

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
CURSO DE ESTATÍSTICA

Jéssica Maria Afonso Silva

**Modelo de Teoria de Resposta ao Item considerando  
efeitos de ansiedade.**

- Como a ansiedade pode afetar o aluno frente ao teste. -

Juiz de Fora  
2013

Jéssica Maria Afonso Silva

*Modelo de Teoria de Resposta ao Item considerando efeitos  
de ansiedade.*

- Como a ansiedade pode afetar o aluno frente ao teste. -

Monografia apresentada ao Curso de Estatística da  
UFJF, como requisito para a obtenção do grau de  
BACHAREL em Estatística.

**Orientador: Tufi Machado Soares**

**PhD em Estatística - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil**

**Co-orientador: Flávio Bambirra Gonçalves**

**PhD em Estatística - University of Warwick, Inglaterra**

Juiz de Fora

2013

Silva, Jéssica

Modelo de Teoria de Resposta ao Item considerando efeitos de ansiedade. / Jéssica Silva - 2013

70.p

1.TRI 2. DIF 3. Efeito Ansiedade. I.Título.

CDU

Jéssica Maria Afonso Silva

*Modelo de Teoria de Resposta ao Item considerando efeitos de ansiedade.*

- Como a ansiedade pode afetar o aluno frente ao teste. -

Monografia apresentada ao Curso de Estatística da UFJF, como requisito para a obtenção do grau de BACHAREL em Estatística.

Aprovado em 28 de março de 2013

**BANCA EXAMINADORA**

---

Tufi Machado Soares

PhD em Estatística - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil

---

Clécio da Silva Ferreira

Doutor em Estatística - Universidade de São Paulo, Brasil

---

Joaquim Henriques Viana Neto

Doutor em Estatística - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil

*A todos que estiveram ao meu lado.*

## Agradecimentos

A meus pais, Marlene e Elcio, por toda a paciência, amor e confiança que depositaram em mim, pessoas integras dos quais me orgulho e amo cegamente, aos quais quero dar o mundo. Obrigada pela força de chegar aqui.

Ao Erichardson, um cara superimportante na minha vida o qual estimo muito, obrigada por sempre estar ao meu lado me apoiando, ouvindo minhas reclamações e me dando muitos conselhos valiosos.

Aos meus irmãos, Angelo, Sabrina e Tábata, que mesmo sem saber o que eu faço são motivo de minha alegria, e parte fundamental desse caminho, obrigado por liberarem o computador para eu estudar.

Aos meus queridinhos, Alicia e Miguel, que vão brincar no terreiro quando eu vou estudar, mesmo sem entender por que.

A minha amada avó Maria que sempre diz que minha vida profissional será muito boa e que eu vou ganhar muito dinheiro, te amo vó.

Não poderia deixar de falar da turminha do barulho: Vanessa, nem palavras pra falar, pessoa ótima de quem vou lembrar pra sempre com muita felicidade e sorriso na cara, sempre estabonada falando o que quer e o que não quer também. Franciele, toda semana tem consulta em uns três especialistas diferentes. Ao Manoel, nota 10 sempre me ajudou a fazer os exercícios impossíveis, além dos vídeos super engraçados que alegram a família toda aqui em casa. A Thalitinha que já me ajudou um bocado e também aos meninos, Daniel, Leandro e Guilherme que apesar de me encherem o saco eu gosto muito deles. Também a Virginia e a minha xará Jéssica que me fizeram companhia neste final de jornada acadêmica, meninas vocês são de mais. E a todos os outros que sempre estiveram comigo nesta caminhada, como as gêmeas Vanessa e Raquel, a Camila, Amanda, Cadu, Isabelas, Jarbas, Marcos, Douglas, Zé e a Gabi.

Ao professor Tufi Machado Soares pela orientação, sem a qual este trabalho não se realizaria.

Ao professor Flávio Bambirra pela co-orientação e por sua brilhante dissertação

de mestrado onde me interessei pelo tema.

Ao professor Alfredo Chaoubah, uma das pessoas mais admiráveis que conheci nestes anos de graduação, um super amigo, e excelente profissional.

Ao Professor Clécio Ferreira, que sempre me deu força e aturou minhas chatices.

Aos demais professores do Departamento de Estatística pelos seus ensinamentos e aos funcionários do curso Andrielle e Bruno, que durante esses anos,contribuíram de algum modo para o nosso enriquecimento pessoal e profissional.

A CAPES pelo apoio financeiro.

## Resumo

A Teoria de Resposta ao Item (TRI) é uma teoria psicométrica muito usada na produção de medidas educacionais. Permite, por exemplo, medir a habilidade cognitiva do aluno com maior precisão. Apesar disso, muitas questões importantes encontradas em problemas reais conduzem a generalizações. Nesse trabalho, analisam-se dois modelos que consideram o efeito da ansiedade na medida da habilidade cognitiva. O primeiro é o modelo logístico de 2 parâmetros, que mede como a ansiedade afeta o aluno a partir de um modelo que permite o Funcionamento Diferencial do Item (DIF). O segundo é um modelo mais complexo em que o estudo é feito a partir de uma estrutura multidimensional, criada a partir do modelo logístico de 3 parâmetros. Ambos modelos serão estudados e aplicados a dados do PROEB 2011.

Palavras-chaves: TRI, DIF, Efeito Ansiedade.



## Abstract

The Item Response Theory (IRT) is a widely used psychometric theory in the production of educational measures. It allows, for example, measuring the cognitive abilities of the students with greater accuracy. Nevertheless, many important issues encountered in real problems lead to generalizations. In this paper, we analyze two models that consider the effect of anxiety on the measure of cognitive ability. The first is the 2-parameter logistic model, which measures how anxiety affects the student from a model that allows the Differential Item Functioning (DIF). The second is a more complex model in which the study is done from a multidimensional structure, created from the 3-parameter logistic model. Both models will be studied and applied to data PROEB 2011.

Keywords: IRT, DIF, Multidimensionality, anxiety.

*“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.”*

*Arthur Schopenhauer*

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>8</b>
1.1	Introdução . . . . .	8
1.2	Teoria de Resposta ao Item . . . . .	9
1.2.1	Os Modelos da TRI . . . . .	10
1.3	Dados do Programa Proeb 2011 . . . . .	11
1.4	Análise dos Dados Reais via TRI . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Modelos Propostos</b>	<b>21</b>
2.1	O modelo de Silva e Gomes (2011) . . . . .	21
2.2	O modelo de Brodbeck e Soraes (2011) . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Resultados dos modelos Propostos</b>	<b>27</b>
3.1	Resultados Brodbeck e Soares (2011) . . . . .	27
3.2	Resultados Silva e Gomes (2011), proposição Soares et al (2009) . . . . .	28
3.2.1	Comparando os parâmetros dos itens do modelo segundo ambas propostas . . . . .	33
3.3	Conclusão . . . . .	36
3.4	Apêndice . . . . .	36
<b>A</b>	<b>Tabela com as médias estimadas a posteriori para o modelo de TRI</b>	<b>37</b>
<b>B</b>	<b>Tabelas com os valores estimados a posteriore para o modelo proposto por Brodbeck e Soares(2011)</b>	<b>41</b>
<b>C</b>	<b>Tabelas com as probabilidade dos itens dos parâmetros terem DIF</b>	<b>57</b>

D Média do parâmetro do item estimadas a posteriori	60
E Diferenças entre as médias estimadas nos modelos para o parametro do item em cada grupo	63
Referências Bibliográficas	65

# 1 Introdução

## 1.1 Introdução

A Teoria de Resposta ao Item (TRI) é uma teoria psicométrica muito utilizada em avaliação educacional e psicologia cognitiva. Ela é construída dentro das teorias de traço latente, que postula que o comportamento humano é guiado por processos hipotéticos chamados de traços latentes (Pasquali, L., Prime, R., 2003). Esta teoria mede a habilidade do aluno a partir das respostas dadas a itens, porém à medida que cresce a aplicação desta teoria, surgem novos questionamentos. Um destes questionamentos envolve fatores que até então não eram supridos pelo modelo da TRI, fatores ainda de caráter latente, como ansiedade. Fator este que em estudos psicológicos feitos por Charles Donald Spielberger, presidente da Associação Americana de Psicologia, em 1972 e outro autores, revelam que a ansiedade afeta o aluno de forma a interferir na concentração e realização do teste.

Há quatro décadas, Mandler e Sarason (1952), identificaram empiricamente, através de uma escala específica, a existência de grupos de alunos com baixa e alta ansiedade, e também verificou que eles apresentam notas nos testes de inteligência inversamente proporcional ao seu nível de ansiedade. Em diversas revisões de estudo na área (HANSEN, 1977; HEAD e LINDSEY, 1984; HEMBREE, 1988), é revelado esta correlação negativa significativa entre a ansiedade e o desempenho na situação em que o aluno é avaliado. Analisar e procurar soluções para este problema é essencial, pois a ansiedade provoca declínio na proficiência dos alunos que acabam por não acreditar mais na eficácia de seus próprios esforços, o que os distanciam das atividades que promovem a sua aprendizagem.

Observando esta relação entre aluno e teste viu-se a necessidade de generalizar a TRI convencional a fim de incorporarmos a ela um modelo que se ajuste a situações que, até então, não eram contempladas.

Pensando nisto, Silva e Gomes (2011) propõem um modelo para medir a proficiência de um indivíduo levando em conta seu nível de ansiedade. Assume-se que o modelo é aplicável apenas quando identificamos os itens com âncora total. Estes itens,

denominados âncoras, são itens que não possuem DIF (considera a hipótese de um item comportar-se de maneira diferente entre dois ou mais grupos no que diz respeito às suas características), e serão encontrados com o auxílio do modelo multidimensional proposto por Brodbeck e Soares (2011).

Assim dito iremos primeiramente buscar os itens âncoras a partir do modelo proposto por Brodbeck e Soares (2011), modelo este que foi criado incorporado ao modelo de TRI multidimensional parcialmente compensatório um depreciador que modela a relação da ansiedade com o desempenho do aluno.

Portanto o objetivo deste trabalho é estudar estes modelos já existentes da TRI que incorporam o fator ansiedade verificando qual a vantagem (se houver) em identificarmos os itens âncoras. Para isto iremos, primeiramente, verificar se existem itens âncoras na base Proeb 2011, utilizando o modelo proposto por Brodbeck e Soares (2011). Dado que os itens foram encontrados, eles serão evidenciados a fim de estudar o modelo proposto por Silva e Gomes(2011), que requer que os itens sem a presença do DIF sejam previamente conhecidos.

## 1.2 Teoria de Resposta ao Item

O método mais utilizado para a avaliação ou seleção de indivíduos é a aplicação de provas, onde são expressos apenas seus escores brutos (soma total dos pontos). No entanto, os resultados deste método de avaliação são inviáveis para comparação entre os indivíduos que não fizeram o mesmo teste. Este método de avaliação chamado Teoria Clássica do Teste (TCT) não é uma estrutura de medida capaz de captar a ‘real’ habilidade do aluno, pois possui uma estrutura mutável a cada objeto de estudo. Um exemplo disto são os testes psicológicos elaborados dentro da psicologia clássica onde os resultados de um teste de inteligência vão depender do instrumento utilizado.

Para suprir a ‘falha’ dos métodos definidos pela Teoria Clássica de Medidas, surgiu após os anos 50 a Teoria de Resposta ao Item, baseada na teoria do traço latente de Lazarsfeld (1959) e nos trabalhos de Lord (1952) e do dinamarquês Rasch (1960). A Teoria de Resposta ao Item - TRI (Item Response Theory - IRT), também conhecida como a Teoria do Traço Latente, foi esboçada por Lord em 1952 e finalmente axiomatizada por Birnbaum em 1968 e por Lord em 1980.

### 1.2.1 Os Modelos da TRI

A Teoria de Resposta ao Item consiste na construção de modelos, munidos de parâmetros que facilitam a interpretação do item. Existem modelos da TRI para diferentes tipos de itens: dicotômicos, politômicos ou para respostas contínuas. Nesta monografia estaremos tratando de itens dicotômicos, ou seja, estaremos interessados se o indivíduo acertou ou não o item.

O modelo mais simples para itens dicotômicos é o modelo de Rasch, constituído de apenas um parâmetro para o item, tendo a seguinte estrutura:

$$P(Y_{ij} = 1 | \theta_j, b_i) = \frac{1}{1 + e^{-(\theta_j - b_i)}}, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J \quad (1.1)$$

Onde,  $Y_{ij}$  é o indicador de acerto do item  $i$  pelo indivíduo  $j$ ;  $\theta_j$  é a proficiência do indivíduo  $j$ ;  $b_i$  é a dificuldade para o item  $i$ .

Como podemos ver, o modelo de Rasch(1960) é estruturado em um modelo logístico e mede a proficiência do indivíduo levando em conta apenas a dificuldade do item.

Outro modelo da TRI é o modelo de dois parâmetros, conhecido também por modelo de Lord (1952), apresenta a seguinte estrutura:

$$P(Y_{ij} = 1 | \theta_j, b_i, a_i) = \int_{-\infty}^{a_i(\theta_j - b_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \Phi(a_i(\theta_j - b_i)) \quad (1.2)$$

Onde,  $Y_{ij}$ ,  $\theta_j$  e  $b_i$  são os mesmo mencionados no modelo de Rasch(1960) e  $a_i$  representa a discriminação para o item  $i$ .

Birnbaum (1968) modifica o modelo de Lord (1952), que até então era uma função da distribuição Normal, para um modelo logístico.

Sendo a função de distribuição logística igual a:

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (1.3)$$

,

vemos que ao multiplicarmos a variável  $x$  da distribuição logística por aproximadamente 1,7 teremos:

$$|F(1, 7x) - \Phi(x)| < 0.001, -\infty < x < \infty$$

$$P(Y_{ij} = 1 | \theta_j, b_i, a_i) = F(Da_i(\theta_j - b_i)) = \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}} \quad (1.4)$$

Onde,  $Y_{ij}$ ,  $\theta_j$ ,  $b_i$  e  $a_i$  são os mesmos mencionados no modelo de Lord (1952),  $D$  é um fator de escala que serve para aproximar a função logística da normal.

Birnbaum (1968) viu que havia a necessidade de se criar um novo modelo, pois foi observado que quando a proficiência tende a  $-\infty$  a probabilidade do indivíduo acertar o item tende a zero. Contudo ainda existe a possibilidade do aluno acertar o item por acerto casual, conhecido como “chute”. Vendo esta necessidade, Birnbaum (1968) criou o modelo de três parâmetros, onde o terceiro parâmetro  $c_i$  é a probabilidade deste acerto casual. A representação do modelo de três parâmetros será:

$$P(Y_{ij} = 1 | \theta_j, b_i, c_i) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}} \quad (1.5)$$

Vemos no modelo (1.5) que, na ausência do acerto casual, ou seja, se  $c_i=0$ , então o modelo volta a ser o modelo (1.4).

## 1.3 Dados do Programa Proeb 2011

O conjunto de dados que é utilizado em toda a monografia é o banco de dados da prova de matemática referente ao 5º ano do ensino fundamental do Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica (Proeb) 2011. A partir deste programa são avaliadas as escolas da rede pública a fim de verificar as habilidades e competências do setor de ensino baseado em provas na língua portuguesa e matemática. O programa avalia alunos que se encontram no 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do ensino médio. A instituição avaliadora do Proeb é o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação - CAEd, da Universidade Federal de Juiz de Fora.

