

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

Letícia Lacerda Santos de Sousa

**Análise Intervalar do Fluxo de Potência em Microrredes com Distorções
Harmônicas: Uma Abordagem usando Série de Taylor**

Juiz de Fora

2023

Letícia Lacerda Santos de Sousa

**Análise Intervalar do Fluxo de Potência em Microrredes com Distorções
Harmônicas: Uma Abordagem usando Série de Taylor**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Orientador: Igor Delgado de Melo

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Sousa, L.L.S.

Análise Intervalar do Fluxo de Potência em Microrredes com Distorções Harmônicas: Uma Abordagem usando Série de Taylor / Letícia Lacerda Santos de Sousa. – 2023.

190 f. : il.

Orientador: Igor Delgado de Melo

Tese de Doutorado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, 2023.

1. Fluxo de Potência Intervalar. 2. Aritmética Intervalar. 3. Sistemas de Distribuição. I. Sousa, L.L.S. Título.

Leticia Lacerda Santos de Sousa

Análise Intervalar do Fluxo de Potência em Microrredes com Distorções Harmônicas: Uma Abordagem usando Série de Taylor

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Aprovada em 31 de março de 2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Igor Delgado de Melo - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Profa. Dra Marina Lavorato de Oliveira
Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC - Campinas)

Profa. Dr. Mario Oleskovicz
Universidade de São Paulo (USP)

Prof. Dr. Leonardo Willer de Oliveira
Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)

Prof. Dr. Leandro Rodrigues Manso Silva
Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)

Juiz de Fora, 27/03/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Igor Delgado de Melo, Professor(a)**, em 31/03/2023, às 12:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marina Lavorato de Oliveira, Usuário Externo**, em 31/03/2023, às 12:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leandro Rodrigues Manso Silva, Professor(a)**, em 31/03/2023, às 12:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Mário Oleskovicz, Usuário Externo**, em 31/03/2023, às 12:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo Willer de Oliveira, Professor(a)**, em 31/03/2023, às 12:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1204125** e o código CRC **A6D31F33**.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por ser o autor da minha história e ter me dado condições de chegar até aqui. As lutas foram grandes e por vezes pensei em até desistir mas aqui estou por conta do seu amparo e proteção.

À minha mãe Édina e meu pai Marcos, que mesmo com todas dificuldades e abdições sempre me motivaram, aconselharam e ajudaram. Obrigada por terem acreditado em mim e tenham a certeza que se cheguei até aqui essa conquista também é de vocês!

Ao meu noivo Davi pelo companheirismo, compreensão, motivação e paciência. Sem você a vida não seria tão leve em meio as dificuldades.

Ao meu orientador, Igor Delgado de Melo por me incentivar durante o desenvolvimento deste trabalho, pela sua dedicação incessante, ética, paciência, contribuindo imensamente na minha formação acadêmica, profissional e pessoal.

Ao professor Vander Menengoy da Costa, que me orientou durante a minha graduação, mestrado e início do doutorado. Sou grata pela sua dedicação, ética e paciência durante esses longos anos.

Ao LABSPOT (Laboratório de Sistemas de Potência da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora), pelo suporte local durante a estadia na pós-graduação.

À CAPES e o Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora pelo suporte financeiro.

À Universidade Federal de Juiz de Fora, pela excelência no ensino.

À todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.”

(José de Alencar)

RESUMO

O constante crescimento do consumo de energia elétrica aliado à utilização de fontes alternativas resulta em um maior número de questões relativas à qualidade de energia. Além disso, a incerteza acerca dos dados de carga e geração em tempo real dificulta a análise de redes elétricas. A importância do tratamento de incertezas nos métodos destinados à avaliação de sistemas de potência está diretamente relacionada às tomadas de decisão em um centro de controle, garantindo uma visão panorâmica e sistêmica a qual prima por maior confiabilidade e segurança para o planejamento e operação. Dentro desse contexto, este trabalho tem como objetivo propor ferramentas para a análise intervalar baseadas no cálculo do Fluxo de Potência (FP) e Fluxo de Potência Harmônico (FPH) considerando microrredes operando conectadas à rede principal e de forma ilhada assumindo incertezas nos valores de carga e geração. Devido à escassez de trabalhos correlatos que avaliam a introdução de incertezas em microrredes, este trabalho propõe o desenvolvimento de um fluxo de potência intervalar em coordenadas polares de tensão (magnitude e ângulo) para avaliar a operação dessas redes e da propagação harmônica nas mesmas. Com base na expansão até os termos de segunda ordem da série de Taylor em que as derivadas das equações algébricas do FP são calculadas em relação a um parâmetro de incerteza percentual, determina-se o impacto de dados incertos nas soluções possíveis do FP. A razão do uso da série de Taylor está relacionada à facilidade de manipulação das equações a serem implementadas. Assim, o método utiliza, além da matriz Jacobiana contendo as derivadas de primeira ordem, a matriz Hessiana referente às equações de FP e FPH, contendo todas as derivadas parciais de segunda ordem. A fim de conectar unidades de Geração Distribuída (GDs) às microrredes, são considerados inversores do tipo fonte de tensão (do inglês, VSIs (*Voltage Source Inverters*)) com suas características de controle de frequência (do inglês, *frequency droop control*) com o propósito de avaliar não somente as variáveis de estado operativo da rede mas também o impacto das incertezas no valor da frequência, em Hz, das microrredes. Para as simulações computacionais, são utilizados os sistemas IEEE de 33 e 69 barras, modificados a partir da inclusão de GDs e cargas não lineares, modeladas como fontes de corrente harmônica. Os resultados demonstram, de maneira prática, como o método desenvolvido permite calcular intervalos associados às magnitudes e ângulos de tensão de uma microrrede bem como sua frequência e as distorções harmônicas em cada barra. Para validar a metodologia proposta, simulações de Monte Carlo (MC) são conduzidas, atestando a compatibilidade entre as soluções fornecidas pelas mesmas. Como principais contribuições, a metodologia proposta determina a solução com menor tempo computacional uma vez que os cálculos são efetuados de maneira direta sem característica iterativa e apresenta resultados semelhantes aos de MC.

Palavras-chave: Incertezas. Microrredes. Fluxo de Potência. Fluxo de Potência Harmônico. Série de Taylor. Monte Carlo.

ABSTRACT

The constant growth in electricity consumption, combined with the use of alternative sources, results in a greater number of issues related to power quality. In addition, uncertainty about load, generation data makes it difficult to analyze electrical networks in real time. The importance of dealing with uncertainties in methods for evaluating power systems is directly related with decision-making in a control center, ensuring a panoramic and systemic view which strives for greater reliability and security for planning and operation. Within this context, this work aims to propose tools for interval analysis based on the calculation of Power Flow (PF) and Harmonic Power Flow (HPF) considering microgrids operating connected to the main grid and in islanded mode assuming uncertainties associated with the load and generation values. Due to the scarcity of related works that evaluate the introduction of uncertainties in microgrids, this work proposes the development of an interval power flow in voltage polar coordinates (magnitudes and angles) to evaluate the operation of these networks and their harmonic propagation. Based on the expansion to the second order terms of the Taylor series in which the derivatives of the algebraic equations of the PF are calculated with respect to a parameter of percentage uncertainty, the impact of uncertain data on the possible solutions of the PF is determined. The reason for using the Taylor series is related with the ease of manipulation of the equations to be implemented. Thus, the method uses, in addition to the Jacobian matrix containing the first order derivatives, the Hessian matrix referring to the PF and HPF equations, containing all the second order partial derivatives. In order to connect Distributed Generation units (DGs) to microgrids, voltage source inverters (VSIs) with their frequency control characteristics (*Voltage Source Inverters*) are considered with the purpose of evaluating not only the network operating state variables but also the impact of uncertainties on the frequency value, in Hz, of the microgrids. For the computational simulations, IEEE systems of 33 and 69 buses are used, modified by the inclusion of DGs and non-linear loads, modeled as harmonic current sources. The results demonstrate how the developed method allows calculating intervals associated with the magnitudes and voltage angles of a microgrid, as well as its frequency and harmonic distortions for each bus. To validate the proposed methodology, Monte Carlo (MC) simulations are conducted, attesting the compatibility between the solutions provided by them. As a main contribution, the proposed methodology determines the solution with less computational time and presents similar results since the calculations are performed directly without iterative characteristics.

Key-words: Uncertainties. Microgrids. Power Flow. Harmonic Power Flow. Taylor series. Monte Carlo.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Circunferências com polígonos inscritos e circunscritos	28
Figura 2 – Tamanho, ponto médio e limites de um intervalo X	30
Figura 3 – Sistema Elétrico de Potência	31
Figura 4 – Exemplo de arquitetura de uma microrrede	41
Figura 5 – Decomposição em componentes harmônicos	46
Figura 6 – Modelo equivalente π de uma linha de transmissão	48
Figura 7 – Modelo em série	51
Figura 8 – Modelo em Paralelo	52
Figura 9 – Modelo CIGRE	52
Figura 10 – Fluxograma do fluxo de potência harmônico determinístico	57
Figura 11 – Curva característica P-F	63
Figura 12 – Curva característica Q-V	64
Figura 13 – Fluxograma do método proposto	78
Figura 14 – Sistema exemplo 3 barras	82
Figura 15 – Sistema teste 33 barras	110
Figura 16 – Resultados de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário I	112
Figura 17 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário I	113
Figura 18 – Tensões harmônicas para o sistema de 33 barras - Cenário I	115
Figura 19 – Tensões harmônicas para 7 ^a ordem harmônica do sistema de 33 barras - Cenário I	116
Figura 20 – THD do sistema de 33 barras - Cenário I	117
Figura 21 – THD para diferentes fatores de carga para o sistema de 33 barras - Cenário I	118
Figura 22 – Fluxos intervalares para o sistema de 33 barras - Cenário I	120
Figura 23 – Fluxos intervalares para o sistema de 33 barras - Cenário I	120
Figura 24 – Resultados de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário II	121
Figura 25 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário II	123
Figura 26 – Tensão harmônica para o sistema de 33 barras - Cenário II	124
Figura 27 – THD do sistema de 33 barras - Cenário II	125
Figura 28 – Variação da THD com mudança de carga - Cenário II	127
Figura 29 – Variação da frequência com mudança de carga - Cenário I	128
Figura 30 – Resultados de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário III	128
Figura 31 – Índices de avaliação de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário III	129
Figura 32 – Tensão harmônica para o sistema de 33 barras - Cenário III	131
Figura 33 – THD do sistema de 33 barras - Cenário III	132
Figura 34 – Sistema teste 69 barras	133

Figura 35 – Resultados de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário I	134
Figura 36 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário I	135
Figura 37 – Tensão harmônica para o sistema de 69 barras - Cenário I	136
Figura 38 – THD do sistema de 69 barras - Cenário I	137
Figura 39 – Resultados de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário II	138
Figura 40 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário II	139
Figura 41 – Tensão harmônica para o sistema de 69 barras - Cenário II	141
Figura 42 – THD do sistema de 69 barras - Cenário II	142
Figura 43 – Variação da THD com mudança de carga - Cenário II	143
Figura 44 – Resultados de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário III	143
Figura 45 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário III	144
Figura 46 – Tensão harmônica para o sistema de 69 barras - Cenário III	145
Figura 47 – THD do sistema de 69 barras - Cenário III	146
Figura 48 – Formulação de injeção de potência.	166
Figura 49 – Fluxograma do fluxo de potência	170

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Conceitos gerais da norma IEC-61000-2-1	45
Tabela 2 – Espectro harmônico ilustrativo	54
Tabela 3 – Valores de referência para THD de tensão	59
Tabela 4 – Fonte harmônica do exemplo tutorial	82
Tabela 5 – Dados de barra do sistema 3 barras	82
Tabela 6 – Dados de linha do sistema 3 barra	82
Tabela 7 – Resultado determinístico do caso base do sistema 3 barras	83
Tabela 8 – Resultado de linha determinístico do caso base do sistema 3 barras	83
Tabela 9 – Injeção de corrente harmônica	96
Tabela 10 – Matriz admitância harmônica	96
Tabela 11 – Tensão harmônica para $it = 0$	97
Tabela 12 – Admitâncias das cargas lineares	98
Tabela 13 – Corrente harmônica absorvida pela carga linear para $it = 1$	99
Tabela 14 – Tensão harmônica para $it = 1$	100
Tabela 15 – Erro para $it = 1$	101
Tabela 16 – Resultado determinístico do FPH do sistema 3 barras	101
Tabela 17 – Derivadas de tensão harmônica de primeira ordem	105
Tabela 18 – Matriz Hessiana por ordem harmônica	106
Tabela 19 – Derivadas de tensão harmônica de segunda ordem ordem	108
Tabela 20 – Solução da tensão harmônica intervalar	108
Tabela 21 – Fontes harmônicas	111
Tabela 22 – Primeiro e segundo termo da série de Taylor do sistema de 33 barras - Cenário I	114
Tabela 23 – Resultados considerando incerteza na carga para o sistema de 33 barras - Cenário I	114
Tabela 24 – Resultados considerando incerteza na geração e carga para o sistema de 33 barras - Cenário I	114
Tabela 25 – Índice de sensibilidade ($S_{V_{17}}(\%)$) para diferentes fatores de carga e níveis de incerteza para o sistema de 33 barras - Cenário I	115
Tabela 26 – Variação de carga do sistema de 33 barras - Cenário I	119
Tabela 27 – Primeiro e segundo termo harmônico da série de Taylor do sistema de 33 barras - Cenário I	119
Tabela 28 – Frequência para o sistema de 33 barras - Cenário II	122
Tabela 29 – Índice de sensibilidade ($S_{V_{17}}(\%)$) para diferentes fatores de carga e níveis de incerteza para o sistema de 33 barras - Cenário II	124
Tabela 30 – Variação de carga do sistema de 33 barras - Cenário II	126
Tabela 31 – Variação da frequência em função da constante de <i>droop</i>	127

Tabela 32 – Índice de sensibilidade ($S_{V_{17}}(\%)$) para diferentes fatores de carga e níveis de incerteza para o sistema de 33 barras - Cenário III	130
Tabela 33 – Variação de carga do sistema de 33 barras - Cenário III	132
Tabela 34 – Fontes harmônicas	134
Tabela 35 – Frequência para o sistema de 69 barras - Cenário II	140
Tabela 36 – Análise comparativa de resultados de sensibilidade para tensões	147
Tabela 37 – Análise comparativa de resultados de sensibilidade para THD	147
Tabela 38 – Ganhos de tempo computacional	148
Tabela 39 – Dados de barra do sistema de 33 barras	180
Tabela 40 – Dados de linha do sistema 33 barras	181
Tabela 41 – Dados de barras do sistema 69 barras	184
Tabela 42 – Dados de linha do sistema 69 barras	186

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AA	Aritmética Afim
ANAREDE	Análise de Redes Elétricas
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
EI	<i>Energy Internet</i>
EUA	Estados Unidos da América
BT	Baixa Tensão
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CCM	Controle Central da Microrrede
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CNL	Carga Não Linear
DET	Determinístico
FACTS	<i>Flexible Alternating Current Transmission Systems</i>
FORM	<i>First-Order Reliability Method</i>
FP	Fluxo de Potência
FPF	Fluxo de Potência <i>Fuzzy</i>
FPI	Fluxo de Potência Intervalar
FPP	Fluxo de Potência Probabilístico
FPH	Fluxo de Potência Harmônico
FPHP	Fluxo de Potência Harmônico Probabilístico
GD	Geração Distribuída
HVDC	High Voltage Direct Current
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronic Engineers</i>
IEC	<i>International Electro-technical Commission</i>
IHD	<i>Individual Harmonic Distortion</i>

LT	Linha de Transmissão
MC	Simulação de Monte Carlo
MGCC	<i>Microgrid Central Controller</i>
MP	Método Proposto
MPP	<i>The Most Probable Point</i>
MT	Média Tensão
SEPs	Sistemas Elétricos de Potência
SIN	Sistema Interligado Nacional
SOR	<i>Second-Order Reliability Method</i>
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PCA	<i>Principal Component Analysis</i>
PCC	<i>Point of Common Coupling</i>
PES	<i>Power Energy Society</i>
PCH	Pequenas Centrais Hidrelétrica
PRODIST	Procedimento de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional
p.u.	por unidade
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

a_{km}	tap do transformador conectado entre as barras k e m
b_k^{sh}	susceptância shunt na barra k
b_{km}^{sh}	susceptância shunt na barra $k - m$
b_{km}	susceptância série na barra $k - m$
B_{km}	susceptibilidade da linha que liga a barra k à m
C	capacitância
d	distância em quilômetros
\in	pertence
ξ	valor de incerteza ou variável aleatória
E_k	fasor de tensão na barra k
E_k^*	fasor de tensão conjugado na barra k
f_h	frequência da ordem harmônica h
g_{km}	condutância série do ramo k e m
G_{km}	condutância da linha que liga a barra k à m
\mathbf{H}	matriz Hessiana
h	ordem harmônica
h_{max}	máxima ordem harmônica
\mathbf{I}^h	vetor de injeção de corrente para a harmônica de ordem h
\mathbf{I}_p^h	vetor de corrente absorvida pelas cargas lineares
I_k^h	fasor de corrente injetada na barra k para harmônica de ordem h
it	contador de iterações
n	número de barras dos sistema
\mathbf{J}	matriz Jacobiana
K_f	constante característica de frequência
K_v	constante característica de tensão

L	indutância
P_{km}	potência ativa no ramo k e m
P_0^s	potência ativa nominal de operação na fase s
p_I	parcela ativa do modelo como corrente constante
p_P	parcela ativa do modelo como potência constante
p_Z	parcela ativa do modelo como impedância constante
$P_{G_k} + jQ_{G_k}$	potência complexa gerada na barra k
$P_{L_k} + jQ_{L_k}$	potência complexa consumida na barra k
$P_k^{esp} + jQ_k^{esp}$	potência complexa líquida especificada na barra k
$P_k^{calc} + jQ_k^{calc}$	potência complexa líquida calculada na barra k
Q_{km}	potência reativa no ramo k e m
Q_0^s	potência reativa nominal de operação na fase s
q_I	parcela reativa do modelo como corrente constante
q_P	parcela reativa do modelo como potência constante
q_Z	parcela reativa do modelo como impedância constante
\mathbb{R}	números reais
r_a	resistência de armadura
r_{km}	resistência série do ramo k e m
\mathbf{V}^h	vetor de tensão nodal harmônico para uma dada ordem harmônica h
V_k	módulo de tensão na barra k
V_0^s	tensão nominal na fase s , na frequência fundamental
x_d''	reatância de dispersão da máquina
x_{km}	reatância série do ramo k e m
Z_{AA}	impedância série na linha da fase A
Z_{AB}	impedância mutua entre a fase A e B
Y	matriz admitância nodal

Y_p^h	matriz admitância nodal formada apenas pelas admitâncias das cargas lineares
Y_{AA}^{sh}	admitância shunt da fase A
\mathbf{Y}^h	matriz admitância nodal harmônica
y_{km}	admitância série do ramo k e m
θ_k	ângulo da tensão na barra k
θ_k^h	ângulo da corrente injetada na barra k para harmônica de ordem h
φ_{km}	ângulo de fase do transformador conectado entre as barras k e m
\emptyset	conjunto vazio
Ω_k	conjunto das barras adjacentes à barra k
\cap	intersecção
\leq	menor ou igual
\underline{x}	limite inferior de x
\bar{x}	limite superior de x
ω_0	frequência angular
Δf	resíduo de frequência como variável de estado
$\Delta \mathbf{P}$	vetor resíduos de potência ativa
$\Delta \mathbf{P}_g$	vetor resíduos de potência ativa gerada de cada unidade geradora conectada
$\Delta \mathbf{Q}$	vetor resíduos de potência reativa
$\Delta \mathbf{Q}_g$	vetor resíduos de potência reativa gerada de cada unidade geradora conectada
$\Delta \mathbf{V}$	vetor resíduo de magnitude da tensão para todas as barras do sistema
$\Delta \mathbf{V}'$	vetor resíduo de magnitude da tensão para todas as barras de geração
$\Delta \mathbf{x}$	vetor solução
$\Delta \mathbf{y}$	vetor resíduos
$\Delta \mathbf{y}'$	vetor resíduo de regulação de frequência para todas unidades geradoras

$\Delta\theta$

vetor resíduo de ângulos da tensão para todas as barras do sistema

As matrizes e os vetores estão representados em negrito. Os índices que estão sobrescrito \wedge denotam grandezas intervalares.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	21
1.2	JUSTIFICATIVA	24
1.3	OBJETIVOS	24
1.4	PUBLICAÇÕES RESULTANTES	25
1.5	ESTRUTURA DO DOCUMENTO	25
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	27
2.1.1	Breve histórico	27
2.1.2	Termos e conceitos básicos	29
2.2	ANÁLISE INTERVALAR EM SISTEMAS DE POTÊNCIA	30
2.2.1	Conceitos gerais	30
2.2.2	Aplicação da análise intervalar	34
2.3	ANÁLISE INTERVALAR DE MICRORREDES	40
2.3.1	Conceitos gerais	40
2.3.2	Aplicação da análise intervalar	42
2.4	ANÁLISE INTERVALAR DE DISTORÇÕES HARMÔNICAS	44
2.4.1	Conceitos gerais	44
2.4.1.1	<i>Modelagem de elementos para análise harmônica</i>	47
2.4.1.1.1	Linhas de Transmissão/Distribuição	47
2.4.1.1.2	Gerador	50
2.4.1.1.3	Carga linear	50
2.4.1.1.4	Carga não linear	53
2.4.1.2	<i>Fluxo de Potência Harmônico</i>	54
2.4.1.3	<i>Indicadores de distorção e valores de referência</i>	58
2.4.2	Aplicação da Análise Intervalar	60
2.5	CONCLUSÕES PARCIAIS SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	62
3	METODOLOGIA PROPOSTA	63
3.1	APLICAÇÃO DA SÉRIE DE TAYLOR EM MICRORREDES	63
3.1.1	Modelagem da matriz Hessiana	68
3.1.2	Cálculos a partir da solução intervalar	71
3.2	APLICAÇÃO DA SÉRIE DE TAYLOR PARA ANÁLISE HARMÔNICA	74
3.2.1	Modelagem da matriz Hessiana harmônica	77
3.3	FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA	78

3.4	MÉTRICA USADA PARA A VALIDAÇÃO DO MÉTODO	80
3.5	EXEMPLO ILUSTRATIVO	81
3.5.1	Frequência fundamental	83
3.5.1.1	<i>Cálculo das derivadas de primeira ordem em relação à incerteza</i>	83
3.5.1.2	<i>Cálculo das derivadas de segunda ordem em relação à incerteza</i>	87
3.5.1.3	<i>Cálculo da solução intervalar</i>	91
3.5.1.4	<i>Cálculo das variáveis de saída</i>	92
3.5.2	Demais frequências	95
3.5.2.1	<i>Cálculo das derivadas de primeira ordem em relação à incerteza</i>	102
3.5.2.2	<i>Cálculo das derivadas de segunda ordem em relação à incerteza</i>	105
3.5.2.3	<i>Cálculo da solução intervalar</i>	108
3.5.2.4	<i>Cálculo das variáveis de saída</i>	109
3.6	CONCLUSÕES PARCIAIS SOBRE A METODOLOGIA PROPOSTA	109
4	RESULTADOS	110
4.1	SISTEMA IEEE 33 BARRAS	110
4.1.1	Cenário I	112
4.1.1.1	Fluxos e perdas intervalares	119
4.1.2	Cenário II	121
4.1.3	Variação da frequência considerando mudança de carga	127
4.1.4	Cenário III	127
4.2	SISTEMA IEEE 69 BARRAS	133
4.2.1	Cenário I	134
4.2.2	Cenário II	138
4.2.3	Cenário III	143
4.3	Análises complementares	146
4.3.1	Comparação com método alternativo	146
4.3.2	Tempo computacional	148
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	149
5.1	CONCLUSÕES FINAIS	149
5.2	TRABALHOS FUTUROS	150
	Referências	152
	APÊNDICE A – FLUXO DE POTÊNCIA	163
A.1	INTRODUÇÃO	163
A.2	MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON	164

A.3	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON ÀS EQUAÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA	166
A.3.1	Fluxo de Potência com controles	172
A.3.1.1	<i>Controle primário de frequência</i>	172
	APÊNDICE B – SEGUNDA DERIVADAS	176
	ANEXO A – DADOS DOS SISTEMAS	180
A.1	SISTEMA TESTE 33 BARRAS	180
A.1.1	Sistema tutorial	182
A.2	SISTEMA TESTE 69 BARRAS	183
A.2.1	Sistema tutorial	187

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho encontra-se inserido em pesquisas relacionadas às incertezas intrínsecas à operação de microrredes, associadas ao monitoramento da qualidade de energia e propagação de componentes harmônicos. O aumento das fontes variáveis de energia aliado à constante variação da carga, erros de leituras de medidores, variação de temperatura, variação de tap do transformador, mudanças de topologias, entre outros, culminam em incertezas dentro do setor elétrico. Caso essas incertezas não sejam incluídas e tratadas nas análises de rede, podem ocasionar problemas que afetam a qualidade de energia entregue ao consumidor e a segurança dos sistemas de potência bem como sua estabilidade. Neste capítulo, são apresentados as considerações iniciais, motivações, os principais objetivos do trabalho, publicações decorrentes e a estruturação desta tese.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) são sistemas complexos que se expandem no decorrer dos anos de forma a atender a crescente demanda de energia, tornando-se indispensáveis estratégias e técnicas que visam o planejamento e a operação segura dos mesmos. A geração de energia elétrica deve suprir os usuários e sua demanda conforme suas necessidades, garantindo os níveis de qualidade e continuidade do serviço primando pela economicidade e confiabilidade. Todavia, essa tarefa não é considerada fácil pois fatores associados à possibilidade de falhas dos equipamentos, fontes intermitentes, erros de estimação na previsão da demanda, variabilidade da geração e carga refletem na segurança do sistema e na qualidade de energia fornecida aos consumidores (VIEIRA FILHO, 1984; WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2013; GUARANYNS MARTINS, 2019).

O crescente aumento do uso de cargas com características não lineares conectadas às redes tais como equipamentos eletrônicos, ocasionam distorções harmônicas, as quais resultam em diversos problemas como o sobreaquecimento em motores, perdas adicionais em linhas e cabos, mau funcionamento dos sistemas de proteção, conflitos em sistemas de telecomunicação, efeitos de ressonância, perdas de energia e redução da estabilidade do sistema, prejudicando as concessionárias de energia elétrica, seus usuários e equipamentos instalados ao longo da rede (AL-KANDARI; EL-NAGGAR, 2006; KARUPPANAN; MAHAPATRA, 2014; MAZA-ORTEGA et al., 2005; ALAMMARI; SOLIMAN; EL-HAWARY, 2004; ZENG et al., 2013; MELO; PEREIRA et al., 2020; CAMILO et al., 2018; RUIZ-RODRIGUEZ; HERNANDEZ; JURADO, 2020).

O atual cenário, portanto, requer técnicas que sejam desenvolvidas a fim de considerar incertezas durante a operação do sistema elétrico. Para isso, existem ferramentas computacionais que conseguem obter cenários próximos aos reais através da modelagem de equações algébricas e diferenciais não-lineares no domínio do tempo. As simulações no

domínio do tempo são muito importantes para a verificação dos fenômenos de instabilidades ocorridas no sistema, viabilizando o estudo do comportamento dos equipamentos de controle e das máquinas no domínio do tempo, simulando a dinamicidade de respostas frente a diversos eventos possíveis como, por exemplo, a saída/entrada de um circuito, a perda/desconexão de uma unidade geradora ou cortes de carga. Todavia, as simulações no domínio do tempo demandam grande esforço computacional devido às dinâmicas lentas ou com longos atrasos na atuação de equipamentos de controle. Portanto, ferramentas estáticas, ao longo dos anos, têm sido utilizadas de forma complementar aos estudos no domínio no tempo, baseadas principalmente na análise do fluxo de potência para verificar o estado operativo das redes em regime permanente (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

A análise do fluxo de potência é uma das ferramentas mais utilizadas em um centro de controle, tanto para o planejamento como para a operação, permitindo a avaliação do estado operativo em regime permanente, podendo ser base para estudos mais complexos tais como os de otimização, estabilidade, contingências, controle e supervisão, dentre outros (PASSOS FILHO, 2005). Essa ferramenta foi desenvolvida no final da década de sessenta e, nos programas atuais são utilizadas diferentes variações do método tradicional de Newton-Raphson, possibilitando, dessa forma, a determinação do estado operativo do sistema elétrico como a distribuição dos fluxos e das injeções de potências ativa e reativa nas barras, para um nível de carga especificado e as condições de geração ativa estabelecida. Ou seja, de forma sucinta, especificada uma condição de carga, calcula-se o estado operativo resultante caracterizado essencialmente pelas magnitudes e ângulos de tensões em cada barra (STAGG, 1979; MONTICELLI, 1983).

No cálculo convencional do Fluxo de Potência (FP), o dados de geração, as cargas ativas/reactivas e os dados de linha são consideradas grandezas determinísticas, ou seja, estabelecidas por um único valor, e não sofrem alterações ao longo do tempo de análise. Dessa forma, as tensões nas barras, os fluxos de potência e as perdas são calculadas de modo determinístico, em que, para qualquer alteração do cenário de entrada, é necessário uma nova execução do algoritmo para obter um estado atualizado do sistema (DIMITROVSKI; TOMSOVIC, 2004; PAREJA, 2009).

O cálculo tradicional do FP é obtido para a frequência nominal do sistema e não é capaz de fazer avaliação dos componentes harmônicos injetados na rede. Dessa forma, faz-se necessário o desenvolvimento do Fluxo de Potência Harmônico (FPH), o qual determina as distorções associadas à cada barra da rede para cada frequência múltipla inteira da fundamental, ou seja, os fasores de tensão e corrente em cada ponto da rede e em cada ordem harmônica. De maneira similar ao FP, o FPH é baseado na análise nodal da rede elétrica, utiliza a solução do sistema de equações resultante para a montagem da matriz impedância de elementos em uma dada frequência e pode ser resolvido segundo diversos métodos diretos e iterativos (ARRILLAGA et al., 1997).

Considerando que, em sistemas elétricos reais, as informações de entrada dos elementos empregados para o cálculo estão sujeitos a erros, esses podem ser amplificados quando somados à variabilidade da carga e à inserção de recursos integrados de energia renovável nas redes elétricas. O fato é que, em condições reais, a incerteza é algo imprevisível, pois geração e configuração exata das redes de distribuição não podem ser determinadas com exatidão na ferramenta de FP e de FPH. Outro fato que tem propiciado o aumento da incerteza dentro do sistema elétrico nos últimos anos é o advento da Geração Distribuída (GD), onde os padrões de geração conhecidos deixam de existir e a injeção de energia no sistema se torna mais imprevisível com a possibilidade da ocorrência de ilhamentos e fluxos reversos (MELO; JUNIOR; OLIVEIRA, 2021).

A consideração de dados determinísticos associados à condição de carga e geração em um SEP é demasiadamente simplista, necessitando de análises que considerem cenários com incertezas devido à penetração de fontes com características de alta variabilidade como a solar e eólica, incertezas relativas à demanda e erros provenientes de medição e sistemas de monitoramento.

Assim, as informações obtidas pelas ferramentas tradicionais de FP e FPH não contemplam as incertezas existentes e necessitam, na prática, de diversas simulações para diferentes cenários a fim de obter resultados mais confiáveis que abranjam de forma mais realista o conjunto de soluções que representem a operação de redes elétricas. Geralmente, para fins de cômputo do fluxo de potência probabilístico, os dados de geração e carga são considerados randômicos e, através de múltiplas simulações de Monte Carlo (MC), obtêm-se os intervalos/faixas limitadas relativas aos valores de ângulos e magnitudes de tensão em cada barra com valores mínimos e máximos calculados a partir de um valor percentual de incerteza associada aos dados de geração e carga. Tal procedimento resulta em um elevado tempo computacional, o qual depende do número de simulações a serem realizadas e do grau de confiança dos testes estatísticos. Apesar do esforço computacional, essa metodologia ainda é utilizada amplamente devido à sua flexibilidade de representação de modelos de componentes em regime permanente (HAJIAN; ROSEHART; ZAREIPOUR, 2013).

É necessário, portanto, o desenvolvimento de métodos que permitam o tratamento e inclusão de incertezas nos algoritmos. Nesse caso, cada variável é representada por uma faixa de possíveis valores, permitindo assim, resultados que podem ser comparados às soluções de Monte Carlo.

Atualmente, existem ferramentas capazes de incorporar no processo de solução do FP, as incertezas referentes aos dados de geração e carga. Entre os métodos mais citados na literatura destacam-se o Fluxo de Potência Probabilístico (FPP), o Fluxo de Potência *Fuzzy* (FPF) e Fluxo de Potência Intervalar (FPI). A modelagem probabilística considera as incertezas como variáveis aleatórias de natureza probabilística e com funções de densidade

de probabilidade específicas, em repetições de eventos ou em dados experimentais (HU; WANG, 2006; USAOLA, 2009; HAJIAN; ROSEHART; ZAREIPOUR, 2013).

Os métodos baseados na teoria *fuzzy* também são propostos para incorporar parâmetros incertos como dados de entrada no FP. Os dados de entrada, que são as potências das cargas e das unidades geradoras, são representadas como números *fuzzy*, através de distribuições de possibilidades (BIJWE; HANMANDLU; PANDE, 2005) e função de pertinência.

O método intervalar utiliza a aritmética intervalar para considerar os dados incertos e, comparado aos métodos anteriores, é o mais simples e prático para a avaliação da segurança do sistema de energia elétrica bem como sua operação em tempo real (PEREIRA, 2011; PEREIRA; DA COSTA, 2014).

1.2 JUSTIFICATIVA

As principais motivações deste trabalho são listadas a seguir:

- Aumento de incertezas nos sistemas de distribuição devido às fontes com alta variabilidade;
- Variabilidade crescente de cargas devido à introdução de técnicas e aparato que subsidiam o desenvolvimento de redes elétricas inteligentes e microrredes;
- Incerteza nos parâmetros dos sistemas (inclusive nos dados fornecidos pelas concessionárias);
- Não existência de trabalhos que apliquem a série de Taylor em microrredes;
- Carência de trabalhos que considerem incertezas em microrredes;
- Carência de trabalhos que abordem microrredes e distorções harmônicas, de maneira sistêmica e conjuntamente;
- A não existência de um método intervalar eficiente computacionalmente para avaliação de microrredes e distorções harmônicas com a qualidade semelhante ao MC.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral desta tese é propor o uso da série de Taylor, expandida até o termo de segunda ordem, a fim de computar a resposta intervalar de microrredes operando conectadas à rede principal, ilhadas e com cargas não lineares que resultam em distorções harmônicas. Como objetivos específicos, tem-se:

1. Modelagem de cargas não lineares como fontes de corrente injetadas nas microrredes no domínio da frequência e análise intervalar das distorções harmônicas resultantes;
2. Exploração da metodologia proposta assumindo cenários com incertezas de carga e injeção de correntes harmônicas;
3. Verificar o impacto da variação da frequência com o aumento do carregamento da rede;
4. Modelar as equações do controle de frequência de inversores do tipo fonte de tensão utilizando a série de Taylor.

1.4 PUBLICAÇÕES RESULTANTES

- SOUSA, Letícia Lacerda Santos de; MELO, Igor Delgado de. Análise Intervalar do Fluxo de Potência Harmônico: uma abordagem usando Série de Taylor. Anais da XIV Conferência Brasileira sobre Qualidade da Energia Elétrica **CBQEE**, 2021.
- SOUSA, Letícia Lacerda Santos de; MELO, Igor Delgado de. Interval power flow analysis of microgrids with uncertainties: an approach using the second-order Taylor series expansion. **Electrical Engineering**, v. 104, n. 3, p. 104, 1623–1633, 2022. <https://doi.org/10.1007/s00202-021-01427-x>
- SOUSA, Letícia Lacerda Santos de; MELO, Igor Delgado de. Interval harmonic power flow for microgrids: an approach using the second order Taylor series. Submetido à **International Journal of Electrical Power Energy Systems**, 2023.

1.5 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

O presente trabalho está dividido em cinco capítulos além deste de caráter introdutório.

O Capítulo 2 apresenta uma breve revisão dos principais conceitos associados à análise intervalar em sistemas de potências, em microrredes e em análise harmônica.

No Capítulo 3 são descritas as modelagens propostas tanto para o fluxo de potência intervalar para avaliação de microrredes quanto para o fluxo de potência harmônico considerando incertezas de carga, geração e fontes harmônicas.

O Capítulo 4 mostra os resultados e discussões preliminares da aplicação das metodologias propostas em sistemas teste, a partir de simulações computacionais. Buscando validação, os resultados são comparados às soluções obtidas usando Monte Carlo.

Finalmente, o Capítulo 5 apresenta as conclusões finais acerca das metodologias propostas.

Adicionalmente, apresenta-se dois apêndices e um anexo. O Apêndice A apresenta uma breve revisão sobre a solução do conjunto de equações do fluxo de potência pelo método de Newton-Raphson em coordenadas polares. O Apêndice B apresenta o conjunto de equações diferenciais e algébricas de segunda ordem para montagem da matriz Hessiana. O Anexo A apresenta os dados dos sistemas de 33 e 69 barras incluindo os dados do ANAREDE, respectivamente.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo tem por finalidade apresentar os principais conceitos que foram utilizados como base para a elaboração desta tese. Nesse seguimento, será abordado um breve histórico dos métodos intervalares e inclusão de incertezas na resolução de problemas matemáticos. Em seguida, a utilização das metodologias existentes na literatura que contemplam as incertezas aplicadas à sistemas de potência, microrredes e sistemas com integração de cargas não lineares, respectivamente, serão apresentadas.

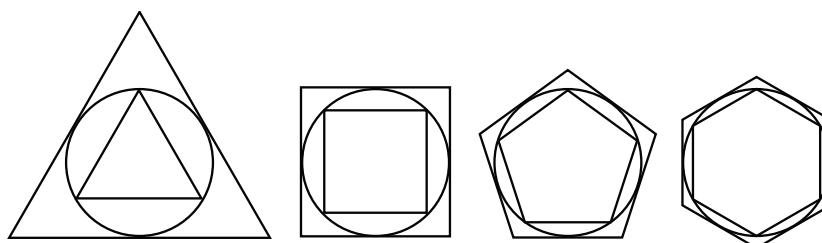
2.1.1 Breve histórico

A incerteza refere-se às situações envolvendo informações imperfeitas ou desconhecidas. Aplica-se às previsões de eventos futuros e às medições envolvendo variáveis elétricas, por exemplo. Segundo Hubbard (2014), a falta de certeza (estado de conhecimento limitado) resulta na impossibilidade de descrever exatamente o estado de um resultado futuro ou mais de um resultado possível.

Muitos problemas de engenharia e científicos consistem em situações parcialmente determinísticas e parcialmente aleatórias. Em sistemas elétricos de potência, a incerteza torna-se em uma questão crítica devido aos impactos na qualidade de energia, segurança, planejamento, operação e economia do fornecimento elétrico. A dinâmica da operação é continuamente afetada por perturbações de natureza aleatória, que vão desde falhas no sistema associadas a fatores externos como acidentes que danificam a estrutura física das instalações até mesmo a demanda de energia elétrica, como também a inclusão de energias renováveis como parques eólicos e usinas solares (VERDEJO et al., 2019).

A incerteza como inadequação do conhecimento tem uma história muito longa, que remonta à filosofia de questões debatidas entre os antigos gregos sobre a certeza do conhecimento. Uma data precisa de quando surgiu a inclusão de incertezas em modelagens matemáticas não pode ser afirmada de forma exata. No entanto, pesquisas sugerem que um dos primeiros estudos utilizavam intervalos para abranger as possíveis faixas de soluções para aproximação de um único valor. Ao que consta, Arquimedes (287 à 212 a.C.) utilizou análise intervalar ao que consta na publicação Heath (1897) para obter o número π . Ele utilizou polígonos inscritos e circunscritos de um círculo com raio igual a 1 e alcançou uma sequência crescente e decrescente de limites inferiores e superiores respectivamente para o cálculo dos lados, onde as sequências de números era obtida aumentando o número de lados dos polígonos de tal forma a aproximar ao perímetro da circunferência. Assim, para auxiliar o entendimento, a Figura 1 mostra as circunferências de mesmo tamanho com figuras inscritas e circunscritas de triângulos, quadrados, pentágonos e hexágonos.

Figura 1 – Circunferências com polígonos inscritos e circunscritos



Fonte: (MAGNAGHI; ASSIS, 2019)

Ao aumentar o número de lados dos polígonos, Arquimedes percebeu que os valores tendiam a um valor aproximado igual a π , ou seja, em torno de 3,14. Ao inscrever e circunscrever uma circunferência com polígonos regulares, encontrou o seguinte resultado para o polígono de 96 lados: $3,14016 < \pi < 3,14208$. Desta forma, através dessas verificações obteve aproximações de excelentes resultados para o valor numérico de π .

Desde então, a quantificação da incerteza desempenha um papel crítico no processo de tomada de decisão e otimização em diversos campos da ciência e da engenharia. Conforme Lee e Chen (2009), as abordagens de inclusão de incerteza existentes podem ser de natureza probabilísticas e não probabilísticas. Existem basicamente cinco categorias de abordagens probabilísticas para propagação de incerteza:

- **Métodos baseados em simulações** como as de Monte Carlo (RUBINSTEIN; KROESE, 1981; BUCHER, 1988; DER KIUREGHIAN, 1996), amostragem de importância (MELCHERS, 1989; ENGELUND; RACKWITZ, 1993) e amostragem adaptativa (BUCHER, 1988);
- **Métodos baseados em expansão local** como o método da série de Taylor ou método de perturbação (THOFT-CHRISTENSEN; BAKER, 1982; GHANEM; SPANOS, 1991; DER KIUREGHIAN; DAKESSIAN, 1998; MADSEN; KRENK; LIND, 2006). Esse método foi desenvolvido para encontrar sucessivamente os múltiplos pontos de solução de um problema de confiabilidade de componentes, quando eles existem na superfície do estado limite;
- **Métodos baseados no ponto mais provável**, do inglês *Most Probable Point* (MPP) onde a distância mínima associada ao MPP fornece uma medida da probabilidade de ocorrência do intervalo, que pode ser obtida por métodos de integração de probabilidade aproximada como FORM (do inglês *First-Order Reliability Method*) ou SOR (do inglês *Second-Order Reliability Method*) (HOU; NEWMAN, 2004; FIESSLER; NEUMANN; RACKWITZ, 1979);

- **Métodos baseados em expansão funcional de séries** como a expansão da série de Neumann e a expansão do caos polinomial (GHANEM; SPANOS, 1991; XIU; KARNIADAKIS, 2003);
- **Métodos baseados em integração numérica**, onde as métricas estatísticas são calculadas primeiramente por integração numérica direta e, em seguida, a densidade de probabilidade é aproximada usando os sistemas de distribuição empíricos (EVANS, 1972; KWAK et al., 2002; KOTZ; JOHNSON; BALAKRISHNAN, 1994).

Para as abordagens não probabilísticas, tem-se a **análise intervalar** (MOORE, 1966; JAULIN; KIEFFER; DIDRIT, 2001) e a **teoria fuzzy** (DUBOIS; PRADE, 1979; ZADEH, 1978; ZIMMERMANN, 2010) entre as mais utilizadas. Dentre as mesmas, a análise intervalar tornou-se mais popular nos anos 90 com a adesão de grupos de pesquisa em várias partes do mundo. Atualmente, o próprio IEEE (*Institute of Electrical and Electronic Engineers*), reconhece e padroniza o uso da computação intervalar através de normatização técnica própria (IEEE, 2015).

2.1.2 Termos e conceitos básicos

O tratamento de qualquer método que inclua a incerteza em seu cálculo estende-se à aplicação de intervalos (MOORE, 1966). Os intervalos são uma ferramenta útil para lidar com a incerteza, permitindo que se especifique uma faixa de valores possíveis para a resposta de uma equação ou modelo.

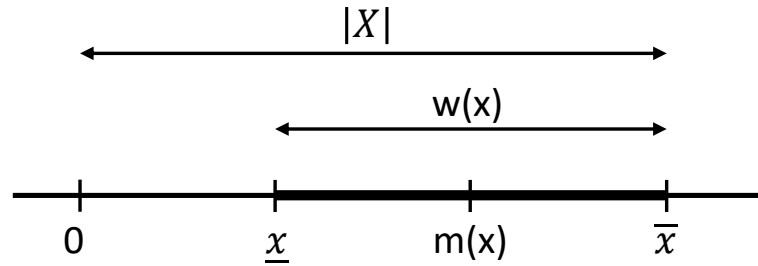
Conforme Moore (1966), o intervalo pode ser definido por um conjunto fechado e limitado pertencente aos números reais, denotado matematicamente por $X = [a, b]$, onde $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$. Assim, o limite inferior a e o limite superior b de um intervalo X pode ser escrito por \underline{x} e \bar{x} , respectivamente. Adota-se, por convenção, intervalos por letras maiúsculas e suas extremidades escritas por letras minúsculas de acordo com Moore (1966) e a norma IEEE 1788-2015 (IEEE, 2015), conforme a Equação (2.1).

$$X = [\underline{x}, \bar{x}] \quad (2.1)$$

A informação contida em um intervalo permite maior segurança em relação à uma afirmação pontual, pois a resposta está compreendida entre os intervalos \underline{x} e \bar{x} e, para aproximação desse valor, pode-se usar o ponto médio $m(x) = \frac{(\underline{x} + \bar{x})}{2}$ como uma provável solução de x . O valor absoluto de X é o máximo valor absoluto de seu ponto final, denotado por: $|X| = \max\{|\underline{x}|, |\bar{x}|\}$, em que $\omega(x) = \bar{x} - \underline{x}$ é o tamanho do intervalo. Para melhor compreensão, a Figura 2 ilustra essas relações.

A intersecção entre dois intervalos X e Y é o conjunto de números reais que pertence a ambos os intervalos. Essa intersecção é vazia tanto se $\bar{y} < \underline{x}$ ou $\bar{x} < \underline{y}$ e é denotada por $X \cap Y = \emptyset$. Se esse não for o caso, a intersecção é definida pela Equação (2.2):

Figura 2 – Tamanho, ponto médio e limites de um intervalo X .



Fonte: (MOORE, 1966) adaptado.

$$X \cap Y = [\max\{\underline{x}, \underline{y}\}, \min\{\bar{x}, \bar{y}\}] \quad (2.2)$$

Ainda, a adição, subtração, multiplicação e divisão entre dois intervalos X e Y são computadas pelas Equações (2.3) à (2.6):

$$X + Y = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}] \quad (2.3)$$

$$X - Y = [\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y}] \quad (2.4)$$

$$X \cdot Y = [\min\{S\}, \max\{S\}] \quad (2.5)$$

em que: $S = \{\underline{x} \cdot \underline{x}, \underline{x} \cdot \bar{y}, \bar{x} \cdot \underline{y}, \bar{x} \cdot \bar{y}\}$.

$$\frac{X}{Y} = X \cdot \frac{1}{Y} \quad (2.6)$$

onde: $\frac{1}{Y} = \left[\frac{1}{\bar{y}}, \frac{1}{\underline{y}}\right]$, assumindo que $0 \notin Y$.

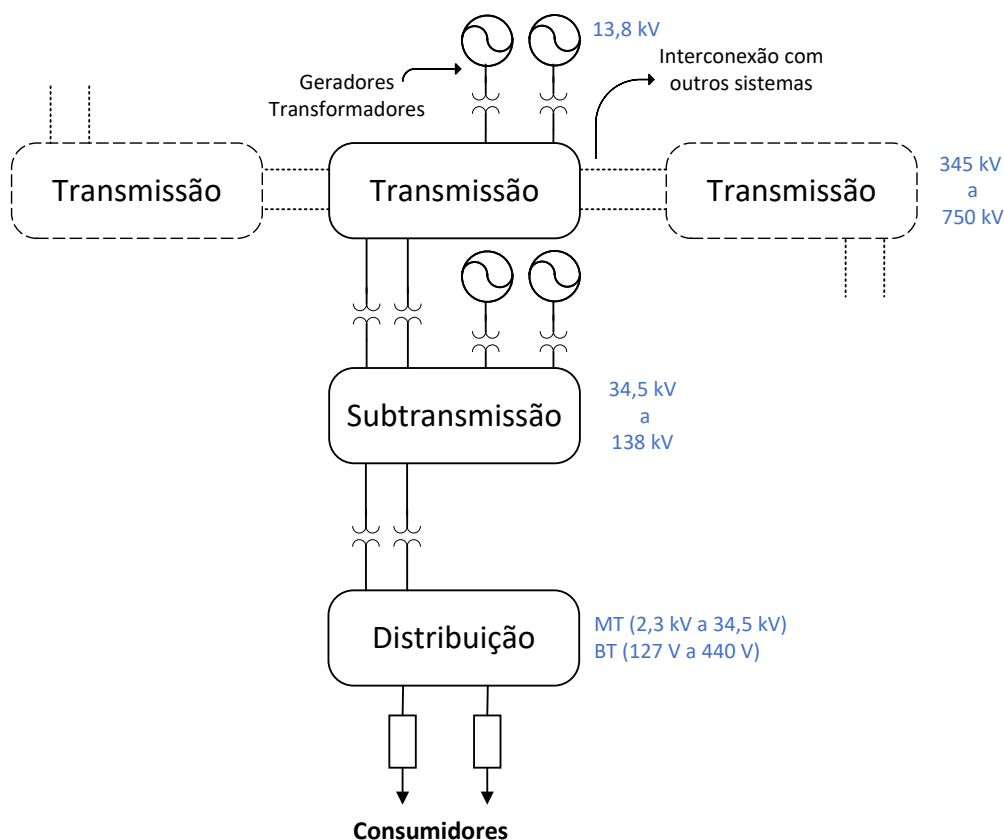
2.2 ANÁLISE INTERVALAR EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

2.2.1 Conceitos gerais

Os sistemas elétricos de potência são compostos por uma grande diversidade de equipamentos que, em conjunto, tem o objetivo de converter, transportar e abastecer as mais variadas cargas com o mínimo de interrupção possível (STEVENSON, 1986). A sua principal função consiste em suprir os consumidores, fornecendo energia elétrica na quantidade e qualidade adequada. Assim, para efetuar essa função, na Figura 3

são apresentados os componentes básicos de um sistema elétrico incluindo as centrais geradoras, os transformadores elevadores/abaixadores, as linhas de transmissão e os sistemas de distribuição.

Figura 3 – Sistema Elétrico de Potência



Fonte: (MONTICELLI; GARCIA, 1999) adaptado.

As usinas geradoras estão localizadas próximas aos recursos naturais energéticos como, por exemplo, as usinas hidroelétricas estabelecidas nos pontos favoráveis para o aproveitamento dos desníveis e quedas de água dos rios. Os geradores que fazem parte das usinas geradoras têm a principal função de transformar a energia mecânica em energia elétrica e injetar a potência gerada na rede de transmissão. Dentro das usinas geradoras, cada gerador é provido de controles individuais de tensão e velocidade onde o controle de tensão tem por obrigação manter os níveis de tensão aceitáveis de operação, tanto para geradores como para cargas, e para que isso ocorra são controlados os níveis de excitação nos circuitos dos geradores. Já o controle de velocidade, atua diretamente nas turbinas, que se encontram acopladas diretamente aos geradores, de maneira a controlar a rotação da mesma, e, conseqüentemente, as frequências das tensões induzidas pelos geradores elétricos. As turbinas não estão representadas explicitamente na Figura 3, mas podem ser incluídas no bloco que representa os geradores.

As turbinas podem ser hidráulicas, térmicas ou eólicas, sendo que cada tipo de

turbina apresenta características próprias de operação e controle, conforme seu recurso natural energético.

A energia elétrica nas usinas geradoras é produzida em um nível de tensão da ordem de uma ou duas dezenas de quilo-volts, sendo comum no Brasil a tensão de 13,8 kV. No entanto, essa tensão é muito baixa para que o seu transporte seja economicamente viável a longas distâncias. Por isso, utilizam-se transformadores com a finalidade de elevar esse o nível de tensão a um valor superior, na faixa de algumas dezenas de quilo-volts a algumas centenas (MONTICELLI; GARCIA, 1999; STEVENSON, 1986; ZANETTA JR, 2006).

O sistema de transmissão é constituído pelas linhas de transmissão e equipamentos auxiliares que permitem a transferência de potência produzida nas centrais geradoras até os centros consumidores. Por razões econômicas ocorridas por questões de perdas na dissipação nos cabos (efeito Joule e Corona, por exemplo) a tensão é elevada, pois quanto maior seu valor, menor será a perda de energia por aquecimento. Assim, a transmissão é normalmente efetuada com valores iguais à: 345 kV, 500 kV e 750 kV.

Dos pontos de recebimento dos grandes blocos de energia, existem grandes e médios consumidores que necessitam de tensões adequadas. Para esse fim, o sistema de subtransmissão que é alimentado pelo sistema de transmissão através de subestações abaixadoras pode operar com diferentes níveis de tensão, encontrados em 34,5 kV, 69 kV, 88 kV, 115 kV e 138 kV. Na prática, a potência entregue aos centros de carga não pode ser consumida nos níveis de tensão em que é feita a transmissão ou a subtransmissão, e para tal consumo, é necessário transformadores abaixadores para reduzir os níveis de tensão aceitáveis, conforme a localidade.

As redes de distribuição podem ser separadas em circuitos primários de Média Tensão (MT) ou circuitos secundários de Baixa Tensão (BT), onde as redes primárias são circuitos elétricos trifásicos, normalmente a três fios, provenientes das subestações de distribuição que reduzem as tensões de subtransmissão em tensões de distribuição primárias, encontradas na faixa de 2,3 kV até 34,5 kV. Já as redes de distribuição secundárias são circuitos elétricos trifásicos a quatro fios (três fases e neutro), operando nas tensões (fase-fase/fase-neutro) de 230/115 volts (delta aberto ou delta fechado), de 220/127 volts (estrela com centro aterrado) e 380/220 volts (estrela com centro aterrado). A divisão por grupo de consumo depende do nível de tensão utilizado pelo consumidor (MONTICELLI; GARCIA, 1999; DOUGLAS; FRANCISCO, 2012).

O fornecimento de energia elétrica deve atender os limites de tensão e frequência aceitos pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL, 2001) e pelo PRODIST (Procedimento de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional) (ANEEL, 2022) para que o sistema não entre colapso, e assim, quando esses limites não são obedecidos podem ocasionar graves problemas, desde a falha ou má operação, até mesmo perda total

de equipamentos. Deste modo, o projeto de um sistema elétrico em situações normais de operação deve obedecer a padrões pré-estabelecidos de continuidade, qualidade e confiabilidade (BRETAS; ALBERTO, 2000).

Com o crescimento dos SEPs associado ao aumento da demanda de energia elétrica, fez-se necessário a interligação de diversos sistemas de potência, que propiciou a criação de caminhos alternativos para a transmissão de energia, garantindo dessa forma a continuidade do fornecimento de eletricidade em casos de faltas, distúrbios e perturbações. Os sistemas interligados permitem menores reservas energéticas para suprimento de energia elétrica de grandes consumidores. Essa interconexão é vantajosa na medida em que permite ganhos energéticos (maior energia firme) através da coordenação da operação, garantindo melhor aproveitamento do recurso de produção de energia, para assegurar o controle de frequência em perda súbita de geração, socorro mútuo entre os subsistemas, compra e venda de energia entre eles, equilibrando desse modo, o aproveitamento energético do sistema como um todo.

Contudo, com o aumento dessas interligações, a operação coordenada do sistema se tornou muito complexa, devido ao número de geradores que trabalham ao mesmo tempo. Tal fato aumentou os riscos de *blackouts* na rede significativamente (PASSOS FILHO, 2005). Por esse motivo, é necessário um planejamento detalhado da operação para que o desempenho atingido seja adequado aos requisitos de qualidade e segurança. Desse modo, tornam-se necessários para a operação do sistema conhecimentos minuciosos para a sua proteção e desenvolvimentos de ferramentas computacionais que facilitem as análises das suas condições de regime permanente, segurança de tensão e estabilidade eletromecânica (PASSOS FILHO, 2005).

No Brasil, o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) é o órgão responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia no Sistema Interligado Nacional (SIN), o ONS tem a finalidade de determinar a evolução contínua do sistema elétrico, compondo-se do aumento das malhas de transmissão e das unidades de geração.

Em estudos diversos em SEPs, normalmente a análise de fluxo de potência, ou fluxo de carga, é uma das ferramentas mais utilizadas, tanto em nível de planejamento como de operação. Essa ferramenta permite a determinação do estado operativo do sistema elétrico, a distribuição dos fluxos nos ramos e das injeções de potências ativa e reativa nas barras, dado um nível de carga especificado e as condições de geração ativa estabelecida (MONTICELLI, 1983).

Um dos primeiros estudos aplicando a ferramenta de solução de FP surgiu ao final da década de cinquenta e tinha como base o uso de métodos matriciais iterativos. Bward (1956) abordava dessa forma, a primeira solução da ferramenta utilizando o computador, que até então era realizada a mão. O método utilizava a formulação nodal e resolvia

as equações não lineares de maneira iterativa através do cálculo de Newton modificado. Com o sucesso do trabalho de Bward (1956), muitos artigos foram publicados sugerindo modificações nos algoritmos e incorporando características adicionais aos programas computacionais. Na atualidade, existem diferentes algoritmos para solucionar o problema e cada um deles apresenta características particulares, como modelagem matemática, critérios de convergência, desempenho, eficiência, entre outros.

Entre os principais métodos para solucionar o problema do fluxo em SEP, encontram-se o Newton-Rapshon, Gauss-Newton, Gauss-Seidel, desacoplado, desacoplado rápido, e método linearizado (MONTICELLI, 1983; GRAINGER; STEVENSON, 1996). Em suma, existe uma tendência da proximidade de resultados para o uso de diferentes métodos, mas para que isso ocorra é importante a consideração da complexidade do sistema a ser trabalhado e a precisão requerida na análise.

Na análise de FP a modelagem do sistema é feita de forma estática, na qual a rede é representada por um conjunto de equações e inequações algébricas. Assim, a solução do FP é denominada determinística, devido ao fato das variáveis de controle serem modeladas de forma determinística. Ou seja, fornecem a solução para apenas um caso particular e não permitem serem variadas durante o processo de cálculo e, para qualquer variação dessas grandezas, é necessário um novo processo iterativo.

Dado que o modelo determinístico da solução de FP fornece um único valor e sob alterações casuais ou imprevistas no sistema elétrico há a necessidade de realização de nova simulação, de modo a obter uma solução factível, surge a necessidade de uma nova abordagem com a inclusão de incerteza no processo de solução.

