Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Física

Robson César de Oliveira Guedes

ESTUDO VIA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA ESTABILIDADE DE SKYRMIONS EM FILMES ANTIFERROMAGNÉTICOS E SUAS INTERAÇÕES COM IMPUREZAS MAGNÉTICAS.

Juiz de Fora

Robson César de Oliveira Guedes

ESTUDO VIA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA ESTABILIDADE DE SKYRMIONS EM FILMES ANTIFERROMAGNÉTICOS E SUAS INTERAÇÕES COM IMPUREZAS MAGNÉTICAS.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Sidiney de Andrade Leonel

Juiz de Fora

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Guedes, Robson Oliveira.

ESTUDO VIA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA ESTABILIDADE DE SKYRMIONS EM FILMES ANTIFERROMAGNÉTICOS E SUAS INTERAÇÕES COM IMPUREZAS MAGNÉTICAS. / Robson César de Oliveira Guedes. – 2021.

80 f. : il.

Orientador: Sidiney de Andrade Leonel

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Física, 2021.

1. Skyrmion antiferromagnético. 2. Micromagnetismo. 3. Simulação micromagnética. 4. Equação de Landau-Lifshitz-Gilbert. 5. Spintrônica. I. Leonel, Sidney Andrade II. Título.

"Estudo via simulação computacional da estabilidade de skyrmions em filmes antiferromagnéticos e suas interações com impurezas magnéticas"

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física. Área de concentração: Física.

Aprovada em 26 de novembro de 2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Sidiney de Andrade Leonel - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Afrânio Rodrigues Pereira

Universidade Federal de Viçosa

Prof. Dr. Pablo Zimmermann Coura

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 23/11/2021.



AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais Alberto e Sandra e à minha irmã Andresa pelo apoio, motivação e confiança prestados a mim durante todo o percurso de minha formação. Sem vocês eu não teria chegado até aqui. Agradeço à minha namorada Flávia por todo amor, carinho e por acreditar mais em mim que eu mesmo, seu apoio durante toda essa jornada foi fundamental para mais esta conquista. Sou profundamente grato por ter você ao meu lado. Agradeço ao professor Sidiney Leonel por todo este período de orientação, sou grato por todo o tempo e dedicação em me instruir durante este curso de mestrado. Agradeço a todos os meus amigos pelas conversas, conselhos e pelas rizadas que fizeram este período de minha vida parecer mais leve. Agradeço especialmente aos meus amigos Ícaro Lima e Isaac Santece pelo acolhimento e companheirismo. Agradeço a todos os professores que me acompanharam desde o ensino fundamental até a presente data Por fim, agradeço ao grupo de pesquisa em simulação computacional do departamento de física, a UFJF, a todo o departamento de Física especialmente ao Domingos. Agradeço também às agências de fomento CAPES, CNPq, FAPEMIG, FINEP.

RESUMO

Skyrmions são quase-partículas que contam com características que os tornam viáveis para a aplicação em novas gerações de dispositivos de memórias e de processamento de dados. Isso é devido ao seu pequeno tamanho, sua estabilidade e à sua alta mobilidade em sistemas magnéticos quase bidimensionais. Skyrmions antiferromagnéticos se sobressaem aos skyrmions ferromagnéticos por necessitarem de densidade de corrente menor e não apresentarem Efeito Hall de Skyrmion em sua dinâmica. É necessário entender como um skyrmion antiferromagnético se comporta em uma nanotrilha, o controle de sua posição e de seu tamanho é de fundamental importância para sua aplicação em dispositivos spintrônicos. No presente trabalho estudamos o comportamento de um skyrmion antiferromagnético estabilizado em uma bicamada formada por trifluoreto de potássio manganês sobre platina $(KMnF_3/Pt)$. Nossos estudos foram feitos via simulação computacional micromagnética utilizando um software próprio desenvolvido pelo nosso grupo de pesquisa. Como resultado verificamos que o balanço das interações de Dzyaloshinskii-Moriya e anisotropia magnetocristalina perpendicular é de fundamental importância na estabilização de skyrmions antiferromagnéticos, bem como no seu tamanho e forma. Obtendo o estado de equilíbrio de um skyrmion inicialmente posicionado em uma interface entre dois meios antiferromagnéticos distintos, verificamos que a quase-partícula é atraída ou repelida para uma região magneticamente modificada, com isso concluímos que é possível a construção de armadinhas para skyrmions antiferromagnéticos. As armadilhas para skyrmions são importantes no controle de sua posição na nanotrilha, visto que a existência ou ausência do skyrmion em determinada região pode armazenar informação de forma binária. Acreditamos que este estudo seja útil como guia na busca de novos materiais capazes de estabilizar skyrmions antiferromagnéticos. Os resultados contidos neste trabalho corroboram ou ampliam os estudos em skyrmions antiferromagnéticos.

Palavras-chave: Skyrmion antiferromagnético. Nanomagnetismo. Simulação micromagnética. Equação de Landau-Lifshitz-Gilbert. Spintrônica.

ABSTRACT

Skyrmions are quasi-particles that have characteristics that make them viable for application in new generation memory and data processing devices. This is due to its small size, its stability, and its high mobility in nearly two-dimensional magnetic systems. Antiferromagnetic skyrmions stand out from ferromagnetic skyrmions because they need a lower current density and do not show Skyrmion Hall Effect in their dynamics. It is necessary to understand how an antiferromagnetic skyrmion behaves in a nanotrack, the control of its position and size is of fundamental importance for its application in spintronic devices. In this work we study the behavior of an antiferromagnetic skyrmion stabilized in a bilayer formed by potassium manganese trifluoride on platinum $(KMnF_3/Pt)$. Our studies were carried out via micromagnetic computer simulation using proprietary software developed by our research group. As a result, we verified that the balance of Dzyaloshinskii-Moriya interactions and perpendicular magneto crystalline anisotropy is of fundamental importance in the stabilization of antiferromagnetic skyrmions, as well as in their size and shape. Obtaining the equilibrium state of a skyrmion initially positioned at the interface between two distinct antiferromagnetic means, we verified that the quasi-particle is attracted or repelled to a magnetically modified region, with this we conclude that it is possible to build traps for antiferromagnetic skyrmions. Skyrmion traps are important in controlling their position on the nano trail since the existence or absence of the skyrmion in a certain region can store information in binary form. We believe that this study is useful as a guide in the search for new materials capable of stabilizing antiferromagnetic skyrmions. The results contained in this work corroborate or extend the studies on antiferromagnetic skyrmions.

Key-words: Antiferromagnetic Skyrmion. Nanomagnetism. Micromagnetic simulation. Landau-Lifshitz-Gilbert Equation.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 Imagens de skyrmions ferromagnéticos, cada seta na figura representa um momento magnético. Em (a) temos o skyrmion do tipo Neél com carga topológica Q = -1 e radialidade para dentro. Em (b) temos o skyrmion com carga topológica Q = 1 e radialidade para fora, também do tipo Neél. Em (c) temos um skyrmion ferromagnético do tipo Bloch, nele os spins rotacionam tangencialmente como espiral helicoidal. . . . 18
- Figura 2 Imagens da dinâmica de um skyrmion ferromagnético produzida por simulação de uma nanotrilha de Co/Pt, os traços azuis mostram a diminuição da distância entre o skyrmion e a borda. O movimento do skyrmion ferromagnético contém um deslocamento perpendicular à corrente aplicada fazendo com que seu deslocamento seja na diagonal.
- Figura 4 Representação de um skyrmion antiferromagnético como a união de dois skyrmions ferromagnéticos de cargas topológicas opostas. Em a) temos um skyrmion ferromagnético onde a rede no estado fundamental tem seus momentos magnéticos da borda apontando para cima. Em b) o estado fundamental da rede é caracterizado pelos momentos magnéticos da borda apontando para baixo. A figura c) pode ser vista como a superposição de a) e b).

Figura 8 –	Representação de uma bicamada formada por um material ferromagné-	
	tico (azul) e um metal com forte acoplamento spin-órbita (cinza). O	
	vetor \vec{D}_{12} é perpendicular ao plano do triângulo que é formado por dois	
	sítios magnéticos e um átomo com grande SOC	36
Figura 9 –	Precessão do momento magnético de um elétron em torno do campo $\vec{H}.$	
	O fator giromagnético do elétron é negativo e isso determina a direção	
	de precessão de acordo com a regra da mão direita	41
Figura 10 –	Torque de precessão e torque de amortecimento agindo sobre o momento	
	magnético de um elétron em um campo \vec{H} estático	42
Figura 11 –	Representação esquemática da divisão das células de trabalho utili-	
	zadas na simulação micromagnética. Em a) temos representado um	
	sistema real constituído por vários momentos magnéticos atômicos. Em	
	b) temos um sistema Micromagnético equivalente. Neste caso os mo-	
	mentos magnéticos atômicos de uma célula são substituídos por um	
	único momento magnético resultante localizado no centro desta célula	
	micromagnética. A partir de então a célula micromagnética conta com	
	um único momento magnético resultante. A representação mostrada	
	aqui é bidimensional, contudo, as simulações geralmente são realizadas	
	com células tridimensionais.	45
Figura 12 –	Representação de uma nanotrilha antiferromagnética composta por	
	dois meios magnéticos distintos. A região escurecida representa o meio	
	magnético que conta com uma variação na anisotropia magnetocristalina.	
	Na interface entre os dois meios temos um skyrmion antiferromagnético.	
	Chamamos de meio 1 o lado esquerdo e de meio 2 o lado direito da	
	nanotrilha.	54
Figura 13 –	Estabilização do skyrmion antiferromagnético em dois meios magne-	
	ticamente modificados ($K'' = 0.75K$). Em a) temos a configuração	
	inicial com $t = 4 \ ps$, em b) temos a configuração após 200 ps . Em c)	
	temos a configuração após 400 $ps.~{\rm Em}$ d) temos a configuração após	
	600 $ps,$ a partir deste intervalo de tempo o skyrmion permanece estável	
	e imóvel do lado direito da nanotrilha. Observamos que o skyrmion se	
	desloca completamente para o lado direito onde houve uma redução do	
	parâmetro K .	55

- Figura 18 Ilustração da medida do raio de um skyrmion antiferromagnético. . . . 58

- Figura 22 Energia de interação skyrmion defeito em função do tempo. O sistema atinge rapidamente o equilíbrio estável, isso acontece a partir de 180 *ps.* 64
- Figura 23 Efeito da armadilha de espalhamento para skyrmions antiferromagnéticos. Em a) temos a configuração inicial com 4 ps, a separação centro a centro entre o skyrmion e o defeito é de 10 nm. Em b) temos a configuração após 40 ps. Em c) temos a configuração após 80 ps. Em d) temos a configuração após 160 ps, em e) temos a configuração após 600 ps onde a distância centro-a-centro entre o skyrmion e o defeito é de 20 nm. Deste momento em diante nossas simulações verificam que o skyrmion permanece afastado da armadilha. O defeito magnético contém uma área de 169 nm² e seu parâmetro K é aumentado em 25%. 65
- Figura 24 Energia de interação skyrmion defeito em função do tempo. O sistema atinge rapidamente o equilíbrio estável, isso acontece a partir de 800 ps. 66

	Energia de interação entre o skyrmion antiferromagnético e o defeito	Figura 27 –
	em função da separação centro a centro, a área do defeito foi mantida	
69	fixa em 121 nm^2	

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Parâmetros magnéticos utilizados para a simulação de uma nanotrilha
	antiferromagnética formada pela bicamada $KMnF_3/Pt.$
Tabela 2 –	Armadilha para skyrmion antiferromagnético em função da variação
	do parâmetro magnético K do defeito. Dois tipos de armadilhas para
	skyrmions antiferromagnéticos podem ser criadas pelo aumento ou
	diminuição do parâmetro magnético K da nanotrilha. Uma armadilha
	de fixação é caracterizada pelo poço de potencial da energia de interação,
	já a armadilha de espalhamento é caracterizada por uma barreira de
	potencial

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DMI	Dzyaloshinskii-Moriya Interaction - Interação Dzyaloshinskii-Moriya
iDMI	Interfacial Dzyaloshinskii-Moriya Interaction - Interação Dzyaloshinskii- Moriya interfacial
MOKE	<i>Polar Magneto-Optical Kerr Effect Microscopy</i> - Microscopia Polar Magneto-Ótica de Efeito Kerr
SOC	Spin-Orbit Coupling - Acoplamento Spin Órbita
SOT	Spin-Orbit Torque - Torque de Spin Órbita
FCC	Face-Centred Cubic - Cúbico de face centrada
BCC	Body-Centered Cubic - Cúbico de Corpo centrado
SkHE	Skyrmion Hall Effect - Efeito Hall de Skyrmion
LLG	Landau-Lifshitz-Gilbert
$KMnF_3$	Trifluoreto de potássio manganês
Pt	Platina

SUMÁRIO

1	Introdução	17
1.1	Skyrmions Magnéticos	17
1.2	Skyrmions Antiferromagnéticos	22
2	Interações Fundamentais e a Equação de Landau-Lifshitz-Gilbert	26
2.1	A Interação Zeeman	26
2.2	A Interação Dipolar Magnética	27
2.3	A Interação de Troca de Heisenberg	30
2.4	A Anisotropia Magnética Perpendicular e o Modelo de Heisenberg	33
2.5	A Interação Dzyaloshinskii-Moriya Interfacial	35
2.6	O Campo Magnético Efetivo Local	37
2.7	A Equação de Landau-Lifshitz-Gilbert	40
3	Simulação Micromagnética - Metodologia	44
3.1	A Hamiltoniana do Sistema Micromagnético	50
4	Resultados e Discussões	53
4.1	Nanotrilha Fabricada com dois Materiais magnéticos	54
4.2	Nanotrilha Fabricada com um Único Material Magnético	57
4.3	Nanotrilha com um Defeito Magnético	62
5	Conclusões	71
	APÊNDICE A – Conservação do Módulo do Momento Mag- nético	74
	APÊNDICE B – Forma Explícita da Equação de Landau-Lifsbitz-	
	Gilbert (LLG)	76
	REFERÊNCIAS	78

1 Introdução

1.1 Skyrmions Magnéticos

Skyrmions são texturas magnéticas que podem ser tratadas como objetos topológicos, eles podem ser criados e estabilizados em determinados materiais magnéticos que contam com a interação de Dzyaloshinskii-Moriya e uma forte anisotropia de eixo fácil. Esta classe de textura magnética conta com uma forte proteção topológica e esta característica os viabilizam como portadores e transmissores de informação em dispositivos de memória nanotecnológicas. Essas quase partículas são vistas como uma das mais promissoras portadoras de informação em dispositivos spintrônicos de baixa potência de consumo e com aplicações em processamento de informação [1, 2, 3].

