

Universidade Federal de Juiz de Fora
Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada
Mestrado em Economia

Rafael Gomes Teixeira

**Beta Alavancado considerando o Beta da Dívida: a Partição de Riscos entre
Acionistas e Credores**

Juiz de Fora
2018

RAFAEL GOMES TEIXEIRA

**Beta Alavancado considerando o Beta da Dívida: a Partição de
Riscos entre Acionistas e Credores**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Economia, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito a obtenção do título de mestre em Economia Aplicada.

Orientadora: Dra. Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli

Juiz de Fora

2018

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Teixeira, Rafael Gomes.

Beta Alavancado considerando o Beta da Dívida: a Partição de Riscos entre Acionistas e Credores / Rafael Gomes Teixeira. -- 2018. 73 f.

Orientadora: Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Economia. Programa de Pós-Graduação em Economia, 2018.

1. Transferência de risco. 2. Índice beta da Dívida. 3. Modelo de Merton. 4. CAPM. I. Perobelli, Fernanda Finotti Cordeiro, orient. II. Título.

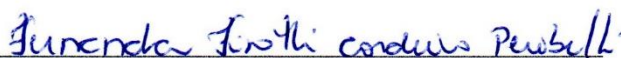
RAFAEL GOMES TEIXEIRA

BETA ALAVANCADO CONSIDERANDO O BETA DA DÍVIDA: A PARTIÇÃO DE RISCOS ENTRE ACIONISTAS E CREDORES

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia, da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito à obtenção do título de mestre em Economia Aplicada.

Aprovada em: 14/06/2018

BANCA EXAMINADORA



Doutora. Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli - Orientadora

Universidade Federal de Juiz de Fora



Doutor. Paulo César Coimbra Lisboa

Universidade Federal de Juiz de Fora



Doutor. André Luiz Oda

Fundação Álvares Penteado (FECAP)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a minha orientadora Prof^ª. Dra. Fernanda Perobelli, pela orientação dada durante a confecção deste trabalho.

Aos Professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada da UFJF pelos conhecimentos compartilhados e por todo suporte necessário.

Aos amigos e colegas de sala que durante todo o curso ajudaram direta ou indiretamente na realização deste trabalho.

Finalmente agradeço a toda minha família, em especial os meus pais Donário e Magda, irmãs Raquel e Renata, minha esposa Geresa, pelo apoio nos momentos mais difíceis, fundamental para conclusão deste trabalho.

RESUMO

Desde o trabalho pioneiro de Markowitz (1952) que demonstrou que risco e retorno devem ser avaliados simultaneamente, sendo o retorno a variável a ser maximizada e o risco o fator a ser minimizado, investidores têm buscado controlar e reduzir o risco ao qual estão expostos. A solução proposta pelo autor foi a diversificação dos investimentos onde um ativo deve ser avaliado conforme o comportamento de sua covariância com relação aos demais ativos. Seguindo a lógica de Markowitz, acionistas deveriam diversificar a sua carteira de ações de forma a limitar a sua exposição ao risco. Mas seria possível que o risco dos acionistas, numa única empresa, fosse reduzido a partir de uma transferência de risco para os credores? Isto seria factível considerando a proposição II de Modigliani e Miller (1958,1963) segundo a qual o valor da firma independe da sua estrutura de capital. Utilizando o índice beta (procedente do modelo CAPM, desenvolvido inicialmente por Sharpe (1964) a partir dos estudos de Markowitz) como uma boa medida de risco, e considerando que é possível estimar o valor de mercado da dívida corporativa através do modelo de Merton (1974), no qual os acionistas são identificados como detentores de uma opção de compra sobre os ativos da firma, estimou-se o valor do índice beta da dívida corporativa pelo cálculo da covariância de seu retorno com o retorno da carteira de mercado. Utilizando o modelo de Conine (1980) foi simulada uma situação hipotética de modo a verificar se haveria uma transferência de risco entre acionistas e credores. O resultado encontrado foi comparado com um estudo econométrico onde o risco da dívida foi regredido contra o risco do acionista e outras variáveis de controle. A principal conclusão deste estudo foi que índice beta do acionista e o índice beta da dívida corporativa tendem a se movimentar em direções oposta, considerando os casos onde foi possível aplicar o modelo de Merton (1974). Assim, pode-se afirmar que uma redução do risco dos acionistas propende a aumentar o risco dos credores.

Palavras-chaves: Transferência de Risco. Índice Beta da Dívida. Modelo de Merton. CAPM

ABSTRACT

Since Markowitz's (1952) pioneering paper has shown that risk and return must be evaluated simultaneously, with return being the variable to be maximized and risk being the factor to be minimized, investors have sought to control and reduce the risk to which they are exposed. The solution proposed by the author was the diversification of investments where an asset should be evaluated according to the behavior of its covariance among other assets. Following Markowitz's ideas, shareholders should diversify their stock portfolio in order to limit their exposure to risk. But is it possible the risk of shareholders in a single company could be reduced by transferring risk to creditors? This would be feasible considering Proposition II of Modigliani and Miller (1958, 1963) according to which the firm's value is independent of its capital structure. Using the beta index (from the CAPM model, initially developed by Sharpe (1964) from the Markowitz studies) as a good measure of risk, and considering that it is possible to estimate the market value of corporate debt employing the Merton model (1974), in which the shareholders are identified as holders of a call option on the assets of the firm, the beta value of the corporate debt was estimated by calculating the covariance of its return with the return of the market portfolio. Using the Conine (1980) model, a hypothetical situation was simulated to check if there would be a risk transfer between shareholders and creditors. The result was compared to an econometric model where the risk of debt was regressed on the risk of the shareholder and other control variables. The main conclusion of this study was that the shareholder beta index and the corporate debt beta index tend to move in opposite directions, considering the cases where it was possible to apply the Merton model (1974). Therefore, it can be stated that a reduction in shareholder risk tends to increase the risk of creditors.

Keywords: Risk Sharing. Beta Debt Index. Merton's Model. CAPM

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Detalhamento das Variáveis de Controle.....	47
Tabela 2: Análise da aplicabilidade do Modelo de Merton (1974)	50
Tabela 3: Estatística Descritiva dos Índices Betas.....	54
Tabela 4: Resultado da Simulação do Índice Beta da Dívida.....	56
Tabela 5: Estatística Descritiva das Variáveis de Controle	57
Tabela 6: Resultado da Regressão	58
Tabela 7: Listagem de todos os casos onde não foi possível aplicar o modelo Merton .	64
Tabela 8 : Resultado do Cálculo dos Índices Betas por Empresa.....	65
Tabela 9: Resultado Completo da Simulação do comportamento β_D	68

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Conjunto de Oportunidades e Linha de Mercado de Capitais.....	30
--	----

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	10
2.	OBJETIVO	13
3.	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	O modelo de MERTON (1974)	15
3.2	O modelo de Vassalou e Xing (2004): Default Risk in Equity Returns	21
3.3	O modelo de Cooper e Davydenko (2007).....	25
3.4	O modelo CAPM – <i>Capital Asset Pricing Model</i>	29
3.5	A Contribuição de Hamada (1972)	33
3.6	O modelo de Conine (1980).....	36
4.	METODOLOGIA	38
5.	APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS RESULTADOS	48
5.1.	Limitações da aplicabilidade do modelo de Merton	48
5.2	Resultado da estimação dos índices betas.....	53
5.3	Simulação do Comportamento do Índice Beta da Dívida.....	55
5.4	Resultado da Regressão	56
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	59
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	61
8.	APÊNDICE.....	64

1. INTRODUÇÃO

O risco é uma das principais variáveis consideradas no processo de decisão dos investidores que escolhem, dentre os ativos disponíveis, aqueles que receberão aporte de capital. A utilização do risco como variável de decisão tem início com o artigo pioneiro sobre construção de uma carteira de ativos de Markowitz (1952), *Portfolio Selection*, onde é apresentado o forte vínculo existente entre o risco e o retorno do investimento. Apesar de não mencionar textualmente a palavra “risco”, o autor afirma que os investidores devem considerar o retorno esperado como algo desejado e a variância do retorno como algo não desejável. A estratégia adotada pelo autor é maximizar o retorno para um dado nível de risco ou minimizar o risco para um dado nível de retorno, proporcionando a demarcação da fronteira eficiente, onde situam-se as carteiras otimizadas.

