



Universidade Federal de Juiz de Fora  
Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica

Mathaus Ferreira da Silva

**PROJETO E ALOCAÇÃO DE CONTROLE DE UMA EMBARCAÇÃO  
AUTÔNOMA DE SUPERFÍCIE COM 3 DoF E SISTEMA DE PROPULSÃO  
AÉREO AZIMUTAL**

Tese de Doutorado

Juiz de Fora  
2021

**MATHAUS FERREIRA DA SILVA**

**PROJETO E ALOCAÇÃO DE CONTROLE DE UMA EMBARCAÇÃO  
AUTÔNOMA DE SUPERFÍCIE COM 3 DoF E SISTEMA DE PROPULSÃO  
AÉREO AZIMUTAL**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Energia, como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo de Mello Honório

Juiz de Fora  
2021

**Mathaus Ferreira da Silva**

**Projeto e alocação de controle de uma embarcação autônoma de superfície com 3 DOF e sistema de propulsão aéreo azimutal**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Aprovada em 25 de novembro de 2021.

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Dr. Leonardo de Mello Honório** - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. André Luís Marques Marcato**

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Alexandre Bessa dos Santos**

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Andre Gustavo Scolari Conceição**

Universidade Federal da Bahia

**Prof. Dr. Murillo Ferreira dos Santos**

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Juiz de Fora, 08/11/2021.



Documento assinado eletronicamente por **Andre Gustavo Scolari Conceicao, Usuário Externo**, em 25/11/2021, às 16:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo de Mello Honorio, Professor(a)**, em 25/11/2021, às 16:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Murillo Ferreira dos Santos, Usuário Externo**, em 26/11/2021, às 11:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Bessa dos Santos, Professor(a)**, em 26/11/2021, às 12:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Andre Luis Marques Marcato, Chefe de Departamento**, em 06/12/2021, às 12:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **0566449** e o código CRC **ABC250E7**.

*Dedico este trabalho a minha mãe, irmãos, familiares, amigos e professores que foram essenciais e de muitas maneiras ajudaram para que fosse possível a concretização do mesmo.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, que sempre presente, ilumina meus caminhos, colocando pessoas especiais e oportunidades incontáveis.

À minhas esposa Anapaula e ao meu filho Arthur, por estarem sempre por perto me proporcionando momentos de descontração e alegria.

À minha mãe, Patrícia Fernandes, por minha criação, formação de meus valores e pelo exemplo de força de vontade e determinação ao longo de toda a minha vida.

À minha avó materna, Maria Madalena (*in memoriam*), por todo apoio e investimento em minha educação.

Aos meus irmãos, Rhuan e Bruna Ferreira, por me darem suporte em todos os momentos de dificuldade e compartilharem dos tempos de alegria, incentivando principalmente em minha formação.

Agradeço também aos meus amigos do Grupo de Robótica Inteligente (GRIn), que fizeram deste tempo mais divertido e proveitoso. Uma equipe de profissionais exemplares com empenho e dedicação ao laboratório, sem os quais não seria possível o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu orientador e amigo, professor Dr. Leonardo de Mello Honório pela paciência, amizade, motivação e credibilidade a mim depositada. Além de orientar, demonstra com exemplo, como a dedicação e o foco levam ao reconhecimento e a prosperidade.

À empresa NEOENERGIA, por ter proporcionado o desenvolvimento deste trabalho através do financiamento do mesmo no âmbito do Projeto de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) da ANEEL.

*“ A vitória está reservada para aqueles que estão dispostos a pagar o preço.”*

(Sun Tzu; A Arte Da Guerra.)

## RESUMO

Além de grande parte de suas fronteiras estarem banhadas pelo oceano Atlântico, o Brasil possui grande número de rios e lagos ao longo de seu território. O constante monitoramento de suas bacias hidrográficas é de grande importância uma vez que a água pode ser usada para: preservação ambiental, geração de energia, abastecimento urbano, irrigação, transporte, pesca, etc. Desta maneira, a automação e o aprimoramento das técnicas de monitoramento e coleta de dados se mostram grandes aliados na redução de custos e aumento da confiabilidade destes processos. Neste contexto, este trabalho tem por objetivo apresentar a alocação de controle de uma nova topologia de embarcação autônomo de superfície - *Autonomous Surface Vessel*, Veículo Autônomo de Superfície (ASV) superatuado para o monitoramento de malhas hidroviárias em geral. A técnica de alocação utiliza-se do desacoplamento de sistemas não lineares em múltiplos subsistemas linearizados, permitindo um rápido processamento e atendendo às restrições impostas. O veículo traz como diferencial de aplicação ser menos invasivo nas medições coletadas pelos sensores hídricos e apresentar maior versatilidade para a navegação em diferentes ambientes. Como diferencial construtivo, o mesmo é baseado em uma estrutura do tipo catamarã e possui seu conjunto de propulsores posicionados na parte superior dos cascos com direcionamento azimutal em 360 graus, tornando-o um veículo com a capacidade de se movimentar em três graus de liberdade. As técnicas implementadas e as características que o diferem das demais topologias são validadas através de simulações e testes reais, onde pode-se observar por meio dos índices de performance não intrusivos *Integrated Absolute Error*, Integral do Erro Absoluto (IAE) e *Integrated Squared Error*, Integral do Erro Quadrático (ISE) os desempenhos da alocação de controle e controle de posição.

Palavras-chave: ASV superatuado, Alocação de controle, Robótica móvel, Propulsor azimutal aéreo.



## ABSTRACT

In addition to the large part of its borders being bathed by the Atlantic Ocean, Brazil has a great number of rivers and lakes along its territory. The constant monitoring of its hydrographic basins is of great importance since the water can be used for: environmental preservation, energy generation, urban supply, irrigation, transport, fishing, etc. In this way, the automation and improvement of monitoring and data collection techniques proves to be great allies in reducing the cost and increasing the reliability of these processes. In this context, this work aims to present a control allocation of a new surface autonomous vessel topology - ac asv overrun for monitoring waterway networks in general. The allocation technique uses the decoupling of nonlinear systems into multiple linearized subsystems, allowing fast processing and meeting the imposed restrictions. The vehicle has as an application differential being less invasive in the collection collected by water sensors and presenting greater versatility for navigation in different environments. As a constructive differential, it is based on a catamaran-type structure and has its set of thrusters positioned on top of the hulls with azimuthal direction in 360-degrees, making it a vehicle with the capacity to move in three degrees of freedom. The implemented techniques and the characteristics that differ from the other topologies are validated through simulations and real tests, where the performances of the allocation of allocation can be observed through the non-intrusive performance indexes IAE and ISE control and position control.

Keywords: Over-Actuated ASV, Control Allocation, Holonomic vehicle, mobile robotics, Aerial zimuth thruster.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Configuração de um catamarã a velas. . . . .	25
2	Modelos comerciais de catamarãs autônomos. . . . .	34
3	Catamarã com motores azimutais . . . . .	35
4	Foto do catamarã utilizado. . . . .	36
5	Configuração dos servo-motores. . . . .	37
6	Exemplos de alocação de forças e torque com resultantes de ângulo e potência. . . . .	38
7	Catamarã projetado - Dimensões em milímetros. . . . .	40
8	Referencial inercial com centro na Terra. . . . .	42
9	<i>Frame</i> de coordenadas inercial $\mathcal{F}^I$ . . . . .	43
10	<i>Frame</i> de coordenadas do veículo $\mathcal{F}^v$ . . . . .	44
11	<i>Frame</i> de coordenadas $\mathcal{F}^{v1}$ . . . . .	45
12	<i>Frame</i> de coordenadas $\mathcal{F}^{v2}$ . . . . .	46
13	<i>Frame</i> do Corpo. . . . .	47
14	Variáveis de estado do ASV. . . . .	49
15	Princípio de Archimedes. . . . .	56
16	Metacentro transversal. . . . .	57
17	Representação do direcionamento de forças do propulsor. . . . .	60
18	Estrutura geral de controle do ASV. . . . .	64
19	Estrutura de controle detalhada do veículo. . . . .	65
20	Missão desenvolvida com $\psi$ fixo. . . . .	66
21	Desenvolvimento de missão com $\psi$ variável. . . . .	67
22	Demonstrativo da técnica de controle de posição. . . . .	68

23	Representação discreta do controle de posição. . . . .	69
24	Raio do <i>Way-Point</i> , Ponto de Caminho (WP). . . . .	72
25	Análise de convergência para a técnica quando as reprojeções estão no mesmo espaço vetorial $\mathbf{T}^m$ . . . . .	82
26	Análise de convergência para a técnica quando as reprojeções estão em dois espaços vetoriais $\mathbf{T}^{ma}$ e $\mathbf{T}^{mb}$ . . . . .	84
27	Processo de convergência e alterações iterativas no espaço de solução. . . . .	85
28	Processo de convergência com restrições. . . . .	86
29	$\tau$ Desejado e $\hat{\tau}$ Estimado. . . . .	91
30	Valores de $\cos(\gamma_1)$ e $\cos(\gamma_2)$ estimados por <i>Fast Control Allocation</i> , Controle de Alocação Rápido (FCA) e <i>fmincon</i> . . . . .	91
31	Valores de $x_1$ e $x_2$ estimados por FCA e <i>fmincon</i> . . . . .	91
32	Erro quadrático da simulação. . . . .	92
33	Tempo de convergência ( $\mu s$ ). . . . .	92
34	Performance de uma única iteração $t = 50s$ . . . . .	93
35	Valores de $\cos(\gamma_1)$ e $\cos(\gamma_2)$ estimados pela FCA 1 e FCA 2. . . . .	93
36	Valores de $x_1$ e $x_2$ estimados pela FCA 1 e FCA 2. . . . .	94
37	Valores de $\cos(\gamma_1)$ e $\cos(\gamma_2)$ inicializados (azul) e estimados (verde) por FCA. . . . .	94
38	Valores de $x_1$ e $x_2$ inicializados (azul) e estimados (verde) por FCA. . . . .	95
39	Valores de $\cos(\gamma_1)$ e $\cos(\gamma_2)$ estimados pela FCA e <i>fmincon</i> . . . . .	95
40	Valores de $x_1$ e $x_2$ estimados por FCA e <i>fmincon</i> . . . . .	95
41	$\tau$ desejado e $\hat{\tau}$ estimado para o caso 2. . . . .	97
42	Cosseno do ângulos saturado para o caso 2. . . . .	98
43	$x_1$ e $x_2$ resultantes para o caso 2. . . . .	98
44	Cossenos dos ângulos sem saturação para o caso 2. . . . .	98
45	<i>SetPoint</i> , Ponto de referência (SP) mapeado para o Cenário 1. . . . .	103

46	ACVs - Cenário 1. . . . .	104
47	ACRs - Cenário 1. . . . .	105
48	SPs mapeados para o Cenário 2. . . . .	107
49	ACVs - Cenário 2. . . . .	108
50	ACRs - Cenário 2. . . . .	109
51	FCA, Pontos Interiores (NL1) (Conjunto Ativado) e Conjunto Ativado (NL2) (Pontos Interiores) para uma missão. . . . .	113
52	Controle de Posição - Caminho em linha reta. . . . .	115
53	Velocidade do veículo para o Caminho em linha reta. . . . .	116
54	<i>Pulse Width Modulation</i> , Modulação por Largura de Pulsos (PWMs) do motor para o Caminho em linha reta. . . . .	117
55	Ângulos dos servomotores para o Caminho em linha reta. . . . .	117
56	Controle de Posição - Caminho circular. . . . .	118
57	Velocidade do veículo para o Caminho 2. . . . .	119
58	PWMs do veículo para o caminho circular. . . . .	120
59	Ângulos dos servomotores para o caminho circular. . . . .	120
60	Controle de Posição - Caminho em oito. . . . .	121
61	Velocidade do veículo para o Caminho em oito. . . . .	122
62	Resultado simulado - Posição - Caminho movimentação lateral. . . . .	123
63	Resultado simulado - Velocidade - Caminho movimentação lateral. . . . .	124
64	Resultado prático - Posição - Caminho movimentação lateral. . . . .	125
65	Resultado prático - Velocidade - Caminho movimentação lateral. . . . .	125
66	Posição da missão com 3 <i>Degree of Freedom</i> , Graus de Liberdades (DoFs).126	
67	Velocidade da missão com 3 DoFs. . . . .	127
68	PWM da missão com 3 DoFs. . . . .	128
69	Ângulo dos servomotores da missão com 3 DoFs. . . . .	128
70	Resposta real dos sistemas. . . . .	130

71	Ângulos dos servomotores. . . . .	131
72	PWM dos motores. . . . .	131
73	Fluxograma do mapeamento. . . . .	135
74	Espaço de solução do sistema. . . . .	135

## LISTA DE TABELAS

1	Trabalhos relacionados por características. . . . .	28
2	Descrição do veículo . . . . .	39
3	Possíveis topologias. . . . .	96
4	Casos 2, 7 e 9 com a alocação dinâmica. . . . .	99
5	Integral do erro de alocação do Cenário 1. . . . .	104
6	Integral do erro de alocação do Cenário 2. . . . .	110
7	Índice IAE e tempos para diferentes técnicas de alocação. . . . .	111
8	Malhas de controle e respectivas frequências. . . . .	114
9	Comparações entre 2 DoFs e 3 DoFs. . . . .	130
10	Parâmetros hidrodinâmicos . . . . .	141

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

**2D** Duas Dimensões

**3D** Três Dimensões

**ACR** Ação de Controle Real

**ACV** Ação de Controle Virtual

**ASC** *Autonomous Surface Craft*, Embarcação Autônoma de Superfície

**ASV** *Autonomous Surface Vessel*, Veículo Autônomo de Superfície

**CB** *Center of Buoyancy*, Centro de Flutuabilidade

**CEM** *Control Effectiveness Matrix*, Matriz de Eficácia de Controle

**CFD** *Computational Fluid Dynamics*, Dinâmica de Fluidos Computacional

**CG** Centro de Gravidade

**DoF** *Degree of Freedom*, Graus de Liberdade

**ECI** *Earth-Centered Inertial*, Inercial Centrado na Terra

**ECEF** *Earth-Centered Earth-Fixed*, Inercial Fixado na Terra

**EKF** *Extended Kalman Filter*, Filtro de Kalman Estendido

$\mathcal{F}^{BF}$  *Body Frame*, Referencial do Corpo

**FCA** *Fast Control Allocation*, Controle de Alocação Rápido

$\mathcal{F}^I$  *Frame Inercial*

**FOB** Função Objetivo

$\mathcal{F}^v$  *Frame do Veículo*

$\mathcal{F}^{v1}$  *Frame do Veículo 1*

$\mathcal{F}^{v2}$  *Frame do Veículo 2*

**GPS** *Global Positioning System*, Sistema de Posicionamento Global

**GRIn** Grupo de Robótica Inteligente

**IAE** *Integrated Absolute Error*, Integral do Erro Absoluto

**IMU** *Inertial Measurement Unit*, Unidade de Medição Inercial

**ISE** *Integrated Squared Error*, Integral do Erro Quadrático



**MT** *Mission Time* - Tempo de Missão

**NED** *North-East-Down*, Norte-Leste-Baixo

**NL1** Pontos Interiores

**NL2** Conjunto Ativado

**P** Proporcional

**PC** Potência Consumida

**PD** Proporcional-Derivativo

**PID** Proporcional-Integral-Derivativo

**PWM** *Pulse Width Modulation*, Modulação por Largura de Pulso

**RTK** *Real Time Kinematic*, Cinemática em Tempo Real

**SMC** *Sliding Mode Control*

**SP** *SetPoint*, Ponto de referência

**USV** *Unmanned Surface Vehicle*, Veículo de Superfície Não Tripulado

**UFJF** Universidade Federal de Juiz de Fora

**WP** *Way-Point*, Ponto de Caminho

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>22</b>
1.1	Objetivos . . . . .	29
1.2	Estrutura do trabalho . . . . .	30
1.3	Contribuições científicas . . . . .	31
1.3.1	Artigos publicados . . . . .	31
1.3.2	Artigos Submetidos . . . . .	32
<b>2</b>	<b>CATAMARÃ MULTIROTOR COM PROPULSÃO AÉREA</b>	<b>33</b>
2.1	Características do veículo . . . . .	33
2.1.1	Catamarãs convencionais . . . . .	33
2.1.2	Inovações do modelo . . . . .	35
2.2	Referenciais de coordenadas . . . . .	41
2.2.1	Referencial Inercial com Centro na Terra (ECI) . . . . .	42
2.2.2	Referencial com Centro Fixo na Terra (ECEF) . . . . .	42
2.2.3	Frame de coordenadas Inercial: $\mathcal{F}^I$ . . . . .	42
2.2.4	Frame de coordenadas do veículo: $\mathcal{F}^v$ . . . . .	43
2.2.5	Frame de coordenadas do veículo 1: $\mathcal{F}^{v1}$ . . . . .	44
2.2.6	Frame de coordenadas do veículo 2: $\mathcal{F}^{v2}$ . . . . .	45
2.2.7	Frame de coordenadas do corpo do veículo: $\mathcal{F}^{BF}$ . . . . .	46
2.3	Transformação entre $\mathcal{F}^{BF}$ e $\mathcal{F}^I$ . . . . .	47
2.4	Introdução ao modelo . . . . .	48
2.4.1	Variáveis de estado . . . . .	48
2.4.2	Medição das variáveis de estado . . . . .	49

2.4.2.1	GPS e Bússola . . . . .	50
2.4.2.2	Unidade de medida inercial (IMU) . . . . .	50
2.4.3	Visão geral do modelo . . . . .	50
2.5	Mecânica de Corpos Rígidos . . . . .	50
2.5.1	Matriz de inércia do corpo rígido . . . . .	51
2.5.2	Equação de Coriolis para o corpo rígido . . . . .	52
2.6	Teoria do Movimento . . . . .	53
2.6.1	Massa-Amortecedor hidrodinâmico . . . . .	53
2.6.2	Rigidez hidrostática da mola . . . . .	54
2.7	Matrizes paramétricas . . . . .	54
2.8	Hidrostática . . . . .	56
2.8.1	Forças restaurativas . . . . .	57
2.9	Forças e Torques de propulsão . . . . .	59
2.10	Equações de movimento . . . . .	61
2.11	Movimento com 6 graus de liberdade . . . . .	61
<b>3</b>	<b>SISTEMA DE CONTROLE DO VEÍCULO</b>	<b>63</b>
3.1	Estrutura de controle . . . . .	63
3.2	Desenvolvimento de trajetória . . . . .	65
3.2.1	Técnica de pilotagem automática . . . . .	67
3.3	Sintonia do controlador de posição angular . . . . .	69
3.4	Sintonia do controlador de velocidade angular . . . . .	70
3.5	Sintonia do controlador de posição inercial . . . . .	71
3.6	Sintonia do controlador de velocidade inercial . . . . .	72
<b>4</b>	<b>TÉCNICA DE ALOCAÇÃO DE CONTROLE</b>	<b>74</b>
4.1	Introdução . . . . .	74
4.2	Problema de alocação . . . . .	75

4.2.1	Abordagem linear tradicional . . . . .	76
4.2.2	Abordagem não linear . . . . .	76
4.2.3	Alocação de controle no ASV . . . . .	77
4.3	Alocação de controle rápida por matriz parcial . . . . .	79
4.3.1	Linearização Recursiva . . . . .	79
4.3.2	Função de mapeamento parcial sem restrições . . . . .	82
4.3.3	Função de mapeamento parcial com restrições . . . . .	85
4.4	Algoritmo . . . . .	86
4.5	Avaliação de Desempenho da FCA . . . . .	87
4.5.1	Avaliação da performance para variáveis virtuais totalmente acopladas . . . . .	90
4.5.1.1	Alterando a ordem de solução do sistema . . . . .	93
4.5.1.2	Sensibilidade ao ponto inicial . . . . .	94
4.5.2	Análise de contingência preliminar . . . . .	95
4.5.3	Sistemas Sub-Acoplados . . . . .	96
4.6	Aplicação no ASV . . . . .	99
4.6.1	Interseção completa . . . . .	99
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>102</b>
5.1	Alocação de forças e torques . . . . .	102
5.1.1	Cenário 1 . . . . .	102
5.1.2	Cenário 2 . . . . .	106
5.1.3	Teste de convergência numérica da alocação de controle . . . . .	110
5.1.3.1	Comparação de casos simulados . . . . .	111
5.2	Controlador de posição inercial . . . . .	114
5.2.1	Caminho em linha reta . . . . .	114
5.2.2	Caminho circular . . . . .	118
5.2.3	Caminho em oito . . . . .	121

5.2.4	Caminho movimentação lateral . . . . .	123
5.2.5	Missão utilizando os 3 DOFs simultaneamente . . . . .	126
5.2.6	Comparação prática entre 2 e 3 DoFs . . . . .	129
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>132</b>
	<b>Apêndice A - Mapeamento das Ações de Controle Virtuais</b>	<b>134</b>
	<b>Apêndice B - Estimação Paramétrica</b>	<b>139</b>
B.1	Estimção hidrodinâmica . . . . .	139
	<b>Referências</b>	<b>142</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O conhecimento de variáveis hidrológicas é indispensável para a gestão dos recursos hídricos com foco nos múltiplos usos de água [1]. O Brasil, por ser um país com grande número de rios, além de possuir sua matriz energética baseada em hidroelétricas, se beneficia consideravelmente com a evolução tecnológica do setor [2].

Por muitos anos, o monitoramento de rios e portos foi desenvolvido exclusivamente por embarcações tripuladas, o que demandava grande mobilização de recursos humanos e operacionais [3]. Os dados coletados nestas missões, muitas vezes não apresentavam repetibilidade devido a intervenção humana no processo e à baixa capacidade dos dispositivos disponíveis [4].

Com o avanço da tecnologia, novos equipamentos foram desenvolvidos, outros já existentes foram aprimorados e reduzidos em dimensão e peso, possibilitando assim a automação de muitos processos. Esse novo cenário, possibilitou o desenvolvimento de missões autônomas e semiautônomas a partir dos chamados veículos autônomos de superfície aquática [5].

Tais veículos são globalmente conhecidos pelas siglas *Autonomous Surface Vessel*, Veículo Autônomo de Superfície (ASV), *Unmanned Surface Vehicle*, Veículo de Superfície Não Tripulado (USV) e *Autonomous Surface Craft*, Embarcação Autônoma de Superfície (ASC) [6, 7, 8]. Estes, por serem equipados com sistema de navegação e controle capazes de desempenhar tarefas programadas, são plataformas com a capacidade de se mover de forma autônoma ou semiautônoma [9]. Veículos deste tipo têm expressiva importância em oceanografia, pois produzem dados superiores às bóias de sensoriamento atracadas ou à deriva, e são consideravelmente mais baratos que os barcos de pesquisa equivalentes, além de serem mais flexíveis que as contribuições de embarcações comerciais [10].

Apesar de registros da utilização destes veículos serem encontrados desde a Segunda Guerra Mundial [11], foram os avanços tecnológicos da década de noventa que

permitiram o uso, cada vez mais frequente, deste tipo de embarcação, pois as limitações dos componentes eletrônicos até então não permitiam um sistema de localização confiável, nem mesmo uma comunicação sem fio de longo alcance [12].

A aplicação em diferentes áreas como a supervisão de águas e portos [13, 14], pesquisas hidrológicas em águas rasas [15], buscas e resgates marinhos [16], coleta para análise da qualidade de água [17], mapeamento batimétrico [18], entre outras, trouxe consigo a necessidade de embarcações com configurações ainda não exploradas, impulsionando o desenvolvimento de novas topologias com características específicas para atender a cada demanda.

Em Bertram[19] são descritas várias configurações de embarcações autônomas utilizadas até então e suas respectivas finalidades, destacando-se as aplicações militares como, por exemplo, o Roboski, um robô baseado em moto aquática, desenvolvido para ser utilizado na preparação de navios de guerra como alvo do tipo *Jetski*, sendo bastante empregado no treinamento do sistema de defesa da marinha norte-americana. É apresentado também o Coruja MK II, desenvolvido no final dos anos noventa pela *Navtec Inc.* para o Escritório de Pesquisa Naval dos Estados Unidos da América. Este veículo também é baseado em um *Jetski* equipado com um casco de baixo perfil para maior capacidade de carga útil. Uma versão equipada com sonar e câmera de vídeo esteve por um longo período em uso operacional no Golfo Pérsico. O trabalho cita ainda o Predator, um sistema integrado de combate naval baseado em veículos de superfície não tripulados, autônomos e controlados remotamente, com a capacidade de executar várias missões atendendo às demandas da marinha de Singapura.

Além destes veículos, Desa et al.[20] realizou um estudo para o desenvolvimento do ROSS, um veículo autônomo de superfície aquática dedicado à amostragem oceanográfica, desenvolvido pelo *Instituto Nacional de Oceanografia da Índia* em 2007 com propulsão elétrica e motores subaquáticos.

Tais embarcações podem ter diferentes tipos de sistemas de propulsão e fornecimento de energia, onde são encontrados veículos de combustão interna, elétricos, híbridos e até mesmo veículos contando apenas com a utilização de velas [21].

O trabalho de Pizzo et al.[22] propõe e compara duas formas de se utilizar um sistema de propulsão híbrida com geração de energia elétrica a partir de um motor a combustão interna. Em uma das abordagens, os autores utilizam uma velocidade constante de acionamento do motor de geração, e em outra, uma velocidade variável. Por meio de testes e análises numéricas, eles concluem que a configuração com veloci-

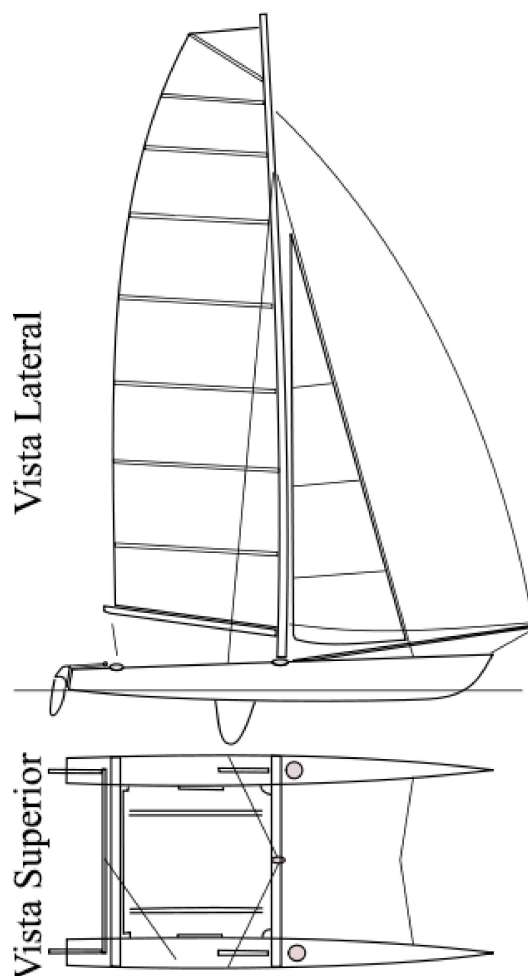
dade variável apresenta melhores resultados que a geração de energia com velocidade constante, baseando-se na eficiência do sistema.

Quando considerado ASVs com propulsão a velas, o trabalho de Viel et al.[23] apresenta a proposta de um controle de posição para um barco autônomo. A técnica apresenta uma abordagem onde é considerado o ângulo da vela do veículo, de modo a otimizar a distância entre a embarcação e o ponto de interesse da missão sem a necessidade de profundo conhecimento relacionado aos parâmetros dinâmicos do veículo. Através de testes, os autores concluem que a proposta é eficiente e robusta para o posicionamento, mostrando ainda a prova de estabilidade do método.

Com muitas aplicações e diferentes configurações, tornou-se necessário alcançar maior estabilidade de navegação. Desta maneira, a utilização da embarcação do tipo catamarã passou a ser empregada [24]. Como apresentado na Figura 1, catamarã é um barco com dois cascos acoplados paralelamente ao invés de apenas um como encontrado nos barcos convencionais [25].



Figura 1: Configuração de um catamarã a velas.



Fonte: Baseado em Barbetorte[26].

Catamarãs foram projetados primeiramente para serem barcos de pesca, porém, por apresentar como principal característica a superioridade em estabilidade de navegação devido ao acoplamento dos cascos, seu uso se expandiu para diversas áreas [27]. Com isso, o uso desta topologia vem sendo bastante pesquisado para missões autônomas e remotamente controladas.

O trabalho de Ribas et al.[28] apresenta um catamarã utilizado para medições de alta resolução em mar aberto, equipado com sensores para medir a troca de calor entre o mar e o ambiente, a taxa de troca de gases entre o mar e o ar, bem como a presença de flores de superfície. Este sistema é chamado de *Sea Surface Scanner* e tem o objetivo principal de auxiliar nos estudos relacionados ao mar e ao clima.

Em Jin et al.[29], um catamarã é utilizado na instalação de turbinas eólicas em alto mar. Com o objetivo de reduzir contato desnecessário entre o veículo e a base, os autores

aplicam um controle de posição ativo, onde forças externas também são consideradas durante a operação. O controlador é do tipo Proporcional-Derivativo (PD) e, por meio de testes experimentais, os autores concluem que a posição pode ser controlada até mesmo com forças externas significativas.

Em Moraes, Vasconcellos e Latorre[30] é apresentado um estudo sobre a interação hidrodinâmica de um catamarã em diferentes ambientes, incluindo águas rasas. Os autores utilizam um índice baseado na largura ( $S$ ) e no comprimento total ( $L$ ) da embarcação para analisar em quais níveis as ondas causam mais interferência no veículo. Eles concluem que para  $S/L > 0.6$  não há interferência significativa entre os cascos e os cálculos de resistência podem ser feitos considerando ambos separadamente.

Outros trabalhos com este tipo de veículo podem ser encontrados em Melo, Echevarrieta e Serra[31], Puente et al.[32] e Sun et al.[33].

Dentre as variadas aplicações citadas, as que apresentam maior complexidade são as atividades em águas correntes como rios e mares. Tais ambientes possuem variáveis que representam grandes distúrbios, como correntezas, ventos e ondas que dificultam aspectos essenciais da operação de ASVs, como o controle de posição e da trajetória, seja o veículo um catamarã ou não.

Em Vaneck et al.[5], pesquisadores relatam a dificuldade na compensação do deslizamento causado pela correnteza em relação à missão desejada para o ARTEMIS, um ASV com propulsão elétrica e motores submersos, desenvolvido pelo *MIT Sea Grant College Program's Autonomous Vehicles Laboratory*, com o objetivo de executar levantamentos batimétricos e ser utilizado como plataforma de testes nas águas do rio Charles em Cambridge, Massachusetts.

O trabalho de Hong e Arshad[34] apresenta um catamarã, com dois motores elétricos montados em configuração diferencial utilizado para a batimetria de rios em missões autônomas. Os autores apresentam uma técnica baseada em visão computacional para garantir que a navegação do veículo esteja sempre equidistante das margens. Segundo os autores, os resultados alcançados foram satisfatórios, apresentando o desenvolvimento de uma missão em um rio de perfil sinuoso. Contudo, por ser um veículo que se desloca de modo diferencial, pode-se perceber que o caminho não é perfeitamente executado quando há necessidade de comandos de guinada.

O trabalho de Ferreira et al.[35] também apresenta um veículo de superfície desenvolvido para realizar missões batimétricas autônomas. De forma específica, a embarcação (ROAZ II) possui como objetivo de possibilitar a realização de pesquisas

batimétricas em rios de águas muito rasas e zonas costeiras. Constituído de propulsão submersa diferencial, os autores sugerem para trabalhos futuros, a análise de sistemas de propulsão diferentes a fim de validar os conceitos e verificar o impacto nas missões de batimetria.

Em Sarda et al.[36] e Klinger et al.[37] são mostrados duas versões do USV WAM-V, desenvolvido pela *Marine Advanced Research, Inc. of Berkeley*. O catamarã, foi construído para monitoramento e conta com um sistema de amortecimento para mitigar os efeitos das ondas do ambiente, o que permite a ele manter a posição inercial estacionária em conjunto com seus propulsores azimutais submersos, mesmo com distúrbios de correntes e ventos. Segundo os autores, as técnicas de controle aprimoradas por eles, principalmente em controle de posição, se mostraram superiores às encontradas até então, porém eles citam o grande esforço desenvolvido pelos motores para manter o controle de *heading* quando é necessário movimento lateral (*sway*).

Sistemas de controle automático para embarcações têm seu primeiro registro de uso a mais de um século. Entretanto, nos últimos anos, têm ganhado espaço com o surgimento de diferentes topologias [38].

Quando considerada a alocação de controle, em alguns sistemas caracterizados como subatuados ou totalmente atuados, não há necessidade de uma técnica complexa de alocação [40]. Já para sistemas superatuados, a necessidade de uma técnica mais elaborada se faz presente [41]. Contudo, boa parte dos sistemas superatuados podem ser simplificados, tornando esta alocação mais simples [42].

O trabalho de Ruth e Sørensen[43] apresenta a alocação de forças de um USV superatuado, onde a matriz de alocação é quadrática e possui característica não convexa. Para isso os autores dividem o problema de alocação em vários subproblemas com características convexas que, de modo geral, cobrem todo o espaço de soluções do não convexo. Ao final, utilizam-se de um algoritmo para definir qual subproblema apresenta menor erro em relação à alocação desejada e então utilizam sua resposta. Os autores concluem que a alocação possibilitou o controle do veículo e se mostrou eficaz, entretanto por fragmentar o problema, demanda maior esforço computacional.

O trabalho de Arditti et al.[44] apresenta o desenvolvimento de uma técnica de alocação de potência com o objetivo de otimizar o consumo energético do veículo. Para alcançar este objetivo, os autores inserem no modelo de alocação de forças a interação hidrodinâmica entre a embarcação e o ambiente, tornando a alocação de forças um sistema de otimização não linear. Os autores concluem que a implementação alcançou

como resultado uma redução de 2% a 5% no consumo de potência do sistema.

Em relação ao controle de posição, o trabalho Velueta et al.[45] apresenta um catamarã de pequenas dimensões para o monitoramento e coleta de dados. O trabalho tem foco nas perturbações do ambiente, que são modeladas matematicamente para que sirvam como informação na etapa de ajuste do controlador. Os autores fazem uso de uma técnica de controle conhecida como *Sliding Mode Control* (SMC) e fazem a validação da mesma por meio de simulações. Como conclusão deste trabalho, tem-se que, apesar das perturbações do ambiente se mostrarem muito influentes quando considerado o controle de posição, o SMC é uma técnica que apresenta resultados satisfatórios para esses casos.

Pode-se encontrar ainda várias outras referências de trabalhos com embarcações autônomas, a Tabela 1 apresenta o tipo de casco, sistema de propulsão e o número de Graus de Liberdade (DoFs), de algumas das embarcações encontradas na literatura de ASVs.

Tabela 1: Trabalhos relacionados por características.

<b>Referência</b>	<b>Configuração</b>	<b>Tipo de Propulsão</b>	<b>DoF</b>
Majid e Arshad[4]	Casco circular	Diferencial	2
Vaneck et al.[5]	Casco único	Diferencial	2
A e GS[6]	Casco único	Diferencial	2
Daxiong et al.[7]	Casco único	Diferencial	2
Dunbabin e Lament[8]	Catamarã	2 motores azimutais	3
Wang et al.[9]	Catamarã	Diferencial	2
Manley et al.[13]	Catamarã	Diferencial (com reversão)	2
Joseph e Andrew[15]	Casco único	1 motor azimutal	2
Ferreira et al.[16]	Catamarã	Diferencial (com reversão)	2
Beck et al.[18]	Catamarã	Diferencial	2
Desa et al.[20]	Casco cilíndrico	Diferencial	2
Puente et al.[32]	Catamarã	Diferencial ( <i>screw theory</i> )	2
Sun et al.[33]	Catamarã	Diferencial	2
Hong e Arshad[34]	Catamarã	Diferencial	2
Ferreira et al.[35]	Catamarã	Diferencial	2

Da Tabela 1 pode-se observar que, embora existam vários estudos de embarcações autônomas de superfície, a maior parte destes está focado em embarcações com apenas

2 DoFs, sejam elas catamarã ou não. Dentre as referências apresentadas, apenas o trabalho de Dunbabin e Lament[8] utiliza mais de um motor azimutal e com isso, obtém 3 DoFs para o sistema, ainda que o motor seja submerso. Desta maneira, não foram encontrados registros de embarcações com motores azimutais aéreos, o que reforça a inovação proposta por esse trabalho.

## 1.1 OBJETIVOS

Este trabalho irá apresentar uma topologia de ASV com 3 DoFs e propulsão aérea que possibilite o desenvolvimento de missões autônomas e sensoriamento em variadas condições de navegação, sem apresentar as dificuldades em controle de posição e deslocamento como as encontradas nos trabalhos citados.

O veículo é do tipo catamarã e adota as seguintes premissas: ser uma embarcação compacta, facilitando o transporte; ter capacidade de carga útil suficiente para suportar diferentes tipos de sensores embarcados; apresentar potência suficiente para gerar uma propulsão que alcance velocidades próximas de 3 m/s (possibilitando navegação em fortes correntezas e agilidade nas missões); possibilitar a navegação em 3 DoF, apresentando movimentos totalmente controláveis em *surge*, *sway* e *yaw*.

Um dos principais diferenciais da embarcação aqui apresentada está em seu sistema de propulsão, que é composto de quatro motores azimutais posicionados na parte superior dos cascos da mesma, o que possibilita o sensoriamento em águas consideravelmente rasas (o veículo pode se deslocar em lâminas d'água de 15 cm ou mais), onde embarcações convencionais não poderiam atuar. Essa configuração trás a necessidade de uma modelagem matemática também inédita para a validação das técnicas desenvolvidas.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é desenvolver uma técnica de alocação de controle para proporcionar ao veículo um sistema eficiente na conversão das ações de controle desejadas em ações de controle desenvolvidas na prática pelo sistema.

São objetivos primários deste trabalho:

- Implementar uma técnica de alocação de controle robusta que leve o erro entre as Ações de Controle Virtuais (ACVs) e as Ações de Controle Reais (ACRs) ao mínimo possível, de modo a permitir o controle eficiente da embarcação;
- Apresentar uma nova topologia de ASV do tipo Catamarã, mostrando suas caracte-

terísticas físicas e mecânicas, bem como as vantagens da utilização deste veículo em relação às configurações existentes;

São objetivos secundários deste trabalho:

- Apresentar o modelo cinemático e dinâmico do ASV em seis graus de liberdade e as devidas simplificações adotadas para o projeto dos controladores;
- Apresentar o controle de posição para o novo veículo, possibilitando o desenvolvimento de missões autônomas e semiautônomas;

Desta maneira, ao final deste trabalho, o leitor será apresentado a uma nova configuração de catamarã e terá o conhecimento da dinâmica do veículo, bem como os requisitos para desenvolver um sistema de controle garantindo uma alocação de forças e torques robusta e eficiente.

## **1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO**

Para atender a proposta descrita, este trabalho foi dividido em 6 capítulos. Neste capítulo foi abordado o estado da arte e um breve contexto histórico sobre ASVs.

O Capítulo 2 apresenta todo o ferramental matemático e a modelagem do veículo, bem como as considerações a serem feitas durante o desenvolvimento do modelo.

O Capítulo 3 apresenta a estrutura dos controladores utilizados pelo sistema, bem como a sintonia dos mesmos. Apresenta também as possibilidades de deslocamento do veículo e técnica de pilotagem automática utilizada.

O Capítulo 4 descreve a técnica de alocação de controle utilizada no sistema, sendo um aprimoramento do trabalho de Santos[46] desenvolvida no Grupo de Robótica Inteligente (GRIn).

No Capítulo 5 são apresentados os resultados em geral, englobando resultados de alocação de controle simulados, controle de posição e missão automática, real e simulada.

Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as conclusões acerca da nova configuração utilizada e as possibilidades de trabalhos futuros.

### 1.3 CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS

Durante o desenvolvimento deste trabalho (detalhado nos capítulos seguintes), várias contribuições científicas foram alcançadas. Com o objetivo de auxiliar na leitura do documento, algumas delas são apontadas a seguir:

**Topologia da embarcação:** Como mencionado no texto, não foram encontradas embarcações com motores azimutais posicionados na parte superior da embarcação. Desta maneira, umas das contribuições deste trabalho está na apresentação de uma nova topologia com características de navegação superiores às configurações atuais, comprovadas através de testes comparativos.

**Modelagem do veículo:** Em conjunto com a nova topologia de propulsão do veículo, fez-se necessário o desenvolvimento de uma modelagem também inédita quando considerado a alocação de forças e torques da embarcação. Essa modelagem, teve de considerar oito atuadores, sendo quatro servomotores de posição e quatro motores de propulsão.

**Aprimoramento do método FCA:** Dadas as características da embarcação foi necessário também a utilização de uma técnica de alocação de controle, que convergisse de forma rápida mesmo em problemas não lineares. Desta maneira, optou-se por utilizar a técnica de alocação de controle FCA. Contudo, todos trabalhos encontrados na literatura relacionados a técnica FCA, até então, foram utilizados em veículos aéreos, onde a parte não linear do sistema se apresentava restrita a um espaço de busca limitado (por exemplo: um quadrante do círculo trigonométrico). Assim, foi necessário o aprimoramento da técnica através da adição de restrições no processo iterativo para solucionar o problema proposto.

**Demonstração matemática da convergência da técnica FCA:** Outra contribuição significativa para o método FCA foi o desenvolvimento da convergência matemática da técnica de controle de alocação, obtendo-se uma generalização para a mesma.

#### 1.3.1 ARTIGOS PUBLICADOS

Durante o desenvolvimento desta tese, algumas publicações foram obtidas relacionadas ao tema.

- Artigo Publicado na IEEE Access: “Project and Control Allocation of a 3 DoF Autonomous Surface Vessel With Aerial Azimuth Propulsion System” Silva et

al.[95]

Autores: **Mathaus F. Silva**, Leonardo M. Honório, Murillo F. Santos, Accacio F. Santos Neto, Nuno A. Cruz, Aníbal C. C. Matos e Luís G. F. Westin;

- Artigo Publicado na IEEE Access: “Development of Optimal Parameter Estimation Methodologies Applied to a 3 DoF Autonomous Surface Vessel” Neto et al.[93]

Autores: Accacio F. Santos Neto, Leonardo M. Honório, **Mathaus F. Silva**, Ivo C. S. Júnior e Luís G. F. Westin;

- Artigo Publicado na Revista Sensors: “Hull and Aerial Holonomic Propulsion System Design for Optimal Underwater Sensor Positioning in Autonomous Surface Vessels” Regina et al.[94]

Autores: Bruno A. Regina, Leonardo M. Honório, Antônio A. N. Pancoti, **Mathaus F. Silva**, Murillo F. Santos, Vitor M. L. Lopes, Accacio F. Santos Neto e Luís G. F. Westin;

### 1.3.2 ARTIGOS SUBMETIDOS

- Artigo Submetido ao Journal of Control, Automation and Systems: “Performance Comparison of Meta-Heuristics Applied to Optimal Signal Design for Parameter Identification”

Autores: Accacio F. Santos Neto, Leonardo M. Honório, Edimar J. de Oliveira, Ivo C. S. Júnior, **Mathaus F. Silva**;

- Artigo Submetido à Robotica - *Cambridge Core*: “A Convolutional System Identification Approach Mixing Optimal Parameter Estimation and Deep Learning”

Autores: Marina Borges A. Souza, Accacio F. Santos Neto, Leonardo M. Honório, Edimar J. de Oliveira, **Mathaus F. Silva** e Antônio Pancoti;



## 2 CATAMARÃ MULTIROTOR COM PROPULSÃO AÉREA

Neste capítulo será apresentado todo o ferramental matemático necessário para a modelagem cinemática, dinâmica e compreensão do funcionamento do veículo. A modelagem segue os padrões adotados por autores de referência na área de ASVs e busca elementos em diferentes referências do seguimento. A Seção 2.1 descreve as características construtivas da nova configuração; a Seção 2.2 apresenta os diferentes referenciais utilizados por veículos aquáticos; na Seção 2.3 é apresentado o equacionamento das matrizes de rotação que relacionam os *frames* coordenados; na Seção 2.4 pode-se observar uma rápida introdução conceitual ao modelo; a Seção 2.5 traz a modelagem cinemática e dinâmica do veículo; na Seção 2.6 toda a teoria que descreve o movimento é apresentada, sendo complementada pelas Seções 2.10 e 2.11; a Seção 2.7 apresenta as matrizes utilizadas no modelo do veículo; a Seção 2.8 descreve os princípios de Arquimedes e sua aplicação à embarcação. Finalmente, o modelo de forças e torques é apresentado na Seção 2.9.

### 2.1 CARACTERÍSTICAS DO VEÍCULO

Nesta seção serão apresentados primeiramente, os modelos de catamarãs encontrados no mercado e posteriormente, a inovação proposta para o modelo desenvolvido neste trabalho.

#### 2.1.1 CATAMARÃS CONVENCIONAIS

Um catamarã convencional é, por definição, um veículo aquático de múltiplos cascos em que dois cascos de mesmo tamanho são posicionados paralelamente [47]. Além disso, catamarãs autônomos são, geralmente, de pequeno porte para fácil transporte e operação. A Figura 2 apresenta alguns modelos autônomos comerciais desta topologia.

Figura 2: Modelos comerciais de catamarãs autônomos.

(a) Catamarã BathyCat.



(b) Catamarã NYMO.



(c) Catamarã Jellyfishbot.



(d) Catamarã DEVICT SCATA Bait Boat.



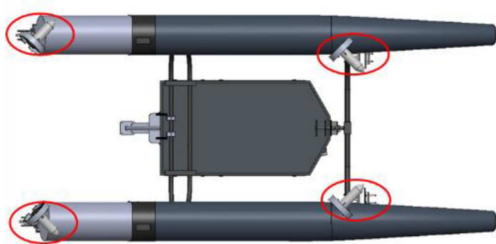
Fonte: (a) Bathylogger[48] (b) MindChip[49] (c) Iadys[50] (d) Devict[51].

Como pode-se perceber na Figura 2, são encontrados diferentes modelos de catamarãs autônomos, para as mais diversas aplicações. Entretanto, percebe-se também, que em todos os modelos, o sistema de propulsão é submerso (ficam abaixo da superfície da água) e utilizado em configuração diferencial, ou seja, apresenta dois graus de liberdade, permitindo controle de velocidade linear longitudinal e angular apenas.

Pode-se encontrar também, alguns registros de embarcações com motores azimutais, como o veículo *WAM-V* (*Wave Adaptive Modular Vessels*) [52, 53]. Tal veículo pode ser encontrado com diferentes configurações e controle, entre elas, pode-se citar as configurações azimutais submersos com 2 e 4 motores. A Figura 3 apresenta a configuração com 4 motores.

Figura 3: Catamarã com motores azimutais

(a) Vista inferior do veículo WAM-V.



(b) Foto do veículo WAM-V.



Fonte: (a) Zhi[54] (b) Maritime[55].

Contudo, percebe-se novamente, que os motores também são submersos.