Skyrmions magnéticos foram identificados inicialmente em cristais não centrossimétricos como MnSi, FeGe, FeGe, MnFeGe, FeCoSi [1, 2, 4] estabilizados por interações quirais entre os spins atômicos. Posteriormente, skyrmions magnéticos foram descobertos em filmes finos multicamadas. Nesses materiais os estudos mostraram que os skyrmions eram estabilizados pela interação de Dzyaloshinskii-Moriya interfacial (iDMI) e que esta interação surgia devido a quebra de simetria de inversão combinada com o forte acoplamento spin-órbita existente na interface dos filmes [1, 2, 4].

O tamanho de um skyrmion que é estabilizado pela interação de Dzyaloshinskii-Moriya (DMI) pode variar de 1 a 100 nm e depende diretamente dos parâmetros do material, da temperatura e do campo magnético aplicado¹. Skyrmions magnéticos podem ser impulsionados por densidades de correntes elétricas muito baixas, densidades de $0.1 \times 10^{10} A/m^2$ são suficientes para movimentar o skyrmion em uma nanotrilha bidimensional. Pulsos de campo magnético e pulsos de campo elétrico também são ferramentas utilizadas para impulsionar os skyrmions magnéticos pela nanotrilha. Outro ponto a ser citado é que a corrente necessária para "arrancar" um skyrmion magnético de um ponto de fixação

¹ para alguns materiais é necessário a aplicação de um forte campo magnético externo para a estabilização de skyrmions.

é até quatro ordem de grandeza menor que a necessária para desprender uma parede de domínio em nanofios [1, 2]. Isso também faz do skyrmion uma ótima opção em potenciais aplicações tecnológicas. A Figura 1 ilustra dois skyrmions ferromagnéticos distintos do tipo Neél e Bloch.



Figura 1 – Imagens de skyrmions ferromagnéticos, cada seta na figura representa um momento magnético. Em (a) temos o skyrmion do tipo Neél com carga topológica Q =-1 e radialidade para dentro. Em (b) temos o skyrmion com carga topológica Q = 1 e radialidade para fora, também do tipo Neél. Em (c) temos um skyrmion ferromagnético do tipo Bloch, nele os spins rotacionam tangencialmente como espiral helicoidal.

Skyrmions magnéticos contam com uma carga topológica associada à sua estrutura. Para os skyrmions ferromagnéticos a carga topológica Q = 1 caracteriza um skyrmion onde as componentes dos momentos magnéticos no plano apontam radialmente para fora do centro do skyrmion. Para o caso em que as componentes dos momentos magnéticos no plano apontam para o centro do skyrmion, temos a carga topológica Q = -1. A carga topológica é dada pela seguinte integral

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int d^2 r \left(\frac{\partial \hat{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \hat{m}}{\partial y} \right) \cdot \hat{m}$$
(1.1)

onde \hat{m} representa o versor do momento magnético \vec{m} . Podemos descrever o versor \hat{m} por

$$\hat{m} = (\cos \Phi(\phi) \operatorname{sen} \Theta(r), \operatorname{sen} \Phi(\phi) \operatorname{sen} \Theta(r), \cos \Theta(r)).$$
(1.2)

Aqui usamos as coordenadas polares de forma que $\vec{r} = (r \cos \phi, r \sin \phi)$. O ângulo entre o momento magnético \hat{m} que pertence ao skyrmion e o eixo z é dado pela função $\Theta(r)$. O ângulo entre a projeção do vetor \hat{m} no plano xy e o eixo x é dado pela função $\Phi(\phi)$ [5]. Considerando uma rede ferromagnética em que os momentos magnéticos apontam para baixo no centro do skyrmion (r = 0) e para cima na borda da rede, temos que

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{d\Theta(r)}{dr} \frac{d\Phi(\phi)}{d\phi} \sin \Theta(r) dr d\phi$$

= $\frac{1}{2\pi} (\Phi(2\pi) - \Phi(0))$ (1.3)
= $n.$

Aqui *n* determina a carga topológica do skyrmion com a condição de contorno que os momentos magnéticos apontam para cima no infinito (borda da monotrilha)[4]. Para o caso de skyrmions com carga topológica igual a um, podemos definir a função e $\Phi(\phi)$ em coordenadas cilíndricas da seguinte maneira

$$\Phi(\phi) = n\phi + \gamma. \tag{1.4}$$

O parâmetro γ representa uma fase que é vinculada ao tipo do skyrmion. Para skyrmions do tipo Neél este parâmetro representa a polaridade dos momentos magnéticos, ou seja, se apontam radialmente para fora ou radialmente para dentro. Para skyrmions do tipo Bloch, γ representa a quiralidade do skyrmion, isto é, o sentido em que os momentos magnéticos rotacionam no plano.

A função $\Theta(r)$ pode ser definida por

$$\Theta(r_i) = \pi \left[\frac{\left(\frac{r_i}{r_s}\right)^{\left(\frac{2}{1-s}\right)}}{1 + \left(\frac{r_i}{r_s}\right)^{\left(\frac{2}{1-s}\right)}} \right]$$
(1.5)

onde r_s é o raio do skyrmion, r_i é a distância do momento magnético até o centro do skyrmion e s é um parâmetro magnético associado à força das interações magnéticas, com intervalo de $0 \le s < 1$ [6].

Podemos observar pela Equação 1.5 que para r = 0 temos $\Theta(r_i) = 0$, isso quer dizer que o momento magnético da origem aponta para cima, como era de se esperar. Fazendo o limite quando a distância até o centro tende ao infinito, temos:

$$\lim_{r_i \to \infty} \Theta(r_i) = \lim_{r_i \to \infty} \pi \left[\frac{\left(\frac{r_i}{r_s}\right)^{\left(\frac{2}{1-s}\right)}}{1 + \left(\frac{r_i}{r_s}\right)^{\left(\frac{2}{1-s}\right)}} \right]$$

$$= \lim_{r_i \to \infty} \pi \left[\frac{\left(\frac{2}{1-s}\right) \left(\frac{r_i}{r_s}\right)^{\left(\frac{s+1}{1-s}\right)} \frac{1}{r_s}}{0 + \left(\frac{2}{1-s}\right) \left(\frac{r_i}{r_s}\right)^{\left(\frac{s+1}{1-s}\right)} \frac{1}{r_s}} \right]$$

$$= \pi$$
(1.6)

como esperado.

Skyrmions magnéticos podem ser criados pela aplicação localizada de campos magnéticos, por correntes elétricas, por campos elétricos, por aquecimento localizado e por corrente polarizada em spin [1, 2, 4, 7, 3]. A aplicação de uma corrente polarizada em spin é muito utilizada para movimentar skyrmions [8, 9]. Entretanto, o movimento causado por correntes elétricas vem acompanhado de efeitos indesejados, como o aquecimento Joule, por exemplo. Para o caso de skyrmions ferromagnéticos impulsionados pela corrente polarizada em spin, ainda contamos com um efeito prejudicial conhecido como Efeito Hall de Skyrmion - (SkHE). Esse efeito faz com que o skyrmion não se mova paralelamente à corrente aplicada e isso faz com que ele seja desviado lateralmente para as bordas da fita durante sua dinâmica [10, 11]. Ao tocar a borda da nanotrilha o skyrmion pode simplesmente colapsar. A Figura 2 ilustra a deflexão do skyrmion ferromagnético durante sua dinâmica.



Figura 2 – Imagens da dinâmica de um skyrmion ferromagnético produzida por simulação de uma nanotrilha de Co/Pt, os traços azuis mostram a diminuição da distância entre o skyrmion e a borda. O movimento do skyrmion ferromagnético contém um deslocamento perpendicular à corrente aplicada fazendo com que seu deslocamento seja na diagonal.

O desvio na trajetória do skyrmion ferromagnético é causado pela força de Magnus topológica. Essa força surge da interação entre a carga topológica do skyrmion com a corrente polarizada em spin aplicada na nanotrilha. O vetor força de Magnus é dado por

$$\vec{F}_m = G\hat{z} \times \vec{j}.\tag{1.7}$$



Figura 3 – Ilustração da ação da força de Magnus em um skyrmion ferromagnético de carga topológica Q = -1. A seta curvada representa a trajetória do skyrmion que é resultado da força de arrasto e de Magnus.

O vetor $\vec{G} = (0, 0, 4\pi Q)$ é chamado de vetor de acoplamento giromagnético, j_e é a densidade de corrente e Q é a carga topológica dada pela Equação 1.1. A Figura 3 ilustra a direção da força de Magnus.

O desvio na trajetória sofrido por um skyrmion ferromagnético na nanotrilha é um problema a ser resolvido para que este seja mais viável para aplicações em spintrônica. A deflexão em sua trajetória pode causar o colapso do skyrmion que toca a borda da nanotrilha. Engenharias das propriedades magnéticas de nanotrilhas vem sendo fortemente estudadas e empregadas para contornar o problema citado [12]. A pesquisa em skyrmions antiferromagnéticos vêm ganhando cada vez mais relevância, visto que tais quase partículas não apresentam Efeito Hall de Skyrmion. Devido a esta grande vantagem, focamos nossos trabalhos na investigação da estabilidade dos skyrmions antiferromagnéticos.

1.2 Skyrmions Antiferromagnéticos

Skyrmions antiferromagnéticos possuem características próprias que os tornam uma quase partícula mais viável para aplicações em dispositivos spintrônicos, isso quando comparados aos skyrmions ferromagnéticos. O ponto mais relevante é a ausência de efeito Hall de skyrmion para a dinâmica de skyrmions antiferromagnéticos em nanotrilhas [13]. O skyrmion antiferromagnético não apresenta componente transversal em seu deslocamento. Outro ponto relevante é a insensibilidade a campos magnéticos externos, isso é interessante pois concede aos possíveis dispositivos spintrônicos de skyrmions antiferromagnéticos maior robustez a acidentes eletromagnéticos externos.

Um skyrmion antiferromagnético pode ser visto como a interpolação de dois skyrmions ferromagnéticos com cargas topológicas opostas. Essa interpretação segue a mesma linha de raciocínio que a rede antiferromagnética, sendo então a junção de duas redes ferromagnéticas cujo a orientação de spins é antiparalela entre as redes. A Figura 4 representa o skyrmion antiferromagnético formado pela interpolação de dois skyrmions ferromagnéticos.



Figura 4 – Representação de um skyrmion antiferromagnético como a união de dois skyrmions ferromagnéticos de cargas topológicas opostas. Em a) temos um skyrmion ferromagnético onde a rede no estado fundamental tem seus momentos magnéticos da borda apontando para cima. Em b) o estado fundamental da rede é caracterizado pelos momentos magnéticos da borda apontando para baixo. A figura c) pode ser vista como a superposição de a) e b). Para a rede antiferromagnética, o skyrmion se forma como um par de objetos topológicos fortemente acoplados entre si. Esse acoplamento é regido pela interação de troca antiferromagnética. O número topológico oposto de cada sub-rede causa o cancelamento exato da força de Magnus, portanto não há componente transversal da velocidade para esta quase partícula. Uma representação gráfica é mostrada na Figura 5. A velocidade longitudinal de um skyrmion antiferromagnético induzida pela corrente pode exceder em algumas centenas de ordens de grandeza a velocidade longitudinal dos skyrmions ferromagnéticos. A velocidade dos skyrmions ferromagnéticos está próxima à velocidade de deriva do elétron ($v \approx 200 \ m/s$). A velocidade é fortemente dependente dos parâmetros do material, podendo atingir centenas de quilômetros por hora [13] para os skyrmions antiferromagnéticos. Esse também é um ponto sobre o qual os skyrmions antiferromagnéticos se destacam.



Figura 5 – O skyrmion antiferromagnético é composto por cargas topológicas opostas, isso faz com que a força Magnus atue em direções contrárias. O forte acoplamento entre as sub-redes provoca um cancelamento perfeito das duas forças e com isso o skyrmion antiferromagnético não apresenta movimento transversal.

Outra razão que justifica o estudo de skyrmions em materiais antiferromagnéticos é que a interação de Dzyaloshinskii-Moriya, que é essencial na formação e estabilização dos skyrmions individuais, é mais comumente encontrada em materiais antiferromagnéticos do que em materiais ferromagnéticos[14, 15]. Materiais antiferromagnéticos são mais abundantes na natureza apesar da maioria deles não serem metálicos.

A detecção dos skyrmions antiferromagnéticos é uma tarefa desafiadora, visto que eles não são sensíveis à campos magnéticos externos. Técnicas como o espalhamento de nêutrons têm grande potencial para a detecção dessas quase partículas nas redes antiferromagnéticas. Além do mais, o acoplamento spin-órbita que ocorre na rede antiferromagnética que contém um skyrmion pode ser detectado pela técnica de dicroísmo linear magnético de raios-X [16].

No presente trabalho estudamos a estabilização de skyrmions antiferromagnéticos formados em uma bicamada de Trifluoreto de Potássio Manganês depositado sobre Platina $(KMnF_3/Pt)$. Desta forma estudamos as interações entre o skyrmion antiferromagnético e um defeito magnético posicionado propositalmente na nanotrilha. O $KMnF_3$ é um material antiferromagnético, quando depositado sobre um substrato de Platina - que conta com grande acoplamento spin-órbita - cria uma quebra de simetria na interface entre os dois materiais. Esta quebra de simetria é fundamental para o surgimento da iDMI necessária para a estabilização do skyrmion antiferromagnético na nanotrilha.

Os resultados presentes neste trabalho é uma parte dos resultados obtidos pelo grupo de pesquisa em simulação computacional de skyrmions antiferromagnéticos. Este estudo rendeu um artigo [17] que marca a primeira publicação do nosso grupo sobre este assunto.

2 Interações Fundamentais e a Equação de Landau-Lifshitz-Gilbert

2.1 A Interação Zeeman

Um dipolo magnético imerso em um campo magnético externo sofre uma interação que é descrita pelo potencial

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B}_{ext} \tag{2.1}$$

onde \vec{m} é o momento magnético do dipolo e \vec{B}_{ext} é o campo magnético externo experimentado pelo dipolo. Na presença de tal campo, o dipolo sofre um torque que tende a alinhá-lo na direção e sentido do campo externo, obedecendo assim o princípio de minimização da energia. O torque sofrido pelo dipolo magnético é descrito por

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}_{ext}.$$
(2.2)

Considerando N dipolos imersos em um campo \vec{B}_{ext} , temos que a hamiltoniana de Zeeman é dada pela soma das interações individuais de cada dipolo com o campo, desta forma, temos

$$\mathcal{H} = -\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i \cdot \vec{B}_{i,ext}.$$
(2.3)

Podemos escrever a equação 2.3 usando a relação entre campo magnético aplicado e campo magnético medido, ou seja, usando a relação $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$, temos que

$$\mathcal{H} = -\mu_0 \sum_{i=1}^N \vec{m}_i \cdot \vec{H}_{i,ext}.$$
(2.4)

É conveniente escrevermos a equação 2.4 em função de um campo magnético adimensional. Isso pode ser feito relacionando o campo magnético externo aplicado com a magnetização de saturação que o sistema de N dipolos pode atingir. Desta forma, definimos o campo magnético adimensional por

$$\vec{h}_i = \frac{1}{M_{\rm s}} \vec{H}_i^{ext}.$$
(2.5)

Com este resultado e usando a relação $\vec{m_i} = m_i \hat{m}_i$, a hamiltoniana do sistema é representada por

$$\mathcal{H} = -\sum_{i=1}^{N} \mu_0 M_s m_i \left(\hat{m}_i \cdot \vec{h}_{i,ext} \right).$$
(2.6)

Para o sistema de N dipolos em que todos apresentam o mesmo momento magnético, ou seja, $\vec{m_i} = \vec{m}$, temos que a hamiltoniana de Zeeman, equação 2.6 é reescrita como

$$\mathcal{H} = -\mathcal{Z} \sum_{i=1}^{N} \hat{m}_i \cdot \vec{h}_{i,ext}, \qquad (2.7)$$

onde $\mathcal{Z} = \mu_0 M_s m_i$ é conhecido como parâmetro de interação Zeeman. Para valores positivos de \mathcal{Z} a hamiltoniana do sistema assume seu valor mínimo quando os dipolos se alinham paralelamente ao campo magnético externo.

