

Universidade Federal de Juiz de Fora
Instituto de Ciências Exatas/ Faculdade de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional

Taís de Medeiros Pedreira

**Um estudo sobre os métodos de amortecimento exponencial para a previsão
de carga a curto prazo**

Juiz de Fora

2018

Taís de Medeiros Pedreira

**Um estudo sobre os métodos de amortecimento exponencial para a previsão
de carga a curto prazo**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Orientador: Henrique Steinherz Hippert

Juiz de Fora

2018

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Pedreira, Taís de Medeiros.

Um estudo sobre os métodos de amortecimento exponencial para a
previsão de carga a curto prazo / Taís de Medeiros Pedreira. – 2018.
47 f. : il.

Orientador: Henrique Steinherz Hippert

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto
de Ciências Exatas/ Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação
em Modelagem Computacional, 2018.

1. Método de Previsão. 2. Previsão de Carga de Energia Elétrica. 3.
Amortecimento Exponencial. I. Hippert, Henrique S. II. Título.

Taís de Medeiros Pedreira

Um estudo sobre os métodos de amortecimento exponencial para a previsão
de carga a curto prazo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Henrique Steinherz Hippert - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Marcel de Toledo Vieira - Membro Interno
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dra. Eliane da Silva Christo - Membro Externo
Universidade Federal Fluminense

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pela sua infinita misericórdia que me permitiu sorrir mesmo nos dias mais difíceis ao encher meu coração de esperança, sabedoria e alegria.

Aos meus pais, Valdenor e Isabel, minha irmã Délis pelas inúmeras ligações cheia de saudade e amor, agradeço pelo apoio, incentivo, carinho e orações, mesmo tão distante de casa, não me esqueceram nem por um dia se quer. Especialmente, à minha mãe Isabel por acreditar em mim, mesmo quando nem eu mesma acreditei.

Ao meu querido orientador e professor, Henrique, pela infinita paciência comigo a cada nova dúvida, por fazer muito mais que as obrigações de um orientador. Nesse trabalho ganhei muito mais que um orientador, conquistei um melhor amigo.

Aos amigos que conheci nessa jornada e amenizaram a solidão de estar tão longe de casa: Lizeth, Cris, Flávio, Glelson, Lázaro, Vladimir, Adalton, Julio, Juan, Walberto, Pavel, Santiago, Hugo, Aline, Sarah, Carol e Renan.

Aos que me apresentaram Juiz de Fora, Erasmo e Livia, alegraram os meus dias e me ajudaram das mais diversas formas. Obrigada, são irmãos pra vida toda.

À Isabela e Luanna, amigas/irmãs que ganhei ao chegar aqui em JF, e agora moram pra sempre em meu coração. Ao Yago, pela ajuda e tutorias no MATLAB, principalmente pela amizade.

À minha família adotiva, Cida, Guedes, vó Mili e Vinícuis, por me acolher tão bem, com tanto amor e carinho, pelas orações, passeios, lanches, companhias e por vibrar comigo a cada mini vitória.

À todos os meus amigos/irmãos em Cristo que sempre oraram por mim. Que Jesus abençoe vocês!

Aos amigos do PGMC, que deixaram o laboratório um ambiente mais leve e agradável em cada uma das 30h semanais. Especialmente, Cinara, Yulia, Marcus, Emmanuel, Jonathan, Maicon, Camila, Vinicius, Denner, Cleiston e Elias que além da ajuda nos trabalhos, desempenharam um papel semelhante à psicólogo e fotógrafo.

Aos professores do programa, pelo conhecimento oferecido, especialmente ao prof. Rafael Bonfim pelos conselhos e sugestões.

À Samantha, Renata Kelmer, Renata Rodrigues e Maíra, por todo suporte e alegria todos os dias.

Ao PGMC pela estrutura e à ProPG pela bolsa para financiar o estudo desse.

"Grandes coisas fez o Senhor por nós, pelas quais estamos alegres."

Salmos 126:3

RESUMO

As previsões a curto prazo da carga elétrica (de algumas horas até alguns dias à frente) são essenciais para o planejamento, controle e operação dos sistemas de energia, tanto por razões técnicas quanto financeiras. Como não é possível estocar grandes quantidades, torna-se indispensável uma maneira eficaz de programar a produção da energia para que ela atenda a demanda. Por conta disso, uma grande literatura desenvolveu-se sobre o assunto. Devido à complexidade das séries de carga e à dependência não-linear destas carga em relação a diversas variáveis exógenas, os sistemas de previsão mais frequentemente propostos em trabalhos recentes são aqueles baseados em algoritmos complexos de inteligência computacional. No entanto, métodos lineares simples ainda são muito comumente usados, por si sós ou em combinação com técnicas não-lineares. Um desses métodos é o de Holt-Winters-Taylor, que é uma adaptação do conhecido método de amortecimento exponencial de Holt-Winters para que múltiplas sazonalidades possam ser modelados concomitantemente. Este trabalho implementa três variantes deste método HWT e analisa seus desempenhos em duas séries de dados reais de carga. Verificou-se que uma combinação linear dessas variantes nitidamente supera o método HWT original e fornece previsões precisas, com um baixo custo computacional.

Palavras-chave: Método de Previsão. Previsão de Carga de Energia Elétrica. Amortecimento Exponencial.

ABSTRACT

Short-term load forecasts (forecasts for horizons ranging from a few hours to a few days ahead) are essential for the planning, controlling and operation of energy systems, both for technical and financial reasons. Since it is not feasible to store energy in large quantities, an efficient way to forecast energy demand becomes indispensable. Because of this, a large literature has developed on the subject. Due to the complexity of load series and the nonlinear relationship of the load with exogenous variables, the most frequently proposed forecasting systems in recent papers are those based on complex algorithms of computational intelligence. However, simple linear methods are still very frequently used, either alone or in combination with non-linear techniques. One of these methods is Holt-Winters-Taylor (HWT), which is an adaptation of the well-known Holt-Winters exponential smoothing method, modified so that multiple seasonalities can be modeled at the same time. In this paper, we implement three variants of this HWT method and analyze their performances over two sets of actual load data. We found that a linear combination of these variants clearly outperforms the original HWT method, and provides accurate forecasts at a low computational cost.

Key-words: Short-term load forecasting. Exponential smoothing. Combination of forecasts.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Previsão por Amortecimento Exponencial Simples em uma semana na série do Rio de Janeiro	16
Figura 2 – Previsão por Amortecimento Exponencial de Holt em uma semana na série do Rio de Janeiro	17
Figura 3 – Previsão por Amortecimento Exponencial de Holt-Winters Aditivo em uma semana na série do Rio de Janeiro	19
Figura 4 – Previsão por Amortecimento Exponencial de Holt-Winters Multiplicativo em uma semana na série do Rio de Janeiro	20
Figura 5 – Cargas elétricas medida em uma semana do Rio de Janeiro	26
Figura 6 – Cargas elétricas medidas em duas semanas, inverno e verão (Rio de Janeiro)	26
Figura 7 – Cargas elétricas medidas em dois anos (Rio de Janeiro)	27
Figura 8 – Cargas elétricas medidas em duas semanas, inverno e verão (Nova Iorque)	28
Figura 9 – Cargas elétricas medidas em dois anos (Nova Iorque)	28
Figura 10 – Previsão Naïve 24 horas a frente	30
Figura 11 – Previsão Naïve 168 horas a frente	30
Figura 12 – Previsão HWT_1	33
Figura 13 – Fatores sazonais diários e semanais para a semana	34
Figura 14 – Previsão HWT_2	35
Figura 15 – Previsão HWT_3	37
Figura 16 – Previsão HWT_4	38
Figura 17 – MAPEs observados na Amostra 4 a cada hora do dia (Combinação)	42
Figura 18 – MAPEs observados na Amostra 4 a cada hora do dia (Combinação)	42
Figura 19 – MAPEs observados na Amostra 5 a cada hora do dia (Combinação)	44

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
HWT	Holt-Winters-Taylor
AES	Amortecimento Exponencial Simples
MAPE	Mean Absolute Percentage Error
BFGS	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
L-BFGS-B	Limited-memory BFGS

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	OBJETIVO	12
2	REVISÃO DA LITERATURA	14
2.1	Métodos de Amortecimento Exponencial para previsão	14
2.2	PREVISÃO POR AMORTECIMENTO EXPONENCIAL SIMPLES	14
2.3	PREVISÃO POR AMORTECIMENTO EXPONENCIAL DE HOLT	16
2.4	PREVISÃO POR AMORTECIMENTO EXPONENCIAL DE HOLT- WINTERS	17
2.5	PREVISÃO POR AMORTECIMENTO EXPONENCIAL DE HOLT- WINTERS-TAYLOR	20
3	MATERIAIS E MÉTODOS	25
3.1	MATERIAIS	25
3.1.1	Partição das séries de cargas	27
3.2	MÉTODOS	29
3.2.1	Previsão Naïve	29
3.2.2	Método HWT_1	32
3.2.3	Método HWT_2	34
3.2.4	Método HWT_3	35
3.2.5	Método HWT_4	37
3.2.6	Combinação dos métodos	39
3.3	MEDIDAS DE ERRO	40
3.4	OPTIM()	40
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	41
4.1	RESULTADOS - RIO DE JANEIRO	41
4.2	RESULTADOS - NOVA IORQUE	43
5	CONCLUSÃO	45
	REFERÊNCIAS	46

1 INTRODUÇÃO

Uma das ferramentas mais importantes para o desenvolvimento econômico e social é a eletricidade. No Brasil, seu consumo tem aumentado consideravelmente, já que estamos acostumados pela comodidade e facilidade que ela normalmente nos proporciona e torna-se indispensável um método para garantir uma eficaz geração de energia.

Com tamanha demanda e necessidade, o consumo cada vez maior e acelerado, a energia precisa ser gerada em maior quantidade e com maior qualidade. A energia elétrica provém de energia mecânica, gerada por meio de turbinas que se transformam em energia elétrica, procurando sempre por maneira eficiente de obtê-la.

O mercado de energia elétrica que no seu início foi bem desregulamentado, por ser na sua maioria trazida por grandes empresários para ser utilizado e assim facilitar e aumentar a produção nas suas indústrias. Com o tempo, o cenário elétrico passou por uma grande mudança, principalmente no início dos anos 80, e continua ocorrendo em praticamente todo o mundo, de modo a melhorar a eficiência com novas regras e estruturas, na geração e comercialização de energia.

Atualmente no Brasil isso é feito por meio da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), que tem entre as suas funções de [1], por exemplo, regularizar, fiscalizar e estabelecer tarifas.

Se a procura tem sido cada vez maior, já que a eletricidade se tornou, depois da privatização, uma *commodity*¹ vendida no mercado como qualquer outra, deixando esse mercado bem atrativo, com seu preço sendo definido pela demanda prevista, a eletricidade tem uma peculiaridade que a torna diferente das demais *commodities*: uma vez que não há forma viável de armazená-la em grande escala, a produção tem que igualar a demanda a cada instante.

Previsões de demanda são, portanto, essenciais para evitar a produção em excesso (que levaria ao desperdício de recursos), ou a produção insuficiente (que acarretaria falhas no abastecimento). Assim, evitamos, como por exemplo, gastos indevidos dos recursos, acidentes, multas pela ANEEL ou falhas no abastecimento. A produção de energia deve satisfazer a demanda, sem que haja perda nem para quem produz e nem para quem consome.

O equilíbrio entre oferta e demanda não é alcançado apenas aumentando a oferta. É possível e desejável atuar também pelo lado da demanda. Nesse sentido, é de grande

¹ *Commodities* com origem do inglês, podem ser definidas como mercadorias, possuem características uniformes e funcionam como matéria-prima, produzidos em escala e por diferentes produtores. O preço é definido em nível global, negociado em bolsas de valores, como uma consequência da oferta e demanda, e não pela empresa que a produz, uma vez que sua “marca” não importa tanto.

relevância a busca da eficiência energética. Assim, notamos a importância das previsões de curto prazo dos mercados energéticos, demonstrando a necessidade da busca por métodos com erros cometidos cada vez menor, uma vez que várias companhias de concessão compram energia elétrica em leilões.

A operação de um sistema de potência requer que sejam feitas continuamente previsões da carga em instantes futuros, para o apoio à tomada de decisões. Em particular, previsões a curto prazo (de algumas horas até alguns dias à frente) são necessárias para otimizar a utilização dos recursos, por exemplo, para programar a entrada em serviço de unidades geradoras, ou para o despacho de cargas. Estas previsões, além disso, são a base para a fixação do preço da energia.

