforme mostrado nas Figuras 19, 22 e 28, já era esperado uma diferença significativa entre as geometrias das longarinas das seções transversais da pá de referência (Figura 15) e aquelas otimizadas. Isso se deve ao fato de que o modelo da NREL impõe

um limite fixo para a largura da base da seção, enquanto o modelo proposto permite uma variação ao longo de sua extensão, numa proporção de 0,94 a altura dessa mesma seção. Em uma segunda análise, notou-se também que as três primeiras seções da viga apresentaram dimensões consideráveis, elas correspondem a aproximadamente 65% de seu volume total e onde se encontram os aerofólios cilíndricos. Entende-se que isso ocorre para proporcionar uma maior rigidez na raiz da pá.

Além disso, ao analisar as Tabelas 17, 21 e 25, observou-se que aerofólios como os da família Eppler e NACA são bem presentes. Como mencionado por Pereira e Tutida [76], os perfis da NACA (*National Advisory Committee of Aeronautics*) são bastante utilizados na aviação pelo seus altos coeficientes de sustentação e baixo arrasto. Essa série de perfis são divididas em várias classes, sendo as de 4 dígitos as mais usadas nas turbinas eólicas. Os aerofólios da família Eppler foram projetados através de um código que combina uma variedade de técnicas que busca otimizar as características e o desempenho dos perfis aerodinâmicos. Ainda conforme Pereira e Tutida [76], o código foi amplamente usado pela NREL e deu origem a uma nova família de aerofólios que são agora usados em algumas turbinas eólicas comerciais. Sobre os demais aerofólios, entende-se que na seleção de um perfil aerodinâmico para compor a pá, além de se buscar maiores valores na relação C_L/C_D , também é buscado perfis nos quais o coeficiente de sustentação varie até o valor máximo de forma suave.

5.4 INDICADORES DE DESEMPENHO

Através dos indicadores, aqui serão avaliados os desempenhos dos cinco algoritmos para a solução dos problemas propostos. Blank e Deb [64], indicam que eles permitem comparar as diferentes alternativas e identificar qual delas oferece o melhor desempenho, com base na proximidade das soluções obtidas em relação à fronteira de Pareto. No contexto da otimização multiobjetivo é fundamental essa análise.

O indicador de desempenho GD (*Generational Distance*) mede a distância média entre as soluções obtidas por um algoritmo e a fronteira de Pareto conhecida ou ideal. É uma forma de avaliar o quão bem as soluções obtidas se aproximam da melhor solução possível para o problema, como mencionado por Veldhuizen [77]. Supondo que o conjunto de pontos encontrados pelos algoritmos seja representado pelo vetor $\mathbf{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_{|\mathbf{A}|}\}$ e o conjunto de pontos de referência (fronteira de Pareto) por $\mathbf{Z} = \{z_1, z_2, \dots, z_{|\mathbf{Z}|}\}$, então GD é calculado pela Equação 5.7:

$$GD(\mathbf{A}) = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \left(\sum_{i=1}^{i=|\mathbf{A}|} \hat{d}_i^p \right)^{1/p} \quad (5.7)$$

onde d_i é a distância euclidiana ($p=2$) de a_i em relação a um ponto de referência em \mathbf{Z} , resultando na distância média de qualquer ponto em \mathbf{A} para o ponto mais próximo

na frente de Pareto, conforme explicado por Blank e Deb [64]. Na Tabela 26 está o GD calculado para cada algoritmo utilizado nos problemas de otimização. Nesta, destacam-se em negrito os melhores resultados para cada MOOP.

	NSGA-II	AGE-MOEA	AGE-MOEA2	UNSGA-III	RVEA
MOOP1	0,6776	0,1585	0,1588	0,1587	1,0
MOOP2	1,0	0,1115	0,1336	0,6105	0,9842
MOOP3	0,4460	0,0749	0,0459	0,1880	1,0

Tabela 26 – Indicador de performance GD.

Conforme Ishibuch [78], o indicador de desempenho GD+ (*Generational Distance Plus*) é considerado uma variante do GD. No seu cálculo, além de se considerar a distância das soluções obtidas em relação a frente de Pareto, é dada mais ênfase à qualidade das soluções obtidas, penalizando aquelas mais distantes da fronteira (Equação 5.8).

$$GD + (\mathbf{A}) = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \left(\sum_{i=1}^{i=1} d_i^{+2} \right)^{1/2} \quad (5.8)$$

onde para minimização $d_i^+ = \max\{a_i - z_i, 0\}$ representa a distância modificada de a_i para o seu ponto de referência mais próximo em \mathbf{Z} com o valor correspondente z_i . Os resultados encontrados de GD+ podem ser vistos na Tabela 27. Indicam-se em negrito os melhores resultados para cada MOOP.

	NSGA-II	AGE-MOEA	AGE-MOEA2	UNSGA-III	RVEA
MOOP1	0,6366	0,1072	0,0982	0,0247	1,0
MOOP2	0,9420	0,0572	0,0777	0,6353	1,0
MOOP3	0,4421	0,0094	0,0082	0,0976	1,0

Tabela 27 – Indicador de performance GD+.