### 2.1.2 INOVAÇÕES DO MODELO

Como mencionado no Capítulo 1, o veículo apresentado nesse trabalho possui características construtivas que o diferem de um catamarã convencional. A configuração utilizada apresenta quatro propulsores posicionados na parte superior dos cascos, onde os motores possuem seus eixos de rotação paralelos à superfície da água e são fixados em uma base móvel com eixo de rotação ortogonal à mesma superfície, como demonstrado na Figura 4.

Figura 4: Foto do catamarã utilizado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

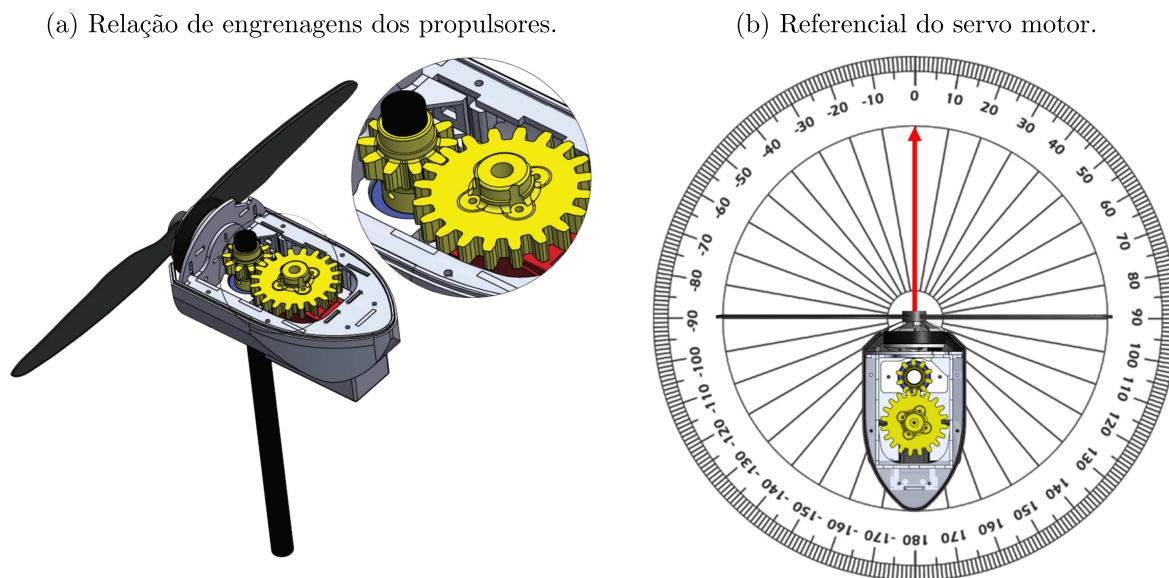
Devido ao conjunto de propulsores estar posicionado na parte superior do veículo, este ASV tem a possibilidade de navegar em águas mais rasas que os barcos convencionais. Isso porque não há necessidade de considerar o tamanho dos propulsores submersos como nos demais veículos. Outra característica importante é a possibilidade de navegação em águas com grande densidade de resíduos sólidos sem causar danos ao sistema de propulsão.

O ASV foi desenvolvido pelo Grupo de Robótica Inteligente (GRIn) na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), com premissas relacionadas a tamanho, transporte e potência. Contudo, as características que levaram ao desenvolvimento desta configuração são a mobilidade omnidirecional, importante para navegação em correntezas, e qualidade quando em missões de sensoriamento. Isso porque, quando utilizada em conjunto com sensores submersos, o fato dos motores não influenciarem diretamente nas medidas do fluido garante uma coleta de dados com maior confiabilidade e menor nível de ruídos.

Os propulsores utilizados possuem ainda a particularidade de serem direcionados em um ângulo de rotação que varia entre  $-180^\circ$  e  $180^\circ$ . O direcionamento angular é feito por um conjunto de servomotores acoplados aos eixos de fixação dos propulsores

superiores de modo que cada motor pode assumir um ângulo de rotação diferente dos demais. A Figura 5 apresenta a configuração utilizada para proporcionar esta característica ao ASV.

Figura 5: Configuração dos servo-motores.



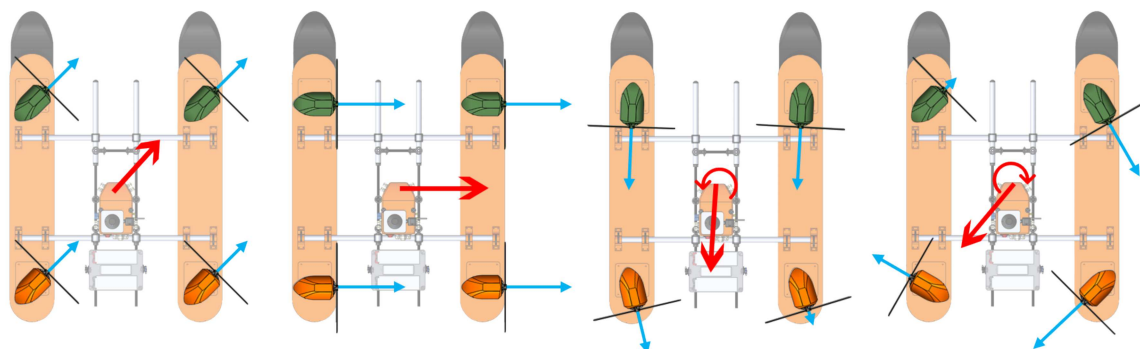
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Pode-se perceber que existe uma relação de engrenagens para o direcionamento do veículo (em amarelo), sendo estas controladas por um servomotor (em vermelho). Esta relação pode ser alterada dependendo das características físicas dos servomotores de direcionamento e da demanda de rotação dos propulsores no projeto.

Neste projeto foi utilizado um servomotor que permite  $180^\circ$  de amplitude de rotação, com largura de pulso variando de  $500\mu s$  a  $2500\mu s$  e sensibilidade de  $2\mu s$ . Para se alcançar a amplitude de saída de  $360^\circ$  utiliza-se uma relação de engrenagens de  $2 \times 1$ . Isto é, a cada  $1^\circ$  enviado para o servomotor,  $2^\circ$  são obtidos na saída. Entretanto, deve-se considerar que a resolução do servomotor é de  $180^\circ / 2000\mu s / 2\mu s = 0,18^\circ$ . Desta maneira, a resolução do conjunto de engrenagens é de  $0,36^\circ$ .

A Figura 6 apresenta diferentes possibilidades de movimentação e resultantes em ângulos e forças dos motores.

Figura 6: Exemplos de alocação de forças e torque com resultantes de ângulo e potência.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Na Figura 6 as setas em azul representam o direcionamento e as forças em cada motor e as setas em vermelho a resultante de forças e torque do sistema. É possível perceber que em alguns dos exemplos descritos, os ângulos de direcionamento dos motores são totalmente diferentes dos demais, bem como a intensidade da força desenvolvida individualmente pelo motor.

Considerando os requisitos citados anteriormente, o veículo desenvolvido neste trabalho tem suas características descritas na Tabela 2.

Tabela 2: Descrição do veículo

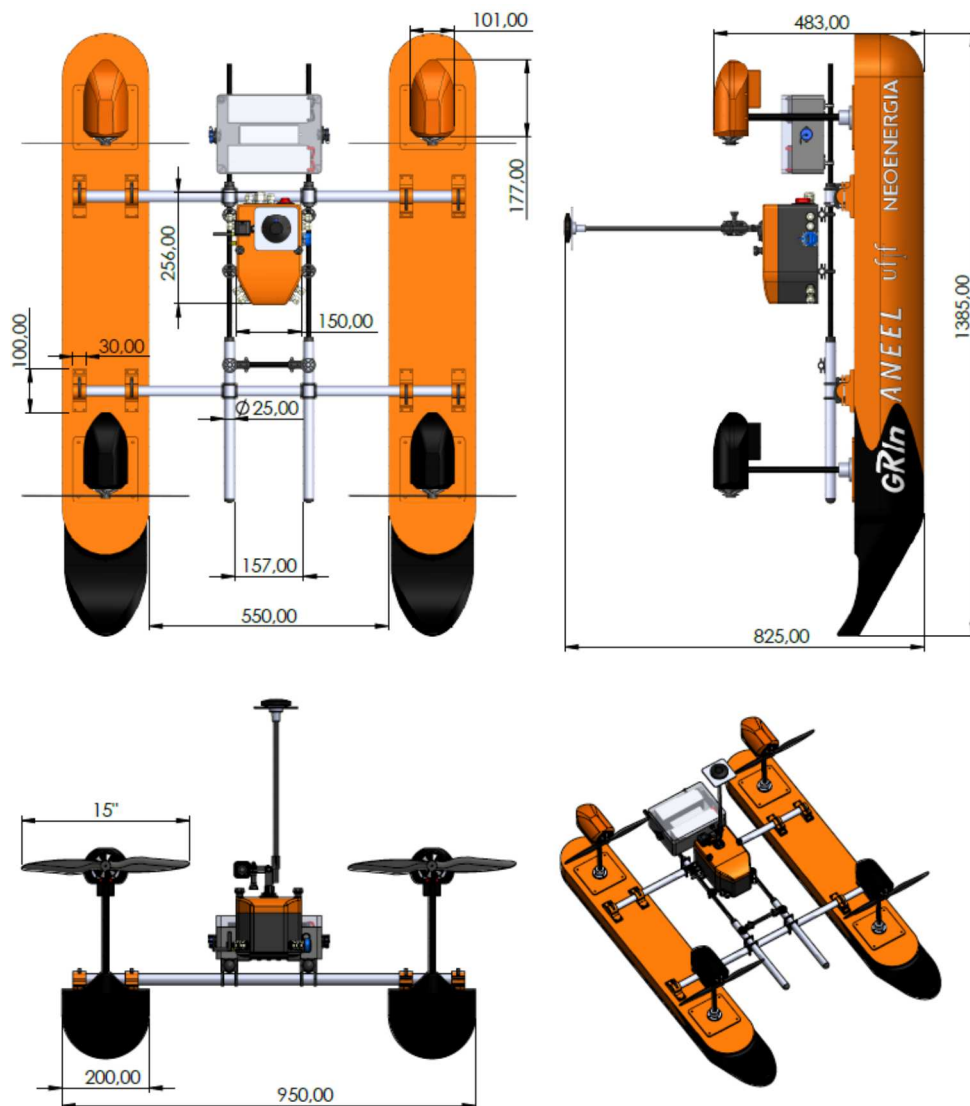
<b>Hélices</b>	
Passo	0,5 ”
Diâmetro	25 cm
Material construtivo	Fibra de Carbono
<b>Motores</b>	
Tecnologia	<i>Brushless</i>
Massa	0,258 kg
Corrente máxima	20 A
Rotação/Volt (KV)	1000
<b>Conjunto Motor-Hélice (individual)</b>	
Constante de propulsão (k1)	0,021
Propulsão máxima	21 N
<b>Bateria</b>	
Tecnologia	Lítio
Peso individual	1,845 kg
Carga	16000 mAh
Número de células	6
Tensão Nominal	22,2 V
<b>Veículo Completo</b>	
Massa total	20.8 kg
Número de Baterias	2 un.
Largura do casco	0,20 m
Comprimento do casco	1,4 m
Altura do casco	0,162 m
Distância entre cascos	0,55 m
Peso máximo suportado	39,2 kg
Peso médio de operação	30 kg
Distância do CG ao propulsor	0,586 m
Velocidade linear máxima - <i>surge</i> (A peso médio)	3,05 m/s
Velocidade linear máxima - <i>sway</i> (A peso médio)	1,3 m/s
Velocidade angular máxima - <i>yaw</i> (A peso médio)	2,32 rad/s

Pode-se verificar na Tabela 2 que o veículo obedece às premissas de projeto supracitadas, obtendo uma velocidade máxima de 3,05 *m/s* e apresentando uma capacidade

de peso extra de 9,2kg.

Na Figura 7 é possível verificar as dimensões principais do veículo já montado.

Figura 7: Catamarã projetado - Dimensões em milímetros.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

É possível perceber que nesta configuração o catamarã utilizado apresenta dimensões que facilitam seu transporte, com 0,95m de largura, aproximadamente 0,48m de altura (com *Global Positioning System*, Sistema de Posicionamento Global (GPS) recolhido) e 1,38m de comprimento, ocupando um volume total (montado em caixa) de 0,63m<sup>3</sup>.



## 2.2 REFERENCIAIS DE COORDENADAS

Para descrever a posição e orientação do veículo em relação à Terra e ao seu próprio corpo, é necessário utilizar diferentes referenciais de coordenadas [56]. A partir destes, é possível descrever informações e relacioná-las de modo a compor todas as características de dinâmica e estática do veículo [57]. O ASV aqui apresentado é descrito em seis diferentes referenciais, visto que as equações de movimento, são descritas em relação ao chamado *Frame* Inercial ( $\mathcal{F}^I$ ) e os torques e as forças, que agem diretamente no corpo do veículo, estão no chamado *Body Frame*, Referencial do Corpo ( $\mathcal{F}^{BF}$ ). Além destes, os sensores presentes no veículo coletam medidas em ambos os sistemas de referência.

Veículos aquáticos de superfície experimentam movimentos em 6 graus de liberdade [47]. Movimentos horizontais na direção longitudinal do veículo são chamados de *surge* (avanço), movimentos horizontais na direção transversal ao veículo são chamados de *sway* (*sideways motion* - deriva) e movimentos em torno do eixo vertical são chamados de *yaw* (guinada). Os três demais graus de liberdade são os ângulos de *roll* (rolagem), *pitch* (arfagem) e o movimento vertical ou *heave* (afundamento).

Deste modo, três eixos e seus respectivos elementos diferenciais descrevem a posição e velocidade ao longo de  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$ , enquanto as demais componentes e suas respectivas derivadas descrevem sua orientação e velocidade angular em cada eixo.

Para a modelagem dinâmica do veículo são utilizados, principalmente, dois referenciais, o *Frame* Inercial ( $\mathcal{F}^I$ ) e o *Frame* do Corpo ( $\mathcal{F}^{BF}$ ), ambos utilizados na convenção *North-East-Down*, Norte-Leste-Baixo (NED). Entretanto existem ainda outros referenciais considerados para a relação entre ambos.

A seguir são relacionados os referenciais adotados:

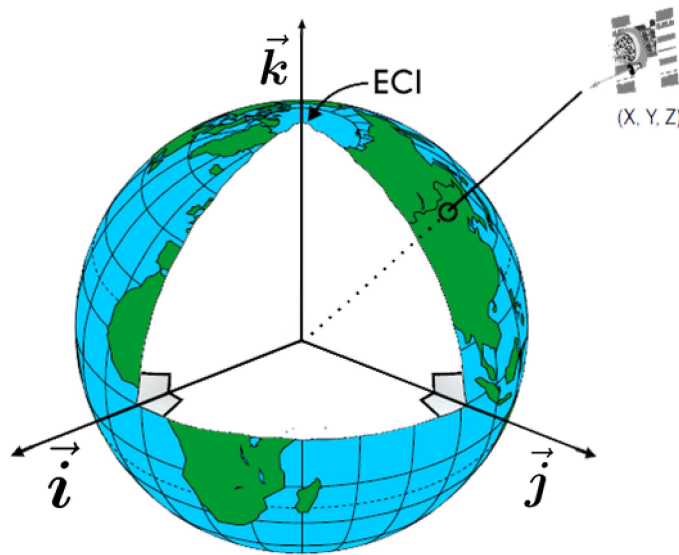
- Referencial Inercial com Centro na Terra (ECI).
- Referencial Inercial com Centro Fixo na Terra (ECEF).
- *Frame* de coordenadas Inercial ( $\mathcal{F}^I$ ).
- *Frame* de coordenadas do Veículo ( $\mathcal{F}^v$ ).
- *Frame* de coordenadas do Veículo 1 ( $\mathcal{F}^{v_1}$ ).
- *Frame* de coordenadas do Veículo 2 ( $\mathcal{F}^{v_2}$ ).

- *Frame* de coordenadas do Corpo ( $\mathcal{F}^{BF}$ ).

### 2.2.1 REFERENCIAL INERCIAL COM CENTRO NA TERRA (ECI)

O *Earth-Centered Inertial*, Inercial Centrado na Terra (ECI) é o chamado referencial inercial para navegação terrestre e marítima com sua origem definida fixa no centro da Terra adotando-se o vetor unitário  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$  fixos como apresentado na Figura 8.

Figura 8: Referencial inercial com centro na Terra.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 2.2.2 REFERENCIAL COM CENTRO FIXO NA TERRA (ECEF)

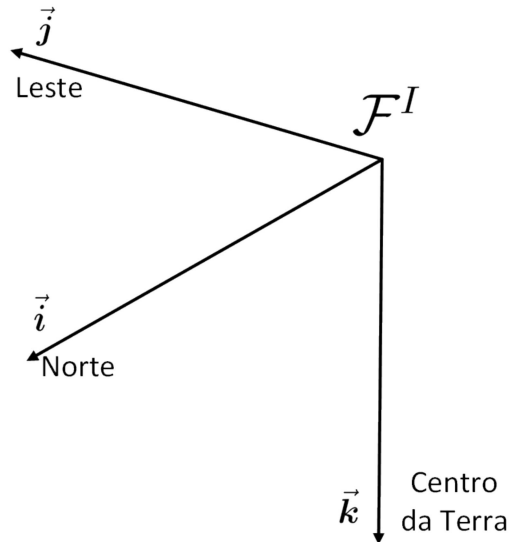
O *frame* de referência *Earth-Centered Earth-Fixed*, Inercial Fixado na Terra (ECEF) tem sua origem definida no centro da Terra. Entretanto seus eixos rotacionam em relação ao ECI com uma velocidade angular de  $\omega_e = 7,2921e^{-2}$  rad/s, que é a velocidade angular de rotação do planeta Terra [58]. Contudo, para veículos em baixa velocidade, este referencial pode ser desprezado e considerado igual ao ECI. O ECEF é utilizado para a orientação e controle de grandes viagens marítimas, geralmente cruzando continentes [47].

### 2.2.3 FRAME DE COORDENADAS INERCIAL: $\mathcal{F}^I$

O *Frame* Inercial ( $\mathcal{F}^I$ ) tem sua origem definida em relação ao referencial elíptico da Terra [47]. Em robótica é frequentemente adotado como o plano tangente à superfície

terrestre com eixos ortogonais, onde o vetor unitário  $\vec{i}$  aponta para o Norte geográfico, o eixo  $\vec{j}$  aponta para o Leste e o eixo  $\vec{k}$  aponta em direção ao centro terrestre [59]. A Figura 9 apresenta a disposição das componentes do *Frame* Inercial.

Figura 9: *Frame* de coordenadas inercial  $\mathcal{F}^I$ .

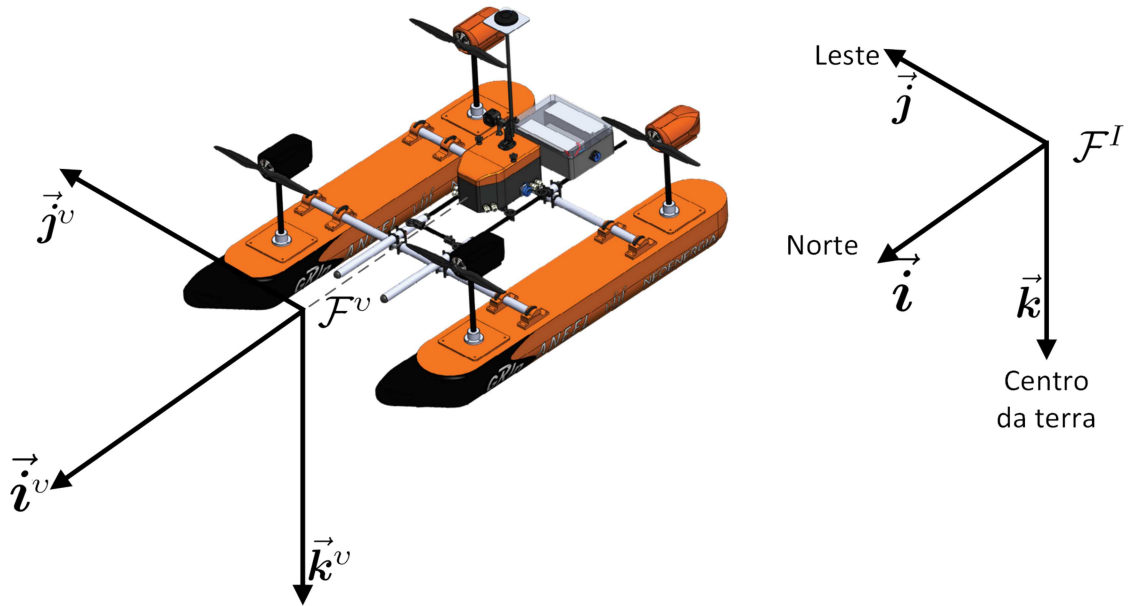


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

#### 2.2.4 FRAME DE COORDENADAS DO VEÍCULO: $\mathcal{F}^v$

O *Frame* do Veículo ( $\mathcal{F}^v$ ) possui como origem o Centro de Gravidade (CG) do veículo e tem seus eixos alinhados com os eixos do  $\mathcal{F}^I$  [56]. Assim, o eixo  $\vec{i}^v$  aponta para o norte,  $\vec{j}^v$  para o leste e  $\vec{k}^v$  para o centro do globo terrestre. Deste modo, este referencial recebe apenas translação em relação ao  $\mathcal{F}^I$ , como apresentado na Figura 10.

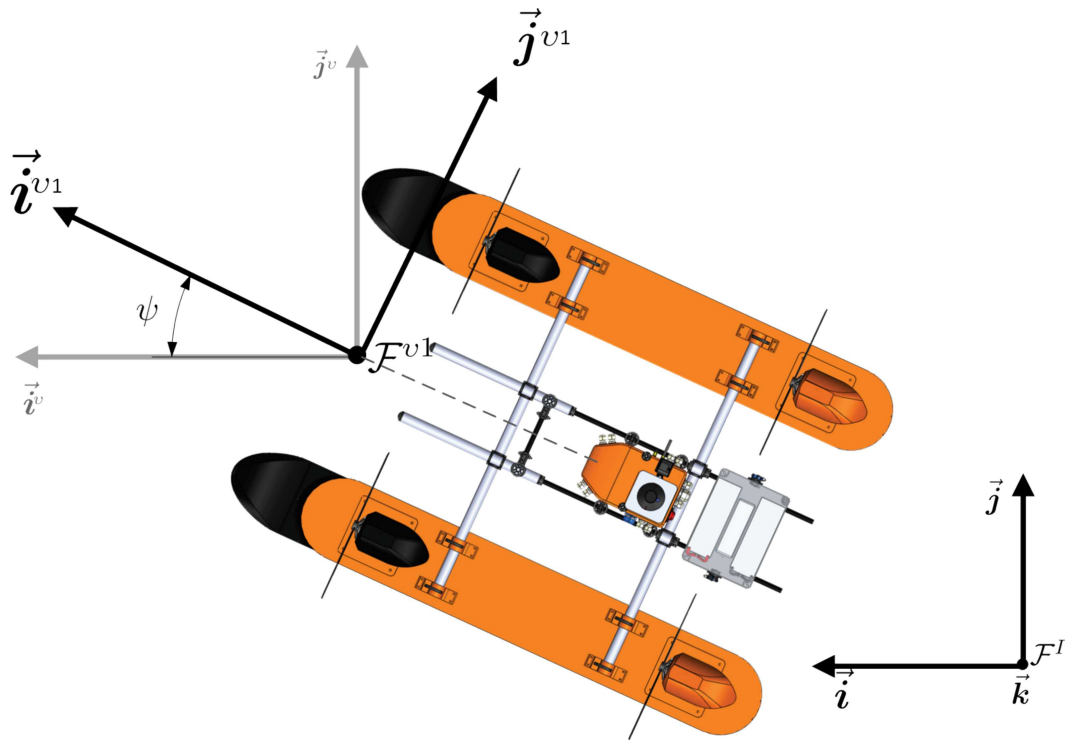
Figura 10: *Frame* de coordenadas do veículo  $\mathcal{F}^v$ .



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 2.2.5 FRAME DE COORDENADAS DO VEÍCULO 1: $\mathcal{F}^{v1}$

Este *frame* tem origem idêntica ao  $\mathcal{F}^v$ , no centro de massa do ASV. Contudo, o *Frame* do Veículo 1 ( $\mathcal{F}^{v1}$ ) é rotacionado em torno do eixo  $\vec{k}^v$  por um ângulo de guinada  $\psi$  [56]. Assim, se o referencial da embarcação permanece fixo em  $\phi$  (rolagem) e  $\theta$  (arfagem), então  $\vec{i}^{v1}$  aponta para o “nariz” da embarcação,  $\vec{j}^{v1}$  aponta para a direita do corpo e  $\vec{k}^{v1}$  está alinhado com  $\vec{k}^v$  apontando para o centro da Terra. O referencial do veículo  $\mathcal{F}^{v1}$  é mostrado na Figura 11.

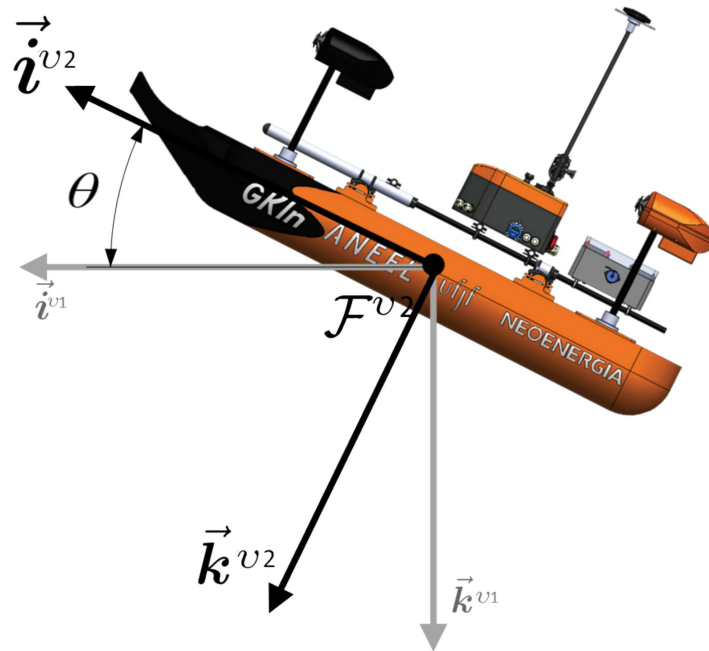
Figura 11: *Frame* de coordenadas  $\mathcal{F}^{v1}$ .

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 2.2.6 FRAME DE COORDENADAS DO VEÍCULO 2: $\mathcal{F}^{v2}$

Este *frame* também possui o CG da embarcação como sua origem, entretanto o *Frame* do Veículo 2 ( $\mathcal{F}^{v2}$ ) é obtido rotacionando-se  $\mathcal{F}^{v1}$  seguindo a regra da mão direita por um ângulo de arfagem  $\theta$  em torno do eixo  $\vec{j}^{v1}$ . Assim, se o ângulo de rolagem ( $\phi$ ) é zero, então  $\vec{i}^{v2}$  está direcionado para o “nariz” da embarcação,  $\vec{j}^{v2}$  aponta para a direita do corpo do veículo e  $\vec{k}^{v2}$  é normal ao plano inferior da embarcação.  $\mathcal{F}^{v2}$  é ilustrado na Figura 12.

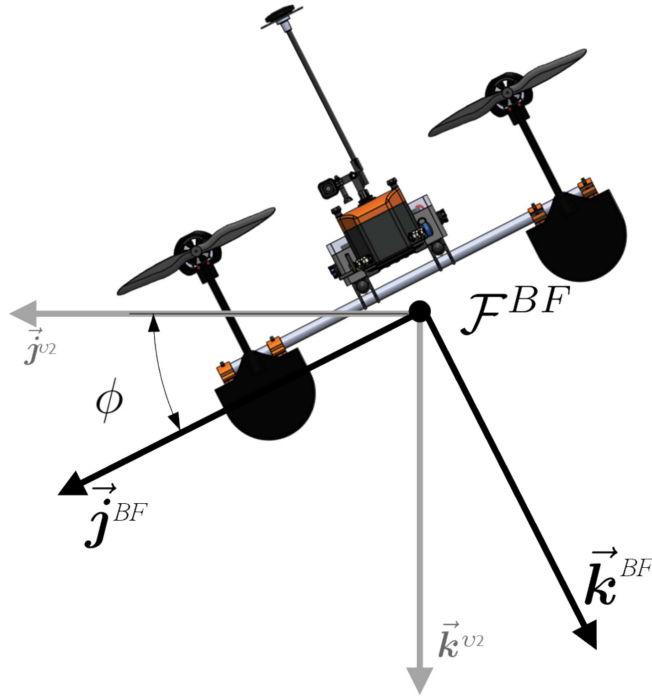
Figura 12: *Frame* de coordenadas  $\mathcal{F}^{v2}$ .



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 2.2.7 FRAME DE COORDENADAS DO CORPO DO VEÍCULO: $\mathcal{F}^{BF}$

O *frame* do corpo  $\mathcal{F}^{BF}$  é um referencial que se movimenta juntamente com o corpo do veículo e sua origem é definida no centro geométrico na altura da linha d'água. O  $\mathcal{F}^{BF}$  é utilizado para definir pontos de referência importantes para o veículo, como o CG, o *Center of Buoyancy*, Centro de Flutuabilidade (CB), entre outros. O  $\mathcal{F}^{BF}$  é definido em relação ao  $\mathcal{F}^I$  considerando os ângulos de rotação ( $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ ) e a posição relativa entre eles, como apresentado na Figura 13.

Figura 13: *Frame* do Corpo.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 2.3 TRANSFORMAÇÃO ENTRE $\mathcal{F}^{BF}$ E $\mathcal{F}^I$

Para alternar entre os *frames* coordenados, utilizam-se matrizes de rotação e translação [60]. Uma matriz de rotação do  $\mathcal{F}^v$  para o  $\mathcal{F}^{BF}$  é definida por  $\mathbf{R}_{\mathcal{F}^v}^{\mathcal{F}^{BF}}(\phi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  e descrita por:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{F}^v}^{\mathcal{F}^{BF}}(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R}_{\mathcal{F}^v}^{\mathcal{F}^{v1}}(\psi) \mathbf{R}_{\mathcal{F}^{v1}}^{\mathcal{F}^{v2}}(\theta) \mathbf{R}_{\mathcal{F}^{v2}}^{\mathcal{F}^{BF}}(\phi)$$

onde  $\phi$  é o ângulo de rolagem,  $\theta$  representa o ângulo de arfagem e  $\psi$  é o ângulo de guinada.

A rotação em relação a  $\psi$  é representada por:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{F}^v}^{\mathcal{F}^{v1}}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\text{sen } \psi & 0 \\ \text{sen } \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A transformação de  $\mathcal{F}^{v1}$  para  $\mathcal{F}^{v2}$  em relação ao ângulo de arfagem ( $\theta$ ) é represen-

tada por:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{F}^{v1}}^{\mathcal{F}^{v2}}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \text{sen } \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Finalmente, a transformação de  $\mathcal{F}^{v2}$  para  $\mathcal{F}^{BF}$  em relação ao ângulo de rolagem ( $\phi$ ) é representada por:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{F}^{v2}}^{\mathcal{F}^{BF}}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\text{sen } \phi \\ 0 & \text{sen } \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Assim, a transformação do referencial do veículo  $\mathcal{F}^v$  para o referencial inercial  $\mathcal{F}^{BF}$  pode ser descrita como:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{F}^v}^{\mathcal{F}^{BF}}(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

onde  $s* \triangleq \text{sen } *$ ,  $c* \triangleq \text{cos } *$ .

## 2.4 INTRODUÇÃO AO MODELO

A modelagem de um ASV pode se tornar matematicamente extensa e complexa dependendo do nível de detalhamento desejado. Desta maneira, conhecer as variáveis de estado, bem como as partes que compõem o sistema, facilita o entendimento do processo.

### 2.4.1 VARIÁVEIS DE ESTADO

Para definir o deslocamento do veículo em seis DoFs representando as posições e rotações, são necessárias variáveis independentes, uma para cada DoF.

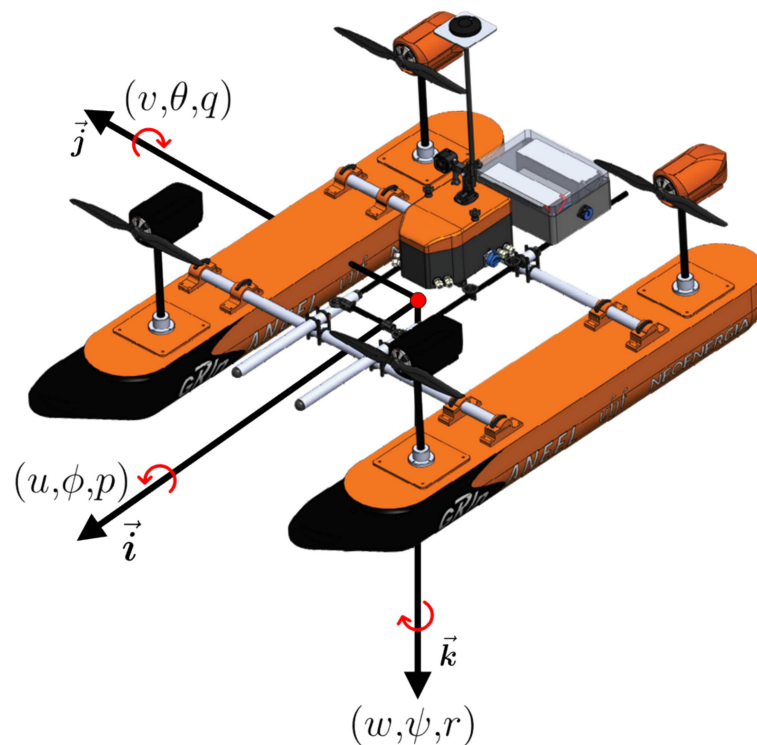
As variáveis de estado do ASV são apresentadas a seguir:



$x$ = posição inercial em $\vec{i}$ no $\mathcal{F}^I$	$u$ = velocidade linear em $\vec{i}$ no $\mathcal{F}^{BF}$
$y$ = posição inercial em $\vec{j}$ no $\mathcal{F}^I$	$v$ = velocidade linear em $\vec{j}$ no $\mathcal{F}^{BF}$
$z$ = posição inercial em $\vec{k}$ no $\mathcal{F}^I$	$w$ = velocidade linear em $\vec{k}$ no $\mathcal{F}^{BF}$
$\phi$ = ângulo de rolagem em $\mathcal{F}^{v2}$	$p$ = velocidade angular em $\vec{i}$ no $\mathcal{F}^{BF}$
$\theta$ = ângulo de arfagem em $\mathcal{F}^{v1}$	$q$ = velocidade angular em $\vec{j}$ no $\mathcal{F}^{BF}$
$\psi$ = ângulo de guinada em $\mathcal{F}^v$	$r$ = velocidade angular em $\vec{k}$ no $\mathcal{F}^{BF}$

A Figura 14 apresenta a disposição das variáveis de estado no sistema, bem como os respectivos eixos coordenados das mesmas.

Figura 14: Variáveis de estado do ASV.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 2.4.2 MEDIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE ESTADO

Para o monitoramento e controle, o sistema utiliza sensores para determinar o estado do veículo (necessário para estabilização e para habilitar o controle autônomo). Os estados do veículo incluem: posição, direção da embarcação, velocidade, orientação (atitude), taxas de rotação em diferentes direções, nível da bateria, etc. Os sensores mínimos para a utilização da embarcação são descritos a seguir.

### 2.4.2.1 GPS E BÚSSOLA

A posição da embarcação (posição X, Y e altitude em relação ao nível do mar.) é determinada através da utilização de um sensor GPS. O veículo suporta a utilização de várias configurações deste sensor, incluindo o sistema *Real Time Kinematic*, Cinemática em Tempo Real (RTK), que leva a precisão das medições a uma escala centimétrica. A bússola, também conhecida como magnetômetro geralmente vem em conjunto com o sistema de GPS, não sendo necessário a utilização de um módulo específico para isso.

### 2.4.2.2 UNIDADE DE MEDIDA INERCIAL (IMU)

O sistema conta ainda com uma *Inertial Measurement Unit*, Unidade de Medição Inercial (IMU) de 9 graus de liberdade. O acelerômetro de 3 eixos pode ser usado para detectar a aceleração gravitacional e também o movimento. A taxa de rotação pode ser detectada pelo giroscópio de 3 eixos e um segundo magnetômetro fornece medições em 3 eixos do campo magnético.

### 2.4.3 VISÃO GERAL DO MODELO

Em geral, o modelo do ASV pode ser dividido em partes específicas onde algumas são necessariamente obrigatórias e outras podem ser implementadas dependendo do nível de detalhamento necessário para o sistema. A estrutura utilizada nesse trabalho pode ser observada a seguir.

$$\begin{aligned}
 \text{Forças de Inércia:} & \quad \rightarrow \mathbf{M}_{RB}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}\mathbf{v} + \mathbf{M}_A\dot{\mathbf{v}}_r + \mathbf{C}_A\mathbf{v}_r \\
 \text{Forças de Amortecimento:} & \quad \rightarrow \mathbf{D}_P\mathbf{v}_r + \mathbf{D}_V\mathbf{v}_r \\
 \text{Forças de Restauração:} & \quad \rightarrow \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{g}_0 \\
 \text{Forças do Ambiente:} & \quad \rightarrow \boldsymbol{\tau}_{wind} + \boldsymbol{\tau}_{wave} \\
 \text{Forças de Propulsão} & \quad \rightarrow \boldsymbol{\tau}
 \end{aligned}$$

onde cada estrutura será discriminada nas seções a seguir.

## 2.5 MECÂNICA DE CORPOS RÍGIDOS

O estudo dos corpos rígidos pode ser dividido em duas áreas: cinemática, que é o estudo que tem como objetivo descrever os movimentos dos corpos do aspecto geométrico, e cinética, que se preocupa com a análise das causas do movimento [58]. Desta maneira, as próximas seções apresentam a formulação matemática e as matrizes

que descrevem o modelo.

### 2.5.1 MATRIZ DE INÉRCIA DO CORPO RÍGIDO

A matriz de inércia do corpo rígido ( $\mathbf{M}_{RB} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ) é uma matriz constante e que satisfaz as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{RB} &= \mathbf{M}_{RB}^T > 0 \\ \dot{\mathbf{M}}_{RB} &= \mathbf{0}_{6 \times 6} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Como mostrado em Fossen e Johansen[61], a matriz de inércia do corpo rígido pode ser descrita pela Equação 2.2.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{RB} &= \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(\mathbf{r}_g^b) \\ m\mathbf{S}(\mathbf{r}_g^b) & \mathbf{I}_b \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m & my_g & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_g & mx_g & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde  $m$  é a massa total do veículo,  $\mathbf{I}_b \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  é a matriz de inércia apresentada na Equação 2.3,  $\mathbf{I}_{3 \times 3} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  é a matriz identidade,  $\mathbf{S}(\mathbf{r}_g^b) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  é definida como a matriz *skew-symmetrical* descrita pela Equação 2.4,  $\mathbf{r}_g^b \in \mathbb{R}^3$  representa a distância entre a origem do sistema de coordenadas do corpo ( $\mathcal{F}^{BF}$ ) e o centro de gravidade (CG), com  $x_g$ ,  $y_g$  e  $z_g$  sendo as respectivas componentes definidas em  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$ .

$$\mathbf{I}_b = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}) = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  são os momentos de inércia com referencial no  $\mathcal{F}^{BF}$  e  $I_{xy} = I_{yx}$ ,

$I_{xz} = I_{zx}$  e  $I_{yz} = I_{zy}$  são os produtos de inércia.

$$\begin{aligned} I_x &= \int_V (y^2 + z^2) \rho_m dV & I_{xy} &= I_{yx} = \int_V yx \rho_m dV \\ I_y &= \int_V (x^2 + z^2) \rho_m dV & I_{xz} &= I_{zx} = \int_V zx \rho_m dV \\ I_z &= \int_V (x^2 + y^2) \rho_m dV & I_{yz} &= I_{zy} = \int_V zy \rho_m dV \end{aligned} \quad (2.5)$$

onde  $\rho_m$  é a densidade do material.

### 2.5.2 EQUAÇÃO DE CORIOLIS PARA O CORPO RÍGIDO

Quando se deseja relacionar sistemas que estão em rotação, é necessário considerar todos os efeitos respectivos à mesma [56]. O efeito de Coriolis é uma importante consideração a ser observada em sistemas dinâmicos. Esse efeito descreve, entre outras, a tendência de todo corpo deslizar para a esquerda no hemisfério Sul e para a direita no hemisfério Norte devido a rotação da terra [62].

Definida uma matriz  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  como na Equação 2.2, considere a forma:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix}$$

onde  $\mathbf{M}_{21} = \mathbf{M}_{12}^T$ .

Para este sistema, a matriz de Coriolis pode ser definida como:

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{S}(\mathbf{M}_{11}\mathbf{v}_1 + \mathbf{M}_{12}\mathbf{v}_2) \\ -\mathbf{S}(\mathbf{M}_{11}\mathbf{v}_1 + \mathbf{M}_{12}\mathbf{v}_2) & -\mathbf{S}(\mathbf{M}_{21}\mathbf{v}_1 + \mathbf{M}_{22}\mathbf{v}_2) \end{bmatrix}$$

em que  $\mathbf{v}_1 = [u, v, w]$  e  $\mathbf{v}_2 = [p, q, r]$ .

Deste modo, como demonstrado em Fossen[63], a Equação de Coriolis da matriz

de inércia do corpo rígido pode ser descrita por:

$$\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -m(y_g q + z_g r) & m(y_g p + w) & m(z_g p - v) \\ m(x_g q - w) & -m(z_g r - x_g p) & m(z_g q + u) \\ m(x_g r + v) & m(y_g r - u) & -m(x_g p + y_g q) \\ m(y_g q + z_g r) & -m(x_g q - w) & -m(x_g r + v) \\ -m(y_g p + w) & m(z_g r - x_g p) & -m(y_g r - u) \\ -m(z_g p - v) & -m(z_g q + u) & m(x_g p + y_g q) \\ 0 & -I_{yz}q - I_{xz}p + I_z r & I_{yz}r + I_{xy}p - I_y q \\ I_{yz}q + I_{xz}p - I_z r & 0 & -I_{xz}r - I_{xy}q + I_x p \\ -I_{yz}r - I_{xy}p + I_y q & I_{xz}r + I_{xy}q - I_x p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

## 2.6 TEORIA DO MOVIMENTO

É comum assumir em hidrodinâmica que as forças e momentos no corpo rígido possam ser acumuladas linearmente [64]. Isso permite que o sistema hidrodinâmico possa ser representado como um sistema massa-mola-amortecedor.

### 2.6.1 MASSA-AMORTECEDOR HIDRODINÂMICO

O sistema massa-amortecedor hidrodinâmico pode ser descrito por três fatores de maior importância que são: massa adicionada, amortecimento potencial de irradiação e o amortecimento viscoso [65].

A massa adicionada ( $\mathbf{M}_A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ) é definida como a matriz que representa a influência do líquido ao redor da embarcação [66]. Esta também recebe o efeito de Coriolis devido a rotação do  $\mathcal{F}^{BF}$  para o  $\mathcal{F}^v$ , sendo representada por  $\mathbf{C}_A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ . O amortecimento potencial de irradiação é representado por  $\mathbf{D}_P \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  e se dá por conta da energia carregada pelas ondas geradas na superfície. Assim, a força hidrodinâmica resultante pode ser descrita pela Equação 2.7.

$$\boldsymbol{\tau}_{hyd} = -\mathbf{M}_A \dot{\mathbf{v}}_r - \mathbf{C}_A(\mathbf{v}_r) \mathbf{v}_r - \mathbf{D}_P \mathbf{v}_r - \mathbf{D}_V \mathbf{v}_r - \mathbf{D}_n(\mathbf{v}_r) \mathbf{v}_r \quad (2.7)$$

onde  $\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_c$  é a velocidade relativa entre o veículo e a corrente do ambiente ( $\mathbf{v}_c = [u_c, v_c, w_c, 0, 0, 0]^T$ ),  $\mathbf{D}_V \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é o amortecimento viscoso proveniente do atrito

entre o fluido e a superfície do ASV e  $\mathbf{D}_n(\mathbf{v}_r) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é o amortecimento não linear.

### 2.6.2 RIGIDEZ HIDROSTÁTICA DA MOLA

A “mola hidrostática” é composta pelas forças restaurativas que são detalhadas na Seção 2.8.1. Essas forças são devidas ao peso, ao centro de flutuabilidade e ao plano d’água, e seguem os princípios de Arquimedes podendo ser representadas por:

$$\boldsymbol{\tau}_{hs} = -\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) - \mathbf{g}_0 \quad (2.8)$$

onde  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{R}^6$  representa o vetor de forças restaurativas e  $\mathbf{g}_0 \in \mathbb{R}^6$  representa a influência do tanque de lastro, geralmente utilizado por grandes embarcações. Neste caso, como o ASV não possui tanque de lastro,  $\mathbf{g}_0 = \mathbf{0}^{6 \times 1}$ .

### 2.7 MATRIZES PARAMÉTRICAS

Os parâmetros hidrodinâmicos podem ser aproximados através de *softwares* de simulação [47]. Tais aproximações, chegam a matrizes com parâmetros aproximados à constantes e têm a forma descrita a seguir.

$$\mathbf{M}_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & Y_{\dot{p}} & 0 & Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & K_{\dot{v}} & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & K_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & M_{\dot{w}} & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & N_{\dot{v}} & 0 & N_{\dot{p}} & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{D} = - \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & Y_p & 0 & Y_r \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & Z_q & 0 \\ 0 & K_v & 0 & K_p & 0 & K_r \\ 0 & 0 & M_w & 0 & M_q & 0 \\ 0 & N_v & 0 & N_p & 0 & N_r \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Contudo, o amortecimento hidrodinâmico completo é composto por uma parte linear  $\mathbf{D} = \mathbf{D}_P + \mathbf{D}_V$  e uma parte não linear  $\mathbf{D}_n(\mathbf{v}_r)$ , obtendo-se a Equação 2.11.

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}_r) = \mathbf{D} + \mathbf{D}_n(\mathbf{v}_r) \quad (2.11)$$

O amortecimento não linear pode ser encontrado em Fossen[47] e tem sua forma matricial descrita pela Equação 2.12.

$$\mathbf{D}_n(\mathbf{v}_r) = - \begin{bmatrix} X_{|u|u}|u_r| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{|v|v}|v_r| + Y_{|r|v}|r| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{|w|w}|w_r| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{|p|p}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{|v|v}|v_r| + N_{|r|v}|r| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & Y_{|v|r}|v_r| + Y_{|r|r}|r| & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & M_{|q|q}|q| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & N_{|v|r}|v_r| + N_{|r|r}|r| & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde  $X_{|*|*} \in \mathbb{R}$ ,  $Y_{|*|*} \in \mathbb{R}$ ,  $Z_{|*|*} \in \mathbb{R}$ ,  $K_{|*|*} \in \mathbb{R}$ ,  $M_{|*|*} \in \mathbb{R}$  e  $N_{|*|*} \in \mathbb{R}$  são parâmetros determinados via simulação para representar o amortecimento não linear.