Isto fez com que a previsão de cargas se tornasse uma área de pesquisa bastante explorada nos últimos 20 anos. Uma busca no site de "Periódicos" da CAPES usando as palavras chave load forecasting, por exemplo, resultou em 293 artigos publicados nos últimos cinco anos (2013-2018).

Numa recente competição de previsão de séries de carga [3], por exemplo, as três equipes vencedoras utilizaram métodos baseados em regressão linear. Alguns autores argumentam que modelos multivariados, incluindo variáveis exógenas, nem sempre levam a um melhor desempenho preditivo nas previsões a curto prazo. Estes autores consideram que a relação entre carga e temperatura já se encontra de certa forma embutida no passado da séries de carga [12];

No curto prazo, uma técnica desenvolvida para trabalhar especificamente com séries de carga é o método de amortecimento exponencial duplo [11], uma versão do método de Holt-Winters, modificado para permitir a modelagem de séries com dois padrões sazonais simultâneos. Este método Holt-Winters-Taylor (HWT) mostrou bom desempenho em vários testes empíricos realizados (por exemplo, [13] [14] [15]). Além disso, tem sido experimentado com frequência em associação com modelos não-lineares mais complexos, especialmente os de inteligência computacional, formando sistemas de previsões (por exemplo, [5] [6] [7] [8] [9] [10] [16]).

1.1 OBJETIVO

O método de Holt-Winters-Taylor, todavia, ainda tem algumas limitações, e isso justifica uma pesquisa com a finalidade de aprimorar ainda mais o seu desempenho, mesmo que a redução do erro de previsão resultante possa parecer à primeira vista não ser de grande importância prática. Este trabalho tem como objetivo, implementar e testar três variantes do método HWT, que diferem do método original pelo fato de incorporarem três ou mais sazonalidades simultaneamente. Estas variantes terão o seu desempenho preditivo avaliado por meio de testes empíricos feitas sobre duas bases de dados reais, uma série de

cargas elétricas medidas no Rio de Janeiro e uma série de carga elétrica medida em Nova Iorque.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Uma série temporal é um conjunto de observações feitas sequencialmente ao longo do tempo (não necessariamente igualmente espaçadas). Enquanto, em modelos de regressão, a ordem das observações é irrelevante para a análise, em séries temporais a ordem dos dados é fundamental.

Ao analisar as séries temporais notamos padrões de comportamentos importantes, tais como, tendências de crescimento (ou decrescimento), padrões cíclicos, alterações estruturais, dentre outras coisas. Os dados sobre a demanda de energia são apresentados como séries temporais de cargas elétricas.

Definiremos a sazonalidade como o padrão regular e periódico de um determinado fenômeno. Esse padrão, geralmente, está relacionado a fatores físicos externos à série, denotados por s_1 e s_2 são os períodos sazonais diário e semanal, respectivamente.

2.1 Métodos de Amortecimento Exponencial para previsão

Os métodos de Amortecimento Exponencial formam uma classe de métodos de previsão baseados em modelos lineares cujos parâmetros são estimados recursivamente por meio de regras heurísticas. Estes métodos são empíricos, e não fazem pressuposições sobre as características estatísticas da séries; por isso, são muito simples em termos conceituais, e amplamente empregados em aplicações práticas de previsão. Por outro lado, sua desvantagem é a de não permitirem a construção de intervalos de confiança para as previsões, já que não se baseiam em modelos probabilísticos. (Os modelos ARIMA, em contraste, são baseados na teoria de processos estocásticos e exigem normalidade dos dados; são por isso conceitualmente muito mais complexos, mas permitem a previsão intervalar). Para uma visão geral dos métodos de amortecimento exponencial, [20] e [18]. Nesta seção, faremos uma introdução breve ao assunto, apresentando de forma sucinta os passos que levam do método mais elementar, o de amortecimento exponencial simples, até o de amortecimento exponencial de Holt-Winters-Taylor, que será a ferramenta básica para este trabalho.

2.2 PREVISÃO POR AMORTECIMENTO EXPONENCIAL SIMPLES

A ideia central nesse método aqui apresentado é que a média seja ponderada com as observações recebendo pesos decrescentes, quanto mais velha, menor o peso que ela recebe, isto é:

$$Z_t = \alpha_1 Y_t + \alpha_2 Y_{t-1} + \alpha_3 Y_{t-2} + \alpha_4 Y_{t-3} + \dots$$

Onde:

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \dots$$

Porém, teríamos excessivo trabalho para estimar todas estas constantes α_i .

O método de amortecimento exponencial resolve o problema de uma forma mais simples, usando apenas uma constante α com os pesos determinadas por potências sucessivas desta constante:

$$Z_t = \alpha Y_t + \alpha(1 - \alpha)Y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 Y_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^3 Y_{t-3} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^t Y_0$$

Como $0 < \alpha < 1$ e $0 < (1 - \alpha) < 1$, os pesos $(1 - \alpha)^k \rightarrow 0$ quando $k \rightarrow \infty$. Portanto, o maior peso é dado à observação mais recente (Y_t), e os pesos seguintes decrescem exponencialmente.

A equação revela uma outra interpretação possível do método: a cada passo, a previsão vai sendo corrigida por uma parcela do último erro observado, se a previsão foi baixa, será aumentada, e se foi alta, será abaixada. Assim temos:

$$Z_{t+k} = \alpha Y_t + (1 - \alpha)Z_t \tag{2.1}$$

Onde:

Z_t : previsão da carga na hora t

Y_t : carga observada na hora t

α : constante de amortecimento

k : horizonte de previsão (número de horas à frente)

A Figura 1 mostra a previsão por Amortecimento Exponencial Simples em uma semana de observação da série do Rio de Janeiro utilizada nesse trabalho, onde podemos notar que este método não modela a sazonalidade apresentada nesses dados.

Portanto, quanto menor for a constante de amortecimento α (próximo de 0), mais “estável” será a previsão, temos o decaimento dos pesos lento e a diferença de pesos entre observações recentes e antigas não é relevante. E o que se obtém dessa previsão é uma que se aproxima daquela obtida pela média global.

Por outro lado, quanto maior a constante de amortecimento α (próximo de 1), mais “instável” será a previsão, as observações recentes tornam-se muito mais relevantes que as previsões que as observações mais antigas e com os valores passados pelo método, sendo então necessária uma peso decrescente aproximando-se daquela do previsor *naïve*.

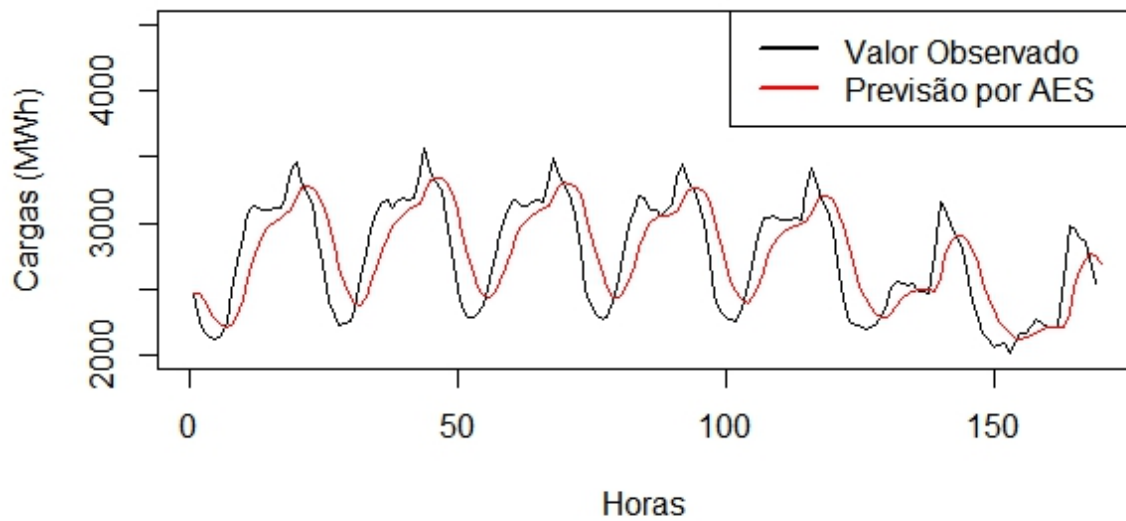


Figura 1 – Previsão por Amortecimento Exponencial Simples em uma semana na série do Rio de Janeiro

2.3 PREVISÃO POR AMORTECIMENTO EXPONENCIAL DE HOLT

O método de amortecimento exponencial de Holt é baseado na decomposição da série em dois componentes, nível (a_t) e tendência (b_t), e usa duas equações recursivas, com duas constante de amortecimento α e β , para atualização destas componentes. A previsão é dada por:

$$Z_{t+k} = a_t + b_t k \quad (2.2)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha Y_t + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Onde:

Z_t : previsão da carga na hora t

Y_t : carga observada na hora t

k : horizonte de previsão (número de horas à frente)

a_t : nível da série

b_t : tendência da série

α e β : constantes de amortecimento

A Figura 2, mostra a previsão por Amortecimento Exponencial de Holt em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho, notamos novamente que este método não modela a sazonalidade apresentada nesses dados, porém, tem uma pequena melhora quando comparado ao método anterior.

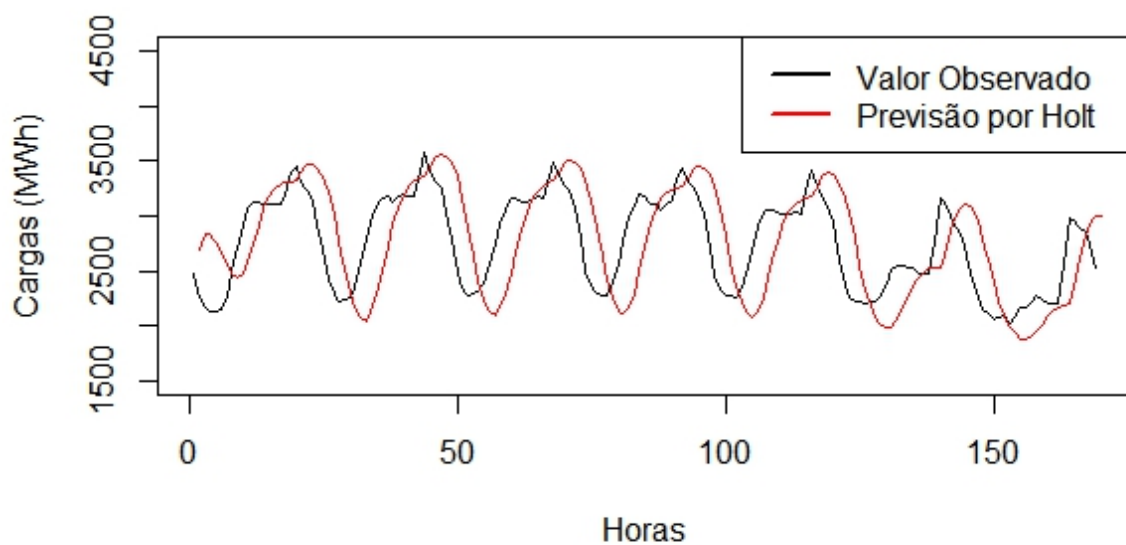


Figura 2 – Previsão por Amortecimento Exponencial de Holt em uma semana na série do Rio de Janeiro

Nesse método, as constantes de amortecimento usadas para cálculo do nível e tendência são diferentes, são responsáveis pela velocidade de decaimento da informação na aproximação dos coeficientes linear e angular. Já nas equações, a primeira atualiza o cálculo do nível local da série a_t , usando a observação mais recente Y_t a estimativa do nível anterior a_{t-1} e a taxa de crescimento estimada no instante anterior b_{t-1} . A segunda atualiza a declividade b_t , determinado pelas diferenças sucessivas entre níveis a_t e a_{t-1} .

2.4 PREVISÃO POR AMORTECIMENTO EXPONENCIAL DE HOLT-WINTERS

Os métodos de Amortecimento Exponencial apresentados a seguir são apropriados para séries que possuem sazonalidade, já que os dados de carga de energia elétrica possuem comportamento sazonal. A sazonalidade de uma série temporal pode ser modelada de duas formas:

- Por meio de fatores sazonais, séries de s valores, um para cada período do ciclo sazonal.
- Por meio de funções trigonométricas, que descrevam o ciclo sazonal por combinações de senos e cossenos. Este método é menos usado na prática.

