UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - HABILITAÇÃO EM SISTEMAS ELETRÔNICOS



ANÁLISE DO FILTRO SAVITZKY–GOLAY PARA REDUÇÃO DE RUÍDO

Uma Avaliação Crítica em Aplicações de Estimação Fasorial e Processamento de Sinais

Leandro Augusto Werneck Silva

Juiz de Fora - MG
2025

Leandro Augusto Werneck Silva

ANÁLISE DO FILTRO SAVITZKY–GOLAY PARA REDUÇÃO DE RUÍDO

Uma Avaliação Crítica em Aplicações de Estimação Fasorial e Processamento de Sinais

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica - Habilitação em Sistemas Eletrônicos da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica - Habilitação em Sistemas Eletrônicos.

Aprovado em: 25/08/2025

Carlos Augusto Duque, Dr. (Orientador)

Leandro Rodrigues Manso Silva, Dr. (Membro da Banca)

Victor Mendes Ribeiro, M.Sc. (Membro da Banca)

Dedico este trabalho a meus pais, José Geraldo e Grisélide Leandra, ao meu irmão, Luiz Alberto, e a todos meus amigos. Com vocês, os dias foram mais leves.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao meu orientador, Professor Dr. Carlos Augusto Duque, por sua orientação precisa, paciência e por me guiar com maestria através dos desafios técnicos deste trabalho. Aos demais professores da Faculdade de Engenharia da UFJF, meu muito obrigado pelos ensinamentos ao longo de toda a graduação.

À minha família e aos meus amigos, que foram meu alicerce durante esta jornada, agradeço por todo o apoio incondicional, incentivo e por tornarem os dias mais leves. Aos meus colegas de curso, agradeço pela parceria e pelas longas sessões de estudo que foram fundamentais para o meu crescimento.

Este trabalho não seria possível sem a colaboração e o apoio de todos vocês.

"O insucesso é apenas uma oportunidade para recomeçar com mais inteligência."

(Henry Ford)

Resumo

Este trabalho apresenta uma análise crítica da aplicação do filtro Savitzky-Golay (SG) como técnica de pré-processamento para a redução de ruído em sinais de sistemas elétricos. A investigação avaliou a eficácia do filtro em três cenários distintos: a estimação fasorial via Transformada Discreta de Fourier (DFT), a reamostragem de sinais com frequência fora do nominal e a diferenciação numérica. Contrariando a hipótese inicial, os resultados demonstraram que a pré-filtragem com SG se mostrou ineficaz para a estimação fasorial em regime síncrono, uma vez que a própria DFT atua como um filtro superior para esta tarefa. Em contraste, o filtro SG apresentou desempenho excelente em aplicações de domínio do tempo, reduzindo significativamente o Erro Quadrático Médio (EQM) na reamostragem e superando com robustez outros derivadores numéricos na presença de ruído, conforme medido pelo Erro Absoluto Médio (EAM). Conclui-se que a eficácia do filtro SG é fortemente dependente do contexto da aplicação, destacando-se em tarefas de suavização no domínio do tempo, mas sendo redundante para análises de domínio da frequência onde a ferramenta principal já possui características de filtragem inerentes. **Palavras-chave**: Filtro Savitzky-Golay, Estimação de Fasores, Processamento de Sinais, Análise de Desempenho, Transformada de Fourier.

Abstract

This work presents a critical analysis of the Savitzky-Golay (SG) filter's application as a pre-processing technique for noise reduction in power system signals. The investigation evaluated the filter's effectiveness in three distinct scenarios: phasor estimation via Discrete Fourier Transform (DFT), resampling of off-nominal frequency signals, and numerical differentiation. Contrary to the initial hypothesis, the results showed that SG pre-filtering was ineffective for phasor estimation under synchronous conditions, as the DFT itself acts as a superior filter for this specific task. In contrast, the SG filter showed excellent performance in time-domain applications, significantly reducing the Mean Squared Error (MSE) in resampling and robustly outperforming other numerical differentiators in the presence of noise, as measured by the Mean Absolute Error (MAE). It is concluded that the effectiveness of the SG filter is critically application-dependent, excelling in time-domain smoothing tasks but proving redundant for frequency-domain analyses where the primary tool already possesses inherent filtering characteristics. **Keywords**: Savitzky-Golay Filter, Phasor Estimation, Signal Processing, Performance Analysis, Fourier Transform.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Espectros do Filtro Savitzky-Golay (M=3, F=7). 8
Figura 2 – Espectros do Filtro Savitzky-Golay (M=10, F=15). 9
Figura 3 – Espectros do Filtro Savitzky-Golay (M=40, F=43). 9
Figura 4 – Espectro do sinal ruidoso sem pré-filtragem, obtido através do filtro anômalo (M=4, F=5). As componentes do "sinal filtrado"(laranja) e do sinal original (azul) são praticamente idênticas. 17
Figura 5 – Espectro do sinal após pré-filtragem com o filtro SG otimizado para reamostragem (M=10, F=15). Nota-se uma atenuação visível dos componentes harmônicos em comparação com o sinal original. 17
Figura 6 – Efeito do filtro SG inadequado (M=3, F=11). (a) No domínio do tempo, o filtro suaviza excessivamente o sinal, perdendo os detalhes dos harmônicos. (b) No domínio da frequência, a atenuação severa da 15ª e 50ª harmônicas é evidente. 19
Figura 7 – Efeito do filtro SG inadequado (M=3, F=11), zoom para evidenciar as falhas do filtro, sendo mostrado no domínio da frequência a atenuação da 50ª harmônica. 20
Figura 8 – Efeito do filtro SG otimizado (M=10, F=15). (a) No domínio do tempo, o sinal filtrado acompanha muito melhor a forma de onda original. (b) No domínio da frequência, os harmônicos são significativamente mais preservados em comparação com a Figura 6. 20
Figura 9 – Efeito do filtro SG otimizado (M=10, F=15), zoom para evidenciar a funcionalidade do filtro e o motivo de sua escolha, com foco novamente, para comparação, na 50ª harmônica. 21
Figura 10 – Comparação de desempenho de filtros diferenciadores para o sinal senoidal de frequência fixa (EAM em escala logarítmica). 23

Lista de tabelas

Tabela 1 – TVE médio (%) para diferentes configurações de filtro SG (SNR=40 dB, Nppc=256, A=0.02). O resultado anômalo está destacado. 16
Tabela 2 – TVE máximo (%) para diferentes configurações de filtro SG (SNR=40 dB, Nppc=256, A=0.02). 16
Tabela 3 – Comparação do EQM em reamostragem com a configuração otimizada do filtro SG (Nppc=256, M=10, F=15). 21
Tabela 4 – Erro Absoluto Médio (EAM) para um sinal senoidal de 60 Hz. 22

Sumário

Agradecimentos . . . . . **iv**
Resumo . . . . . **vi**
Abstract . . . . . **vii**

Lista de ilustrações . . . . . **viii**

Lista de tabelas . . . . . **ix**

Sumário . . . . . **x**

1 INTRODUÇÃO **1**

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA **3**
2.1 Estimação de Fasores **3**
2.2 Problema do Ruído na Estimação de Fasores **3**
2.3 Métricas para Avaliação de Desempenho **4**
2.4 Filtro de Savitzky–Golay **6**

3 METODOLOGIA **11**
3.1 Configuração Geral das Simulações **11**
3.1.1 Plataforma e Abordagem de Monte Carlo 11
3.1.2 Geração do Sinal Sintético 12
3.1.3 Modelagem do Ruído 12
3.2 Análise 1: Desempenho na Estimação Fasorial (TVE) **12**
3.2.1 Objetivo e Procedimento 12
3.2.2 Espaço de Parâmetros Investigado 13
3.3 Análise 2: Desempenho em Reamostragem (EQM) **13**
3.3.1 Objetivo e Procedimento 13
3.4 Análise Comparativa do Filtro SG como Derivador **14**

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO **15**
4.1 Análise Crítica da Pré-Filtragem SG para Estimação Fasorial . . . **15**

4.1.1 Resultados Iniciais e a Descoberta da Configuração ’Ótima’ 15
4.1.2 Investigação do Filtro Anômalo e a Hipótese do ’Não-Filtro’ 16
4.1.3 Discussão: A Superioridade da Filtragem Inerente da DFT 18
4.2 Validação do Filtro SG em Aplicações de Domínio do Tempo . . . 18
4.2.1 Otimização e Desempenho em Reamostragem (EQM) 19
4.2.2 Análise Comparativa como Filtro Derivador 22
4.3 Síntese do Capítulo 23

5 CONCLUSÃO 24

REFERÊNCIAS 26

A CÓDIGO FONTE PRINCIPAL 27

1 Introdução

A estimação de fasores é uma etapa fundamental em sistemas de medição e monitoramento de energia elétrica, especialmente em ambientes onde se exige alta precisão na determinação de magnitude e ângulo de sinais elétricos. Técnicas de estimação fasorial são amplamente utilizadas em sistemas de medição fasorial (Phasor Measurement Units – PMUs), proteção de sistemas de potência, monitoramento de qualidade de energia e em análises de estabilidade (IEEE Power and Energy Society, 2011).

Apesar dos avanços tecnológicos, diversos fatores comprometem a precisão da estimação de fasores. Entre os principais desafios, destacam-se:

- **Ruído**: distorções aleatórias introduzidas por interferências eletromagnéticas, imperfeições de instrumentação ou canais de comunicação;
- **Amostragem Assíncrona**: desalinhamento temporal na aquisição de amostras, que pode provocar *aliasing* e erros de fase;
- **Vazamento Espectral**: causado por amostragem inadequada em relação à frequência fundamental e aos componentes harmônicos.

No presente trabalho, o foco recai sobre a **redução de ruído** como estratégia para aumentar a precisão da estimação de fasores. Considera-se o cenário de **amostragem síncrona**, de forma que o erro decorrente de dessincronização é desconsiderado. A motivação central é realizar uma análise crítica da aplicação do filtro Savitzky–Golay (SG) e de suas variações como técnica de pré-processamento. A hipótese inicial é que a atenuação de ruído no domínio do tempo possa levar a uma consequente redução no erro da estimação fasorial.

O filtro Savitzky–Golay é uma técnica de suavização que preserva características espectrais de sinais, especialmente em termos de largura de banda e manutenção de picos, quando comparado a filtros passa-baixa convencionais. Sua formulação baseia-se no ajuste polinomial por mínimos quadrados sobre uma janela deslizante, permitindo tanto a filtragem quanto a estimação de derivadas (SCHAFER, 2011b). Diversas variações do SG foram propostas na literatura, incluindo a aplicação de janelas de ponderação, como a janela de Hann ao quadrado (Hann^2), que potencialmente melhora a atenuação de ruído sem comprometer tanto a preservação das componentes harmônicas (SCHMID; RATH; DIEBOLD, 2022).