Descrita em Fossen[65], a matriz de Coriolis para a massa adicionada é calculada como apresentado na Seção 2.5.2 e descrita pela Equação 2.13.

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

onde

$$\begin{aligned} a_1 &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\ a_2 &= Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\ a_3 &= Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\ b_1 &= K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\ b_2 &= M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\ b_3 &= N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r \end{aligned}$$

em que,  $X_{\dot{*}} \in \mathbb{R}$ ,  $Y_{\dot{*}} \in \mathbb{R}$ ,  $Z_{\dot{*}} \in \mathbb{R}$ ,  $K_{\dot{*}} \in \mathbb{R}$ ,  $M_{\dot{*}} \in \mathbb{R}$  e  $N_{\dot{*}} \in \mathbb{R}$  são os parâmetros que representam o amortecimento linear determinados via simulação.

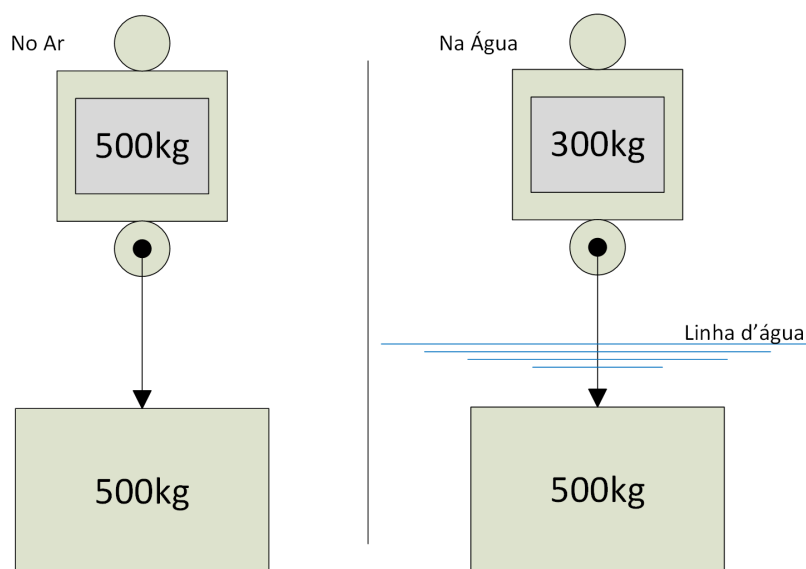
Desta maneira, o sistema massa-mola-amortecedor é descrito por:

$$\begin{aligned}\tau_{hyd} &= -M_A \dot{\mathbf{v}}_r - \mathbf{C}_A(\mathbf{v}_r) \mathbf{v}_r - \mathbf{D}(\mathbf{v}_r) \mathbf{v}_r \\ \tau_{hs} &= -\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) - \mathbf{g}_0\end{aligned}\quad (2.14)$$

## 2.8 HIDROSTÁTICA

Os princípios da hidrostática foram postulados a partir das leis básicas de Arquimedes e são essenciais no estudo de embarcações. O principal postulado de Arquimedes diz que quando um corpo está completamente ou parcialmente submerso em um fluido, o corpo aparenta perder uma massa que é exatamente a massa do líquido deslocado como apresentado na Figura 15 [67].

Figura 15: Princípio de Arquimedes.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Percebe-se na Figura 15 que, quando o bloco foi mergulhado em água, a balança registrou o peso de 200kg inferior ao mesmo quando no ar. Isso nos mostra que, se o líquido deslocado pelo corpo fosse medido, apresentaria o valor de 200kg.

Forças que no meio marítimo são chamadas de gravitacional e flutuabilidade, em hidrostática são classificadas apenas como forças restaurativas e podem ser definidas de modo distinto para veículos de superfície e submersíveis.



### 2.8.1 FORÇAS RESTAURATIVAS

A estabilidade estática devido às forças restaurativas é geralmente chamada de estabilidade metacêntrica [67]. Uma embarcação com essa característica resiste a grandes inclinações, seja em rolagem (*roll*), arfagem (*pitch*) ou até mesmo afundamento (*heave*), tendendo sempre a voltar à sua posição de repouso, comportando-se como um pêndulo simples [68].

Para veículos de superfície, o metacentro é por definição, o ponto teórico em que uma linha vertical com origem no CB intercepta outra linha normal a um novo CB gerado pelo deslocamento do veículo [69].

Para embarcações, as forças restaurativas dependem da altura do metacentro do veículo, da forma e tamanho do plano d'água, bem como das posições do CG e CB.

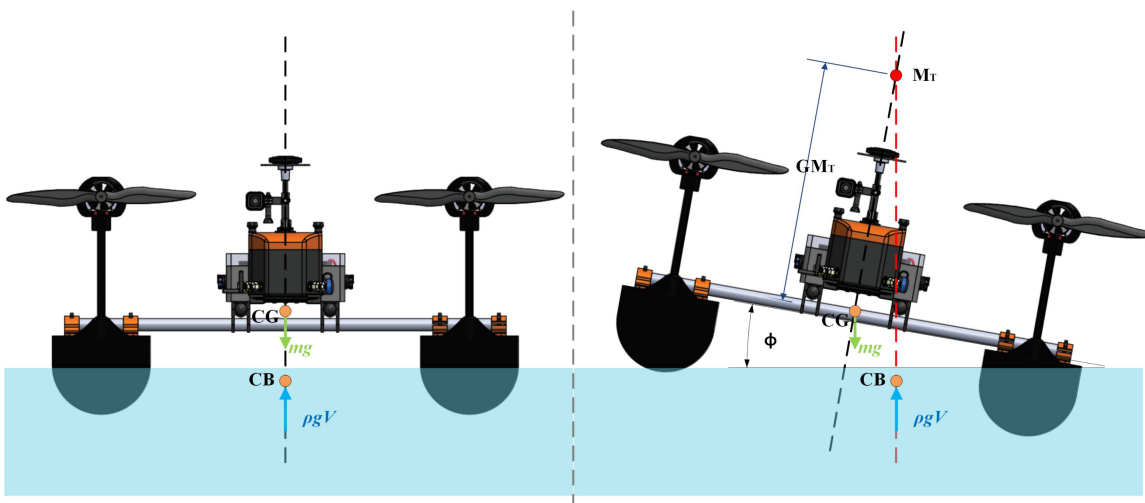
Considere  $A_{wp}$  a área do plano d'água e  $GM_i$  a distância do metacentro ( $M_i$ ) ao CG, onde  $i \in \{T, L\}$ , em que  $T$  representa a dimensão transversal e  $L$  a longitudinal do veículo. O princípio de Arquimedes nos diz que:

$$mg = \rho g \nabla \quad (2.15)$$

onde,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $\nabla$  o volume do líquido deslocado.

Deste modo, pode-se encontrar o metacentro transversal ( $GM_T$ ) como demonstrado na Figura 16.

Figura 16: Metacentro transversal.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

De modo análogo, pode-se encontrar o metacentro longitudinal considerando-se o ângulo de arfagem ( $\theta$ ).

Considere  $z$  a representação do deslocamento na direção vertical do veículo (afundamento), onde  $z = 0$  representa a posição de equilíbrio. Assim, a força hidrostática de afundamento será a diferença entre o peso e a flutuabilidade da embarcação.

$$\begin{aligned} Z &= mg - \rho g[\nabla + \delta \nabla(z)] \\ Z &= -\rho g \delta \nabla(z) \end{aligned}$$

onde a variação no deslocamento de água  $\delta \nabla(z)$  é uma função do afundamento ( $z$ ) da embarcação e pode ser definida por:

$$\delta \nabla(z) = \int_0^z A_{wp}(\zeta) d\zeta \quad (2.16)$$

onde  $A_{wp}(\zeta)$  é a área do plano d'água em função da superfície  $\zeta$  que varia com a posição  $z$  de afundamento.

Contudo, normalmente adota-se que para pequenos deslocamentos em  $z$ ,  $A_{wp}(\zeta) = A_{wp}(0)$  é constante, o que resulta em uma linearização das forças restaurativas em  $Z$ .

$$Z \approx -K_z z$$

Assim, se a embarcação é forçada para baixo devido a alguma força externa, a flutuabilidade irá ficar maior, tendendo a retornar a embarcação para uma posição de equilíbrio. Isto é equivalente a uma mola com constante elástica  $K_z = -\rho g A_{wp}(0)$ .

Utilizando-se das matrizes de rotação apresentadas na Seção 2.3, as forças restaurativas podem ser representadas no  $\mathcal{F}^{BF}$  como:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{f}_r^b &= \mathbf{R}_{\mathcal{F}^v}^{\mathcal{F}^{BF}}(\phi, \theta, \psi)^{-1} \delta \mathbf{f}_r^n \\ &= \mathbf{R}_{\mathcal{F}^v}^{\mathcal{F}^{BF}}(\phi, \theta, \psi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho g \int_0^z A_{wp}(\zeta) d\zeta \end{bmatrix} \\ &= -\rho g \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) \\ \cos(\theta) \text{sen}(\phi) \\ \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} \int_0^z A_{wp}(\zeta) d\zeta \end{aligned}$$

Na Figura 16 é possível verificar que os momentos em  $\phi$  e  $\theta$  podem ser descritos a partir dos braços de alavanca  $GM_T \text{sen}(\phi)$  e  $GM_L \text{sen}(\theta)$  e a força em  $z$  é  $W = B = \rho g \nabla$ ,

então:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_r^b &= \begin{bmatrix} -GM_L \text{sen}(\theta) \\ GM_T \text{sen}(\phi) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{f}_r^b &= \mathbf{R}_{\mathcal{F}^v}^{\mathcal{F}^{BF}}(\phi, \theta, \psi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho g \nabla \end{bmatrix} \\ &= -\rho g \nabla \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) \\ \cos(\theta) \text{sen}(\phi) \\ \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Desprezando a contribuição diferencial do momento e considerando apenas a força ( $\mathbf{f}_r^b$ ), o momento restaurativo torna-se:

$$\mathbf{m}_r^b = \mathbf{r}_r^b \times \mathbf{f}_r^b = -\rho g \nabla \begin{bmatrix} GM_T \text{sen}(\phi) \cos(\theta) \cos(\phi) \\ GM_L \text{sen}(\theta) \cos(\theta) \cos(\phi) \\ (-GM_L \cos(\theta) + GM_T) \text{sen}(\phi) \text{sen}(\theta) \end{bmatrix}$$

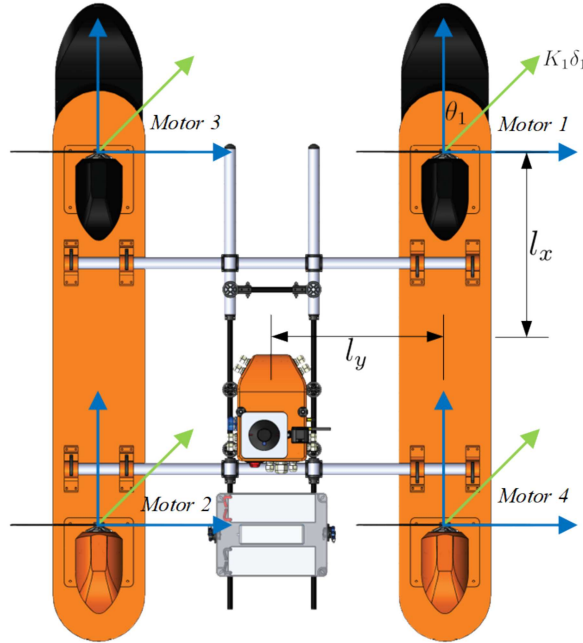
Assim, as forças e momentos restaurativos podem ser escritas como:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = - \begin{bmatrix} \delta \mathbf{f}_r^b \\ \mathbf{m}_r^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho g \int_0^z A_{wp}(\zeta) d\zeta \text{sen}(\theta) \\ \rho g \int_0^z A_{wp}(\zeta) d\zeta \cos(\theta) \text{sen}(\phi) \\ \rho g \int_0^z A_{wp}(\zeta) d\zeta \cos(\theta) \cos(\phi) \\ \rho g \nabla GM_T \text{sen}(\phi) \cos(\theta) \cos(\phi) \\ \rho g \nabla GM_L \text{sen}(\theta) \cos(\theta) \cos(\phi) \\ \rho g \nabla (-GM_L \cos(\theta) + GM_T) \text{sen}(\phi) \text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

## 2.9 FORÇAS E TORQUES DE PROPULSÃO

Como apresentado na Seção 2.1, o ASV possui direcionamento individual para cada propulsor, podendo estes serem rotacionados em uma faixa de  $-180^\circ$  a  $180^\circ$  como apresentado na Figura 17.

Figura 17: Representação do direcionamento de forças do propulsor.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Um sistema robótico generalizado pode apresentar forças conhecidas como  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$  e torques em rolagem ( $\tau_\phi$ ), arfagem ( $\tau_\theta$ ) e guinada ( $\tau_\psi$ ), estes respectivos aos eixos  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$  do corpo do veículo  $\mathcal{F}^{BF}$  [70]. De modo geral, os ASVs têm suas forças e torques de propulsão baseados em conjuntos motor-hélice, onde esses podem ter a força de cada conjunto aproximada pela Equação 2.18.

$$F_* = K_* \delta_* \quad (2.18)$$

onde  $K_*$  é a constante de propulsão do motor,  $\delta_*$  é a rotação do motor e  $*$  representa o índice de cada motor [38].

Considerando a densidade da água muito maior que a densidade do ar ( $\rho_{H_2O} > \rho_{ar}$ ) e que a superfície submersa do veículo gera uma força de restauração também elevada, pode-se aproximar os torques de rolagem e arfagem a zero ( $\tau_\phi = \tau_\theta = 0$ ) [47]. Considerando ainda o tipo de veículo, pode-se concluir que não existe força de propulsão vertical, deste modo,  $F_z$  também é nulo. Assim, analisando a posição e orientação de cada propulsor (Figura 17), pode-se descrever as forças de propulsão do

veículo em função dos atuadores como apresentado nas Equações 2.19, 2.20 e 2.21.

$$F_x = K_1\delta_1 \cos \theta_1 + K_2\delta_2 \cos \theta_2 + K_3\delta_3 \cos \theta_3 + K_4\delta_4 \cos \theta_4 \quad (2.19)$$

$$F_y = K_1\delta_1 \sin \theta_1 + K_2\delta_2 \sin \theta_2 + K_3\delta_3 \sin \theta_3 + K_4\delta_4 \sin \theta_4 \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \tau_\psi = & +K_1\delta_1(-l_y \cos \theta_1 + l_x \sin \theta_1) + K_2\delta_2(l_y \cos \theta_2 - l_x \sin \theta_2) \\ & +K_3\delta_3(l_y \cos \theta_3 + l_x \sin \theta_3) + K_4\delta_4(-l_y \cos \theta_4 - l_x \sin \theta_4) \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde  $l_x$  e  $l_y$  são os braços de alavanca formados entre o centro de gravidade do veículo e as componente em  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  do  $\mathcal{F}^{BF}$ , tendo como unidade o metro.

Dessa maneira, as forças e torques do veículo representadas pelo vetor  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^6$  podem ser escritas como na Equação 2.22.

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ \mathbf{0}^{3 \times 1} \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

## 2.10 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Através da mecânica de Newton e Lagrange, bem como dos conceitos tratados nas seções anteriores, é possível descrever a cinemática e dinâmica do veículo da seguinte maneira:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{g}_0 = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{wind} + \boldsymbol{\tau}_{wave} \quad (2.23)$$

onde  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de inércia já incluindo a massa adicionada,  $\mathbf{C}(\mathbf{v}) \in \mathbb{R}^6$  é a matriz de Coriolis incluindo a massa adicionada,  $\mathbf{D}(\mathbf{v}) \in \mathbb{R}^6$  é a matriz de amortecimento,  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{R}^6$  é o vetor de forças e momentos gravitacionais e  $\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{wind} + \boldsymbol{\tau}_{wave} = \boldsymbol{\tau}_{RB} \in \mathbb{R}^6$ , representam as forças e momentos externos do sistema. Considerando um ambiente controlado,  $\boldsymbol{\tau}_{wind} + \boldsymbol{\tau}_{wave} = 0$ .

## 2.11 MOVIMENTO COM 6 GRAUS DE LIBERDADE

O modelo completo de uma embarcação é definido em seis graus de liberdade. A posição e orientação são representadas pelo vetor  $\boldsymbol{\eta}$  e são definidas na Equação 2.24.

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} x & y & z & \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

onde  $x$ ,  $y$  e  $z$  representam as posições em  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$  em relação ao  $\mathcal{F}^I$  e  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  os ângulos de rolagem, arfagem e guinada no  $\mathcal{F}^{BF}$ .

As velocidades lineares e angulares são representadas por  $\mathbf{v}$  e são definidas como:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} u & v & w & p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (2.25)$$

onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são velocidades lineares ao longo dos eixos  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$  referenciados ao  $\mathcal{F}^I$  e  $p$ ,  $q$  e  $r$  são as velocidades angulares no  $\mathcal{F}^{BF}$ .

Desta maneira, pode-se definir o deslocamento do veículo em relação ao  $\mathcal{F}^I$  como:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v} \quad (2.26)$$

onde a matriz  $\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})$  é função dos ângulos de rotação do veículo, definida por:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\phi, \theta, \psi) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\phi, \theta) \end{bmatrix}$$

onde,  $\mathbf{J}_1(\phi, \theta, \psi)$  é a transformação a ser aplicada na velocidade linear, que é descrita pelo conjunto de rotações do corpo representadas pela Equação 2.27.  $\mathbf{J}_2(\phi, \theta)$  é a transformação a ser aplicada na velocidade angular representada por uma rotação em rolagem e outra em arfagem como mostrado na Equação 2.28.

$$\mathbf{J}_1(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R}_{\mathcal{F}^v}^{\mathcal{F}^{BF}}(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{J}_2(\phi, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

onde  $s* \triangleq \sin *$ ,  $c* \triangleq \cos *$  e  $t* \triangleq \tan *$

Desta maneira,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta} &= \int \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v} dt \\ \mathbf{v} &= \int \mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\tau}_{RB} - \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} - \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} - \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})) dt \end{aligned} \quad (2.29)$$

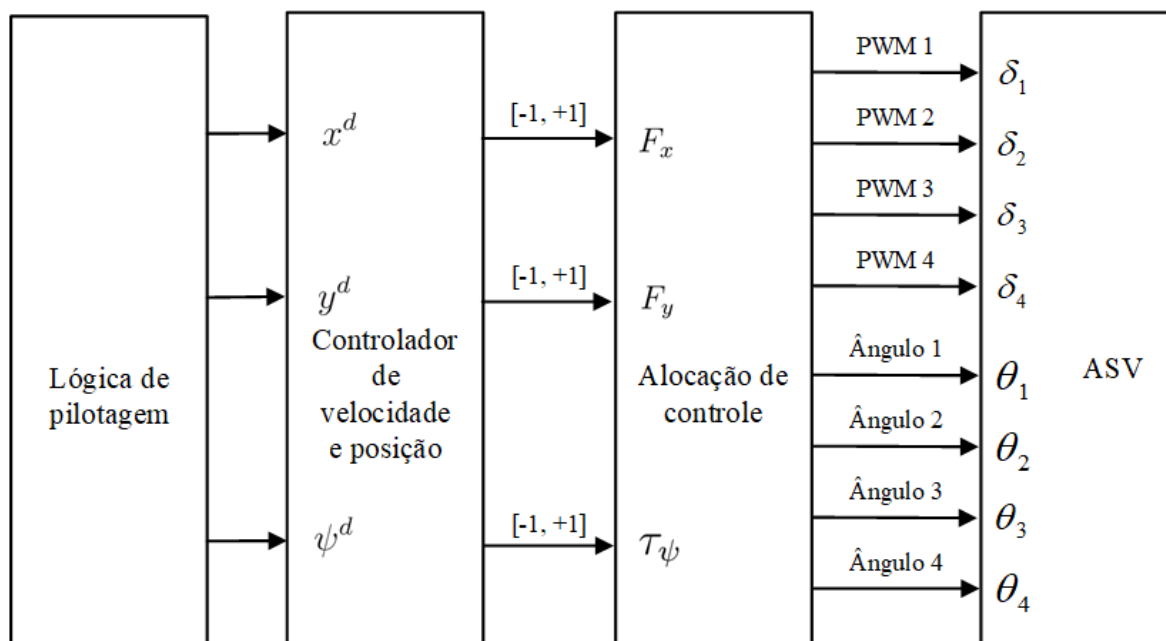
### **3 SISTEMA DE CONTROLE DO VEÍCULO**

Este capítulo apresenta as características do sistema de controle utilizadas para o deslocamento do veículo. A Seção 3.1 apresenta a estrutura das malhas de controle e a relação entre elas; a Seção 3.2 descreve as possibilidades de deslocamento do veículo e a técnica de pilotagem mais utilizada; as Seções 3.3 e 3.5 descrevem a sintonia do controlador de posição. Por fim, as Seções 3.4 e 3.6 descrevem o processo de sintonia de controlador de velocidade.

#### **3.1 ESTRUTURA DE CONTROLE**

As malhas de controle adotadas para o ASV se dividem em diferentes estruturas, onde cada uma possui um objetivo específico [71]. A malha de atitude tem o objetivo de manter o veículo com o ângulo de guinada controlado; a malha de velocidade inercial garante ao veículo executar missões em velocidades previamente programadas; a malha de posição, por sua vez, tem o objetivo de controlar o posicionamento do veículo em navegação, atuando no controle de posição norte, leste e guinada. A estrutura de controle, conta ainda com a malha de velocidade angular, que garante ao veículo executar rotações em  $\psi$  com velocidade controlada. A Figura 18 apresenta simplificada a disposição das malhas de controle do veículo.

Figura 18: Estrutura geral de controle do ASV.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

As malhas de controle são comumente utilizadas em diferentes frequências e respeitam uma proporção entre as malhas externas e internas de, no mínimo, cinco vezes [72]. Isso porque, com esta proporcionalidade entre as frequências, a malha interna representará um ganho unitário para a malha externa, podendo-se desprezar a interferência da malha mais rápida na dinâmica do controlador da malha mais lenta [56].

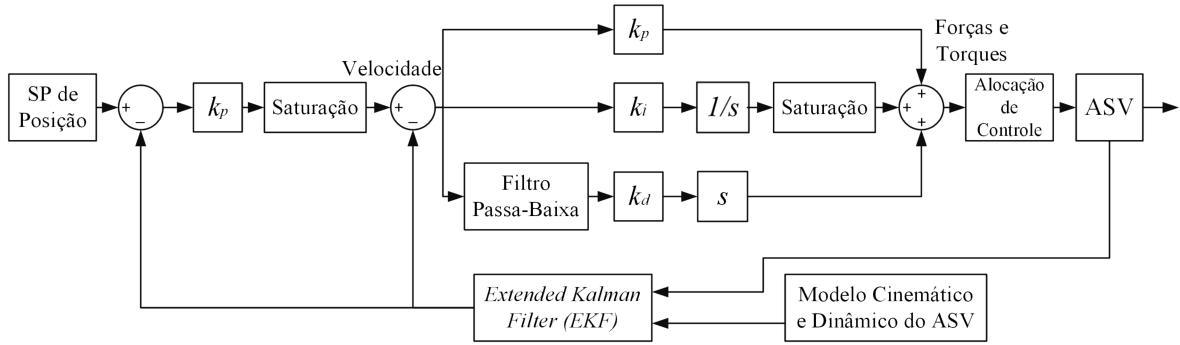
De modo simplificado, a malha de controle de guinada ( $\psi$ ) recebe um SP angular e, utilizando um controlador Proporcional (P), converte o erro entre o ângulo atual e o SP enviado para uma velocidade. Esta, por sua vez, é enviada para o controlador de velocidade angular que tem uma estrutura do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID), que fornece as forças e torques para a alocação de controle nos atuadores.

A malha de controle de posição tem seu funcionamento similar à malha de controle angular de guinada. Nesta, o erro de posição é convertido em uma velocidade através de um controlador proporcional que então, é enviado para o controlador PID de velocidade.

O diagrama de blocos da Figura 19 apresenta a estrutura de controle do veículo de forma detalhada onde, além das malhas, pode-se visualizar os filtros e as saturações utilizadas no sistema.



Figura 19: Estrutura de controle detalhada do veículo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Na Figura 19 também é possível observar que é utilizado um *Extended Kalman Filter*, Filtro de Kalman Estendido (EKF) para garantir resultados mais confiáveis na realimentação do sistema, visto que ele é responsável por filtrar as informações dos sensores a partir do modelo de incertezas do sistema [73].

### 3.2 DESENVOLVIMENTO DE TRAJETÓRIA

O controle de posição inercial é executado a partir de um conjunto de pontos que definem o caminho a ser percorrido ( $\mathbf{P}_{th}$ ). Esses pontos são escolhidos em um sistema de planejamento de missão que têm como base de localização o GPS e são chamados de *Way-Point*, Ponto de Caminho (WP).

A representação de um WP para veículos de superfície é dada por um conjunto de três SPs, duas coordenadas cartesianas ( $x^d, y^d$ ) e um ângulo de referência ( $\psi^d$ ) [74]. Desta maneira, o WP pode ser representado como na Equação 3.1.

$$\mathbf{WP} = (x^d, y^d, \psi^d) \quad (3.1)$$

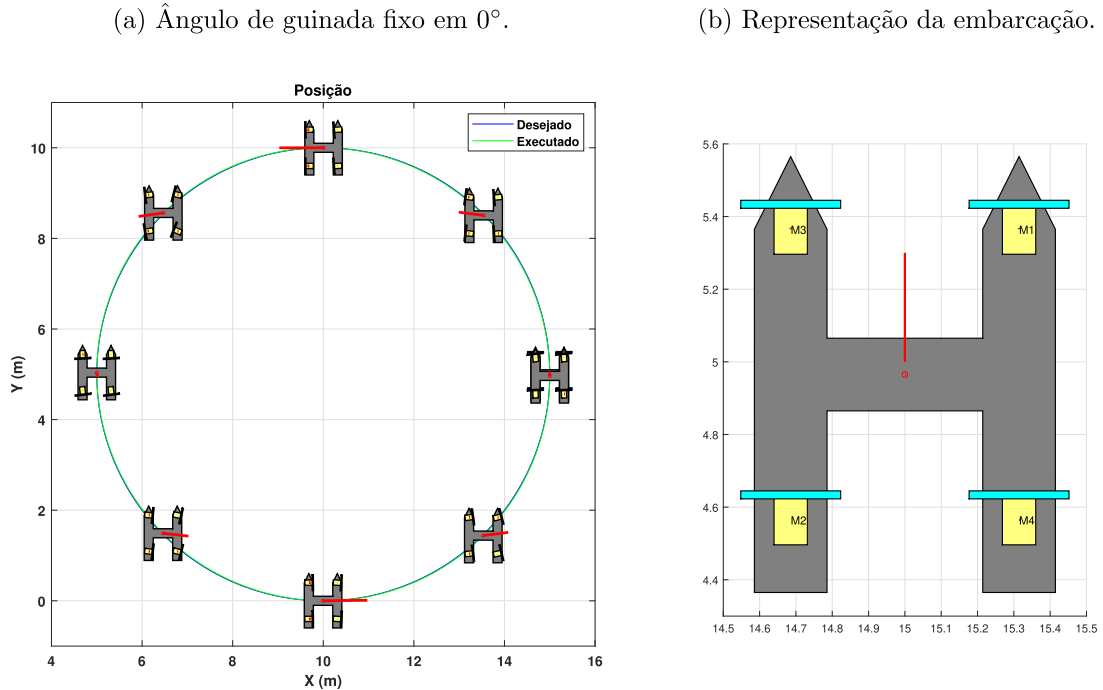
onde  $x^d$  é a posição desejada em  $\vec{i}$ ,  $y^d$  é a posição em  $\vec{j}$  e  $\psi^d$  é o ângulo desejado no  $\mathcal{F}^I$ . Deste modo, uma missão pode ser representada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{th} &= [\mathbf{WP}_0, \mathbf{WP}_1, \dots, \mathbf{WP}_n] \\ &= [(x_0, y_0, \psi_0), (x_1, y_1, \psi_1), \dots, (x_n, y_n, \psi_n)] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Devido à sua característica omnidirecional, o veículo pode se movimentar em uma dada direção, independente da direção em que sua frente (proa) está direcionada. Deste

modo, o desenvolvimento de uma missão pode ter o ângulo de guinada desejado  $\psi^d$  independente do caminho a ser executado como mostrado na Figura 20a.

Figura 20: Missão desenvolvida com  $\psi$  fixo.



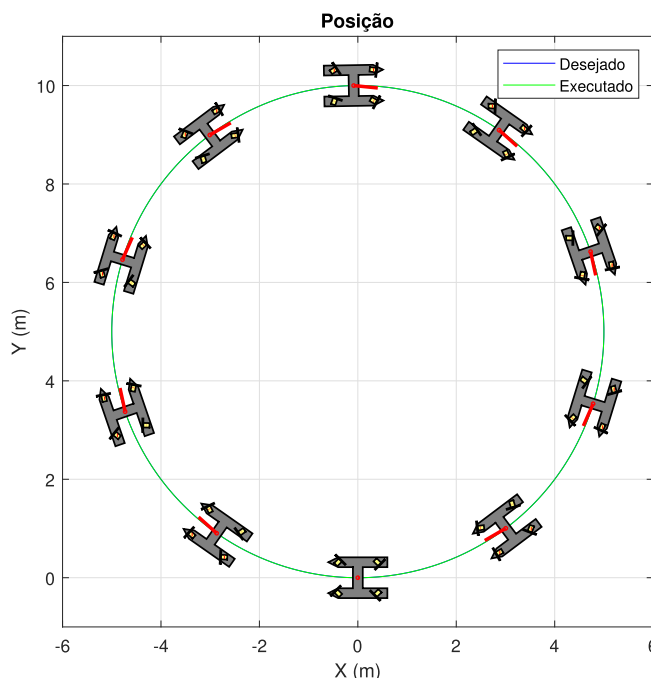
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A representação da embarcação utilizada no *software* de simulação é detalhada na Figura 20b, onde os motores são representados em amarelo, hélices em azul, corpo do veículo em cinza e direção da força resultante em vermelho.

Na configuração apresentada na Figura 20a não é necessário qualquer cálculo ou ajuste do ângulo desejado, assim pode-se manter o ângulo constante em cada WP enquanto as posições em  $x$  e  $y$  variavam. Entretanto, como as características construtivas favorecem o deslocamento no sentido positivo de  $\vec{i}$  do  $\mathcal{F}^{BF}$ , utiliza-se com maior frequência o modo que permite ajustar o ângulo de guinada para que o ASV permaneça sempre direcionado ao próximo WP.

Nesse sentido, a navegação ocorre como apresentado na Figura 21.

Figura 21: Desenvolvimento de missão com  $\psi$  variável.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Assim, faz-se necessário a implementação de uma lógica de controle que possibilite ao veículo seguir o caminho predefinido de modo satisfatório.

Duas abordagens de controle são comumente adotadas quando considerado o controle de trajetória. A primeira divide o sistema de pilotagem automática em duas malhas, uma interna e outra externa. A malha externa se baseia em técnicas geométricas e na dinâmica do veículo para gerar o sinal de comando para a malha interna que por sua vez, controla a velocidade desejada para que o veículo execute o SP calculado. A segunda abordagem, utiliza técnicas integradas, onde as malhas externa e interna são projetadas simultaneamente utilizando-se de técnicas de controle moderno [75].

Para esta implementação, utiliza-se a primeira abordagem, devido a sua eficiência e simplicidade, bem como a menor demanda de processamento.

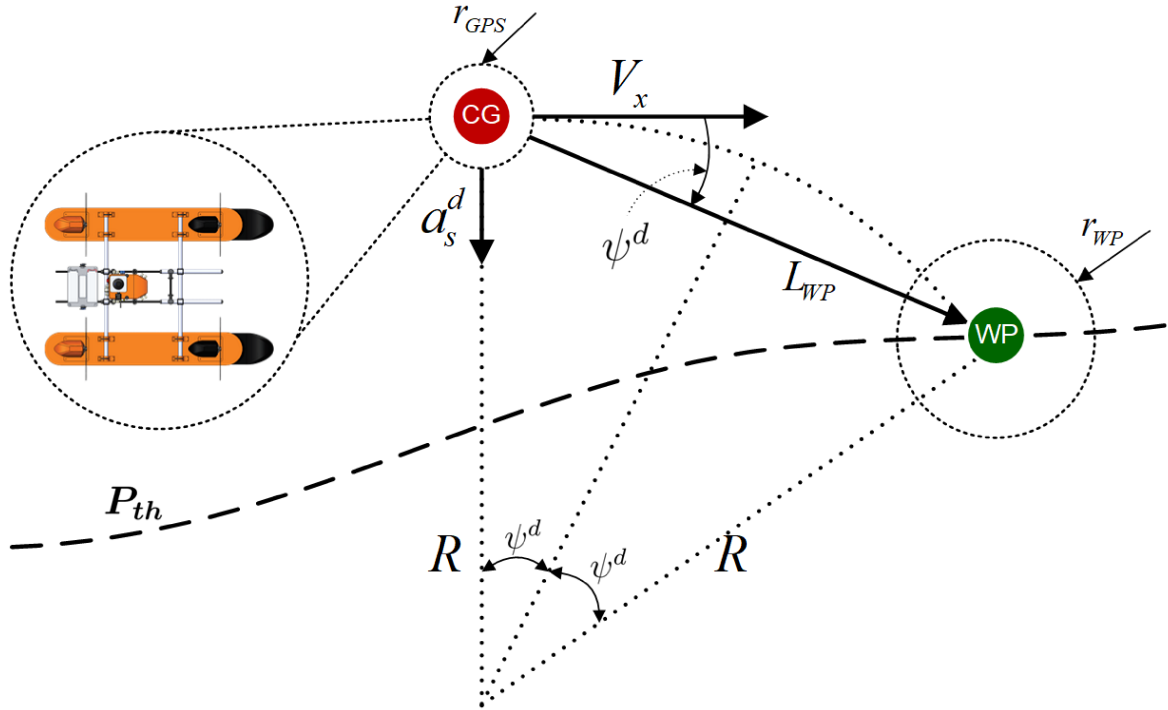
### 3.2.1 TÉCNICA DE PILOTAGEM AUTOMÁTICA

A técnica aqui utilizada pode ser encontrada com detalhes em Park, Deyst e How; Park, Deyst e How[74, 76]. Essa técnica, basicamente seleciona um ponto desejado como referência e calcula uma aceleração lateral levando em conta o caminho a ser

executado e o ponto escolhido. O ponto de referência é atualizado iterativamente garantindo ao veículo uma trajetória suave e eficiente.

Considerando um caminho desejado  $P_{th}$ , seleciona-se um ponto de referência  $WP \in P_{th}$  como apresentado na Figura 22.

Figura 22: Demonstrativo da técnica de controle de posição.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

onde  $L_{WP} \in \mathbb{R}^*$  é a distância entre o veículo e ponto de referência WP (usualmente uma constante),  $V_x \in \mathbb{R}$  é a velocidade do veículo em  $\vec{i}$  do  $\mathcal{F}^{BF}$  e  $\psi^d \in \mathbb{R}\{-\pi, \pi\}$  é o ângulo de guinada necessário para que o veículo alinhe o nariz ao WP atual.

Desta maneira, a aceleração lateral (*sway*) pode ser definida pela Equação 3.3.

$$a_s^d = 2 \frac{V_x^2}{L_{WP}} \sin \psi^d \quad (3.3)$$

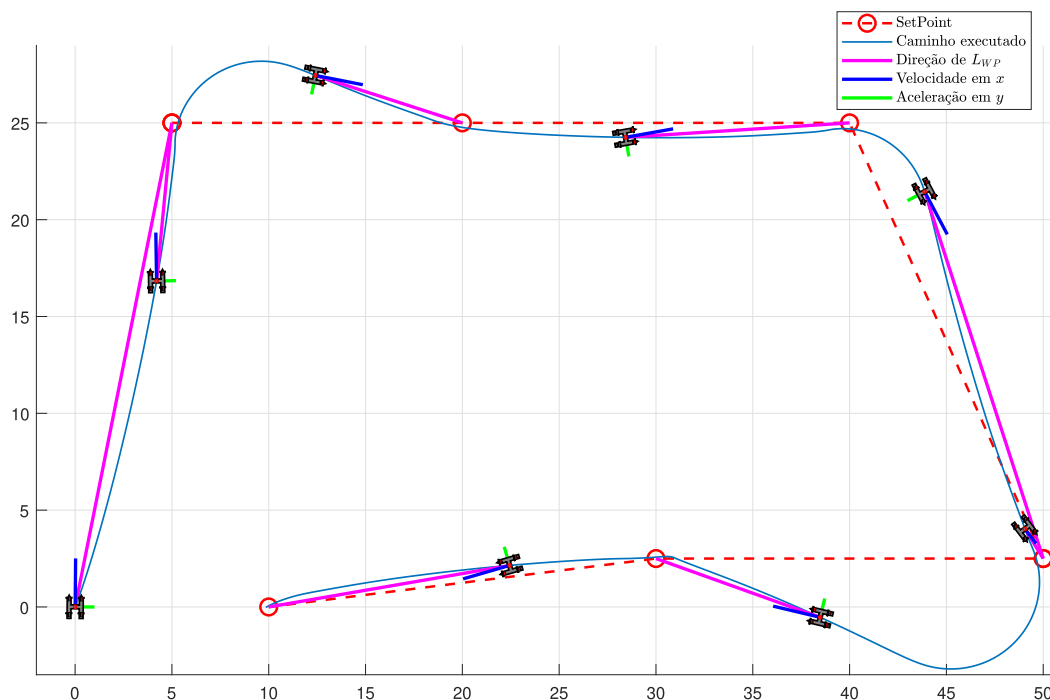
Considerando a Figura 22 e fazendo o uso de trigonometria, tem-se o deslocamento angular dado pela Equação 3.4.

$$\dot{\psi}^d \approx \frac{a_s^d}{V_x} \approx 2 \frac{V_x}{L_{WP}} \sin \psi^d \quad (3.4)$$

Percebe-se que a direção da aceleração depende do ângulo ( $\psi^d$ ) entre  $L_{WP}$  e  $V_x$ , ou seja, se o ponto de referência estiver a direita da embarcação, a aceleração tende

a rotacionar o veículo no sentido horário, e se o ponto estiver a esquerda, o veículo tenderá a se movimentar no sentido anti-horário. Isso faz com que o ASV alinhe sua velocidade com a direção do seguimento  $L_{WP}$ . Uma vez que  $L_{WP}$  está necessariamente direcionado a  $P_{th}$ , o veículo tenderá a seguir o caminho desejado, como apresentado na Figura 23.

Figura 23: Representação discreta do controle de posição.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Percebe-se na Figura 23 que com a evolução do percurso, o veículo tende a se alinhar com a trajetória.

### 3.3 SINTONIA DO CONTROLADOR DE POSIÇÃO ANGULAR

Quando os limites de atuação e a faixa de operação de uma malha de controle são conhecidos, pode-se sintonizar o ganho do controlador para estas variáveis. Isso porque, ao longo da execução de um sistema, o maior nível da ação de controle será requerido quando o erro obtiver o maior valor possível para o sistema. Desta maneira, dado um sistema com erro máximo admitido igual a  $e^{max}$ , erro mínimo igual a  $e^{min}$ , ação de controle máxima igual a  $u^{max}$  e ação de controle mínima igual a  $u^{min}$ , o ganho

do controlador proporcional pode ser dado por:

$$k_p = \frac{u^{max} - u^{min}}{e^{max} - e^{min}} \quad (3.5)$$

$$= \frac{\Delta_u}{\Delta_e} \quad (3.6)$$

onde  $k_p \in \mathbb{R}$  é o ganho proporcional do controlador,  $\Delta_u \in \mathbb{R}$  é a variação máxima de velocidade angular admitida e  $\Delta_e \in \mathbb{R}$  é a variação máxima do erro.

Sabe-se, por meio de testes em malha aberta, que o torque máximo gera velocidade angular máxima de  $2,32 \text{ rad/s}$  e o torque mínimo gera velocidade angular nula ( $0 \text{ rad/s}$ ) [77]. Assim,  $\Delta_u$  pode ser descrito pela Equação 3.7.

$$\Delta_u = 2,32 - 0 = 2,32 \text{ rad/s} \quad (3.7)$$

Como erro máximo admitido para o sistema, definiu-se um ângulo de  $\pi/4 \text{ rad}$ , obtendo assim,  $\Delta_e = \pi/4 \text{ rad}$ . Assim, realizando as respectivas conversões, o ganho proporcional do controlador de guinada é dado pela Equação 3.8.

$$k_p^\psi = \frac{2,32}{\pi/4} \approx 2,95 \quad (3.8)$$

### 3.4 SINTONIA DO CONTROLADOR DE VELOCIDADE ANGULAR

Nem sempre faz-se necessário controlar o ângulo exato do veículo. Ao invés disto, pode-se controlar apenas a velocidade angular, isso porque, em alguns modos de funcionamento, manual ou semiautônomo por exemplo, o comando angular é enviado através de um *stick* do rádio controle que quando é liberado tende a retornar para a posição inicial por meio de uma mola. Desta maneira, se o controle de posição angular for aplicado diretamente a esses casos, o operador não poderá liberar o *stick* do rádio controle, pois caso o fizer, o veículo retornará à posição inicial. Assim, o controle de velocidade angular se mostra mais eficiente nestes casos, pois ao voltar à posição inicial, o sistema envia um SP de velocidade angular nulo, fazendo com que o veículo permaneça na posição que se encontra.

Utilizando o modelo simplificado da dinâmica de guinada, apresentado na Equação 3.9.

$$(I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} - N_r r = \tau_N + \tau_{wind} + \tau_{wave} \quad (3.9)$$

Uma vez que o torque de guinada ( $\tau_N$ ) é muito maior que os demais, pode-se considerar  $\tau_{wind} \approx \tau_{wave} \approx 0$ . Desta maneira, no domínio da frequência, tem-se a função de transferência apresentada na Equação 3.10.

$$G(s) = \frac{1/(I_z - N_{\dot{r}})}{s - N_r/(I_z - N_{\dot{r}})} \quad (3.10)$$

Assumindo que o controlador PID é suficiente para controlar a dinâmica de guinada, tem-se:

$$C(s) = \frac{K(s + z_1)(s + z_2)}{s} \quad (3.11)$$

onde  $z_1$  e  $z_2$  são os zeros do sistema.

Multiplicando a Equação 3.11 por 3.10 e fazendo  $z_1 = -N_r/(I_z - N_{\dot{r}})$ , obtém-se o sistema na forma apresentada pela Equação 3.12.

$$C(s)G(s) = \frac{K}{(I_z - N_{\dot{r}})} \frac{s + z_2}{s} \quad (3.12)$$

Definindo  $K_x = K/(I_z - N_{\dot{r}})$ , em malha fechada o sistema pode ser representado pela Equação 3.13:

$$\frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)H(s)} = \frac{K_x(s + z_2)}{(1 + K_x)} \frac{1}{s + K_x z_2/(1 + K_x)} \quad (3.13)$$

Desta maneira, considerando um tempo de acomodação  $t_s = 2s$ ,  $I_z = 2,98$ ,  $N_r = -13,20$ ,  $N_{\dot{r}} = -8,65$  (vide Anexo B) e definindo  $z_2 = 10$ , o controlador obtido é:

$$C(s) = \frac{2,908(s + 10)(s + 1,135)}{s} \quad (3.14)$$

que nos retorna,

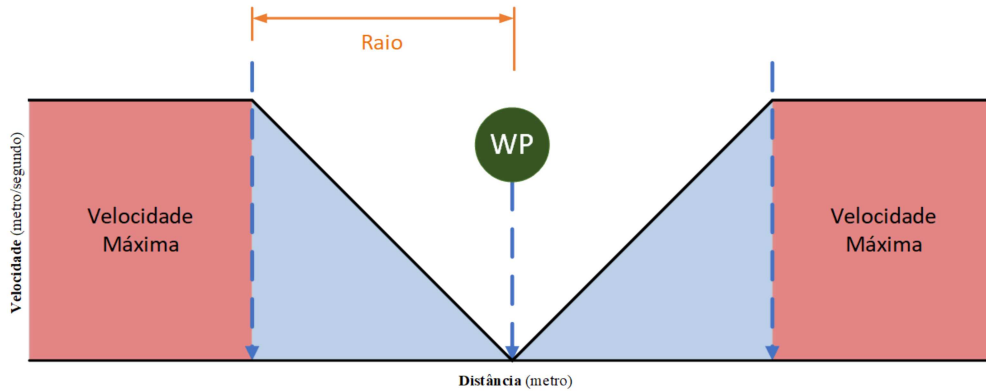
$$k_p^{V_\psi} = 32,38 \quad k_i^{V_\psi} = 33 \quad k_d^{V_\psi} = 2,98$$

### 3.5 SINTONIA DO CONTROLADOR DE POSIÇÃO INERCIAL

O controle de posição inercial tem o objetivo de levar os erros de posição Norte e Leste a zero. Desta maneira, o sistema é composto por um par de controladores, onde cada um fica responsável por zerar o erro em uma direção. Como apresentado na Seção 3.1, os controladores de posição inercial escolhidos têm a forma proporcional. Desta maneira, para o projeto do mesmo, utiliza-se mais uma vez a técnica de saturação apresentada na Seção 3.3.

Baseando-se em testes experimentais em malha aberta, sabe-se que a velocidade linear máxima do sistema em *surge* é  $3,05 \text{ m/s}$ . Definiu-se ainda que a saturação do sistema deveria acontecer para qualquer erro maior que 10 metros de raio do WP. Assim, pode-se visualizar na Figura 24, as regiões de atuação relativas ao mesmo.

Figura 24: Raio do WP.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Desta maneira, tem-se o ganho Proporcional dado pela Equação 3.15.

$$k_p^x = \frac{\Delta_V}{\Delta_e} = \frac{3,05}{10} = 0,305 \quad (3.15)$$

O controlador para o eixo  $y$  é sintonizado da mesma maneira, porém para este eixo a velocidade máxima desenvolvida no sistema é de  $1.3 \text{ m/s}$ . Como neste eixo o veículo é naturalmente mais lento, pode-se definir um erro máximo de posição  $y$  menor ( $5\text{m}$ ), o que nos leva ao ganho apresentado na Equação 3.16.

$$k_p^y = \frac{\Delta_V}{\Delta_e} = \frac{1,3}{5} = 0,26 \quad (3.16)$$

### 3.6 SINTONIA DO CONTROLADOR DE VELOCIDADE INERCIAL

O controlador de velocidade inercial adotado é do tipo PID e leva o sistema à velocidade escolhida no planejamento da missão, desde que a mesma esteja em sua região de factibilidade [34]. O WP é dado pelo planejador de missão e o erro é obtido através dos dados do sensor GPS [8].