Neste contexto, a incerteza do conhecimento preciso que descrevem os componentes de determinado sistema é presente e são associadas às gerações, às cargas, aos parâmetros de linha, aos erros das medições, no desequilíbrio de cargas e aos erros de cálculos numéricos. A inclusão dessas incertezas nos algoritmos resultam em soluções intervalares, ou seja, soluções que representam um conjunto de valores possíveis ao invés de pontos únicos determinísticos (DIMITROVSKI; TOMSOVIC, 2004; GALLEGO PAREJA, 2009).

2.2.2 Aplicação da análise intervalar

A importância da inclusão de incerteza para estudo de análise de FP está diretamente associada ao setor de planejamento e operação, favorecendo na escolha adequada do número, capacidade e configuração de uma rede, garantindo uma visão panorâmica mais segura.

O primeiro estudo englobando incertezas no FP foi introduzido em 1974 (BORKOWSKA, 1974). Esta proposta apresentava as cargas como variáveis aleatórias com distribuições de probabilidade pré determinadas. Essa metodologia ficou conhecida como

Fluxo de Potência Probabilístico (FPP). A partir de então, diversos trabalhos surgiram.

Allan e Al-Shakarchi (1977) descrevem como as formulações publicadas anteriormente do FPP foram estendidas para garantir o cálculo dos valores das variáveis de estado operativo e como elas podem ser usadas para obter valores mais precisos de desvios padrão e de curvas de densidade de probabilidade. Ambas as formulações presentes linearizam o problema em torno do valor médio esperado, explicando o efeito de acoplamento entre potências ativas com os ângulos de tensão e potências reativas com as magnitudes correspondentes.

Allan, Da Silva e Burchett (1981) apresentam um novo método para obter uma solução do FPP usando a técnica de convolução no domínio da frequência discreta. Os efeitos da não linearidade nas equações da rede são discutidos mostrando maior precisão e avanço na velocidade computacional comparado às simulações de Monte Carlo.

Allan e Da Silva (1981) utilizam FPP com consideração de incertezas como variações aleatórias nos dados de geração e carga. A metodologia proposta considera em seu cálculo as equações não lineares com maior confiabilidade comparado às simulações de Monte Carlo, a qual é usada para comprovar a suposição de uma distribuição normal para as variáveis de saída.

Da Silva e Arienti (1990) apresentam um novo método para obtenção da solução do FPP, combinando técnicas de simulação de Monte Carlo e equações linearizadas do fluxo de potência para diferentes níveis de carga do sistema avaliado. O desempenho do algoritmo proposto é ilustrado através do sistema de teste de 14 barras do IEEE e também através de sua aplicação em parte do SIN.

Em Meliopoulos, Cokkinides e Chao (1990), um novo algoritmo é proposto com o objetivo de avaliar o comportamento do sistema quando incertezas na geração e carga são consideradas. O método incorpora as principais práticas operacionais como despacho econômico e não linearidades resultantes das equações de fluxo de potência. A validação do método é realizada por meio de simulação de Monte Carlo.

Hu e Wang (2006) utilizam o FPP considerando incerteza nas cargas e nos ramos. O método proposto por Von Mises é empregado para resolver a parte da distribuição discreta de cada variável de estado e de saída. Os resultados do sistema de teste do IEEE 24 barras são analisados e comparados com os obtidos pela simulação de Monte Carlo.

Teoria matemática de probabilidade e estatística concentra-se nas contribuições e influência de Richard von Mises nos processos, metodologias e abordagens envolvidas na teoria matemática de probabilidade e estatística

Pareja (2009) propõe e avalia uma metodologia alternativa para o cálculo do fluxo de potência, considerando incertezas no sistema de distribuição de energia elétrica, especificamente na demanda dos usuários de baixa tensão, assim como também nas

fases em que os usuários estão ligados no sistema, modeladas através de funções de distribuição de probabilidade pré estabelecidas. Dessa forma, o fluxo de potência proposto emprega o método de simulação de Monte Carlo para gerar múltiplos cenários de demanda. Além disso, a proposta realiza um estudo estatístico para determinar quais distribuições de probabilidade podem representar os dados das curvas de carga diárias obtidas nas campanhas de medições descritas pelo artigo.

Hajian, Rosehart e Zareipour (2013) apresentam um novo método para cálculo do FPP, onde considera as variáveis de entrada (geração e carga) como aleatórias, relacionadas à uma determinada distribuição de probabilidade. As amostras são combinadas com a simulação de Monte Carlo. Os resultados são apresentados para o caso do sistema teste de 118 barras do IEEE.

Laowanitwattana e Uatrongjit (2020) apresentam uma técnica para aprimorar o FPP baseada na expansão do caos polinomial arbitrário quando aplicada a sistemas com parâmetros incertos. Além disso, a análise de componentes principais do inglês PCA (*Principal Component Analysis*) é aplicada para reduzir o número de parâmetros incertos e também descorrelacioná-los. Essa combinação permite que o método proposto realize o FPP com maior número de parâmetros incertos com base em resultados conduzidos usando o sistema IEEE 57 barras.

A necessidade de ferramentas capazes de lidar com a incerteza nos dados de carga e na geração, nomeadamente no problema do fluxo de potência, levou ao desenvolvimento do FPP e depois para a formulação do Fluxo de Potência *fuzzy* (FPF) em 1989. Essa formulação era uma maneira qualitativa e diferente de expressar a incerteza, pois utilizava lógica *fuzzy* para a sua modelagem (MIRANDA; MATOS, 1989; MIRANDA, 1990; MIRANDA; SARAIVA, 1992). Uma vantagem dessa abordagem comparada à modelagem probabilística era a capacidade de incorporar facilmente as variáveis de entradas representadas como números *fuzzy*.

A primeira formulação do FPF, descrita por Miranda e Matos (1989), foi baseada em um modelo linear para o sistema de potência, onde a geração e as cargas foram modeladas por números trapezoidais e as regras usuais de cálculo do fluxo de potência linear foram estendidas para obter as distribuições de possibilidade (também trapezoidal) dos ângulos de tensão e do fluxo de potência nos ramos.

Em Miranda (1990), propõe-se a modelagem *fuzzy* para avaliação dos sistemas de potência, considerando os aspectos qualitativos e a imprecisão/incerteza que não possuem natureza aleatória e, portanto, não podem ser modelados por uma abordagem probabilística. O artigo apresenta um procedimento operacional para derivar os diagramas de carga *fuzzy* associados a diferentes tipos de consumo de energia. Demonstra-se, nesta pesquisa, a viabilidade do desenvolvimento de modelos de programação linear difusa para o planejamento de sistemas de potência.

Miranda e Saraiva (1992) apresentam as incertezas modeladas como números *fuzzy* nos dados de cargas e de gerações. O comportamento do sistema sob injeções de potência conhecidas, embora incertas, é tratado por um modelo de FPF linear onde a natureza e a estrutura do problema permitem que algumas técnicas eficientes, como decomposição de Dantzig Wolfe e *dual simplex*, sejam usadas. Entre os resultados, obtém-se um valor de custo *fuzzy* para operação do sistema e distribuições de possibilidade para fluxos de potência nos ramais e geração de energia. Para validação dos resultados, o sistema de 6 barras é utilizado.

Bijwe, Hanmandlu e Pande (2005) utilizam a modelagem *fuzzy* para representação de incertezas onde se considera as variáveis de entrada, geração e carga, como números *fuzzy* e, dessa forma, as variáveis de estado e de saída são calculadas como distribuições de possibilidade. A solução de FPF considera as violações de limite de potência reativa, incertezas em modelos de carga, na previsão de demanda e nos parâmetros de impedância do sistema.

Lou e Dong (2015) apresentam uma modelagem de incertezas relacionadas à previsão de carga, através de variáveis *fuzzy* aleatórias integradas à técnica de redes neurais. Esse método é capaz de modelar as incertezas presentes na previsão através da integração de técnicas já existentes, tais como Rede Neurais *Fuzzy* e Rede Neural Bayesiana. As técnicas propostas são aplicadas usando dados reais coletados da concessionária de energia de Macau.

Aghili, Saghafi e Hajian-Hoseinabadi (2020) propõem uma aritmética *fuzzy*, envolvendo incertezas relacionadas às demandas de carga e parâmetros de rede. Fornecem um plano para uma nova maneira de lidar com incertezas em uma ampla variedade de problemas do sistema de energia sem garantia de otimalidade, linearização e simulações aleatórias. O método de transformação *fuzzy* se funde com a varredura *backward-forward* para avaliar a contribuição e propagação da incerteza em sistemas de distribuição IEEE de 33 e 69 barras. Os resultados são validados por intervalos verdadeiros (probabilidade conhecida de conter o verdadeiro valor do parâmetro) e intervalos aleatórios. Para determinar intervalos verdadeiros, os problemas de otimização global são definidos e resolvidos por meio de técnicas livres e baseadas em derivadas. Para estimar intervalos aleatórios, são empregadas simulações de Monte Carlo.

Outra abordagem capaz de lidar com a incerteza nas cargas e na geração é a modelagem utilizando a aritmética intervalar a qual, teve seu início na década de noventa apresentado por Wang e Alvarado (1992), onde se utilizava o Método de Newton-Raphson para reduzir o conservadorismo inerente a todos os cálculos aritméticos intervalares e para obter o conjunto de possíveis soluções. Os resultados foram comparados com os obtidos por simulações de Monte Carlo e pelo uso de FPP. Essa técnica, também desempenhou um papel importante na literatura e é conhecida como Fluxo de Potência Intervalar (FPI).

Vaccaro, Canizares e Villacci (2009) propõem uma metodologia baseada em aritmética *affine* para a análise do fluxo de potência na presença de incerteza nos dados de entrada. A aritmética *affine* é um modelo de análise numérica em que as grandezas de interesse são representadas como combinações afins de variáveis primitivas que representam as incertezas dos dados ou aproximações realizadas durante o cálculo.

Pereira (2011) incorpora a aritmética intervalar na solução de FP via método de injeção de corrente, considerando as incertezas nos parâmetros de carga, geração e nos dados de linha. A validação dos resultados intervalares é feita através das simulações de Monte Carlo, para os sistemas 14, 57, 300 barras e 1768 barras.

Pereira e Da Costa (2014) abordam uma análise intervalar aplicada ao ponto de máximo carregamento de sistemas de energia elétrica, onde considera incertezas nos dados de carga. A solução é realizada através do método iterativo de Krawczyk. O sistema teste IEEE de 30 barras e o sistema brasileiro equivalente Sul-Sudeste são usados para validar a metodologia proposta, comparando os resultados obtidos com as simulações de MC.

Araujo e Costa (2018) propõem a solução de FP com base na utilização da aritmética *affine* (também conhecida por aritmética afim) para incorporar o efeito das incertezas dos dados de carga. O modelo de fluxo de potência é expresso em termos de equações de injeção de corrente, com as tensões representadas em coordenadas retangulares. Utiliza-se o método de Krawczyk em seu processo iterativo para obtenção da resposta intervalar. O sistema teste de 57 barras do IEEE é utilizado para a simulação, no ambiente MATLAB, empregando a toolbox Intlab. Para a validação dos resultados, utiliza-se as simulações de Monte Carlo.

Leng et al. (2019) apresentam um método unificado de fluxo de potência intervalar baseado em aritmética afim em rede híbrida AC/CC envolvendo incertezas, que incluem variação de carga e a intermitência de fontes de energia renovável. Primeiramente, é estabelecido um FP unificado do sistema híbrido com inversores de fonte de tensão (em livre tradução da expressão inglesa *voltage source inverters*). Em seguida, o sistema é convertido em problemas de otimização não linear baseados em aritmética afim sob coordenadas retangulares. Os sistemas do IEEE 9 barras e IEEE 30 barras são testados e os resultados são comparados com os simulados por Monte Carlo.

Raj e Kumar (2020) utilizam a aritmética afim para representar a incerteza no fluxo de potência em sistemas de distribuição com topologia radial e fracamente malhados. A incerteza é considerada nas cargas e unidades de geração distribuída conectadas aos barramentos, onde as matrizes de injeção de corrente e tensão são usadas no fluxo de potência. Os intervalos de solução afim inicial são otimizados em relação à incerteza especificada nas injeções de potência. A proposta é testada em sistemas de distribuição de 33 e 118 barras e validada com as simulações de Monte Carlo.

Em Junior, Melo e Nepomuceno (2020), o operador de Krawczyk é aplicado em redes ativas de distribuição utilizando o método monofásico de injeção de correntes com controle de tensão efetuado por injeção de reativos assumindo geração dispersa, incerteza de geração e carga. As simulações são comparadas às de Monte Carlo para validação. O sistema de 18 barras representativo do Reino Unido é utilizado para os testes computacionais.

Junior, Melo e Nepomuceno (2022) apresentam uma nova abordagem para o fluxo de potência intervalar considerando o método de injeção de correntes trifásico assumindo incertezas associadas à geração e carga. Simulações computacionais são conduzidas em sistemas desequilibrados de 13, 33 e 69 barras usando formulações baseadas em aritmética intervalar e *affine*, as quais são comparadas ao método de Monte Carlo buscando validação da técnica desenvolvida. No artigo, é atestado que o controle de tensão por injeção de reativos e controle de frequência são possíveis de serem avaliados através da aplicação do operador de Krawczyk, tanto para redes convencionais de distribuição tanto para redes ativas.

Apesar da existência de várias metodologias, o método mais clássico para cálculo intervalar é o Monte Carlo, em que um elevado tempo computacional para adquirir a distribuição de probabilidade de soluções de FP é exigido, sendo sua principal desvantagem. Todavia, seus resultados são utilizados como margem de comparação a fim de buscar validação para diversos outros métodos propostos na literatura (HAJIAN; ROSEHART; ZAREIPOUR, 2013; CARPINELLI; CARAMIA; VARILONE, 2015).

Cada método possui características particulares, incluindo vantagens e desvantagens. Dentre os apresentados, o FPI é considerado o mais simples e prático para avaliação de segurança do sistema de energia elétrica segundo Pereira e Da Costa (2014). Porém, apresenta maior complexidade ao ser implementado devido à extensão de suas equações, além de considerar cenários mais pessimistas associados à tamanhos de intervalos extremamente amplos (SOUSA; COSTA, 2019). Dessa forma, a busca por métodos de alta precisão e fácil programação propiciou a aplicação da expansão da série de Taylor como método alternativo para a inclusão de incertezas (EGIZIANO et al., 2008). A proposta não é um assunto muito difundido na literatura, existindo poucas publicações relacionados ao tema, no entanto, apresenta vantagens em relação à sua aplicação, pois é obtida de forma direta e sem a necessidade de método iterativo para resolução, culminando em um menor tempo computacional associado ao mesmo.

Liao et al. (2017) apresentam um método de solução para o fluxo de potência intervalar baseado na expansão completa, em série de Taylor, das equações do FP expressas em termos das coordenadas retangulares das tensões nas barras. O modelo matemático é, primeiramente, estabelecido e a solução das equações algébricas não lineares com variáveis intervalares transformada na solução de três conjuntos de equações lineares determinísticas. Para validação da metodologia, os sistemas teste do IEEE de 9 barras e de 57 barras são

analisados e os resultados são comparados com aqueles gerados pelo método de Monte Carlo e pela aritmética intervalar.

Quintanilha (2018) analisa o método proposto por Liao et al. (2017), de modo a verificar o seu desempenho e eficiência. Para isto, o método é implementado em MATLAB, considerando diferentes incertezas aplicadas aos sistemas IEEE 57 barras e o equivalente brasileiro de 107 barras. Os resultados são comparados com aqueles gerados pela matemática intervalar e pelas simulações de Monte Carlo.

Sousa e Costa (2019), apresentam um método de solução das equações do FP expressas em termos das coordenadas polares das tensões nas barras, considerando as incertezas associadas às injeções de potência. A expansão da série de Taylor utiliza a matriz Jacobiana contendo as derivadas de primeira ordem e a matriz Hessiana contendo as derivadas parciais de segunda ordem. O método de Monte Carlo e FPI são considerados para validação sobre os sistemas testes de transmissão do IEEE de 14 e 57 barras.

2.3 ANÁLISE INTERVALAR DE MICRORREDES

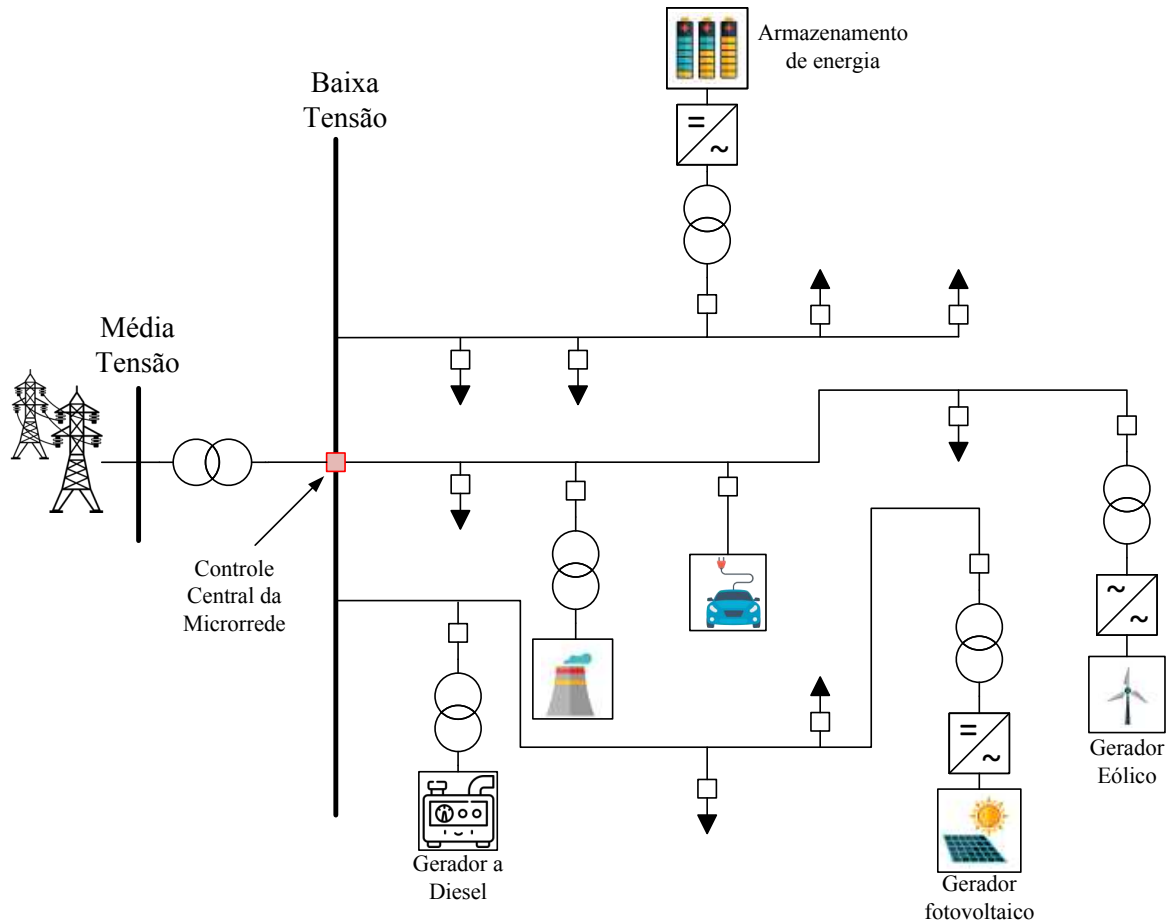
2.3.1 Conceitos gerais

Uma microrrede é um fragmento do sistema de subtransmissão ou de distribuição, na qual integra-se GDs (Geração Distribuída), cargas controláveis, equipamentos de controle de tensão, equipamentos de armazenamento de energia entre outros (LA GATTA, 2012). As formas de produção de energia são obtidas por meio de fontes renováveis como eólica, solar fotovoltaica e Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCHs), ou em conjunto de geradores a diesel e energia térmica. A Figura 4 mostra uma microrrede com seus possíveis elementos conectados, a qual é conectada ao sistema principal através do Ponto de Acoplamento Comum (PAC) ou PCC, traduzido do inglês *Point of Common Coupling*.

O Controle Central da Microrrede (CCM, do inglês *Microgrid Central Controller* (MGCC)) é responsável pelo gerenciamento da gestão e controle da qualidade de energia fornecida e pelo monitoramento das grandezas elétricas como tensão e frequência da rede, além do controle na gestão econômica da operação, arbitrando o momento da desconexão da rede de distribuição de acordo com as regras tarifárias do local (BRAGA, 2019).

A principal característica de uma microrrede é poder operar tanto ilhada quando conectada à rede principal. Em ambos os casos, é necessário avaliar continuamente sua estabilidade e valores de frequência nominal (RESE; COSTA; SILVA, 2013). Neste caso, a microrrede precisa de dispor de esquemas de controle capazes de manter a frequência e as tensões dentro de limites pré especificados para operar em conjunto com a rede principal ou na sua falta, quer seja por manutenção ou por algum evento no sistema. Quando a microrrede opera conectada à rede da concessionária, a subestação dita a frequência nominal (50/60Hz), mantendo-a fixa. Entretanto, quando a mesma opera em modo ilhado,

Figura 4 – Exemplo de arquitetura de uma microrrede



Fonte: Elaborado pela autora

o controle de frequência primário deve atuar levando o sistema a se estabilizar com uma frequência geralmente inferior à nominal. Para retornar à frequência nominal da rede, várias estratégias podem ser empregadas como o controle secundário assumindo que as GDs irão suprir o montante de potência antes fornecido pela concessionária e suas perdas. Neste caso, o objetivo é fazer com que a microrrede volte a operar em 60Hz (RESE; COSTA; SILVA, 2013).

Uma das possibilidades da presença crescente de GDs nos sistemas de distribuição e subtransmissão é a possibilidade de sua operação ilhada, a qual pode ocorrer de forma intencional ou devido à uma contingência. A operação ilhada ocorre quando uma ou mais GDs operam desconectadas da rede principal. No entanto, esse modo operativo é evitado por alguns setores do sistema elétrico por possibilidades de comprometer a segurança de equipamentos e manutenção da rede principal (GOMEZ; MORCOS, 2008; WALLING; MILLER, 2002). Em contrapartida, aumenta a confiabilidade de suprimento de energia aos consumidores e reduz os custos por interrupções quando conectadas próximas ao centros de carga (ZEINELDIN; EL-SAADANY; SALAMA, 2005; GOMEZ; MORCOS, 2008).

Quando há a operação ilhada de uma microrrede, espera-se que as GDs sejam

capazes de suprir as cargas e as perdas do sistema. Porém, quando o montante de carga e perdas é superior à capacidade dos geradores, a operação do sistema ilhado fica comprometida, ocasionando quedas de frequência, cortes de carga devido à subfrequência e desvios no perfil de tensão (KUNDUR, 2007). Caso haja uma reconexão ao sistema, é necessário que a região possua tensão, frequência e defasagem angular (no caso da resincronização) entre os limites estabelecidos de funcionamento conforme dispostos na referência (ANEEL, 2001, 2022).

2.3.2 Aplicação da análise intervalar

A alta penetração de fontes de energia renovável associada ao aumento de carga tornou-se um problema para o centro de controle e operação, devido às suas características de alta variabilidade. Problemas relacionados à estabilidade do sistema podem ocorrer para um alto nível de integração de fontes de energia renováveis (ZHANG; SON et al., 2022).

As incertezas presentes nas fontes de energia e cargas representam um grande desafio para a operação e gerenciamento de microrredes por causa das dificuldades técnicas, comercial e regulatória. Esses assuntos são aprofundados e detalhados por Mahmud e Zahedi (2016). Para soluções de problema de incerteza associadas às fontes de energia renovável, são utilizados métodos de otimização para modelar os dados variáveis de entrada nessa referência.

Sáez et al. (2015) propõem um modelo intervalar para previsão de cargas em microrredes. A modelagem inclui incertezas associadas aos recursos renováveis e às cargas através da lógica *fuzzy*. O modelo é testado em um sistema real, localizado na cidade de Huatacondo no Chile. Os resultados intervalares são obtidos através da aplicação de diferentes valores percentuais probabilísticos em comparação aos intervalos obtidos por modelos de regressão linear.

Valencia et al. (2015) apresentam um sistema de gerenciamento de energia para uma microrrede com topologia malhada. O sistema é formulado através do modelo intervalar *fuzzy* destinado à previsão usando fonte de energia eólica associadas às incertezas relacionadas à alta variabilidade das mesmas. O artigo também considera as condições da microrrede existente na cidade de Huatacondo no Chile.

Jiang et al. (2019) propõem um modelo determinístico baseado em programação linear inteira mista, programação dinâmica e de parâmetros característicos dos recursos renováveis no conjunto de microrredes. Além disso, desenvolve uma abordagem intervalar híbrida estocástica para tratar as incertezas em microrrede. Três tipos de incertezas são consideradas para a tomada de decisão operacional, a saber: incertezas de desempenho, incerteza em relação à eficiência dos recursos renováveis de energia e incerteza sobre a injeção de fontes de energia renovável e cargas com alta variabilidade. Estudos de caso

abrangentes são realizados para demonstrar a eficácia do método.

Cheng et al. (2020) propõem um método híbrido combinando à otimização usando o modelo de controle de previsão intervalar em que as variáveis de decisão e de estado operativo são consideradas como intervalos entre limites pré-determinados. Nessa abordagem, cenários são selecionados de acordo com os intervalos de previsão para otimizar o despacho de energia de forma a reduzir o custo de operação do sistema de microrredes. Além disso, uma nova estratégia de reserva é introduzida para manter a confiabilidade do sistema de forma adaptativa e responder às variações no controle hierárquico da microrrede e relação à sua frequência e tensão.

Du et al. (2020) apresentam um método de fluxo de potência intervalar baseado em equações linearizadas do Distflow, um programa destinado à análise de redes radiais de distribuição. Considera-se a incerteza na geração e carga definidas em $\pm 20\%$. Constrói-se um modelo de otimização para resolver problemas de fluxo de potência intervalar, com o procedimento linearizado nas equações do DistFlow. O modelo de otimização é representado como um problema de programação linear, e pode ser facilmente resolvido por meio de algoritmos de otimização existentes. Para demonstrar a viabilidade e eficácia do método proposto, o sistema de distribuição de 33 barras, bem como um sistema prático de distribuição urbano em Shenzhen na China, é empregado para realizar a comparação ao método de Monte Carlo.

A autora desta tese apresenta em Sousa e Melo (2021) a aplicação da série de Taylor, expandida até os termos de segunda ordem para avaliação de microrredes com GDs conectadas através de inversores do tipo fonte de tensão com seu correspondente *droop* de frequência. Na abordagem proposta, as variáveis de estado são consideradas em coordenadas polares para calcular a magnitudes de tensão, ângulos em cada barra em conjunto com a frequência do sistema. As equações de fluxo de potência são expandidas até aos seus correspondentes termos de segunda ordem da série de Taylor, para obter resultados intervalares associados aos valores de tensão e frequência da rede. Simulações computacionais são realizadas usando os sistemas teste de 33 e 69 barras para comprovar a viabilidade do método proposto e os resultados são comparados com Monte Carlo para validar a metodologia. Os testes são conduzidos assumindo microrredes conectadas à rede principal e a operação em modo ilhado. Os resultados são obtidos de forma direta sem a necessidade de métodos iterativos de solução e apresentam soluções com qualidade similar quando comparadas às respectivas de MC, com um tempo computacional muito menor.

Zhang, Son et al. (2022) apresenta um método de otimização intervalar baseado em Aritmética Afim (AA) em microrredes, onde incertezas são consideradas nas GDs e nas cargas. Primeiramente, a modelagem é realizada de forma intervalar com base na teoria AA e, logo em seguida, é proposto um modelo não linear para avaliar os custos de degradação da bateria considerando diferentes variações de carga. A metodologia é comparada com o

método de otimização determinístico e o método de otimização estocástica considerando incertezas em um sistema de 33 barras modificado a partir da inclusão de unidades de geração distribuída.

2.4 ANÁLISE INTERVALAR DE DISTORÇÕES HARMÔNICAS

2.4.1 Conceitos gerais

A distorção harmônica em uma rede elétrica refere-se ao surgimento de correntes e tensões não-senoidais provocadas por cargas não lineares instaladas na rede elétrica (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009). O uso de cargas com características não lineares ocorre a partir do uso de equipamentos, advindo da eletrônica de potência e da integração energética de geração distribuída conectada aos SEPs, tais como: retificadores; inversores; compensadores estáticos de reativos; reatores controlados a tiristores; transformadores saturados; equipamentos FACTS (*Flexible Alternating Current Transmission Systems*); e sistemas HVDC (*High Voltage Direct Current*).

A distorção harmônica é um fenômeno indesejado que pode ocasionar diversos problemas no sistema elétrico, como redução da eficiência das redes, devido ao aumento das perdas elétricas provocadas pelo efeito pelicular, além de produzirem ressonâncias harmônicas, aumento de perdas, danos a equipamentos devido à sobre-correntes e sobre-tensões ocasionadas pelas ressonâncias, mau funcionamento de circuitos eletrônicos, interferências em sistemas de comunicação, além de vibrações, ruídos e fadiga mecânica em transformadores, reatores e motores (VARIZ, 2006; MELO, Igor Delgado, 2018)

No passado, os harmônicos representavam menor número de problemas devido ao conservadorismo do projeto de equipamentos de energia e ao uso de conexões estrela aterrada e delta em transformadores de distribuição. Mas atualmente, os problemas causados pelas distorções harmônicas têm crescido devido ao aumento do uso de dispositivos de eletrônica de potência. Exemplo disso é o crescente uso do conversor de energia estático empregado em aplicações industriais (indústrias siderúrgica, de papel e têxtil) e controle de velocidade de motores, sistemas de transporte elétrico e a aparelhos eletrodomésticos, além da crescente aplicação de bancos de capacitores empregados em usinas para correção do fator de potência e por concessionárias de energia para melhorar o perfil de tensão ao longo das linhas de distribuição (FRANCISCO, 2017).

O termo harmônicos, originou-se no campo da acústica, onde estava relacionado à vibração de uma corda ou coluna de ar em uma frequência que é um múltiplo da frequência básica (FRANCISCO, 2017). De forma semelhante, um componente harmônico em um sistema de energia CA é definido como um componente periódico que tem uma frequência igual para um múltiplo inteiro da frequência fundamental f_1 do sistema, dadas em Hertz, conforme a Equação (2.7).

$$f_h = h \cdot f_1 \quad (2.7)$$

onde h representa a ordem harmônica.

A frequência harmônica é subdividida em categorias conforme a norma da IEC-61000-2-1 (Tabela 1). Normalmente, a faixa clássica de frequência ocorre entre 0 a 2 kHz.

Tabela 1 – Conceitos gerais da norma IEC-61000-2-1

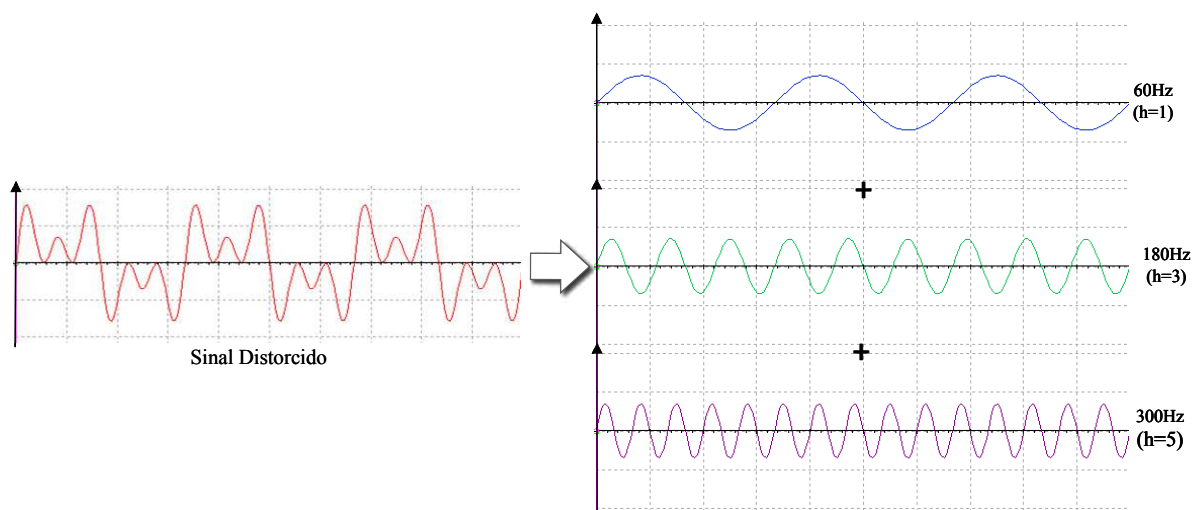
Harmônica	$f_h = h \cdot f_1$, sendo h um número inteiro maior que zero.
Componente CC	$f_h = h \cdot f_1$, sendo h igual a zero.
Interharmônica	$f_h \neq h \cdot f_1$, sendo h um número não inteiro maior que zero.
Subharmônica	$f_h \geq 0$ e $f_h \leq f_1$.

O conceito de subharmônica é uma ocorrência particular de interharmônica que acontece em frequências menores que a frequência fundamental. Já a supraharmônica é um conceito que está sendo utilizado para indicar qualquer tipo de distorção na faixa de frequência de 2 a 150 kHz (MORENO-MUNOZ et al., 2015). Essas emissões afetam negativamente a qualidade de energia dos sistemas de distribuição elétrico e reduzem sua eficiência e vida útil.

O método matemático mais utilizado para realizar a decomposição de uma onda distorcida e periódica, em componentes harmônicos é a análise de Fourier. A análise de Fourier é uma ferramenta que permite converter qualquer forma de onda periódica no domínio do tempo para o domínio da frequência através da sua representação no formato serial (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009). Esta é representada por uma série trigonométrica composta pelo somatório de senos e ou cossenos com frequências diferentes, sendo possível quantificar o grau de distorção harmônica presente na tensão ou corrente elétrica para diferentes ordens harmônicas. Normalmente, a análise de Fourier é empregada em sinais distorcidos com o propósito de separar as componentes harmônicas da frequência fundamental, como apresentado pela Figura 5, em que um sinal distorcido é separado pela análise de Fourier com frequências diferentes, em seus componentes harmônicos de primeira, terceira e quinta ordem.

Conforme a norma IEC-61000 (COMMISSION et al., 2008), as harmônicas podem ser definidas como tensões e correntes que ocorrem em frequências múltiplas da fundamental (50/60 Hz) do sistema elétrico de potência. A frequência fundamental em 60 Hz é disposta na maior parte nos países da América, destacando o Brasil e EUA (Estados Unidos da América). Já a frequência de 50 Hz é usada na Europa e em alguns países da América do Sul, como por exemplo a Argentina, a Bolívia, o Chile e o Paraguai (MELO, Igor Delgado, 2018). A determinação da qualidade de energia é um papel importante na regulamentação do mercado de energia elétrica, pois a energia elétrica é um produto e, como tal, sua

Figura 5 – Decomposição em componentes harmônicos



Fonte: Elaborado pela autora

qualidade deve ser definida como energia satisfatória nos sistemas, garantindo operação segura e contínua. O monitoramento extensivo da qualidade de energia é frequentemente sugerido para sistemas industriais e de distribuição. Limites de distorções devem ser estabelecidos de modo a minimizar tais impactos negativos na qualidade de energia. Como resultado, foram desenvolvidas recomendações em F II (1993), para limitar a quantidade de injeção harmônica no sistema de energia. Os responsáveis por produzir harmônicos devem ter responsabilidades compartilhadas (tanto a concessionária quanto os consumidores), enquadrando-se dentro dos limites de recomendação segundo IEEE 519 (DUFFEY; STRATFORD, 1989).

A abordagem para definir os limites de emissão de distorção de instalações depende da potência do cliente (consumidor), da potência do equipamento gerador de harmônicos e das características do sistema. A norma IEC 61000-3-6 (COMMISSION et al., 2008) fornece os limites de tensão harmônica para sistemas de média e alta tensão, além de especificar cálculos para distribuição dos limites de tensão entre diferentes níveis de tensão para atender aos níveis de compatibilidade no nível de utilização e evitar efeitos adversos em equipamentos sensíveis do cliente. Assim, o grande desafio é determinar exatamente a contribuição harmônica fornecida por cada consumidor.

Uma maneira de computar e analisar o perfil do SEP é a ferramenta do fluxo de potência harmônico, a qual permite investigar a geração e a propagação dos componentes harmônicos de tensão e corrente através do sistema operando em regime permanente. Um dos primeiros estudos aplicando a ferramenta de solução de FPH surgiu em meados dos anos oitenta, através do trabalho de Xia e Heydt (1982b) parte I, onde o estudo convencional de fluxo de potência baseado no método de Newton-Raphson foi reformulado para permitir a inclusão de cargas não lineares. A parte II do trabalho de Xia e Heydt

(1982a), apresentava a implementação e aplicações práticas avaliadas do ponto de vista teórico e dos resultados de estudos reais. Desde então, o estudo tem se tornado um importante componente para o desenvolvimento de análises e projetos de sistemas de potência (F II, 1993; WAGNER et al., 1993).

A análise de FPH é uma ferramenta que tem soluções únicas, ou seja, mediante a entrada de dados (das tensões, potências geradas e consumidas de cada barra do sistema), soluções únicas de tensão, corrente e distorção harmônica são geradas. Atualmente, o SEP enfrenta muitos problemas relacionados às incertezas, onde a penetração de fontes de energia renovável é a sua principal causadora. Entre essas fontes de energia renovável, as fontes dominantes de incerteza são geração de energia solar e a geração de energia eólica, devido à sua natureza aleatória de captação e geração de energia.

Conseqüentemente, para a operação de sistemas de energia futuros, novos métodos são necessários para incorporar as incertezas durante o estágio de planejamento operacional (BIN et al., 2018).

2.4.1.1 Modelagem de elementos para análise harmônica

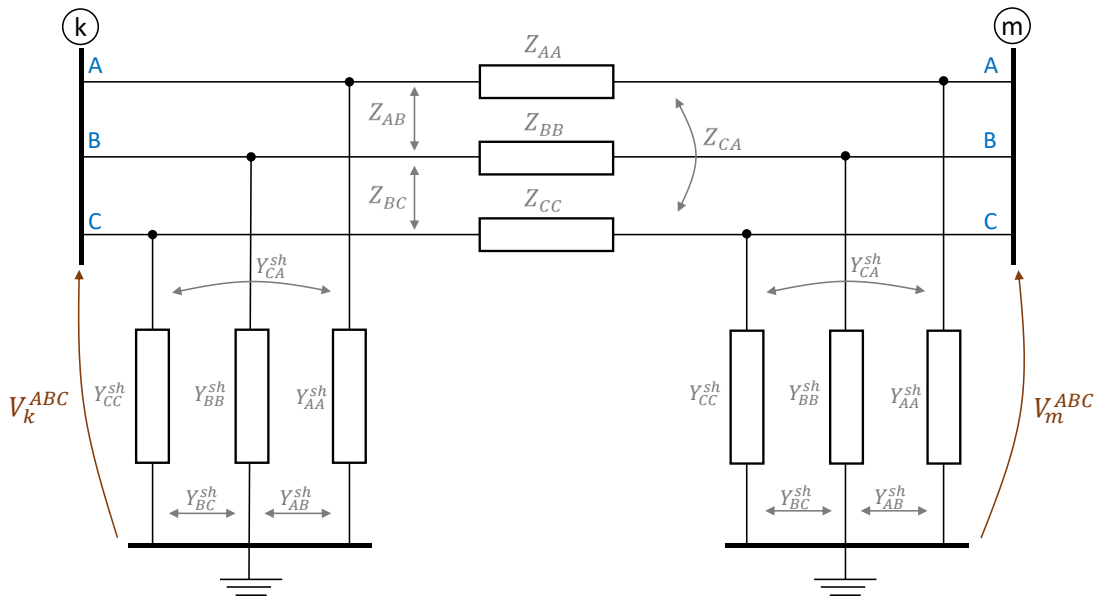
Para realizar estudos em relação à propagação e penetração de harmônica em SEP, é importante que os equipamentos principais sejam modelados. A modelagem da rede elétrica deve ser feita de maneira mais próxima possível dos equipamentos e componentes existentes no sistema elétrico, de tal forma a propiciar avaliações e decisões de mitigação. Nesse contexto, deve-se modelar as linhas de distribuição, as cargas lineares e não lineares equivalentes em cada barra.

O propósito desta seção é apresentar um resumo acerca dos principais modelos usados para representar os componentes do SEP de modo adequado conforme o tutorial da PES (Power Energy Society) (PES, 2003), o qual é usado neste trabalho para modelagem de redes no domínio da frequência.

2.4.1.1.1 Linhas de Transmissão/Distribuição

As Linhas de Transmissão (LTs) são caminhos naturais para a propagação de distorções harmônicas pela rede elétrica. O modelo equivalente de uma linha de transmissão, na frequência fundamental, pode ser representado por seções π equivalente trifásico (ou monofásico equivalente para sistemas equilibrados), conforme a Figura (6) concentrados e conectados entre as barras k e m , incluindo-se efeitos de mútuas.

Os valores de impedância série (Z_{AA} , Z_{BB} e Z_{CC}) e de admitância *shunt* (Y_{AA}^{sh} , Y_{BB}^{sh} e Y_{CC}^{sh}) são dados em *ohms/km* e *ohms⁻¹/km*, respectivamente. A impedância de linha é determinada a partir da resistência, que possui um valor invariante com a frequência harmônica (exceto se o efeito pelicular for adotado na modelagem), e da reatância indutiva

Figura 6 – Modelo equivalente π de uma linha de transmissão

Fonte: Elaborado pela autora

calculada a partir da indutância L de linha, da ordem harmônica h e frequência angular $\omega_0 = 2\pi f_1$, conforme as Equações (2.8), (2.9) e (2.10).

$$Z_{AA} = r_{km}^{AA} + j \cdot h \cdot \omega_0 \cdot L_{km}^{AA} \quad (2.8)$$

$$Z_{BB} = r_{km}^{BB} + j \cdot h \cdot \omega_0 \cdot L_{km}^{BB} \quad (2.9)$$

$$Z_{CC} = r_{km}^{CC} + j \cdot h \cdot \omega_0 \cdot L_{km}^{CC} \quad (2.10)$$

Os valores da admitância *shunt* são definidos a partir da condutância g_{sh} e susceptância b_{sh} . No entanto, na prática, o valor da condutância é desconsiderado e a susceptância normalmente é capacitiva. Deste modo, a admitância *shunt* é calculada a partir da capacitância C e da ordem harmônica referente a fase correspondente, conforme as Equações (2.11), (2.12) e (2.13).

$$Y_{AA}^{sh} = j \cdot b_{sh}^A = j \cdot h \cdot \omega_0 \cdot C^A \quad (2.11)$$

$$Y_{BB}^{sh} = j \cdot b_{sh}^B = j \cdot h \cdot \omega_0 \cdot C^B \quad (2.12)$$

$$Y_{CC}^{sh} = j \cdot b_{sh}^C = j \cdot h \cdot \omega_0 \cdot C^C \quad (2.13)$$

Os acoplamentos mútuos entre condutores de fases distintas são calculados como nas Equações (2.14), (2.15) e (2.16).

$$Z_{AB} = r_{km}^{AB} + j \cdot h \cdot \omega_0 \cdot L_{km}^{AB} \quad (2.14)$$

$$Z_{BC} = r_{km}^{BC} + j \cdot h \cdot \omega_0 \cdot L_{km}^{BC} \quad (2.15)$$

$$Z_{CA} = r_{km}^{CA} + j \cdot h \cdot w_0 \cdot L_{km}^{CA} \quad (2.16)$$

De igual forma as admitâncias mútuas podem ser obtidas conforme as Equações (2.17), (2.18) e (2.19).

$$Y_{AB}^{sh} = j \cdot h \cdot w_0 \cdot C^{AB} \quad (2.17)$$

$$Y_{BC}^{sh} = j \cdot h \cdot w_0 \cdot C^{BC} \quad (2.18)$$

$$Y_{CA}^{sh} = j \cdot h \cdot w_0 \cdot C^{CA} \quad (2.19)$$

Em caso de linhas longas (comprimento maior que 80 km), correções hiperbólicas são realizadas para compensar o efeito da distância. Assim, parâmetros nominais de impedância (Z_{nom}) e admitância *shunt* (Y_{nom}^{sh}) de uma linha podem ser determinados pelas Equações (2.20) e (2.21), tanto para as próprias como para as mútuas, considerando a distância da linha denotado por d em quilômetros.

$$Z_{nom}^{ABC} = Z^{ABC} \cdot d \quad (2.20)$$

$$Y_{nom}^{ABC} = Y^{ABC} \cdot d \quad (2.21)$$

Os parâmetros equivalentes distribuídos através de correções hiperbólicas são dados através de (2.22) e de (2.23).

$$Z_{eq}^{ABC} = Z_{nom}^{ABC} \left(\frac{\sinh \left(\sqrt{Z_{nom}^{ABC} \cdot Y_{nom}^{ABC}} \right)}{\sqrt{Z_{nom}^{ABC} \cdot Y_{nom}^{ABC}}} \right) \quad (2.22)$$

$$Y_{eq}^{ABC} = 2 \cdot Y_{nom}^{ABC} \left(\frac{\operatorname{tgh} \left(0,5 \cdot \sqrt{Z_{nom}^{ABC} \cdot Y_{nom}^{ABC}} \right)}{\sqrt{Z_{nom}^{ABC} \cdot Y_{nom}^{ABC}}} \right) \quad (2.23)$$

As correções hiperbólicas são responsáveis por transformar os valores nominais em equivalentes a parâmetros distribuídos, evitando dessa forma erros de modelagem devido ao comprimento das linhas e ordens harmônicas elevadas (RANADE; XU, 1998). Neste trabalho, não se utiliza a correção hiperbólica para a representação das LTs, pois o estudo é concentrado em microrredes até a 15ª ordem harmônica. Além disso, o modelo monofásico equivalente é utilizado para representação das mesmas, considerando o sistema equilibrado.

2.4.1.1.2 Gerador

A modelagem correspondente as máquinas de geração é realizada pela combinação de resistências e reatâncias indutivas subsíncronas, de modo apresentado pela Equação (2.24).

$$z_g = \sqrt{h} \cdot r_a + j \cdot h \cdot x_d'' \quad (2.24)$$

Em que: z_g é a impedância em Ohms, r_a é a resistência de armadura e x_d'' a reatância de dispersão da máquina.

Em frequência fundamental, os geradores são modelados por injeções de potência ativa e reativa nas barras de geração correspondente. Para redes com geração distribuída, a mesma é modelada como fornecedora de potência ativa no sistema ou injeção de corrente para fins de análise estacionária.

2.4.1.1.3 Carga linear

Na frequência fundamental as cargas são representadas por modelos estáticos nos quais as potências ativa e reativa são conhecidas e são dependentes da tensão. Geralmente, podem ser modeladas como potências constantes. No entanto, os modelos mais completos como o exponencial ou ZIP, podem ser utilizados para o cálculo (VARIZ, 2006). O modelo ZIP de carga equivale a componentes de impedância constantes Z , de corrente constante I e potência constante P . Desta forma, o modelo pode ser determinado conforme as Equações (2.25) e (2.26) em uma dada fase s , respectivamente.

$$P^s = P_0^s \cdot \left[p_Z \cdot \frac{V^s{}^2}{V_0^s} + p_I \cdot \frac{V^s}{V_0^s} + p_P \right] \quad (2.25)$$

$$Q^s = Q_0^s \cdot \left[q_Z \cdot \frac{V^s{}^2}{V_0^s} + q_I \cdot \frac{V^s}{V_0^s} + q_P \right] \quad (2.26)$$

Para que as Equações (2.25) e (2.26) sejam satisfeitas é necessário que as Equações (2.27) e (2.28) sejam verdadeiras, para que resultem 100% do valor da carga.

$$p_Z + p_I + p_P = 1 \quad (2.27)$$

$$q_Z + q_I + q_P = 1 \quad (2.28)$$

onde: V_0^s : tensão nominal na fase s , na frequência fundamental;

P_0^s e Q_0^s : potência ativa e reativa nominal de operação na fase s ;

p_Z e q_Z : parcela ativa e reativa do modelo como impedância constante;

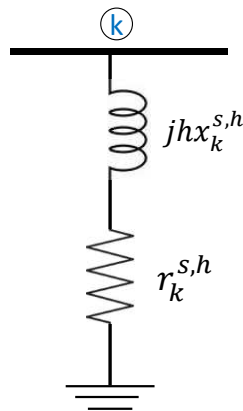
p_I e q_I : parcela ativa e reativa do modelo como corrente constante;

p_P e q_P : parcela ativa e reativa do modelo como potência constante.

Para a demais frequências, a carga linear é modelada por elementos passivos com valores obtidos a partir da tensão e potências ativa e reativa da carga na frequência fundamental. O modelo permite que esses elementos sejam associados em ramos resistivos e reativos (L ou C) em série ou em paralelo. Entretanto, essa tarefa representa um grande desafio, devido ao modelo a ser adotado, pois, pode ocorrer amplificação ou atenuação de certas ordens harmônicas, afetando diretamente a resposta dos sistema no domínio da frequência (MELO, Igor D., 2022). Dos modelos existentes, serão apresentados os três mais conhecidos pela literatura, que são os série, paralelo e CIGRE conforme o tutorial da PES (PES, 2003).

O modelo série é representado pela Figura 7, na qual os valores de resistência r_k^h em série e da reatância x_k^h da carga podem ser determinados através das Equações (2.29) e (2.30) para uma certa fase s do sistema, em que $P_k^{s,1}$, $Q_k^{s,1}$ e $V_k^{s,1}$ representam potências ativa e reativa, e a magnitude da tensão na frequência fundamental para uma barra k respectivamente.

Figura 7 – Modelo em série



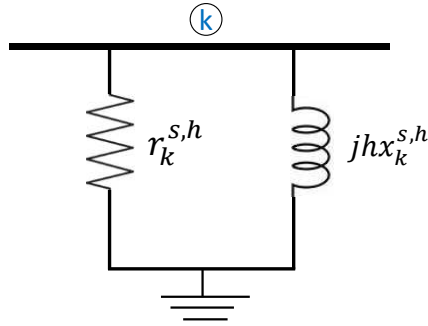
Fonte: Elaborado pela autora

$$r_k^{s,h} = \frac{(P_k^{s,1} \cdot V_k^{s,1})^2}{(P_k^{s,1})^2 + (Q_k^{s,1})^2} \quad (2.29)$$

$$x_k^{s,h} = \frac{h \cdot (P_k^{s,1} \cdot V_k^{s,1})^2}{(P_k^{s,1})^2 + (Q_k^{s,1})^2} \quad (2.30)$$

No modelo paralelo, apresentado na Figura 8, a resistência r_k^h e a reatância x_k^h se encontram conectadas em paralelo e são determinadas a partir das Equações (2.31) e (2.32) para uma certa fase s do sistema.

Figura 8 – Modelo em Paralelo



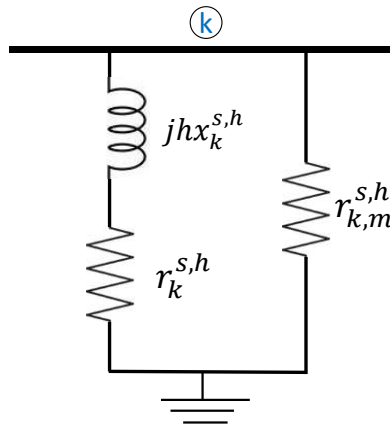
Fonte: Elaborado pela autora

$$r_k^{s,h} = \frac{(V_k^{s,1})^2}{P_k^{s,1}} \quad (2.31)$$

$$x_k^{s,h} = h \frac{(V_k^{s,1})^2}{Q_k^{s,1}} \quad (2.32)$$

O modelo CIGRE, representado pela Figura 9, contempla uma parcela dos modelos série e paralelo. Este modelo considera a participação de motores de indução em sua composição. Os valores de resistência e reatâncias são estipulados a partir das Equações (2.33), (2.34) e (2.35), onde o fator de participação dos motores K representa a potência que os motores consomem em relação à potência total (BURCH et al., 2003).

Figura 9 – Modelo CIGRE



Fonte: Elaborado pela autora

$$r_k^{s,h} = \frac{(V_k^{s,1})^2}{(1 - K) \cdot P_k^{s,1}} \quad (2.33)$$

$$r_{serie}^{s,h} = 0,073 \cdot r_k^{s,h} \quad (2.34)$$

$$x_k^{s,h} = \frac{(V_k^{s,1})^2}{K \cdot P_k^{s,1} \left(6,7 \cdot tg \left(\frac{Q_k^{s,1}}{P_k^{s,1}} \right) - 0,74 \right)} \quad (2.35)$$

Das modelagens de carga apresentadas, o modelo série resulta em uma maior impedância equivalente e limita a absorção de correntes na barras de carga. Diferente com que ocorre no modelo paralelo, que oferece uma menor impedância equivalente, facilitando a passagem de corrente de média tensão para a baixa por caminhos distintos (MELO, Igor D., 2022).

As correntes produzidas pelas fontes harmônicas se deslocam pelas linhas de distribuição e seguem em direção a menor impedância dos sistema, que geralmente é a subestação. No entanto, caso haja barras de cargas entre a fonte harmônica e a subestação, os harmônicos podem ser atenuados pelas cargas lineares, sendo este efeito chamado de *damping*.

2.4.1.1.4 Carga não linear

As Cargas Não Lineares (CNLs) são equipamentos que produzem distorção na forma de onda senoidal do sistema, as quais são produzidas pela não linearidade entre a tensão e a corrente. A principal característica de uma carga não linear é injetar correntes harmônicas na rede e geralmente são modeladas como fontes de corrente constante, podendo ser também modeladas a partir de fontes de tensão para representar distorções preexistente.

O modelo de injeção de corrente é dado com base no espectro nominal que é geralmente fornecido pelos fabricantes ou através da característica típica do equipamento (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009). Normalmente, em um espectro harmônico os valores de injeção de corrente são divididos por ordem harmônica, atribuído a um valor de magnitude e um valor de ângulo de corrente para cada fase, caso o sistema seja trifásico. Os valores de magnitude podem ser dados em p.u. ou em porcentagem do valor nominal.

A injeção de corrente é realizada através do cálculo em função dos valores de corrente (magnitude e ângulo) fornecidas pelo espectro de acordo com as Equações (2.36) e (2.37).

$$I_k^h = \frac{I_{k,espectro}^h}{I_{k,espectro}^1} \cdot I_k^1 \quad (2.36)$$

$$\theta_k^h = \theta_{k,espectro}^h + h \cdot \left(\theta_k^1 + \theta_{k,espectro}^1 \right) \quad (2.37)$$

onde: I_k^1 é a corrente de magnitude injetada no sistema na frequência fundamental;

θ_k^1 é o ângulo da corrente injetada no sistema na frequência fundamental;

$I_{k,spectro}^h$ e $I_{k,spectro}^h$ são magnitude e ângulo definidos pelo espectro nominal.

Para facilitar a compreensão, a Tabela 2 apresenta o espectro harmônico de uma carga não linear de forma ilustrativa.

Tabela 2 – Espectro harmônico ilustrativo

Ordem harmônica	Frequência (Hz)	Magnitude %	Fase (graus)
1	60	100	0
3	180	15,3	-4,8
5	300	9,8	-55,7

Fonte: Elaborado pela autora

Nesse contexto, suponha que a carga não linear que possui o espectro apresentado da Tabela 2, é conectada a uma barra k , cuja demanda ativa é $P_k^1 = 80$ kW e a reativa é $Q_k^1 = 10$ kVAR. A tensão de linha eficaz é de 25 kV. Conseqüentemente, a tensão de fase é 14,43 kV (V_k^1). Assim, através dessas informações é possível obter a corrente em módulo I_k^1 e em ângulo θ_k^1 correspondente a frequência fundamental no ponto de acoplamento, de acordo com o cálculo em (2.38).

$$I_k^1 = \frac{P_k^1 - jQ_k^1}{3 \cdot V_k^1} = \frac{80 - j10}{3 \cdot 14,43} = 1,86 \angle -7,12^\circ \text{ A} \quad (2.38)$$

A corrente da terceira ordem harmônica é obtida através da substituição da corrente da frequência fundamental calculada e dos dados fornecidos pela 3ª ordem harmônica do espectro nas Equações (2.36) e (2.37), como segue em (2.39) e (2.40):

$$I_k^3 = I_k^1 \cdot I_k^3 = 0,28 \text{ A} \quad (2.39)$$

$$\theta_k^3 = \theta_k^3 + 3 \cdot \theta_k^1 = -26,17^\circ \quad (2.40)$$

Ao passo que, a quinta ordem harmônica pode ser calculada de igual modo aos apresentados a cima, em relação a corrente da frequência fundamental, resultando dessa forma uma valor igual à $0,18 \angle -91,31^\circ \text{ A}$.

2.4.1.2 Fluxo de Potência Harmônico

A maneira tradicional de realizar uma análise sistêmica em SEPs é através de ferramentas que avaliem a propagação e a penetração de harmônicos no sistema a ser investigado. O cálculo do fluxo de potência harmônico é uma ferramenta capaz de analisar as correntes harmônicas nos ramos, as tensões harmônicas nos nós e os graus de distorção harmônica do sistema. Esse cálculo é considerado determinístico pois apresenta valores únicos de solução.

As formas de análise harmônica, incluem a solução direta e iterativa (ARRILLAGA et al., 1997):

- Método de solução direta: Os métodos de varredura em frequência e métodos de injeção de corrente são os mais usados neste contexto. Baseiam-se nas injeções de correntes harmônicas modeladas em corrente constante por fonte acoplada na barra; e
- Métodos iterativos: São considerados métodos mais precisos, visto que a solução de equações descrevem um cenário do sistema mais realística possível. A análise numérica é realizada iterativamente através do uso de métodos computacionais como Newton-Raphson e Gauss-Seidel, entre outros.

A solução da rede elétrica na frequência fundamental é feita de forma idêntica ao apresentado no Apêndice A por meio da ferramenta FP (em regime permanente). Onde, o sistema de equações é particionado segundo as barras de carga e geração, na qual a tensão nas barras de carga é calculada mediante ao processo iterativo e, finalmente, as correntes injetadas nos ramos pelos geradores são obtida de forma direta.