O método de amortecimento exponencial de Holt-Winters foi introduzido por Winters, é usado para modelar séries com tendência linear e sazonalidade aditiva ou multiplicativa. A previsão para esse modelo depende de três equações recursivas de atualização: nível (a_t), tendência (b_t) e sazonalidade (ρ_t). Estes componentes podem ser combinados de duas formas:

- versão aditiva:

$$Z_{t+k} = a_t + b_t k + \rho_{t-s+k}$$

- versão multiplicativa:

$$Z_{t+k} = (a_t + b_t k) \rho_{t-s+k}$$

No modelo aditivo, o padrão sazonal não se altera à medida que o nível da série muda. O método tradicional do Holt-Winters (versão aditiva), dado por:

$$Z_{t+k} = a_t + b_t k + \rho_{t-s+k} \quad (2.4)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha(Y_t - \rho_{t-s}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \\ \rho_t &= \gamma[(Y_t - a_t) + (1 - \gamma)\rho_{t-s}] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Onde:

Z_t : previsão da carga na hora t

Y_t : carga observada na hora t

k : horizonte de previsão (número de horas à frente)

a_t : nível da série

b_t : tendência da série

ρ_t : fator sazonal

α , β e γ : constantes de amortecimento

A Figura 3, mostra a previsão por Amortecimento Exponencial de holt-Winters Aditivo em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho. Diferente dos anteriores, esse método modela a primeira sazonalidade, nesse caso dos dias úteis, mas não modela a sazonalidade encontrada nos finais de semana.

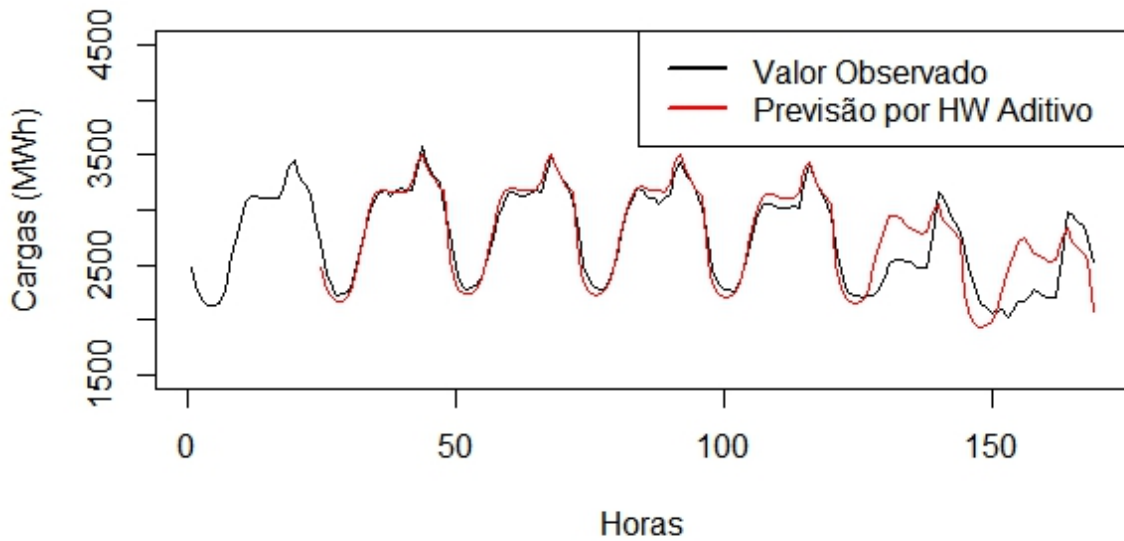


Figura 3 – Previsão por Amortecimento Exponencial de Holt-Winters Aditivo em uma semana na série do Rio de Janeiro

No método de Holt-Winters o comportamento recorrente é modelado por fatores separados, e a tendência mantém um modelo linear. O conceito de amortecimento exponencial continua, temos nesse método três constantes de amortecimento α , β e γ , componentes do nível, tendência e sazonalidade, respectivamente, e 's' representa o período sazonal da série.

Consideremos agora a versão multiplicativa do método, que assume uma tendência aditiva e um declive local b_t , por diferenças sucessivas amortecidas $(a_t - a_{t-1})$, do nível local a_t . O índice local sazonal, ρ_t , é estimado por amortecimento do raio de observação do valor Y_t , para nível local, a_t . O modelo multiplicativo é indicado para séries com variações sazonais proporcional ao nível médio da série.

O método tradicional do Holt-Winters (versão multiplicativa), dado por:

$$Z_{t+k} = (a_t + b_t k) \rho_{t-s+k} \quad (2.6)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha \left[\frac{Y_t}{\rho_{t-s}} \right] + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \\ \rho_t &= \gamma \left[\frac{Y_t}{a_t} \right] + (1 - \gamma)\rho_{t-s} \end{aligned} \quad (2.7)$$

A Figura 4, mostra a previsão por Amortecimento Exponencial de Holt-Winters Multiplicativo em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho. Assim como na versão aditiva, o método modela a primeira sazonalidade, nesse caso dos dias úteis, mas não modela a sazonalidade encontrada nos finais de semana.

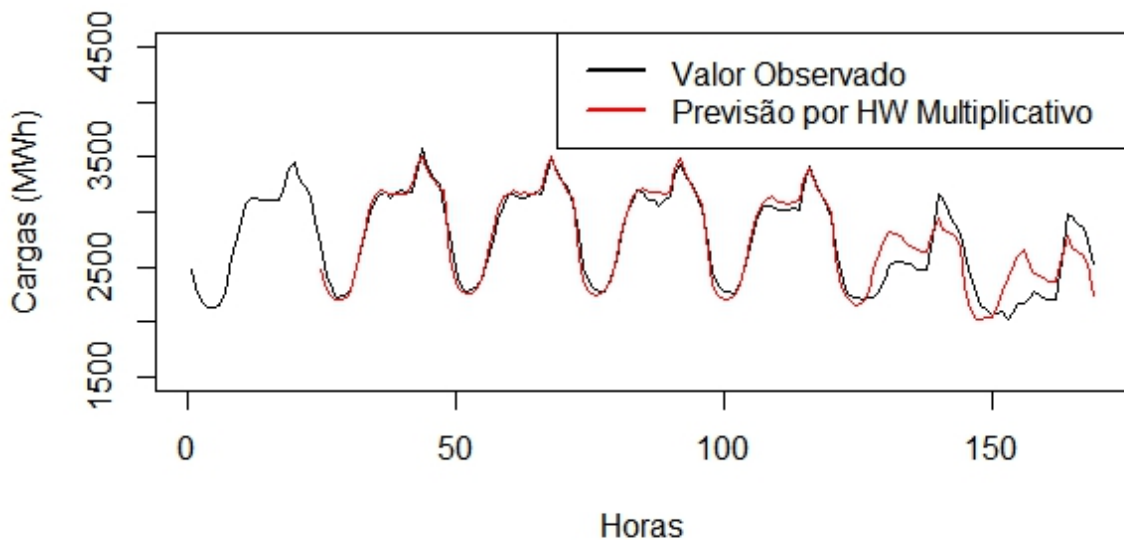


Figura 4 – Previsão por Amortecimento Exponencial de Holt-Winters Multiplicativo em uma semana na série do Rio de Janeiro

Embora o Holt-Winters padrão seja amplamente utilizado para prever séries temporais sazonais, o método só é capaz de acomodar um padrão sazonal. Veremos adiante, o método que acomoda mais de uma sazonalidade.

2.5 PREVISÃO POR AMORTECIMENTO EXPONENCIAL DE HOLT-WINTERS-TAYLOR

Uma formulação que acomoda mais de um padrão sazonal ainda não havia sido considerada na literatura de amortecimento exponencial, mas em 2003, Taylor [11], acrescentou ao método mais uma nova sazonalidade.

Nesse modelo, além de uma nova componente sazonal, introduziu-se uma equação de atualização associada. Estas modificações, além de modelarem séries com dois padrões sazonais, tornaram o método mais adequado para aplicações de previsão de carga a curto prazo [7].

Um ponto importante a ser observado no que se refere à dupla função de amortecimento exponencial sazonal é que, em contraste com a maioria das outras abordagens para a previsão de demanda de curto prazo, não há especificação do modelo envolvida. Isso dá ao método um forte apelo em termos de simplicidade e robustez [12].

No seu primeiro trabalho, Taylor [11], divide a sazonalidade que antes era apenas uma ρ_t . Similar ao método de Holt, a versão de sazonalidade multiplicativa do método, adicionada uma equação para estimar o fator sazonal local D_t , cujo período tem tamanho s , pelo cálculo da razão entre o valor observado e o nível [8]. O método foi satisfatório para dois padrões sazonais na série temporal. A formulação envolve índices sazonais separados, D_t e W_t , para os dois efeitos sazonais.

Com a divisão do fator sazonal, ficamos então com:

$$Z_t(k) = (a_t + kb_t)D_{t-s_1+k}W_{t-s_2+k} \quad (2.8)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha \left(\frac{Y_t}{D_{t-s_1}W_{t-s_2}} \right) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \\ D_t &= \delta \left(\frac{Y_t}{a_tW_{t-s_2}} \right) + (1 - \delta)D_{t-s_1} \\ W_t &= \omega \left(\frac{Y_t}{a_tD_{t-s_1}} \right) + (1 - \omega)W_{t-s_2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Onde:

Z_t : previsão da carga na hora t

Y_t : carga observada na hora t

k : horizonte de previsão (número de horas à frente)

a_t : nível da série

b_t : tendência da série

D_t : fator sazonal diário

W_t : fator sazonal semanal

α, β, δ e ω : constantes de amortecimento

A aplicação exigiu uma modificação da formulação padrão de Holt-Winters para acomodar os dois ciclos sazonais na série de demanda elétrica.

Mais tarde, Taylor [12], além de dividir a sazonalidade, acrescenta a função ϕ . O termo envolvendo o parâmetro ϕ , na expressão da função de previsão (2.10), é um ajuste simples para autocorrelação de primeira ordem. A formulação para sazonalidade multiplicativa dupla é dada nas seguintes expressões:

$$Z_t(k) = (a_t + kb_t)D_{t-s_1+k}W_{t-s_2+k} + \phi^k(Y_t - ((a_{t-1} + b_{t-1})D_{t-s_1}W_{t-s_2})) \quad (2.10)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha\left(\frac{Y_t}{D_{t-s_1}W_{t-s_2}}\right) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \\ D_t &= \delta\left(\frac{Y_t}{a_tW_{t-s_2}}\right) + (1 - \delta)D_{t-s_1} \\ W_t &= \omega\left(\frac{Y_t}{a_tD_{t-s_1}}\right) + (1 - \omega)W_{t-s_2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Onde:

Z_t : previsão da carga na hora t

Y_t : carga observada na hora t

k : horizonte de previsão (número de horas à frente)

a_t : nível da série

b_t : tendência da série

D_t : fator sazonal diário

W_t : fator sazonal semanal

α, β, δ e ω : constantes de amortecimento

Este ajuste melhora grandemente o desempenho do método de Holt-Winters para dados de eletricidade diária. Por outro lado, notou-se que o alto valor de ϕ e baixo valor de α , para ambas as séries, reflete o fato de que se redundou a equação de suavização para o nível [13].

Através de um trabalho empírico, observou-se [14] que a inclusão de um termo de tendência não resultou em nenhuma alteração na precisão da previsão, e as formulações de sazonalidade multiplicativa levaram a resultados semelhantes às versões aditivas análogas. E assim, adotou-se o método aditivo. Para o método Holt-Winters sazonal duplo, a formulação passou a ser expressa da seguinte maneira:

$$Z_t(k) = a_t D_{t-s_1+k} W_{t-s_2+k} + \phi^k (Y_t - (a_{t-1} D_{t-s_1} W_{t-s_2})) \quad (2.12)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha \left(\frac{Y_t}{D_{t-s_1} W_{t-s_2}} \right) + (1 - \alpha) a_{t-1} \\ D_t &= \delta \left(\frac{Y_t}{a_t W_{t-s_2}} \right) + (1 - \delta) D_{t-s_1} \\ W_t &= \omega \left(\frac{Y_t}{a_t D_{t-s_1}} \right) + (1 - \omega) W_{t-s_2} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Onde:

Z_t : previsão da carga na hora t

Y_t : carga observada na hora t

k : horizonte de previsão (número de horas à frente)

a_t : nível da série

D_t : fator sazonal diário

W_t : fator sazonal semanal

α , δ e ω : constantes de amortecimento

Posteriormente, Taylor inserido o ciclo sazonal anual no método [14]. Os fatores sazonais são atualizados uma vez por ano, no mês correspondente, e no resto do ano permanecem os mesmos. A previsão é dada por:

$$Z_t(k) = a_t + D_{t-S_1+k} + W_{t-S_2+k} + L_{t-S_3+k} + \phi^k(Y_t - (a_{t-1} + D_{t-S_1} + W_{t-S_2} + L_{t-S_3})) \quad (2.14)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha(Y_t - D_{t-S_1} - W_{t-S_2} - L_{t-S_3}) + (1 - \alpha)a_{t-1} \\ D_t &= \delta(Y_t - a_{t-1} - W_{t-S_2} - L_{t-S_3}) + (1 - \delta)D_{t-S_2} \\ W_t &= \omega(Y_t - a_{t-1} - D_{t-S_1} - L_{t-S_3}) + (1 - \omega)W_{t-S_2} \\ L_t &= \lambda(Y_t - a_{t-1} - D_{t-S_1} - W_{t-S_2}) + (1 - \lambda)L_{t-S_3} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Onde:

Z_t : previsão da carga na hora t

Y_t : carga observada na hora t

k : horizonte de previsão (número de horas à frente)

a_t : nível da série

D_t : fator sazonal diário

W_t : fator sazonal semanal

L_t : fator sazonal anual

α, δ, ω e λ : constantes de amortecimento

Note que o modelo passou a ser aditivo, pois a tendência de crescimento nas séries de carga de energia elétrica aumenta de maneira muito pequena de um dia para outro, e a previsão é feita um dia à frente (24 horas). Neste trabalho, em nenhum dos métodos de previsão utilizados foi inserido o fator sazonal anual por não possuímos dados suficientes, uma vez que nossa série de cargas contém apenas dois anos.

