UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Andres David Pinto Hurtado

¿Qué matemática acontece en el aula de Cálculo Diferencial? Error y producción matemática

Juiz de Fora
2021

Andres David Pinto Hurtado

¿Qué matemática acontece en el aula de Cálculo Diferencial? Error y producción matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação. Área de concentração: "Educação brasileira: gestão e práticas pedagógicas".

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Sônia Maria Clareto

Juiz de Fora
2021

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração
automática da Biblioteca Universitária da UFJF,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Pinto Hurtado, Andres David.
¿Qué matemática acontece en el aula de Cálculo Diferencial?
Error y producción matemática / Andres David Pinto Hurtado. -- 2021.
104 f. : il.

Orientadora: Sônia Maria Clareto
Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz
de Fora, Faculdade de Educação. Programa de Pós-Graduação em
Educação, 2021.

1. Aula de Matemáticas. 2. Error. 3. Producción Matemática. 4.
Cálculo. 5. Educación Matemática. I. Clareto, Sônia Maria , orient. II.
Título.

Andres David Pinto Hurtado

¿Qué matemática acontece en el aula de Cálculo Diferencial? Error y producción matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação. Área de concentração: "Educação brasileira: gestão e práticas pedagógicas".

Aprovada em 26 de março de 2021.

BANCA EXAMINADORA

____
Dra. Sônia Maria Clareto – Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora

____
Dra. Margareth Aparecida Sacramento Rotondo
Universidade Federal de Juiz de Fora

____
Dr. Roger Miarka
Universidade Estadual Paulista

____
Dra. Marta Elaine de Oliveira
Rede Pública Municipal de Juiz de Fora - MG e do Instituto Metodista Granbery

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi familia, en especial a mi abuelo ***Juan de Jesús*** *(in memoriam), y a mi hija* ***Hannah****.*

AGRADECIMIENTOS

*Agradezco a **Soninha**, que más que una orientadora, fue una grande amiga. Su paciencia y comprensión, me incentivaron a enfrentar muchos desafíos. Muchísimas gracias por acompañarme en esta travesía.*

*Agradezco a mis padres, **María Rebeca** y **Juan Carlos**, por su apoyo incondicional y comprensión en todo momento.*

*Agradezco a **Renata,** compañera de vida, por su amor y apoyo en todo momento.*

*A Agradezco a mis hermanas **Mayra** y **Fernanda** por todo el cariño.*

*A Agradezco a **Leonor** por sus consejos, por la lectura y las correcciones ortográficas de este trabajo y especialmente porque sin ella esta travesía no habría sido posible. Muchísimas gracias.*

*A mi **familia** que estuvo siempre a mi lado apoyándome, motivándome y ayudándome en el crecimiento personal y profesional. Estoy eternamente agradecido con ustedes.*

*Agradezco a **Margareth** por acompañarme en todo el proceso, gracias por las tardes de estudio y las discusiones especialmente comiendo "pão de queijo" y tomando café.*

*Agradezco a **Roger** por sus ricas contribuciones que fueron muy importantes para estructurar este trabajo.*

*Agradezco a **Martha** por sus valiosas palabras y pinturas que fueron de gran inspiración.*

*Agradezco a **Travessia grupo de pesquisa** y a **Grupo Políticas Cognitivas** por acogerme durante estos dos años y en espacial por su disposición y atención, en las lecturas, sus aportes y sobre todo las grandes caminadas que hicimos juntos, les agradezco a cada uno de ustedes.*

Agradezco a la profesora ***Sonia Miranda*** *por su comprensión y atención en el transcurso de mi travesía.*

Agradezco a mis ***colegas*** *y* ***profesores(as)*** *del* ***PPGE*** *por cada momento que compartimos y por hacer mi adaptación mucho más fácil.*

A el profesor ***Carlos Soares****, por su disposición y permitirme acompañar sus aulas de Cálculo I para realizar la investigación.*

Agradezco a las ***estudiantes*** *y* ***compañeros*** *de aula del Instituto de Ciencias Exactas que hicieron que esta investigación fuera posible.*

Agradezco a ***Universidade Federal de Juiz de Fora*** *por permitirme realizar la Maestría en Educación.*

Agradezco a ***CAPES*** *por el apoyo financiero.*

Agradezco a ***Freepik.com*** *por aportar las imágenes de fondo.*

¿Enseñamos a matar dragones?

"Había un hombre que aprendió a matar dragones y dio todo lo que poseía para perfeccionarse en el arte. Después de tres años él se encontraba perfectamente preparado, mas, qué frustración, no encontró oportunidades de practicar su habilidad."
(Dschuang Dsi)

"...Como resultado, él resolvió enseñar a cómo matar dragones"
(René Thom)

RESUMEN

¿QUÉ MATEMÁTICA ACONTECE EN EL AULA DE CÁLCULO DIFERENCIAL? ERROR Y PRODUCCIÓN MATEMÁTICA

Esta disertación tiene como campo de investigación un aula de Cálculo Diferencial (Cálculo I) de la Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). La investigación asume la *cartografia* como método de investigación. El objetivo es inventariar acontecimientos de un colectivo de fuerzas, entendido como: estudiantes de Licenciatura en Matemática e profesores e currículo de Matemática e universidad pública y y y, problematizando el error, los procesos de producción matemática y el silencio en el aula de Cálculo. Inventariar apuesta en un ejercicio de experimentación con la escrita de este trabajo que está dividida en las siguientes invenciones: *Inventario*: considerado como un conjunto de inventos producidos a partir de lo que fue posible CONTAR al inventariar esta investigación; *Cuestionario* - es tratado como un repertorio de cuestiones que me acompañaron en el transcurso de la investigación y que todavía me siguen acompañando: —¿Qué es un aula de matemáticas? —¿Cómo el aula se torna un objeto de investigación? —¿Qué matemática acontece en el aula de Cálculo? —¿Cartografiar el aula de Cálculo es posible? —¿Cuáles vidas habitan el aula de Cálculo? *Fragmentario* - la idea de fragmentario en este apartado no se refiere a una pequeña parte de alguna cosa quebrada o dividida. Al contrario, es una composición de conceptos junto a las lecturas, experiencias, (des)conocimientos y prácticas para producir sentidos; *Cuentario* - es considerado como un conjunto de cuentos e está compuesto por tres bloques: Funciones, Limites y Derivada. En este Cuentario se pretende CONTAR cuentos como formas de vida; *Afectario* - este apartado es utilizado para CONTAR los afectos e efectos al inventariar esta investigación; *Secuestrario* - es la palabra escogida para decir sobre las referencias. Finalmente, inventariar nos pone en el desafío de experimentar una Matemática como acontecimiento, apostando en las *Potencias de Vida* para forzar el pensamiento e pensar de otras maneras en el aula de Matemática. Inventariar esta investigación junto a Gilles Deleuze y Félix Guattari, inventa problemas, desterritorializa verdades absolutas y produce rupturas en el campo de las representaciones. Acontecimientos en el aula de Cálculo engendran modos de investigar, inventar y escribir junto a una política cognitiva que produce mundos.

Palabras Claves: Aula de Matemáticas; Error; Producción Matemática; Cálculo; Educación Matemática.

RESUMO

QUE MATEMÁTICA ACONTECE NA SALA DE AULA DE CÁLCULO DIFERENCIAL? ERRO E PRODUÇÃO MATEMÁTICA

Esta dissertação tem como campo de pesquisa uma sala de aula de Cálculo Diferencial (Cálculo I) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). A pesquisa assume a cartografia como método de pesquisa. Tem-se como objetivo inventariar acontecimentos do coletivo de forças, entendido como: estudantes de Licenciatura em Matemática e professores e currículo de Matemática e universidade pública e e e, problematizando o erro, os processos de produção matemática e o silêncio na sala de aula de Cálculo. Inventariar aposta em um exercício de experimentação com a escrita deste trabalho que está dividida nas seguintes invenções: *Inventario*: considerado como um conjunto de invenções produzidas a partir do que foi possível CONTAR ao inventariar esta pesquisa; *Cuestionario* - é tratado como um repertório de perguntas que me acompanharam no decorrer da investigação e que ainda me acompanham: Que é uma sala de aula de matemática? —Como a sala de aula se torna objeto de pesquisa? — Que matemática acontece na sala de aula de Cálculo? —É possível cartografar a sala de aula de Cálculo? Que vidas habitam a sala de aula de Cálculo? *Fragmentario* - a ideia de fragmentário nesta seção não se refere a uma pequena parte de algo quebrado ou dividido. Pelo contrário, é uma composição de conceitos junto as leituras, experiências, (des)conhecimentos e práticas para produzir sentidos; *Cuentario:* é considerado como um conjunto de contos e está composto por três blocos: Funções, Limites e Derivadas. Neste Cuentario pretende-se CONTAR contos como formas de vida, problematizando os acontecimentos e discutindo algumas políticas que se assumem na aula de Cálculo em relação ao erro e aos processos de produção matemática. Este Cuentario; *Afectario* - esta seção é usada para CONTAR os afetos e efeitos ao inventariar esta pesquisa; *Secuestrario* - é a palavra escolhida para dizer sobre as referências. Finalmente, inventariar nos coloca no desafio de experimentar uma Matemática como acontecimento, apostando nas *Potencias de Vida* para forçar o pensamento, pensar de outras maneiras na sala de aula de matemática. Inventariar esta pesquisa junto a Gilles Deleuze y Félix Guattari, inventa problemas, desterritorializa verdades absolutas e produz rupturas no campo das representações. Acontecimentos na sala de aula de Cálculo engendram modos de pesquisar, inventar e escrever junto a uma política cognitiva que produze mundos.

Palavras-chave: Sala de aula de Matemáticas; Erro; Produção Matemática; Cálculo; Educação Matemática.

ABSTRACT

WHAT MATHEMATICS HAPPENS IN A DIFFERENTIAL CALCULUS CLASSROOM IN RELATION TO THE PROCESSES OF MATHEMATICAL PRODUCTION? ERROR AND PRODUTION MATHEMATIC

The field of research for this dissertation is a Differential Calculus classroom (Calculus I) at the Federal University of Juiz de Fora (UFJF). Research assumes *cartography* as a research method. The objective is to inventory events of a group of forces, understood as: undergraduate students in Mathematics and teachers and mathematics curriculum and public university and and and, problematizing error, mathematical production processes and silence in the Calculus classroom. Inventory bets on an experimentation exercise with the writing of this work, which is divided into the following inventions: *Inventario* - considered as a set of inventions produced from what was possible to COUNT when inventorying this research; Cuestionario - it is treated as a repertoire of questions that accompany me, if i do not cover the investigation and that still accompany me: —What is a math classroom? —How does the classroom become an object of investigation? —What mathematics happens in the Calculus classroom? —Mapping the Calculus classroom is possible? —What lives inhabit the Calculus classroom? *Fragmentario* - the idea of fragmentary in this section does not refer to a small part of something broken or divided. On the contrary, it is a composition of concepts together with readings, experiences, (mis)knowledge and practices to produce meanings; *Cuentario* - it is considered as a set of stories and is composed of three blocks: Functions, Limits and Derivative. In this Cuentario it is intended to COUNT stories as forms of life; *Afectario* - this section is used to COUNT the affects and effects when inventorying this research; *Secuestrario* - is the word chosen to say about the references. Finally, inventory puts us in the challenge of experiencing a Mathematics as an event, betting on the Powers of Life to force thinking and thinking in other ways in the Mathematics classroom. Inventorying this research together with Gilles Deleuze and Félix Guattari, invents problems, deterritorializes absolute truths and produces ruptures in the field of representations. Events in the Calculus classroom engender ways of researching, inventing and writing alongside a cognitive politics that produces worlds.

Keywords: Math Classroom; Error; Mathematical Production; Calculus; Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

Inventario

Inventario [15]

Cuestionario [17]

Fragmentario [31]

Cuentario [55]

Funciones [56]

Limites [78]

Derivadas [88]

Afectario [96]

Secuestrario [100]

Inventario

Inventariar una investigación no significa CONTAR[1] sus elementos o patrimonio adquirido. Inventariar apuesta en un ejercicio de escrita que posibilita CONTAR cuentos como formas de vida, CONTAR experiencias que constituyen vidas, cartografiar caminos, romper relaciones con las prácticas y (des)conocimientos e producir (in)materialidades del cotidiano. Inventariar asume un modo de escritura que actúa junto a una política cognitiva de entender y producir mundos. Inventariar produce líneas de fuga a los "[...] efeitos de um exercício racional que tende a se prender às formas já estabelecidas e, portanto, tende a compreender a pesquisa científica no campo das representações"[2]. Inventariar colocan en movimiento las capacidades de producción de sentidos, más allá de lo establecido por un método. Inventariar una investigación agrieta significados, produce rupturas en el campo de las representaciones y al mismo tiempo abre posibilidades a la invención de si y del mundo[3].

En ese sentido, el objetivo de esta investigación es inventariar acontecimientos de un colectivo de fuerzas (entendido como: estudiantes de Licenciatura en Matemática y profesores y currículo de Matemática y universidad pública y y y), problematizando el error, los procesos de producción matemática y el silencio en un aula de Cálculo Diferencial de la Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

Acontecimientos engendran modos de investigar, inventar y escribir junto a una política cognitiva que produce mundos. Al inventariar esta investigación producimos las siguientes invenciones: *Inventario, Cuestionario, Fragmentario, Cuentario, Afectario* y *Secuestrario* — ¿Qué tienen en común estas invenciones? Las que palabras componen estas "invenciones" tienen el sufijo "ario" que denota conjunto o relación para establecer conexiones en el colectivo de fuerzas. —¿Cómo funcionan estas invenciones?

Inventario: considerado como un conjunto de inventos producidos a partir de lo que fue posible CONTAR al inventariar esta investigación.

Cuestionario: es el primer capítulo, él cual es tratado como un repertorio de cuestiones que me acompañaron en el transcurso de la investigación y que todavía me siguen acompañando: —¿Qué es un aula de matemáticas? —¿Cómo el aula se torna un objeto de

[1] El uso de mayúsculas en las palabras contar destaca dos sentidos atribuidos en el recorrido de esta investigación.
[2] MENDES, 2017, p. 26.
[3] KASTRUP, 1999.

investigación? —¿Qué matemática acontece en el aula de Cálculo? —¿Cartografiar el aula de Cálculo es posible? —¿Cuáles vidas habitan el aula de Cálculo?

Fragmentario: es el segundo capítulo, la idea de fragmentario en este apartado no se refiere a una pequeña parte de alguna cosa quebrada o dividida. Al contrario, es una composición de conceptos junto a las lecturas, experiencias, (des)conocimientos y prácticas para producir sentidos. “Los conceptos son todos fragmentarios que no se ajustan unos con otros, puesto que sus bordes no coinciden. Son más productos de dados lanzados al azar que piezas de un rompecabezas”[4]. Es importante destacar que algunos fragmentos atraviesan el texto (en páginas de fondo negro).

Cuentario: es el tercer capítulo, es considerado como un conjunto de cuentos, en el cual se pretende CONTAR cuentos como formas de vida, problematizando los acontecimientos del colectivo de fuerzas. En este Cuentario se realizó un ejercicio de experimentación (fabulación-narración) compuesto por tres bloques: Funciones, Limites y Derivadas, en el cual los cuentos se presentan en letra regular y los diálogos inician con un guion “—” y se presentan en letra cursiva.

Afectario: este apartado es utilizado para CONTAR los afectos e efectos al inventariar esta investigación.

Secuestrario: es la palabra escogida para decir sobre las referencias (entre secuestros, robos, actos de captura y saqueos fue posible inventariar esta investigación).

Finalmente, es importante señalar que, al ser una investigación realizada en Brasil, el modo de composición de la escritura del texto se presenta en el idioma español, pero es atravesado por algunas marcas en el idioma portugués. Por otro lado, el símbolo “∞” infinito indicara un corte en el flujo del texto o el final de un cuento.

∞

[4] DELEUZE, 1972, p. 39.

Cuestionario

¿Qué es un aula de matemáticas?

—¿Quién pudiera describir el aula con pocas palabras...?

—Sala de aula: espaço tempo de formações: de uma matemática, de um currículo, de uma formação docente, de uma vida... vidas...[5]. El aula es espacio de intercambio, de experimentación y de invención...

—A simple vista parece ser un cuerpo geométrico... —¿Podría ser un paralelepípedo? O —¿Tal vez sea un cubo?

—Un aula es un cubo, es decir, un espacio-tiempo, y en un aula pasan muchísimas cosas...[...] Un aula es algo que se extiende de una semana a otra... es un espacio y una temporalidad muy especiales[6]...

—¿Cuánto tiempo pasamos aquí...?

—Pasamos horas, días, semanas, meses, años y hasta vidas... En el aula cada momento se hace eterno, aquí pareciera dilatarse el tiempo, vivimos temporalidades absolutas, pero también relativas, en donde perdemos tiempo, pero ganamos vida.

—¿Qué espacio ocupamos...?

—Un aula es una especie de materia en movimiento, es a decir verdad una materia en movimiento, y.… por eso es musical; y del cual cada uno, o cada grupo, o en última instancia cada estudiante, toma lo que le conviene. Un mal aula es algo que, literalmente, no conviene a nadie. Pero no podemos decir que todo conviene a cualquiera, así que es preciso que la gente espere, casi hasta el límite. Ni que decir tiene que hay quienes se duermen a la mitad, y no se sabe por qué misteriosa razón se despiertan en el momento que les interesa. No hay una ley que diga por adelantado: «Esto le va a interesar a tal»; tampoco es que les interesen los temas, es otra cosa. Un aula es emoción. Es tanto emoción como inteligencia. Si no hay emoción, no hay nada, no hay ningún interés. Así que el problema no es seguirlo todo, ni escucharlo todo: se trata de

---

[5] CAMMAROTA; ROTONDO; CLARETO, 2018, p. 4.
[6] DELEUZE, 1988, p. 126.

despertarse a tiempo para aprender lo que te conviene, lo que te conviene personalmente. Y por eso es muy importante un público muy variado, porque se notan muy bien los centros de interés que se desplazan, que saltan de uno a otro, y aquello forma un especie de tejido espléndido, una textura [...][7].