O objetivo deste trabalho é, portanto, **investigar o real impacto e a viabilidade do filtro SG e de suas variações como pré-processador para estimação fasorial**, utilizando métricas como o Erro Vetorial Total (*Total Vector Error* – TVE) e o Erro Quadrático Médio (EQM). O estudo envolve:

- Modelagem de sinais periódicos contendo a frequência fundamental e componentes harmônicas;
- Adição de ruído branco gaussiano aditivo controlado (AWGN) em diferentes relações sinal-ruído (SNR);
- Aplicação de filtros SG e variantes, com variação de parâmetros como ordem polinomial e tamanho da janela;
- Comparação de desempenho dos filtros em diferentes cenários, incluindo preservação de harmônicas, reamostragem e estimação de derivadas.

O trabalho divide-se em Fundamentação Teórica, onde as ferramentas foram descritas e embasadas, Metodologia, onde é detalhado como tais ferramentas serão utilizadas, Resultados e Discussão, onde os resultados estão expostos e uma discussão fora levantada para entender o que de fato significam tais resultados e os e a Conclusão, onde conclui-se o trabalho, resume-se os resultados e aponta-se trabalhos futuros baseados nesse TCC.

Ao final, busca-se identificar as condições nas quais o filtro SG apresenta melhor desempenho, discutir suas limitações e apontar perspectivas para trabalhos futuros.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Estimação de Fasores

A estimação de fasores é um procedimento essencial em sistemas de medição fasorial (*Phasor Measurement Units* – PMUs), utilizados para monitorar grandezas elétricas como tensões e correntes em tempo real. O fasor representa a componente fundamental de um sinal periódico, descrito por magnitude e ângulo de fase, e é fundamental para análises de estabilidade, proteção e controle em sistemas de potência (IEC/IEEE, 2018).

Conforme definido pela norma de medição fasorial IEC/IEEE 60255-118-1 (IEC/IEEE, 2018), que substitui a sua predecessora IEEE C37.118-1, é especificado que a estimação de fasores ocorra de forma sincronizada, garantindo precisão mesmo sob condições de distorção harmônica, variações de frequência e presença de ruído. Diversas técnicas podem ser utilizadas para essa estimação, destacando-se:

- **Transformada Discreta de Fourier (DFT)**: amplamente empregada devido à simplicidade e robustez para sinais estacionários (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 2010);
- **DFT com janelas** (Hann, Hamming, Blackman): utilizadas para reduzir o vazamento espectral (*spectral leakage*), um tópico clássico em processamento de sinais (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 2010);
- **Métodos baseados em mínimos quadrados**: ajustam modelos matemáticos aos dados amostrados para estimar magnitude e fase, cuja comparação de desempenho com outras técnicas é um tópico de pesquisa ativa (LODETTI et al., 2020);
- **Filtros adaptativos**: aplicam técnicas como LMS (*Least Mean Squares*) e RLS (*Recursive Least Squares*) para rastreamento de fasores em condições não estacionárias (KAY, 1993).

2.2 Problema do Ruído na Estimação de Fasores

A estimação de fasores em ambientes reais é sensivelmente afetada pela presença de ruído, que compromete a precisão tanto da magnitude quanto da fase. Esse efeito é usualmente

quantificado pelo *Total Vector Error* (TVE), métrica padronizada pela norma IEC/IEEE 60255-118-1 (IEC/IEEE, 2018), a qual evidencia que mesmo pequenas variações no ruído podem causar aumento expressivo do erro em regimes dinâmicos.

As principais fontes de ruído em sistemas elétricos podem ser classificadas em:

- **Instrumentação**: erros associados a transformadores de instrumentação, ruído térmico de sensores e efeitos de quantização em conversores A/D;
- **Comunicação**: degradação do sinal durante a transmissão, perdas de pacotes e latências em sistemas de medição sincronizada;
- **Interferências eletromagnéticas**: distúrbios oriundos de cargas não lineares, chaveamentos eletrônicos e descargas atmosféricas.

O impacto direto do ruído é o aumento do TVE, acompanhado da elevação das incertezas associadas à fase e à magnitude (LODETTI et al., 2020; CARVALHO et al., 2021). Esse problema é ainda mais crítico em condições transitórias, como rampas de frequência, afundamentos de tensão e distorções harmônicas, nas quais estimadores clássicos baseados em DFT apresentam degradação significativa de desempenho (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 2010). Além disso, a presença de ruído pode levar ao *leakage* espectral, dificultando a separação entre a componente fundamental e as harmônicas próximas (SCHAFER, 2011b).

Para mitigar esses efeitos, técnicas de pré-processamento são frequentemente empregadas, com destaque para a filtragem passa-baixa e passa-faixa (LODETTI et al., 2019). Contudo, filtros convencionais podem distorcer o espectro e comprometer a preservação de harmônicas relevantes para análises de qualidade de energia (SCHAFER, 2011a). Nesse sentido, abordagens mais robustas, como o uso de filtros adaptativos ou estimadores baseados em métodos estatísticos (ex.: mínimos quadrados e filtros de Kalman), têm demonstrado desempenho superior frente a ruído intenso (LODETTI et al., 2020; KAY, 1993).

2.3 Métricas para Avaliação de Desempenho

Na literatura, a avaliação da qualidade da estimação fasorial e dos efeitos de filtros aplicados a sinais elétricos é feita com base em métricas que quantificam a diferença entre o sinal estimado e o sinal de referência. Neste trabalho, três métricas principais foram empregadas.

Erro Vetorial Total (TVE)

O *Total Vector Error* (TVE) é uma métrica amplamente utilizada para mensurar o erro combinado em magnitude e fase entre o fasor estimado e o fasor real (IEC/IEEE, 2018). Considerando as componentes complexas da Transformada Discreta de Fourier (FFT) do sinal original, $X[k]$, e do sinal filtrado, $Y[k]$, o TVE é definido como:

$$\mathrm{TVE}[k] = \frac{|Y[k] - X[k]|}{|X[k]|} \times 100\%, \quad \text{para } |X[k]| > \varepsilon,$$

onde ε é um limiar pequeno para evitar divisão por zero (tipicamente 10^{-6}). O TVE permite avaliar como o filtro preserva a precisão fasorial, considerando os harmônicos de interesse.

Erro Quadrático Médio (EQM)

O *Erro Quadrático Médio* (EQM) é uma métrica clássica em processamento de sinais e teoria da estimação que avalia a diferença média ao quadrado entre o sinal estimado e o sinal original no domínio do tempo (KAY, 1993). Dado um sinal de referência $x_{\mathrm{ref}}[n]$ e um sinal estimado $x_{\mathrm{est}}[n]$, ambos com N amostras, o EQM é calculado por:

$$\mathrm{EQM} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \left(x_{\mathrm{ref}}[n] - x_{\mathrm{est}}[n] \right)^2 .$$

Erro Absoluto Médio (EAM)

Diferentemente do EQM, que penaliza mais os erros grandes devido à potenciação ao quadrado, o *Erro Absoluto Médio* (EAM), ou *Mean Absolute Error* (MAE), calcula a média do valor absoluto das diferenças entre o sinal de referência e o estimado (KAY, 1993). Sua fórmula é:

$$\mathrm{EAM} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} |x_{\mathrm{ref}}[n] - x_{\mathrm{est}}[n]|.$$

Esta métrica oferece uma medida direta e intuitiva da magnitude média do erro, sendo particularmente útil neste trabalho para avaliar o desempenho de estimadores como os derivadores numéricos, onde a magnitude do erro é de interesse primário.

Considerações

As métricas utilizadas são complementares: o TVE avalia a precisão no domínio da frequência, o EQM quantifica a potência do erro no domínio do tempo, e o EAM mede a magnitude média do erro, também no domínio do tempo. Juntas, elas fornecem uma análise completa do desempenho dos algoritmos estudados.

2.4 Filtro de Savitzky–Golay

O filtro de Savitzky–Golay (SG) é uma técnica de suavização e diferenciação, proposta originalmente por Savitzky e Golay (1964) como uma alternativa digital a filtros analógicos. A grande contribuição do método foi demonstrar que o ajuste por mínimos quadrados em uma janela deslizante é matematicamente equivalente a uma simples operação de convolução com um conjunto de coeficientes inteiros, desde que os dados sejam uniformemente espaçados (SCHAFER, 2011b). A apresentação e o desenvolvimento matemático utilizados aqui seguem a exposição detalhada da Seção 4.2.1 da tese de Schettino (2015).

Seja $y = [y_{-N}, \ldots, y_0, \ldots, y_N]^\top$ o vetor de $2N + 1$ amostras centradas em um ponto de interesse. Aproxima-se localmente os dados por um polinômio de grau m:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{m} c_k x^k.$$

A condição de mínimos quadrados leva às equações normais

$$\mathbf{A}^\top \mathbf{A}\, \mathbf{c} = \mathbf{A}^\top \mathbf{y},$$

onde a matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{(2N+1)\times(m+1)}$ é dada por

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & (-N) & (-N)^2 & \cdots & (-N)^m \\ 1 & (-N+1) & (-N+1)^2 & \cdots & (-N+1)^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0^2 & \cdots & 0^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & N & N^2 & \cdots & N^m \end{bmatrix}.$$

Assumindo que $\mathbf{A}$ tem posto completo por colunas (condição satisfeita quando $m < 2N + 1$), a pseudo-inversa à esquerda é

$$\mathbf{A}^+ \;=\; (\mathbf{A}^\top \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^\top,$$

e os coeficientes do polinômio são dados por

$$\mathbf{c} = \mathbf{A}^{+}\mathbf{y}.$$

A matriz $\mathbf{A}^{+} \in \mathbb{R}^{(m+1)\times(2N+1)}$ contém, em cada uma de suas linhas, os coeficientes de um filtro FIR que transforma a janela de amostras $\mathbf{y}$ nos coeficientes do polinômio. Assim, a primeira linha de $\mathbf{A}^{+}$ fornece os pesos do suavizador (estimativa do termo independente c_0), e as linhas subsequentes fornecem filtros que estimam as derivadas locais (em unidades de amostras).

Para estimar a derivada de ordem r no ponto central, com espaçamento de amostragem T_s, os coeficientes discretos do filtro são

$$h_k^{(r)} \;=\; \frac{r!}{T_s^{\,r}}\,\left(\mathbf{A}^{+}\right)_{\,r+1,\,k+N+1}, \qquad k = -N, \ldots, N,$$

onde usamos o índice de coluna $k + N + 1$ para mapear $k = -N, \ldots, N$ nas colunas de $\mathbf{A}^{+}$. Para $r = 0$ obtemos o suavizador $h^{(0)}$.