O método de HWT foi desenvolvido especificamente para tratar de séries de carga, que se caracterizam por ter duas ou três sazonalidades sobrepostas, mas pode evidentemente ser aplicado a séries de outra natureza que tenham a mesma estrutura. Por exemplo, Taylor aplicou o método à previsão de chamadas em call-centers (centros de atendimento a consumidor), que também exibem uma sazonalidade diária e uma semanal [15].

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 MATERIAIS

As séries apresentam sazonalidade diária (com demandas mais baixas no início e final do dia), sazonalidade semanal (com demandas mais baixas nos fins de semana) e sazonalidade anual (as demandas crescem nos meses mais quentes e diminuem nos mais frios), além de em uma tendência de crescimento, um pouco mais leve.

A série de cargas passou por uma etapa de pré-tratamento, chamado de técnicas de imputação de valores. Para ajustes de dias especiais (feriados, férias, greves, etc) onde substituímos pela média das cargas do dia equivalente nas semanas anterior e posterior. Os ajustes para esses dias são importantes uma vez que a presença de dados não usuais observados, afeta o comportamento pois possuem uma curva de demanda muito distinta dos dias comuns.

Nesses dados, o objetivo é prever o perfil diário de cargas, ou seja, permite utilizar os dados até a última hora do dia d para prever a carga nas próximas 24 horas do dia $d + 1$.

Para a execução e verificação da qualidade dos métodos de previsão apresentados neste trabalho, utilizamos duas séries temporais de cargas horárias de consumo de energia elétrica: uma da cidade do Rio de Janeiro e outra da cidade de Nova Iorque.

A série de carga horária do Rio de Janeiro dos anos de 1996 e 1997, durante o período de 01 de janeiro de 1996 à 28 de dezembro de 1997. Esta série contém 17472 observações, correspondentes a um período de 104 semanas. A base de dados já foi bastante utilizada na literatura, o que motivou sua adoção neste trabalho [5],[8], [7],[6], [4].

Sendo assim, o gráfico temporal deve ser sempre o primeiro passo e antecede qualquer análise [19].

Na Figura 5, temos uma semana de observação da série do Rio de Janeiro. Notamos que os dias úteis possuem um perfil bem distinto do final de semana, já que esses dias possuem um consumo mais baixo que os outros dias.

Na Figura 6, temos duas semanas de observação da série do Rio de Janeiro durante o verão e inverno. Notamos que o consumo mais alto no verão, devido ao uso dos aparelhos de ar condicionado, ventiladores, etc. Na figura 7, temos a série de carga de consumo do Rio de Janeiro durante os dois anos de observação.

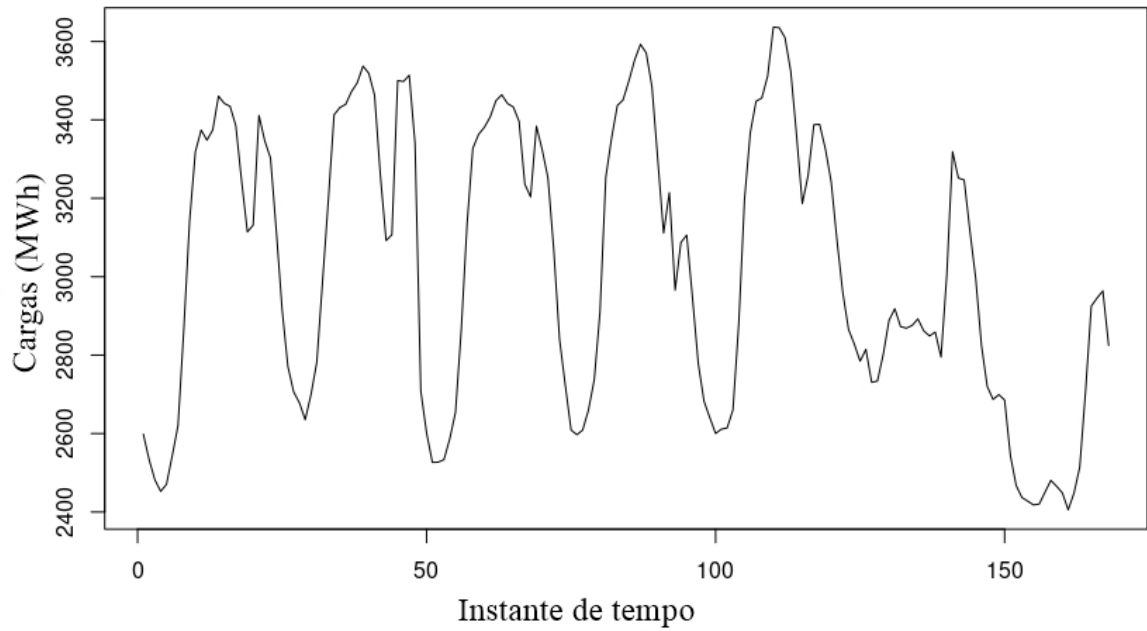


Figura 5 – Cargas elétricas medida em uma semana do Rio de Janeiro

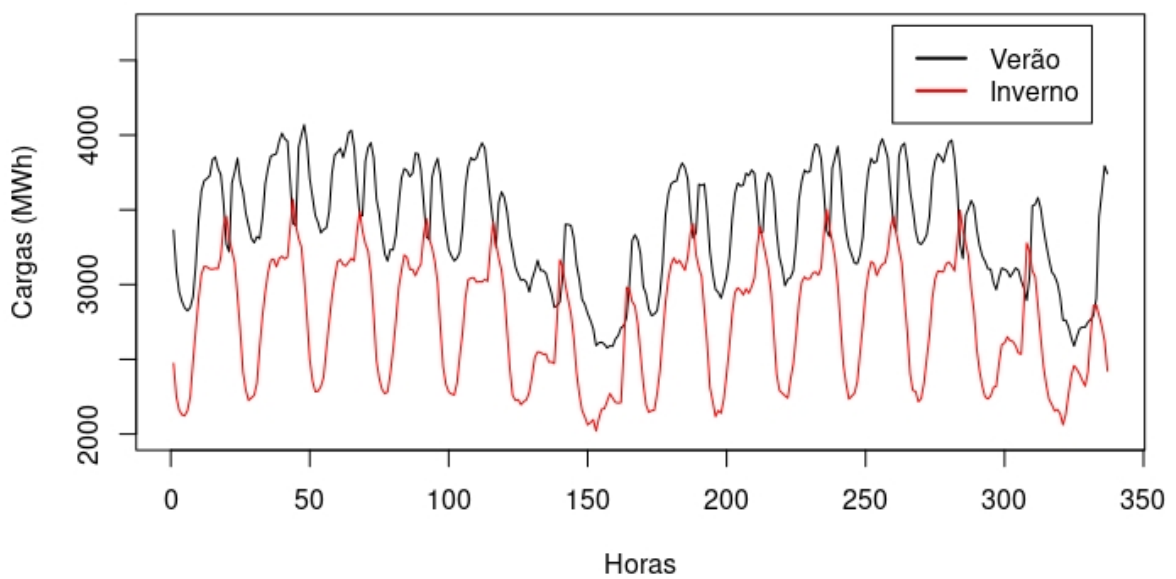


Figura 6 – Cargas elétricas medidas em duas semanas, inverno e verão (Rio de Janeiro)

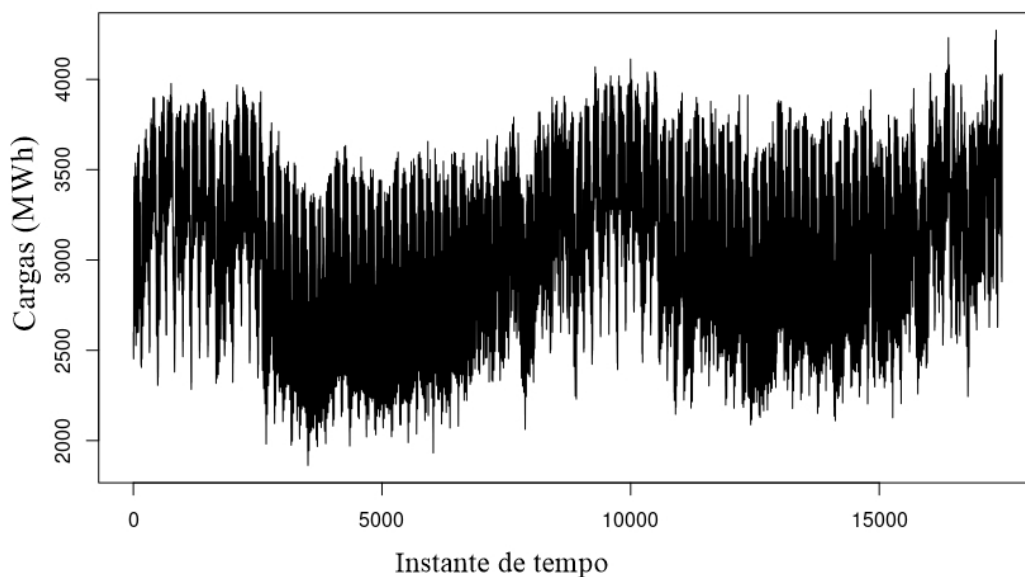


Figura 7 – Cargas elétricas medidas em dois anos (Rio de Janeiro)

Também foi utilizada nesse trabalho uma série temporal de cargas horárias de consumo de energia elétrica da cidade de Nova Iorque, EUA entre os anos 2016 e 2017, durante o período de 01 de janeiro de 2016 à 31 de dezembro de 2017.

Na Figura 8, temos duas semanas de observação da série de Nova Iorque durante o verão e inverno. Notamos também, que o consumo ainda é maior no verão. Na figura 9, temos a série de carga de consumo de Nova Iorque durante os dois anos de observação.

3.1.1 Partição das séries de cargas

Diferentemente do que acontece em outras classes de problemas de modelagem estatística, a partição da série em amostras de treino e de teste para validação dos métodos deve ser sequencial.