—¿Y que más encontramos en el aula?

—El aula es espacio de desafíos, enfrentamos currículos, disciplinas, cursos, reglas, normas, hegemonías y dogmas... A de ser aquí donde la Ciencia parece ser exacta, el conocimiento nos torna sabios, y la salud es perfecta...

—¿Quiénes somos en el aula? —¿En que nos convertimos?

—Somos llamados de estudiantes, profesores(as), amigos(as) y a veces enemigos(as), somos configurados como elementos de un conjunto aula, colecciones de una institución, hasta una familia de una educación.

—¿Cómo se enseña o se aprende en el aula?

—De muchas maneras, el aula es un espacio-tiempo abierto a las posibilidades, muchos acontecimientos se dan dentro y fuera de él. —El aula rompe con la relación de enseñanza y aprendizaje, que comúnmente, se configura siendo el profesor como el conocedor de las Matemáticas y al mismo tiempo el poseedor del poder y la razón. De esa forma, el profesor garantiza la enseñanza, mientras que los estudiantes (futuros profesores(as)) están en función del aprendizaje.

—¿Qué acontece en el aula?

—Esa es una pregunta clave, pero no tengo una respuesta, y tal vez nunca la tenga. Sin embargo, en el aula pasamos momentos de alegría envueltos en sonrisas, pero también momentos de tensión marcados por gritos y eternos silencios.

—¿Es posible sentir el aula?

—Somos expuestos a estímulos que captamos de afuera y dentro de nuestro cuerpo, estímulos externos llenos de colores, olores, texturas, temperaturas y ruidos, y estímulos internos como sensaciones y deseos.

—¿Qué hay en el aula?

—En el aula puede estar vacía o completa depende de cómo la pienses.

---

[7] DELEUZE, 1988, p. 135.

—A veces encontramos varios ventanales que dan claridad y lámparas que iluminan cada rincón. Tableros, tizas, marcadores y borradores que intentan materializar o borrar las ideas en el tablero.

—También hay pupitres que pueden ser de madera, plástico o metal, estos albergan las historias de los que los han pasado por ellos. Alientos y suspiros que quedan en el aire. Voces que necesitan ser escuchadas y otras olvidadas.

—El aula es un ambiente lleno de recuerdos envueltos en climas algunos días cálido y otros días fríos.

—El aula no destaca por su decoración, pero si por una gran diversidad social, cultural, política...

—Y el aula es ... ¿Para quién o para qué?

—No lo sé, yo diría que ni toda aula es para todos, ni todo lo visto en el aula va a servir para todos los que están allí. Es un espacio para la experimentación, de estar en el mundo y vivir juntos de otras maneras.

—¿Qué pasa si no aprendo en el aula?

—En el aula cuando alguien no comprende [...] Hay posibilidad de que lo comprenda después, etc. Yo creo que los mejores estudiantes son los que hacen las preguntas una semana después[8]. —Es en el aula que se construyen y se destruyen saberes. Infinitas son las causas y las lecciones a impartir. Pasamos innumerables luchas personales y colectivas, algunas justas y otras injustas.

—¿Perdemos o ganamos en el aula? —¿Por qué es así...?

—No estoy seguro, es más bien un juego de palabras: Aprobar o reprobar; acertar o errar; éxito o fracaso; vivir o morir en el intento...

∞

[8] DELEUZE, 1988, p. 135.

¿Cómo un aula de Cálculo se tornó mi objeto de investigación?

A lo largo de mi vida académica sentí un gran aprecio por el aula de matemáticas, cada disciplina cursada fue un desafío marcado por innumerables experiencias, conquistas, derrotas, alegrías, tristezas, y cansancios. Todos estos acontecimientos, fueron construyendo un modo característico de, aprender y enseñar las matemáticas.

Comenzando por mi formación básica primaria entre los años 1999 y 2004. Pasé por diferentes escuelas, pero en cada una de ellas las aulas fueron muy especiales, recuerdo muchos juegos, materiales y actividades divertidas. En esta etapa las aulas eran muy parecidas, puesto que teníamos un(a) único(a) profesor(a) ministrar todos los cursos y los estudiantes permanecíamos en el mismo espacio. Recuerdo a los(as) profesores(as) decir: —Es hora de aula de matemáticas. *y en ese momento cambiaba de cuaderno.*

Durante mi formación secundaria y media entre los años 2004 y 2010. En el aula de matemáticas se enseñaban temas característicos: aula de Álgebra, aula de Trigonometría, aula de Geometría, aula de Cálculo, entre otras. En este recorrido me encontré con compañeros que por alguna razón tenía un cierto disgusto con las matemáticas, parecían estar incómodos, y en ocasiones pasaban desapercibidos durante toda el aula. Además de esto, percibí una cierta clasificación en el aula, en la cual habían “buenos” y “malos” estudiantes. Siempre me pregunte: —¿Cómo ser un buen estudiante de matemáticas? —¿Qué características tiene? —¿Qué se espera de un buen estudiante de matemáticas? *Sin embrago, según los comentarios de mis profesores(as) y compañero(a)s yo estaba en el lugar de un “buen estudiante”.* —¿Tendrá alguna relación por mi apreció al aula de matemáticas? *No lo sé, lo cierto es que, yo simplemente cumplía con mis deberes escolares y erraba como cualquier otro estudiante.*

En 2010 finalizando la educación media me encontré con el aula de Cálculo, en la cual hice mi primer contacto con las nociones de función y límite. A decir verdad, yo no entendía lo que significaban estos conceptos. Pero era fácil resolver los ejercicios, ya que, los(as) profesores(as) facilitaban las fórmulas, y sólo debía saber las respuestas correctas para determinadas preguntas. En este mismo año realicé las evaluaciones nacionales ICFES para entrar en la universidad.

Motivado por las experiencias en el aula de matemáticas, el carisma de algunos(as) profesores(as) y la exigencia de otros(as), decidí que quería ser un profesor de matemáticas. Así fue que en 2011 ingresé al Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la

Universidad del Valle (Univalle), una universidad de carácter público, ubicada en la ciudad de Santiago de Cali, Valle del Cauca, Colombia.

En mi primer año de la licenciatura me matricule en diferentes disciplinas de matemática, y en especial la disciplina de Cálculo I, que según el currículo de la licenciatura es una disciplina indispensable para la formación de profesores(as) de matemáticas. En las primeras semanas de aula de Cálculo, noté que gran parte de los estudiantes ya habían visto el curso, lo cual me pareció un poco extraño si se considera que es un curso inicial. Asimismo, percibí una gran diferencia respecto a lo que conocía como aula de matemáticas. Yo no estaba acostumbrado a la formalidad de los conceptos matemáticos y al lenguaje técnico que usaban los(as) profesores(as) al momento de expresarse. Y para complicar más esta situación, en el aula era asumido por axioma: "todos los estudiantes saben la matemática escolar" entonces" todos los estudiantes aprenden de la misma forma". En el transcurso de las aulas tuve muchas dificultades, pues no conseguía acompañar los conceptos matemáticos, los procedimientos eran muy mecánicos y cada día el profesor dejaba una grande lista de ejercicios que pocos estudiantes conseguían hacer. Por lo cual en mi intento de reproducir lo que era enseñado recurría a memorizar las fórmulas y procedimientos. Pero esto no dio ningún resultado, al poco tiempo pase a ser visto como un "mal estudiante". Pese a realizar un gran esfuerzo por aprender no conseguí cumplir con las expectativas de la disciplina y fui reprobado en Cálculo I.

En el siguiente semestre me matriculé de nuevamente en Cálculo I y esta vez estaba decidido a aprobar el curso. En esta nueva oportunidad me sentía mejor adaptado a la vida universitaria, y siendo la misma disciplina sentí el aula totalmente diferente, podía responder a las preguntas que el profesor hacía en el aula, ya había memorizado las fórmulas y resolvía los ejercicios al pie de la letra (de forma mecánica). Al poco tiempo pase a ser considerado un buen estudiante. Y al final del semestre conseguí el objetivo que "todos" esperan: ser aprobado en Cálculo I.

Después de esta experiencia con Cálculo, y con algunas (~~mucha~~s) dificultades habité otras aulas de matemáticas. Con el tiempo fui aprendiendo a estudiar y a (re)producir los modelos de cada disciplina para mantenerme en el selecto grupo de "buenos estudiantes" y aprobar las expectativas de la Licenciatura en Matemática.

En el año 2016 me vinculé a la estrategia de acompañamiento y seguimiento estudiantil ASES[9]*, donde desempeñé el cargo Monitor Académico en el área de Matemáticas y*

[9] Ver página Web de la Estrategia ASES, disponible en: http://ases.univalle.edu.co.

Acompañante Socioeducativo, con estudiantes de los primeros semestres académico de la Universidad del Valle. En esta estrategia tuve mi primera experiencia como profesor de Cálculo I aplicando y desarrollando competencias profesionales y personales con estudiantes de Licenciatura en Matemáticas. En el transcurso de las aulas la pregunta: —¿Cómo ser "un buen estudiante de matemáticas"? *paso a ser:* —¿Cómo ser "un buen profesor de matemáticas"? *Puesto que me había tornado reproductor de las formas aprendizaje y los métodos de enseñanza de mis profesores(as).*

De esta experiencia surgió mi trabajo de conclusión de curso, al reconocer la incidencia de errores que presentaban los estudiantes en la disciplina de Cálculo I, intentando responder a las necesidades y dificultades identificadas en ASES.

En este contexto, mis intereses académicos se enfocaron en la Educación Superior alrededor del aula de matemáticas y en especial a los errores en la disciplina de Cálculo. Y en el intento de ampliar mis conocimientos como investigador y desarrollar mis competencias en el campo de la Educación Matemáticas. En 2018 viaje para Brasil para intentar realizar un posgrado.

En 2019 fui aprobado en una Maestría en Educación en el programa de pos-graduação em Educação (PPGE) de la Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Minas Gerais, Brasil y junto al grupo "Travessia Grupo de Pesquisa" del Núcleo de Estudos em Ciência Matemática y Tecnologia (NEC) comienza una travesía para inventariar el aula de matemáticas.

∞

¿Qué Matemática acontece en el aula de Cálculo?

Retomando la historia de las matemáticas en Europa entre los siglos XVII y XVIII encontramos uno de los más importantes acontecimientos, en el cual, Isaac Newton (1643-1727) y Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) independiente uno del otro, establecieron las bases de una teoría sistemática con la invención del Cálculo Infinitesimal[10]. Así mismo, durante el siglo XVII, en Japón Ski Kowa desarrolló una forma de Cálculo llamada yenry, que utilizó para medidas de círculos (Mikami, 1913; Smith y Mikami, 1914) y en la India donde ya se tenía una noción de diferenciación, con la cual el Cálculo infinitesimal se aplicó solamente en astronomía y en ciertos problemas de medidas[11].

> El cálculo infinitesimal es una herramienta matemática perteneciente a la rama de esta ciencia denominada "análisis matemático". En una aproximación preliminar, podemos decir que abarca todas aquellas ecuaciones que involucran magnitudes infinitamente pequeñas, o infinitesimales[12].

Además, el Cálculo Infinitesimal tiene dos ramas principales: Cálculo Diferencial tiene como principal concepto la derivación y Cálculo Integral que trabaja con la integración. A partir de lo anterior, centramos nuestro interés en el Cálculo Diferencial, el cual se encarga del estudio de las cantidades que varían con el tiempo y las relaciones entre ellas. Asimismo, considera:

> […] Ideas, conceptos y procedimientos relacionados con los infinitésimos y los procesos infinitos en la búsqueda de: tangentes a las curvas, determinación de máximos y mínimos para una función, la resolución de problemas de optimización, de interpolación o de aproximación[13].

Actualmente, el Cálculo Diferencial es enseñado en una disciplina llamada Cálculo I[14] que hace parte del currículo académico de la Licenciatura en Matemáticas. En tanto parece ser considerado fundamental en la formación de profesores(as). Sin embargo, diferentes investigaciones en la Educación Matemática ponen en evidencia la presencia del error en los procesos de enseñanza y aprendizaje del Cálculo (Tall 1990; Rico 1993; Artigue 1995; Baldino

---

[10] APOSTOL, 1984.
[11] GHEVERGHESE, 1996.
[12] SANTAYA, 2017, p. 24.
[13] BOUVIER & GEORGE, 2000, p. 39.
[14] A partir de este momento, las referencias del Cálculo Diferencial estarán relacionadas a la disciplina de Cálculo I, a la cual nos referiremos como Cálculo.

& Cabral, 2006; Del puerto, Minnaard, Seminara 2005; Cury 2000, 2001, 2006, 2007, 2010; Cavassato & Lorí, 2011; Rafael, 2017; Souza, 2019).

En el contexto brasilero, Cury (2006), desarrolló un proyecto de investigación sobre el análisis de errores en disciplinas matemáticas, con 368 estudiantes que ingresan a universitarios, en ocho Universidades del Estado de Río Grande del Sur. En él abordó las respuestas de los estudiantes de Cálculo I, frente a preguntas sobre límites, derivadas e integrales, mostrando además que los errores son propios del contenido desarrollado en las preguntas, más que los problemas de aprendizaje, suscitados en la educación. De igual modo en la perspectiva del análisis del error en la resolución de problemas, hay una tendencia a comprender el error como una respuesta que:

> [...] não corresponde à produção esperada de um aluno (ou professor) que já deve ter tido contato com os conteúdos apresentados na referida questão ou com estratégias de resolução de problemas em Matemática. É, portanto, um referencial que toma como suposta verdade o conhecimento institucional, ou seja, o que a instituição "Escola" espera ver apresentado por alunos (ou professores) de um determinado nível de ensino, em suas produções escritas em Matemática[15].

La exploración de investigaciones realizadas en el campo de la educación matemáticas, sobre el error en el aula, comúnmente centran su atención en responder cuestiones como: —¿Por qué el estudiante erró? —¿Cuáles son las causas de los errores? —¿Por qué el profesor no tiene éxito al enseñar estos conceptos?[16] Y constatan el vacío existente en torno a la investigación de la manera como el error se concibe por parte de estudiantes y profesores(as). Pese a los aportes enmarcados en los trabajos realizados bajo una perspectiva que privilegia las razones y las características de los errores, es pertinente encarar el asunto, renovando la mirada sobre el error, de tal manera que puedan plantearse alternativas en donde se piensen los errores como una producción matemática que opera de otro modo posibilitando aprender matemáticas en el aula de Cálculo.

Al inventariar esta investigación no intentamos construir un método para abordar las problemáticas del error ni mucho menos solucionarlas. —¿Y esto qué propósito tiene? En cierta forma, buscamos distanciarnos del lugar de las Matemáticas con verdades absolutas. Y desde esa mirada, no se considera el error como algo ajeno al pensamiento.

[15] CURY, 2010, p. 2.
[16] CLARETO, 2015.

En esta perspectiva, pensamos el "**error**" como **Potencia de Vida**, expresión que consideramos apropiada para discutir el error como la capacidad de invención, la posibilidad de pensar en otras formas, de fluir de otras maneras y con esto movilizar el error de ese lugar negativo del pensamiento, inmerso en una Matemática hegemónica que funciona como proceso. De igual forma, consideramos que **la producción matemática** no está relacionada solamente al aprendizaje de los estudiantes de Licenciatura en Matemática. En cambio, se relaciona con todos los sujetos que componen el espacio-tiempo aula. En ese sentido, se entiende la producción como un efecto de la diferencia y no como una representación de la diferencia. Estas ideas serán abordadas a lo largo del texto.

Escogiendo el aula de Cálculo como campo de investigación me propongo a pensar: —¿Cómo los encuentros con la Matemática de la disciplina de Cálculo afectan la formación de estudiantes de Licenciatura en Matemática? —¿Cuáles errores y producciones matemáticas se van construyendo durante el transcurso de la disciplina? —¿Qué pasa en el aula para que el error acontezca? —¿Enseñar con ese error es posible? —¿Aprender con ese error es posible? De donde resulta la cuestión central que atraviesa esta investigación:

¿QUÉ MATEMÁTICA ACONTECE EN EL AULA DE CÁLCULO DIFERENCIAL EN RELACIÓN AL ERROR Y LOS PROCESOS DE PRODUCCIÓN MATEMÁTICA?

∞

¿Cartografiar el aula de Cálculo es posible?

> Uma cartografia que se constitui em uma relação com o fora da sala de aula, com a sala de aula e seus foras e seus dentros e seus entre.... Uma relação com o fora da matemática da sala de aula, programada em currículos, livros didáticos e planejamentos. Uma relação com o fora da matemática da tradição, aparelho de Estado. O fora que se instaura dentro da sala de aula. No meio, no entre[17].

La composición de esta investigación se manifiesta en el desafío de cartografiar algunos acontecimientos en relación al error y los procesos de producción de estudiantes de Licenciatura en Matemática, en contacto con contenidos del aula de Cálculo. —¿Por dónde comenzar? La investigación se produce abriendo posibilidades a la experimentación, y por esta razón me inspire en el "método" de la cartografía producido por Deleuze y Guattari y más tarde desarrollado por Passos, Kastrup y Escossia. En tanto presupone una orientación del trabajo del investigador que no se realiza de manera prescriptiva, por reglas ya elaboradas, ni con objetivos previamente establecidos.