Conforme mencionado, a solução para as demais frequências é associada aos elementos ativos (as CNLs) inseridos para cada frequência. Dessa forma, utilizando o método direto de compensação de corrente, basta resolver a Equação (2.41).

$$\mathbf{I}^h = \mathbf{Y}^h \cdot \mathbf{V}^h \quad (2.41)$$

onde: \mathbf{I}^h é o vetor de injeção de corrente harmônica, no qual a corrente em uma barra com fonte harmônica inicialmente é diferente de zero e as demais barras são iguais a zero;

\mathbf{Y}^h é a matriz admitância harmônica nodal do sistema, a qual não considera a barra de referência angular. Para esse caso é comum atribuir ao elemento correspondente um valor muito alto, conhecido como *big number* (MELO, Igor D., 2022), com a finalidade de eliminar esta equação;

\mathbf{V}^h é vetor de tensão nodal harmônico para uma dada ordem harmônica h ($h=1, 2, 3, \dots, H$).

Matricialmente a Equação (2.41) é apresentada na (2.42) para uma ordem harmônica para k barras do sistema.

$$\begin{bmatrix} I_1^h \\ I_2^h \\ \vdots \\ I_k^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^h & Y_{12}^h & \dots & Y_{1k}^h \\ Y_{21}^h & Y_{22}^h & \dots & Y_{2k}^h \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{k1}^h & Y_{k2}^h & \dots & Y_{kk}^h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1^h \\ V_2^h \\ \vdots \\ V_k^h \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

A técnica para a solução é realizada pela Equação (2.41), através do cálculo da tensão nodal \mathbf{V}^h , de correntes injetadas que possuem dados conhecidos \mathbf{I}^h , obtidas por meio dos dispositivos produtores de harmônicos a partir do espectro harmônico, e através da admitância nodal harmônica \mathbf{Y}^h . Ao assumir que todas as correntes são iguais a zero, com exceção da barra que há fonte harmônica, não é possível saber a priori a parcela de corrente absorvida pelas cargas lineares. Por esse motivo, o método de compensação de correntes é desenvolvido, para computar de maneira apropriada a absorção de correntes harmônicas pela demais barras do sistema.

O método da compensação de corrente é utilizado por processos iterativos. Baseado na matriz admitância nodal formada para cada ordem harmônica h , a cada iteração é computado o valor da tensão harmônica segundo a corrente injetada pela fonte harmônica. Por meio desse valor, obtém-se a corrente absorvida pelas cargas lineares, de modo que a tensão seja corrigida a cada iteração. O processo finaliza após a tolerância ser alcançada. Para melhor compreensão, a Figura 10 apresenta o fluxograma com os seguintes passos.

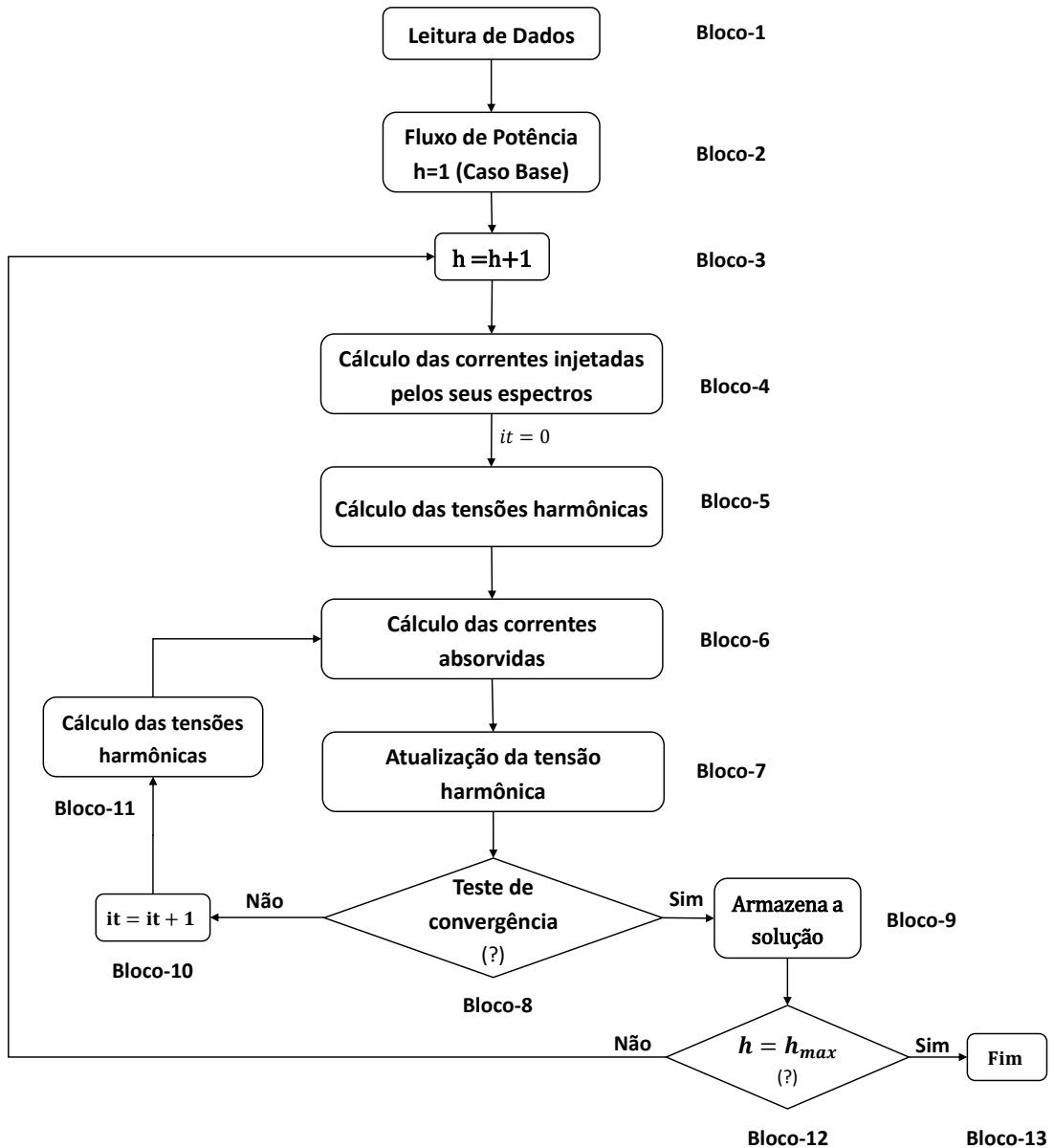
- **Bloco-1:** Indica a inicialização do algoritmo em que a leitura dos dados da rede é efetuada.
- **Bloco-2:** Nesta etapa, o programa de fluxo de potência é executado, via Newton-Raphson, para determinar as variáveis de estado determinísticas: magnitude (\mathbf{V}_k) e ângulo (θ_k) da tensão na barra k para a frequência fundamental ($h = 1$).
- **Bloco-3:** Este bloco indica que o algoritmo será aplicado para a ordem harmônica h , múltipla inteira da frequência fundamental.
- **Bloco-4:** Obtém as correntes harmônicas injetadas, computadas a partir do espectro de cargas não lineares. Para isso, primeiramente, obtém-se as correntes demandadas por cada barra k após a solução do caso base, conforme a Equação (2.43), obtida através da soma das potências ativa e reativa, que resulta a potência aparente S_k , que é dividida pela tensão das respectivas barras do sistema, onde S_k^{1*} é o conjugado da potência da frequência fundamental. Logo em seguida, calcula-se as magnitudes e fases de corrente harmônica nas demais frequências, com base nas Equações (2.36) e (2.37).

$$\mathbf{I}_k^1 = \frac{\mathbf{S}_k^{1*}}{\mathbf{V}_k^1} \quad (2.43)$$

- **Bloco-5:** Neste bloco, calculam-se as tensões nodais para a primeira iteração it , com a matriz de admitância nodal considerando as admitâncias de elementos do sistema \mathbf{Y}^h , englobando as cargas lineares e a corrente injetada pelas fontes harmônicas \mathbf{I}^h através da Equação (2.44).

$$\mathbf{V}^{h(it)} = (\mathbf{Y}^h)^{-1} \cdot \mathbf{I}^{h(it)} \quad (2.44)$$

Figura 10 – Fluxograma do fluxo de potência harmônico determinístico



Fonte: Elaborado pela autora.

- **Bloco-6:** Calcula-se a corrente absorvida pelas cargas lineares \mathbf{I}_p^h através da Equação (2.45), considerando a admitância nodal formada apenas pelas admitâncias relativas às admitâncias das cargas lineares denominada \mathbf{Y}_p^h , a qual é diagonal por definição.

$$\mathbf{I}_p^{h(it)} = \mathbf{Y}_p^h \cdot \mathbf{V}^{h(it)} \quad (2.45)$$

- **Bloco-7:** Nesta etapa, as tensões harmônicas são calculadas através da diferença entre a corrente injetada em uma barra com fonte harmônica $\mathbf{I}^{h(0)}$ e a corrente absorvida pelas cargas lineares $\mathbf{I}_p^{h(it)}$, conforme a Equação (2.46).

$$\mathbf{V}^{h(it+1)} = \left(\mathbf{Y}^h\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{I}^{h(0)} - \mathbf{I}_p^{h(it)}\right) \quad (2.46)$$

- **Bloco-8:** Nesta bloco é realizada a verificação de convergência de acordo com a Equação (2.47). Se o erro entre as tensões harmônicas da iteração it e $it + 1$ for menor que a tolerância adotada, por exemplo $tol = 10^{-5}$, o processo armazena a solução conforme indicado no **Bloco 9** para a ordem harmônica correspondente. Caso contrário, o processo conta mais uma iteração no **Bloco-10**.

$$\max \left(\mathbf{V}^{h(it+1)} - \mathbf{V}^{h(it)} \right) < tol \quad (2.47)$$

- **Bloco-11:** Realiza-se um novo cálculo para as tensões harmônicas, considerando a corrente absorvida pelas cargas lineares, e retorna-se ao **Bloco-6**.
- **Bloco-12:** Após a convergência do FPH para uma determinada ordem harmônica h , verifica-se se a ordem harmônica em análise é o valor máximo h_{max} . Se verdadeiro, o algoritmo prossegue para o **Bloco-13**. Caso contrário, o processo conta mais um $h + 1$ e retorna ao **Bloco-3**.
- **Bloco-13:** Representa o fim do algoritmo.

2.4.1.3 Indicadores de distorção e valores de referência

Em estudos práticos de distorção harmônica, normalmente é comum determinar o valor eficaz das grandezas periódicas não-senoidais, em vez de seus valores temporais. Segundo Kagan, Robba e Schmidt (2009) a caracterização do fenômeno de distorção harmônica pode ser realizada de maneira individual ou total. Desta maneira, os indicadores conhecidos na literatura, seguem destacados:

- Distorção Harmônica Individual (do inglês *Individual Harmonic Distortion* IHD): é a relação percentual entre o valor de uma tensão harmônica, V^h de ordem h e seu valor correspondente para a frequência fundamental V^1 conforme a Equação (2.48). De forma análoga, o IHD pode ser definido para correntes harmônicas, de acordo com (2.49).

$$IHD_V = \frac{V^h}{V^1} \cdot 100\% \quad (2.48)$$

$$IHD_I = \frac{I^h}{I^1} \cdot 100\% \quad (2.49)$$

- Distorção Harmônica Total (do inglês *Total Harmonic Distortion* THD): É definida como sendo a relação percentual entre o valor eficaz da tensão/corrente (considera todos os componentes harmônicos exceto o fundamental) e o valor eficaz desse componente. Essas relações são dadas pelas Equações (2.50) e (2.51), definidas para tensão e corrente, respectivamente.

$$THD_V = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{h_{max}} (V^h)^2}}{V^1} \cdot 100\% \quad (2.50)$$

$$THD_I = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{h_{max}} (I^h)^2}}{I^1} \cdot 100\% \quad (2.51)$$

Como observação, se o THD for nulo, implica na ausência de distorção harmônica.

No Brasil, a ANEEL estabelece limites para indicadores de distorção harmônica da tensão juntamente com os valores de referência. Dessa maneira, a Tabela 3 reproduz os valores de referência estabelecidos (ANEEL, 2022).

Tabela 3 – Valores de referência para THD de tensão

Tensão Nominal V (kV)	THD(%)
$V \leq 1$	10
$1 \leq V \leq 13.8$	8
$13,8 \leq V \leq 69$	6
$69 \leq V \leq 230$	3

Fonte: (ANEEL, 2022)

Conforme Kagan, Robba e Schmidt (2009), os valores de referência da Tabela 3 só têm significado real caso sejam acompanhados de um protocolo de medição efetuado em campo. Normalmente, o medidor de qualidade de energia registra inúmeras amostras de tensão e corrente em cada fase e no neutro do sistema, obtendo a magnitude dos componentes harmônicos. Os valores adquiridos são agrupados em janelas, cuja duração é normalmente de 10 a 15 minutos, onde em cada janela, o valor eficaz, $|V_{rms}|$ de um determinado componente harmônico é calculado por meio da Equação (2.52).

$$|V_{rms}| = \sqrt{\sum_{h \neq 1}^{h_{max}} (V^h)^2} \quad (2.52)$$

Um fato curioso, que merece atenção de pesquisadores e acadêmicos é o tratamento e padronização dos termos a serem utilizados e seus respectivos limites. As normas internacionais são baseadas em relação à distorção de corrente, e a norma brasileira é geralmente referenciada em termos de tensão, até o presente momento não existe o porquê dessa distinção.

2.4.2 Aplicação da Análise Intervalar

Nos últimos anos, a proporção de geração distribuída conectada aos sistemas elétricos tem aumentado significativamente. Suas características estocásticas e intermitentes tornaram o FPH determinístico tradicional inviável, ou seja, quaisquer alterações aleatórias na injeção de corrente harmônica, não são refletidos na corrente harmônica que flui e nas tensões harmônicas resultantes. Na prática, foi reconhecido que a tensão do sistema de potência e os harmônicos de corrente são variantes no tempo devido a mudanças no modo de operação de cargas não lineares (BAGHZOUZ; TAN, 1987; WEIDA; YAN; ZHENGUO, 2017). Conseqüentemente, é necessário desenvolver modelos com inclusão de incertezas no cálculo do fluxo harmônico para um cenário mais realista de níveis. No entanto, existe um pequeno número de artigos que trata do fluxo de potência harmônico envolvendo incertezas e com solução intervalar. Aos que constam na literatura, aqui serão mencionados.

Desde de meados da década de oitenta (BAGHZOUZ; TAN, 1987), a modelagem de natureza estocástica da distorção harmônica tem sido aplicada, dando origem ao FPH probabilístico ou simplesmente FPHP. A teoria da probabilidade é, em princípio, a ferramenta mais instintiva para modelar o comportamento aleatório. Várias metodologias probabilísticas têm sido propostas com base em diferentes hipóteses, modelos e técnicas. Todavia, as metodologias desenvolvidas que tratam de incerteza nos dados de entrada, podem ser destacadas:

Baghzouz e Tan (1987) propõem um procedimento generalizado para obter o modelo probabilístico de injeção e propagação de corrente harmônica do sistema de potência. O modelo considera incerteza nos geradores de harmônicos, em seu modo de operação, bem como a configuração de cargas não lineares conectadas a um alimentador de distribuição. Um modelo linear é apresentado para encontrar o valor da injeção de corrente harmônica que é parcialmente determinístico e, parcialmente aleatório, para a barra conectada a carga linear.

Baghzouz, Burch et al. (2002) representam a segunda parte de um artigo de duas partes que revisa o estado da arte dos aspectos probabilísticos de harmônicos em sistemas elétricos de potência. Inclui ferramentas para calcular probabilidades de componentes retangulares e fasoriais de fontes harmônicas individuais e múltiplas. Onde o procedimento para determinar a distribuição estatística de tensões resultantes de fontes de corrente aleatórias é revisto.

Zhang, Wang e Zhao (2017) propõem um algoritmo de FPH com incorporação de incerteza, baseado no modelo de nuvem, do inglês *Cloud*. Primeiramente, o gerador com dados de amostra em nuvem é usado para modelar a potência de saída da GD. Logo em seguida, o valor do limite de potência de saída é calculado com base no modelo de nuvem. Finalmente, a solução de fluxo de potência de contorno é usada para calcular distribuições

harmônicas de fluxo de potência de EI, do inglês *Energy Internet*. Os resultados de simulação são realizados sob os dados do sistema de distribuição de 33 barras e comparados aos obtidos por Monte Carlos.

Segundo A. A. Romero et al. (2008b) e Romero, Zini e Ratta (2011), a aplicação da modelagem probabilística em estudos práticos em SEP enfrenta algumas dificuldades para descrever o comportamento harmônico do sistema elétrico. Os modelos probabilísticos assumem que incertezas podem ser descritas por meio de funções de distribuição de probabilidade. Porém, em muitos casos práticos, faltam informações para determinar essas distribuições. Os dados e as características das cargas lineares e não-lineares na prática, são obtidos através do julgamento de especialistas e, portanto, tais informações são geralmente incompletas e imprecisas. Dessa forma, a viabilidade de algumas abordagens probabilísticas está condicionada à natureza e complexidade do modelo elétrico.

Com esse propósito, uma alternativa útil é a aplicação de modelos baseados em possibilidade, adequadamente formulada em termos de números *fuzzy*. A teoria dos conjuntos *fuzzy* começou a ser aplicada em 2000, através da proposta de Hong, Lin e Liu (2000) e, a partir de então, abordagens mais aprofundadas foram publicadas, conforme descrito a seguir.

A. A. Romero et al. (2008b) apresenta uma metodologia com incerteza na cargas, cujas magnitudes e composição são descritas através de parâmetros *fuzzy*, em uma admitância *fuzzy* e correntes de injeção harmônicas no cálculo de FPH possibilístico. A interação entre os parâmetros *fuzzy* é devidamente modelada e estudada através de um sistema teste de 2 barras.

A. A. Romero et al. (2008a) propõem um fluxo de potência harmônico possibilístico baseado na solução conjunta marginal, que supera duas grandes limitações da abordagem da solução *fuzzy* clássica: a falta de modelos de cargas lineares *fuzzy* e a superestimação e subestimação das tensões harmônicas. Incertezas nas cargas lineares e correntes harmônicas injetadas são consideradas. As magnitudes das tensões harmônicas *fuzzy* são calculadas diretamente. O estudo é realizado no sistema teste do IEEE 14 barras. Os resultados obtidos são comparados com os obtidos na solução *fuzzy* clássica e com simulações de Monte Carlo.

Šošić, Žarković e Dobrić (2015) apresentam três metodologias semelhantes de distribuição para fluxo de potência, que calculam as perdas de potência ativa, quedas de tensão e distorção harmônica total da tensão. A primeira metodologia utiliza a lógica *fuzzy* para lidar com as incertezas. Assim, a geração e a perda de potência ativa são representadas na forma de números *fuzzy*. A segunda metodologia utiliza simulação de Monte Carlo para variar os valores das mesmas variáveis, que são número *fuzzy*. A terceira metodologia combina as propostas anteriores. Os resultados são verificadas através do sistema IEEE 33 barras.

O método que utiliza a matemática *fuzzy* estabelece a função de pertinência de incerteza do sistema por meio de suposições ou aproximações. Isso pode levar a grandes erros entre o resultado calculado e o valor real. A análise de intervalo, conhecida como matemática intervalar, representa a incerteza do sistema como intervalos. Assim, os resultados intervalares do fluxo de potência harmônico são obtidos por solução iterativa. No entanto, a aplicação da aritmética intervalar na rede elétrica é restrita devido ao seu excesso de conservadorismo em relação às operações matemáticas, que resultam o aumento do tamanho do intervalo.

Weida, Yan e Zhenguo (2017) utilizam a aritmética afim para reduzir o conservadorismo, que é uma deficiência da aritmética intervalar. Durante o seu processo iterativo, expande a equação iterativa na forma afim e despreza o coeficiente de ruído ξ quadrático da equação. Então, os coeficientes afins das correções em cada iteração são resolvidos por coeficientes iguais dos elementos de ruído em ambas as extremidades da equação. O método de Monte Carlo e o método de aritmética intervalar são usados para comparação com exemplo do sistema teste do IEEE 30 barras.

Na referência Melo e Mingorança (2022) é proposto uma nova metodologia para a avaliação do fluxo de potência harmônico usando o método de injeção de correntes trifásico harmônico em que o operador de Krawczyk é aplicado às equações do fluxo em coordenadas retangulares afim de se obter soluções intervalares a quais podem ser comparadas com o método de Monte Carlo para fins de validação.

2.5 CONCLUSÕES PARCIAIS SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo foi destinado a apresentar os principais conceitos e trabalhos relacionados a este trabalho de pesquisa.

Foram apresentadas separadamente, as principais pesquisas relacionadas à fluxo de potência intervalar, fluxo de potência intervalar aplicado às microrredes e fluxo de potência intervalar harmônico considerando cargas não lineares.

Percebe-se que há um grande número de soluções propostas na literatura para resolver questões relativas às incertezas em sistemas de transmissão, havendo número menor destinados às análises de redes de distribuição. Além disso, o tema de microrredes tem despertado interesse de pesquisadores atualmente, sendo que as aplicações de análises intervalares levaram a um maior número de publicações recentes acerca do tema. Em contrapartida, análises intervalares para fluxo de potência harmônico são mais escassas na literatura específica carecendo de maior exploração.

Em relação ao tema, percebe-se que o mesmo se encontra atual mediante análise das várias publicações recentes nos últimos anos. Ainda, a análise intervalar em microrredes considerando cargas não lineares é um tema pouco explorado dentro desse contexto.

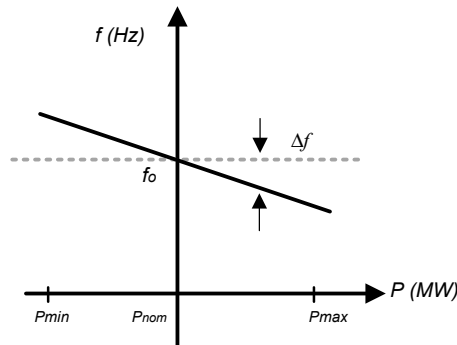
3 METODOLOGIA PROPOSTA

3.1 APLICAÇÃO DA SÉRIE DE TAYLOR EM MICRORREDES

Estratégias de controle primário de frequência e tensão representam um problema atual para a operação de microrredes. Quando as mesmas operam conectadas à rede principal, a subestação dita a frequência fundamental (50 ou 60Hz), impondo-a através de seu estatismo. Em contrapartida, quando operam ilhadas, as potências geradas pelas GDs não são capazes, sem um controle e/ou re-despacho, de manter a frequência e tensão estáveis e em seus valores nominais (LIU et al., 2009).

Nos modos ilhados, de acordo com Rese, Costa e Silva (2013), o esquema mais utilizado é conhecido como operação *Multi-Master*, em que os controladores permitem que as múltiplas unidades de GD participem do compartilhamento de carga. O controle pode ser implementado usando estratégias características como o controle em *droop* P-F, conforme representado na Figura 11.

Figura 11 – Curva característica P-F



Fonte: Própria autora.

Assumindo uma unidade GD conectada a uma dada barra k , é possível determinar a relação entre a saída de potência ativa de geração ($P_{g,k}$) da GD e a frequência do sistema f de acordo com a Equação (3.1), em que $P_{g,k}^0$ é a potência da GD correspondente associada à frequência nominal f^0 .

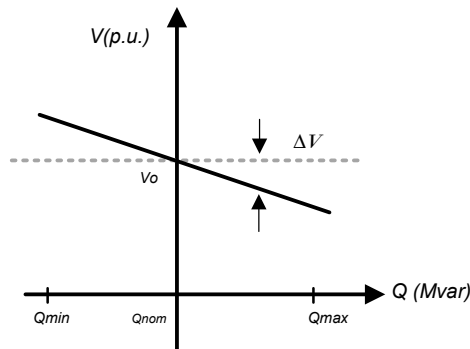
$$P_{g,k} = -K_f(f - f^0) + P_{g,k}^0 \quad (3.1)$$

K_f representa o inverso do estatismo S para cada unidade de geração, conforme a Equação (3.2):

$$K_f = \frac{1}{S} \quad (3.2)$$

Da mesma forma que o controle de frequência, o controle de *droop* Q-V, ilustrado na Figura 12, pode ser representado pela Equação (3.3), onde K_v é a constante característica de *droop* Q-V, V_k é a tensão terminal na barra k e $Q_{g,k}$ é a potência reativa de saída da GD no ponto de conexão.

Figura 12 – Curva característica Q-V



Fonte: Própria autora.

$$Q_{g,k} = -K_v \cdot (V_k - V_k^0) + Q_{g,k}^0 \quad (3.3)$$

Os valores iniciais $P_{g,k}^0$, $Q_{g,k}^0$, V_k^0 , f^0 correspondem à condição anterior a desconexão da rede principal.

O controle em *droop* P-F e *droop* Q-V são conhecidos também como regulação primária, o qual é responsável pela regulação de velocidade, que é o mecanismo que controla a variação da potência mecânica de saída da máquina como resposta ao desvio de velocidade de rotação do rotor do gerador, ou da frequência do sistema. O mesmo raciocínio matemático pode ser aplicado à GDs mesmo que utilizem de inversores para conexão à rede principal.

Neste trabalho, é incorporado o *droop* P-F, e, portanto, a frequência do sistema é incluída como uma variável adicional a ser calculada pelo método de Newton-Raphson no método de fluxo de potência, juntamente com as potências ativas (P_g) e reativas geradas (Q_g) de cada unidade GD conectada e as magnitudes (V_k) e ângulos (θ_k) de tensão de todas as barras do sistema, de forma que seja resolvido iterativamente. As equações são computadas de forma matricial resultando uma matriz Jacobiana aumentada conforme apresentado na Equação (3.4).

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \\ \hline \Delta \mathbf{y}' \\ \Delta \mathbf{V}' \\ \Delta \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial f} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial f} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial f} \\ \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial f} \\ \frac{\partial \theta'}{\partial \theta} & \frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \theta'}{\partial f} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \mathbf{V} \\ \hline \Delta \mathbf{P}_g \\ \Delta \mathbf{Q}_g \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde:

$\Delta \mathbf{P}$, $\Delta \mathbf{Q}$ representam todos os resíduos de potência ativa e reativa para todas as barras PV e PQ do sistema;

$\Delta \mathbf{y}'$ é o vetor resíduo de regulação de frequência para todas unidades geradoras;

$\Delta \mathbf{V}'$ é vetor resíduo de tensão para todas as barras de geração;

$\Delta \theta'$ é o resíduo correspondente ao ângulo da barra referência do sistema;

$\Delta \theta$ e $\Delta \mathbf{V}$ são os resíduos de ângulos e das magnitudes de tensão para todas as barras do sistema;

$\Delta \mathbf{P}_g$ e $\Delta \mathbf{Q}_g$ representam os resíduos de potência ativa e reativa gerada de cada unidade geradora conectada;

Δf é o resíduo de frequência como variável de estado.

As submatrizes $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}}$, $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{Q}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial f}$, $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}}$, $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{Q}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial f}$, $\frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{V}}$, $\frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{Q}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial f}$, $\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{V}}$, $\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{Q}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial f}$, $\frac{\partial \theta'}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{V}}$, $\frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{Q}_g}$ e $\frac{\partial \theta'}{\partial f}$ representam as derivadas parciais de potências ativas/reativas em relação aos ângulos e magnitudes de tensão nodais, potência ativa e reativa de cada unidade de geração e frequência do sistema. Essas submatrizes formam a matriz Jacobiana \mathbf{J} e suas equações estão dispostas no Anexo A ((A.27) – (A.38)).

De forma simplificada, a Equação (3.4) pode ser reescrita como na Equação (3.5).

$$\Delta \mathbf{y}^{(it)} = \mathbf{J} \cdot \Delta \mathbf{x}^{(it)} \quad (3.5)$$

em que $\Delta \mathbf{y}^{(it)}$ representa os resíduos associados às potências ativas e reativas, controle de frequência, controle de tensão e ângulo de referência, para um dado contador de iteração (it). O vetor solução $\Delta \mathbf{x}^{(it)}$ é formado pelos ângulos de tensão (θ_k), magnitudes de tensão (V_k) de todas as barras, as potências ativa e reativa gerada de cada GD e a frequência do sistema, são calculados conforme a Equação (3.5), e em seguida atualizados a cada iteração conforme a Equação (3.6).

$$\mathbf{x}^{(it)} = \mathbf{x}^{(it-1)} + \mathbf{J}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{y}^{(it)} \quad (3.6)$$

O processo iterativo converge quando $\Delta \mathbf{y}^{(it)}$ for menor que um determinado valor de tolerância, adotado como 10^{-5} p.u. A solução convergida representa a solução determinística (caso base) do fluxo de potência da microrrede.

As incertezas estão presentes na carga e geração e, dessa forma, são modeladas como intervalos, apresentando limites inferiores e superiores de acordo com as Equações (3.7) e (3.8) respectivamente para as potências ativa e reativa de uma dada barra k , em que ξ é o valor percentual de incerteza a ser considerado.

$$\hat{P}_k = [P_k \cdot (1 - \xi); P_k \cdot (1 + \xi)] \quad (3.7)$$

$$\hat{Q}_k = [Q_k \cdot (1 - \xi); Q_k \cdot (1 + \xi)] \quad (3.8)$$

O principal objetivo é calcular um vetor de solução intervalar $\hat{\mathbf{x}}$ associado ao sistema de uma determinada microrrede, de tal forma que o vetor de solução determinística \mathbf{x}^{det} obtido pelo fluxo de potência, possa ser associado aos seus correspondentes limites inferior e superior ($\hat{\mathbf{x}}^{inf}$ e $\hat{\mathbf{x}}^{sup}$, respectivamente) em forma de intervalar, como apresentado pela Equação (3.9):

$$\hat{\mathbf{x}} = [\hat{\mathbf{x}}^{inf}; \hat{\mathbf{x}}^{sup}] = \mathbf{x}^{det} + \Delta \hat{\mathbf{x}} \quad (3.9)$$

onde $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ representa o raio do vetor solução de intervalo associado a cada variável de estado do sistema. Para calcular $\Delta \hat{\mathbf{x}}$, a metodologia proposta utiliza a expansão da série de Taylor até a segunda ordem, sendo necessário calcular a primeira e segunda derivadas do vetor de variáveis de estado em relação ao valor da incerteza.

A primeira derivada da equação linear (3.5) é calculada em relação ao valor de incerteza ξ conforme apresentado pela Equação (3.10):

$$\frac{\partial \Delta \mathbf{x}}{\partial \xi} = \frac{\mathbf{J}^{-1} \cdot \partial \Delta \mathbf{y}}{\partial \xi} \quad (3.10)$$

Como \mathbf{J} é uma matriz determinística, a Equação (3.11) pode ser reduzida, sendo reescrita de forma compacta na Equação (3.12), em que $\delta \mathbf{x}$ é a derivada de primeira ordem do vetor de variáveis de estado em relação ao valor da incerteza.

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \xi} \quad (3.11)$$

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \delta \mathbf{y} \quad (3.12)$$

A segunda derivada em relação à incerteza é calculada pela Equação (3.13):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial \xi^2} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial \xi^2} \quad (3.13)$$

Com base na regra da cadeia, a Equação (3.14) é definida a partir de (3.11), onde \mathbf{H}_Z é a Hessiana composta de segundas derivadas de potências ativas/reactivas em cada barra em relação as magnitudes, ângulos de tensão, potência ativa e reativa geradas e a frequência do sistema.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial \xi^2} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right)^T \cdot \mathbf{H}_Z \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right) \quad (3.14)$$

A forma expandida matricialmente de (3.13) com a substituição de (3.14) é apresentada na Equação (3.15), onde k é o número de barras, i é o número de GDs e ii é a barra referência.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 \theta_k}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi^2} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 V_k}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 P_{g1}}{\partial \xi^2} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 P_{gi}}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 Q_{g1}}{\partial \xi^2} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 Q_{gi}}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} \cdots \frac{\partial P_1}{\partial \theta_k} \frac{\partial P_1}{\partial V_1} \cdots \frac{\partial P_1}{\partial V_k} \frac{\partial P_1}{\partial P_{g1}} \cdots \frac{\partial P_1}{\partial P_{gi}} \frac{\partial P_1}{\partial Q_{g1}} \cdots \frac{\partial P_1}{\partial Q_{gi}} \frac{\partial P_1}{\partial f} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_k}{\partial \theta_1} \cdots \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} \frac{\partial P_k}{\partial V_1} \cdots \frac{\partial P_k}{\partial V_k} \frac{\partial P_k}{\partial P_{g1}} \cdots \frac{\partial P_k}{\partial P_{gi}} \frac{\partial P_k}{\partial Q_{g1}} \cdots \frac{\partial P_k}{\partial Q_{gi}} \frac{\partial P_k}{\partial f} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} \cdots \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_k} \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} \cdots \frac{\partial Q_1}{\partial V_k} \frac{\partial Q_1}{\partial P_{g1}} \cdots \frac{\partial Q_1}{\partial P_{gi}} \frac{\partial Q_1}{\partial Q_{g1}} \cdots \frac{\partial Q_1}{\partial Q_{gi}} \frac{\partial Q_1}{\partial f} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_1} \cdots \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} \frac{\partial Q_k}{\partial V_1} \cdots \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} \frac{\partial Q_k}{\partial P_{g1}} \cdots \frac{\partial Q_k}{\partial P_{gi}} \frac{\partial Q_k}{\partial Q_{g1}} \cdots \frac{\partial Q_k}{\partial Q_{gi}} \frac{\partial Q_k}{\partial f} \\ \frac{\partial y'_1}{\partial \theta_1} \cdots \frac{\partial y'_1}{\partial \theta_k} \frac{\partial y'_1}{\partial V_1} \cdots \frac{\partial y'_1}{\partial V_k} \frac{\partial y'_1}{\partial P_{g1}} \cdots \frac{\partial y'_1}{\partial P_{gi}} \frac{\partial y'_1}{\partial Q_{g1}} \cdots \frac{\partial y'_1}{\partial Q_{gi}} \frac{\partial y'_1}{\partial f} \\ \vdots \\ \frac{\partial y'_i}{\partial \theta_1} \cdots \frac{\partial y'_i}{\partial \theta_k} \frac{\partial y'_i}{\partial V_1} \cdots \frac{\partial y'_i}{\partial V_k} \frac{\partial y'_i}{\partial P_{g1}} \cdots \frac{\partial y'_i}{\partial P_{gi}} \frac{\partial y'_i}{\partial Q_{g1}} \cdots \frac{\partial y'_i}{\partial Q_{gi}} \frac{\partial y'_i}{\partial f} \\ \frac{\partial V'_1}{\partial \theta_1} \cdots \frac{\partial V'_1}{\partial \theta_k} \frac{\partial V'_1}{\partial V_1} \cdots \frac{\partial V'_1}{\partial V_k} \frac{\partial V'_1}{\partial P_{g1}} \cdots \frac{\partial V'_1}{\partial P_{gi}} \frac{\partial V'_1}{\partial Q_{g1}} \cdots \frac{\partial V'_1}{\partial Q_{gi}} \frac{\partial V'_1}{\partial f} \\ \vdots \\ \frac{\partial V'_i}{\partial \theta_1} \cdots \frac{\partial V'_i}{\partial \theta_k} \frac{\partial V'_i}{\partial V_1} \cdots \frac{\partial V'_i}{\partial V_k} \frac{\partial V'_i}{\partial P_{g1}} \cdots \frac{\partial V'_i}{\partial P_{gi}} \frac{\partial V'_i}{\partial Q_{g1}} \cdots \frac{\partial V'_i}{\partial Q_{gi}} \frac{\partial V'_i}{\partial f} \\ \frac{\partial \theta'_{ii}}{\partial \theta_1} \cdots \frac{\partial \theta'_{ii}}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta'_{ii}}{\partial V_1} \cdots \frac{\partial \theta'_{ii}}{\partial V_k} \frac{\partial \theta'_{ii}}{\partial P_{g1}} \cdots \frac{\partial \theta'_{ii}}{\partial P_{gi}} \frac{\partial \theta'_{ii}}{\partial Q_{g1}} \cdots \frac{\partial \theta'_{ii}}{\partial Q_{gi}} \frac{\partial \theta'_{ii}}{\partial f} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_{P_1} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \vdots \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_{P_k} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_{Q_1} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \vdots \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_{Q_k} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_{y'_1} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \vdots \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_{y'_i} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_{V'_1} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \vdots \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_{V'_i} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_{\theta'_{ii}} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

em que: \mathbf{H}_{P_k} , \mathbf{H}_{Q_k} , $\mathbf{H}_{y'_i}$, $\mathbf{H}_{V'_i}$ e $\mathbf{H}_{\theta'_{ii}}$ representam a matriz Hessiana formada por derivadas segundas a partir de cada linha da matriz Jacobiana. Além disso, o produto $\left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_Z \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]$ para $Z = P_k, Q_k, y'_i, V'_i$ e θ'_{ii} , resulta numa grandeza escalar.

De forma compacta a Equação (3.13) pode ser reescrita como na Equação (3.16), onde $\delta^2 \mathbf{x}$ é a derivada de segunda ordem do vetor de variáveis de estado em relação ao valor da incerteza.

$$\delta^2 \mathbf{x} = \mathbf{J}^{-1} \cdot (\delta \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}_Z \cdot \delta \mathbf{x}) \quad (3.16)$$

Uma vez calculados os termos de primeira e segunda ordem da série de Taylor, é possível determinar o raio $\Delta\hat{\mathbf{x}}$ para calcular os limites inferior e superior das soluções intervalares, de acordo com a Equação (3.17) por meio da aplicação direta da série de Taylor, em que $\Delta\xi = [-\xi, \xi]$.

$$\Delta\hat{\mathbf{x}} = \frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\xi} \cdot \Delta\xi + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2\mathbf{x}}{\partial\xi^2} \cdot \Delta\xi^2 \quad (3.17)$$

ou ainda, conforme a Equação (3.18):

$$\Delta\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{J}^{-1} \cdot \delta\mathbf{y}) \cdot \Delta\xi + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{J}^{-1} \cdot (\delta\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}_{\mathbf{Z}} \cdot \delta\mathbf{x}) \cdot \Delta\xi^2 \quad (3.18)$$

A partir da definição apresentada na Equação (3.9), é possível calcular o vetor de variáveis intervalares com seus valores superiores e inferiores correspondentes.

A solução intervalar depende do cálculo da Jacobiana determinística e da Hessiana composta pelas segundas derivadas das potências ativas/reactivas para uma determinada barra k em relação às magnitudes, ângulos de tensão da barra do sistema e frequência da microrrede. Além disso, depende das derivadas parciais do vetor de variáveis de estado e das derivadas das potências ativas e reativas em relação ao valor da incerteza.

Note que uma vez que o fluxo de potência determinístico fornece as variáveis de estado do sistema, as soluções intervalares correspondentes podem ser calculadas com base no uso da expansão em série de Taylor de segunda ordem diretamente, não sendo necessário um método iterativo para calcular os intervalos. Dessa forma o método garante um tempo computacional vantajoso comparado às abordagens semelhantes propostas na revisão literária.

Como importante contribuição da metodologia, as magnitudes e ângulos de tensão das barras e as potências geradas por cada GD do sistema são determinados como soluções intervalares bem como a frequência da microrrede, sendo necessária para avaliar as estratégias de controle de queda de frequência adotadas em operação ilhada e quando o sistema está conectado à rede principal.

3.1.1 Modelagem da matriz Hessiana

A matriz Hessiana $\mathbf{H}_{\mathbf{Z}}$ é formada pelas derivadas parciais de segunda ordem das potências ativas/reactivas em relação aos ângulos e magnitudes de tensão nodais, potência ativa e reativa de cada unidade de geração e frequência. De forma compacta, representa a derivada da Jacobiana em relação aos elementos de $\Delta\mathbf{x}$ conforme a Equação (3.19).

$$\mathbf{H}_{\mathbf{Z}} = \frac{\partial\mathbf{J}}{\partial\mathbf{x}} \quad (3.19)$$

Para a matriz Hessiana da linha da matriz \mathbf{J} da barra ii de referência como em (3.24):

$$H_{\theta'_{ii}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_1 \partial \theta_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_1 \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_1 \partial V_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_1 \partial P_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_1 \partial P_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_1 \partial Q_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_1 \partial Q_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_1 \partial f} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_k \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_k^2} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_k \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_k \partial V_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_k \partial P_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_k \partial P_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_k \partial Q_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_k \partial Q_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial \theta_k \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_1 \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_1 \partial \theta_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_1 \partial V_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_1 \partial P_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_1 \partial P_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_1 \partial Q_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_1 \partial Q_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_1 \partial f} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_k \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_k \partial \theta_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_k \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_k^2} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_k \partial P_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_k \partial P_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_k \partial Q_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_k \partial Q_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial V_k \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_1} \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_1} \partial \theta_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_1} \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_1} \partial V_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_1}^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_1} \partial P_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_1} \partial Q_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_1} \partial Q_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_1} \partial f} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_i} \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_i} \partial \theta_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_i} \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_i} \partial V_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_i} \partial P_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_i}^2} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_i} \partial Q_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_i} \partial Q_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial P_{g_i} \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_1} \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_1} \partial \theta_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_1} \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_1} \partial V_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_1} \partial P_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_1} \partial P_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_1}^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_1} \partial Q_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_1} \partial f} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_i} \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_i} \partial \theta_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_i} \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_i} \partial V_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_i} \partial P_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_i} \partial P_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_i} \partial Q_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_i} \partial Q_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial Q_{g_i} \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial f \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial f \partial \theta_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial f \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial f \partial V_k} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial f \partial P_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial f \partial P_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial f \partial Q_{g_1}} & \cdots & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial f \partial Q_{g_i}} & \frac{\partial^2 \theta'_{ii}}{\partial f^2} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Os elementos que constituem as matrizes Hessianas estão disponíveis no Apêndice B.

3.1.2 Cálculos a partir da solução intervalar

A aplicação da série de Taylor também pode ser estendida na manipulação dos resultados intervalares encontrados ($\hat{\theta}_k$, \hat{V}_k , \hat{P}_{g_i} , \hat{Q}_{g_i} e \hat{f}) para obter os fluxos e as perdas de potência nos ramos em valores intervalares sem requerer cálculos iterativos adicionais.

Desse modo, as expressões nos ramos $k - m$ de potência ativa e reativa intervalar podem ser representadas como em (3.25) à (3.28), em que x é a forma genérica de representar os elementos θ_k , θ_m , V_k , V_m .

$$\hat{P}_{km} = P_{km} + \left(\frac{\partial P_{km}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2 P_{km}}{\partial x^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{\partial P_{km}}{\partial x} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \quad (3.25)$$

ou ainda:

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{km} &= P_{km} + \left(\frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} \frac{\partial V_k}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} \frac{\partial V_m}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \\
&+ \frac{1}{2} \left[2a_{km}^2 g_{km} \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \right)^2 - 2a_{km} \left(g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km} \right) \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial V_m}{\partial \xi} \right) + \right. \\
&\quad + 2a_{km} V_m \left(g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km} \right) \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} - \frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad + 2a_{km} V_k \left(g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km} \right) \left(\frac{\partial V_m}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} - \frac{\partial V_m}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad + a_{km} V_k V_m \left(g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km} \right) \left(\left(\frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right)^2 - 2 \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad \left. + \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} \frac{\partial^2 V_k}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} \frac{\partial^2 V_m}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} \frac{\partial^2 \theta_k}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} \frac{\partial^2 \theta_m}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \quad (3.26)
\end{aligned}$$

em que:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} &= 2V_k a_{km}^2 g_{km} - a_{km} V_m \left(g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km} \right) \\
\frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} &= -a_{km} V_k \left(g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km} \right) \\
\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} &= a_{km} V_k V_m \left(g_{km} \cos \theta_{km} - b_{km} \sin \theta_{km} \right) \\
\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} &= a_{km} V_k V_m \left(b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km} \right) \\
\hat{Q}_{km} &= Q_{km} + \left(\frac{\partial Q_{km}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2 Q_{km}}{\partial x^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{\partial Q_{km}}{\partial x} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \quad (3.27)
\end{aligned}$$

ou ainda:

$$\begin{aligned}
\hat{Q}_{km} &= Q_{km} + \left(\frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} \frac{\partial V_k}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} \frac{\partial V_m}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \\
&+ \frac{1}{2} \left[-2(a_{km}^2 b_{km} + b_{km}^{sh}) \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \right)^2 + 2a_{km} \left(g_{km} \sin \theta_{km} + b_{km} \cos \theta_{km} \right) \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial V_m}{\partial \xi} \right) + \right. \\
&\quad + 2a_{km} V_m \left(g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km} \right) \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} - \frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad + 2a_{km} V_k \left(g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km} \right) \left(\frac{\partial V_m}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} - \frac{\partial V_m}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad + a_{km} V_k V_m \left(g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km} \right) \left(\left(\frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right)^2 - 2 \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad \left. + \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} \frac{\partial^2 V_k}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} \frac{\partial^2 V_m}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} \frac{\partial^2 \theta_k}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} \frac{\partial^2 \theta_m}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \quad (3.28)
\end{aligned}$$

em que:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} &= -2V_k \left(a_{km}^2 b_{km} + b_{km}^{sh} \right) + a_{km} V_m \left(b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km} \right) \\ \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} &= a_{km} V_k \left(b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km} \right) \\ \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} &= -a_{km} V_k V_m \left(b_{km} \cos \theta_{km} + g_{km} \sin \theta_{km} \right) \\ \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} &= a_{km} V_k V_m \left(b_{km} \cos \theta_{km} + g_{km} \sin \theta_{km} \right)\end{aligned}$$

As perdas nos ramos $k - m$ de potência ativa e reativa intervalar podem ser representadas como em (3.29)-(3.32).

$$\hat{P}_{km}^{pd} = P_{km}^{pd} + \left(\frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2 P_{km}^{pd}}{\partial x^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial x} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \quad (3.29)$$

ou ainda:

$$\begin{aligned}\hat{P}_{km}^{pd} &= P_{km}^{pd} + \left(\frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial V_k} \frac{\partial V_k}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial V_m} \frac{\partial V_m}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial \theta_m} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \\ &+ \frac{1}{2} \left[2a_{km}^2 g_{km} \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \right)^2 - 4a_{km} g_{km} \cos \theta_{km} \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial V_m}{\partial \xi} \right) + 2g_{km} \left(\frac{\partial V_m}{\partial \xi} \right)^2 + \right. \\ &+ 4a_{km} g_{km} V_m \sin \theta_{km} \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} - \frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) + \\ &+ 4a_{km} g_{km} V_k \sin \theta_{km} \left(\frac{\partial V_m}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} - \frac{\partial V_m}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) + \\ &+ 2a_{km} g_{km} V_k V_m \cos \theta_{km} \left(\left(\frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right)^2 - 2 \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) + \\ &\left. + \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial V_k} \frac{\partial^2 V_k}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial V_m} \frac{\partial^2 V_m}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial \theta_k} \frac{\partial^2 \theta_k}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial \theta_m} \frac{\partial^2 \theta_m}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \quad (3.30)\end{aligned}$$

em que:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial V_k} &= 2V_k a_{km}^2 g_{km} - 2a_{km} V_m g_{km} \cos \theta_{km} \\ \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial V_m} &= 2g_{km} V_m - 2a_{km} g_{km} V_k \cos \theta_{km} \\ \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial \theta_k} &= 2a_{km} g_{km} V_k V_m \sin \theta_{km} \\ \frac{\partial P_{km}^{pd}}{\partial \theta_m} &= -2a_{km} g_{km} V_k V_m \sin \theta_{km}\end{aligned}$$

$$\hat{Q}_{km}^{pd} = Q_{km}^{pd} + \left(\frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2 Q_{km}^{pd}}{\partial x^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial x} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \quad (3.31)$$

ou ainda:

$$\begin{aligned}
\hat{Q}_{km}^{pd} &= Q_{km}^{pd} + \left(\frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial V_k} \frac{\partial V_k}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial V_m} \frac{\partial V_m}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial \theta_m} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \\
&+ \frac{1}{2} \left[-2a_{km}^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \right)^2 + 4a_{km} b_{km} \cos \theta_{km} \left(\frac{\partial V_k}{\partial \xi} \frac{\partial V_m}{\partial \xi} \right) - \right. \\
&- 2(b_{km} + b_{km}^{sh}) \left(\frac{\partial V_m}{\partial \xi} \right)^2 + 4a_{km} b_{km} V_m \sin \theta_{km} \left(\frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \frac{\partial V_k}{\partial \xi} - \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \frac{\partial V_m}{\partial \xi} \right) + \\
&+ 4a_{km} b_{km} V_k \sin \theta_{km} \left(\frac{\partial V_m}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} - \frac{\partial V_m}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \right) - \\
&- 2a_{km} b_{km} V_k V_m \cos \theta_{km} \left(\left(\frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right)^2 - 2 \frac{\partial \theta_k}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} \right) + \\
&\left. + \frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial V_k} \frac{\partial^2 V_k}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial V_m} \frac{\partial^2 V_m}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial \theta_k} \frac{\partial^2 \theta_k}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial \theta_m} \frac{\partial^2 \theta_m}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \quad (3.32)
\end{aligned}$$

em que:

$$\frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial V_k} = -2V_k a_{km}^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + 2a_{km} V_m b_{km} \cos \theta_{km}$$

$$\frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial V_m} = -2V_m (b_{km} + b_{km}^{sh}) + 2a_{km} b_{km} V_k \cos \theta_{km}$$

$$\frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial \theta_k} = -2a_{km} g_{km} V_k V_m \sin \theta_{km}$$

$$\frac{\partial Q_{km}^{pd}}{\partial \theta_m} = 2a_{km} g_{km} V_k V_m \sin \theta_{km}$$

Os valores dos elementos determinísticos P_{km} , Q_{km} , P_{km}^{pd} e Q_{km}^{pd} são encontrados por meio das Equações (A.42), (A.44), (A.46) e (A.47) respectivamente no Anexo A.

3.2 APLICAÇÃO DA SÉRIE DE TAYLOR PARA ANÁLISE HARMÔNICA

As premissas fundamentais para a aplicação da série de Taylor em análise de cargas não lineares partem da ferramenta do fluxo de potência harmônico (FPH) determinístico, descrito no item 2.4.1.2. É a partir dessas equações e soluções que a série de Taylor é aplicada.

Assumindo que as incertezas estão relacionadas às fontes harmônicas inseridas no sistema, o principal objetivo do método é calcular um vetor de solução de intervalo $\hat{\mathbf{V}}^h$ associado aos estados do sistema de tal forma que o vetor de solução determinístico $\mathbf{V}^{h,det}$ calculado pelo FPH pode ser associado aos seus limites inferior e superior correspondentes ($\hat{\mathbf{V}}^{h,inf}$ e $\hat{\mathbf{V}}^{h,sup}$, respectivamente). Dessa forma, a injeção de harmônicos no sistema é modelada como intervalos com limites inferior e superior de acordo com a Equação (3.33) para a corrente harmônica de uma determinada barra k .

$$\hat{I}_k^h = \left[I_k^h (1 - \xi) \cdot e^{j\theta_k^h(1-\xi)}; I_k^h (1 + \xi) \cdot e^{j\theta_k^h(1+\xi)} \right] \quad (3.33)$$

em que ξ é o valor de incerteza percentual considerada para a análise intervalar.

A primeira derivada é realizada em função da Equação (2.44) em relação ao valor de incerteza ξ conforme apresentado pela Equação (3.34), na qual é reescrita considerando as injeções de correntes incertas e a admitância nodal do sistema englobando as cargas lineares (\mathbf{Y}^h), para uma ordem harmônica h .

$$\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} = (\mathbf{Y}^h)^{-1} \cdot \frac{\partial \mathbf{I}^h}{\partial \xi} \quad (3.34)$$

Matricialmente a admitância nodal \mathbf{Y}^h é apresentada na Equação (3.35). Em que Y_p^h representa o modelo de carga linear, onde neste trabalho utiliza-se o modelo RL paralelo apresentado na Figura 8, denotado assim, como $Y_{p(kk)}^h = \frac{(V_k^1)^2}{P_k} + jh \frac{(V_k^1)^2}{Q_k}$ na barra k . Tal modelo é adotado nesta tese devido a alta aceitação do mesmo para representação de cargas lineares na análise harmônica a qual permite representar de maneira mais realista o efeito de absorção de harmônicas pelas cargas lineares existentes em redes de média tensão.

$$\mathbf{Y}^h = \begin{bmatrix} Y_{11}^h + Y_{p11}^h & Y_{12}^h & \dots & Y_{1k}^h \\ Y_{21}^h & Y_{22}^h + Y_{p22}^h & \dots & Y_{2k}^h \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{k1}^h & Y_{k2}^h & \dots & Y_{kk}^h + Y_{pkk}^h \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

A derivada da corrente harmônica (3.33) em relação à incerteza é dada conforme a Equação (3.36), em que, o ângulo da corrente θ possui a unidade em radianos.

$$\frac{\partial \mathbf{I}^h}{\partial \xi} = I_k \cdot e^{j\theta_k^h(1+\xi)} \cdot [1 + j\theta_k^h(1 + \xi)] \quad (3.36)$$

Observe que a derivada apresentada na Equação (3.36) é obtida em relação a incerteza ξ positiva, pois ao obter as derivadas equivalentes ao primeiro e segundo termo da série de Taylor sua expansão final considera $\pm\xi$.

A Equação (3.34) pode ser reescrita, de forma compacta, conforme (3.37).

$$\delta \mathbf{V}^h = (\mathbf{Y}^h)^{-1} \cdot \delta \mathbf{I}^h \quad (3.37)$$

A segunda derivada em relação à incerteza é calculada pela Equação (3.38).

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}^h}{\partial \xi^2} = (\mathbf{Y}^h)^{-1} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{I}^h}{\partial \xi^2} \quad (3.38)$$

Onde a Equação (3.39) é definida aplicando a regra da cadeia, em que \mathbf{H}^h é a matriz Hessiana harmônica quadrada por k barras, composta de derivadas da impedância de rede com a inclusão das cargas lineares.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}^h}{\partial \xi^2} = \left(\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right)^T \cdot \mathbf{H}^h \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right) \quad (3.39)$$

A forma expandida matricialmente de (3.38) pode ser vista na Equação (3.40).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V_1^h}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 V_2^h}{\partial \xi^2} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 V_k^h}{\partial \xi^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^h + Y_{p11}^h & Y_{12}^h & \dots & Y_{1k}^h \\ Y_{21}^h & Y_{22}^h + Y_{p22}^h & \dots & Y_{2k}^h \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{k1}^h & Y_{k2}^h & \dots & Y_{kk}^h + Y_{pkk}^h \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_1^h \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_2^h \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right] \\ \vdots \\ \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_k^h \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right] \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

onde \mathbf{H}_k^h representa a matriz Hessiana harmônica referente a barra k correspondente. Além disso, o produto $\left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_n^h \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right]$ para $n = 1, \dots, k$, resulta em uma grandeza escalar.

De forma simplificada, a Equação (3.40) é expressa pela Equação (3.41).

$$\delta^2 \mathbf{V}^h = (\mathbf{Y}^h)^{-1} \cdot \left[(\delta \mathbf{V}^h)^T \cdot \mathbf{H}^h \cdot (\delta \mathbf{V}^h) \right] \quad (3.41)$$

Uma vez calculados os termos de primeira e segunda ordem da série de Taylor, é possível determinar o raio $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ como apresentado na Equação (3.9) da seção anterior e reescrito nesta como $\Delta \hat{\mathbf{V}}^h$, de acordo com a Equação (3.42) com aplicação direta da série de Taylor.

$$\Delta \hat{\mathbf{V}}^h = \frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{V}^h}{\partial \xi^2} \cdot \Delta \xi^2 = \delta \mathbf{V}^h \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot \delta^2 \mathbf{V}^h \cdot \Delta \xi^2 \quad (3.42)$$

ou ainda, como a Equação (3.43):

$$\Delta \hat{\mathbf{V}}^h = (\mathbf{Y}^h)^{-1} \cdot \delta \mathbf{I}^h \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{Y}^h)^{-1} \cdot \left[(\delta \mathbf{V}^h)^T \cdot \mathbf{H}^h \cdot (\delta \mathbf{V}^h) \right] \cdot \Delta \xi^2 \quad (3.43)$$

A solução intervalar depende do cálculo da admitância nodal harmônica determinística e a sua derivada em relação a tensão. Além disso, depende das derivadas parciais do vetor de variáveis de estado e das derivadas das correntes harmônicas em relação ao valor da incerteza. Através desses valores intervalares, é possível obter o THD, também em faixas intervalares.