Neste trabalho, as séries de cargas do Rio de Janeiro foram particionadas em cinco subséries, cada uma contendo 20 semanas de dados (3360 observações horárias), usadas para o ajuste das constantes dos métodos testados, e 10 semanas de dados (1680 observações horárias), usadas para testes *out-of-sample*. Sendo distribuídas da seguinte maneira:

De modo análogo, a série de cargas de Nova Iorque foram particionadas também em cinco subséries, as previsões foram feitas usando sempre 30 semanas para treino (otimização das constantes de amortecimento) e dez para teste, usadas para testes *out-of-sample*. Sendo distribuídas da seguinte forma:

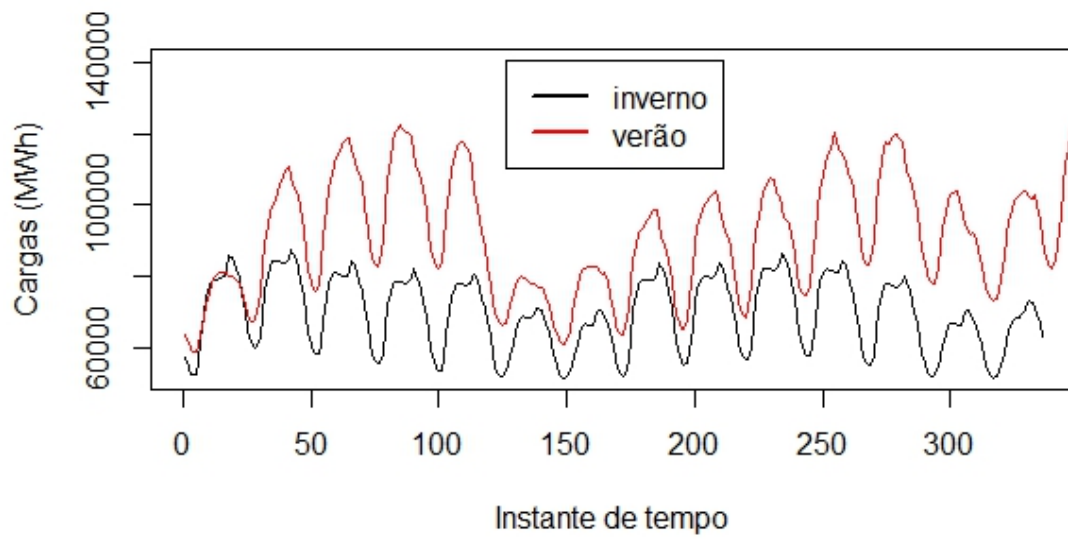


Figura 8 – Cargas elétricas medidas em duas semanas, inverno e verão (Nova Iorque)

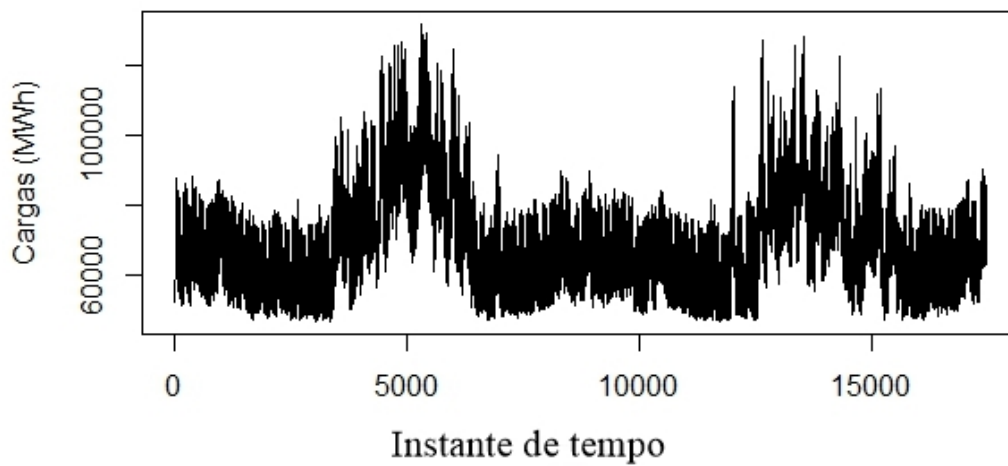


Figura 9 – Cargas elétricas medidas em dois anos (Nova Iorque)

Amostra	Teste (Semanas)
1	55-64
2	65-74
3	75-84
4	85-94
5	95-104

Tabela 1 – Repartição dos dados Rio 96/97

Amostra	Teste (Semanas)
1	54-63
2	64-73
3	74-83
4	84-93
5	94-103

Tabela 2 – Repartição dos dados NY 16/17

3.2 MÉTODOS

3.2.1 Previsão Naïve

O primeiro método apresentado aqui é o *Naïve* ou *'ingênuo'*. Nele usa-se a observação do instante anterior (t), para prever o próximo instante ($t + k$).

$$Z_{t+k} = Y_t \quad (3.1)$$

Onde:

Z_t : previsão da carga na hora t

Y_t : carga observada na hora t

k : horizonte de previsão (número de horas à frente)

Para a previsão *Naïve* adotamos $k = 24$ e $k = 168$, utilizando um dia e uma semana a frente, respectivamente, de observação da série utilizada nesse trabalho, o método faz a previsão usando as k horas do dia anterior.

A Figura 10, mostra a previsão *Naïve 24* em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho, o método faz a previsão usando as 24 horas do dia anterior. Porém, os perfis diferentes dos finais de semana causa erros enormes, como por exemplo na previsão da segunda, usando os dados do domingo.

Na Figura 11, temos a previsão *Naïve 168* em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho, o método faz a previsão usando o valor observado 168 horas antes do dia da previsão. Porém, os consumos são diferentes de uma semana para outra.

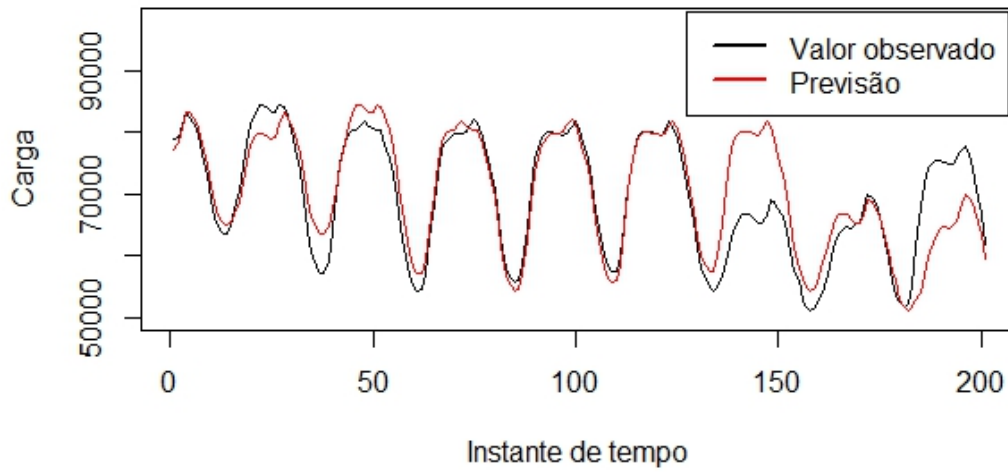


Figura 10 – Previsão Naïve 24 horas a frente

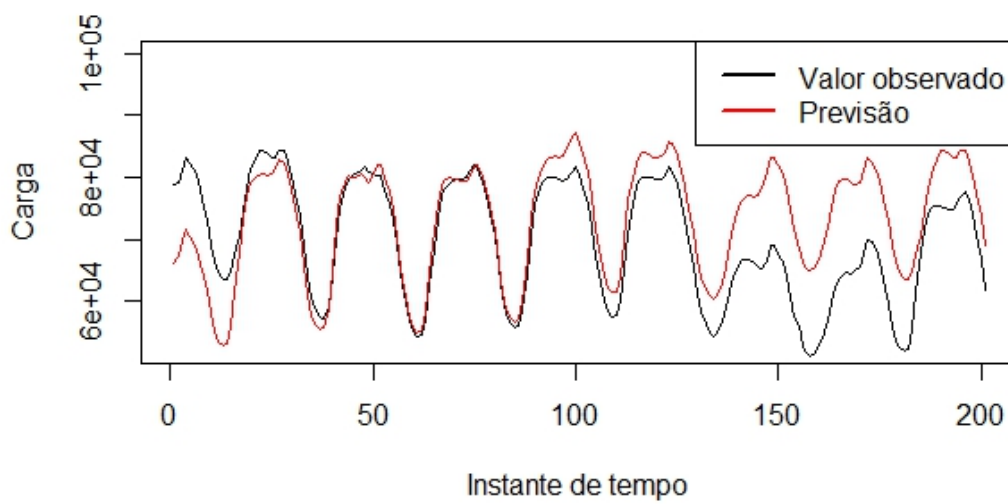


Figura 11 – Previsão Naïve 168 horas a frente

Nesse trabalho, o consideremos como benchmark para analisar a qualidade das previsões dos outros métodos, uma vez que ele não contém a sazonalidade semanal, tendo assim, erros bem altos nas previsões. Um exemplo disso é o final de semana, cujo o perfil dos dias úteis são bem distintos, porém é usado como base nas previsões. As previsões são feitas usando 24 e 168 horas à frente.

3.2.2 Método HWT_1

Os métodos que acomodam mais de uma sazonalidade em um único modelo ao mesmo tempo (que é o mesmo para todas as horas), denominamos de sazonalidade múltipla. Assim faz-se viável trabalhar com séries que apresentam vários padrões sazonais justapostos.

Nesta seção, mostraremos os métodos de previsão utilizadas no nosso trabalho e combinações desses mesmos métodos.

Nesses métodos não incluímos uma equação para cálculo da tendência da série, comum no método de Holt-Winters, por considerarmos que a influência do crescimento do nível da série tem pouco efeito sobre a previsão a curto prazo.

O primeiro método apresentado é a implementação do amortecimento exponencial de Holt-Winters-Taylor (HWT) para múltiplas sazonalidades. Inicialmente chamado de amortecimento exponencial duplamente sazonal, o HWT foi apresentado pela primeira vez no artigo [11], como uma forma de adaptar o método de Holt-Winters para acomodar dois ciclos sazonais ao mesmo tempo.

$$Z_{t+k} = l_t + d_{t-s_1+k} - w_{t-s_2+k} + \phi^k(Y_t - l_{t-1} + d_{t-s_1} + w_{t-s_2}) \quad (3.2)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} l_t &= \lambda(Y_t - d_{t-s_1} - w_{t-s_2}) + (1 - \lambda)l_{t-1} \\ d_t &= \delta(Y_t - l_t - w_{t-s_2}) + (1 - \delta)d_{t-s_1} \\ w_t &= \omega(Y_t - l_t - d_t) + (1 - \omega)w_{t-s_2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Onde:

l_t : nível da série (*level*)

d_t : fator sazonal diário (*day*)

w_t : fator sazonal semanal (*week*)

Z_t : previsão da carga na hora t

Y_t : carga observada na hora t

k : horizonte de previsão (número de horas à frente)

$\lambda, \delta, \omega, \phi$: constantes

A figura 12, mostra a previsão HWT_1 em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho, o método faz a previsão usando dois fatores sazonais: um fator diário e um fator semanal.

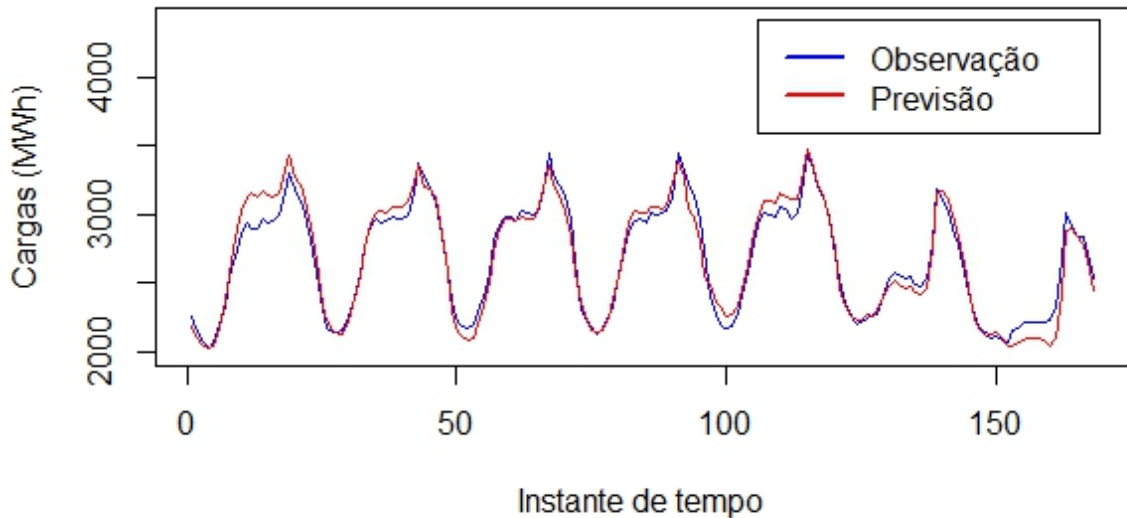


Figura 12 – Previsão HWT_1

Para determinar a previsão da carga temos a equação (3.2), dada pela soma do nível l_t , os dois fatores sazonais d_t (diário) e w_t (semanal), λ, δ e ω as constantes de amortecimento, e o termo de correção do erro de previsão ϕ^k . Onde este termo é calculado por um modelo auto-regressivo aplicado sobre o último erro observado.

A Figura 13, mostra fatores sazonais da previsão HWT_1, o fator diário (d) e o fator semanal (w) em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho, podemos notar que o fator diário modela o padrão dos dias úteis, mas o repete para o final de semana, e esse tem o perfil distinto, por sua vez o fator semanal corrige o fator diário nos finais de semana.