Exemplo numérico

Considere $m = 3$ e janela de $2N + 1 = 7$ amostras ($N = 3$). A matriz $\mathbf{A}$ é

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 9 & -27 \\ 1 & -2 & 4 & -8 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \end{bmatrix}.$$

Calculando $\mathbf{A}^{+} = (\mathbf{A}^{\top}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^{\top}$ obtém-se (valores racionais):

$$\mathbf{A}^{+} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{21} & \frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{3} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} & -\frac{2}{21} \\ \frac{11}{126} & -\frac{67}{252} & -\frac{29}{126} & 0 & \frac{29}{126} & \frac{67}{252} & -\frac{11}{126} \\ \frac{5}{84} & 0 & -\frac{1}{28} & -\frac{1}{21} & -\frac{1}{28} & 0 & \frac{5}{84} \\ -\frac{1}{36} & \frac{1}{36} & \frac{1}{36} & 0 & -\frac{1}{36} & -\frac{1}{36} & \frac{1}{36} \end{bmatrix}.$$

Daí os filtros resultantes (assumindo $T_s = 1$ para escala) são:

- Suavizador $r = 0$: $h^{(0)} = \dfrac{1}{21}[-2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 6,\ 3,\ -2]$.

- Derivada 1ª $r = 1$: $h^{(1)} = 1! \cdot$ (segunda linha de $\mathbf{A}^{+}$) $= \frac{1}{252}[22,\ -67,\ -58,\ 0,\ 58,\ 67,\ -22]$.
- Derivada 2ª $r = 2$: $h^{(2)} = 2! \cdot$ (terceira linha de $\mathbf{A}^{+}$) $= \frac{1}{42}[5,\ 0,\ -3,\ -4,\ -3,\ 0,\ 5]$.
- Derivada 3ª $r = 3$: $h^{(3)} = 3! \cdot$ (quarta linha de $\mathbf{A}^{+}$) $= \frac{1}{6}[-1,\ 1,\ 1,\ 0,\ -1,\ -1,\ 1]$.

Esses coeficientes e discussões sobre escolha de janela/ordem são tratados em detalhe por Schettino (2015), enquanto uma análise aprofundada das propriedades do filtro no domínio da frequência é apresentada por Schafer (2011a).

Baseado em tais premissas matemáticas, tem-se, portanto, como parâmetros-chave a ordem do polinômio (M), que controla a flexibilidade da curva de ajuste e tamanho da janela (F), que controla a intensidade da suavização.

Para comprovação e melhor visualização do que fora descrito, as Figuras 2, 1 e **??** apresentam a magnitude e a fase de alguns filtros SG, demonstrando tal comportamento.

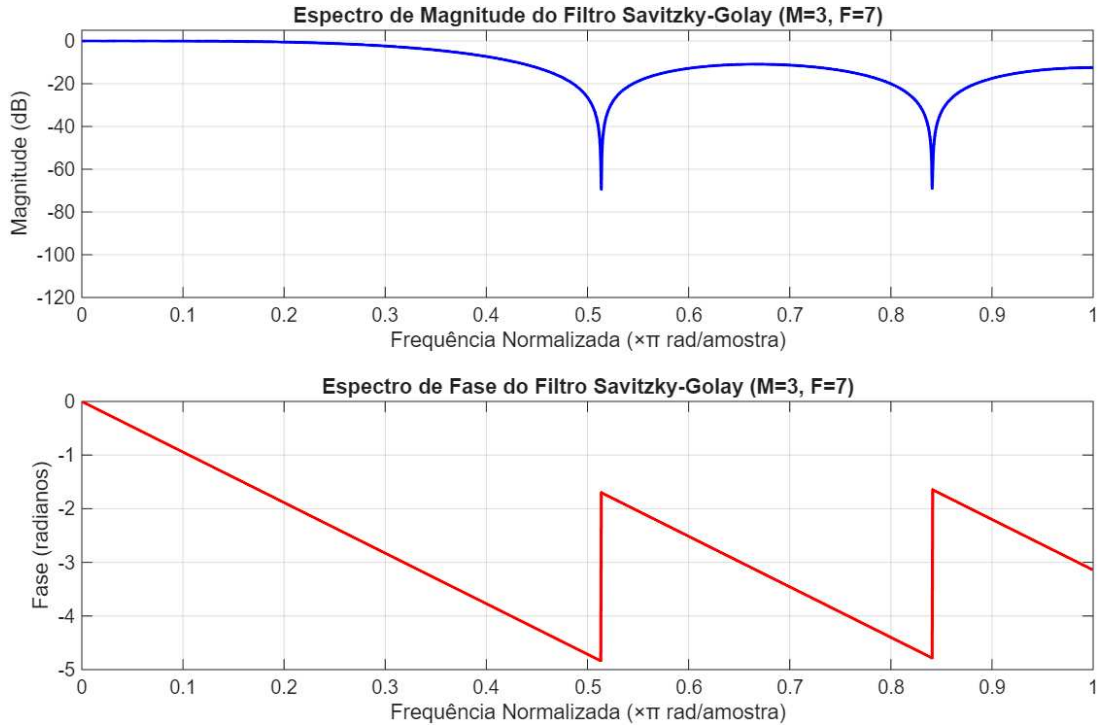


Figura 1 – Espectros do Filtro Savitzky-Golay (M=3, F=7).

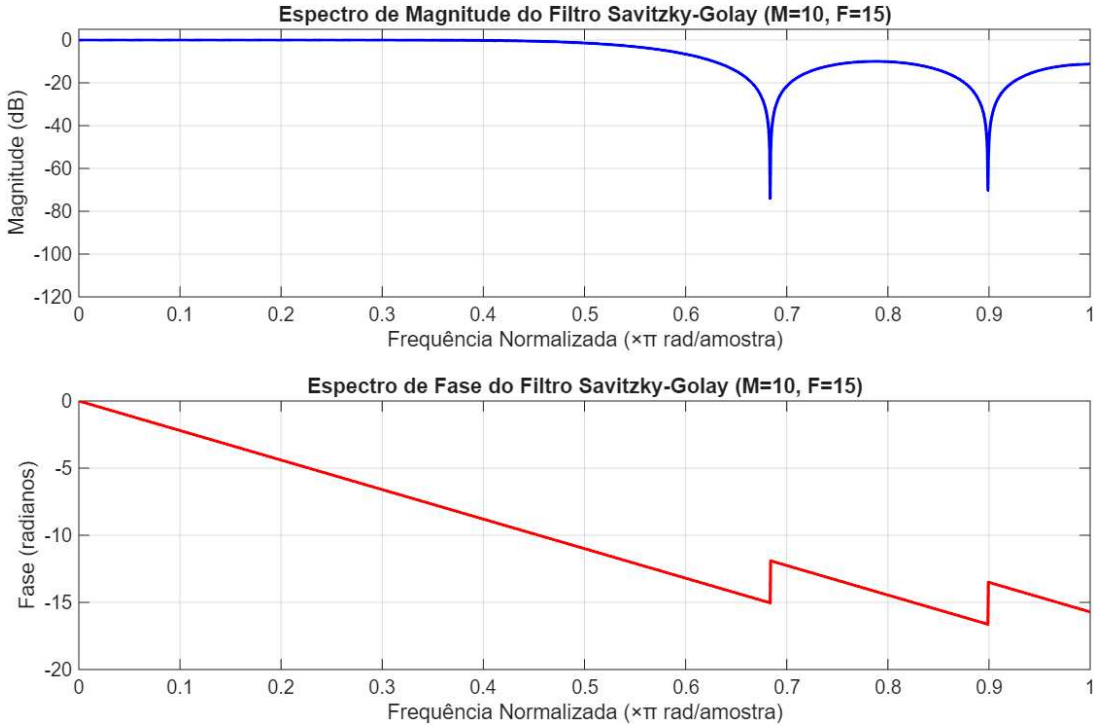


Figura 2 – Espectros do Filtro Savitzky-Golay (M=10, F=15).

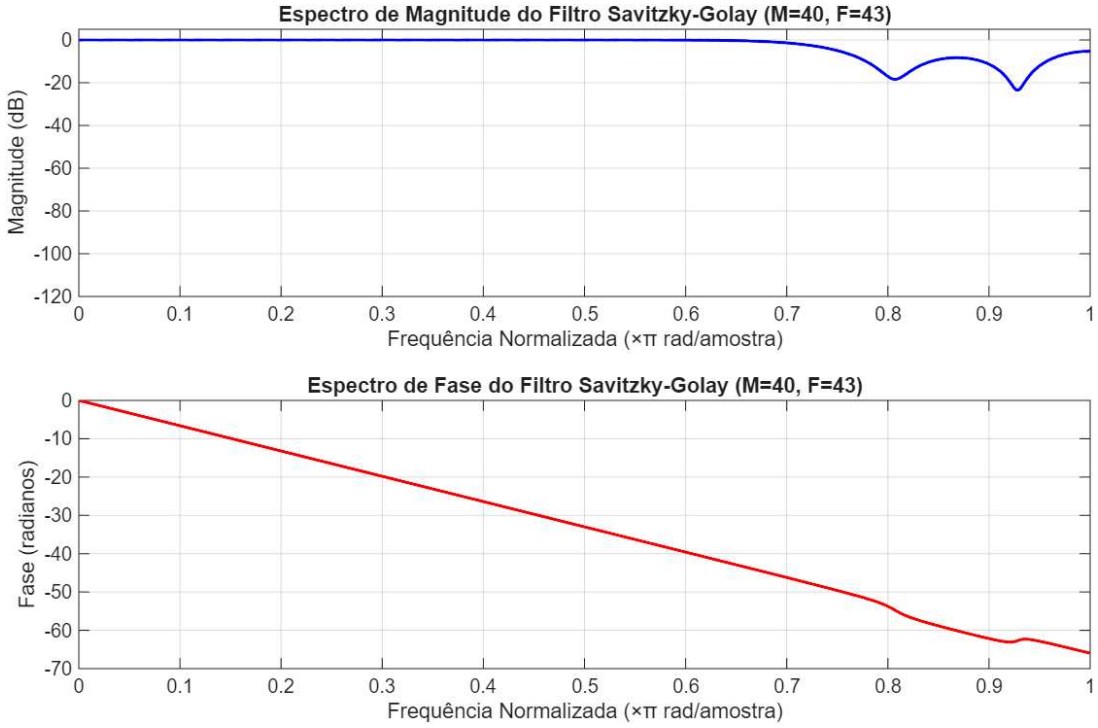


Figura 3 – Espectros do Filtro Savitzky-Golay (M=40, F=43).

Observações práticas

- **Condição de projeto:** Para garantir a inversibilidade da matriz $\mathbf{A}^\top\mathbf{A}$, é necessário que o grau do polinômio (m) seja menor que o número de pontos na janela ($2N+1$) (SAVITZKY;

GOLAY, 1964).