3.2.1 Modelagem da matriz Hessiana harmônica

A matriz Hessiana \mathbf{H}^h é obtida pela derivada da Equação (3.35) em relação a tensão harmônica de cada barra, apresentada de forma compacta conforme a Equação (3.44). Ou seja, a cada linha da matriz admitância harmônica \mathbf{Y}^h equivale a uma matriz Hessiana referente a barra correspondente.

$$\mathbf{H}^h = \frac{\partial \mathbf{Y}^h}{\partial \mathbf{V}^h} \quad (3.44)$$

Nesse contexto, como exemplo genérico, seja um sistema composto por k barras. A matriz Hessiana correspondente a barra 1 (Equação (3.45)) para cada ordem harmônica é:

$$H_1^h = \begin{bmatrix} \frac{\partial Y_{11}^h}{\partial V_1^h} & \frac{\partial Y_{12}^h}{\partial V_1^h} & \cdots & \frac{\partial Y_{1k}^h}{\partial V_1^h} \\ \frac{\partial Y_{21}^h}{\partial V_2^h} & \frac{\partial Y_{22}^h}{\partial V_2^h} & \cdots & \frac{\partial Y_{2k}^h}{\partial V_2^h} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial Y_{k1}^h}{\partial V_k^h} & \frac{\partial Y_{k2}^h}{\partial V_k^h} & \cdots & \frac{\partial Y_{kk}^h}{\partial V_k^h} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Para a barra 2, conforme (3.46) :

$$H_2^h = \begin{bmatrix} \frac{\partial Y_{21}^h}{\partial V_1^h} & \frac{\partial Y_{22}^h}{\partial V_1^h} & \cdots & \frac{\partial Y_{2k}^h}{\partial V_1^h} \\ \frac{\partial Y_{21}^h}{\partial V_2^h} & \frac{\partial Y_{22}^h}{\partial V_2^h} & \cdots & \frac{\partial Y_{2k}^h}{\partial V_2^h} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial Y_{21}^h}{\partial V_k^h} & \frac{\partial Y_{22}^h}{\partial V_k^h} & \cdots & \frac{\partial Y_{2k}^h}{\partial V_k^h} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Assim sucessivamente, até a Hessiana correspondente a barra k , (3.47):

$$H_k^h = \begin{bmatrix} \frac{\partial Y_{k1}^h}{\partial V_1^h} & \frac{\partial Y_{k2}^h}{\partial V_1^h} & \cdots & \frac{\partial Y_{kk}^h}{\partial V_1^h} \\ \frac{\partial Y_{k1}^h}{\partial V_2^h} & \frac{\partial Y_{k2}^h}{\partial V_2^h} & \cdots & \frac{\partial Y_{kk}^h}{\partial V_2^h} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial Y_{k1}^h}{\partial V_k^h} & \frac{\partial Y_{k2}^h}{\partial V_k^h} & \cdots & \frac{\partial Y_{kk}^h}{\partial V_k^h} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

De modo que a parcela explicita na \mathbf{H}^h é apresentada pela Equação (3.48) e os demais termos são iguais a zero.

$$\frac{\partial Y_{kk}^h}{\partial V_k^h} = \frac{-2 \cdot h \cdot P_k^1 + 2 \cdot j \cdot Q_k^1}{h \cdot (V_k^1)^3} \quad (3.48)$$

em que: P_k^1 é a potência ativa na frequência fundamental;

Q_k^1 a potência reativa na frequência fundamental;

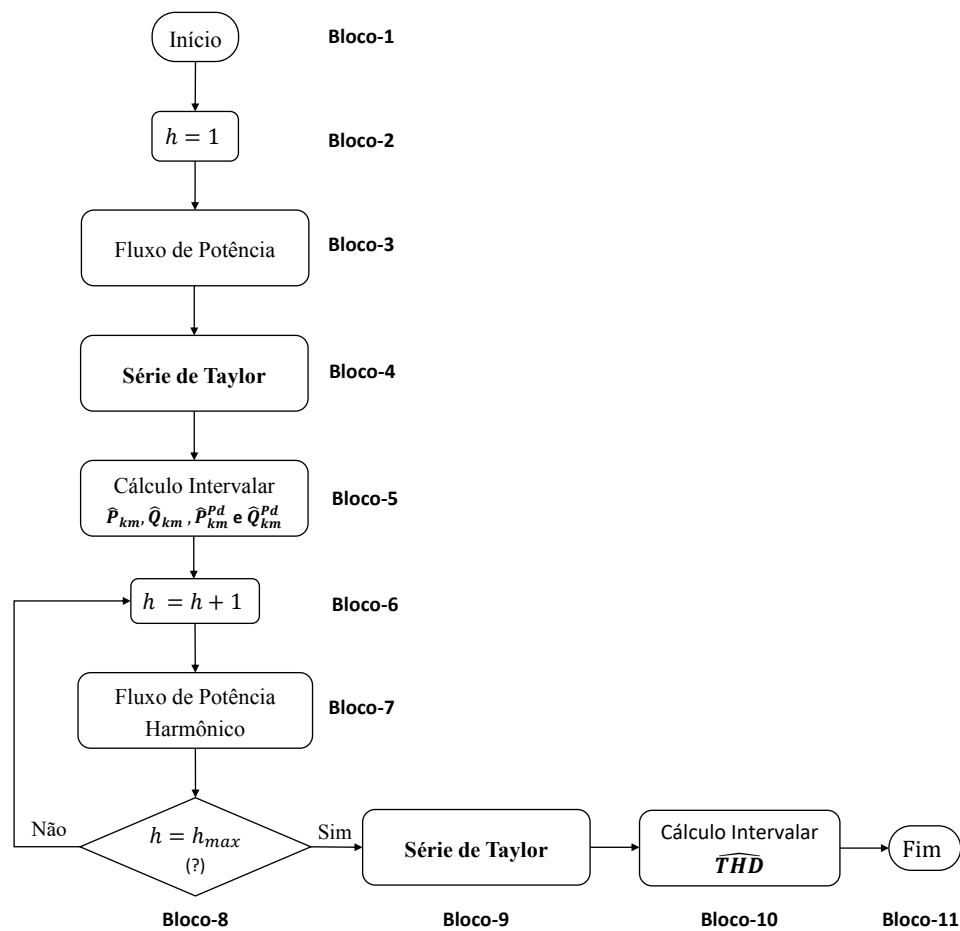
V_k^1 a tensão na frequência fundamental.

A formação de cada Hessiana aqui apresentada é substituída na Equação (3.41).

3.3 FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA

O fluxograma da Figura 13 sintetiza as etapas necessárias para a obtenção da solução intervalar, de modo que as etapas são descritas a seguir:

Figura 13 – Fluxograma do método proposto



Fonte: Própria autora.

- **Bloco-1:** Indica o início do algoritmo no qual são obtidas as leituras de dados como: as admitâncias das linhas, dos dispositivos conectados ao sistema de potência, a carga e a geração;
- **Bloco-2:** Este bloco indica que o algoritmo será executado para a frequência fundamental, $h = 1$.

- **Bloco-3:** Nesta etapa, o método de fluxo de potência da microrrede é executado para determinar as variáveis de estado determinísticas: magnitude da tensão \mathbf{V} , ângulo da tensão $\boldsymbol{\theta}$ para cada barra, potência ativa/reactiva gerada \mathbf{P}_g e \mathbf{Q}_g para cada GD e frequência do sistema f , conforme a Equação (3.6), a qual é obtida pelo processo iterativo.
- **Bloco-4:** Neste bloco, os parâmetros incertos são modelados como intervalos conforme demonstrado pelas Equações (3.7) e (3.8) com base no valor de incerteza percentual ξ . Este valor é definido pelo usuário. Então, através das Equações (3.12) e (3.16), a primeira e a segunda derivadas são calculadas em relação ao valor da incerteza ξ respectivamente de forma direta.
- **Bloco-5:** Este bloco é responsável por calcular a solução intervalar dos fluxos e as perdas de potência nos ramos a partir dos resultados intervalares das magnitude da tensão $\hat{\mathbf{V}}$, do ângulo da tensão $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ para cada barra e dos seus respectivos valores de primeira e segunda ordem da série de Taylor. Com os dados previamente calculados é possível calcular os intervalos das variáveis de saída de interesse, tais como: fluxos de potência ativa/reativa e perdas de potência ativa/reactiva nos ramos.
- **Bloco-6:** Este bloco indica que o algoritmo será aplicado para cada ordem harmônica h , múltipla inteira da frequência fundamental.
- **Bloco-7:** Neste bloco, o FPH determinístico é executado a partir da média da solução do bloco-5. Este processo é realizado de acordo com o item 2.4.1.2 apresentado. Após a convergência, a solução determina as tensões harmônicas para cada barra do sistema.
- **Bloco-8:** Após a convergência do FPH para uma determinada ordem harmônica h , verifica-se a ordem harmônica em análise é o valor máximo H_{max} . Se a ordem harmônica for igual ao valor máximo, o algoritmo prossegue para o **Bloco-9**. Caso contrário, armazena a solução e retorna para o **Bloco-6** e inicia um novo processo para $h + 1$.
- **Bloco-9:** Neste bloco, a injeção de corrente harmônica é modelada com a inclusão de incerteza de acordo com a Equação (3.33) com base no valor de incerteza percentual ξ . Logo em seguida, a primeira e a segunda derivadas são obtidas em relação ao valor da incerteza ξ através das Equações (3.37) e (3.41), respectivamente. Dessa forma, obtém-se a tensão harmônica intervalar associada em cada barra.
- **Bloco-10:** Através das tensões harmônicas intervalares previamente calculadas, o THD intervalar também pode ser calculado a partir da definição da operação de subtração intervalar canônica expressa em (2.6);
- **Bloco-11:** Representa o fim do algoritmo.

3.4 MÉTRICA USADA PARA A VALIDAÇÃO DO MÉTODO

A simulação MC é um método numérico baseado em amostragem aleatória repetitiva e análise estatística usada para modelos complexos e não lineares com variáveis aleatórias. A simulação calcula as distribuições de probabilidade sob incertezas sem exigir simplificação das equações não lineares originais (PRUSTY; JENA, 2017).

Devido à sua flexibilidade para representação das condições operativas do sistema, essa metodologia tem sido largamente utilizada, servindo como método de referência para comparação e validação de outros métodos devido à sua precisão. No entanto, sua principal desvantagem esta relacionada ao esforço computacional gasto para adquirir a distribuição de probabilidade de soluções.

O algoritmo para a simulação de Monte Carlo desenvolvido neste trabalho, baseia-se nos seguintes passos:

Passo 1: Determina-se o número de simulações que serão executadas. Quanto maior a quantidade de simulações, menor é erro no resultado final. No entanto, impacta diretamente no esforço computacional;

Passo 2: Determinação das variações aleatórias para inclusão nos dados de geração, demandas de potência ativa e reativa e fontes de injeção de harmônicos no sistema. Neste contexto, as fontes geradoras de incertezas possuem a mesma variação ξ , dada em porcentagem;

Passo 3: Inclusão da incerteza nos dados, conforme apresentado nas Equações (3.49), (3.50), (3.51) e (3.52). No qual, o sorteio de um número (R_{rand}) entre 0 e 1, é efetuado através do auxílio de uma função de distribuição uniforme, para cada valor de geração, carga e corrente harmônica das barras do sistema, obtendo assim valores atualizados;

$$P_{g_k} = P_{g_k}^{inf} + R_{rand} \cdot (P_{g_k}^{sup} - P_{g_k}^{inf}) \quad (3.49)$$

$$P_{d_k} = P_{d_k}^{inf} + R_{rand} \cdot (P_{d_k}^{sup} - P_{d_k}^{inf}) \quad (3.50)$$

$$Q_{g_k} = Q_{g_k}^{inf} + R_{rand} \cdot (Q_{g_k}^{sup} - Q_{g_k}^{inf}) \quad (3.51)$$

$$I_k^h = I_k^{h,inf} + R_{rand} \cdot (I_k^{h,inf} - I_k^{h,sup}) \quad (3.52)$$

onde: $P_{g_k}^{inf} = P_{g_k} \cdot (1 - \xi)$ e $P_{g_k}^{sup} = P_{g_k} \cdot (1 + \xi)$

$$P_{d_k}^{inf} = P_{d_k} \cdot (1 - \xi) \text{ e } P_{d_k}^{sup} = P_{d_k} \cdot (1 + \xi)$$

$$Q_{d_k}^{inf} = Q_{d_k} \cdot (1 - \xi) \text{ e } Q_{d_k}^{sup} = Q_{d_k} \cdot (1 + \xi)$$

$$I_k^{h,inf} = I_k^h \cdot (1 - \xi) \cdot e^{j\theta \cdot (1 - \xi)} \text{ e } I_k^{h,sup} = I_k^h \cdot (1 + \xi) \cdot e^{j\theta \cdot (1 + \xi)}$$

Passo 4: Execução de um fluxo de potência para a frequência fundamental e demais frequências;

Passo 5: Armazenamento das soluções;

Passo 6: Se o número de simulações determinado no Passo 1 for atingido, encerrar o processo. Caso contrário, retornar ao Passo 3;

Passo 7: Dos resultados obtidos verificar menores e maiores valores os quais são a solução intervalar final;

Desta forma, a precisão dos resultados é determinada pela Equação (3.53) através do cálculo dos desvios D em relação aos valores da simulação de Monte Carlo, onde X_{MC} representa os valores das variáveis obtidas pelo método de Monte Carlo e X_i , os valores mínimos ou máximos correspondentes obtidos pelo método proposto. Logo, quanto menor é a relação percentual D , mais próximas são as soluções obtidas dos resultados de Monte Carlo:

$$D(\%) = \frac{\hat{x}_{MC} - \hat{x}_i}{\hat{x}_{MC}} \cdot 100\% \quad (3.53)$$

O índice de sensibilidade percentual é outro parâmetro a ser utilizado, onde $S_{V_k}(\%)$ é calculado usando a Equação (3.54) para determinar a razão da diferença entre os valores superiores e inferiores de uma dada variável em relação ao seu valor determinístico correspondente. Este índice mensura o impacto do nível de incerteza na variação das magnitudes de tensão intervalar.

$$S_{V_k}(\%) = \frac{x^{sup} - x^{inf}}{x^{det}} \cdot 100\% \quad (3.54)$$

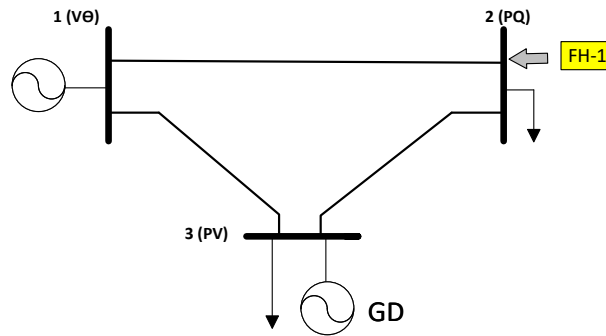
Além desses índices apresentados, existe outra forma de mostrar o quanto a solução de um método se acomoda nos resultados intervalares obtidos pelo outro, através do índice de acomodação A . O índice de acomodação é apresentado através da Equação (3.55), calculado a partir da relação entre o tamanho do intervalo de um método em relação ao outro.

$$A(\%) = \frac{W_{MP}}{W_{MC}} \cdot 100\% = \frac{x_{MC}^{sup} - x_{MC}^{inf}}{x_{MP}^{sup} - x_{MP}^{inf}} \cdot 100\% \quad (3.55)$$

3.5 EXEMPLO ILUSTRATIVO

Seja o sistema de 3 barras descrito por Monticelli (1983) e modificado conforme apresentado na Figura 14. A potência base do mesmo é 100MW e sua frequência nominal é 60Hz. Neste exemplo, a barra 3 é considerada do tipo PV e representa uma unidade de GD com geração de 15 MW e constante característica do *droop* de frequência K_f correspondente a 50MW/Hz. O sistema possui uma fonte harmônica conectada na barra 2 com espectro apresentado na Tabela 4.

Figura 14 – Sistema exemplo 3 barras



Fonte: Própria autora.

Tabela 4 – Fonte harmônica do exemplo tutorial

Ordem Harmônica	Barra 2	
	I (%)	Θ (°)
1	100	0
3	4,782	-4,19
5	4,472	-6,38
7	3,978	-8,70
9	3,359	-10,76
11	2,743	-11,62
13	2,090	-12,23
15	1,446	-12,33

Os dados de barra e de linha em regime permanente encontram-se, respectivamente, nas Tabelas 5 e 6.

Tabela 5 – Dados de barra do sistema 3 barras

Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	θ (°)	P (MW)	Q (MVar)
1	V θ	1,00	0,00	0,00	0,00
2	PQ	-	0,00	-5,00	-2,00
3	PV	0,98	0,00	-15,00	0,00

Tabela 6 – Dados de linha do sistema 3 barra

De	Para	Resistência (p.u.)	Reatância (p.u.)	Susceptância shunt (p.u.)
1	2	0,10	1,00	0,01
1	3	0,20	2,00	0,02
2	3	0,10	1,00	0,01

Neste cenário, o sistema passa a operar ilhado, ou seja, a barra 1 está desconectada do sistema. Dessa forma, a matriz admitância nodal é dada conforme a Equação (3.56):

$$Y = \begin{bmatrix} 0,0990 - j0,9801 & -0,0990 + j0,9901 \\ -0,0990 + j0,9901 & 0,0990 - j0,9801 \end{bmatrix} p.u. \quad (3.56)$$

O sistema linearizado é dado de acordo com (3.4). No entanto, é efetuada a exclusão da barra $V\theta$ e a barra 3 é considerada como referência angular, conforme (3.57):

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \hline \Delta P_{g3} \\ \Delta Q_{g3} \\ \Delta f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial\theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial\theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial P_{g3}} & \frac{\partial P_2}{\partial Q_{g3}} & \frac{\partial P_2}{\partial f} \\ \frac{\partial P_3}{\partial\theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial\theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_2} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial P_{g3}} & \frac{\partial P_3}{\partial Q_{g3}} & \frac{\partial P_3}{\partial f} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial\theta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial\theta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial P_{g3}} & \frac{\partial Q_2}{\partial Q_{g3}} & \frac{\partial Q_2}{\partial f} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial\theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial\theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial P_{g3}} & \frac{\partial Q_3}{\partial Q_{g3}} & \frac{\partial Q_3}{\partial f} \\ \hline \frac{\partial y'_3}{\partial\theta_2} & \frac{\partial y'_3}{\partial\theta_3} & \frac{\partial y'_3}{\partial V_2} & \frac{\partial y'_3}{\partial V_3} & \frac{\partial y'_3}{\partial P_{g3}} & \frac{\partial y'_3}{\partial Q_{g3}} & \frac{\partial y'_3}{\partial f} \\ \frac{\partial V'_3}{\partial\theta_2} & \frac{\partial V'_3}{\partial\theta_3} & \frac{\partial V'_3}{\partial V_2} & \frac{\partial V'_3}{\partial V_3} & \frac{\partial V'_3}{\partial P_{g3}} & \frac{\partial V'_3}{\partial Q_{g3}} & \frac{\partial V'_3}{\partial f} \\ \frac{\partial\theta'_3}{\partial\theta_2} & \frac{\partial\theta'_3}{\partial\theta_3} & \frac{\partial\theta'_3}{\partial V_2} & \frac{\partial\theta'_3}{\partial V_3} & \frac{\partial\theta'_3}{\partial P_{g3}} & \frac{\partial\theta'_3}{\partial Q_{g3}} & \frac{\partial\theta'_3}{\partial f} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \hline \Delta y'_3 \\ \Delta V'_3 \\ \Delta\theta'_3 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

A solução do fluxo de potência determinístico é dada através dos dados nas Tabelas 7 e 8, executado com tolerância para convergência de 10^{-5} , a qual foi obtida em 2 iterações.

Tabela 7 – Resultado determinístico do caso base do sistema 3 barras

Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Fase (°)	P (MW)	Q (MVar)
2	PQ	0,9623	-2,97	-5,000	-2,000
3	PV	0,9800	0	5,028	0,395

Tabela 8 – Resultado de linha determinístico do caso base do sistema 3 barras

Linha	P_{km} (p.u.)	Q_{km} (p.u.)	P_{km}^{pd} (p.u.)	Q_{km}^{pd} (p.u.)
2-3	-0,0500	-0,0200	0,0003	-0,0160

3.5.1 Frequência fundamental

3.5.1.1 Cálculo das derivadas de primeira ordem em relação à incerteza

Após a convergência do FP determinístico, a metodologia proposta é aplicada através da consideração da incerteza nos dados de geração e carga, respectivamente, de forma direta conforme as Equações (3.7) e (3.8).

Neste contexto, os elementos que compõem a matriz Jacobiana no ponto de solução do FP determinístico são dados por (3.58) à (3.86):

$$\frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} = -V_2^2 \cdot B_{22} - Q_2 = -(0,9623)^2 \cdot (-0,9801) - (-0,02) = 0,9276 \text{ p.u.} \quad (3.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} &= V_2 \cdot V_3 \cdot (G_{32} \cdot \text{sen}\theta_{23} - B_{23} \cdot \text{cos}\theta_{23}) = 0,9623 \cdot 0,98 \cdot \left[-0,099 \cdot \text{sen}(-0,0519) \right. \\ &\quad \left. -0,9901 \cdot \text{cos}(-0,0519) \right] \\ &= -0,9276 \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial V_2} = \frac{P_2 + V_2^2 \cdot G_{22}}{V_2} = \frac{-0,05 + 0,9623^2 \cdot 0,099}{0,9623} = 0,0433 \text{ p.u.} \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_2}{\partial V_3} &= V_2 \cdot (G_{23} \cdot \text{cos}\theta_{23} + B_{23} \cdot \text{sen}\theta_{23}) = 0,9623 \cdot \left[-0,099 \cdot \text{cos}(-0,0519) \right. \\ &\quad \left. + 0,9901 \cdot \text{sen}(-0,0519) \right] \\ &= -0,1447 \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial P_{g3}} = \frac{\partial P_2}{\partial Q_{g3}} = \frac{\partial P_2}{\partial f} = 0 \text{ p.u.} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} &= V_3 \cdot V_2 \cdot (G_{32} \cdot \text{sen}\theta_{32} - B_{32} \cdot \text{cos}\theta_{32}) = 0,98 \cdot 0,9623 \cdot \left[-0,0991 \cdot \text{sen}(0,0519) \right. \\ &\quad \left. -0,9901 \cdot \text{cos}(0,0519) \right] \\ &= -0,9373 \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} = -V_3^2 \cdot B_{33} - Q_3 = -(0,98)^2 \cdot (-0,9801) - (0,00395) = 0,9373 \text{ p.u.} \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_3}{\partial V_2} &= V_3 \cdot (G_{32} \cdot \text{cos}\theta_{32} + B_{32} \cdot \text{sen}\theta_{32}) = 0,98 \cdot \left[-0,0991 \cdot \text{cos}(0,0519) \right. \\ &\quad \left. + 0,9901 \cdot \text{sen}(0,0519) \right] \\ &= -0,0467 \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial V_3} = \frac{P_3 + V_3^2 \cdot G_{33}}{V_3} = \frac{0,05028 + 0,98^2 \cdot 0,099}{0,98} = 0,1483 \text{ p.u.} \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial P_{g3}} = -1 \text{ p.u.} \quad (3.67)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial Q_{g3}} = \frac{\partial P_3}{\partial f} = 0 \text{ p.u.} \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} = -V_2^2 \cdot G_{22} + P_2 = -(0,9623)^2 \cdot 0,099 + (-0,05) = -0,1417 \text{ p.u.} \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_3} &= -V_2 \cdot V_3 \cdot (G_{23} \cdot \cos\theta_{23} + B_{23} \cdot \sin\theta_{23}) = -0,9623 \cdot 0,98 \cdot [-0,0991 \cos(-0,0519) \\ &\quad + 0,9901 \cdot \sin(-0,0519)] \\ &= 0,1418 \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial V_2} = \frac{Q_2 + V_2^2 B_{22}}{V_2} = \frac{-0,02 - 0,9623^2 \cdot (-0,9801)}{0,9623} = 0,9224 \text{ p.u.} \quad (3.71)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} &= V_2 \cdot (G_{23} \cdot \sin\theta_{23} - B_{23} \cdot \cos\theta_{23}) = 0,9623 \cdot [-0,099 \cdot \sin(-0,0519) \\ &\quad - 0,9901 \cdot \cos(-0,0519)] \\ &= -0,9465 \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial P_{g3}} = \frac{\partial Q_2}{\partial Q_{g3}} = \frac{\partial Q_2}{\partial f} = 0 \text{ p.u.} \quad (3.73)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} &= -V_2 \cdot V_3 \cdot (G_{32} \cdot \cos\theta_{32} + B_{32} \cdot \sin\theta_{32}) = -0,9623 \cdot 0,98 \cdot [-0,0991 \cdot \cos(0,0519) \\ &\quad + 0,9901 \cdot \sin(0,0519)] \\ &= 0,0449 \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} = P_3 - V_3^2 \cdot G_{33} = 0,05028 - 0,98^2 \cdot 0,099 = -0,0448 \text{ p.u.} \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} &= V_3 \cdot (G_{32} \cdot \sin\theta_{32} - B_{32} \cdot \cos\theta_{32}) = 0,98 \cdot [-0,099 \cdot \sin(0,0519) \\ &\quad - 0,9901 \cdot \cos(0,0519)] \\ &= -0,9740 \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.76)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial V_3} = \frac{Q_3 - V_3^2 B_{22}}{V_2} = \frac{0,00395 - 0,98^2 \cdot (-0,9801)}{0,98} = 0,9645 \text{ p.u.} \quad (3.77)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial Q_{g3}} = -1 \text{ p.u.} \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial P_{g3}} = \frac{\partial Q_3}{\partial f} = 0 \text{ p.u.} \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial y'_3}{\partial \theta_2} = \frac{\partial y'_3}{\partial \theta_3} = \frac{\partial y'_3}{\partial V_2} = \frac{\partial y'_3}{\partial V_3} = \frac{\partial y'_3}{\partial Q_{g3}} = 0 \text{ p.u.} \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial y'_3}{\partial P_{g3}} = 1 \text{ p.u.} \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial y'_3}{\partial f} = K_f = \frac{50}{\frac{100}{60}} = 30 \text{ p.u.} \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial V'_3}{\partial \theta_2} = \frac{\partial V'_3}{\partial \theta_3} = \frac{\partial V'_3}{\partial V_2} = \frac{\partial V'_3}{\partial P_{g3}} = \frac{\partial V'_3}{\partial Q_{g3}} = \frac{\partial V'_3}{\partial f} = 0 \text{ p.u.} \quad (3.83)$$

$$\frac{\partial V'_3}{\partial V_3} = 1 \text{ p.u.} \quad (3.84)$$

$$\frac{\partial \theta'_3}{\partial \theta_2} = \frac{\partial \theta'_3}{\partial V_2} = \frac{\partial \theta'_3}{\partial V_3} = \frac{\partial \theta'_3}{\partial P_{g3}} = \frac{\partial \theta'_3}{\partial Q_{g3}} = \frac{\partial \theta'_3}{\partial f} = 0 \text{ p.u.} \quad (3.85)$$

$$\frac{\partial \theta'_3}{\partial \theta_3} = 1 \text{ p.u.} \quad (3.86)$$

Para o cálculo da primeira derivada em relação à incerteza, é necessário obter as derivadas dos resíduos δy , que são representadas por $\frac{\partial \hat{P}_2}{\partial \xi}$, $\frac{\partial \hat{P}_3}{\partial \xi}$, $\frac{\partial \hat{Q}_2}{\partial \xi}$, $\frac{\partial y'_3}{\partial \xi}$, $\frac{\partial y_3}{\partial \xi}$, $\frac{\partial V'_3}{\partial \xi}$ e $\frac{\partial \theta'_3}{\partial \xi}$, descritas da equação (3.87) à (3.93), respectivamente.

$$\frac{\partial \hat{P}_2}{\partial \xi} = -P_{d2} = -0,05 \text{ p.u} \quad (3.87)$$

$$\frac{\partial \hat{P}_3}{\partial \xi} = -(P_{g3}^{esp} + P_{d3}) = -(0,15 + 0,15) = -0,30 \text{ p.u} \quad (3.88)$$

$$\frac{\partial \hat{Q}_2}{\partial \xi} = -Q_{d2} = -0,02 \text{ p.u} \quad (3.89)$$

$$\Delta Q_3 = \frac{\partial \hat{Q}_3}{\partial \xi} = -Q_{d3} = 0 \text{ p.u} \quad (3.90)$$

$$\frac{\partial y'_3}{\partial \xi} = -P_{g_3} = -0,15 \text{ p.u.} \quad (3.91)$$

$$\frac{\partial V'_3}{\partial \xi} = 0 \text{ p.u.} \quad (3.92)$$

$$\frac{\partial \theta'_3}{\partial \xi} = 0 \text{ p.u.} \quad (3.93)$$

Dessa forma, através da aplicação da Equação (3.12), substituindo a matriz Jacobiana e o vetor de resíduos de forma direta, tem-se (3.94):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial V_2}{\partial \xi} \\ \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial P_{g_3}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial Q_{g_3}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9276 & -0,9276 & 0,0433 & -0,1447 & 0 & 0 & 0 \\ -0,9373 & 0,9373 & -0,0467 & 0,1483 & -1 & 0 & 0 \\ -0,1417 & 0,1418 & 0,9224 & -0,9465 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0449 & -0,0448 & -0,9740 & 0,9645 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -0,050 \\ -0,300 \\ -0,020 \\ 0 \\ -0,150 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

Resultando na Equação (3.95):

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial V_2}{\partial \xi} \\ \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial y'_3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial V'_3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \theta'_3}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0525 \\ 0 \\ -0,0297 \\ 0 \\ 0,3506 \\ 0,0266 \\ -0,0167 \end{bmatrix} \text{ p.u.} \quad (3.95)$$

3.5.1.2 Cálculo das derivadas de segunda ordem em relação à incerteza

Este cálculo é realizado através da Equação (3.13). Para tal aplicação é necessária a montagem das matrizes Hessianas correspondentes à cada equação da matriz Jacobiana e a substituição dos elementos previamente calculados (matriz Jacobiana e o vetor solução das derivadas de primeira ordem). Dessa forma, tem-se a Equação (3.96):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 V_2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 V_3}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 y'_3}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 V'_3}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \xi^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9276 & -0,9276 & 0,0433 & -0,1447 & 0 & 0 & 0 \\ -0,9373 & 0,9373 & -0,0467 & 0,1483 & -1 & 0 & 0 \\ -0,1417 & 0,1418 & 0,9224 & -0,9465 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0449 & -0,0448 & -0,9740 & 0,9645 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^t \cdot \mathbf{H}_{P_2} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^t \cdot \mathbf{H}_{P_3} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^t \cdot \mathbf{H}_{Q_2} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^t \cdot \mathbf{H}_{Q_3} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \hline \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^t \cdot \mathbf{H}_{y'_3} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^t \cdot \mathbf{H}_{V'_3} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right]^t \cdot \mathbf{H}_{\theta'_3} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right] \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

As matrizes Hessianas correspondentes à \mathbf{H}_{P_2} , \mathbf{H}_{P_3} , \mathbf{H}_{Q_2} , \mathbf{H}_{Q_3} , $\mathbf{H}_{y'_3}$, $\mathbf{H}_{V'_3}$ e $\mathbf{H}_{\theta'_3}$ são apresentadas nas Equações (3.97) à (3.102) respectivamente.

$$\mathbf{H}_{P_2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_2^2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_2 \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_2 \partial V_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_2 \partial V_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_2 \partial P_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_2 \partial Q_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_2 \partial f} \\ \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_3 \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_3^2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_3 \partial V_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_3 \partial V_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_3 \partial P_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_3 \partial Q_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial \theta_3 \partial f} \\ \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_2 \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_2 \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_2^2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_2 \partial V_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_2 \partial P_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_2 \partial Q_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_2 \partial f} \\ \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_3 \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_3 \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_3 \partial V_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_3^2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_3 \partial P_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_3 \partial Q_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial V_3 \partial f} \\ \frac{\partial^2 P_2}{\partial P_{g_3} \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial P_{g_3} \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial P_{g_3} \partial V_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial P_{g_3} \partial V_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial P_{g_3}^2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial P_{g_3} \partial Q_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial P_{g_3} \partial f} \\ \frac{\partial^2 P_2}{\partial Q_{g_3} \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial Q_{g_3} \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial Q_{g_3} \partial V_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial Q_{g_3} \partial V_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial Q_{g_3} \partial P_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial Q_{g_3}^2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial Q_{g_3} \partial f} \\ \frac{\partial^2 P_2}{\partial f \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial f \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial f \partial V_2} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial f \partial V_3} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial f \partial P_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial f \partial Q_{g_3}} & \frac{\partial^2 P_2}{\partial f^2} \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

$$= \begin{bmatrix} 0,1417 & -0,1417 & 0,9640 & 0,9466 & 0 & 0 & 0 \\ -0,1417 & 0,1417 & -0,9640 & -0,9466 & 0 & 0 & 0 \\ 0,9640 & -0,9640 & 0,1980 & -0,1502 & 0 & 0 & 0 \\ 0,9466 & -0,9466 & -0,1502 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{\theta'_3} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_2^2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_2 \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_2 \partial V_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_2 \partial V_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_2 \partial P_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_2 \partial Q_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_2 \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_3 \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_3^2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_3 \partial V_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_3 \partial V_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_3 \partial P_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_3 \partial Q_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \theta_3 \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_2 \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_2 \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_2^2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_2 \partial V_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_2 \partial P_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_2 \partial Q_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_2 \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_3 \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_3 \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_3 \partial V_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_3^2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_3 \partial P_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_3 \partial Q_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial V_3 \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial P_{g3} \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial P_{g3} \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial P_{g3} \partial V_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial P_{g3} \partial V_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial P_{g3}^2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial P_{g3} \partial Q_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial P_{g3} \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial Q_{g3} \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial Q_{g3} \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial Q_{g3} \partial V_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial Q_{g3} \partial V_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial Q_{g3} \partial P_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial Q_{g3}^2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial Q_{g3} \partial f} \\ \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial f \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial f \partial \theta_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial f \partial V_2} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial f \partial V_3} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial f \partial P_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial f \partial Q_{g3}} & \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial f^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

Reescrevendo a Equação (3.96), tem-se (3.104):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial \xi^2} = \begin{bmatrix} 0,9276 & -0,9276 & 0,0433 & -0,1447 & 0 & 0 & 0 \\ -0,9373 & 0,9373 & -0,0467 & 0,1483 & -1 & 0 & 0 \\ -0,1417 & 0,1418 & 0,9224 & -0,9465 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0449 & -0,0448 & -0,9740 & 0,9645 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0,0036 \\ -0,0029 \\ 0,0038 \\ 0,0027 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

ou ainda, (3.105):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial \xi^2} = \begin{bmatrix} 0,0036 \\ 0 \\ 0,0047 \\ \hline 0 \\ -0,0007 \\ -0,0072 \\ 0 \end{bmatrix} \quad p.u. \quad (3.105)$$

3.5.1.3 Cálculo da solução intervalar

A solução intervalar é realizada de forma direta, por meio da substituição de (3.95) e (3.105) na Equação (3.9), de acordo com (3.106) à (3.110):

$$\theta_2 = \theta_2^{det} + \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} \cdot \Delta \xi^2 = -0,0519 + (-0,0525) \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot 0,0036 \cdot \Delta \xi^2 \quad (3.106)$$

$$V_2 = V_2^{det} + \frac{\partial V_2}{\partial \xi} \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_2}{\partial \xi^2} \cdot \Delta \xi^2 = 0,9623 + (-0,0297) \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot 0,0047 \cdot \Delta \xi^2 \quad (3.107)$$

$$P_{g3} = P_{g3}^{det} + \frac{\partial P_{g3}}{\partial \xi} \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P_{g3}}{\partial \xi^2} \cdot \Delta \xi^2 = 0,2003 + 0,3506 \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot (-0,0007) \cdot \Delta \xi^2 \quad (3.108)$$

$$Q_{g3} = Q_{g3}^{det} + \frac{\partial Q_{g3}}{\partial \xi} \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q_{g3}}{\partial \xi^2} \cdot \Delta \xi^2 = 0,0039 + 0,0266 \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot (-0,0072) \cdot \Delta \xi^2 \quad (3.109)$$

$$f = f^{det} + \left(\frac{\partial f}{\partial \xi} \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \cdot \Delta \xi^2 \right) \cdot 60 = 59,8995 + \left(0,0266 \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2} \cdot (-0,0072) \cdot \Delta \xi^2 \right) \cdot 60 \quad (3.110)$$

Para uma incerteza de $\Delta \xi$ de $\pm 10\%$, no qual, o cálculo é realizado com a substituição $-\xi$ e $+\xi$ nas Equações (3.106) à (3.110), tem-se portanto, as faixas intervalares em (3.111):

$$\begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_3 \\ \hat{V}_2 \\ \hat{V}_3 \\ \hat{P}_{g3} \\ \hat{Q}_{g3} \\ \hat{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-3,2716; -2,6757]^\circ \\ [0; 0]^\circ \\ [0,9593; 0,9653] \text{ p.u.} \\ [0,9800; 0,9800] \text{ p.u.} \\ [0,1652; 0,2354] \text{ p.u.} \\ [0,0013; 0,0065] \text{ p.u.} \\ [59,7995; 59,9995] \text{ Hz} \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

Nota-se que os limites inferiores das faixas não necessariamente correspondem aos valores para $\xi = -0,1$. O mesmo ocorre em relação aos limites superiores das faixas, devendo ser avaliados de maneira analítica.

3.5.1.4 Cálculo das variáveis de saída

A partir dos valores intervalares obtidos da seção anterior, é possível calcular os intervalos de todas as variáveis de interesse, tais como fluxos de potência ativa/reativa e perdas de potência ativa/reativa nos ramos por meio das Equações (3.26), (3.28), (3.30) e (3.32), respectivamente.

Dessa forma, substituindo a solução dos termos que compõem a série de Taylor (Equações (3.95) e (3.105)) nas Equações (3.26), (3.28), (3.30) e (3.32), tem-se (3.112), (3.113), (3.114) e (3.115):

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{23} &= P_{23} + \left(\frac{\partial P_{23}}{\partial V_2} \frac{\partial V_2}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{23}}{\partial V_3} \frac{\partial V_3}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{23}}{\partial \theta_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{23}}{\partial \theta_3} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \\
&+ \frac{1}{2} \left[2a_{23}^2 g_{23} \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \right)^2 - 2a_{23} \left(g_{23} \cos \theta_{23} + b_{23} \sin \theta_{23} \right) \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \right) + \right. \\
&\quad + 2a_{23} V_3 \left(g_{23} \sin \theta_{23} - b_{23} \cos \theta_{23} \right) \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} - \frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad + 2a_{23} V_2 \left(g_{23} \sin \theta_{23} - b_{23} \cos \theta_{23} \right) \left(\frac{\partial V_3}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} - \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad \left. + a_{23} V_2 V_3 \left(g_{23} \cos \theta_{23} + b_{23} \sin \theta_{23} \right) \left(\left(\frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right)^2 - 2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial P_{23}}{\partial V_2} \frac{\partial^2 V_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{23}}{\partial V_3} \frac{\partial^2 V_3}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{23}}{\partial \theta_2} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{23}}{\partial \theta_3} \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \\
&= [-0,0545; -0,0455] \text{ p.u.} \tag{3.112}
\end{aligned}$$

em que:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{23}}{\partial V_2} &= 2V_2 a_{23}^2 g_{23} - a_{23} V_3 \left(g_{23} \cos \theta_{23} + b_{23} \sin \theta_{23} \right) = 0,1454 \\
\frac{\partial P_{23}}{\partial V_3} &= -a_{23} V_2 \left(g_{23} \cos \theta_{23} + b_{23} \sin \theta_{23} \right) = -0,0462 \\
\frac{\partial P_{23}}{\partial \theta_2} &= a_{23} V_2 V_3 \left(g_{23} \cos \theta_{23} - b_{23} \sin \theta_{23} \right) = 0,1431 \\
\frac{\partial P_{23}}{\partial \theta_3} &= a_{23} V_2 V_3 \left(b_{23} \cos \theta_{23} - g_{23} \sin \theta_{23} \right) = 0,9467
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{Q}_{23} &= Q_{23} + \left(\frac{\partial Q_{23}}{\partial V_2} \frac{\partial V_2}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial V_3} \frac{\partial V_3}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial \theta_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial \theta_3} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \\
&+ \frac{1}{2} \left[-2 \left(a_{23}^2 b_{23} + b_{23}^{sh} \right) \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \right)^2 + 2a_{23} \left(g_{23} \sin \theta_{23} + b_{23} \cos \theta_{23} \right) \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \right) + \right. \\
&\quad + 2a_{23} V_3 \left(g_{23} \cos \theta_{23} + b_{23} \sin \theta_{23} \right) \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} - \frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad + 2a_{23} V_2 \left(g_{23} \cos \theta_{23} + b_{23} \sin \theta_{23} \right) \left(\frac{\partial V_3}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} - \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right) + \\
&\quad \left. + a_{23} V_2 V_3 \left(g_{23} \sin \theta_{23} - b_{23} \cos \theta_{23} \right) \left(\left(\frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right)^2 - 2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial Q_{23}}{\partial V_2} \frac{\partial^2 V_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial V_3} \frac{\partial^2 V_3}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial \theta_2} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial \theta_3} \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \\
&= [-0,0231; -0,0169] \text{ p.u.} \tag{3.113}
\end{aligned}$$

em que:

$$\frac{\partial Q_{23}}{\partial V_2} = -2 \cdot V_2 \cdot \left(a_{23}^2 \cdot b_{23} + b_{23}^{sh} \right) + a_{23} \cdot V_3 \cdot \left(b_{23} \cdot \cos \theta_{23} - g_{23} \cdot \sin \theta_{23} \right) = -0,9793$$

$$\frac{\partial Q_{23}}{\partial V_3} = a_{23} \cdot V_2 \cdot (b_{23} \cdot \cos\theta_{23} - g_{23} \cdot \sin\theta_{23}) = 0,9660$$

$$\frac{\partial Q_{23}}{\partial \theta_2} = -a_{23} \cdot V_2 \cdot V_3 \cdot (b_{23} \cdot \cos\theta_{23} + g_{23} \cdot \sin\theta_{23}) = -0,9369$$

$$\frac{\partial Q_{23}}{\partial \theta_3} = a_{23} \cdot V_2 \cdot V_3 (b_{23} \cdot \cos\theta_{23} + g_{23} \cdot \sin\theta_{23}) = 0,9369$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{23}^{pd} &= P_{23}^{pd} + \left(\frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial V_2} \frac{\partial V_2}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial V_3} \frac{\partial V_3}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial \theta_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} + \frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial \theta_3} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \\ &+ \frac{1}{2} \left[2a_{23}^2 g_{23} \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \right)^2 - 4a_{23} g_{23} \cos\theta_{23} \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \right) + 2g_{23} \left(\frac{\partial V_3}{\partial \xi} \right)^2 + \right. \\ &+ 4a_{23} g_{23} V_3 \sin\theta_{23} \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} - \frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) + \\ &+ 4a_{23} g_{23} V_2 \sin\theta_{23} \left(\frac{\partial V_3}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} - \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) + \\ &+ 2a_{23} g_{23} V_2 V_3 \cos\theta_{23} \left(\left(\frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right)^2 - 2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) + \\ &\left. + \frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial V_2} \frac{\partial^2 V_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial V_3} \frac{\partial^2 V_3}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial \theta_2} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial \theta_3} \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \\ &= [0,0002; 0,0004] \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.114)$$

em que:

$$\frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial V_2} = 2 \cdot V_2 \cdot a_{23}^2 \cdot g_{23} - 2 \cdot a_{23} \cdot V_3 \cdot g_{23} \cdot \cos\theta_{23} = -0,0033$$

$$\frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial V_3} = 2 \cdot g_{23} \cdot V_3 - 2 \cdot a_{23} \cdot g_{23} \cdot V_2 \cdot \cos\theta_{23} = 0,0038$$

$$\frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial \theta_2} = 2 \cdot a_{23} \cdot g_{23} \cdot V_2 \cdot V_3 \cdot \sin\theta_{23} = 0,0098$$

$$\frac{\partial P_{23}^{pd}}{\partial \theta_3} = -2 \cdot a_{23} \cdot g_{23} \cdot V_2 \cdot V_3 \cdot \sin\theta_{23} = 0,0098$$

$$\begin{aligned} \hat{Q}_{23}^{pd} &= Q_{23}^{pd} + \left(\frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial V_2} \frac{\partial V_2}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial V_3} \frac{\partial V_3}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial \theta_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial \theta_3} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) \Delta \xi + \\ &+ \frac{1}{2} \left[-2a_{23}^2 (b_{23} + b_{23}^{sh}) \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \right)^2 + 4a_{23} b_{23} \cos\theta_{23} \left(\frac{\partial V_2}{\partial \xi} \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \right) - \right. \\ &- 2(b_{23} + b_{23}^{sh}) \left(\frac{\partial V_3}{\partial \xi} \right)^2 + 4a_{23} b_{23} V_3 \sin\theta_{23} \left(\frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \frac{\partial V_2}{\partial \xi} - \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \frac{\partial V_2}{\partial \xi} \right) + \\ &+ 4a_{23} b_{23} V_2 \sin\theta_{23} \left(\frac{\partial V_3}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} - \frac{\partial V_3}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right) - \\ &- 2a_{23} b_{23} V_2 V_3 \cos\theta_{23} \left(\left(\frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right)^2 - 2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) + \\ &\left. + \frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial V_2} \frac{\partial^2 V_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial V_3} \frac{\partial^2 V_3}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial \theta_2} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial \theta_3} \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial \xi^2} \right] \Delta \xi^2 \\ &= [-0,0021; -0,0011] \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.115)$$

em que:

$$\frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial V_2} = -2 \cdot V_2 \cdot a_{23}^2 \cdot (b_{23} + b_{23}^{sh}) + 2 \cdot a_{23} V_3 \cdot b_{23} \cdot \cos\theta_{23} = -0,0057$$

$$\frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial V_3} = -2 \cdot V_3 \cdot (b_{23} + b_{23}^{sh}) + 2 \cdot a_{23} \cdot b_{23} \cdot V_2 \cdot \cos\theta_{23} = -0,0772$$

$$\frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial \theta_2} = -2 \cdot a_{23} \cdot g_{23} \cdot V_2 \cdot V_3 \cdot \sen\theta_{23} = 0,0098$$

$$\frac{\partial Q_{23}^{pd}}{\partial \theta_3} = 2 \cdot a_{23} \cdot g_{23} \cdot V_2 \cdot V_3 \cdot \sen\theta_{23} = -0,0098$$

3.5.2 Demais frequências

Para o cálculo das tensões harmônicas de cada barra do sistema para as demais frequências, é necessário a execução do FPH determinístico. Para tal propósito, realiza-se a média da solução intervalar obtida em (3.111), resultando dessa forma os valores correspondentes à solução determinística apresentado na Tabela 7.

As correntes injetadas em cada barra são obtidas de acordo com a Equação (2.43), conforme mostrado em (3.116):

$$\begin{bmatrix} I_2^1 \\ I_3^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S_2^{1*}}{V_2^1} \\ \frac{S_3^{1*}}{V_3^1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0,0500+j0,0200}{0,9623} \\ \frac{0,0503-j0,0039}{0,9800} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0508 + j0,0234 \\ 0,0513 - j0,0040 \end{bmatrix} p.u. \quad (3.116)$$

Em seguida é efetuado o cálculo das correntes injetadas por ordem harmônica através dos dados fornecidos no espectro (Tabela 4) com base nas Equações (2.36) e (2.37), no qual a descrição do cálculo para $h = 3$ e $h = 5$ é apresentada nas Equações (3.117) e (3.118) respectivamente.

$$\begin{aligned} I_2^3 &= I_2^1 \cdot I_2^3 \cdot e^{j \cdot (\theta_2^3 + 3 \cdot \theta_2^1) \frac{\pi}{180}} \\ &= 0,04782 \cdot 0,0515 \cdot e^{j \cdot (-4,19 + 3 \cdot (-4,4585)) \frac{\pi}{180}} \\ &= 0,0023 - j0,0007 p.u. \end{aligned} \quad (3.117)$$

$$\begin{aligned} I_2^5 &= I_2^1 \cdot I_2^5 \cdot e^{j \cdot (\theta_2^5 + 5 \cdot \theta_2^1) \frac{\pi}{180}} \\ &= 0,04472 \cdot 0,0515 \cdot e^{j \cdot (-6,38 + 5 \cdot (-4,4585)) \frac{\pi}{180}} \\ &= 0,0020 - j0,0011 p.u. \end{aligned} \quad (3.118)$$

As correntes injetadas e calculadas para as demais ordens harmônicas existentes são exibidas na Tabela 9:

Tabela 9 – Injeção de corrente harmônica

Ordem Harmônica	Barra 2 I_2^h (p.u.)
3	0,0023 - j0,0007
5	0,0020 - j0,0011
7	0,0016 - j0,0013
9	0,0011 - j0,0013
11	0,0007 - j0,0012
13	0,0004 - j0,0010
15	0,0001 - j0,0007

A matriz admitância nodal de cada ordem harmônica é apresentada na Tabela 10:

Tabela 10 – Matriz admitância harmônica

h	Y^h (p.u.)
2	$\begin{bmatrix} 0,0809 - j0,4896 & -0,0229 + j0,4988 \\ -0,0229 + j0,4988 & 0,0793 - j0,4808 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 0,0671 - j0,3102 & -0,0091 + j0,3330 \\ -0,0091 + j0,3330 & 0,0655 - j0,3043 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 0,0622 - j0,2152 & -0,0042 + j0,2498 \\ -0,0042 + j0,2498 & 0,0606 - j0,2109 \end{bmatrix}$
5	$\begin{bmatrix} 0,0600 - j0,1542 & -0,0020 + j0,1999 \\ -0,0020 + j0,1999 & 0,0584 - j0,1507 \end{bmatrix}$
6	$\begin{bmatrix} 0,0588 - j0,1102 & -0,0008 + j0,1666 \\ -0,0008 + j0,1666 & 0,0571 - j0,1073 \end{bmatrix}$
7	$\begin{bmatrix} 0,0580 - j0,0759 & -0,0000 + j0,1428 \\ -0,0000 + j0,1428 & 0,0564 - j0,0734 \end{bmatrix}$
8	$\begin{bmatrix} 0,0576 - j0,0477 & 0,0004 + j0,1250 \\ 0,0004 + j0,1250 & 0,0559 - j0,0455 \end{bmatrix}$
9	$\begin{bmatrix} 0,0572 - j0,0235 & 0,0008 + j0,1111 \\ 0,0008 + j0,1111 & 0,0556 - j0,0216 \end{bmatrix}$
10	$\begin{bmatrix} 0,0570 - j0,0021 & 0,0010 + j0,1000 \\ 0,0010 + j0,1000 & 0,0554 - j0,0004 \end{bmatrix}$
11	$\begin{bmatrix} 0,0568 + j0,0171 & 0,0012 + j0,0909 \\ 0,0012 + j0,0909 & 0,0552 + j0,0187 \end{bmatrix}$
12	$\begin{bmatrix} 0,0567 + j0,0349 & 0,0013 + j0,0833 \\ 0,0013 + j0,0833 & 0,0550 + j0,0363 \end{bmatrix}$
13	$\begin{bmatrix} 0,0566 + j0,0514 & 0,0014 + j0,0769 \\ 0,0014 + j0,0769 & 0,0549 + j0,0528 \end{bmatrix}$
14	$\begin{bmatrix} 0,0565 + j0,0670 & 0,0015 + j0,0714 \\ 0,0015 + j0,0714 & 0,0549 + j0,0683 \end{bmatrix}$
15	$\begin{bmatrix} 0,0564 + j0,0819 & 0,0016 + j0,0667 \\ 0,0016 + j0,0667 & 0,0548 + j0,0831 \end{bmatrix}$

As tensões nodais para a primeira iteração são obtidas através da substituição dos dados das Tabelas 9 e 10 na Equação (2.44), resultando nos valores expressos na Tabela 11:

Tabela 11 – Tensão harmônica para $it = 0$

Ordem Harmônica	Barra 2 $\mathbf{V}_2^h (p.u.)$	Barra 3 $\mathbf{V}_3^h (p.u.)$
2	0	0
3	0,0152 - j0,0113	0,0138 - j0,0148
4	0	0
5	0,0076 - j0,0118	0,0037 - j0,0169
6	0	0
7	0,0036 - j0,0087	-0,0038 - j0,0141
8	0	0
9	0,0032 - j0,0060	-0,0083 - j0,0095
10	0	0
11	-0,0046 - j0,0057	-0,00108 - j0,0037
12	0	0
13	-0,0036 + j0,0090	-0,0090 + j0,0039
14	0	0
15	-0,0026 - j0,0078	-0,0013 + j0,0054

O processo do cálculo da tensão harmônica do sistema é realizado de forma iterativa e por meio do método de compensação de correntes. Assim, após o cálculo da tensão harmônica segundo a corrente injetada pela fonte harmônica, é determinada a corrente absorvida pelas cargas lineares considerando a admitância nodal formada apenas pelas admitâncias das cargas lineares (conforme o modelo paralelo (2.31) e (2.32)). Para a obtenção da admitância nodal, é apresentado o detalhamento do cálculo para $h = 2$ nas Equações (3.119) e (3.120) para as barras 2 e 3 respectivamente.

$$Y_{p2}^2 = \frac{1}{\frac{(V_2^1)^2}{P_2^1}} + \frac{1}{jh \frac{(V_2^1)^2}{Q_2^1}} = \frac{-0,0500}{0,9623^2} + \frac{-0,0200}{j \cdot 2 \cdot 0,9623^2} = -0,0540 + j0,0108 \text{ p.u.} \quad (3.119)$$

$$Y_{p3}^2 = \frac{1}{\frac{(V_3^1)^3}{P_3^1}} + \frac{1}{jh \frac{(V_3^1)^2}{Q_3^1}} = \frac{0,0503}{0,9800^2} + \frac{0,0039}{j \cdot 2 \cdot 0,9800^2} = 0,0524 - j0,0021 \text{ p.u.} \quad (3.120)$$

Para as demais ordens harmônicas as matrizes admitâncias são apresentadas na Tabela 12:

Tabela 12 – Admitâncias das cargas lineares

h	\mathbf{Y}_p^h (p.u.)
2	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0108 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0021 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0072 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0014 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0054 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0010 \end{bmatrix}$
5	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0043 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0008 \end{bmatrix}$
6	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0036 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0007 \end{bmatrix}$
7	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0031 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0006 \end{bmatrix}$
8	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0027 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0005 \end{bmatrix}$
9	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0024 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0005 \end{bmatrix}$
10	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0022 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0004 \end{bmatrix}$
11	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0020 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0004 \end{bmatrix}$
12	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0018 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0003 \end{bmatrix}$
13	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0017 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0003 \end{bmatrix}$
14	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0015 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0003 \end{bmatrix}$
15	$\begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0014 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0003 \end{bmatrix}$

Dessa forma, é efetuado o cálculo da corrente absorvida \mathbf{I}_p^h através da Equação (2.45) por meio da substituição dos dados das Tabela 12 (admitância nodal) e 11 (tensão harmônica) para cada ordem harmônica, como mostra as Equações (3.121) e (3.121) para $h = 2$ e $h = 3$ respectivamente.

$$\begin{aligned}
 I_p^2 &= \begin{bmatrix} I_{p2}^2 \\ I_{p3}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{p2}^2 & 0 \\ 0 & Y_{p3}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2^2 \\ V_3^2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0108 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0021 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ p.u.} \quad (3.121)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_p^3 &= \begin{bmatrix} I_{p2}^3 \\ I_{p3}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{p2}^3 & 0 \\ 0 & Y_{p3}^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2^3 \\ V_3^3 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0540 - j0,0072 & 0 \\ 0 & 0,0524 - j0,0014 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0152 - j0,0113 \\ 0,0138 - j0,0148 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,7420 - j0,7181 \\ 0,7034 - j0,7961 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \text{ p.u.} \tag{3.122}
\end{aligned}$$

De maneira que, iterativamente, obtém-se a Tabela 13 para as demais correntes harmônicas nodais.

Tabela 13 – Corrente harmônica absorvida pela carga linear para $it = 1$

Ordem Harmônica	Barra 2 $I_p^h (10^{-3} \text{ p.u.})$	Barra 3 $I_p^h (10^{-3} \text{ p.u.})$
2	0	0
3	0,7420 - j0,7181	0,7034 - j0,7961
4	0	0
5	0,3587 - j0,6682	0,1778 - j0,8892
6	0	0
7	0,1699 - j0,4833	0,2048 - j0,7373
8	0	0
9	0,1561 - j0,3301	-0,4395 - j0,4910
10	0	0
11	0,2353 - j0,3186	-0,5674 - j0,1913
12	0	0
13	0,1788 - j0,4934	-0,4709 + j0,2053
14	0	0
15	-0,1517 - j0,4178	-0,0667 + j0,2809

Logo em seguida, a tensão é corrigida a cada iteração conforme (2.46) através da diferença entre corrente injetada harmônica e a corrente absorvida pelas cargas lineares. Conforme apresentado nas Equações (3.123) e (3.123) para $h=2$ e $h=3$, respectivamente e para as demais ordens na Tabela 14.

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}^{2(1)} &= \begin{bmatrix} V_{p2}^2 \\ V_{p3}^2 \end{bmatrix} = (\mathbf{Y}^2)^{-1} \cdot (\mathbf{I}^{2(0)} - \mathbf{I}_p^{2(1)}) \\
&= \begin{bmatrix} 0,0809 - j0,4896 & -0,0229 + j0,4988 \\ -0,0229 + j0,4988 & 0,0793 - j0,4808 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 - 0 \\ 0 - 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ p.u.} \tag{3.123}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}^{\mathbf{3}(1)} &= \begin{bmatrix} V_{p2}^{\mathbf{3}} \\ V_{p3}^{\mathbf{3}} \end{bmatrix} = (\mathbf{Y}^{\mathbf{3}})^{-1} \cdot (\mathbf{I}^{\mathbf{3}(0)} - \mathbf{I}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{3}(1)}) \\
&= \begin{bmatrix} 0,0671 - j0,3102 & -0,0091 + j0,3330 \\ -0,0091 + j0,3330 & 0,0655 - j0,3043 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0,0023 - j0,0007 - (0,0007 - j0,0007) \\ 0 - (0,0007 - j0,0008) \end{bmatrix} \quad (3.124) \\
&= \begin{bmatrix} 0,0098 + j0,0044 \\ 0,0082 + j0,0010 \end{bmatrix} p.u.
\end{aligned}$$

Tabela 14 – Tensão harmônica para $it = 1$

Ordem Harmônica	Barra 2 $\mathbf{V}_2^h (p.u.)$	Barra 3 $\mathbf{V}_3^h (p.u.)$
2	0	0
3	0,0098 - j0,0044	0,0082 - j0,0010
4	0	0
5	0,0118 - j0,0018	0,0073 - j0,0062
6	0	0
7	0,0094 - j0,0055	0,0013 - j0,0089
8	0	0
9	0,0069 - j0,0071	-0,0040 - j0,0063
10	0	0
11	0,0038 - j0,0091	-0,0051 - j0,0009
12	0	0
13	-0,0025 - j0,006	-0,0003 + j0,0002
14	0	0
15	0,0005 - j0,0025	-0,0032 + j0,0009

O processo finaliza quando o erro entre as tensões na iteração it e $it + 1$ for menor que a tolerância adotada. Assim, o erro é calculado conforme apresentado para $h = 3$ na barras 2 e 3, como mostra as Equações (3.125) e (3.126).

$$\begin{aligned}
(|\mathbf{V}_2^{\mathbf{3}(1)} - \mathbf{V}_2^{\mathbf{3}(0)}|) &< 10^{-5} \rightarrow |0,0098 + j0,0044 - (0,0152 - j0,0113)| < 10^{-5} \\
&\rightarrow |-0,0055 + j0,0156| < 10^{-5} \quad (3.125) \\
&\rightarrow 0,0166 > 10^{-5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(|\mathbf{V}_3^{\mathbf{3}(1)} - \mathbf{V}_3^{\mathbf{3}(0)}|) &< 10^{-5} \rightarrow |0,0082 - j0,0203 - (0,0138 - j0,0148)| < 10^{-5} \\
&\rightarrow |-0,0056 + j0,0159| < 10^{-5} \quad (3.126) \\
&\rightarrow 0,0168 > 10^{-5}
\end{aligned}$$

O erro para as demais ordens harmônicas são apresentados na Tabela 15. Visto que, o processo deve ser repetido até atingir a tolerância de 10^{-5} pu.