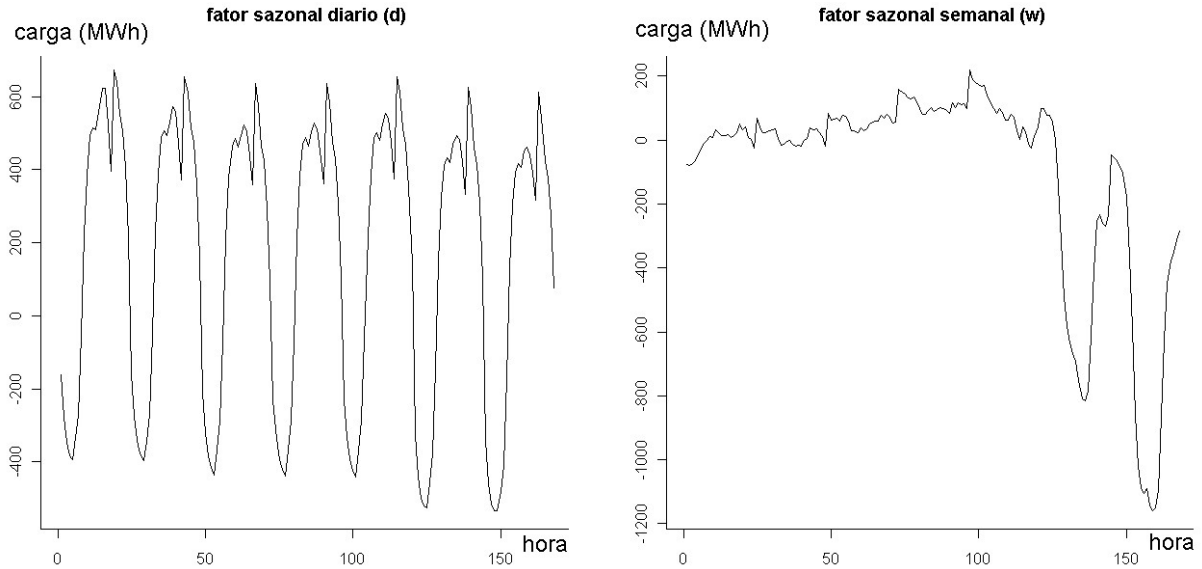


Figura 13 – Fatores sazonais diários e semanais para a semana

Como observado na Figura 13, o fator sazonal diário não consegue modelar o padrão para todos os dias, como no sábado e domingo. Por esse motivo, dividimos a sazonalidade diária em duas (HWT_2) e três (HWT_3 e HWT_4) nos métodos propostos a seguir.

3.2.3 Método HWT_2

O próximo método apresentado é uma modificação do amortecimento exponencial de Holt-Winters-Taylor (HWT) para múltiplas sazonalidades, agora a equação contém dois fatores sazonais diários e um fator semanal.

O fator sazonal diário que no método anterior (HWT_1) era apenas um, agora é dividido em dois: um fator sazonal diário para os dias de semana e um fator sazonal diário para os fins de semana. O modelo de previsão HWT_2 é dado por:

$$Z_{t+k} = l_t + d_{t-s_1+k}^{[1]} + i_2 d_{t-s_2+k}^{[2]} + w_{t-s_2+k} + \phi^k (Y_t - l_{t-1} - d_{t-s_1}^{[1]} + i_2 d_{t-s_2}^{[2]} - w_{t-s_2}) \quad (3.4)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} l_t &= \lambda(Y_t - d_{t-s_1}^{[1]} - d_{t-s_2}^{[2]} - w_{t-s_2}) + (1 - \lambda)l_{t-1} \\ d_t^{[1]} &= i_1[\delta_1(Y_t - l_t - w_{t-s_2}) + (1 - \delta_1)d_{t-s_1}^{[1]}] \\ &\quad + i_2[\delta_1(Y_t - l_t - d_{t-s_2}^{[2]} - w_{t-s_2}) + (1 - \delta_1)d_{t-s_1}^{[1]}] \\ d_t^{[2]} &= i_2[\delta_2(Y_t - l_t - d_t^{[1]} - w_{t-s_2}) + (1 - \delta_2)d_{t-s_2}^{[2]}] \\ w_t &= \omega(Y_t - l_t - d_t^{[1]} - d_t^{[2]}) + (1 - \omega)w_{t-s_2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Onde:

$d_t^{[1]}$: fator sazonal diário para os dias de semana

$d_t^{[2]}$: fator sazonal diário para os fins de semana

i_1 : variável *dummy*, indicando dia de semana

i_2 : variável *dummy*, indicando fim de semana

A Figura 14, mostra a previsão HWT_2 em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho, o método faz a previsão usando três fatores sazonais: dois fatores diários (dia útil e final de semana) e um fator semanal.

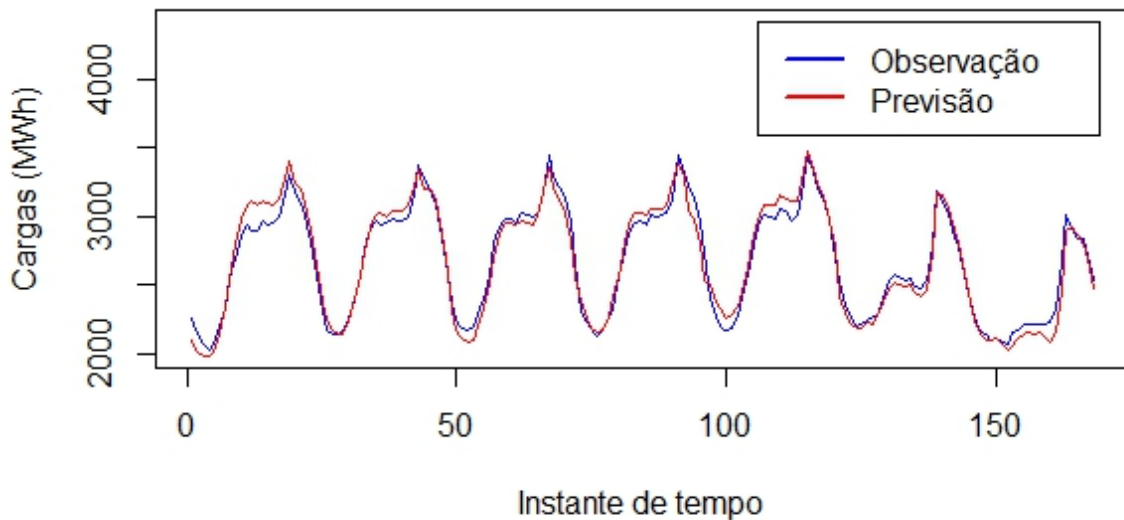


Figura 14 – Previsão HWT_2

Tanto nesse método acima, quanto nos demais abaixo, inserimos *dummies*. Os quais, servem para determinar o tipo de dia que estamos prevendo (dia útil ou final de semana). No caso acima, temos dois *dummies* (i_1 para dia útil e i_2 para final de semana).

3.2.4 Método HWT_3

Dando continuidade, o método a seguir contém três fatores sazonais diários e um fator semanal, assim como os outros também é uma modificação do amortecimento exponencial de Holt-Winters-Taylor (HWT) para múltiplas sazonalidades.

Nesse modelo de previsão o fator sazonal diário para os fins de semana foi novamente dividido: um fator sazonal diário para os sábados e um fator sazonal diário para os domingos.

Apesar de ambos serem considerados dias do final de semana, o consumo do domingo é menor que o sábado.

A previsão do modelo HWT_3 é dada por:

$$Z_{t+k} = l_t + d_{t+k-s_1}^{[1]} + i_2 d_{t+k-s_2}^{[2]} + i_3 d_{t+k-s_2}^{[3]} + w_{t+k-s_2} + \phi^k (Y_t - l_{t-1} - d_{t-s_1}^{[1]} + i_2 d_{t-s_1}^{[2]} - i_3 d_{t-s_1}^{[3]} - w_{t-s_2}) \quad (3.6)$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned} l_t &= \lambda(Y_t - d_{t-s_1}^{[1]} - d_{t-s_2}^{[2]} - d_{t-s_2}^{[3]} - w_{t-s_2}) + (1 - \lambda)l_{t-1} \\ d_t^{[1]} &= i_1[\delta_1(Y_t - l_t - w_{t-s_2}) + (1 - \delta_1)d_{t-s_1}^{[1]}] \\ &+ i_2[\delta_1(Y_t - l_t - d_{t-s_2}^{[2]} - w_{t-s_2}) + (1 - \delta_1)d_{t-s_1}^{[1]}] \\ &+ i_3[\delta_1(Y_t - l_t - d_{t-s_2}^{[3]} - w_{t-s_2}) + (1 - \delta_1)d_{t-s_1}^{[1]}] \\ d_t^{[2]} &= i_2[\delta_2(Y_t - l_t - d_t^{[1]} - w_{t-s_2}) + (1 - \delta_2)d_{t-s_2}^{[2]}] \\ d_t^{[3]} &= i_3[\delta_3(Y_t - l_t - d_t^{[1]} - w_{t-s_2}) + (1 - \delta_3)d_{t-s_2}^{[3]}] \\ w_t &= \omega(Y_t - l_t - d_t^{[1]} - d_t^{[2]} - d_t^{[3]} - w_{t-s_2}) + (1 - \omega)w_{t-s_2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Onde:

$d_t^{[1]}$: fator sazonal diário para os dias de semana

$d_t^{[2]}$: fator sazonal diário para os sábados

$d_t^{[3]}$: fator sazonal diário para os domingos

i_1 : variável *dummy*, indicando um dia de semana

i_2 : variável *dummy*, indicando o sábado

i_3 : variável *dummy*, indicando o domingo

A Figura 15, mostra a previsão HWT_3 em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho, o método faz a previsão usando quatro fatores sazonais: três fatores diários (dia útil, sábado e domingo) e um fator semanal.

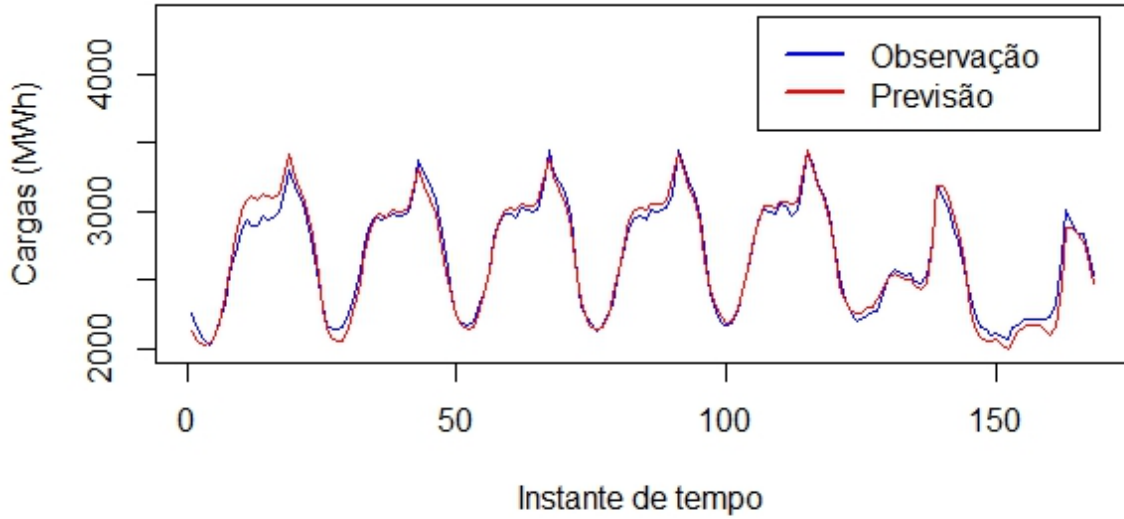


Figura 15 – Previsão HWT_3

Assim como no caso anterior, a equação acima também contém dummies. A diferença agora é a separação do final de semana, temos então três dummies (i_1 para dia útil, i_2 para sábado e i_3 para o domingo). Também usaremos esses dummies no método apresentado a seguir.