Markowitz constata que a diversificação dos investimentos é a melhor maneira para se reduzir a variância dos retornos de uma carteira de ativos. Isto ocorre pois, enquanto o retorno de uma carteira contendo diversas ações é equivalente à média das taxas de retorno de cada ação, a variância da carteira é inferior à média das variâncias observadas em cada ação individualmente. Assim, é possível compor uma carteira com ativos arriscados e de alto retorno esperado com um risco relativamente baixo, já que a desvalorização de um ativo tende a ser compensada pela valorização de outro.

Conforme explica Rubinstein (2006), o aspecto mais importante do trabalho *Portfolio Selection* foi demonstrar que os investidores, ao escolher as ações para compor uma carteira, não devem avaliar a variância intrínseca de um ativo, mas sim qual a sua contribuição para a variância da carteira como um todo através, principalmente, da sua covariância com os demais ativos contidos na carteira.

Uma das principais críticas ao modelo média-variância de Markowitz, conforme explicação de Bernstein (1997), é a complexidade de mensurar como uma ação varia com relação a cada uma das outras ações, quando o número de ativos é considerável. Segundo o autor, a solução para simplificar o cálculo das covariâncias foi estimar a variação de cada ativo em relação ao mercado como um todo, acarretando no desenvolvimento do Modelo de Determinação de Preços de Bens de Capital, CAPM (em inglês: *capital asset pricing model*), por Sharpe-Lintner-Mossin no início da década de 60.

Com o desenvolvimento do modelo CAPM, é inserido na teoria de finanças o conceito do índice beta, que mede o risco sistemático (também chamado de risco não-diversificável) de um ativo. Este parâmetro indica o comportamento do retorno do ativo quando comparado

ao retorno de uma carteira de mercado que sintetiza todos ativos existentes em uma economia. O índice beta é calculado pela divisão da covariância entre o ativo estudado e a carteira de ativos do mercado pela variância desta carteira, sendo que um ativo com índice beta igual a 1 tende a apresentar o mesmo comportamento da carteira de mercado¹ e, de um ativo com beta igual a 2, é esperado que o mesmo apresente o dobro de excesso de retorno (sobre uma taxa livre de risco) que a carteira de mercado. Conforme comentado por Rubinstein (2006), de todos os legados do CAPM para a civilização, este conceito de medição de risco por meio de uma escala com relação ao retorno de mercado pode revelar-se o mais duradouro.

Em seus artigos sobre custo de capital, estrutura de capital e avaliação de empresas, que são considerados referências para estudos em finanças, Modigliani e Miller (1958, 1963) mostraram a existência de uma relação entre o retorno exigido pelo acionista e a participação do capital de terceiros no financiamento da firma. Em um cenário sem impostos sobre o lucro, a Proposição II de Modigliani e Miller (MM) afirma que o custo de capital da firma não se altera à medida que a empresa se torna mais endividada. Isto ocorre pois, a despeito do capital de terceiros possuir menor custo, um aumento na razão dívida-capital próprio produz um aumento de risco para os acionistas que devem, por consequência, exigir uma maior rentabilidade.

As proposições de MM sem impostos apontaram para uma irrelevância da estrutura de capital para geração de valor, onde o retorno esperado da firma é constante e o que muda é a sua distribuição entre credores e acionistas. Uma outra interpretação é considerar que os acionistas exigem maiores retornos para permitir que os credores tenham acesso a uma parte do fluxo de caixa da empresa.

Porém, ao incluir o imposto sobre o lucro e sem considerar outras fricções, a fórmula do custo ponderado de capital, WACC², de Modigliani-Miller pode induzir a firma a manter um elevado grau de alavancagem financeira, já que quanto maior o endividamento maior será o benefício fiscal desfrutado pela firma. As fricções omitidas são os custos de agência e de falência (entre outros) que surgem à medida que se eleva o risco de insolvência, devido ao aumento da participação da dívida corporativa na estrutura de capital da empresa.

¹ Porém um ativo com beta igual a 1, diferentemente da carteira de mercado ou uma carteira bem diversificada, possui também um risco idiossincrático.

² Em inglês: *weighted average cost of capital*

Hamada (1972), integrando a Proposição I de Modigliani-Miller com o modelo padrão do CAPM, mostrou a relação existente entre o risco sistemático incorrido pelo acionista considerando a firma com dívidas (alavancada) e sem dívida (não alavancada). Porém, o resultado apresentado pelo autor assume, igualmente ao modelo CAPM, a hipótese derivada da teoria microeconômica clássica de existência de uma única taxa de juros vigente na Economia, à qual se pode emprestar e tomar emprestado, ou seja, assume que os retornos sobre a dívida corporativa são livres de risco, ou ainda, que a dívida possui índice beta igual a zero. Bierman e Oldfield (1979) mostram que a Proposição I considerando imposto de Modigliani-Miller também é válida para a presença de dívidas com risco e afirmam que os retornos esperados da dívida, do *equity* alavancado e do *equity* não alavancado podem ser determinados por meio de um equilíbrio de preços no mercado de capitais. Conine (1980) amplia os estudos de Bierman-Oldfield e Hamada examinando as relações entre risco-retorno por meio de um rearranjo na estrutura de capital, a partir do qual verifica que tal estrutura pode influenciar o risco sistemático da firma com dívidas. Ao considerar que o retorno da dívida corporativa pode ser diferente da taxa livre de risco e utilizando o índice beta como medida de risco, Conine elabora um modelo onde o risco do acionista é uma composição do risco operacional na firma e o risco da dívida corporativa

Uma contribuição para um melhor entendimento da relação existente entre *equity* e dívida corporativa aparece no modelo de apreçamento de dívidas corporativas com risco de Merton (1974) ao estabelecer a hipótese de que os acionistas são detentores uma opção de compra sobre os ativos da firma, sendo o valor de contrato das dívidas (obrigações junto aos credores) interpretado como o preço de exercício da opção. Quando o valor da firma é menor que o valor da dívida, os credores assumem o controle da empresa; caso contrário, é de interesse dos acionistas manter a posse sobre a empresa, pagar os credores e ficar com o fluxo residual de toda essa operação.

O modelo é fundamentado na teoria de equilíbrio geral de apreçamento de opções desenvolvida por Black e Scholes (1973) e aprofundado e estendido por Merton (1973) (MERTON, 1974), onde o preço do ativo subjacente segue um processo estocástico de difusão e a negociação dos ativos ocorre em tempo contínuo. Merton (1974) considera também a validade do teorema de Modigliani e Miller segundo o qual o valor da firma é independente da sua estrutura de capital.

Trabalhos com aplicações do modelo de Merton relacionadas a questões da dívida corporativa são encontrados em Kealhofer e Bohn (1998) e Vassalou e Xing (2004), que analisam a probabilidade da companhia se tornar insolvente, e em Cooper e Davydenko (2007) que investigam a decomposição do spread bancário para estimação do custo do capital de terceiros a ser utilizado no cálculo do custo médio de capital WACC.

2. OBJETIVO

Dentro do contexto apresentado, o principal objetivo deste trabalho é estudar a possibilidade de transferência de risco entre acionistas e credores, em conformidade com Merton (1974), e verificar em quais situações há indícios que isso ocorra. Como toda riqueza produzida pela firma é dividida basicamente³ entre credores e acionistas, decisões sobre financiamento e investimento da firma podem diminuir o risco de um dos agentes à medida que o risco do outro aumenta.

Teoricamente, isto pode ocorrer ao se considerar que, conforme Modigliani e Miller (1958, 1963), o valor da firma é independente da sua estrutura de capital e que os valores de mercado do *equity* e da dívida corporativa são, de forma implícita, valores presentes líquidos de um fluxo de caixa na perpetuidade descontados por uma taxa ajustada ao risco inerente a cada fluxo. Deste modo, uma hipotética alteração na estrutura de capital a partir da qual aumenta-se o valor do *equity* em detrimento ao valor da dívida sem que haja alterações nas expectativas dos fluxos de caixa operacionais vindouros, implica necessariamente em uma redução da taxa de desconto do acionista simultaneamente a um aumento da taxa de desconto dos credores. Considerando que ambas as taxas estão ajustadas ao risco, há uma transferência de risco dos acionistas para os credores.