Segundo Coello e Sierra [79], o indicador de desempenho IGD (*Inverted Generational Distance*) é uma métrica que avalia a cobertura da fronteira de Pareto pelas soluções obtidas. Ele é útil para verificar o quão bem a fronteira de Pareto cobre a região desejada (Equação 5.9). Quanto menor o valor do IGD, melhor é a qualidade do conjunto de soluções.

$$IGD(\mathbf{A}) = \frac{1}{|\mathbf{Z}|} \left(\sum_{i=1}^{i=1} \hat{d}_i^p \right)^{1/p} \quad (5.9)$$

O indicador de desempenho IGD inverte a distância geracional e mede o afastamento de qualquer ponto em \mathbf{Z} para um ponto mais próximo em \mathbf{A} , onde \hat{d}_i^p representa a distância euclidiana ($p = 2$) de z_i para o seu ponto de referência mais próximo em \mathbf{A} , de acordo com

Blank e Deb [64]. Na Tabela 28 pode-se observar o IGD encontrado pra cada algoritmo, com destaque em negrito das melhores soluções para casa MOOP.

	NSGA-II	AGE-MOEA	AGE-MOEA2	UNSGA-III	RVEA
MOOP1	0,3056	0,0526	0,0614	0,3264	1,0
MOOP2	1,0	0,0401	0,0154	0,1673	0,3178
MOOP3	1,0	0.0635	0,0835	0,0478	0.0673

Tabela 28 – Indicador de performance IGD.

Recorreu-se também ao indicador de desempenho IGD+ (*Inverted Generational Distance Plus*) que, ao calcular a distância, considera-se a relação de dominância entre uma solução e um ponto de referência (Equação 5.10), explicado por Ishibuchi [78]. Enquanto o IGD é uma métrica relativamente direta que mede a proximidade das soluções obtidas em relação à frente de Pareto, o IGD+ é um aprimoramento que visa abordar limitações do IGD, oferecendo uma visão mais detalhada e precisa da qualidade das soluções.

$$IGD + (\mathbf{A}) = \frac{1}{|\mathbf{Z}|} \left(\sum_{i=1}^{|\mathbf{Z}|} d_i^{+2} \right)^{1/2} \quad (5.10)$$

onde para minimização $d_i^+ = \max\{a_i - z_i, 0\}$ representa a distância modificada de z_i para a solução mais próxima em \mathbf{A} com o valor correspondente a_i , assim como explicado por Blank e Deb [64]. Na Tabela 29 encontram-se os resultados de IGD+, com destaque para os melhores resultados.

	NSGA-II	AGE-MOEA	AGE-MOEA2	UNSGA-III	RVEA
MOOP1	0,3161	0,0195	0,0251	0,0828	1,0
MOOP2	1,0	0,0337	0,0063	0,0987	0,2583
MOOP3	1,0	0,0491	0,0697	0,0159	0,0455

Tabela 29 – Indicador de performance IGD+.

Como analisado nas tabelas anteriores, é possível concluir que os algoritmos AGE-MOEA, AGE-MOEA2 e UNSGA-III apresentaram um ótimo desempenho se comparado aos demais. Para o MOOP1 o algoritmo UNSGA-III obteve soluções com menores distâncias médias da frente de Pareto e o AGE-MOEA obteve mais soluções que cobriram ela. Seguindo essa mesma lógica, no MOOP2 foram os algoritmos AGE-MOEA e AGE-MOEA2, e no MOOP3 o AGE-MOEA2 e UNSGA-III. Em contrapartida, os algoritmos NSGA II e RVEA obtiveram o pior desempenho.

6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Baseando-se na configuração inicial da pá eólica desenvolvido pela NREL, neste trabalho encontrou-se configurações otimizadas de pás utilizando o modelo BEM para a análise aerodinâmica, o FEM para a análise estrutural e algoritmos evolutivos distintos através da plataforma Pymoo.

Inicialmente, foram propostos três problemas de otimização multiobjetivos com funções objetivo conflitantes entre si, como a maximização da potência, minimização do empuxo e minimização do volume da pá. Cinco algoritmos evolutivos foram utilizados para resolver esses problemas. Tendo os resultados, as frentes de Pareto em duas e três dimensões foram obtidas. Em seguida, realizou-se as análises de desempenho de cada algoritmo considerando quatro métricas, GD, GD+, IGD e IGD+, nas quais detectaram que os algoritmos AGE-MOEA, AGE-MOEA2 e UNSGA-III obtiveram o melhor desempenho.

Selecionou-se algumas soluções da frente de Pareto para um estudo mais aprofundado das características das soluções encontradas pelos algoritmos. Para isso foi utilizado o tomador de decisão MCDM (*Multi-Criteria Decision Making*) que auxilia na escolha de uma solução por meio de pesos relativos atribuídos a cada função objetivo. Assim, definiu-se três conjuntos de pesos diferentes para cada problema multiobjetivo e na sequência realizou-se a análise das características extraídas pelo tomador de decisão.

A análise das características permitiu concluir que turbinas com maiores demandas energéticas necessitarão de pás eólicas proporcionalmente maiores. Em contrapartida, grandes rotores tendem a possuir maiores empuxos, devido as forças horizontais que atuam sobre a área da pá. Além disso, contraintuitivamente, notou-se que a minimização dos volumes proporcionou pouca influência sobre os resultados, devido as grandes dimensões encontradas nas três primeiras seções da pá. Para inibir esse comportamento, propõem-se para trabalhos futuros incluir nas restrições as cordas máximas e mínimas.