Tabela 15 – Erro para $it = 1$

Ordem Harmônica	Barra 2 Erro	Barra 3 Erro
2	0	0
3	0,0166	0,0168
4	0	0
5	0,0109	0,0113
6	0	0
7	0,0066	0,0073
8	0	0
9	0,0039	0,0053
10	0	0
11	0,0034	0,0064
12	0	0
13	0,0066	0,0094
14	0	0
15	0,0061	0,0065

Os resultados do fluxo de potência harmônico após o alcance da tolerância é apresentado na Tabela 16.

Tabela 16 – Resultado determinístico do FPH do sistema 3 barras

h	Barra 2				Barra 3			
	\mathbf{V}_2^h (p.u.)	θ_2^h (°)	\mathbf{I}_2^h (p.u.)	θ_2^h (°)	\mathbf{V}_3^h (p.u.)	θ_3^h (°)	\mathbf{I}_3^h (p.u.)	θ_3^h (°)
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,0109	-18,8549	0,0019	-14,8828	0,0111	-38,3643	0,0006	140,1364
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,0097	-32,6534	0,0018	-26,3553	0,0104	-68,2314	0,0005	110,8688
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,0085	-42,0902	0,0016	-38,6155	0,0092	-97,8746	0,0005	81,4827
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0,0078	-49,9151	0,0013	-50,7519	0,0079	-128,7423	0,0004	50,7578
10	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0,0076	-61,1717	0,0010	-60,0830	0,0064	-161,6323	0,0003	17,9584
12	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0,0069	-80,3245	0,0007	-64,6625	0,0044	162,5337	0,0002	-17,8124
14	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0,0050	-103,2546	0,0005	-66,61840	0,0025	127,6518	0,0001	-52,6481

A partir da solução da tensão harmônica é possível computar o THD, conforme (3.127).

$$\begin{aligned}
\mathbf{THD}_v &= \begin{bmatrix} THD_{v2} \\ THD_{v3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{h_{max}} (V_2^h)^2}}{V_2^1} \\ \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{h_{max}} (V_3^h)^2}}{V_3^1} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{0,0109^2+0,0097^2+0,0085^2+0,0078^2+0,0073^2+0,0069^2+0,0050^2}}{0,9623} \\ \frac{\sqrt{0,0111^2+0,0104^2+0,0092^2+0,0079^2+0,0063^2+0,0044^2+0,0025^2}}{0,9800} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 2,2722 \\ 2,1505 \end{bmatrix} \% \tag{3.127}
\end{aligned}$$

3.5.2.1 Cálculo das derivadas de primeira ordem em relação à incerteza

A injeção de corrente harmônica é modelada com a inclusão de incerteza conforme a Equação (3.33) e com base no valor de incerteza de 10%.

Como geralmente a solução harmônica é fornecida em termos de tensão em múltiplas frequências, os dados aqui fornecidos serão em função da tensão.

Para o cálculo da primeira derivada em relação a incerteza é necessário obter as derivadas da corrente harmônica $\delta \mathbf{I}^h$, descritas nas Equações (3.128) à (3.134) para as harmônicas existentes.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{I}^3}{\partial \xi} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial I_2^3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial I_3^3}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2^3 \cdot e^{j\theta_2^3(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_2^3(1+0,1)] \\ I_3^3 \cdot e^{j\theta_3^3(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_3^3(1+0,1)] \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0019 \cdot e^{j(-14,8828 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j \cdot (-14,8828 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \\ 0,0006 \cdot e^{j(16,927 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j(16,927 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \end{bmatrix} \tag{3.128} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0016 - j0,0010 \\ -0,0012 - j0,0012 \end{bmatrix} p.u.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{I}^5}{\partial \xi} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial I_2^5}{\partial \xi} \\ \frac{\partial I_3^5}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2^5 \cdot e^{j\theta_2^5(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_2^5(1+0,1)] \\ I_3^5 \cdot e^{j\theta_3^5(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_3^5(1+0,1)] \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0018 \cdot e^{j(-26,3553 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j \cdot (-26,3553 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \\ 0,0005 \cdot e^{j(110,8688 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j(110,8688 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \end{bmatrix} \quad (3.129) \\
&= \begin{bmatrix} 0,0011 - j0,0017 \\ -0,0013 - j0,0002 \end{bmatrix} \quad p.u.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{I}^7}{\partial \xi} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial I_2^7}{\partial \xi} \\ \frac{\partial I_3^7}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2^7 \cdot e^{j\theta_2^7(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_2^7(1+0,1)] \\ I_3^7 \cdot e^{j\theta_3^7(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_3^7(1+0,1)] \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0016 \cdot e^{j(-38,6155 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j \cdot (-38,6155 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \\ 0,0005 \cdot e^{j(81,4827 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j(81,4827 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \end{bmatrix} \quad (3.130) \\
&= \begin{bmatrix} 0,0004 - j0,0019 \\ -0,0008 - j0,0005 \end{bmatrix} \quad p.u.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{I}^9}{\partial \xi} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial I_2^9}{\partial \xi} \\ \frac{\partial I_3^9}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2^9 \cdot e^{j\theta_2^9(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_2^9(1+0,1)] \\ I_3^9 \cdot e^{j\theta_3^9(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_3^9(1+0,1)] \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0013 \cdot e^{j(-50,7519 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j \cdot (-50,7519 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \\ 0,0004 \cdot e^{j(50,7578 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j(50,7578 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \end{bmatrix} \quad (3.131) \\
&= \begin{bmatrix} -0,0003 - j0,0018 \\ -0,0001 + j0,0006 \end{bmatrix} \quad p.u.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{I}^{11}}{\partial \xi} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial I_2^{11}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial I_3^{11}}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2^{11} \cdot e^{j\theta_2^{11}(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_2^{11}(1+0,1)] \\ I_3^{11} \cdot e^{j\theta_3^{11}(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_3^{11}(1+0,1)] \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0010 \cdot e^{j(-60,0830 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j \cdot (-60,0830 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \\ 0,0003 \cdot e^{j(17,9584 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j(17,9584 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \end{bmatrix} \quad (3.132) \\
&= \begin{bmatrix} -0,0006 - j0,0014 \\ -0,0003 + j0,0002 \end{bmatrix} \quad p.u.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{I}^{13}}{\partial \xi} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial I_2^{13}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial I_3^{13}}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2^{13} \cdot e^{j\theta_2^{13}(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_2^{13}(1+0,1)] \\ I_3^{13} \cdot e^{j\theta_3^{13}(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_3^{13}(1+0,1)] \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0007 \cdot e^{j(-64,6625 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j \cdot (-64,6625 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \\ 0,0002 \cdot e^{j(-17,8124 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j(-17,8124 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \end{bmatrix} \quad (3.133) \\
&= \begin{bmatrix} -0,0006 - j0,0010 \\ 0,0002 - j0,0001 \end{bmatrix} \quad p.u.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{I}^{15}}{\partial \xi} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial I_2^{15}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial I_3^{15}}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2^{15} \cdot e^{j\theta_2^{15}(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_2^{15}(1+0,1)] \\ I_3^{15} \cdot e^{j\theta_3^{15}(1+0,1)} \cdot [1 + j\theta_3^{15}(1+0,1)] \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0005 \cdot e^{j(-66,61840 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j \cdot (-66,61840 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \\ 0,0001 \cdot e^{j(-52,6481 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1} \cdot [1 + j(-52,6481 \cdot \frac{\pi}{180}) \cdot 1,1] \end{bmatrix} \quad (3.134) \\
&= \begin{bmatrix} -0,0005 - j0,0007 \\ -4,2 \cdot 10^{-5} - j0,0002 \end{bmatrix} \quad p.u.
\end{aligned}$$

Dessa forma, a solução da primeira derivada em relação ao valor da incerteza ξ é obtida por meio da Equação (3.33), através da substituição da matriz admitância apresentada na Tabela 10 e das derivadas de corrente harmônica na frequência correspondente apresentadas em (3.128) - (3.134). As Equações (3.135) e (3.136) são expandidas para $h = 2$ e $h = 3$ respectivamente. Resultando assim, a Tabela 17 para as demais ordens harmônicas.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{V}^2}{\partial \xi} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{V}_2^2}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{V}_3^2}{\partial \xi} \end{bmatrix} = (\mathbf{Y}^2)^{-1} \cdot \frac{\partial \mathbf{I}^2}{\partial \xi} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0809 - j0,4896 & -0,0229 + j0,4988 \\ -0,0229 + j0,4988 & 0,0793 - j0,4808 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.135) \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad p.u.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{V}^3}{\partial \xi} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{V}_2^3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{V}_3^3}{\partial \xi} \end{bmatrix} = (\mathbf{Y}^3)^{-1} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^3}{\partial \xi} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0671 - j0,3102 & -0,0091 + j0,3330 \\ -0,0091 + j0,3330 & 0,0655 - j0,3043 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0,0016 - j0,0010 \\ -0,0012 - j0,0012 \end{bmatrix} \quad (3.136) \\
&= \begin{bmatrix} -0,0039 - j0,0151 \\ -0,0042 - j0,0197 \end{bmatrix} p.u. = \begin{bmatrix} 0,0156 \angle -104,4263^\circ \\ 0,0201 \angle -102,1670^\circ \end{bmatrix} p.u.
\end{aligned}$$

Tabela 17 – Derivadas de tensão harmônica de primeira ordem

h	Barra 2		Barra 3	
	$\delta \mathbf{V}_2^h$ (p.u.)	$\delta \theta_2^h$ (°)	$\delta \mathbf{V}_3^h$	$\delta \theta_3^h$ (°)
2	0	0	0	0
3	0,0156	-104,4263	0,0201	-102,1670
4	0	0	0	0
5	0,0081	-136,1849	-2,3769	-134,0144
6	0	0	0	0
7	0,0030	-125,0225	-2,1820	-161,1443
8	0	0	0	0
9	0,0054	-75,1584	-1,3118	-169,7284
10	0	0	0	0
11	0,0102	-94,3003	-1,6458	136,2257
12	0	0	0	0
13	0,0118	-128,4436	-2,2417	96,2936
14	0	0	0	0
15	0,0084	-161,5640	-2,8198	63,5393

3.5.2.2 Cálculo das derivadas de segunda ordem em relação à incerteza

Este cálculo é realizado através de forma genérica como apresentado na Equação (3.41). Para esse propósito é necessário a montagem das matrizes Hessianas harmônicas correspondes a cada equação da matriz admitância harmônica e a substituição dos elementos previamente calculados (matriz admitância e o vetor solução das derivadas de primeira ordem de cada frequência).

A montagem da matriz Hessiana é realizada conforme apresentado na seção (3.2.1), por meio da Equação (3.48) de cada ordem harmônica. Dessa forma, as matrizes Hessianas H_2^2 e H_3^2 são apresentadas nas Equações (3.137) e (3.138), respectivamente, para $h = 2$. As Hessianas para as demais ordens Harmônicas constam na Tabela 18.

$$H_2^2 = \begin{bmatrix} \frac{-2 \cdot 2 \cdot P_2^1 + 2 \cdot j \cdot Q_2^1}{2 \cdot (V_2^1)^3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-4 \cdot (-0,050) + 2j \cdot (-0,020)}{2 \cdot (0,9623)^3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0224 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.137)$$

$$H_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2 \cdot 2 \cdot P_3^1 + 2 \cdot j \cdot Q_3^1}{2 \cdot (V_3^1)^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-4 \cdot 0,0503 + 2j \cdot 0,0039}{2 \cdot (0,9800)^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0028 \end{bmatrix} \quad (3.138)$$

Tabela 18 – Matriz Hessiana por ordem harmônica

h	H₂^h (p.u.)	H₃^h (p.u.)
2	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0224 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0042 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0150 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0028 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0112 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0021 \end{bmatrix}$
5	$\begin{bmatrix} 0,01122 - j0,0090 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0017 \end{bmatrix}$
6	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0075 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0014 \end{bmatrix}$
7	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0064 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0012 \end{bmatrix}$
8	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0056 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,00210 \end{bmatrix}$
9	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0050 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0009 \end{bmatrix}$
10	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0045 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0008 \end{bmatrix}$
11	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0041 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0008 \end{bmatrix}$
12	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0037 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0007 \end{bmatrix}$
13	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0035 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0006 \end{bmatrix}$
14	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0032 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0006 \end{bmatrix}$
15	$\begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0030 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0006 \end{bmatrix}$

Portanto, o cálculo das derivadas de segunda ordem em relação a incerteza é feito através da substituição da admitância nodal harmônica (Tabela 10), derivada da matriz admitância nodal harmônica, que é a matriz Hessiana (Tabela 18) e o vetor solução das derivadas de primeira ordem (Tabela 16) correspondente a ordem harmônica h na Equação (3.139):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V_2^h}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 V_3^h}{\partial \xi^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{22}^h + Y_{p22}^h & Y_{23}^h \\ Y_{32}^h & Y_{33}^h + Y_{p33}^h \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_2^h \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_3^h \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^h}{\partial \xi} \right] \end{bmatrix} \quad (3.139)$$

Resolvendo a Equação (3.139) para $h = 2$ tem-se as Equações (3.140) e (3.141) que representam a solução correspondente as barras 2 e 3 respectivamente.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V_2^2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 V_3^2}{\partial \xi^2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_{22}^2 + Y_{p22}^2 & Y_{23}^2 \\ Y_{32}^2 & Y_{33}^2 + Y_{p33}^2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \mathbf{V}^2}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_2^2 \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^2}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{V}^2}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_3^2 \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^2}{\partial \xi} \right] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,0809 - j0,4896 & -0,0229 + j0,4988 \\ -0,0229 + j0,4988 & 0,0793 - j0,4808 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0224 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0042 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,0809 - j0,4896 & -0,0229 + j0,4988 \\ -0,0229 + j0,4988 & 0,0793 - j0,4808 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.140)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V_2^3}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 V_3^3}{\partial \xi^2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_{22}^3 + Y_{p22}^3 & Y_{23}^3 \\ Y_{32}^3 & Y_{33}^3 + Y_{p33}^3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \mathbf{V}^3}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_2^3 \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^3}{\partial \xi} \right] \\ \left[\frac{\partial \mathbf{V}^3}{\partial \xi} \right]^T \cdot \mathbf{H}_3^3 \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{V}^3}{\partial \xi} \right] \end{bmatrix} \\ &= \left[Y^3 \right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,0039 - j0,0151 \\ -0,0042 - j0,0197 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 0,1122 - j0,0150 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,0039 - j0,0151 \\ -0,0042 - j0,0197 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -0,0039 - j0,0151 \\ -0,0042 - j0,0197 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,1068 + j0,0028 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,0039 - j0,0151 \\ -0,0042 - j0,0197 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,0809 - j0,4896 & -0,0229 + j0,4988 \\ -0,0229 + j0,4988 & 0,0793 - j0,4808 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2,73 \cdot 10^{-5} - j3,64 \cdot 10^{-6} \\ -4,34 \cdot 10^{-5} + j1,13 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0,0001 + j8,91 \cdot 10^{-5} \\ -0,0001 - j1,89 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0001 \angle 142,6421^\circ \\ 0,0001 \angle -172,2597^\circ \end{bmatrix} \text{ p.u.} \end{aligned} \quad (3.141)$$

O cálculo para a solução das demais frequências são realizados da mesma forma que o apresentando anteriormente, e seus resultados são apresentados na Tabela 19.

Tabela 19 – Derivadas de tensão harmônica de segunda ordem

h	Barra 2		Barra 3	
	$\delta^2 \mathbf{V}_2^h$ (p.u.)	$\delta^2 \theta_2^h$ (°)	$\delta^2 \mathbf{V}_3^h$ (p.u.)	$\delta^2 \theta_3^h$ (°)
2	0	0	0	0
3	0,0001	142,6421	0,0001	-172,2597
4	0	0	0	0
5	0,0002	125,5855	0,0001	161,5608
6	0	0	0	0
7	0,0001	113,6188	0,0001	113,6188
8	0	0	0	0
9	0,0001	94,3379	0,0001	-174,7767
10	0	0	0	0
11	0,0002	58,4603	0,0001	-135,2960
12	0	0	0	0
13	0,0002	16,1323	0,0002	-149,4124
14	0	0	0	0
15	0,0001	-25,9700	0,0001	173,7508

3.5.2.3 *Cálculo da solução intervalar*

Uma vez calculados os termos de primeira e segunda ordem da série de Taylor, a solução do FPH intervalar é realizada por meio da aplicação direta da série de Taylor de acordo com a Equação (3.43) na Equação (3.9).

Portanto, substituindo os dados das Tabelas 16, 17 e 19 na Equação (3.9), tem-se os dados da Tabela 20 assumindo 10% de incerteza nos dados de correntes fasoriais injetadas.

Tabela 20 – Solução da tensão harmônica intervalar

h	Barra 2		Barra 3	
	$\hat{\mathbf{V}}_2^h$ (p.u.)	$\hat{\theta}_2^h$ (°)	$\hat{\mathbf{V}}_3^h$ (p.u.)	$\hat{\theta}_3^h$ (°)
2	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]
3	[0,0094 ; 0,0125]	[32,4516 ; 11,5664]	[0,0091 ; 0,0131]	[-77,4964 ; -97,9298]
4	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]
5	[0,0089 ; 0,0105]	[16,9426 ; -10,2943]	[0,0087 ; 0,0120]	1[-8,5462 ; -35,3491]
6	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]
7	[0,0082 ; 0,0088]	[2,9615 ; -22,0430]	[0,0078 ; 0,0107]	[-37,4640 ; -69,6928]
8	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]
9	[0,0073 ; 0,0084]	[15,3735 ; -30,4052]	[0,0065 ; 0,0092]	[-195,7850 ; -161,8393]
10	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]
11	[0,0066 ; 0,0086]	[-34,9941 ; -53,8541]	[0,0051 ; 0,0076]	[-214,0146 ; -186,7695]
12	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]
13	[0,0057 ; 0,0081]	[-62,8587 ; -88,5472]	[0,0036 ; 0,0053]	[110,1009 ; 129,3596]
14	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]	[0 ; 0]
15	[0,0042 ; 0,0059]	[-94,5380 ; -126,8508]	[0,0021 ; 0,0029]	[171,0738 ; 183,7817]

3.5.2.4 Cálculo das variáveis de saída

O THD intervalar pode ser calculado a partir das tensões harmônicas intervalares previamente calculadas por meio da definição da operação de subtração intervalar canônica expressa em (2.6). Desta forma, tem-se (3.142):

$$\mathbf{T\hat{H}D} = \begin{bmatrix} T\hat{H}D_2 \\ T\hat{H}D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{h_{max}} [\min\{S_2^h\}; \max\{S_2^h\}]}}{[V_2^{1,inf}; V_2^{1,sup}]} \\ \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{h_{max}} [\min\{S_3^h\}; \max\{S_3^h\}]}}{[V_3^{1,inf}; V_3^{1,sup}]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [2,0221; 2,5287] \\ [1,7848; 2,5166] \end{bmatrix} \% \quad (3.142)$$

em que: $S_2^h = \{ (V_2^{h,inf}) \cdot (V_2^{h,inf}), (V_2^{h,inf}) \cdot (V_2^{h,sup}), (V_2^{h,sup}) \cdot (V_2^{h,sup}) \}$

$S_3^h = \{ (V_3^{h,inf}) \cdot (V_3^{h,inf}), (V_3^{h,inf}) \cdot (V_3^{h,sup}), (V_3^{h,sup}) \cdot (V_3^{h,sup}) \}$

3.6 CONCLUSÕES PARCIAIS SOBRE A METODOLOGIA PROPOSTA

Este capítulo foi destinado à apresentação da metodologia proposta consistindo na expansão das equações do fluxo de potência e da análise harmônica em termos da série de Taylor. Através de sua aplicação, é possível determinar intervalos associados às magnitudes, ângulos de tensões e o valor da frequência fundamental de uma microrrede conectada à subestação principal ou operando em modo ilhado. Além disso, considerando cargas não lineares existentes, é possível determinar as tensões harmônicas e os THDs para cada barra, também, de maneira intervalar.

Além de apresentar todo o equacionamento no qual esta tese se baseia, neste capítulo ainda foram mostradas as métricas utilizadas para validação da metodologia através do índice de sensibilidade e acomodação, ambos calculados percentualmente.

Ao final do capítulo, ainda foi apresentado um exemplo tutorial mostrando de forma clara a aplicação do método proposto focando em sua aplicação direta sem necessidade de haver cálculos iterativos adicionais ao fluxo de potência.

4 RESULTADOS

Nesta seção, os testes são realizados usando os sistemas de distribuição de 33 e 69 barras modificados de Baran e Wu (1989), estando seus dados disponíveis no Anexo A. O sistema de 69 barras representa uma parte da rede de distribuição da PG&E (*Pacific Gas and Electric Company*).

O objetivo das simulações computacionais é comprovar a viabilidade e eficiência do método proposto para determinar as soluções intervalares que possam ser comparadas com simulações de Monte Carlo.

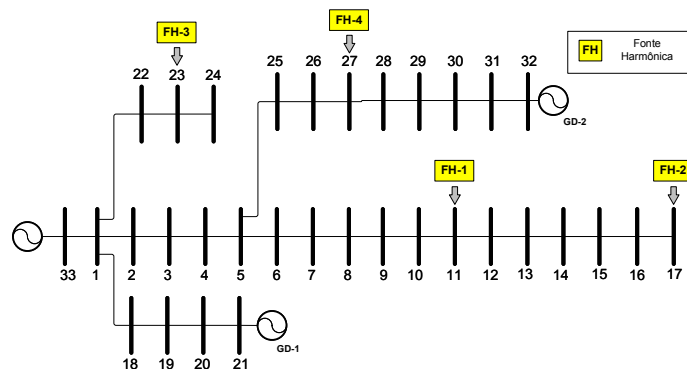
O modelo de carga de potência constante é considerado nesta proposta, com um número total de 5000 simulações de MC, assumindo níveis de incerteza associados aos dados de entrada de geração e carga do FP para calcular soluções intervalares para a frequência, magnitudes de tensão e ângulos para cada barra do sistema. Considera-se incertezas associadas aos dados de corrente harmônica injetada, onde uma distribuição uniforme é associada aos dados de entrada das magnitudes das correntes harmônicas injetadas para calcular soluções de intervalares de THD e tensão harmônica em cada barra.

As simulações são realizadas usando um CPU Intel Core i7-4770, 3,40 GHz, 16 GB (RAM), SSD 512 Gb e sistema operacional Windows-11, programado no software MATLAB. Ressalta-se que nenhuma *toolbox* de matemática intervalar foi utilizada, sendo as implementações metodológicas desenvolvidas com exclusividade para este trabalho.

4.1 SISTEMA IEEE 33 BARRAS

A Figura 15 apresenta o diagrama unifilar do sistema teste de 33 barras, em que a barra 33 representa a subestação (fonte principal da rede), e que é composto por 32 barramentos de carga. O valor nominal da frequência é adotado como 60Hz. A demanda total das cargas correspondem a 3,715 MW e a 2,300 Mvar para potências ativas e reativas, respectivamente.

Figura 15 – Sistema teste 33 barras



Fonte: Elaborado pela autora.

O sistema é modificado pela inclusão de unidades GD conectadas às barras 21 e 32, assumindo que ambas são modeladas como barras *PV* sendo suas magnitudes de tensão controladas para 1,00 p.u. A constante característica do *droop* de frequência K_f é considerada igual a 500 kW/Hz para cada GD. Além disso, o sistema possui quatro fontes harmônicas conectadas nas barras 11, 17, 23 e 27 com espectros apresentados na Tabela 21.

Tabela 21 – Fontes harmônicas

Ordem Harmônica	Barra 11		Barra 17		Barras 23 e 27	
	I (%)	Θ (°)	I (%)	Θ (°)	I (%)	Θ (°)
1	100	0	100	0	100	0
3	47,82	-4,19	35,87	-7,09	22,76	-5,29
5	44,72	-6,38	33,20	-10,7	21,03	-8,22
7	39,78	-8,70	28,81	-14,42	18,41	-11,02
9	33,59	-10,76	23,42	-17,57	15,23	-13,29
11	27,43	-11,62	18,55	-18,44	12,08	-14,25
13	20,90	-12,23	13,56	-18,64	8,87	-14,41
15	14,46	-12,33	8,83	-17,54	5,82	-13,06

A modelagem da rede é realizada considerando o tutorial da PES (*Power Energy Society*) (PES, 2003) e os espectros são determinados a partir de dados típicos de cargas não lineares agregadas em sistema de média tensão. O modelo paralelo é adotado para as cargas lineares por representar melhor a absorção de harmônicos em sistemas de distribuição.

Três cenários são considerados para as simulações, a saber:

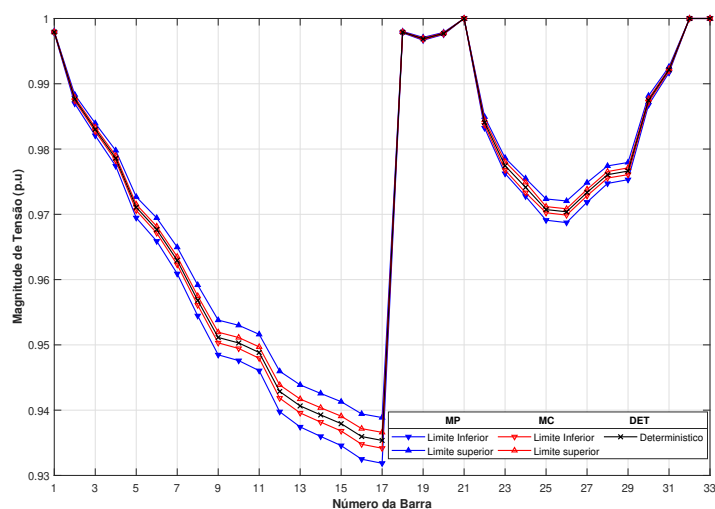
- **Cenário I:** O sistema opera conectado à rede principal, sendo as potências ativas fornecidas pelas unidades GDs para as barras 21 e 32 iguais a 90kW e 60kW, respectivamente. No modo conectado à rede, a subestação é a referência angular e fornece a quantidade total de 3,80 MW para a microrrede. As incertezas são consideradas nos dados de geração, carga e nas fontes harmônicas com valor correspondente a 5%;
- **Cenário II:** O barramento da subestação está desconectado da microrrede. No modo de operação ilhado, a potência fornecida anteriormente pela subestação não é distribuída entre as unidades de GDs, ou seja, as GDs operam com potência ativa especificada nominal. Ou seja, as potências ativas injetadas nas barras 21 e 32 são ainda de 90kW e 60 kW, respectivamente;
- **Cenário III:** O sistema opera em modo ilhado com as potências ativas fornecidas redistribuídas pelas unidades GDs correspondentes a solução do FP determinístico do cenário II a fim de controlar o valor da frequência em 60Hz.

Ressalta-se que a barra de referência poderia ser qualquer barra do sistema de acordo com La Gatta (2012). Optou-se pela barra 32 para as simulações computacionais quando o sistema estiver ilhado.

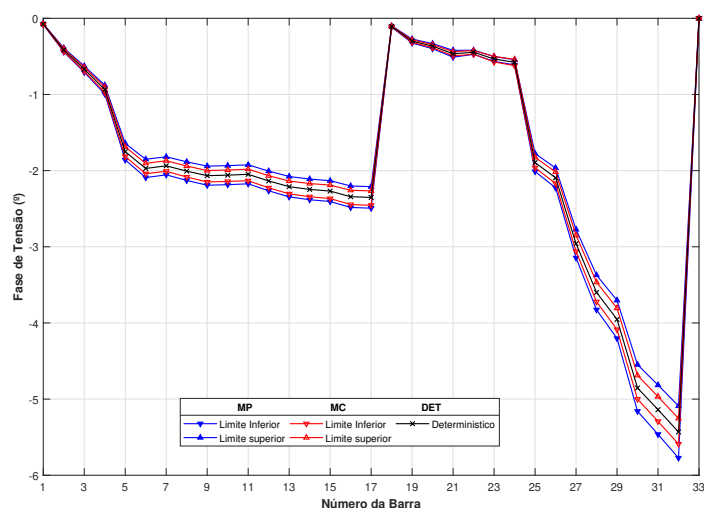
4.1.1 Cenário I

A Figura 16 apresenta os resultados das magnitudes de tensão e ângulo de tensão, obtidos através do Método Proposto (MP), simulações de Monte Carlo (MC) e os correspondentes valores determinísticos (DET) obtidos pela solução do FP considerando um nível de incerteza de 5% associados aos dados de geração, de carga e fontes harmônicas. Como o sistema opera conectado a rede principal, a frequência é 60Hz.

Figura 16 – Resultados de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário I



(a) Magnitude de tensão



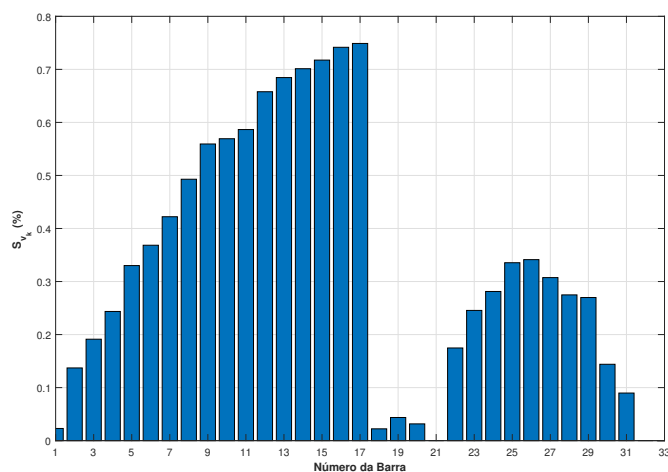
(b) Ângulo de tensão

Conforme os resultados apresentados nas Figura 16(a) e 16(b), todas as faixas contemplam os respectivos valores determinísticos. Além disso, as faixa geradas pelo MP contemplam integralmente as respectivas faixas geradas pelo MC.

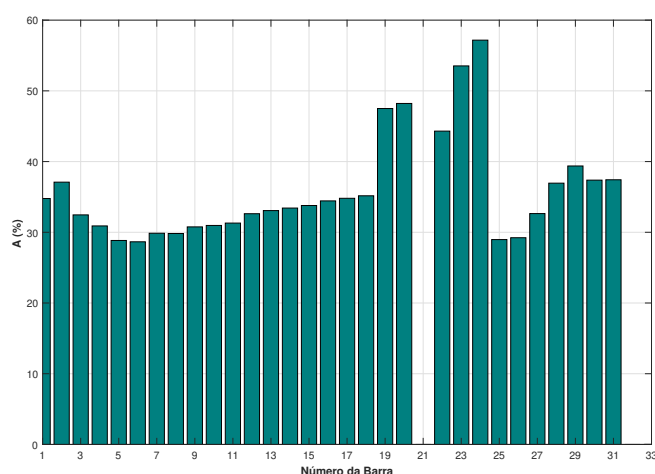
A média dos desvios da magnitude de tensão por barra, obtida conforme a simulação e calculada pela Equação (3.53), para o limite inferior e superior respectivamente são de 0,096% e 0,099%, ou seja, as faixas de ambos os métodos são próximas.

Com base nas Equações (3.54) e (3.55), os índices de sensibilidade e acomodação percentual são calculados para cada barra do sistema considerando os valores de magnitude de tensão. Esses valores são apresentados nas Figuras 17 (a) e (b), respectivamente.

Figura 17 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário I



(a) Índices de sensibilidades



(b) Índice de Acomodação

Conforme os dados obtidos da Figura 17 (a), é possível notar que todos os índices de sensibilidade são inferiores a 0,8%, na qual, o maior valor está associado à barra 17 pelo fato de essa barra estar localizada no fim do maior ramal radial. Em (b), o índice de acomodação obtido em cada barra mostra o quanto o MP tem de proximidade da solução de MC, o equivalente a média de 32,59%, visto que esse valor indica que quanto menor for o índice de acomodação, maior é o intervalo que engloba a solução de MC.

Avalia-se também o impacto das primeiras e segundas derivadas ($\delta\mathbf{x}$ e $\delta^2\mathbf{x}$, respectivamente), que são as variáveis de estado em relação aos níveis de incerteza. Dessa forma, a Tabela 22 apresenta os valores dos termos de primeira e de segunda ordem da expansão em série de Taylor, para as magnitudes de tensão das barras mais sensíveis da metodologia proposta.

Tabela 22 – Primeiro e segundo termo da série de Taylor do sistema de 33 barras - Cenário I

Barra	$\delta \mathbf{x}$	$\delta^2 \mathbf{x}$
17	-0,0704	0,0130
16	-0,0697	0,0129
15	-0,0676	0,0125
14	-0,0662	0,0123

Os termos de segunda ordem da série de Taylor são menores em módulo, que os correspondentes de primeira ordem. No entanto, seus valores impactam na sensibilidade e precisão dos resultados.

O MP é testado considerando diferentes níveis de incerteza associados aos dados de geração e carga. Desse modo, a Tabela 23, apresenta os resultados dos maiores valores do índice de sensibilidade percentual, associado a incerteza nos dados de carga. Já a Tabela 24 apresenta os resultados obtidos considerando incerteza na geração e na carga conjuntamente.

Tabela 23 – Resultados considerando incerteza na carga para o sistema de 33 barras - Cenário I

Incerteza	S_{max} (%)	A_{max} (%)
5%	0,74	57,31
10%	1,48	60,93
15%	2,22	59,88

Tabela 24 – Resultados considerando incerteza na geração e carga para o sistema de 33 barras - Cenário I

Incerteza	S_{max} (%)	A_{max} (%)
5%	0,75	57,17
10%	1,49	58,35
15%	2,23	56,74

De acordo com as Tabelas 23 e 24, o efeito da incerteza associada a carga impacta mais no índice de sensibilidade e no índice de acomodação em relação às associadas a geração e carga. Tal fato ocorre pois o número de barras de carga é bem mais elevado do que o número de unidades geradoras. Além do mais, a sensibilidade aumenta e o índice de acomodação fica em torno de 58% conforme o aumento da incerteza em ambos os casos.

Com a finalidade de testar a aplicabilidade do método proposto, a Tabela 25 apresenta o índice de sensibilidade percentual da barra mais sensível, que corresponde a barra 17. Neste contexto, três condições de incerteza (geração/carga) com variações da carga nominal (potência ativa/reactiva e $f_c = 1,00$) são considerados, em que o fator de carga (f_c) é o fator multiplicador de todos os dados de carga do sistema.

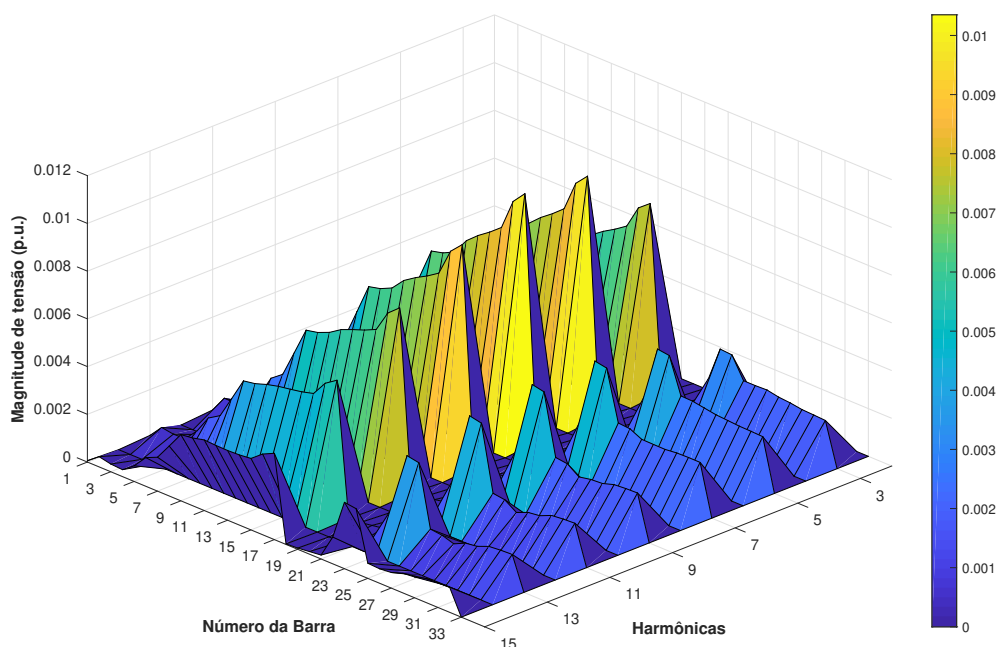
Tabela 25 – Índice de sensibilidade ($S_{V_{17}}(\%)$) para diferentes fatores de carga e níveis de incerteza para o sistema de 33 barras - Cenário I

Incerteza	$S_{V_{17}}(\%)$		
	$f_c = 0,80$	$f_c = 1,00$	$f_c = 1,20$
5%	0,57	0,75	0,94
10%	1,14	1,49	1,88
15%	1,70	2,23	2,80

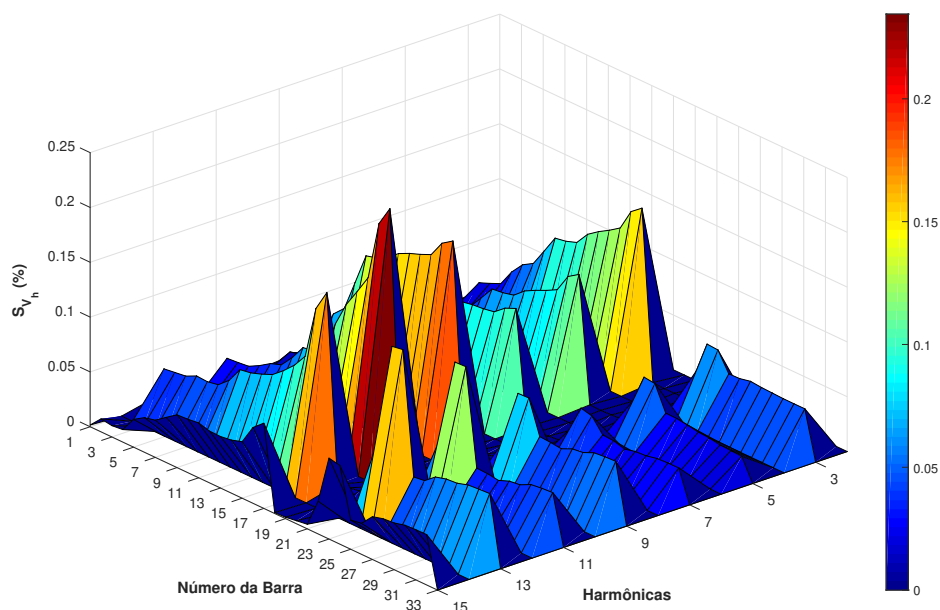
Ao analisar a Tabela 25, nota-se que à medida que o fator de carga aumenta, os índices de sensibilidade tendem a assumir valores maiores juntamente com o aumento de incerteza. Além disso, quanto maior a incerteza nos valores de carga e geração, mais alto é o valor das sensibilidades.

A magnitude de tensão harmônica de todas as frequências e barras do sistema é apresentada na Figura 18 (a), onde os valores são referentes ao caso base, ou seja, solução determinística. Já a Figura 18 (b) apresenta o comportamento da sensibilidade das tensões harmônicas intervalares calculadas conforme a Equação (3.54). Para o cálculo da sensibilidade, o valor de x^{det} é adotado igual a 1 p.u como em (MELO; MINGORANÇA, 2022).

Figura 18 – Tensões harmônicas para o sistema de 33 barras - Cenário I

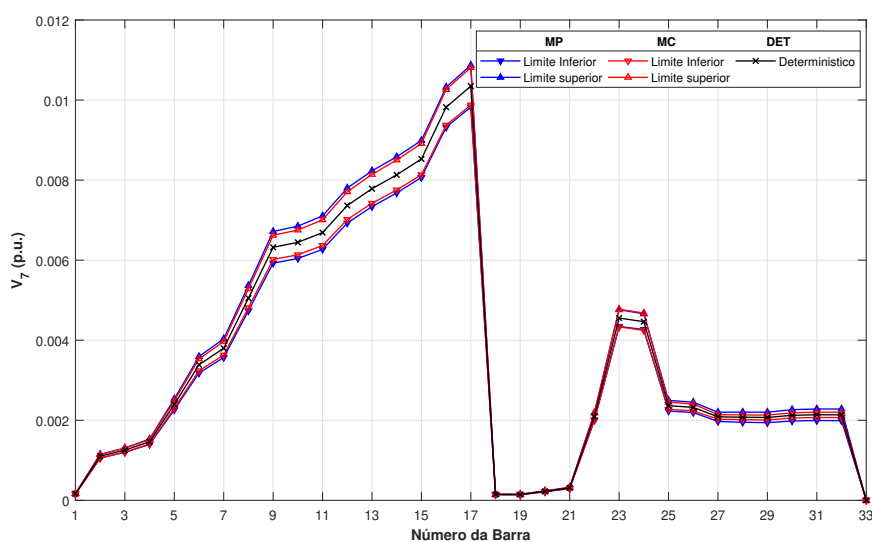


(a) Magnitude da tensão harmônica

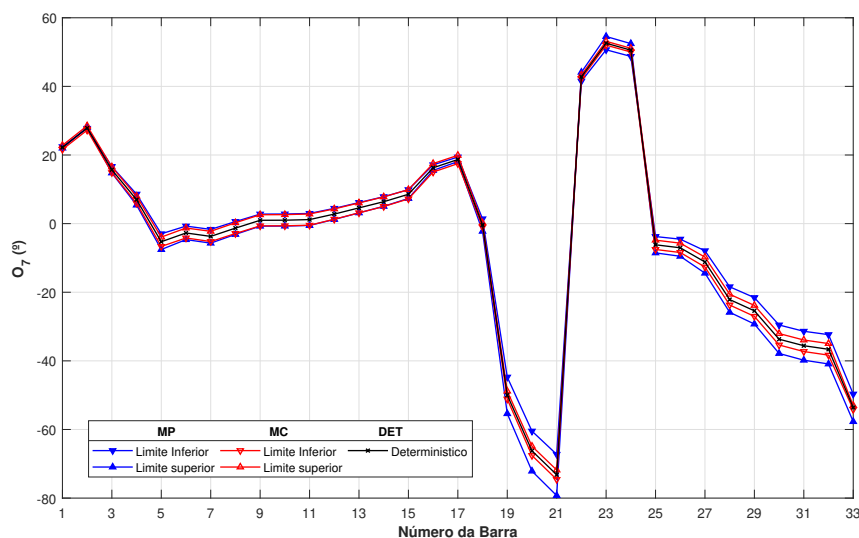


(b) Índice de sensibilidades

Ao analisar a solução da Figura 18 (a) nota-se que a 7^a ordem harmônica da barra 17 possui o maior valor de magnitude de tensão harmônica, caracterizando dessa forma, a ressonância da microrrede nesta frequência que é múltipla da fundamental. Neste contexto, e para melhor compreensão, a Figura 19 apresenta a solução intervalar para o módulo e ângulo da tensão harmônica para a sétima ordem harmônica.

Figura 19 – Tensões harmônicas para 7^a ordem harmônica do sistema de 33 barras - Cenário I

(a) Magnitude de tensão harmônica

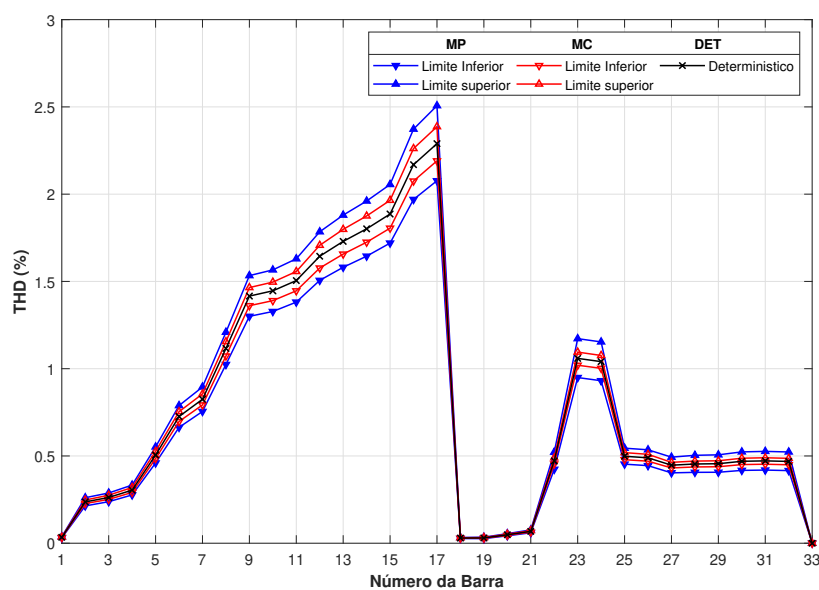


(b) Ângulo de tensão harmônica

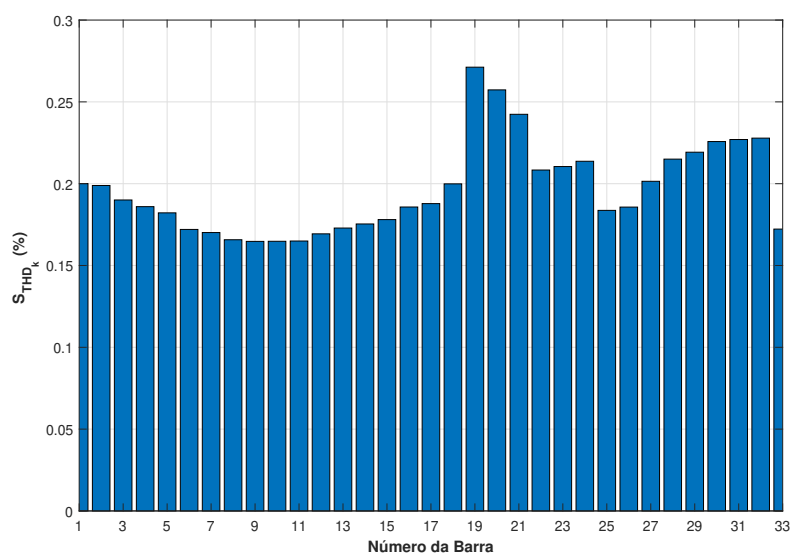
A distorção harmônica ocasionada pelas múltiplas frequências existentes no sistema é apresentada na Figura 20 através do cálculo do THD para cada barra junto às sua sensibilidade, onde é possível notar que o MP engloba as respectivas soluções de MC com sensibilidades menores que 0,30%.

Os resultados intervalares apresentam a média dos desvios para o limite inferior e superior respectivamente iguais a 0,8% e 1,3%, comprovando a proximidade dos resultados. Além disso, a barra 17 apresenta o maior THD, correspondente a 2,29% no valor determinístico.

Figura 20 – THD do sistema de 33 barras - Cenário I



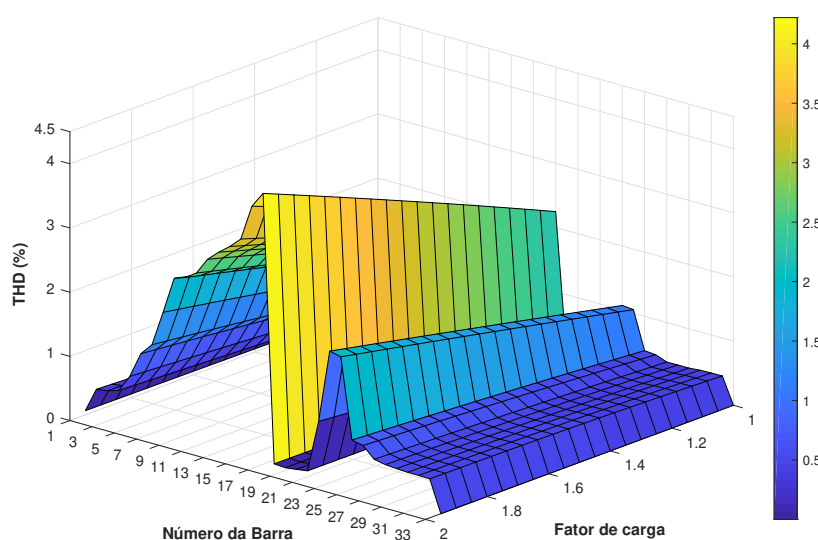
(a) THD



(b) Índice de sensibilidades

A Figura 21 apresenta os valores de THD para diferentes fatores de carga em todas as barras do sistema com incerteza de 5% dos dados associados a geração, a carga e as fontes harmônicas. Esses valores representam a solução média dos intervalos.

Figura 21 – THD para diferentes fatores de carga para o sistema de 33 barras - Cenário I



Ao avaliar a Figura 21, é possível perceber que o THD tende a aumentar, especialmente na barra mais sensível, a medida em que a carga aumenta.

Na Tabela 26, são apresentados os resultados intervalares para a menor magnitude de tensão na frequência fundamental e o THD máximo, para a carga nominal $f_c = 1$ e para um aumento de carga correspondente ao dobro da nominal ($f_c = 2$).

Tabela 26 – Variação de carga do sistema de 33 barras - Cenário I

Método	$f_c = 1$		$f_c = 2$	
	$V^{1,min}(p.u.)$	$THD_v^{max}(\%)$	$V^{1,min}(p.u.)$	$THD_v^{max}(\%)$
Determinístico	0,9354	2,289	0,8573	4,559
MC	[0,9338 ; 0,9371]	[2,289 ; 2,289]	[0,8538 ; 0,8609]	[4,435 ; 4,767]
MP	[0,9319 ; 0,9389]	[2,077 ; 2,507]	[0,8485 ; 0,8660]	[4,025 ; 5,113]

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 26, pode-se notar que a magnitude da tensão diminui e o THD aumenta à medida que a carga aumenta. No entanto, como o objetivo principal é analisar a validade do método proposto para avaliação da operação de microrredes, pode-se notar que os resultados intervalares do MP englobam os resultados obtidos de MC.

Para avaliar o impacto da primeira (δV^h) e da segunda derivada ($\delta^2 V^h$) das variáveis de estado em relação aos valores de incerteza sobre os resultados fornecidos pela metodologia proposta, a Tabela 27 apresenta os valores dos termos de primeira e segunda ordem da expansão em série de Taylor para as magnitudes de tensão harmônica das barras mais sensíveis em $f_c = 1$ e $f_c = 2$, respectivamente, visto que, a 11^a ordem harmônica possui maiores índices de sensibilidade conforme a Figura 18 (b) e, portanto, esses índices são expostos com detalhamento maior.

Tabela 27 – Primeiro e segundo termo harmônico da série de Taylor do sistema de 33 barras - Cenário I

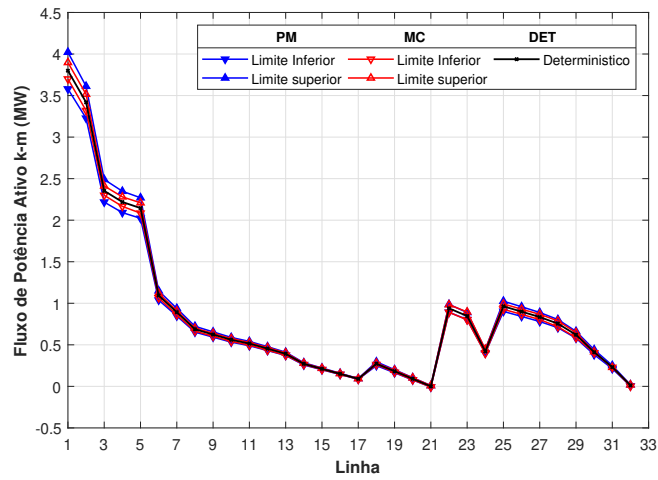
Barra	$f_c = 1$		$f_c = 2$	
	$\delta V^h (10^{-3} p.u.)$	$\delta^2 V^h (10^{-3} p.u.)$	$\delta V^h (10^{-3} p.u.)$	$\delta^2 V^h (10^{-3} p.u.)$
16	21,6286	0,0985	48,1748	1,0929
15	16,2229	0,0828	35,1215	0,8948

Os termos de segunda ordem da série de Taylor são inferiores aos correspondentes de primeira ordem, mas contribuem para a precisão dos resultados. À medida que o fator de carga aumenta, os valores da primeira e segunda derivadas também aumentam.

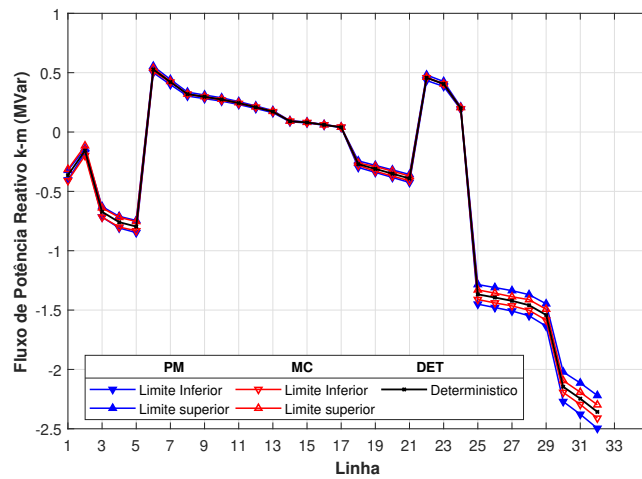
4.1.1.1 Fluxos e perdas intervalares

Para validar o método proposto para o cômputo de fluxos intervalares, apresenta-se na Figura 22 os resultados intervalares calculados de P_{km} e Q_{km} para cada linha do sistema de 33 barras considerando-se 5% de incerteza nos valores de carga e geração.

Figura 22 – Fluxos intervalares para o sistema de 33 barras - Cenário I



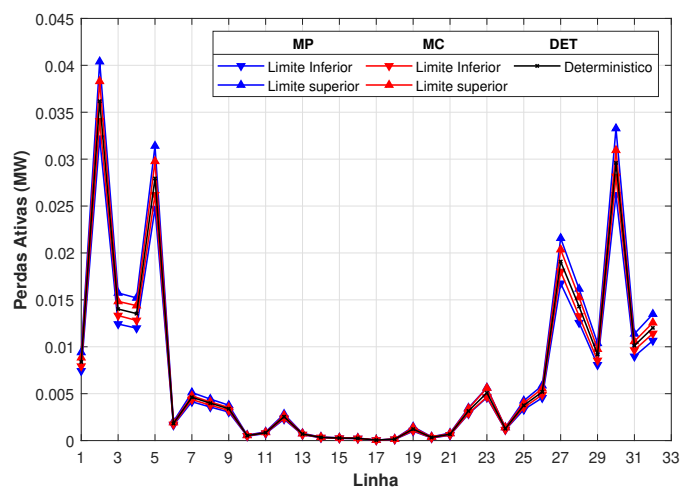
(a) Perdas de potência ativa



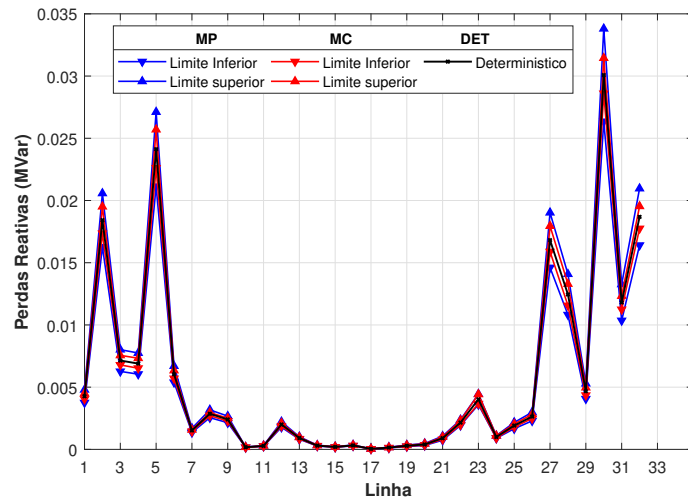
(b) Perdas de potência reativa

Os resultados de perdas ativas e reativas são apresentados na Figura 23.

Figura 23 – Fluxos intervalares para o sistema de 33 barras - Cenário I



(a) Perdas de potência ativa



(b) Perdas de potência reativa

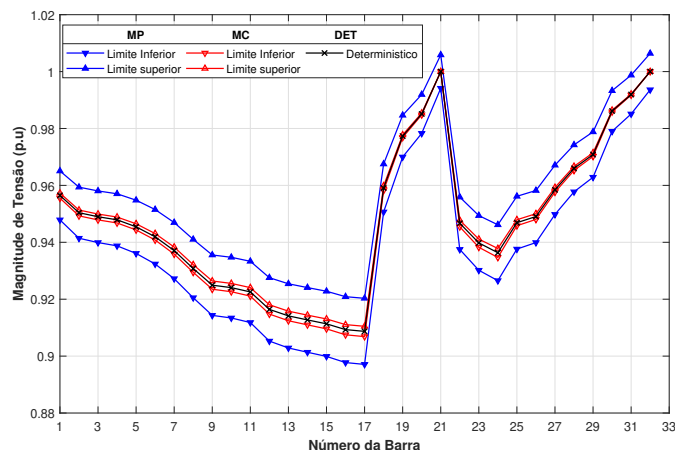
Percebe-se que, tanto os fluxos como as perdas em cada linha do sistema são computados de maneira satisfatória, apresentando resultados compatíveis com os de Monte Carlo atestando a eficiência do método proposto inclusive para cálculo dessas grandezas. Ressalta-se novamente que os intervalos não foram computados pela aritmética intervalar, mas sim utilizando aplicação direta da série de Taylor.

4.1.2 Cenário II

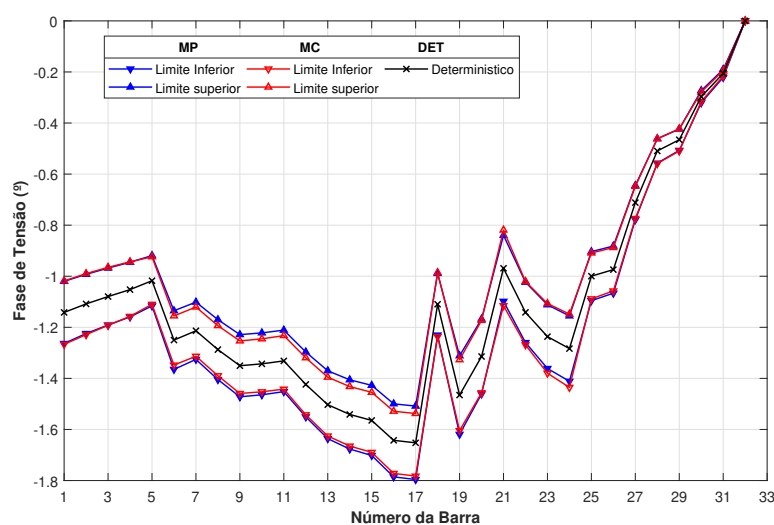
Ao operar de forma ilhada, as barras que contêm as GDs permanecem fornecendo a mesma potência ativa antes da desconexão da subestação. Portanto, as barras 21 e 32 fornecem 90kW e 60kW, respectivamente, ao sistema.