- **Causalidade:** O filtro SG é intrinsecamente não causal, pois estima o ponto central da janela de dados. Para uma implementação causal, a janela é deslocada, o que introduz um atraso de N amostras (Schettino (2015), Seção 4.2.1).

- **Variante ponderada:** É possível utilizar uma matriz diagonal de pesos $\mathbf{W}$ na equação de mínimos quadrados, resultando em $\mathbf{c} = (\mathbf{A}^\top \mathbf{W}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^\top \mathbf{W}\mathbf{y}$. Isso permite aplicar janelas de ponderação (p.ex. Hann, Hann^2) para melhorar a supressão de ruído na banda de rejeição (SCHMID; RATH; DIEBOLD, 2022).

- **Bordas:** O tratamento das extremidades do sinal é um desafio que pode gerar artefatos significativos. Uma das abordagens para processar os pontos nas bordas é espelhar os dados de entrada (SCHMID; RATH; DIEBOLD, 2022).

- **Custo Computacional:** Por ser um filtro de resposta finita ao impulso (FIR), o SG pode ser implementado como uma simples operação de convolução com um kernel de coeficientes pré-calculados (SCHMID; RATH; DIEBOLD, 2022). O método foi projetado para ser computacionalmente eficiente, exigindo pouca memória e capacidade de processamento (SAVITZKY; GOLAY, 1964).

3 Metodologia

Este capítulo detalha o procedimento experimental adotado para a avaliação sistemática do filtro Savitzky-Golay (SG) em cenários pertinentes à análise de sinais em sistemas elétricos de potência. A metodologia foi estruturada em três análises computacionais distintas, implementadas em ambiente MATLAB, para investigar o desempenho do filtro em diferentes aplicações:

1. **Análise de Suavização para Estimação Fasorial:** Focada em quantificar a capacidade do filtro de reduzir ruído e melhorar a acurácia da estimação fasorial, avaliada pela métrica de Erro Vetorial Total (TVE).

2. **Análise de Desempenho como Pré-filtro para Reamostragem:** Focada em avaliar a eficácia do filtro na suavização de sinais com frequência fora do valor nominal (*off-nominal*) antes de um processo de reamostragem, utilizando o Erro Quadrático Médio (EQM) como métrica.

3. **Análise Comparativa como Filtro Derivador:** Focada em comparar o desempenho do derivador SG com outros diferenciadores FIR clássicos na presença de ruído, avaliando o Erro Absoluto Médio (EAM).

A seguir, são detalhados os elementos comuns às simulações e os procedimentos específicos de cada análise.

3.1 Configuração Geral das Simulações

3.1.1 Plataforma e Abordagem de Monte Carlo

Todas as simulações foram desenvolvidas e executadas na plataforma MATLAB. Para garantir a robustez estatística dos resultados, especialmente em relação à natureza aleatória do ruído, foi empregada uma abordagem de Monte Carlo: cada combinação de parâmetros de um mesmo cenário foi simulada **100 vezes** (`num_runs = 100`), e os resultados das métricas de erro foram então calculados como a média ao longo dessas 100 execuções.

3.1.2 Geração do Sinal Sintético

O sinal de teste base foi modelado para representar uma grandeza elétrica contendo uma componente fundamental e distorções harmônicas. O sinal, com duração de 12 ciclos da fundamental, é descrito por:

$$x(t) = \cos(2\pi f_1 t) + A\cos(2\pi(15f_1)t + \pi/4) + A\cos(2\pi(50f_1)t + \pi/3)$$

onde a frequência fundamental f_1 é, a princípio, 60 Hz. O sinal inclui a **15ª e a 50ª harmônicas**, ambas com amplitude relativa A e fases não nulas. A amostragem foi síncrona, com a frequência de amostragem F_s sendo um múltiplo do número de pontos por ciclo (`Nppc`).

3.1.3 Modelagem do Ruído

O ruído foi modelado como Ruído Branco Aditivo Gaussiano (AWGN), um modelo físico amplamente utilizado para simular o ruído térmico em sensores e canais de comunicação (KAY, 1993). Ele foi adicionado ao sinal sintético através da função `awgn` do MATLAB. O nível de ruído foi controlado pela Relação Sinal-Ruído (SNR), em decibéis.

3.2 Análise 1: Desempenho na Estimação Fasorial (TVE)

3.2.1 Objetivo e Procedimento

O objetivo desta análise foi quantificar a melhoria na estimação fasorial proporcionada pela aplicação do filtro SG. O procedimento consistiu em:

1. Gerar o sinal de referência $x(t)$ e sua versão ruidosa $x_n(t)$.
2. Aplicar o filtro SG sobre $x_n(t)$ para obter o sinal suavizado $y(t)$. A filtragem foi implementada de forma a tratar corretamente as bordas do sinal, garantindo que o sinal de saída tivesse o mesmo comprimento que o de entrada.
3. Calcular as Transformadas Rápidas de Fourier (FFT) normalizadas dos sinais de referência, $X[k]$, e filtrado, $Y[k]$.
4. Calcular a métrica TVE a partir dos espectros obtidos.

3.2.2 Espaço de Parâmetros Investigado

Foi realizada uma busca exaustiva (em grade) para avaliar o impacto de cada parâmetro, utilizando as seguintes faixas de valores:

- **Pontos por Ciclo (`Nppc`):** $\{64, 128, 256, 512\}$;
- **Ordem do Polinômio (`M`):** $\{2, 3, 4, 5\}$;
- **Tamanho da Janela (`F`):** $\{5, 7, 9, 11\}$;
- **Relação Sinal-Ruído (`SNR`):** $\{30, 40, 50, 60\}$ dB;
- **Amplitude Harmônica (`A`):** $\{0.01, 0.02, 0.05\}$.

Combinações inválidas (onde $F \leq M + 1$) foram descartadas. Os resultados de TVE médio e máximo foram tabulados e salvos para análise posterior.

3.3 Análise 2: Desempenho em Reamostragem (EQM)

3.3.1 Objetivo e Procedimento

Esta análise avaliou o filtro SG como um pré-processador para a reamostragem de sinais, um processo comum em sistemas de medição com frequências que desviam do valor nominal. Para este teste, a frequência fundamental do sinal foi definida como $f_1 = 59.5$ Hz (*off-nominal*). O procedimento foi:

1. Gerar o sinal de referência $x(t)$ em 59.5 Hz e sua versão ruidosa $x_n(t)$, ambos amostrados em uma grade temporal síncrona com 60 Hz ($F_s = \texttt{Nppc} \times 60$).
2. Aplicar o filtro SG sobre $x_n(t)$, obtendo $x_{\text{filt}}(t)$.
3. Reamostrar o sinal filtrado (y) para uma nova grade de tempo, utilizando a função *resample* do MATLAB, síncrona com a frequência real do sinal ($F_{\text{hat}} = \texttt{Nppc} \times 59.5$).
4. Como base de comparação, reamostrar também o sinal original sem ruído (x_{ref}) e o sinal ruidoso sem filtro (x_{int}) para a mesma nova grade de tempo.
5. Calcular o EQM entre o sinal reamostrado e filtrado (y) e a referência ideal reamostrada (x_{ref}).

O espaço de parâmetros investigado foi o mesmo da Análise 1 a princípio, com uma alteração após os testes iniciais, para buscar por ordens de polinômio e janelas maiores.

3.4 Análise Comparativa do Filtro SG como Derivador

O objetivo final foi avaliar a eficácia do filtro SG como um diferenciador na presença de ruído, comparando-o diretamente com outras técnicas de derivação numérica.

Para isolar e avaliar o desempenho intrínseco de cada algoritmo, esta análise utilizou um cenário de teste ideal. Foi gerado um sinal senoidal puro ($x(t) = \sin(2\pi f_1 t)$) com frequência nominal $f_1 = 60$ **Hz**, garantindo condições de amostragem síncrona. A derivada analítica deste sinal, dx/dt_{real}, serviu como a referência de verdade fundamental (*ground truth*) para a quantificação do erro. A robustez dos filtros a frequências fora do nominal foi especificamente tratada na análise de reamostragem.

O procedimento seguiu os seguintes passos:

1. Geração do sinal senoidal de referência e de sua respectiva derivada analítica.

2. Adição de ruído AWGN ao sinal para uma faixa de Relações Sinal-Ruído (SNR), de 0 a 50 dB.

3. Estimação da derivada do sinal ruidoso utilizando o filtro SG (com ordem $M = 3$ e janela $F = 11$) configurado como derivador de primeira ordem.

4. Estimação da derivada utilizando quatro outros filtros FIR diferenciadores para comparação: Primeira Diferença (FD), Diferença Central (CD), Lanczos e Super Lanczos 1 (SL1).

5. Cálculo do Erro Absoluto Médio (EAM) entre cada derivada estimada e a referência, considerando apenas a porção central e válida do sinal para evitar a influência dos transientes de borda dos filtros.

Os EAMs resultantes para cada filtro e nível de SNR foram então compilados e analisados comparativamente para determinar a robustez de cada método à presença de ruído.

4 Resultados e Discussão

Este capítulo apresenta e analisa os resultados obtidos a partir das simulações descritas na Metodologia. A estrutura da apresentação segue a ordem das três análises experimentais propostas.

A primeira seção aborda a aplicação do filtro Savitzky-Golay na estimação fasorial, detalhando uma descoberta contraintuitiva sobre a eficácia do pré-processamento. As seções subsequentes, em contraste, validam o excelente desempenho do filtro em outras duas aplicações clássicas do domínio do tempo: a pré-filtragem para reamostragem de sinais e a diferenciação numérica na presença de ruído.

4.1 Análise Crítica da Pré-Filtragem SG para Estimação Fasorial

O objetivo primário do trabalho foi investigar se a pré-filtragem com o filtro SG poderia melhorar a acurácia da estimação fasorial baseada em DFT. Os resultados, no entanto, apontaram para uma conclusão inesperada.

4.1.1 Resultados Iniciais e a Descoberta da Configuração 'Ótima'

A busca exaustiva no espaço de parâmetros, conforme detalhado na Metodologia, foi realizada para identificar a combinação de ordem polinomial (M) e tamanho de janela (F) que minimizasse o TVE. A Tabela 1 apresenta um subconjunto representativo dos resultados obtidos para um nível de ruído de SNR = 40 dB.

A Tabela 2 mostra o TVE máximo para a mesma configuração, ou seja, o maior valor de erro em dado ponto.

De forma surpreendente, observou-se que a configuração que consistentemente apresentou o menor TVE foi a de ordem M=4 e janela F=5. Este resultado representa um caso limite do projeto do filtro: quando o tamanho da janela é exatamente igual à ordem do polinômio mais um ($F = M + 1$), o filtro deixa de suavizar os dados, o que resulta em um filtro identidade que não altera o sinal.