Para a execução deste objetivo, assume-se que a dívida corporativa a valor de mercado pode ser estimada através do modelo de Merton (1974). Assume-se também que o índice beta desenvolvido no modelo CAPM é uma boa medida de risco e que a relação entre os riscos suportados por acionistas e credores estão relacionados conforme a formulação de Conine (1980).

³ Pode-se considerar outros stakeholders como governo (através do recolhimento de impostos na aquisição ou venda de mercadorias, como ICMS, ou na renda, como IR), funcionários (através de programas de participação nos lucros), etc.

O objetivo secundário é fazer uma comparação entre o índice beta da firma (também chamado de índice beta não-alavancado) estimado pelos modelos de Conine (1980) e Hamada (1969). No modelo de Conine, é considerado que, diferentemente do que foi conjecturado por Hamada, a dívida corporativa possui risco. A importância do índice beta não-alavancado decorre do fato de que o mesmo é capaz de captar o risco da empresa relacionado exclusivamente aos seus ativos, eliminando a interferência das decisões dos gestores referentes ao modo como esses ativos foram financiados.

Para a execução destes dois objetivos, serão estudadas as principais empresas de capital aberto listadas na bolsa de valores de São Paulo (B3). O período total da amostra compreende os anos de 2002 a 2016. Foram consideradas todas as empresas que apresentaram pelo menos um valor trimestral médio de capitalização de mercado superior a 200 milhões de reais e com dados de mercado e demonstrações contábeis consolidadas suficientes para estimar os índices betas. Utilizando estes critérios, foram selecionados 116 companhias.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção são expostas as construções teóricas dos principais modelos que dão suporte a este estudo. Primeiramente, é apresentado o modelo de Merton (1974), que é utilizado para calcular o valor de mercado da dívida corporativa. Na sequência, são mostrados os modelos de Vassalou e Xing (2004) e Cooper e Davydenko (2007), que são demonstrações da aplicabilidade do modelo de Merton. Vassalou e Xing (2004) considera que a dívida corporativa possui risco e apresenta uma fórmula para o cálculo da probabilidade de default. Cooper e Davydenko (2007) propõem, ao calcular o WACC, estimar o custo da dívida corporativa separando os custos diversificáveis daqueles que não são diversificáveis. Além disso, estes dois modelos são úteis no processo de estimação de variáveis que não são diretamente observáveis, em especial, o valor e a volatilidade da firma.

Em seguida, são retratados os modelos CAPM (desenvolvido por Sharpe-Lintner-Mossin), Hamada (1969) e Conine (1980). O modelo CAPM é empregado para calcular os índices beta das ações e da dívida corporativa que podem ser interpretados como as medidas de risco assumido pelos acionistas e credores ao investir na firma. O modelo de Hamada (1969) concilia o CAPM com as proposições de Modigliani e Miller (1958;1963) e apresenta como calcular o índice beta desconsiderando os efeitos do endividamento. Conine (1980) relaxa a hipótese utilizada por Hamada, que considera que a dívida corporativa não tem risco,

e mostra a relação existente entre o beta não-alavancado e beta alavancado e o índice beta da dívida corporativa.

2.1 O modelo de MERTON (1974)

Merton (1974) afirma que o valor de um título de dívida depende principalmente da taxa de juros da dívida sem risco (em termos de insolvência), das cláusulas contratuais estabelecidas entre as partes (vencimento, senioridade em uma eventual falência, taxa de juros, fundo de amortização, etc.), da probabilidade da firma não honrar alguma ou todas as exigências contratuais, ou seja, da probabilidade de *default*.

Em seu artigo seminal, Merton (1974) apresenta a teoria da estrutura de risco da taxa de juros, onde é desenvolvido um método de precificação para títulos de dívidas quando existe uma probabilidade de insolvência significativa. Neste artigo, o risco é entendido como a possibilidade de ganhos ou perdas para os detentores de dívida resultantes de mudanças não-antecipadas nas probabilidades de *default* (risco de crédito), e não inclui ganhos ou perdas inerentes a todos títulos causadas por mudanças não-antecipadas nas taxas de juros em geral (risco de mercado). Além disso, considera que as diferenças de preços entre os títulos são causadas unicamente pelas diferenças nas probabilidades de *default*.

Merton (1974) desenvolve seu modelo a partir do modelo de precificação de opções de Black-Scholes, assumindo as seguintes premissas:

- A.1 Não há custos de transação, impostos ou impedimentos à divisibilidade dos ativos.
- A.2 Existe um número suficiente de investidores com níveis de riqueza próximos, de forma que cada investidor acredita que pode comprar e vender a quantidade de ativo que deseja a preços de mercado.
- A.3 Existe um mercado para emprestar e pegar emprestado a uma mesma taxa de juros.
- A.4 São permitidas vendas a descoberto de todos os ativos, inclusive com o uso integral dos recursos.
- A.5 A negociação de ativos ocorre de forma contínua no tempo.
- A.6 É válido o teorema de Modigliani-Miller que afirma que o valor da firma é independente de sua estrutura de capital.
- A.7 A estrutura a termo é 'flat' e conhecida por todos, isto é, o preço descontado do título sem risco que promete um pagamento de um dólar dentro de um período t é $P(t) = \exp(-rt)$ onde r é a taxa (instantânea) de juros sem risco, a mesma para todo período.

A.8 A dinâmica do valor da firma, V , no tempo pode ser descrita por um processo estocástico de difusão, com a seguinte equação diferencial estocástica:

$$dV = (\alpha V - C)dt + \sigma V dz$$

onde α é a taxa de retorno instantânea esperada sobre a firma por unidade de tempo; C é o *payout* total por unidade de tempo para ambos acionistas e credores (exemplo: dividendos ou pagamentos juros) se for positivo. Caso seja negativo, é a quantidade líquida recebida pela firma de um novo financiamento; σ^2 é a variância instantânea do retorno da firma por unidade de tempo; dz é um processo padrão de Gauss-Wiener.

Algumas destas premissas não são totalmente necessárias para o modelo, podendo ser relaxadas, como as de mercados perfeitos (A.1 - A.4). A.6 é provada durante o desenvolvimento do modelo e A.7 foi escolhida com o intuito de distinguir estrutura de risco dos efeitos da estrutura a termo na precificação.

A.5 e A.8 são, de fato, as premissas críticas. Basicamente, A.5 requer que o mercado para estes títulos seja serialmente independente, o que é consistente com o a hipótese de mercado eficiente de Fama (1970) e Samuelson (1965).

Seja Y o valor de mercado de um título que possa ser escrito como uma função do valor da firma e do tempo, $Y=F(V,t)$. Assim:

Equação 1:

$$dY = (\alpha_y Y - C_y)dt + \sigma_y Y dz_y$$

onde α_y é a taxa de retorno instantânea esperada sobre a firma por unidade de tempo deste título; C_y são os *payouts* (em unidades monetárias) por unidade de tempo para este título; σ_y^2 é a variância instantânea do retorno por unidade de tempo; dz_y é um processo padrão de Gauss-Wiener.

Entretanto, dado que $Y=F(V,t)$, existe uma relação explícita entre α_y , σ_y e dz_y na equação 1 e as variáveis correspondentes α , σ e dz definidas em A.8. Utilizando o Lema de Itô e a equação de A.8, pode-se escrever:

Equação 2:

$$\begin{aligned} dY &= F_v dV + \frac{1}{2} F_{vv} (dV)^2 + F_t \\ &= \left[\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{vv} + (\alpha V - C) F_v + F_t \right] dt + \sigma V F_v dz, \end{aligned}$$

onde os subscritos denotam as derivadas parciais. Comparando termos em (2) e (1), tem-se que:

Equações 3.a, 3.b, 3.c:

$$\alpha_y Y = \alpha_y F \equiv \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{VV} + (\alpha V - C) F_V + F_t + C_y \quad (3.a)$$

$$\sigma_y Y = \sigma_y F \equiv \sigma V F_V \quad (3.b)$$

$$dz_y \equiv dz \quad (3.c)$$

Observa-se em (3.c) que o retorno instantâneo de Y e V são perfeitamente correlacionados.