> A cartografia como método de pesquisa-intervenção pressupõe uma orientação do trabalho do pesquisador que não se faz de modo prescritivo, por regras já prontas, nem com objetivos previamente estabelecidos. No entanto, não se trata de uma ação sem direção, já que a cartografia reverte o sentido tradicional de método sem abrir mão da orientação do percurso da pesquisa. O desafio é o de realizar uma reversão do sentido tradicional de método – não mais um caminhar para alcançar metas prefixadas (metá-hódos), mas o primado do caminhar que traça, no percurso, suas metas. [...] A diretriz cartográfica se faz por pistas que orientam o percurso da pesquisa sempre considerando os efeitos do processo do pesquisar sobre o objeto da pesquisa, o pesquisador e seus resultados[18].

Cartografiar supone un sentido de movimiento siguiendo "pistas" de lo escuchado, observado y experimentado que nos lleva a la construcción de un camino para alcanzar los objetivos de la investigación, sin seguir las reglas impuestas por un método predeterminado[19]. "[...] A cartografia como método de pesquisa é o traçado desse plano da experiência, acompanhando os efeitos (sobre o objeto, o pesquisador e a produção do conhecimento) do

[17] CLARETO, 2020, p. 274.
[18] PASSOS, KASTRUP; ESCÓSSIA, 2009, p. 17.
[19] PASSOS; KASTRUP; ESCÓCIA, 2009.

próprio percurso da investigação"[20]. En ese sentido, el método cartográfico actúa en el plano de la experiencia, donde intervienen las relaciones entre conocer, actuar y crear.

En esa perspectiva, comencé a dar mis primeros pasos escribiendo algunas cuestiones acerca de cómo investigar el aula de matemáticas:

—¿Qué hay en un aula de matemáticas?
—¿Cómo funciona un aula?
—¿Qué acontece en un aula?
—¿Cómo habitar el aula?
—¿Qué debo observar en el aula?
—¿Cómo investigar las producciones?
—¿Investigar los errores es posible?
—¿Qué sentidos se producen en el aula?
—¿Cómo sentir el aula?
—¿Cuándo sentir el aula?
—¿Con cuál cuerpo?
—¿Con cuál piel?
—¿Cuáles son los desafíos que esto representa?
—¿Qué tipo de metodología utilizar?
—¿Qué elementos componen esa aula?
—¿Qué herramientas voy a utilizar?
—¿Cómo se enseña y cómo aprende en el aula?

En el ejercicio de pensar los diferentes caminos por recorrer me encontré algunas pistas que me llevaron a un lugar de composición de conceptos, experiencias, (des)conocimientos y producción de sentidos. Sin embargo, estos conceptos parecían fragmentados y comencé a establecer relaciones.

Mi siguiente destino fue el trabajo de campo en un aula de Cálculo. En este espacio-tiempo realice una observación participante con una carga horaria de cuatro horas semanales durante el segundo semestre de 2019. Razón por la cual intente capturar los acontecimientos, interacciones y diálogos en un registro de experiencias. Es importante destacar, que en este

[20] PASSOS; KASTRUP; ESCÓCIA, 2009, p. 17-18.

registro se hizo un reconocimiento de detalles como el silencio, el tono de voz en los diálogos y las expresiones corporales de los sujetos que habitaron este espacio-tiempo en el transcurso de la disciplina.

Con base a esta información comencé a pensar una forma de CONTAR los acontecimientos del aula junto a mis lecturas y modos de entender y producir matemática. De ahí surgió una experimentación fabulación-narración, que se compone de un ejercicio de producción de cuentos como formas de vida del aula de Cálculo en relación a los "errores" y procesos de producción matemática. Estos cuentos pueden o no estar relacionados entre sí. Puesto que, trascurren uno tras otro desarticulando la lógica de causa y efecto. Cartografiando caminos y acompañando estos procesos de producción surgieron las invenciones: *Inventario, Cuestionario, Fragmentario, Cuentario, Afectario* y *Secuestrario* con los cuales la investigación fue ganando cuerpo, mundo y vida.

∞

¿Cuáles vidas habitan el aula de Cálculo?

El departamento de matemáticas del Instituto de Ciencias Exactas (ICE) de la Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) ofrece tres cursos de pregrado presenciales [21] en el área de Matemática: Bacharelado en Matemática, Licenciatura en Matemática (diurno) y Licenciatura en Matemática (nocturno). Estos cursos pretenden formar estudiantes con conocimientos matemáticos para actuar en la carrera docente en los diferentes niveles de enseñanza.

En ese contexto, esta investigación fue realizada en el segundo semestre de 2019, a partir de un trabajo de campo en un aula de Cálculo I ofrecida por el ICE de la UFJF. En esta aula estaban matriculados setenta y seis estudiantes[22] entre los cuales gran parte habían ingresado a la Licenciatura en Matemática (nocturno). Es importante resaltar que el profesor de la disciplina de Cálculo proporcionó todos los materiales y las actividades que fueron desarrolladas en la disciplina.

La participación de los sujetos en esta investigación fue voluntaria y consentida; Por ende, este trabajo tuvo como condición fundamental, la firma de un consentimiento libre y esclarecido (TCLE). La información fue manejada de forma confidencial, teniendo en cuenta los alcances, limitaciones y riesgos en especial cuidado en reservar la identidad de los participantes.

∞

[21] Para más información sobre los cursos visitar https://www.ufjf.br/matematica/

[22] A partir de este momento cuando nombremos a los estudiantes de Licenciatura en Matemática incluimos a los demás participantes del aula de Cálculo.

Fragmentario

Jamais Interprete,

Experimente...

Gilles Deleuze

TODO EL MUNDO SABETODO EL MUNDO SABETODO EL MUNDO SABETODO EL MUNDO SABE TODO

TODO EL MUNDO **SABE TODO EL MUNDO** SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO

TODO EL MUNDO SABE **TODO EL MUNDO SABE** TODO EL MUNDO

SABE ~~TODO EL MUNDO SABE~~ TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO TODO

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

SABETODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO TODO EL

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

TODO
E L
MUND
O
SABE
TODO
E L
SABE

TODO

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

EL

TODO
E L
MUNDO

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

TODO EL MUNDO SABETODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL

MUNDO

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

SABE

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

T O D O E L M U N D O S A B E

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

T O D O E L M U N D O S A B E

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

T O D O E L M U N D O S A B E

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

S A B E T O D O E L M U N D O S A B E

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL

TODO EL MUNDO **SABE TODO EL MUNDO** SABE TODO EL MUNDO SABE TODO

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL

MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

SABE **TODO EL MUNDO SABE** TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL

MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE

TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE ~~TODO EL MUNDO SABE~~

TODO EL MUNDO SABETODO EL MUNDO SABE TODO

EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE **TODO EL MUNDO SABE** TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO

SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO

EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO EL MUNDO SABE TODO SABE

La imagen dogmática del pensamiento

"Todo el mundo sabe ..." Todo el mundo sabe, antes del concepto y de forma prefilosófica. Todo el mundo sabe lo que significa pensar y ser. Todo el mundo sabe, nadie puede negar, es la forma de representación y el discurso del representante[23].

—¿Qué es lo que todo el mundo sabe? —¿Cómo lo sabe? —¿Por qué tiene que saberlo? —¿Si todo el mundo sabe que es lo que ignoramos? Preguntas que fuerzan el pensamiento en una escrita que pretende pensar el error como un dispositivo para enfrentar un concepto que Deleuze llama de "imagen dogmática del pensamiento", en la cual "el pensamiento puede tener lugar bajo unas formas dogmáticas u ortodoxas que se erige en un lugar hegemónico"[24]. —¿Cómo actúa esta imagen en el pensamiento? —¿Cuál es su relación con la verdad? —¿Cuál papel juega junto a el error?

> [...] De acuerdo con esta imagen, el pensamiento aparece como afín a lo verdadero, posee formalmente lo verdadero y quiere materialmente lo verdadero. Y es sobre esta imagen que cada uno sabe "se supone que sabe" lo que significa pensar[25].

Por consiguiente, podría pensarse que hay una multiplicidad de imágenes del pensamiento que se han consolidado a través de la filosofía y las ciencias. En el caso de las Matemáticas, encontramos un lugar privilegiado entre las ciencias, por ser una ciencia exacta que encarna el conocimiento científico, percibido como "universal". Este conocimiento universal se sustenta en la idea que las Matemáticas se constituyen a partir de verdades absolutas. —¿Es este absolutismo que hace de las Matemáticas un pensamiento dogmático? El pensamiento dogmático parece funcionar como un lenguaje dominante que confiere cierto estatus a quienes dominan sus técnicas. De igual forma, es percibido como un instrumento de poder que produce conocimiento, permite conocer y conocernos mediante métodos sobre el mundo. —¿Será que conocimiento es conocer? —¿Es el método que permite pensar y conocernos?

---

[23] DELEUZE, 2002, p. 202.
[24] DELEUZE, 2002.
[25] DELEUZE, 2002, p. 204.

> “No entiendo por imagen del pensamiento el método, sino algo más profundo, algo siempre presupuesto, un sistema de coordenadas, de dinamismos, de orientaciones: de lo que significa pensar, orientarse en el pensamiento”[26].

En ese sentido, la imagen del pensamiento funciona de forma dinámica, no es la misma en todos los tiempos, puesto que, no está asociada a contenidos históricos, políticos o culturales. Ella se produce en un plano consistente de representaciones y no actúa en favor de las fuerzas que intervienen en el pensamiento. El carácter dogmático de esta imagen supone una estructura del pensamiento en función de presupuestos de lo significa pensar, comprender el pensamiento, representar y totalizar diferencias.

> La imagen dogmática del pensamiento aparece en tres tesis esenciales: 1°. Se nos dice que el pensador en tanto que pensador quiere y ama la verdad (veracidad del pensador); que el pensamiento como pensamiento posee o contiene formalmente la verdad (con naturalidad de la idea, a priori de los conceptos); que el pensar es el ejercicio natural de una facultad, que basta pues pensar «verdaderamente» para pensar con verdad (recta naturaleza del pensamiento, buen sentido, compartido universalmente); 2°. Se nos dice también que hemos sido desviados de la verdad, pero por fuerzas extrañas al pensamiento (cuerpos, pasiones, intereses sensibles). Porque no sólo somos seres pensantes, sino que caemos en el error, tomamos lo falso por lo verdadero. El error: éste sería el único efecto, en el pensamiento como tal, de las fuerzas exteriores que se oponen al pensamiento. 3°. Finalmente, se nos dice que basta un método para pensar bien, para pensar verdaderamente. El método es un artificio, gracias al cual encontramos la naturaleza del pensamiento, nos adherimos a esta naturaleza y conjuramos el efecto de las fuerzas extrañas que la alteran y nos distraen. Gracias al método conjuramos el error. Poco importa el lugar y la hora si aplicamos el método: éste nos introduce en el dominio de lo que vale en todo tiempo y lugar»[27].

Ahora bien, esta imagen dogmática considera lo verdadero como un universal abstracto, en el que, el pensamiento parece estar orientado hacia lo verdadero, y para encontrar las verdades, se hace necesario simplemente un acto de buena voluntad. Sin embargo, el pensamiento no está exento de contratiempos. Es decir, el error es una consecuencia del pensamiento producida por fuerzas exteriores y contrarias a él. No obstante, el método pretende conjurar al error con la finalidad de homogeneizar el pensamiento, capturar variantes y retornar al camino de la verdad.

∞

[26] DELEUZE, 1999, p. 127.
[27] DELEUZE, 2002, p. 58.

Hay consignas generales: ¡piensa con formulaciones correctas! ¡Piensa como se debe pensar, como se tiene que pensar! ¡Respeta el método, sigue el modelo! Esta imagen no está diseñada más que para ser ciegamente obedecida, de lo contrario —y en eso consiste su chantaje— el caos, la barbarie, el mito, o en nuestros términos, el trágico imperio de la diferencia en la inorganicidad. Así, lo que escapa al modelo de la unificación en un pensamiento totalizante aparece como pura irracionalidad, como sin-sentido[28].

∞

[28] CARDENAS, 2011, p. 252-253.

Funes que conoce y no inventa

"[...] Podía reconstruir todos los sueños, todos los entresueños. Dos o tres veces había reconstruido un día entero; no había dudado nunca, pero cada reconstrucción había requerido un día entero. Me dijo: Más recuerdos tengo yo solo que los que habrán tenido todos los hombres desde que el mundo es mundo. Y también: Mis sueños son como la vigilia de ustedes. Y también, hacia el alba: Mi memoria, señor, es como vaciadero de basuras. Una circunferencia en un pizarrón, un triángulo rectángulo, un rombo, son formas que podemos intuir plenamente; lo mismo le pasaba a Ireneo con las aborrascadas crines de un potro, con una punta de ganado en una cuchilla, con el fuego cambiante y con la innumerable ceniza, con las muchas caras de un muerto en un largo velorio. No sé cuántas estrellas veía en el cielo"[29].

f(x) - Funes el Memorioso[30].

[29] BORGUES, 2004, p. 3.

[30] Imagen disponible en: <https://www.facebook.com/107476619931705/posts/fragmento-de-funes-el-memorioso-un-cuento-de-jorge-luis-borges-donde-el-protagon/188220061857360/> Consultado 16 sep. 2020.

Funes es el estudiante más aplicado del aula de Cálculo. Él es el primero en llagar y el último en salir. Nunca se atrasa, se sienta en los primeros lugares de la sala, —¿Sentarse en los primeros lugares es importante? *Funes es conocedor de todas las cosas. ¡Él todo lo sabe y sabe lo todo! Todos dicen que es un buen estudiante, es el ejemplar que todo profesor quiere tener.* —¿Cómo ser ese buen estudiante? *Funes tiene un don natural, parece ser un genio, él hace cosas que nos sorprenden, como, por ejemplo: el hecho de que no utiliza cuadernos, no usa hojas de papel para hacer sus anotaciones. Ni siquiera lleva un maletín con materiales de estudio, ni mucho menos calculadora. Para Funes ¡Esto es inútil! Puesto que solo debe recordar. Funes es capaz de enunciar todas las fórmulas, pronunciar los axiomas, demostrar todos los teoremas y recitar cada una de las definiciones matemáticas* —¿Será que memorizar es conocer? *El profesor siempre se preocupa por que sus estudiantes aprendan, intenta explicar con clareza y de la forma más simple posible.* —¿Cómo ser un buen profesor? *En cada aula incentiva a sus estudiantes con listas enormes de ejercicios y problemas matemáticos* —¿Por qué tantos? —¿Son necesarios? *Cuando el profesor de Cálculo hace una pregunta, Funes ya tiene una respuesta. Yo siempre quise ser un estudiante como Funes, pero por más rápido que intentase pensar, él ya había respondido. Funes conocía todas las respuestas, es el poseedor de las verdades y siempre decía lo correcto. Sin embargo, Funes no se preocupaba por entender matemática, lo cierto es que no tenía ningún tipo de preocupación. En cada una de las evaluaciones Funes era el primero en entregar las respuestas. Algunos días me preguntaba:* —¿Será que Funes Erra? *El Cálculo parecía fácil en las manos de Funes, Pero él había dejado de pensar, solo necesita recordar. Funes podía rememorar perfectamente cada acontecimiento de su vida exactamente en cada instante de tiempo. Sin embargo, no era capaz de pensar, ya que tenía información infinita en su cabeza, y para pensar necesitamos de olvidar algunas informaciones. Funes es el estudiante que conoce, pero no inventa. Inventar depende de la potencia del olvido efectivo de informaciones.* —¿Qué tipo de formación estamos promoviendo? —¿Cuáles Funes estamos formando? *El Funes-estudiante, Funes-profesor o el Funes-de-la-vida. Funes de tanto conocer perdió la capacidad de pensar. Funes de tanto recordar perdió oportunidad de inventar. En el LÍMITE Funes es la propia imposibilidad de la matemática, su fracaso absoluto, su total derrota e inutilidad.*

No entender, mueve al mundo.

Nuestras dudas producen mundos.

...

Gente que não tem dúvida não é capaz de inovar, de reinventar, não é capaz de fazer de outro modo. Gente que não tem dúvida só é capaz de repetir.

Mário Sérgio Cortella

Forzar el pensamiento

*"Pensar é criar, não há outra criação, mas criar é,
antes de tudo, engendrar, 'pensar' no pensamento"[31].*

Pensar no es un acto representativo, el pensamiento inventa, crea sentidos, establece modos de existir. "Pensar efectivamente, no es un ejercicio natural de una facultad, sino un 'acontecimiento extraordinario'; es descubrimiento e invención de nuevas posibilidades de vida"[32] . Pensar es establecer formas de (re)inventarnos y sentir las fuerzas que constituyen nuestro entorno. "El pensamiento es como el vampiro, no tiene imagen, ni para crear modelo, ni para hacer copia"[33].

> [...] La nueva imagen del pensamiento implica relaciones de fuerzas extremadamente complejas. La teoría del pensamiento depende de una tipología de las fuerzas. Y aquí también la tipología empieza por una topología. Pensar depende de ciertas coordenadas. Tenemos las verdades que merecemos según el lugar al que llevamos nuestra existencia, la hora en que velamos, el elemento que frecuentamos. No hay idea más falsa que la de que la verdad salga de un pozo. Sólo hallamos verdades allí donde están, a su hora y en su elemento. Cualquier verdad es verdad de un elemento, de una hora y de un lugar: el minotauro no sale del laberinto. No pensaremos hasta que no se nos obligue a ir allí donde están las verdades que dan que pensar, allí donde se ejercen las fuerzas que hacen del pensamiento algo activo y afirmativo. No un método sino una paideia, una formación, una cultura. El método en general es un medio para evitarnos ir a tal lugar, o para conservar la posibilidad de salir de él (el hilo del laberinto). «Y nosotros, nosotros os rogamos encarecidamente, ¡agarraos a ese hilo!»[34].