As magnitudes e ângulos de tensão intervalares para cada barra do sistema, assumindo um nível de incerteza de 5%, são apresentados nas Figuras 24 (a) e (b) respectivamente.

Figura 24 – Resultados de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário II



(a) Magnitude de tensão



(b) Ângulo de tensão

A média dos desvios da magnitude de tensão para o limite inferior e superior respectivamente são de 0,87% e 0,86%, indicando semelhança nos resultados entre os métodos. Além disso, nota-se que, em relação ao cenário I, este possui um desvio maior.

A frequência do sistema obtida usando o método proposto em comparação ao MC são apresentados na Tabela 28, no qual os limites intervalares do MP são similares à MC e ambos os métodos englobam o valor determinístico. Além disso, é possível comprovar que a microrrede ao operar de forma ilhada reduz a frequência de operação, em relação da mesma, quando conectada a rede principal (Cenário I). Neste contexto, a frequência do sistema é verificada no software ANAREDE¹ (Análise de Redes Elétricas), o qual obteve o valor de 59,629 Hz.

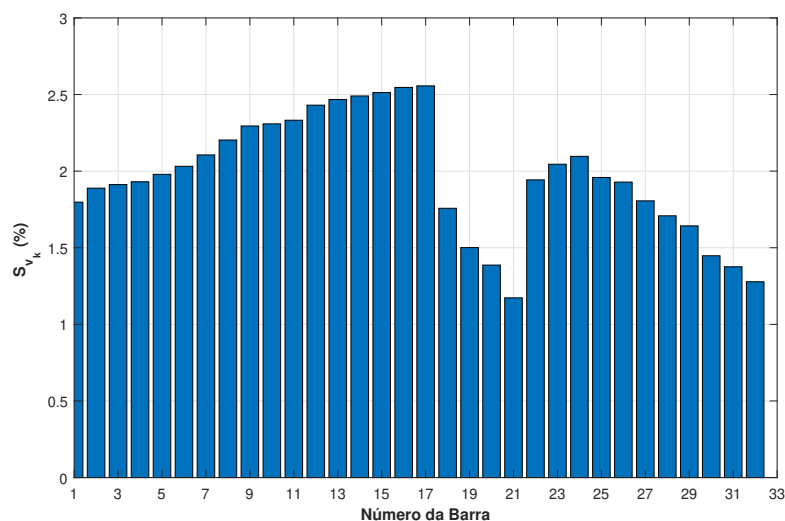
Tabela 28 – Frequência para o sistema de 33 barras - Cenário II

Método	Frequência [Hz]
Determinístico	59,6292
MP	[59,5887 ; 59,6697]
MC	[59,6206 ; 59,6373]

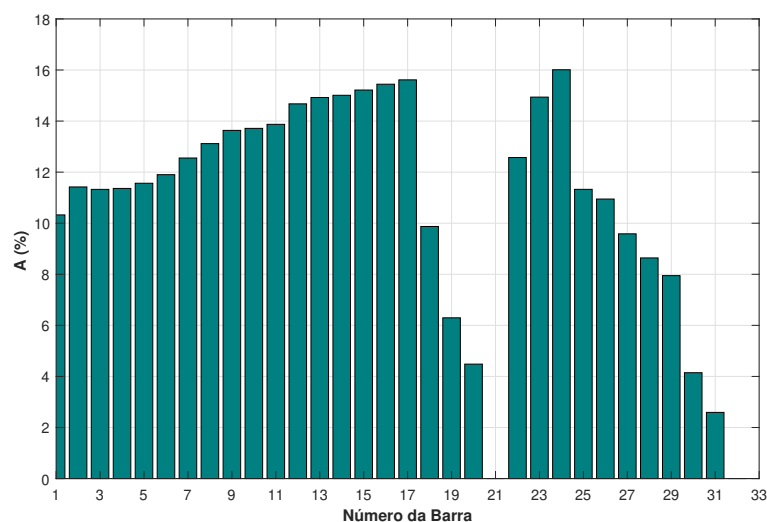
Os índices de sensibilidade de tensão (a) e os índices de acomodação (b) em cada barra são exibidos na Figura 25.

¹ Desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) para a análise de sistemas elétricos de potência em regime permanente.

Figura 25 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário II



(a) Índices de sensibilidades



(b) Índice de Acomodação

Ao avaliar os índices de sensibilidade obtidos, é possível verificar que o impacto dos dados de incertezas correlacionados à geração, à carga e à fonte harmônica são mais expressivos quando a microrrede opera em modo ilhado. Além disso, a barra 17 continua sendo a barra mais sensível do sistema, fato comprovado ao comparar os dados do Cenário I (Figura 17 (a)). Os índices de acomodação dos dados de magnitude de tensão possuem média de 11,3 %, indicando que os limites do MP aumentaram em relação ao cenário I (Figura 17 (b)).

Na Tabela 29 apresenta-se o índice de sensibilidade percentual da barra 17, considerando três fatores de carga e três de incerteza.

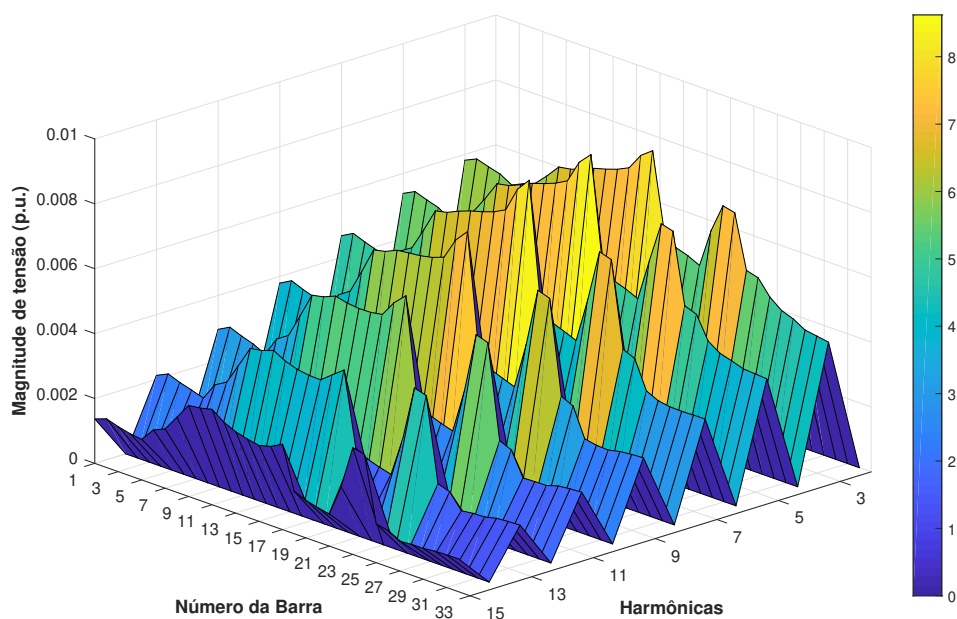
Tabela 29 – Índice de sensibilidade ($S_{V_{17}}(\%)$) para diferentes fatores de carga e níveis de incerteza para o sistema de 33 barras - Cenário II

Incerteza	$S_{V_{17}}(\%)$		
	$f_c = 0,80$	$f_c = 1,00$	$f_c = 1,20$
5%	1,93	2,56	3,26
10%	3,85	5,08	6,46
15%	5,75	7,56	9,62

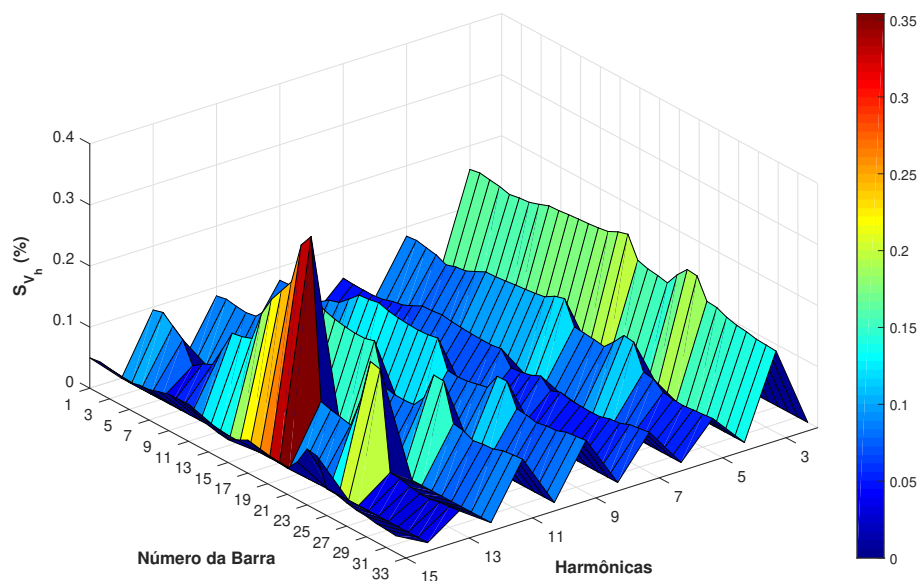
Novamente, percebe-se pela Tabela 29 que a medida em que o fator de carga aumenta, os índices de sensibilidade tendem a assumir valores maiores de mesmo modo. Além de que, os valores obtidos são superiores aos respectivos do cenário I (Tabela 25).

As tensões harmônicas associadas às múltiplas ordens harmônicas e barras do sistema são apresentadas na Figura 26 (a), contendo a solução determinística. Já a Figura 26 (b) apresenta o comportamento da sensibilidade das tensões harmônicas intervalares calculadas conforme a Equação (3.54).

Figura 26 – Tensão harmônica para o sistema de 33 barras - Cenário II



(a) Magnitude da tensão harmônica

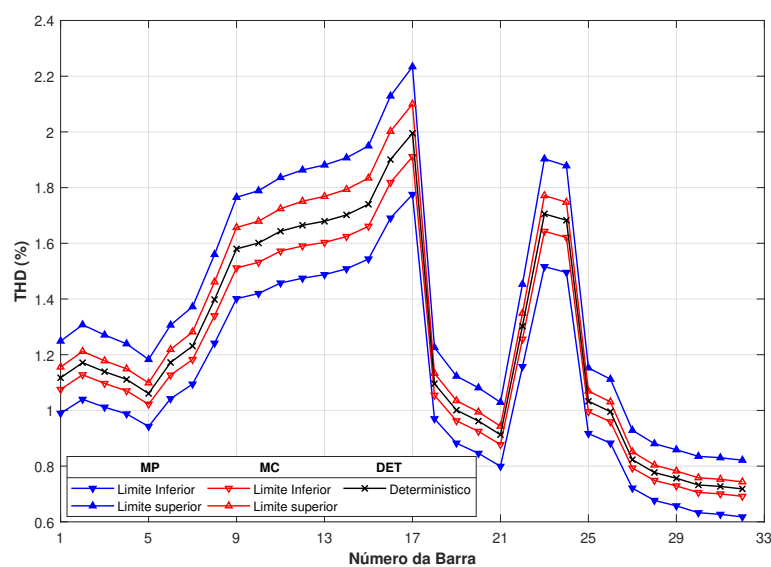


(b) Índice de sensibilidades

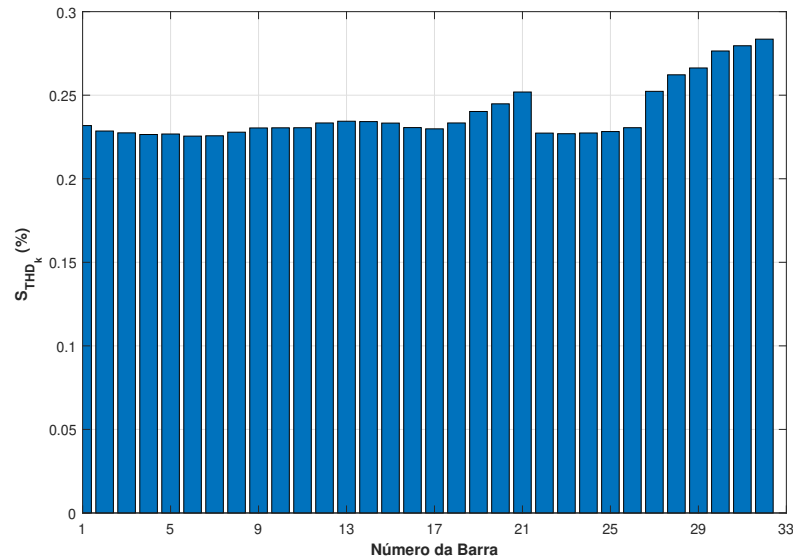
Uma vez que a barra 17 está bem afastada das GDs e existe uma FH conectada na mesma, a tensão e a sensibilidade harmônica apresentam maiores valores nessa barra, visto nas Figuras 26 (a) e (b). Além disso, a frequência de ressonância ocorre na 5ª ordem harmônica.

Na Figura 27, mostra-se o THD intervalar (a) e o seu índice de sensibilidade (b) para cada barra do sistema, em que é possível notar que o MP engloba as respectivas soluções de MC, comprovando a proximidade dos resultados.

Figura 27 – THD do sistema de 33 barras - Cenário II



(a) THD



(b) Índice de sensibilidades

Na Tabela 30 apresenta-se os resultados para a menor magnitude de tensão para 60hz e o THD máximo, para a carga nominal $f_c = 1$ e para um aumento de carga correspondente a duas 1,8 o valor da nominal ($f_c = 1,8$).

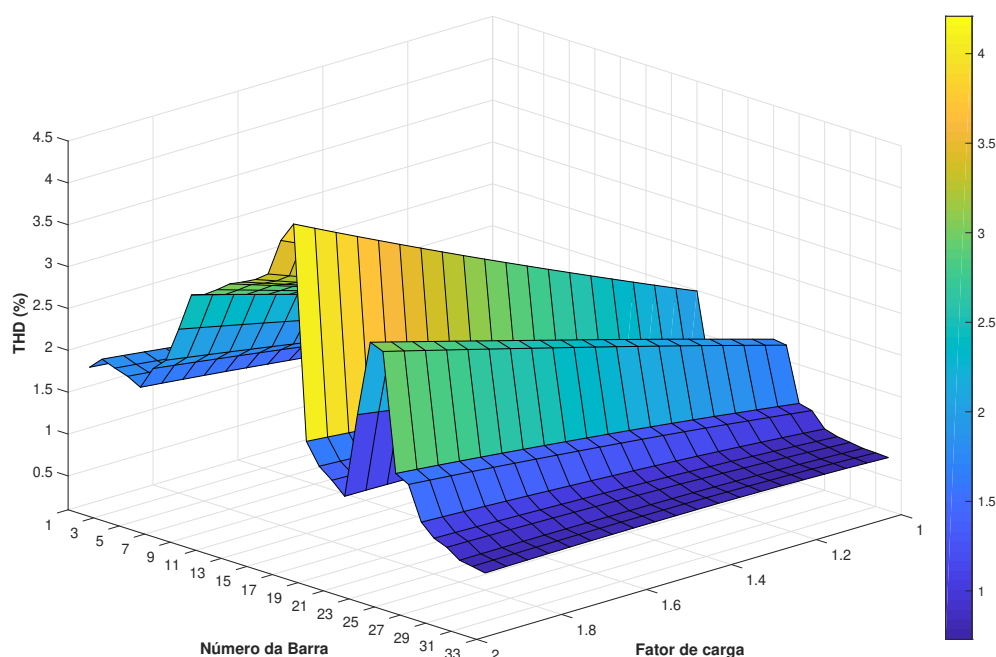
Tabela 30 – Variação de carga do sistema de 33 barras - Cenário II

Método	$f_c = 1$		$f_c = 1,8$	
	$V^{1,min}(p.u.)$	$THD_v^{max}(\%)$	$V^{1,min}(p.u.)$	$THD_v^{max}(\%)$
Determinístico	0,9087	1,995	0,8230	3,838
MC	[0,9069 ; 0,9105]	[1,905 ; 2,090]	[0,8185 ; 0,8027]	[3,664 ; 4,001]
MP	[0,8971 ; 0,9203]	[1,775 ; 2,234]	[0,7983 ; 0,8477]	[3,354 ; 4,354]

Ao avaliar os resultados apresentados na Tabela 30, nota-se que em modoilhado, além de a frequência diminuir, a tensão do sistema também diminuí. O mesmo comportamento também ocorre no THD, visto que, as respostas intervalares do MP obtidas contemplam as respectivas de MC. Tais fatos podem ser comprovados comparando com os resultados do cenário I.

O THD médio quando a carga aumenta é apresentado na Figura 28.

Figura 28 – Variação da THD com mudança de carga - Cenário II



4.1.3 Variação da frequência considerando mudança de carga

Um dos fatores que afetam a queda de frequência da microrrede, neste cenário II, é o fator de carga. Quanto maior a carga demandada pela rede, maior será a queda de frequência notada. Independente do valor da carga, os resultados intervalares devem ser satisfatoriamente obtidos. Tal fato é comprovado pela análise dos valores apresentados na Figura 29.

Para analisar o impacto da constante de *droop* no decaimento da frequência tem-se a Tabela 31, em que são mostrados os resultados determinísticos, MC e o MP intervalar para diferentes valores de K_f . Nesses estudos de casos a incerteza foi mantida em 5%. Percebe-se que, independentemente dos valores adotados, o MP e MC são compatíveis atestando a aplicabilidade do método proposto para avaliação da frequência em microrredes.

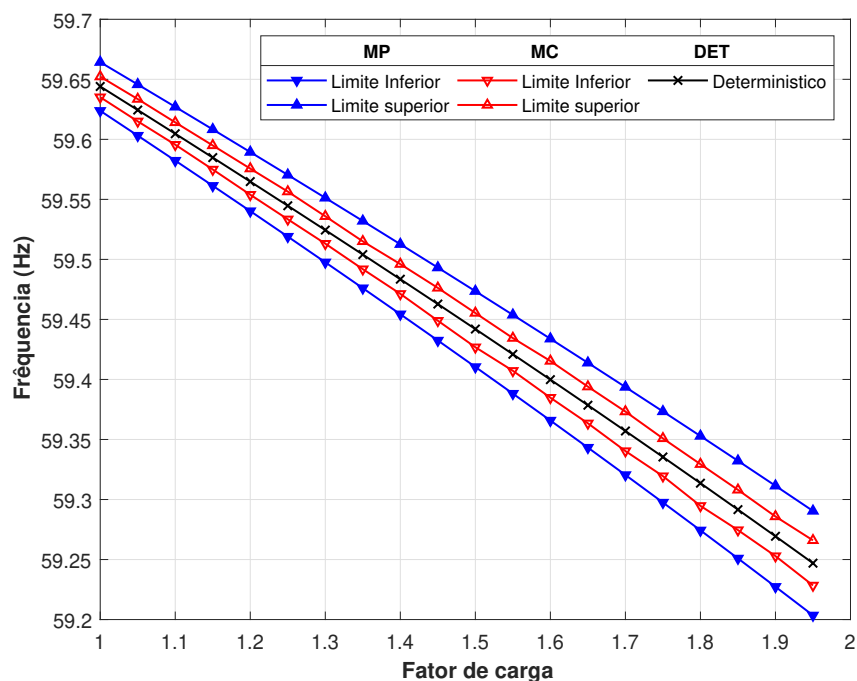
Tabela 31 – Variação da frequência em função da constante de *droop*

K_f (kW/Hz)	Det. (Hz)	MC (Hz)	MP (Hz)
50	56,2918	[56,2004; 56,3744]	[55,8866; 56,6969]
25	52,5835	[52,4036; 52,7705]	[51,7732; 53,3938]

4.1.4 Cenário III

Neste cenário, a potência será redistribuída entre as barras PVs do sistema a fim de controlar a frequência exatamente no valor nominal de 60Hz. Neste caso, a barra 21

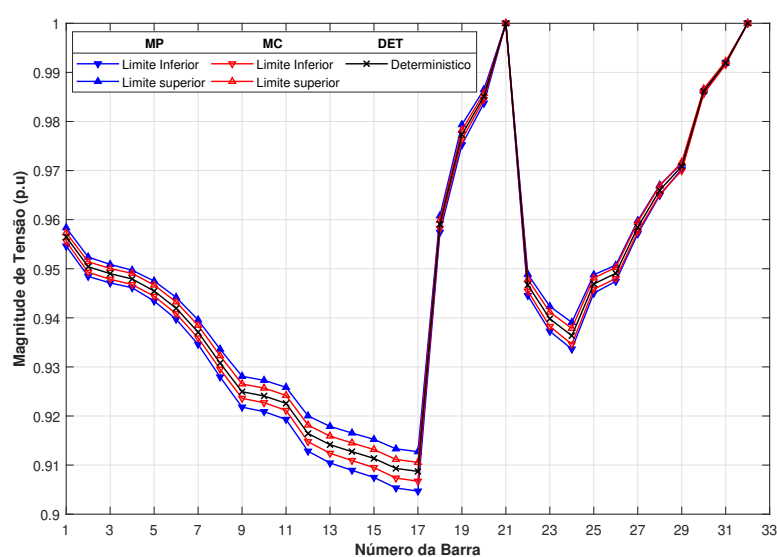
Figura 29 – Variação da frequência com mudança de carga - Cenário I



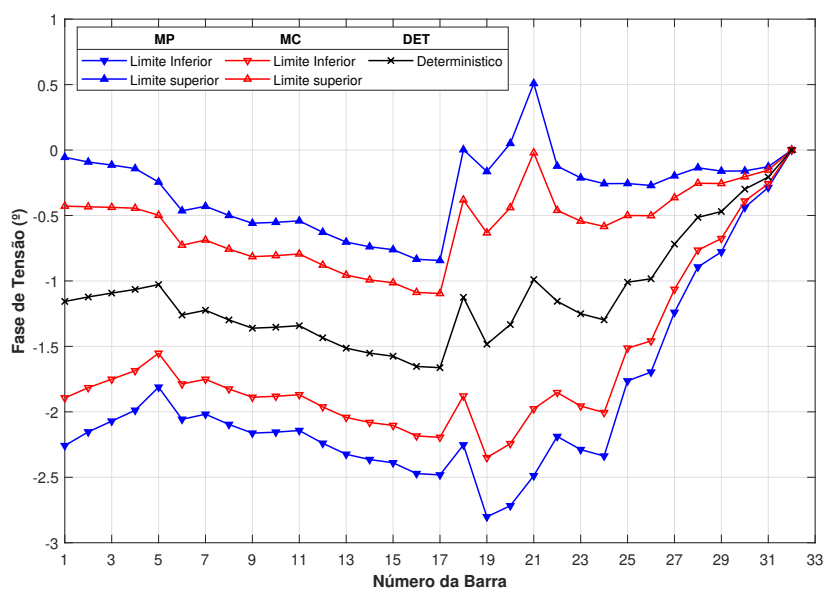
passa a gerar 1,96 MW e a barra 32 gera 1,93 MW.

Os resultados calculados para as magnitudes e ângulos de tensão para cada barra da microrrede, assumindo um nível de incerteza de 5%, são apresentados nas Figuras 30 (a) e (b), respectivamente.

Figura 30 – Resultados de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário III



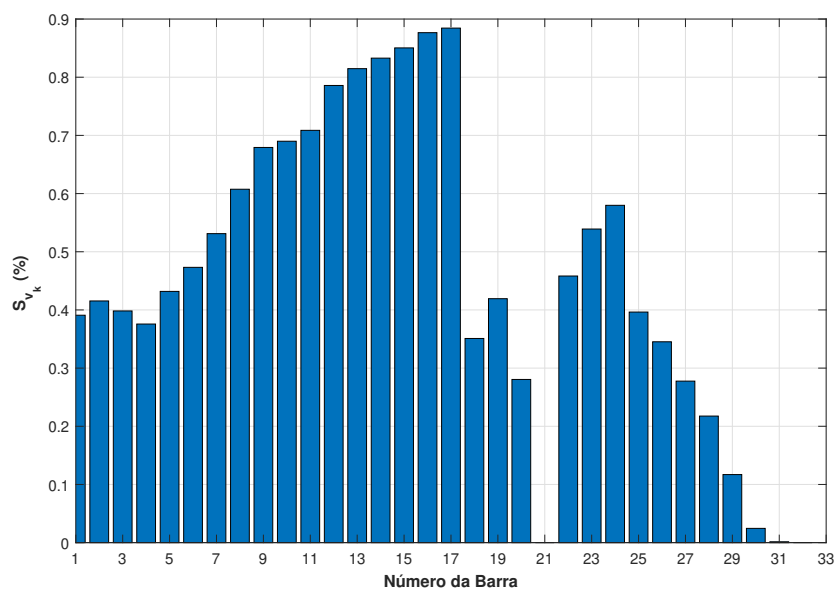
(a) Magnitude de tensão



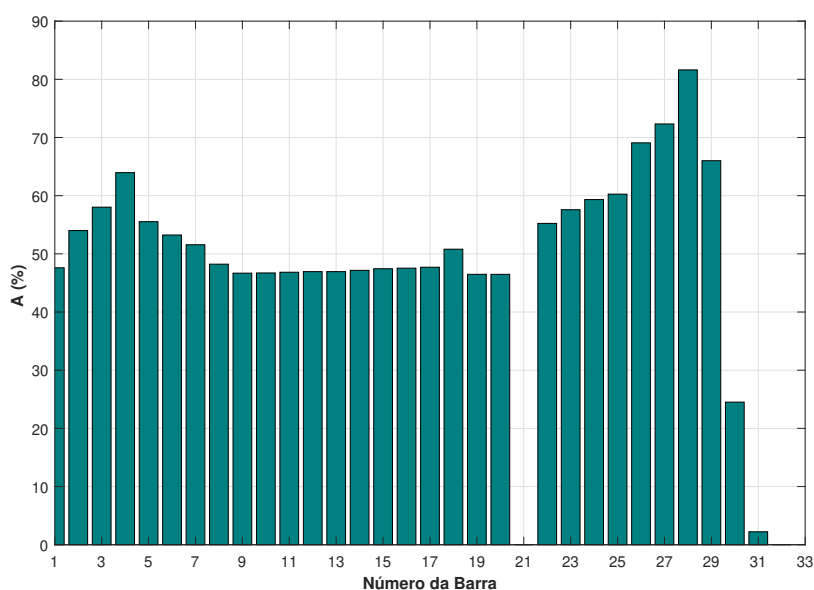
(b) Ângulo de tensão

Os índices de sensibilidade de tensão e os índices de acomodação em cada barra obtidos podem ser vistos nas Figuras 31 (a) e (b), respectivamente.

Figura 31 – Índices de avaliação de tensão para o sistema de 33 barras - Cenário III



(a) Índices de sensibilidades



(b) Índice de Acomodação

Os índices de sensibilidades fornecidos pela Figura 31 (a) apresentam valores bem inferiores ao cenário II. Tal fato não ocorre com os índices de acomodação na 31 (b), o qual apresenta valores maiores que o cenário II comprovando que os resultados de MP e MC estão mais próximos.

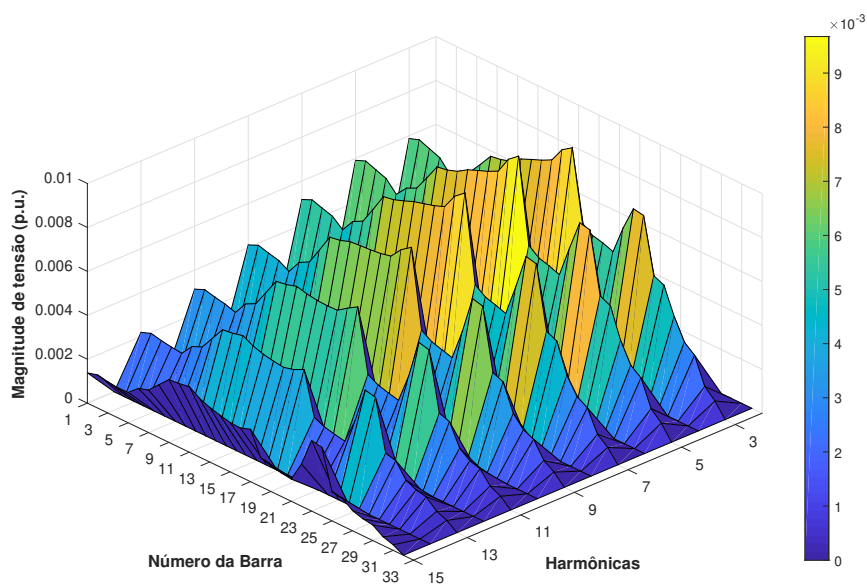
Na Tabela 32, apresenta-se o índice de sensibilidade percentual para a barra 17 analogamente aos demais cenários expostos até então. Nota-se que a medida em que o fator de carga aumenta, os índices de sensibilidade tendem a ser também maiores.

Tabela 32 – Índice de sensibilidade ($S_{V_{17}}(\%)$) para diferentes fatores de carga e níveis de incerteza para o sistema de 33 barras - Cenário III

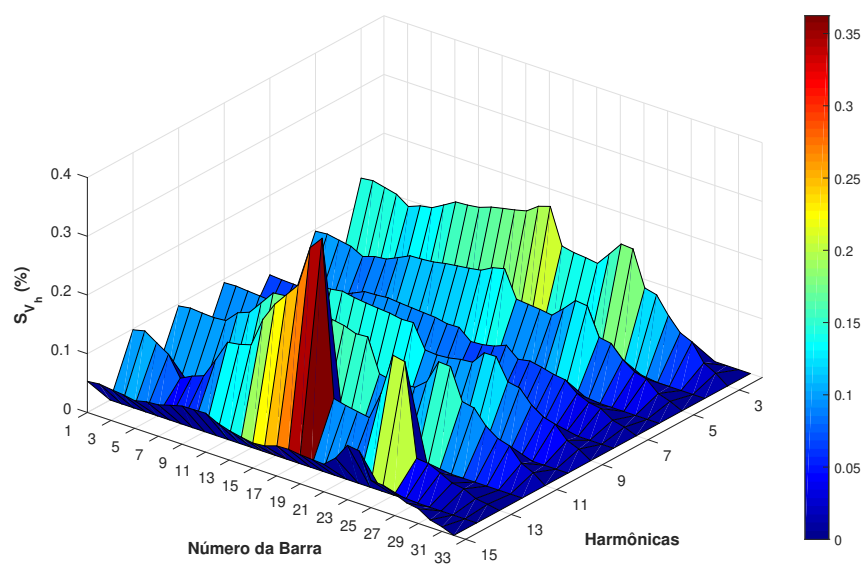
Incerteza	$S_{V_{17}}(\%)$		
	$f_c = 0,80$	$f_c = 1,00$	$f_c = 1,20$
5%	1,93	2,56	3,26
10%	3,85	5,08	6,46
15%	5,75	7,56	9,62

O comportamento da magnitude de tensão harmônica da solução determinística para todas as frequências e barras do sistema são apresentados na Figura 32 (a). Em que a sensibilidade dos respectivos valores intervalares das tensões harmônicas estão dispostas na Figura 32 (b), dos quais todos os valores são inferiores a 0,35%.

Figura 32 – Tensão harmônica para o sistema de 33 barras - Cenário III



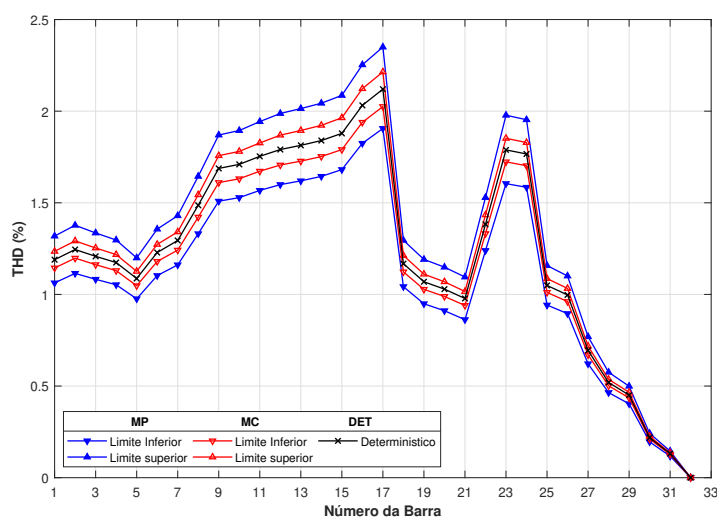
(a) Magnitude da tensão harmônica



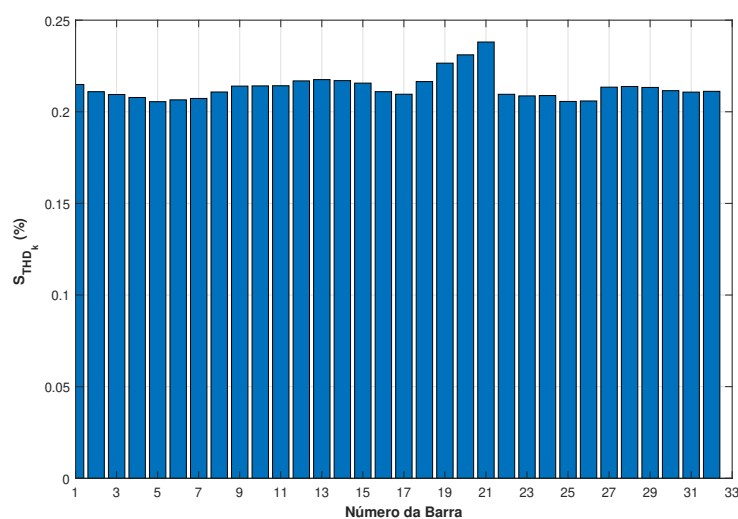
(b) Índice de sensibilidades

O THD para cada barra é mostrado na Figura 33, em que é possível observar semelhança aos resultados obtidos do cenário II. Tal fato ocorre visto que o sistema permanece ilhado. Porém, com condições de geração superior com o objetivo de aproximar a operação da frequência nominal do sistema.

Figura 33 – THD do sistema de 33 barras - Cenário III



(a) THD



(b) Índice de sensibilidades

Na Tabela 33, expõe-se os resultados intervalares obtidos para a menor magnitude de tensão na frequência fundamental e o THD máximo, para a carga nominal e a 1,8 vezes o valor da carga nominal. De acordo com os resultados apresentados na Tabela 33, pode-se notar que os valores obtidos para o cenário III são similares ao do cenário II.

Tabela 33 – Variação de carga do sistema de 33 barras - Cenário III

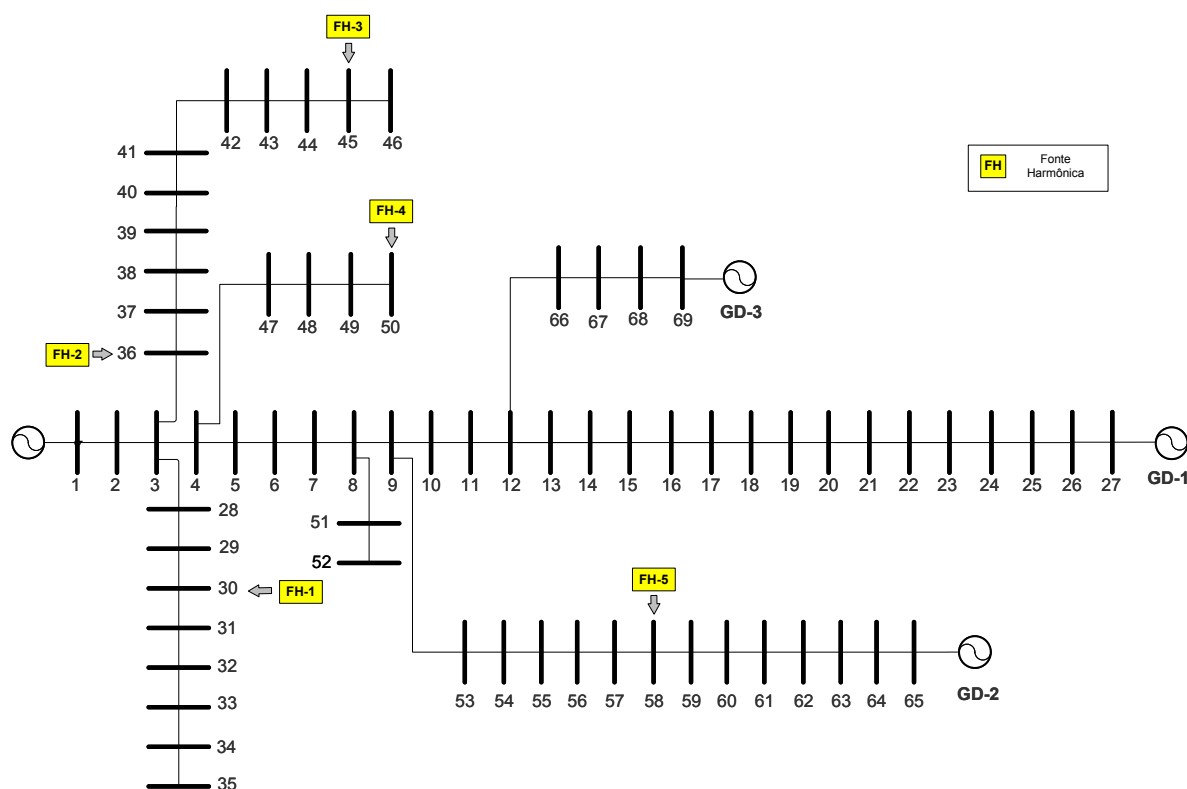
Método	$f_c = 1$		$f_c = 1,8$	
	$V^{1,min}(p.u.)$	$THD_v^{max}(\%)$	$V^{1,min}(p.u.)$	$THD_v^{max}(\%)$
Determinístico	0,9087	2,12	0,8159	3,656
MC	[0,9066 ; 0,9107]	[2,030 ; 2,208]	[0,8073 ; 0,8159]	[3,476 ; 3,826]
MP	[0,9047 ; 0,9127]	[1,906 ; 2,350]	[0,8014 ; 0,8303]	[3,191 ; 4,168]

4.2 SISTEMA IEEE 69 BARRAS

A Figura 34 apresenta o diagrama unifilar do sistema teste de 69 barras, no qual a barra 69 representa a subestação. A rede é composta por 68 barras de carga, sendo os dados expostos no Anexo A.2. O valor nominal da frequência da microrrede é 60Hz. A demanda total das cargas é de 2,56 MW e 1,81 Mvar, para potências ativas e reativas, respectivamente.

As unidades GDs são alocadas nas barras 27, 65 e 69, assumindo que são modeladas como barras PVs, as quais possuem suas magnitudes de tensão controladas para 1,00 p.u. Suas potências ativas injetadas correspondentes são iguais a 14 kW, 59 kW e 28 kW, respectivamente. Para as simulações computacionais, a constante de queda K_f é igual a 500 kW/Hz. Além disso, há a inclusão de cinco fontes harmônicas conectadas nas barras 30, 36, 45, 50 e 58 com espectros apresentados na Tabela 34.

Figura 34 – Sistema teste 69 barras



Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 34 – Fontes harmônicas

Ordem Harmônica	Barra 30		Barra 36		Barra 45 e 58		Barra 50	
	I (%)	Θ (°)	I (%)	Θ (°)	I (%)	Θ (°)	I (%)	Θ (°)
1	100	0	100	0	100	0	100	0
3	87,82	-4,19	75,87	-7,09	85,87	-7,09	85,87	-7,09
5	54,72	-6,38	63,20	-10,7	73,20	-10,70	73,20	-10,7
7	49,78	-8,70	58,81	-14,42	68,81	-14,42	68,81	-14,42
9	43,59	-10,76	53,42	-17,57	63,42	-17,57	63,42	-17,57
11	37,43	-11,62	48,55	-18,44	58,55	-18,44	58,55	-18,44
13	30,90	-12,23	33,56	-18,64	43,56	-18,64	43,56	-18,64
15	24,46	-12,33	28,83	-17,54	38,83	-17,54	38,83	-17,54

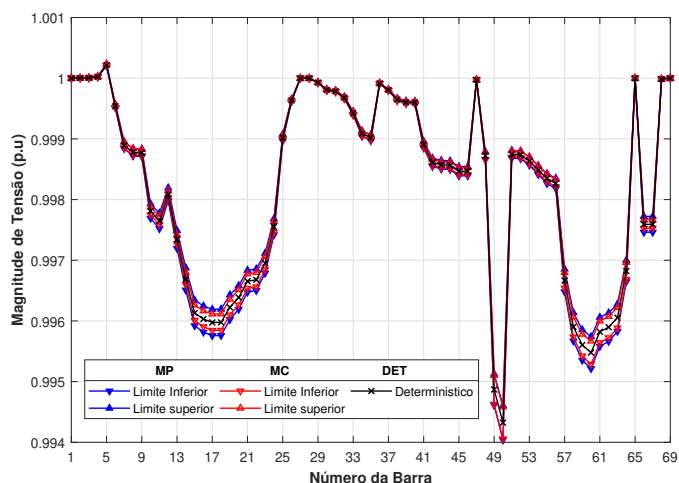
Para este estudo de caso, três cenários também são determinados:

- **Cenário I:** A subestação fornece uma quantidade total de 2,64 MW e, portanto, é a barra de referência angular do sistema;
- **Cenário II:** Para emular um modo de operação ilhado, a subestação é desconectada da rede principal. As GDs continuam operando com potência especificado nominal, iguais a 14 kW, 59 kW e 28 kW, respectivamente, nas barras 27, 65 e 69. Neste estudo, a barra 27 é assumida como referência angular;
- **Cenário III:** A rede opera ilhada, mas com redistribuição de potência gerada entre as unidades de geração a fim de controlar frequência em 60Hz.

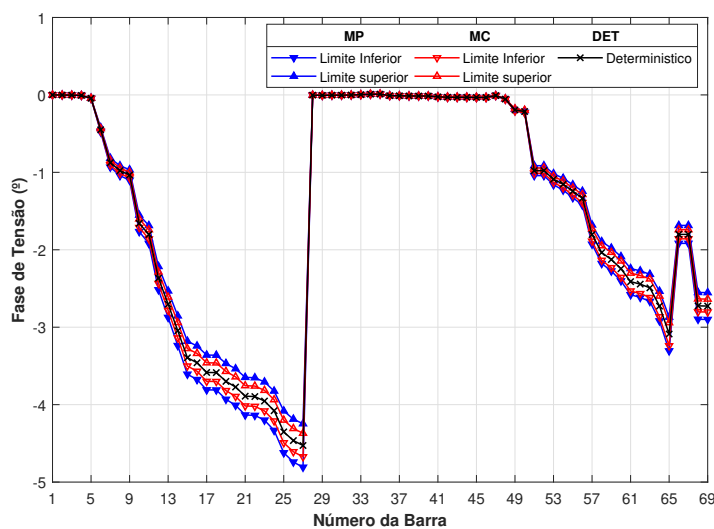
4.2.1 Cenário I

As Figuras 35 (a) e 35 (b) apresentam os valores intervalares para as magnitudes e ângulos de tensão para cada barra, referente ao sistema teste de 69 barras, onde a incerteza de 5% é considerada para os dados de geração, carga e fontes harmônicas.

Figura 35 – Resultados de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário I



(a) Magnitude de tensão

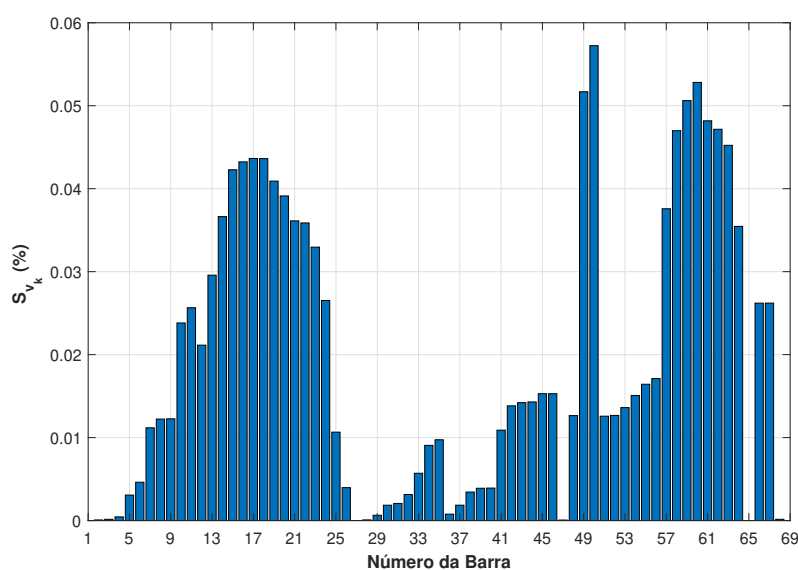


(b) Ângulo de tensão

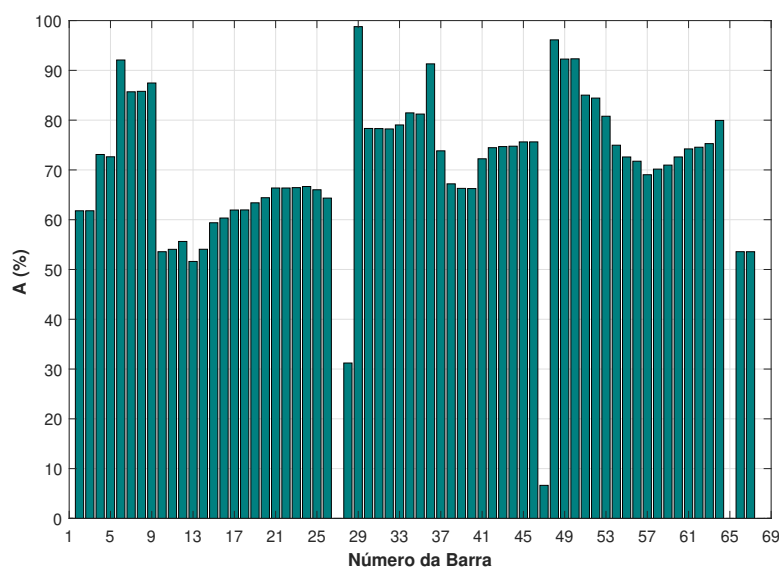
Ao analisar os dados obtidos nas Figuras 35 (a) e (b), nota-se que os limites intervalares do MP contemplam os limites intervalares de MC. A média dos desvios da magnitude de tensão para os limites inferior e superior, respectivamente, são de 0,003% e 0,004%.

Examinando o comportamento da magnitude de tensão em cada barra, tem-se a Figura 36 (a) que apresenta os índices de sensibilidade e Figura 36 (b) os índices de acomodação.

Figura 36 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário I



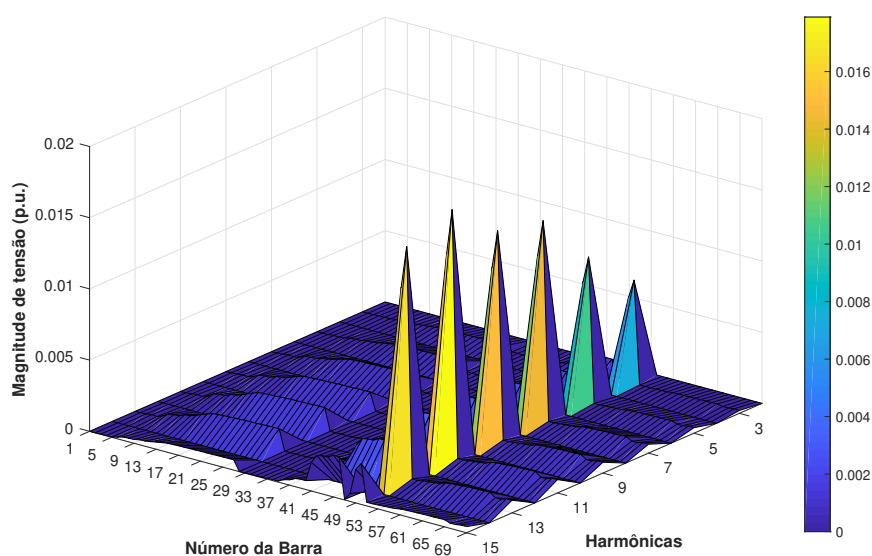
(a) Índices de sensibilidades



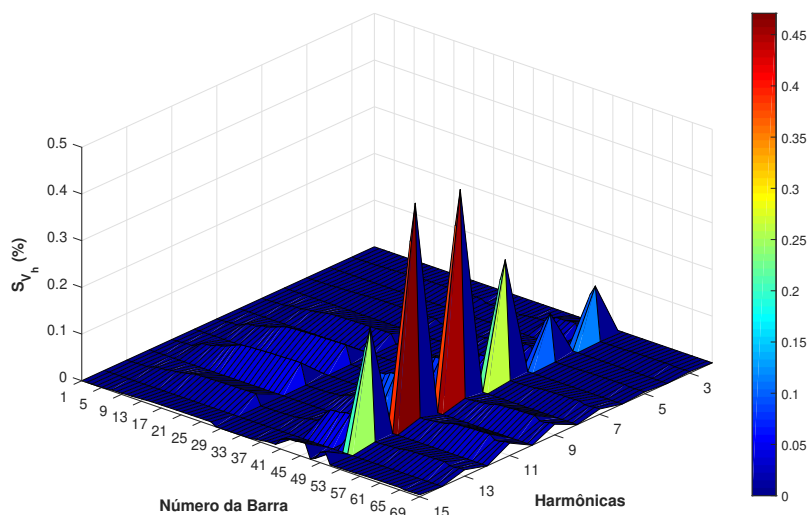
(b) Índice de Acomodação

As tensões harmônicas para este caso e seus índices de sensibilidade são mostrados na Figura 37. Ressalta-se que os valores obtidos pela simulação são referentes ao valor determinístico. Nota-se, que a 11^a ordem harmônica possui maior contribuição do valor da tensão na barra 50, pois em relação as outras barras do mesmo ramal é a que possui maior carga a uma certa distância das GDs.

Figura 37 – Tensão harmônica para o sistema de 69 barras - Cenário I



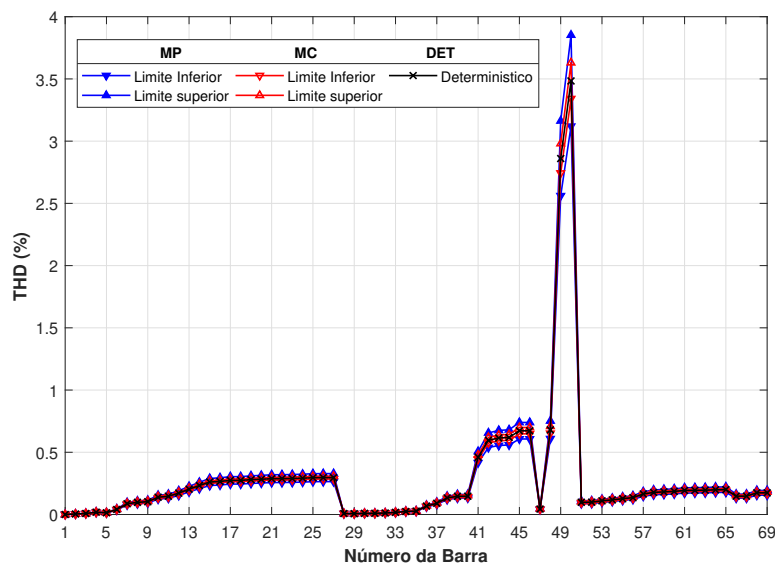
(a) Magnitude da tensão harmônica



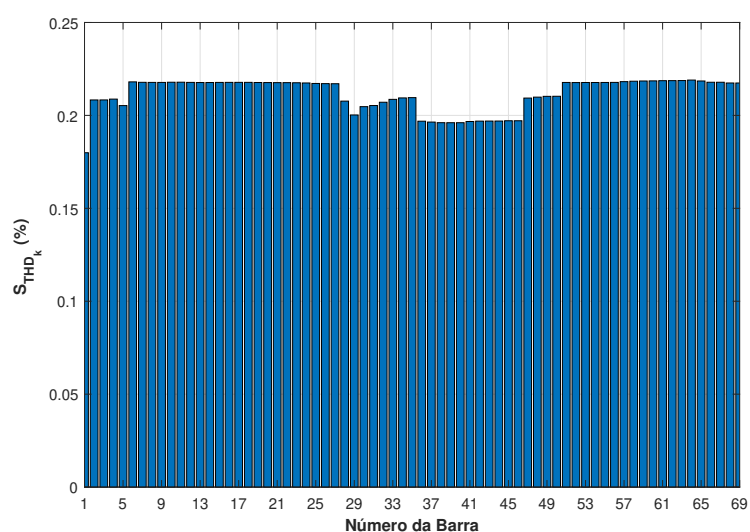
(b) Índice de sensibilidades

As Figuras 38 (a) e (b), apresentam os limites intervalares do THD e a sensibilidade correspondente de cada barra, onde é possível notar que o método é válido mesmo para discrepantes valores de THD como neste caso do sistema de 69 barras. Comprovando neste caso pelo cálculo da média dos desvios de THD para o limite inferior e superior, respectivamente, iguais à 6,9% e 6,4%.

Figura 38 – THD do sistema de 69 barras - Cenário I



(a) THD



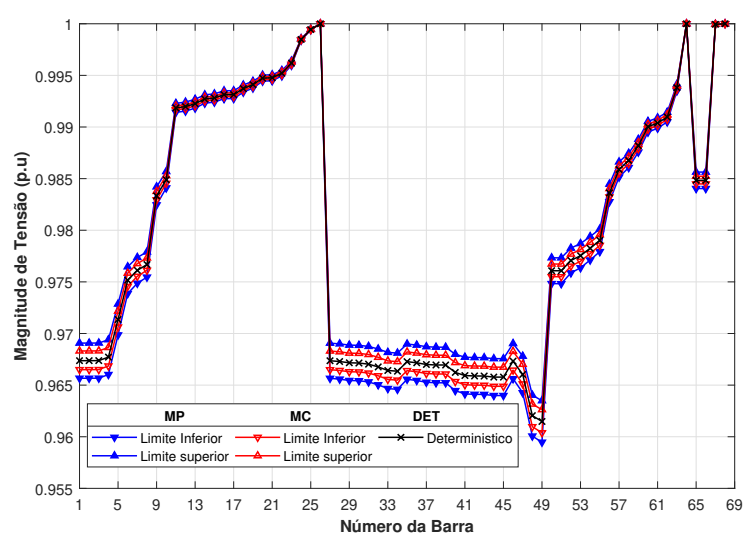
(b) Índice de sensibilidades

4.2.2 Cenário II

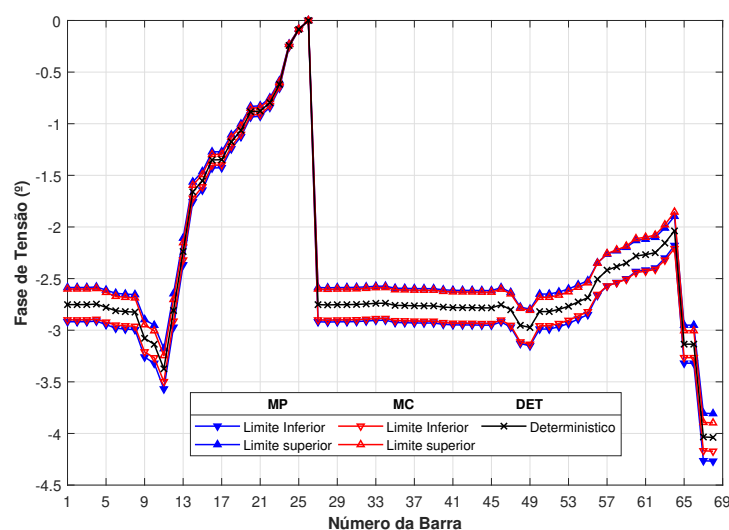
Neste estudo, ao operar de forma ilhada, as barras que contém as GDs permanecem fornecendo a mesma potência ativa antes da desconexão da subestação. A barra 65 assume a referência angular.

Os resultados obtidos para magnitudes e ângulos de tensão para cada barra do sistema assumindo um nível de incerteza de 5% associados as gerações, as cargas e as fontes harmônicas, são apresentados nas Figuras 39 (a) e (b), respectivamente.

Figura 39 – Resultados de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário II



(a) Magnitude de tensão

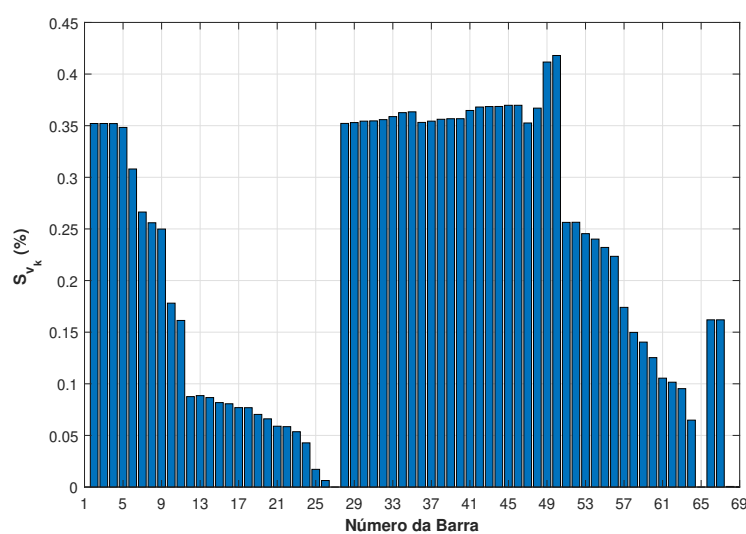


(b) Ângulo de tensão

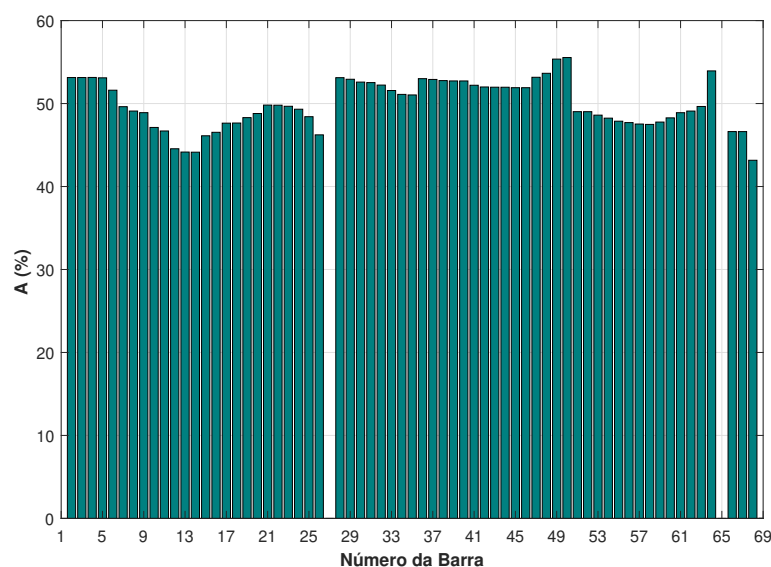
Os resultados intervalares das Figuras 39 (a) mostram que a magnitude de tensão reduziu em relação ao cenário I. Além disso, os limites intervalares contemplam as respectivas soluções de MC, onde a média dos desvios do limite inferior e superior correspondem ambas à 0,05%. O mesmo ocorre na Figura 39 (b).