Considerando um portfólio composto de três títulos, sendo a firma, o título específico, e dívida sem risco, de modo que o investimento agregado no portfólio seja zero (utiliza-se vendas a descoberto e empréstimos para financiar as posições compradas), seja W_1 a quantidade de dólares investido na firma, W_2 a quantidade investida no título e W_3 a quantidade investida na dívida sem risco, sendo $W_3 = - (W_1 + W_2)$. Se dx é o retorno instantâneo do portfólio (em dólares), então:

Equação 4:

$$\begin{aligned} dx &= W_1 \frac{(dV + Cdt)}{V} + W_2 \frac{(dY + C_y dt)}{V} + W_3 r dt \\ &= [W_1(\alpha - r) + W_2(\alpha_y - r)] dt + W_1 \sigma dz + W_2 \sigma_y dz_y \\ &= [W_1(\alpha - r) + W_2(\alpha_y - r)] dt + [W_1 \sigma + W_2 \sigma_y] dz \end{aligned}$$

Suponha que uma estratégia de portfólio $W_j = W_j^*$ seja escolhida tal que o coeficiente de dz seja sempre zero. Então, o retorno em dólar do portfólio, dx^* , não seria estocástico. Como o portfólio não requer investimento, para não haver lucro de arbitragem, o retorno esperado/realizado desta estratégia é zero, isto é,

$$W_1^* \sigma + W_2^* \sigma_y = 0 \quad (\text{sem risco}) \quad (5.a)$$

$$W_1^* (\alpha - r) + W_2^* (\alpha_y - r) = 0 \quad (\text{sem arbitragem}) \quad (5.b)$$

Uma solução não-trivial ($W_1^* \neq 0$) para (5) existe se e somente se:

Equação 6:

$$\frac{(\alpha - r)}{\sigma} = \frac{(\alpha_y - r)}{\sigma_y}$$

De (3.a) e (3.b), substituindo por α_y e σ_y , e reescrevendo (6) como

Equação 6.a:

$$\frac{(\alpha - r)}{\sigma} = \left[\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{VV} + (\alpha V - C) F_V + F_t + C_y - rF \right] / \sigma V F_V$$

Simplificando e rearranjando os termos em (6.a), tem-se:

Equação 7:

$$0 = \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{VV} + (rV - C) F_V - rF + F_t + C_y$$

A equação 7 é uma equação diferencial parcial parabólica para F , que deve ser satisfeita por qualquer título cujo valor possa ser escrito como uma função do valor da firma no tempo. Para uma descrição completa da equação diferencial parcial é necessário acrescentar à equação 7 a especificação de duas condições de fronteira e uma condição inicial, sendo que estas condições são as que definem o tipo de título (ex: título de dívida, ações, etc.)

É importante comentar que, além do tempo e do valor da firma, F depende da taxa de juros, do risco do negócio (medido pela variância do valor da firma), da política de *payout* da firma e do *payout* prometido para o detentor do título. Por outro lado, F não depende da taxa de retorno da firma ou do perfil dos investidores com relação ao risco, tampouco das características de outros ativos eventualmente disponíveis para os investidores. Deste modo, dois investidores com curvas de utilidade bastante diferentes e com diferentes expectativas sobre o futuro da empresa, mas que concordem com o valor atual da firma e com a sua respectiva volatilidade para uma dada taxa de juros, chegarão ao mesmo valor do título relacionado.

Com relação aos parâmetros e variáveis utilizados no modelo, apenas a variância não é diretamente observável, porém o autor afirma que a mesma pode ser estimada através de dados séries temporais.

Na seção III de seu artigo, Merton (1974) apresenta uma aplicação de sua formulação no caso mais simples de precificação de uma dívida corporativa. Suponha que a empresa tenha duas classes de obrigações, sendo uma de dívida e outra de participação acionária que detém o valor residual da empresa após a quitação do débito. Suponha ainda que o contrato estabeleça (1) o pagamento total de B dólares aos credores na data T e (2) no caso de não cumprimento, os credores assumam o controle total da empresa e os acionistas percam tudo que investiram. A firma fica (3) impedida de assumir novas dívidas, distribuir dividendos e

recomprar ações até a data de quitação. Se F é o valor do título da dívida, então, utilizando a equação 7 e considerando $C_y=0$, pois não há pagamento de juros, e $C=0$ devido à condição (3) tem-se:

Equação 8:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{VV} + rVF_V - rF + F_\tau = 0$$

onde $\tau = (T - t)$ é a quantidade de tempo até o vencimento de modo que $F_t = -F_\tau$.

Para calcular o valor do débito a partir da equação 8 é necessário estipular as duas condições de fronteira e também a condição inicial. Por definição, o valor a empresa é igual ao valor do débito mais o valor do *equity*, ou seja $V = F(V; \tau) + f(V; \tau)$, respectivamente. Sendo estes valores sempre não-negativos, então:

Equação 9.a:

$$F(0; \tau) = f(0; \tau) = 0$$

Como $F(V; \tau)$ é sempre menor ou igual ao valor da firma, então

Equação 9.b:

$$\frac{F(V; \tau)}{V} \leq 1$$

Devido ao fato de que os gestores da empresa são escolhidos pelos acionistas e, por isso, representam os melhores interesses dos mesmos, e pelas duas condições de fronteira, estabelece-se a condição inicial: sendo $\tau = 0$ na data de vencimento (T), a firma deve quitar a sua dívida senão o valor do equity será zero e os credores assumirão o controle. Conseqüentemente, a dívida somente será paga quando o valor da firma for maior que a dívida; caso contrário, os acionistas preferem entregar a empresa aos credores, que receberão um valor menor do que o devido. Então a condição inicial da dívida quando $\tau = 0$ é:

Equação 9.c:

$$F(V; 0) = \min[V; B]$$

Com as condições estabelecidas, é possível solucionar o problema utilizando os métodos de separação de variáveis ou a transformação de Fourier. Porém, o autor prefere seguir a resolução de um problema similar existente na literatura.

Utilizando a equação 8 para determinar o valor do acionista, $f(V; \tau)$, tem-se:

Equação 10:

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2f_{VV} + rVf_V - rf + f_\tau = 0 \quad \text{sujeito a:}$$

Equação 11:

$$f(V; 0) = \max [0 ; V - B]$$

Sujeitos às condições de fronteiras (09.a) e (09.b). Conforme os trabalhos de Black-Scholes (1973, p.643) e Merton (1973, p.65), é possível verificar que as equações 10 e 11 representam as equações para uma opção de compra europeia de uma ação que não paga dividendos, onde o valor da firma em (10) e (11) corresponde ao preço da ação e B corresponde ao preço de exercício da opção. Esta relação isomórfica de preço entre o *equity* alavancado e a opção de compra permite solucionar (10) e (11) diretamente, além de permitir aplicar os resultados de estática comparativa para os casos do *equity* e, conseqüentemente, para dívida.