—¿Cómo conjurar la imagen dogmática del pensamiento? —¿Es posible librarnos del campo de las representaciones? —¿Cómo forzar el pensamiento? El desafío de pensar fuera de una imagen dogmática del pensamiento, propone un ejercicio en el que no se buscan respuestas, sino por el contrario se intenta crear nuevos problemas, generar nuevas posibilidades para violentar el pensamiento y hasta cierto punto librarnos de la *doxa*.

∞

---

[31] DELEUZE, 2002, p. 227.
[32] DELEUZE, 2002, p.143.
[33] DELEUZE & GUATTARRI, 2004, p. 382.
[34] DELEUZE, 2002, p. 61.


FÚTIL
CONFUSIÓN
INCULTURA
VIOLENCIA
ALELADA
TORPEZA
INSENSATEZ
FALSEDAD
IMBECILIDAD
INEXACTO
PERCANCE
IGNORANCIA
BRUTALIDAD
PAYASADA
ATROCIDAD
INCORRECTO
IDIOTEZ
ESTUPIDEZ
CRIMEN
IGNOMINIA
DESPROPÓSITO
ATENTADO
FALLO
TERROR
INSIGNIFICANCIA
DELIRIO
BÊTISE
ATROCIDAD
PÁNICO
PAVADA
BESTIALIDAD
NECEDAD
BESTEIRA
SANDEZ
BARBARIDAD
SINIESTRO
TRAGEDIA
BOBAGEM
BOBADAS
TONTERÍAS
ESTULTICÍA
BERRO
EQUIVOCACIÓN
CATÁSTROFE
MENTIRA
DISPARATE
LOCURA
INEXACTO
CAOS
BURRADA
DESACIERTO

¿Necesito decir qué es el Error?

> "El error es sólo el reverso de una ortodoxia racional y aún testigo de lo que se desvía en favor de una rectitud de una buena naturaleza y de una buena voluntad de aquel que se dice engañar"[35].

Es así que, en la imagen dogmática del pensamiento representa error como la única figura negativa del pensamiento. Funcionando en una dialéctica verdadero y falso el error desvía el pensamiento de su recta naturaleza, del saber puro y las verdades absolutas.

> El error es lo "negativo" que se desarrolla naturalmente en la hipótesis de la cogitatio natura universalis. Sin embargo, la imagen dogmática no ignora de ningún modo que el pensamiento tiene otros contratiempos además del error [...] La estupidez, la maldad, la locura son consideradas como hechos de una causalidad externa que ponen en juego fuerzas en sí mismas exteriores, capaces de desviar desde afuera la rectitud del pensamiento, en la medida en que no somos sólo pensadores[36].

En esta perspectiva, "es notorio que la imagen dogmática, no reconozca sino al error como contratiempo del pensamiento y reduzca todo a la imagen del error"[37]. Al tratarse de los errores, existe un referencial que toma como supuesta verdad el conocimiento institucional, o sea, lo que la institución 'Escuela' espera ver presentado por estudiantes (o profesores(as)) de un determinado nivel de enseñanza, en sus producciones escritas en Matemática[38].

∞

[35] DELEUZE, 2002, p. 244.
[36] DELEUZE, 2006, p. 228.
[37] DELEUZE, 2006, p. 227.
[38] CURY 2000, p. 2.

El Error como Potencia de Vida

En un aula de Matemáticas . . .

—¿Qué estás haciendo?

—Estoy estudiando para la evaluación de matemáticas. —intentaré memorizar todas las fórmulas y las respuestas para no errar en la evaluación.

—Espera... aprender todo de memoria no significa que no vas a errar.

—Es que... No podemos errar. —O eso es lo que nos han dicho.

—¿Por qué no se puede errar?

—Todo el mundo sabe que errar no es bueno. —Pensamos que errar está mal, porque nos trae consecuencias.

— Pero eso no es así, tú erras, él y ella erra... ¡yo errooooo con mucha frecuencia! — ¡TODO EL MUNDO ERRA!

—No lo sé. —Mis compañeros saben cada respuesta, ellos repiten y memorizan.

—Vaya... No lo quiero ni imaginar. —¿Repetir y memorizar es un poco aburrido, no lo crees?

—Pues... ¿De qué otra forma puedo aprender?

—Yo aprendo experimentando.

—¿Experimentando? —¿Qué es eso de experimentar? —¿Acaso eres estúpido? Debo obtener 100 en la evaluación o dirá que soy un fracasado. —Repetir los ejercicios y memorizar es la única forma de no cometer errores y para aprender matemáticas correctamente.

—Nunca se sabe cómo alguien aprende[39]*. Pero no todo en Matemáticas tiene una única respuesta o modelo de hacer.*

—Para hacer matemáticas hay que pensar diferente a veces depende del contexto o de nuestros experimentos. —Y es que al experimentar pensamos con formas y sentidos distintos. —Por eso todo erramos.

—¿Qué me estas queriendo decir? ¿Errar es pensar diferente?

—¡Tal vez! —Errar nos da la posibilidad de experimentar, inventar y vivir diferente.

[39] DELEUZE, 1972, p. 32.

—¿Cuál es la importancia del error en el aula de matemáticas? —¿Cómo nos ocupamos con el error? —¿Qué vidas se producen con el error? —¿Será que las matemáticas son difíciles y están destinadas para los más capaces? —¿Es el error el causante de las dificultades? —¿Cómo podemos enfrentar los fracasos, frustraciones y exclusiones en el aula? Estos interrogantes reflejan una frecuente problemática frente al error en el aula de matemáticas, la cual no busco resolver, en cambio intentare discutirla.

—¿El aula de matemáticas es un espacio-tiempo de (re)producción de modelos educativos? Parece ser que los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas están determinados por una relación directa y biunívoca en donde se espera que el estudiante aprenda de forma inmediata ante la aplicación de un modelo educativo de enseñanza. Con esto no pretendo criticar los modelos educativos. En cambio, mostrar que el aprendizaje de los estudiantes es asumido por la asimilación de una Matemática que funciona como (re)producción de procesos mecánicos. —¿Producir matemática es un proceso mecánico? —¿Aprender matemáticas es aprender métodos? Probablemente, aprender métodos permite conocer las respuestas verdaderas, puesto que, la perfecta reproducción del método impide cometer errores. Comúnmente el error resulta ser indeseable tanto para el estudiante como para el profesor. De esa forma, el error se presenta como desencuentro con el conocimiento matemático, una fisura a las expectativas de los profesores(as), un corte del currículo de matemáticas, una brecha entre los intereses de la escuela o de la universidad.

En ese sentido, el error aparece como un desvió que rompe con el estado natural del aula, una ruptura al modelo de reproducción, representación y repetición de las matemáticas. Y ante esta situación se pretende conjurar a el error ejerciendo la evaluación como un mecanismo de control. Este mecanismo se constituye frecuentemente en un ejercicio de poder, que parte de una valoración dicotómica: correcto/errado y tras la no correspondencia entre un elemento uno y otro, el error pasa a ser contemplado como un falso pensamiento.

—¿Cometer errores nos torna malos estudiantes? —¿Es la evaluación quién distingue los "buenos estudiantes" y "malos estudiantes" en matemáticas? —¿Cómo eso acontece? En la imagen dogmática del pensamiento, la Matemática parece ser asumida como una ciencia completa que funciona en un campo de representaciones. Por lo cual, para tornarnos buenos estudiantes en matemática basta pensar a partir del método para encontrar las "respuestas verdaderas". Por otro lado, los malos estudiantes son desviados de las respuestas verdaderas, por fuerzas externas al pensamiento que producen "respuestas falsas", consideradas por no tener representación en ese campo, y consecuentemente es inevitable caer el error. Ante esta situación, esta Matemática pretende aplicar otro mecanismo, esta vez de corrección mediante una nueva metodología que estructura y territorializa la enseñanza y el aprendizaje en función de la verdad.

El elemento original del pensamiento no es la verdad de la representación, sino el sentido y el valor. Y es que todo pensamiento no piensa nunca por sí mismo, necesitando de fuerzas que lo golpeen para activarse y ello lleva a considerar el error como algo que no es ajeno al pensamiento. —¿Entonces por qué seguimos hablando del error? —Y es que hablar del error nos lleva a pensar en una falta de conocimiento, pérdida de tiempo o desvío del pensamiento. En esta lógica el error es representado como una imagen negativa del pensamiento, y es sobre esta imagen que el error rinde homenaje a las verdades absolutas. En contraste, proponemos desterritorializar la imagen negativa sobre el error en el aula de matemáticas, permitiéndonos movilizar las pretensiones de un saber absoluto, contenido universal, respuestas verdaderas y afirmaciones únicas. —¿Qué acontece si no hay error? Quizás tengamos posibilidades para forzar el pensamiento, oportunidades para violentar los procesos de producción matemáticas, abusar de las representaciones y desafiar los métodos. Es decir, engendramos Potencias de Vida.

—¿Potencias de Vida? —¿Y esto qué significa? —No estoy seguro, pero pensar en las Potencias de Vida propone perturbar la relación directa e inmediata entre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Permite pensar las matemáticas no como reproducción de procesos mecánicos. En contraste pensar una matemática como acontecimiento, producida junto al colectivo de fuerzas. Potencias de Vida ofrece la posibilidad de experimentar e inventar nuevos problemas, inaugurar otras formas de existencia en el aula de matemáticas, fluir de otras maneras y explorar procesos creativos, pues toda creación de vida es en sí misma resistencia.

∞

¿Cómo varia un problema con el tiempo?

[...] En el siglo XVII, ¿cuál es la preocupación negativa de la mayoría de los grandes filósofos? Su preocupación negativa es impedir el error. Se trata de conjurar los peligros del error. Dicho de otra manera, lo negativo del pensamiento es evitar que el espíritu se equivoque. ¿Cómo evitar el error?

Y luego hay un deslizamiento muy lento, de tal suerte que en el siglo XVIII empieza a nacer un problema diferente. Podría parecer el mismo, y de hecho no es el mismo en absoluto: no ya denunciar el error, sino denunciar las ilusiones. La idea de que el espíritu cae y llega estar rodeado de ilusiones, o incluso que él mismo las produce. No sólo cae en errores, sino que produce ilusiones: es todo el movimiento del siglo XVIII, de los filósofos del siglo XVIII, la denuncia, la superstición, etc.

Ahora bien, podría parecer que hay una similitud con el siglo XVII, pero en realidad el problema que empieza a nacer es completamente nuevo.

De esta suerte, podemos decir que, también en este caso, hay razones sociales, etc., pero hay también una historia secreta del pensamiento que sería apasionante hacer. La cuestión ya no es: «¿cómo evitar caer en el error?», sino: «¿cómo llegar a disipar las ilusiones de las que rodea el espíritu?». Y luego en el siglo XIX digo a propósito cosas tan sencillas, tan rudimentarias–, ¿qué sucede? Sucede como si aquello se deslizara de un lado a otro sin llegar a estallar del todo, sino que cada vez más se plantea... ¿cómo evitar, el qué? Ya no la ilusión: se trata de algo más que el espíritu. Se trata de que los seres humanos, en tanto que criaturas espirituales, no dejan de decir tonterías.

En el siglo XVII, ¿cuál es la preocupación de la mayoría de grandes matemáticos? Su preocupación era resolver cuatro problemas: 1. Encontrar la tangente a una curva en un punto. 2. Encontrar el valor máximo o mínimo de una cantidad. 3. Encontrar la longitud de una curva, el área de una región y el volumen de un sólido. 4. Dada una fórmula de la distancia recorrida por un cuerpo en cualquier tiempo conocido, encontrar la velocidad y la aceleración del cuerpo en cualquier instante.

En parte estos problemas fueron analizados por el filósofo-matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz y el físico-matemático inglés Issac Newton[...] Se sabe que los dos trabajaron en forma casi simultánea pero sus enfoques son diferentes. Newton trataba a las variables como "cantidades que fluyen" mientras que Leibniz conserva un carácter más geométrico y, diferenciándose de su colega, trata a la derivada como un cociente incremental, y no como una velocidad. Leibniz no habla de derivada sino de incrementos infinitamente pequeños, a los que llama diferenciales. Un incremento de x infinitamente pequeño se llama diferencial de x, y se anota dx. Lo mismo ocurre para y (con notación dy). Lo que Newton llamó fluxión, para Leibniz fue un cociente de diferenciales (dy/dx). No resulta difícil imaginar que, al no poseer en esos tiempos un concepto claro de límite y ni siquiera de función, los fundamentos de su Cálculo infinitesimal son poco rigurosos. Se puede decir que el Cálculo de fluxiones de Newton se basa en algunas demostraciones algebraicas poco convincentes, y las diferenciales de Leibniz se presentan como entidades

Ya no es lo mismo que una ilusión, no es caer en una ilusión, sino: ¿cómo conjurar la necedad?

Esto aparece con mucha nitidez en aquellos que están en la frontera de la filosofía: cuando Flaubert está en la frontera de la filosofía, el problema de la necedad; Baudelaire, el problema de la necedad, y todo lo demás, ya no es lo mismo que la ilusión, etc. Así que también en este caso podemos decir que ello está ligado a evoluciones sociales. Por ejemplo: la evolución de la burguesía en el siglo XIX, que hace de la necedad un problema urgente. Bien, pero hay algo más profundo en esas evoluciones, en esa especie de historia de los problemas que afronta el pensamiento, y cada vez que se plantea un problema, aparecen nuevos conceptos. De tal suerte que, si compremos la filosofía de esta manera (creación de conceptos, constitución de problemas –allí donde los problemas están más o menos ocultos, hay que redescubrirlos, etc.), nos damos cuenta de que la filosofía no tiene rigurosamente nada que ver con lo verdadero y lo falso. La filosofía, saben, no consiste en buscar la verdad. Buscar la verdad: se trata de algo que no quiere decir rigurosamente nada... Y si se trata de crear conceptos: ¿qué se quiere decir? ¿Y constituir un problema? No es un asunto de verdad o de falsedad, ¡es una cuestión de sentido! En fin, es preciso que un problema tenga sentido. Hay problemas que no tienen sentido, sí, y hay problemas que sí lo tienen. Hacer filosofía es constituir problemas que tienen sentido y crear los conceptos que nos hacen avanzar en la comprensión y la solución del problema.” (DELEUZE, 1988, p. 76-77).

extrañas que, aunque se definen, no se comportan como incrementos. Esta falta de rigor, muy alejada del carácter perfeccionista de la época griega, fue muy usual en la época post-renacentista y duramente criticada.

En ese sentido, Newton y Leibniz son considerados los inventores del Cálculo, pero fueron ellos quienes dieron continuidad a los procedimientos infinitesimales de sus antecesores inmediatos, Barrow y Fermat, sus desarrollos estuvieron elaborados a partir de visiones de hombres como Torricelli, Cavalieri, y Galileo; Kepler, Valerio, y Stevin. Fueron también resultado directo de las contribuciones de Oresme, Arquímedes y Eudoxo. Finalmente, el trabajo de estos últimos estuvo inspirado por problemas matemáticos y filosóficos sugeridos por Aristóteles, Platón, Tales de Mileto, Zenón y Pitágoras. Pero el gran matemático del siglo XVIII fue el suizo Euler, quien aportó ideas fundamentales sobre el Cálculo y otras ramas de las matemáticas.

En el siglo XIX un problema importante fue definir el significado de la palabra función. Euler, Lagrange y el matemático francés Fourier aportaron soluciones, pero fue el matemático alemán Dirichlet quien propuso su definición en los términos actuales. En 1821, un matemático francés, Cauchy, consiguió un enfoque lógico y apropiado del Cálculo y se dedicó a dar una definición precisa de "función continua". Basó su visión del Cálculo sólo en cantidades finitas y el concepto de límite. Esta solución planteó un nuevo problema, el de la definición lógica de número real. Aunque la definición de Cálculo de Cauchy estaba basada en este concepto, no fue él sino el matemático alemán Dedekind quien encontró una definición adecuada para los números reales.

Un poco de historia y el nacimiento del Cálculo. Disponible en: <https://www.fca.unl.edu.ar/Intdef/Historia1.htm> Consultado 29 de oct. de 2020.

El T-error y Terrorismo

En un juego de palabras el terror y error se configuran como t-error Según la RAE[40] el término terror es definido como "una sensación de miedo muy intenso" Sería entonces una sensación de angustia ante un peligro real o imaginario que parece comprometer la integridad. Asimismo, el error representa un falso juicio, falta de conocimiento, equivocación, fracaso o necedad.

> El tirano institucionaliza la necedad, pero es el primer servidor de su sistema y víctima instituida; siempre es un esclavo el que manda a los esclavos. Y también en ese caso, ¿de qué modo el error daría cuenta de esa necedad y crueldad, de grotesco y terror que acompaña el curso del mundo? La cobardía, la crueldad la bajeza, la necedad no son simplemente potencias corporales o hechos de carácter y sociales, sino estructuras del pensamiento como tal. El pasaje de lo trascendental se anima; en él se sabe introducir en el lugar del tirano, del esclavo y del imbécil, sin que el lugar se asemeje a quien lo ocupa y sin que nunca lo trascendental se calque sobre las figuras empíricas que hace posibles[41].

—¿De qué manera el tirano y el necio se relacionan con el t-error? —¿Es el t-error un mecanismo de control? —¿Qué relaciones de poder se constituyen con la evaluación? Parece ser que en el aula la evaluación es ejercida como un ejercicio de poder, en la cual se establece un referente que evalúa la afinidad de la producción del estudiante con un patrón y tras la no correspondencia con dicho patrón, es aplicado un papel punitivo, de control, esperando movilizar así, el aprendizaje.