O banco é composto de 645.888 alunos de 853 cidades do estado Minas Gerais, sendo que 288.394 são alunos do 5º ano. Por uma questão de custo computacional foi retirado do banco Proeb 5º ano matemática, uma amostra de 2259 casos dos quais 1131 são descritos como os alunos menos ansiosos (percentil 10 da variável que mede a ansiedade do aluno) e 1128 mais ansiosos (percentil 90 da variável que mede a ansiedade do aluno).

Esta estrutura foi proposta de forma a avaliarmos com maior clareza a presença de DIF entre os dois níveis de ansiedade que formaram os dois grupos: mais e menos ansiosos.

O caderno de teste é composto por 39 itens. Os itens são compostos de 4 alternativas, onde apenas uma está correta.

Após fazer a análise dos casos selecionados, observamos pela figura 1.1 que o grupo com maior percentual de acerto é o grupo cuja ansiedade é baixa. O item com maior diferença de acerto entre os dois grupos foi o item 38, com a menor diferença foram os itens 1 e 37 sendo que o item 1 é o que apresenta maior proporção de acerto para ambos os grupos. E o item 37 é o que apresenta menor proporção de acerto também para ambos os grupos.

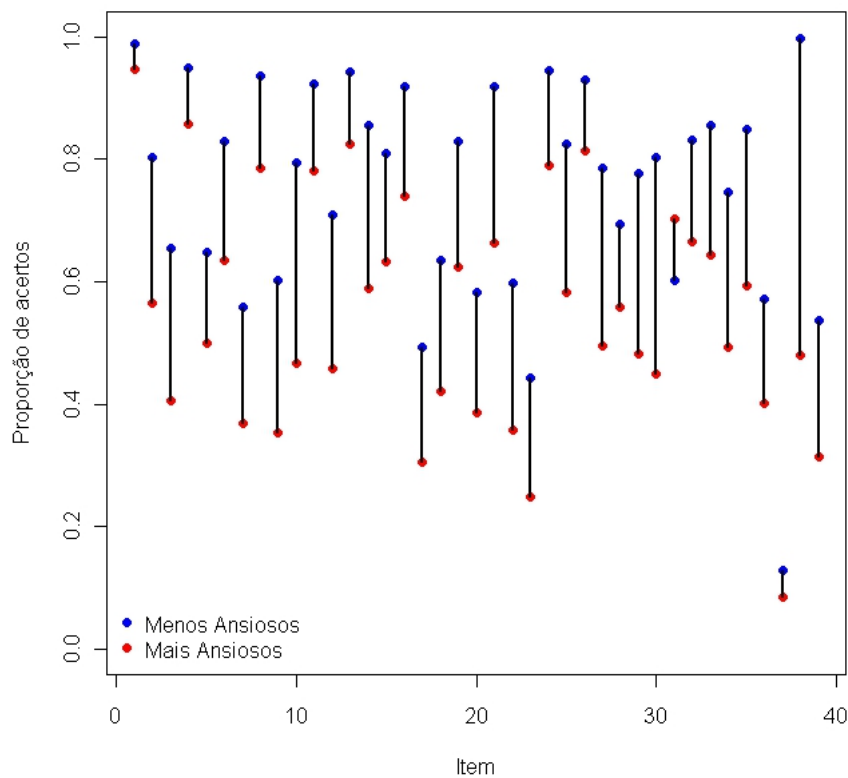


Figura 1.1: Proporção de Acertos dos Grupos

## 1.4 Análise dos Dados Reais via TRI

Nesta etapa iremos analisar o comportamento do parâmetro de cada item. O modelo utilizado é o modelo logístico de três parâmetros proposto por Birnbaum (1968).



Analisando a figura 1.2, referente ao parâmetro  $a$ , vemos que a maioria dos valores estimados para os itens se encontram no intervalo de 0,5 a 1,5 ( Também podemos verificar isto no apêndice A). Especialistas dizem que discriminações abaixo de 1 são baixas, entre 1 e 1.5 médias, entre 1.5 e 2 altas e, acima de 2 muito altas (Gonçalves, 2006). Esta interpretação se da pelo fato da escala do modelo ser fixada atribuindo uma distribuição Normal(0,1) para as proficiências. Os itens 10, 31 e 38 são os que apresentam maior discriminação. O item 37 é o que apresenta maior variância a posteriori.

Na figura 1.3 referente ao parâmetro  $b$  podemos ver que o intervalo de credibilidade dos parâmetros de dificuldade dos itens são menores que os intervalos de credibilidade dos parâmetros de discriminação dos itens, isto se da pelo fato dos itens serem mais fáceis de serem estimados em  $b$  do que em  $a$ . O item que apresenta maior dificuldade estimada é o item 37 e com menor dificuldade estimada é o item 1. Quanto ao parâmetro  $c$  (figura 1.4) vemos que a maioria das estimativas do parâmetro encontra-se entre 0,1 e 0,3, isto já era de se esperar devida a interpretação deste parâmetro. Temos que os itens 5, 6 e 15 possuem probabilidades de acerto casual maiores que 0,3.

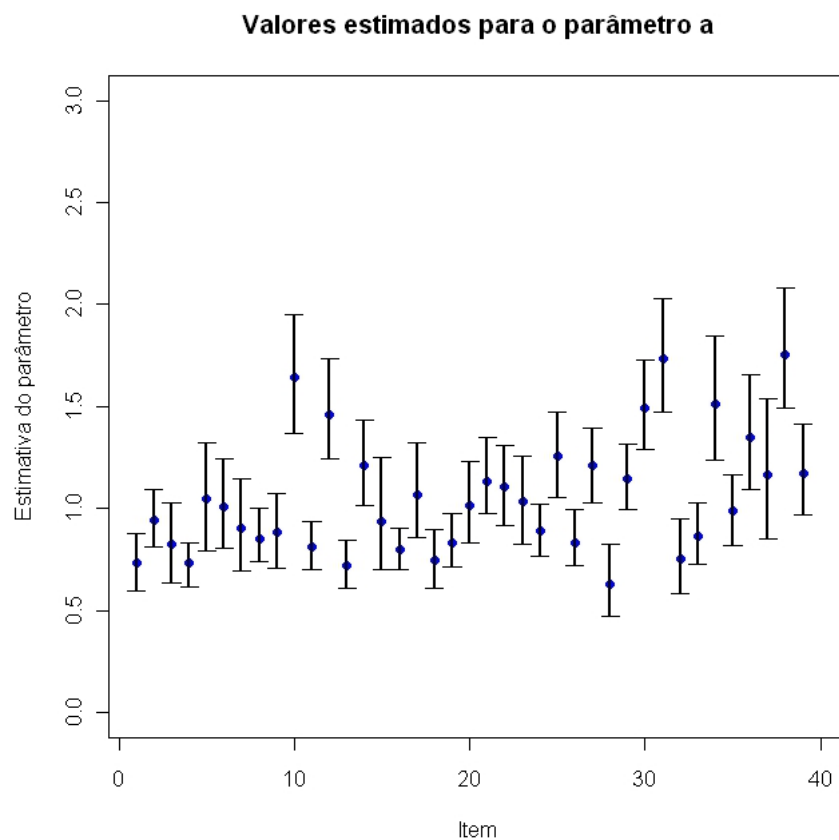


Figura 1.2: Estimativa pontual (média a posteriori) do parâmetro  $a$

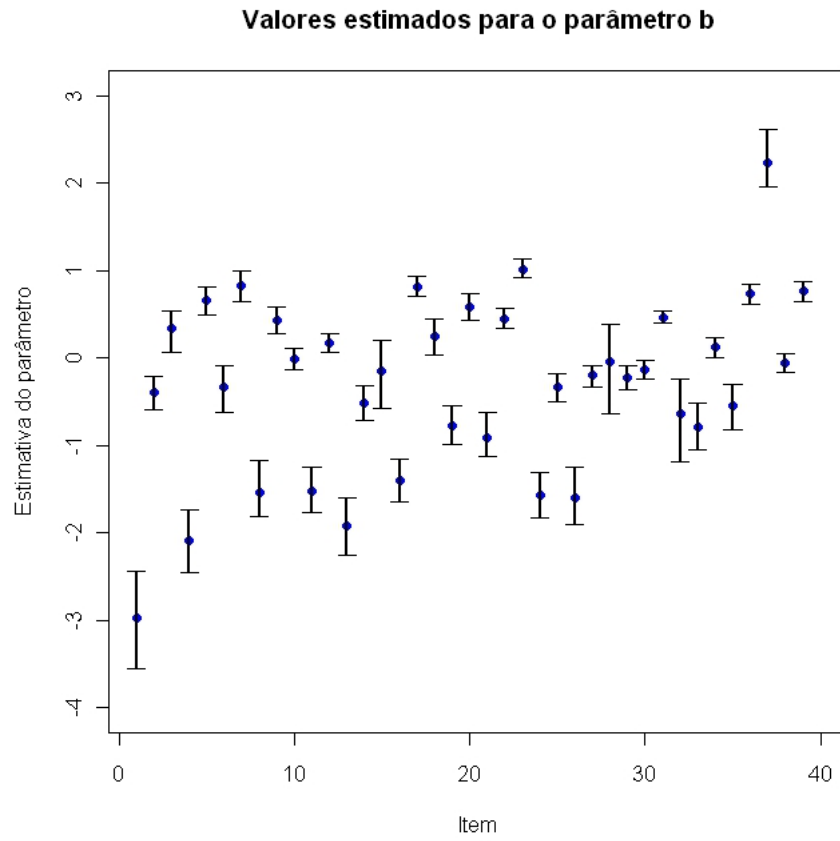


Figura 1.3: Estimativa pontual (média a posteriori) do parâmetro b

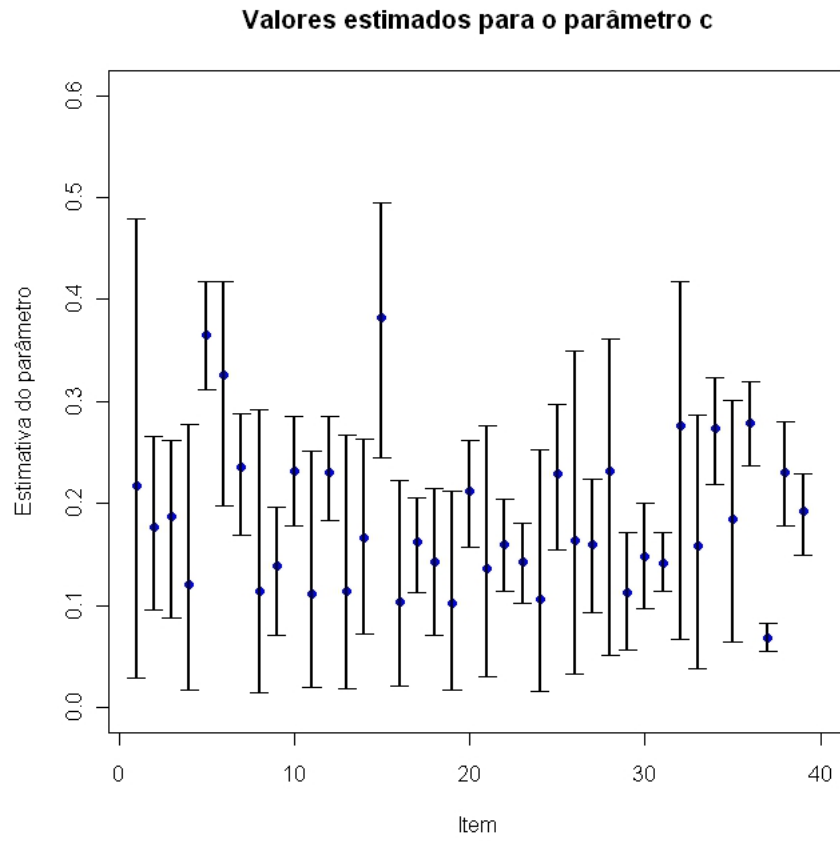


Figura 1.4: Estimativa pontual (média a posteriori) do parâmetro c

Após analisarmos os resultados gerais (não leva em conta os níveis de ansiedade), veremos agora as estimações das médias e variâncias a posteriori, para cada grupo (mais e menos ansiosos) separadamente, sendo que a estimativa a priori da proficiência foi a mesma para os dois grupos ( $N(0,1)$ ).

A atribuição do nível de ansiedade do aluno é calculada segundo o modelo de Samejima (2000). Segundo este modelo foram, portanto separados os dois grupos, de forma que os menos ansiosos representam o percentil 10 do banco de dados e os mais ansiosos são os indivíduos do percentil 90.

Sendo assim, temos nas figura1.5, figura1.6 e figura1.7 os resultados referentes à análise correspondente à comparação entre grupos, sendo que as proficiências como dito anteriormente possuem distribuição a priori  $N(0,1)$ . Observamos no parâmetro  $a$  que as estimativas referentes aos dois grupos se distanciam consideravelmente, podendo notar que em sua maioria as estimativas referentes ao grupo com maior ansiedade são maiores que aquelas do grupo com menor ansiedade.

No parâmetro  $b$  observamos que os itens apresentam maior dificuldade para o grupo mais ansioso. E assim como no parâmetro de discriminação notamos que há uma grande diferença entre as estimativas dos parâmetros destes dois grupos. Também há uma diferença entre os grupos quando levamos em conta o parâmetro  $c$ , sendo que nos itens 4,8,11,13,19,27,28 e 23 estas diferenças são facilmente notáveis.