Utilizando a equação desenvolvida por Black-Scholes quando a variância (σ^2) é constante, tem-se:

Equação 12:

$$f(V; \tau) = V\Phi(x_1) - Be^{-r\tau}\Phi(x_2) ; \text{ onde:}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

$$x_1 \equiv \left\{ \log[V/B] + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2 \right) \tau \right\} / \sigma\sqrt{\tau}$$

$$x_2 \equiv x_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

De (12) e $F(V; \tau) = V - f(V; \tau)$, o valor do título de dívida pode ser escrito como

Equação 13:

$$F(V; \tau) = Be^{-r\tau} \left\{ \Phi[h_2(d; \sigma^2\tau)] + \frac{1}{d} \Phi[h_1(d; \sigma^2\tau)] \right\} \text{ onde:}$$

$$d \equiv Be^{-r\tau} / V$$

$$h_1(d; \sigma^2\tau) \equiv - \left\{ \frac{1}{2}\sigma^2\tau - \log(d) \right\} / \sigma\sqrt{\tau}$$

$$h_2(d; \sigma^2\tau) \equiv - \left\{ \frac{1}{2}\sigma^2\tau + \log(d) \right\} / \sigma\sqrt{\tau}$$

Como as avaliações de títulos são geralmente feitas em termos de rendimento, pode-se reescrever a equação 13 em termos de prêmio de risco:

Equação 14:

$$R(\tau) - r = \frac{-1}{\tau} \log \left\{ \Phi[h_2(d; \sigma^2 \tau)] + \frac{1}{d} \Phi[h_1(d; \sigma^2 \tau)] \right\}$$

$$F(V; \tau) = B e^{-R(\tau)\tau}$$

onde $R(\tau)$ é o *yield-to-maturity* do título da dívida e, descontando à taxa livre de risco de seu valor, tem-se o prêmio de risco que depende apenas de duas variáveis: a variância da firma (σ^2) e a razão entre o valor presente do contrato da dívida descontado à taxa livre de risco e o valor corrente da firma (d)⁴. Assim, a equação 14 define a estrutura de risco da taxa de juros.

Uma vez que Merton (1973) solucionou o problema de precificação de opções quando a estrutura a termos não é “*flat*” e sim estocástica (usando a correspondência entre opções e *equity* alavancado), Merton (1974) deduz a estrutura de risco com uma estrutura a termo estocástica, pois as equações (13) e (14) seriam as mesmas, exceto pela substituição do termo “ e^{-rt} ” pelo preço da dívida descontada à taxa sem risco que paga um dólar a um prazo futuro τ e “ $\sigma^2 \tau$ ” pelo termo de variância generalizada em Merton (1973).

3.2 O modelo de Vassalou e Xing (2004): Default Risk in Equity Returns

Segundo Vassalou e Xing (2004), a diferença entre a taxa livre de risco e a taxa praticada por um credor ao emprestar para uma firma (*spread*) é uma função crescente da probabilidade de *default*, e, apesar de existir muita pesquisa sobre os impactos da probabilidade de *default* sobre títulos de dívidas e derivativos, pouca atenção foi dada para os efeitos sobre os retornos do acionista, sendo que estes efeitos não são óbvios uma vez que os acionistas têm direito apenas ao fluxo de caixa residual da empresa.

Para responder como o risco de *default* afeta os retornos do acionista, os autores estimam indicadores da probabilidade de *default* (DLI) para firmas individuais usando dados das ações. Estes indicadores são funções não-lineares da probabilidade de *default* e são calculados utilizando as metodologias de Black e Scholes (1973) e Merton (1974).

Vassalou e Xing (2004) descobrem que as suas medidas de risco de *default* contêm informações bem diferentes do *spread* agregado usual. Isso ocorre apesar do fato do DLI calculado ser realmente capaz de prever um eventual *default*. Os autores encontram também

⁴ Devido ao fato de ‘ d ’ ser a razão entre dívida e valor da firma, onde a dívida é descontada à taxa de livre de risco, ‘ d ’ é uma estimativa tendenciosa para cima do valor de mercado real desta razão.

que o risco de *default* está fortemente relacionado ao tamanho da firma e ao *book-to-market*, BM (ou seja, o valor contábil da empresa dividido pelo seu valor de mercado).

Segundo os autores, existem diversas preocupações ao utilizar modelos contábeis para estimar o risco de *default* para o acionista, pois as informações contábeis representam a performance passada da companhia, contrastando com o modelo de Merton (1974), que usa informações de mercado, sendo que estas são reflexos da expectativa dos investidores sobre a performance futura da empresa.

Uma fonte alternativa para calcular o risco de *default* é o mercado de títulos, de onde pode-se extrair informações de classificação de crédito (*ratings*), *spread* entre o título de dívida da firma e o retorno agregado e, assim, inferir sobre o respectivo risco de inadimplência. Quando um estudo utiliza as mudanças nas classificações de crédito como medida de risco de *default*, assume implicitamente que todos os ativos dentro de uma mesma categoria possuem o mesmo risco de inadimplência e que este é igual à média histórica. Ademais, assume que é impossível que a companhia experimente uma mudança no risco de *default* sem que haja uma mudança na sua classificação de risco; porém, geralmente existe uma defasagem entre a mudança no risco e seu reflexo no *rating* da firma. Também deve-se considerar a possibilidade do mercado de títulos e de ações não estarem totalmente integrados pois, em geral, o mercado de títulos possui menos liquidez que o mercado de ações.

O modelo de Vassalou e Xing (2004) referencia-se em grande parte no modelo de Merton (1974) visto anteriormente. Assim, os autores consideram que os acionistas possuem uma opção de compra da firma onde o valor de exercício é o valor da dívida e o valor de mercado da firma segue um Movimento Geométrico Browniano:

Equação 15:

$$dV_A = \mu V_A dt + \sigma_A V_A dW$$

onde V_A é o valor dos ativos pertencentes à firma (ou seja, valor da firma) com uma média instantânea μ (*drift*), uma volatilidade instantânea σ_A amplificada por um processo padrão de Wiener W .

Denotando X_t o valor contábil do débito da firma no tempo t , que possui um vencimento T , o valor de mercado do *equity* V_E é dado pela formula de Black e Scholes (1973) para opção de compra:

Equação 16:

$$V_E = V_A N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2)$$

Equação 17:

$$d_1 = \frac{\ln[V_A/X] + (r + \frac{1}{2}\sigma_A^2)T}{\sigma_A\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma_A\sqrt{T},$$

Sendo r a taxa livre de risco e N a função densidade acumulada de uma distribuição normal padrão.

Para calcular σ_A , que não é uma variável diretamente observável, os autores adotaram um processo iterativo. Usando dados diários de 12 meses, para cada firma obtém-se uma estimativa de σ_E que é usada como um valor preliminar para estimação de σ_A . Usando a fórmula de Black e Scholes e, para cada dia com negociação na bolsa dos últimos 12 meses, é computado V_A usando V_E como o valor de mercado do *equity* para aquele dia. Desta maneira são obtidos os valores diários de V_A do período, que então é utilizado para calcular um segundo valor para σ_A que será utilizado na próxima iteração. O processo é repetido até que haja convergência dos valores de σ_A de duas iterações consecutivas, considerando uma tolerância de 10^{-4} . De posse do valor de convergência de σ_A , o mesmo é utilizado na equação 16 para obter o valor de V_A .

Este processo é repetido ao fim de cada mês, resultando em uma estimação de valores mensais de σ_A . A janela de estimação é sempre mantida igual a 12 meses. A taxa de juros sem risco usada para cada processo de iteração mensal é a taxa observada no final do mês do tesouro americano de um ano (1 year T-Bill).

O *drift* μ é calculado a partir da estimação dos valores diários de V_A como a média das alterações no $\ln(V_A)$ e a probabilidade de default pode ser escrita como:

Equação 18:

$$P_{\text{def},t} = \text{Prob}(V_{A,t+T} \leq X_t \mid V_{A,t}) = \text{Prob}(\ln(V_{A,t+T}) \leq \ln(X_t) \mid \ln(V_{A,t}))$$

Como o valor da firma segue um movimento geométrico browniano, o valor dos ativos a qualquer tempo t é dado por:

Equação 19:

$$\ln(V_{A,t+T}) = \ln(V_{A,t}) + \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T + \sigma_A\sqrt{T}\varepsilon_{t+T}$$

Equação 20:

$$\varepsilon_{t+T} = \frac{W(t+T) - W(t)}{\sqrt{T}} \quad e \quad \varepsilon_{t+T} \sim N(0; 1)$$

Portanto, da combinação das equações 18, 19 e 20, a probabilidade de *default* pode ser escrita como:

Equação 21:

$$P_{\text{def},t} = \text{Prob} \left(\ln(V_{A,t}) - \ln(X_t) + \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) T + \sigma_A \sqrt{T} \varepsilon_{t+T} \leq 0 \right)$$

$$P_{\text{def},t} = \text{Prob} \left(\frac{-\ln(V_{A,t}/X_t) - \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) T}{\sigma_A \sqrt{T}} \geq \varepsilon_{t+T} \right)$$

Assim, os autores definem a distância de *default* (DD) como:

Equação 22:

$$DD_t = \frac{\ln(V_{A,t}/X_t) + \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) T}{\sigma_A \sqrt{T}}$$

A distância de *default* mede a quantidade de desvios padrão que o log da razão entre o valor da firma e a dívida tem da média para que o *default* aconteça. Devido à distância de *default* depender do valor futuro da firma dado pela equação 17, então o valor da empresa depende do *drift*, μ , que contrasta com a formula de precificação de opção compra, equação 16, que independe de μ .