O comportamento do impacto das incertezas inseridas são apresentados nas Figuras 40 (a) e (b), as quais informam a sensibilidade e os índices de acomodação para todas as barras do sistema.

Figura 40 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário II



(a) Índices de sensibilidades



(b) Índice de Acomodação

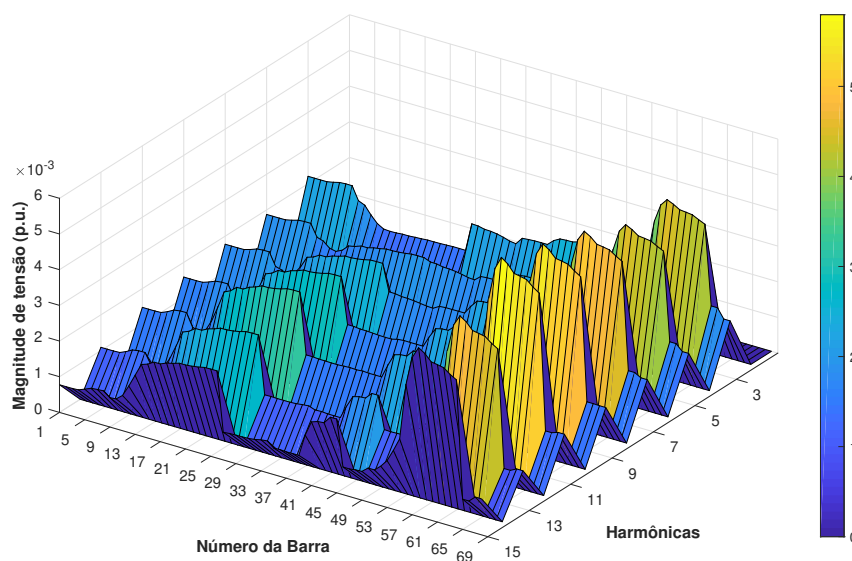
A frequência intervalar do sistema obtida são apresentadas na Tabela 35, no qual os limites intervalares do MP são maiores à MC e ambos os métodos englobam o valor determinístico. Além disso, é possível comprovar que assim como ocorrido em 33 barras, a microrrede ao operar de forma ilhada reduz a frequência de operação, quando conectada a rede principal (Cenário I). O valor da frequência do sistema é verificada no software ANAREDE, com valor de 59,825 Hz.

Tabela 35 – Frequência para o sistema de 69 barras - Cenário II

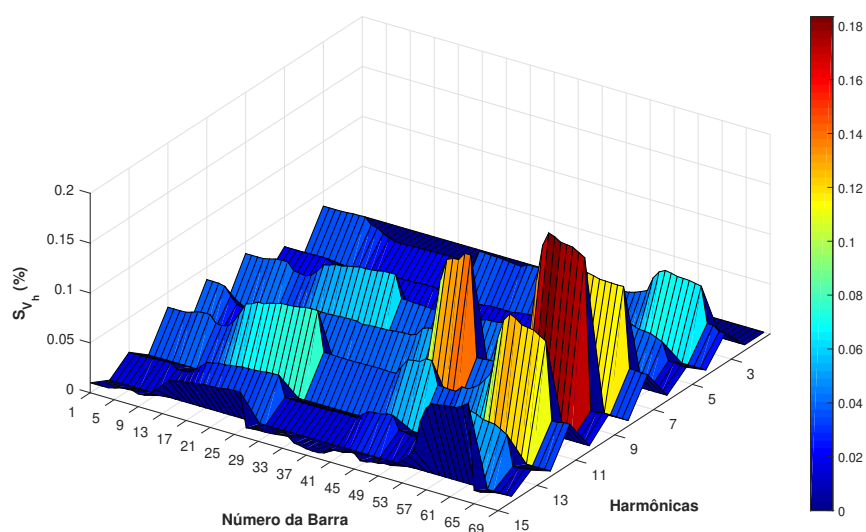
Método	Frequência [Hz]
Determinístico	59,8249
MP	[59,8145 ; 59,8353]
MC	[59,8205 ; 59,8295]

Na Figura 41 (a) é apresentada a magnitude de tensão harmônica de todas as frequências e barras do sistema, e em (b) o comportamento da sensibilidade das tensões harmônicas, onde os valores são referentes a solução obtida do caso base. Ao analisar a solução, note que em ambas as figuras, tanto a magnitude de tensão, quanto a sensibilidade de tensão harmônica, a barra 58 possui maior contribuição harmônica. No entanto, as frequências correspondentes estão em ordem diferentes, sendo essas iguais a 11^a e 9^a ordem harmônica, respectivamente.

Figura 41 – Tensão harmônica para o sistema de 69 barras - Cenário II



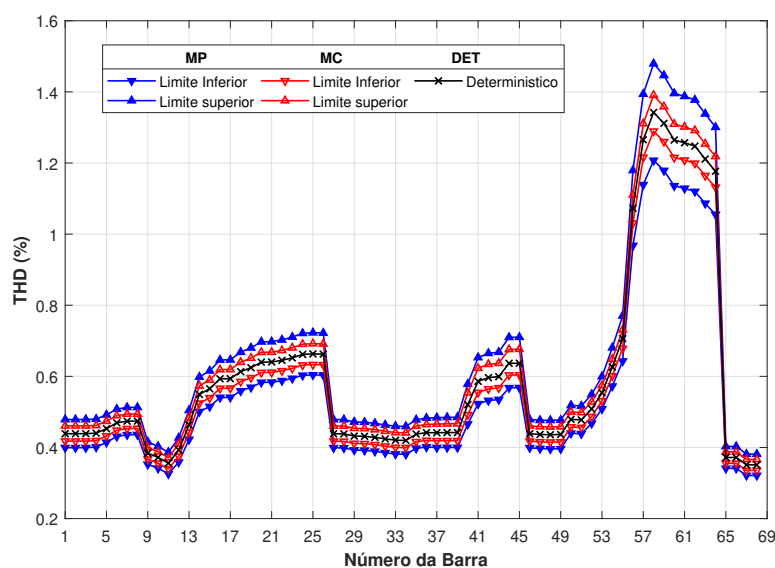
(a) Magnitude da tensão harmônica



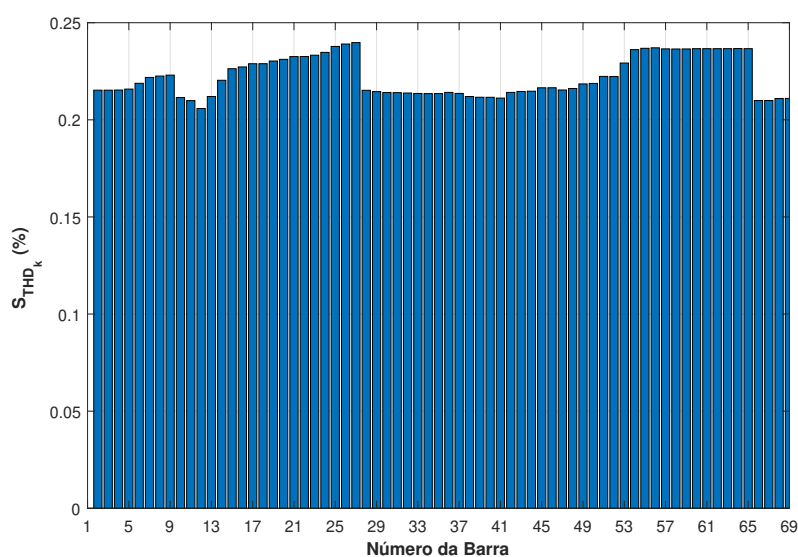
(b) Índice de sensibilidades

Avaliando o comportamento do THD intervalar e sua sensibilidade em cada barra do sistema, as Figuras 42 (a) e (b) exibem os valores do MP e do MC. Esses valores são verificados através da média dos desvios calculadas, do MP em relação ao MC para o limite inferior e superior com valores obtidos correspondentes a 7,64% e 7,84%, respectivamente. Comprovando que o MP possui o mesmo comportamento que a solução de MC, além de conter a solução de MC.

Figura 42 – THD do sistema de 69 barras - Cenário II



(a) THD

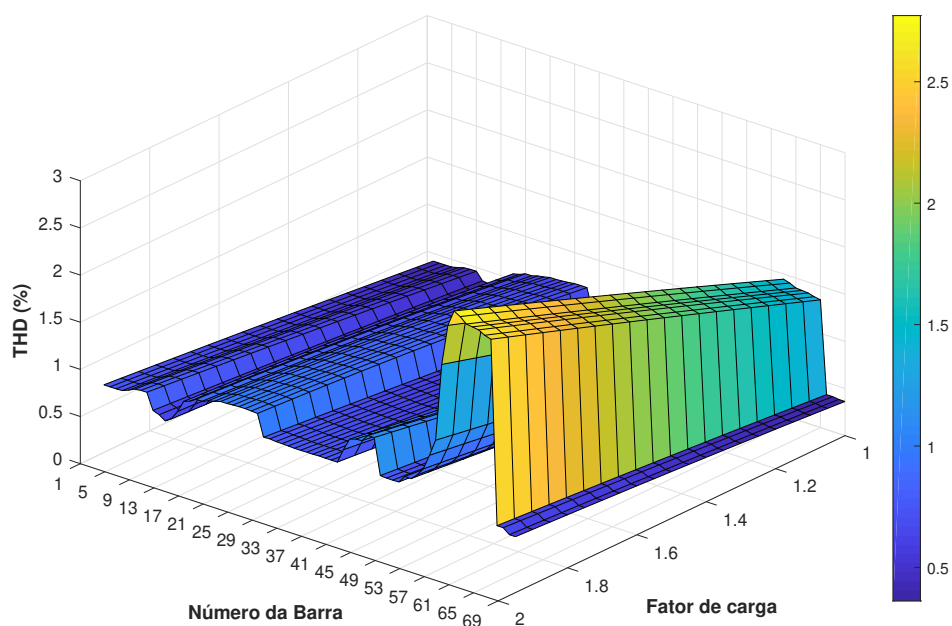


(b) Índice de sensibilidades

Ao comparar o THD apresentado na Figura 42 (a) em relação ao cenário I (Figura 38), é possível perceber que o THD é menor e sua sensibilidade aumenta.

Outra análise realizada é exibida na Figura 43, a qual apresenta o comportamento do THD médio quando a carga é aumentada. É possível perceber que a medida que a carga aumenta o THD, também tende a aumentar.

Figura 43 – Variação da THD com mudança de carga - Cenário II

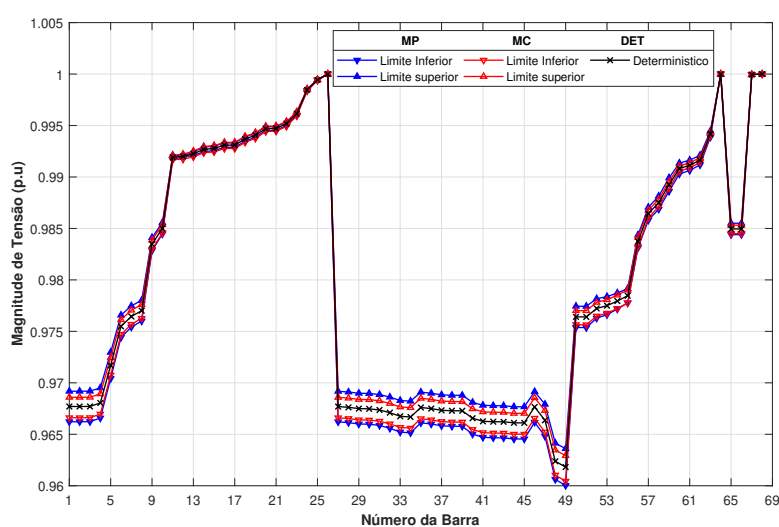


4.2.3 Cenário III

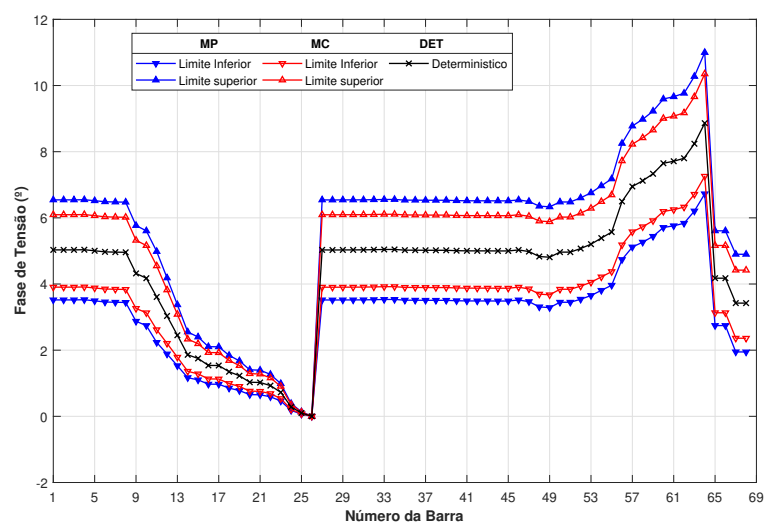
Neste estudo, ao operar de forma ilhada, a potência é redistribuída entre as barras PVs do sistema a fim de controlar a frequência em 60Hz. Neste caso, os geradores conectados a barra 27, 65 e 69 passam a gerar 1,40 MW, 1,45 MW e 1,42 MW, respectivamente.

As magnitudes e ângulos de tensão para cada barra da microrrede, assumindo um nível de incerteza de 5%, são apresentados nas Figuras 44 (a) e (b), respectivamente.

Figura 44 – Resultados de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário III



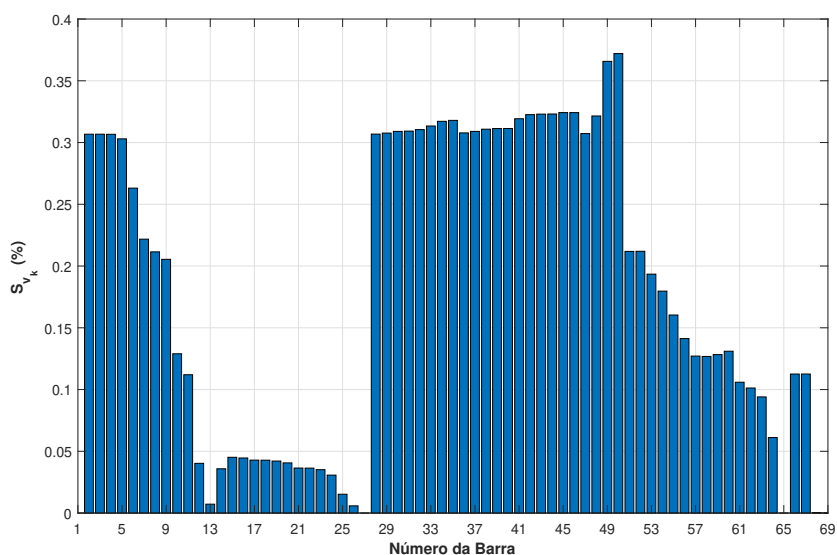
(a) Magnitude de tensão



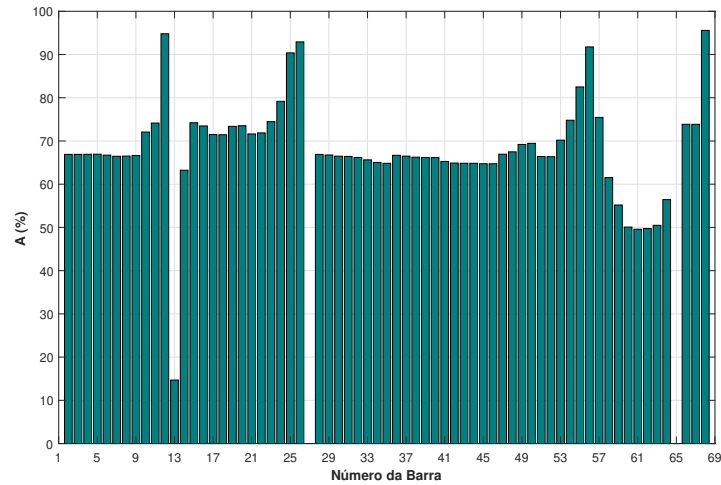
(b) Ângulo de tensão

Os índices de sensibilidade e os índices de acomodação de tensão em cada barra do sistema são apresentados nas Figuras 45 (a) e (b) respectivamente.

Figura 45 – Índices de avaliação de magnitude de tensão para o sistema de 69 barras - Cenário III



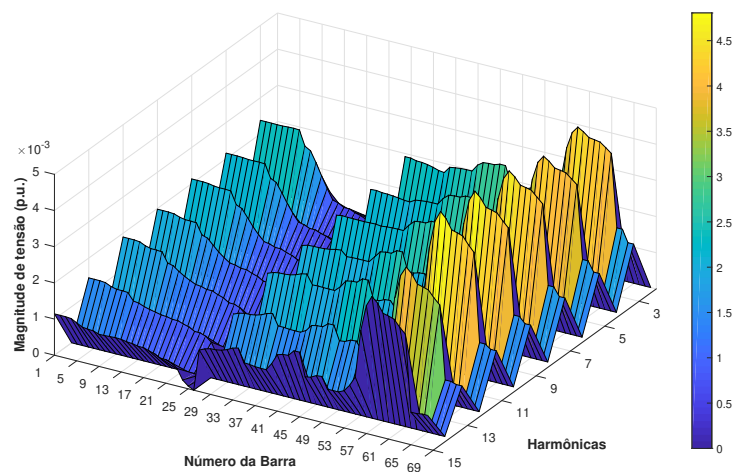
(a) Índices de sensibilidades



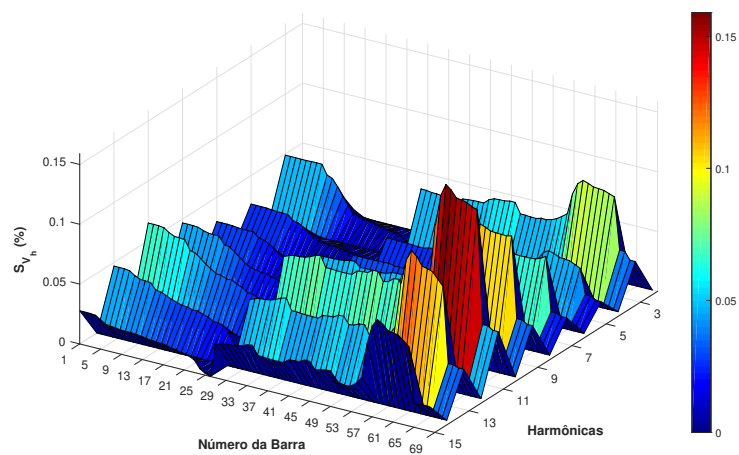
(b) Índice de Acomodação

A magnitude de tensão harmônica bem como as sensibilidades dos resultados intervalares para cada ordem harmônica é exibida na Figura 46.

Figura 46 – Tensão harmônica para o sistema de 69 barras - Cenário III



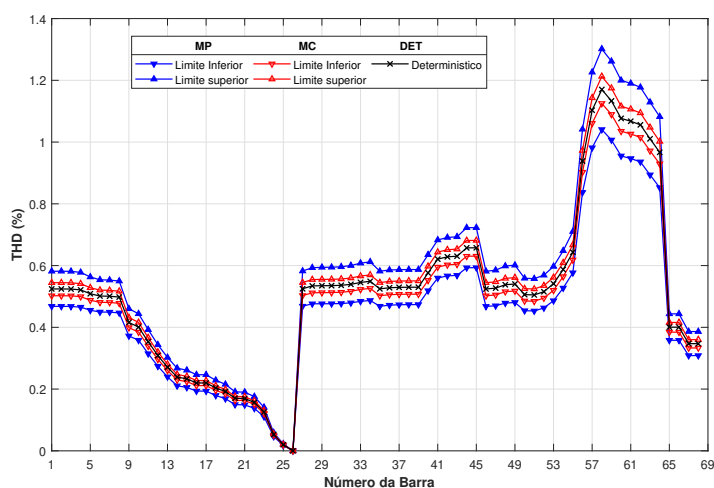
(a) Magnitude da tensão harmônica



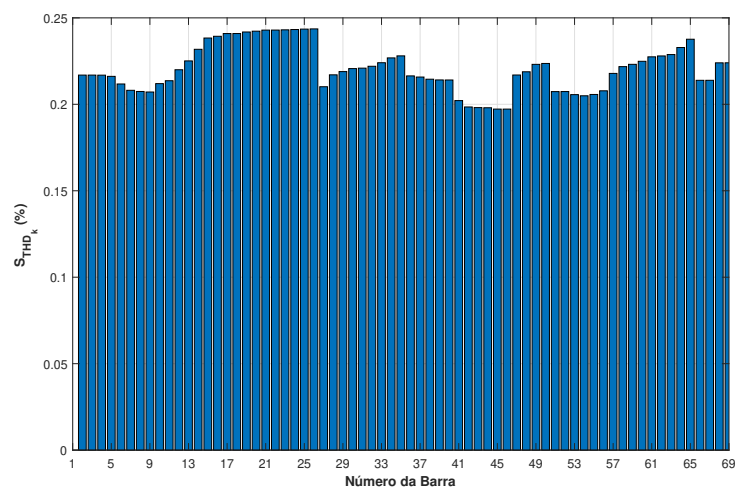
(b) Índice de sensibilidades

O THD é calculado para cada barra de maneira intervalar, sendo os resultados exibidos na Figura 47 justapostos aos resultados de sensibilidade. Como em todos os cenários e casos de estudo anteriores, pode-se notar que as sensibilidades são maiores no cenário II em que o sistema opera ilhado com controle de frequência sem redespacho das unidades geradoras.

Figura 47 – THD do sistema de 69 barras - Cenário III



(a) THD



(b) Índice de sensibilidades

4.3 Análises complementares

4.3.1 Comparação com método alternativo

A fim de comparar o método proposto com as respostas encontradas em artigos e metodologias similares, utiliza-se a referência (JUNIOR; MELO; NEPOMUCENO, 2020) em que o método de Krawczyk é aplicado aos sistemas de 33 e 69 barras. No artigo, a matemática intervalar, utilizando a *toolbox* do Matlab *intlab* é utilizada, e os índices de

sensibilidade são calculados para cada rede de distribuição possibilitando uma análise comparativa.

Ressalta-se que a vantagem de utilizar a série de Taylor já é difundida na literatura pois a mesma é vantajosa ao reduzir os intervalos da solução matemática evitando sobre-estimação. Na referência (JUNIOR; MELO; NEPOMUCENO, 2020), o método proposto é iterativo e aplicado a sistemas com geração distribuída. Apesar de bons resultados, problemas relacionados à superestimação foram relatados pelos autores sendo necessário implementar abordagens utilizando extensões intervalares para reduzir os tamanhos das soluções. Mesmo assim, pode-se perceber um ganho da série de Taylor em relação aos resultados utilizando matemática intervalar, de acordo com a Tabela 36 em que se considera os maiores índices de sensibilidade associados aos sistemas de 33 e de 69 barras operando no caso base com condição nominal de carga. Ainda, a análise considera diferentes porcentagens de incerteza relacionadas à carga do sistema.

Tabela 36 – Análise comparativa de resultados de sensibilidade para tensões

Sistema	Incerteza (%)	MP (%)	Krawczyk (%)
33	5	0,74	2,08
	10	1,48	4,16
	15	2,22	6,25
69	5	0,17	0,72
	10	0,34	1,46
	15	0,50	2,20

Para comparação das sensibilidades de THD, os resultados utilizando o método proposto foram comparados aos obtidos pela técnica desenvolvida em (MELO; MIN-GORANÇA, 2022). Para isso, espectros, condições de carga e geração similares foram adotadas. Os resultados comparativos são mostrados na Tabela 37:

Tabela 37 – Análise comparativa de resultados de sensibilidade para THD

Sistema	Incerteza (%)	MP (%)	Krawczyk (%)
33	5	0,27	0,37
	10	0,42	0,52
	15	0,51	0,74
69	5	0,18	0,29
	10	0,44	0,51
	15	0,65	0,71

É possível observar que os resultados da Tabela 37 apresenta proximidade de ambos os métodos em relação ao cálculo do índice de sensibilidade. Todavia, a sensibilidade da metodologia proposta ainda é menor quando comparada ao Krawczyk.

4.3.2 Tempo computacional

A fim de comparar os tempos computacionais, a Tabela 38 apresenta o tempo computacional gasto para os respectivos cenários dessa tese. Neste caso, são consideradas 5 mil e 10 mil simulações de MC, representados por MC^5 e MC^{10} , respectivamente. Além disso, a Tabela 38 apresenta o ganho em relação ao tempo gasto para se obter as soluções intervalares em relação ao método proposto. O ganho, neste caso, é calculado utilizando a relação matemática apresentada na Equação (4.1) em que G_T representa o ganho de tempo; T_{MC} é o tempo gasto pelas execuções de MC e T_{MP} é o tempo gasto pelo método proposto. Esse valor representa quantas vezes a MP é mais rápida em relação a MC.

$$G_T = \frac{T_{MC}}{T_{MP}} \quad (4.1)$$

Tabela 38 – Ganhos de tempo computacional

Método	33 barras			69 barras		
	I	II	III	I	II	III
MP	798 ms	636 ms	678 ms	747 ms	740 ms	823 ms
MC ⁵	33,078 s	40,599 s	35,772 s	1,82 min	2,06 min	2,18 min
MC ¹⁰	1,17 min	1,32 min	1,26 min	3,62 min	3,93 min	4,89 min
G_T^5	41	64	53	146	167	159
G_T^{10}	88	124	112	291	318	357

Percebe-se que o método proposto é extremamente vantajoso e fica cada vez mais atrativo conforme a complexidade do caso de simulação aumenta.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste último capítulo, serão apresentadas as considerações finais e trabalhos futuros a serem contemplados a partir da finalização desta tese.

5.1 CONCLUSÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma nova metodologia para a análise intervalar do estado operativo de microrredes considerando o controle de queda de frequência devido à conexão de unidades de GD através de inversores do tipo fonte de tensão. Foram avaliadas operações ilhadas, conectada à rede da concessionária e com estratégias de controle de frequência através do redespacho das unidades de geração alocadas no sistema.

Na abordagem proposta, é utilizada a série de Taylor como base para avaliar os impactos das incertezas relacionadas às cargas e gerações nos valores intervalares das tensões (magnitude e ângulos) em microrredes com topologia radial. As derivadas de primeira e segunda ordem são calculadas em relação a valores de incerteza percentual associadas às cargas e geração existente no sistema, exigindo o cômputo de matrizes Jacobianas e Hessianas.

Além desta importante contribuição, também se destaca a proposição de uma nova metodologia em que a série de Taylor é expandida até o segundo termo para avaliação de distorções harmônicas causadas pela introdução de cargas não lineares, modeladas por fontes de injeção de corrente harmônica. A incerteza associada à introdução de fontes poluidoras é avaliada através do impacto nas tensões harmônicas intervalares e no cálculo do THD (*Total Harmonic Distortion*) de tensão.

Portanto, como conclusão parcial deste trabalho, têm-se o desenvolvimento de duas ferramentas matemáticas baseadas na aplicação da série de Taylor aplicada em um fluxo de potência para microrredes e em um fluxo de potência harmônico. As soluções dos fluxos de potência para microrredes e análise harmônica são obtidas, respectivamente, por método iterativo de Newton-Raphson e pelo método, também iterativo, da compensação de correntes harmônicas.

O método intervalar proposto não possui característica iterativa sendo, portanto, um método de solução direta em que as derivadas são aplicadas nas equações algébricas dos fluxos de potência diretamente garantindo robustez, facilidade de implementação e redução de tempo computacional quando comparado às simulações de Monte Carlo.

Através da comparação com o método de MC, o trabalho de pesquisa proposto busca sua validação, sendo os intervalos obtidos pela metodologia proposta bastante similares aos resultados fornecidos pelo método de MC. Em geral, os resultados englobam os valores obtidos por MC, sendo seus limites inferiores e superiores maiores em relação

aos de MC. Entretanto, devido à técnica da série de Taylor ser aplicada no intuito de obter intervalos reduzidos em relação à outras metodologias alternativas, como aritmética intervalar, affine e Krawczyk, por vezes, os resultados intervalares chegam a coincidir com os de MC ou serem mais reduzidos. Mesmo quando tal fato ocorre, percebe-se uma clara tendência de seguir os valores de MC, sendo as aberturas angulares, magnitudes de tensão, fluxos, perdas, frequência e THD intervalares compatíveis com as tendências indicadas pelo MC, portanto, permitindo comparação entre as metodologias.

Através dos índices propostos, foi possível constatar que os resultados intervalares são satisfatoriamente encontrados, servindo ao seu propósito de ser uma ferramenta útil para concessionárias avaliarem o estado operativo de sistemas de média tensão bem como sua qualidade de energia assumindo incertezas relativas às cargas e geração da microrredes.

Ressalta-se como contribuição, além da técnica matemática proposta e sua aplicação, as derivadas de primeira, segunda ordem e a formulação das respectivas matrizes Jacobiana e Hessiana com seus modelos explícitos e descritos ao longo do texto. Além disso, na literatura específica, não foram encontrados até a publicação desta tese, trabalhos que considerem análise intervalar de microrredes com distorções harmônicas e controle de frequência concomitantemente, sendo essa uma importante contribuição metodológica e expositiva de resultados.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

Apesar de os resultados encontrados nesta tese atenderem plenamente os objetivos deste trabalho de pesquisa, destacam-se futuros trabalhos que podem ser contemplados a partir das implementações descritas no presente documento, incluindo:

- Considerações acerca das incertezas nos parâmetros de impedância do sistema: apesar de já ser relatado em trabalhos correlatos que as incertezas dos parâmetros de impedância afetam o estado operativo muito menos que os valores de carga e geração, esses podem ser estudados em futuras implementações e modificações do método proposto neste trabalho;
- Redução dos intervalos a fim de aproximar com os valores do MC: apesar de os resultados serem compatíveis com os de MC, outras técnicas podem ser utilizadas a fim de reduzir intervalos, como a extensão intervalar, a fim de atingir tal objetivo. Destaca-se que, o método de série de Taylor é usado justamente para este fim visto que as técnicas tradicionais (matemática intervalar, fuzzy e affine) reduzem resultados com intervalos muito amplos em relação à MC, comumente levando à uma superestimação;

- Modelagem de equipamentos de eletrônica de potência para geração de harmônicos na rede, avaliando o impacto de incertezas do modelo nas tensões harmônicas;
- Incertezas nos parâmetros de impedâncias dos sistemas.

Referências

- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Agência Nacional de Energia Elétrica**: Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica, PRODIST. [S.l.], 2022. Citado nas pp. 32, 42, 59.
- _____. **Resolução nº 505**. [S.l.], 2001. Citado nas pp. 32, 42.
- AGHILI, Sayed Javad; SAGHAFI, Hadi; HAJIAN-HOSEINABADI, Hamze. Uncertainty Analysis Using Fuzzy Transformation Method: An Application in Power-Flow Studies. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 35, n. 1, p. 42–52, 2020. DOI: 10.1109/TPWRS.2019.2929712. Citado na p. 37.
- ALAMMARI, RA; SOLIMAN, SA; EL-HAWARY, ME. Identification of individual types of harmonic loads in an electric power system bus. **International journal of electrical power & energy systems**, Elsevier, v. 26, n. 7, p. 545–548, 2004. Citado na p. 21.
- ALLAN, RN; DA SILVA, AM Leite; BURCHETT, RC. Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, IEEE, n. 5, p. 2539–2546, 1981. Citado na p. 35.
- ALLAN, RN; AL-SHAKARCHI, MRG. Probabilistic techniques in ac load-flow analysis. In: IET, 2. PROCEEDINGS of the Institution of Electrical Engineers. [S.l.: s.n.], 1977. v. 124, p. 154–160. Citado na p. 35.
- ALLAN, Ron N; DA SILVA, AM Leite. Probabilistic load flow using multilinearisations. In: IET, 5. IEE Proceedings C (Generation, Transmission and Distribution). [S.l.: s.n.], 1981. v. 128, p. 280–287. Citado na p. 35.
- ARAÚJO, B. M. C.; COSTA, V. M. da. New Developments in the Interval Current Injection Power Flow Formulation. **IEEE Latin America Transactions**, IEEE, v. 16, n. 7, p. 1969–1976, 2018. Citado na p. 38.
- ARRILLAGA, Jos et al. **Power system harmonic analysis**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1997. Citado nas pp. 22, 55.
- BAGHZOUZ, Y.; BURCH, R.F. et al. Time-varying harmonics. II. Harmonic summation and propagation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 17, n. 1, p. 279–285, 2002. DOI: 10.1109/61.974219. Citado na p. 60.
- BAGHZOUZ, Yahia; TAN, Owen T. Probabilistic modeling of power system harmonics. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IEEE, n. 1, p. 173–180, 1987. Citado na p. 60.
- BARAN, Mesut E; WU, Felix F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. **IEEE Transactions on power Delivery**, IEEE, v. 4, n. 1, p. 725–734, 1989. Citado nas pp. 110, 180, 183.

- BIJWE, PR; HANMANDLU, M; PANDE, VN. Fuzzy power flow solutions with reactive limits and multiple uncertainties. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 76, n. 1-3, p. 145–152, 2005. Citado nas pp. 24, 37.
- BIN, Li et al. The probabilistic load flow analysis by considering uncertainty with correlated loads and photovoltaic generation using Copula theory. **AIMS Energy**, v. 6, n. 3, p. 414–435, 2018. Citado na p. 47.
- BORKOWSKA, Barbara. Probabilistic load flow. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, IEEE, n. 3, p. 752–759, 1974. Citado na p. 34.
- BRAGA, Mateus Dias. Capacidade de Hospedagem de Sistemas de Distribuição com Inserção de Geração Distribuída Utilizando o OpenDSS., 2019. Citado na p. 40.
- BRETAS, Newton Geraldo; ALBERTO, Luís Fernando Costa. **Estabilidade transitória em sistema eletroenergéticos**. [S.l.]: EESC/USP, 2000. Citado na p. 33.
- BUCHER, Christian G. Adaptive sampling—an iterative fast Monte Carlo procedure. **Structural safety**, Elsevier, v. 5, n. 2, p. 119–126, 1988. Citado na p. 28.
- BURCH, R et al. Impact of aggregate linear load modeling on harmonic analysis: A comparison of common practice and analytical models. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 18, n. 2, p. 625–630, 2003. Citado na p. 52.
- BWARD, J. Digital Computer Solution of Power Flow Problem. **AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, pas–75, 1956. Citado nas pp. 33, 34.
- CAMILO, Fernando M et al. The impact of harmonics compensation ancillary services of photovoltaic microgeneration in low voltage distribution networks. **Sustainable cities and society**, Elsevier, v. 39, p. 449–458, 2018. Citado na p. 21.
- CARPINELLI, Guido; CARAMIA, Pierluigi; VARILONE, Pietro. Multi-linear Monte Carlo simulation method for probabilistic load flow of distribution systems with wind and photovoltaic generation systems. **Renewable Energy**, Elsevier, v. 76, p. 283–295, 2015. Citado na p. 39.
- CHENG, Jiayu et al. Probabilistic microgrid energy management with interval predictions. **Energies**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 13, n. 12, p. 3116, 2020. Citado na p. 43.
- COMMISSION, International Electrotechnical et al. IEC/TR 61000-3-6: Electromagnetic compatibility (EMC)-Part 38: Limits-Assessment of emission limits for the connection of distorting installations to MV, HV and EHV power systems. **International Electrotechnical Commission, Genebra**, 2008. Citado nas pp. 45, 46.
- DA SILVA, AM Leite; ARIENTI, VL. Probabilistic load flow by a multilinear simulation algorithm. In: IET, 4. IEE Proceedings C (Generation, Transmission and Distribution). [S.l.: s.n.], 1990. v. 137, p. 276–282. Citado na p. 35.

- DER KIUREGHIAN, A. Structural reliability methods for seismic safety assessment: a review. **Engineering structures**, Elsevier, v. 18, n. 6, p. 412–424, 1996. Citado na p. 28.
- DER KIUREGHIAN, Armen; DAKESSIAN, Taleen. Multiple design points in first and second-order reliability. **Structural Safety**, Elsevier, v. 20, n. 1, p. 37–49, 1998. Citado na p. 28.
- DIMITROVSKI, Aleksandar; TOMSOVIC, Kevin. Boundary load flow solutions. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 19, n. 1, p. 348–355, 2004. Citado nas pp. 22, 34.
- DOUGLAS, Garcia; FRANCISCO, Elio Duzzi Junior. Tópicos de sistemas de transmissão e de distribuição de energia elétrica. **O Setor Elétrico**, OSE, n. 74, p. 52–63, 2012. Citado na p. 32.
- DU, Jinqiao et al. An interval power flow method based on linearized DistFlow equations for radial distribution systems. In: IEEE. 2020 12th IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC). [S.l.: s.n.], 2020. P. 1–5. Citado na p. 43.
- DUBOIS, Didier; PRADE, Henri. Fuzzy real algebra: some results. **Fuzzy sets and systems**, Elsevier, v. 2, n. 4, p. 327–348, 1979. Citado na p. 29.
- DUFFEY, Christopher K; STRATFORD, Ray P. Update of harmonic standard IEEE-519: IEEE recommended practices and requirements for harmonic control in electric power systems. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IEEE, v. 25, n. 6, p. 1025–1034, 1989. Citado na p. 46.
- EGIZIANO, L. et al. Robust Design of Electromagnetic Systems Based on Interval Taylor Extension Applied to a Multiquadric Performance Function. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 44, n. 6, p. 1134–1137, 2008. DOI: 10.1109/TMAG.2007.916163. Citado na p. 39.
- ENGELUND, Svend; RACKWITZ, Ruediger. A benchmark study on importance sampling techniques in structural reliability. **Structural safety**, Elsevier, v. 12, n. 4, p. 255–276, 1993. Citado na p. 28.
- EVANS, J St BT. Interpretation and matching bias in a reasoning task. **Quarterly Journal of Experimental Psychology**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 24, n. 2, p. 193–199, 1972. Citado na p. 29.
- F II, I. IEEE recommended practices and requirements for harmonic control in electrical power systems. **New York, NY, USA**, p. 1–1, 1993. Citado nas pp. 46, 47.
- FISSLER, Bernd; NEUMANN, Hans-Joachim; RACKWITZ, Rudiger. Quadratic limit states in structural reliability. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, American Society of Civil Engineers, v. 105, n. 4, p. 661–676, 1979. Citado na p. 28.
- FRANCISCO, C. **Harmonics, power systems, and smart grids**. [S.l.]: CRC Press, 2017. Citado na p. 44.

- GALLEGO PAREJA, Luis Alfonso. Fluxo de potência em redes de distribuição de energia elétrica considerando incertezas. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2009. Citado na p. 34.
- GAO, Baofu; MORISON, GK; KUNDUR, Prabhashankar. Voltage stability evaluation using modal analysis. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 7, n. 4, p. 1529–1542, 1992. Citado na p. 22.
- GHANEM, Roger G; SPANOS, Pol D. Spectral stochastic finite-element formulation for reliability analysis. **Journal of Engineering Mechanics**, American Society of Civil Engineers, v. 117, n. 10, p. 2351–2372, 1991. Citado nas pp. 28, 29.
- GOMEZ, JC; MORCOS, MM. Distributed generation: Exploitation of islanding operation advantages. In: IEEE. 2008 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America. [S.l.: s.n.], 2008. P. 1–5. Citado na p. 41.
- GRAINGER, John J; STEVENSON, William D. Análisis de sistemas de potencia. McGraw-Hill México, 1996. Citado na p. 34.
- GUARANYS MARTINS, Bruna dos. **Impacto das Incertezas de Carga e Fontes Renováveis nos Requisitos de Reserva Operativa em Sistemas Multiárea**. 2019. Tese (Doutorado) – PUC-Rio. Citado na p. 21.
- HAJIAN, Mahdi; ROSEHART, William D; ZAREIPOUR, Hamidreza. Probabilistic power flow by Monte Carlo simulation with Latin supercube sampling. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 28, n. 2, p. 1550–1559, 2013. Citado nas pp. 23, 24, 36, 39.
- HEATH, Thomas Little. **The works of Archimedes**. [S.l.]: Cambridge University Press : Cambridge, 1897. Citado na p. 27.
- HONG, Ying-Yi; LIN, Jun-Shin; LIU, Chien-Hsun. Fuzzy harmonic power flow analyses. In: IEEE. POWERCON 2000. 2000 International Conference on Power System Technology. Proceedings (Cat. No. 00EX409). [S.l.: s.n.], 2000. v. 1, p. 121–125. Citado na p. 61.
- HOU, Gene J-W; NEWMAN, Perry A. **A most probable point-based method for reliability analysis, sensitivity analysis and design optimization**. [S.l.], 2004. Citado na p. 28.
- HU, Zechun; WANG, Xifan. A probabilistic load flow method considering branch outages. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 21, n. 2, p. 507–514, 2006. Citado nas pp. 24, 35.
- HUBBARD, Douglas W. **How to measure anything: Finding the value of intangibles in business**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2014. Citado na p. 27.
- IEEE. Institute of Electrical and Electronics Engineers. **IEEE Standard for Interval Arithmetic**. [S.l.]: IEEE, 2015. ISBN 9780738197203. Citado na p. 29.

JAULIN, Luc; KIEFFER, M; DIDRIT, O. E. Walter. **Applied Interval Analysis with Examples in Parameter and State Estimation, Robust Control and Robotics**, 2001. Citado na p. 29.

JIANG, Yibao et al. A hybrid stochastic-interval operation strategy for multi-energy microgrids. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, v. 11, n. 1, p. 440–456, 2019. Citado na p. 42.

JUNIOR, Heitor M Rodrigues; MELO, Igor D; NEPOMUCENO, Erivelton G. An interval power flow for unbalanced distribution systems based on the Three-Phase Current Injection Method. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 139, p. 107921, 2022. Citado na p. 39.

_____. Análise da Inserção de Geração Distribuída em Redes Ativas: Uma Abordagem Baseada em Fluxo de Potência Intervalar. In: 1. CONGRESSO Brasileiro de Automática-CBA. [S.l.: s.n.], 2020. v. 2. Citado nas pp. 39, 146, 147.

KAGAN, Nelson; ROBBA, Ernesto João; SCHMIDT, Hernán Prieto. **Estimação de indicadores de qualidade da energia elétrica**. [S.l.]: Editora Blucher, 2009. Citado nas pp. 44, 45, 53, 58, 59.

AL-KANDARI, Ahmed M; EL-NAGGAR, Khaled M. Recursive identification of harmonic loads in power systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 28, n. 8, p. 531–536, 2006. Citado na p. 21.

KARUPPANAN, P; MAHAPATRA, Kamala Kanta. Active harmonic current compensation to enhance power quality. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 62, p. 144–151, 2014. Citado na p. 21.

KOTZ, Samuel; JOHNSON, Norman L; BALAKRISHNAN, N. **Continuous Univariate Distributions, Vol. 1 of Wiley Series in Probability and Statistics**. [S.l.]: New York: Wiley, 1994. Citado na p. 29.

KUNDUR, Prabha. Power system stability. **Power system stability and control**, CRC press New York, NY, USA, v. 10, 2007. Citado na p. 42.

KWAK, Seo-Young et al. Bio-LDH nanohybrid for gene therapy. **Solid State Ionics**, Elsevier, v. 151, n. 1-4, p. 229–234, 2002. Citado na p. 29.

LA GATTA, PO. Desenvolvimento de Ferramentas para Análise de Regime Permanente de Microrredes Ilhadas. **Dissertação o de Mestrado-UFJF**, 2012. Citado nas pp. 40, 111.

LAOWANITWATTANA, Jirasak; UATRONGJIT, Sermsak. Probabilistic Power Flow Analysis Based on Low Rank Approximation and Principle Component Analysis. In: 2020 International Conference on Power, Energy and Innovations (ICPEI). [S.l.: s.n.], 2020. P. 185–188. DOI: 10.1109/ICPEI49860.2020.9431554. Citado na p. 36.

LEE, Sang Hoon; CHEN, Wei. A comparative study of uncertainty propagation methods for black-box-type problems. **Structural and multidisciplinary optimization**, Springer, v. 37, n. 3, p. 239–253, 2009. Citado na p. 28.

LENG, Shipeng et al. An Interval Power Flow in AC/DC Hybrid System with Uncertainty. In: IEEE. 2019 IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC). [S.l.: s.n.], 2019. P. 1–5. Citado na p. 38.

LIAO, Xiaobing et al. Interval method for uncertain power flow analysis based on Taylor inclusion function. **IET Generation, Transmission & Distribution**, IET, v. 11, n. 5, p. 1270–1278, 2017. Citado nas pp. 39, 40.

LIU, YH et al. Application of the power flow calculation method to islanding micro grids. In: IEEE. 2009 International Conference on Sustainable Power Generation and Supply. [S.l.: s.n.], 2009. P. 1–6. Citado na p. 63.

LOU, Chin Wang; DONG, Ming Chui. A novel random fuzzy neural networks for tackling uncertainties of electric load forecasting. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 73, p. 34–44, 2015. Citado na p. 37.

MADSEN, Henrik O; KRENK, Steen; LIND, Niels Christian. **Methods of structural safety**. [S.l.]: Courier Corporation, 2006. Citado na p. 28.

MAGNAGHI, Ceno P; ASSIS, ANDRE KT. O método de Arquimedes: análise e tradução comentada. **Apeiron Montreal, Quebec–Canadá**, 2019. Citado na p. 28.

MAHMUD, Nasif; ZAHEDI, A. Review of control strategies for voltage regulation of the smart distribution network with high penetration of renewable distributed generation. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 64, p. 582–595, 2016. Citado na p. 42.

MAZA-ORTEGA, JM et al. Parameter estimation of harmonic polluting industrial loads. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 27, n. 9-10, p. 635–640, 2005. Citado na p. 21.

MELCHERS, RE. Importance sampling in structural systems. **Structural safety**, Elsevier, v. 6, n. 1, p. 3–10, 1989. Citado na p. 28.

MELIOPOULOS, AP Sakis; COKKINIDES, George J; CHAO, Xing Yong. A new probabilistic power flow analysis method. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 5, n. 1, p. 182–190, 1990. Citado na p. 35.

MELO, Igor D; MINGORANÇA, Jeanderson S. Interval current injection method for harmonic analysis in distribution systems: An approach using the Krawczyk operator. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 208, p. 107891, 2022. Citado nas pp. 62, 115, 147.

- MELO, Igor D; PEREIRA, José LR et al. Allocation and sizing of single tuned passive filters in three-phase distribution systems for power quality improvement. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 180, p. 106128, 2020. Citado na p. 21.
- MELO, Igor D. **Estimação de estados**. [S.l.]: Editora Blucher, 2022. Citado nas pp. 51, 53, 55.
- MELO, Igor Delgado. **Estimação Estática de Estados Harmônicos em Redes Trifásicas de Distribuição Monitoradas por PMUs: Uma Abordagem Considerando Curvas Diárias de Carga**. 2018. Tese (Doutorado) – Tese de D. Sc., UFJF, Juiz de Fora. Citado nas pp. 44, 45.
- MELO, Igor Delgado de; JUNIOR, Heitor Magno Rodrigues; OLIVEIRA, Mariana Escarati de. Maximum hosting capacity of distributed generation in three-phase distribution systems: an approach based on an optimization model. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 1, p. 7425–7443, 2021. Citado na p. 23.
- MIRANDA, Vladimiro. Fuzzy load flow new algorithms incorporating uncertain generation and load representation. In: PROCEEDINGS of 10th Power System Computation Conference, Graz, Austria, 1990. [S.l.: s.n.], 1990. P. 621–627. Citado na p. 36.
- MIRANDA, Vladimiro; MATOS, MACC. Distribution system planning with fuzzy models and techniques. In: IET. 10TH International Conference on Electricity Distribution, 1989. CIRED 1989. [S.l.: s.n.], 1989. P. 472–476. Citado na p. 36.
- MIRANDA, Vladimiro; SARAIVA, Joao P. Fuzzy modelling of power system optimal load flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 7, n. 2, p. 843–849, 1992. Citado nas pp. 36, 37.
- MONTICELLI, Alcir José. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. [S.l.]: E. Blucher, 1983. Citado nas pp. 22, 33, 34, 81, 170, 172.
- MONTICELLI, Alcir José; GARCIA, Ariovaldo. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. [S.l.]: Ed Unicamp, 1999. Citado nas pp. 31, 32.
- MOORE, Ramon E. **Interval analysis**. [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, 1966. v. 4. Citado nas pp. 29, 30.
- MORENO-MUNOZ, Antonio et al. Ongoing work in CIGRE working groups on supraharmonics from power-electronic converters. In: INTERNATIONAL Conference and Exhibition on Electricity Distribution: 15/06/2015-18/06/2015. [S.l.: s.n.], 2015. Citado na p. 45.
- PAREJA, LA Gallego. Fluxo de potência em redes de distribuição de energia elétrica considerando incertezas. **UNESP-Ilha Solteira**, 2009. Citado nas pp. 22, 35.

PASSOS FILHO, João Alberto. Representação e avaliação do desempenho de dispositivos de controle no problema de fluxo de potência. **Programa de Engenharia Elétrica/COPPE/UFRJ, Tese de D. Sc., Rio de Janeiro, Brasil, 2005.** Citado nas pp. 22, 33.

PEREIRA, LES; DA COSTA, VM. Interval analysis applied to the maximum loading point of electric power systems considering load data uncertainties. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 54, p. 334–340, 2014. Citado nas pp. 24, 38, 39.

PEREIRA, Luiz Eduardo de Souza. Metodologia intervalar para tratamento de incertezas em problemas de fluxo de potência. **Juiz de Fora, Minas Gerais. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós- Graduação em Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF**, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2011. Citado nas pp. 24, 38.

PES, Working Group. Tutorial on Networks Modelling for Harmonic Studies. **IEEE**, 2003. Citado nas pp. 47, 51, 111.

PRUSTY, B Rajanarayan; JENA, Debashisha. A critical review on probabilistic load flow studies in uncertainty constrained power systems with photovoltaic generation and a new approach. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 69, p. 1286–1302, 2017. Citado na p. 80.

QUINTANILHA, Laura de Mesquita. Análise do modelo de fluxo de potência retangular intervalar baseado na expansão completa da série de Taylor. **Juiz de Fora, Minas Gerais. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós- Graduação em Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF**, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2018. Citado na p. 40.

RAJ, Vinod; KUMAR, Bodetti Kalyan. A New Affine Arithmetic-based power flow analysis for Weakly Meshed Distribution Systems under Uncertainty. In: 2020 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2020 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I CPS Europe). [S.l.: s.n.], 2020. P. 1–6. DOI: 10.1109/EEEIC/ICPSEurope49358.2020.9160489. Citado na p. 38.

RANADE, SJ; XU, W. An overview of harmonics modeling and simulation. **Tutorial on Harmonics Modeling and Simulation**, IEEE Power Eng. Soc., p. 1–7, 1998. Citado na p. 49.

RESE, Leonardo; COSTA, Antonio Simões; SILVA, Aguinaldo S e. A modified load flow algorithm for microgrids operating in islanded mode. In: IEEE. 2013 IEEE PES Conference on Innovative Smart Grid Technologies (ISGT Latin America). [S.l.: s.n.], 2013. P. 1–7. Citado nas pp. 40, 41, 63.

- ROMERO, A. A; ZINI, H. C; RATTA, G. An overview of approaches for modelling uncertainty in harmonic load-flow. **Ingeniería e Investigación**, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia., v. 31, p. 18–26, 2011. Citado na p. 61.
- ROMERO, A. A et al. A fuzzy number based methodology for harmonic load-flow calculation, considering uncertainties. **Latin American applied research**, SciELO Argentina, v. 38, n. 3, p. 205–212, 2008. Citado na p. 61.
- ROMERO, A. A. et al. A novel fuzzy number based method to model aggregate loads for harmonic load-flow calculation. In: 2008 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America. [S.l.: s.n.], 2008. P. 1–8. DOI: 10.1109/TDC-LA.2008.4641764. Citado na p. 61.
- RUBINSTEIN, Reuven Y; KROESE, DP. Simulation and the monte carlo method. john wiley&sons. **Inc. Publication**, 1981. Citado na p. 28.
- RUIZ-RODRIGUEZ, FJ; HERNANDEZ, JC; JURADO, F. Iterative harmonic load flow by using the point-estimate method and complex affine arithmetic for radial distribution systems with photovoltaic uncertainties. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 118, p. 105765, 2020. Citado na p. 21.
- SÁEZ, Doris et al. Fuzzy Prediction Interval Models for Forecasting Renewable Resources and Loads in Microgrids. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 6, n. 2, p. 548–556, 2015. DOI: 10.1109/TSG.2014.2377178. Citado na p. 42.
- ŠOŠIĆ, Darko; ŽARKOVIĆ, Mileta; DOBRIĆ, Goran. Fuzzy-based Monte Carlo simulation for harmonic load flow in distribution networks. **IET Generation, Transmission & Distribution**, IET, v. 9, n. 3, p. 267–275, 2015. Citado na p. 61.
- SOUSA, Letícia L. S de; MELO, Igor D. Interval power flow analysis of microgrids with uncertainties: an approach using the second-order Taylor series expansion. **Electrical Engineering**, Springer, p. 1–11, 2021. Citado na p. 43.
- SOUSA, Letícia L. S. de; COSTA, Vander M. da. Fluxo de Potência Polar Intervalar Baseado na Expansão da Série de Taylor. In: 1. CONGRESSO Brasileiro de Automática-CBA. [S.l.: s.n.], 2019. v. 1. Citado nas pp. 39, 40.
- STAGG, Glenn W. **Computação aplicada a sistemas de geração e transmissão de potência**. [S.l.]: Guanabara Dois, 1979. Citado na p. 22.
- STEVENSON, William D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. [S.l.]: McGraw-Hill do Brasil, 1986. Citado nas pp. 30, 32.
- THOFT-CHRISTENSEN, Palle; BAKER, Michael J. Reliability of structural systems. In: **STRUCTURAL Reliability Theory and Its Applications**. [S.l.]: Springer, 1982. P. 113–127. Citado na p. 28.

USAOLA, Julio. Probabilistic load flow with wind production uncertainty using cumulants and Cornish–Fisher expansion. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 31, n. 9, p. 474–481, 2009. Citado na p. 24.

VACCARO, Alfredo; CANIZARES, Claudio A; VILLACCI, Domenico. An affine arithmetic-based methodology for reliable power flow analysis in the presence of data uncertainty. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 25, n. 2, p. 624–632, 2009. Citado na p. 38.

VALENCIA, Felipe et al. Robust energy management system for a microgrid based on a fuzzy prediction interval model. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, v. 7, n. 3, p. 1486–1494, 2015. Citado na p. 42.

VARIZ, Abilio Manuel. **Cálculo do fluxo de harmônicas em sistemas trifásicos utilizando o método de injeção de correntes**. 2006. Tese (Doutorado) – Tese de D. Sc., Coppe/UFRJ, Rio de Janeiro. Citado nas pp. 44, 50.

VERDEJO, Humberto et al. Modelling uncertainties in electrical power systems with stochastic differential equations. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 113, p. 322–332, 2019. Citado na p. 27.

VIEIRA FILHO, Xisto. **Operação de sistemas de potência com controle automático de geração**. [S.l.]: Campus, 1984. Citado na p. 21.

WAGNER, VE et al. Effects of harmonics on equipment. **IEEE transactions on power delivery**, IEEE, v. 8, n. 2, p. 672–680, 1993. Citado na p. 47.

WALLING, Reigh A; MILLER, Nicholas W. Distributed generation islanding-implications on power system dynamic performance. In: IEEE. IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, [s.l.: s.n.], 2002. v. 1, p. 92–96. Citado na p. 41.

WANG, Zian; ALVARADO, Fernando L. Interval arithmetic in power flow analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 7, n. 3, p. 1341–1349, 1992. Citado na p. 37.

WEIDA, Huang; YAN, Zhang; ZHENGUO, Shao. Newton-raphson interval harmonic power flow based on affine arithmetic. In: IEEE. IECON 2017-43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. [S.l.: s.n.], 2017. P. 6093–6098. Citado nas pp. 60, 62.

WOOD, Allen J; WOLLENBERG, Bruce F; SHEBLÉ, Gerald B. **Power generation, operation, and control**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. Citado na p. 21.

XIA, Daozhi; HEYDT, G. T. Harmonic Power Flow Studies - Part II Implementation and Practical Application. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-101, n. 6, p. 1266–1270, 1982. DOI: 10.1109/TPAS.1982.317172. Citado na p. 46.

_____. Harmonic Power Flow Studies Part I - Formulation and Solution. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-101, n. 6, p. 1257–1265, 1982. DOI: 10.1109/TPAS.1982.317171. Citado na p. 46.

- XIU, Dongbin; KARNIADAKIS, George Em. Modeling uncertainty in flow simulations via generalized polynomial chaos. **Journal of computational physics**, Elsevier, v. 187, n. 1, p. 137–167, 2003. Citado na p. 29.
- ZADEH, Lotfi Asker. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. **Fuzzy sets and systems**, Elsevier, v. 1, n. 1, p. 3–28, 1978. Citado na p. 29.
- ZANETTA JR, Luiz Cera. **Fundamentos de sistemas elétricos de potência**. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2006. Citado na p. 32.
- ZEINELDIN, H; EL-SAADANY, EF; SALAMA, MMA. Intentional islanding of distributed generation. In: IEEE. IEEE Power engineering society general meeting, 2005. [S.l.: s.n.], 2005. P. 1496–1502. Citado na p. 41.
- ZENG, Bo et al. A novel approach for harmonic parameters estimation under nonstationary situations. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 44, n. 1, p. 930–937, 2013. Citado na p. 21.
- ZHANG, Xuehan; SON, Yongju et al. Affine-arithmetic-based microgrid interval optimization considering uncertainty and battery energy storage system degradation. **Energy**, Elsevier, v. 242, p. 123015, 2022. Citado nas pp. 42, 43.
- ZHANG, Yi; WANG, Jiye; ZHAO, Guang. An Uncertain Harmonic Power-Flow Algorithm Based on Cloud Model for Energy Internet. In: IEEE. 2017 IEEE International Conference on Energy Internet (ICEI). [S.l.: s.n.], 2017. P. 188–192. Citado na p. 60.
- ZIMMERMANN, H-J. Fuzzy set theory. **Wiley interdisciplinary reviews: computational statistics**, Wiley Online Library, v. 2, n. 3, p. 317–332, 2010. Citado na p. 29.