> A visão culposa do erro, na prática escolar, tem conduzido ao uso permanente do castigo como forma de correção e direção da aprendizagem [...]. As condutas dos alunos consideradas como erros têm dado margem, na prática escolar, tanto no passado como no presente, às mais variadas formas de castigo por parte do professor[42].

[40] Diccionario de la Real Académica de la Lengua Española.
[41] DELEUZE, 2002, p. 231-231.
[42] LUCKESI, 2013, p. 155.

Tal vez, aprender o no aprender Cálculo no es un problema didáctico.
Tal vez, aprender o no aprender Cálculo no depende de las relaciones poder.
Tal vez, el Terrorismo usa el t-error como una forma de control e intimidación.
Tal vez, lo que acontece en el aula es terrorismo.
Tal vez, los estudiantes que sufrieron terrorismo se tornen reproductores del mismo al que fueron victimados.
Tal vez, el t-error es (re)producido por el Estado, Escuela, Institución, Universidad, currículo, ...
Tal vez, o terrorismo sea una práctica asumida por los(as) profesores(as) para afirmar el aprendizaje de los estudiantes.
Tal, vez la máquina de guerra es productora de terrorismo.
Tal vez, el t-error no sea el mejor incentivo para buscar el conocimiento.

```
Pánico
Sumisión
Fidelidad
Obediencia
Regulación
Dominación
Rendimiento
Acatamiento
Sometimiento
Doctrinación
Aniquilación
Infundir terror
Atmósfera de miedo
Cuerpos encerrados
Cuerpos violentados
Suspención de deseos
Combatir la falsedad
Mecanismos de control
Cuerpos territorializados
```

¿El aula de Cálculo es espacio-tiempo de contemplación?

f'(x) - La contemplación en el siglo XIII.

Espacio Estriado y Espacio Liso

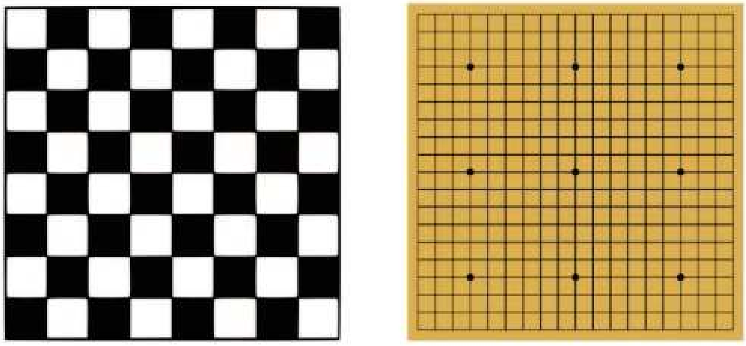
El ajedrez es uno de los juegos de estrategia entre dos personas, cada una de las cuales dispone de 16 piezas móviles que se colocan sobre un tablero dividido en 64 casillas o escaques, sin embargo, la historia cuenta que surgió en la India, hacia el siglo VI, aunque otras versiones dicen que su origen remonta del Antiguo Egipto o de la China Dinástica. Este juego tiene como objetivo dar el "mate" en el rey del jugador adversario[43].

Por otro lado, el go es un juego de tablero de estrategia para dos personas. Se originó en China hace más de 2500 años. Fue considerado una de las cuatro artes esenciales de la antigüedad China. El objetivo del juego consiste en colocar las piedras en las intersecciones del tablero (a cada jugador le corresponde un color: negro o blanco). Al igual que el ajedrez las negras inician la partida y una vez colocada una piedra, no se puede volver a mover. Se puede capturar una piedra o un conjunto de piedras y eliminarlas del tablero si están completamente rodeadas por piedras de otro color[44].

> El ajedrez es claramente una guerra, pero una guerra institucionalizada, regulada, codificada, con un frente, una retaguardia, batallas. Lo propio del go, por el contrario, es una guerra sin línea de combate, sin enfrentamiento y retaguardia, en último extremo, sin batalla: pura estrategia, mientras que el ajedrez es una semiología. Por último, no se trata del mismo espacio: en el caso del ajedrez, se trata de distribuir un espacio cerrado, así pues, de ir de un punto a otro, de ocupar un máximo de casillas con un mínimo de piezas. En el go, se trata de distribuirse en un espacio abierto, de ocupar el espacio, de conservar la posibilidad de surgir en cualquier punto: el movimiento ya no va de un punto a otro, sino que deviene perpetuo, sin meta ni destino, sin salida ni llegada. Espacio "liso" del go frente a espacio "estriado" del ajedrez. Nomos del go frente a Estado del ajedrez, nomos frente a polis. Pues el ajedrez codifica y descodifica el espacio, mientras que el go procede de otra forma, lo territorializa y lo desterritorializa (convertir el exterior en un territorio en el espacio, consolidar ese territorio mediante la construcción de un segundo territorio adyacente, desterritorializar al enemigo mediante ruptura interna de su territorio, desterritorializarse uno mismo renunciando, yendo a otra parte...). Otra justicia, otro movimiento, otro espacio-tiempo[45].

---

[43] Todo sobre ajedrez, disponible en: <https://sportsregras.com/es/ajedrez-reglas-historia/> Consultado en: 19 nov. 2019.
[44] El go, disponible en: <https://es.wikipedia.org/wiki/Go> Consultado en: 19 nov. 2019.
[45] DELEUZE, 2002, p.361.



***f’’(x)* -** Espacio estriado y cerrado del ajedrez y el espacio liso y abierto del go.

Estudiantes de Licenciatura en Matemática en aula de Cálculo se (re)producen en un juego de Ajedrez y Go. —¿Cuáles estrategias son asumidas en el aula para enfrentar aquello que está establecido? —¿Cómo hacer variar el espacio estriado de esa matemática hegemónica? —¿Cómo incentivar a los estudiantes y profesores(as) a jugar más go que ajedrez? —¿Cómo pensar a formación más allá del acumulo y memorización de fórmulas?

El espacio-tempo aula es un territorio de disputa, donde algunos cuerpos son capturados y la resistencia de otros es vista (de manera moral) como malos estudiantes. Es una guerra entre una matemática regía y una matemática nómada, entre un espacio territorializado y un espacio desterritorializado, máquina de guerra y aparato de Estado, ajedrez y el go, estriado y liso.

Esa es la relación entre lo liso y lo estriado, no es causal, pero contiene en si una relación biunívoca. Asimismo, en la actualidad el Estado ejercen un control sobre los territorios, formas políticas y movimientos de resistencia capturándolos y dejando atrás cualquier rastro, “El estado no tiene por si máquina de guerra; solo se apropiara de ella bajo la forma de institución militar, y esta no cesara de plantearle problemas”[46].

[46] DELEUZE & GUATTARI, 2002, p. 361.

> [...]O Cálculo diferencial: por muito tempo, este só teve um estatuto para-científico; tratam-no de "hipótese gótica" e a ciência regia só lhe reconhece um valor de convenção cômoda ou de ficção bem fundada; os grandes matemáticos de Estado se esforçam em dar-lhe um estatuto mais firme, porém precisamente sob a condição de eliminar dele todas as noções dinâmicas e nômades como as de devir, heterogeneidade, infinitesimal, passagem ao limite, variação contínua, etc, e de impor-lhe regras civis, estáticas e ordinais[47].

CIENCIA REGÍA

Las ciencias oficiales poseen su estatuto bien definido, funcionando en provecho del Estado, de quien obtiene su respaldo. Su modo de formalización presenta cuatro características básicas:
1) entiende la realidad como un "sólido", pudiendo incluso ser definida como una teoría de sólidos;
2) pretende construir modelos estables, homogéneos, eternos, siempre a la caza de invariantes;
3) hace de la realidad algo plenamente mensurable, proponiendo un espacio lineal, cerrado, en el que vamos de rectas a paralelas–espacio estriado (métrico), en el que su carácter mensurable prepara para una ocupación sedentaria;
4) es un modelo teoremático de ciencia, es decir, basado en una racionalidad presupuesta, para la cual los problemas no pasan de obstáculos a ser superados rumbo al elemento esencial [48].

[47] DELEUZE & GUATARRI, 1997, p. 21.
[48] DOMENECH, 2017, p. 253.

CIENCIA NÓMADA

1) Su modelo sería sobre todo hidráulico, en lugar de ser una teoría de los sólidos que considera los fluidos como un caso particular; en efecto, el atomismo antiguo es inseparable de los flujos, el flujo es la propia realidad o la consistencia.
2) Es un modelo de devenir y de heterogeneidad, que se opone al modelo estable, eterno, idéntico, constante. […] El clinamen, como ángulo mínimo, sólo tiene sentido entre una recta y una curva, la curva y su tangente, y constituye la curvatura principal del movimiento del átomo. El clinamen es el ángulo mínimo por el que el átomo se separa de la recta. Es un paso al límite, una hipótesis exhaustiva, un modelo "exhaustivo" paradójico. E igual sucede en la geometría de Arquímedes, en la que la recta definida como ―el camino más corto entre dos puntos sólo es un medio para definir la longitud de una curva, en un Cálculo prediferencial.
3) Ya no se va de la recta a sus paralelas, en un flujo lamelar o laminar, sino de la declinación curvilínea a la formación de las espirales y torbellinos en un plano inclinado: la mayor inclinación para el ángulo más pequeño. De la turba al turbo: es decir, de las bandas o manadas de átomos a las grandes organizaciones turbulentas. El modelo es turbulento, en un espacio abierto en el que se distribuyen las cosas-flujo, en lugar de distribuir un espacio cerrado para cosas lineales y sólidas. Esa es la diferencia entre un espacio liso (vectorial, proyectivo o topológico) y un espacio estriado (métrico): en un caso ―se ocupa el espacio sin medirlo‖, en el otro ―se mide para ocuparlo.
4) Por último, el modelo es problemático, y ya no teoremático: las figuras sólo son consideradas en función de los afectos que se producen en ellas, secciones, ablaciones, adjunciones, proyecciones. No se va de un género a sus especies, por diferencias específicas, ni de una esencia estable a las propiedades que derivan de ella, por deducción, sino de un problema a los accidentes que lo condicionan y lo resuelven[49].

[49] DELEUZE, 2002, p. 368.

Cuentario

Funciones

Contar lo (in)Finito

El primer día de aula, me encontraba en el corredor del Instituto de Ciencias Exactas esperando al profesor de una disciplina de Cálculo, junto a mi habían setenta estudiantes. Todos parecían estar esperando el momento en que la puerta de la sala fuera abierta para entrar y ubicarse en el mejor lugar. Tenía una sensación similar a cuando se elige un lugar en el teatro o talvez en una sala de cine para tener la mejor panorámica de la FUNCIÓN.

Al poco tiempo se abrieron las puertas y por fin entramos en este territorio (des)conocido y/e (in)explorado por los estudiantes. El aula fue ocupada rápidamente y se dio inicio a el aula inaugural. Mientras TODOS están atentos mirando hacia enfrente, escuchamos el discurso de la disciplina obre los temas que serán en el alto índice de deserción y reprobación estudiantil que se evidencia cada semestre en Cálculo. De repente aparecen mensaje de ¡ATENCIÓN! —*El Cálculo es una disciplina teórica, rigurosa y la cual requiere mucho tiempo de estudio para sobrevivir y no fracasar*. En este momento me acorde de un conocido refrán que dice: —*Soldado avisado no muere en guerra.* Puesto que, sentí que esos datos nos estaban dando una exhortación, una señal de peligro, de estar listos para sufrir alguna consecuencia que estaba siendo advertida.

Siguiendo con la clase, se presentaron algunos conceptos sobre los conjuntos numéricos, simbólicamente aparecen estas letras en el tablero N, Z, Q y R y se pregunta al grupo sí reconocen estos conjuntos. Automáticamente todos responden en coro:

—*¡Si! Naturales, Enteros, Racionales, Reales.*

Y de repente una voz dice:

—*Y también existe el conjunto de los números irracionales.*

Esta afirmación es seguida por una pregunta:

—*¿Qué es un número Irracional?*

[Silencio]

A pesar del grupo estar muy participativo, todo se queda en silencio y no hay respuestas por lo cual se realiza otra pregunta: *¿Quién me puede decir un número Irracional? Consiguiendo como respuesta:*

—Raíz de sete!

—Pi.

—¿Qué es pi?

—TRES COMA ALGO...

—[Jajaja]

A partir de estas respuestas, se destaca el número pi como un número muy importante en las matemáticas y dibuja en el tablero una circunferencia para explicar que la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro es pi. Asimismo, se dice que los conjuntos trabajados anteriormente son infinitos. Pero que responderían si les pidieran decir infinitos números irracionales, a lo que el grupo responde:

—Euler.

—Raíz de tres.

—Raíz de cinco.

—Raíz de siete, Raíz de once, Raíz de quince...

—las raíces.

Enseguida una voz responde a escuchar esta última respuesta:

—¡NO!... Raíz de cuatro no es irracional.

—Cierto, quería decir las raíces de números primos.

—Es verdad, lo que quería decir es que son las raíces de números primos.

El grupo se quedó pensando y poco después al no ver opciones se escribe en el tablero una forma de responder a esta pregunta, con el número raíz de siete.

$$\sqrt{7}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{2}, \quad \frac{\sqrt{7}}{3}, \dots, \frac{\sqrt{7}}{n} \qquad n \in \mathbb{Z}$$

—¡Ahora lo Entiendo!

—Entonces... ¿Puedo colocar cualquier valor a n para obtener números irracionales?

— Eso es correcto!

A partir de esta situación se dice que los números reales son aquellos que tienen una representación decimal y por ello raíz de siete también es un número real. Y es aquí cuando aparece las siguientes preguntas:

—*¿Existen diferentes infinitos?*

—*¿Cuál infinito es más grande?*

—*¿El de los irracionales o el de los reales?*

Nadie responde, y el aula se queda en [Silencio]. Al no ver respuesta por parte de los estudiantes se hace el siguiente comentario:

—*Existen más números reales que números irracionales.*

Luego se colocó un ejercicio en el tablero:

—*¿Cuáles de los siguientes conjuntos son infinitos?*

$$A = \{x \in \mathbb{N}, -1 \leq x \leq 1\}$$
$$B = \{x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1\}$$
$$C = \{x \in \mathbb{Q}, -1 \leq x \leq 1\}$$
$$D = \{x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 1\}$$

Y entonces una voz responde:

—*El conjunto C formado por los números racionales que son mayores o iguales que menos uno y menos o iguales que uno y el conjunto D de números reales que son mayores o iguales que menos uno y menos o iguales que uno.*

Con esa respuesta otra voz pregunta:

—*¿Por qué el conjunto C de números racionales es infinito?*

—*Porque contiene los números: cero coma uno, cero coma once, cero coma ciento uno...* Alguien respondió.

A partir de esa respuesta se realizó una pregunta:

—*¿Qué número irracional esta en este conjunto?*

El silencio aparece de nuevo en la sala (miradas perdidas, escritos en los cuadernos, estudiantes cansados, celulares...) parece que nadie está entendiendo.

Al no haber respuestas algo es escrito en el tablero:

$$\frac{\sqrt{7}}{n}$$

—¿Cuál es el valor de n que funciona en este caso?

—¡YO LO SÉ! —Si n es infinito entonces tenemos un irracional que pertenece a el conjunto C.

—ATENCIÓN... ¡+∞ y −∞ son solamente símbolos! —INFINITO NO ES UN NÚMERO —INFINITO ES UN SÍMBOLO, ES UNA IDEA.

—¿Qué es pi?

TRES COMA ALGO ...

—¿Es posible ese resultado?

¿QUÉ ACONTECE CUANDO TRES COMA ALGO HABITA EL AULA DE CÁLCULO?

—¿Es un error?

—¿Qué acontece si llevamos ese concepto para otro contexto?

TRES COMA ALGO...

—¿Cómo funciona?

—¿Cuál es su respuesta?

TRES COMA ALGO ...

—No estoy entendiendo

TRES COMA ALGO ...

SETENTA Y SEIS ESTUDIANTES EN EL AULA Y EL SILENCIO APARECE

—¿Qué acontece en el aula para que aparezca el silencio?

—¿Qué significa ese silencio?

—¿Serán (des)conocimientos?

—¿Qué efectos producen?

INFINITO NO ES UN NÚMERO …

—¿Es necesario explicarlo?

INFINITO ES UN SÍMBOLO …

—¿Y esto qué significa?

INFINITO ES UNA IDEA ...

—¿Cómo funciona?

∞

La potencia de las minorías no se mide por su capacidad de entrar y de imponerse en el sistema mayoritario, ni siquiera por su capacidad de invertir el criterio necesariamente tautológico de la mayoría, sino por su capacidad de ejercer una fuerza de los conjuntos no numerables, por pequeños que sean, contra la fuerza de los conjuntos numerables, incluso infinitos, incluso invertidos o cambiados, incluso si implican nuevos axiomas o, todavía más, una nueva axiomática. El problema no es en modo alguno el de la anarquía o la organización, ni siquiera el de la centralización y la descentralización, sino el de un Cálculo o concepción de los problemas relativos a los conjuntos no numerables frente a una axiomática de los conjuntos numerables. Pues bien, este Cálculo puede tener sus composiciones, sus organizaciones, incluso sus centralizaciones, pero no pasa por la vía de los Estados ni por los procesos de la axiomática, sino por un devenir de las minorías[50].

[50] DELEUZE & GUATARRI, 2004, 474.