2.2 A Interação Dipolar Magnética

A interação dipolar magnética é uma interação clássica de longo alcance que ocorre entre momentos magnéticos separados por uma distância determinada. O campo de dipolo magnético gerado por um único dipolo na posição $\vec{r_i}$ em um ponto qualquer $\vec{r_j}$, (Figura 6) é dado pela equação 2.8



Figura 6 – Representação esquemática de dois dipolos magnéticos separados pelo vetor $\vec{r_{ij}}.$

$$\vec{H}_{i}\left(\vec{r}_{j}\right) = \frac{1}{4\pi r_{ij}^{3}} \left[3\left(\hat{r}_{ij}\cdot\vec{m}_{j}\right)\hat{r}_{ij} - \vec{m}_{j}\right]$$
(2.8)

onde \hat{r}_{ij} é o versor definido por:

$$\hat{r}_{ij} = \frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} = \frac{\hat{r}_{ij}}{r_{ij}}.$$
(2.9)

Para este sistema, a energia de interação entre os dois dipolos magnéticos separados por um deslocamento \vec{r}_{ij} é dado por

$$U_{ij} = -\vec{m}_j \cdot \vec{B}_i \left(\vec{r}_j \right). \tag{2.10}$$

Da relação entre indução magnética e campo magnético, temos que

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}.\tag{2.11}$$

Portanto a interação entre os dipolos é descrita por

$$U_{ij} = -\mu_0 \vec{m}_j \cdot \vec{H}_i \left(\vec{r}_j \right) \tag{2.12}$$

$$U_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi r_{ij}^3} \left[\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j - 3 \left(\vec{m}_i \cdot \hat{r}_{ij} \right) \left(\vec{m}_j \cdot \hat{r}_{ij} \right) \right].$$
(2.13)

Para um sistema físico com N dipolos magnéticos, a equação da energia de interação total é dada pela soma de todas as interações individuais entre cada dipolo da rede. Sabemos que a energia total de interação é equivalente à hamiltoniana dipolar, que neste caso, a princípio, é dada por

$$\mathcal{H} = \sum_{i,j}^{N} U_{ij}.$$
(2.14)

Neste ponto é importante lembrarmos que um dipolo magnético não interage com seu próprio campo, isso implica que

$$U_{ii} = U_{ij} = 0. (2.15)$$

Note também que ao fazer a soma total da energia de interação devemos cancelar a dupla contagem, pois U_{ij} é igual a U_{ji} , o método mais trivial de correção é multiplicar o somatório de \mathcal{H} por 1/2. Aplicando as correções citadas, temos que a hamiltoniana do sistema é dado por

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} \frac{\mu_0}{4\pi r_{ij}^3} \left[\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j - 3 \left(\vec{m}_i \cdot \hat{r}_{ij} \right) \left(\vec{m}_j \cdot \hat{r}_{ij} \right) \right].$$
(2.16)

Considerando que os N dipolos magnéticos estejam dispostos em uma rede quadrada, onde a menor distância entre os sítios, chamada de parâmetro de rede é igual à a_0 . Com isto, podemos escrever o módulo do vetor deslocamento em função do parâmetro de rede da seguinte maneira

$$r_{ij} = \rho_{ij}a_0, \tag{2.17}$$

onde ρ_{ij} é um termo adimensional que comumente é chamado de distância relativa adimensional. Este parâmetro pode ser interpretado como o número de parâmetros de rede contidos em um deslocamento r_{ij} .

Multiplicando e dividindo a hamiltoniana por a_0 , e usando a relação $\vec{m}_i = m_i \cdot \hat{m}_i$, temos

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} \frac{\mu_0 m_i m_j}{4\pi a_0^3} \left[\frac{\hat{m}_i \cdot \hat{m}_j - 3\left(\hat{m}_i \cdot \hat{r}_{ij}\right)\left(\hat{m}_j \cdot \hat{r}_{ij}\right)}{\left(r_{ij}/a_0\right)^3} \right],\tag{2.18}$$

onde o termo entre parênteses é adimensional. A partir daqui, podemos definir a constante de interação dipolar. Considerando um material cujo o módulo do momento de dipolo magnético seja sempre o mesmo para qualquer dipolo da rede, temos que a constante de interação dipolar é dada por

$$D_{dip} = \frac{\mu_0 m^2}{4\pi a_0^3}.$$
(2.19)

Nesse sistema físico com N dipolos, um dipolo posicionado no sítio j sofre a influência de um campo dipolar total gerado por todos os outros dipolos da rede. Desta forma, podemos escrever o campo magnético resultante ao qual um dipolo qualquer da rede está sujeito. Comparando a Equação 2.12 com a Equação 2.16 podemos notar que

$$\mathcal{H} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_{i=1}^N \vec{m}_i \cdot \sum_{j=1 \atop j \neq i}^N \frac{1}{4\pi} \left[\frac{3\hat{r}_{ij} \left(\vec{m}_j \cdot \hat{r}_{ij} \right) - \vec{m}_j}{r_{ij}^3} \right]$$
(2.20)

onde o somatório em j é o campo magnético resultante no sítio j. Portanto a hamiltoniana para a interação dipolar pode ser escrita pela equação

$$\mathcal{H} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i \cdot \vec{H}_i.$$
(2.21)

2.3 A Interação de Troca de Heisenberg

O conceito de interação de troca surgiu na mecânica quântica para explicar a existência de um campo magnético interno que seria forte o suficiente para manter o alinhamento espontâneo dos momentos magnéticos nos materiais ferromagnéticos. A interação dipolar não era forte o suficiente para gerar tal ordenamento magnético.

Em 1932 Heisenberg propôs um modelo teórico que explicaria a magnetização espontânea. Em sua formulação, a interação de troca é considerada como sendo de curto alcance¹ que ocorre entre os spins dos elétrons de átomos vizinhos de um material ferromagnético. É uma interação procedente da repulsão coulombiana e do princípio da exclusão de Pauli [18]. A hamiltoniana que relaciona a interação entre dois spins eletrônicos no modelo de Heisenberg é dada por

$$H = -\frac{J_{12}}{\hbar^2} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \tag{2.22}$$

¹ Por convenção, uma interação de curto alcance decai igual ou mais rapidamente que a função exponencial e^{-x} .

onde J_{12} é a constante de acoplamento de troca. O mecanismo desta interação ocorre devido à proximidade dos orbitais eletrônicos, de forma que um elétron pode saltar de um átomo para o outro.

Para um sistema com N spins, a hamiltoniana que descreve a interação de troca é representada por

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j}^{N} \frac{J_{ij}}{\hbar^2} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j, \qquad (2.23)$$

o fator 1/2 foi introduzido para cancelar a dupla contagem do somatório. O termo $\vec{S}_i(\vec{S}_j)$ é o spin localizado no sítio i(j). Como dito anteriormente, a interação de troca é uma interação de curto alcance, desta forma podemos considerar em uma boa aproximação apenas a interação entre os primeiros vizinhos. A Figura 7 ilustra o que seria a interação entre primeiros vizinhos em uma rede antiferromagnética bidimensional.



Figura 7 – Representação esquemática de uma rede antiferromagnética bidimensional. As linhas verdes representam a interação de troca entre primeiros vizinhos para um spin escolhido aleatoriamente na rede.

Pelas considerações precedentes, temos então que $J_{ij} = J_{ji} = J$ para os primeiros vizinhos, e $J_{ij} = J_{ji} = 0$ para os outros casos. Desta forma, a hamiltoniana anterior pode ser escrita da seguinte maneira

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2\hbar^2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j.$$
(2.24)

O símbolo $\langle i, j \rangle$ é usado para indicar que a soma é feita apenas entre os primeiros vizinhos. Podemos escrever a hamiltoniana em função do momento magnético \vec{m}_i . Para isso, usamos a relação entre o momento magnético atômico e o momento de spin do elétron

$$\vec{m} = -\gamma \vec{S} = -\frac{ge}{2m_e} \vec{S} \tag{2.25}$$

onde g é o fator giromagnético, μ_B é o magneton de Bohr, e é a carga do elétron e m_e é a massa do elétron. O versor momento magnético é dado por

$$\hat{m}_i = \frac{1}{|\vec{m}_i|} \vec{m}_i.$$
(2.26)

Com isso, a hamiltoniana será

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2} \left(\frac{m}{\gamma \hbar}\right)^2 \sum_{\langle i,j \rangle}^N \hat{m}_i \cdot \hat{m}_j.$$
(2.27)

Podemos definir um parâmetro adimensional

$$\sigma = \frac{m}{\gamma\hbar} \tag{2.28}$$

que é o módulo do momento magnético normalizado. Finalmente temos que a hamiltoniana de Heisenberg, escrita em relação aos momentos magnéticos, é dada por

$$\mathcal{H} = -\frac{J\sigma^2}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^N \hat{m}_i \cdot \hat{m}_j.$$
(2.29)

O caso em que J < 0, a hamiltoniana do sistema assume um valor mínimo quando os momentos magnéticos se alinham antiparalelamente, esse comportamento define um material antiferromagnético. Já no caso em que J > 0, a hamiltoniana assume o valor mínimo quando os momentos magnéticos se alinham paralelamente, descrevendo, portanto, um material ferromagnético.

2.4 A Anisotropia Magnética Perpendicular e o Modelo de Heisenberg

Um material magneticamente anisotrópico é aquele que conta com uma direção preferencial de alinhamento dos momentos magnéticos atômicos. Este fenômeno, também chamado de anisotropia magnetocristalina surge do arranjo cristalográfico do material magnético. Para este caso existe um sentido determinado em que a energia do sistema é minimizada quando o vetor magnetização aponta naquele determinado sentido. Um material magnético que conta com uma anisotropia magnética *perpendicular* é aquele cujo os momentos magnéticos atômicos se alinham perpendicularmente à superfície.

A anisotropia magnetocristalina favorece o alinhamento em relação a um eixo ou plano da rede cristalográfica do material. Materiais com anisotropia em relação a algum dos eixos espaciais são chamados de materiais magnéticos duros. Já os matérias que não contam com uma anisotropia magnética ou ela é muito pequena, são chamados de materiais magnéticos macios. Uma maneira de descrever um material que contenha uma anisotropia magnetocristalina forte é definindo uma hamiltoniana mais genérica que leve em consideração uma direção fácil ou difícil de alinhamento espontâneo dos momentos magnéticos. Para construir tal hamiltoniana, podemos partir da hamiltoniana da interação de troca. Desta forma temos que

$$\mathcal{H} = -\frac{J\sigma^2}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^N \hat{m}_i \cdot \hat{m}_j.$$
(2.30)

É comum na literatura a definição de uma nova constante de troca que engloba o termo σ^2 em J, portanto, temos

$$J\sigma^2 \to J.$$
 (2.31)

Para que a hamiltoniana represente um material anisotrópico, devemos inserir um termo negativo que leve uma constante multiplicativa no produto interno de uma das componentes do vetor momento magnético, ou seja,

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} \left(\hat{m}_i \cdot \hat{m}_j - \alpha m_i^z m_j^z \right).$$
(2.32)

Resolvendo o produto interno, chegamos em

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} \left[m_i^x m_j^x + m_i^y m_j^y + (1-\alpha) m_i^z m_j^z \right].$$
(2.33)

Os índices superiores $x, y \in z$ representam a projeção do versor momento magnético \hat{m} nas direções $x, y \in z$ respectivamente. O termo α é adimensional e representa o parâmetro de anisotropia. Este modelo foi proposto por Heisenberg e é conhecido como Modelo de Heisenberg anisotrópico. A equação 2.33 engloba a interação de troca, discutida na subseção 2.3, e a anisotropia magnetocristalina.

O valor assumido do parâmetro α relaciona a forma de anisotropia do material. Para $\alpha = 0$, voltamos para o modelo de Heisenberg isotrópico. Para $\alpha < 0$, temos o modelo de Heisenberg de eixo fácil, onde os momentos magnéticos alinham-se perpendicularmente a um plano, neste caso em questão o eixo-fácil é o eixo-z. Para $0 < \alpha < 1$, temos o modelo de Heisenberg de plano fácil onde os momentos magnéticos alinham-se paralelamente dentro de um plano, que no caso em questão é o plano-xy. Para esta situação não existe uma direção preferencial de alinhamento dos momentos magnéticos dentro do plano. Para $\alpha = 1$ temos os casos de anisotropia planar forte, que se dividem em duas, ambas no plano-xy. Um caso é o modelo de rotor planar ao qual o momento magnético não tem componente em z. O outro caso é o modelo XY onde o momento magnético pode apresentar componente em z, e ainda sim apresentar uma forte anisotropia planar. Apesar desses dois modelos serem representados pela mesma hamiltoniana, apenas o modelo XY apresenta dinâmica de magnetização [19, 20].

A criação e estabilização de skyrmions, tanto ferromagnéticos quanto antiferromagnéticos, necessita de uma anisotropia magnetocristalina perpendicular (eixo-fácil). Em nossos estudos realizamos a simulação de um material antiferromagnético que conta com anisotropia magnetocristalina cujo o eixo-fácil é o eixo- \hat{z} .

2.5 A Interação Dzyaloshinskii-Moriya Interfacial

A interação Dzyaloshinskii-Moriya Interfacial (iDMI) é indispensável na estabilização de skyrmions (ferromagnéticos e antiferromagnéticos) em filmes finos. Dzyaloshinskii propôs que a baixa simetria cristalográfica de um material magnético, somado ao acoplamento spin-órbita, seria responsável pelo surgimento de uma interação de troca antissimétrica. Esta interação gera o ferromagnetismo fraco em materiais como $MnCO_3$, $CoCO_3 \in \alpha - Fe_2O_3$ [14].