Nas otimizações realizadas neste trabalho, foi possível encontrar frentes de Pareto equilibradas entre geração de energia, empuxo aerodinâmico, e o volume no terceiro caso. O aumento do espaço de busca das variáveis de projeto, como o diâmetro do rotor, teve um papel crucial na diversidade das soluções apresentadas.

Por fim, tendo em vista as limitações apresentadas pelo modelo estrutural aqui estudado, propõem-se para pesquisas futuras o uso de um novo modelo de viga rotativa, que envolva mais graus de liberdade e considere com mais fidelidade a geometria da estrutura. Sugere-se, portanto, a otimização de novos problemas que envolvam outras restrições estruturais, como tensões e deslocamento da ponta, e novas funções objetivo. Entre essas funções, pode-se incluir a minimização de custo e massa da pá, a maximização da diferença entre frequências para evitar o acoplamento dos modos de flexão e torção, e a inclusão de novas variáveis de projeto, como a razão da velocidade de ponta.

REFERÊNCIAS

- 1 Jun Leng, Zhiteng Gao, Michael CH Wu, Tao Guo, and Ye Li. A fluid–structure interaction model for large wind turbines based on flexible multibody dynamics and actuator line method. *Journal of Fluids and Structures*, 118:103857, 2023.
- 2 Jason Jonkman, Sandy Butterfield, Walter Musial, and George Scott. Definition of a 5-mw reference wind turbine for offshore system development. Technical report, National Renewable Energy Lab.(NREL), Golden, CO (United States), 2009.
- 3 Brian R. Resor. Definition of a 5mw/61.5 m wind turbine blade reference model. *Sandia National Laboratories: Albuquerque, NM, USA*, 2013.
- 4 Lin Wang, Xiongwei Liu, Nathalie Renevier, Matthew Stables, and George M Hall. Nonlinear aeroelastic modelling for wind turbine blades based on blade element momentum theory and geometrically exact beam theory. *Energy*, 76:487–501, 2014.
- 5 Lin Wang, Xiongwei Liu, and Athanasios Kolios. State of the art in the aeroelasticity of wind turbine blades: Aeroelastic modelling. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 64:195–210, 2016.
- 6 Michael Muskulus and Sebastian Schafhirt. Design optimization of wind turbine support structures—a review. *Journal of Ocean and Wind Energy*, 1(1):12–22, 2014.
- 7 MEZYK Jureczko, Mariusz Pawlak, and Arkadiusz Mężyk. Optimisation of wind turbine blades. *Journal of materials processing technology*, 167(2-3):463–471, 2005.
- 8 Jin Chen, Quan Wang, Wen Zhong Shen, Xiaoping Pang, Songlin Li, and Xiaofeng Guo. Structural optimization study of composite wind turbine blade. *Materials & Design (1980-2015)*, 46:247–255, 2013.
- 9 Sakthivel Rajamohan, Abhiram Vinod, Mantri Pragada Venkata Sesha Aditya, Harshini Gopalakrishnan Vadivudaiyanayaki, Müslüm Arıcı, Sandro Nizetić, Thi Thai Le, Rahmat Hidayat, Dinh Tuyen Nguyen, et al. Approaches in performance and structural analysis of wind turbines—a review. *Sustainable energy technologies and assessments*, 53:102570, 2022.
- 10 William John Macquorn Rankine. On the mechanical principles of the action of propellers. *Transactions of the Institution of Naval Architects*, 6, 1865.
- 11 Robert Edmund Froude. On the part played in propulsion by differences of fluid pressure. *Trans. Inst. Naval Architects*, 30:390, 1889.
- 12 Martin Otto Laver Hansen, Jens Nørkær Sørensen, S Voutsinas, Niels Sørensen, and H Aa Madsen. State of the art in wind turbine aerodynamics and aeroelasticity. *Progress in aerospace sciences*, 42(4):285–330, 2006.
- 13 Stefan Drzewiecki. *Théorie générale de l’hélice: hélices aériennes et hélices marines*. Gauthier-Villars et cie., 1920.
- 14 Mark Drela. Qprop user guide, 2007. Acessado em: 08 Novembro 2023.