Vassalou e Xing determinam a probabilidade conforme equação abaixo:

Equação 23:

$$P_{\text{def}} = N(-DD) = N \left(\frac{-\ln(V_{A,t}/X_t) - \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) T}{\sigma_A \sqrt{T}} \right)$$

Para o cálculo desta probabilidade de *default* teórica é utilizada a mesma distribuição de probabilidade contida do modelo de Merton, ou seja, a normal padrão. A probabilidade calculada não pode ser considerada a verdadeira probabilidade de *default* para grandes amostras, em contraste com as probabilidades calculadas por empresas de classificação de

risco, pois as mesmas são calculadas utilizando distribuições empíricas de *default* baseadas em ocorrências de empresas insolventes.

Para calcular os impactos do DLI no retorno do acionista, os autores elaboram modelos empíricos com dados de milhares de empresas entre os anos de 1971 a 1999, onde incorporam também as variáveis *size* (tamanho) e *book-to-market* – o uso de ambas variáveis está embasado no modelo de fatores de Fama e French (1996) – para explicar o excesso de retorno das ações.

Os autores concluem que as variáveis *size* e *book-to-market* possuem grande relação com o risco de *default* pois firmas pequenas possuem maiores retornos que as grandes somente se apresentarem grande risco de insolvência. De forma análoga, ações subvalorizadas (*value stock*) possuem retornos maiores que as ações de crescimento (*growth stock*) somente se o risco de *default* das ações subvalorizadas for, comparativamente, mais elevado. Em adição, companhias com risco alto de *default* oferecem maiores retornos somente se possuem alto índice BM e/ou forem classificadas como firmas pequenas. Em todos os outros casos, não existem diferenças significantes nos retornos das ações com alto risco de *default* das ações de baixo risco.

Foi evidenciado por meio de testes de precificação de ativos que o risco de *default* é um risco sistemático e também que os fatores de Fama e French não podem ser considerados boas variáveis *proxy* do risco de *default* por conterem outras informações significativamente importantes referente a preços, de tal forma que não possuem relação determinística com o risco de *default*.

3.3 O modelo de Cooper e Davydenko (2007)

Cooper e Davydenko (2007) propõe um modelo para estimar o retorno esperado da dívida com risco sendo este custo um dos componentes para o cálculo do custo médio ponderado de capital da firma (WACC). O WACC é o retorno necessário sobre os ativos operacionais de uma empresa, suficiente para garantir a adequada remuneração dos acionistas e dos credores. O cálculo correto do WACC é uma das questões mais importantes em finanças corporativas pois é usado pelas firmas nas decisões de investimento, definição de metas, medição de desempenho. Apesar disso, os autores comentam que pouca atenção foi dada para o custo da dívida e que os modelos existentes geralmente negligenciam um componente importante do custo da dívida – a possibilidade de *default* e, portanto, o uso destes métodos pode gerar resultados com erros significantes nas estimativas do WACC.

Sendo o WACC uma variável não observada diretamente, o cálculo padrão para sua estimativa é:

Equação 24:

$$\text{WACC} = p_D r_D (1 - T_x) + (1 - p_D) r_E ;$$

onde p_D é a participação da dívida no financiamento da empresa (grau de alavancagem), r_D é o retorno exigido ou o custo da dívida, T é a taxa de impostos e r_E é a taxa requerida pelo acionista, ou seja, o custo do capital próprio (custo do *equity*). O retorno esperado do *equity* é dado por:

Equação 25:

$$r_E = r + \pi_E ;$$

onde r é a taxa livre de risco e π_E é o prêmio de risco do acionista. O prêmio de risco do acionista pode ser estimado por modelos como CAPM, APT, entre outros. Este tema não faz parte do escopo deste artigo, bem como a questão da estimativa da taxa de imposto (T_x). Assim, por motivo de simplificação, será assumindo que T_x é igual a zero.

No caso da estimativa do custo do capital de terceiros, a abordagem mais comum é usar como estimativa, no cálculo do WACC, o rendimento prometido da dívida recentemente emitida pela empresa. Teoricamente, no entanto, o retorno esperado da dívida deverá refletir o rendimento prometido líquido de qualquer perda esperada por *default*. Entende-se que este retorno é uma função da probabilidade esperada de *default*. Citando Kaplan e Stein (1990), os autores afirmam que, devido ao risco de inadimplência, os retornos esperados de dívida de uma empresa com um alto grau de alavancagem são, certamente, inferiores aos prometidos. Deste modo, pelo menos para uma firma com probabilidade considerável de *default*, o retorno prometido poderia, de forma significativa, inflar o custo da dívida e do WACC. Em casos extremos, o uso do retorno prometido como o custo da dívida poderia até resultar no custo estimado da dívida maior que o custo do capital próprio.

O desafio da estimação do custo da dívida surge devido ao fato do *spread* entre os retornos prometidos das dívidas com risco e da dívida sem risco (com a mesma maturidade, liquidez e características tributárias) constituir-se de dois elementos. O primeiro é referente ao prejuízo esperado devido a inadimplência. O segundo é o prêmio de risco esperado devido ao risco não diversificado da dívida, ou seja:

Equação 26:

$$\textit{Spread} \text{ do Retorno Esperado} = \text{Perda por } \textit{Default} \text{ Esperada} + \text{Prêmio de risco Esperado}.$$

Conforme mencionado, a perda por *default* esperada não deve ser incluída no custo da dívida pois não faz parte do retorno esperado (pode ser diversificada). Assim,

Equação 27:

$$\text{Custo da dívida} = \text{Retorno prometido} - \text{Retorno equivalente de perda por } \textit{default} \text{ esperada};$$

O viés no WACC resultante do uso do retorno prometido depende da proporção do *spread* que está relacionado ao risco de perda por *default*. Quando este tende a zero, é possível utilizar o retorno prometido como o custo da dívida no cálculo do WACC. O método proposto baseia-se, portanto, na proporção do *spread* de mercado atribuível à expectativa de *default*, além de permitir o uso de variáveis que são observáveis sendo que, com exceção da volatilidade do *equity*, estas variáveis são os *inputs* padrão para o cálculo do WACC. Para isso, é utilizado o método desenvolvido por Merton (1973) para dividir o *spread* de mercado observado entre a parcela que representa o *default* esperado (compensação por uma eventual inadimplência) e a parcela que referente ao o prêmio de retorno esperado. Considera-se que o valor dos ativos da firma siga um movimento geométrico browniano, então:

Equação 28:

$$dV/V = \mu dt + \sigma dW_t ,$$

onde μ é o retorno esperado dos ativos da firma, σ volatilidade dos ativos e W_t o processo padrão de Wiener, sendo as variáveis μ e σ não diretamente observáveis. Além disso, no modelo de Merton (1973), é considerada uma única classe de dívida de risco sem pagamento de cupom com vencimento T . Porém, na presença de diversos tipos de dívidas, com diferentes datas de vencimento, podendo ou não ter pagamento de cupom, torna-se difícil estabelecer um valor de T . A ideia por trás do procedimento de resolução desta questão é encontrar os valores de μ , σ e T que conciliam o modelo Merton com os *spreads* observados, dada a estrutura de capital da empresa e outras características. Após a definição dos parâmetros implícitos da distribuição de ativos, pode-se calcular o retorno esperado da dívida, consistente com essa distribuição e com o retorno do *equity*.