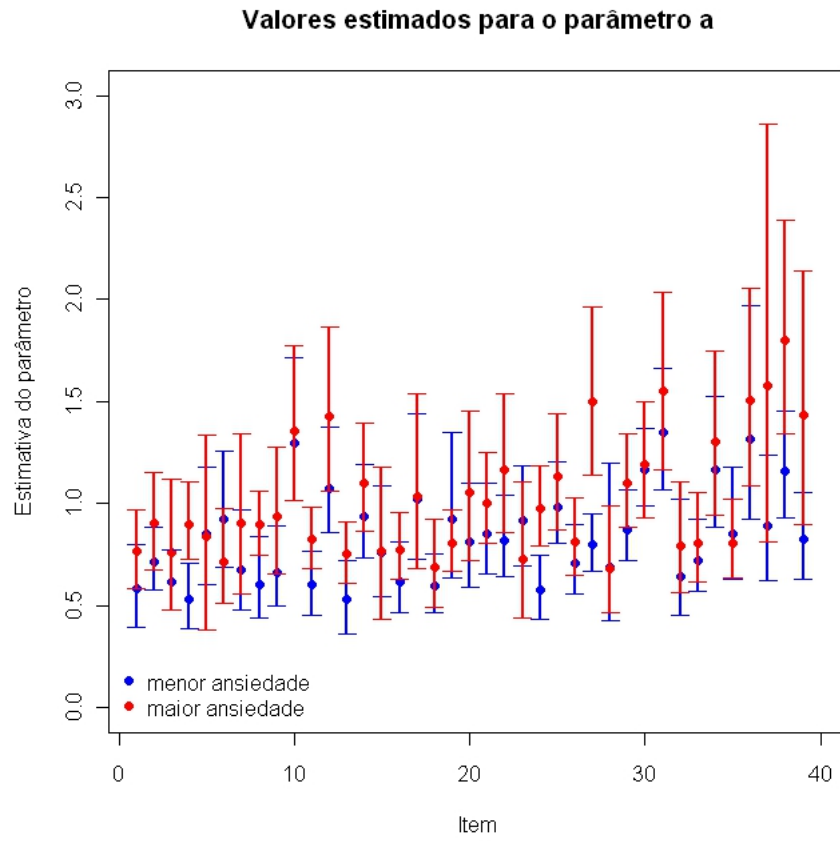


Figura 1.5: Estimativa pontual (média a posteriori) do parâmetro  $a$

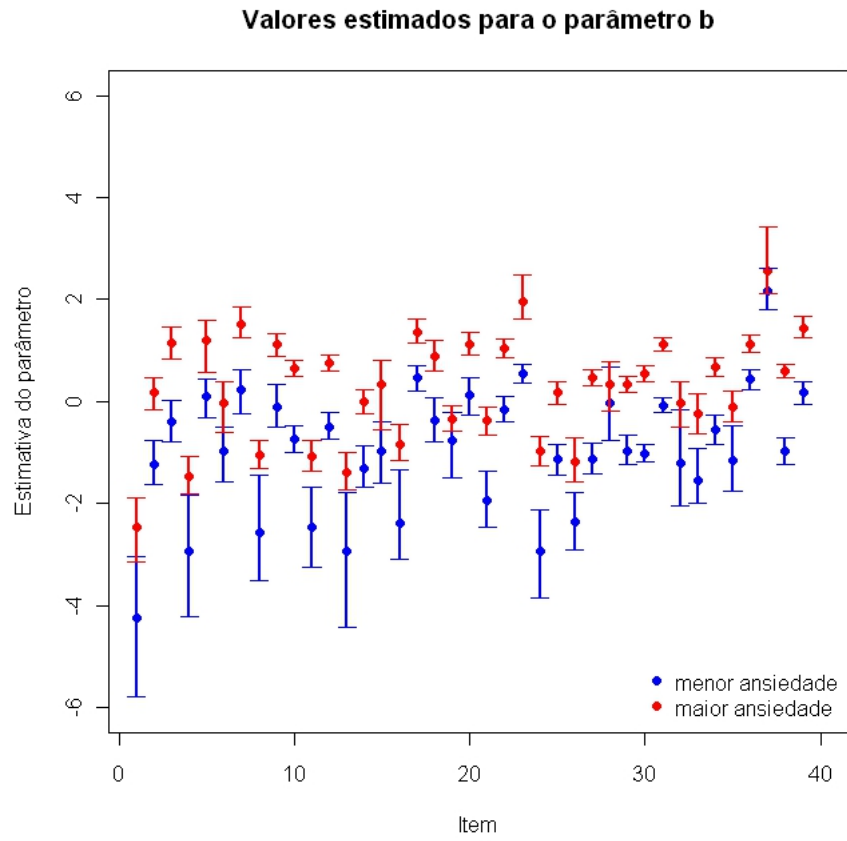


Figura 1.6: Estimativa pontual (média a posteriori) do parâmetro b

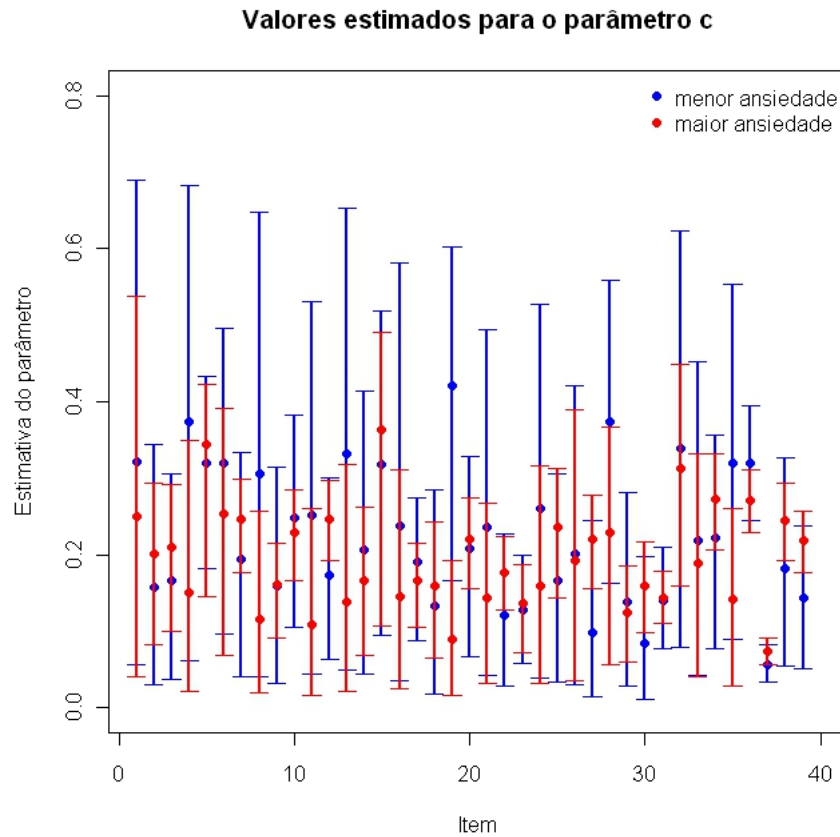


Figura 1.7: Estimativa pontual (média a posteriori) do parâmetro  $c$

No caso apresentado onde os grupos são diferenciados em menos e mais ansiosos, as diferenças no funcionamento do item parecem ser evidentes. No entanto nota-se que os grupos são divididos de forma a tornar nítida esta diferença, não sendo sorteados de uma mesma população, onde poderíamos observar que os grupos provavelmente teriam mesma média e desvio padrão nas proficiências cognitivas.

Serpa(2012) mostrou que os dois grupos de aluno separados pelo nível de ansiedade se diferem quanto à proficiência, quando separados em grupos não sorteados de uma mesma população, de forma que como esses grupos não são sorteados de uma mesma população, é necessário que se tenha itens comuns no caderno de teste, e admite-se que pelo menos parte dos itens tenham mesmo funcionamento tornando possível fazer uma equalização de forma a obter os parâmetros dos dois grupos na mesma escala (padronizados) e então assim realizarmos comparações.

Sabemos que os dois grupos não foram obtidos sorteando elementos da população, portanto, para que possamos analisar como a ansiedade afeta o aluno frente ao teste é necessário que tenhamos itens comuns no caderno de teste dos dois grupos, e que

---

estes itens não os afetem de forma diferente, ou seja, é necessário que tenhamos itens com parâmetros invariantes. Assim, para realizar a equalização dos parâmetros dos itens conjuntamente é preciso conhecer os itens chamados âncoras, e para conhecer estes itens é necessário equalizar, ou seja, o problema é tautológico. No entanto, Soares et al (2009) apresenta um modelo que supre essa dificuldade na escolha dos itens âncoras.



## 2 Modelos Propostos

Neste capítulo iremos estudar os dois métodos utilizados para incorporar o nível de ansiedade no cálculo da proficiência dos alunos. Um dos métodos é proposto por Silva e Gomes (2011) e o outro por Brodbeck e Soares (2011).

### 2.1 O modelo de Silva e Gomes (2011)

Silva e Gomes (2011) propõem um método para medir a proficiência de um indivíduo levando em conta seu nível de ansiedade. Este nível de ansiedade é dividido em três partes: calmo, ansioso e muito ansioso.

Desta forma o modelo que leva em conta a ansiedade no teste é dado a seguir, onde se deseja encontrar  $P_{ijg}$ , sendo este a probabilidade do aluno  $j$  acertar o item  $i$  dado seu estado de ansiedade  $g$ , sendo  $g$  um dos três níveis de ansiedade citados acima.

$$P_{ijg} = \frac{1}{1 + \exp[-\beta_{2i}\theta_j + \beta_{1gi}]} \quad (2.1)$$

Reparametrização:

$$P_{ijg} = \frac{1}{1 + \exp[-\beta_{2i}\theta_j + \beta_{1gi}]} = \frac{1}{1 + \exp[-D\frac{\beta_{2i}}{D}(\theta_j - \frac{\beta_{1gi}}{\beta_{2i}})]} \quad (2.2)$$

O modelo logito utilizado por Silva e Gomes (2011) é o modelo de dois parâmetros feito por Lord(1952) e aprimorado por Birnbaum(1968), onde  $-\frac{\beta_{2i}}{D}$  é o parâmetro de discriminação, e  $\frac{\beta_{1gi}}{\beta_{2i}}$  é o intercepto, ou seja, parâmetro que mede a dificuldade do item. Silva e Gomes (2011) assumem que o modelo é aplicável apenas quando identificamos os itens com âncora total.

Este modelo foi baseado no modelo proposto por Soares et al (2009), que trata-se de um modelo Bayesiano integrado para detecção de DIF. Ele é integrado no sentido que se modela as respostas juntamente com a análise de DIF. Neste modelo, Soares et al (2009) propõem um modelagem na qual é possível indicar os itens que não possuem

DIF, porém não se faz necessário indicar quais itens são âncoras e sim que existem itens âncoras.

Modelo Soares et al (2009):

$$P(Y_{ij} = 1 | \theta_j, a_{ig}, b_{ig}, c_i, d_{ig}^a, d_{ig}^b) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_{ig}(\theta_j - b_{ig})}} \quad (2.3)$$

Silva e Gomes (2011) utilizam do modelo de Soares et al (2009) propondo que a diferença entre os grupos seja o fator ansiedade. Ou seja, utiliza de DIF para medir o nível de ansiedade entre os indivíduos, e estimar sua proficiência.

No modelo de Soares et al (2009), é proposto DIF nos parâmetros  $a$  e  $b$ .

No método proposto por Silva e Gomes (2011) o parâmetro de discriminação depende apenas do item, já o parâmetro de locação é função do nível de ansiedade do indivíduo, ou seja, é razoável dizer que quanto maior o  $g$  maior será a dificuldade do item para o mesmo, conseqüentemente menor será a probabilidade do indivíduo acertar o item.

$$P_{ij1} \geq P_{ij2} \geq \dots \geq P_{ijG}$$

$$\beta_{11i} \leq \beta_{12i} \leq \dots \leq \beta_{1Gi}$$

Tendo isto é possível dizer que em grupos diferentes o item se comporta de forma diferente, apresentando assim DIF.

Definida a proposta de modelo de Silva e Gomes (2011) e tendo visto que sua base foi feita a partir do modelo proposto por Soares et al (2009), inferimos que o modelo proposto por Soares et al (2009) é um modelo mais geral que o modelo proposto por Silva e Gomes (2011). Por isto iremos usar o modelo mais geral para obter os resultados para análise.

Tendo portanto estudado o modelo de Silva e Gomes (2011), vemos que este é um modelo de dois parâmetros onde é possível verificar presença de DIF apenas no parâmetro  $b$ . Isto é solucionável, uma vez que como mencionado acima, este modelo é uma particularização do modelo proposto por Soares et al (2009). Porém outro detalhe persiste. Silva e Gomes (2011) pressupõem que para a eficácia do modelo é necessário que seja indicado quais itens são âncoras, porém não é especificado como encontrá-los.

É importante também levarmos em conta que apesar de não ser necessário identificar quais itens são âncoras, o modelo proposto por Soares et al(2009) assume que é preciso ter itens âncoras, de forma que se não houver estes itens, o modelo não converge.

## 2.2 O modelo de Brodbeck e Soraes (2011)

Brodbeck e Soares (2011) observaram que a ansiedade afeta diretamente o desempenho do aluno, tendo esta uma correlação negativa. Com o intuito de atenuar essa correlação entre as duas variáveis, eles propuseram um modelo em que foi incorporado ao modelo de TRI multidimensional parcialmente compensatório um depreciador que modela a relação da ansiedade com o desempenho do aluno.

Este depreciador, cuja curva de função é no formato de U invertido, pode ser visto na figura abaixo:

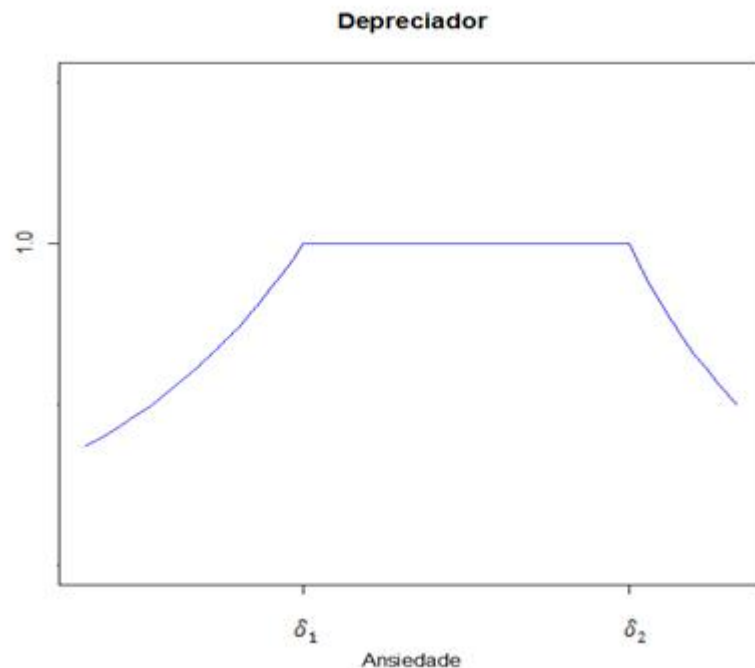


Figura 2.1: Depreciador Bicaudal

Este depreciador, contém os parâmetros  $\delta_1, \delta_2, \lambda_1, \lambda_2, \varphi$ , onde :

$\lambda_1, \lambda_2$  , determinam a taxa de crescimento decaimento das curvas exponenciais;

$\delta_1, \delta_2$ , são parâmetros do item medidos na escala de ansiedade, eles representam

o valor limite onde a ansiedade causa impacto;

$\varphi$ , é a medida do nível de ansiedade do aluno;

$$\tau(\delta_1, \delta_2, \lambda_1, \lambda_2, \varphi) = \begin{cases} e^{\lambda_1 * (\varphi - \delta_1)} & \text{se } \varphi_j < \delta_1 \\ 1 & \text{se } \delta_1 \leq \varphi_j \leq \delta_2 \\ e^{-\lambda_2 * (\varphi - \delta_2)} & \text{se } \varphi_j > \delta_2 \end{cases} \quad (2.4)$$

Este depreciador é de grande importância, ele reflete a alteração na proficiência. Ao observarmos a figura 2.1 temos que o topo entre  $\delta_1$  e  $\delta_2$ , é uma reta constante, indicando que nesse ponto a proficiência do aluno, não é afetada pela ansiedade, porém se a ansiedade for menor que  $\delta_1$  ou maior que  $\delta_2$  o desempenho do aluno será afetado, fazendo com que a probabilidade do aluno acertar o item seja menor.

Sendo assim o modelo é o produto do depreciador com o modelo logito de 3 parâmetros, tendo:

$$P(Y_{ij} | \theta_j, a, b, c) = \begin{cases} c_i + e^{\lambda_{1i} * (\varphi_j - \delta_{1i})} * c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}} & \text{se } \varphi < \delta_1 \\ c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}} & \text{se } \delta_1 \leq \varphi \leq \delta_2 \\ c_i + e^{-\lambda_{2i} * (\varphi_j - \delta_{2i})} * (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}} & \text{se } \varphi > \delta_2 \end{cases} \quad (2.5)$$

Após terem definido o modelo, Brodbeck e Soares (2011) utilizaram o software de programação WinBugs (Version 3.2.1) (Spiegelhalter, Thomas, Best e Lunn (2011)) para gerar as estimativas a posteriori dos parâmetros e verificaram que a médias das estimativas a posteriori do parâmetro  $\delta_1$  eram inferiores aos valores de  $\varphi_j$  (parâmetro de ansiedade, cujo maior valor é 2,3575), que são fixos e conhecidos (definidos por estudos de questionário com questões direcionadas). Sendo assim, a probabilidade de  $\delta_1$  estimado ser maior que  $\varphi_j$  é muito pequena. (Os resultados podem ser vistos no Apêndice B.1)

Tendo observado isto, Brodbeck e Soares (2011) utilizaram um depreciador unicaudal. Este depreciador possui uma estrutura mais simples. A partir dele temos que a probabilidade do aluno acertar um item  $i$  qualquer é diminuída apenas para os alunos com alto nível de ansiedade, sendo que os de baixa ansiedade puderam ser medidos pelo modelo tradicional da TRI.