- 15 William Frederick Durand and H Glauert. Airplane propellers. *Aerodynamic Theory: A General Review of Progress Under a Grant of the Guggenheim Fund for the Promotion of Aeronautics*, pages 169–360, 1935.
- 16 Nicolás Lima Oliveira, Manuel Arturo Rendón, Afonso Celso de Castro Lemonge, and Patricia Habib Hallak. Multi-objective optimum design of propellers using the blade element theory and evolutionary algorithms. *Evolutionary Intelligence*, pages 1–31, 2023.
- 17 Rafael L Rubin and Dan Zhao. New development of classical actuator disk model for propellers at incidence. *AIAA Journal*, 59(3):1040–1054, 2021.
- 18 Jurij Sodja, Domen Stadler, and Tadej Kosel. Computational fluid dynamics analysis of an optimized load-distribution propeller. *Journal of aircraft*, 49(3):955–961, 2012.
- 19 Eric Vargas Loureiro, Nicolas Lima Oliveira, Patricia Habib Hallak, Flávia de Souza Bastos, Lucas Machado Rocha, Rafael Grande Pancini Delmonte, and Afonso Celso de Castro Lemonge. Evaluation of low fidelity and cfd methods for the aerodynamic performance of a small propeller. *Aerospace Science and Technology*, 108:106402, 2021.
- 20 R Malki, AJ Williams, TN Croft, M Togneri, and I Masters. A coupled blade element momentum–computational fluid dynamics model for evaluating tidal stream turbine performance. *Applied Mathematical Modelling*, 37(5):3006–3020, 2013.
- 21 Aleksandar Kovačević, Jelena Svorcan, Mohammad Sakib Hasan, Toni Ivanov, and Miroslav Jovanović. Optimal propeller blade design, computation, manufacturing and experimental testing. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2021.
- 22 Usama T Toman, Abdel-Karim SO Hassan, Farouk M Owis, and Ahmed SA Mohamed. Blade shape optimization of an aircraft propeller using space mapping surrogates. *Advances in Mechanical Engineering*, 11(7):1687814019865071, 2019.
- 23 Ali Alshahrani. *Analysis and Initial Optimization of The Propeller Design for Small, Hybrid-Electric Propeller Aircraft*. PhD thesis, Aeronautical and Vehicle Engineering KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2020.
- 24 Xiaojing Wu, Zijun Zuo, Long Ma, and Weiwei Zhang. Multi-fidelity neural network-based aerodynamic optimization framework for propeller design in electric aircraft. *Aerospace Science and Technology*, 146:108963, 2024.
- 25 Catharina Moreira, Nikolai Herzog, and Christian Breitsamter. Wind tunnel investigation of transient propeller loads for non-axial inflow conditions. *Aerospace*, 11(4):274, 2024.
- 26 Tristan J Denholm, Grace Sian, and Charles Wisniewski. Geometric and material improvements to quiet propeller design. In *AIAA SCITECH 2024 Forum*, page 0131, 2024.
- 27 José D Hoyos, Jesús H Jiménez, Camilo Echavarría, Juan P Alvarado, and Germán Urrea. Aircraft propeller design through constrained aero-structural particle swarm optimization. *Aerospace*, 9(3):153, 2022.

- 28 Ramazan Özkan and Mustafa Serdar Genç. Aerodynamic design and optimization of a small-scale wind turbine blade using a novel artificial bee colony algorithm based on blade element momentum (abc-bem) theory. *Energy Conversion and Management*, 283:116937, 2023.
- 29 Yinong Tian, Yuguang Zhong, Weiqi Liu, and Hengxu Liu. Simulation method of wind turbine wake based on vortex particle and bem theory. In *ISOPE International Ocean and Polar Engineering Conference*, pages ISOPE–I. ISOPE, 2023.
- 30 Francesco Papi, Jason Jonkman, Amy Robertson, and Alessandro Bianchini. Going beyond bem with bem: an insight into dynamic inflow effects on floating wind turbines. *Wind Energy Science*, 9(5):1069–1088, 2024.
- 31 David C Wilcox et al. *Turbulence modeling for CFD*, volume 2. DCW industries La Canada, CA, 1998.
- 32 Stephen B Pope and Stephen B Pope. *Turbulent flows*. Cambridge university press, 2000.
- 33 Yuri Bazilevs, M-C Hsu, Josef Kiendl, Roland Wüchner, and K-U Bletzinger. 3d simulation of wind turbine rotors at full scale. part ii: Fluid–structure interaction modeling with composite blades. *International Journal for numerical methods in fluids*, 65(1-3):236–253, 2011.
- 34 Yuri Bazilevs, M-C Hsu, and MA3003060 Scott. Isogeometric fluid–structure interaction analysis with emphasis on non-matching discretizations, and with application to wind turbines. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 249:28–41, 2012.
- 35 Piguang Wang, Yingduo Xu, Xiaoling Zhang, Renqiang Xi, and Xiuli Du. A substructure method for seismic responses of offshore wind turbine considering nonlinear pile-soil dynamic interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 144:106684, 2021.
- 36 Baoxuan Wang, Xu Liang, Jianwei Zhang, Shengjie Rui, Xing Zha, Shaoyang Wang, and Yue Chen. A detailed analysis framework of fully coupled dynamic responses for offshore wind turbine blade. In *International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, volume 86908, page V008T09A045. American Society of Mechanical Engineers, 2023.
- 37 Lucas de Landa Couto, Nicolas Estanislau Moreira, Josué Yoshikazu de Oliveira Saito, Patricia Habib Hallak, and Afonso Celso de Castro Lemonge. Multi-objective structural optimization of a composite wind turbine blade considering natural frequencies of vibration and global stability. *Energies*, 16(8):3363, 2023.
- 38 Olivier Andre Bauchau and James I Craig. *Structural analysis: with applications to aerospace structures*, volume 163. Springer Science & Business Media, 2009.
- 39 Pratiwi Fudlailah, David H Allen, and Roger Cordes. Verification of euler–bernoulli beam theory model for wind blade structure analysis. *Thin-Walled Structures*, 202:111989, 2024.