De acordo com Moriya, [21, 15] o acoplamento da interação de Dzyaloshinskii é devido a consideração de efeitos relativísticos do acoplamento spin-órbita que acontece na interação de supertroca. O nome supertroca surge em referência a distância relativamente grande entre os íons sobre os quais acontece tal interação. Essa interação ocorre, aparentemente, em óxidos magnéticos ou difluoretos de metais de transição tais como $MnO, NiO, MnF_2, FeF_2, CoF_2$.

A interação de supertroca ocorre quando os orbitais de dois íons magnéticos são interligados através de um outro orbital de um íon diamagnético. O orbital do átomo diamagnético intermedeia o acoplamento agindo como uma ponte que liga os dois orbitais adjacentes [22, 23]. Em materiais cujo a simetria cristalina é baixa, o acoplamento DMI tende a ser o acoplamento anisotrópico de maior relevância entre os spins.

A DMI aparece em dois sistemas distintos, em materiais onde a espessura é considerável (materiais *bulk*) e em heteroestruturas de filmes finos. No caso de filmes finos, a DMI é induzida na superfície de contato entre os filmes pela junção de um material magnético com outro metal com forte acoplamento spin-órbita (SOC), este caso configura a Interação de Dzyaloshinskii-Moriya interfacial. Essa interação é induzida devido a quebra ou a falta de simetria de inversão na interface dos filmes [1] como exemplificado na Figura 8.



Figura 8 – Representação de uma bicamada formada por um material ferromagnético (azul) e um metal com forte acoplamento spin-órbita (cinza). O vetor \vec{D}_{12} é perpendicular ao plano do triângulo que é formado por dois sítios magnéticos e um átomo com grande SOC.

A hamiltoniana que descreve a iDMI para o sistema da Figura 8 é dada por

$$\mathcal{H} = -\vec{D}_{12}^{dzy} \cdot (\vec{S}_1 \times \vec{S}_2), \qquad (2.34)$$

onde \vec{S}_1 (\vec{S}_2) é o spin situado no sítio 1 (2) e \vec{D}_{12} é o vetor iDMI. O vetor \vec{D}_{12} depende da simetria do material, visto que em materiais com alta simetria cristalográfica este vetor é nulo [24, 24]. A iDMI ocorre devido à interação de troca indireta entre três sítios pertencentes à interface dos filmes magnéticos, como discutido anteriormente. Dois destes sítios estão situados no material magnético que forma a nanotrilha, eles estão representados por \vec{S}_1 e \vec{S}_2 na Figura 8. O outro sítio é um átomo vizinho que contém um grande acoplamento spin-órbita, ele pertence à outra camada (substrato). Esta interação resulta no vetor \vec{D}_{12} que é perpendicular ao plano que contém \vec{S}_1 e \vec{S}_2 .

Hongxin Yang et al. [25] mostram de forma detalhada o comportamento da DMI para vários tipos de amostras e também investigaram a variação da DMI em função da espessura da camada magnética e da camada do substrato. No trabalho citado, os autores consideram que a DMI é de curto alcance e com isso é considerado apenas a interação entre primeiros vizinhos. Considerando uma rede bidimensional com N spins, a hamiltoniana da iDMI pode ser escrita como

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} \vec{D}_{ij}^{dzy} \cdot (\vec{S}_i \times \vec{S}_j).$$
(2.35)

Como a iDMI é uma interação de curto alcance, a soma é feita apenas sobre os primeiros vizinhos. O fator 1/2 foi inserido para cancelar a dupla contagem.

É comum na literatura [26, 25] escrevermos a hamiltoniana de um sistema multicamada magnético com iDMI em função do momento magnético total do sítio em questão, dessa forma temos que

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} d_{ij} \left[\hat{d}_{ij} \cdot \left(\hat{m}_i \times \hat{m}_j \right) \right]$$
(2.36)

onde d_{ij} incorpora as constantes envolvidas na igualdade entre $\vec{S} \in \vec{m}$. O vetor \hat{d}_{ij} é igual a $\hat{u}_{ij} \times \hat{z}$, onde \hat{z} é um versor perpendicular à superfície da multicamada e \hat{u}_{ij} é o vetor unitário que une os sítios $i \in j$ situados na mesma camada. O sistema descrito favorece a formação de skyrmions de Neél. Outras configurações para o vetor \hat{d}_{ij} são discutidas em detalhes em [27].

Embora a interação de troca seja responsável pelo alinhamento paralelo ou antiparalelo dos momentos magnéticos, a competição entre a interação de troca e a iDMI favorece o surgimento de um arranjo não-colinear. Este arranjo é responsável pelo surgimento de texturas magnéticas, como os skyrmions por exemplo.

2.6 O Campo Magnético Efetivo Local

A hamiltoniana do nosso sistema físico é representada pela interação dipolar, interação de troca de Heisenberg com a anisotropia magnetocristalina e a iDMI. A hamiltoniana em função do vetor momento magnético localizado no sítio i é dada por
$$\mathcal{H} = + \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} \frac{\mu_{0}}{8\pi a_{0}^{3}} \left[\frac{\vec{m}_{i} \cdot \vec{m}_{j} - 3\left(\vec{m}_{i} \cdot \hat{r}_{ij}\right)\left(\vec{m}_{j} \cdot \hat{r}_{ij}\right)}{\left(r_{ij}/a_{0}\right)^{3}} \right] + \\ - \frac{J_{ij}}{2\gamma^{2}\hbar^{2}} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} \vec{m}_{i} \cdot \vec{m}_{j} + \\ - \frac{J\alpha}{2\gamma^{2}\hbar^{2}} \sum_{i}^{N} (\vec{m}_{i} \cdot \hat{z})(\vec{m}_{i} \cdot \hat{z}) + \\ - \frac{1}{2m^{2}} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} \vec{d}_{ij} \cdot (\vec{m}_{i} \times \vec{m}_{j}) \,.$$

$$(2.37)$$

Usando a seguinte regra de produto vetorial

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A})$$
(2.38)

no último termo da equação 2.37 temos que

$$-\frac{1}{2m^2}\sum_{\langle i,j\rangle}^N \vec{d}_{ij} \cdot (\vec{m}_i \times \vec{m}_j) = -\frac{1}{2m^2}\sum_{\langle i,j\rangle}^N \vec{m}_i \cdot \left(\vec{m}_j \times \vec{d}_{ij}\right).$$
(2.39)

Rearranjando os termos da equação 2.37 temos que a hamiltoniana pode ser escrita da seguinte forma

$$\mathcal{H} = -\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_{i} \cdot \left(-\frac{\mu_{0}}{8\pi a_{0}^{3}} \sum_{j=1}^{N} \left[\frac{\vec{m}_{j} - 3\hat{r}_{ij} (\vec{m}_{j} \cdot \hat{r}_{ij})}{(r_{ij}/a_{0})^{3}} \right] \right) +$$

$$-\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_{i} \cdot \left(\frac{J_{ij}}{2\gamma^{2}\hbar^{2}} \sum_{\langle j \rangle}^{N} \vec{m}_{j} \right) +$$

$$-\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_{i} \cdot \left(\frac{J\alpha}{2\gamma^{2}\hbar^{2}} \sum_{i}^{N} \hat{z}(\vec{m}_{i} \cdot \hat{z}) \right) +$$

$$-\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_{i} \cdot \left(\frac{1}{2m^{2}} \sum_{\langle j \rangle}^{N} (\vec{m}_{j} \times \vec{d}_{ij}) \right).$$

$$(2.40)$$

Aqui o primeiro termo representa a interação dipolar, o segundo termo representa a interação de troca de Heisenberg, o terceiro termo representa a interação da anisotropia magnetocristalina e o último termo representa a iDMI.

Como já citado anteriormente, a interação de Dzyaloshinskii-Moriya é necessária para a estabilização do skyrmion, entretanto, apenas a DMI não é suficiente para tal fato. Também é necessário um capo magnético que force o alinhamento dos momentos magnéticos perpendicularmente à superfície do filme. Isso pode ser feito pela aplicação de um campo magnético externo ou pode ser obtido por um material que conte com uma forte anisotropia magnetocristalina de eixo. A segunda alternativa é a presente em nossos trabalhos, o material $KMnF_3$ conta com uma anisotropia magnetro cristalina cujo eixo de orientação é o eixo- \hat{z} .

Um momento magnético \vec{m}_i pertencente a rede está sujeito a um campo magnético que é a superposição de todos os campos existentes naquela região do espaço. Esse campo resultante em um sítio da rede é chamado de campo magnético efetivo local, ele é obtido pela hamiltoniana do sistema através da seguinte relação

$$\vec{H}_i = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \vec{m}_i}.$$
(2.41)

Comparando as equações 2.37 e 2.41 podemos concluir que o campo magnético efetivo local é dado por

$$\vec{H}_{i} = \frac{1}{8\pi a_{0}^{3}} \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} \left[\frac{3\hat{r}_{ij} (\vec{m}_{j} \cdot \hat{r}_{ij}) - \vec{m}_{j}}{(r_{ij}/a_{0})^{3}} \right] + \frac{J_{ij}}{2\gamma^{2}\hbar^{2}\mu_{0}} \sum_{\langle j \rangle}^{N} \vec{m}_{j} + \frac{J\alpha}{2\gamma^{2}\hbar^{2}\mu_{0}} \hat{z}(\vec{m}_{i} \cdot \hat{z}) + \frac{1}{2m^{2}\mu_{0}} \sum_{\langle j \rangle}^{N} \left(\vec{m}_{j} \times \vec{d}_{ij} \right).$$

$$(2.42)$$

Aqui vale notar que o terceiro termo da equação 2.42 não conta com o somatório por tratar-se de uma interação de sítio único.

A definição do campo magnético efetivo local é importante pois através dele conseguimos determinar a dinâmica dos momentos magnéticos da rede. Veremos isso com mais detalhes a seguir.

2.7 A Equação de Landau-Lifshitz-Gilbert

A estabilização de um skyrmion em uma nanotrilha magnética está relacionada com o equilíbrio das forças das interações magnéticas. A descrição da variação da forma do skyrmion no tempo e seu movimento (no caso do estudo da dinâmica) é dada pela famosa equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG). A LLG descreve a variação da magnetização no tempo.

Um momento magnético \vec{m} precessiona em torno de um campo magnético externo \vec{H} devido ao torque exercido por este campo. O torque sofrido pelo momento magnético é dado por $\mu_0 \vec{m} \times \vec{H}$. A equação do movimento para um momento magnético sem termo de relaxamento ou amortecimento é dada por

$$\frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma[\vec{m} \times \vec{H}] = \gamma \vec{T}.$$
(2.43)

O termo γ é conhecido como razão giromagnética, ele é dado por

$$\gamma = \frac{qg\mu_0}{2m_{\rm e}} \tag{2.44}$$

onde q é a carga da partícula, g é o fator de Landé, μ_0 é a permeabilidade magnética do meio e m_e é a massa do elétron. A equação 2.43 descreve a precessão do momento magnético \vec{m} em torno da direção do campo \vec{H} . O torque gerado por esse campo não varia a componente de \vec{m} que é paralela ao campo, este comportamento é ilustrado na Figura 9. Este fato contraria a experiencia, pois sabemos que um momento magnético se alinha a um campo externo desde que haja tempo o suficiente para que isso ocorra. A mudança na direção do momento magnético requer um torque adicional que faça com que aconteça o alinhamento entre $\vec{m} \in \vec{H}$.



Figura 9 – Precessão do momento magnético de um elétron em torno do campo \tilde{H} . O fator giromagnético do elétron é negativo e isso determina a direção de precessão de acordo com a regra da mão direita.

Para retratar o alinhamento do momento magnético com o campo, Gilbert propôs um torque dissipativo [28] puramente fenomenológico dado por

$$\vec{T}_D = C \left[\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} \right]. \tag{2.45}$$

Este torque de caráter dissipativo é perpendicular ao torque de precessão e ao momento magnético \vec{m} . Como podemos verificar na Figura 10, o torque dissipativo \vec{T}_D é responsável por uma rotação em espiral do momento magnético em direção ao eixo-z, que é a direção do campo magnético. A constante de proporcionalidade C é puramente fenomenológica e varia de material para material. A natureza exata da origem do torque dissipativo ainda é um tópico aberto na área do magnetismo.



Figura 10 – Torque de precessão e torque de amortecimento agindo sobre o momento magnético de um elétron em um campo \vec{H} estático.

A junção do termo de torque precessional (equação 2.43) com o termo do torque amortecido (geralmente chamado de torque de *damping*, equação 2.45) gera uma nova equação para a dinâmica da magnetização conhecida como equação de Landau-Lifshitz-Gilbert. A equação de LLG² é dada por

$$\frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma [\vec{m} \times \vec{H}] + \frac{\alpha}{m} \left[\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} \right].$$
(2.46)

O parâmetro α é conhecido como parâmetro de amortecimento, é uma constante fenomenológica que representa fenômenos dissipativos não especificados. O primeiro termo da equação 2.46 descreve a precessão de \vec{m} com um ângulo θ fixo em torno da direção do campo \vec{H} . O segundo termo descreve a mudança de \vec{m} causada pelo torque de amortecimento, fazendo com que \vec{H} gire em espiral na direção de \vec{H} para um valor positivo de α .

A LLG descreve a evolução temporal de um momento magnético \vec{m} assumindo que sua magnitude $|\vec{m}|$ permaneça constante no tempo. Isso pode ser verificado pela

² A LLG descreve a evolução temporal do momento magnético \vec{m} e também da magnetização $\vec{M} = \frac{1}{v} \sum \vec{m_i}$.

Figura 9 ao observar que o ponto final de \vec{m} se move sobre a superfície de uma esfera.

Como podemos observar, a equação 2.46 está escrita em sua forma implícita, ou seja, o termo de variação do momento magnético no tempo aparece em ambos os lados da equação. A forma explícita da LLG, mais comumente usada, é dada por

$$\left(1+\alpha^2\right)\frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma[\vec{m}\times\vec{H}] + \frac{\alpha\gamma}{m}[\vec{m}\times(\vec{m}\times\vec{H})].$$
(2.47)

É possível mostrar que a equação LLG não altera o módulo do vetor momento magnético, ou seja, o que varia é apenas a sua orientação no espaço. Essa demonstração está feita no apêndice A. O desenvolvimento matemático para a obtenção da LLG explícita está contido no apêndice B. A LLG é uma equação não linear e isso faz com que sua solução não seja trivial sendo possível apenas em alguns casos específicos. Geralmente a LLG é resolvida numericamente através de métodos computacionais. Para valores pequenos do parâmetro de amortecimento de Gilbert, o termo α^2 pode ser desconsiderado.