A seguir temos a figura que representa este depreciador unicaudal.

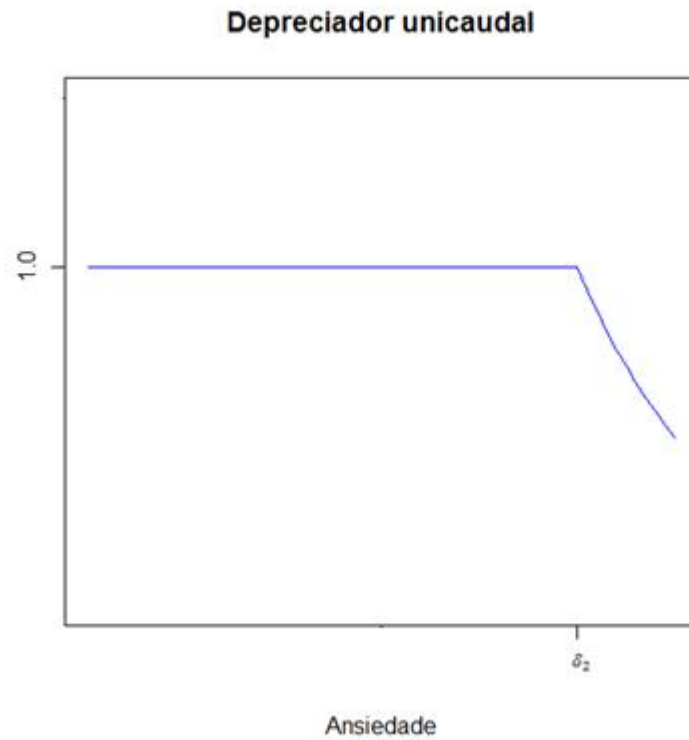


Figura 2.2: Depreciador Unicaudal

Este depreciador será escrito da seguinte forma:

$$\tau(\delta_2, \lambda_2, \varphi) = \begin{cases} 1 & \text{se } \varphi \leq \delta_2 \\ e^{-\lambda_2 * (\varphi - \delta_2)} & \text{se } \varphi > \delta_2 \end{cases} \quad (2.6)$$

Sendo assim o modelo será:

$$P(Y_{ij} | \theta_j, a, b, c) = \begin{cases} c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}} & \text{se } \varphi \leq \delta_2 \\ c_i + e^{-\lambda_{2i} * (\varphi_j - \delta_{2i})} * (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}} & \text{se } \varphi > \delta_2 \end{cases} \quad (2.7)$$

O modelo descrito acima, compensa a ansiedade diretamente no item, sendo que em alguns itens esta compensação não ocorre, sugerindo que o item não apresenta DIF.

Uma proposta natural de conjugação dos dois métodos (Silva e Gomes, 2011 e Brodbeck e Soares, 2011) seria usar o modelo de Brodbeck e Soares (2011) para informar quais itens não possuem DIF de forma que ele será usado para identificar os itens âncoras,

---

satisfazendo a condição para execução do modelo proposto por Silva e Gomes (2011), que impõem para a aplicação do modelo, a identificação destes itens.

## 3 Resultados dos modelos Propostos

### 3.1 Resultados Brodbeck e Soares (2011)

Como dito anteriormente, será usado o modelo unicaudal para identificação dos itens âncoras.

Os itens para serem definidos como âncoras não podem apresentar DIF tanto em  $a$  quanto em  $b$ .

Para se definir isto, foi visto que quanto maior for o parâmetro  $\delta_2$ , menor será a probabilidade da ansiedade estar afetando o item na população em estudo e assim podemos inferir que o item em questão não apresenta DIF em relação aos grupos de mais e menos ansiosos. Se analisarmos a figura 2.2 veremos que  $\delta_2$  é o ponto que identifica o nível de ansiedade que afeta o aluno face ao teste.

Os itens âncoras foram selecionados levando em conta que a variável  $\varphi$  tem uma distribuição  $N(0,1)$  e que para valores altos de  $\delta_2$  a população possui baixa probabilidade de ser afetada.

Os valores de  $\delta_2$ , também são valores estimados a posteriori, sendo sua distribuição a priori uma normal com média 0 e desvio-padrão 4, de forma que o parâmetro possa obter uma maior variabilidade a priori.

Tendo monitorado os resultados, foi observado que os itens 4, 13, 19, 26, 28 e 36 se encaixam nesta condição sendo por vez denominados âncoras.

No apêndice B.2 podemos ver os itens cuja estimativa para  $\delta_2$  é alta, caracterizando itens âncoras.

## 3.2 Resultados Silva e Gomes (2011), proposição Soares et al (2009)

Como dito na seção 2.1, o modelo proposto por Silva e Gomes (2011) é uma forma mais simples do modelo proposto por Soares et al (2009), de forma que estaremos usando o modelo mais geral.

Silva e Gomes (2011) assumem que o modelo é aplicável apenas quando identificamos os itens com âncora total. Nesta seção estaremos analisando os resultados para verificarmos se é necessário que identifiquemos quais itens são âncoras, ou como proposto por Soares et al (2009), é apenas necessário saber que existem itens âncoras, não sendo preciso indicar quais os são.

Analisando primeiramente o modelo não ancorado observamos logo abaixo, na tabela 3.1, que os itens 4, 6 e 23 apresentam alta probabilidade de DIF no parâmetro  $a$ , e os itens 3, 10, 23, 26, 28, 30, 36 e 38 apresentaram alta probabilidade de DIF no parâmetro  $b$ , sendo que identificamos os itens 4, 26, 28 e 36 foram identificados como itens âncoras pelo modelo de Brodbeck e Soares (2011).

Temos, portanto que o modelo de Soares et al (2009), apresenta probabilidade maior que 0,5 para DIF em itens que foram identificados como âncora no modelo de Brodbeck e Soares(2011).

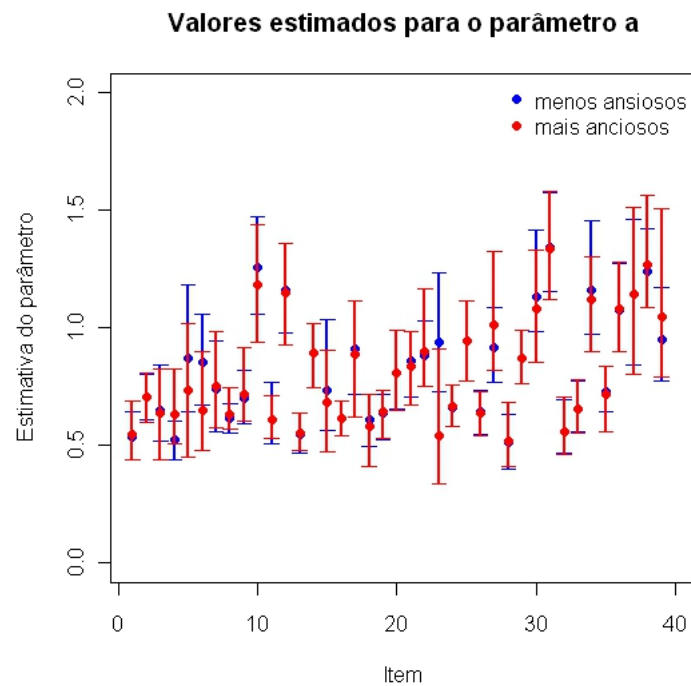
Abaixo no gráfico 3.1 é possível identificar os itens e como eles estão diferindo, tanto em média como em variabilidade, observando as estimativas intervalares apresentadas.

Sendo  $Z_a$  e  $Z_b$  as probabilidades de DIF nos parâmetros  $a$  e  $b$  respectivamente.



Tabela 3.1: Tabela com as probabilidade dos itens do modelo não ancorado apresentar o DIF

Itens	Za	Zb
3	0,1740	0,6393
4	0,6160	0,1747
6	0,8180	0,2427
10	0,4593	0,8373
23	0,9553	0,8620
26	0,2607	0,8713
28	0,1207	0,8353
30	0,2207	0,9553
36	0,0993	0,5493
38	0,1267	0,8700

Figura 3.1: Estimativa pontual (média a Posteriori) do parâmetro  $a$  do modelo sem ancoragem nos itens

Podemos ver pelo gráfico acima que os itens 4, 6 e 23, que apresentam pro-

habilidade maior que 0,5 de ter DIF, possuem uma amplitude em referência aos pontos médios estimados dos dois grupos maior que as dos itens cuja probabilidade é menor que 0,5, como é o caso dos itens 2, 11, 13, 14, 16 e outros que não é sequer possível notar visualmente a diferença entre as médias estimadas.

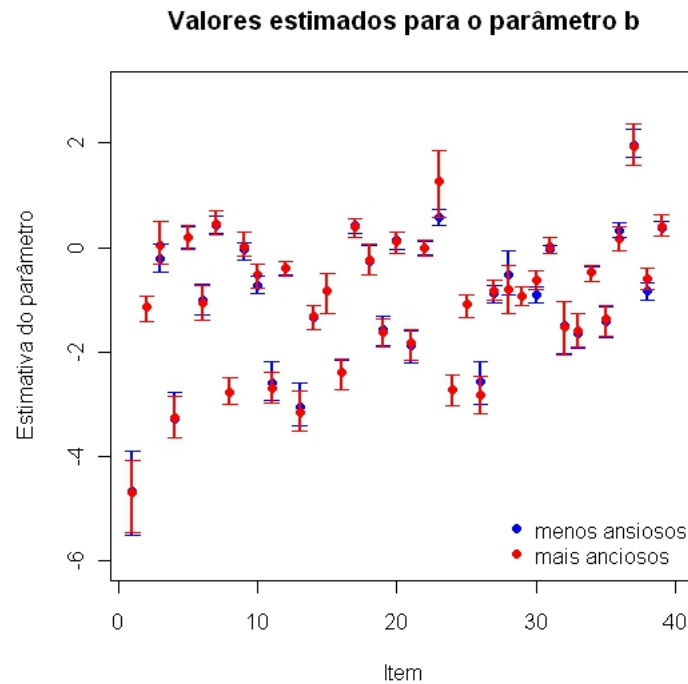


Figura 3.2: Estimativa pontual (média a Posteriori) do parâmetro  $b$  do modelo sem ancoragem nos itens

Assim como no gráfico do parâmetro  $a$  mostrado na figura 3.1, no gráfico do parâmetro  $b$  (figura 3.2) também é possível notar a amplitude entre a média dos dois grupos nos itens em que a probabilidade do DIF é maior que 0,5. Sendo que nos itens 2, 5, 8, 12, 15 e em outros esta diferença entre as médias dos dois grupos não é notada visualmente.

Analisando agora o modelo ancorado, ou seja, modelo onde foram identificados os itens cujos parâmetros  $a$  e  $b$  não possuem DIF, verificamos na tabela 3.2 que os itens 6, 30 e 38 e os itens 2, 3, 21, 30, 37 e 39 apresentaram probabilidade maior que 0,5 de possuir DIF em  $a$  e  $b$  respectivamente.

Portanto os itens definidos como itens âncoras não apresentam probabilidade maior que 0,5 de possuir DIF, muito pelo contrário, eles apresentam probabilidade igual a 0, uma vez que foi atribuída esta probabilidade a priori, se mantendo a posteriori.

Tabela 3.2: Tabela com as probabilidade dos itens do modelo ancorado apresentar o DIF

Itens	Za	Zb
2	0	0,536
3	0,326	0,93
6	0,89	0
21	0	1
30	0,92	0,988
37	0,416	0,52
38	0,528	1
39	0,246	0,592

Abaixo temos o gráfico onde é possível identificarmos os itens e como eles estão diferindo tanto em média como em variância.

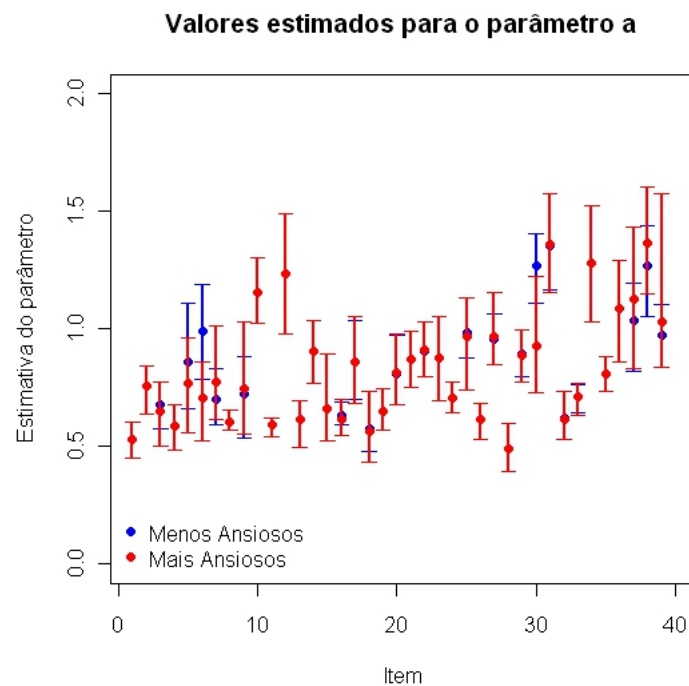


Figura 3.3: Estimativa pontual (média a Posteriori) do parâmetro a do modelo com ancoragem no item

Verificamos a partir da figura 3.3 que os itens 6, 30 e 38 apresentam maior amplitude, entre as média estimadas a posteriori dos grupos ansiosos e não ansiosos, de

forma que é possível verificarmos que os itens 1, 2, 4, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 26, 28, 33, 34, 35 e 36 não apresentam diferença visível entre as média estimadas a posteriori dos dois grupos em estudo.