- 40 SS Rao and RS Gupta. Finite element vibration analysis of rotating timoshenko beams. *Journal of Sound and vibration*, 242(1):103–124, 2001.
- 41 Dewey H Hodges. Geometrically exact, intrinsic theory for dynamics of curved and twisted anisotropic beams. *AIAA journal*, 41(6):1131–1137, 2003.
- 42 Qi Wang, Michael A Sprague, Jason Jonkman, Nick Johnson, and Bonnie Jonkman. Beamdyn: A high-fidelity wind turbine blade solver in the fast modular framework. *Wind Energy*, 20(8):1439–1462, 2017.
- 43 Karam Y Maalawi and Hani M Negm. Optimal frequency design of wind turbine blades. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 90(8):961–986, 2002.
- 44 Ernesto Benini and Andrea Toffolo. Optimal design of horizontal-axis wind turbines using blade-element theory and evolutionary computation. *J. Sol. Energy Eng.*, 124(4):357–363, 2002.
- 45 Matias Sessarego, KR Dixon, DE Rival, and DH Wood. A hybrid multi-objective evolutionary algorithm for wind-turbine blade optimization. *Engineering Optimization*, 47(8):1043–1062, 2015.
- 46 Abolfazl Pourrajabian, Peyman Amir Nazmi Afshar, Mehdi Ahmadizadeh, and David Wood. Aero-structural design and optimization of a small wind turbine blade. *Renewable energy*, 87:837–848, 2016.
- 47 Andrea Dal Monte, Stefano De Betta, Marco Raciti Castelli, and Ernesto Benini. Proposal for a coupled aerodynamic–structural wind turbine blade optimization. *Composite Structures*, 159:144–156, 2017.
- 48 Jie Zhu, Xin Cai, and Rongrong Gu. Aerodynamic and structural integrated optimization design of horizontal-axis wind turbine blades. *Energies*, 9(2):66, 2016.
- 49 Jie Zhu, Xin Cai, and Rongrong Gu. Multi-objective aerodynamic and structural optimization of horizontal-axis wind turbine blades. *Energies*, 10(1):101, 2017.
- 50 Han Yang, Jin Chen, Xiaoping Pang, and Gang Chen. A new aero-structural optimization method for wind turbine blades used in low wind speed areas. *Composite Structures*, 207:446–459, 2019.
- 51 Nicolás Lima Oliveira. *Optimizing propeller performance: a comprehensive constrained multi-objective design approach using blade element theory and evolutionary algorithms*. PhD thesis, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2023.
- 52 Shafiqur Rehman, Md Mahbub Alam, Luai M Alhems, and M Mujahid Rafique. Horizontal axis wind turbine blade design methodologies for efficiency enhancement—a review. *Energies*, 11(3):506, 2018.
- 53 Lucas Teotônio de Souza. *Aspectos do comportamento aerodinâmico de turbinas eólicas de eixo horizontal*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2019.
- 54 S Andrew Ning. A simple solution method for the blade element momentum equations with guaranteed convergence. *Wind Energy*, 17(9):1327–1345, 2014.

- 55 Eize de Vries. Multibríd:a new offshore wind turbine contender?. *Renewable Energy World*, 7:52–65, 2004.
- 56 David J Malcolm and A Craig Hansen. *WindPACT Turbine Rotor Design Study*:. National Renewable Energy Laboratory Golden, CO, USA, 2006.
- 57 F Goezinne. Terms of reference dowec. *DOWEC Dutch Offshore Wind Energy Converter 1997–2003 Public Reports*, 2001.
- 58 HJT Kooijman, C Lindenburg, D Winkelaar, and EL Van der Hooft. Dowec 6 mw pre-design: Aero-elastic modeling of the dowec 6 mw pre-design in phatas. *DOWEC Dutch Offshore Wind Energy Converter 1997–2003 Public Reports*, 2003.
- 59 Jun Leng, Zhiteng Gao, Michael CH Wu, Tao Guo, and Ye Li. A fluid–structure interaction model for large wind turbines based on flexible multibody dynamics and actuator line method. *Journal of Fluids and Structures*, 118:103857, 2023.
- 60 Francesco Mazzeo, Derek Micheletto, Alessandro Talamelli, and Antonio Segalini. An experimental study on a wind turbine rotor affected by pitch imbalance. *Energies*, 15(22):8665, 2022.
- 61 Andrew Ning. Using blade element momentum methods with gradient-based design optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 64(2):991–1014, 2021.
- 62 Kalyanmoy Deb. Multi-objective optimisation using evolutionary algorithms: an introduction. In *Multi-objective evolutionary optimisation for product design and manufacturing*, pages 3–34. Springer, 2011.
- 63 Ye Tian, Ran Cheng, Xingyi Zhang, and Yaochu Jin. Platemo: A matlab platform for evolutionary multi-objective optimization [educational forum]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 12(4):73–87, 2017.
- 64 J. Blank and K. Deb. pymoo: Multi-objective optimization in python. *IEEE Access*, 8:89497–89509, 2020.
- 65 Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, Sameer Agarwal, and TAMT Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2):182–197, 2002.
- 66 Annibale Panichella. An adaptive evolutionary algorithm based on non-euclidean geometry for many-objective optimization. In *Proceedings of the genetic and evolutionary computation conference*, pages 595–603, 2019.
- 67 Haitham Seada and Kalyanmoy Deb. A unified evolutionary optimization procedure for single, multiple, and many objectives. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 20(3):358–369, 2015.
- 68 Ran Cheng, Yaochu Jin, Markus Olhofer, and Bernhard Sendhoff. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 20(5):773–791, 2016.
- 69 Alejandro D Otero and Fernando L Ponta. Structural analysis of wind-turbine blades by a generalized timoshenko beam model. *Advances in Wind Power*, 2010.