Necedad, besteira, bêtise[51]

> La necedad no es una animalidad. El animal está preservado por formas específicas que le impiden ser (necio) [bête]. Frecuentemente se han establecido correspondencias formales entre el rostro humano y las cabezas animales, es decir, entre diferencias individuales del hombre y la necedad [bêtise] como bestialidad propiamente humana.[52]

Aquel día caluroso, me encontré con un ejercicio en el aula, él ejercicio consistía en resolver la siguiente inecuación. $3^{6x} - 5 * 3^{3x} + 6 > 0$. Para realizar este ejercicio, nos fue dado una sugerencia, donde debíamos hacer el siguiente cambio de variable:

$$y = 3^{3x}.$$

A partir del cambio el grupo llego a la siguiente inecuación: $y^2 - 5y + 6 > 0$. Identificando que se trataba de una expresión cuadrática se realizaron los siguientes Cálculos en el tablero:

$$y > 3 \quad o \quad y < 2$$
$$3^{3x} > 3 \quad o \quad 3^{3x} < 2$$

La respuesta se dio en dos casos. Para el caso en que $3^{3x} > 3$ fue escrito lo siguiente:

$$Si\ 3^{3x} > 3\ entonces\ x > \frac{1}{3}$$

[51] El término "bêtise" Podría ser traducido como: estupidez, idiotez, imbecilidad, necedad, tontería, pavada, estulticia, burrada, bestiada, bobería, ignominia. PACHILLA, 2019.
[52] DELEUZE, 2002, p. 231

Al ver esta respuesta, el aula se quedó en silencio. Nadie cuestiono la veracidad de este resultado y el silencio fue asumido como un entendimiento por parte del grupo.

Enseguida se lanza la siguiente pregunta: —¿Qué pasa en el caso $3^{3x} < 2$*?*

—Se $3^{3x} < 2$ *entonces*$x < \frac{2}{3}$ —Dijo una alumna con mucha emoción.

Entonces alguien responde con un tono de voz elevado: *—¡Si usted va hacer bobadas en la evaluación, me avisa para evaluar más rápido! —¡Yo voy a marcar errado siempre que usted escriba eso!*

[¡Ja, ja, ja!]

Temerosa por las risas de sus compañeros, y con un tono de voz bajo la alumna dijo: —*No estoy entendiendo ¿dónde he fallado?*

Enseguida una voz dice: *—Este es otro tipo de función trascendente, conocida como logaritmo —Y algo es escrito en el tablero:*

$$3^{3x} < 2$$

$$3x < \log_3 2$$

$$x < \frac{1}{3}\log_3 2$$

Aterrorizada con la respuesta la alumna arrancó la hoja de su cuaderno y sin decir ninguna otra palabra espero terminar la clase.

∞

Del período del siglo VIII d.C., existen algunos datos interesantes en el comentario de Dhavala de Virasenacharya que permiten sugerir que los jainas, practicantes del Jainismo que es una religión India, en la cual pregona una vía salvadora filosófica no centrada en el culto de ningún dios, pueden haber desarrollado la idea de los logaritmos de base 2, 3 y 4 sin usarlos para ninguna finalidad práctica. Los términos ardhacheda, trakacheda y caturthacheda de una cantidad pueden definirse como el número de veces que la cantidad se puede dividir por 2, 3 y 4, respectivamente, sin dejar un resto. Por ejemplo, puesto que 32 =25, el ardhacheada de 32 es 5. O, en el lenguaje de las modernas matemáticas el ardhacheada de x *es* $log_2 x$ *, el trakacheda de* x *es el* $log_3 x$ *, y así sucesivamente*[53].

[53] GHEVERGHESE, 1996, p 343.

—¿Qué acontece si $3^{3x} < 2$ entonces$x < \frac{2}{3}$ es verdadero? —¿Qué efectos produce en el aula? Lo que parece ser una situación común en el aula se torna un acontecimiento a ser discutido. Si pensamos a través de las categorías de similitud o analogía, el resultado $x < \frac{2}{3}$ cuando $3^{3x} < 2$ rompe con las expectativas de un profesor, de una disciplina de Cálculo y hasta de una matemática curricular. —¿Hacer matemática es encontrar resultados? —¿Qué acontece al no encontrar el resultado? —¿Es una necedad? —¿Será considerado un error? —¿por qué estaría errado?

¿Pensar que $3^{3x} < 2$ tiene como resultado $x < \frac{2}{3}$ está errado? Se articula a una matemática dentro de un modo binario de operar: verdadero/falso o correcto/errado. Matemática en modo binario reconoce el error como un desvió en el pensamiento. La situación $3^{3x} < 2$ pensada para introducir el concepto de logaritmo y produciendo $x < \frac{2}{3}$ se desvía del funcionamiento de esa matemática y se intenta reparar el error. En consecuencia, pasa a ser parte de burlas y comentarios antes de ser corregida.

¿Qué pasa si se asume como verdadero la proposición $3^{3x} < 2$ entonces$x < \frac{2}{3}$?

¿Qué efectos eso produce? ¿Qué pasaría con el error? Matemática fuera del modo binario de operar produce posibilidades.

En ese sentido, no se trata de enseñar que $3^{3x} < 2$ da como resultado $x < \frac{2}{3}$. Se busca pensar el error como Potencia para pensar los procesos formativos de los sujetos que intervienen en el aula. Creer en la Potencia del error es promover acontecimientos incontrolables, con los cuales se pueden producir otras formas de aprender y relacionarse con la Matemática.

∞

¿Alguien sabe qué es una Función?

En un día lluvioso estábamos en el aula y el profesor no había llegado *—¿Y el profesor?—¿Dónde está el profesor?* Habían pasado 15 minutos y nadie sabía el motivo de su retraso. El aula estaba muy ruidos y los estudiantes estaban muy inquietos, algunos estaban mandando mensajes por el celular, tomando fotos a las hojas del cuaderno, hablando... Mientras que otros prefirieron esperar el profesor fuera del aula... Al poco tiempo un estudiante hizo una pregunta:

—¿Qué es una función? —¿Alguien sabe qué es una función?

En ese momento apareció un corto silencio...

—YO CREO QUE ES UNA ESPECIE DE EXPRESIÓN MATEMÁTICA. —Alguien dijo con un tono de voz elevado.

— Es una relación de conjuntos.

—En el libro dice que una función "efe de EQUIS a YE" es constituida de: —Un conjunto EQUIS, no vacío, llamado ¡DOMINIO! De la función donde ella está definida. —Un conjunto YE, no vacío, llamado ¡CODOMINIO! Donde la efe toma los valores. —Una correspondencia que asocia, de un modo bien determinado, a CADA ELEMENTO equis perteneciente a EQUIS un ÚNICO elemento de efe de EQUIS igual a YE perteneciente a YE[54].

Seguidamente una voz pregunta:

—¿Conjunto e intervalo son lo mismo?

—No lo sé... Podría ser.

—Entonces... ¿El dominio y el codominio son intervalos?

Esta cuestión es respondida con otra pregunta:

—¿Cuál es la diferencia entre un par ordenado y un intervalo?

[54] Definición de función Apostilla de Cálculo Hallick. Lease en el original: "*Uma função $f\colon X \to Y$ é constituída de: (a) Um conjunto X, não-vazio, chamado o DOMÍNIO da função (onde a função está definida). (b) Um conjunto Y, não-vazio, chamado o CONTRA-DOMÍNIO da função (onde f "toma os valores"). (c) Uma Correspondência que associa, de modo bem determinado, a CADA elemento $x \in X$ um ÚNICO elemento $f(x) = y \in Y$*".

En ese momento llegó el profesor y respondió:

—El contexto te lo dirá.

Inmediatamente el profesor se propone a comenzar la clase, mientras algunos estudiantes salen del aula y continúan su discusión fuera del aula.

∞

¿Qué matemática se produce en silencio?

De camino al aula de Cálculo me encontré con grandes filas de estudiantes a lo largo del corredor, todos esperando la hora de entrar a sus respectivas clases. Al llegar cerca de la puerta de mi aula, vi algunas caras nuevas, finalmente la puerta fue abierta y se desato un caos, todos entraron con mucha prisa.

Rápidamente el aula fue siendo ocupada, lo cual me dificulto un poco para ubicarme, me quedé unos segundos parado buscando un lugar, el aula está llena, conté uno, dos, tres, cuatro y cinco sillas vacías. Al final conseguí una silla en la parte de atrás de la sala. El ambiente estaba muy ruidoso, al observar a mi alrededor vi que algunos estudiantes tenían sus cuadernos vacíos, y otros con hojas en blanco, lo cual me pareció algo extraño. Debe ser su primera clase de Cálculo —Pensé.

El ambiente estaba muy ruidoso y el profesor pidió silencio en la sala para comenzar la clase. Así, apareció una definición, la de conjuntos limitados. Durante la explicación no se realizó ninguna pregunta seguido de esto, se propone una actividad en la cual debíamos representar si un conjunto era limitado.

$$C = \left\{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$$

Al poco tiempo, aparecen algunos comentarios del grupo: *—¡Ese un conjunto de números racionales! —Si... ¿Pero será abierto o cerrado? —No estoy seguro. —¿Cuál es el comportamiento de ese conjunto? —A medida que ene se hace más grande los valores obtenidos son cada vez más pequeños —¡Cierto! —Entonces ese conjunto debe ser INFINITO. —Si el conjunto es infinito entonces... ¡no es limitado!*

—Su respuesta esta errada. —Dice una voz elevando su tono.

—¿Pero por qué está errada? —Si el conjunto C es infinito entonces es ilimitado...

—¡El conjunto C es limitado! —Puesto que todos los elementos están entre cero y uno. —¿Entendiste?

—...Si —respondió un estudiante con un todo de voz bajo.

—Sea efe una función definida de erre en erre. — efe de equis es igual a uno sobre uno más equis al cuadrado.

—¿La función es limitada?

[Silencio]

Unos instantes después se escribió lo siguiente en el tablero:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$$

—¿La función es limitada? —¿Tiene un valor mínimo o valor máximo? —¿tiene inversa?

—Esas son muchas preguntas a la vez. —manifestó el grupo.

En ese momento un aluno levantó la mano y se quedó pensando antes de hablar.

. —¿...Y el gráfico? ¿Cuál es el gráfico de la función? —dijo el estudiante.

—¡LOS GRÁFICOS DE LAS FUNCIONES: lineales, cuadráticas, logarítmicas, exponenciales y trigonométricas DEBEN ESTAR EN SUS CABEZAS!

No hubo respuesta, y el estudiante cerró el cuaderno y agachó su cabeza. El aula permanecía en [Silencio] *—¿La función es limitada? —preguntó de nuevo.* ¡No pasó nada! nadie respondió, nadie se atrevía a decir ninguna palabra.

Poco después comencé a percibir que a partir de ese silencio una sucesión de ruidos y vibraciones comenzaron a aparecer simultáneamente. *—¿Qué son esos ruidos? —¿De dónde provienen esas vibraciones?*

Cada momento que pasaba me hacía más sensible a esos ruidos, las vibraciones fueron intensificándose y de repente, un reloj producía un [Tic tac tic tac tic tac] constante. Un estornudo [¡Achís!]. Alguien bebe agua [¡Glu, glu, glu!] Miradas perdidas en el tablero [zZZ, zZZ, zZZ]. El viento [sss sss sss]. Hojas de cuadernos [shhh shhh shhh]. Un teléfono suena [¡Riin, Riin!] Murmuros [Alóooo, Alóoo]. Un lápiz golpeando el asiento [¡Toc toc toc!] Zapatos [¡Clap clap!] [pensamientos], [escritos], [ensueños], [respuestas en la mente]. El aula se tornó una composición musical, superposición de sonidos, tonos, armonías, ritmos y variaciones de ondas que se propagan en diferentes frecuencias. Mientras todos permanecían callados, muchas cosas están sucediendo...

Al poco tiempo, y sin previo aviso algo es escrito en el tablero:

$$0 < \frac{1}{1 + x^2} \leq 1$$

Los estudiantes se quedaron mirando el tablero atentamente, pero todo continuó muy silencioso. Y de repente:

—*¿USTEDES ENTENDIERON?* —gritó de pronto una fuerte voz. *—No se queden callados. —¡Si alguien no está entendiendo nada, este es el momento para GRITAR!*

[! JA, JA, JA ¡] —Al escuchar estas palabras todos comenzaron a reír.

Sin embargo, yo no dejaba de imaginar a todos gritando:

—¡AAAGGGGGGHHHHHH!

—¡¡¡NOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOO ENTIENDOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOO !!!

∞

[...]Había una grieta silenciosa, imperceptible, en la superficie, único Acontecimiento de superficie como suspendido sobre sí mismo, planeando sobre sí, sobrevolando su propio campo. La verdadera diferencia no está entre lo interior y lo exterior. La grieta no es ni interior ni exterior, está en la frontera, insensible, incorporal, ideal. Con lo que sucede en el exterior y en el interior, tiene relaciones complejas de interferencia y cruce, de conjunción saltarina; un paso aquí, otro paso allí, a dos ritmos diferentes: todo lo que ocurre de ruidoso, ocurre en el borde de la grieta y no existiría sin ella; inversamente, la grieta no prosigue su silencioso camino, no cambia de dirección según las líneas de menor resistencia, no extiende su tela sino bajo el golpe de lo que ocurre. Hasta el momento en que los dos, el ruido y el silencio, se unen estrechamente, continuadamente, en el crujido y el estallido del fin, que ahora significa que todo el juego de la grieta se ha encarnado en la profundidad del cuerpo, a la vez que el trabajo del interior y del exterior ha distendido sus bordes[55].

∞

[55] DELEUZE, 1974, p.112.

¿Qué puede el silencio?

El silencio es el ruido más fuerte,
quizás el más fuerte de los ruidos.
Miles Davis

—¿Qué puede el silencio? —¿qué se produce en silencio? —¿de qué efectos es capaz? ¿cómo se relaciona con las prácticas discursivas y no discursivas en el aula? En todo proceso discursivo el silencio tiene formas y efectos para producir sentido (DELEUZE, 1994).

En un aula de matemáticas en silencio solo se escucha nuestra respiración. Respirar es un ejercicio natural de nuestro cuerpo que se configura en dos momentos de oxigenación: el primer momento es de "inspiración" donde se absorbe el aire del medio exterior, se absorben los conocimientos que están siendo impartidos y se espera que los estudiantes se queden en silencio; ¡el segundo momento es de "espiración" en el cual se espera que todas las preguntas sean respondidas, es el momento para manifestarse, para expresar, para GRITAR! Sin embargo, "encontramos a todos los estudiantes en orden de batalla, en un alineamiento, una inmovilidad y un silencio absolutos"[56].

—¿Entonces que sentidos produce gritar en silencio? —¿Cómo gritar para producir sentidos en matemáticas? Tal vez el grito más famoso de las matemáticas es:

¡EUREKA![57]

—¿Qué sentidos produce el silencio? —¿Qué sentidos produce el silencio? —¿Cómo actúa el error cuando todo permanece en silencio? —¿Cómo enseñar matemáticas en silencio? —¿Qué tipo de matemática se produce? —¿Un aula de matemáticas en silencio, es posible? —¿Qué acontece en un aula de matemáticas en silen5cio?

∞

[56] FOUCAULT, 2002 p. 165.
[57] Famosa frase dicha por Arquímedes (278-212 a.C.) al salir desnudo de una bañera y correr por las calles gritando "¡Eureka!" (¡descubrí!), cuando verificó la existencia de la ley que se conoció como el principio de Arquímedes.

La Evaluación...

—¿Ya terminaste los ejercicios propuestos para la evaluación?

—¡NO!... todavía no los acabé.

—¿Te falta mucho para terminar?

En ese momento otro estudiante dice entre risas:

—Yo ni siquiera comencé.

—¿Cómo así? —¿Qué has estado haciendo...?

No hubo respuesta.

—¿Cómo es que no los empezaste...? —preguntó de nuevo.

—¡No pasa nada! —aún dispongo de tres días, tengo tiempo suficiente de estudiar y ganar la evaluación. —respondió.

—No te creó.

—¡Los acabaré, te juró que los acabaré...! —gritó —¡Me pasaré toda la noche estudiando, y mañana también, y lo acabaré...!

Todos estábamos sentados en el aula esperando las hojas de la evaluación. Al poco tiempo se da inicio a la evaluación y el aula se quedó totalmente en [Silencio]. Pasaron unos 15 minutos aproximadamente y dos estudiantes salieron del salón. Uno de ellos tomó el papel y abandonó rápidamente el salón. Mientras que él otro, se notaba un poco nervioso, entregó la evaluación y movía una y otra vez la cabeza con un gesto de desánimo.

A medida que el tiempo fue pasando...

—¡*FALTAN 30 MINUTOS PARA TERMINAR LA EVALUACIÓN!*

Silencios...

El ambiente estaba un poco tenso...

—¡*FALTAN 15 MINUTOS PARA TERMINAR LA EVALUACIÓN!*

—*¿Qué? ¿Tan rápido?* —exclamó una alumna, inclinándose hacía la evaluación.

Después una voz con tono elevado dice: —*¡FALTAN 5 MINUTOS PARA TERMINAR LA EVALUACIÓN!*

¿Y ahora qué? Me faltaba una última pregunta, la cual tenía la valoración más alta. Hasta ese momento no lo había hecho mal, pero no tenía certeza de que consiguiera ganar la evaluación. Me quede pensando...No podía entregar la evaluación incompleta, estaba colocando en peligro mi vida en el curso. Escuche más una vez esa voz. Volvía a haber silencio. La voz seguía sonando en mis oídos; no podía olvidarla. De repente una sensación de angustia, pero al mismo tiempo de adrenalina.