Reescrevendo a fórmula de Merton de modo a expressar a relação entre a variância dos ativos da firma (ou simplesmente a volatilidade da firma) σ , o grau de alavancagem da firma

p_D , o vencimento do débito T , o *spread* prometido s , e fazendo $s = -r + \ln(F/B)/T$ (onde F é o pagamento prometido do débito e B é o valor do débito), tem-se:

Equação 29:

$$(1 - p_D) = N(d_1) - p_D e^{sT} N(d_2),$$

Equações 30 e 31:

$$d_1 = \frac{-\ln p_D - (s - 1/2 \sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Apesar da equação 45 apresentar dois parâmetros desconhecidos, σ e T , o modelo de Merton implica que a variância σ_E deve satisfazer a seguinte relação:

Equação 32:

$$\sigma_E = \sigma N(d_1)/(1 - p_D)$$

Desta forma, deve-se encontrar σ e T resolvendo simultaneamente as equações 29 e 32 já que as demais variáveis (s , p_D e σ_E) são observáveis. Calcula-se σ como a volatilidade implícita da firma pois o *equity* é visto como uma opção de compra sobre os ativos. O parâmetro T sintetiza não apenas os vencimentos reais dos diversos tipos de dívida em estruturas de capital complexas, mas também considera a presença de custos de resgates e outras complicações que refletem nos *spreads* observados, mas que não estão inclusas no modelo de Merton.

De posse dos valores de σ , T , o retorno esperado do *equity* (dado pela equação 25) e assumindo o *equity* como uma opção de compra dos ativos que, por consequência, compartilha a mesma fonte de risco com esses ativos, então os prêmios de risco dos ativos π e do *equity* π_E estão relacionados da seguinte forma:

Equação 33:

$$\frac{\pi}{\pi_E} = \frac{(\mu - r)}{\mu_E - r} = \frac{\sigma}{\sigma_E}$$

Substituindo na equação 32,

Equação 34:

$$\pi = \pi_E(1 - p_D)/N(d_1)$$

A parcela do *spread* referente à expectativa de *default* e o custo do débito podem ser calculados como:

Equações 35 e 36:

$$\delta = -(1/T) \ln[e^{(\pi-s)T} N(-d_1 - \pi_E \sqrt{T}/\sigma_E)/p_D + N(d_2 + \pi_E \sqrt{T}/\sigma_E)]$$

$$\text{Custo do Débito} = \text{Retorno Prometido} - \delta$$

Resumindo, o resultado do custo da dívida estimado é consistente com o retorno prometido da dívida da firma e com os *inputs* para cálculo do WACC.

3.4 O modelo CAPM – *Capital Asset Pricing Model*

Em seu artigo pioneiro, *Portfolio Selection*, Markowitz (1952) destituiu a hipótese de que o investidor busque apenas a maximização da taxa de retorno de seu investimento, pois esta premissa não implica na existência de uma carteira diversificada que é preferível a todas as carteiras não diversificáveis. Segundo o autor, a escolha dos ativos que compõem a carteira deve ser feita de modo a maximizar o retorno para um dado nível de risco (definido como a variância), sendo que o risco e o retorno de um ativo não devem ser avaliados isoladamente, mas sim como contribuições para o risco e retorno geral de uma carteira.

Baseado nos estudos de Markowitz (1952), é elaborado o modelo de precificação de ativos de capital (CAPM), desenvolvido por Sharpe-Lintner-Mossin. Conforme comentado por Rubinstein (2006), Sharpe imaginou o que aconteceria se todos investidores na economia seguissem o conselho de Markowitz, o que acarretou na primeira derivação publicada do modelo CAPM.

Conforme Copeland, Weston e Shastri (1988), o CAPM foi desenvolvido quase simultaneamente por Sharpe (1963, 1964) e Treynor (1961) e depois aprofundado por Mossin (1966), Lintner (1965, 1969) e Black (1972), e mostra que as taxas de retorno de equilíbrio de todos os ativos são função das respectivas covariâncias com a carteira de mercado.

As premissas básicas do modelo são:

- 1 - Os investidores são avessos ao risco e maximizam a utilidade esperada da sua riqueza.
- 2 - Investidores são tomadores de preço e têm expectativas homogêneas sobre os retornos dos ativos, que possuem distribuição conjunta de probabilidade.
- 3 - Existe um ativo livre de risco que todos investidores podem emprestar ou pegar emprestado quantidades ilimitadas a uma mesma taxa livre de risco.
- 4 - A quantidade de ativos disponível é fixa e todos são negociáveis e perfeitamente divisíveis.

5 - Não existem custos de transações e todos os investidores possuem pleno acesso às informações que estão disponíveis para todos sem qualquer custo.

6 - Não existe imperfeições de mercado como taxas, regulamentos ou restrições sobre vendas a descoberto.

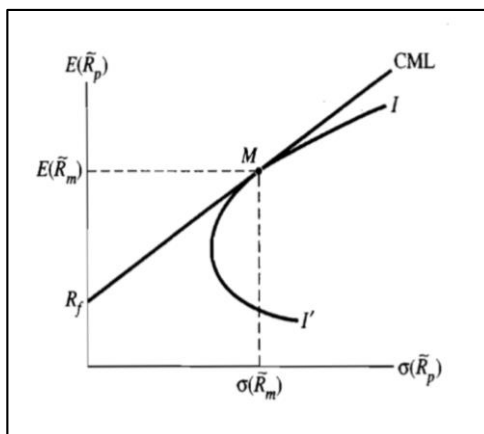
Apesar de algumas hipóteses divergirem da realidade, as mesmas são simplificações que permitem o desenvolvimento do modelo. Para se provar o CAPM é necessário que, em equilíbrio, a carteira de mercado seja eficiente. Pode-se estabelecer a eficiência argumentando que, devido ao fato dos investidores possuírem expectativas homogêneas, então todos identificam o mesmo conjunto de ativos com variância mínima.

O gráfico apresentado na figura 01 mostra a relação entre retorno esperado (eixo y) e risco, dado pelo desvio padrão (eixo x), da carteira de mercado, M, e de um conjunto de diversos ativos combinados em carteiras, delimitados pela curva I-I'. A reta que conecta a taxa de retorno sem risco, R_f , a M é a linha de mercado de capitais, CML. Considerando que o mercado de capitais está em equilíbrio, os preços são estabelecidos de tal forma que a oferta de ativos seja igual à sua demanda, conseqüentemente, a carteira de mercado irá conter todos os ativos negociados. Cada ativo participa da carteira de mercado de acordo com o seu peso, w , no total de ativos disponíveis no mercado. Matematicamente:

Equação 37:

$$w_i = \frac{\text{valor de mercado do ativo}}{\text{valor de mercado de todos ativos disponíveis}}$$

Figura 1 Conjunto de Oportunidades e Linha de Mercado de Capitais



Fonte: Copeland, Weston e Shastri (2008)

Considere que um investidor faça uma combinação convexa entre um ativo arriscado, i , e a carteira de mercado, M . Como resultado desta combinação, o novo portfólio, p , apresenta a seguinte média e desvio padrão:

Equação 38:

$$E(\tilde{R}_p) = aE(\tilde{R}_i) + (1 - a)E(\tilde{R}_m), \quad a \in [0; 1]$$

Equação 39:

$$\sqrt{\text{var}(\tilde{R}_p)} = \sigma(\tilde{R}_p) = [a^2\text{var}(i) + (1 - a)^2\text{var}(m) + 2a(1 - a)\text{cov}(i; m)]^{1/2}$$

Uma mudança na proporção do ativo i (dada pelo parâmetro a) no portfólio p , produz o seguinte impacto no retorno esperado e no desvio padrão:

Equação 40:

$$\frac{\partial E(\tilde{R}_p)}{\partial a} = E(\tilde{R}_i) - E(\tilde{R}_m)$$

Equação 41:

$$\frac{\partial \sigma(\tilde{R}_p)}{\partial a} = 0,5[a^2\text{var}(i) + (1 - a)^2\text{var}(m) + 2a(1 - a)\text{cov}(i; m)]^{-0,5} \cdot [2a\text{var}(i) - 2(1 - a)\text{var}(m) + 2\text{cov}(i; m) - 4a\text{cov}(i; m)]$$