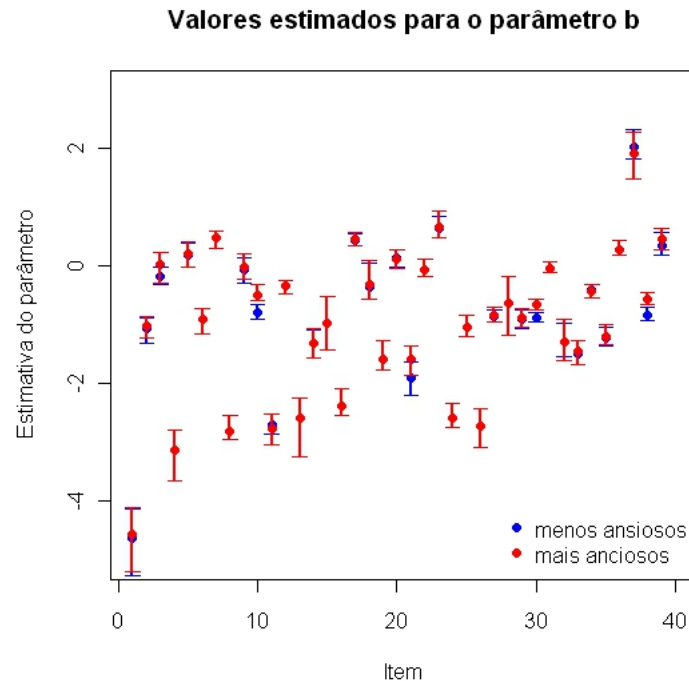


Figura 3.4: Estimativa pontual (média a Posteriori) do parâmetro  $b$  do modelo com ancoragem no item

Na figura 3.4 das médias a posteriori do parâmetro  $b$ , observamos que os itens 2, 3, 31, 30, 37 e 39 apresentam uma maior amplitude em relação as médias estimadas. Pode-se verificar, também a partir do gráfico que os itens 4, 6, 7, 8, 12, 13, 15, 16, 19, 22, 24, 25, 26, 28, 31, 32, 34 e 36, não apresentam uma amplitude visível entre as médias a posteriori dos grupos mais e menos ansiosos.

Portanto, analisando os resultados conjuntamente, nota-se que os itens âncora (como foi mencionado neste capítulo) são apresentados com probabilidade igual a 0 de possuir o DIF, (quando os itens foram identificados no modelo), de forma que nos gráficos 3.3 e 3.4 tanto a média quanto os intervalos de credibilidade se sobrepõem para estes itens. Como era esperado, quando não identificados os itens âncoras, alguns deles aparecem com probabilidade maior que 0,5 de possuir o DIF. Para verificar estas diferenças entre os dois métodos propostos de aplicação do modelo, na próxima subseção serão comparados os parâmetros de cada item, de acordo com as propostas, de forma a tornar nítida, se

houver, a diferença entre elas.

### 3.2.1 Comparando os parâmetros dos itens do modelo segundo ambas propostas

Como mencionado anteriormente, o modelo proposto por Soares et al (2009) é rodado sob duas condições. A primeira, estipulada por Silva e Gomes (2011), assume que o modelo é aplicável apenas quando identificamos os itens com âncora total. A segunda estipulada por Soares et al (2009) diz que não é preciso especificar quais itens são âncoras e sim dizer que existem itens âncoras.

Com base nisso o modelo foi rodado seguindo as proposições apresentadas. Na seção acima foi apresentado os resultados e notamos de forma superficial alguma diferenças entre os dois modelos, sendo uma delas o fato de itens âncorados apresentarem probabilidade do DIF maior que 0,5 na proposições de Soares et al (2009).

Nesta seção será detalhada essas diferenças de forma a tornar nítida, caso houver, a diferença entre as proposições apresentadas pelos autores. Caso exista esta diferença, estaremos interessados em explicitar qual é a mais aceitável.

No apêndice C, tabelas C.1 e C.2, é possível observarmos quais itens apresentam probabilidade maior que 0,5 de possuir DIF no parâmetro  $a$  e no  $b$ , respectivamente. Observamos, como mencionado na seção 3.2 que alguns itens âncora apresenta DIF no modelo proposto por Soares et al (2009) e probabilidade 0 para o modelo ancorado.

Verificando a tabela do apêndice E, observamos que as médias a posteriori de ambos os modelos não se diferem como pode ser visto também nas figuras 3.5, 3.6 e 3.7, pois os intervalos de credibilidade estão sobrepostos para todos os itens. No parâmetro  $a$ , a média entre as diferenças das estimativas dos dois modelos, tanto no grupo 1 quanto no grupo 2 é de aproximadamente 0,04. Já no parâmetro  $b$  a diferença é maior, no primeiro grupo é aproximadamente 0,07 e no segundo grupo é de aproximadamente 0,1.

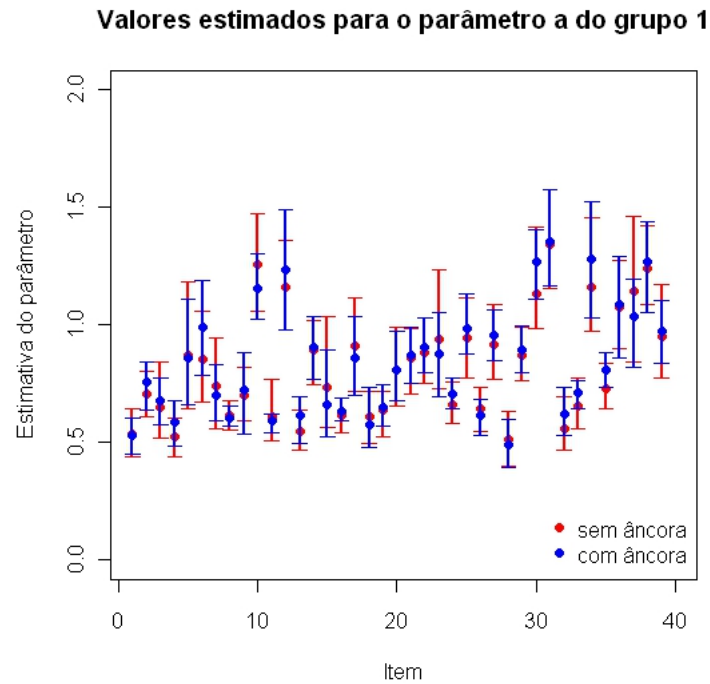


Figura 3.5: Médias estimadas a posteriori do modelo ancorado e não ancorado, para o parâmetro  $a$  do grupo dos menos ansiosos

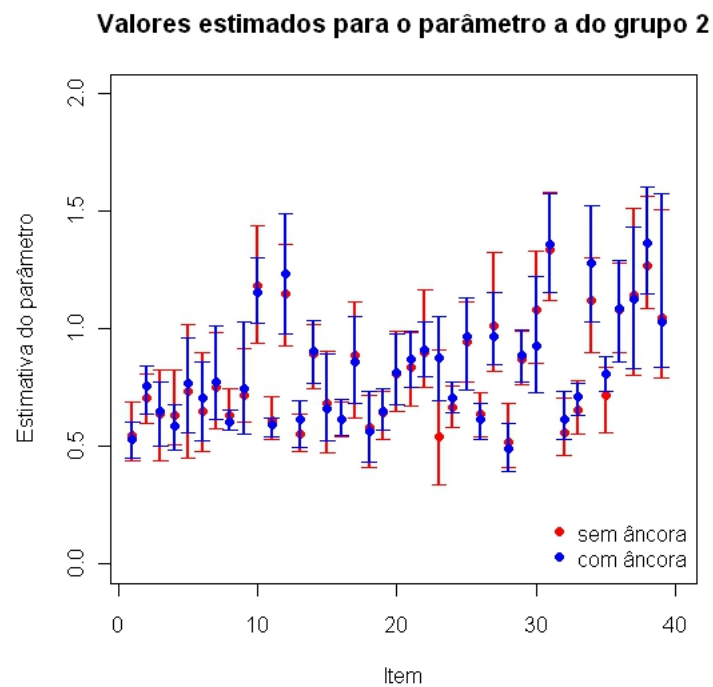


Figura 3.6: Médias estimadas a posteriori do modelo ancorado e não ancorado, para o parâmetro  $a$  do grupo dos mais ansiosos

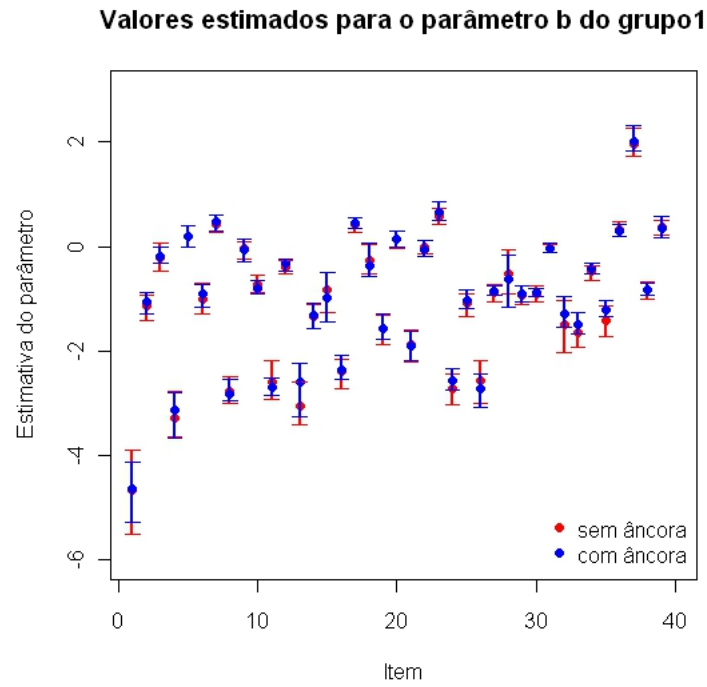


Figura 3.7: Médias estimadas a posteriori do modelo ancorado e não ancorado, para o parâmetro  $b$  do grupo dos menos ansiosos

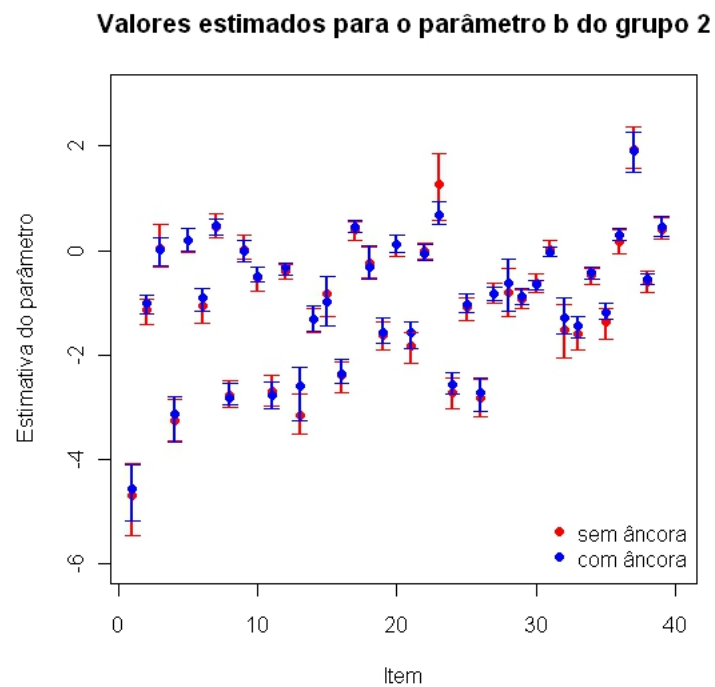


Figura 3.8: Médias estimadas a posteriori do modelo ancorado e não ancorado, para o parâmetro  $b$  do grupo dos mais ansiosos

### 3.3 Conclusão

Analisando todos os resultados expostos até aqui vemos que o modelo proposto por Silva e Gomes (2011) quando comparado com o modelo proposto por Soares et al(2009) cada um em sua proposição, não apresentaram resultados discrepantes. Isto implica que a proposição apresentada por Silva e Gomes (2011) que diz que os itens serem identificados como itens âncoras é uma condição para se executar o modelo, ainda deve ser revisado, uma vez que indicando quais são estes itens ou não indicando (ancorando o modelo) não obtemos diferenças significantes.

Também é importante ressaltarmos a simplicidade do modelo onde Silva e Gomes propõe a presença de DIF apenas nos itens do parâmetro  $b$ , quanto que em outros estudos apresentados na literatura, como o de Soares et al (2009), Gonçalves(2006), entre outros, propõem a presença de DIF tanto no parâmetro  $a$  quanto no  $b$ .

Portanto, podemos concluir que o modelo proposto por Silva e Gomes se faz mais eficiente em sua proposição apenas quando pensamos em custo computacional, certa vez que os programas rodados chegam a levar dias para terminarem sua compilação.

### 3.4 Apêndice



## A Tabela com as médias estimadas a posteriori para o modelo de TRI

Parâmetro dos Itens	Média	Limite Inferior	Limite Superior
a[1]	0,7339	0,5988	0,8785
a[2]	0,9415	0,8104	1,091
a[3]	0,8233	0,6374	1,029
a[4]	0,7319	0,618	0,8334
a[5]	1,045	0,7962	1,32
a[6]	1,007	0,8077	1,245
a[7]	0,9074	0,693	1,146
a[8]	0,8526	0,7381	1,003
a[9]	0,8859	0,7063	1,072
a[10]	1,641	1,366	1,952
a[11]	0,8132	0,7009	0,937
a[12]	1,461	1,247	1,732
a[13]	0,7219	0,611	0,8442
a[14]	1,21	1,015	1,433
a[15]	0,9387	0,7008	1,249
a[16]	0,8021	0,7016	0,9053
a[17]	1,065	0,8567	1,322
a[18]	0,7455	0,6094	0,9
a[19]	0,831	0,7135	0,9753
a[20]	1,016	0,8314	1,229
a[21]	1,13	0,9739	1,352
a[22]	1,106	0,9154	1,307
a[23]	1,037	0,8235	1,255
a[24]	0,8932	0,7668	1,021
a[25]	1,255	1,056	1,475
a[26]	0,8326	0,7213	0,9961

---

a[27]	1,214	1,028	1,396
a[28]	0,6325	0,4738	0,8273
a[29]	1,146	0,9929	1,315
a[30]	1,495	1,287	1,73
a[31]	1,734	1,47	2,032
a[32]	0,7569	0,5864	0,9523
a[33]	0,8672	0,7294	1,03
a[34]	1,515	1,236	1,844
a[35]	0,9888	0,8159	1,165
a[36]	1,348	1,096	1,654
a[37]	1,164	0,8506	1,538
a[38]	1,753	1,493	2,082
a[39]	1,174	0,9668	1,417
b[1]	-2,979	-3,549	-2,445
b[2]	-0,3982	-0,5882	-0,2073
b[3]	0,3364	0,05611	0,5435
b[4]	-2,087	-2,454	-1,735
b[5]	0,6554	0,4927	0,8162
b[6]	-0,3282	-0,6235	-0,08866
b[7]	0,8193	0,6421	0,9912
b[8]	-1,545	-1,816	-1,167
b[9]	0,4348	0,2774	0,5884
b[10]	-0,009977	-0,1329	0,1049
b[11]	-1,526	-1,775	-1,246
b[12]	0,1761	0,06365	0,2818
b[13]	-1,918	-2,255	-1,602
b[14]	-0,523	-0,7159	-0,3201
b[15]	-0,1521	-0,5727	0,2042
b[16]	-1,396	-1,639	-1,165
b[17]	0,8143	0,6973	0,9328
b[18]	0,241	0,03456	0,4484
b[19]	-0,7811	-0,9844	-0,5472
b[20]	0,5863	0,4332	0,7331