A obtenção da dinâmica de magnetização de um sistema físico com N momentos magnéticos leva à solução de 3N equações acopladas. Isto é devido ao fato da LLG ser uma equação vetorial onde devemos resolvê-la separadamente para cada componente de direção, ou seja, $\hat{x}, \hat{y} \in \hat{z}$. Para um sistema físico de múltiplos momentos magnéticos, a LLG se torna

$$\left(1+\alpha^2\right)\frac{\mathrm{d}\vec{m_i}}{\mathrm{d}t} = \gamma[\vec{m_i}\times\vec{H_i}] + \frac{\alpha\gamma}{m_i}[\vec{m_i}\times(\vec{m_i}\times\vec{H_i})].$$
(2.48)

Aqui o termo H_i representa o campo efetivo local que, como vimos anteriormente, é a superposição de todos os campos existentes no sítio *i* da rede. Desta maneira, o momento magnético descreve um movimento em espiral em torno do seu H_i que pode ser diferente para cada sítio da rede e ainda sim variar no tempo.

3 Simulação Micromagnética - Metodologia

Os sistemas físicos magnéticos reais geralmente são formados por um número elevado de momentos magnéticos por célula¹. Para se ter uma ideia, o material Permalloy-79 conta com aproximadamente três mil momentos magnéticos por célula unitária [19]. Simular as interações de um sistema físico real em nível atômico acaba sendo uma tarefa inviável sobre o ponto de vista computacional, mesmo quando nos referimos à simulação em escala nanométrica. Com a finalidade de reduzir o gasto computacional sem abrir mão da eficiência de um modelo teórico, a Teoria do Micromagnetismo foi desenvolvida.

A Teoria do Micromagnetismo é uma teoria de campos aplicada a sistemas magnéticos. O Micromagnetismo trata os materiais magnéticos de forma semi-clássica, este método é aplicado em escala de comprimento que varia de algumas dezenas de nanômetros até centenas de micrômetros. O tratamento destes sistemas magnéticos poderia ser realizado em Mecânica Quântica, entretanto esta formulação seria demasiadamente complexa. No Micromagnetismo, uma amostra magnética é caracterizada por um campo de vetores clássicos $\vec{M}(\vec{r},t)$ que representam as médias espaciais dos momentos magnéticos atômicos.

Na aproximação feita no modelo Micromagnético o sistema físico é dividido em células de forma que cada célula contenha um número elevado de momentos magnéticos atômicos. A Figura 11 ilustra a divisão das células micromagnéticas para um sistema bidimensional.

¹ Uma célula do modelo de Rede de Bravais é entendida como o paralelepípedo que constitui a menor subdivisão de uma rede cristalina.



Figura 11 – Representação esquemática da divisão das células de trabalho utilizadas na simulação micromagnética. Em a) temos representado um sistema real constituído por vários momentos magnéticos atômicos. Em b) temos um sistema Micromagnético equivalente. Neste caso os momentos magnéticos atômicos de uma célula são substituídos por um único momento magnético resultante localizado no centro desta célula micromagnética. A partir de então a célula micromagnética conta com um único momento magnético resultante. A representação mostrada aqui é bidimensional, contudo, as simulações geralmente são realizadas com células tridimensionais.

Figura retirada de [19].

Para a simulação micromangética, cada célula é definida com um volume v_{cell} , dentro desse volume os momentos magnéticos atômicos estão praticamente todos alinhados em um mesmo sentido. Desta maneira podemos considerar que determinada célula de trabalho tenha apenas um momento magnético resultante. Este momento resultante é chamado de vetor magnetização local \vec{M} e é definido por

$$\vec{M}_{i} = \frac{1}{v_{\text{cell}}} \sum_{k=1}^{N} \vec{m}_{k} = \frac{1}{v_{\text{cell}}} \vec{m}_{i}.$$
(3.1)

Este vetor magnetização \vec{M} pode ser interpretado como a densidade volumétrica de momentos magnéticos. A célula micromagnética passa a contar com um único momento magnético \vec{m}_i . Agora, em vez de considerarmos as interações entre os momentos magnéticos atômicos, nós trabalhamos com a aproximação micromagnética que considera as interações entre os momentos magnéticos das células. Assumindo que dentro de uma célula todos os momentos magnéticos atômicos estão alinhados em um mesmo sentido, temos que a célula conta com a magnetização saturada. Esta saturação é conhecida como magnetização de saturação M_s que é um parâmetro magnético do material. Com isso, temos que

$$\vec{M}_i = M_s \hat{m}_i. \tag{3.2}$$

Pelas considerações que fizemos até agora, a única variação que ocorre de uma célula para a outra é a direção do vetor $\vec{m_i}$, seu módulo é constante e é dado por

$$\vec{m}_i = |\vec{m}_i| \, \hat{m}_i = (M_{\rm S} v_{\rm cell}) \, \hat{m}_i.$$
 (3.3)

Temos então que a Equação 3.3 representa o momento magnético da célula micromagnética.

O tamanho da aresta da célula micromagnética deve ser escolhido de forma que seu volume não seja muito pequeno e nem muito grande. Uma célula muito pequena não otimiza o tempo e material computacional, uma célula muito grande pode não conter a precisão necessária que se espera de uma simulação. A célula micromagnética deve conter um tamanho cujo o paralelismo entre os momentos magnéticos atômicos seja mantido. A escolha do tamanho da célula foi feita usando como referência um parâmetro de comprimento de interação intrínseco ao material. Em nossas simulações utilizamos o parâmetro de largura de parede (Δ) para tal discretização.

Este parâmetro indica a largura da parede de domínio do material. Ao escolhermos o comprimento da aresta da célula menor que o parâmetro de largura de parede, garantimos a precisão de nossas simulações.

O tamanho da aresta da célula micromagnética é chamado de *parâmetro de rede* (a). O parâmetro de largura de parede de um material magnético é dado por

$$\Delta = \sqrt{\frac{|A|}{K}} \tag{3.4}$$

onde A é constante de rigidez de troca e K é a constante de anisotropia magnetrocristalina. Para que a célula de trabalho seja pequena o suficiente de forma que todos os momentos magnéticos internos estejam alinhados e grande o suficiente de modo que contenha muitos momentos magnéticos, basta que $a < \Delta$.

As constantes de interação de um material ferromagnético são características próprias, entretanto, ao discretizar o sistema magnético como fazemos na simulação micromagnética, devemos renormalizar essas constantes. A maneira como o material é particionado, ou seja, o formato da célula bem como o tamanho de sua aresta, modificam as constantes de interação.

A renormalização da constante de interação de troca é feita a partir do limite contínuo do modelo de Heisenberg isotrópico de uma rede cúbica simples [29]. A constante de rigidez de troca A usada para definir a energia de troca entre as células em um modelo continuo é dada por

$$\mathcal{H}_{\rm ex} = A \int \left(\nabla \vec{m} \cdot \nabla \vec{m} \right) \mathrm{d}v_{\rm cell}. \tag{3.5}$$

Resolvendo o produto interno, temos que

$$\mathcal{H}_{\text{ex}} = A \int \left\{ \left(\vec{\nabla} m_x \right)^2 + \left(\vec{\nabla} m_y \right)^2 + \left(\vec{\nabla} m_z \right)^2 \right\} \mathrm{d}v_{\text{cell}}.$$
 (3.6)

Aqui estamos considerando que a rede é composta por células cúbicas. Consideramos uma célula cúbica centrada na origem circundada por outras seis células deslocadas² de $\pm a\hat{x}, \pm a\hat{y} \in \pm a\hat{z}$. Por estas considerações temos que a energia de troca da célula tem origem na interação de *seis* vizinhos. Com a finalidade de cancelar a dupla contagem da interação, consideramos apenas *três* vizinhos. Resolvendo a integral 3.6 utilizando o método de aproximação de diferença finita de ordem inferior, temos que

$$\mathcal{H}_{\text{ex,cell}} = Av_{\text{cell}} \left\{ \left(\frac{\vec{m}(a\hat{x}) - \vec{m}(0)}{a} \right)^2 + \left(\frac{\vec{m}(a\hat{y}) - \vec{m}(0)}{a} \right)^2 + \left(\frac{\vec{m}(a\hat{z}) - \vec{m}(0)}{a} \right)^2 \right\}.$$
 (3.7)

Utilizando a seguinte regra da diferença de vetores

$$|\vec{A} - \vec{B}|^2 = |\vec{A}|^2 - 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$
(3.8)

² Os deslocamentos são medidos de centro a centro entre as células

na Equação 3.7, temos

$$\mathcal{H}_{\text{ex,cell}} = \frac{Av_{\text{cell}}}{a^2} \left\{ (\vec{m}(a\hat{x}))^2 - 2(\vec{m}(a\hat{x})) \cdot (\vec{m}(0)) + (\vec{m}(0))^2 \right\} + \frac{Av_{\text{cell}}}{a^2} \left\{ (\vec{m}(a\hat{y}))^2 - 2(\vec{m}(a\hat{y})) \cdot (\vec{m}(0)) + (\vec{m}(0))^2 \right\} + \frac{Av_{\text{cell}}}{a^2} \left\{ (\vec{m}(a\hat{z}))^2 - 2(\vec{m}(a\hat{z})) \cdot (\vec{m}(0)) + (\vec{m}(0))^2 \right\}.$$
(3.9)

Reagrupando os termos, chegamos em

$$\mathcal{H}_{\text{ex,cell}} = \frac{Av_{\text{cell}}}{a^2} \left\{ (\vec{m}(a\hat{x}))^2 + (\vec{m}(a\hat{y}))^2 + (\vec{m}(a\hat{z}))^2 + 3(\vec{m}(0))^2 - 2\vec{m}(0) \cdot [\vec{m}(a\hat{x}) + \vec{m}(a\hat{y}) + \vec{m}(a\hat{z})] \right\} \\ = \frac{Av_{\text{cell}}}{a^2} \left\{ 6(\vec{m})^2 - 2\vec{m}(0) \cdot [\vec{m}(a\hat{x}) + \vec{m}(a\hat{y}) + \vec{m}(a\hat{z})] \right\}.$$

$$(3.10)$$

Considerando o vetor momento magnético em seu estado saturado, ou seja, $\vec{m} = \vec{M}/M_s \text{ com } |\vec{M}| = M_s$, temos que o módulo do momento magnético é igual a um. Desta maneira, temos então que

$$\mathcal{H}_{\text{ex,cell}} = \frac{2Av_{\text{cell}}}{a^2} \left\{ 3 - \hat{m}(0) \cdot \left[\hat{m}(a\hat{x}) + \hat{m}(a\hat{y}) + \hat{m}(a\hat{z}) \right] \right\}$$

$$= \frac{2Av_{\text{cell}}}{a^2} \left\{ 3 - \hat{m}(0) \cdot \hat{m}(a\hat{x}) - \hat{m}(0) \cdot \hat{m}(a\hat{y}) - \hat{m}(0) \cdot \hat{m}(a\hat{z}) \right\}$$

$$= \frac{2Av_{\text{cell}}}{a^2} \left\{ 1 - \hat{m}(0) \cdot \hat{m}(a\hat{x}) \right\}.$$
 (3.11)

O primeiro termo do lado direito da igualdade é uma constante que representa a energia do estado fundamental da rede, podemos renormalizá-lo para zero. O segundo termo representa a energia de troca por ligação. Com isso, temos demonstrado que a constante de acoplamento de troca efetivo micromagnética entre as células³ é

$$\frac{2Av_{\text{cell}}}{a^2} = 2Aa = J^{cell}.$$
(3.12)

 $[\]overline{}^3$ considerando a célula cúbica de maneira que $v_{\text{cell}} = a^3$.

Podemos escrever a constante da interação dipolar (D_{dip}) em termos do comprimento de troca λ e da constante de interação de troca efetiva da rede J^{cell} . De acordo com 2.19, temos que

$$D_{\rm dip} = \frac{\mu_0 m^2}{4\pi a_0^3}.$$
 (3.13)

Como $m = M_s v_{cell}$, temos que a constante de interação dipolar micromangética é dada por

$$D_{\rm dip}^{cell} = M_{\rm dip}^{cell} = \frac{\mu_0 (M_s v_{\rm cell})^2}{4\pi a^3} = \frac{\mu_0 M_s^2 a^6}{4\pi a^3} = \frac{\mu_0 M_s^2 a^3}{4\pi}.$$
 (3.14)

Aqui fizemos $D_{dip}^{cell} = M_{dip}^{cell}$ apenas por motivos de formalismo.

A constante de interação dipolar M_{dip}^{cell} renormalizada também pode ser escrita em função da constante de interação de troca da seguinte maneira

$$M_{\rm dip}^{cell} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 J^{cell} \tag{3.15}$$

O termo da hamiltoniana referente a anisotropia magnetocristalina está representada de forma compacta na equação 2.32. A equação 2.32 engloba a parte da interação de Heisenberg isotrópica e a contribuição anisotrópica do material, portanto o conjunto todo descreve o modelo anisotrópico de Heisenberg. Podemos escrever a contribuição anisotrópica *separadamente*, sem perda de generalidade, da seguinte maneira

$$\mathcal{H} = -\frac{J\alpha}{2\hbar^2 \gamma^2} \sum_{i=1}^{N} (\vec{m}_i \cdot \hat{z})^2.$$
(3.16)

Extraindo o módulo do momento magnético \vec{m}_i , chegamos em

$$\mathcal{H} = -\frac{J\alpha m_i^2}{\hbar^2 \gamma^2} \sum_{i=1}^N (\hat{m}_i \cdot \hat{z})^2.$$
(3.17)

Como $m = M_s v_{cell}$ e também $v_{cell} = a^3$, temos que

$$\mathcal{H} = -a^3 \left(\frac{J\alpha a^3 M_s^2}{2\hbar^2 \gamma^2} \right) \sum_{i=1}^N (\hat{m}_i \cdot \hat{n})^2.$$
(3.18)

Aqui usamos $\hat{z} = \hat{n}$.