Tabela 1 – TVE médio (%) para diferentes configurações de filtro SG (SNR=40 dB, Nppc=256, A=0.02). O resultado anômalo está destacado.

Ordem (M)	**Tamanho da Janela (F)**		
	5	**7**	**11**
2	5,4374	18,2052	43,0024
3	5,4409	18,1299	43,0245
4	**0,7210**	2,0586	20,7903
5	—	2,1553	20,7674

Nota: A combinação M=5, F=5 é inválida e, portanto, não foi testada.

Tabela 2 – TVE máximo (%) para diferentes configurações de filtro SG (SNR=40 dB, Nppc=256, A=0.02).

Ordem (M)	**Tamanho da Janela (F)**		
	5	**7**	**11**
2	15,1878	53,1930	124,1473
3	15,1067	53,0648	124,1628
4	1,3787	5,0535	61,1685
5	—	5,1787	61,1439

Nota: A combinação M=5, F=5 é inválida e, portanto, não foi testada.

4.1.2 Investigação do Filtro Anômalo e a Hipótese do 'Não-Filtro'

A natureza anômala do resultado ótimo motivou uma investigação sobre os coeficientes do filtro gerados pela combinação inválida de parâmetros ($M = 4, F = 5$). A análise revelou que, diante de parâmetros que não permitem um ajuste polinomial estável, a função `sgolay` do MATLAB retorna os coeficientes de um filtro de identidade com atraso, dados por:

$$h[n] = [0, 0, 1, 0, 0]$$

Este filtro não realiza qualquer tipo de suavização ou alteração na forma de onda; ele apenas replica o sinal de entrada na saída com um atraso de duas amostras. Portanto, o menor erro de estimação fasorial foi alcançado quando **nenhuma pré-filtragem no domínio do tempo foi, de fato, aplicada ao sinal**.

Como comparativo, uma análise gráfica e quantitativa foi feita para observar o fenômeno da superioridade da não-filtragem. Foram comparados dois casos sob as mesmas condições de simulação (Nppc=256, SNR=40 dB e amplitude harmônica de 2%): o resultado do filtro anômalo (que representa o sinal sem pré-filtragem) e o resultado do filtro SG otimizado para a tarefa de reamostragem (M=10, F=15).

A Figura 4 ilustra o espectro do sinal após a aplicação do filtro anômalo, enquanto a Figura 5 mostra o resultado com o filtro otimizado.

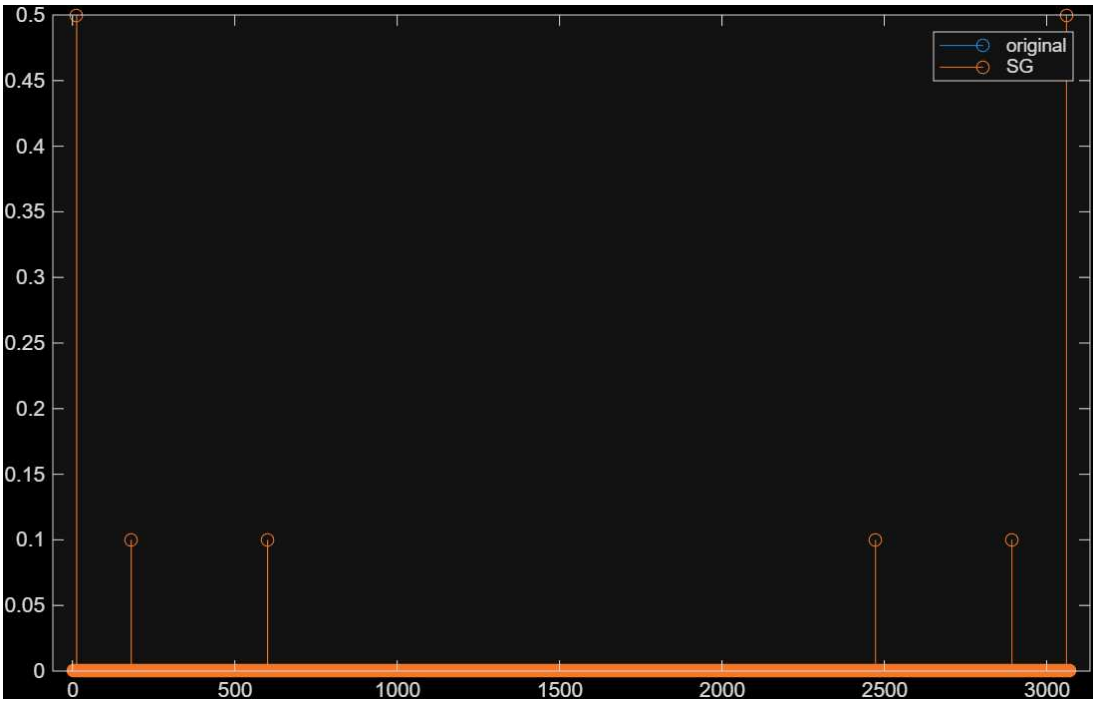


Figura 4 – Espectro do sinal ruidoso sem pré-filtragem, obtido através do filtro anômalo (M=4, F=5). As componentes do "sinal filtrado"(laranja) e do sinal original (azul) são praticamente idênticas.

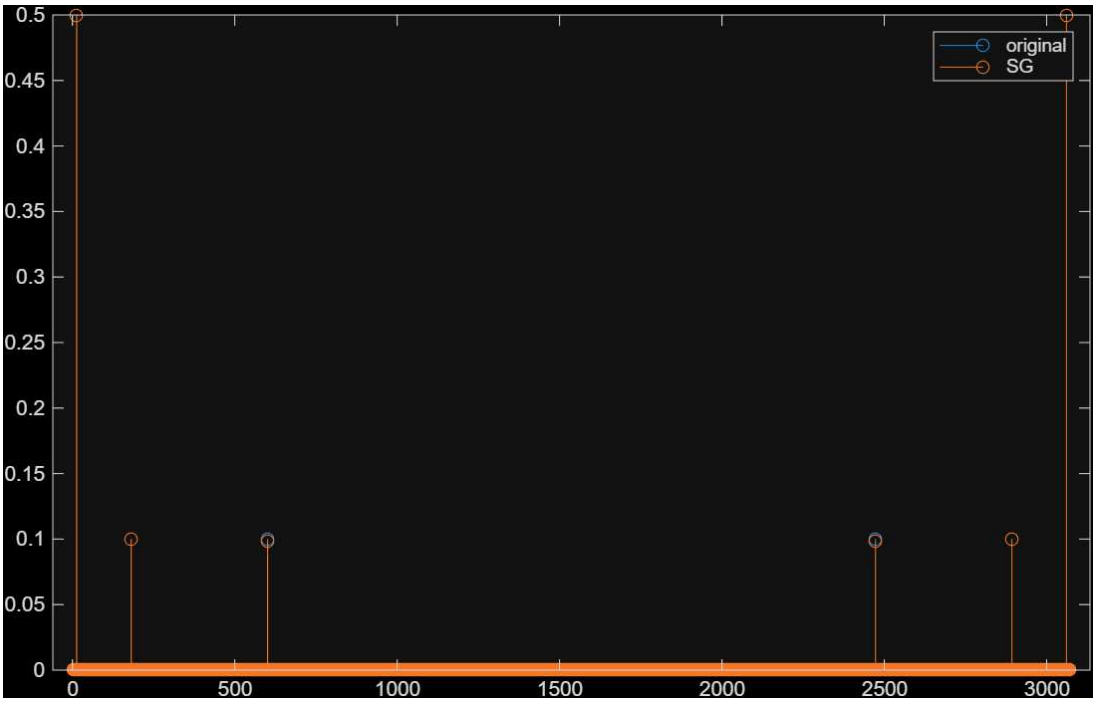


Figura 5 – Espectro do sinal após pré-filtragem com o filtro SG otimizado para reamostragem (M=10, F=15). Nota-se uma atenuação visível dos componentes harmônicos em comparação com o sinal original.

A análise quantitativa dos resultados reforça o que é visto visualmente. Para o caso da Figura 4, que representa a ausência de filtragem, o TVE médio calculado foi de **0,0938%**. Este valor baixo não representa o sucesso de uma filtragem, mas sim o erro base do sinal ruidoso quando processado diretamente pela DFT.

Em contrapartida, ao aplicar o filtro que se mostrou o melhor para outra tarefa (o filtro M=10, F=15, Figura 5), o TVE médio para a estimação fasorial subiu para **0,6676%**.

Dessa forma, a comparação é conclusiva: mesmo o filtro SG mais sofisticado e otimizado para uma tarefa de domínio do tempo se mostrou aproximadamente **7 vezes pior** do que simplesmente não aplicar filtro algum. Isso prova que, para a estimação fasorial em regime síncrono, a pré-filtragem no domínio do tempo com o filtro Savitzky-Golay é uma estratégia ineficaz.

4.1.3 Discussão: A Superioridade da Filtragem Inerente da DFT

Esta descoberta corrobora a hipótese de que, para a estimação de um fasor em um sinal síncrono e estacionário, a própria Transformada Discreta de Fourier (DFT) atua como um filtro passa-faixa quase ideal. Cada *bin* da DFT funciona como um correlator que isola a energia espectral em uma frequência muito específica (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 2010; KAY, 1993). No cenário de amostragem síncrona, o *bin* da frequência fundamental é capaz de estimar a magnitude e a fase com altíssima precisão, ao mesmo tempo em que rejeita o ruído branco, cuja energia está distribuída por todo o espectro.

A pré-filtragem com o SG, embora atenue o ruído no domínio do tempo, introduz inevitavelmente pequenas distorções na forma de onda senoidal ao ajustá-la a um polinômio. Essas distorções, por menores que sejam, degradam a pureza espectral do sinal, resultando em uma estimativa fasorial via DFT menos acurada do que a obtida a partir do sinal ruidoso original.

4.2 Validação do Filtro SG em Aplicações de Domínio do Tempo

Em contraste com o resultado obtido na estimação fasorial, o filtro SG demonstrou excelente desempenho em aplicações onde a suavização no domínio do tempo é o objetivo primário e a ferramenta de análise subsequente se beneficia dela.

4.2.1 Otimização e Desempenho em Reamostragem (EQM)

Dada a ineficácia da configuração inicial do filtro (M=3, F=11), que levou a um aumento do erro de reamostragem, foi realizada uma nova busca sistemática para encontrar uma combinação de parâmetros capaz de atenuar o ruído sem distorcer as componentes harmônicas do sinal.

A investigação focou em ordens polinomiais (M) mais elevadas, que teoricamente possuem maior flexibilidade para modelar formas de onda complexas. Para ilustrar a importância desta escolha, as Figuras 6, 7, 8 e 9 comparam visualmente o comportamento da configuração inicial inadequada (M=3, F=11) com a configuração otimizada encontrada (M=10, F=15).