---

b[21]	-0,9145	-1,134	-0,6188
b[22]	0,451	0,3359	0,5715
b[23]	1,016	0,912	1,136
b[24]	-1,571	-1,824	-1,312
b[25]	-0,3371	-0,4971	-0,1787
b[26]	-1,598	-1,898	-1,246
b[27]	-0,1958	-0,3307	-0,08215
b[28]	-0,03954	-0,6433	0,3784
b[29]	-0,234	-0,3703	-0,09457
b[30]	-0,1373	-0,2472	-0,0286
b[31]	0,4654	0,3918	0,5396
b[32]	-0,6347	-1,189	-0,2469
b[33]	-0,7938	-1,057	-0,5207
b[34]	0,1223	0,002493	0,2325
b[35]	-0,552	-0,8264	-0,3036
b[36]	0,7325	0,6107	0,8474
b[37]	2,23	1,961	2,609
b[38]	-0,06224	-0,1704	0,04679
b[39]	0,7605	0,6434	0,8784
c[1]	0,2179	0,02945	0,4792
c[2]	0,1773	0,09574	0,2665
c[3]	0,1871	0,08817	0,2619
c[4]	0,1204	0,01779	0,2782
c[5]	0,3658	0,3121	0,4182
c[6]	0,3265	0,1982	0,4176
c[7]	0,2353	0,1685	0,2883
c[8]	0,1138	0,01411	0,2922
c[9]	0,1395	0,07128	0,1963
c[10]	0,2314	0,1784	0,2849
c[11]	0,1114	0,01953	0,2519
c[12]	0,2307	0,1839	0,285
c[13]	0,1135	0,01849	0,2677
c[14]	0,167	0,0717	0,2632

---

c[15]	0,3817	0,2448	0,4945
c[16]	0,1037	0,0213	0,223
c[17]	0,163	0,1134	0,2058
c[18]	0,143	0,07033	0,2148
c[19]	0,1027	0,01787	0,2118
c[20]	0,2118	0,1579	0,2616
c[21]	0,1368	0,03041	0,2757
c[22]	0,1596	0,1138	0,2038
c[23]	0,1425	0,1023	0,1803
c[24]	0,1062	0,01539	0,2522
c[25]	0,2297	0,1551	0,2969
c[26]	0,1643	0,03267	0,3502
c[27]	0,1603	0,0928	0,2235
c[28]	0,2323	0,05161	0,362
c[29]	0,1132	0,05633	0,1721
c[30]	0,1476	0,09723	0,2001
c[31]	0,1422	0,1143	0,1718
c[32]	0,2764	0,06706	0,4172
c[33]	0,1582	0,03818	0,2867
c[34]	0,2734	0,2193	0,3228
c[35]	0,1849	0,06476	0,3012
c[36]	0,2787	0,2376	0,3191
c[37]	0,06768	0,05503	0,08222
c[38]	0,2306	0,1786	0,2799
c[39]	0,1923	0,1495	0,2296

---

---

Tabela A.1: Tabela com as média estimadas dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$

## B Tabelas com os valores estimados a posteriore para o modelo proposto por Brodbeck e Soares(2011)

Parâmetro dos Itens	Média	sd	Limite Inferior	Limite Superior
a[1]	5,6670	10,4800	1,3990	33,1300
a[2]	1,4790	0,3146	0,8858	2,1740
a[3]	0,9980	0,2379	0,7051	1,6300
a[4]	0,8830	0,1308	0,6877	1,1780
a[5]	1,3550	0,2962	0,9428	2,0590
a[6]	1,0780	0,1478	0,8082	1,3740
a[7]	0,9344	0,1920	0,6493	1,4080
a[8]	1,2900	0,1872	0,9792	1,7050
a[9]	0,8816	0,1032	0,7032	1,1120
a[10]	2,0790	0,4849	1,5200	3,2690
a[11]	0,9944	0,2131	0,7408	1,4850
a[12]	2,6070	1,0820	1,3580	5,2000
a[13]	0,8064	0,1671	0,6410	1,3760
a[14]	1,4710	0,2629	1,1370	2,2500
a[15]	1,1050	0,2308	0,8008	1,6380
a[16]	2,5180	4,3930	1,1750	10,7600
a[17]	172,2000	197,0000	34,0600	675,4000
a[18]	0,7975	0,1448	0,6099	1,1870
a[19]	0,9283	0,1047	0,7648	1,1830
a[20]	1,0250	0,1338	0,7883	1,3170
a[21]	1,2990	0,1372	1,0870	1,6050
a[22]	1,2370	0,1755	0,9725	1,6680
a[23]	1,1340	0,1632	0,8762	1,5360
a[24]	1,5220	0,2430	1,1480	2,1240
a[25]	2,2760	0,4327	1,6010	3,3020

---

a[26]	1,1320	0,3418	0,7486	1,9080
a[27]	2,4640	0,5175	1,6730	3,7280
a[28]	0,6113	0,0901	0,4692	0,8184
a[29]	1,2920	0,2235	1,0530	2,0080
a[30]	2,4960	0,5803	1,6410	3,8380
a[31]	4,0450	2,9770	1,6700	13,0400
a[32]	0,7563	0,1005	0,5813	0,9762
a[33]	0,9586	0,1076	0,7935	1,2160
a[34]	1,5740	0,2137	1,2650	2,0190
a[35]	1,0500	0,1425	0,8459	1,4240
a[36]	191,2000	263,1000	32,0300	907,1000
a[37]	1,8430	2,5320	0,9110	5,2850
a[38]	1,8170	0,1682	1,5050	2,1650
a[39]	1,6300	0,5571	0,9845	2,9960
aux[1]	0,9306	0,7871	0,0232	2,9410
aux[2]	1,2840	1,2150	0,0405	4,7840
aux[3]	1,7140	1,2040	0,0656	4,1510
aux[4]	5,1740	1,7520	1,9510	9,3210
aux[5]	2,1840	1,6990	0,0772	6,0310
aux[6]	2,8380	1,1250	0,6905	4,9920
aux[7]	1,9860	1,1850	0,0964	4,5720
aux[8]	1,7440	0,7377	0,3861	3,1630
aux[9]	2,1290	1,2170	0,1689	4,3960
aux[10]	2,1690	1,1190	0,2731	4,9310
aux[11]	3,0220	2,2730	0,0826	7,6420
aux[12]	1,0800	1,0670	0,0296	4,2320
aux[13]	5,2710	2,1410	0,5814	9,5090
aux[14]	2,1630	1,0420	0,1245	4,0750
aux[15]	2,4460	1,2790	0,1218	5,0300
aux[16]	0,9956	0,9489	0,0251	3,7670
aux[17]	0,9591	0,6037	0,0402	2,0990
aux[18]	2,3620	1,3480	0,1897	5,0080
aux[19]	2,9480	2,0380	0,1537	8,0270

---

aux[20]	2,9990	1,1980	0,5182	5,1790
aux[21]	2,8000	1,2190	0,3011	5,1490
aux[22]	2,2260	1,3300	0,1792	5,0460
aux[23]	2,3600	1,3990	0,1158	4,9860
aux[24]	0,9762	0,7488	0,0336	2,5300
aux[25]	1,0910	0,5900	0,0775	2,1130
aux[26]	3,3090	2,6120	0,0665	8,2140
aux[27]	0,7295	0,7063	0,0190	2,6450
aux[28]	5,7020	1,7270	1,5670	9,3770
aux[29]	3,6840	1,4790	0,2389	6,1430
aux[30]	0,7249	0,6138	0,0217	2,5190
aux[31]	1,1020	0,7227	0,0755	2,8700
aux[32]	4,1140	1,0870	1,6800	5,9700
aux[33]	2,7540	1,0770	0,6004	4,8460
aux[34]	3,0620	1,0980	0,4846	5,1670
aux[35]	2,6290	1,1860	0,2077	4,8450
aux[36]	1,1320	0,7703	0,0533	2,7980
aux[37]	1,7570	1,5840	0,0524	5,7680
aux[38]	4,2710	0,8190	2,7870	5,5660
aux[39]	1,6420	1,3310	0,0529	4,9240
b[1]	-2,0140	0,2325	-2,4830	-1,5770
b[2]	-0,5448	0,0946	-0,7537	-0,3678
b[3]	0,0344	0,1319	-0,2234	0,2674
b[4]	-1,9270	0,2119	-2,3320	-1,4840
b[5]	0,4986	0,1074	0,2662	0,7084
b[6]	-0,5105	0,1700	-0,8985	-0,2578
b[7]	0,5524	0,1395	0,2361	0,7799
b[8]	-1,4190	0,1409	-1,7070	-1,1780
b[9]	0,1866	0,1060	-0,0446	0,3777
b[10]	-0,2066	0,0618	-0,3335	-0,0914
b[11]	-1,5610	0,1281	-1,8010	-1,3080
b[12]	-0,0162	0,0615	-0,1369	0,1145
b[13]	-1,8550	0,2045	-2,2460	-1,3600

---

b[14]	-0,6302	0,0994	-0,8523	-0,4526
b[15]	-0,2525	0,1538	-0,5434	0,0312
b[16]	-1,1610	0,1222	-1,4090	-0,9454
b[17]	0,5783	0,0320	0,4829	0,6153
b[18]	-0,0394	0,1522	-0,3374	0,2345
b[19]	-0,8258	0,1277	-1,0830	-0,5881
b[20]	0,4012	0,0906	0,2248	0,5770
b[21]	-1,0270	0,1111	-1,2220	-0,7904
b[22]	0,2662	0,0878	0,0791	0,4330
b[23]	0,7530	0,0922	0,5553	0,9117
b[24]	-1,3940	0,1270	-1,6630	-1,1560
b[25]	-0,4515	0,0605	-0,5738	-0,3264
b[26]	-1,4790	0,2176	-1,9270	-1,0850
b[27]	-0,3485	0,0615	-0,4787	-0,2255
b[28]	-0,2084	0,2264	-0,6318	0,2088
b[29]	-0,4108	0,0673	-0,5517	-0,2848
b[30]	-0,3160	0,0560	-0,4205	-0,2094
b[31]	0,1591	0,0717	0,0481	0,3209
b[32]	-0,7785	0,2394	-1,2530	-0,3553
b[33]	-0,9143	0,1303	-1,1640	-0,6735
b[34]	-0,0641	0,0675	-0,2097	0,0632
b[35]	-0,7724	0,1448	-1,0660	-0,4937
b[36]	0,5745	0,0289	0,5134	0,6205
b[37]	1,8230	0,3636	1,0440	2,3860
b[38]	-0,2640	0,0621	-0,3802	-0,1428
b[39]	0,4188	0,1156	0,1914	0,6223
c[1]	0,3901	0,1499	0,0914	0,6409
c[2]	0,2273	0,0489	0,1215	0,3133
c[3]	0,2083	0,0393	0,1228	0,2774
c[4]	0,1474	0,0944	0,0193	0,3679
c[5]	0,3856	0,0246	0,3350	0,4302
c[6]	0,3221	0,0656	0,1660	0,4228
c[7]	0,2374	0,0319	0,1691	0,2946



B Tabelas com os valores estimados a posteriori para o modelo proposto por Brodbeck e Soares(2011)45

c[8]	0,1690	0,0787	0,0293	0,3169
c[9]	0,1360	0,0312	0,0736	0,1977
c[10]	0,2406	0,0293	0,1834	0,2961
c[11]	0,1025	0,0631	0,0153	0,2536
c[12]	0,2537	0,0289	0,1986	0,3086
c[13]	0,1370	0,0877	0,0193	0,3680
c[14]	0,1866	0,0495	0,0841	0,2906
c[15]	0,4128	0,0508	0,3086	0,5023
c[16]	0,2622	0,0707	0,1256	0,3921
c[17]	0,2410	0,0117	0,2186	0,2641
c[18]	0,1446	0,0433	0,0563	0,2282
c[19]	0,1281	0,0591	0,0253	0,2461
c[20]	0,2065	0,0303	0,1445	0,2620
c[21]	0,1415	0,0606	0,0315	0,2714
c[22]	0,1670	0,0249	0,1164	0,2166
c[23]	0,1484	0,0173	0,1135	0,1811
c[24]	0,1794	0,0768	0,0402	0,3370
c[25]	0,2753	0,0318	0,2121	0,3356
c[26]	0,2221	0,1078	0,0353	0,4273
c[27]	0,2186	0,0281	0,1616	0,2713
c[28]	0,1985	0,0745	0,0547	0,3340
c[29]	0,1149	0,0316	0,0585	0,1791
c[30]	0,1799	0,0288	0,1200	0,2348
c[31]	0,1501	0,0149	0,1217	0,1792
c[32]	0,2688	0,0835	0,0911	0,4114
c[33]	0,1721	0,0632	0,0503	0,2900
c[34]	0,2688	0,0269	0,2138	0,3234
c[35]	0,1679	0,0627	0,0453	0,2905
c[36]	0,3236	0,0127	0,3003	0,3496
c[37]	0,0679	0,0071	0,0541	0,0835
c[38]	0,2214	0,0257	0,1700	0,2694
c[39]	0,2006	0,0211	0,1559	0,2367
delta1[1]	-4,1530	0,9930	-6,2980	-2,5550

---

delta1[2]	-3,9110	1,4470	-6,8460	-0,2909
delta1[3]	-3,1060	0,8547	-4,9090	-1,6640
delta1[4]	-1,3060	1,2700	-3,7010	1,5790
delta1[5]	-2,8470	1,0420	-5,0490	-0,3921
delta1[6]	-2,8000	0,8667	-4,7210	-1,6820
delta1[7]	-2,8720	1,0120	-5,1140	-1,2210
delta1[8]	-0,2944	0,6479	-1,5060	0,9230
delta1[9]	-2,8820	0,8579	-4,6850	-1,5960
delta1[10]	-1,9380	0,9255	-4,1330	-0,3646
delta1[11]	-3,0100	1,5440	-6,1460	-0,5558
delta1[12]	-3,9040	1,2000	-6,6060	-1,8480
delta1[13]	-2,3690	0,9675	-4,4010	-0,1257
delta1[14]	-1,9080	0,7301	-3,7160	-0,7591
delta1[15]	-2,7260	0,9076	-4,7330	-1,2710
delta1[16]	-4,2700	1,2430	-7,3830	-2,6780
delta1[17]	-0,9837	1,4040	-4,5270	0,7829
delta1[18]	-3,2980	1,0780	-5,5340	-1,8170
delta1[19]	-2,8130	1,0800	-5,7460	-0,7656
delta1[20]	-2,5760	0,7519	-4,3110	-1,1860
delta1[21]	-2,8130	0,8261	-4,5420	-1,7840
delta1[22]	-2,3990	1,1740	-4,9890	-0,3892
delta1[23]	-2,8750	0,7957	-4,5360	-1,6170
delta1[24]	-3,8390	1,7720	-6,2390	-0,0635
delta1[25]	-0,0915	0,5762	-0,9494	0,9970
delta1[26]	-3,3380	1,6330	-5,7950	0,1227
delta1[27]	-4,1110	0,9405	-6,2120	-2,7740
delta1[28]	-2,3810	1,0110	-4,2090	-0,3913
delta1[29]	-3,2080	0,9044	-5,2050	-1,7660
delta1[30]	-1,8880	0,8581	-3,2130	-0,3915
delta1[31]	-3,5240	1,2640	-4,9980	-0,7510
delta1[32]	-2,4010	0,7935	-3,9640	-0,7229
delta1[33]	-2,3830	0,9089	-4,5260	-0,6438
delta1[34]	-2,4870	0,7395	-4,1120	-1,3710