- 70 Leon Mishnaevsky Jr, Kim Branner, Helga Nørgaard Petersen, Justine Beauson, Malcolm McGugan, and Bent F Sørensen. Materials for wind turbine blades: An overview. *Materials*, 10(11):1285, 2017.
- 71 ZJ Chen, KA Stol, and BR Mace. Wind turbine blade optimisation with individual pitch and trailing edge flap control. *Renewable energy*, 103:750–765, 2017.
- 72 Arash E Samani, Jeroen DM De Kooning, Nezmin Kayedpour, Narender Singh, and Lieven Vandeveld. The impact of pitch-to-stall and pitch-to-feather control on the structural loads and the pitch mechanism of a wind turbine. *Energies*, 13(17):4503, 2020.
- 73 Ankit Rohatgi. Webplotdigitizer version 4.7, 2024. Acessado em: 29 Março 2024.
- 74 Walter Ramberg and Sam Levy. Calculation of stresses and natural frequencies for a rotating propeller blade vibrating flexurally. *Journal of Research, National Bureau of Standards*, 21, 1938.
- 75 RO Parreiras and JA Vasconcelos. Decision making in multiobjective optimization aided by the multicriteria tournament decision method. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 71(12):e191–e198, 2009.
- 76 Rafael Borges Santos Pereira and Victor Unoske Carvalho Tutida. *Proposta de perfis aerodinâmicos para aerogeradores em baixas velocidades*. PhD thesis, Universidade de Brasília - UnB, Faculdade UnB Gama - FGA, 2015.
- 77 David Allen Van Veldhuizen. *Multiobjective evolutionary algorithms: classifications, analyses, and new innovations*. Air Force Institute of Technology, 1999.
- 78 Hisao Ishibuchi, Hiroyuki Masuda, Yuki Tanigaki, and Yusuke Nojima. Modified distance calculation in generational distance and inverted generational distance. In *Evolutionary Multi-Criterion Optimization: 8th International Conference, EMO 2015, Guimarães, Portugal, March 29–April 1, 2015. Proceedings, Part II* 8, pages 110–125. Springer, 2015.
- 79 Carlos A Coello Coello and Margarita Reyes Sierra. A study of the parallelization of a coevolutionary multi-objective evolutionary algorithm. In *MICAI 2004: Advances in Artificial Intelligence: Third Mexican International Conference on Artificial Intelligence, Mexico City, Mexico, April 26-30, 2004. Proceedings 3*, pages 688–697. Springer, 2004.

APÊNDICE A – RESULTADOS EXTRAS

Para efeitos de complementação dos resultados obtidos neste trabalho, aqui estão os coeficientes de Bézier associado as soluções selecionadas pelo MCDM e que foram usados para definir a geometria da pá ao longo das seções radiais. Na sequência, são apresentadas as respostas resultantes dos cálculos das áreas e dos momentos de inércia de cada seção transversal das longarinas que formam as pás selecionadas pelo tomador de decisão em cada MOOP:

MCDM	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
P1	0,0374	0,0781	0,0471	0,0314	0,0141
P2.1	0,0375	0,0720	0,0492	0,0314	0,0134
P2.2	0,0391	0,0648	0,0427	0,0340	0,0128
P3	0,0335	0,0704	0,0440	0,0312	0,0175

Tabela 30 – Coeficientes de Bézier - MOOP1.

MCDM	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
P1	0,0523	0,0860	0,0504	0,0301	0,0109
P2	0,0708	0,0808	0,0513	0,0527	0,0106
P3	0,0627	0,0614	0,0509	0,0303	0,0125

Tabela 31 – Coeficientes de Bézier - MOOP2.

MCDM	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
P1	0,0370	0,0602	0,0559	0,0492	0,0106
P2	0,0336	0,0803	0,0408	0,0524	0,0116
P3	0,0309	0,0623	0,0415	0,0568	0,0101

Tabela 32 – Coeficientes de Bézier - MOOP3.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	4,7826E+11	9,0283E+11	960.663,81
2	8,7230E+11	1,6784E+12	1.300.631,88
3	1,2824E+12	2,4948E+12	1.579.671,44
4	6,1454E+08	7,4084E+08	33.892,95
5	6,9134E+08	8,4381E+08	35.913,35
6	7,1920E+08	8,8117E+08	36.602,40
7	7,0294E+08	8,5909E+08	36.202,96
8	2,8358E+09	3,9617E+09	72.370,65
9	2,4963E+09	3,4496E+09	67.921,22
10	2,1039E+09	2,8616E+09	62.340,24
11	1,7033E+09	2,2720E+09	56.119,56
12	1,8529E+08	1,9628E+08	18.972,42
13	1,3979E+08	1,4330E+08	16.571,25
14	1,0160E+08	1,0057E+08	14.264,16
15	7,0924E+07	6,7432E+07	12.068,00
16	1,2577E+08	1,2750E+08	15.776,89
17	7,8916E+07	7,5941E+07	12.681,45
18	4,6055E+07	4,1777E+07	9.900,24
19	2,4305E+07	2,0625E+07	7.434,82
20	1,1007E+07	8,6649E+06	5.272,56