Tomando a energia por unidade de volume, temos que

$$h = \frac{\mathcal{H}}{v_{\text{cell}}} = -\frac{a^3}{a^3} \left(\frac{J\alpha a^3 M_s^2}{\hbar^2 \gamma^2} \right) \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\hat{m}_i \cdot \hat{n} \right)^2.$$
(3.19)

A partir de agora definimos a constante de anisotropia magnetocristalina renormalizada para o modelo micromagnético

$$a^3 \left(\frac{J\alpha M_s^2}{\hbar^2 \gamma^2}\right) = a^3 K_i = K_i^{cell}.$$
(3.20)

A iDMI, para o modelo micromagnético, pode ser reescrita levando em consideração o efeito global dessa interação através da energia micromagnética por unidade de área. O parâmetro D é conhecido na literatura como parâmetro de intensidade da interação Dzyaloshinskii-Moriya. Ele é inversamente proporcional ao número de camadas do material e ao quadrado do parâmetro de rede e é proporcional à magnitude da interação [25]. Desta maneira, temos que

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} d_{ij} N_l a^2 \left[\hat{d}_{ij} \cdot (\hat{m}_i \times \hat{m}_j) \right].$$
(3.21)

Aqui N_l representa o número de camadas consideradas durante a simulação micromagnética, no nosso casso o número de camas é um. Identificamos agora a constante D_{ij}^{cell} como a magnitude da interação de Dzyaloshinskii-Moriya interfacial renormalizada.

$$D_{ij}^{cell} = d_{ij}N_l a^2 = a^2 D_{ij}.$$
(3.22)

3.1 A Hamiltoniana do Sistema Micromagnético

A hamiltoniana de um sistema físico representa a soma de todas as interações sobre as quais determinado sistema está sujeito. A hamiltoniana que descreve a bicamada formada por $KMnF_3/Pt$ usada em nossas simulações é representada por:

$$\mathcal{H}_{total} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} M_{ij}^{cell} \left[\frac{3 \left(\hat{m}_{i} \cdot \hat{r}_{ij} \right) \left(\hat{m}_{j} \cdot \hat{r}_{ij} \right) - \hat{m}_{i} \cdot \hat{m}_{j} \right]}{\left(r_{ij} / a_{0} \right)^{3}} \right] + \\ -\frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} J_{ij}^{cell} \left[\hat{m}_{i} \cdot \hat{m}_{j} \right] + \\ -\frac{1}{2} \sum_{i}^{N} K_{i}^{cell} \left[\hat{m}_{i} \cdot \hat{n} \right]^{2} + \\ -\frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} D_{ij}^{cell} \left[\hat{d}_{ij} \cdot \left(\hat{m}_{i} \times \hat{m}_{j} \right) \right].$$
(3.23)

O primeiro termo da hamiltoniana representa a interação dipolar, o segundo termo representa a interação de troca de Heisenberg, o terceiro representa a anisotropia magnetocristalina de eixo e o quarto termo representa a interação de Dzyaloshinskii-Moriya interfacial. Chamamos a atenção para o fato de que em nossas simulações não há campo magnético externo, por essa razão, a interação de Zeeman não está presente na hamiltoniana do sistema. Na Equação 3.23, desmembramos e rearranjamos os termos da equação do modelo de Heisenberg anisotrópico.

Nosso trabalho foi realizado pela simulação de uma nanotrilha antiferromagnética, essa nanotrilha pode ou não ser formada de dois materiais distintos. Um defeito magnético incorporado na nanotrilha pode ser considerado o segundo material da rede. Quando trabalhamos com duas regiões distintas, precisamos estabelecer como é feita a interação entre os momentos magnéticos na interface entre estes dois meios que compõe todo o sistema. Quando a interação magnética, digamos a interação de troca, ocorre *entre* momentos magnéticos situados em regiões distintas, usamos um valor intermediário para descrever essa situação. Neste caso em questão o valor da constante de rigidez de troca utilizada é A', de forma que $A' = \sqrt{A \cdot A''}$. Esta técnica, também chamada de modelo de impureza, é utilizada para suavizar a intensidade das forças de interação na mudança entre os dois meios distintos.

Como definido anteriormente na seção 3 e de acordo com o modelo de impureza discutido, temos os seguintes valores para as os parâmetros magnéticos renormalizados

$$M_{ij}^{cell} = \frac{\mu_0 a^3}{4\pi} \begin{cases} M_{\rm S} & M_{\rm S} \\ M_{\rm S} & M_{\rm S}' \\ M_{\rm S} & M_{\rm S}'' \end{cases}$$
(3.24)

$$J_{ij}^{cell} = 2a \begin{cases} A, \\ A', \\ A''. \end{cases}$$
(3.25)

$$K_i^{cell} = a^3 \begin{cases} K, \\ K''. \end{cases}$$
(3.26)

$$D_{ij}^{cell} = a^2 \begin{cases} D, \\ D', \\ D''. \end{cases}$$
(3.27)

As constantes sem linha nas Equações 3.25-3.27 representam as interações entre momentos magnéticos (i, j) que pertencem ao material da nanotrilha. As constantes com duas linhas, representam a interação entre os momentos magnéticos (i, j) que pertencem ao defeito magnético. As constantes com uma linha, representam a interação entre momentos magnéticos quando um deles (i ou j) pertencem à impureza. As constantes M_{ij}^{cell} , J_{ij}^{cell} , K_i^{cell} e D_{ij}^{cell} apresentam dimensão de energia [J].

4 Resultados e Discussões

A criação de skyrmions em redes antiferromagnéticas já foi feita por meio de simulações micromagnéticas através de simulação da técnica de pulso de corrente de spin polarizado. Este pulso de corrente era injetado em uma região finita e localizada no material e também era aplicado perpendicularmente à superfície da nanotrilha [30, 31]. No presente trabalho nos restringimos ao estudo do relaxamento do skyrmion em uma nanotrilha antiferromagnética da bicamada $KMnF_3/Pt$. O estudo foi feito através de simulações micromagnéticas. Com este estudo conseguimos obter resultados satisfatórios sobre a magnetização remanescente de uma rede antiferromagnética que comportava um único skyrmion antiferromagnético.

Em nossas simulações utilizamos a hamiltoniana descrita pela Equação 3.23 que representa todas as interações presentes na rede antiferromagnética. As constantes J, K, D e M_s podem ser chamadas de forças de interações magnéticas. Aqui elas são representadas por $J_{ij} = 2aA$, $D_{ij} = a^2D$, $K_i = 2a^3K$ e $M_{ij} = \frac{\mu_0 a^3}{4\pi}M_s$, como já visto anteriormente. O composto Trifluoreto de Potássio Manganês apresenta estrutura cúbica à temperatura ambiente com parâmetro de rede medindo 4,186 angstrons. A Tabela 1 traz os valores dos parâmetros magnéticos e estruturais do material em questão. Estes foram os valores utilizados em nossa simulação, salvo quando dito o contrário.

Parâmetros magnéticos	Valor
Constante de rigidez de troca (A)	$-6,59 \times 10^{-12} J/m$
Constante de Dzyaloshinskii-Moriya (D)	$8,0 \times 10^{-4} J/m^2$
Constante de anisotropia magnetocristalina (K)	$1,16 \times 10^5 \ J/m^3$
Magnetização de saturação (M_s)	$3,76 \times 10^5 \ A/m$
Comprimento de troca (λ)	8,61 nm
Parâmetro de largura da parede (Δ)	$7,54 \ nm$
Comprimento associado à iDMI (ξ)	$16, 48 \ nm$

Tabela 1 – Parâmetros magnéticos utilizados para a simulação de uma nanotrilha antiferromagnética formada pela bicamada $KMnF_3/Pt$.

Estes valores são encontrados em [32, 13, 31, 26].

4.1 Nanotrilha Fabricada com dois Materiais magnéticos

Para esta parte do estudo nós consideramos uma nanotrilha antiferromagnética formada por dois meios magnéticos distintos, a Figura 12 mostra a montagem desta nanotrilha. O centro geométrico da nanotrilha coincide com o centro do sistema de coordenadas de nosso sistema. Na interface entre os dois meios magnéticos encontra-se um skyrmion, seu núcleo é centralizado no ponto (0,0) do nosso sistema de referência. O lado esquerdo da nanotrilha é chamado de meio 1 e contém os parâmetros magnéticos característicos da bicamada $KMnF_3/Pt$. O lado direito, chamado de meio 2, a nanotrilha é modificada apenas no parâmetro de anisotropia magnetocristalina. O meio modificado é caracterizado pela constante K''.



Figura 12 – Representação de uma nanotrilha antiferromagnética composta por dois meios magnéticos distintos. A região escurecida representa o meio magnético que conta com uma variação na anisotropia magnetocristalina. Na interface entre os dois meios temos um skyrmion antiferromagnético. Chamamos de meio 1 o lado esquerdo e de meio 2 o lado direito da nanotrilha.

O skyrmion estável é colocado inicialmente na interface entre os dois meios magnéticos e então, pela integração da LLG, obtemos a condição final estabilizada do skyrmion na nanotrilha, como mostrado na Figura 12. Isto foi feito usando diferentes valores para o parâmetro magnético K'' do meio 2. Essa simulação foi obtida com uma nanotrilha de 51 nm de largura por 161 nm de comprimento. Aqui levamos em consideração a ausência de campo magnético externo. Com a diminuição de K em 25% no meio 2 (K'' = 0.75K), verificamos que o skyrmion move-se para a direita, permanecendo estável



no meio 2. Este resultado é mostrado na Figura 13.

Figura 13 – Estabilização do skyrmion antiferromagnético em dois meios magneticamente modificados (K'' = 0.75K). Em a) temos a configuração inicial com $t = 4 \ ps$, em b) temos a configuração após 200 ps. Em c) temos a configuração após 400 ps. Em d) temos a configuração após 600 ps, a partir deste intervalo de tempo o skyrmion permanece estável e imóvel do lado direito da nanotrilha. Observamos que o skyrmion se desloca completamente para o lado direito onde houve uma redução do parâmetro K.

Utilizando a mesma metodologia, fizemos o estudo do aumento da constante de anisotropia magnetocristalina em 25% no meio dois (K'' = 1.25K). Com esta alteração verificamos que o skyrmion desloca-se e fica estável no meio 1, como podemos observar na Figura 14. As Figuras 15 e 16 mostram que o estado de equilíbrio do skyrmion é caracterizado por um mínimo de energia. Com isso chegamos ao resultado que o skyrmion se move para o meio magnético que diminui a energia do sistema.

Analisando atentamente as Figuras 13 e 14, podemos notar que o tamanho do skyrmion sofre uma alteração que é dependente do parâmetro de anisotropia magnetocristalina do material. Com isso em mente, realizamos um estudo que relaciona o diâmetro do skyrmion antiferromagnético com a variação do parâmetro K, como veremos na seção a seguir.



Figura 14 – Estabilização do skyrmion antiferromagnético em dois meios magneticamente modificados (K'' = 1.25K). Em a) temos a configuração inicial com $t = 4 \ ps$, em b) temos a configuração após 200 ps. Em c) temos a configuração após 400 ps. Em d) temos a configuração após 600 ps, a partir deste intervalo de tempo o skyrmion permanece estável e imóvel do lado esquerdo da nanotrilha. Observamos que o skyrmion se desloca completamente para o lado esquerdo onde K < K''.



Figura 15 – Energia total do sistema em função do tempo para a estabilização do skyrmion antiferromagnético no meio 2 onde (K'' = 0.75K). Podemos observar que a estabilização do skyrmion acontece rapidamente.



Figura 16 – Energia total do sistema em função do tempo para a estabilização do skyrmion antiferromagnético no meio 1 onde (K'' = 1.25K). Podemos observar que a estabilização do skyrmion acontece rapidamente.

4.2 Nanotrilha Fabricada com um Único Material Magnético

Em nosso trabalho também estudamos a relação entre o diâmetro do skyrmion e a variação da anisotropia magnetocristalina perpendicular (parâmetro K) da nanotrilha antiferromagnética. Este estudo é de fundamental importância para verificação da sua aplicação em nanotecnologia. Estes resultados também podem servir de guia para a área da física experimental, visto que conhecendo os parâmetros do material podemos estimar o tamanho do skyrmion em sua forma estável. Nossos resultados estão representados na Figura 17.



Figura 17 – Diâmetro do skyrmion antiferromagnético em função propriedade magnética K da nanotrilha. Podemos observar que a variação do diâmetro do skyrmion é inversamente proporcional à variação de K. A linha que liga os pontos representa a melhor curva visual.

O raio do skyrmion é definido como a distância entre o centro do skyrmion e o momento magnético \vec{m} cujo a componente fora do plano (\vec{m}_z) é zero. Em uma rede antiferromagnética esta medida pode ser feita considerando apenas uma sub-rede. A Figura 18 ilustra a medida do raio de um skyrmion antiferromagnético.



Figura 18 – Ilustração da medida do raio de um skyrmion antiferromagnético.

O resultado representado pela Figura 17 mostra que o diâmetro do skyrmion antiferromagnético diminui com o aumento da anisotropia magnetocristalina. Isto ocorre pois o aumento de K tende a alinhar os momentos magnéticos na direção normal ao plano da nanotrilha. Com o aumento de K o skyrmion tende a diminuir seu diâmetro em busca do equilíbrio das forças de interação. Um valor muito baixo de K não é suficiente para a estabilização do skyrmion, por outro lado, um valor muito elevado de K faz com que o skyrmion diminua seu diâmetro descontroladamente até seu colapso. Com isso a nanotrilha volta para o estado fundamental que é o estado antiferromagnético. Um valor muito baixo de K também não é suficiente para a estabilização pois o skyrmion pode crescer até atingir as bordas da nanotrilha. No caso em que o skyrmion cresce sem controle, observamos o surgimento da deformação do skyrmion, isso acontece devido ao efeito de borda que tenta conter o crescimento da quase partícula.

Para o caso do skyrmion muito grande, que é deformado pela borda da nanotrilha, é comum que este faça parte de um novo grupo de arranjos de spins chamado texturas de spins. Existem nomenclaturas para essas texturas, em nossas simulações mapeamos um gráfico que mostra a existência de skyrmions, textura de spins fechada, textura de spins aberta e a própria rede antiferromagnética. Os resultados foram obtidos pela variação dos parâmetros $K \in D$.

O controle do tamanho do skyrmion é de fundamental importância para sua aplicação em dispositivos de memória. Sabemos que quanto menor for a partícula que armazena informação, maior é a densidade de armazenamento por área. O skyrmion estabilizado na nanotrilha composta pela bicamada $KMnF_3/Pt$ apresenta diâmetro em torno de 10 nm, este é um tamanho competitivo para aplicação em dispositivos de memória para os dias atuais.

Como já discutido, a estabilização dos skyrmions depende do balanço das forças de interações magnéticas. Valores muito elevados ou muito pequenos causam a instabilidade ou a transformação do skyrmion em texturas magnéticas exóticas. Com a finalidade de explorar o comportamento e as características do skyrmion pela variação das duas forças de interação mais relevantes, construímos um diagrama de fase de skyrmion onde o caracterizamos pela variação dos parâmetros D e K. Estes dois parâmetros podem ser facilmente controlados pela variação da espessura dos componentes da bicamada [25].

A Figura 19 ilustra o caso em que o balanço das constantes $K \in D$ são tais que é possível a estabilização do skyrmion antiferromagnético. Nela temos também outras

texturas de spin que podem surgir na nanotrilha.



Figura 19 – Diagrama de fase para o skyrmion antiferromagnético como função da interação de Dzyaloshinskii-Moriya (D) e da constante de anisotropia magnetocristalina perpendicular (K). O skyrmion antiferromagnético só existe de forma estável na região demarcada pelos pontos vermelhos. A simulação foi feita usando uma nanotrilha de 300 nm por 100 nm. Os valores de $A \in M_s$ são os valores característicos para o $KMnF_3/Pt$, conforme mostrado na Tabela 1.

A Figura 20 mostra as imagens geradas pelo software *POV-ray* com os dados obtidos pela nossa simulação. Nela mostramos o que chamamos de textura de spins aberta, textura de spins fechada, rede antiferromagnética e skyrmion antiferromagnético.