B Tabelas com os valores estimados a posteriore para o modelo proposto por Brodbeck e Soares(2011)47

delta1[35]	-2,5950	0,9145	-4,7220	-0,1876
delta1[36]	-2,9780	2,0290	-6,2240	0,5324
delta1[37]	-1,8010	1,5710	-5,2850	0,3743
delta1[38]	-3,0130	0,7407	-4,1710	-1,7630
delta1[39]	-3,2950	1,6350	-6,7060	-0,3018
delta2[1]	-3,2230	0,7060	-4,9100	-2,2350
delta2[2]	-2,6270	1,7170	-4,9050	1,2610
delta2[3]	-1,3920	1,4410	-3,5000	1,0140
delta2[4]	3,8680	1,4820	2,2670	8,0200
delta2[5]	-0,6635	1,9640	-3,7970	3,5030
delta2[6]	0,0375	0,8699	-1,7990	1,2880
delta2[7]	-0,8864	1,3620	-3,7110	1,1190
delta2[8]	1,4490	0,3336	0,5155	1,8630
delta2[9]	-0,7523	1,1550	-2,9300	1,0550
delta2[10]	0,2313	0,8097	-2,0570	1,2380
delta2[11]	0,0127	3,0760	-4,9970	4,9520
delta2[12]	-2,8240	1,2850	-4,6970	0,7234
delta2[13]	2,9020	1,7830	-0,5503	6,8030
delta2[14]	0,2546	1,3080	-2,9920	1,5280
delta2[15]	-0,2797	1,2160	-2,7030	1,3540
delta2[16]	-3,2740	0,6911	-4,8320	-2,3390
delta2[17]	-0,0247	1,5080	-3,3490	1,3820
delta2[18]	-0,9361	1,7140	-4,3790	1,3280
delta2[19]	0,1353	2,1910	-3,4120	5,1080
delta2[20]	0,4230	1,0930	-2,4540	1,6930
delta2[21]	-0,0127	1,0200	-2,1800	1,3630
delta2[22]	-0,1736	1,2310	-2,9570	1,4440
delta2[23]	-0,5156	1,3300	-2,5630	1,3110
delta2[24]	-2,8630	1,8220	-5,1280	1,4280
delta2[25]	0,9995	0,3207	0,1368	1,4210
delta2[26]	-0,0295	3,3750	-4,6700	5,8600
delta2[27]	-3,3810	0,5800	-4,7390	-2,5160
delta2[28]	3,3210	1,5710	0,4674	6,9230

---

delta2[29]	0,4760	1,3980	-3,3030	1,4870
delta2[30]	-1,1630	1,0890	-2,3560	0,8398
delta2[31]	-2,4220	1,2220	-3,9190	0,3244
delta2[32]	1,7130	0,7644	-0,1713	2,2520
delta2[33]	0,3707	0,9699	-2,2640	1,4470
delta2[34]	0,5748	0,9262	-2,0990	1,4670
delta2[35]	0,0337	1,1120	-2,4230	1,3700
delta2[36]	-1,8460	1,9350	-4,8420	1,2700
delta2[37]	-0,0444	1,7000	-4,3170	2,9600
delta2[38]	1,2570	0,3109	0,4078	1,5600
delta2[39]	-1,6520	1,6610	-4,1470	1,0000
lambda1[1]	0,6440	0,4337	0,0793	1,7390
lambda1[2]	0,6163	0,4804	0,0600	1,8550
lambda1[3]	0,6621	0,4450	0,0823	1,8530
lambda1[4]	0,2568	0,3848	0,0070	1,3130
lambda1[5]	0,6345	0,4853	0,0610	1,7840
lambda1[6]	0,6863	0,5089	0,0583	2,0380
lambda1[7]	0,6258	0,4655	0,0616	1,7840
lambda1[8]	0,0316	0,0293	0,0079	0,1260
lambda1[9]	0,6426	0,4641	0,0715	1,8010
lambda1[10]	0,4042	0,4328	0,0245	1,6100
lambda1[11]	0,5377	0,4838	0,0184	1,8050
lambda1[12]	0,6580	0,4685	0,0844	1,8370
lambda1[13]	0,5507	0,4819	0,0262	1,8140
lambda1[14]	0,4647	0,4531	0,0326	1,7280
lambda1[15]	0,6110	0,4554	0,0518	1,7340
lambda1[16]	0,6789	0,4795	0,0748	1,8670
lambda1[17]	0,2536	0,2986	0,0570	1,2430
lambda1[18]	0,6680	0,4689	0,0650	1,8300
lambda1[19]	0,6334	0,4939	0,0245	1,9260
lambda1[20]	0,6478	0,5104	0,0597	2,0460
lambda1[21]	0,6297	0,4490	0,0846	1,7610
lambda1[22]	0,5057	0,4345	0,0414	1,5470

B Tabelas com os valores estimados a posteriore para o modelo proposto por Brodbeck e Soares(2011)49

lambda1[23]	0,6564	0,4857	0,0656	1,8600
lambda1[24]	0,5579	0,4831	0,0156	1,7480
lambda1[25]	0,0472	0,0225	0,0176	0,1041
lambda1[26]	0,6416	0,4767	0,0089	1,7560
lambda1[27]	0,6646	0,4822	0,0676	1,9690
lambda1[28]	0,5616	0,4564	0,0311	1,8520
lambda1[29]	0,6747	0,4646	0,0751	1,7830
lambda1[30]	0,4320	0,4762	0,0223	1,7150
lambda1[31]	0,5965	0,4740	0,0530	1,8120
lambda1[32]	0,6256	0,5092	0,0284	1,9720
lambda1[33]	0,5661	0,4513	0,0287	1,6860
lambda1[34]	0,6111	0,4801	0,0543	1,8590
lambda1[35]	0,6010	0,4566	0,0236	1,7430
lambda1[36]	0,4694	0,4451	0,0438	1,6310
lambda1[37]	0,5461	0,3865	0,0695	1,5780
lambda1[38]	0,6516	0,4507	0,0778	1,8330
lambda1[39]	0,5674	0,4281	0,0566	1,6970
lambda2[1]	0,0064	0,0027	0,0024	0,0124
lambda2[2]	0,0672	0,0618	0,0260	0,2741
lambda2[3]	0,1546	0,0848	0,0680	0,3953
lambda2[4]	0,6607	0,4680	0,0699	1,7530
lambda2[5]	0,1736	0,2067	0,0367	0,7266
lambda2[6]	0,1008	0,0560	0,0355	0,2381
lambda2[7]	0,1927	0,1071	0,0770	0,4800
lambda2[8]	0,1361	0,0999	0,0381	0,2908
lambda2[9]	0,1390	0,0720	0,0585	0,3343
lambda2[10]	0,2154	0,1060	0,0709	0,4799
lambda2[11]	0,2392	0,3688	0,0074	1,2840
lambda2[12]	0,0589	0,0265	0,0305	0,1273
lambda2[13]	0,5058	0,4694	0,0146	1,7450
lambda2[14]	0,1102	0,0705	0,0198	0,2821
lambda2[15]	0,1243	0,0809	0,0369	0,3367
lambda2[16]	0,0288	0,0081	0,0152	0,0467

lambda2[17]	0,4029	0,2491	0,0767	0,9937
lambda2[18]	0,1284	0,0842	0,0436	0,3634
lambda2[19]	0,1679	0,3558	0,0126	1,4230
lambda2[20]	0,2484	0,1818	0,0511	0,6596
lambda2[21]	0,0662	0,0400	0,0205	0,1675
lambda2[22]	0,1636	0,1115	0,0459	0,4434
lambda2[23]	0,3350	0,2270	0,1123	0,8929
lambda2[24]	0,0209	0,0277	0,0056	0,1101
lambda2[25]	0,2434	0,0874	0,1062	0,4436
lambda2[26]	0,2824	0,4033	0,0066	1,4220
lambda2[27]	0,0489	0,0108	0,0297	0,0714
lambda2[28]	0,6142	0,4833	0,0356	1,8660
lambda2[29]	0,1958	0,1109	0,0364	0,4044
lambda2[30]	0,1142	0,0612	0,0561	0,2707
lambda2[31]	0,1193	0,0499	0,0691	0,2654
lambda2[32]	0,5079	0,4115	0,0422	1,5170
lambda2[33]	0,1002	0,0674	0,0245	0,2575
lambda2[34]	0,2327	0,1262	0,0539	0,5059
lambda2[35]	0,1069	0,0644	0,0308	0,2543
lambda2[36]	0,1030	0,1068	0,0170	0,3982
lambda2[37]	0,5434	0,3780	0,0906	1,4810
lambda2[38]	0,4250	0,1484	0,1673	0,7248
lambda2[39]	0,2002	0,1277	0,0818	0,5651

Tabela B.1: Valores dos parâmetros dos itens estimados a posteriori para o modelo bilateral

Parâmetro dos Itens	Média	Limite Inferior	Limite Superior
a[1]	2,143	1,426	3,845
a[2]	1,355	1,049	1,72
a[3]	1,241	0,8239	1,828
a[4]	0,7973	0,6489	0,959
a[5]	1,29	0,8852	2,203
a[6]	1,057	0,8243	1,357

B Tabelas com os valores estimados a posteriori para o modelo proposto por Brodbeck e Soares(2011)51

a[7]	1,014	0,6944	1,561
a[8]	1,273	1,026	1,606
a[9]	1,017	0,7835	1,355
a[10]	1,775	1,457	2,103
a[11]	1,176	0,8987	1,549
a[12]	1,934	1,353	2,671
a[13]	0,7524	0,6578	0,8699
a[14]	1,268	1,009	1,763
a[15]	1,157	0,7879	1,803
a[16]	1,745	1,157	2,967
a[17]	1,204	0,933	1,584
a[18]	0,8397	0,5817	1,265
a[19]	0,8902	0,7527	1,072
a[20]	1,039	0,8417	1,284
a[21]	1,237	1,043	1,463
a[22]	1,153	0,949	1,376
a[23]	1,24	0,882	1,749
a[24]	1,572	1,176	2,166
a[25]	1,262	1,057	1,463
a[26]	0,8164	0,7047	0,9261
a[27]	2,122	1,577	2,804
a[28]	0,6471	0,4977	0,8534
a[29]	1,212	1,057	1,405
a[30]	2,423	1,853	3,287
a[31]	2,636	1,679	3,792
a[32]	0,7118	0,6001	0,8566
a[33]	0,9455	0,762	1,228
a[34]	1,644	1,303	2,165
a[35]	1,005	0,8315	1,227
a[36]	1,598	1,294	2,04
a[37]	1,413	0,8564	3,057
a[38]	1,801	1,456	2,153
a[39]	1,341	0,934	2,005

---

b[1]	-2,108	-2,419	-1,714
b[2]	-0,5534	-0,6978	-0,3782
b[3]	-0,007792	-0,1987	0,1783
b[4]	-1,923	-2,364	-1,514
b[5]	0,5261	0,2453	0,7459
b[6]	-0,5079	-0,8319	-0,1982
b[7]	0,5439	0,2918	0,7894
b[8]	-1,439	-1,639	-1,213
b[9]	0,08381	-0,2117	0,3574
b[10]	-0,1832	-0,3348	-0,09591
b[11]	-1,471	-1,769	-1,212
b[12]	0,04106	-0,08314	0,1674
b[13]	-1,873	-2,117	-1,557
b[14]	-0,6495	-0,848	-0,4713
b[15]	-0,2027	-0,5678	0,07155
b[16]	-1,173	-1,501	-0,9302
b[17]	0,7297	0,6337	0,8579
b[18]	-0,07964	-0,3975	0,2275
b[19]	-0,714	-0,9668	-0,4629
b[20]	0,501	0,345	0,678
b[21]	-1,037	-1,256	-0,8326
b[22]	0,3271	0,2229	0,4701
b[23]	0,7206	0,4925	0,9313
b[24]	-1,329	-1,588	-1,051
b[25]	-0,4807	-0,6608	-0,3338
b[26]	-1,721	-1,971	-1,461
b[27]	-0,3271	-0,4432	-0,2398
b[28]	-0,05147	-0,4999	0,4274
b[29]	-0,3735	-0,4882	-0,2512
b[30]	-0,2631	-0,3451	-0,1863
b[31]	0,2351	0,1276	0,3472
b[32]	-0,8456	-1,122	-0,4243
b[33]	-0,8525	-1,211	-0,5097



---

b[34]	-0,001281	-0,1263	0,1204
b[35]	-0,7644	-1,033	-0,5314
b[36]	0,6973	0,6042	0,7807
b[37]	1,98	1,041	2,554
b[38]	-0,2325	-0,404	-0,1201
b[39]	0,506	0,3309	0,694
c[1]	0,3398	0,07273	0,6023
c[2]	0,2137	0,1354	0,293
c[3]	0,2297	0,1622	0,289
c[4]	0,1728	0,02599	0,3793
c[5]	0,377	0,3254	0,4241
c[6]	0,3142	0,1741	0,4264
c[7]	0,2426	0,184	0,2997
c[8]	0,1471	0,0311	0,3079
c[9]	0,1394	0,08636	0,1938
c[10]	0,2263	0,1676	0,2731
c[11]	0,1348	0,01927	0,2752
c[12]	0,2431	0,199	0,2888
c[13]	0,115	0,01976	0,259
c[14]	0,1532	0,05573	0,2554
c[15]	0,4199	0,296	0,5074
c[16]	0,2495	0,07287	0,3762
c[17]	0,1751	0,128	0,2172
c[18]	0,1367	0,03798	0,2257
c[19]	0,1422	0,02419	0,2661
c[20]	0,2179	0,1658	0,2708
c[21]	0,1247	0,02252	0,2503
c[22]	0,1629	0,1183	0,2081
c[23]	0,1518	0,1141	0,1847
c[24]	0,2134	0,06513	0,3934
c[25]	0,2075	0,1167	0,2793
c[26]	0,1054	0,01532	0,233
c[27]	0,2081	0,1495	0,2578

---

c[28]	0,2352	0,07946	0,3791
c[29]	0,1139	0,05936	0,1739
c[30]	0,1872	0,1367	0,2295
c[31]	0,1476	0,118	0,1787
c[32]	0,2292	0,1213	0,3625
c[33]	0,1825	0,04954	0,3377
c[34]	0,2781	0,2235	0,3248
c[35]	0,1564	0,04219	0,2631
c[36]	0,2888	0,2528	0,3218
c[37]	0,06687	0,05401	0,07976
c[38]	0,2201	0,1555	0,2697
c[39]	0,1929	0,1527	0,2276
delta2[1]	-3,711	-6,977	-2,449
delta2[2]	-3,698	-5,707	-2,449
delta2[3]	-3,028	-4,239	-1,982
delta2[4]	4,747	2,375	9,637
delta2[5]	0,1774	-7,189	7,849
delta2[6]	0,1346	-1,87	1,204
delta2[7]	-1,72	-3,817	0,7181
delta2[8]	-4,515	-8,009	-2,617
delta2[9]	-2,635	-4,381	-0,2486
delta2[10]	0,273	-1,19	1,311
delta2[11]	-4,652	-8,416	-2,78
delta2[12]	-1,795	-4,091	7,647
delta2[13]	5,014	2,432	9,973
delta2[14]	0,8672	-2,66	2,045
delta2[15]	-0,6483	-3,129	1,352
delta2[16]	-3,526	-5,12	-2,44
delta2[17]	1,008	-1,868	6,637
delta2[18]	-1,572	-5,143	1,119
delta2[19]	4,404	0,06527	9,441
delta2[20]	1,163	-1,737	4,504
delta2[21]	0,1279	-1,608	1,408