De modo a eliminar as não linearidades, o projeto do controlador de posição deve ser feito no  $\mathcal{F}^{BF}$ . Neste referencial, o sistema dinâmico simplificado pode ser descrito



pela Equação 3.17.

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} - X_u u = F_x + F_{wind} + F_{wave} \quad (3.17)$$

Considerando  $F_x \gg F_{wind} + F_{wave}$ , a função de transferência é apresentada na Equação 3.18.

$$G(s) = \frac{1}{(m - X_{\dot{u}})s - X_u} \quad (3.18)$$

Utilizando o controlador PID apresentado na Equação 3.11 em que  $z_1 = -X_u/(m - X_{\dot{u}})$  para o cancelamento do polo e  $K_x = K/(m - X_{\dot{u}})$ , o sistema com realimentação unitária é apresentado na Equação 3.19.

$$\frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)H(s)} = \frac{K_x}{1 + K_x} \frac{s + z_2}{s + K_x z_2 / (1 + K_x)} \quad (3.19)$$

Para um tempo de assentamento  $T_s = 2s$ ,  $X_u = -15,8$  e  $X_{\dot{u}} = -2$  (vide Anexo B), tem-se.

$$C(s) = \frac{5,7(s + 10)(s + 0,693)}{s} \quad (3.20)$$

que nos retorna:

$$k_p^{V_x} = 60,95 \quad k_i^{V_x} = 39,5 \quad k_d^{V_x} = 5,7$$

De forma semelhante, pode-se utilizar a mesma metodologia para sintonizar o controlador de velocidade em *sway*. Entretanto, é utilizada a Equação 3.21 para representar a dinâmica do sistema.

$$(m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - Y_v v = F_y + F_{wind} + F_{wave} \quad (3.21)$$

Para  $T_s = 2s$ ,  $Y_v = -22$  e  $Y_{\dot{v}} = -26$ , o controlador obtido é apresentado na Equação 3.22.

$$C(s) = \frac{11,7(s + 10)(s + 0,47)}{s} \quad (3.22)$$

retornando os ganhos:

$$k_p^{V_y} = 122,5 \quad k_i^{V_y} = 55 \quad k_d^{V_y} = 11,7$$

## 4 TÉCNICA DE ALOCAÇÃO DE CONTROLE

Este capítulo tem por objetivo descrever a técnica de alocação de controle utilizada, bem como demonstrar a aplicação no ASV. A Seção 4.1 apresenta uma breve introdução à alocação de controle e suas formas de solução; o problema de alocação do veículo é apresentado na Seção 4.2; a Seção 4.3 apresenta a técnica adaptada para a embarcação, bem como sua demonstração matemática; o algoritmo de implementação da técnica é apresentado na Seção 4.4; na Seção 4.5 é apresentada uma análise de desempenho da técnica. Finalmente, a Seção 4.6 apresenta a aplicação da alocação de controle no sistema e as considerações a serem feitas.

### 4.1 INTRODUÇÃO

Em geral, as metodologias mais utilizadas na alocação de controle de um dado veículo estão compreendidas entre: alocação de controle direta [78]; alocação com pseudo-inversa [79]; alocação com Programação linear [80]; alocação com Programação não-linear [81].

A alocação de controle direta pode ser executada de diferentes maneiras, onde são mais encontradas técnicas baseadas em busca com o objetivo de minimizar um dado erro [79, 82, 83]. Em Durham[84] por exemplo, a técnica de alocação direta se baseia em uma busca vetorial direcionada através do cálculo de momentos do sistema de solução. Essa busca geralmente obtém valores aceitáveis já na primeira iteração, sendo necessário continuar o processo apenas para sistemas específicos.

O método de alocação com pseudo-inversa tem como primeira abordagem resolver o sistema sem considerar as restrições a ele impostas. Desta maneira, as soluções são testadas e atendendo aos requisitos do sistema, são aplicadas diretamente. Caso contrário, as soluções são transportadas às faixas aceitáveis e então aplicadas ao mesmo. O método é considerado simples e eficiente, porém não apresenta garantias que uma solução factível será alcançada, nem mesmo que esta solução apresentará o menor erro

possível. A aplicação do método de pseudo-inversa pode ser encontrado em Kumar e Waldron; Shi et al.; Sordalen[85, 86, 87].

A programação linear tem o objetivo de minimizar o erro ponderado entre as ações de controle virtuais (ACVs) e as ações de controle reais (ACRs) executadas. Com Funções Objetivo (FOBs) bem definidas pode-se utilizar diferentes métodos para a solução do sistema, sendo os mais conhecidos o simplex de pontos interiores ou conjunto ativado [88].

Problemas de programação não linear podem ter como característica equações de diferentes ordens que não podem ser resolvidas simplesmente por manipulação matricial. Desta maneira, o problema de alocação acaba se tornando complexo e demandando um grande esforço computacional, tornando as técnicas inviáveis para certos sistemas de processamento embarcado. Técnicas de solução para alocação não linear podem ser encontradas em Härkegård; Bolender e Doman; Poonamallee et al.[89, 90, 81].

Neste trabalho foi utilizado uma variação do método FCA, que é utilizado para a solução de sistema acoplados e não lineares. Como será detalhado a seguir, essa abordagem leva um problema de programação não linear a subproblemas de programação linear utilizando-se de uma abordagem iterativa.

## 4.2 PROBLEMA DE ALOCAÇÃO

Sistemas de controle em geral têm a necessidade de transformar ações virtuais dos controladores  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^m$ , calculadas nas malhas de controle, em ações de controle reais  $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^n$ , executadas fisicamente pelo sistema.

Quando  $m > n$  o sistema é dito sub-atuado, se  $m = n$  o sistema é atuado e quando  $m < n$  o sistema é dito super-atuado [40]. Essa relação está ligada diretamente às considerações construtivas do sistema, que são representadas na *Control Effectiveness Matrix*, Matriz de Eficácia de Controle (CEM), mostrada na Equação 4.1.

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\Gamma})\boldsymbol{u} \quad (4.1)$$

onde  $\hat{\boldsymbol{\tau}} \in \mathbb{R}^m$  são as ações de controle solicitadas pelos controladores,  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\Gamma}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  é a CEM do sistema,  $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^n$  são as ações de controle reais entregues pelo sistema e  $\boldsymbol{\Gamma} \in \mathbb{R}^p$  onde  $p$  é o número de parâmetros necessários para se obter  $\mathbf{M}$ .

Problemas de alocação de controle podem ser lineares ou não, apresentando diferentes metodologias de solução.

### 4.2.1 ABORDAGEM LINEAR TRADICIONAL

A alocação de controle é a solução do seguinte problema de otimização.

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\mathbf{M}(\Gamma)\mathbf{u} - \boldsymbol{\tau})^T(\mathbf{M}(\Gamma)\mathbf{u} - \boldsymbol{\tau}) \\ \text{Sujeito a} & \underline{\mathbf{u}} \leq \mathbf{u} \leq \bar{\mathbf{u}} \end{array} \quad (4.2)$$

onde  $\underline{\mathbf{u}}$  e  $\bar{\mathbf{u}}$  são os limites superiores e inferiores de factibilidade das ações de controle reais.

Para resolver o problema de otimização em 4.2, é necessário atender às condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Consequentemente, a solução ideal para 4.2 é:

$$\mathbf{u} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \boldsymbol{\tau} \quad (4.3)$$

Se um conjunto de Ação de Controle Real (ACR) ( $\underline{\mathbf{u}} \leq \mathbf{u} \leq \bar{\mathbf{u}}$ ) viável não for encontrado, isso indica que o resultado está exigindo dos atuadores magnitudes além de suas capacidades. Nesse caso, os algoritmos de alocação de controle comumente degradam seus objetivos de desempenho aproximando  $\mathbf{u}$  da solução mais próxima viável  $\tilde{\mathbf{u}}$ .

Uma observação importante é que, se  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{(m,n)}$  apresenta  $m < n$ , então  $(\mathbf{M}^T \mathbf{M}) \in \mathbb{R}^{(n,n)}$  provavelmente tem uma classificação inferior a  $n$ , tornando-o numericamente instável para inverter. Nesta situação, é possível usar uma representação alternativa de 4.3, conforme mostrado a seguir:

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}^\dagger \boldsymbol{\tau} \quad (4.4)$$

onde  $\mathbf{M}^\dagger$  é a matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose que pode ser avaliada por:

$$\mathbf{M}^\dagger = \mathbf{M}^T (\mathbf{M} \mathbf{M}^T)^{-1} \quad , \text{ se } m < n \text{ or} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{M}^\dagger = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \quad , \text{ se } m > n \quad (4.6)$$

### 4.2.2 ABORDAGEM NÃO LINEAR

Embora a abordagem apresentada seja um método rápido para problemas lineares, a alocação de controle não linear tem uma formulação matemática diferente da apresentada em 4.1, onde não pode ser resolvido por manipulação de matriz. Em vez disso, algoritmos mais complexos e demorados devem ser usados (como o algoritmo

de otimização primal-dual [91]). Essas abordagens tornam os custos de processamento proibitivos para alguns hardwares integrados.

Por exemplo, considere o seguinte sistema não linear:

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{K}(\mathbf{u}) \quad (4.7)$$

onde  $\mathbf{K}(\mathbf{u}) \in \mathbb{R}^m$  é agora uma função de alocação de controle não linear.

Nesse cenário, não é possível fazer a suposição de que tratar as restrições fora da rotina principal não causará estabilidade numérica. Assim, o problema é dado por:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\mathbf{K}(\mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau})^T(\mathbf{K}(\mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau}) \\ \text{Sujeito a} & \underline{\mathbf{u}} \leq \mathbf{u} \leq \bar{\mathbf{u}} \end{array} \quad (4.8)$$

O problema em 4.8 deve ser manipulado para uma equação de igualdade definida adicionando as variáveis de folga  $\mathbf{s}_1 \in \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{s}_2 \in \mathbb{R}^n$ .

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\mathbf{K}(\mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau})^T(\mathbf{K}(\mathbf{u}) - \boldsymbol{\tau}) \\ \text{Sujeito a} & \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{s}_1 = 0 \\ & \mathbf{u} - \underline{\mathbf{u}} - \mathbf{s}_2 = 0 \end{array} \quad (4.9)$$

que fornece a condição Lagrangiana e respectiva KKT. Embora preciso, exige uma abordagem iterativa que exige várias avaliações com alto custo computacional.

### 4.2.3 ALOCAÇÃO DE CONTROLE NO ASV

A partir da Figura 17, as Ações de Controle Reais (ACRs) do ASV podem ser identificadas como apresentado na Equação 4.10

$$\mathbf{u} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4]^T \quad (4.10)$$

onde  $\delta_n \in \mathbb{R}$  representa o comando de PWM de cada motor  $n$  e  $\theta_n$  representa seu respectivo ângulo de rotação em relação ao vetor unitário  $\vec{i}$  do  $\mathcal{F}^{BF}$ , em que  $n = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 4\}$ .

Para lidar com as características físicas do sistema, a variável de controle  $\mathbf{u}$  apre-

sentada na Equação 4.10 é dividida da seguinte maneira.

$$\mathbf{u} \in \mathbb{R}^8 = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2]^T \quad (4.11)$$

$$\mathbf{u}_1 \in \mathbb{R}^4 = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4]^T \quad (4.12)$$

$$\mathbf{u}_2 \in \mathbb{R}^4 = [\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4]^T \quad (4.13)$$

onde  $\mathbf{u}_1 \in \mathbb{R}^4$  representa os ângulos dos servomotores e  $\mathbf{u}_2 \in \mathbb{R}^4$  os PWMs de cada motor.

Desta forma, pode-se representar  $\mathbf{M}'(\Gamma)$  da seguinte maneira.

$$\mathbf{M}'(\Gamma) = \mathbf{M}_1(\mathbf{u}_1)\mathbf{K} \quad (4.14)$$

com  $\mathbf{M}_1(\mathbf{u}_1) =$

$$\begin{bmatrix} c\theta_1 & c\theta_2 & c\theta_3 & c\theta_4 \\ s\theta_1 & s\theta_2 & s\theta_3 & s\theta_4 \\ (-l_y c\theta_1 + l_x s\theta_1) & (+l_y c\theta_2 - l_x s\theta_2) & (l_y c\theta_3 + l_x s\theta_3) & (-l_y c\theta_4 - l_x s\theta_4) \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

onde  $c\theta_* = \cos(\theta_*)$  e  $s\theta_* = \sin(\theta_*)$ ,  $\mathbf{M}_1(\mathbf{u}_1) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  é uma matriz variante no tempo em função dos ângulos dos motores e  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n} = \text{diag}(K_1, K_2, K_3, K_4)$  é uma matriz diagonal que tem como elementos as constantes de propulsão de cada motor.

Assim, as forças e torques do sistema podem ser representadas pela Equação 4.16.

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{M}'(\Gamma)\mathbf{u}_2 \quad (4.16)$$

Partindo das equações apresentadas, pode-se definir o erro por  $\boldsymbol{\epsilon} = \hat{\boldsymbol{\tau}} - \boldsymbol{\tau}$ , assim:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{M}'(\Gamma)\mathbf{u}_2 - \boldsymbol{\tau} \quad (4.17)$$

Deste modo, tem-se o problema de alocação pela seguinte otimização:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\mathbf{M}'(\Gamma)\mathbf{u}_2 - \boldsymbol{\tau})^T(\mathbf{M}'(\Gamma)\mathbf{u}_2 - \boldsymbol{\tau}) \\ &\text{Sujeito a } \underline{\mathbf{u}}_1 \leq \mathbf{u}_1 \leq \overline{\mathbf{u}}_1 \\ &\quad \underline{\mathbf{u}}_2 \leq \mathbf{u}_2 \leq \overline{\mathbf{u}}_2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

onde  $\underline{\mathbf{u}}_n \in \mathbb{R}^4$  é o limite inferior e  $\overline{\mathbf{u}}_n \in \mathbb{R}^4$  é o limite superior de  $\mathbf{u}_n$ , em que  $n = \{x \in \mathbb{N} | x = \{1, 2\}\}$ .

Pode-se perceber que este é um problema de otimização não linear, onde a CEM é

composta por variáveis que sofrem operações trigonométricas.

### 4.3 ALOCAÇÃO DE CONTROLE RÁPIDA POR MATRIZ PARCIAL

Nesta abordagem, desenvolvida com base em Santos et al.[92], que apresenta o método FCA, o objetivo é separar o sistema apresentado na Equação 4.1 que representa  $\hat{\tau} \in \mathbb{R}^m$  em diferentes subsistemas onde pode-se obter soluções parciais, de modo que estas, combinadas, atendam a solução global. Deste modo, considere o sistema da Equação 4.1 representado por:

$$\hat{\tau}_{P1} = M(\mathbf{u}_1)\mathbf{u}_2 \quad (4.19)$$

$$\hat{\tau}_{P2} = M(\mathbf{u}_2)\mathbf{u}_1 \quad (4.20)$$

onde  $\hat{\tau}_{P1} \in \mathbb{R}^n$  e  $\hat{\tau}_{P2} \in \mathbb{R}^q$  são as Ações de Controle Virtuais (ACVs) requeridas pelo sistema,  $\mathbf{u}_1 \in \mathbb{R}^p$  e  $\mathbf{u}_2 \in \mathbb{R}^t$  são Ações de Controle Reais (ACRs), e  $M(\mathbf{u}_1) \in \mathbb{R}^{n \times t}$  e  $M(\mathbf{u}_2) \in \mathbb{R}^{q \times p}$  são as CEMs parciais do sistema. Com isso, os subsistemas são montados de modo que  $\hat{\tau}_{P1} \cup \hat{\tau}_{P2} \subset \hat{\tau}$ , o que nos leva concluir que  $m \leq n + q \leq 2m$ .

Desta maneira, a partir das ações executadas anteriormente no sistema ( $\mathbf{u}_1$ ), parte das ACRs são encontradas no primeiro subconjunto  $\mathbf{u}_2$ . Assim, os resultados do primeiro subconjunto são utilizados como parâmetros para alimentar o segundo subconjunto ( $M(\mathbf{u}_2)$ ), que é utilizado para calcular o segundo grupo de ACRs ( $\mathbf{u}_1$ ) que podem ou não serem utilizadas para realimentar o primeiro estágio, até que o sistema obedeça aos critérios de parada.

A justificativa matemática do algoritmo proposto será construída em etapas. Primeiramente, a seção 4.3.1 mostrará o processo de convergência para linearização recursiva quando o problema é subdividido usando dois conjuntos de controle diferentes. A seção 4.3.2 demonstrará ainda o processo de convergência para um sistema sem restrições, onde as forças virtuais são organizadas entre diferentes subespaços. Finalmente, a seção 4.3.3 irá estender essas ideias e mostrar o processo de convergência para um cenário com restrições, que é o caso para a maioria das aplicações reais.

#### 4.3.1 LINEARIZAÇÃO RECURSIVA

Primeiramente, considere que o sistema representado pelas equações 4.19 e 4.20 tenham o mesmo espaço de solução, ou seja,  $\tau = \tau_{P1} = \tau_{P2}$ , considere ainda  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_a$  e  $\mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_b$ . Neste caso,  $M(\mathbf{u}_a)$  e  $M(\mathbf{u}_b)$  mapeiam dois vetores diferentes no mesmo

espaço de solução. Considera-se também que  $\mathbf{u}_a$  e  $\mathbf{u}_b$  são subconjuntos de  $\mathbf{u}$  e são capazes de quebrar as não linearidades do sistema. Fixando um dos subconjuntos, por exemplo,  $\mathbf{u}_a$  o problema passa a ser definido por

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f_i(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) \\ &\text{Sujeito a } g_i(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde  $f_i(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b)$  é a Equação 4.9, considerando  $\kappa(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) = \mathbf{K}(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) - \boldsymbol{\tau}$  como apresentada a seguir.

$$f(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \kappa(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b)^T \kappa(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) \quad (4.22)$$

com  $g_i$  podendo assumir uma das duas formas a seguir, dependendo do vetor de linearização desejado,  $\mathbf{u}_a$  ou  $\mathbf{u}_b$ .

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) &= \mathbf{u}_b - \mathbf{x}_b|_{\mathbf{u}_b=\mathbf{x}_b} \\ g_i(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) &= \mathbf{u}_a - \mathbf{x}_a|_{\mathbf{u}_a=\mathbf{x}_a} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Supondo que  $\mathbf{u}^0 = (\mathbf{u}_a^0, \mathbf{u}_b^0)$  é um vetor tal que  $\mathbf{K}(\mathbf{u}_a^0, \mathbf{u}_b^0) - \boldsymbol{\tau} = 0$ . Neste caso,  $\mathbf{u}^0$  é chamado de ponto de equilíbrio do sistema  $\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{K}(\mathbf{u}_a^0, \mathbf{u}_b^0) - \boldsymbol{\tau}$ . Portanto,  $\dot{\mathbf{u}} = 0$  quando  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0$  e a expansão de  $\mathbf{K}(\mathbf{u}_a^0, \mathbf{u}_b^0) - \boldsymbol{\tau}$  por série de Taylor considerando o ponto de referência  $(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b)$ , fornece

$$\kappa(\mathbf{u}_a^0 + \Delta\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b^0 + \Delta\mathbf{u}_b) = \kappa(\mathbf{u}_a^0, \mathbf{u}_b^0) + \Delta\mathbf{u}_a \left[ \frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{u}_a} \right]_{(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b)} + \Delta\mathbf{u}_b \left[ \frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{u}_b} \right]_{(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b)} \quad (4.24)$$

com

$$\kappa(\mathbf{u}_a + \Delta\mathbf{u}_a) \approx \frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{u}_a} \Big|_{\mathbf{u}_a=\mathbf{x}_a} \mathbf{u}_a + \frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{u}_b} \Big|_{\mathbf{u}_b=\mathbf{x}_b} \mathbf{u}_b \quad (4.25)$$

considerando

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{u}_b) &= \left[ \frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{u}_a 1}, \dots, \frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{u}_a n} \right]^T \\ \mathbf{M}(\mathbf{u}_a) &= \left[ \frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{u}_b 1}, \dots, \frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{u}_b n} \right]^T \end{aligned} \quad (4.26)$$

e que qualquer linearização aconteceria em um dado tempo, a Equação 4.22 pode ser reescrita como

$$f_i(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) = (\mathbf{M}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a - \boldsymbol{\tau})^T (\mathbf{M}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a - \boldsymbol{\tau}) + (\mathbf{M}(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b - \boldsymbol{\tau})^T (\mathbf{M}(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b - \boldsymbol{\tau}) \quad (4.27)$$

Finalmente, considerando que o Lagrangiano da Equação 4.21 é dado por:

$$L(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b, \lambda) = f_i(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) - \lambda g_i(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b)|_{\mathbf{u}_b=\mathbf{x}_b} \quad (4.28)$$



e também considerando como primeiro passo ( $i = 1$ ) a linearização em torno de  $\mathbf{u}_b = \mathbf{x}_b$ , pode-se obter as seguintes condições de KKT:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}_a} = \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{u}_a} = 0 \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}_b} = \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{u}_b} - \lambda \frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}_b} = \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{u}_b} - \lambda = 0 \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g_1(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) = \mathbf{u}_b - \mathbf{x}_b = 0 \quad (4.31)$$

Uma vez que  $\mathbf{u}_b = \mathbf{x}_b$  e  $\lambda = \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{u}_b}$  para qualquer possibilidade de  $\mathbf{u}_a$  e  $\mathbf{u}_b$ , a única equação que resolve as condições de KKT é a 4.29 e a sua solução para  $\mathbf{u}_a$  é apresentada na Equação 4.4.

Agora, utilizando o resultado de  $\mathbf{u}_a$  como valor fixo, avaliando o mínimo de  $f_2(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b)$  e procurando no espaço de soluções de  $\mathbf{u}_b$ , será obtido uma sequência de minimização monotônica onde

$$f_1(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) \geq f_2(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) \geq f_3(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b) \geq \dots \quad (4.32)$$

irá convergir para um mínimo local. Os parâmetros demarcados por um traço inferior são considerados variáveis e, sem a demarcação, são parâmetros. Finalmente, se  $(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b)$  são as bases do espaço de solução, o mínimo local a partir do problema recursivo, ou seja,

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}_a} = 0 \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}_b} = 0 \quad (4.34)$$

é também um mínimo local para  $f(\mathbf{u})$ .

Essa abordagem é melhor visualizada na Figura 25, onde

$$\mathbf{T}^m = \{(x_1, \dots, x_m) : x_j \in \mathbb{R} \text{ para } j = 1, \dots, m\} \quad (4.35)$$

é o espaço vetorial para todas as forças virtuais possíveis,

$$\mathbf{U}_1^q = \{(x_1, \dots, x_q) : x_j \in \mathbb{R} \text{ para } j = 1, \dots, q\} \quad (4.36)$$

$$\mathbf{U}_2^r = \{(x_1, \dots, x_r) : x_j \in \mathbb{R} \text{ para } j = 1, \dots, r\} \quad (4.37)$$

são espaços vetoriais para todas as possíveis ações de controle  $\mathbf{u}_a$  e  $\mathbf{u}_b$ . Além disso,

$$\mathbf{M}^\dagger(\mathbf{u}_b) : \mathbf{T}^m \longrightarrow \mathbf{U}_1^q \quad (4.38)$$

$$\mathbf{M}^\dagger(\mathbf{u}_a) : \mathbf{T}^m \longrightarrow \mathbf{U}_2^r \quad (4.39)$$

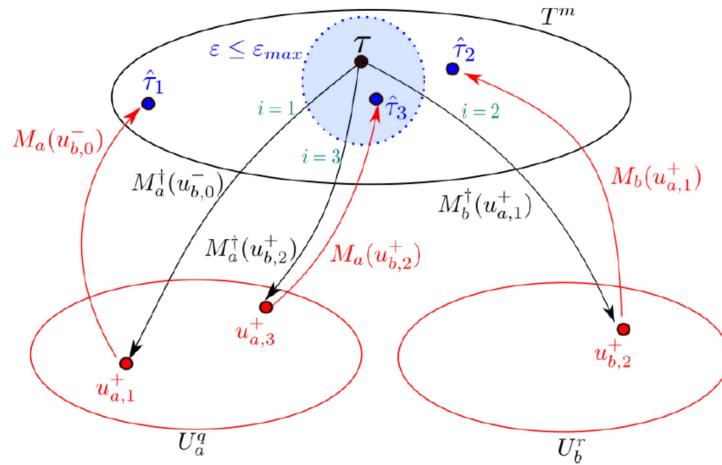
são mapeamentos lineares responsáveis por projetar o espaço de ACVs em ACRs. Da mesma maneira,

$$M(\mathbf{u}_b) : \mathbf{U}_1^q \longrightarrow \mathbf{T}^m \quad (4.40)$$

$$M(\mathbf{u}_a) : \mathbf{U}_2^r \longrightarrow \mathbf{T}^m \quad (4.41)$$

também são mapeamentos lineares responsáveis por projetar as ACRs em ACVs. Esta reprojeção  $\hat{\boldsymbol{\tau}}_i$  é usada para avaliar o erro de convergência. A região azul é definida por  $\|\boldsymbol{\tau} - \hat{\boldsymbol{\tau}}_i\| \leq \epsilon_{max}$ . Para o cenário ilustrado pela Figura 25, as ações de controle resultantes, para um dado  $\boldsymbol{\tau}$ , são representadas pelos conjuntos  $(\mathbf{u}_{a,3}^+, \mathbf{u}_{b,2}^+)$ .

Figura 25: Análise de convergência para a técnica quando as reprojeções estão no mesmo espaço vetorial  $\mathbf{T}^m$ .



Fonte: Santos et al.[92].

### 4.3.2 FUNÇÃO DE MAPEAMENTO PARCIAL SEM RESTRIÇÕES

O objetivo da abordagem FCA é reduzir a complexidade computacional para aumentar o desempenho em hardware de baixo processamento. A abordagem para fazer isso é dividir um sistema não linear complexo em dois lineares e também reduzir o tempo para resolver cada novo subsistema. O objetivo da segunda parte pode ser alcançado travando o espaço de solução em dois espaços vetoriais de dimensão inferior ao espaço original.

Para isso, considere o espaço vetorial  $\mathbf{T}^m$  e dois subespaços  $\mathbf{T}^{ma}$  e  $\mathbf{T}^{mb}$  com

$$\mathbf{T}^m = \mathbf{T}^{ma} \cup \mathbf{T}^{mb} \quad (4.42)$$

Por definição, se  $ma < m$ , não é possível encontrar nenhum conjunto de vetores em

$\mathbf{T}^{ma}$ , como  $(v_a = v_{a_1}, \dots, v_{a_{ma}})$  que expanda o espaço vetorial  $\mathbf{T}^m$  onde a expansão é definida por

$$\text{span}(v_{a_1}, \dots, v_{a_{ma}}) = \{a_1 v_{a_1}, \dots, a_{ma} v_{a_{ma}} : a_i \in \mathbb{R}; v_{a_i} \in \mathbf{T}^m\} \quad (4.43)$$

Neste caso, é possível considerar  $\mathbf{T}^{ma}$  como uma projeção parcial do espaço de solução  $\mathbf{T}^m$  e todo vetor  $v_{a_i} \in \mathbf{T}^m$  irá fornecer apenas uma restrição como direcionamento considerando todo o espaço de soluções.

A Figura 26 mostra que, considerando  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbf{T}^m$ , o mapeamento linear que projeta  $\boldsymbol{\tau}$  em  $\mathbf{T}^{ma}$  e  $\mathbf{T}^{mb}$  são representados por

$$\mathbf{N}_a : \mathbf{T}^m \longrightarrow \mathbf{T}^{ma} \quad (4.44)$$

$$\mathbf{N}_b : \mathbf{T}^m \longrightarrow \mathbf{T}^{mb} \quad (4.45)$$

A função de mapeamento de  $\mathbf{T}^{ma}$  e  $\mathbf{T}^{mb}$  para  $\mathbf{U}_a^q$  e  $\mathbf{U}_b^r$  são, respectivamente

$$\mathbf{M}_{a'}^\dagger(\mathbf{u}_b) : \mathbf{T}^{ma} \longrightarrow \mathbf{U}_a^q \quad (4.46)$$

$$\mathbf{M}_{b'}^\dagger(\mathbf{u}_a) : \mathbf{T}^{mb} \longrightarrow \mathbf{U}_b^r \quad (4.47)$$

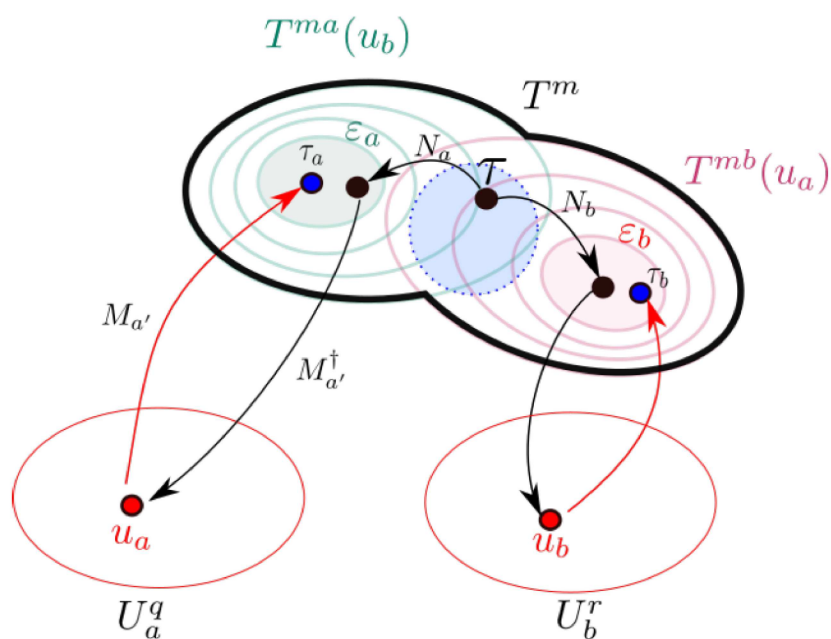
Finalmente, as funções de mapeamento inversas (reprojeções) são representadas por

$$\mathbf{M}_{a'}(\mathbf{u}_b) : \mathbf{U}_a^q \longrightarrow \mathbf{T}^{ma} \quad (4.48)$$

$$\mathbf{M}_{b'}(\mathbf{u}_a) : \mathbf{U}_b^r \longrightarrow \mathbf{T}^{mb} \quad (4.49)$$

A Figura 26 mostra essas operações, onde as linhas verde claro e vermelho claro representam os campos de contorno de  $\mathbf{T}^{ma}$  e  $\mathbf{T}^{mb}$ , os círculos verdes ( $\epsilon_a$ ) e vermelhos ( $\epsilon_b$ ) representam a região mínima de cada espaço de solução para um determinado  $\mathbf{u}_b$  e  $\mathbf{u}_a$ , respectivamente. Os círculos azuis escuros  $\boldsymbol{\tau}_a$  e  $\boldsymbol{\tau}_b$  representam os pontos de reprojeção em cada espaço de solução. A região do espaço que minimiza  $\boldsymbol{\tau}_a = \mathbf{M}_{a'} \mathbf{u}_a$  e  $\boldsymbol{\tau}_b = \mathbf{M}_{b'} \mathbf{u}_b$  são dependentes  $\mathbf{u}_b$  e  $\mathbf{u}_a$ , respectivamente.

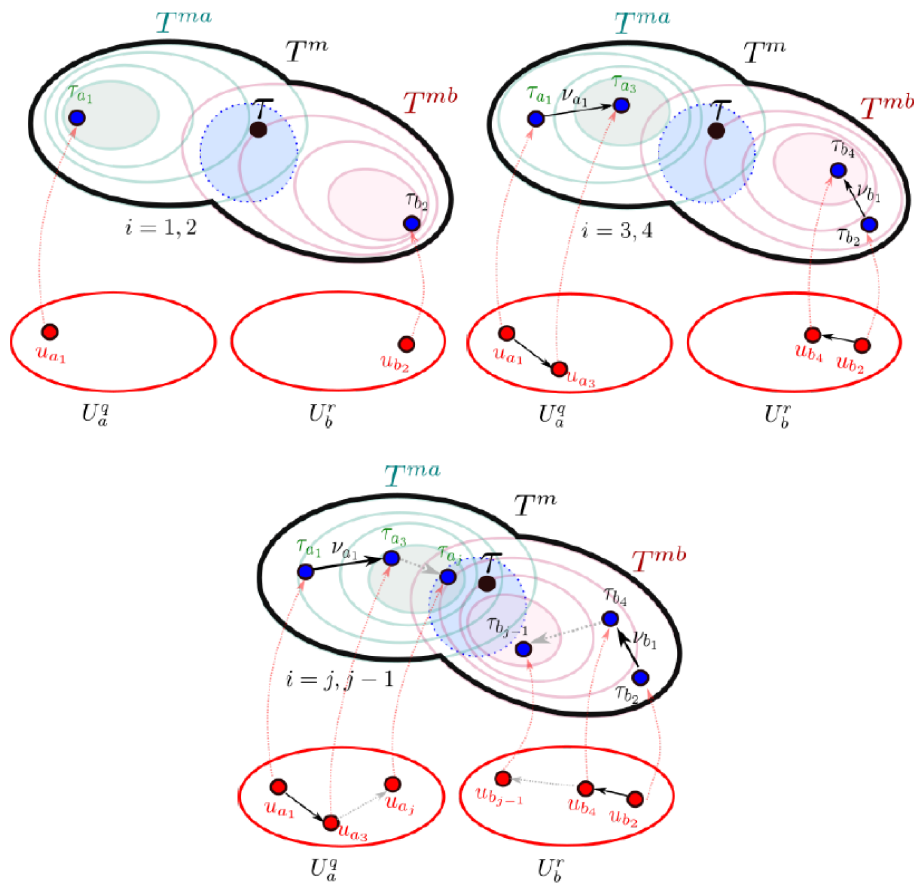
Figura 26: Análise de convergência para a técnica quando as reprojeções estão em dois espaços vetoriais  $T^{ma}$  e  $T^{mb}$ .



Fonte: Santos et al.[92].

A Figura 27 mostra o processo no qual as regiões de convergência mudam de direção. Os processos de mapeamento não foram exibidos para melhor visualização, e o remapeamento foi definido como setas vermelhas claras pontilhadas. As setas pontilhadas em cinza claro indicam vários processos iterativos.

Figura 27: Processo de convergência e alterações iterativas no espaço de solução.



Fonte: Santos et al.[92].

### 4.3.3 FUNÇÃO DE MAPEAMENTO PARCIAL COM RESTRIÇÕES

O processo de convergência foi demonstrado nas seções 4.3.1 e 4.3.2 para problemas sem restrição. No entanto, é mais provável que os cenários reais de alocação de controle sejam problemas de otimização multimodal não convexos e não contínuos. Nesse caso, o procedimento de projeção usado para avaliar  $\mathbf{u}_a$ ,  $\mathbf{u}_b$ , ou qualquer outro subespaço de controle é restrito à capacidade do sistema de realizar uma determinada ação. Esses limites reais podem gerar regiões viáveis desconectadas dentro de cada subespaço, onde atingir um limite interno é crucial para o processo de convergência. Conforme demonstrado anteriormente, a abordagem iterativa lineariza o espaço de solução  $\mathbf{T}^{ma}$  e  $\mathbf{T}^{mb}$  em torno das ações de controle. Se um determinado limite é atingido em uma iteração, o ponto da linearização se estabiliza e poder não atingir um ponto mínimo, mesmo que tal ponto exista em uma região diferente. A Figura 28 mostra esse processo onde o ponto  $\mathbf{u}_{a3}$  atinge um limite de operações. Nesse caso, se a próxima iteração não alterar

o espaço de solução  $T^{ma}$  levando o processo para uma região diferente, a convergência para e o sistema pode não ser resolvido. No contexto deste trabalho, essa situação será denominada restrição crítica. Embora isso possa ser visto como uma desvantagem na abordagem, é possível definir estratégias para resolver cenários como este:

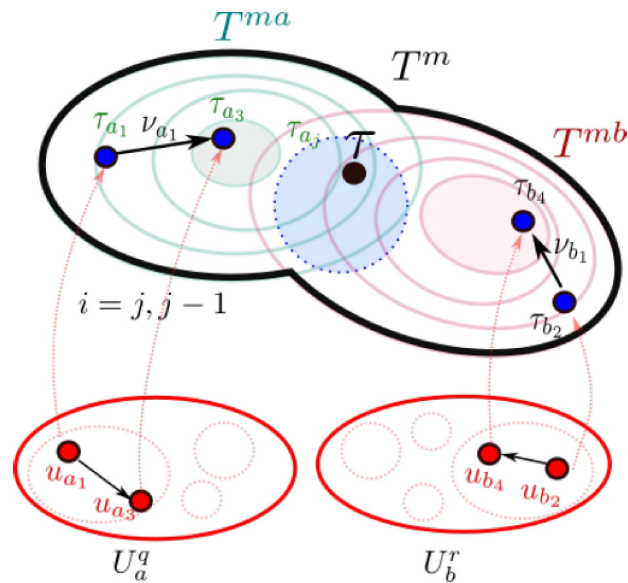
- Design correto de cada conjunto do espaço de solução

Técnica é projetada para aumentar a velocidade de alocação de controle. Representa uma abordagem sistemática de desacoplamento de não linearidades e redução do espaço de solução. Isso não significa que um determinado problema possa ser resolvido aleatoriamente. As forças e torques devem ser cuidadosamente selecionadas para alcançar a convergência.

- Possibilidade de mudanças dinâmicas sobre os conjuntos de soluções

Quando o sistema atinge uma restrição crítica, é possível melhorar o espaço de busca adicionando a dimensão relacionada ao maior multiplicador de Lagrange.

Figura 28: Processo de convergência com restrições.



Fonte: Santos et al.[92].

#### 4.4 ALGORITMO

Deve-se observar que para esta metodologia apresentar um resultado satisfatório, é necessário seguir algumas regras:

- ACRs ( $\mathbf{u}$ ) devem ser separadas em subconjuntos de modo que os subsistemas não sejam totalmente independentes uns dos outros;
- Pelo menos uma ACVs do primeiro subsistema deve sobrepor o segundo;
- Todas as restrições do sistema devem ser aplicadas em cada iteração.

Tais regras garantem que o problema de alocação seja separado em subproblemas independentes, onde a informação de cada subproblema é transferida ao outro através da sobreposição de ACVs entre eles. Desta maneira, pode-se observar no Algoritmo 1 a rotina para a alocação de forças e torques do sistema:

---

**Algoritmo 1: ALGORITMO FCA**


---

**Entrada:**  $\tau, \mathbf{u}^-$

**Saída:**  $\mathbf{u}^+$

**início**

**enquanto**  $\epsilon_\tau \geq \epsilon_{max}$  e  $\Delta u \geq \Delta u_{max}$  e  $i \leq i_{max}$  **faça**

$$\mathbf{u}_1^+ = M_1^\dagger(\mathbf{u}_2^-)\tau_1$$

Aplicar:  $\underline{\mathbf{u}}_1 \leq \mathbf{u}_1 \leq \overline{\mathbf{u}}_1$

$$\mathbf{u}_2^+ = M_2^\dagger(\mathbf{u}_1^+)\tau_2$$

Aplicar:  $\underline{\mathbf{u}}_2 \leq \mathbf{u}_2 \leq \overline{\mathbf{u}}_2$

$$\mathbf{u}^+ = [\mathbf{u}_1^+, \mathbf{u}_2^+]$$

$$\epsilon_\tau = M(\mathbf{u}^+) - \tau$$

$$\Delta u = \sum_{j=1}^n \|\mathbf{u}_j^- - \mathbf{u}_j^+\| / \Delta u_j$$

$$i = i + 1$$

$$\mathbf{u}_1^- = \mathbf{u}_1^+$$

$$\mathbf{u}_2^- = \mathbf{u}_2^+$$

**fim**

**retorna**  $\mathbf{u}^+$

**fim**

---

em que  $M_{1,2}^\dagger$  são as respectivas matrizes pseudo-inversas de Moore-Penrose.

#### 4.5 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA FCA

Para apresentar a abordagem FCA, considere o problema matemático apresentado na Equação 4.50. É importante notar que o foco desta simulação é demonstrar o desempenho matemático da técnica usando um *framework* de fácil compreensão. Assim, a dinâmica, a lei de controle e o significado físico serão desconsiderados, sendo

apresentada apenas a análise de convergência considerando diversas situações.

Porém, como o problema de alocação de controle depende dessas características, será considerado que as forças virtuais, que deveriam ser fornecidas pelo sistema de controle de baixo nível, serão dadas pela Equação 4.51. Além disso, para enriquecer as simulações, a matriz de alocação de controle foi projetada para emular um sistema desequilibrado superatuado. Este sistema é mostrado na Equação 4.50.

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \begin{bmatrix} \hat{\tau}_1 \\ \hat{\tau}_2 \\ \hat{\tau}_3 \end{bmatrix} = \mathbf{M}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 8x_1 \cos(\gamma_1) - 3x_2 \cos(\gamma_2) \\ 3x_1 \cos(\gamma_1) + 6x_2 \cos(\gamma_2) \\ -x_2 \cos(\gamma_1) - 3x_1 \cos(\gamma_2) \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

onde  $\hat{\boldsymbol{\tau}}$  é um conjunto de forças virtuais fornecidas por uma lei de controle imaginária,  $\mathbf{M}(\mathbf{u})$  é a matriz de alocação de controle que, para um sistema real, seria projetado considerando as características físicas do mesmo.

Embora este processo não tenha significado físico, é semelhante a um ASV de 3 DoFs [93, 94, 95] com dois propulsores azimutais. Essa configuração forneceria forças em *surge* (para frente), *sway* (lateral) e *yaw* (direcionando a embarcação). No sistema representado pela Equação 4.50, essas forças são tomadas como ACVs e são representadas por  $[\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\tau}_2, \boldsymbol{\tau}_3]$ , as ACRs são forças geradas por  $x_1$  e  $x_2$  ao longo de suas respectivas direções  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ . Novamente, esta é apenas uma ilustração com o propósito de visualizar melhor a relação entre as ACVs e ACRs não representando o problema de alocação de controle de um ASV real.

Portanto, os sinais virtuais  $\boldsymbol{\tau}$ , que em um processo real seriam avaliados por um controlador de malha fechada, são dados pelo seguinte conjunto de malha aberta de funções:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 + 0.1 \sin(\pi t/40) \\ 0.05 + 0.1 \sin(\pi t/30) \\ -0.3 + 0.2 \sin(\pi t/20) \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

O objetivo é, dada a Equação 4.50, para definir e avaliar o conjunto de ações reais  $\mathbf{u}$  onde  $|\hat{\boldsymbol{\tau}} - \boldsymbol{\tau}|$  é mínimo para qualquer conjunto realizável  $\boldsymbol{\tau}$ . Para aplicar o FCA é necessário primeiro quebrar o sistema não linear representado pela matriz do lado direito na Equação 4.50 em dois sistemas lineares. Analisando a Equação 4.50, é possível ver que as não linearidades residem na função trigonométrica  $\cos(\gamma_i)$  e sua multiplicação por  $x_i$ . Para quebrar essas não linearidades, é necessário considerar



$y_1 = \cos(\gamma_1)$ ,  $y_2 = \cos(\gamma_2)$  e separar este novo conjunto  $(y_1, y_2)$  de  $(x_1, x_2)$ . Enquanto a primeira estratégia irá gerar o sistema mostrado na Equação 4.52.

$$\mathbf{M}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 8x_1 \cdot y_1 - 3x_2 \cdot y_2 \\ 3x_1 \cdot y_1 + 6x_2 \cdot y_2 \\ -x_2 \cdot y_1 - 3x_1 \cdot y_2 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Dividindo as variáveis nos conjuntos  $\mathbf{u}_b = (y_1, y_2)$  e  $\mathbf{u}_a = (x_1, x_2)$  geram-se dois sistemas lineares independentes como mostrado nas Equações 4.53 e 4.54.

$$\mathbf{M}_a(\mathbf{u}_b) = \begin{bmatrix} 8x_1 - 3x_2 \\ 3x_1 + 6x_2 \\ -x_2 - 3x_1 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

$$\mathbf{M}_b(\mathbf{u}_a) = \begin{bmatrix} 8y_1 - 3y_2 \\ 3y_1 + 6y_2 \\ -y_1 - 3y_2 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

Assim, considera-se:

$$\mathbf{u} = [\cos(\gamma_1), \cos(\gamma_2), x_1, x_2]^T \quad (4.55)$$

sujeito a:

$$[-1, -1, -\infty, -\infty]^T \leq \mathbf{u} \leq [1, 1, \infty, \infty]^T \quad (4.56)$$

Como o sistema tratará  $\cos(\gamma_1)$  e  $\cos(\gamma_2)$  como qualquer variável comum, é necessário definir seus limites válidos. Além disso, para este primeiro exemplo,  $x_1$  e  $x_2$  serão considerados ilimitados. O vetor  $\mathbf{u}$  agora pode ser quebrado para isolar as não linearidades:

$$\mathbf{u}_a = [\cos(\gamma_1), \cos(\gamma_2)]^T \quad (4.57)$$

$$\mathbf{u}_b = [x_1, x_2]^T \quad (4.58)$$

O próximo passo é definir os subsistemas  $\mathbf{M}_a$  e  $\mathbf{M}_b$  escolhendo qual variável virtual será avaliada em cada subsistema de acordo com

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}_a = \mathbf{M}_a(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$$

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}_b = \mathbf{M}_b(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$$

Existem várias combinações para isso e as próximas subseções avaliarão o desem-

penho de outras configurações possíveis. Em todos os casos, deixe o número máximo de iterações  $i_{max} = 200$ , erro quadrado máximo  $\varepsilon_{max} = 1 \times 10^{-20}$ , e  $\Delta u_{max} = 1 \times 10^{-3}$  para serem os três critérios de convergência. As condições iniciais das ACRs são  $\mathbf{u} = [0,5,0.5,0.5,0.5]$ , e para cada mudança em um conjunto desejado de  $\boldsymbol{\tau}$ , ambos os algoritmos de otimização começarão com o último  $\mathbf{u}$  avaliado.

Para comparar os resultados, foi utilizado o algoritmo de pontos interiores do MatLab<sup>®</sup> toolbox (*Nonlinear Constrained Optimization Function Toolbox*).

#### 4.5.1 AVALIAÇÃO DA PERFORMANCE PARA VARIÁVEIS VIRTUAIS TOTALMENTE ACOPLADAS

Esta configuração considera que todas as variáveis virtuais estarão presentes em ambos os sistemas, ou seja,

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}_a(x_1, x_2) = \hat{\boldsymbol{\tau}}_b(\cos(\gamma_1), \cos(\gamma_2)) = [\hat{\boldsymbol{\tau}}_1, \hat{\boldsymbol{\tau}}_2, \hat{\boldsymbol{\tau}}_3]^T \quad (4.59)$$

que fornece o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\tau}}_1 \\ \hat{\boldsymbol{\tau}}_2 \\ \hat{\boldsymbol{\tau}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \cos(\gamma_1) & -3 \cos(\gamma_2) \\ 3 \cos(\gamma_1) & 6 \cos(\gamma_2) \\ -3 \cos(\gamma_2) & -\cos(\gamma_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\tau}}_1 \\ \hat{\boldsymbol{\tau}}_2 \\ \hat{\boldsymbol{\tau}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8x_1 & -3x_2 \\ 3x_1 & 6x_2 \\ -x_2 & -3x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\gamma_1) \\ \cos(\gamma_2) \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Esses sistemas são resolvidos de forma interativa usando as Equações 4.62 e 4.63, de acordo com o Algoritmo 1.