APÊNDICE A – FLUXO DE POTÊNCIA

A.1 INTRODUÇÃO

O fluxo de potência é uma ferramenta muito utilizada nos estudos de planejamento e operação dos sistemas elétricos de potência. A análise dessa ferramenta é capaz de calcular os fluxos e as tensões em um sistema de energia, para uma determinada geração e carga estabelecidos. A modelagem do sistema é estática, ou seja, a rede é representada por um conjunto de equações algébricas não lineares.

A solução desejada, fornece completa informações de entrada nos terminais de tensão e fluxo de potência em cada ramo da rede, essa solução é necessária para análise de estado permanente, assim como para o desempenho dinâmico dos sistemas de potência. Dessa forma, as equações básicas são obtidas impondo à conservação das potências ativa e reativa em cada barra da rede, ou seja, a potência líquida injetada em uma barra deve ser igual a soma das potências que fluem pelos componentes conectados à mesma barra. Assim, a cada barra estão associadas as variáveis de potência líquida P , potência reativa líquida Q , magnitude da tensão nodal V e o ângulo da a tensão nodal θ , no qual o objetivo do cálculo está associado com a imposição de dados de duas dessas variáveis e incógnitas as outras duas variáveis restantes.

Em conformidade à variáveis e dependendo de como essas grandezas são tratadas no problema, são definidos três tipos de barras, a saber:

- **Barra de Tensão Controlada (PV):** A potência ativa P_k e a magnitude de tensão V_k na barra k são conhecidas e a potência reativa Q_k e o ângulo de tensão θ_k na barra k são calculados. Este tipo de barra é assim conhecida devido a magnitude de tensão ser mantida constante pela a injeção de potência reativa quando a potência ativa é especificada. Representam barras que estão conectadas a geradores, condensadores síncronos e compensadores estáticos.
- **Barra de Carga (PQ):** A potência ativa P_k e a potência reativa Q_k na barra k são conhecidas e o módulo V_k e o ângulo de tensão θ_k na barra k são calculados. Essas barras consomem a energia do sistema, normalmente são consideradas do tipo potência constante.
- **Barra de referência ($V\theta$):** O módulo de tensão V_k e o ângulo de tensão θ_k na barra k são conhecidos e a potência ativa P_k e a potência reativa Q_k na barra k são calculados.

As equações baseiam-se nas relações entre as tensões e as equações nodais em um sistema, são representadas por equações de malhas ou de nós. Dessa forma, as equações

do sistema podem ser representadas em termos da matriz admitância nodal apresentada na Equação (A.1), tendo em vista que E_k é a tensão nodal da barra k , cujas componentes são $E_k = V_k \cdot e^{j\theta_k}$.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1k} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2k} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{k1} & Y_{k2} & \dots & Y_{kk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_k \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

A corrente em um nó/barra k , também pode ser expressa em termos da potência e tensão neste nó, de acordo com a Equação (A.2):

$$I_k = \frac{P_k - j \cdot Q_k}{E_k^*} \quad (\text{A.2})$$

O conjunto de diferentes barras num sistema transforma-se em um problema não-linear, onde a solução desse problema requer recursos matemáticos que utilizam métodos iterativos. Os métodos de solução numérica mais utilizados para essa finalidade são o Gauss-Seidel ou Newton-Raphson. Assim, o objetivo deste apêndice é fazer uma revisão da solução das equações de fluxo de potência, através do método de Newton-Raphson. O método de Newton-Raphson é um método numérico usado para a determinação de solução de raízes reais de equações não-lineares, sua resposta apresenta grande confiabilidade de convergência e velocidade.

A.2 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Seja a função apresentada pela Equação (A.3):

$$y = f(x) \quad (\text{A.3})$$

Expandindo a Equação (A.3) em termos da série de Taylor, tem-se a Equação (A.4):

$$y = f(x^{(it)}) + f'(x^{(it)}) \cdot \Delta x^{(it)} + \frac{f''(x^{(it)})}{2!} \cdot (\Delta x^{(it)})^2 + \dots \quad (\text{A.4})$$

onde (it) representa o número da iterações.

Considerando apenas os dois primeiros termos desta série, tem-se a Equação (A.5):

$$y = f(x^{(it)}) + f'(x^{(it)}) \cdot \Delta x^{(it)} \quad (\text{A.5})$$

ou ainda, (A.6):

$$y - f(x^{(it)}) = f'(x^{(it)}) \cdot \Delta x^{(it)} \quad (\text{A.6})$$

Como $\Delta y^{(it)}$ é dado pela Equação (A.7):

$$\Delta y^{(it)} = y - f(x^{(it)}) \quad (\text{A.7})$$

A Equação (A.6) é reescrita em (A.8), através da substituição de (A.7).

$$\Delta y^{(it)} = f'(x^{(it)}) \cdot \Delta x^{(it)} \quad (\text{A.8})$$

logo, tem-se (A.9):

$$\Delta x^{(it)} = [f'(x^{(it)})]^{-1} \cdot \Delta y^{(it)} \quad (\text{A.9})$$

A solução dada pela Equação (A.9) ocorre a cada iteração, onde a atualização do novo valor x é realizada através da Equação (A.10).

$$x^{(it+1)} = x^{(it)} + \Delta x^{(it)} \quad (\text{A.10})$$

O processo finaliza quando a tolerância tol é alcançada. Caso contrário, o processo retorna a (A.7).

$$x^{(it+1)} - x^{(it)} \leq tol \quad (\text{A.11})$$

O método pode ser generalizado, para n equações, conforme a Equação (A.12):

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ y_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

A correção é realizada conforme a Equação (A.9), que pode ser expandida em forma matricial de acordo com a Equação (A.13).

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(it)} \\ \Delta x_2^{(it)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(it)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(it)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(it)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(it)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(it)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(it)} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(it)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(it)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(it)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(it)} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta y_1^{(it)} \\ \Delta y_2^{(it)} \\ \vdots \\ \Delta y_n^{(it)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

A Equação (A.13) pode ser reescrita, de forma compacta, conforme a Equação (A.14).

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{y} \quad (\text{A.14})$$

onde \mathbf{J} é denominada matriz Jacobiana e a solução de interesse é $\Delta \mathbf{x}$.

O processo é repetido até que os erros $\Delta \mathbf{y}$ sejam menores que a tolerância (*tol*) estabelecida. Dessa forma, a solução é dada pela substituição da Equação (A.13) na Equação (A.10) para as correções.

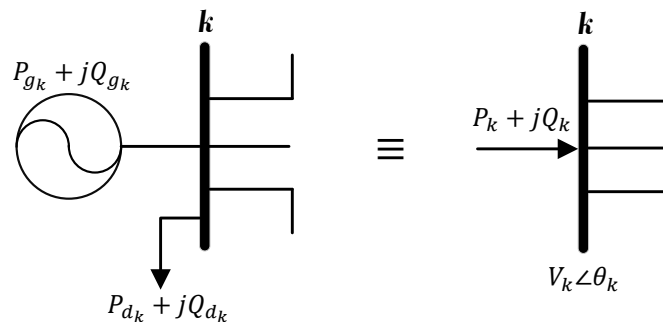
O método de Newton-Raphson possui convergência quadrática, com desempenho sensível a formulações de $f_n(x)$, onde n é o número de barras. Isto significa que quanto mais lineares são as funções, mais confiável e rápida é a convergência do método. Variações consideráveis em qualquer umas das funções na região de interesse, pode provocar atraso na convergência, divergência ou ainda direcionar a uma solução incorreta.

Visto que as equações do fluxo de potência são bem comportadas e que estimativas iniciais são disponíveis, o método de Newton-Raphson torna-se confiável e intensamente rápido na convergência, quando aplicado a maioria dos problemas práticos.

A.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON ÀS EQUAÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA

A aplicação do método pode ser expressa em função das equações do fluxo de potência ou de corrente, escritas em termos das coordenadas polares ou retangulares das tensões nas barras do sistema. Todavia, a estrutura desse trabalho se baseia em equações através da representação por injeção de potência, onde P_k e Q_k são as potências ativa e reativa injetadas no nó k , conforme apresentado na Figura 48.

Figura 48 – Formulação de injeção de potência.



Fonte: Própria autora.

Dessa forma, para cada barra k do sistema possui as seguintes variáveis: potência ativa gerada (P_{gk}), potência reativa gerada (Q_{gk}), potência ativa demandada (P_{dk}), potência

reativa demandada (Q_{d_k}), módulo da tensão (V_k) e ângulo de fase da tensão (θ_k). Os valores de carga P_{d_k} e Q_{d_k} são conhecidos e portanto, para cada barra, há quatro incógnitas.

A Equação (A.2) não é uma função analítica das tensões complexas, em consequência da não existência dessas derivadas, devido a presença do termo E^* . A aplicação do método de Newton-Raphson é reescrita como equações reais, onde para uma barra genérica k tem-se a Equação (A.15).

$$S_k = P_k + j \cdot Q_k = E_k \cdot I_k^* \quad (\text{A.15})$$

A Equação (A.1) pode ser escrita conforme a Equação (A.16).

$$I_k = \sum_{m \in \Omega_k} Y_{km} \cdot E_m \quad (\text{A.16})$$

Substituindo o valor de I_k obtido pela Equação (A.16) na Equação (A.15), tem-se (A.17):

$$P_k + j \cdot Q_k = E_k \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} - j \cdot B_{km}) \cdot E_m^* \quad (\text{A.17})$$

ou ainda, (A.18):

$$P_k + j \cdot Q_k = V_k \cdot e^{j\theta_k} \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} - j \cdot B_{km}) \cdot V_m \cdot e^{-j\theta_m} \quad (\text{A.18})$$

em que:

G_{km} é a condutância da linha que conecta a barra k à m ;

B_{km} é a susceptibilidade da linha que liga a barra k à m ;

V_k é a magnitude da tensão na barra k ,

V_m é a magnitude da tensão na barra m ,

θ_k é o ângulo da tensão na barra k

θ_m é o ângulo da tensão na barra m .

Separando as componentes real e imaginária, obtém-se as Equações (A.19) e (A.20).

$$P_k = V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos\theta_{km} + B_{km} \cdot \sen\theta_{km}) \quad (\text{A.19})$$

$$Q_k = V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \sen\theta_{km} - B_{km} \cdot \cos\theta_{km}) \quad (\text{A.20})$$

onde:

$$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m \quad (\text{A.21})$$

A metodologia aplicada ao processo de solução do problema de fluxo de potência objetiva calcular V_k e θ_k nas barras **PQ** e θ_k nas barras **PV**. No qual, as variáveis a serem calculadas são denominadas variáveis de estado e as variáveis especificadas são denominadas variáveis de controle. De maneira que a Equação (A.22) seja resolvida para todas as barras **PQs** e **PVs**, e a Equação (A.23) seja resolvida apenas para as barras **PQs**.

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos\theta_{km} + B_{km} \cdot \sin\theta_{km}) = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin\theta_{km} - B_{km} \cdot \cos\theta_{km}) = 0 \quad (\text{A.23})$$

onde: $P_k^{esp} = P_{gk} - P_{dk}$ é a potência ativa líquida especificada na barra k ;

$Q_k^{esp} = Q_{gk} - Q_{dk}$ é a potência reativa líquida especificada na barra k .

Os resíduos de potência ΔP_k e ΔQ_k são calculados a cada iteração e podem ser escritos em forma vetorial de acordo com (A.24) e (A.25).

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{P}^{esp} - \mathbf{P}^{calc} \quad (\text{A.24})$$

$$\Delta \mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{esp} - \mathbf{Q}^{calc} \quad (\text{A.25})$$

onde: \mathbf{P}^{calc} e \mathbf{Q}^{calc} denotam o vetor das potência ativa e reativa calculadas em cada barras conforme (A.19) e (A.20) respectivamente.

Aplicando-se o método de Newton-Raphson nas Equações (A.19) e (A.20), tem-se a relação linearizada entre as variações do módulo da tensão e ângulo, para as variações nas potências ativa e reativa, descritas conforme a Equação (A.26):

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

em que: $\Delta \mathbf{P}$ e $\Delta \mathbf{Q}$ são os resíduos de potências ativa e reativa de todas as barras **PVs** e **PQs**; $\Delta \mathbf{V}$ e $\Delta \boldsymbol{\theta}$ são os resíduos de módulo e ângulo da tensão nodal.

As submatrizes $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}}$, $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}}$, $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ e $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}}$ de formação da Jacobiana, correspondem as derivadas parciais de potências ativa e reativas em relação as magnitudes (módulos) e ângulos de tensão definidas através das Equações (A.27) à (A.38):

- Elementos de $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}}$:

$$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k \cdot V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin\theta_{km} - B_{km} \cdot \cos\theta_{km}) \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 \cdot B_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km}) \quad (\text{A.28})$$

ou ainda:

$$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 \cdot B_{kk} - Q_k \quad (\text{A.29})$$

- Elementos de $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}}$:

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k \cdot (G_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_k} = -V_k \cdot G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A.31})$$

ou ainda:

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \frac{P_k + V_k^2 \cdot G_{kk}}{V_k} \quad (\text{A.32})$$

- Elementos de $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}}$:

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k \cdot V_m \cdot (G_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 \cdot G_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A.34})$$

ou ainda:

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = P_k - V_k^2 \cdot G_{kk} \quad (\text{A.35})$$

- Elementos de $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}}$:

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k \cdot (G_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km}) \quad (\text{A.36})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = V_k \cdot B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km}) \quad (\text{A.37})$$

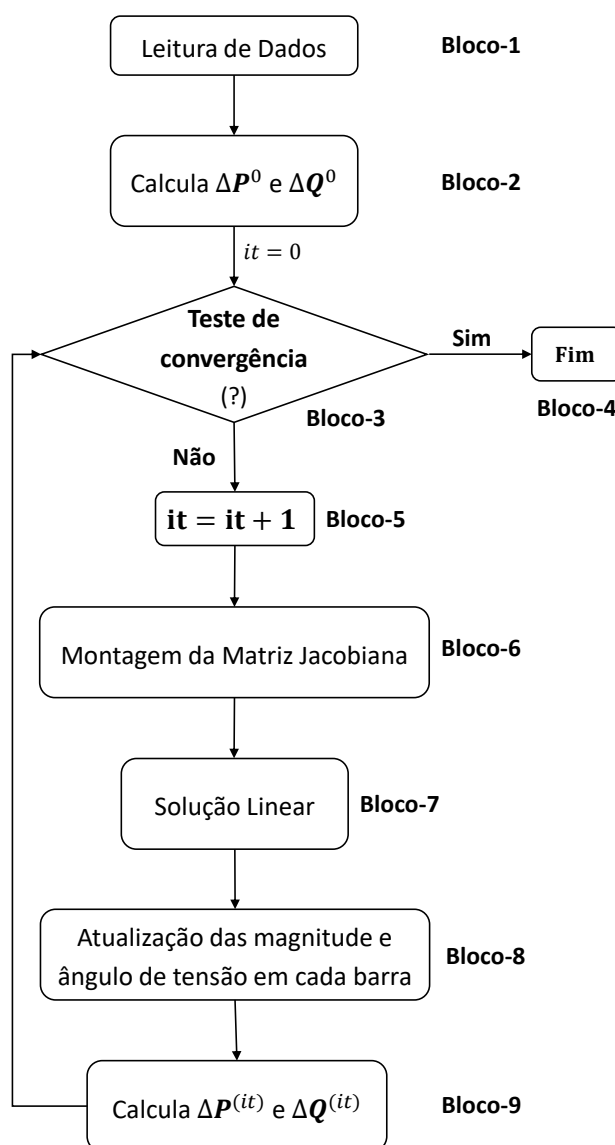
ou ainda:

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \frac{Q_k - V_k^2 \cdot B_{kk}}{V_k} \quad (\text{A.38})$$

As equações que compõem a matriz Jacobiana são calculadas a cada iteração a partir das variáveis de magnitude e ângulo da tensão até atingir a tolerância estipulada. Neste contexto, algoritmo básico é apresentado no fluxograma da Figura 49 e descrito da seguinte forma (MONTICELLI, 1983):

- **Bloco-1:** Indica a inicialização do algoritmo no qual a leitura de dados da rede é efetuada. Geralmente para um *flat start*, o ângulo de tensão é definido como 0° nas barras tipo **PQ** e tipo **PV** e o módulo da tensão como 1 p.u. nas barras tipo **PQ**.
- **Bloco-2:** Neste bloco, calcula-se o valor de P_k^0 para as barras tipo **PQ** e **PV** e Q_k^0 para as barras do tipo **PQ**, em seguida determinar os resíduos iniciais $\Delta P_k^{(0)}$ e $\Delta Q_k^{(0)}$ na iteração zero.

Figura 49 – Fluxograma do fluxo de potência



Fonte: Elaborado pela autora.

- **Bloco-3:** Nesse passo é realizado o teste de convergência: se $\max |\Delta P_k^{it}| \leq tol$ e $\max |\Delta Q_k^{it}| \leq tol$, o processo converge para a solução ($V^{(it)}$ e $\theta^{(it)}$) e finaliza a sua execução no Bloco 4. Caso contrário, passa para o próximo passo (Bloco 5).
- **Bloco-4:** Representa o fim do algoritmo.
- **Bloco-5:** Incrementar o contador de iterações $it = it + 1$.
- **Bloco-6:** Esse passo é responsável em montar a matriz Jacobiana de (A.39) através das Equações (A.27) à (A.38).

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.39})$$

- **Bloco-7:** Calcula os vetores $\Delta \mathbf{V}$ e $\Delta \boldsymbol{\theta}$ para a correção da solução, resolvendo o sistema linear da Equação (A.26).
- **Bloco-8:** Estimar a nova solução $\mathbf{x}^{(it+1)}$ conforme as Equações (A.40) e (A.41).

$$\boldsymbol{\theta}^{(it+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(it)} + \Delta \boldsymbol{\theta}^{(it)} \quad (\text{A.40})$$

$$\mathbf{V}^{(it+1)} = \mathbf{V}^{(it)} + \Delta \mathbf{V}^{(it)} \quad (\text{A.41})$$

- **Bloco-9:** Recalcular os resíduos de potência para iteração it e retornar para ao Bloco-3.

A partir das variáveis de estado V_k e θ_k , todas as variáveis de saída de interesse, tais como: fluxos de potência ativa e reativa nos ramos, perdas de potência ativa e reativa nos ramos e potência ativa e reativa gerada em cada barra são calculadas.

Os fluxos ativos e reativos nos ramos $k - m$ e $m - k$ são obtidos respectivamente pelas Equações (A.42), (A.43), (A.44) e (A.45).

$$P_{km} = (a_{km} \cdot V_k)^2 \cdot g_{km} - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) \quad (\text{A.42})$$

$$P_{mk} = V_m^2 \cdot g_{km} - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) \quad (\text{A.43})$$

$$Q_{km} = -(a_{km} \cdot V_k)^2 \cdot (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) \quad (\text{A.44})$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 \cdot (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) \quad (\text{A.45})$$

Observação: As Equações (A.42), (A.43), (A.44) e (A.48) obedecem as expressões gerais aplicadas à linha de transmissão, transformadores em fase e transformadores defasadores. Dessa forma, para o caso de linhas de transmissão é considerado $a_{km} = 1$ e $\varphi_{km} = 0$. Para transformadores em fase é considerado $a_{km} = 0$ e $\varphi_{km} = 0$. Para os transformadores

defasadores puros, $b_{km}^{sh} = 0$ e $a_{km} = 1$. E finalmente, para os transformadores defasadores, $b_{km}^{sh} = 0$. Uma melhor compreensão sobre o assunto pode ser vista em Monticelli (1983).

As perdas ativa e reativa nos ramos são descritas nas Equações (A.46) e (A.47), respectivamente:

$$P_{km}^{pd} = g_{km} \cdot \left((a_{km} \cdot V_k)^2 + V_m^2 - 2 \cdot a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) \right) \quad (\text{A.46})$$

$$Q_{km}^{pd} = -(b_{km} + b_{km}^{sh}) \cdot \left((a_{km} \cdot V_k)^2 + V_m^2 \right) + 2 \cdot a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) \quad (\text{A.47})$$

As potências geradas nas barras na barra $V\theta$ e a potência reativa gerada na barra PV podem ser calculadas conforme (A.48) e (A.49).

$$P_{g_k} = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos\theta_{km} + B_{km} \cdot \sin\theta_{km}) + P_{L_k} \quad (\text{A.48})$$

$$Q_{g_k} = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin\theta_{km} - B_{km} \cdot \cos\theta_{km}) + Q_{L_k} \quad (\text{A.49})$$

A.3.1 Fluxo de Potência com controles

A estrutura de formação do método de Newton-Raphson permite incluir variáveis de controle em sua matriz Jacobiana sem modificar a matriz original. A incorporação de equações adicionais resulta um sistema de equações aumentada, com novas linhas e novas colunas de acordo com o número de controle a ser inserido. O sistema de equações na forma matricial (A.50) mostra essa metodologia de representação.

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \\ \Delta \mathbf{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \\ \Delta \mathbf{X} \end{bmatrix} \quad (\text{A.50})$$

A inclusão de equações no sistema linear acarreta também em novos cálculos de resíduos a cada iteração, representados em (A.50) pelo vetor $\Delta \mathbf{Y}$. Esse vetor faz parte do processo iterativo de solução e do mesmo modo que os resíduos de potência, contribui com o critério de convergência do método de Newton-Raphson. As variáveis de controle expressas pelo vetor $\Delta \mathbf{X}$ são inclusas no vetor de variáveis de estados a serem determinadas pelo fluxo de potência. Deste modo, o processo iterativo, além de determinar os módulos e ângulos de tensão em cada barra, determina também o valor as variáveis de controle inseridas, resultando assim numa solução *full* Newton do FP.

A.3.1.1 Controle primário de frequência

Ao efetuar uma análise sistêmica em uma microrrede a inclusão de controle de frequência e tensão para a operação torna-se necessária. Neste contexto, as inserção de

novas equações no fluxo de potência de acordo com a Equação matricial (3.4) demanda para o método de Newton-Raphson o cálculo de novos resíduos associados a potência ativa (A.51) e a tensão (A.52) dos i geradores conectados ao sistema e (A.53) para a equação de referência angular de barra ii . Esses resíduos compõem o vetor $\Delta \mathbf{Y}$ da Equação (A.50).

$$\Delta y'_{(i)} = P_{g(i)}^{esp} - P_{g(i)}^{calc} - k_f \cdot (f^{esp} - f) \quad (\text{A.51})$$

$$\Delta V'_{(i)} = V_{(i)}^{esp} - V_{(i)}^{calc} \quad (\text{A.52})$$

$$\Delta \theta'_{(ii)} = \theta_{(ii)}^{esp} - \theta_{(ii)}^{calc} \quad (\text{A.53})$$

As submatrizes adicionais $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{X}}$, $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{X}}$, $\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{V}}$ e $\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}}$ que compõem matriz Jacobiana \mathbf{J} de (A.50), são apresentadas reescritas em (A.54):

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial f} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial f} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial f} \\ \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial f} \\ \frac{\partial \theta'}{\partial \theta} & \frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{V}} & \frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{P}_g} & \frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{Q}_g} & \frac{\partial \theta'}{\partial f} \end{bmatrix} \quad (\text{A.54})$$

onde as submatrizes e as derivadas parciais de controle inseridos, para a barra conectada a GD $i = k$, são definidos a seguir:

- A submatriz $\frac{\partial \mathbf{Y}'_k}{\partial \theta}$ de (A.50) representa as submatrizes $\frac{\partial \mathbf{y}'_k}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \mathbf{V}'_k}{\partial \theta}$ e $\frac{\partial \theta'_k}{\partial \theta}$, das quais são compostas por (A.55), (A.56), (A.57) e (A.58):

$$\frac{\partial y'_k}{\partial \theta_k} = \frac{\partial y'_k}{\partial \theta_m} = 0 \quad (\text{A.55})$$

$$\frac{\partial V'_k}{\partial \theta_k} = \frac{\partial V'_k}{\partial \theta_m} = 0 \quad (\text{A.56})$$

$$\frac{\partial \theta'_k}{\partial \theta_k} = 1 \quad (\text{A.57})$$

$$\frac{\partial \theta'_k}{\partial \theta_m} = 0 \quad (\text{A.58})$$

- A submatriz $\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{V}}$ representa as submatrizes $\frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{V}}$, $\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial \mathbf{V}}$ e $\frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{V}}$, das quais são compostas por (A.59), (A.60), (A.61) e (A.62):

$$\frac{\partial y'_k}{\partial V_k} = \frac{\partial y'_k}{\partial V_m} = 0 \quad (\text{A.59})$$

$$\frac{\partial V'_k}{\partial V_k} = 1 \quad (\text{A.60})$$

$$\frac{\partial V'_k}{\partial V_m} = 0 \quad (\text{A.61})$$

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial V_k} = \frac{\partial \theta_k}{\partial V_m} = 0 \quad (\text{A.62})$$

- A submatriz $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{X}}$ representa as submatrizes $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{Q}_g}$ e $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial f}$, das quais são compostas por (A.63), (A.64), (A.65) e (A.66):

$$\frac{\partial P_k}{\partial P_{g_k}} = -1 \quad (\text{A.63})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial P_{g_m}} = 0 \quad (\text{A.64})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial Q_{g_k}} = \frac{\partial P_k}{\partial Q_{g_m}} = 0 \quad (\text{A.65})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial f} = 0 \quad (\text{A.66})$$

- A submatriz $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{X}}$ representa as submatrizes $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{Q}_g}$ e $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial f}$, de acordo com (A.67), (A.68), (A.69) e (A.70):

$$\frac{\partial P_k}{\partial P_{g_k}} = \frac{\partial Q_k}{\partial P_{g_m}} = 0 \quad (\text{A.67})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial Q_{g_k}} = -1 \quad (\text{A.68})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial Q_{g_m}} = 0 \quad (\text{A.69})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial f} = 0 \quad (\text{A.70})$$

- A submatriz $\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}}$ representa as submatrizes $\frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial \mathbf{Q}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{y}'}{\partial f}$, $\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial \mathbf{Q}_g}$, $\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial f}$, $\frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{P}_g}$, $\frac{\partial \theta'}{\partial \mathbf{Q}_g}$ e $\frac{\partial \theta'}{\partial f}$, conforme as Equações (A.71) à (A.79):

$$\frac{\partial y'_i}{\partial P_{g_i}} = 1 \quad (\text{A.71})$$

$$\frac{\partial y'_i}{\partial Q_{g_i}} = 0 \quad (\text{A.72})$$

$$\frac{\partial y'_i}{\partial f} = K_f \quad (\text{A.73})$$

$$\frac{\partial v'_i}{\partial P_{g_i}} = 0 \quad (\text{A.74})$$

$$\frac{\partial V'_i}{\partial Q_{g_i}} = 0 \quad (\text{A.75})$$

$$\frac{\partial V'_i}{\partial f} = 0 \quad (\text{A.76})$$

$$\frac{\partial \theta'_{(ii)}}{\partial P_{g_i}} = 0 \quad (\text{A.77})$$

$$\frac{\partial \theta'_{(ii)}}{\partial Q_{g_i}} = 0 \quad (\text{A.78})$$

$$\frac{\partial \theta'_{(ii)}}{\partial f} = 0 \quad (\text{A.79})$$

As variáveis de estado que compõem o vetor $\Delta \mathbf{X}$ são as potências ativa ΔP_{g_i} e reativa gerada ΔQ_{g_i} por cada i GD participante, bem como a frequência Δf de operação do sistema.

Dessa forma, a cada iteração it , além de calcular correção da magnitude e do ângulo das tensões nodais, as correções das potências ativa e reativa gerada em cada barra de geração e a frequência de operação do sistema são calculadas conforme (A.80), (A.81) e (A.82) até alcançar a tolerância de convergência.

$$P_{g_i}^{(it+1)} = P_{g_i}^{(it)} + \Delta P_{g_i}^{(it)} \quad (\text{A.80})$$

$$Q_{g_i}^{(it+1)} = Q_{g_i}^{(it)} + \Delta Q_{g_i}^{(it)} \quad (\text{A.81})$$

$$f^{(it+1)} = f^{(it)} + \Delta f^{(it)} \quad (\text{A.82})$$

APÊNDICE B – SEGUNDA DERIVADAS

As segundas derivadas das potências ativa e reativa em relação às variáveis de estado, são fornecidas pelas Equações (B.1) a (B.55):

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k^2} = -P_k + V_k^2 \cdot G_{kk} \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial \theta_k} = V_k \cdot V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \cdot \sin \theta_{km}) \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial \theta_k} = -\frac{Q_k}{V_k} - V_k \cdot B_{kk} \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k \cdot (-G_{km} \cdot \sin \theta_{km} + B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m^2} = V_k \cdot V_m \cdot (-G_{km} \cdot \cos \theta_{km} - B_{km} \cdot \sin \theta_{km}) \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial V_k} = V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial V_m} = V_k \cdot (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k^2} = 2 \cdot G_{kk} \quad (\text{B.8})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial V_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial V_m} = G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \cdot \sin \theta_{km} \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial f} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial f} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial f \partial V_m} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial f \partial V_k} = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial f} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial f} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial f \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial f \partial \theta_k} = 0 \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial Q_{gk}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial Q_{gk} \partial \theta_k} = -1 \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial P_{g_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial P_{g_k} \partial \theta_k} = 0 \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial P_{g_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial P_{g_m} \partial \theta_k} = 0 \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial P_{g_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial P_{g_k} \partial \theta_m} = 0 \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial P_{g_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial P_{g_m} \partial \theta_m} = 0 \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial Q_{g_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial Q_{g_k} \partial \theta_m} = 0 \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial Q_{g_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial Q_{g_m} \partial \theta_m} = 0 \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial P_{g_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial P_{g_k} \partial V_k} = \frac{1}{V_k} \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial P_{g_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial P_{g_m} \partial V_k} = 0 \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial Q_{g_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial Q_{g_k} \partial V_k} = 0 \quad (\text{B.22})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial Q_{g_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial Q_{g_m} \partial V_k} = 0 \quad (\text{B.23})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial P_{g_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial P_{g_k} \partial V_m} = 0 \quad (\text{B.24})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial P_{g_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial P_{g_m} \partial V_m} = 0 \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial Q_{g_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial Q_{g_k} \partial V_m} = 0 \quad (\text{B.26})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial Q_{g_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial Q_{g_m} \partial V_m} = 0 \quad (\text{B.27})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k^2} = -Q_k - V_k^2 \cdot B_{kk} \quad (\text{B.28})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial \theta_k} = V_k \cdot V_m \cdot (G_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km}) \quad (\text{B.29})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial \theta_k} = \frac{P_k}{V_k} - V_k \cdot G_{kk} \quad (\text{B.30})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k \cdot (G_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{B.31})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m^2} = V_k \cdot V_m \cdot (-G_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km} + B_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km}) \quad (\text{B.32})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial V_k} = V_m \cdot (-G_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km} - B_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{B.33})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial V_m} = V_k \cdot (-G_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km} - B_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{B.34})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k^2} = 2 \cdot B_{kk} \quad (\text{B.35})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial V_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial V_m} = G_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cdot \text{cos} \theta_{km} \quad (\text{B.36})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{B.37})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial f} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial f} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial f \partial V_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial f \partial V_k} = 0 \quad (\text{B.38})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial f} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial f} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial f \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial f \partial \theta_k} = 0 \quad (\text{B.39})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial P_{g_k}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial P_{g_k} \partial \theta_k} = 1 \quad (\text{B.40})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial P_{g_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial P_{g_m} \partial \theta_k} = 0 \quad (\text{B.41})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial Q_{g_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial Q_{g_m} \partial \theta_k} = 0 \quad (\text{B.42})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial Q_{g_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial Q_{g_k} \partial \theta_k} = 0 \quad (\text{B.43})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial P_{g_k}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial P_{g_k} \partial \theta_m} = 0 \quad (\text{B.44})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial P_{g_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial P_{g_m} \partial \theta_m} = 0 \quad (\text{B.45})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial Q_{g_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial Q_{g_k} \partial \theta_m} = 0 \quad (\text{B.46})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial Q_{g_m} \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial Q_{g_m}} = 0 \quad (\text{B.47})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial Q_{g_k}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial Q_{g_k} \partial V_k} = \frac{1}{V_k} \quad (\text{B.48})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial P_{g_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial P_{g_m} \partial V_k} = 0 \quad (\text{B.49})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial P_{g_k}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial P_{g_k} \partial V_k} = 0 \quad (\text{B.50})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial Q_{g_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial Q_{g_m} \partial V_k} = 0 \quad (\text{B.51})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial P_{g_k}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial P_{g_k} \partial V_m} = 0 \quad (\text{B.52})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial P_{g_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial P_{g_m} \partial V_m} = 0 \quad (\text{B.53})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial Q_{g_k}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial Q_{g_k} \partial V_m} = 0 \quad (\text{B.54})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial Q_{g_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial Q_{g_m} \partial V_m} = 0 \quad (\text{B.55})$$

ANEXO A – DADOS DOS SISTEMAS

A.1 SISTEMA TESTE 33 BARRAS

Este anexo apresenta os dados de barras e linhas do sistema teste de 33 barras. O diagrama unifilar é mostrado na Figura 15 e as Tabelas 39 e 40 apresentam os dados de barras e de linha do sistema. Para uma tensão e potência de base iguais a 12,66 kV e 10 MVA, respectivamente. Essas informações são extraídas da referência (BARAN; WU, 1989).

Tabela 39 – Dados de barra do sistema de 33 barras

Barra	Tipo	V (p.u.)	$\theta(^{\circ})$	Carga		Geração	
				kW	kVar	MW	MVar
1	PQ	1,000	0,000	0,100	0,200	0,000	0,000
2	PQ	1,000	0,000	0,200	0,400	0,000	0,000
3	PQ	1,000	0,000	0,120	0,080	0,000	0,000
4	PQ	1,000	0,000	0,100	0,050	0,000	0,000
5	PQ	1,000	0,000	0,100	0,080	0,000	0,000
6	PQ	1,000	0,000	0,200	0,100	0,000	0,000
7	PQ	1,000	0,000	0,200	0,100	0,000	0,000
8	PQ	1,000	0,000	0,080	0,040	0,000	0,000
9	PQ	1,000	0,000	0,070	0,060	0,000	0,000
10	PQ	1,000	0,000	0,090	0,100	0,000	0,000
11	PQ	1,000	0,000	0,060	0,350	0,000	0,000
12	PQ	1,000	0,000	0,060	0,350	0,000	0,000
13	PQ	1,000	0,000	0,120	0,100	0,000	0,000
14	PQ	1,000	0,000	0,100	0,070	0,000	0,000
15	PQ	1,000	0,000	0,060	0,020	0,000	0,000
16	PQ	1,000	0,000	0,060	0,020	0,000	0,000
17	PQ	1,000	0,000	0,100	0,040	0,000	0,000
18	PQ	1,000	0,000	0,090	0,040	0,000	0,000
19	PQ	1,000	0,000	0,100	0,070	0,000	0,000
20	PQ	1,000	0,000	0,090	0,040	0,000	0,000
21	PV	1,000	0,000	0,090	0,040	0,090	0,000
22	PQ	1,000	0,000	0,090	0,050	0,000	0,000
23	PQ	1,000	0,000	0,220	0,200	0,000	0,000
24	PQ	1,000	0,000	0,420	0,200	0,000	0,000
25	PQ	1,000	0,000	0,300	0,250	0,000	0,000
26	PQ	1,000	0,000	0,060	0,025	0,000	0,000

27	PQ	1,000	0,000	0,060	0,100	0,000	0,000
28	PQ	1,000	0,000	0,120	0,070	0,000	0,000
29	PQ	1,000	0,000	0,200	0,600	0,000	0,000
30	PQ	1,000	0,000	0,150	0,070	0,000	0,000
31	PQ	1,000	0,000	0,210	0,100	0,000	0,000
32	PV	1,000	0,000	0,060	0,040	0,060	0,000
33	V θ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabela 40 – Dados de linha do sistema 33 barras

De	Para	R (p.u.)	X (p.u.)	Bsh (MVar)
33	1	0,0057	0,0029	0
1	2	0,0308	0,0157	0
2	3	0,0228	0,0116	0
3	4	0,0238	0,0121	0
4	5	0,0511	0,0441	0
5	6	0,0117	0,0386	0
6	7	0,0444	0,0147	0
7	8	0,0643	0,0462	0
8	9	0,0651	0,0462	0
9	10	0,0123	0,004	0
10	11	0,0234	0,0077	0
11	12	0,0916	0,0722	0
12	13	0,0338	0,0445	0
13	14	0,0369	0,0328	0
14	15	0,0467	0,034	0
15	16	0,0804	0,1074	0
16	17	0,0457	0,0358	0
1	18	0,0102	0,0098	0
18	19	0,0938	0,0846	0
19	20	0,0255	0,0298	0
20	21	0,0442	0,0585	0
2	22	0,0281	0,0192	0
22	23	0,056	0,0442	0
23	24	0,0559	0,0437	0
5	25	0,0127	0,0064	0
25	26	0,0177	0,009	0

26	27	0,0661	0,0582	0
27	28	0,0502	0,0437	0
28	29	0,0317	0,0161	0
29	30	0,0608	0,06	0
30	31	0,0194	0,0226	0
31	32	0,0213	0,0331	0

A.1.1 Sistema tutorial

Nesta seção está disponível os dados do sistema de 33 barras no formato ANAREDE.

Caso Sistema Teste 33 Barras

DCTE

(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)
BASE	1.	DASE	100.	TEPA	.1E-5	EXST	.4E-5	TETP	5.	TBPA	5.
TLPP	1.	TEPR	.1E-5	QLST	.4E-5	TLPR	.1	TLPQ	2.	TSBZ	.01
TSBA	5.	ASTP	.05	VSTP	5.	TLVC	.5	TLTC	.01	TSFR	.1E-7
ZMAX	500.	TLPV	.5	VDVM	200.	VDVN	40.	TUDC	.001	TADC	.01
PGER	30.	TPST	.2E-5	VFLD	70.	ZMIN	.001	HIST	470	LFIT	10
ACIT	30	LFCV	1	DCIT	10	VSIT	10	LPIT	50	LFLP	10
PDIT	10	LCRT	96	LPRT	60	CSTP	5.	ASDC	1.		
ICIT	500	DMAX	5	FDIV	2.	ICMN	.05	VART	5.	TSTP	33
ICMV	.5	APAS	90.	CPAR	70.	VAVT	2.	VAVF	5.	VMVF	15.
VPVT	2.	VPVF	5.	VPMF	10.	VSVF	20.	VINF	1.	VSUP	1.
TLSI	0.	NDIR	20.	STTR	5.	TRPT	100.	STIR	1.	BFPO	1.

99999

DBAR

(Num)	OETGb	(nome)Gl	(V)	(A)	(Pg)	(Qg)	(Qn)	(Qm)	(Bc) (Pl)	(Ql)	(Sh)	Are	(Vf)
1	L	Barra_PQ	1000	0							0.1000	.060		11000	
2	L	Barra_PQ	1000	0							0.0900	.040		11000	
3	L	Barra_PQ	1000	0							0.1200	.080		11000	
4	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.030		11000	
5	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.020		11000	
6	L	Barra_PQ	1000	0							0.2000	.100		11000	
7	L	Barra_PQ	1000	0							0.2000	.100		11000	
8	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.020		11000	
9	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.020		11000	
10	L	Barra_PQ	1000	0							0.0450	.030		11000	
11	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.035		11000	
12	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.035		11000	
13	L	Barra_PQ	1000	0							0.1200	.080		11000	
14	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.010		11000	
15	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.020		11000	
16	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.020		11000	
17	L	Barra_PQ	1000	0							0.0900	.040		11000	
18	L	Barra_PQ	1000	0							0.0900	.040		11000	
19	L	Barra_PQ	1000	0							0.0900	.040		11000	
20	L	Barra_PQ	1000	0							0.0900	.040		11000	
21	L1	Barra_PQ	1000	0	0.09	0.	-99999999.				0.0900	.040		11000	
22	L	Barra_PQ	1000	0							0.0900	.050		11000	
23	L	Barra_PQ	1000	0							0.4200	.200		11000	
24	L	Barra_PQ	1000	0							0.4200	.200		11000	
25	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.025		11000	
26	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.025		11000	
27	L	Barra_PQ	1000	0							0.0600	.020		11000	
28	L	Barra_PQ	1000	0							0.1200	.070		11000	
29	L	Barra_PQ	1000	0							0.2000	.600		11000	
30	L	Barra_PQ	1000	0							0.1500	.070		11000	
31	L	Barra_PQ	1000	0							0.2100	.100		11000	
32	L2	Barra_PQ	1000	0	0.06	0.	-99999999.				0.0600	.040		11000	

99999


```

DLIN
(De )d O d(Pa )NcEP ( R% ) ( X% ) (Mvar) (Tap) (Tmn) (Tmx) (Phs) (Bc ) (Cn) (Ce)Ns
 1      2 1      0.30760.1567
 2      3 1      0.22840.1163
 3      4 1      0.23780.1211
 4      5 1      0.51100.4411
 5      6 1      0.11690.3861
 6      7 1      0.44390.1467
 7      8 1      0.64260.4617
 8      9 1      0.65140.4617
 9     10 1      0.12270.0405

10     11 1      0.23360.0772
11     12 1      0.91590.7206
12     13 1      0.33790.4447
13     14 1      0.36870.3282
14     15 1      0.46560.3400
15     16 1      0.80421.0738
16     17 1      0.45670.3581
 1     18 1      0.10230.0976
18     19 1      0.93850.2217
19     20 1      0.25550.2985
20     21 1      0.44230.5848
 2     22 1      0.28150.1924
22     23 1      0.56030.4424
23     24 1      0.55900.4374
 5     25 1      0.12670.0645
25     26 1      0.17730.0903
26     27 1      0.66070.5829
27     28 1      0.50180.4371
28     29 1      0.31660.1613
29     30 1      0.59130.6008
30     31 1      0.19370.2258
31     32 1      0.21280.3308

99999
DGER
(No ) O (Pmn ) (Pmx ) ( Fp) (FpR) (FPn) (Fa) (Fr) (Ag) ( Xq) (Sno) ( R )
 21                                     0.33
 32                                     0.33

99999
DFRQ
(No O (Nbr) fBase (fmin (fmax (
 1      21 60.00 59.50 60.50
DESCRICAO
Barra Referencia
)

99999

EXLF NEWT FREQ
RELA RBAR
FIM

```

A.2 SISTEMA TESTE 69 BARRAS

Este anexo apresenta os dados de barras e linhas do sistema teste de 69 barras. O diagrama unifilar é mostrado na Figura 34 e as Tabelas 41 e 42 apresentam os dados de barras e de linha do sistema. Para uma tensão e potência de base iguais a 12,66 kV e 10 MVA, respectivamente. Esses dados foram extraídos da referência Baran e Wu (1989) e modificados para realização de testes nesta tese.

Tabela 41 – Dados de barras do sistema 69 barras

Barra	Tipo	V (p.u.)	$\theta(^{\circ})$	Carga		Geração	
				kW	kVar	KW	KVar
1	V θ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	PQ	1,000	0,000	2,600	2,200	0,000	0,000
7	PQ	1,000	0,000	40,400	30,000	0,000	0,000
8	PQ	1,000	0,000	75,000	54,000	0,000	0,000
9	PQ	1,000	0,000	30,000	22,000	0,000	0,000
10	PQ	1,000	0,000	28,000	19,000	0,000	0,000
11	PQ	1,000	0,000	145,000	104,000	0,000	0,000
12	PQ	1,000	0,000	145,000	104,000	0,000	0,000
13	PQ	1,000	0,000	8,000	5,500	0,000	0,000
14	PQ	1,000	0,000	8,000	5,500	0,000	0,000
15	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	PQ	1,000	0,000	45,000	30,000	0,000	0,000
17	PQ	1,000	0,000	60,000	35,000	0,000	0,000
18	PQ	1,000	0,000	60,00	35,000	0,000	0,000
19	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	PQ	1,000	0,000	1,000	0,600	0,000	0,000
21	PQ	1,000	0,000	114,000	81,000	0,000	0,000
22	PQ	1,000	0,000	5,300	3,500	0,000	0,000
23	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
24	PQ	1,000	0,000	28,000	20,000	0,000	0,000
25	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
26	PQ	1,000	0,000	14,000	10,000	0,000	0,000
27	PV	1,000	0,000	14,000	10,000	14,000	0,000
28	PQ	1,000	0,000	26,000	18,600	0,000	0,000
29	PQ	1,000	0,000	26,000	18,600	0,000	0,000
30	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
31	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
32	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
33	PQ	1,000	0,000	14,000	10,00	0,000	0,000
34	PQ	1,000	0,000	19,500	14,000	0,000	0,000
35	PQ	1,000	0,000	6,000	4,000	0,000	0,000
36	PQ	1,000	0,000	26,000	18,550	0,000	0,000

37	PQ	1,000	0,000	26,000	18,550	0,000	0,000
38	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
39	PQ	1,000	0,000	24,000	17,000	0,000	0,000
40	PQ	1,000	0,000	24,000	17,000	0,000	0,000
41	PQ	1,000	0,000	1,200	1,000	0,000	0,000
42	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
43	PQ	1,000	0,000	6,000	4,000	0,000	0,000
44	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
45	PQ	1,000	0,000	39,220	26,300	0,000	0,000
46	PQ	1,000	0,000	39,220	26,300	0,000	0,000
47	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
48	PQ	1,000	0,000	79,000	56,400	0,000	0,000
49	PQ	1,000	0,000	387,700	274,500	0,000	0,000
50	PQ	1,000	0,000	387,700	274,500	0,000	0,000
51	PQ	1,000	0,000	40,500	0,023	0,000	0,000
52	PQ	1,000	0,000	3,600	28,300	0,000	0,000
53	PQ	1,000	0,000	4,350	3,500	0,000	0,000
54	PQ	1,000	0,000	26,400	19,000	0,000	0,000
55	PQ	1,000	0,000	24,000	17,20	0,000	0,000
56	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
57	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
58	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
59	PQ	1,000	0,000	0,026	100,00	0,000	0,000
60	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
61	PQ	1,000	0,000	12.440	8,880	0,000	0,000
62	PQ	1,000	0,000	32,000	23,000	0,000	0,000
63	PQ	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
64	PQ	1,000	0,000	227,000	162,000	0,000	0,000
65	PV	1,000	0,000	59,000	42,000	59,000	0,000
66	PQ	1,000	0,000	18,000	13,000	0,000	0,000
67	PQ	1,000	0,000	18,000	13,000	0,000	0,000
68	PQ	1,000	0,000	28,000	20,000	0,000	0,000
69	PV	1,000	0,000	28,000	20,000	28,000	0,000

Tabela 42 – Dados de linha do sistema 69 barras

De	Para	R (Ω)	X (Ω)	Bsh (MVar)
1	2	0,0005	0,0012	0
2	3	0,0005	0,0012	0
3	4	0,0015	0,0036	0
4	5	0,0251	0,0294	0
5	6	0,3660	0,1864	0
6	7	0,3811	0,1941	0
7	8	0,0922	0,0470	0
8	9	0,0493	0,0251	0
9	10	0,8190	0,2707	0
10	11	0,1872	0,0619	0
11	12	0,7114	0,2351	0
12	13	1,0300	0,3400	0
13	14	1,0440	0,3450	0
14	15	1,0580	0,3496	0
15	16	0,1966	0,0650	0
16	17	0,3744	0,1238	0
17	18	0,0047	0,0016	0
18	19	0,3276	0,1083	0
19	20	0,2106	0,0696	0
20	21	0,3416	0,1129	0
21	22	0,0140	0,0046	0
22	23	0,1591	0,0526	0
23	24	0,3463	0,1145	0
24	25	0,7488	0,2475	0
25	26	0,3089	0,1021	0
26	27	0,1732	0,0572	0
3	28	0,0044	0,0108	0
28	29	0,0640	0,1565	0
29	30	0,3978	0,1315	0
30	31	0,0702	0,0232	0
31	32	0,3510	0,1160	0
32	33	0,8390	0,2816	0
33	34	1,7080	0,5646	0
34	35	1,4740	0,4873	0
3	36	0,0044	0,1080	0
36	37	0,0640	0,0640	0

37	38	0,1053	0,1230	0
38	39	0,0304	0,0355	0
39	40	0,0018	0,0021	0
40	41	0,7283	0,8509	0
41	42	0,3100	0,3626	0
42	43	0,0410	0,0478	0
43	44	0,0092	0,0116	0
44	45	0,1089	0,1373	0
45	46	0,0009	0,0012	0
4	47	0,0034	0,0084	0
47	48	0,0851	0,2083	0
48	49	0,2898	0,7091	0
49	50	0,0822	0,2011	0
8	51	0,0928	0,0473	0
51	52	0,3319	0,1114	0
9	53	0,1740	0,0886	0
53	54	0,2030	0,1034	0
54	55	0,2842	0,1447	0
55	56	0,2813	0,1433	0
56	57	1,5900	0,5337	0
57	58	0,7837	0,2630	0
58	59	0,3042	0,1006	0
59	60	0,3861	0,1172	0
60	61	0,5075	0,2585	0
61	62	0,0974	0,0496	0
62	63	0,1450	0,0738	0
63	64	0,7105	0,3619	0
64	65	1,0410	0,5302	0
11	66	0,2012	0,0611	0
66	67	0,0047	0,0014	0
12	68	0,7394	0,2444	0
68	69	0,0047	0,0016	0

A.2.1 Sistema tutorial

Os dados do sistema de 69 barras no formato ANAREDE para o cenário ilhado.

Caso Sistema Teste 69 Barras

DCTE

(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)	(Mn)	(Val)
BASE	1.	DASE	100.	TEPA	.1E-5	EXST	.4E-5	TETP	5.	TBPA	5.
TLPP	1.	TEPR	.1E-5	QLST	.4E-5	TLPR	.1	TLPQ	2.	TSBZ	.01
TSBA	5.	ASTP	.05	VSTP	5.	TLVC	.5	TLTC	.01	TSFR	.1E-7
ZMAX	500.	TLPV	.5	VDVM	200.	VDVN	40.	TUDC	.001	TADC	.01
PGER	30.	TPST	.2E-5	VFLD	70.	ZMIN	.001	HIST	470	LFIT	10
ACIT	30	LFCV	1	DCIT	10	VSIT	10	LPIT	50	LFLP	10
PDIT	10	LCRT	96	LPRT	60	CSTP	5.	ASDC	1.		
ICIT	500	DMAX	5	FDIV	2.	ICMN	.05	VART	5.	TSTP	33
ICMV	.5	APAS	90.	CPAR	70.	VAVT	2.	VAVF	5.	VMVF	15.
VPVT	2.	VPVF	5.	VPMF	10.	VSVF	20.	VINF	1.	VSUP	1.
TLSI	0.	NDIR	20.	STTR	5.	TRPT	100.	STIR	1.	BEPO	1.

99999

DBAR

(Num)	OETGb	(nome)	Gl	(V)	(A)	(Pg)	(Qg)	(Qn)	(Qm)	(Bc)	(P1)	(Q1)	(Sh)	Are	(Vf)
(1	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
2	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
3	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
4	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
5	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
6	L	Barra_PQ	1000	0							0.0030.002			11000	
7	L	Barra_PQ	1000	0							0.0400.030			11000	
8	L	Barra_PQ	1000	0							0.0750.054			11000	
9	L	Barra_PQ	1000	0							0.0300.022			11000	
10	L	Barra_PQ	1000	0							0.0280.019			11000	
11	L	Barra_PQ	1000	0							0.1450.104			11000	
12	L	Barra_PQ	1000	0							0.1450.104			11000	
13	L	Barra_PQ	1000	0							0.0080.005			11000	
14	L	Barra_PQ	1000	0							0.0080.005			11000	
15	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
16	L	Barra_PQ	1000	0							0.0450.030			11000	
17	L	Barra_PQ	1000	0							0.06 0.035			11000	
18	L	Barra_PQ	1000	0							0.06 0.035			11000	
19	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
20	L	Barra_PQ	1000	0							0.0010.001			11000	
21	L	Barra_PQ	1000	0							0.1140.081			11000	
22	L	Barra_PQ	1000	0							0.0050.003			11000	
23	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
24	L	Barra_PQ	1000	0							0.0280.020			11000	
25	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
26	L	Barra_PQ	1000	0							0.0140.010			11000	
27	L1	Barra_PV	1000	0	0.014	0.	-99999999.				0.0140.010			11000	
28	L	Barra_PQ	1000	0							0.0260.019			11000	
29	L	Barra_PQ	1000	0							0.0260.019			11000	
30	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
31	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
32	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	
33	L	Barra_PQ	1000	0							0.0140.010			11000	
34	L	Barra_PQ	1000	0							0.0190.014			11000	
35	L	Barra_PQ	1000	0							0.0060.004			11000	
36	L	Barra_PQ	1000	0							0.0260.018			11000	
37	L	Barra_PQ	1000	0							0.0260.018			11000	
38	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000,000			11000	
39	L	Barra_PQ	1000	0							0.0240.017			11000	
40	L	Barra_PQ	1000	0							0.0240.017			11000	
41	L	Barra_PQ	1000	0							0.0010.001			11000	
42	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000,000			11000	
43	L	Barra_PQ	1000	0							0.0060.004			11000	
44	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000			11000	

45	L	Barra_PQ	1000	0							0.0390.026	11000
46	L	Barra_PQ	1000	0							0.0390.026	11000
47	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000	11000
48	L	Barra_PQ	1000	0							0.0790.056	11000
49	L	Barra_PQ	1000	0							0.3880.274	11000
50	L	Barra_PQ	1000	0							0.3880.274	11000
51	L	Barra_PQ	1000	0							0.0400.028	11000
52	L	Barra_PQ	1000	0							0.0040.003	11000
53	L	Barra_PQ	1000	0							0.0040.003	11000
54	L	Barra_PQ	1000	0							0.0260.019	11000
55	L	Barra_PQ	1000	0							0.0240.017	11000
56	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000	11000
57	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000	11000
58	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000	11000
59	L	Barra_PQ	1000	0							0.1000.072	11000
60	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000	11000
61	L	Barra_PQ	1000	0							0.0120.009	11000
62	L	Barra_PQ	1000	0							0.0320.023	11000
63	L	Barra_PQ	1000	0							0.0000.000	11000
64	L	Barra_PQ	1000	0							0.2270.162	11000
65	L2	Barra_PV	1000	0	0.059	0.	-99999999.				0.0590.042	11000
66	L	Barra_PQ	1000	0							0.0180.013	11000
67	L	Barra_PQ	1000	0							0.0180.013	11000
68	L	Barra_PQ	1000	0							0.0280.020	11000
69	L1	Barra_PQ	1000	0	0.028	0.	-99999999.				0.0280.020	11000

99999

DLIN

```
(De )d O d(Pa )NcEP ( R% )( X% )(Mvar)(Tap)(Tmn)(Tmx)(Phs)(Bc )(Cn)(Ce)Ns(Cq)(1) (
( 1      2 1 0.00030.0007
 2      3 1 0.00030.0007
 3      4 1 0.00090.0022
 4      5 1 0.01570.0183
 5      6 1 0.22840.1163
 6      7 1 0.23780.1211
 7      8 1 0.05750.0293
 8      9 1 0.03080.0157
 9     10 1 0.51100.1689
10     11 1 0.11680.0386
11     12 1 0.44390.1467
12     13 1 0.64260.2121
13     14 1 0.65140.2153
14     15 1 0.66010.2181
15     16 1 0.12270.0406
16     17 1 0.23360.0772
17     18 1 0.00290.0010
18     19 1 0.20440.0676
19     20 1 0.13140.0434
20     21 1 0.21310.0704
21     22 1 0.00870.0029
22     23 1 0.09930.0328
23     24 1 0.21610.0714
24     25 1 0.46720.1544
25     26 1 0.19270.0637
26     27 1 0.10810.0357
 3     28 1 0.00270.0067
28     29 1 0.03990.0976
29     30 1 0.24820.0820
30     31 1 0.04380.0145
31     32 1 0.21900.0724
32     33 1 0.52350.1757
33     34 1 1.06570.3523
34     35 1 0.91970.3040
```

```

3      36  1  0.00270.0674
36     37  1  0.03990.0399
37     38  1  0.06570.0767
38     39  1  0.01900.0221
39     40  1  0.00110.0013
40     41  1  0.45440.5309
41     42  1  0.19340.2260
42     43  1  0.02560.0298
43     44  1  0.00570.0072
44     45  1  0.06790.0857
45     46  1  0.00060.0007
4      47  1  0.00210.0052
47     48  1  0.05310.1300
48     49  1  0.18080.4424
49     50  1  0.05130.1255
8      51  1  0.05790.0295
51     52  1  0.20710.0695
9      53  1  0.10860.0553
53     54  1  0.12670.0645
54     55  1  0.17730.0903
55     56  1  0.17550.0894
56     57  1  0.99200.3330
57     58  1  0.48900.1641
58     59  1  0.18980.0628
59     60  1  0.24090.0731
60     61  1  0.31660.1613
61     62  1  0.06080.0309
62     63  1  0.09050.0460
63     64  1  0.44330.2258
64     65  1  0.64950.3308
11     66  1  0.12550.0381
66     67  1  0.00290.0009
12     68  1  0.46130.1525
68     69  1  0.00290.0010
99999
DGER
(No ) O (Pmn ) (Pmx ) ( Fp) (FpR) (FPn) (Fa) (Fr) (Ag) ( Xq) (Sno) ( R )
27                                     0.33
65                                     0.33
69                                     0.33
99999
DFRQ
(No O (Nbr) fBase (fmin (fmax (
1      65  60.00  59.50 60.50
DESCRICAO
Barra Referencia
99999

EXLF NEWT FREQ
RELA RBAR
EXLF NEWT
FIM

```