Tabela 33 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP1: P1.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	5,7733E+11	1,0967E+12	1.056.285,84
2	1,0603E+12	2,0518E+12	1.435.131,38
3	1,5718E+12	3,0743E+12	1.750.171,30
4	4,9544E+08	5,8408E+08	30.509,97
5	5,6159E+08	6,7068E+08	32.437,14
6	5,8922E+08	7,0742E+08	33.219,78
7	5,7952E+08	6,9485E+08	32.951,49
8	4,3996E+07	3,9695E+07	9.696,60
9	3,9165E+07	3,4907E+07	9.200,40
10	3,3347E+07	2,9261E+07	8.564,04
11	2,7266E+07	2,3371E+07	7.814,70
12	9,1838E+08	1,1540E+09	41.313,32
13	6,8610E+08	8,3638E+08	35.762,13
14	4,9174E+08	5,7948E+08	30.406,90
15	3,3604E+08	3,7989E+08	25.251,03
16	3,9638E+07	3,5386E+07	9.250,68
17	2,4252E+07	2,0579E+07	7.429,25
18	1,3623E+07	1,0927E+07	5.774,47
19	6,8270E+06	5,1854E+06	4.326,82
20	2,8357E+06	2,0395E+06	3.036,12

Tabela 34 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP1: P2.1.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	1,3497E+12	2,6295E+12	1.620.944,28
2	2,0893E+12	4,1160E+12	2.019.886,44
3	2,7667E+12	5,4869E+12	2.326.924,24
4	8,0817E+07	7,7938E+07	12.814,80
5	8,7146E+07	8,4835E+07	13.289,04
6	8,8153E+07	8,5792E+07	13.339,80
7	8,5083E+07	8,2573E+07	13.134,48
8	1,3908E+09	1,8195E+09	50.719,68
9	1,2340E+09	1,5967E+09	47.826,20
10	1,0558E+09	1,3443E+09	44.226,95
11	8,7560E+08	1,0945E+09	40.341,03
12	2,6614E+08	2,9342E+08	22.563,80
13	2,0740E+08	2,2242E+08	20.019,87
14	1,5587E+08	1,6183E+08	17.459,51
15	1,1218E+08	1,1221E+08	14.938,26
16	6,7041E+07	6,3431E+07	11.768,70
17	4,2627E+07	3,8399E+07	9.569,85
18	2,4412E+07	2,0719E+07	7.445,96
19	1,1914E+07	9,4446E+06	5.454,78
20	4,3602E+06	3,2045E+06	3.597,36

Tabela 35 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP1: P2.2.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	8,2403E+11	1,5829E+12	1.263.954,00
2	1,6812E+12	3,2942E+12	1.810.591,04
3	2,6329E+12	5,2159E+12	2.269.490,12
4	8,0046E+09	1,2170E+10	121.829,78
5	9,2490E+09	1,4214E+10	131.030,25
6	9,7855E+09	1,5101E+10	134.794,44
7	9,6443E+09	1,4867E+10	133.780,30
8	7,3077E+07	6,9717E+07	12.235,94
9	6,5229E+07	6,1510E+07	11.616,60
10	5,5857E+07	5,1794E+07	10.817,07
11	4,6138E+07	4,1855E+07	9.906,33
12	1,0966E+09	1,4025E+09	45.098,04
13	8,4468E+08	1,0522E+09	39.638,60
14	6,3215E+08	7,6424E+08	34.360,44
15	4,6043E+08	5,3828E+08	29.424,94
16	8,5649E+07	8,3225E+07	13.180,20
17	5,9036E+07	5,5118E+07	11.105,76
18	3,9210E+07	3,5024E+07	9.217,92
19	2,4790E+07	2,1055E+07	7.494,30
20	1,4637E+07	1,1822E+07	5.958,96

Tabela 36 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP1: P3.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	1,0960E+12	2,1229E+12	1.459.438,28
2	1,6700E+12	3,2717E+12	1.804.548,43
3	2,1582E+12	4,2553E+12	2.053.215,72
4	1,4273E+09	1,8720E+09	51.379,26
5	1,4865E+09	1,9580E+09	52.451,16
6	1,4417E+09	1,8926E+09	51.625,28
7	1,3183E+09	1,7161E+09	49.394,04
8	2,5494E+09	3,5282E+09	68.612,76
9	2,1052E+09	2,8633E+09	62.352,40
10	1,6628E+09	2,2126E+09	55.442,10
11	1,2575E+09	1,6286E+09	48.233,02
12	5,5934E+08	6,6754E+08	32.365,28
13	3,8932E+08	4,4708E+08	27.111,60
14	2,5938E+08	2,8504E+08	22.279,44
15	1,6422E+08	1,7160E+08	17.906,08
16	6,8941E+06	5,2369E+06	4.341,19
17	3,7856E+06	2,7705E+06	3.407,94
18	1,8614E+06	1,3216E+06	2.586,36
19	7,6572E+05	5,4151E+05	1.870,08
20	2,3200E+05	1,7577E+05	1.256,07

Tabela 37 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP2: P1.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	3,7935E+12	7,5764E+12	2.727.498,84
2	4,1154E+12	8,2336E+12	2.841.813,00
3	4,2064E+12	8,4193E+12	2.873.218,34
4	5,3244E+09	7,8443E+09	99.249,09
5	5,0151E+09	7,3498E+09	96.269,30
6	4,5913E+09	6,6817E+09	92.133,84
7	4,0979E+09	5,9090E+09	87.020,37
8	2,3169E+09	3,1796E+09	65.422,26
9	1,9882E+09	2,6909E+09	60.617,08
10	1,6758E+09	2,2314E+09	55.662,60
11	1,3839E+09	1,8099E+09	50.599,15
12	1,8520E+09	2,4892E+09	58.494,00
13	1,4516E+09	1,9066E+09	51.815,56
14	1,0943E+09	1,3984E+09	45.031,42
15	7,8178E+08	9,6567E+08	38.132,44
16	6,7816E+07	6,4206E+07	11.828,38
17	4,0040E+07	3,5800E+07	9.295,11
18	1,9414E+07	1,6113E+07	6.737,30
19	6,4938E+06	4,9106E+06	4.235,68
20	8,4370E+05	5,9953E+05	1.941,00