3.2.5 Método HWT_4

O seguinte método também contém três fatores sazonais diários, mas agora diferentemente do método anterior sem o fator semanal. A previsão é dada por:

$$\begin{aligned}
 Z_{t+k} = & l_t + d_{t+k-s_1}^{[1]} + i_2 d_{t+k-s_2}^{[2]} + i_3 d_{t+k-s_2}^{[3]} \\
 & + \phi^k (Z_t - l_{t-1} - d_{t-s_1}^{[1]} + i_2 d_{t-s_2}^{[2]} - i_3 d_{t-s_2}^{[3]})
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

As equações de atualização dos parâmetros são:

$$\begin{aligned}
l_t &= \lambda(Y_t - d_t^{[1]} - d_t^{[2]} - d_t^{[3]}) + (1 - \lambda)l_{t-1} \\
d_t^{[1]} &= i_1[\delta_1(Y_t - l_t) + (1 - \delta_1)d_{t-s_1}^{[1]}] \\
&\quad + i_2[\delta_1(Y_t - l_t) - d_{t-s_2}^{[2]}] + (1 - \delta_1)d_{t-s_1}^{[1]} \\
&\quad + i_3[\delta_1(Y_t - l_t) - d_{t-s_2}^{[3]}] + (1 - \delta_1)d_{t-s_1}^{[1]} \\
d_t^{[2]} &= i_2[\delta_2(Y_t - l_t - d_t^{[1]}) + (1 - \delta_2)d_{t-s_2}^{[2]}] \\
d_t^{[3]} &= i_3[\delta_3(Y_t - l_t - d_t^{[1]}) + (1 - \delta_3)d_{t-s_2}^{[3]}]
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Onde:

$d_t^{[1]}$: fator sazonal diário para os dias de semana

$d_t^{[2]}$: fator sazonal diário para os sábados

$d_t^{[3]}$: fator sazonal diário para os domingos

i_1 : variável *dummy*, indicando um dia de semana

i_2 : variável *dummy*, indicando o sábado

i_3 : variável *dummy*, indicando o domingo

A Figura 16, mostra a previsão HWT_3 em uma semana de observação da série utilizada nesse trabalho, o método faz a previsão usando três fatores sazonais diários (dia útil, sábado e domingo).

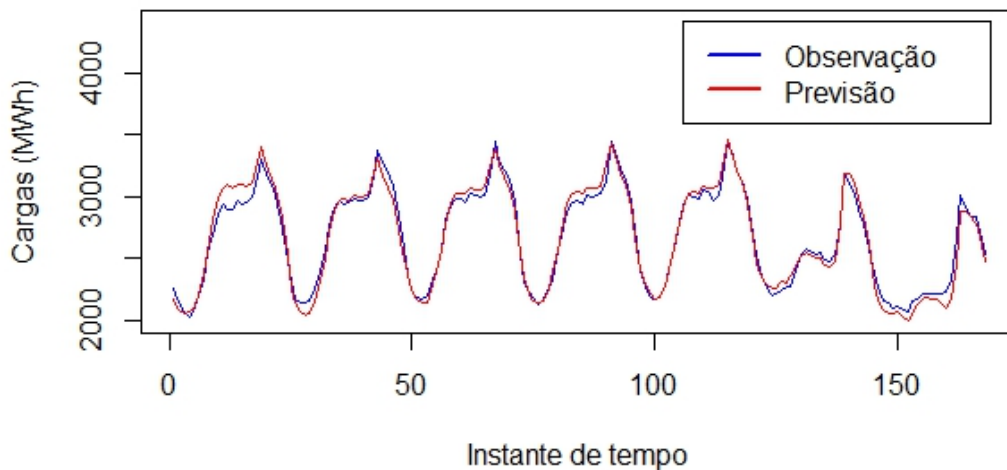


Figura 16 – Previsão HWT_4

3.2.6 Combinação dos métodos

Um recente estudo [5] mostra que combinações de previsões buscam um único objetivo, a melhora na acurácia da previsão final. Por ser de fácil e simples compreensão, comparada a métodos e formulações mais complexos, além de mostrar bons resultados em previsão a curto prazo, escolhemos a combinação das previsões neste trabalho.

Nosso objetivo é prever cargas combinando linearmente os melhores previsores simples obtidos pelos métodos I (HWT_1), II (HWT_2), III (HWT_3) e IV (HWT_4) deste trabalho. Como por exemplo:

$$Z_{t+k}^{comb} = \alpha_1 Z_{t+k}^{[1]} + \alpha_2 Z_{t+k}^{[2]} + \alpha_3 Z_{t+k}^{[3]} + (1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3) Z_{t+k}^{[4]} \quad (3.10)$$

onde:

Z_{t+k}^{comb} : previsão combinada

$Z_{t+k}^{[i]}$: previsões do i-ésimo método HWT

α : pesos

Então, ajustamos as constantes na amostra de treino (semanas 35:54), realizamos as previsões para a amostra de teste (semanas 55:64), combinamos estas previsões, otimizando os pesos das combinações na mesma amostra de teste (semanas 55:64), testamos as combinações.

Em outras palavras, executamos previsões para as dez semanas depois da amostra de teste (semanas 65:74), usando os pesos encontrados na amostra de teste (semanas 55:64) para fazer as combinações. Portanto, os métodos ajustados na amostra acabam sendo usados para prever a próxima amostra de teste.

Estas previsões foram feitas usando sempre vinte semanas para treino (otimizando as constantes de amortecimento) e dez para teste. Dividido como nos mostra a tabela 3.

Tabela 3 – Partição dos dados

Partição	Treino (Semanas)	Teste (Semanas)
1	35-54	55-64
2	45-64	65-74
3	55-74	75-84
4	65-84	85-94
5	75-94	95-104

3.3 MEDIDAS DE ERRO

Para avaliar o método de previsão proposto, utilizaremos o Erro Médio Percentual Absoluto (MAPE), uma medida empregada para comparar o valor previsto da série com o valor observado.

Além da enorme empregabilidade nas publicações em previsão da demanda de energia, os resultados são apresentados em pontos percentuais, sendo um grande benefício desta medida, o que torna a interpretação fácil e direta.

Com o erro de previsão, analisamos a qualidade do método. A ideia é que o método escolhido minimize os erros, para compararmos os resultados do modelo proposto com os dos outros modelos, e com os de trabalhos já publicados.

O erro da previsão é dado por:

$$MAPE = 100 * \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{Z_t - Y_t}{Y_t} \right| \quad (3.11)$$

3.4 OPTIM()

A implementação dos métodos foram realizadas no software livre R versão 1.0, versão para *Windows*. As especificações do computador são apresentadas abaixo:

- Windows 10 Pro
- 2 GB de memória RAM
- Intel Core i3

A função *Optim()* do software R [17] foi utilizada durante os experimentos para determinação dos parâmetros dos métodos de previsão e dos pesos das combinações de previsores. Essa rotina permite obter os parâmetros que minimizam uma determinada função, com base nos métodos Nelder-Mead, quase-Newton ou Gradiente Conjugado.

Os argumentos obrigatórios da função são os valores iniciais dos parâmetros e a função a ser otimizada. Dentre os argumentos opcionais, está o método de otimização. Em todos os casos em que a *optim()* foi utilizada, optamos pelo método L-BFGS-B, que consiste em um método de otimização quase-Newton com memória limitada para funções não-lineares sujeitas a restrições simples, e com um grande número de parâmetros ou grande complexidade.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 RESULTADOS - RIO DE JANEIRO

A Tabela 3 abaixo mostra os MAPEs obtidos pelos métodos implementados nas cinco amostras de teste, e também as médias destes MAPEs na amostra da cidade do Rio de Janeiro.

Para facilitar a comparação entre os métodos, destacamos os menores valores dos MAPEs obtidos entre os modelos. Destacamos também, os menores valores de MAPEs alcançados por meio da combinação dos métodos, onde notamos as principais diferenças dos valores.

Tabela 4 – MAPEs obtidos nas amostras de teste - Rio

Método	Amostra de teste					média
	1	2	3	4	5	
naïve24	7.77	7.68	6.54	7.11	7.63	7.34
naïve168	4.44	4.66	3.84	5.63	6.60	5.03
HWT_1	2.36	2.89	1.71	2.15	2.98	2.43
HWT_2	2.61	2.95	1.83	2.25	2.98	2.50
HWT_3	2.87	3.11	2.11	2.29	3.04	2.64
HWT_4	2.68	3.18	2.08	2.33	3.08	2.67
Combinação(HWT_1+ HWT_3)	-	2.79	1.70	2.12	2.70	2.33
Combinação(HWT_1+ HWT_2)	-	2.92	1.73	2.14	2.65	2.36
Combinação(HWT_1+ HWT_2+ HWT_3)	-	2.85	1.74	2.15	2.66	2.35
Combinação de todos os HWT	-	2.80	1.66	2.11	2.75	2.33

Comparando estes MAPEs, podemos observar que nenhuma das variantes testadas (HWT_2, HWT_3 e HWT_4) conseguiu resultados médios melhores que o HWT_1 original, em nenhuma das amostras. O método combinado, porém, conseguiu sempre resultados melhores que qualquer dos métodos HWT individuais. Nas amostras 2, 3 e 4, o ganho não foi muito significativo, (0.10, 0.05 e 0.04, respectivamente). Na amostra 5, porém, a combinação conseguiu um MAPE de 0,33 pontos percentuais menor do que o do método HWT original. Esta redução, que corresponde a aproximadamente 11 % do erro original, já teria valor econômico, especialmente se considerarmos que a implementação das diversas variantes do HWT, e sua combinação, não têm praticamente nenhum custo computacional.

Observe na Figura 17 abaixo, a comparação do método HWT_1 e o método combinado de todos os métodos (HWT_1 + HWT_2 + HWT_3 + HWT_4) na amostra de teste 2 onde temos uma pequena diferença no MAPE e na amostra de teste 5 com a maior diferença no MAPE.

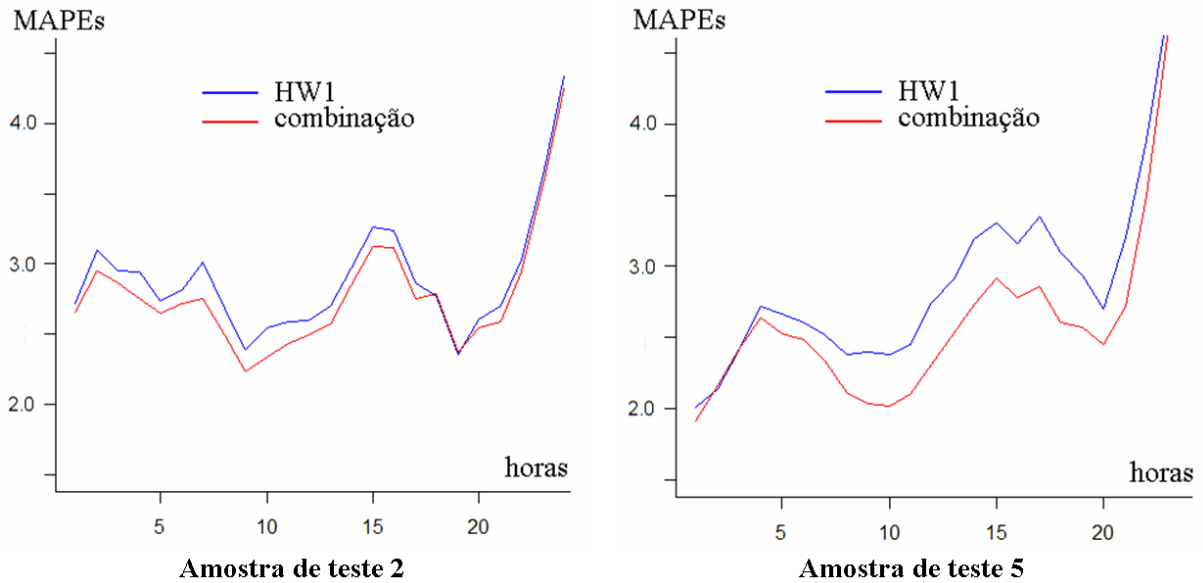


Figura 17 – MAPEs observados na Amostra 4 a cada hora do dia (Combinação)

A Figura 17 mostra os MAPEs obtidos pelos métodos HWT e pelo método combinado nas amostras 2 e 5, a cada hora do dia. Pode-se notar que a combinação não teve resultados muito melhores que os do HWT_1 na amostra de teste 2 (os MAPE foram de 2,79 e 2,89, respectivamente, Tab. 3). No entanto, na amostra de teste 5, o método combinado conseguiu MAPEs claramente melhores que os dos outros métodos, em todas as horas do dia.