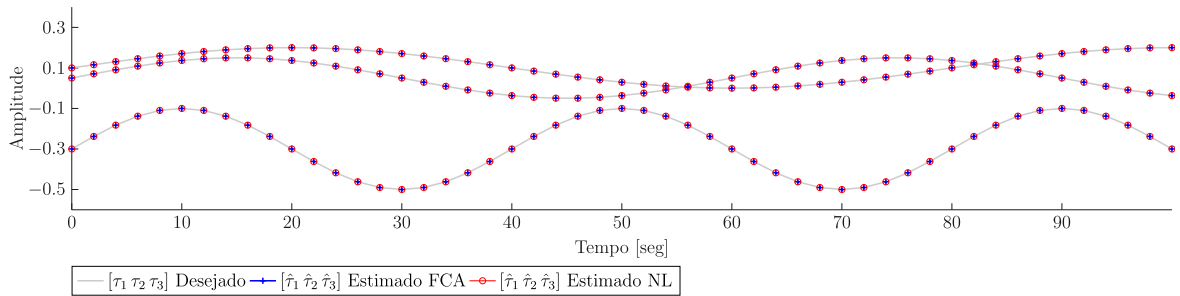
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_a^\dagger(\cos(\gamma_1), \cos(\gamma_2)) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 \\ \boldsymbol{\tau}_2 \\ \boldsymbol{\tau}_3 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\gamma_1) \\ \cos(\gamma_2) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_b^\dagger(x_1, x_2) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 \\ \boldsymbol{\tau}_2 \\ \boldsymbol{\tau}_3 \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

A Figura 29 mostra o  $\boldsymbol{\tau}$  desejado (linhas cinza) fornecido pela Equação 4.51 e o

estimado pelas FCA (cruzes azuis) e *fmincon* (círculos vermelhos).

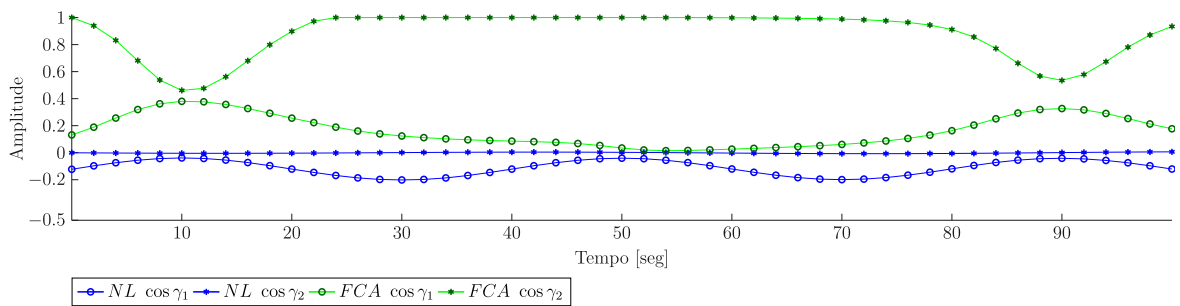
Figura 29:  $\tau$  Desejado e  $\hat{\tau}$  Estimado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

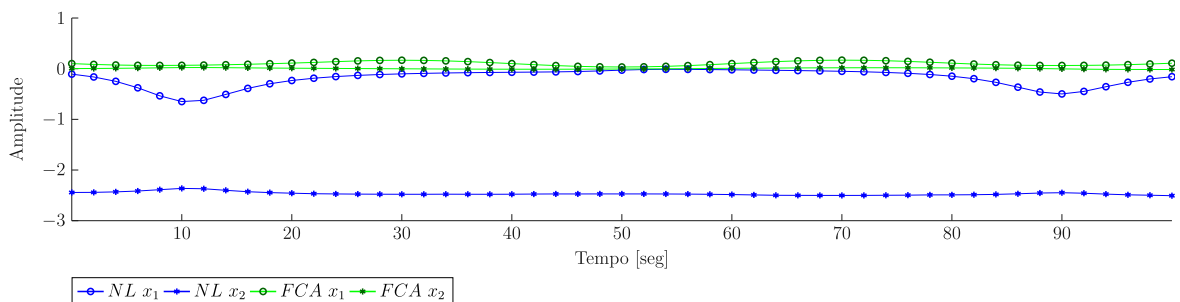
É possível ver que ambos os métodos conseguiram encontrar todas as soluções. Porém, como o sistema possui várias soluções possíveis, cada metodologia apresentou uma saída diferente como pode ser visto nas Figuras 30 e 31. Uma observação importante é que o FCA teve que forçar o limite superior de  $\cos(\gamma_2)$  e, mesmo assim, não teve nenhum impacto em seu desempenho.

Figura 30: Valores de  $\cos(\gamma_1)$  e  $\cos(\gamma_2)$  estimados por FCA e *fmincon*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 31: Valores de  $x_1$  e  $x_2$  estimados por FCA e *fmincon*.

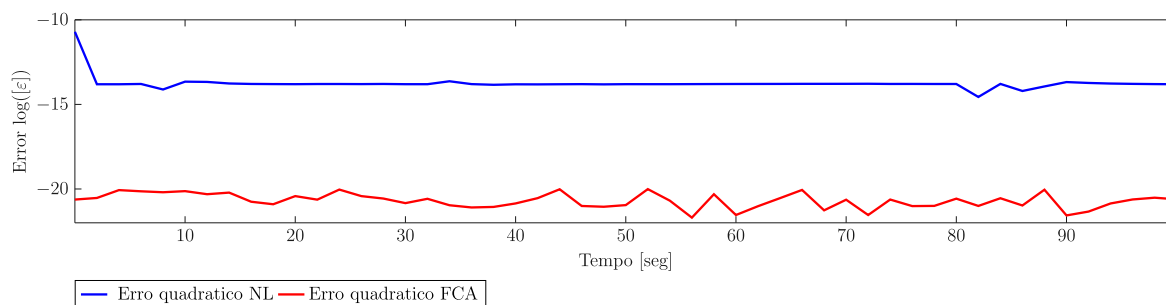


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Considerando o erro quadrático e o tempo de convergência como métricas de de-

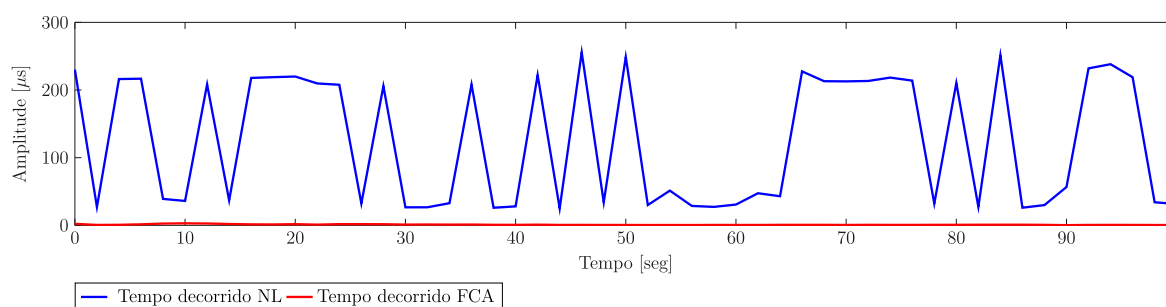
sempenho, é possível verificar pela análise das Figuras 32 e 33 que o FCA conseguiu atingir a precisão desejada, ou seja,  $10^{-20}$  enquanto o algoritmo não linear de Pontos Interiores (IP) não. Além disso, o FCA foi, em média, 130 vezes mais rápido do que a abordagem IP. Comparando com outros algoritmos não lineares, o FCA foi 10 vezes mais rápido que o Active-Set (AS) [96], e 15 vezes mais rápido que a abordagem de Programação Quadrática Sequencial (SQP) [97]. Além disso, o erro de precisão mínimo foi  $10^{-11}$  e  $10^{-12}$  para AS e SQP, respectivamente. Observe que a Figura 32 mostra o resultado final da abordagem FCA para cada *setpoint* em  $t = [0,100]s$ . A convergência individual da abordagem proposta é mostrada na Figura 34, onde no caso do mesmo espaço de solução, é possível garantir a convergência monotônica demonstrada na Seção 4.3.

Figura 32: Erro quadrático da simulação.

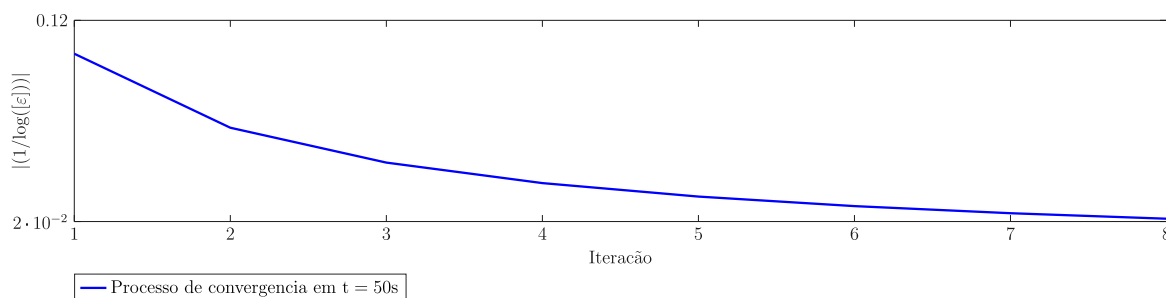


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 33: Tempo de convergência ( $\mu s$ ).



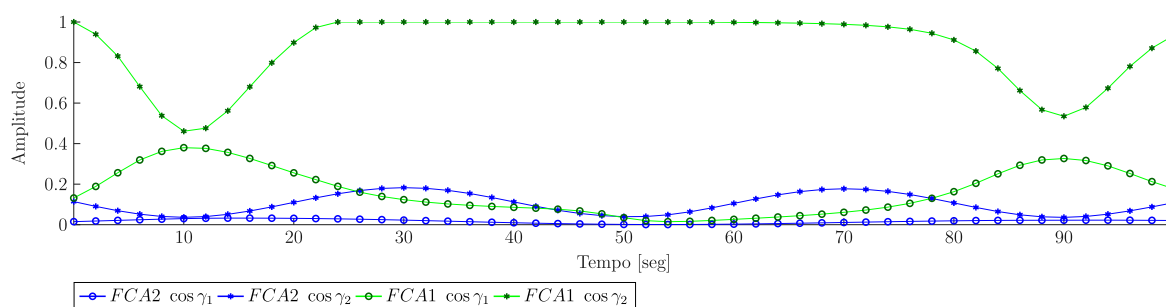
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 34: Performance de uma única iteração  $t = 50s$ .

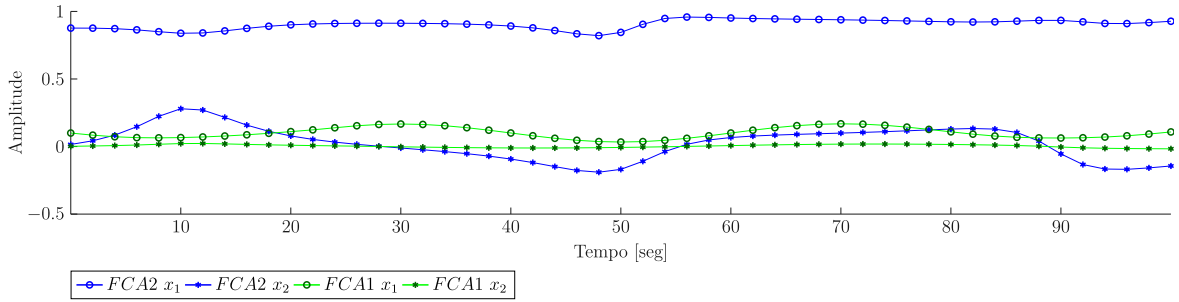
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

#### 4.5.1.1 ALTERANDO A ORDEM DE SOLUÇÃO DO SISTEMA

O problema de alocação de controle apresentado na Equação 4.50 foi resolvido quebrando o sistema nas Equações 4.62 e 4.63. Alterando a ordem dos subsistemas no algoritmo, ou seja, resolvendo a Equação 4.63 primeiro que a Equação 4.62, também se alteram os resultados quantitativos. Isso significa que o tempo de execução e a precisão de convergência foram os mesmos, mas os valores resultantes para  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $\cos(\gamma_1)$ ,  $\cos(\gamma_2)$  foram diferentes, conforme mostrado nas Figuras 35 e 36. Além disso, a nova ordem da solução é demonstrada em azul e chamada de FCA2. A abordagem original é mostrada em vermelho e chamada de FCA1. Como a ordem da solução do sistema mudou, a direção da pesquisa no espaço da solução também mudou. Considerando que um sistema não linear possui vários mínimos locais, mudanças na busca e na inicialização podem chegar a soluções diferentes.

Figura 35: Valores de  $\cos(\gamma_1)$  e  $\cos(\gamma_2)$  estimados pela FCA 1 e FCA 2.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 36: Valores de  $x_1$  e  $x_2$  estimados pela FCA 1 e FCA 2.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

#### 4.5.1.2 SENSIBILIDADE AO PONTO INICIAL

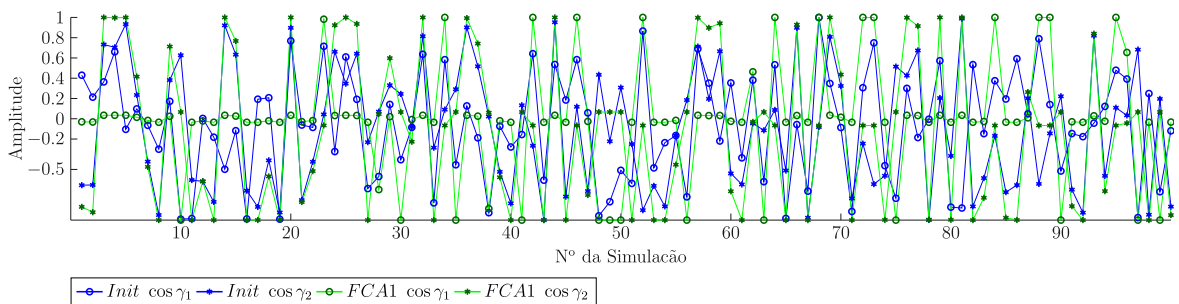
Para avaliar a sensibilidade do ponto inicial, foi escolhido arbitrariamente o valor de,

$$\boldsymbol{\tau} = [0.0293, -0.0366, -0.1000]^T$$

correspondente a  $t = 50s$  (Figuras 36 e 35). Um total de 100 simulações foram desenvolvidas como o ponto inicial escolhidos randomicamente, em que foram usados,

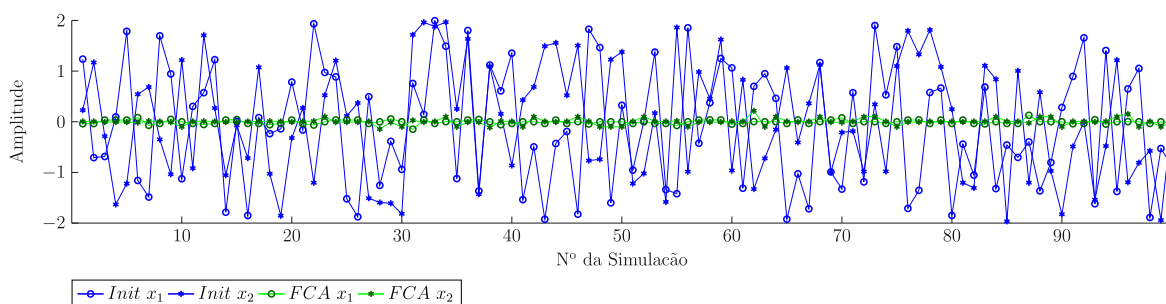
$$\underline{\mathbf{u}} = [-2, -2, -1, -1]^T \text{ e, } \bar{\mathbf{u}} = [2, 2, 1, 1]$$

como os limites inferior e superior, respectivamente. As Figuras 37 e 38 mostram o ponto de inicialização em azul e os resultados fornecidos pelo FCA em linhas verdes. É possível observar que todas as simulações convergiram, demonstrando robustez ao ponto de inicialização.

Figura 37: Valores de  $\cos(\gamma_1)$  e  $\cos(\gamma_2)$  inicializados (azul) e estimados (verde) por FCA.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 38: Valores de  $x_1$  e  $x_2$  inicializados (azul) e estimados (verde) por FCA.

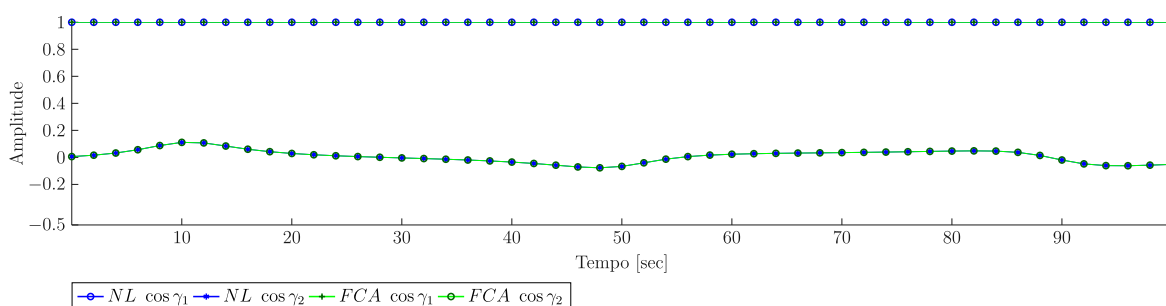


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

#### 4.5.2 ANÁLISE DE CONTINGÊNCIA PRELIMINAR

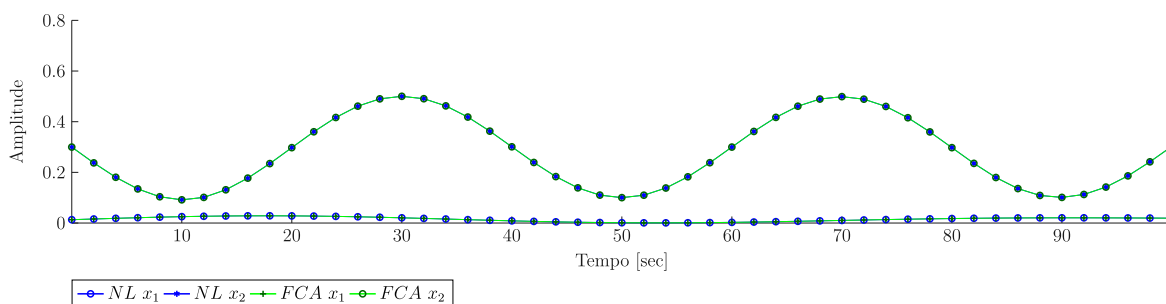
Considerando o caso do tutorial do sistema, mas agora supondo que a variável  $\gamma_1$  represente um servomotor com defeito e com posição fixa em 0 graus. Nesse caso,  $\cos(\gamma_1) = 1$  é fixo durante toda a simulação. As Figuras 39 e 40 mostram as variáveis  $(\cos(\gamma_1), \cos(\gamma_2))$  e  $(x_1, x_2)$  respectivamente. Um resultado interessante é, considerando esta falha, tanto FCA quanto a abordagem não linear alcançaram exatamente as mesmas soluções.

Figura 39: Valores de  $\cos(\gamma_1)$  e  $\cos(\gamma_2)$  estimados pela FCA e *fmincon*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 40: Valores de  $x_1$  e  $x_2$  estimados por FCA e *fmincon*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 4.5.3 SISTEMAS SUB-ACOPLADOS

Embora todos os cenários de simulação tenham considerado apenas dois subsistemas totalmente acoplados até agora, o que significa que todas as variáveis virtuais estão completamente sobrepostas, a técnica não se limita a isso sendo possível ter diferentes topologias. A Tabela 3 mostra os resultados de vários cenários possíveis, onde  $\mathbf{u}_a$ ,  $\mathbf{u}_b$ ,  $\mathbf{M}_a$  e  $\mathbf{M}_b$  são os mesmos definidos nas Equações 4.60 e 4.61. A notação  $\mathbf{M}_k^{i,j,\dots}$  representa a matriz formada pelas linhas  $\{i, j, \dots\}$  de  $\mathbf{M}_k$ . Finalmente, esses resultados não consideram as mudanças dinâmicas no espaço de solução. Isso será demonstrado mais adiante.

Tabela 3: Possíveis topologias.

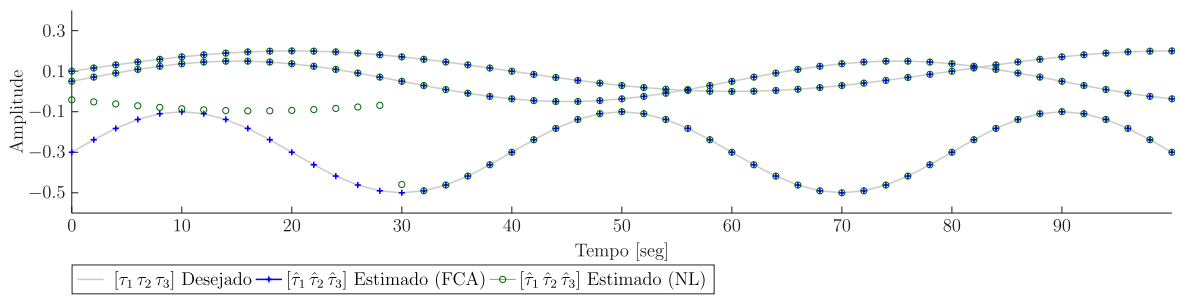
Caso	Sistema	Tempo máximo ( $\mu s$ )	Máximo. $\varepsilon_3 (\times 10^{-20})$
1	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_a^{1,3}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_b(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	140	0.945
2	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2]^T = \mathbf{M}_a^{1,2}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_b(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	640	$0.092 \times 10^{20}$
3	$[\hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_a^{2,3}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_b(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	180	0.971
4	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_a(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_b^{1,3}(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	100	0.954
5	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_a(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_b^{2,3}(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	160	0.985
6	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_a^{1,3}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_b^{2,3}(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	120	0.915
7	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_a^{1,3}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2]^T = \mathbf{M}_b^{1,2}(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	510	$0.122 \times 10^{20}$
8	$[\hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_a^{2,3}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_1]^T = \mathbf{M}_b^1(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$ $[\hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_c^{2,3}(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	170	0.932
9	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_3]^T = \mathbf{M}_a^{1,3}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_2]^T = \mathbf{M}_b^2(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	550	$0.522 \times 10^{20}$



A primeira observação importante é que os casos 2, 7 e 9 são os únicos que não convergiram. Além disso, eles também são os únicos onde a variável de controle virtual  $\tau_3$  não é apresentada em ambos os subsistemas  $\mathbf{M}_a$  e  $\mathbf{M}_b$ . Todos os outros casos, incluindo o caso 6, onde a única sobreposição é de  $\tau_3$ , convergiram bem. Observe que o caso 8 divide  $\mathbf{M}_b$  em dois sistemas diferentes, demonstrando que é possível ter várias configurações. Finalmente, o caso 9 mostra um sistema totalmente desacoplado, onde não há sobreposição entre  $\tau_a$  e  $\tau_b$ . Outros possíveis sistemas desacoplados também foram testados e todos não convergiram. Isso demonstra que a superposição é uma característica importante dessa abordagem e deve ser analisada com cuidado.

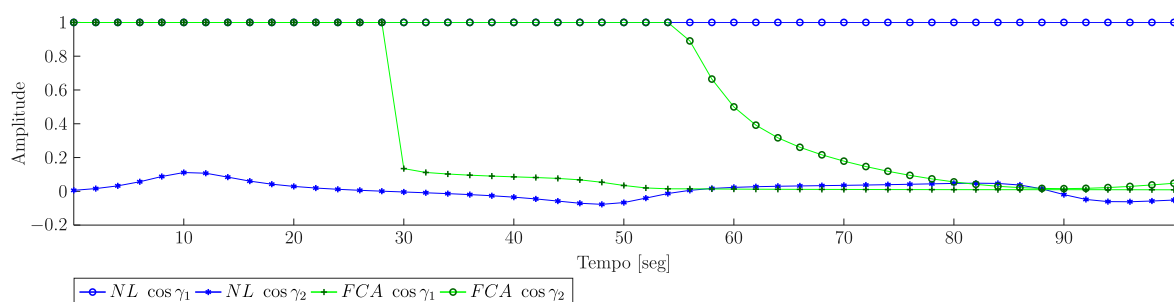
O caso do tutorial fornecido pelas Equações 4.60 e 4.61 tiveram um tempo máximo de  $240\mu s$  e erro máximo de 0,066. Assim, reduzir a ordem do sistema pode melhorar o desempenho computacional. No entanto, a convergência depende de como as variáveis virtuais são separadas entre os subsistemas. Para entender melhor o problema, uma análise mais profunda dos casos 2, 7 e 9 será fornecida. Tome, por exemplo, o processo de convergência do caso 2 como mostrado na Figura 41 e os valores de saída correspondentes aos ângulos e módulos do sistema como mostrado nas Figuras 42 e 43. É possível notar que a maioria das iterações não convergentes ocorreu quando os ângulos atingiram seus limites superior ou inferior, mais especificamente  $\cos(\gamma_1)$ . Como o conjunto de uma equação,  $\mathbf{M}_a$  não possui a variável  $\tau_c$ . Eles não ajudam a conduzir o sistema à condição operacional desejada.

Figura 41:  $\tau$  desejado e  $\hat{\tau}$  estimado para o caso 2.

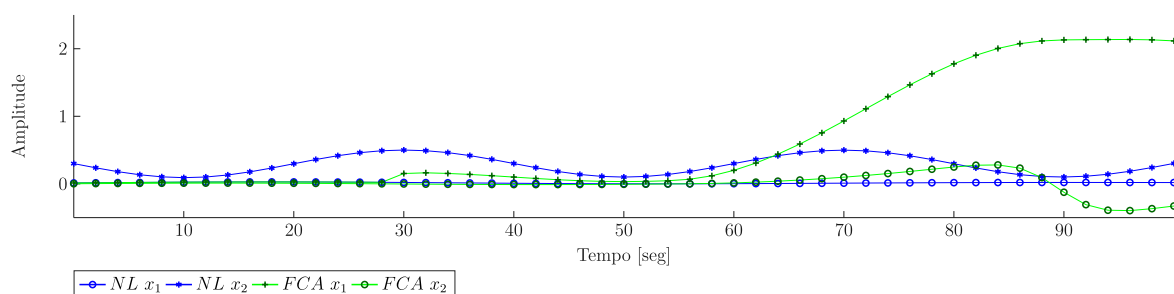


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 42: Cosseno do ângulos saturado para o caso 2.



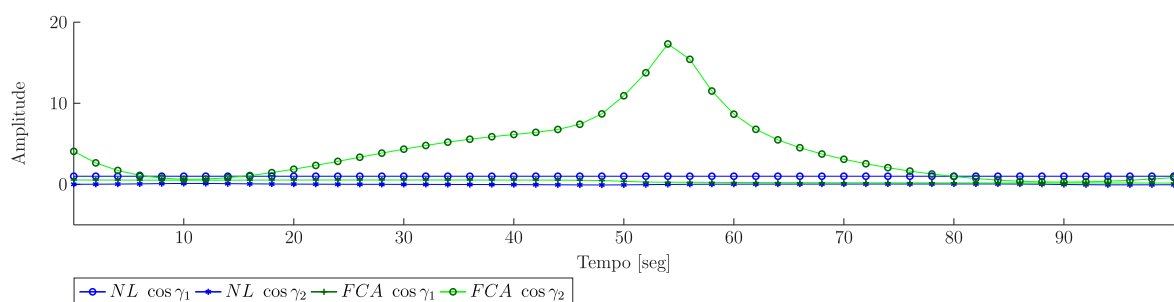
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 43:  $x_1$  e  $x_2$  resultantes para o caso 2.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Para demonstrar esta condição, a primeira ação é remover os limites trigonométricos  $[-1,1]$ . O sistema converge com um erro máximo de  $0,910 \times 10^{-20}$  e o resultado relacionado aos ângulos é mostrado na figura 44, o que corrobora a teoria.

Figura 44: Cossenos dos ângulos sem saturação para o caso 2.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Além disso, o próximo teste aplicará os limites trigonométricos e as mudanças dinâmicas sobre os conjuntos de solução. Para o caso 2, a variável  $\tau_3$  é sempre responsável pelo mau desempenho. Adicionando essa variável ao primeiro conjunto da equação apenas quando o processo não converge, o sistema agora apresenta um processo de convergência rápido.

Os resultados para esta estratégia usada nos casos 2, 7 e 9 são mostrados na tabela 4.

Tabela 4: Casos 2, 7 e 9 com a alocação dinâmica.

Caso	Sistema	Tempo máximo ( $\mu s$ )	Máximo $\varepsilon_3 (\times 10^{-20})$
2	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2]^T = M_a^{1,2}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3]^T = M_b(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	210	0.943
7	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_3]^T = M_a^{1,3}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2]^T = M_b^{1,2}(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	190	0.988
9	$[\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_3]^T = M_a^{1,3}(\mathbf{u}_b)\mathbf{u}_a$ $[\hat{\tau}_2]^T = M_b^2(\mathbf{u}_a)\mathbf{u}_b$	188	0.937

## 4.6 APLICAÇÃO NO ASV

Antes de aplicar a alocação de forças e torques no ASV, é necessário garantir que a técnica utilizada consiga entregar os valores solicitados com o menor erro possível.

Uma vez que as ACVs  $F_x$ ,  $F_y$  e  $\tau_\psi$  variam de  $-1$  a  $1$ , a combinação das mesmas pode levar o sistema a solicitar uma ACR  $\tau_{out} > 1$ , levando-o a instabilidade.

Para solucionar essa singularidade, deve-se mapear a superfície formada pela combinação das Ação de Controle Virtuais (ACVs) de modo que, caso a amplitude máxima seja ultrapassada no controle, ainda assim será limitada pela função implementada respeitando a proporção entre as componentes de cada força.

A formulação matemática para o mapeamento das ACVs está descrita no Anexo A. Após este, é possível alocar os torques e forças do sistema.

### 4.6.1 INTERSEÇÃO COMPLETA

Por atuar apenas em 3 DoFs, escolheu-se implementar o método descrito na Seção 4.3 com interseção completa da matriz de eficácia de controle. Assim, tanto para o cálculos dos ângulos ( $\theta_n$ ) quanto dos PWMs ( $\delta_n$ ) são utilizadas todas as variáveis

virtuais de controle. Desta maneira, tem-se:

$$\mathbf{M}_1(\mathbf{u}_2) = \begin{bmatrix} c\theta_1 & c\theta_2 & c\theta_3 & c\theta_4 \\ s\theta_1 & s\theta_2 & s\theta_3 & s\theta_4 \\ l_x s\theta_1 - l_y c\theta_1 & l_y c\theta_2 - l_x s\theta_2 & l_y c\theta_3 + l_x s\theta_3 & -l_y c\theta_4 - l_x s\theta_4 \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

onde os valores de PWM podem ser obtidos através da Equação 4.65.

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{M}_1^\dagger(\mathbf{u}_2) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

Para calcular o ângulo dos servomotores, é necessário separá-los na CEM do sistema. No entanto, estes aparecem nos termos da matriz como duas funções não lineares, seno e cosseno. Assim, a abordagem adotada é expandir a matriz de modo que  $\sin \theta_{1..4}$  e  $\cos \theta_{1..4}$  sejam tratados de forma independente. Deste modo, tem-se a matriz expandida a seguir:

$$\mathbf{M}_2(\mathbf{u}_1) = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \delta_2 & 0 & \delta_3 & 0 & \delta_4 & 0 \\ 0 & \delta_1 & 0 & \delta_2 & 0 & \delta_3 & 0 & \delta_4 \\ -l_y \delta_1 & l_x \delta_1 & l_y \delta_2 & -l_x \delta_2 & l_y \delta_3 & l_x \delta_3 & -l_y \delta_4 & -l_x \delta_4 \\ c\theta_1 & s\theta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c\theta_2 & s\theta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c\theta_3 & s\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c\theta_4 & s\theta_4 \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

Desta forma, pode-se obter:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \\ \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \\ \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \\ \cos \theta_4 \\ \sin \theta_4 \end{bmatrix} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{M}_2^\dagger(\mathbf{u}_1) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ \tau_\psi \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

Vale destacar que ainda não temos as ACRs de interesse. Para encontrá-las consi-

derando o *frame* do veículo, é utilizado a função trigonométrica  $\text{atan2}$ , em que tem-se:

$$\theta_n = \text{atan2}(\sin \theta_n, \cos \theta_n) \quad (4.68)$$

É importante notar que as linhas 4 a 7 da Equação 4.67 são restrições matemáticas que impõem a propriedade  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ . Isso garante que o sistema não encontre nenhum  $\sin$  ou  $\cos$  fora do círculo trigonométrico unitário.

Assim, obtém-se todas as ACRs do sistema e se necessário, pode-se reiniciar o processo iterativo até que os critérios de convergência sejam atingidos.

## 5 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com o desenvolvimento deste trabalho. A Seção 5.1 se concentra na técnica de alocação de controle, apresentando os resultados para diferentes cenários. A Seção 5.2 apresenta o controle de posição e missão automática do veículo para diferentes situações de movimento com validação por meio de resultados simulados desenvolvidos no *software* MatLab<sup>®</sup> e reais, executados em campo.

### 5.1 ALOCAÇÃO DE FORÇAS E TORQUES

Antes de aplicar a alocação de controle, faz-se necessário mapear as ACVs do sistema. Esse processo é necessário devido à amplitude de cada ACV variar individualmente de 0 a 100%, podendo chegar a uma requisição de 300% (quando todas as ACVs têm valor máximo). Entretanto, as ACRs não alcançam toda essa amplitude, sendo limitado apenas a 100% da potência dos motores e ao direcionamento dos servos. O processo de mapeamento das ACVs está apresentado em detalhes no Anexo A.

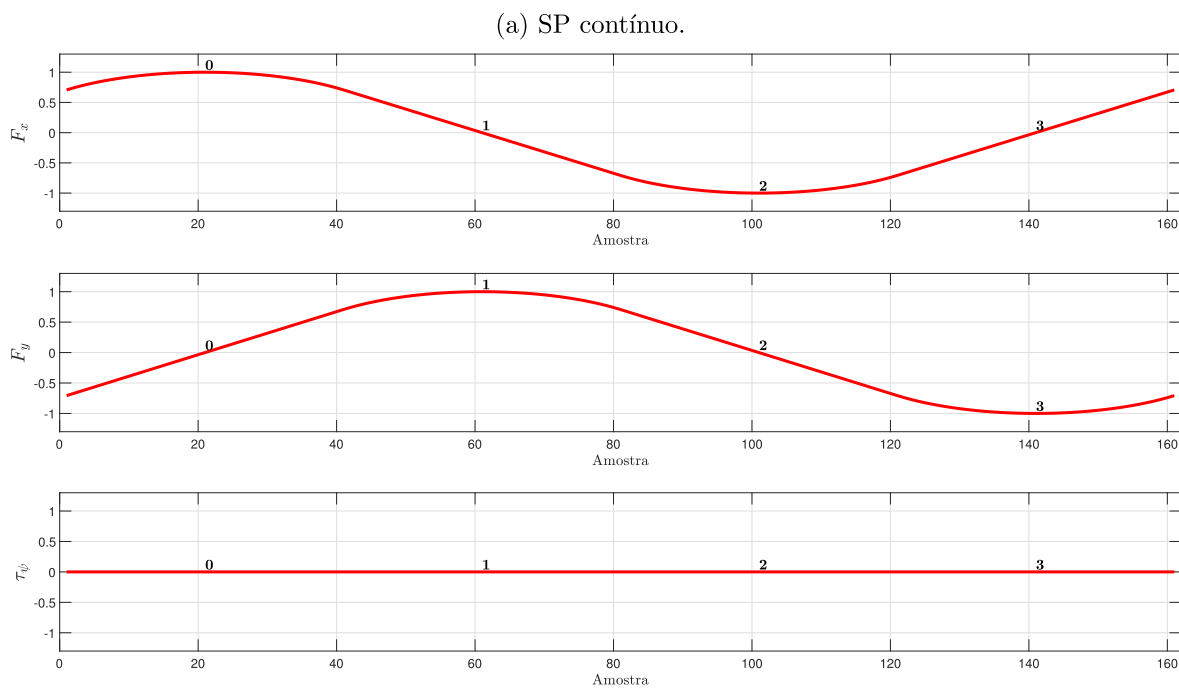
Com o rádio controle já mapeado, é possível enviar diferentes SPs para serem alocados de modo a concluir acerca da confiabilidade da técnica apresentada. A resposta da alocação de controle é comparada aos SPs por meio da integral do erro absoluto (IAE) entre os sinais, obtendo assim um parâmetro quantitativo para avaliação do sistema.

#### 5.1.1 CENÁRIO 1

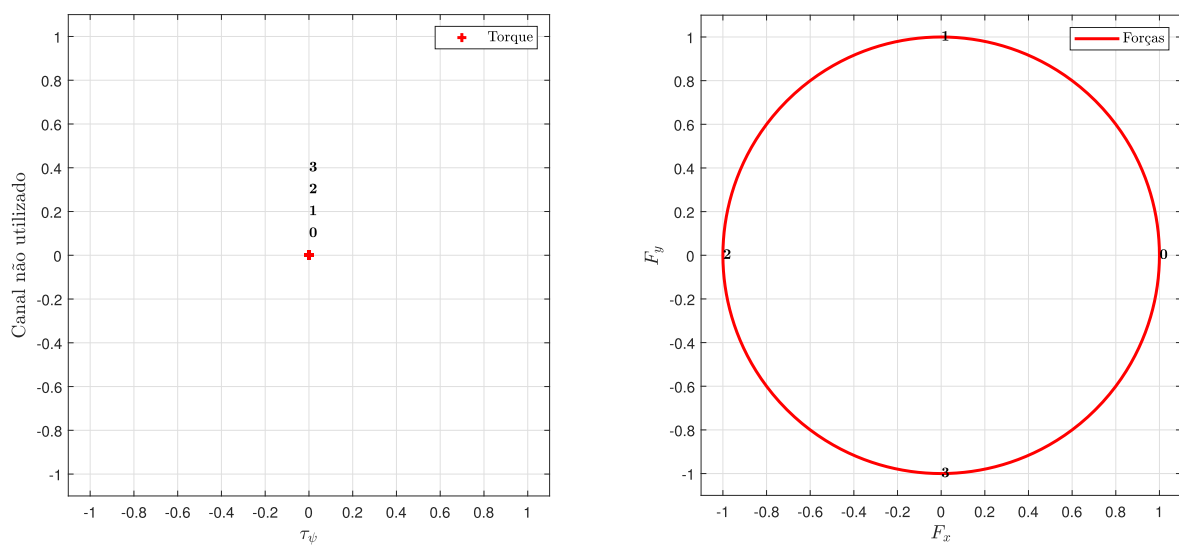
No primeiro cenário, deseja-se estudar as forças alocadas em  $\vec{i}$  ( $F_x$ ) e  $\vec{j}$  ( $F_y$ ) do  $\mathcal{F}^{BF}$ , assim não serão enviados comandos de torque em guinada  $\tau_\psi$ . Desta forma, o SP já mapeado possui a forma apresentada na Figura 45a, percorrendo os extremos no controle como apresentado na Figura 45b.

A Figura 45b representa os *sticks* presentes no rádio controle onde, o lado direito é responsável pelo comando das forças e o lado esquerdo é responsável pelo torque de

Figura 45: SP mapeado para o Cenário 1.



(b) Representação do rádio controle.

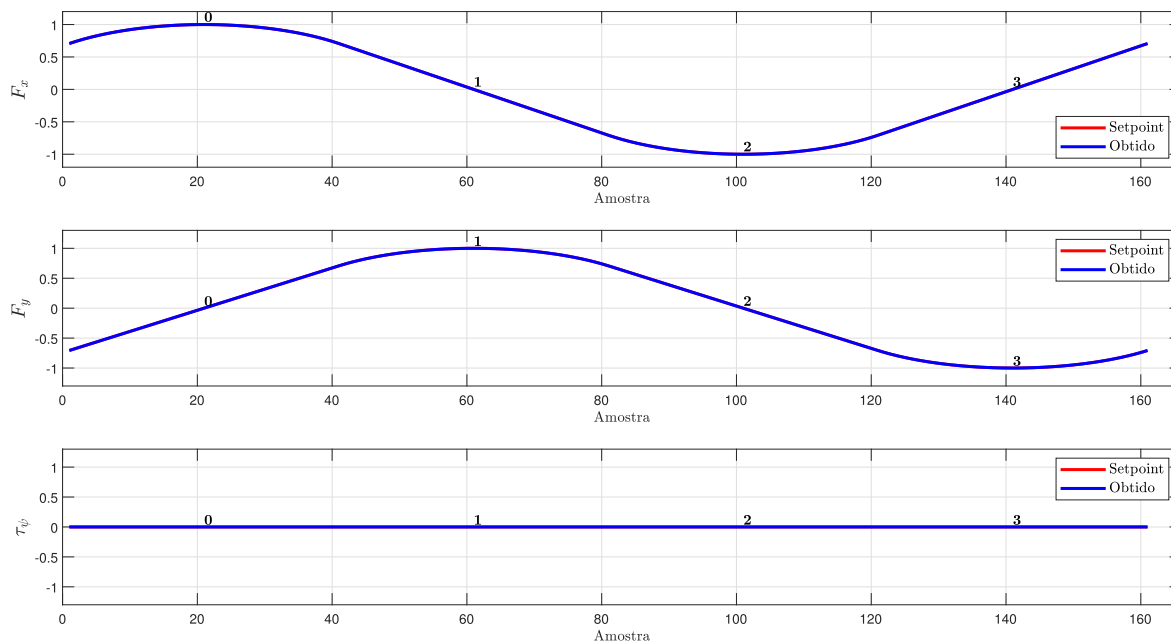


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

guinada. Deve-se observar também que os SPs mostrados estão normalizados entre  $-1$  e  $1$ .

A partir dos valores descritos na Tabela 2, pode-se observar que a força máxima de propulsão do veículo é  $84\text{N}$ . Desta maneira, a alocação para o caso tratado pode ser vista na Figura 46.

Figura 46: ACVs - Cenário 1.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Através das curvas apresentadas, observa-se que o erro de alocação é nulo do ponto de vista prático, visto que o resultado obtido está perfeitamente sobre o SP. De modo a verificar quantitativamente, a Tabela 5 apresenta a integral do erro absoluto para cada SP.

Tabela 5: Integral do erro de alocação do Cenário 1.

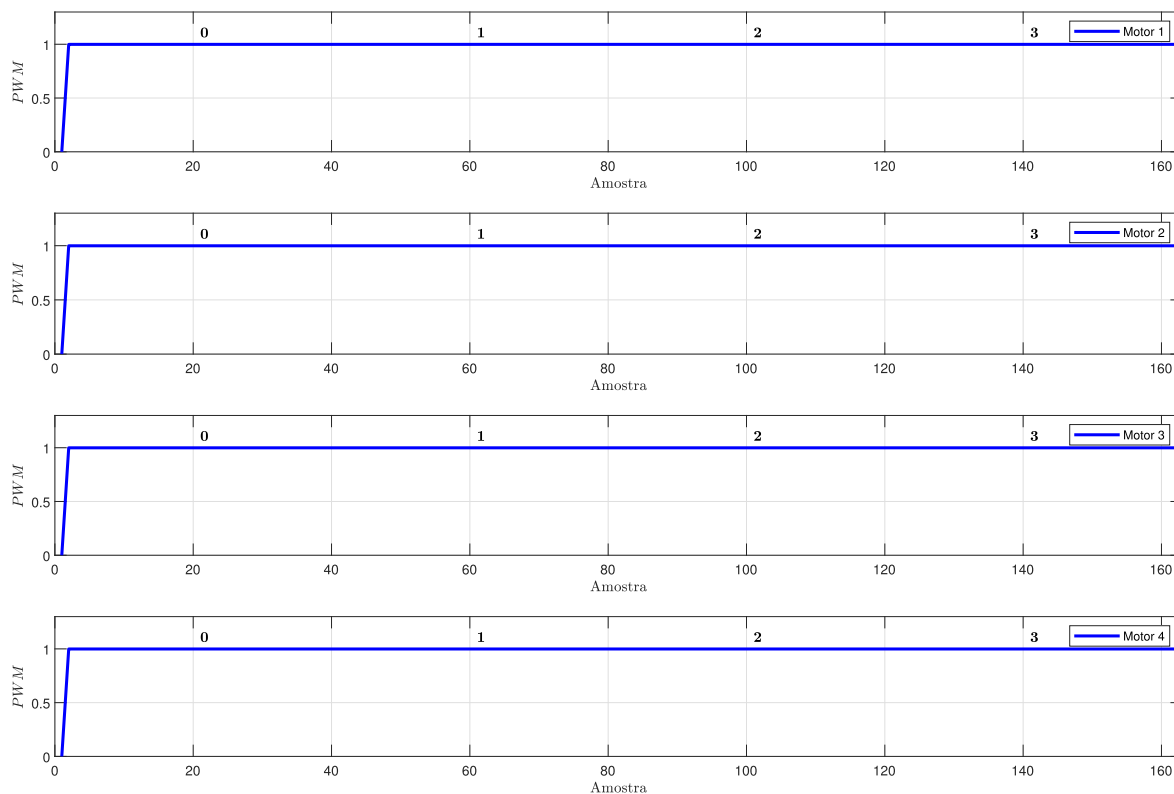
SP	Integral do Erro
$F_x$	$0.25 \times 10^{-13}$
$F_y$	$0.26 \times 10^{-13}$
$\tau_\psi$	$0.01 \times 10^{-13}$

As ACRs podem ser vistas nas figuras a seguir, onde a Figura 47a apresenta o comando de PWM de cada motor e a Figura 47b o ângulo em graus de cada um deles.