---

delta2[22]	-0,3176	-2,351	1,803
delta2[23]	-1,726	-2,845	1,57
delta2[24]	-4,338	-7,585	-2,602
delta2[25]	1,674	1,081	2,026
delta2[26]	4,015	1,797	8,508
delta2[27]	-3,807	-5,989	-2,733
delta2[28]	4,613	2,05	8,895
delta2[29]	1,084	-0,08601	1,461
delta2[30]	-1,998	-2,312	-1,768
delta2[31]	-2,434	-3,178	-0,8659
delta2[32]	2,058	1,619	2,26
delta2[33]	0,8197	-1,266	2,179
delta2[34]	0,539	-2,562	1,6
delta2[35]	0,2018	-2,164	1,746
delta2[36]	4,298	1,764	9,649
delta2[37]	-0,93	-9,485	7,886
delta2[38]	1,361	0,7694	1,667
delta2[39]	-1,583	-4,538	1,377
lambda2[1]	0,005048	0,001786	0,01072
lambda2[2]	0,03536	0,0195	0,05673
lambda2[3]	0,1005	0,06325	0,1494
lambda2[4]	0,6667	0,08647	1,902
lambda2[5]	0,3199	0,02756	1,604
lambda2[6]	0,09593	0,03112	0,209
lambda2[7]	0,1482	0,0573	0,3583
lambda2[8]	0,008925	0,00362	0,01792
lambda2[9]	0,08425	0,05073	0,1368
lambda2[10]	0,1853	0,06919	0,3912
lambda2[11]	0,009759	0,003834	0,01769
lambda2[12]	0,1121	0,02316	0,9769
lambda2[13]	0,636	0,09332	1,802
lambda2[14]	0,144	0,02078	0,5346
lambda2[15]	0,1132	0,02857	0,3627

lambda2[16]	0,02498	0,01433	0,0393
lambda2[17]	0,2887	0,04486	1,344
lambda2[18]	0,1137	0,03943	0,3032
lambda2[19]	0,6014	0,02393	1,831
lambda2[20]	0,3822	0,04383	1,134
lambda2[21]	0,06111	0,02037	0,162
lambda2[22]	0,1242	0,03433	0,4024
lambda2[23]	0,2172	0,1011	0,7962
lambda2[24]	0,00986	0,003989	0,01853
lambda2[25]	0,4341	0,1298	0,9913
lambda2[26]	0,5789	0,04617	1,692
lambda2[27]	0,03842	0,01707	0,06214
lambda2[28]	0,6597	0,06967	1,941
lambda2[29]	0,2272	0,06958	0,4071
lambda2[30]	0,06862	0,04688	0,09252
lambda2[31]	0,09196	0,05775	0,1332
lambda2[32]	0,627	0,1467	1,503
lambda2[33]	0,138	0,02752	0,5049
lambda2[34]	0,2232	0,04354	0,5354
lambda2[35]	0,1031	0,02771	0,3052
lambda2[36]	0,6224	0,07331	1,736
lambda2[37]	0,401	0,05617	1,539
lambda2[38]	0,4407	0,2094	0,7672
lambda2[39]	0,1726	0,05672	0,5803

Tabela B.2: Valores dos parâmetros dos itens estimados a posteriori para o modelo unilateral

## C Tabelas com as probabilidade dos itens dos parâmetros terem DIF

Itens	Za	Za (modelo ancorado)
1	0,1287	0
2	0,0647	0
3	0,1740	0,326
4	0,6160	0
5	0,4507	0,45
6	0,8180	0,89
7	0,2267	0,364
8	0,1733	0
9	0,1500	0,274
10	0,4593	0
11	0,1460	0
12	0,2027	0
13	0,2193	0
14	0,0653	0
15	0,3120	0
16	0,0313	0,416
17	0,1100	0,102
18	0,2240	0,136
19	0,2193	0
20	0,1027	0,074
21	0,2273	0
22	0,1187	0,034
23	0,9553	0
24	0,0353	0
25	0,0233	0,062
26	0,2607	0

27	0,4293	0,034
28	0,1207	0
29	0,0493	0,056
30	0,2207	0,92
31	0,0753	0,03
32	0,0760	0,362
33	0,0707	0,084
34	0,1373	0
35	0,1227	0
36	0,0993	0
37	0,1133	0,416
38	0,1267	0,528
39	0,3827	0,246

Tabela C.1: Tabela com as probabilidade dos itens apresentarem DIF no parâmetro  $a$ 

Itens	Zb (modelo ancorado)	Zb
1	0,288	0,3900
2	0,536	0,0527
3	0,93	0,6393
4	0	0,1747
5	0,162	0,1660
6	0	0,2427
7	0,002	0,1340
8	0	0,0687
9	0,25	0,3853
10	1	0,8373
11	0,39	0,4807
12	0,05	0,1013
13	0	0,4413
14	0,058	0,0633
15	0	0,1247
16	0	0,1773
17	0,086	0,1880

---

18	0,278	0,1167
19	0	0,3593
20	0,098	0,1700
21	1	0,2100
22	0,004	0,1607
23	0,096	0,8620
24	0	0,2920
25	0,028	0,0807
26	0	0,8713
27	0,228	0,2327
28	0	0,8353
29	0,214	0,0767
30	0,988	0,9553
31	0	0,4253
32	0,378	0,1387
33	0,336	0,2860
34	0,378	0,1200
35	0,12	0,2200
36	0	0,5493
37	0,52	0,3167
38	1	0,8700
39	0,592	0,1507

---

---

Tabela C.2: Tabela com as probabilidade dos itens apresentarem DIF no parametro **b**

## D Média do parâmetro do item estimadas a posteriori

Itens	a1 sem âncora	a1 com âncora	a2 com âncora	a2 sem âncora
1	0,5371	0,5330	0,5330	0,5470
2	0,7088	0,7578	0,7578	0,7082
3	0,6481	0,6791	0,6492	0,6391
4	0,5235	0,5883	0,5883	0,6317
5	0,8720	0,8600	0,7698	0,7365
6	0,8541	0,9903	0,7046	0,6497
7	0,7404	0,7025	0,7770	0,7514
8	0,6156	0,6062	0,6062	0,6305
9	0,7033	0,7212	0,7472	0,7202
10	1,2570	1,1570	1,1570	1,1860
11	0,6108	0,5922	0,5922	0,6091
12	1,1600	1,2330	1,2330	1,1520
13	0,5492	0,6181	0,6181	0,5517
14	0,8923	0,9055	0,9055	0,8932
15	0,7375	0,6618	0,6618	0,6832
16	0,6147	0,6326	0,6163	0,6152
17	0,9089	0,8613	0,8594	0,8914
18	0,6080	0,5736	0,5660	0,5793
19	0,6414	0,6509	0,6509	0,6459
20	0,8068	0,8082	0,8127	0,8079
21	0,8598	0,8714	0,8714	0,8386
22	0,8823	0,9083	0,9142	0,9000
23	0,9381	0,8785	0,8785	0,5421
24	0,6633	0,7071	0,7071	0,6645
25	0,9477	0,9852	0,9689	0,9475
26	0,6464	0,6156	0,6156	0,6379



27	0,9143	0,9596	0,9680	1,0120
28	0,5122	0,4917	0,4917	0,5182
29	0,8701	0,8966	0,8915	0,8696
30	1,1320	1,2720	0,9262	1,0820
31	1,3440	1,3570	1,3580	1,3370
32	0,5589	0,6234	0,6157	0,5600
33	0,6570	0,7131	0,7125	0,6537
34	1,1590	1,2790	1,2790	1,1230
35	0,7284	0,8072	0,8072	0,7164
36	1,0780	1,0900	1,0900	1,0820
37	1,1470	1,0350	1,1290	1,1420
38	1,2430	1,2670	1,3640	1,2690
39	0,9500	0,9739	1,0280	1,0470

Tabela D.1: Tabela com as médias estimadas para os itens do parâmetro  $a$  dos dois grupos nos dois modelos propostos

Itens	b1 sem âncora	b1 com âncora	b2 com âncora	b2 sem âncora
1	-4,6630	-4,6210	-4,5610	-4,6960
2	-1,1440	-1,0530	-1,0130	-1,1430
3	-0,2016	-0,1781	0,0220	0,0404
4	-3,2860	-3,1300	-3,1300	-3,2600
5	0,2046	0,1968	0,2076	0,2080
6	-1,0130	-0,8922	-0,8922	-1,0680
7	0,4311	0,4767	0,4764	0,4458
8	-2,7630	-2,8110	-2,8110	-2,7640
9	-0,0446	-0,0538	-0,0096	0,0248
10	-0,7130	-0,7926	-0,4957	-0,5189
11	-2,5930	-2,6970	-2,7610	-2,6990
12	-0,3810	-0,3237	-0,3236	-0,3873
13	-3,0470	-2,5900	-2,5900	-3,1560
14	-1,3270	-1,3160	-1,3040	-1,3210
15	-0,8161	-0,9725	-0,9725	-0,8159
16	-2,3860	-2,3670	-2,3670	-2,3850

---

17	0,4297	0,4499	0,4545	0,4037
18	-0,2513	-0,3533	-0,3173	-0,2447
19	-1,5720	-1,5760	-1,5760	-1,6190
20	0,1392	0,1387	0,1310	0,1180
21	-1,8650	-1,9020	-1,5770	-1,8260
22	-0,0147	-0,0501	-0,0501	-0,0102
23	0,5776	0,6515	0,6736	1,2790
24	-2,7230	-2,5710	-2,5710	-2,7280
25	-1,0830	-1,0330	-1,0340	-1,0830
26	-2,5590	-2,7260	-2,7260	-2,8220
27	-0,8681	-0,8543	-0,8367	-0,8223
28	-0,5083	-0,6321	-0,6321	-0,7969
29	-0,9250	-0,8949	-0,8861	-0,9253
30	-0,9132	-0,8752	-0,6555	-0,6083
31	-0,0305	-0,0276	-0,0276	0,0183
32	-1,4990	-1,2810	-1,2770	-1,5190
33	-1,6490	-1,4860	-1,4440	-1,6040
34	-0,4684	-0,4115	-0,4126	-0,4696
35	-1,4130	-1,2070	-1,1860	-1,3730
36	0,3373	0,2899	0,2899	0,1838
37	1,9520	2,0200	1,9110	1,9350
38	-0,8380	-0,8282	-0,5559	-0,5914
39	0,3686	0,3401	0,4549	0,3930

---

Tabela D.2: Tabela com as médias estimadas para os itens do parâmetro  $b$  dos dois grupos nos dois modelos propostos

## E Diferenças entre as médias estimadas nos modelos para o parametro do item em cada grupo

Itens	d.a1	d.a2	d.b1	d.b2
1	0,0041	0,0140	0,0420	0,1350
2	0,0490	0,0496	0,0910	0,1300
3	0,0310	0,0101	0,0235	0,0184
4	0,0648	0,0434	0,1560	0,1300
5	0,0120	0,0333	0,0078	0,0004
6	0,1362	0,0549	0,1208	0,1758
7	0,0379	0,0256	0,0456	0,0306
8	0,0094	0,0243	0,0480	0,0470
9	0,0179	0,0270	0,0093	0,0344
10	0,1000	0,0290	0,0796	0,0232
11	0,0186	0,0169	0,1040	0,0620
12	0,0730	0,0810	0,0573	0,0637
13	0,0689	0,0664	0,4570	0,5660
14	0,0132	0,0123	0,0110	0,0170
15	0,0757	0,0214	0,1564	0,1566
16	0,0179	0,0011	0,0190	0,0180
17	0,0476	0,0320	0,0202	0,0508
18	0,0344	0,0133	0,1020	0,0726
19	0,0095	0,0050	0,0040	0,0430
20	0,0014	0,0048	0,0005	0,0130
21	0,0116	0,0328	0,0370	0,2490
22	0,0260	0,0142	0,0354	0,0399
23	0,0596	0,3364	0,0739	0,6054
24	0,0438	0,0426	0,1520	0,1570
25	0,0375	0,0214	0,0500	0,0490

E Diferenças entre as médias estimadas nos modelos para o parametro do item em cada grupo64

26	0,0308	0,0223	0,1670	0,0960
27	0,0453	0,0440	0,0138	0,0144
28	0,0205	0,0265	0,1238	0,1648
29	0,0265	0,0219	0,0301	0,0392
30	0,1400	0,1558	0,0380	0,0472
31	0,0130	0,0210	0,0028	0,0459
32	0,0645	0,0557	0,2180	0,2420
33	0,0561	0,0588	0,1630	0,1600
34	0,1200	0,1560	0,0569	0,0570
35	0,0788	0,0908	0,2060	0,1870
36	0,0120	0,0080	0,0474	0,1061
37	0,1120	0,0130	0,0680	0,0240
38	0,0240	0,0950	0,0098	0,0355
39	0,0239	0,0190	0,0285	0,0619

Tabela E.1: Tabela com as diferenças entre as médias estimadas para os itens do parâmetro  $a$  e  $b$  dos dois grupos nos dois modelos propostos

## Referências Bibliográficas

- [1] irnbaum, A. (1968). *Some latent trait models and their use in inferring and examinee's ability*. In F.M. Lord e M.R. Novick, *Statistical theories of mental test scores*. Reading, MA: Addison -Wesley, ch. 17-20.
- [2] Bzuneck, José A., Silva, R. *O PROBLEMA DA ANSIEDADE NAS PROVAS: PERSPECTIVAS CONTEMPORÂNEAS*, Semina, 1989.
- [3] Brodbeck, Sarah M. S., Soares, Tufi M. *Novas Estruturas Multidimensionais Da TRI Para Consideração Do Efeito Da Ansiedade Na Proficiência Do Aluno Em Avaliações De Larga Escala*
- [4] Gonçalves, Flávio B. *Análise Bayesiana da Teoria de Resposta ao Item: uma Abordagem Generalizada*, DME - IM - UFJF, 2006.
- [5] ANSEN, RA. *Anxiety*. In: S. Ball, (Ed.) *Motivation in Education*. New York, Academic Press, 1977. p. 91-109.
- [6] EAD, L.Q. e LINDSEY, J. *Anxiety and the University Student: A Brief Review of the Professional Literature*. *Psychological Abstracts*, 71(6): 161-172,1984.
- [7] EMBREE, R. *Correlates, Causes, Effects, and Treatment of Test Anxiety*. *Review of Educational Research*, 58(1), 47-71. 1988.
- [8] azersfeld, P.F. (1959). *Latent structure analysis*. In S.Koch, *Psychology: A study of science*. New York: McGraw-Hill, 476-543.
- [9] ord, F.M. (1952). *A theory of test scores*(*Psychometric Monograph No. 7*). Iowa City, IA: Psychometric Society.
- [10] ord, F.M. (1952). *The relation of the reliability of multiple-choice tests to the distribution or item difficulties*.*Psychometrika*, 17, 181-194.
- [11] andler G e Sarason S B. *A study of anxiety and learning*. *J. Abnormal e Soc. Psychol.* 47:166-173, 1952.

- [12] Pasquali, L., Prime, R. *Basic Theory of Item Response Theory (IRT)*, Avaliação Psicológica, 2003.
- [13] Rasch, G. (1960, 1980). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Chicago, IL: MESA Press.
- [14] Silva, Cibele Q. da, Gomes, Antonio E. *Bayesian Item Response Model when Performance is Affected by Test Anxiety*, Instituto de Ciências Exatas - Universidade de Brasília, 2011.
- [15] Samejima, F. *Logistic positive exponent family of models: virtue of asymmetric item characteristic curves*. *Psychometrika*. 2000
- [16] Serpa, Alexandre L. de Oliveira *Autoeficácia, autoconceito e ansiedade em uma avaliação em larga escala e sua relação com o desempenho escolar*. 2012
- [17] Soares, Tufi M.; Gonçalves, Flávio B.; Gamerman, Dani *An Integrated Bayesian Model for DIF Analysis*. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*: September 2009, Vol. 34 N° 3, pp. 348-377