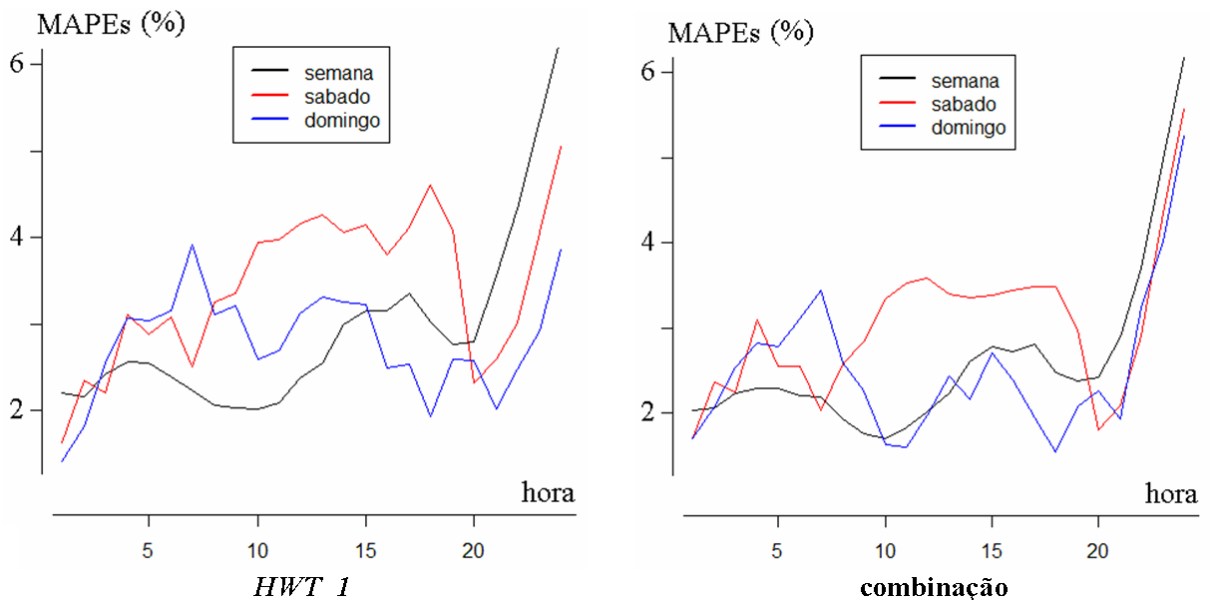


Figura 18 – MAPEs observados na Amostra 4 a cada hora do dia (Combinação)

A Figura 18 mostra os MAPEs obtidos pelo método HWT_1, e pelo método combinado, na amostra 5, a cada hora do dia, separando os dias de semana dos finais

de semana. Podemos notar os valores do MAPE menores principalmente nos finais de semana, isto é, sábado e domingo significativamente pequenos.

4.2 RESULTADOS - NOVA IORQUE

A Tabela 4 abaixo mostra os MAPEs obtidos pelos métodos implementados nas cinco amostras de teste, e também as médias destes MAPEs na amostra da cidade de Nova Iorque.

Para facilitar a comparação entre os métodos, destacamos os menores valores dos MAPEs obtidos entre os modelos. Destacamos também, os menores valores de MAPEs alcançados por meio da combinação dos métodos, onde notamos as principais diferenças dos valores.

Tabela 5 – MAPEs obtidos nas amostras de teste - NY

Método	Amostra de teste				média
	2	3	4	5	
naïve24	6.06	8.75	7.60	4.54	6.74
naïve168	6.35	12.80	14.80	5.75	9.93
HWT_1	2.83	5.21	3.96	2.67	3.67
HWT_2	3.29	5.09	4.40	2.63	3.85
HWT_3	3.35	5.93	4.74	2.85	4.22
HWT_4	3.07	5.66	4.25	3.09	4.02
Combinação(HWT_1+ HWT_3)	2.79	5.05	4.11	2.60	3.64
Combinação(HWT_1+ HWT_2)	2.89	5.00	3.92	2.51	3.58
Combinação(HWT_1+ HWT_2+ HWT_3)	2.90	4.99	3.95	2.55	3.60
Combinação de todos os métodos HWT	2.78	5.19	3.93	2.79	3.60

Podemos observar que em uma das variantes testadas (HWT_2) conseguiu resultados médios melhores que o HWT_1 original nas amostras 3 e 5. Diferente do que foi observado na amostra de dados do Rio de Janeiro, os valores obtidos pelo MAPEs nessa amostra de NY.

O método combinado, continuou conseguindo sempre resultados melhores que qualquer um dos métodos HWT individuais. O ganho não foi muito significativo. Na amostra 5, porém, a combinação conseguiu um MAPE de 0,12 pontos percentuais menor do que o do método HWT_2. Já teria valor econômico, especialmente se considerarmos que a implementação das diversas variantes do HWT, e sua combinação, não têm praticamente nenhum custo computacional.

Observe na Figura 19 abaixo, a diferença nos MAPEs na amostra de teste 3 onde aplicamos o método HWT_1 e o método combinado de todos os métodos (HWT_1 + HWT_2 + HWT_3 + HWT_4).

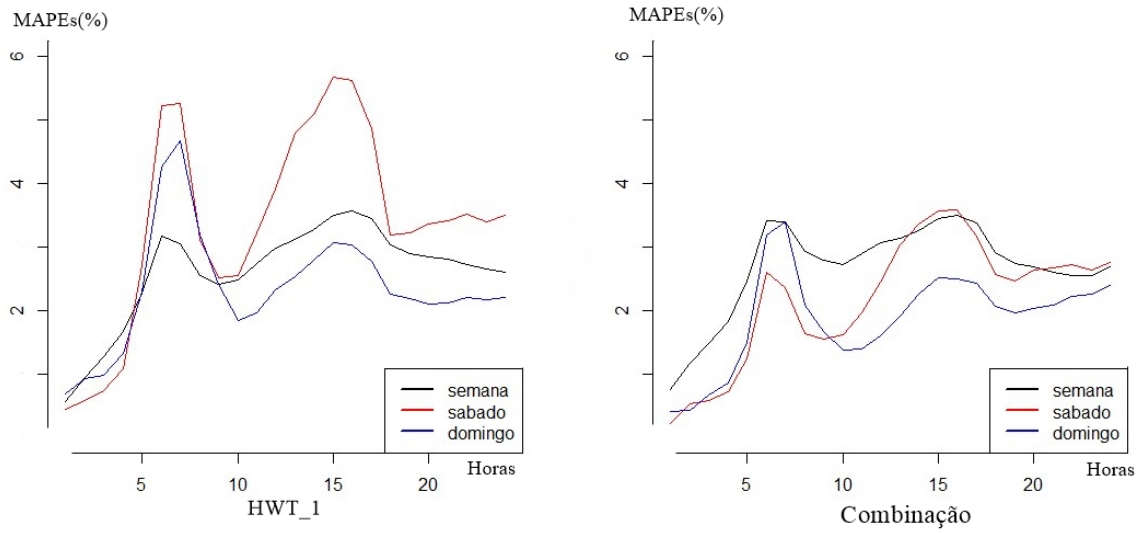


Figura 19 – MAPEs observados na Amostra 5 a cada hora do dia (Combinação)

A Figura 19 mostra os MAPEs obtidos pelo método HWT_1, e pelo método combinado, na amostra 5, a cada hora do dia, separando os dias de semana dos finais de semana. Podemos notar os valores do MAPEs são menores, principalmente nos finais de semana, isto é, sábado e domingo.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, implementamos três variantes do método de amortecimento exponencial de múltiplas sazonalidades proposto por Taylor [11]. Avaliamos seu desempenho e comparamos com o modelo original descrito por ele. Em cada um desses modelos, descrevemos de maneira bem detalhada o perfil das cargas de energia elétricas, e as suas previsões não se mostraram superiores às do modelo original.

Implementamos também um método que combina as previsões destas quatro formas de amortecimento exponencial utilizadas nesse trabalho. As previsões deste modelo combinado foram em todas as amostras ligeiramente superiores às do modelo original de Taylor.

Podemos notar que houve redução do erro em todos os dias, a redução mais evidente, contudo, ocorreu nos sábados, que são os dias nos quais a previsão é mais difícil (possivelmente porque nestes dias ocorre a quebra do padrão sazonal dos dias de semana, substituído por um padrão inteiramente diferente).

Contudo, na amostra 3 da série de cargas de Nova Iorque, atingimos a melhor performance através do método combinado. De maneira análoga, ao exercutamos o modelo combinado na amostra 5 da série de cargas do Rio de Janeiro, alcançamos resultados claramente superiores aos do HWT original.

Como não é possível saber antecipadamente em qual das amostras a combinação terá desempenho superior, parece-nos que seria recomendável, tanto nos sistemas de previsão baseados somente em amortecimento exponencial, quanto naqueles em que o amortecimento é usado em combinação com modelos não-lineares, usar sempre combinações de vários métodos diferentes, em todas as amostras, ao invés de usar qualquer dos métodos individuais; o custo computacional adicional é insignificante, e será certamente compensado pela melhoria da acurácia que irá ocorrer.

REFERÊNCIAS

- [1] AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA (ANEEL), A ANEEL. <http://www.aneel.gov.br/a-aneel> acessado em 13/03/2018 as 14:58.
- [2] AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA (ANEEL), *Atlas de Energia Elétrica no Brasil*. <http://www2.aneel.gov.br/arquivos/pdf/atlas3ed.pdf> acessado em 16/04/2018 as 10:33.
- [3] HONG, T.; Pinson, P.; Fan, S. 2014. Global energy Forecasting Competition 2012. *Int Journal of Forecasting*, v.30 **2**, 357-363.
- [4] BRAGA, Douglas Matos. 2017. *Previsão de Cargas Elétricas a Curto Prazo por Combinações de Previsões via Regressão Simbólica*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).
- [5] CARNEIRO, Anna Cláudia Mancini da Silva. 2014. *Previsão do Consumo de Energia Elétrica a Curto Prazo Usando Combinações de Métodos Univariados*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).
- [6] DEFILIPPO, S. 2017. *Previsão da demanda de energia elétrica por combinações de modelos lineares e de inteligência computacional*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).
- [7] MAYRINK, V. T. M. 2016. *Avaliação do algoritmo Gradient Boosting em aplicações de previsão de carga elétrica a curto prazo*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).
- [8] NETO, G. G. 2014. *Métodos Univariados e Multivariados para Previsão da Demanda de Energia Elétrica em curto Prazo: Um Estudo Comparativo*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).
- [9] NETO, G.G., Defilippo, S.B., Hippert, H.S.. 2015. Univariate versus Multivariate Models for Short-term Electricity Load Forecasting. *Anais do SIO 2015 – 13º Simposio Argentino de Investigación Operativa e 44 JAIIO – Jornadas Argentinas de Informatica. Argentina*.
- [10] DEFILIPPO, S.B., Neto, G.G., Hippert, H.S. 2015. Short-term load forecasting by artificial neural networks specified by genetic algorithms – a simulation study over a Brazilian dataset. *Anais do SIO 2015 – 13º Simposio Argentino de Investigación Operativa e 44 JAIIO - Jornadas Argentinas de Informatica, Argentina*.
- [11] TAYLOR, James W. 2003. Short-Term Electricity Demand Forecasting Using Double Seasonal Exponential Smoothing. *Journal of the Operational Research Society*, **54**(8),799-805.
- [12] TAYLOR,J. W., DE MENEZES, L. M., & MCSHARRY, P. E. 2006. A Comparison of Univariate Methods for Forecasting Electricity Demand up to a Day Ahead. *International Journal Forecasting*,, **22**,1-16.
- [13] TAYLOR,J. W., & MCSHARRY, P. E. 2007. Short-Term Load Forecasting Methods: An Evaluation Based on European Data. *IEEE Transactions on Power Systems*, **22**(4),2213-2219.

- [14] TAYLOR, James W. 2010. Triple Seasonal Methods For Short-Term Electricity demand Forecasting. *European Journal of Operational Research*, **204**(1), 139-152.
- [15] TAYLOR, James W. 2010. Exponentially Weighted Methods for Forecasting Intraday Time Serie With Multiple Seasonal Cycles. *International Journal of Forecasting*, **26**, 627-646.
- [16] SHUKUR, O. B.; Fadhil, N. S.; Lee, M.H.; Ahmad, M.H. 2014. Eletricity Load Forecasting Using Hybrid of Multiplicative Double Seasonal Exponential Smoothing Model With Artificial Neural Network. *Jurnal Teknoli (Sciences and Engineering*, Vol.69(2), 65-70.
- [17] Help do software R.
- [18] BARROS, M., Capítulo 5: Introdução às Séries Temporais e aos Modelos ARIMA. Disponível em: http://www.mbarros.com/documentos/upload/Livro_Processos_Cap_5_parte.pdf.
- [19] EHLERS, R.S. 2007. Análise de Séries Temporais. Disponível em: <http://www.icmc.usp.br/~ehlers/stemp/stemp.pdf>.
- [20] WERON, R. 2006. Modelling and forecasting electriciy loads and prices: an Statistical Approach. New York: Wiley.