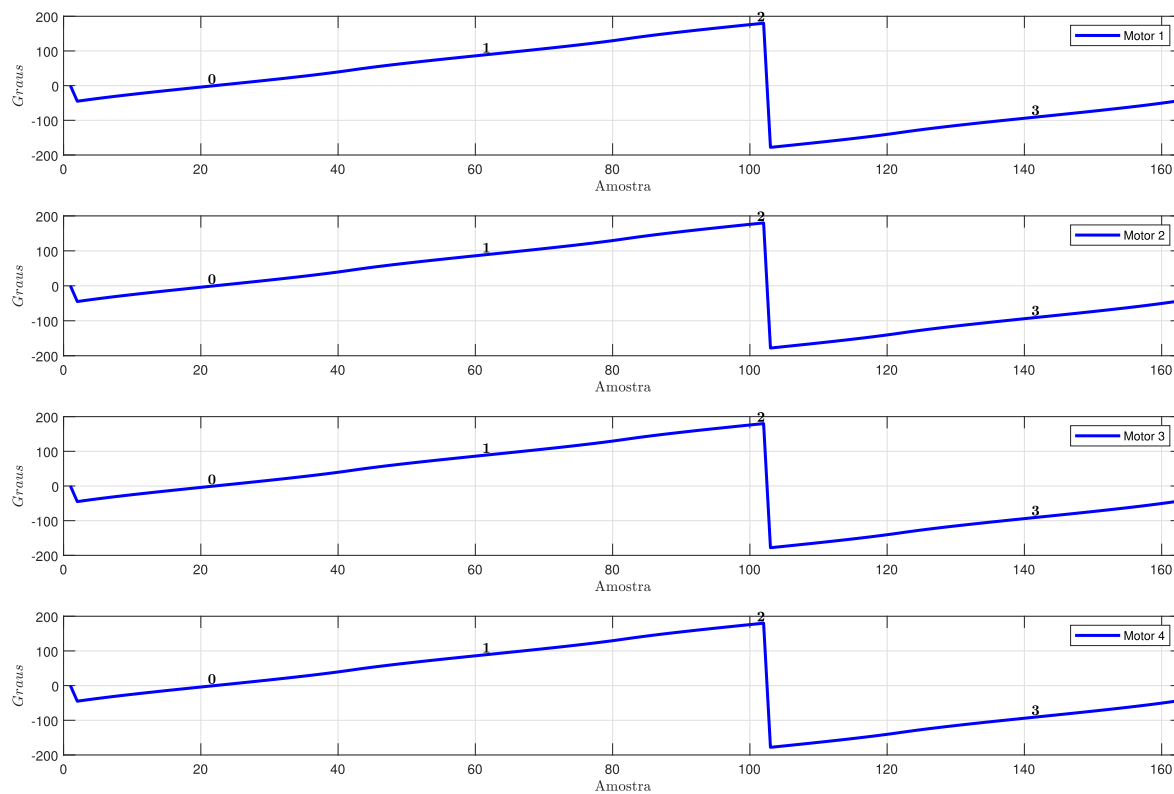


Figura 47: ACRs - Cenário 1.

(a) PWMs de saída dos motores.



(b) Ângulo de saída dos motores.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Percebe-se que uma vez que o veículo não necessita aplicar torque, os ângulos dos servomotores variam aproximadamente com a mesma taxa e no mesmo sentido. Quando o ângulo atinge o valor de  $180^\circ$  o servomotor completa uma volta e retorna ao limite inferior ( $-180^\circ$ ) sem causar qualquer distúrbio ao sistema. Como o módulo da força solicitada é sempre máximo, o valor de PWM cresce rapidamente nos primeiros instantes e se mantém até o final do SP.

Como visto na Tabela 5, o erro apresentado é pequeno, podendo ser aproximado a zero, o que leva a verificar que para o caso de  $\tau_\psi = 0$  a técnica de alocação se mostra eficiente.

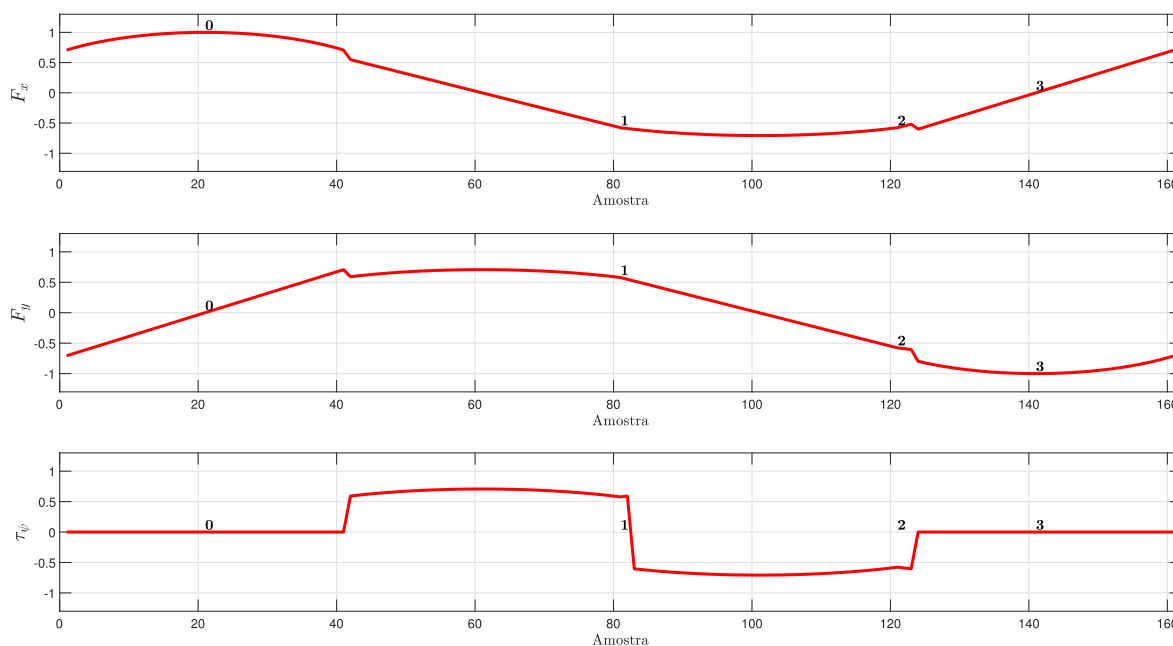
### **5.1.2 CENÁRIO 2**

No segundo cenário, deseja-se levar o sistema a um caso onde sejam necessárias todas as ACVs ao mesmo tempo, ou seja,  $[F_x, F_y, \tau_\psi] \neq 0$ . Neste cenário é possível perceber com maior clareza o efeito do mapeamento das ACVs, que são ajustadas para a região mais próxima da alcançável antes de serem alocadas.

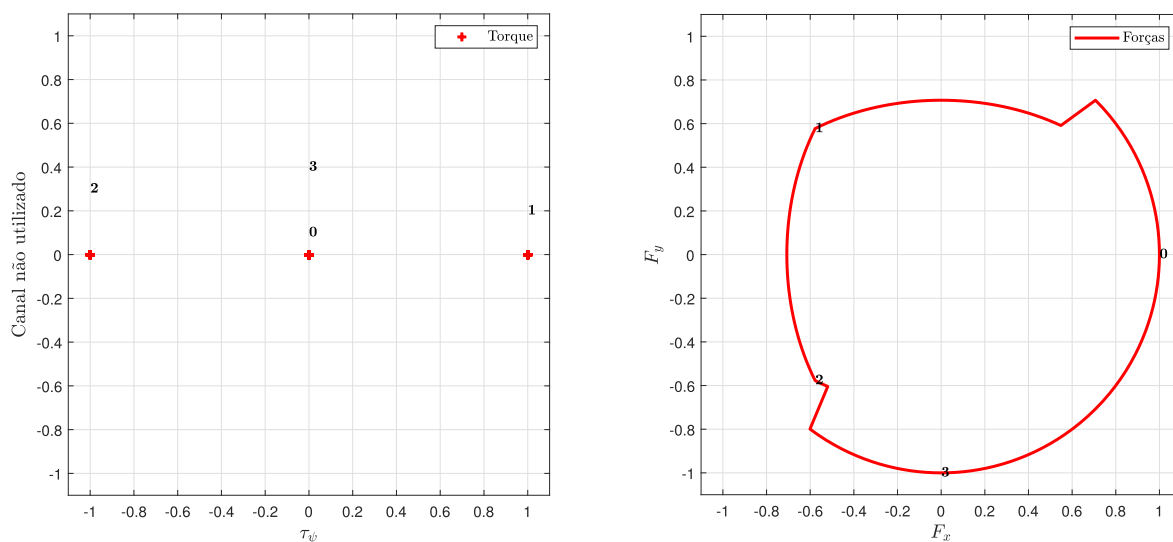
Desta maneira, a Figura 48a apresenta os SPs do sistema já mapeados e a Figura 48b os respectivos pontos do rádio controle para o desenvolvimento dos mesmos.

Figura 48: SPs mapeados para o Cenário 2.

(a) SPs contínuos.



(b) Representação no rádio controle.

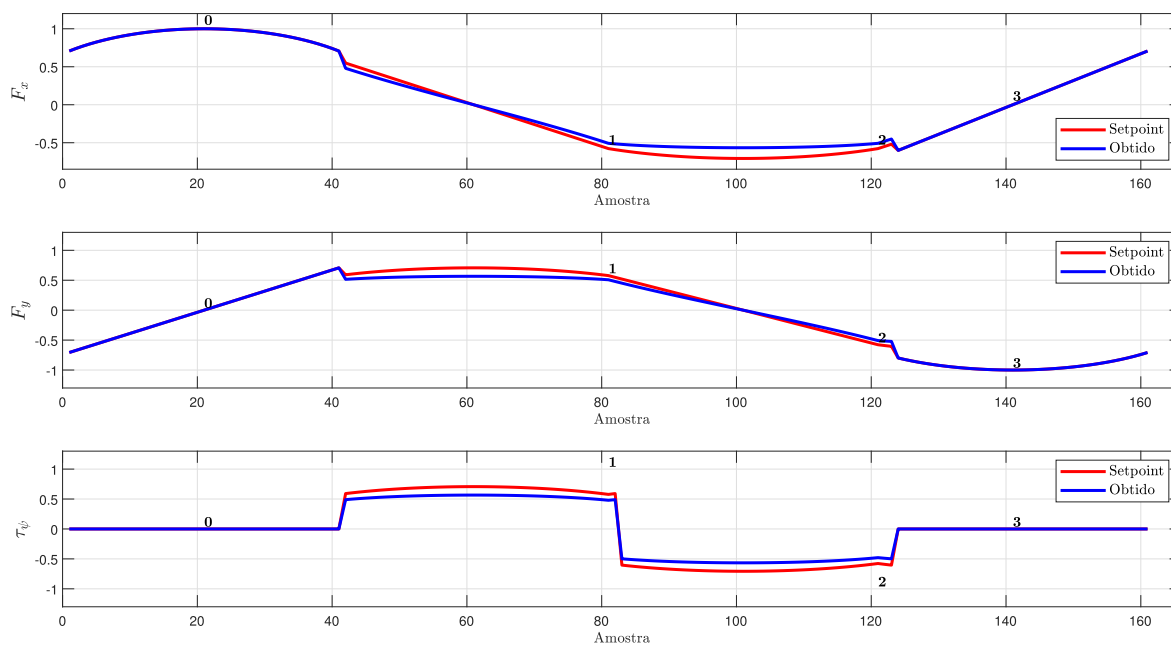


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Assim como no cenário anterior, os valores apresentados como SPs estão normalizados. Neste caso é possível verificar que mesmo com o valor solicitado em cada DoF apresentando módulo máximo igual a 1, as ACVs são mapeadas para uma região de factibilidade que possa ser alcançada respeitando as proporções requisitadas no momento. Na Figura 48b é possível verificar que quando há solicitação de torque no sistema, as forças são reduzidas automaticamente através do mapeamento do sistema.

Os resultados da alocação de controle são apresentados na Figura 49.

Figura 49: ACVs - Cenário 2.



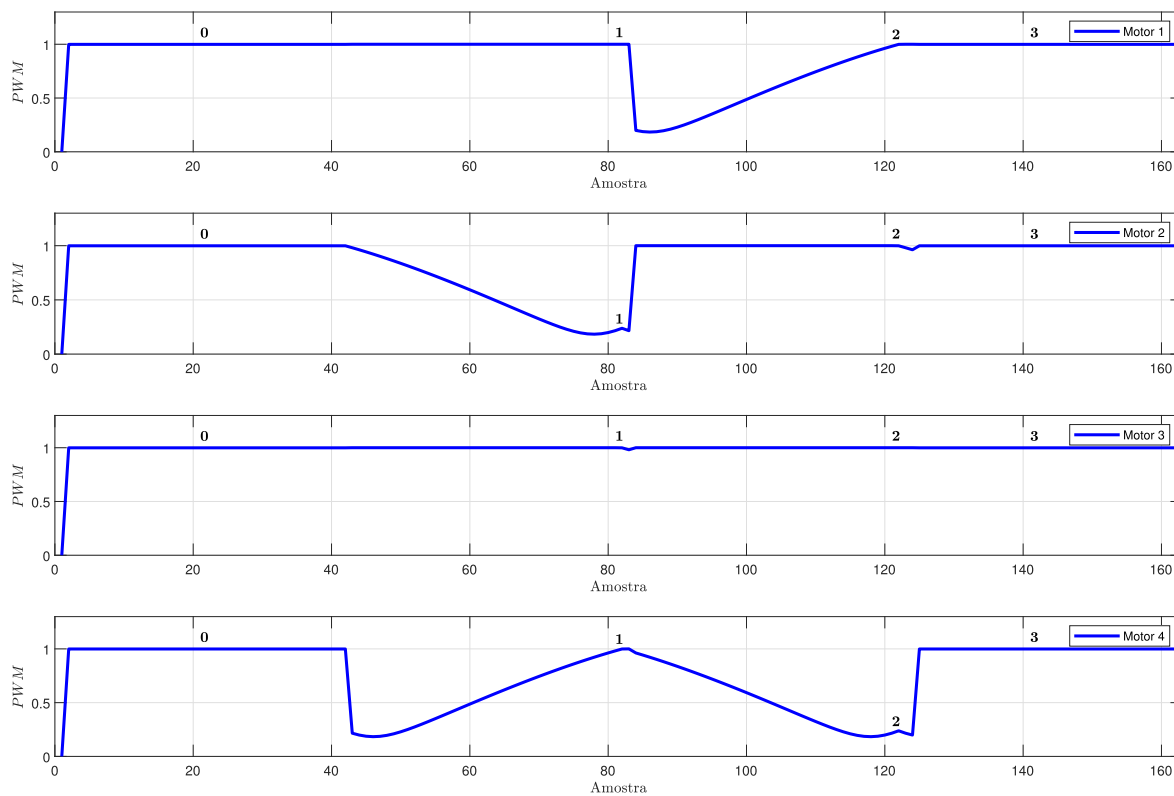
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Pode-se observar que, de forma qualitativa, a técnica de alocação possibilitou ao sistema entregar as ACVs solicitadas pelos controladores apresentando erros pouco significativos apenas em momentos de grande complexidade de movimentos.

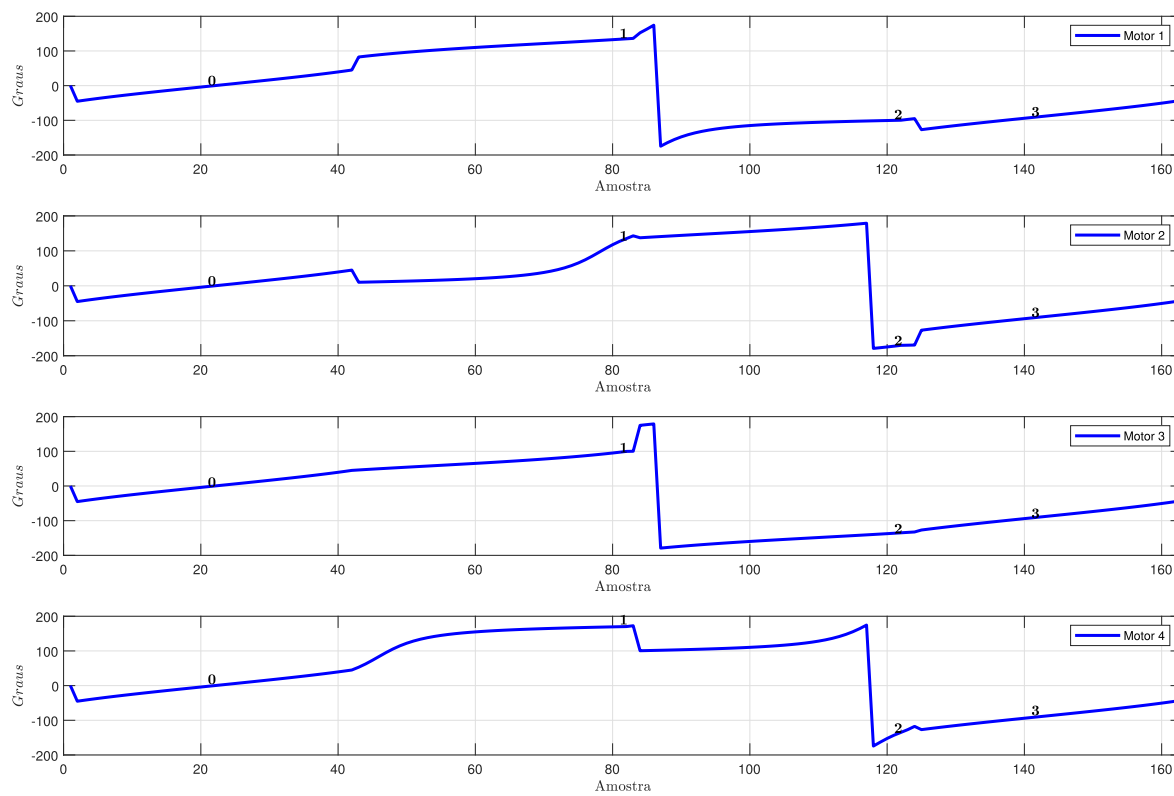
As ACRs podem ser vistas na Figura 50.

Figura 50: ACRs - Cenário 2.

(a) PWMs de saída dos motores.



(b) Ângulo de saída dos motores.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Para o Cenário 2, pode-se observar que os atuadores são alterados de forma independente e, em alguns momentos, em sentidos opostos. Entretanto, a combinação das ACRs leva aos SPs desejados.

A Tabela 6 apresenta a integral do erro para uma avaliação quantitativa do método.

Tabela 6: Integral do erro de alocação do Cenário 2.

Setpoint	Integral do Erro
$F_x$	6.5
$F_y$	6.52
$\tau_\psi$	10.28

Como esperado, os erros para o Cenário 2 apresentam valores superiores aos do Cenário 1 devido à maior complexidade da composição dos sinais alocados. Todavia, o sistema ainda assim apresentou um erro pequeno quando considerado as amplitudes das ACVs e o número de amostras, demonstrando sua aplicabilidade ao veículo sem que o desempenho do mesmo seja prejudicado de forma considerável.

Tendo em vista os resultados apresentados, pode-se concluir que a técnica tem robustez suficiente para garantir a alocação de ACVs requeridas pelo sistema sem erros que possam levá-lo à instabilidade.

### 5.1.3 TESTE DE CONVERGÊNCIA NUMÉRICA DA ALOCAÇÃO DE CONTROLE

Esta seção ilustrará os testes de convergência numérica da técnica FCA, em comparação com o MatLab<sup>®</sup> toolbox *fmincon* não linear usando 2 técnicas, NL1 (Conjunto Ativado - *Active-set*) e NL2 (Pontos Interiores - *Interior-Point*) sem o procedimento de quebrar o sistema.

O objetivo é comparar o comportamento, os esforços computacionais e a análise de convergência de 1000 cenários simulados. Cada cenário representa uma missão de 20 segundos com até 10 pontos de ajuste diferentes para cada grau de liberdade individual, explorando situações aleatórias e diferentes.

A Tabela 7 mostra a média, máximo e mínimo do índice IAE ( $\epsilon$ ,  $\bar{\epsilon}$ ,  $\underline{\epsilon}$ ) e tempo ( $\mathbf{t}$ ,  $\bar{\mathbf{t}}$ ,  $\underline{\mathbf{t}}$ ) para cada missão respectivamente.

O IAE foi calculado por:

$$IAE = \sum_{i=0}^n \sqrt{(F_x - \hat{F}_x)^2 + (F_y - \hat{F}_y)^2 + (\tau_\psi - \hat{\tau}_\psi)^2} \quad (5.1)$$

onde  $[F_x, F_y, \tau]$  e  $[\hat{F}_x, \hat{F}_y, \hat{\tau}_\psi]$  são as forças de controle e torques desejados e fornecidos.

Tabela 7: Índice IAE e tempos para diferentes técnicas de alocação.

<b>Índice</b>	<b>FCA</b>	<b>NL1</b>	<b>NL2</b>
$\varepsilon$	<b>0.0004</b>	3.3147	1.6951
$\bar{\varepsilon}$	<b>0.0214</b>	590.82	19.671
$\underline{\varepsilon}$	<b>0.0000</b>	0.0047	0.0092
$t$	<b>0.0007</b>	0.0039	0.0075
$\bar{t}$	<b>0.0039</b>	0.0087	0.0562
$\underline{t}$	<b>0.0002</b>	0.0031	0.0039

Os resultados da Tabela 7 mostram que o FCA apresentou erro médio pelo menos 1.000 vezes menor e tempo médio de convergência 2 vezes mais rápido que as outras duas abordagens. O tempo de convergência do NL1 e NL2 torna então impraticável para aplicações embarcadas com poucos recursos computacionais. Além disso, a seção 5.1.3.1 descreve uma missão simulada para fornecer uma melhor compreensão do processo de convergência e da eficácia do FCA proposto.

### 5.1.3.1 COMPARAÇÃO DE CASOS SIMULADOS

A Figura 51 mostra um dos cenários simulados aleatoriamente. Na imagem, os gráficos  $F_x, F_y$  e  $\tau_\psi$  representam as forças e torques desejados e encontrados pelas abordagens FCA (azul), NL1 (verde) e NL2 (magenta). É possível corroborar os resultados do IAE da Tabela 7 uma vez que o FCA sempre encontrou os SPs desejados. O NL1 e o NL2 apresentavam erros principalmente quando algum ponto de ajuste era alterado.

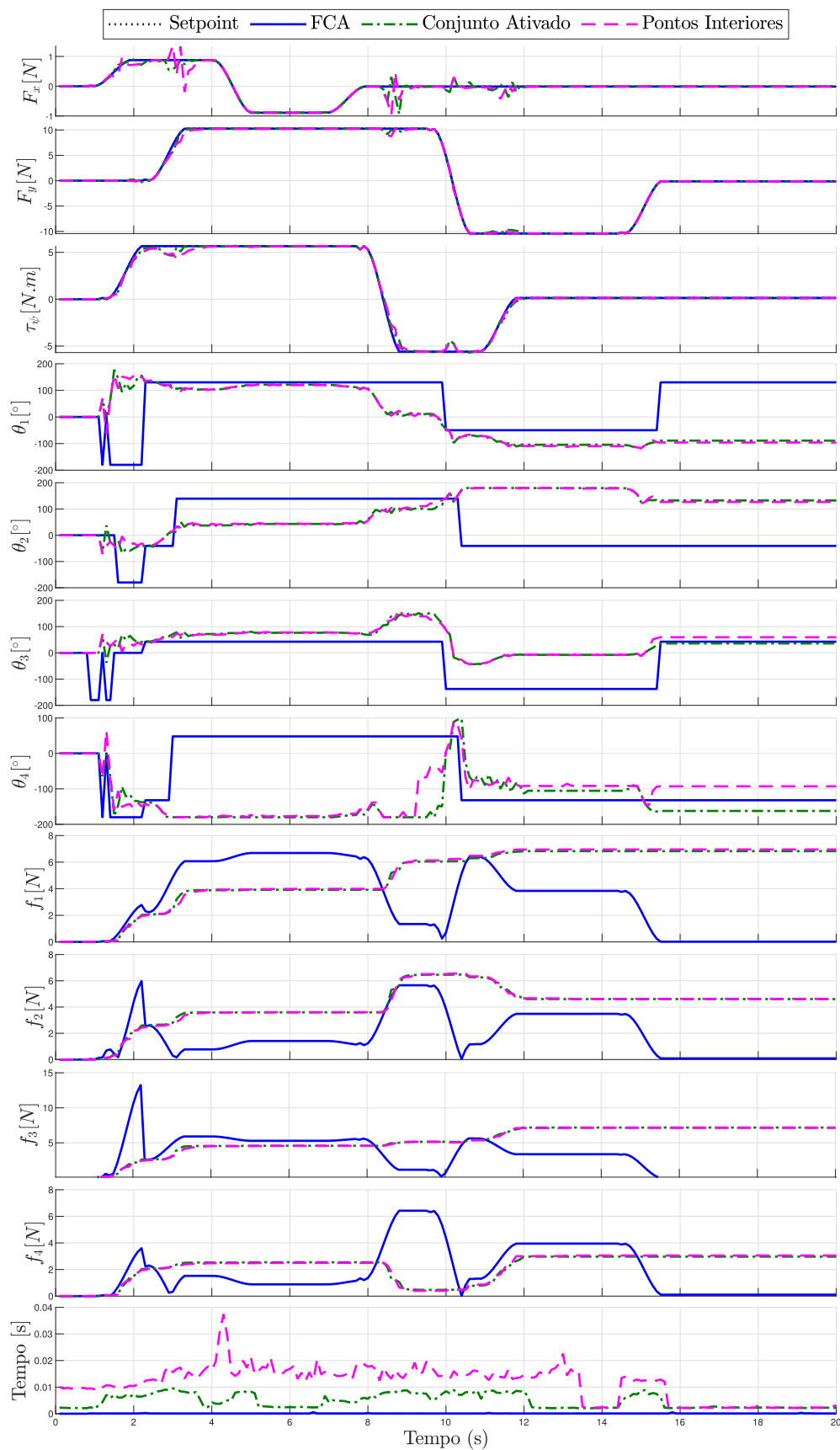
Os gráficos de  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, f_1, f_2, f_3$  e  $f_4$  mostram o ângulos obtidos e as forças para cada motor. Um resultado interessante pode ser visto ao comparar os pontos de ajuste desejáveis com as respectivas configurações dos atuadores; as abordagens NL1 e NL2 forneceram configurações semelhantes com diferentes ângulos e forças, no entanto, quando todas as forças foram definidas para zero, eles ajustaram os ângulos para cancelar as forças. Embora o resultado final esteja correto, ou seja, as forças

compostas e o torque são zero, há um grande desperdício de energia ao manter os impulsos ativos com quase 18N de força.

Finalmente, o gráfico de tempo demonstra que o FCA é mais rápido do que as outras duas implementações em todos os casos, com um resultado até 12 vezes melhor.



Figura 51: FCA, NL1 (Conjunto Ativado) e NL2 (Pontos Interiores) para uma missão.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

## 5.2 CONTROLADOR DE POSIÇÃO INERCIAL

Os testes do controle de posição são divididos em duas etapas: testes simulados e testes reais. Primeiramente são desenvolvidos os testes em ambiente de simulação com o modelo apresentado no Capítulo 2, estrutura de controle descrita no Capítulo 3 e alocação de controle descrita no Capítulo 4. Posteriormente, aplica-se o mesmo SP ao sistema real e, a partir dos dados colhidos em campo, faz-se a comparação com o ambiente simulado e os SPs desejados.

Os testes de simulação foram desenvolvidos no *software* MatLab<sup>®</sup> na versão de estudante R2018b, em um computador com configurações: Processador Intel(R) Core(TM) i7-3770 CPU 3.40GHz, memória RAM de 16GB DDR3, Sistema operacional Windows 10 Pro 64-bits e placa de vídeo NVIDIA GEFORCE-GTX 660 2GB.

O elemento diferencial de simulação (passo de amostragem) foi escolhido seguindo o utilizado pela placa controladora, que é de  $10ms$  (dez milissegundos). Assim, tem-se as frequências das malhas de controle apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8: Malhas de controle e respectivas frequências.

Malha de Controle	Frequência
Controle de Posição Inercial	10 Hz
Controle de Velocidade	100 Hz

Todas as simulações são desenvolvidas considerando distúrbios atuando sobre o veículo, podendo estes serem internos ou externos como por exemplo o vento, correntezas, ou mesmo, erros de sensoriamento.

Desta maneira, foram desenvolvidas trajetórias com o objetivo de levar o ASV a diferentes situações de navegação, tendo que utilizar variadas amplitudes em seus atuadores.

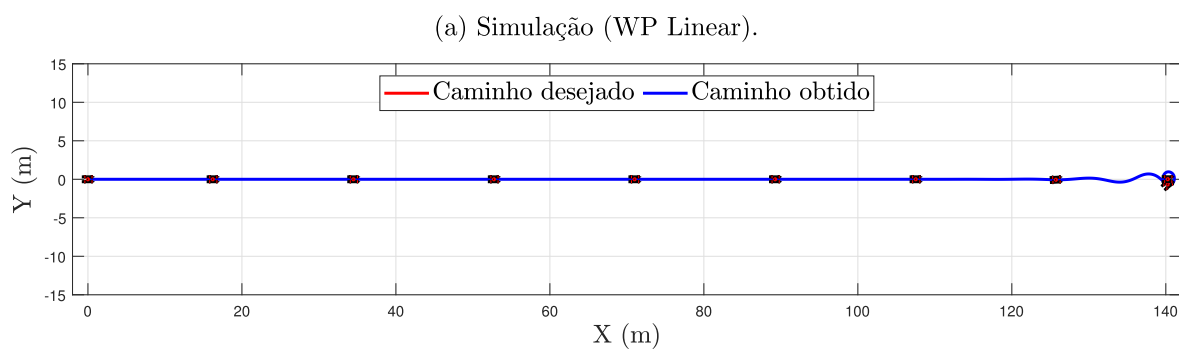
### 5.2.1 CAMINHO EM LINHA RETA

Neste caminho deseja-se impor ao veículo uma navegação semelhante à de embarcações convencionais, onde o objetivo é verificar se a configuração traz limitações a tipos de missões comumente empregados.

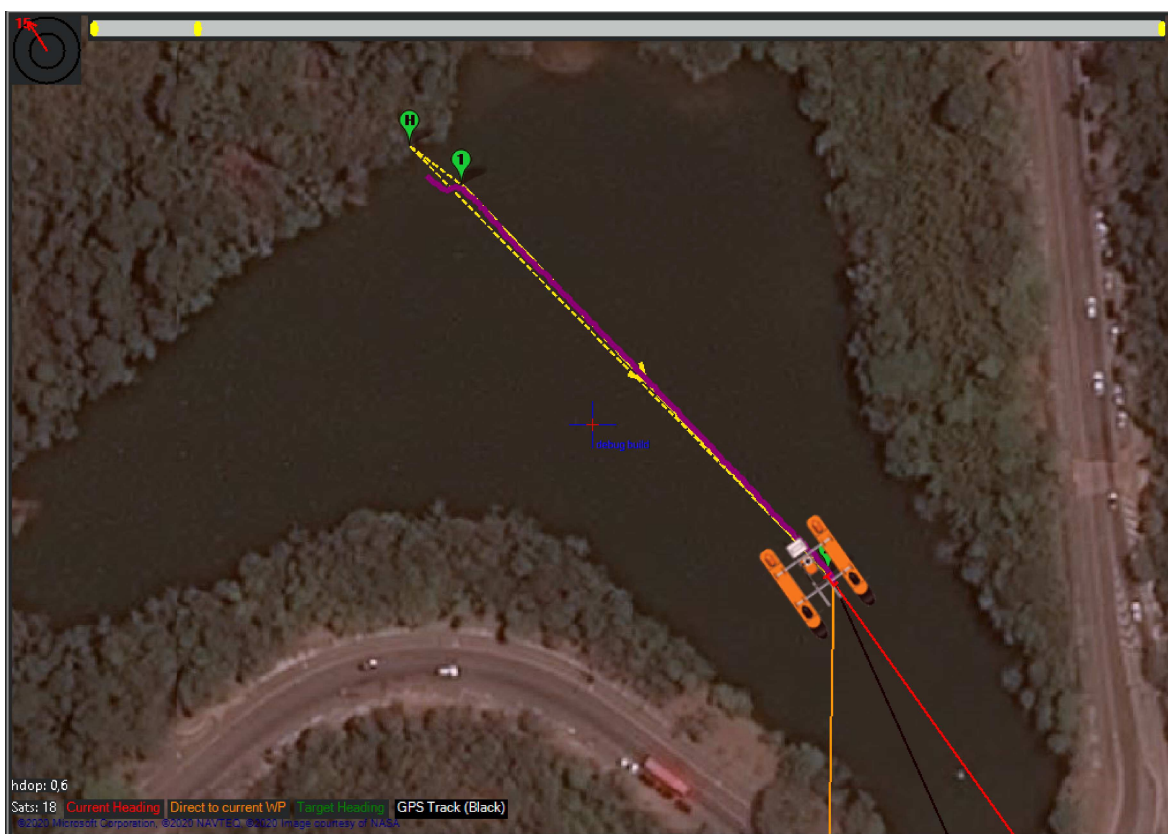
Assim, nesta missão, o ASV deve executar um caminho retilíneo, apresentando movimentação predominantemente em *surge*. Com este teste, também é possível veri-

ficar a velocidade máxima em regime permanente alcançada pelo veículo no eixo  $x$  do referencial do corpo ( $\mathcal{F}^{BF}$ ), uma característica importante quando se trata de agilidade em missões [98].

Figura 52: Controle de Posição - Caminho em linha reta.



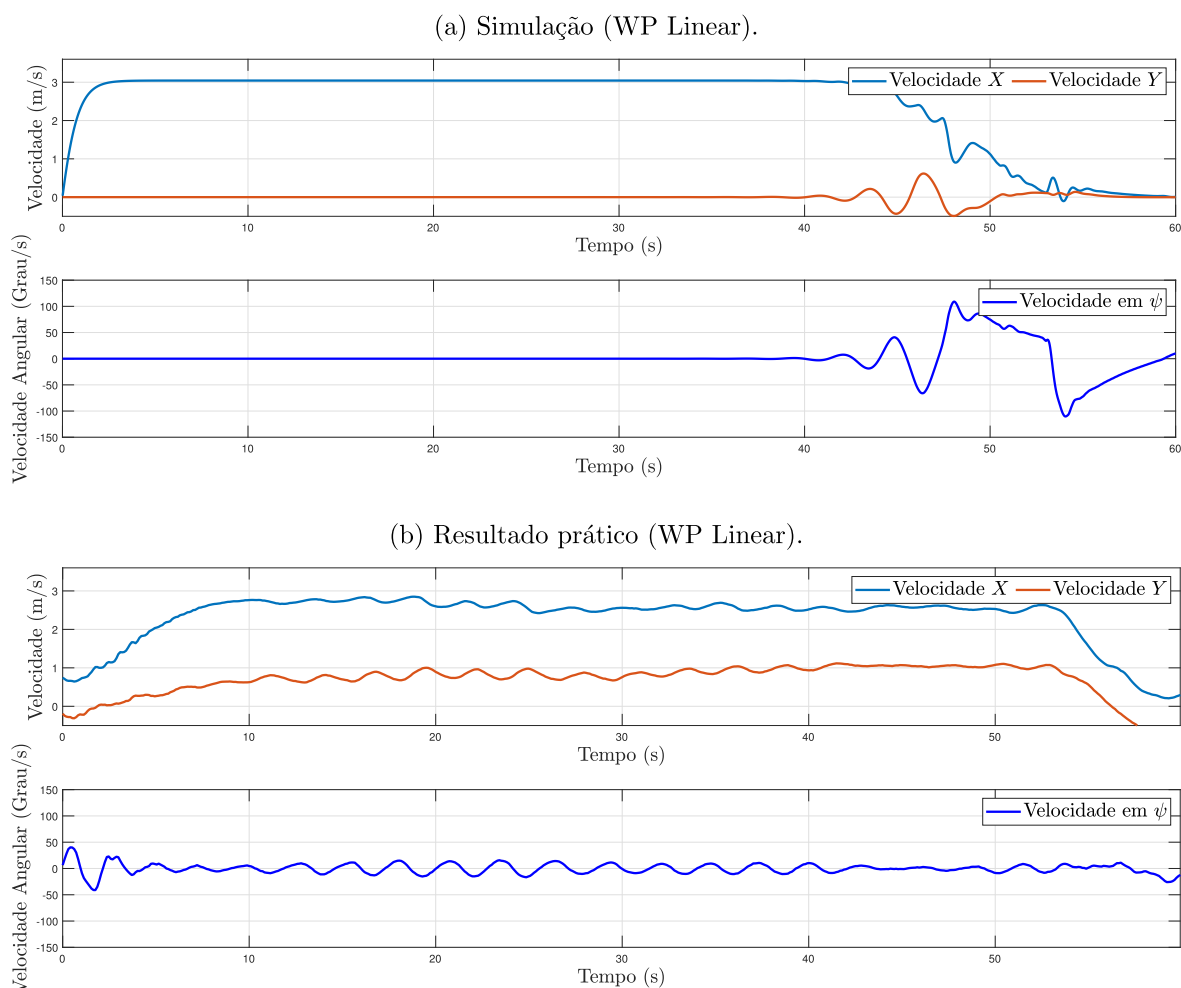
(b) Resultado prático (WP Linear).



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Pode-se observar na Figura 52 que o veículo seguiu o caminho estipulado tanto no teste de simulação (Figura 52a) quanto no teste real (Figura 52b). A Figura 53 apresenta as velocidades de ambos os testes, onde pode-se verificar que a velocidade do veículo em estado estacionário foi de  $3,05\text{m/s}$ .

Figura 53: Velocidade do veículo para o Caminho em linha reta.

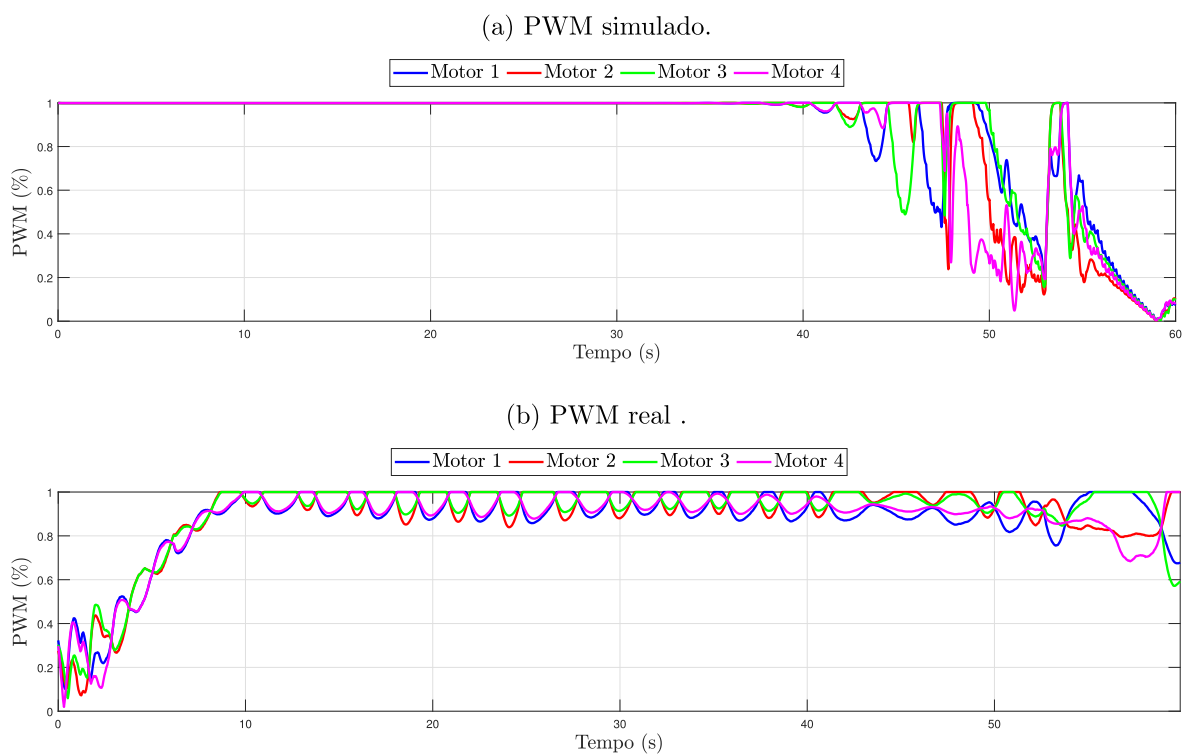


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Percebe-se que o veículo desenvolve apenas  $2.95 \text{ m/s}$ , demonstrando que o limite físico do sistema real está retratado de modo satisfatório no modelo simulado. Como esperado, a velocidade do veículo simulado é levemente superior à do ASV real, o que pode ser ocasionado por ruídos e condições ambientais não retratadas no modelo. Observa-se também que a velocidade em  $y$  é praticamente nula, atingindo de forma satisfatória a dinâmica esperada para o veículo quando em navegação convencional. Contudo, pode-se observar uma pequena oscilação na dinâmica de guinada que pode ser proveniente dos distúrbios externos em conjunto com as não-linearidades do sistema. Pode-se observar também que ao atingir o WP final, o ângulo de guinada varia consideravelmente para parar e manter a posição do veículo.

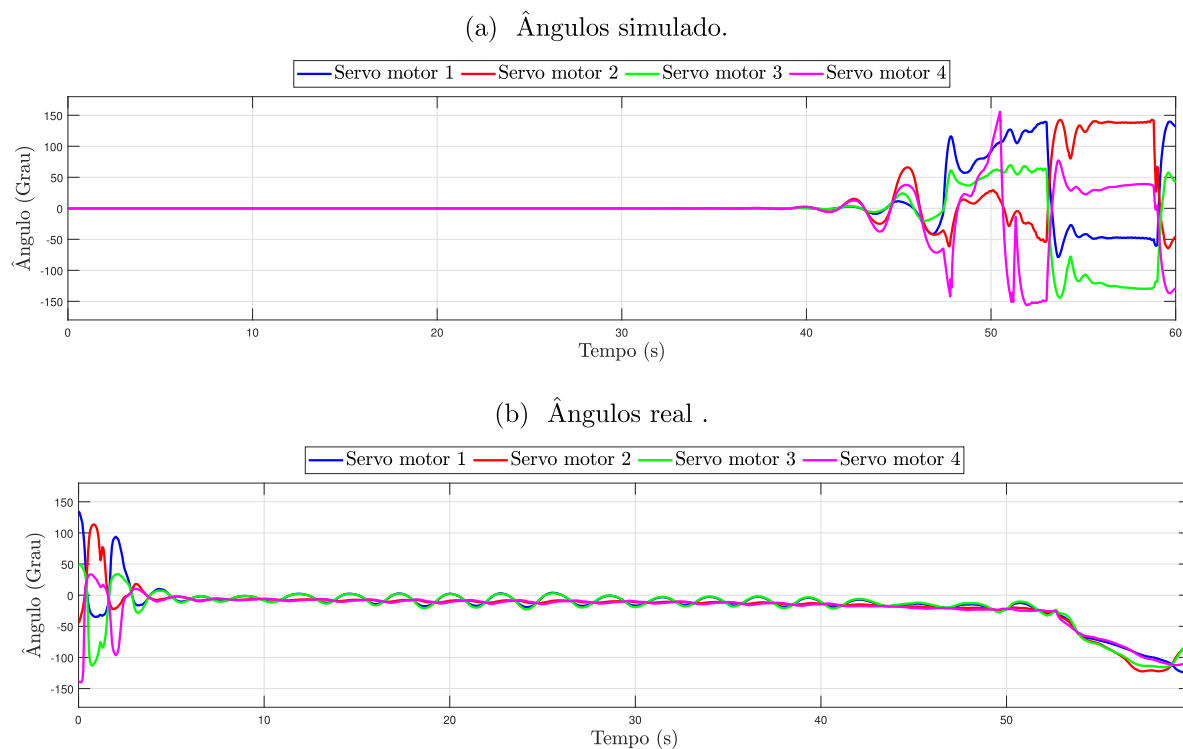
As Figuras 54 e 55 apresentam os PWMs e os ângulos dos servomotores durante a missão.

Figura 54: PWMs do motor para o Caminho em linha reta.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 55: Ângulos dos servomotores para o Caminho em linha reta.

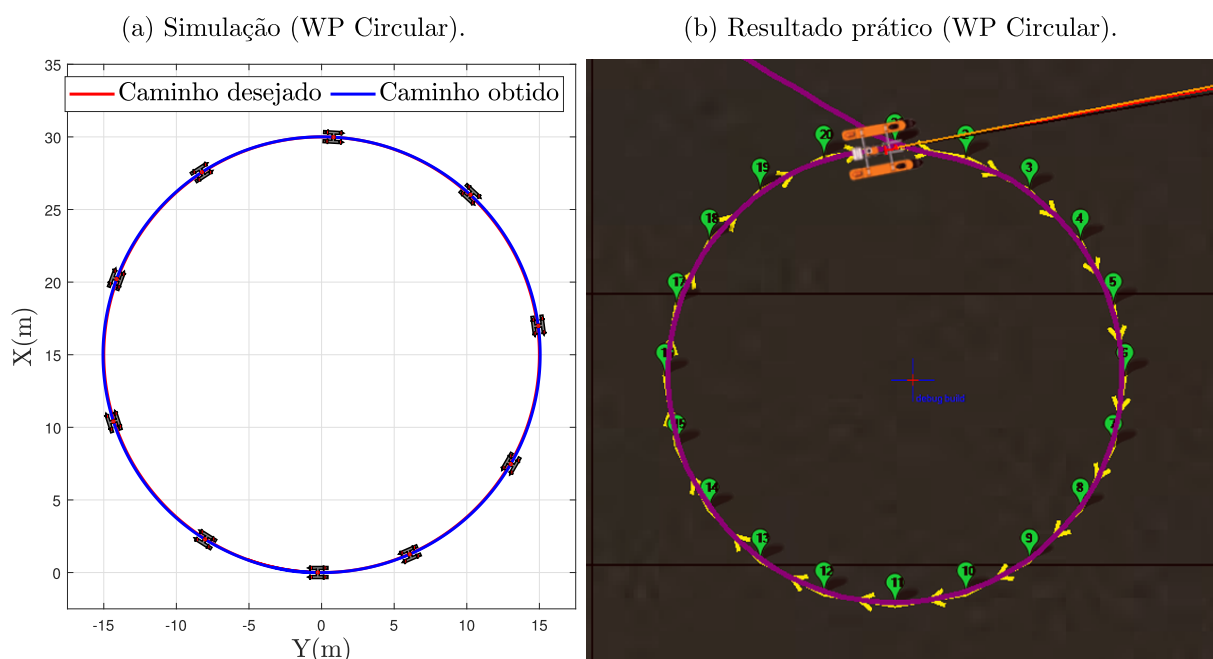


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 5.2.2 CAMINHO CIRCULAR

Para o segundo caminho, deseja-se uma trajetória circular de raio 15 metros, onde o veículo deve ser capaz de manter a proa sempre em direção ao próximo SP. Como a movimentação é predominante em *surge*, foi utilizado a técnica descrita na Seção 3.2.1. A Figura 56 apresenta a resposta do sistema, bem como o SP do mesmo.

Figura 56: Controle de Posição - Caminho circular.