Preocupado, había reflexionado sobre esa difícil pregunta. Algunas veces pensaba en no responderla y otras escribir cualquier cosa con el fin de no dejarla en blanco, ¿qué deberá hacer? s para no dejar la una respuesta en blanco. Observé a mi alrededor y noté las alumnas y los estudiantes enloquecidos, tratando de resolver la evaluación en el poco tiempo que restaba.

—*¡SE ACABÓ EL TIEMPO! —Entreguen las evaluaciones.*

Esas fueron las últimas palabras antes de escuchar un gritó colectivo:

—*¡¡¡NOOOOOOOOOOO!!!*

Sin embargo, conseguí dar una respuesta de forma apresurada. De camino a casa, me quedé pensando en mis respuestas, y justo antes de entrar en la casa me di cuenta de los errores cometidos.

Escape por la tangente

Antes de comenzar el aula, estaba caminando en el corredor y me encontré con algunos compañeros de la disciplina de Cálculo, ellos estaban conversando. Me pareció extraño que no estuvieran dentro del salón, puesto que, la puerta estaba abierta. Me acerqué a ellos y les pregunté: *—¿Qué estaba pasando? —¿Hoy no hay clase?* Y ellos me respondieron: *—¡Sí! ¡hoy era un día muy importante! Hoy entregarán el resultado de la primera evaluación.*

Me dirigí hasta el salón, tome asiento, y observe al profesor realizando un dibujo en el tablero, el cual se trataba de una circunferencia de centro "**O**", radio "**R**" y en ella un punto llamado "**P**". Y después se hace la siguiente pregunta al grupo: *—¿Cuál es la recta tangente que pasa por el punto **P**?* Algunos estudiantes responden:

—La recta que comienza en el centro. — Sin embargo, esta voz no es escuchada.

—Ella pasa fuera de la circunferencia.

—Ella también pasa por dentro.

—¿Por qué pasa por dentro?

Y el grupo respondió: —¿Y el resultado de la primera evaluación? —¿las notas del grupo fueron buenas? —¿Cuantos ganaron la evaluación?

—¡¡¡ESCUCHEN, ESCUCHEN!!!

—¿Por qué pasa por dentro? ¿Por qué pasa por dentro? —repitió.

Los estudiantes hicieron un "escape por la tangente"[58], pues no respondieron la pregunta y desviaron la atención del profesor hablando sobre el resultado de la evaluación, y seguido de esto todos se quedaron esperando escuchar su nombre para saber el resultado de la evaluación. Poco tiempo después una estudiante es llamada, inmediatamente se levanta de la silla, tomó la evaluación, y se quedó pensativa observando las hojas. Le costó un tiempo en dar una repuesta.

[58]La expresión "escape por la tangente" se emplea mayormente en el lenguaje discursivo con el objetivo de cambiar de tema en la mitad de una conversación o discurso para referirse a cuestiones que no guardan relación con el objeto de la discusión.

—Creo que voy a repetir el curso el próximo semestre. —dijo mientras algunas lágrimas caían en el suelo.

De repente alguien se acercó a ella y dice: *—¿Qué te paso?*

Ella le contestó: *—¿No lo ves? —Desde el primer día nos advirtieron que esto sucedería.*

—¡Cálmate!¡No te preocupes! —Perder una evaluación es normal, yo perdí Cálculo la primera vez que lo vi.

—Eh... Mejor me voy —respondió.

—¡ESPERA! —¿Adónde vas?

La alumna se detuvo repentinamente (como si estuviera escapando después de realizar un delito) y dijo: *—¿Qué sentido tiene quedarme?*

—Si te vas perderás el curso.

Enseguida alguien dice: —¡Vamos, vamos…, continuemos con la clase!

Furiosa, sin poder ocultar su ira rompió la evaluación. Entonces...elevó el tono de voz y dijo: *—¡CÁLLATE! No lo entiendes, yo adoro las matemáticas, pero nunca me va bien en las evaluaciones.* Luego *agarró* sus cosas y salió del salón.

Por un momento, se comenzaron a escuchar murmullos de la salida de la estudiante. Poco después salieron dos estudiantes, este efecto se fue repitiendo, hasta que el salón fue quedando vacío. Hoy podía contar las sillas ocupadas. No más de veinte cinco estudiantes nos quedamos en el salón. En ese momento entendí lo que había ocurrido con los estudiantes que estaban afuera del salón.

Limites

¿Más o menos infinito?

Nunca olvidare el día que nos encontramos con aquella definición de límite, todos en el aula nos quedamos petrificados y totalmente en silencio al ver los famosos épsilon y delta en el tablero.

<u>Definição</u> *(Limite): Seja $f: X \to Y$ uma função e $x_o \in X'$ um número L será dito limite de f(x) quando X tende a X_o.*

$$\boldsymbol{\lim_{x \to x_o} f(x) = L}$$

Se para todo $\mathcal{E} > 0$ existe $\partial > 0$ tal que $|f(x) - L| < \mathcal{E}$ para todo $x \in (x_o - \partial, x_o + \partial) \cap (X - \{x_o\})$

A partir de esta definición comenzamos a estudiar el comportamiento de las funciones y determinar si tienen o no asíntotas. Luego se pidió al grupo resolver el siguiente límite:

—Limite cuando equis tiende a dos de la función equis más uno sobre equis al cuadrado menos cinco equis más seis.

—¿Qué...? —¿puede repetir por favor?

—Limite cuando equis tiende a dos de la función equis más uno sobre equis al cuadrado menos cinco equis más seis.

[Silencio]

—No estoy entendiendo.

Enseguida se escribe en el tablero:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$$

—AHH... Ahora entendimos —dijo el grupo en coro.

— Los estudiantes comenzaron a hacer los Cálculos por unos minutos y alguien dijo:

— el valor del numerador es tres y en el denominador la expresión cuadrática tenía como resultado cero.

—¡Pero no se puede dividir por cero!

—¿Por qué no se puede dividir por cero?

—Siempre que se divide por cero da problemas. —Entonces el límite indeterminado.

—¿Y ahora qué hacemos?

—Debemos calcular os límites laterales.

Después de unos minutos, se escribieron los siguientes limites en el tablero:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6} \qquad \lim_{x \to 2^+} \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$$

—¿Cuál es el resulta del límite cuando equis tiende a menos dos de la función equis más uno sobre equis al cuadrado menos cinco equis más seis?

A lo que el grupo respondió con mucha emoción:

—Más infinito!

Después de esa respuesta se hace la siguiente pregunta:

—¿Cuándo la función tiende a más dos cuanto da el límite?

De igual forma el grupo muy atento respondió:

—¡MAS INFINITO!

Al escuchar esta respuesta del grupo se dice:

—¡USTEDES ESTAN HACIENDO TODO ERRADO! Si ustedes no están entendiendo, tienen que mirar sus apuntes para no tener problema con limites como este.

∞

¡Infinito no es un número es un comportamiento!

¡El infinito! Ninguna cuestión ha conmovido
tan profundamente el espíritu del hombre.
David Hilbert (1921)

En una ocasión nos encontrábamos haciendo un taller preparativo para la evaluación final, se notaba un ambiente tenso en el aula puesto que algunos estudiantes dependíamos de esta última evaluación y otros ya daban por perdida la disciplina. De repente un estudiante manifiesta una pregunta del taller que le causó curiosidad, se trataba de un ejercicio en el cual debía calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \to \infty} x^2 - x$$

—*El limite cuando equis tiende a infinito de equis al cuadrado menos equis es INFINITO MENOS INFINITO* $(\infty - \infty)$

—*¿Puede ser cero?* —Dijo un estudiante.

Pasa el tiempo y aparece un pequeño [silencio], nadie dice nada, parece que nadie sabe cómo resolver la actividad propuesta, hasta que se sugiere factorizar equis al cuadrado, llegando a la siguiente expresión escrita en el tablero:

$$\lim_{x \to \infty} x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)$$

—*Ah...Ahora es más fácil.* —*¿Es INFINITO, cierto?* —Respondió un estudiante con voz temerosa.

—*¡Que extraño!* —*¿Por qué va para infinito?*

—*¡Cuidado! Infinito no es un número es un comportamiento.*

—*Espera... ¿El resultado no sería uno?*

—Si uno sobre equis es igual a cero, es porque uno sobre infinito es igual a cero. —¿Correcto? —Entonces el resultado es uno más cero igual a uno.

—¡NOOOO! Te olvidaste de la equis al cuadrado que está afuera del paréntesis entonces infinito por uno da infinito.

Nunca se sabe como uma pessoa aprende; mas, de qualquer forma que aprenda, é sempre por intermédio de signos, perdendo tempo, e não pela assimilação de conteúdos objetivos. Quem sabe como um estudante pode tornar-se repentinamente "bom em latim", que signos (amorosos ou até mesmo inconfessáveis) lhe serviriam de aprendizado? Nunca aprendemos alguma coisa nos dicionários que nossos professores e nossos pais nos emprestam. O signo implica em si a heterogeneidade como relação. Nunca se aprende fazendo como alguém, mas fazendo com alguém, que não tem relação de semelhança com o que se aprende[59].

[59] DELEUZE, 2003, p. 21.

¡Yo no estoy entendiendo nada!

Durante un aula sobre funciones hiperbólicas, pensábamos como realizar el siguiente ejercicio: —*Calcule el limite cuando equis tiende a más o menos infinito de la función tangente hiperbólica de equis.*

—Pero... ¿Eso cómo se hace?

—TODO MUNDO SABE ... que la función tangente hiperbólica de equis es igual al seno hiperbólico de equis sobre coseno hiperbólico de x. —¿Cierto? Entonces considere la función como euler elevado a equis, menos euler elevado a menos equis, sobre euler a la equis, más euler a la equis. —¿Entendido?

—¿Cómo así? ¡YO NO ESTOY ENTENDIENDO NADA!

Enseguida se escribe en el tablero:

$$f(x) = tanhx$$

$$\frac{senhx}{coshx} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} tanhx$$

—Yo sé cómo hacerlo, tenemos que usar L´Hopital[60]*. —Hay que realizar la derivada del numerador y denominador.*

— ¿Cuál es la solución?

— Euler elevado a equis más euler elevado a menos equis sobre euler a la equis más euler a la x.

---

[60]Las reglas de L´Hopital son atribuídas a Guillaume François Antoine de L'Hôpital (1661-1704), las cuales permiten resolver en muchos casos indeterminaciones de la forma cero sobre cero o infinito sobre infinito, que se presentan frecuentemente al estudiar el límite de un cociente de dos funciones.

—¿Qué significa esto?

En ese momento un estudiante escribe en el tablero:

$$\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{coshx}{senhx}$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{coshx}{senhx} = \frac{\infty}{\infty}$$

—¡NO FUNCIONÓ!

—Intenta colocar euler a la equis como factor común.

—Eso no es un problema de matemática básica ¡Yo estoy haciendo LIMITES!

—[Risas]

Al cabo de un tempo nadie decía nada, nadie encontraba la respuesta hasta que el último estudiante que había hablado continuaba escribiendo, en ese momento una alumna preguntó:

— ¿Alguien encontró la respuesta?

—SI... El resultado del límite es uno.

—¿Cómo lo sabes?

—Yo lo hice así, mira:

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{e^x \left(1 - \frac{1}{e^{-2x}}\right)}{e^x \left(1 + \frac{1}{e^{-2x}}\right)} = 1$$

—Ah... Ahora entiendo.

—Nos hace falta calcula el limite cuando equis tiende a menos infinito.

—Ese límite es más fácil... El resultado es infinito.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{e^x \left(1 - \frac{1}{e^{-2x}}\right)}{e^x \left(1 + \frac{1}{e^{-2x}}\right)}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1 - \frac{1}{e^{-2x}}}{1 + \frac{1}{e^{-2x}}}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1 - \frac{1}{e^{-2(-\infty)}}}{1 + \frac{1}{e^{-2(-\infty)}}}$$

—Si $\frac{1}{e^{\infty}} = 0$ *entonces la respuesta es uno.*

—Así no es... Usted hace TODO ERRADO, preste atención:

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$$

—Si colocamos e^{-x} *como factor común tenemos:*

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{e^{-x}(e^{2x} - 1)}{e^{-x}(e^{2x} + 1)}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{e^{-x}(e^{2x} - 1)}{e^{-x}(e^{2x} + 1)}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{e^{-\infty} - 1}{e^{-\infty} + 1}$$

—ENTONCES EL LIMITE ES MENOS UNOOO.

SI TODO EL MUNDO SABE...

—¿Por qué tantos Cálculos?

—¿Por qué tantos Límites?

—¿Por qué tantas preocupaciones?

—¿Son necesarias?

—¿Usted aprendió?

—¿Qué aprendió?

¡YO NO ESTOY ENTENDIENDO NADA!

—¿Cuál es el método que debo aprender?

—¿Cuáles son las respuestas?

—¿Por qué esos resultados?

—¿Es necesario pasar por ellos?

—¿Es necesario encontrarlos?

¡NADA FUNCIONA!

—¿Qué aconteció?

—¿Usted erró?

—¿Dónde erró?

¡TODO ESTA ERRADO, PRESTE ATENCIÓN!

Derivadas

Yo siempre hago bobadas

Llegando a el aula me sentí un poco extraño, debido a que la sala estaba casi vacía, éramos muy pocos estudiantes, muchos asientos sin ocupar, y esto era muy notorio ya que la sala estaba dividida en pequeños grupos, algunos preferían sentarse cerca a sus amigos y otros estaban más alejados hasta las últimas filas, incluso había estudiantes que salían de clase al responder la asistencia.

Esta situación se comenzó a presentar después de haberse realizado la segunda evaluación. Al parecer los estudiantes que todavía tienen posibilidad de aprobar continúan asistiendo.

Esta aula fue destinada a realizar una lista de ejercicios donde debíamos utilizar las reglas de derivación.

En esta clase nos encontramos con una función a derivar: $f(x) = \frac{x^3}{3} - x$

En ese momento un estudiante le dice a un compañero que escriba la función.

—Debemos derivar la función efe de equis igual a equis al cubo sobre tres menos equis.

—Entonces, ¿La función es así?

$$f(x) = \frac{x^3}{3 - x}$$

—¡NOOO!

—Pero tú me dijiste...

—Olvida lo que te dije y concéntrate en el ejercicio. —la función efe de equis igual a equis al cubo sobre tres TODO ESE TÉRMINO menos equis.

Al cabo de un tiempo una estudiante dice:

—¿Usted encontró la derivada?

—Si la derivada es: efe prima de equis igual a nueve equis al cuadrado menos uno.

—No puede ser... Debe haber algo errado.

—Pero... ¿Por qué esta errado? Yo hice la derivada de un polinomio.

A partir de eso una voz responde:

—La derivada es: efe prima de equis igual a equis al cuadrado menos uno.

—Espera... ¿No sería al contrario?

—Usted está en lo correcto... Yo siempre hago BOBADAS.

∞

A inteligência vem sempre depois; ela é boa quando vem depois, só é boa quando vem depois[61].

[61] DELEUZE, 2003, p.83.

¡Ese gráfico es muy extraño!

Por loche, en un día lluvioso, sentado a un costado de la sala, me deleitaba escuchando las gotas de lluvia caer y mirando al horizonte por la ventana, pensando en nada. Había olvidado que estaba en el aula de Cálculo. De repente fui despertado de ese momento de suspensión por una voz que decía: *—Calcular las asíntotas de la función uno sobre equis al cuadrado más cinco equis más seis.* Seguido de esto una función fue escrita en el tablero.

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$$

Poco tiempo después una voz dice:

—Entonces la función no puede recibir los valores de equis igual a dos y equis igual a tres.

—¿El gráfico corta el eje equis?

—Si ... En algún punto diferente de dos o tres ella corta.

—¡NO! —Ella no puede cortar el eje equis.

—No entiendo, entonces... —¿El gráfico está abajo o encima del eje equis?

Antes de responder esas preguntas se pide encontrar la derivada y los puntos críticos de la función a lo que una matemática responde:

—La derivada es: efe prima de menos dos equis más cinco sobre la expresión equis al cuadrado más cinco equis más seis, donde esa expresión esta elevada al cuadrado.

La respuesta de este estudiante fue colocada en el tablero.

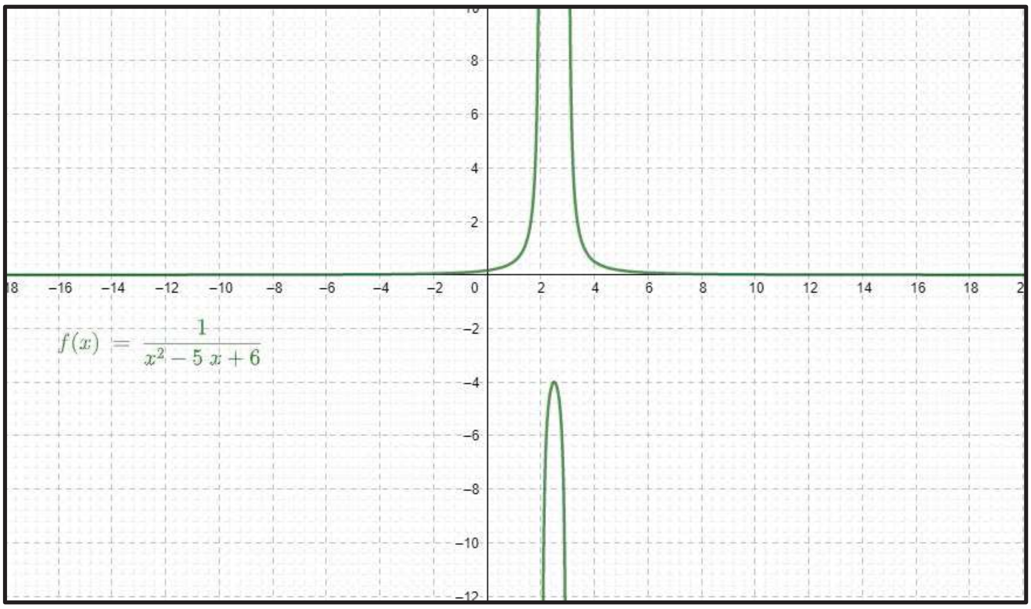
$$f'(x) = \frac{-2x + 5}{(x^2 + 5x + 6)^2}$$

—No sé cómo hacer los puntos críticos.