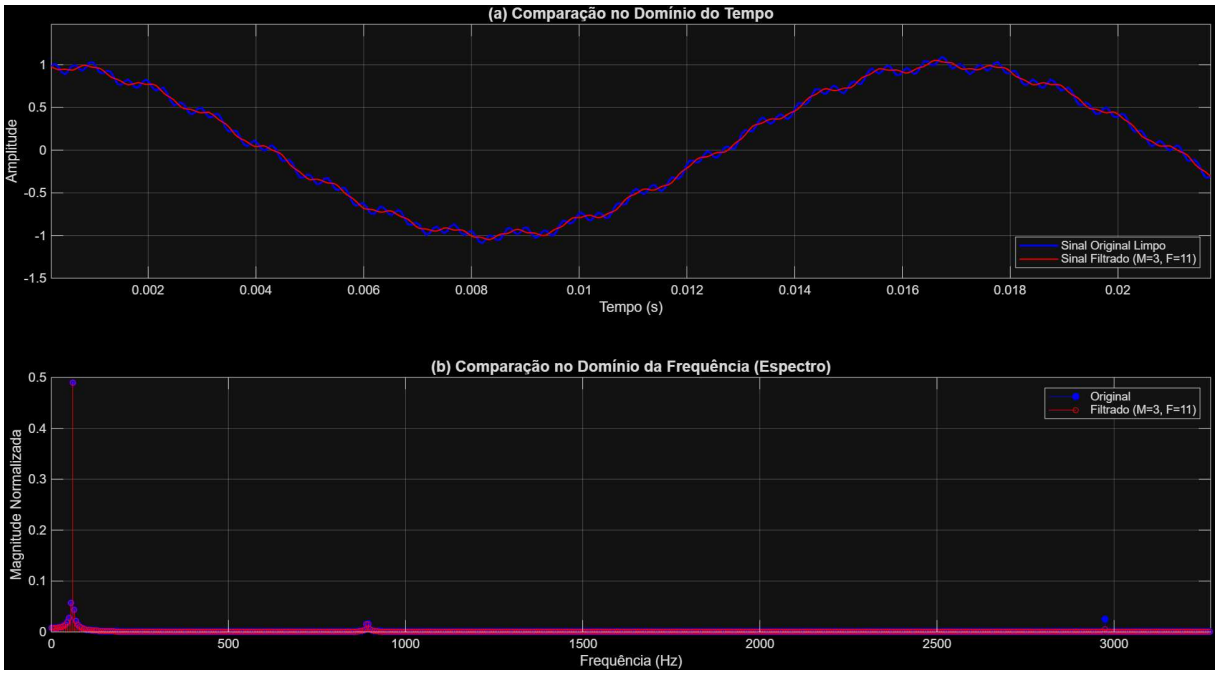


Figura 6 – Efeito do filtro SG inadequado (M=3, F=11). (a) No domínio do tempo, o filtro suaviza excessivamente o sinal, perdendo os detalhes dos harmônicos. (b) No domínio da frequência, a atenuação severa da 15ª e 50ª harmônicas é evidente.

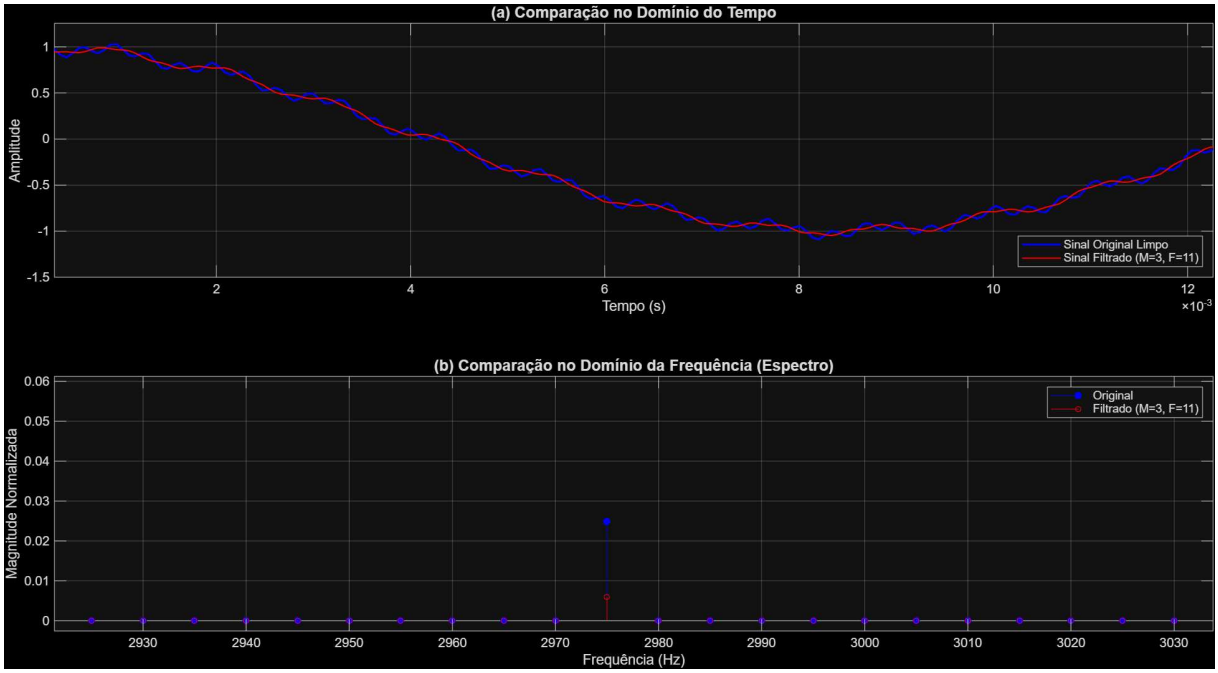


Figura 7 – Efeito do filtro SG inadequado (M=3, F=11), zoom para evidenciar as falhas do filtro, sendo mostrado no domínio da frequência a atenuação da 50ª harmônica.

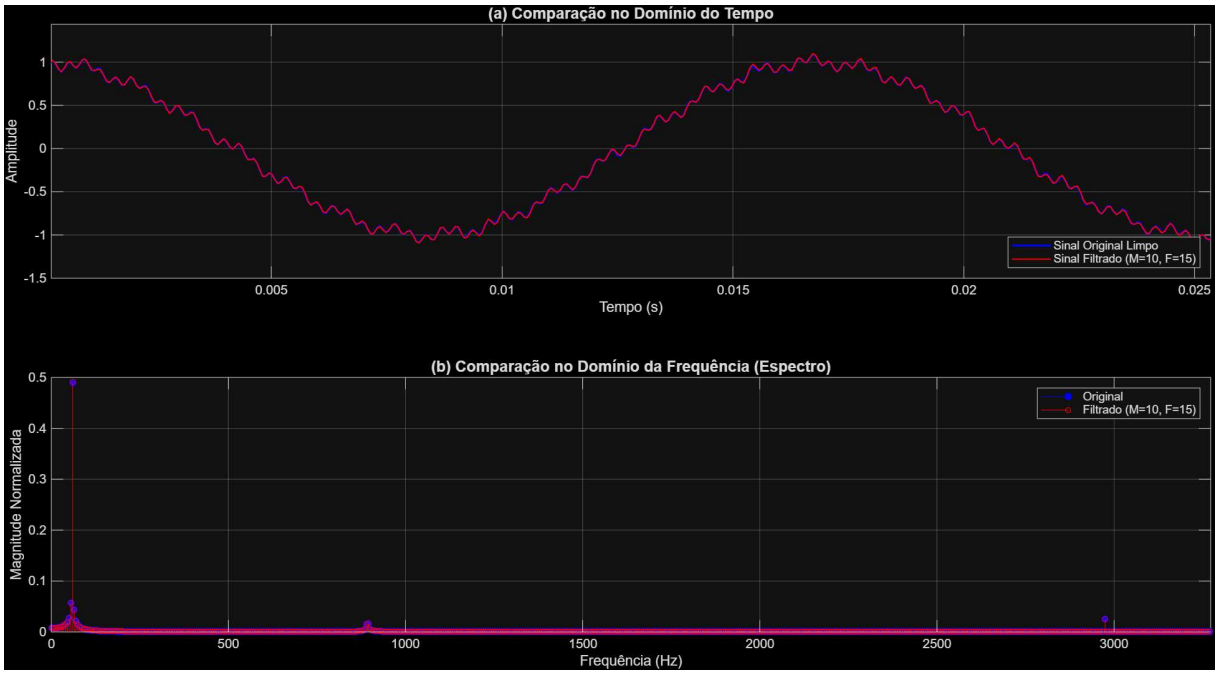


Figura 8 – Efeito do filtro SG otimizado (M=10, F=15). (a) No domínio do tempo, o sinal filtrado acompanha muito melhor a forma de onda original. (b) No domínio da frequência, os harmônicos são significativamente mais preservados em comparação com a Figura 6.

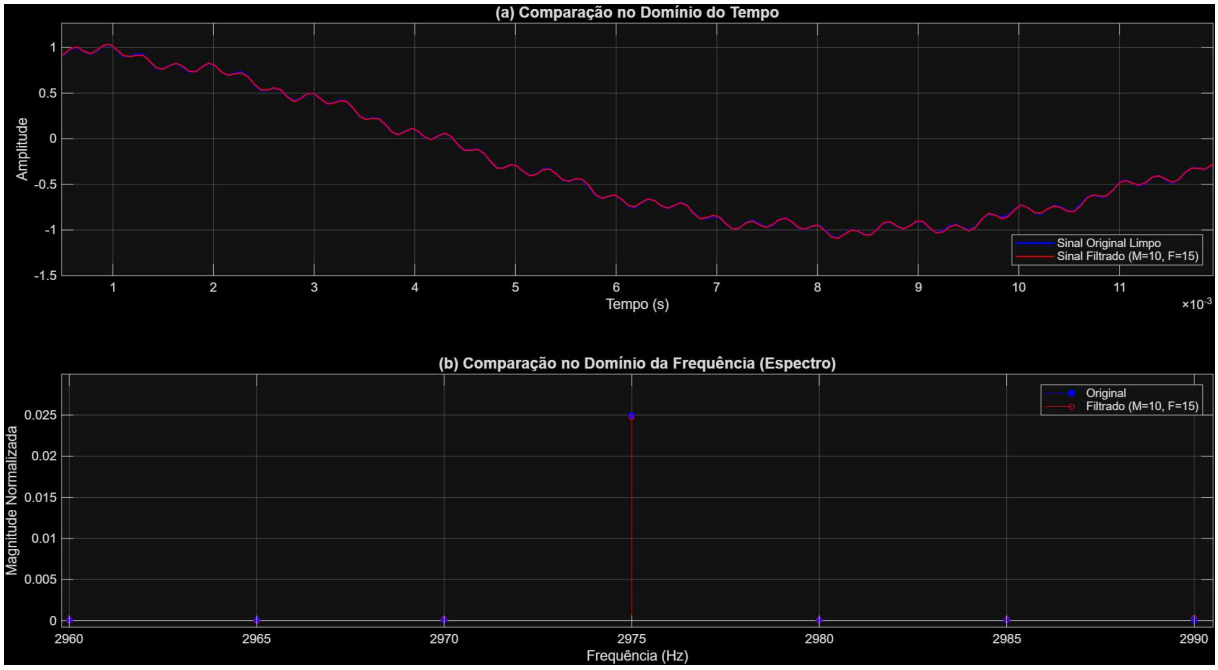


Figura 9 – Efeito do filtro SG otimizado (M=10, F=15), zoom para evidenciar a funcionalidade do filtro e o motivo de sua escolha, com foco novamente, para comparação, na 50ª harmônica.