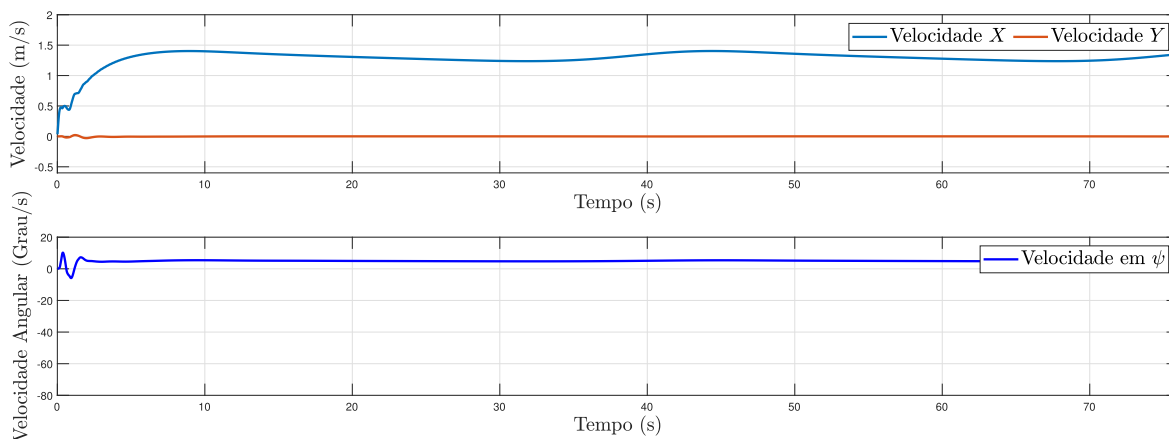
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Pode-se observar que o veículo simulado foi capaz de seguir os pontos determinados apresentando erro desprezível mesmo na presença de ruídos. O teste de campo também apresentou resultados satisfatórios, entretanto pode-se observar um desvio do caminho planejado superior ao simulado. Este desvio é esperado para o teste real e pode ser proveniente de correntezas e outros distúrbios não gaussianos não retratados no modelo.

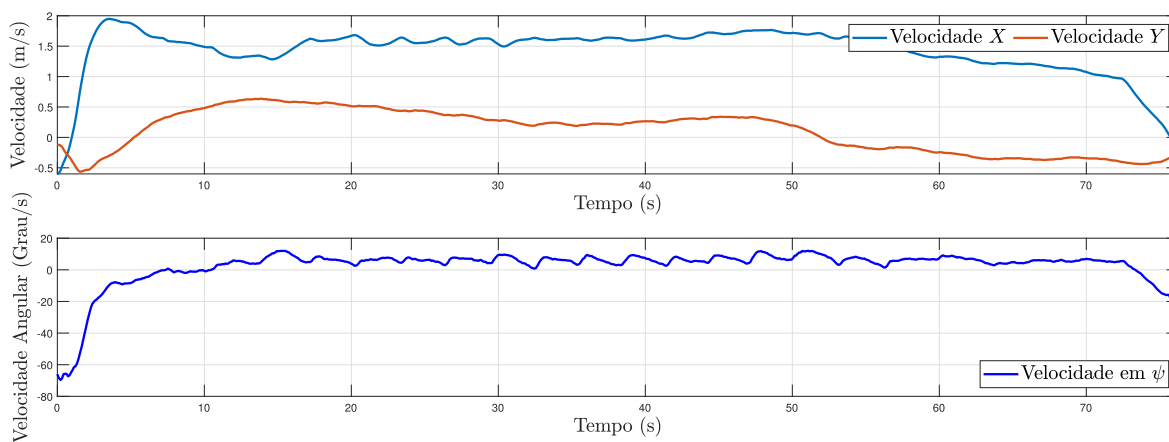
Na Figura 57, pode-se observar que tanto o veículo real quanto o simulado, desenvolveram o circuito com uma velocidade linear por volta de  $1.3 \text{ m/s}$  e uma velocidade angular de aproximadamente  $5^\circ/\text{s}$ .

Figura 57: Velocidade do veículo para o Caminho 2.

(a) Simulação (WP Circular).



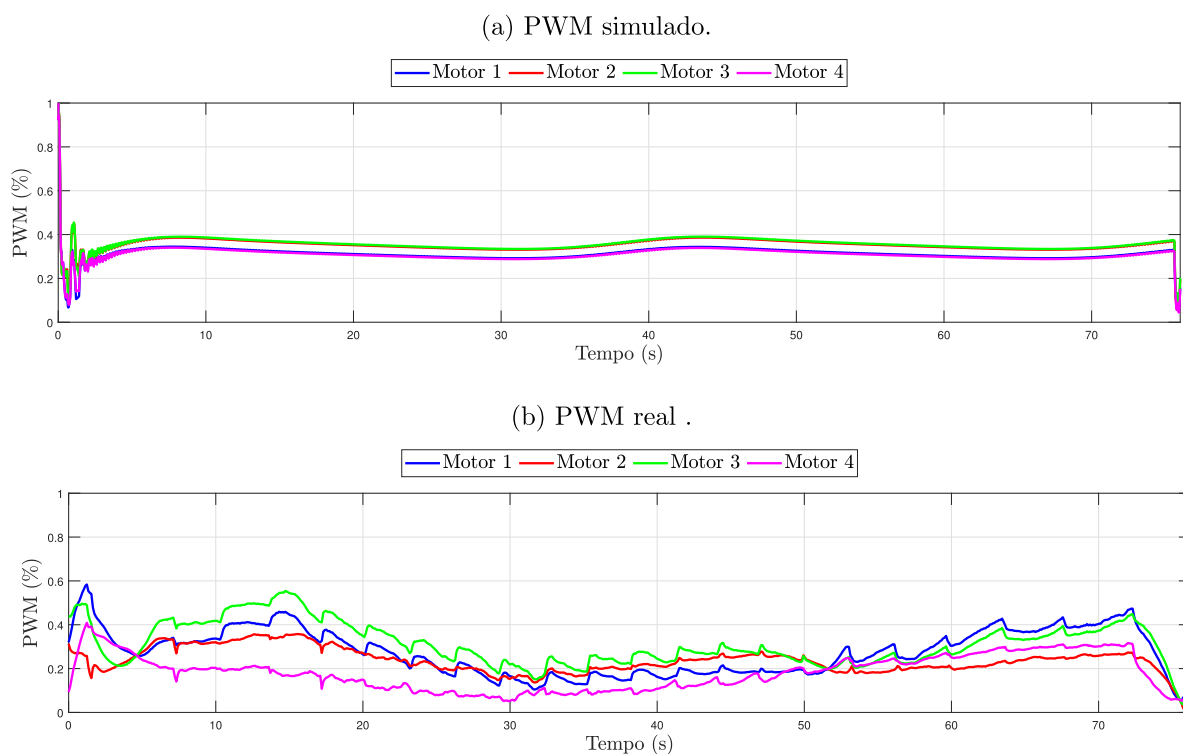
(b) Resultado prático (WP Circular).



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

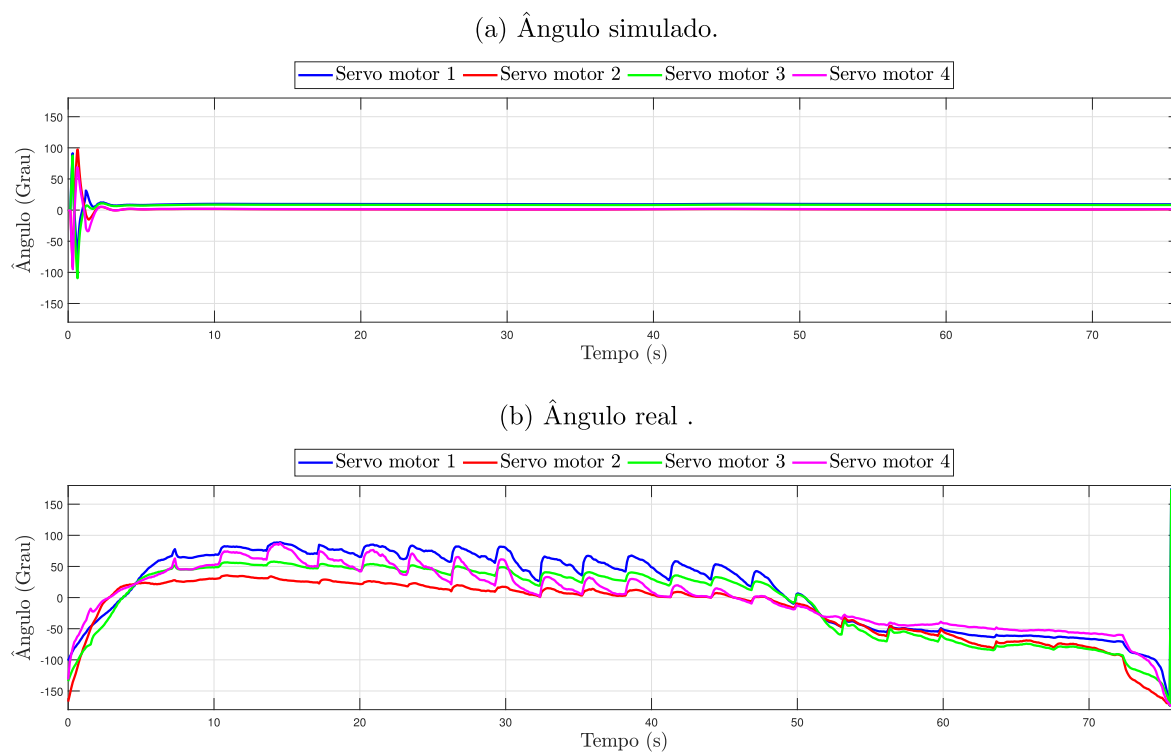
As respostas dos atuadores podem ser observadas nas Figuras 58 e 59.

Figura 58: PWMs do veículo para o caminho circular.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 59: Ângulos dos servomotores para o caminho circular.



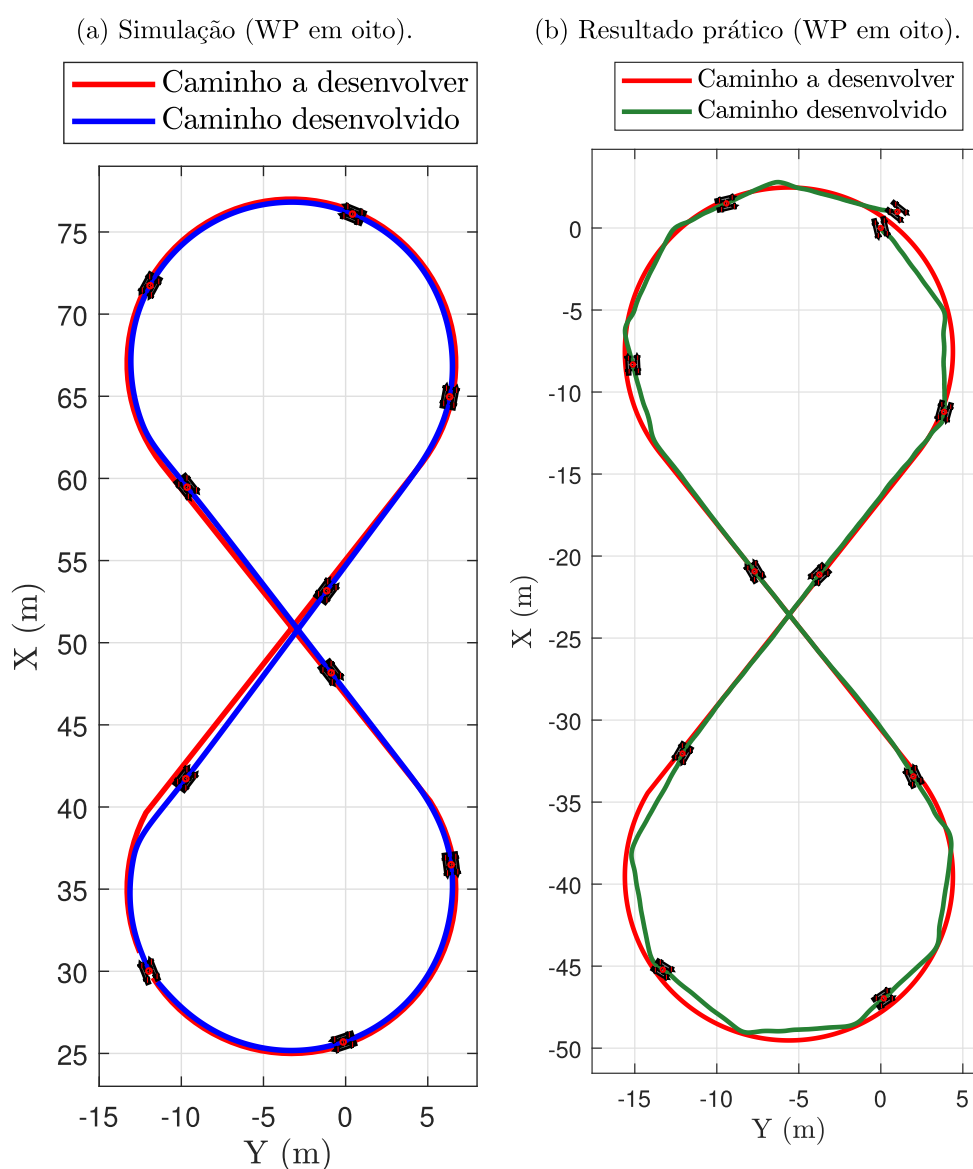
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).



### 5.2.3 CAMINHO EM OITO

No terceiro caminho é implementado uma trajetória em forma de oito. Esta trajetória é comumente empregada em sistemas com controle de posição, pois leva o veículo a utilizar variadas manobras em um mesmo caminho, executando movimentos de avanço (*surge*), movimentos positivos e negativos em *yaw*, além de correções constantes em *sway* [99]. A Figura 60 apresenta a resposta do sistema, onde optou-se por apresentar a trajetória real em cor verde, no *software* MatLab<sup>®</sup> de modo a facilitar a compreensão da mesma.

Figura 60: Controle de Posição - Caminho em oito.

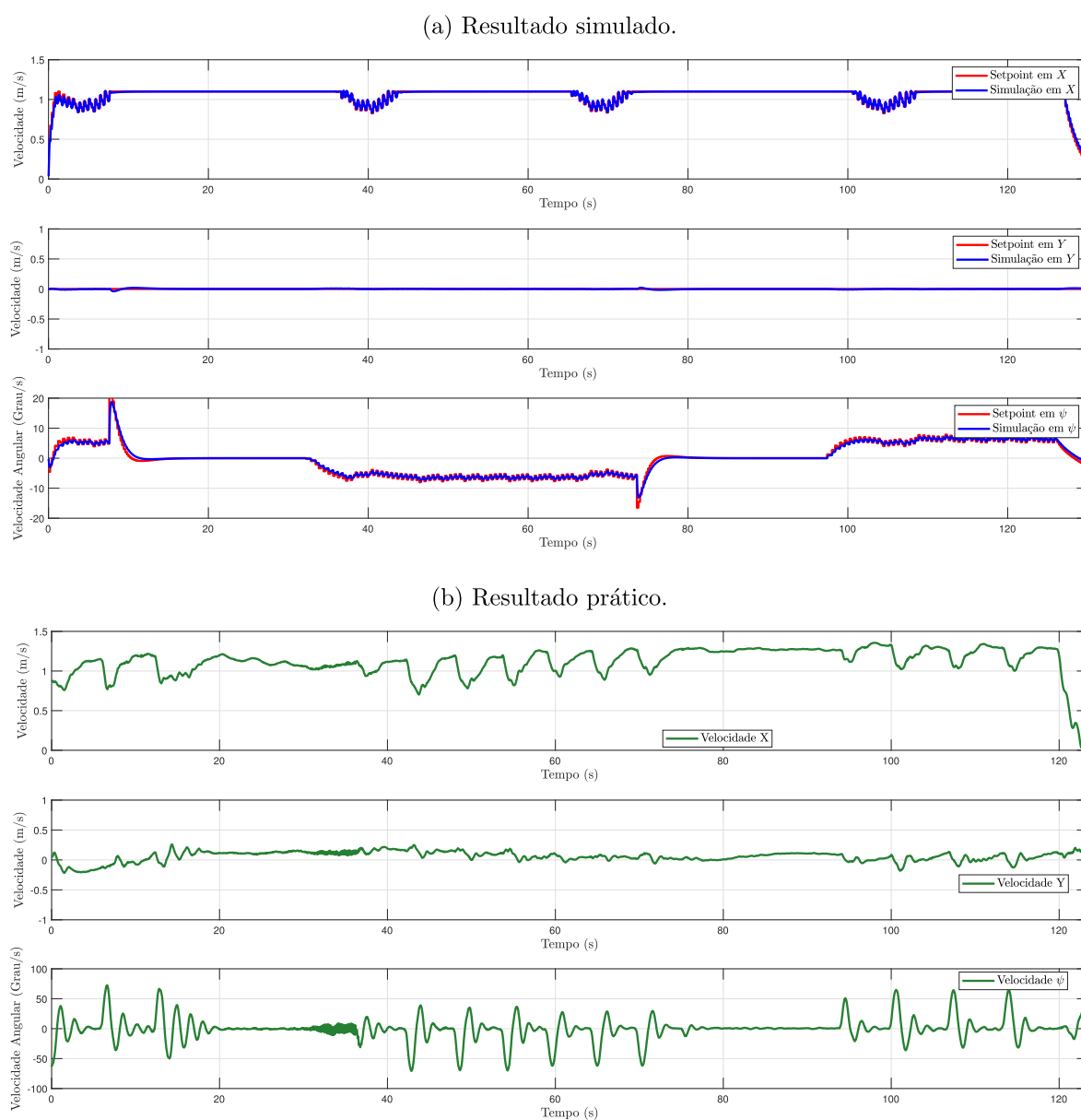


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

É possível observar que o veículo desenvolveu o caminho em ambiente simulado, não apresentando desvio significativo da rota estipulada. O teste real também obteve resultado semelhante ao simulado. Contudo, este apresenta uma pequena diferença em relação a uma rota contínua devido ao tipo de SP utilizado. Isso porque, todo SP contínuo é discretizado para ser passado ao veículo e, neste caso, a discretização apresentou poucos pontos.

As velocidades do veículo durante a missão podem ser observadas na Figura 61.

Figura 61: Velocidade do veículo para o Caminho em oito.

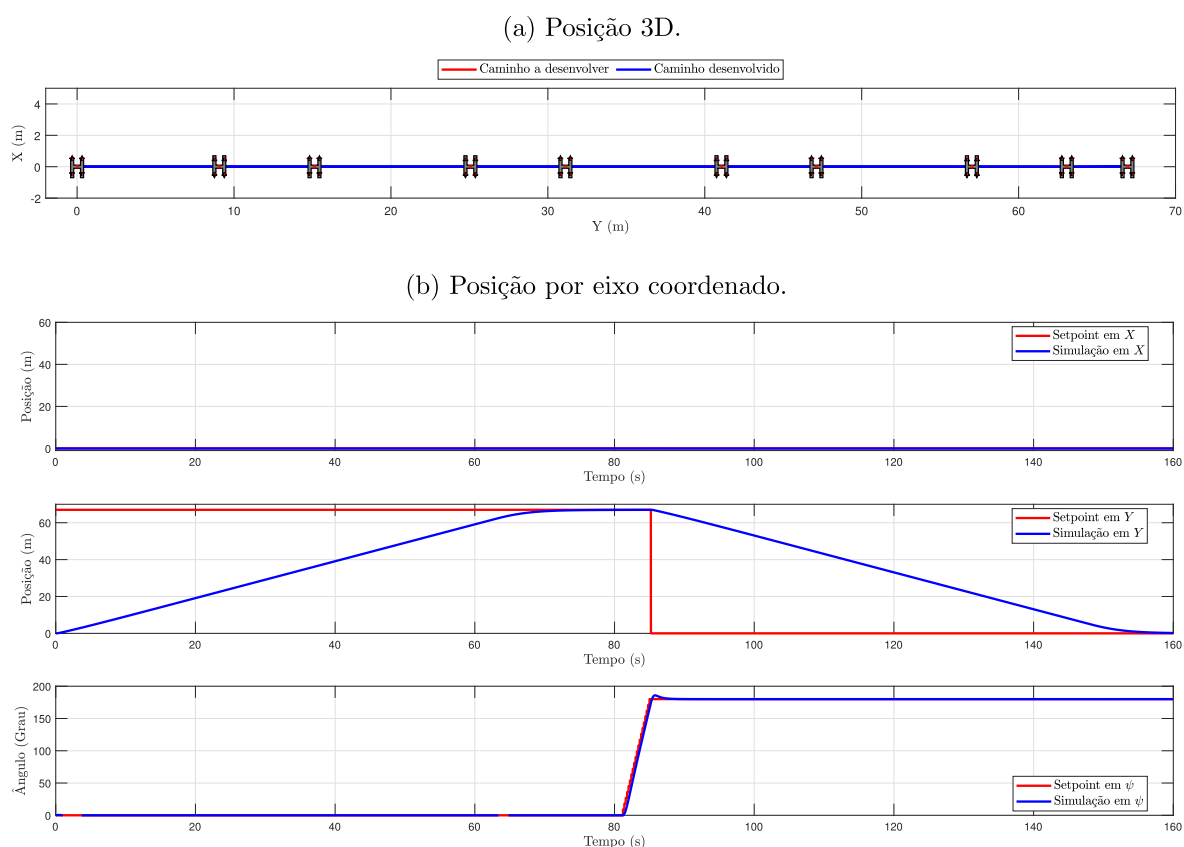


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 5.2.4 CAMINHO MOVIMENTAÇÃO LATERAL

Para o quarto teste do controlador de posição, deseja-se utilizar a característica que difere a embarcação apresentada das comumente encontradas: a movimentação em *sway* e velocidade angular de guinada. Para isso, utiliza-se de um caminho onde o veículo deve executar toda a missão em movimentação lateral e, ao chegar ao SP desejado, deve alterar sua orientação em 180 e retornar ao ponto de partida sobre o mesmo caminho em direção contrária. A Figura 62 apresenta o SP desejado, bem como a resposta simulada em 3 DoFs e em cada eixo separadamente.

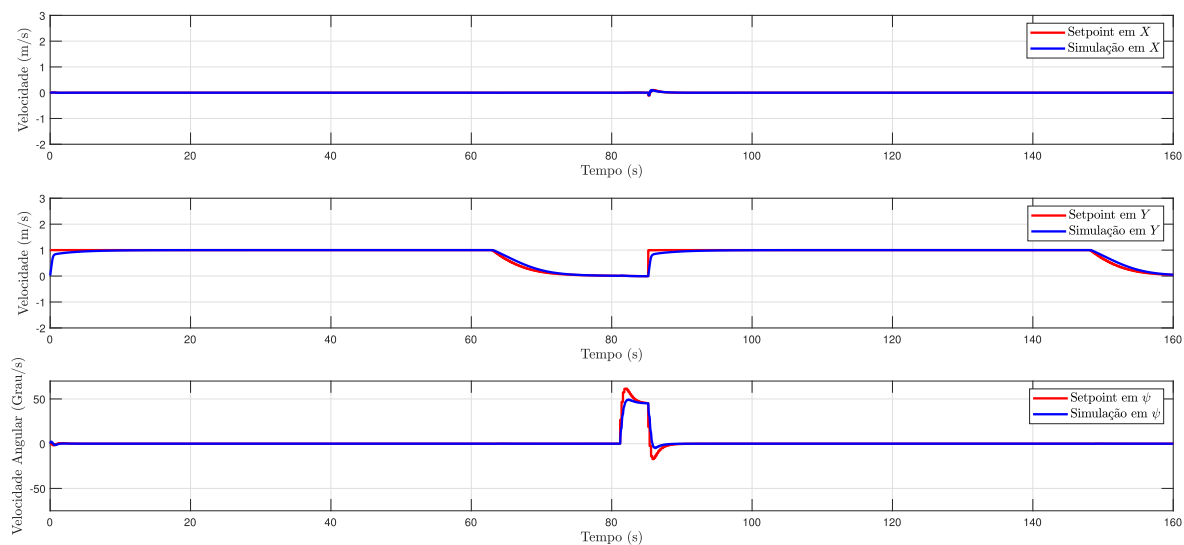
Figura 62: Resultado simulado - Posição - Caminho movimentação lateral.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

É possível verificar na Figura 62a que o veículo percorreu todo o caminho planejado utilizando de movimentos predominantemente em *sway*. Verifica-se também que primeiramente o veículo desloca-se para a direita com a proa em direção ao eixo  $x$  positivo e após rotacionar, retorna orientada para a direção contrária. Para melhor compreensão da dinâmica, a Figura 63 apresenta as velocidades desenvolvidas ao longo do caminho.

Figura 63: Resultado simulado - Velocidade - Caminho movimentação lateral.

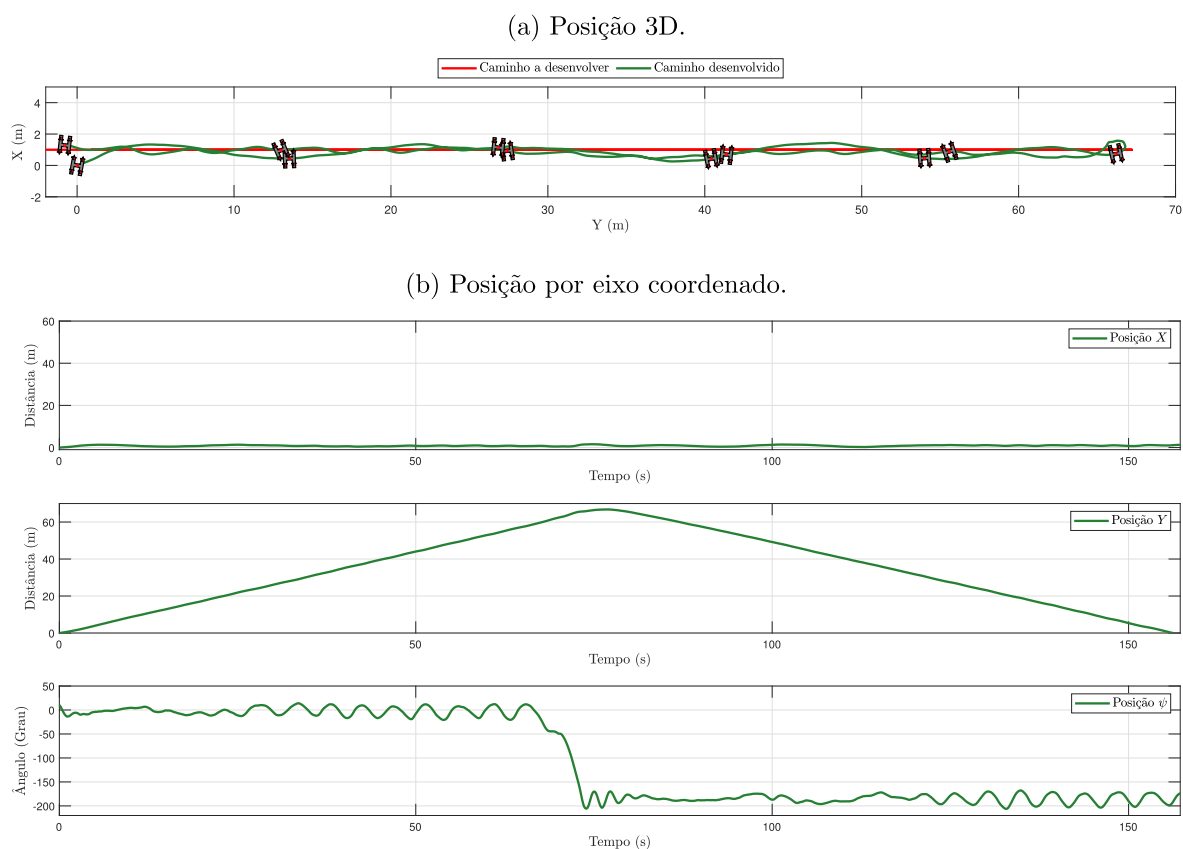


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Assim como no deslocamento em *surge*, pode-se observar que o deslocamento em *sway*, saturou sua velocidade em  $1,3 \text{ m/s}$  devido as características físicas da embarcação e sua interação hidrodinâmica.

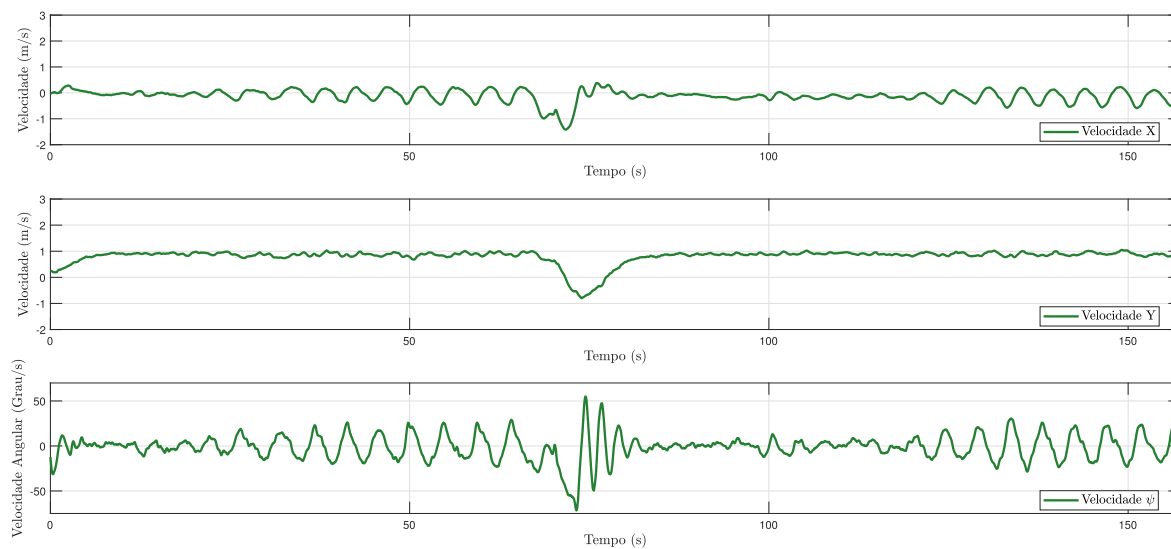
As posições e velocidades dos testes práticos são apresentadas nas Figuras 64 e 65 respectivamente, onde pode-se observar um comportamento semelhante ao simulado.

Figura 64: Resultado prático - Posição - Caminho movimentação lateral.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 65: Resultado prático - Velocidade - Caminho movimentação lateral.



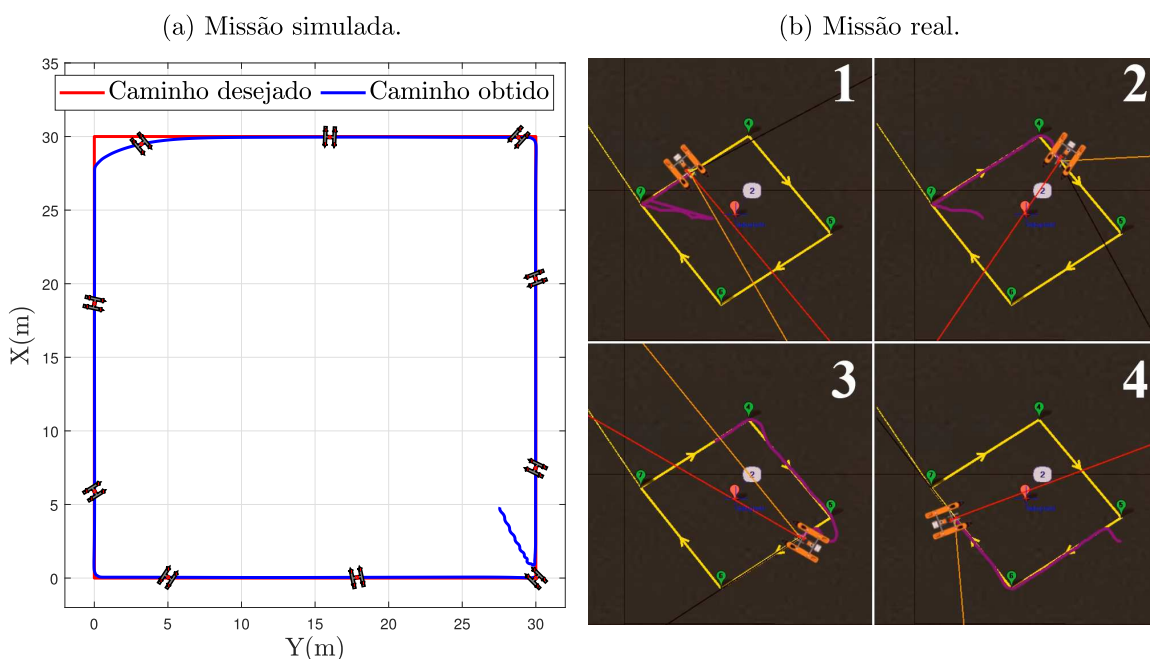
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Como esperado, a velocidade em *sway* do veículo é inferior à velocidade em *surge* (Figura 53). Isso acontece devido a diferença no deslocamento de água em cada movimento, pois quando o veículo está se deslocando lateralmente, a superfície em contato frontal com a água é maior, oferecendo mais resistência ao movimento.

### 5.2.5 MISSÃO UTILIZANDO OS 3 DOFS SIMULTANEAMENTE

Este cenário mostra o desempenho do veículo em requisitos práticos que demandam 3 DoFs. Por exemplo, as medições da qualidade da água às vezes exigem o posicionamento do sensor de acordo com o fluxo do rio ou mantêm uma posição e orientação específicas por um determinado período. Também é desejável inspecionar um ponto de interesse de diferentes ângulos. Nesse caso, o ASV deve manter uma trilha constante mudando a orientação para manter o objeto inspecionado à vista. Essas situações são mostradas na Figura 66, onde o veículo realiza um caminho quadrado mantendo a velocidade de 1 m/s e orientação para uma região de interesse. Além disso, é necessária uma missão controlada com 3 DoFs ao mesmo tempo. Toda esta missão também foi gravada e está disponível em Laboratory[100].

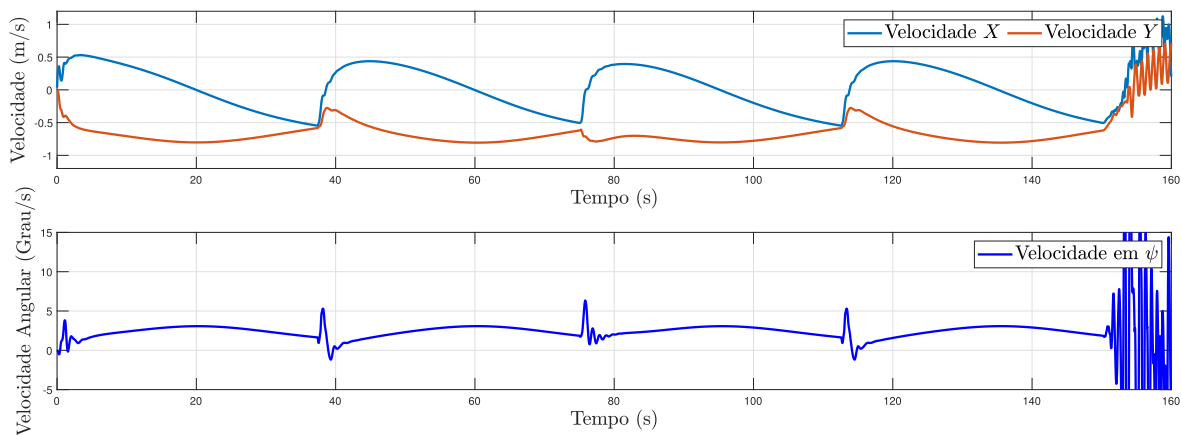
Figura 66: Posição da missão com 3 DoFs.



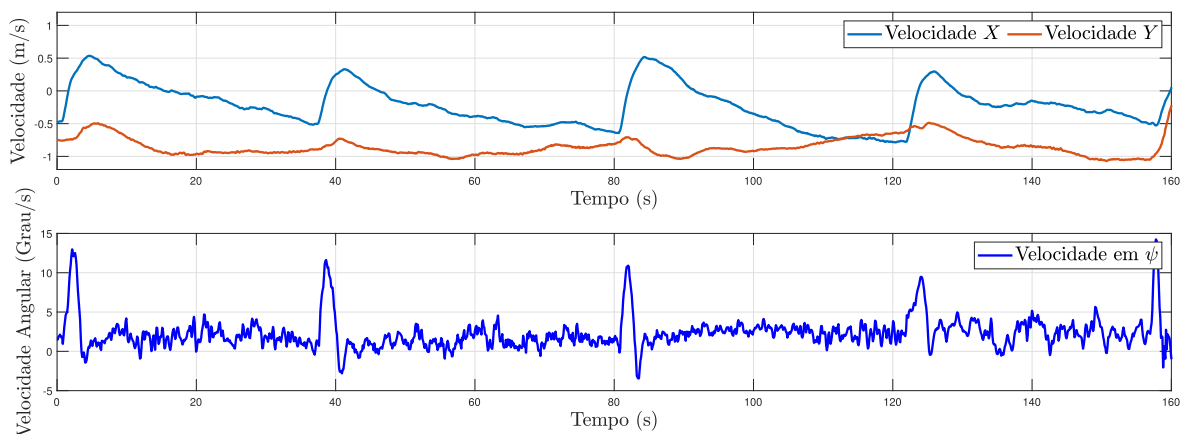
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 67: Velocidade da missão com 3 DoFs.

(a) Velocidade simulada.

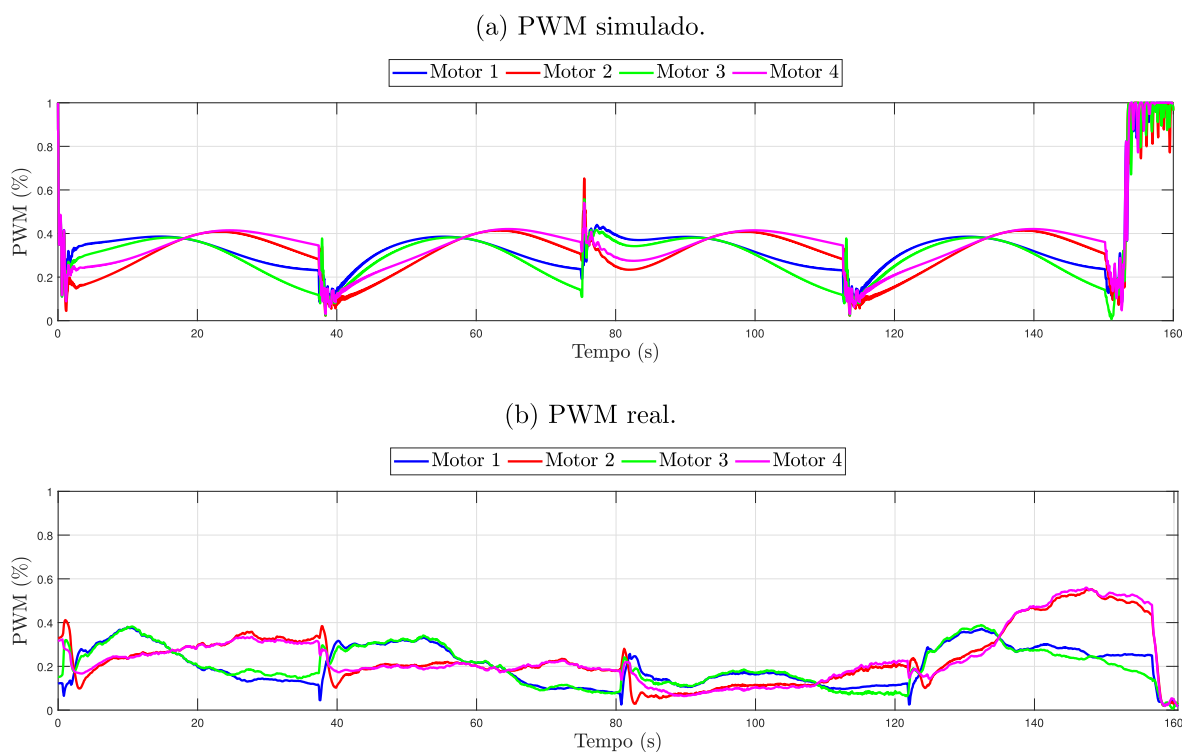


(b) Velocidade real.



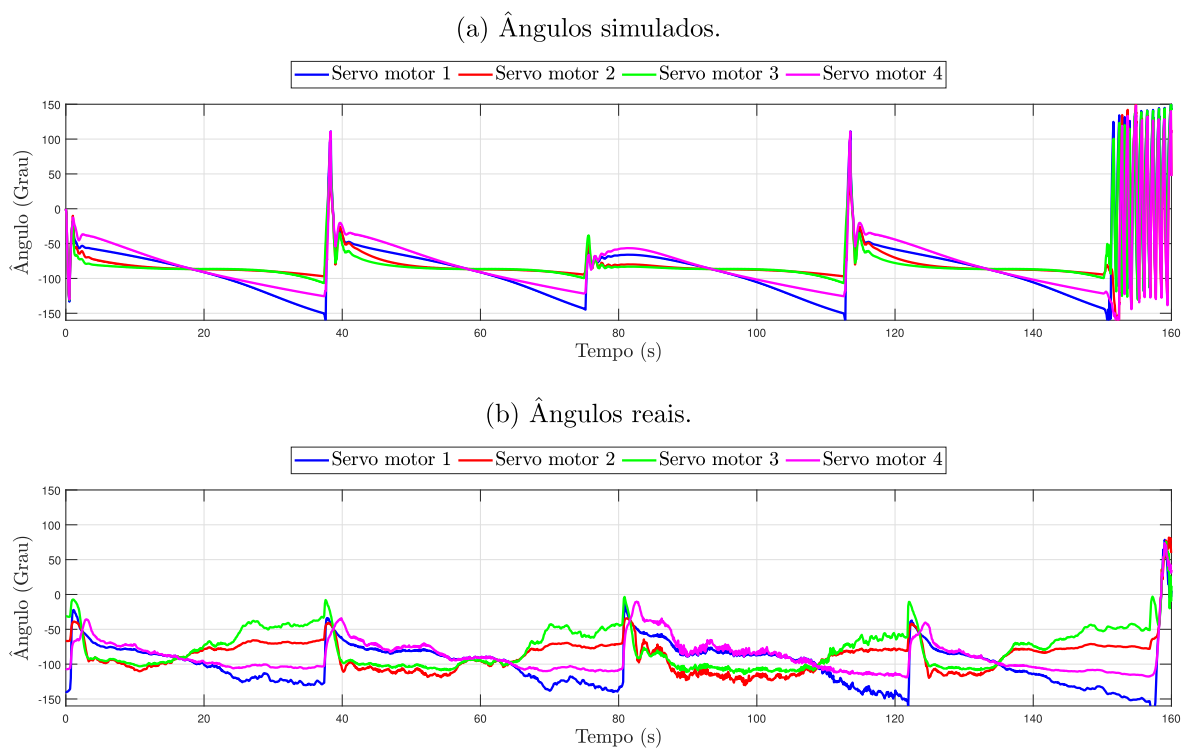
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 68: PWM da missão com 3 DoFs.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 69: Ângulo dos servomotores da missão com 3 DoFs.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).



A Figura 68 mostra os PWMs, e a Figura 69 os ângulos do servomotor na missão. É possível perceber que são necessárias várias grandes correções nas direções do propulsor para manter o desempenho da missão principalmente nas bordas do quadrado. Como a velocidade é controlada em aproximadamente 1 m/s (Figura 67), todos os PWMs são mantidos abaixo de 50 % do seu máximo.

### 5.2.6 COMPARAÇÃO PRÁTICA ENTRE 2 E 3 DOFS

Como avaliação final de desempenho, um caminho simples é executado e duas situações diferentes serão comparadas; o primeiro com capacidade de 3 DoFs e, no segundo caso, os servomotores são fixos, ou seja, o ASV passa a ter apenas 2 DoFs.

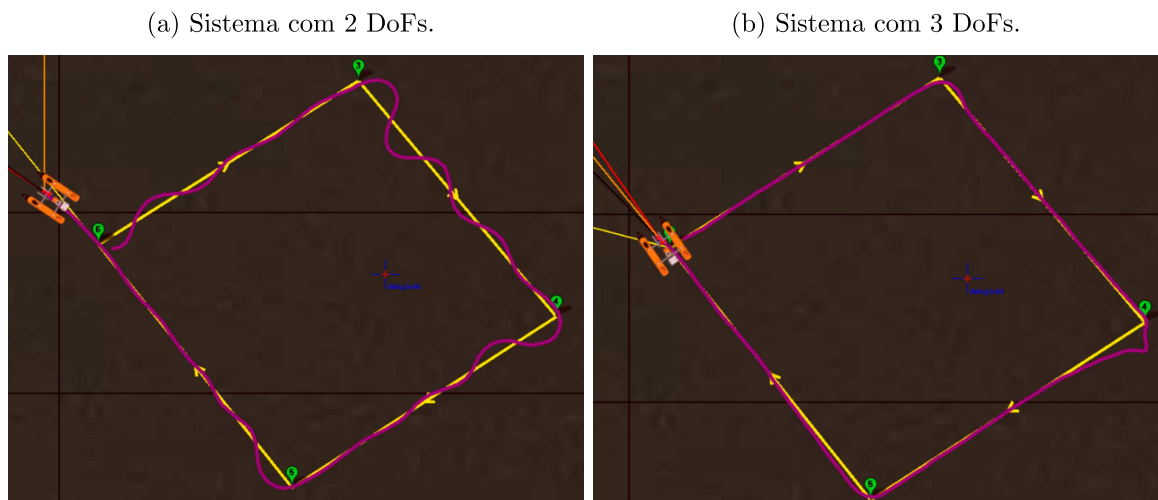
As Figuras 70a e 70b mostram os resultados visuais dessas duas tipologias e a Tabela 9 mostra o resultado de 3 índices de desempenho. O ISE, mostrado na Equação 5.2, avalia o erro ao longo do caminho [101], o índice *Mission Time* - Tempo de Missão (MT) apresenta o tempo durante toda a missão, e Potência Consumida (PC) descreve o consumo de energia durante o teste (pela contribuição de todas as ACR de força).

$$ISE_v = \sum_{i=0}^{i=N} (\mathbf{v}_i^s - \mathbf{v}_i^m)^2 \quad (5.2)$$

$$PC = \sum_{i=0}^{i=N} (f_1^N + f_2^N + f_3^N + f_4^N) \quad (5.3)$$

onde  $N$  é o número total de iteração,  $\mathbf{v}^s$  é a variável especificada  $[F_x^s, F_y^s, \tau_\psi^s]$ , e  $\mathbf{v}^m$  como  $[F_x^m, F_y^m, \tau_\psi^m]$  representando as variáveis controladas durante todas as iterações.

Figura 70: Resposta real dos sistemas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A Tabela 9 mostra que ao usar 3 DoFs, o índice ISE é aproximadamente 15 vezes menor do que ao usar 2 DoFs, o tempo da missão também reduz e a potência consumida é menor no caso de 3 DoFs, demonstrando que a topologia é eficiente e menos demorada.

Tabela 9: Comparações entre 2 DoFs e 3 DoFs.