Figura 20 – Imagens obtidas por simulação. Em a) temos a rede antiferromagnética, em b) temos um skyrmion antiferromagnético estabilizado, em c) temos uma textura de spins aberta e em d) temos uma textura de spins fechada. Em todos os casos o sistema encontra-se estabilizado.

Nossos resultados simulados para a bicamada $KMnF_3/Pt$ estão de acordo com os diagramas de fase obtidos por Xichao Zhang et al.,[30]. Estes estudos mostram a estabilidade dos skyrmions antiferromagnéticos em função da variação das forças de interação D e K. Com isso podemos afirmar que o tamanho do skyrmion é ditado pelo equilíbrio das interações magnéticas da nanotrilha.

Como já dito e facilmente verificado na Figura 17, o diâmetro do skyrmion diminui com o aumento do parâmetro K. Para aplicações tecnológicas esperamos que o skyrmion seja estável com o menor diâmetro possível. Dessa forma podemos usar redes bidimensionais realmente estreitas, tornando-as mais competitivas do ponto de vista tecnológico. Aqui se faz interessante a engenharia das forças de interações magnéticas. Através dessa engenharia podemos manipular o tamanho do skyrmion de forma que ele não se deforme nem toque as bordas da nanotrilha durante sua dinâmica. Com isso é possível manter suas propriedades constantes no tempo.

4.3 Nanotrilha com um Defeito Magnético

A última parte de nossos estudos consistiu em estudar a possibilidade da construção de armadilhas de fixação ou espalhamento para skyrmions antiferromagnéticos. O skyrmion pode ser atraído ou repelido por uma região onde o parâmetro de anisotropia magnetocristalina é modificado. Uma armadilha para skyrmions é caracterizada por um defeito magnético localizado na nanotrilha. Chamamos de defeito magnético a variação de uma das propriedades magnéticas da nanotrilha, no nosso caso variamos o parâmetro magnético K. Para medir a energia de interação em função da separação entre o defeito magnético e o skyrmion, utilizamos a Equação 4.1. A separação entre o skyrmion e o defeito magnético é medida de centro a centro, chamamos essa distância de s. Inicialmente o skyrmion era posicionado no centro da nanotrilha e então o defeito era posicionado a uma distancia s, assim a energia de interação entre eles era estimada.

$$U(s) = E(s) - E(s \to \infty).$$
(4.1)

Pela solução da equação de Landau–Lifshitz–Gilbert obtivemos a dinâmica do skyrmion na nanotrilha antiferromagnética, a dinâmica no nosso caso é caracterizada pelo deslocamento do skyrmion em busca do equilíbrio, não há aplicação de corrente. Com a resolução da LLG podemos construir a evolução temporal da separação skyrmion-defeito e com isso confirmamos que o skyrmion pode ser atraído por uma região onde K é diminuído e ser repelido por uma região onde K é aumentado. Isso ocorre quando a área do defeito magnético é maior que a área do skyrmion. Este resultado pode ser verificado nas Figuras 21 e 23. Pela variação da energia total do sistema micromagnético em função do tempo, podemos observar que o skyrmion se move para o local que minimiza a energia. As Figuras 22 e 24 mostram este fato.



Figura 21 – Efeito da armadilha de fixação para skyrmions antiferromagnéticos. Em a) temos a configuração inicial com t = 4 ps, a separação centro a centro entre o skyrmion e o defeito é de 10 nm. Em b) temos a configuração após 40 ps. Em c) temos a configuração após 80 ps. Em d) temos a configuração após 160 ps e observamos que o skyrmion foi completamente capturado. Em e) temos a configuração após 600 ps onde a distância centro-a-centro entre o skyrmion e o defeito é de 0 nm. Deste momento em diante nossas simulações verificam que o skyrmion permanece fixo na armadilha. O defeito magnético contém uma área de 169 nm² e seu parâmetro K é reduzido em 25%.



Figura 22 – Energia de interação skyrmion defeito em função do tempo. O sistema atinge rapidamente o equilíbrio estável, isso acontece a partir de 180 ps.

Figura 23 – Efeito da armadilha de espalhamento para skyrmions antiferromagnéticos. Em a) temos a configuração inicial com 4 ps, a separação centro a centro entre o skyrmion e o defeito é de 10 nm. Em b) temos a configuração após 40 ps. Em c) temos a configuração após 80 ps. Em d) temos a configuração após 160 ps, em e) temos a configuração após 600 ps onde a distância centro-a-centro entre o skyrmion e o defeito é de 20 nm. Deste momento em diante nossas simulações verificam que o skyrmion permanece afastado da armadilha. O defeito magnético contém uma área de 169 nm^2 e seu parâmetro K é aumentado em 25%.

Figura 24 – Energia de interação skyrmion defeito em função do tempo. O sistema atinge rapidamente o equilíbrio estável, isso acontece a partir de 800 ps.

Replicando os resultados das Figuras 21 e 23 para áreas de defeito diferentes e separações skyrmion-defeito diferentes, chegamos aos resultados mostrados nas Figuras 25 e 26. Estes resultados ilustram a energia de interação entre o skyrmion antiferromagnético e o defeito magnético em função da separação centro a centro.

Figura 25 – Energia de interação entre o skyrmion antiferromagnético e o defeito em função da separação centro a centro. AquiSrepresenta a área do defeito. O valor de K do defeito magnético foi reduzido em 25% para todas as áreas de defeito analisadas.

Figura 26 – Energia de interação entre o skyrmion antiferromagnético e o defeito em função da separação centro a centro. Aqui S representa a área do defeito. O valor de K do defeito magnético foi aumentado em 25% para todas as áreas de defeito analisadas.

O tamanho do defeito magnético tem influência direta na intensidade da força de interação skyrmion-defeito. Pela variação do tamanho do defeito magnético, podemos observar o surgimento de poços ou barreiras de potenciais, isso pode ser verificado na Figuras 21 e 23. Por estes resultados também podemos observar que a energia de interação cai rapidamente, sendo muito próxima de zero para uma separação de 30 nm. Analisando essas figuras podemos notar o surgimento de um potencial de poço duplo ou uma barreira de potencial dupla para defeitos com áreas de $25 nm^2$ e $49 nm^2$. De acordo com os estudos anteriores [33, 32], a presença de um poço duplo de potencial ou uma barreira de potencial dupla é uma característica da ineficiência da armadilha, isso ocorre nos casos em que a área do defeito magnético é pequena. Com isso, temos que a interação skyrmion-defeito é fraca para estes casos.

Considerando o mesmo tamanho da impureza e modificando apenas a interação magnética, temos que o potencial entre o skyrmion e o defeito magnético é repulsivo para K'' > K, como podemos verificar na Figura 23. Já para o caso em que K'' < K o potencial é atrativo, como mostrado na Figura 21. Em resumo, as Figuras 21 e 23 mostram que é possível construir armadilhas de fixação para skyrmions antiferromagnéticos. Isso é feito pela variação individual controlada do parâmetro magnético K da nanotrilha, bastando apenas o aumento ou a diminuição local dessa constante para obter uma atração ou repulsão entre o skyrmion e o defeito. A intensidade da força de fixação e de espalhamento também pode ser ajustada pela variação da distancia defeito-skyrmion, bem como a área do defeito magnético. A Tabela 2 resume as duas formas de construir as armadilhas de fixação ou espalhamento dos skyrmions antiferromagnéticos pela variação do parâmetro magnético K.

Armadilha de fixação	Armadilha de espalhamento
K'' < K	K'' > K

Tabela 2 – Armadilha para skyrmion antiferromagnético em função da variação do parâmetro magnético K do defeito. Dois tipos de armadilhas para skyrmions antiferromagnéticos podem ser criadas pelo aumento ou diminuição do parâmetro magnético K da nanotrilha. Uma armadilha de fixação é caracterizada pelo poço de potencial da energia de interação, já a armadilha de espalhamento é caracterizada por uma barreira de potencial.

Mantendo a área do defeito magnético fixa e variando apenas a distância skyrmiondefeito e o parâmetro K'', chegamos nos resultados mostrados na Figura 27. Podemos notar que a energia de interação skyrmion-defeito em função da variação do parâmetro Knão sofre alteração pela reflexão através do eixo horizontal. Isso era de se esperar pois a relação existente entre a força de interação magnética é linear, como pode ser verificado na Equação 3.26.

Figura 27 – Energia de interação entre o skyrmion antiferromagnético e o defeito em função da separação centro a centro, a área do defeito foi mantida fixa em 121 nm^2 .

A região de defeito simulada por nós levou em consideração apenas a variação de um parâmetro magnético. Logicamente, uma armadilha para skyrmions em material antiferromagnético também pode ser projetada como sendo uma combinação da variação de mais de um parâmetro magnético. Desta forma, o caráter de fixação ou repulsão virá do equilíbrio entre estes parâmetros. A variação do parâmetro de rigidez de troca (A) pode ser produzido experimentalmente pela irradiação de íons na nanotrilha. Esse procedimento pode gerar a variação de mais de uma propriedade magnética do defeito, entretanto, a magnitude da variação entre os parâmetros pode não ser a mesma, podendo diferenciar-se até em mais de uma ordem de grandeza.

Podemos questionar se essas armadilhas de skyrmions continuarão funcionando na nanotrilha antiferromagnética para temperaturas próximas à temperatura ambiente. Pela análise dos nossos resultados sobre a energia de interação skyrmion-defeito, podemos verificar que a profundidade e a altura dos poços de potencial dependem do tamanho do defeito, do tipo e magnitude da propriedade magnética modificada. Com isso, podemos controlar as propriedades da armadilha experimentalmente. Isso pode ser feito de forma que a interação skyrmion-defeito seja uma ou mais ordens de grandeza superior que a energia térmica em temperatura ambiente, cujo valor é aproximadamente $E_{térmica} = k_B T_{ambiente} \sim 10^{-21} (J)$.

Com os resultados do estudo anterior, pudemos observar que os defeitos magnéticos funcionam sim como armadilhas para skyrmions antiferromagnéticos e confirmamos que essas armadilhas se dividem em dois tipos; armadilhas de fixação e armadilhas de espalhamento. Em uma armadilha de fixação a energia de interação entre o skyrmion e o defeito é atrativa, ou seja, o potencial de interação é atrativo e isso pode ser representado por um poço de potencial. Já para armadilhas de espalhamento, a interação entre o skyrmion e o defeito é repulsiva, caracterizando assim potencial repulsivo ou uma barreira de potencial.

5 Conclusões

O controle da posição de skyrmions em nanotrilhas é de fundamental importância para o desenvolvimento e produção de dispositivos skyrmionicos¹. Este controle pode ser feito pela incorporação de defeitos magnéticos na nanotrilha. Eles podem ser colocados em pontos estratégicos podendo estabelecer um caminho ou um ponto de parada para o skyrmion. Outras estratégias como cortes ou buracos na nanotrilha podem ser usadas para o controle do skyrmion, entretanto, tais técnicas podem causar o desaparecimento da quase partícula [31, 34].

No presente trabalho, fizemos um estudo sobre a interação entre um único skyrmion antiferromagnético e um defeito magnético de tamanho pré-estabelecido e intencionalmente incorporado em um local específico da rede antiferromagnética. Em nossas simulações modelamos o defeito como sendo a variação do parâmetro magnético chamado de anisotropia magnetocristalina (K). Com isso estudamos duas possíveis fontes de defeitos magnéticos. Nossos estudos mostraram dois tipos de interações que são resultados do aumento ou diminuição do parâmetro K" do defeito magnético. Vimos que o skyrmion é repelido por uma armadilha cujo K é aumentado e também que o skyrmion é atraído por uma armadilha onde K é diminuído. Constatamos também que a eficiência da armadilha de skyrmions é diretamente proporcional ao seu tamanho, de forma que armadilhas menores que o skyrmion apresentam características de ineficiência. Este fato é explicado pela capacidade de superar obstáculos que os skyrmions contam, isso graças a sua proteção topológica. Desta forma, a proporção entre o defeito e o skyrmion deve ser levado em consideração na fabricação de uma armadilha eficiente em aplicações tecnológicas.

Os resultados obtidos no nosso trabalho podem servir como orientação para trabalhos experimentais que buscam produzir defeitos magnéticos e também o controle do posicionamento do skyrmion na nanotrilha antiferromagnética. Dado que exista um limite para o aumento de uma das propriedades magnéticas do defeito, é possível compensar este fato pelo aumento da região do defeito magnético. Experimentalmente, defeitos circulares

¹ O termo skyrmiônica refere-se a área da spintrônica voltada para skyrmions

são mais fáceis de serem produzidos. Apesar de nossos resultados serem para defeitos magnéticos em forma de quadrado, acreditamos que os resultados aqui relatados sejam semelhantes para outras formas não muito exóticas de defeitos, desde que a área do defeito seja a mesma. A interação entre skyrmions antiferromagnéticos e defeitos circulares foi investigada [31] e os resultados obtidos concordam com nossa análise para o parâmetro K.

Considerando um skyrmion inicialmente posicionado na interface de contato entre dois meios antiferromagnéticos, vimos que o skyrmion é atraído ou repelido pela região modificada magneticamente. Esse comportamento obedece ao princípio da minimização da energia, no qual o sistema magnético minimiza sua energia total movendo o skyrmion para o meio que maximiza o tamanho do skyrmion. Este resultado também é verificado para skyrmions ferromagnéticos [35]. Pelo estudo do diâmetro do skyrmion em relação à variação do parâmetro K, pudemos verificar que é possível controlar o tamanho do skyrmion na nanotrilha. Isso é interessante pois ao reduzir o tamanho do skyrmion evitamos que ele toque as bordas da nanotrilha.

Chegamos ao resultado que existe um conjunto de pares ordenados $D \in K$ sobre os quais é possível a estabilização de skyrmions antiferromagnéticos. Este diagrama, Figura 19, pode ser usado como guia na área da física experimental para a escolha de materiais antiferromagnéticos promissores na estabilização de skyrmions.