—Puedes igualar la derivada de la función a cero. Es decir, efe prima de equis igual a cero.

—Entiendo. —Entonces equis es igual a cinco medios.

Encontramos dos asíntotas verticales en equis igual a dos y equis iguala a tres, y una asíntota horizontal en equis igual a cero. Enseguida se realizó el gráfico de la función en el tablero.



f''(x) - Gráfico de la función. Imagen realizada por el investigador.

Al ver ese gráfico se escucharon algunos comentarios:

— ¿QUÉ ES ESO?

—¡Ese gráfico es muy extraño!

—El gráfico de esas funciones siempre es una parábola de esa forma?

—¡CUIDADO! Esa función no es una parábola. Si ella tiene asíntotas no es una parábola.

Enseguida TODO se quedó en [Silencio].

Pensar es inventar, olvidar diferencias, generalizar, abstraer y descubrir nuevas posibilidades de vida...

∞

¡Yo lo hago a mi manera!

Ya ni me acuerdo cuantas aulas llevamos, pero este día nos fue pedido realizar el gráfico de efe de equis igual a equis al cuando menos nueve equis, la función fue escrita en el tablero: $f(x) = x^3 - 9x.$ Enseguida se propone calcular los puntos críticos para hacer el esbozo es la función, y realiza el siguiente procedimiento: *—La derivada de la función es: efe prima de equis igual a tres equis al cuadrado menos nueve.*

$$f'(x) = 3x^2 - 9$$

—Entonces si hacemos efe prima de equis igual a cero para encontrar las raíces:

$$3x^2 - 9 = 0$$
$$3(x^2 - 3) = 0$$
$$x^2 = 3$$

—Las raíces de la función son equis igual a raíz de tres y equis igual a menos raíz de tres.

Enseguida una voz dice:

—¡Su respuesta esta ERRADA! —Usted tiene que hacer del modo que enseño el profesor!

—¡NO... ¡Yo lo hago a mi manera!

—Pero si evaluamos la función en raíz de tres su resultado es diferente de cero.

Y responde:

—Espera... —Usted tiene razón, ¡discúlpenme yo estoy haciendo puras cagadas!

Afectario

—¿Qué matemática acontece en el aula de Cálculo?

Pregunta con la cual me propuse a inventariar esta investigación, tornándome sensible a los acontecimientos, sintiendo los AFECTOS en cada una de las experiencias, acompañando los procesos y produciendo EFECTOS para pensar el error como Potencia de Vida y problematizar la Matemática como acontecimiento en el aula[62]. Pero —¿Es necesario explicar esto?

> [...]La explicación no es necesaria para remediar la incapacidad de comprender. Por el contrario, justamente esa incapacidad es la ficción estructurante de la concepción explicadora del mundo. Es el explicador quien necesita del incapaz, y no a la inversa; es él quien constituye al incapaz como tal. Explicar algo a alguien es, en primer lugar, demostrarle que no puede comprenderlo por sí mismo. Antes de ser el acto del pedagogo, la explicación es el mito de la pedagogía, la parábola de un mundo dividido en espíritus sabios y espíritus ignorantes, maduros e inmaduros, capaces e incapaces, inteligentes y estúpidos. El truco característico del explicador consiste en ese doble gesto inaugural. Por un lado, decreta el comienzo absoluto: en este momento, y sólo ahora, comenzará el acto de aprender. Por el otro, arroja un velo de ignorancia sobre todas las cosas por aprender, que él mismo se encarga de levantar[63].

Al satisfacer la necesidad de explicarlo todo cerramos los espacios de producción de sentidos para el lector. La generosidad del escritor al escribir un texto puede ayudar al lector a llenar todos los espacios del entendimiento. Sin embargo, no explicar demasiado puede construir una política de escrita que opera con una política cognitiva de entender y producir en el mundo. Al producir esta investigación no busco ser entendido o comprendido del modo que pienso ser entendido. Precisamente, pretendo dejar esos espacios como abertura para que el lector haga recorrido de la investigación de diferentes formas y produzca otros entendimientos y consiga escapar del lugar del explicador en un aula de Cálculo.

Aparentemente en el currículo del aula de Cálculo las explicaciones son muy claras y las definiciones Matemáticas son muy precisas, sin embargo, las comprensiones no siempre acontecen. Errar y no entender el aula de Cálculo, es una cuestión clave en este trabajo y de alguna forma ayuda a pensar la formación de profesores(as) y especialmente estudiantes que se están formando como profesores(as) de matemática.

---

[62] CLARETO, 2013.

[63] RANCIÉRE, 2002, p.21.

> No entiendo. Esto es tan vasto que supera cualquier entender. Entender es siempre limitado. Pero no entender puede no tener fronteras. Siento que soy mucho más completa cuando no entiendo. No entender, del modo en que lo digo, es un don. No entender, pero no como un simple de espíritu. Lo bueno es ser inteligente y no entender. Es una bendición extraña, como tener locura sin ser demente. Es un manso desinterés, es una dulzura de estupidez. Sólo que de vez en cuando viene la inquietud: quiero entender un poco. No demasiado: pero por lo menos entender que no entiendo[64].

Quizás el mundo está dividido entre sabios e ignorantes, "Funes" y "bêtes", exitosos y fracasados. —¿Explicar TODO de forma precisa garantiza el entendimiento? —¿Es posible explicar y entender TODO? —¿Cómo conjurar la formación de un Funes que afirma un lugar de fracaso y eterno error? —¿Qué se debe enseñar en el aula Cálculo? —¿Qué se debe aprender en el aula Cálculo?

> Aprender diz respeito essencialmente aos signos. Os signos são objeto de um aprendizado temporal, não de um saber abstrato. Aprender é, de início, considerar uma matéria, um objeto, um ser, como se emitissem signos a serem decifrados, interpretados. Não existe aprendiz que não seja "egiptólogo" de alguma coisa. Alguém só se torna marceneiro tornando-se sensível aos signos da madeira, e médico tornando-se sensível aos signos da doença. A vocação é sempre uma predestinação com relação a signos. Tudo que nos ensina alguma coisa emite signos, todo ato de aprender é uma interpretação de signos ou de hieróglifos (DELEUZE, 2003, p. 4).

De modo que, aprender a descifrar signos puede movilizar "uma aprendizagem que não se dá como aquisição, mas como complicação, mais ainda, na implicação"[65] de saberes universales y modos de funcionamiento en el aula de Cálculo. —¿Estudiamos Cálculo para alcanzar una nota académica? —¿La evaluación es el mecanismo para clasificar buenos y malos estudiantes? —¿Cómo se define nuestros aprendizajes? —¿Qué aprendizajes? —¿Es posible escapar?

> Uma aprendizagem se dá junto à matemática. Um escape à reprodução de um modelo que se coloca como caminho que leva ao resultado correto. Invenção de um modo de operar que inquieta um pensamento, engendrando um pensar que rompe com um modo já normatizado, inaugurando um desvio como produção[66].

[64] LISPECTOR, 1984, p. 57-58.
[65] CLARETO; SILVA, 2016, p.9.
[66] CLARETO; SILVA, 2016, p.10.

De esa forma, pensar el error como Potencia de Vida, discutir la producción matemática de los estudiantes y reconocer elementos como el silencio en el aula, puede ser dispositivos interesantes para de problematizar los procesos de enseñanza y aprendizaje del Cálculo. En ese sentido, pensamos en las Potencias de Vida para crear problemas a partir del error para engendrar pensar en el pensamiento[67], abrir posibilidades a otros modos de producción matemática, dejarnos afectar y ser afectados por los acontecimientos en el aula y CONTAR cuentos como formas de vida.

—¿Qué pasaría si experimentamos con el error en el aula de Cálculo?
—¿Qué efectos se producen?
—¿Inventariar un aula de Cálculo es posible?

∞

[67] DELEUZE, 2002.

Secuestrario

APOSTOL, Tom. **Calculus, Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al álgebra linear.** Volumen 1. Ed 2 Editorial Reverté S. A., p 191-237. 1984. Disponible en: <https://calculounicaes.files.wordpress.com/2012/04/calculo-volumen-1-de-tom-apostol.pdf>. Consultado en: 30 jul. 2020.

BORGUES, Jorge Luís. **Funes el memorioso**. 2004. Disponible en: <http://biblio3.url.edu.gt/Libros/borges/el_memorioso.pdf>. Consultado en 19 de nov 2019.

CABRAL, Tânia Cristina Baptista; BALDINO, Roberto Ribeiro. **Cálculo infinitesimal para um curso de engenharia**. Revista de ensino de engenharia, v. 25, n. 1, 2006. Disponible en: <http://revista.educacao.ws/revista/index.php/abenge/article/view/31>. Consultado en: 30 jul 2020.

CAMMAROTA, Giovani.; ROTONDO, Margareth Aparecida Sacramento; CLARETO, Sônia Maria. M. **Pesquisar sala de aula de matemática**: entre banalidades e formação docente. In: VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2018, Foz do Iguaçu. Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2018. p. 1-12.

CARDENAS, Juan David. **Entre la imagen y el pensamiento: a propósito del pensamiento de Gilles Deleuze**. Univ. philos., Bogotá, v. 28, n. 57, p. 241-262, Dec. 2011. Disponible en: <http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-53232011000200010&lng=en&nrm=iso>. Consultado en: 3 mar 2021.

CAVASOTTO, Marcelo; LORÍ, Viali. Dificuldades na aprendizagem de Cálculo: o que os erros podem informar. Boletim GEPEM, v. 59, p. 15-25. 2011. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10923/11894>. Consultado en: 26 jul. 2020.

CLARETO, Sônia Maria. **Matemática como acontecimento na sala de aula**. Em: 36a Reunião Nacional da ANPEd – 29 de setembro a 02 de outubro de 2013, Goiânia-GO. 2013.

CLARETO, Sônia Maria. **Sala de aula de matemática: pesquisa e enfrentamento do fora**. Em: 37a Reunião Nacional da ANPEd – 04 a 08 de outubro de 2015, UFSC – Florianópolis. 2015.

CLARETO, Sônia Maria; SILVA, Aline. **Quanto de Inusitado Guarda uma Sala de Aula de Matemática? Aprendizagens e erro**. Bolema, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 926-938, Dec. 2016. Available from <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2016000300926&lng=en&nrm=iso>. Consultado en: 25 fev. 2021. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a04.

CLARETO, Sônia Maria. **De A a Z ou quasi ou Experimentações para conjurar a formação de um aparelho de Estado em uma escrita acadêmica...** Juiz de Fora. 2020.

CLARETO, Sônia Maria; SILVA, Aline Aparecida da. **Quanto de Inusitado Guarda uma Sala de Aula de Matemática? Aprendizagens e erro**. Bolema, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 926-938, dez. 2016. Disponível em CURY, Helena. Análise de Erros. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Palestra. Salvador: SBEM, 2010, p. 01-11. <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-

636X2016000300926&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 19 ago. 2020. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a04.

CURY, Helena Noronha. Criação de ambientes de aprendizagem para o Cálculo diferencial e integral. In: **Congresso Sul-Brasileiro de Informática na Educação-Área De Exatas**, 2000, Florianópolis.

CURY, Helena Noronha. **Trabalhos realizados com alunos de Cálculo Diferencial e Integral**. Rio de Janeiro: VII ENEM, 2001.

CURY, Helena Noronha. Análise de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores. **Anais do III Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Águas de Lindóia, Brasil: SBEM, 2006.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

CURY, Helena Noronha. **Análise de Erros**. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Palestra. Salvador: SBEM, 2010, p. 01-11.

DELEUZE, Gilles; PARNET, Claire. **El abecedario de Gilles Deleuze** (Traducción de Raúl Sánchez Cedillo). 1988 Disponible en: <https://www.academia.edu/15082693/EL_ABECEDARIO_GILLES_DELEUZE> Consultado en: 20 ago. 2020.

DELEUZE, Gilles; PARNET, Claire. **Diálogos**. Tradução de: RIBEIRO, E. A. São Paulo: Escuta, 1998. Disponible en: <https://ayrtonbecalle.files.wordpress.com/2015/07/deleuze-g_-parnet-c-dic3a1logos.pdf>. Consultado en: 20 ago. 2020.

DELEUZE, Gilles. **Proust y los signos**. Anagrama, Barcelona, 1972.

DELEUZE, Gilles. **Lógica del sentido**. Traducción: Miguel Monroy. Escuela de Filosofía Universidad ARCIS. 1974. Disponible en: <https://www.philosophia.cl/biblioteca.htm>. Consultado en 10 ago. 2020.

DELEUZE, Gilles. **Conversaciones 1972-1990**. Valencia: Pretextos, 1999.

DELEUZE, Gilles**. Diferencia y Repetición**. Buenos Aires: Amorroutu, 2002.

DELEUZE, Gilles. **Nietzsche y la filosofía**. Barcelona: Anagrama, 2002.

DELEUZE, Gilles. **Proust e os Signos**. 2003.

DELEUZE, Gilles. **Diferença e repetição**. 1 ed- Rio de Janeiro/ Sao Paulo: Paz e Terra, 2018.

DELEUZE, Gilles; GUATTARI, Félix **¿Qué es la filosofía?** Anagrama, Barcelona, 1993.

DELEUZE, Gilles; GUATTARI, Félix. **Mil mesetas.** Valencia: Pre-Textos, 2004.

DOMENECH ONETO, Paulo. **La Nomadología de Deleuze-Guattari**. Escritos - Fac. Filos. Let. Univ. Pontif. Bolivar., Bogotá, v. 25, n. 54, p. 243-261, 2017. Disponible en: <http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-12632017000100243&lng=en&nrm=iso>. Consultado en 20 oct. 2020. http://dx.doi.org/10.18566/escr.v25n54.a11.

FOUCAULT, Michel. **Vigilar y castigar: nacimiento de la prisión**. 1a, ed.-Traducción de: Aurelio Garzón del Camino. Buenos Aires: Siglo XXI Editores Argentina, 2002.

GHEVERGHESE, George Joseph. **La cresta deal pavo real:** las matemáticas y sus raíces no europeas. Traducción de Jacobo Cárdenas. Madrid: Ediciones Pirámides, 1996.

IRAZOQUI, Elías Segundo Becerra. **El Aprendizaje Del Cálculo Diferencial: Una Propuesta Basada en la Modularización**. (Tesis Doctoral) Universidad Nacional De Educación A Distancia UNED, España. 2015. Disponible en: http://espacio.uned.es/fez/view/tesisuned:Educacion-Esirazoqui. Acceso en 30 de jul 2020.

KASTRUP, Virgínia. **A invenção de si e do mundo**. Campinas: Papirus, 1999.

KASTRUP, Virgínia. **Políticas cognitivas na formação do professor e o problema do devir-mestre**. Educ. Soc., Campinas, v. 26, n. 93, p. 1273-1288, Dec. 2005. Disponible en: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-73302005000400010&lng=en&nrm=iso. Consultado en: 13 ago. 2020.

LUCKESI, Cipriano Carlos. (2013). **Avaliação da Aprendizagem Escolar** [livro eletrônico]: estudos e proposições. São Paulo: Cortez, 2013.

MENDES, Ricardo de Oliveira. **Sobre aprender e ensinar matemática: internet, sala de aula e experiências outras**. 2017. Disponible en: http://hdl.handle.net/11449/150060. Consultado en: 11 nov 2019.

PASSOS, Eduardo; KASTRUP, Virgínia; ESCÓSSIA, Liliana. (2009). **Pistas do método da cartografia**: pesquisa intervenção e produção de subjetividade. Porto Alegre: Sulina, 2009.

PEREZ, Francisco Javier. **Cálculo Diferencial E Integral De Funciones De Una Variable.** Universidad de Granada, 2008.

RAFAEL, Rosane Cordeiro. **Cálculo diferencial e integral: um estudo sobre estratégias para redução do percentual de não aprovação. Dissertação** (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, p. 104. 2017. https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/5519

RANCIÉRE, Jacques. **El maestro ignorante: cinco lecciones sobre la emancipación intelectual** - la ed. - Buenos Aires: Libros del Zorzal, Traducido por: Claudia E. Fagaburu. 2007. ISBN 978-987-599-054-8

SANTAYA, Gonzalo. **El Cálculo trascendental: Gilles Deleuze y el Cálculo diferencial: ontología e historia.** 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires: RAGIF Ediciones, 2017. Disponible en: <https://deleuziana.com.ar/> Consultado 17 ago. 2019.

SOLANCE, Heffesse; PACHILLA, Pablo; SCHOENLE, Anabella. **Lo que fuerza a pensar: Deleuze, ontología práctica 1**. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires: RAGIF Ediciones, 2019. Disponible en: <https://deleuziana.com.ar/> Consultado 5 ago. 2020.

SOUZA, Jones Paulino de. **Análise de erros em Cálculo: Metodologia de investigação aplicada com alunos da UFOPA 2019**. Disponible en: <https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/314>. Consultado 15 de ene. 2021.

TALL, David. **Elementary axioms and pictures for infinitesimal calculus**. Bulletin of the IMA, v. 18, p. 43-48, 1982.

ZOURABICHVILI, François. **Deleuze: uma filosofía do acontecimento.** Tradução de Luiz B. L. Orlandi Coleção Trans, 2016.