Topologia	ISE (un.)	MT (s)	PC (un.)
2DoFs	831.311	85	580.8707
3DoFs	52.459	78	576.5171

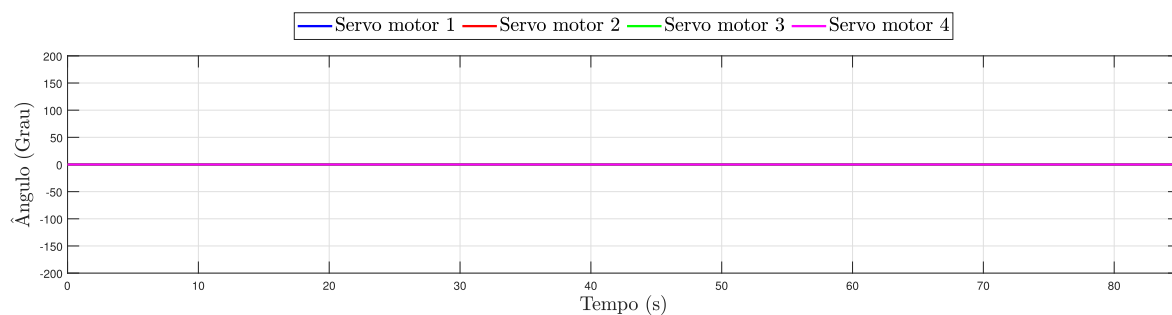
Comparando as Figuras 70a e 70b é possível notar que o 3 DoFs tem seguido melhor o caminho, principalmente nos cantos quando o terceiro DoF faz mais diferença para manter o faixa.

Ao final da missão com 2 DoFs, é possível ver o PWMs indo para zero, embora o veículo continue se movendo para frente. Isso porque, uma vez que as ações de impulso são apenas positivas e não há ângulos de inclinação do servomotor, o veículo 2 DoFs é incapaz de gerar forças para parar e manter a posição.

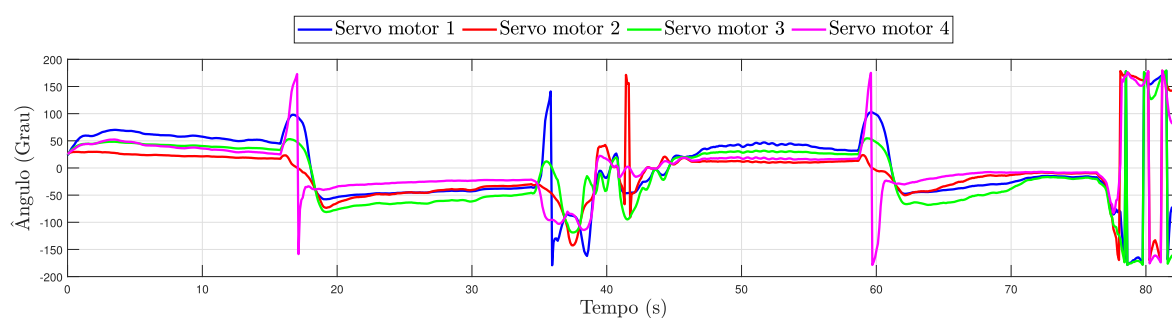
Em contrapartida, na missão com 3 DoFs, a inclinação dos servomotores permite que o veículo pare e mantenha a posição do último WPs trazendo mais segurança à missão.

Figura 71: Ângulos dos servomotores.

(a) Sistema com 2 DoFs.



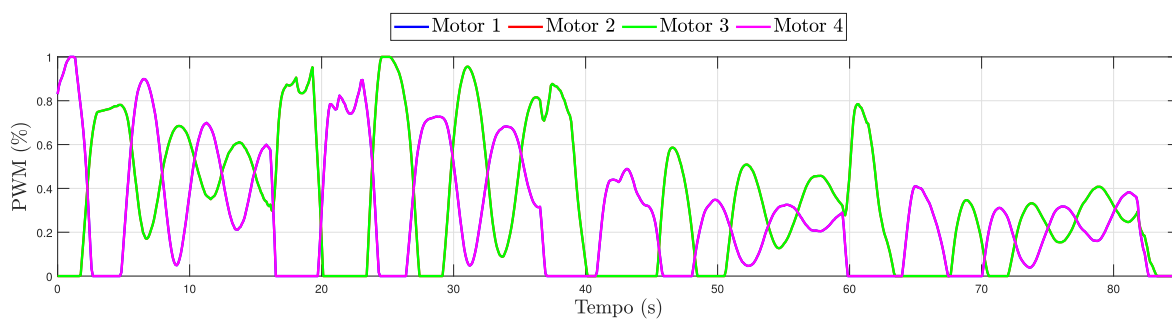
(b) Sistema com 3 DoFs.



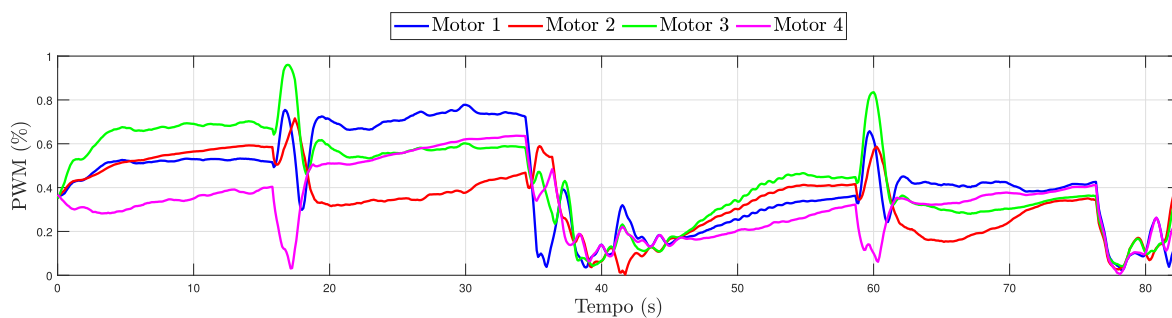
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 72: PWM dos motores.

(a) Sistema com 2 DoFs.



(b) Sistema com 3 DoFs.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado uma nova topologia de ASV do tipo catamarã que surgiu a partir da necessidade do monitoramento autônomo em diferentes cenários. O veículo foi desenvolvido pelo GRIn para possibilitar melhores características de navegabilidade em ambientes de águas rasas, com presença de grande densidade de resíduos e correntezas. O projeto, por apresentar dimensões reduzidas, se firmou como um veículo compacto e de fácil transporte e manuseio, trazendo praticidade às inspeções em variados ambientes.

Por ser um veículo superatuado, com conjunto de propulsão e direcionamento formado por oito motores, a complexidade da alocação de controle levou à necessidade de implementação de uma técnica de alocação confiável, rápida e com baixo esforço computacional. Esta técnica possibilitou ao sistema entregar forças e torques calculados com erro desprezível como demonstrado nos testes de convergência. Pode-se perceber que quando necessário alocação de forças e torques, a técnica apresenta um erro praticamente nulo. Pode-se perceber também que dentre todas as técnicas testadas, o melhor desempenho foi obtido pela proposta neste trabalho.

Por meio dos testes comparativos, pode-se notar também, que o veículo com desenvolvido com 3DoF apresenta uma capacidade de rastreamento de referência superior à de veículos com 2DoF, visto que o mesmo apresentou um ISE aproximadamente 16 vezes menor, além de apresentar tempo e potência consumida também inferiores à embarcação de 2DoF.

Quando considerado o modelo, é possível observar que as equações que descrevem a cinemática e dinâmica do veículo foram apropriadas, uma vez que o comportamento do ASV simulado é compatível com o real, além do cálculo dos controladores desenvolvidos a partir do modelo, apresentarem comportamento semelhante nos testes práticos.

Os testes executados obtiveram bons resultados tanto em simulação quanto em ambiente real, possibilitando o desenvolvimento de missões automáticas com diferentes

caminhos e necessidades de controle. Os testes reais foram desenvolvidos no lago da UFJF onde a água possui quantidade significativa de partículas suspensas e correntes devido ao deslocamento térmico.

Mesmo sendo mais eficiente no descolamento em *surge* (maior velocidade para potência máxima), resultados satisfatórios também foram obtidos quando necessário deslocamento em *sway*, o que possibilitou o desenvolvimento de missões tanto com ângulo de guinada fixo quanto variável.

Os controladores de velocidade e posição de guinada, posição norte e posição leste, foram suficientes para manter a embarcação de forma estável durante a missão, visto que todos os SPs foram alcançados corretamente dentro do tempo estipulado.

## APÊNDICE A - MAPEAMENTO DAS AÇÕES DE CONTROLE VIRTUAIS

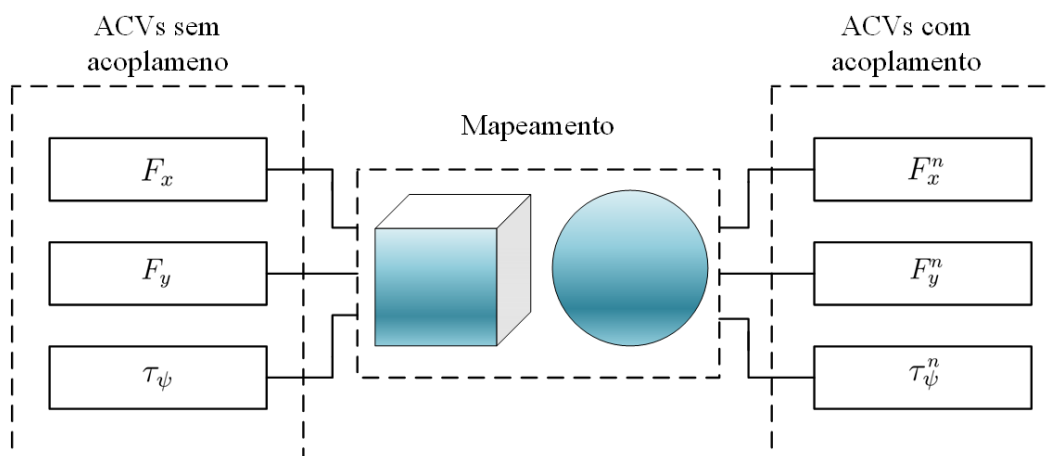
De modo geral, veículos que utilizam motores azimutais como atuadores possuem algum tipo de acoplamento. Isso porque, quando um dado ângulo é desenvolvido no atuador sem que o mesmo seja aplicado ao corpo do veículo, há uma mudança de direção na força ou torque em relação aos referenciais. Essa característica, quando em conjunto com malhas de controle desacopladas, pode levar o sistema à instabilidade. Desta forma, o mapeamento das ACVs antes da alocação de controle, como demonstrado a seguir, se mostra uma maneira de retratar o acoplamento existente no ASV aqui apresentando, mantendo o sistema estável.

Considere um cenário onde seja solicitado ao veículo velocidade máxima em *surge* ( $V_x$ ), ou seja, o veículo deve estar em condição de saturação para  $F_x$ . Suponha agora que seja solicitado uma velocidade em *sway* diferente de zero ( $|V_y| > 0$ ), de modo que não seja possível desenvolver o deslocamento em *sway* sem que a velocidade em *surge* diminua.

Nestes casos, as ACRs respectivas aos PWMs estão saturadas e os ângulos dos servomotores estão apontados totalmente para frente devido à ACV  $F_x$ . Quando  $V_y$  é solicitada, os servomotores alteram seu ângulo para entregar tal velocidade a partir de uma força  $F_y$ , deixando então de desenvolver a  $F_x$  máxima solicitada. Entretanto, por serem malhas de controle desacopladas, o sistema continuará pedindo força máxima em  $F_x$ ,  $F_y \neq 0$  e, em um caso ainda mais crítico, solicitar também um torque de guinada  $|\tau_\psi| \neq 0$ . Esse tipo de cenário leva a alocação de controle do sistema à singularidades, onde as ACRs encontradas podem não representar nenhuma das ACVs pedidas, levando o sistema à instabilidade.

Para solucionar este tipo de singularidade, pode-se mapear as ACVs do sistema antes de enviá-las à matriz de alocação de controle. Assim, é possível levar os cenários de soluções ineficazes aos mais próximos possíveis dentro da zona de factibilidade. De modo geral, o mapeamento representará um acoplamento das ACVs para que então sejam inseridas na matriz de alocação de controle como demonstrado na Figura 73.

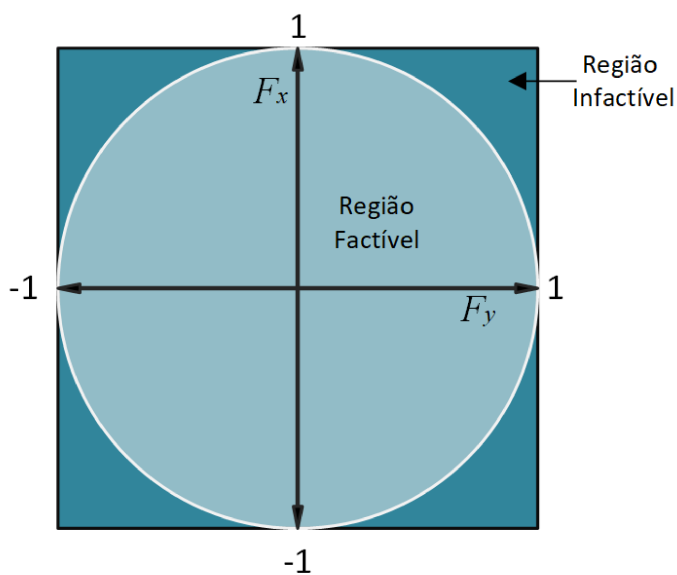
Figura 73: Fluxograma do mapeamento.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Considerando primeiramente as forças do sistema ( $F_x$  e  $F_y$ ), é esperado que as ACRs (PWMs e ângulos) entreguem potência máxima quando as ACVs,  $F_x = 1$ ,  $F_y = 1$  ou  $\sqrt{(F_x^2 + F_y^2)} = 1$ , formando assim uma região circular. Entretanto, como  $\{F_x, F_y \in \mathbb{R} / -1 \leq x, y \leq 1\}$ , pode-se obter o módulo das forças maior que 1, pois quando trabalha-se com eixos coordenados de mesma dimensão e independentes, a combinação de ambos fornece um espaço de quadrado.

Figura 74: Espaço de solução do sistema.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Uma maneira de utilizar uma superfície circular a partir de uma quadrada poderia ser por meio de saturação do módulo das ACVs, porém esse método tornaria grande parte da área útil de atuação inválida. Desta maneira, para se obter um aproveitamento maximizado, deve-se mapear o *frame* de coordenadas retangular em um *frame* circular como demonstrado a seguir.

Considere um vetor  $\vec{v}_s \in \mathbb{R}^P$  definido por  $P = \{(F_x, F_y) | F_x, F_y \in [-1, 1]\}$ . Deseja-se mapear os pontos do quadrado formado por  $v_s$  com lado 2 para um círculo unitário  $v_c$  (raio 1). Desta maneira, o mapeamento para um dado ponto pode ser representado simplesmente pela normalização do vetor que representa o mesmo.

$$\vec{v}_c = \hat{v}_s = \frac{\vec{v}_s}{\|\vec{v}_s\|}$$

Assim, pode-se escrever o mapeamento de um quadrado em um círculo unitário como apresentado na Equação A.1.

$$\vec{v}_c = \frac{1}{\|\vec{v}_s\|} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} \\ \frac{F_y}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Uma vez que  $v_c$  representa uma circunferência de raio unitário, sabe-se que  $\|\vec{v}_c\| = 1$ , obtendo-se:

$$\|\vec{v}_c\| = \sqrt{\left(\frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}\right)^2} = 1 \quad (\text{A.2})$$

Tomando o quadrado da Equação A.2, pode-se chegar a forma  $a^2 + b^2 = 1$ :

$$\|\vec{v}_c\|^2 = \left(\frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}\right)^2 = 1 \quad (\text{A.3})$$

Isso demonstra que existe uma correspondência circular para cada extremo do quadrado formado pelas ACVs de força.

Contudo, para fazer com que qualquer ponto no plano deste quadrado possa ser mapeado, é necessário variar a amplitude das superfícies que o formam. Uma das maneiras de se realizar esse processo, considerando o intervalo de mapeamento, é utilizar coordenadas que possam chegar a zero,  $1 - F_x^2$  e  $1 - F_y^2$ .

Mapeando individualmente cada eixo, sabe-se que ao menos uma das coordenadas



será zero, permitindo assim a utilização da Equação A.5 para descrever o raio da circunferência e o lado do quadrado.

$$\|\vec{v}_c\|^2 = 1 - (1 - F_x^2)(1 - F_y^2) \quad (\text{A.4})$$

$$= F_x^2 + F_y^2 - F_x^2 F_y^2 \quad (\text{A.5})$$

Ajustando a Equação A.5 para a forma  $(a^2 + b^2) = \|\vec{v}_c\|^2$ , pode-se obter:

$$\|\vec{v}_c\|^2 = \left( F_x^2 - \frac{F_x^2 F_y^2}{2} \right) + \left( F_y^2 - \frac{F_x^2 F_y^2}{2} \right) \quad (\text{A.6})$$

Separando-a em duas coordenadas:

$$\vec{v}_c = \begin{bmatrix} F_x^n \\ F_y^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \sqrt{1 - \frac{F_y^2}{2}} \\ F_y \sqrt{1 - \frac{F_x^2}{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Tem-se assim o mapeamento de um quadrado de lado 2 em um círculo de raio 2, ambos formados pelas ACVs  $F_x$  e  $F_y$ .

Suponha agora que durante o deslocamento em uma dada combinação de forças, seja requisitado uma ação de controle em torque de guinada ( $\tau_\psi$ ) para o veículo. Neste cenário a ACV de torque, por não estar mapeada, transformaria o espaço de ACVs mapeado em uma superfície desconhecida e variante conforme a amplitude da mesma. Isso levaria novamente o sistema a um estado desconhecido tornando-o instável.

Desta maneira, o mapeamento das ACVs também deve levar o torque de guinada em consideração, saindo assim de um mapeamento em Duas Dimensões (2D) para um mapeamento em Três Dimensões (3D).

Utilizando a abordagem apresentada na Equação A.4 e adicionando uma nova coordenada, pode-se obter a Equação A.8.

$$\begin{aligned} \|\vec{v}_c\|^2 &= 1 - (1 - F_x^2)(1 - F_y^2)(1 - \tau_\psi^2) \\ &= F_x^2 + F_y^2 + \tau_\psi^2 - F_x^2 F_y^2 - F_x^2 \tau_\psi^2 - F_y^2 \tau_\psi^2 + F_x^2 F_y^2 \tau_\psi^2 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Adotando-se agora a forma  $(a^2 + b^2 + c^2) = \|\vec{v}_c\|^2$ , tem-se:

$$a^2 = F_x^2 - \frac{F_x^2 F_y^2}{2} - \frac{F_x^2 \tau_\psi^2}{2} + \frac{F_x^2 F_y^2 \tau_\psi^2}{3} \quad (\text{A.9})$$

$$b^2 = F_y^2 - \frac{F_x^2 F_y^2}{2} - \frac{F_y^2 \tau_\psi^2}{2} + \frac{F_x^2 F_y^2 \tau_\psi^2}{3} \quad (\text{A.10})$$

$$c^2 = \tau_\psi^2 - \frac{F_x^2 \tau_\psi^2}{2} - \frac{F_y^2 \tau_\psi^2}{2} + \frac{F_x^2 F_y^2 \tau_\psi^2}{3} \quad (\text{A.11})$$

Percebe-se assim que o mapeamento pode ser feito para qualquer número de dimensões, tornando apenas as equações mais complexas. Assim, o mapeamento considerando todas as ACVs do sistema, pode ser obtido como apresentado na Equação A.12.

$$\vec{v}_c = \begin{bmatrix} F_x^n \\ F_y^n \\ \tau_\psi^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \sqrt{1 - \frac{F_y^2}{2} - \frac{\tau_\psi^2}{2} + \frac{F_y^2 \tau_\psi^2}{3}} \\ F_y \sqrt{1 - \frac{F_x^2}{2} - \frac{\tau_\psi^2}{2} + \frac{F_x^2 \tau_\psi^2}{3}} \\ \tau_\psi \sqrt{1 - \frac{F_x^2}{2} - \frac{F_y^2}{2} + \frac{F_x^2 F_y^2}{3}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

## APÊNDICE B - ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA

Para o desenvolvimento de um sistema, tem-se a necessidade de modelar e validar diferentes abordagens [59]. De modo geral, sistemas com certo grau de inovação, devem ser testados antes mesmo de estarem prontos. Procedimento este, que gera economia nos custos e direciona o desenvolvimento e aprimoramento do mesmo.

A modelagem de sistemas em ambientes virtuais é utilizada largamente em robótica devido à facilidade que esta gera no desenvolvimento de novas técnicas e validação das já conhecidas através dos testes de simulação. Entretanto, o modelo de um sistema pode se tornar altamente complexo, dependendo de suas características. Além disso, para sistemas não lineares, projeções feitas a partir de trabalhos anteriores, podem se tornar altamente ineficientes [102] .

Devido à complexidade fluidodinâmica, a modelagem de veículos marítimos, como a mostrada nesta tese, apresenta diferentes parâmetros de difícil equacionamento, o que acaba levando a adoção de algumas estimações. Essas, podem retratar várias características do sistema, entretanto devem ser bem aproximadas de modo a descrever da melhor forma o que está sendo modelado.

Neste contexto, utiliza-se a estimacão paramétrica para identificar os parâmetros desconhecidos do modelo de modo que o mesmo simulado apresente um comportamento muito semelhante ao desenvolvido pelo veículo real na prática.

No âmbito deste trabalho, a utilização da estimacão paramétrica trás grande economia de tempo nos testes de novas técnicas de controle, uma vez que podem ser feitos em laboratório, assim como evita falhas que possam causar danos à embarcação aqui apresentada.

### B.1 ESTIMAÇÃO HIDRODINÂMICA

Parâmetros hidrodinâmicos de embarcações, de modo geral, podem ser obtidos de três formas: métodos analíticos, softwares de simulação (*Computational Fluid Dynamics*,

Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD)), ou por meio de testes em ambientes controlados (tanques de simulação). Entre estes métodos, o uso do CFD se destaca devido ao tempo de resposta e confiabilidade dos resultados apresentados quando comparado aos métodos analíticos, bem como o custo inferior em relação à utilização de tanques.

Desta maneira, alguns dos parâmetros aqui utilizados, foram obtidos utilizando o CFD, que pode ser encontrado com mais detalhes em Regina et al.[94].

Contudo, o CFD não foi utilizado para a obtenção de todos os parâmetros. Isso porque, considerando o tempo de resposta para certas dinâmicas, se mostrou mais eficiente a utilização de algoritmos de otimização. Esses, por sua vez, trazem ainda a vantagem de utilizar como base de comparação, a resposta real do sistema.

Nestes casos, a abordagem é desenvolver um modelo inicial com base na topologia e otimiza-lo variando os parâmetros desconhecidos, utilizando como base de comparação, um resultado real do sistema. Desta forma, o processo de otimização deve minimizar o erro entre o resultado real e o simulado a partir de um dado SP [103].

Assim, utilizando-se os dados dos sensores reais do veículo, é possível coletar a resposta real que descreve o sistema.

Ao simular parâmetros relacionados a acelerações ( $X_{\dot{u}}$ ,  $Y_{\dot{v}}$ ), o veículo real pode receber, por exemplo, um SP com movimentos sinusoidais onde as respostas obtidas possuem informações suficientes para a identificação. Quanto ao arrasto, pode-se manter o veículo em regime estacionário e dependendo da dinâmica analisada, pode-se identificar os parâmetros para *surge*, *sway* e *yaw*. Esse tipo de parametrização é encontrado com detalhes em Neto et al.[93].

A parametrização do arrasto, pode ser aproximada por um polinômio de primeira ou segunda ordem. O modelo da embarcação frequentemente utiliza a aproximação de segunda ordem por retratar com mais detalhes o resultado prático obtido.

Já o polinômio de primeira ordem consiste na representação linear do arrasto ( $X_u$ ,  $Y_v$  e  $N_r$ ) e é utilizado no projeto dos controladores de velocidade.

Desta maneira, pode-se obter as parametrizações para o ASV em primeira e segunda ordem como apresentadas na Tabela 10.

Tabela 10: Parâmetros hidrodinâmicos

Parâmetros	Aproximação		Unidade
	1° ordem	2° ordem	
$X_{\dot{u}}$	-2.00	-2.00	$kg$
$X_u$	-15.80	-0.40	$kg/s$
$X_{ u u}$		-7.30	$kg/m$
$Y_{\dot{v}}$	-26.00	-26.00	$kg$
$Y_v$	-22.00	-1.88	$kg/s$
$Y_{ v v}$		-31.20	$kg/m$
$N_{\dot{r}}$	-8.65	-8.65	$kg \cdot m^2$
$N_r$	-13.20	-0.90	$kg \cdot m^2 / (s \cdot rad)$
$N_{ r r}$		-6.60	$kg \cdot m^2 / rad^2$

**REFERÊNCIAS**

- 1 GOMES, E. P.; BLANCO, C. J. C.; PESSOA, F. C. L. Identification of homogeneous precipitation regions via fuzzy c-means in the hydrographic region of tocantins–araguaia of brazilian amazonia. *Applied Water Science*, Springer, v. 9, n. 1, p. 6, 2019.
- 2 MACHADO, A. T. d. M. A construção de um programa de revitalização na bacia do rio são francisco. *estudos avançados*, SciELO Brasil, v. 22, n. 63, p. 195–210, 2008.
- 3 MANDARINO, F.; NETO, A. A.; FOLLY, V. H. Inland enc: Perspectivas para a cartografia fluvial no brasil. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 70, n. 5, p. 1551–1565, 2018.
- 4 Majid, M. H. A.; Arshad, M. R. Design of an autonomous surface vehicle (asv) for swarming application. In: *2016 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles (AUV)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 230–235.
- 5 VANECK, T. W.; RODRIGUEZ-ORTIZ, C. D.; SCHMIDT, M. C.; MANLEY, J. E. Automated bathymetry using an autonomous surface craft. *Navigation*, Wiley Online Library, v. 43, n. 4, p. 407–419, 1996.
- 6 A, D. J. P.; GS, S. An experimental study of station keeping on an underactuated asv. in 2008 ieee. In: *RSJ International Conference on Intelligent RObots and Systems*. [S.l.: s.n.]. p. 3164–3171.
- 7 DAXIONG, J.; SHENZHEN, R.; RONG, Z.; RUIWEN, Y.; HONGYU, Z.; YANG, L. A tracking control method of asv following auv. In: IEEE. *OCEANS-San Diego*. [S.l.], 2013. p. 1–4.
- 8 DUNBABIN, M.; LAMENT, R. Adaptive receding horizon control for a high-speed autonomous surface vehicle in narrow waterways. In: IEEE. *Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*. [S.l.], 2017. p. 235–240.
- 9 WANG, J.; GU, W.; ZHU, J.; ZHANG, J. An unmanned surface vehicle for multi-mission applications. In: IEEE. *International Conference on Electronic Computer Technology*. [S.l.], 2009. p. 358–361.
- 10 GIGLIA, M.; HAYON, E.; HUYETT, J.; MONTEMARANO, D.; SIEMBAB, M. A student design, develop, test & deploy project: Perseus ii-development of an unmanned marine system for an underwater unexploded ordnance mission. *age*, v. 26, 2015.
- 11 BOARD, N. S.; COUNCIL, N. R. et al. *Autonomous vehicles in support of naval operations*. [S.l.]: National Academies Press, 2005.

- 12 NEAL, M.; BLANCHARD, T.; HUBBARD, A.; CHAUCHÉ, N.; BATES, R.; WOODWARD, J. A hardware proof of concept for a remote-controlled glacier-surveying boat. *Journal of Field Robotics*, Wiley Online Library, v. 29, n. 6, p. 880–890, 2012.
- 13 MANLEY, J. E.; MARSH, A.; CORNFORTH, W.; WISEMAN, C. Evolution of the autonomous surface craft autocat. In: IEEE. *OCEANS 2000 MTS/IEEE Conference and Exhibition. Conference Proceedings (Cat. No. 00CH37158)*. [S.l.], 2000. v. 1, p. 403–408.
- 14 MAHACEK, P. Dynamic analysis of a swath vessel. *MBARI Internship Report*, p. 1–13, 2005.
- 15 JOSEPH, L. J. C.; ANDREW, P. Scout-a low cost autonomous surface platform for research in cooperative autonomy. In: IEEE. *Proceedings of OCEANS 2005 MTS/IEEE*. [S.l.], 2005. p. 725–729.
- 16 FERREIRA, H.; MARTINS, R.; MARQUES, E.; PINTO, J.; MARTINS, A.; ALMEIDA, J.; SOUSA, J.; SILVA, E. Swordfish: an autonomous surface vehicle for network centric operations. In: IEEE. *Oceans 2007-Europe*. [S.l.], 2007. p. 1–6.
- 17 BINGHAM, B.; KRAUS, N.; HOWE, B.; FREITAG, L.; BALL, K.; KOSKI, P.; GALLIMORE, E. Passive and active acoustics using an autonomous wave glider. *Journal of field robotics*, Wiley Online Library, v. 29, n. 6, p. 911–923, 2012.
- 18 BECK, E.; KIRKWOOD, W.; CARESS, D.; BERK, T.; MAHACEK, P.; BRASHEM, K.; ACAIN, J.; REDDY, V.; KITTS, C.; SKUTNIK, J. et al. Seawasp: A small waterplane area twin hull autonomous platform for shallow water mapping. *Marine Technology Society Journal*, Marine Technology Society, v. 43, n. 1, p. 6–12, 2009.
- 19 BERTRAM, V. Unmanned surface vehicles-a survey. *Skibsteknisk Selskab, Copenhagen, Denmark, Citeseer*, v. 1, p. 1–14, 2008.
- 20 DESA, E.; MAURYA, P. K.; PEREIRA, A.; PASCOAL, A. M.; PRABHUDESAI, R.; MASCARENHAS, A.; DESA, E.; MADHAN, R.; MATONDKAR, S.; NAVELKAR, G. et al. A small autonomous surface vehicle for ocean color remote sensing. *Journal of Oceanic Engineering, IEEE*, v. 32, n. 2, p. 353–364, 2007.
- 21 GOMES, L.; COSTA, A.; FERNANDES, D.; MARQUES, H.; ANJOS, F. Improving instrumentation support and control strategies for autonomous sailboats in a regatta contest. In: ALVES, J. C.; CRUZ, N. A. (Ed.). *Robotic Sailing 2016*. Cham: Springer International Publishing, 2017. p. 45–56. ISBN 978-3-319-45453-5.
- 22 PIZZO, A. D.; POLITO, R.; RIZZO, R.; TRICOLI, P. Design criteria of on-board propulsion for hybrid electric boats. In: IEEE. *The XIX International Conference on Electrical Machines-ICEM 2010*. [S.l.], 2010. p. 1–6.
- 23 VIEL, C.; VAUTIER, U.; WAN, J.; JAULIN, L. Position keeping control of an autonomous sailboat. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier, v. 51, n. 29, p. 14–19, 2018.

- 24 MORAES, H.; VASCONCELLOS, J.; ALMEIDA, P. Multiple criteria optimization applied to high speed catamaran preliminary design. *Ocean engineering*, Elsevier, v. 34, n. 1, p. 133–147, 2007.
- 25 PRASTOWO, H.; SANTOSO, A.; ARYA, A. Analysis and optimization hydrofoil supported catamaran (hysucat) size 25 meter based on cfd method. *International Journal of Marine Engineering Innovation and Research*, v. 1, n. 1, 2016.
- 26 BARBETORTE. *Tornado drawing*. 2009. Disponível em: <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tornado\\_catamaran.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tornado_catamaran.svg)>.
- 27 HORNELL, J. The fishing and coastal craft of ceylon. *The Mariner's Mirror*, Taylor & Francis, v. 29, n. 1, p. 40–53, 1943.
- 28 RIBAS, M.; MUSTAFFA, N. I. H.; RAHLFF, J.; STOLLE, C.; WURL, O. Sea surface scanner (s 3): A catamaran for high-resolution measurements of biogeochemical properties of the sea surface microlayer. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, v. 34, n. 7, p. 1433–1448, 2017.
- 29 JIN, J.; JIANG, Z.; VATNE, S. R.; REN, Z.; ZHAO, Y.; GAO, Z. Installation of pre-assembled offshore wind turbines using a catamaran vessel and an active gripper motion control method. In: JAPAN COUNCIL FOR RENEWABLE ENERGY. *Grand Renewable Energy proceedings Japan council for Renewable Energy*. [S.l.], 2018. p. 156.
- 30 MORAES, H.; VASCONCELLOS, J.; LATORRE, R. Wave resistance for high-speed catamarans. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 31, n. 17-18, p. 2253–2282, 2004.
- 31 MELO, G.; ECHEVARRIETA, I.; SERRA, J. Improving the efficiency of a high speed catamaran through the replacement of the propulsion system. *TransNav: International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, v. 9, 2015.
- 32 PUENTE, S.; CANDELAS, F.; TORRES, F.; BASALAI, D. Autonomous surface vessel based on a low cost catamaran design. In: SCITEPRESS-SCIENCE AND TECHNOLOGY PUBLICATIONS, LDA. *Proceedings of the 13th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*. [S.l.], 2016. p. 452–457.
- 33 SUN, H.; JING, F.; JIANG, Y.; ZOU, J.; ZHUANG, J.; MA, W. Motion prediction of catamaran with a semisubmersible bow in wave. *Polish Maritime Research*, De Gruyter Open, v. 23, n. 1, p. 37–44, 2016.
- 34 HONG, M. J.; ARSHAD, M. Modeling and motion control of a riverine autonomous surface vehicle (ASV) with differential thrust. *Jurnal Teknologi*, Citeseer, v. 74, n. 9, p. 137–143, 2015.
- 35 FERREIRA, H.; ALMEIDA, C.; MARTINS, A.; ALMEIDA, J.; DIAS, N.; DIAS, A.; SILVA, E. Autonomous bathymetry for risk assessment with roaz robotic surface vehicle. In: IEEE. *Oceans - Europe*. [S.l.], 2009. p. 1–6.



- 36 SARDA, E. I.; QU, H.; BERTASKA, I. R.; ELLENRIEDER, K. D. von. Station-keeping control of an unmanned surface vehicle exposed to current and wind disturbances. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 127, p. 305–324, 2016.
- 37 KLINGER, W. B.; BERTASKA, I. R.; ELLENRIEDER, K. D. von; DHANAK, M. R. Control of an unmanned surface vehicle with uncertain displacement and drag. *Journal of Oceanic Engineering*, IEEE, v. 42, n. 2, p. 458–476, 2017.
- 38 LINDEGAARD, K.-P.; FOSSEN, T. I. Fuel-efficient rudder and propeller control allocation for marine craft: Experiments with a model ship. *Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 11, n. 6, p. 850–862, 2003.
- 39 BENETAZZO, F.; IPPOLITI, G.; LONGHI, S.; RASPA, P. Fault-tolerant variable structure control of an overactuated dynamic positioning vessel after thruster failures. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 45, n. 27, p. 274–279, 2012.
- 40 OPPENHEIMER, M. W.; DOMAN, D. B.; BOLENDER, M. A. Control allocation for over-actuated systems. In: IEEE. *14th Mediterranean Conference on Control and Automation*. [S.l.], 2006. p. 1–6.
- 41 SAIED, M.; SHRAIM, H.; LUSSIER, B.; FANTONI, I.; FRANCIS, C. Local controllability and attitude stabilization of multirotor UAVs: Validation on a coaxial octorotor. *Robotics and Autonomous Systems*, Elsevier, v. 91, p. 128–138, 2017.
- 42 JOHANSEN, T. A.; FOSSEN, T. I. Control allocation - A survey. *Automatica*, Elsevier, v. 49, n. 5, p. 1087–1103, 2013.
- 43 RUTH, E.; SØRENSEN, A. J. A solution to the nonconvex linearly constrained quadrating thrust allocation problem. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 42, n. 18, p. 195–200, 2009.
- 44 ARDITTI, F.; SOUZA, F.; MARTINS, T.; TANNURI, E. Thrust allocation algorithm with efficiency function dependent on the azimuth angle of the actuators. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 105, p. 206–216, 2015.
- 45 VELUETA, M. J.; RULLAN, J. L.; RUZ-HERNANDEZ, J. A.; ALAZKI, H. A strategy of robust control for the dynamics of an unmanned surface vehicle under marine waves and currents. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi, v. 2019, 2019.
- 46 SANTOS, M. F. *Alocação de Controle desacoplada rápida em sistemas de controle superatuados*. Tese (Doutorado) — UFJF, 2019.
- 47 FOSSEN, T. I. *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- 48 BATHYLOGGER. *BathyCat Survey Catamaran*. 2021. Disponível em: <<https://bathylogger.com/product/bathycat-survey-catamaran/>>.
- 49 MINDCHIP. *NYMO*. 2021. Disponível em: <<https://mindchip.ee/nymo/>>.
- 50 IADYS. *An innovative robotic solution for collecting marine waste*. 2021. Disponível em: <<http://www.iadys.com/en/jellyfishbot-2/>>.

- 51 DEVICT. *Autopilot bait boat catamaran DEVC-310*. 2021. Disponível em: <<http://www.devict-baitboat.com/sale-10403275-autopilot-bait-boat-catamaran-devc-310-black-robot-fishing-bait-boat-sonar-gps.html>>.
- 52 ARMENTOR, B. *Effect of Hyper-Local Weather Predictions and Adaptive Prediction Horizon on Trajectory Tracking Performance for Autonomous Surface Vessels*. Tese (Doutorado) — University of Louisiana at Lafayette, 2020.
- 53 BALDINI, A.; FELICETTI, R.; FREDDI, A.; HASEGAWA, K.; MONTERIÙ, A.; PANDEY, J. Fault tolerant control for an over-actuated wam-v catamaran. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier, v. 52, n. 21, p. 353–359, 2019.
- 54 ZHI, N. R. Control of an autonomous surface vessel (asv) and autonomous underwater vehicle (auv) for ocean deployment.
- 55 MARITIME, A. R. I. *Wave Adaptive Multipurpose Vessel*. 2021. Disponível em: <<https://www.wam-v.com/>>.
- 56 BEARD, R. W.; MCLAIN, T. W. *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. Princeton, EUA: Princeton University Press, 2012. ISBN 978-0-691-14921-9.
- 57 EAMES, M. C. *Advances in Naval Architecture for Future Surface Warships*. [S.l.], 1982.
- 58 HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentals of physics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013.
- 59 THRUN, S.; BURGARD, W.; FOX, D. *Probabilistic robotics*. [S.l.]: MIT press, 2005.
- 60 CORKE, P. *Robotics, vision and control: fundamental algorithms in MATLAB® second, completely revised*. [S.l.]: Springer, 2017. v. 118.
- 61 FOSSEN, T. I.; JOHANSEN, T. A. A survey of control allocation methods for ships and underwater vehicles. In: IEEE. *14th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'06)*. [S.l.], 2006. p. 1–6.
- 62 MCDONALD, J. E. The coriolis effect. *Scientific American*, JSTOR, v. 186, n. 5, p. 72–79, 1952.
- 63 FOSSEN, T. I. *Nonlinear modelling and control of underwater vehicles*. [S.l.]: Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk, 1991.
- 64 FALTINSEN, O. M. *Hydrodynamics of high-speed marine vehicles*. [S.l.]: Cambridge university press, 2005.
- 65 FOSSEN, T. I. *Guidance and control of ocean vehicles*. [S.l.]: John Wiley & Sons Inc, 1994.
- 66 BRENNEN, C. *A Review of Added Mass and Fluid Inertial Forces*. [S.l.], 1982.
- 67 BARRASS, B.; DERRETT, C. D. *Ship stability for masters and mates*. [S.l.]: Elsevier, 2011.

- 68 NEVES, M.; PEREZ, N.; VALERIO, L. Stability of small fishing vessels in longitudinal waves. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 26, n. 12, p. 1389–1419, 1999.
- 69 BARRASS, B. *Ship stability: notes and examples*. [S.l.]: Elsevier, 2000.
- 70 NÜCHTER, A. *3D robotic mapping: the simultaneous localization and mapping problem with six degrees of freedom*. [S.l.]: Springer, 2008. v. 52.
- 71 LV, C.; YU, H.; HUA, Z.; LI, L.; CHI, J. Speed and heading control of an unmanned surface vehicle based on state error PCH principle. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi, v. 2018, 2018.
- 72 BEARD, R. W. Quadrotor dynamics and control. *Brigham Young University*, 2008.
- 73 SILVA, M. F. da; HONÓRIO, L. M.; MARCATO, A. L. M.; VIDAL, V. F.; SANTOS, M. F. Unmanned aerial vehicle for transmission line inspection using an extended kalman filter with colored electromagnetic interference. *ISA transactions*, Elsevier, 2019.
- 74 PARK, S.; DEYST, J.; HOW, J. A new nonlinear guidance logic for trajectory tracking. In: *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 4900.
- 75 CHEN, M.; GE, S. S.; HOW, B. V. E.; CHOO, Y. S. Robust adaptive position mooring control for marine vessels. *Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 21, n. 2, p. 395–409, 2012.
- 76 PARK, S.; DEYST, J.; HOW, J. P. Performance and lyapunov stability of a nonlinear path following guidance method. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 30, n. 6, p. 1718–1728, 2007.
- 77 TZENG, C.; LEE, S.; HO, Y.; LIN, W. Autopilot design for track-keeping and berthing of a small boat. In: IEEE. *International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. [S.l.], 2006. v. 1, p. 669–674.
- 78 DURHAM, W. C. Constrained control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 16, n. 4, p. 717–725, 1993.
- 79 BODSON, M. Evaluation of optimization methods for control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 25, n. 4, p. 703–711, 2002.
- 80 FERGUSON, A. R.; DANTZIG, G. B. The allocation of aircraft to routes?an example of linear programming under uncertain demand. *Management science*, INFORMS, v. 3, n. 1, p. 45–73, 1956.
- 81 POONAMALLEE, V. L.; YURKOVICH, S.; SERRANI, A.; DOMAN, D. B. A nonlinear programming approach for control allocation. In: IEEE. *American Control Conference*. [S.l.], 2004. v. 2, p. 1689–1694.
- 82 PETERSEN, J. A. M.; BODSON, M. Fast implementation of direct allocation with extension to coplanar controls. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 25, n. 3, p. 464–473, 2002.

- 83 PETERSEN, J. A. M.; BODSON, M. Fast implementation of direct allocation with extension to coplanar controls. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 25, n. 3, p. 464–473, 2002.
- 84 DURHAM, W. C. Constrained control allocation. *Journal of Guidance, control, and Dynamics*, v. 16, n. 4, p. 717–725, 1993.
- 85 KUMAR, V. R.; WALDRON, K. J. Force distribution in closed kinematic chains. *Journal on Robotics and Automation*, IEEE, v. 4, n. 6, p. 657–664, 1988.
- 86 SHI, J.; ZHANG, W.; LI, G.; LIU, X. Research on allocation efficiency of the redistributed pseudo inverse algorithm. *Science China Information Sciences*, Springer, v. 53, n. 2, p. 271–277, 2010.
- 87 SØRDALEN, O. Optimal thrust allocation for marine vessels. *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 5, n. 9, p. 1223–1231, 1997.
- 88 PETERSEN, J. A. M.; BODSON, M. Interior-point algorithms for control allocation. *Journal of guidance, control, and dynamics*, v. 28, n. 3, p. 471–480, 2005.
- 89 HÄRKEGÅRD, O. *Dynamic control allocation using constrained quadratic programming*. [S.l.]: Linköping University Electronic Press, 2004.
- 90 BOLENDER, M. A.; DOMAN, D. B. Nonlinear control allocation using piecewise linear functions: A linear programming approach. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 28, n. 3, p. 558–562, 2005.
- 91 LEI, J.; CHEN, H.-F.; FANG, H.-T. Primal–dual algorithm for distributed constrained optimization. *Systems & Control Letters*, Elsevier, v. 96, p. 110–117, 2016.
- 92 SANTOS, M.; HONÓRIO, L.; MOREIRA, A.; GARCIA, P.; SILVA, M.; VIDAL, V. Analysis of a fast control allocation approach for nonlinear over-actuated systems. *ISA Transactions*, Elsevier, 2021.
- 93 NETO, A. F. D. S.; HONÓRIO, L. D. M.; SILVA, M. F. D.; JUNIOR, I. C. D. S.; WESTIN, L. G. F. Development of optimal parameter estimation methodologies applied to a 3dof autonomous surface vessel. *IEEE Access*, IEEE, v. 9, p. 50035–50049, 2021.
- 94 REGINA, B. A.; HONÓRIO, L. M.; PANCOTI, A. A. N.; SILVA, M. F.; SANTOS, M. F.; LOPES, V. M. L.; NETO, A. F. S.; WESTIN, L. G. F. Hull and aerial holonomic propulsion system design for optimal underwater sensor positioning in autonomous surface vessels. *Sensors*, v. 21, n. 2, 2021. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/21/2/571>>.
- 95 SILVA, M. F. da; HONÓRIO, L. de M.; SANTOS, M. F. dos; NETO, A. F. dos S.; CRUZ, N. A.; MATOS, A. C.; WESTIN, L. G. F. Project and control allocation of a 3 dof autonomous surface vessel with aerial azimuth propulsion system. *IEEE Access*, IEEE, v. 9, p. 5212–5227, 2020.
- 96 HAGER, W. W.; ZHANG, H. A new active set algorithm for box constrained optimization. *SIAM Journal on Optimization*, SIAM, v. 17, n. 2, p. 526–557, 2006.

- 97 MARTINSEN, F.; BIEGLER, L. T.; FOSS, B. A. A new optimization algorithm with application to nonlinear mpc. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 14, n. 8, p. 853–865, 2004.
- 98 CONTE, G.; CAPUA, G. D.; SCARADOZZI, D. Modeling and control of a low-cost asv. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 45, n. 27, p. 429–434, 2012.
- 99 SINGH, Y.; SHARMA, S.; SUTTON, R.; HATTON, D. Path planning of an autonomous surface vehicle based on artificial potential fields in a real time marine environment. Cardiff, 2017.
- 100 LABORATORY, I. R. *Autonomous Surface Vessel - Aero4Riover - Autonomous Mission - 1*. 2020. <<https://www.youtube.com/watch?v=KnxoQezaZqo>>.
- 101 SILVA, M. F. da; HONORIO, L. M.; MARCATO, A. L. M.; VIDAL, V. F.; SANTOS, M. F. Unmanned aerial vehicle for transmission line inspection using an extended kalman filter with colored electromagnetic interference. *ISA transactions*, Elsevier, v. 100, p. 322–333, 2020.
- 102 WIRTENSOHN, S.; WENZL, H.; TIETZ, T.; REUTER, J. Parameter identification and validation analysis for a small usv. In: IEEE. *2015 20th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*. [S.l.], 2015. p. 701–706.
- 103 WIRTENSOHN, S.; REUTER, J.; BLAICH, M.; SCHUSTER, M.; HAMBURGER, O. Modelling and identification of a twin hull-based autonomous surface craft. In: IEEE. *2013 18th International Conference on Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR)*. [S.l.], 2013. p. 121–126.