A comparação visual corrobora a análise quantitativa: a escolha de uma ordem polinomial elevada foi crucial para o sucesso da filtragem. A busca revelou que a configuração ótima para o cenário de teste foi a de **ordem M=10 e janela F=15**.

Utilizando esta configuração otimizada, a análise de desempenho foi repetida para toda a faixa de SNR. Os resultados, compilados na Tabela 3, demonstram o sucesso e os limites da abordagem.

Tabela 3 – Comparação do EQM em reamostragem com a configuração otimizada do filtro SG (Nppc=256, M=10, F=15).

SNR (dB)	EQM (Sem Filtro)	EQM (Com Filtro SG)	Melhoria (%)
30	$3,33 \times 10^{-4}$	$2,35 \times 10^{-4}$	29,55
40	$3,32 \times 10^{-5}$	$2,36 \times 10^{-5}$	28,96
50	$3,32 \times 10^{-6}$	$2,56 \times 10^{-6}$	22,76
60	$3,31 \times 10^{-7}$	$4,58 \times 10^{-7}$	-38,53

Nota: A melhoria torna-se negativa em SNR=60 dB, indicando que o erro de distorção residual do filtro, embora pequeno, é maior que o nível de ruído extremamente baixo do sinal original.

Os resultados demonstram que a pré-filtragem com a configuração otimizada foi eficaz para sinais com ruído relevante (SNR de 30 a 50 dB), reduzindo o EQM em até **29,55%**. A escolha de uma ordem polinomial elevada (M=10) foi crucial, pois conferiu ao filtro flexibilidade suficiente para modelar as rápidas oscilações dos harmônicos, resultando em uma suavização de ruído com mínima distorção.

Contudo, a análise também identificou o limite de atuação do filtro. No cenário de SNR=60 dB, onde o sinal de entrada é extremamente limpo, o erro de distorção residual inerente ao filtro, ainda que muito pequeno, tornou-se maior que o erro de ruído original. Isso resultou em uma degradação do desempenho, evidenciada pela melhoria negativa. Tal achado caracteriza seu comportamento de forma completa, definindo seu ótimo intervalo de operação e demonstrando que, para sinais de altíssima qualidade, a melhor estratégia pode ser não aplicar qualquer filtragem.

4.2.2 Análise Comparativa como Filtro Derivador

A investigação final deste trabalho consistiu em uma análise de desempenho aprofundada do filtro Savitzky-Golay como diferenciador numérico, em comparação com outras técnicas FIR clássicas. A análise foi conduzida para determinar a configuração SG ótima e compará-la com os demais filtros em um cenário de sinal senoidal de 60 Hz sob diversos níveis de ruído.

Os resultados da comparação são compilados na Tabela 4 e ilustrados na Figura 10.

Tabela 4 – Erro Absoluto Médio (EAM) para um sinal senoidal de 60 Hz.

SNR (dB)	**SG (M=3, F=11)**	**FD**	**CD**	**Lanczos**	**SL1**
0	2.187,1	12.352,0	6.221,1	2.751,4	8.357,5
10	798,92	3.879,1	1.932,3	863,49	2.591,7
20	510,46	1.195,4	606,12	269,34	815,98
30	481,28	376,90	190,10	83,88	255,26
40	479,53	123,49	61,39	27,17	82,53
50	479,23	38,33	19,27	8,74	25,82

Os resultados para o filtro SG se referem à configuração M=3 e F=11, utilizada como linha de base.

A análise dos resultados revela um claro compromisso (*trade-off*) entre a robustez a ruído e a precisão em sinais limpos. Em cenários de ruído intenso (SNR $\leq$ 10 dB), o filtro Savitzky-Golay demonstrou ser a ferramenta mais eficaz. Sua capacidade intrínseca de suavizar o sinal antes de calcular a derivada permitiu uma redução de erro superior.

Contudo, para sinais de menor ruído (SNR $\geq$ 20 dB), o desempenho do filtro SG estagna em um "piso de erro"de aproximação, sendo superado pelo filtro de Lanczos. Uma busca exaustiva por outros parâmetros do filtro SG confirmou que, embora diferentes combinações alterem o erro, nenhuma foi capaz de superar o desempenho do filtro de Lanczos para sinais com ruído baixo a moderado. Para SNR=30 dB, a melhor configuração SG (M=3, F=25) apresentou um EAM de 478,15, enquanto o filtro de Lanczos alcançou um EAM de 83,88.

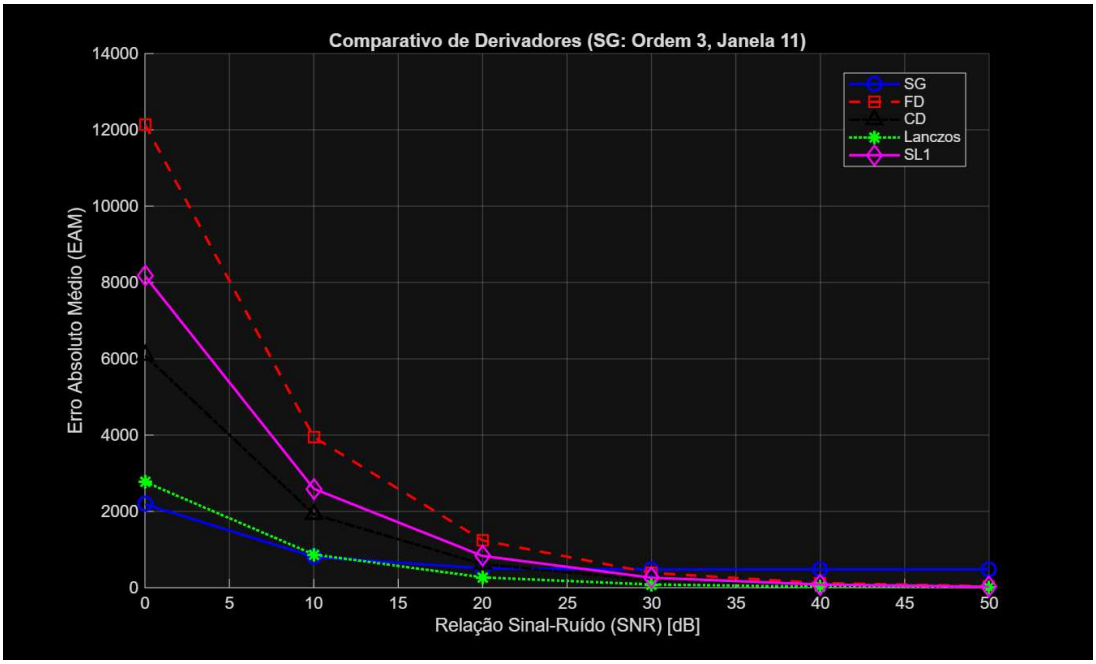


Figura 10 – Comparação de desempenho de filtros diferenciadores para o sinal senoidal de frequência fixa (EAM em escala logarítmica).

Conclui-se, portanto, que a escolha do filtro diferenciador ideal é dependente do nível de ruído esperado: o filtro SG é a escolha preferencial para ambientes de muito baixa SNR, enquanto o filtro de Lanczos é fundamentalmente superior para aplicações de maior fidelidade, devido ao seu design ser mais adequado à natureza de sinais senoidais. Este achado experimental está alinhado com a literatura, que aponta que o modelo de aproximação polinomial do filtro SG possui limitações inerentes em comparação com filtros otimizados para sinais de banda limitada (SCHMID; RATH; DIEBOLD, 2022).

4.3 Síntese do Capítulo

Em suma, os resultados deste capítulo pintam um quadro multifacetado do filtro Savitzky-Golay. A sua eficácia como ferramenta de pré-processamento não é universal, mas sim fortemente dependente do domínio (tempo ou frequência) e da natureza da tarefa de análise subsequente. Enquanto se mostrou inadequado para a estimação fasorial via DFT em regime síncrono,sua aplicação, quando otimizada, foi fundamental para o sucesso da reamostragem, e se provou uma ferramenta robusta para a diferenciação de sinais em ambientes de alto ruído.

5 Conclusão

Este Trabalho de Conclusão de Curso investigou a aplicação do filtro Savitzky-Golay (SG) como uma ferramenta para a redução de ruído em três cenários distintos relacionados ao processamento de sinais em sistemas elétricos de potência: estimação fasorial, reamostragem de sinais com frequência fora do nominal e diferenciação numérica.

A partir das simulações e análises detalhadas no Capítulo 4, foram obtidas conclusões que tanto validam a eficácia do filtro quanto, de forma igualmente importante, estabelecem seus limites de aplicação. Os principais achados são:

- **Na estimação fasorial,** contrariando a hipótese inicial, a pré-filtragem com SG mostrou-se **ineficaz e até mesmo prejudicial** para a estimação via DFT em regime síncrono. A análise revelou que o menor Erro Vetorial Total (TVE) foi obtido na ausência de qualquer filtragem no domínio do tempo. Isso se deve à própria natureza da DFT, que atua como um banco de filtros passa-faixa de altíssima seletividade, superando a capacidade do filtro SG para esta aplicação específica.

- **Na aplicação de reamostragem,** uma **configuração otimizada** do filtro SG (com ordem polinomial elevada, M=10) demonstrou ser uma estratégia benéfica para sinais com ruído relevante. A redução do Erro Quadrático Médio (EQM) foi substancial, chegando a **29,55%** em SNR de 30 dB. Contudo, a análise também revelou o limite de atuação do filtro, que passou a degradar o desempenho em sinais com ruído extremamente baixo (SNR=60 dB), onde seu erro de distorção residual se tornou dominante.