Tabela 38 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP2: P2.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	6,9131E+12	1,3973E+13	3.688.785,42
2	6,4035E+12	1,2924E+13	3.549.518,61
3	5,8603E+12	1,1808E+13	3.394.853,40
4	1,6289E+09	2,1635E+09	54.873,98
5	1,4626E+09	1,9231E+09	52.020,48
6	1,2923E+09	1,6793E+09	48.924,00
7	1,1226E+09	1,4384E+09	45.621,54
8	1,4948E+09	1,9695E+09	52.585,18
9	1,2453E+09	1,6125E+09	48.042,00
10	1,0126E+09	1,2846E+09	43.348,92
11	8,0213E+08	9,9415E+08	38.649,00
12	5,2906E+07	4,8732E+07	10.551,42
13	3,9563E+07	3,5317E+07	9.244,72
14	2,8377E+07	2,4457E+07	7.965,24
15	1,9357E+07	1,6040E+07	6.720,60
16	3,2987E+08	3,7211E+08	25.022,08
17	1,9664E+08	2,0970E+08	19.520,60
18	1,0689E+08	1,0637E+08	14.611,54
19	5,1311E+07	4,7136E+07	10.403,86
20	2,0546E+07	1,7112E+07	6.895,76

Tabela 39 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP2: P3.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	7,9341E+11	1,5224E+12	1.240.014,16
2	1,2314E+12	2,3929E+12	1.547.561,40
3	1,7040E+12	3,3401E+12	1.822.971,48
4	9,4460E+08	1,1896E+09	41.866,32
5	1,1062E+09	1,4159E+09	45.297,02
6	1,2307E+09	1,5909E+09	47.746,65
7	1,3099E+09	1,7046E+09	49.253,01
8	2,4318E+09	3,3512E+09	66.993,86
9	2,3974E+09	3,2989E+09	66.507,60
10	2,2786E+09	3,1212E+09	64.851,96
11	2,0849E+09	2,8336E+09	62.070,50
12	2,5645E+07	2,1869E+07	7.612,50
13	2,1614E+07	1,8137E+07	7.065,75
14	1,7199E+07	1,4091E+07	6.383,92
15	1,2777E+07	1,0213E+07	5.627,38
16	1,3893E+08	1,4248E+08	16.538,00
17	8,2377E+07	7,9597E+07	12.928,80
18	4,0040E+07	3,5800E+07	9.295,11
19	1,3659E+07	1,0957E+07	5.779,64
20	2,0606E+06	1,4698E+06	2.690,31

Tabela 40 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP3: P1.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	1,7908E+11	3,2572E+11	585.039,42
2	4,2526E+11	7,9950E+11	905.289,83
3	7,1589E+11	1,3692E+12	1.177.343,13
4	2,9164E+08	3,2489E+08	23.593,20
5	3,4264E+08	3,8819E+08	25.489,50
6	3,6855E+08	4,2105E+08	26.419,70
7	3,7156E+08	4,2468E+08	26.516,09
8	1,9048E+09	2,5675E+09	59.322,81
9	1,7539E+09	2,3456E+09	56.940,41
10	1,5636E+09	2,0693E+09	53.793,52
11	1,3551E+09	1,7692E+09	50.101,32
12	5,0090E+07	4,5870E+07	10.291,77
13	4,1272E+07	3,6959E+07	9.414,21
14	3,2842E+07	2,8729E+07	8.496,00
15	2,4914E+07	2,1192E+07	7.517,83
16	8,6258E+07	8,3777E+07	13.210,70
17	5,4466E+07	5,0346E+07	10.696,75
18	2,8555E+07	2,4616E+07	7.982,31
19	1,0658E+07	8,3567E+06	5.199,06
20	1,7462E+06	1,2391E+06	2.525,99

Tabela 41 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP3: P2.

Seção	I_x [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	A [mm ²]
1	2,2464E+11	4,1243E+11	656.029,04
2	4,3481E+11	8,1810E+11	915.499,59
3	6,6997E+11	1,2787E+12	1.138.586,85
4	7,0249E+08	8,5889E+08	36.196,22
5	8,3493E+08	1,0390E+09	39.422,16
6	9,2883E+08	1,1683E+09	41.534,70
7	9,8496E+08	1,2459E+09	42.752,82
8	1,0251E+09	1,3023E+09	43.627,50
9	1,0153E+09	1,2878E+09	43.387,80
10	9,8014E+08	1,2399E+09	42.682,95
11	9,2027E+08	1,1561E+09	41.341,13
12	9,7014E+07	9,5639E+07	13.977,84
13	8,5649E+07	8,3225E+07	13.180,20
14	7,2421E+07	6,9121E+07	12.199,76
15	5,7416E+07	5,3320E+07	10.944,53
16	3,6926E+08	4,2191E+08	26.436,94
17	2,3213E+08	2,5196E+08	21.118,08
18	1,1686E+08	1,1744E+08	15.233,08
19	3,8716E+07	3,4484E+07	9.153,24
20	4,3438E+06	3,1924E+06	3.592,80

Tabela 42 – Tabela com valores de I_x , I_y e A - MOOP3: P3.