Em nossos estudos consideramos um único skyrmion na nanotrilha, porém, acreditamos que nossos resultados sobre as armadilhas de fixação e espalhamento para skyrmions antiferromagnéticos possam ser estudados e estendidos para uma rede de skyrmions, ou seja, vários skyrmions coexistindo na mesma nanotrilha. É sabido que vários skyrmions podem existir em uma rede em um arranjo que lembra um favo de mel, isso é possível devido a repulsão entre os skyrmions [36, 37, 38, 39]. Do ponto de vista tecnológico, pode ser viável a construção de uma matriz de skyrmions cuja a distância entre eles seja tal que a repulsão seja fraca o suficiente para que possa ser desconsiderada. C. Reichhardt e C. J. Reichhardt [40] propuseram matrizes bidimensionais periódicas com locais de fixação para os skyrmions, acreditamos que os defeitos magnéticos discutidos no nosso trabalho possam ser usados na construção de tal rede 2D de Reichhardt. Com o controle da distância entre os skyrmions, a detecção individual pode ser melhorada pelo aumento da separação entre eles. Sobre o estudo das memórias de skyrmions, [41] a incorporação periódica de defeitos ao longo da *racetrack* pode ser útil na definição do comprimento do *bit*, de maneira que o espaço entre os defeitos pode ou não conter um skyrmion e isso pode ser visto como um método de armazenamento de informação binária. O nosso grupo de pesquisa pretende dar continuidade nos estudos da dinâmica dos skyrmions antiferromagnéticos induzida pela corrente e com isso mostrar que é possível mover um skyrmion de uma armadilha para outra.
APÊNDICE A – Conservação do Módulo do Momento Magnético

A LLG varia apenas a direção do momento magnético, ou seja, o módulo de \vec{m} é constante no tempo. Verificaremos essa afirmação a seguir. Utilizando a forma implícita da LLG, temos

$$\frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma [\vec{m} \times \vec{H}] + \frac{\alpha}{m} \left[\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} \right]. \tag{A.1}$$

Fazendo o produto escalar de \vec{m} de ambos os lados da LLG, temos que

$$\vec{m} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \vec{m} \cdot \left[\gamma[\vec{m} \times \vec{H}] + \frac{\alpha}{m} \left[\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t}\right]\right]$$
$$= \gamma \vec{m} \cdot (\vec{m} \times \vec{H}) + \frac{\alpha}{m} \vec{m} \cdot \left(\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t}\right). \tag{A.2}$$

Aqui é conveniente rearranjar os termos dos produtos mistos de forma que tenhamos o produto vetorial do momento magnético com ele mesmo, fazemos isso utilizando a propriedade cíclica do produto misto

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}).$$
(A.3)

Usando esta propriedade nos dois termos à direita da igualdade na Equação A.2, chegamos em

$$\vec{m} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma \vec{H} \cdot (\vec{m} \times \vec{m}) + \frac{\alpha}{m} \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} \cdot (\vec{m} \times \vec{m}).$$
(A.4)

O produto vetorial de um vetor por ele mesmo é sempre nulo, isso implica que os dois termos à direita da equação A.4 são iguais a zero. Então temos que

$$\vec{m} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{A.5}$$

Este resultado nos mostra que o vetor taxa de variação do momento magnético no tempo é sempre ortogonal ao próprio momento magnético.

Considerando a seguinte regra para a derivada do produto escalar

$$\frac{d}{dt}(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \vec{A}\cdot\frac{d\vec{B}}{dt} + \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B}$$
(A.6)

aplicada ao momento magnético de forma que $\vec{A} = \vec{B} = \vec{m}$, temos

$$\frac{d}{dt}(\vec{m}\cdot\vec{m}) = \vec{m}\cdot\frac{d\vec{m}}{dt} + \frac{d\vec{m}}{dt}\cdot\vec{m}.$$
(A.7)

Pela regra de comutatividade do produto escalar, temos que

$$\frac{d}{dt}(\vec{m}\cdot\vec{m}) = \vec{m}\cdot\frac{d\vec{m}}{dt} + \vec{m}\cdot\frac{d\vec{m}}{dt} = 2\vec{m}\cdot\frac{d\vec{m}}{dt}.$$
(A.8)

O produto estalar do momento magnético com ele mesmo que aparece do lado esquerdo da igualdade pode ser visto como o módulo ao quadrado de \vec{m} , com isso temos a seguinte relação

$$\frac{d}{dt}(m^2) = 2\vec{m} \cdot \frac{d\vec{m}}{dt}.$$
(A.9)

Comparando este resultado com a Equação A.5, concluímos que

$$\frac{d}{dt}(m^2) = 0. \tag{A.10}$$

Isso mostra que a taxa de variação do módulo do momento magnético no tempo é sempre zero, ou seja, o módulo de \vec{m} permanece constante durante todo o tempo.

APÊNDICE B – Forma Explícita da Equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG)

A forma implícita da LLG é dada por

$$\frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma [\vec{m} \times \vec{H}] + \frac{\alpha}{m} \left[\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} \right]. \tag{B.1}$$

Para obtermos a forma explícita da LLG devemos fazer com que a derivada temporal do momento magnético apareça apenas em um lado da expressão. Para isso, iniciamos fazendo o produto vetorial de \vec{m} à esquerda de ambos os lados da Equação B.1

$$\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \vec{m} \times \left[\gamma[\vec{m} \times \vec{H}] + \frac{\alpha}{m} \left[\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t}\right]\right]$$
(B.2)
$$= \gamma \vec{m} \times \left[\vec{m} \times \vec{H}\right] + \frac{\alpha}{m} \vec{m} \times \left[\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t}\right].$$

Usando a seguinte regra do produto vetorial

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$$
(B.3)

no último termo de B.2, temos que

$$\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma \vec{m} \times \left[\vec{m} \times \vec{H}\right] + \frac{\alpha}{m} \left[\left(\vec{m} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t}\right) \vec{m} - \left(\vec{m} \cdot \vec{m}\right) \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} \right]. \tag{B.4}$$

Para chegar neste resultado considerados que $\vec{A} = \vec{B} = \vec{m}$ e $\vec{C} = \frac{d\vec{m}}{dt}$. O produto escalar do momento magnético com a sua variação temporal é zero, como visto anteriormente na equação A.5. Com isso temos que

$$\vec{m} \times \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma \vec{m} \times [\vec{m} \times \vec{H}] - \alpha \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t}.$$
 (B.5)

Este resultado corresponde ao último termo da Equação B.1. Fazendo a substituição, chegamos em

$$\frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma [\vec{m} \times \vec{H}] + \frac{\alpha}{m} \left[\gamma \vec{m} \times [\vec{m} \times \vec{H}] - \alpha \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} \right]
= \gamma [\vec{m} \times \vec{H}] + \frac{\alpha \gamma}{m} \vec{m} \times \left(\vec{m} \times \vec{H} \right) - \frac{\alpha^2}{m} \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t}.$$
(B.6)

Isolando a derivada temporal de \vec{m} e rearranjando os termos, concluímos que

$$(1 + \alpha^2)\frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}t} = \gamma(\vec{m} \times \vec{H}) + \frac{\alpha\gamma}{m}\vec{m} \times \left(\vec{m} \times \vec{H}\right). \tag{B.7}$$

Chegamos então na Equação 2.47 que é a forma explícita da LLG.

REFERÊNCIAS

- A. Fert, V. Cros, and J. Sampaio, "Skyrmions on the track," *Nature Nanotechnology*, vol. 8, no. 3, pp. 152–156, 2013.
- [2] A. Fert, N. Reyren, and V. Cros, "Magnetic skyrmions: Advances in physics and potential applications," *Nature Reviews Materials*, vol. 2, 2017.
- [3] Y. Tchoe and J. H. Han, "Skyrmion generation by current," Physical Review B -Condensed Matter and Materials Physics, vol. 85, no. 17, pp. 1–8, 2012.
- [4] N. Nagaosa and Y. Tokura, "Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions," *Nature Nanotechnology*, vol. 8, no. 12, pp. 899–911, 2013.
- [5] D. Andrikopoulos, B. Sorée, and J. De Boeck, "Skyrmion-induced bound states on the surface of three-dimensional topological insulators," *Journal of Applied Physics*, vol. 119, no. 19, pp. 1–24, 2016.
- [6] D. Bazeia, M. M. Doria, and E. I. Rodrigues, "Topological excitations in magnetic materials," *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, vol. 380, no. 22-23, pp. 1947–1952, 2016.
- [7] W. Kang, Y. Huang, X. Zhang, Y. Zhou, and W. Zhao, "Skyrmion-Electronics: An Overview and Outlook," *Proceedings of the IEEE*, vol. 104, no. 10, pp. 2040–2061, 2016.
- [8] X. Zhang, Y. Zhou, and M. Ezawa, "Magnetic bilayer-skyrmions without skyrmion Hall effect," *Nature Communications*, vol. 7, 2016.
- [9] J. Sampaio, V. Cros, S. Rohart, A. Thiaville, and A. Fert, "Nucleation, stability and current-induced motion of isolated magnetic skyrmions in nanostructures," *Nature Nanotechnology*, vol. 8, no. 11, pp. 839–844, 2013.
- [10] J. Iwasaki, M. Mochizuki, and N. Nagaosa, "Universal current-velocity relation of skyrmion motion in chiral magnets," *Nature Communications*, vol. 4, 2013.
- [11] G. Chen, "Spin-orbitronics: Skyrmion Hall effect," Nature Physics, vol. 13, no. 2, pp. 112–113, 2017.
- [12] D. Toscano, J. Mendonça, A. Miranda, C. de Araujo, F. Sato, P. Coura, and S. Leonel, "Suppression of the skyrmion hall effect in planar nanomagnets by the magnetic properties engineering: Skyrmion transport on nanotracks with magnetic strips," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 504, p. 166655, 2020.
- [13] J. Barker and O. A. Tretiakov, "Static and Dynamical Properties of Antiferromagnetic Skyrmions in the Presence of Applied Current and Temperature," *Physical Review Letters*, vol. 116, no. 14, pp. 1–5, 2016.
- [14] I. Dzyaloshinsky, "A thermodynamic theory of "weak" ferromagnetism of antiferromagnetics," *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, vol. 4, no. 4, pp. 241–255, 1958.
- [15] T. Moriya, "Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism," Phys. Rev., vol. 120, pp. 91–98, Oct 1960.

- [16] G. van der Laan, "Applications of soft x-ray magnetic dichroism," Journal of Physics: Conference Series, vol. 430, p. 012127, apr 2013.
- [17] D. Toscano, I. A. Santece, R. C. O. Guedes, H. S. Assis, A. L. S. Miranda, C. I. L. de Araujo, F. Sato, P. Z. Coura, and S. A. Leonel, "Traps for pinning and scattering of antiferromagnetic skyrmions via magnetic properties engineering," *Journal of Applied Physics*, vol. 127, no. 19, p. 193902, 2020.
- [18] J. S. H. Siegmann, Magnetism from fundamental to dynamics, vol. 152. 2006.
- [19] D. Toscano, Estudo via simulação computacional da dinâmica da magnetização em nanomagnetos contendo uma distribução de impurezas magnéticas. 2015.
- [20] M. Gama and M. Junior, "Simulação da Dinâmica Do Micromagnetismo de Vórtices Implementados em Plataformas de Programação em Paralelo Simulação da Dinâmica Do Micromagnetismo de Vórtices Implementados em Plataformas de Programação em Orientador : Fernando Sato," 2016.
- [21] T. Moriya, "New mechanism of anisotropic superexchange interaction," Phys. Rev. Lett., vol. 4, pp. 228–230, Mar 1960.
- [22] A. NOLTING, W.; RAMAKANTH, Quantum Theory of Magnetism. Springer, 2009.
- [23] D. JILES, Introduction to Magnetism and Magnetic Materials. Springer-Science+Business Media, B.V, 1991.
- [24] T. Moriya, Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism, vol. 120. 1960.
- [25] H. Yang, A. Thiaville, S. Rohart, A. Fert, and M. Chshiev, "Anatomy of Dzyaloshinskii-Moriya Interaction at Co/Pt Interfaces," *Physical Review Letters*, vol. 115, no. 26, pp. 1–5, 2015.
- [26] S. Rohart and A. Thiaville, "Skyrmion confinement in ultrathin film nanostructures in the presence of Dzyaloshinskii-Moriya interaction," *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, vol. 88, no. 18, pp. 1–8, 2013.
- [27] A. Crépieux and C. Lacroix, "Dzyaloshinsky-Moriya interactions induced by symmetry breaking at a surface," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 182, no. 3, pp. 341–349, 1998.
- [28] T. L. Gilbert, Formulation, Fundations and Applications of the Phenomenological Theory of Ferromagnetism. 1956.
- [29] G. M. Wysin, "Vortex-in-nanodot potentials in thin circular magnetic dots," Journal of Physics Condensed Matter, vol. 22, no. 37, 2010.
- [30] X. Zhang, Y. Zhou, and M. Ezawa, "Antiferromagnetic Skyrmion: Stability, Creation and Manipulation," *Scientific Reports*, vol. 6, pp. 1–8, 2016.
- [31] "Dynamics of antiferromagnetic skyrmion driven by the spin Hall effect," *Applied Physics Letters*, vol. 109, no. 18, 2016.
- [32] "Dynamics of an antiferromagnetic skyrmion in a racetrack with a defect," *Physical Review B*, vol. 100, no. 14, p. 144439, 2019.

- [33] D. Toscano, S. Leonel, P. Coura, and F. Sato, "Building traps for skyrmions by the incorporation of magnetic defects into nanomagnets: Pinning and scattering traps by magnetic properties engineering," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 480, pp. 171–185, 2019.
- [34] R. L. Silva, R. C. Silva, A. R. Pereira, and W. A. Moura-Melo, "Antiferromagnetic skyrmions overcoming obstacles in a racetrack," *Journal of Physics Condensed Matter*, vol. 31, no. 22, 2019.
- [35] D. Toscano, S. A. Leonel, P. Z. Coura, and F. Sato, "Building traps for skyrmions by the incorporation of magnetic defects into nanomagnets: Pinning and scattering traps by magnetic properties engineering," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 480, no. February, pp. 171–185, 2019.
- [36] X. Zhang, G. P. Zhao, H. Fangohr, J. P. Liu, W. X. Xia, J. Xia, and F. J. Morvan, "Skyrmion-skyrmion and skyrmion-edge repulsions in skyrmion-based racetrack memory," *Scientific Reports*, vol. 5, pp. 1–6, 2015.
- [37] J. C. Martinez, W. S. Lew, W. L. Gan, and M. B. Jalil, "Theory of current-induced skyrmion dynamics close to a boundary," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 465, no. June, pp. 685–691, 2018.
- [38] X. Z. Yu, N. Kanazawa, Y. Onose, K. Kimoto, W. Z. Zhang, S. Ishiwata, Y. Matsui, and Y. Tokura, "Near room-temperature formation of a skyrmion crystal in thin-films of the helimagnet FeGe," *Nature Materials*, vol. 10, no. 2, pp. 106–109, 2011.
- [39] B. Göbel, A. Mook, J. Henk, and I. Mertig, "Antiferromagnetic skyrmion crystals: Generation, topological Hall, and topological spin Hall effect," *Physical Review B*, vol. 96, no. 6, pp. 1–5, 2017.
- [40] C. Reichhardt and C. J. Reichhardt, "Chiral edge currents for ac-driven skyrmions in confined pinning geometries," *Physical Review B*, vol. 100, no. 17, pp. 1–15, 2019.
- [41] L. Šmejkal, Y. Mokrousov, B. Yan, and A. H. MacDonald, "Topological antiferromagnetic spintronics," *Nature Physics*, vol. 14, no. 3, pp. 242–251, 2018.