- **Na tarefa de diferenciação,** os resultados revelaram um claro compromisso. O filtro SG se mostrou a ferramenta mais robusta e precisa em cenários de **ruído muito intenso (SNR $\leq$ 10 dB)**. No entanto, para sinais mais limpos, seu desempenho foi consistentemente superado pelo filtro de Lanczos, que, apesar de mais sensível a ruído, possui um erro de aproximação fundamentalmente menor para sinais senoidais.

Em suma, este trabalho conclui que o filtro Savitzky-Golay não é uma ferramenta universal, mas sim uma técnica especializada cuja eficácia é **criticamente dependente do contexto da aplicação**. Enquanto demonstrou ser uma solução de ponta para tarefas no **domínio do tempo**,

como a **suavização para reamostragem** (desde que otimizado) e como um **diferenciador robusto em ambientes de alto ruído**, sua utilidade como pré-processador para análises no **domínio da frequência**, como a estimação fasorial via DFT, é limitada e contraintuitiva. A principal contribuição deste TCC é a demonstração empírica de que a ferramenta de análise subsequente (neste caso, a DFT) pode possuir características de filtragem inerentes que tornam o pré-processamento redundante ou até prejudicial.

Trabalhos Futuros

Como desdobramento deste trabalho, algumas linhas de pesquisa futura são sugeridas:

- Análise de desempenho do filtro SG em cenários de estimação fasorial com amostragem assíncrona, onde o vazamento espectral é um desafio adicional e a pré-filtragem pode, potencialmente, oferecer benefícios.
- Investigação de variantes do filtro SG, como a versão ponderada (*Weighted SG*), para verificar se é possível melhorar a preservação de harmônicas em tarefas de suavização geral.
- Comparação do desempenho do filtro SG com técnicas mais avançadas em tarefas de domínio do tempo, como filtros adaptativos (LMS, RLS) ou métodos baseados em Wavelets.
- Estudo de outras técnicas de pré-processamento no domínio do tempo que sejam projetadas especificamente para não distorcer a forma de onda senoidal, avaliando seu impacto na estimação via DFT.
- Aplicação da metodologia em sinais reais, obtidos de um sistema de medição fasorial, para validação dos resultados obtidos em simulação.

Referências

CARVALHO, P. D. et al. Closed-form expressions to estimate the mean and variance of the total vector error. **Energies**, v. 14, n. 15, p. 4641, 2021. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1996-1073/14/15/4641>.

IEC/IEEE. **IEC/IEEE 60255-118-1:2018 — Measuring relays and protection equipment — Part 118-1: Synchrophasors for power systems — Measurements**. Geneva, 2018. Norma técnica.

IEEE Power and Energy Society. **IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems**. [S.l.], 2011.

KAY, S. M. **Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993. I.

LODETTI, S. et al. Noise reduction of power quality measurements with time-frequency depth analysis. In: **2019 International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)**. [s.n.], 2019. p. 1–6. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/331880717_Noise_Reduction_of_Power_Quality_Measurements_with_Time-Frequency_Depth_Analysis>.

LODETTI, S. et al. Phasor estimation for grid power monitoring: Least square vs. linear kalman filter. **Energies**, v. 13, n. 10, p. 2456, 2020. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1996-1073/13/10/2456>.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.; BUCK, J. R. **Discrete-Time Signal Processing**. 3. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2010. ISBN 978-0131988422.

SAVITZKY, A.; GOLAY, M. J. E. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures. **Analytical Chemistry**, v. 36, n. 8, p. 1627–1639, 1964.

SCHAFER, R. W. On the frequency-domain properties of savitzky-golay filters. In: **2011 Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting (DSP/SPE)**. Sedona, AZ, USA: [s.n.], 2011.

SCHAFER, R. W. What is a savitzky-golay filter? [lecture notes]. **IEEE Signal Processing Magazine**, v. 28, n. 4, p. 111–117, 2011.

SCHETTINO, B. M. **Método para detecção e compensação dos efeitos causados pela saturação dos TCs de proteção com meios adaptativos para mitigação da influência do ruído e dos desvios de frequência**. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2015.

SCHMID, M.; RATH, D.; DIEBOLD, U. Why and how savitzky-golay filters should be replaced. **ACS Measurement Science Au**, v. 2, p. 185–196, 2022.

A Código Fonte Principal

Esta seção apresenta o código fonte do script principal de automação, desenvolvido em MATLAB, para realizar a análise de Monte Carlo da estimação fasorial. Este script foi responsável por gerar os dados apresentados na Seção 4.1, testando exaustivamente o filtro Savitzky-Golay em centenas de combinações de parâmetros.

```
%% SCRIPT DE AUTOMACAO PARA ANALISE DE TVE
% Autor: Leandro Augusto Werneck Silva
% TCC em Engenharia Eletrica - UFJF, 2025
%
% Objetivo:
% Realizar uma simulacao de Monte Carlo para avaliar o desempenho do
% filtro Savitzky-Golay na estimacao fasorial, medido pelo TVE, sob
% diferentes condicoes de Nppc, ordem (M), janela (F), SNR e
   amplitude
% de harmonicos (A).

%% 1. PARAMETROS DA SIMULACAO
% ========================================================================
Nppc_values = [64, 128, 256, 512];
M_values    = [2, 3, 4, 5];
F_values    = [5, 7, 9, 11];
SNR_values  = [30, 40, 50, 60];
A_values    = [0.01, 0.02, 0.05];
num_runs    = 100; % Numero de execucoes para a media de Monte Carlo

% Inicializa a estrutura para armazenar os resultados
results = struct();
idx = 1;

%% 2. LOOP PRINCIPAL DE SIMULACAO (MONTE CARLO)
% ========================================================================
for Nppc = Nppc_values
```

```
27      Fs = Nppc * 60;
28      N  = 12 * Nppc;
29
30      for M = M_values
31          for F = F_values
32              % Pula combinacoes de parametros invalidas para o filtro
                    SG
33              if mod(F, 2) == 0 || F <= M + 1 || F >= N
34                  continue;
35              end
36
37              for SNR = SNR_values
38                  for A = A_values
39
40                      TVE_means = zeros(1, num_runs);
41                      TVE_maxs  = zeros(1, num_runs);
42
43                      for run = 1:num_runs
44                          % Geracao do sinal de referencia
45                          t = (0:N-1)/Fs;
46                          x = (cos(2*pi*60*t) + A*cos(2*pi*60*15*t +
                                pi/4) + A*cos(2*pi*60*50*t + pi/3))';
47
48                          % Adicao de ruido AWGN
49                          xn = awgn(x, SNR, 'measured');
50
51                          % Aplicacao do filtro SG com tratamento de
                                bordas
52                          [b, ~] = sgolay(M, F);
53                          center_idx = (F + 1) / 2;
54                          ycenter = conv(xn, b(center_idx, :),
                                'valid');
55                          ybegin  = b(end:-1:(F+3)/2, :) * xn(F:-1:1);
56                          yend    = b((F-1)/2:-1:1, :) *
```

```
                        xn(end:-1:end-(F-1));
57                      y       = [ybegin; ycenter; yend];
58
59                      % Calculo do TVE
60                      X_fft = fft(x) / N;
61                      Y_fft = fft(y) / N;
62                      valid_indices = abs(X_fft) > 1e-6; % Evita
                            divisao por zero
63                      TVE = abs(X_fft(valid_indices) -
                            Y_fft(valid_indices)) ./
                            abs(X_fft(valid_indices)) * 100;
64
65                      TVE_means(run) = mean(TVE);
66                      TVE_maxs(run)  = max(TVE);
67                  end
68
69                  % Armazena a media dos resultados das execucoes
70                  results(idx).Nppc     = Nppc;
71                  results(idx).M        = M;
72                  results(idx).F        = F;
73                  results(idx).SNR      = SNR;
74                  results(idx).A        = A;
75                  results(idx).TVE_mean = mean(TVE_means);
76                  results(idx).TVE_max  = mean(TVE_maxs);
77                  idx = idx + 1;
78              end
79          end
80      end
81  end
82 end
83
84 %% 3. POS-PROCESSAMENTO E ANALISE DOS DADOS
85 % ========================================================================
86 % Salva a estrutura completa de resultados
```

```
87 save('tve_results_complete.mat', 'results');
88
89 % Converte a estrutura em uma tabela para facil manipulacao
90 T = struct2table(results);
91
92 % Ordena a tabela por criterios de interesse
93 T = sortrows(T, {'SNR', 'Nppc', 'A', 'M', 'F'});
94
95 % Salva a tabela completa em formato CSV
96 writetable(T, 'tve_summary_complete.csv');
97
98 % Exemplo de filtragem e salvamento de um subconjunto de resultados
99 T_baixo_erro = T(T.TVE_max < 1.0, :);
100 T_baixo_erro = sortrows(T_baixo_erro, {'Nppc', 'TVE_max',
    'TVE_mean'});
101 writetable(T_baixo_erro, 'tve_summary_baixo_erro.csv');
102
103 %% 4. GERACAO AUTOMATICA DE GRAFICOS (EXEMPLO)
104 % ========================================================================
105 M_fixed = 4;
106 F_fixed = 5;
107 Nppc_list = unique(T.Nppc);
108 A_list    = unique(T.A);
109
110 for i = 1:length(Nppc_list)
111     Nppc_val = Nppc_list(i);
112     for j = 1:length(A_list)
113         A_val = A_list(j);
114
115         % Filtra a tabela para os parametros do grafico atual
116         T_sub = T(T.Nppc == Nppc_val & T.M == M_fixed & T.F ==
            F_fixed & T.A == A_val, :);
117         T_sub = sortrows(T_sub, 'SNR');
118
```

```
119         if isempty(T_sub)
120             continue;
121         end
122
123         % Plotagem
124         figure;
125         bar(T_sub.SNR, [T_sub.TVE_mean, T_sub.TVE_max]);
126         xlabel('SNR (dB)');
127         ylabel('TVE (%)');
128         legend({'TVE medio', 'TVE maximo'}, 'Location', 'northwest');
129         title(sprintf('Nppc = %d, A = %.2f (M = %d, F = %d)',
               Nppc_val, A_val, M_fixed, F_fixed));
130         grid on;
131
132         % Salva a figura gerada
133         filename = sprintf('grafico_TVE_Nppc_%d_A_%.2f.png',
               Nppc_val, A_val);
134         exportgraphics(gcf, filename, 'Resolution', 300);
135     end
136 end
```

Listing A.1 – Script de automação para a análise de TVE

Repositório de Código Completo

Para garantir a completa reprodutibilidade deste trabalho e permitir o acesso a todos os scripts de simulação, funções de busca de parâmetros e arquivos de dados, o código fonte integral foi disponibilizado em um repositório público no GitHub, acessível em:

<https://github.com/LeandroAWS/
AN-LISE-DO-FILTRO-SAVITZKY-GOLAY-PARA-REDU-O-DE-RU-DO>