Devido ao fato do ativo arriscado, i , compor a carteira de mercado com participação w_i , Sharpe e Treynor interpretam o parâmetro “ a ” como um excesso de demanda pelo ativo i . Porém, em equilíbrio, o excesso de demanda por um ativo é igual a zero; portanto, avaliando as equações 40 e 41 no ponto onde não há excesso de demanda ($a = 0$) possibilita determinar as relações de equilíbrio de preços no ponto M e, deste modo, encontrar o preço de equilíbrio do risco, ou seja:

Equação 42:

$$\left. \frac{\partial E(\tilde{R}_p)}{\partial a} \right|_{a=0} = E(\tilde{R}_i) - E(\tilde{R}_m)$$

Equação 43:

$$\left. \frac{\partial \sigma(\tilde{R}_p)}{\partial a} \right|_{a=0} = 0,5(\text{var}(m))^{-0,5} \cdot (-2\text{var}(m) + 2\text{cov}(i; m)) = \frac{\text{cov}(i; m) - \text{var}(m)}{\sigma_m}$$

A inclinação da taxa de substituição (*trade-off*) entre risco e retorno avaliada no ponto M , em equilíbrio de mercado é

Equação 44:

$$\left. \frac{\partial E(\tilde{R}_p) / \partial a}{\partial \sigma(\tilde{R}_p) / \partial a} \right|_{a=0} = \frac{E(\tilde{R}_i) - E(\tilde{R}_m)}{[\text{cov}(i; m) - \text{var}(m)] / \sigma_m}$$

A inclinação do conjunto de oportunidades IMI' fornecida por meio da relação entre o ativo arriscado e a carteira de mercado no ponto M deve ser igual à inclinação da linha de mercado, CML que conecta R_f com M. A inclinação da CML é dada por:

$$\frac{E(\tilde{R}_i) - R_f}{\sigma_m}$$

Igualando as duas inclinações:

$$\frac{E(\tilde{R}_i) - R_f}{\sigma_m} = \frac{E(\tilde{R}_i) - E(\tilde{R}_m)}{[\text{cov}(i; m) - \text{var}(m)] / \sigma_m}$$

Rearranjando os termos, encontra-se a célebre equação do modelo CAPM, que também é conhecida como *Security Market Line*:

Equação 45:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta_i [E(\tilde{R}_i) - R_f] \quad \text{onde:}$$

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(i; m)}{\text{var}(m)} = \frac{\text{cov}(\tilde{R}_i; \tilde{R}_m)}{\text{var}(\tilde{R}_m)}$$

A equação do CAPM indica que a taxa de retorno requerida para qualquer ativo arriscado, $E(R_i)$, é igual à taxa de retorno do ativo livre de risco acrescido de um prêmio de risco. Este prêmio de risco é o preço do risco multiplicado pela quantidade de risco que está atrelado ao ativo arriscado. O fator multiplicador é comumente chamado de índice beta.

Por definição, o índice beta do ativo livre de risco é igual a zero, visto que a sua covariância com relação ao portfólio de mercado é zero. O portfólio de mercado possui beta igual a um pois, por definição, a covariação de uma variável consigo mesma é igual a sua variância, ou seja:

$$\beta_m = \frac{\text{cov}(\tilde{R}_m; \tilde{R}_m)}{\text{var}(\tilde{R}_m)} = \frac{\text{var}(\tilde{R}_m)}{\text{var}(\tilde{R}_m)} = 1$$

3.5 A Contribuição de Hamada (1972)

Evocando o modelo CAPM e as proposições de Modigliani e Miller, Hamada recorda que ambos modelos consideram que o investidor estará exposto a maiores riscos ao contrair uma dívida enquanto detém uma quantidade fixa de ações. Portanto, no modelo CAPM, a covariância entre a taxa de retorno das ações e a taxa de retorno da carteira de mercado deve ser maior para as ações com maior grau de endividamento quando comparada com uma outra ação da mesma classe de risco, porém com uma menor razão dívida/patrimônio líquido.

Segundo o autor, há quatro diferentes procedimentos gerais que podem ser usados para estimar o efeito da estrutura de capital da firma no risco sistemático assumido pelos acionistas. O primeiro é estimar o valor de ρ (taxa de capitalização do acionista) conforme o estudo de Modigliani e Miller (1958) para um setor e, por meio do modelo CAPM, relacioná-lo à medida de risco sistemático não alavancado, $A\beta$. Deste modo, a diferença entre o risco sistemático observado das ações (denotado por $B\beta$) e $A\beta$ seria ocasionado unicamente pela alavancagem, porém, são muitas as dificuldades desta abordagem. A primeira é a especificação, em avançado, de classes de risco onde é assumido que todas firmas da mesma classe possuem o mesmo ρ , mas a falta de um número satisfatório de firmas dentro da mesma classe de risco é um limitante. Além disso, esta abordagem requer que sejam estimadas as expectativas de distribuição de dividendos e de ganhos de capital que estão implícitos nos preços das ações.

A segunda abordagem citada pelo autor é fazer uma regressão entre o risco sistemático observado de uma ação e variáveis contábeis e indicadores de alavancagem na tentativa de explicar este risco observado, porém a dificuldade é determinar quais variáveis devem ser incluídas e o tipo de relação (linear, multiplicativa, exponencial, curvilínea, etc.)

Um terceiro modo sugerido por Hamada é medir o risco sistemático antes e depois de uma nova dívida ser contratada, sendo a variação neste risco atribuída ao aumento do endividamento. Entretanto, não é possível desprezar que as razões pelas quais a firma buscou financiamento também impactam no risco uma vez que este aporte pode ser utilizado para viabilizar projetos cujo os riscos podem alterar o valor de β . Ademais, o mercado pode antecipar o aumento do endividamento, o que não permite uma medida adequada da variação do risco sistemático.

O último método, utilizado por Hamada, consiste em assumir a validade da teoria de Modigliani e Miller. Então a taxa de retorno observada de uma ação pode ser ajustada para um cenário hipotético onde a firma não possuiria dívidas na sua estrutura de capital. A

diferença entre o risco sistemático efetivamente observado (${}_B\beta$) e o risco calculado neste cenário hipotético (${}_A\beta$) pode ser atribuído à existência da alavancagem financeira. Desta forma, considere a seguinte relação do retorno em valor monetário de uma ação:

Equação 46:

$$(X - I)_t(1 - \tau)_t - p_t + \Delta G_t = d_t + cg_t,$$

onde X_t representa os ganhos antes dos impostos, juros e dividendos preferenciais⁵ e assume-se que não é afetado pelo endividamento; I_t representa o pagamento de juros e amortização pagos no ΔG_t período; τ é a alíquota do imposto corporativo; p_t são os dividendo preferenciais pagos; ΔG_t representa mudanças no crescimento capitalizado no período; d_t e cg_t representam os dividendos e os ganhos de capital das ações.

A equação 46 relaciona variáveis de finanças corporativas com o retorno dos detentores de ação no período. O termo multiplicativo do lado esquerdo da eq.46 refere-se aos lucros após pagamento de impostos e juros. Subtraindo deste valor os dividendos preferenciais e acrescentando o valor de ΔG_t , que o autor interpreta como uma variação do valor presente das futuras oportunidades da firma que já estão inclusas no valor da ação, tem-se a variação no valor gerado para o acionista.

Sendo o risco sistemático de uma ação:

Equação 47:

$${}_B\beta = \frac{\text{cov}(R_{B_t}; R_{M_t})}{\text{var}(R_{M_t})}$$

onde R_{B_t} é a taxa de retorno do acionista e R_{M_t} é a taxa de retorno do portfólio de mercado. Substituindo a eq.46 na eq.47 e adotando $S_{B_{t-1}}$ como o valor de mercado da ação no começo do período, tem-se:

Equação 48:

$${}_B\beta = \frac{\text{cov}\left(\frac{(X - I)_t(1 - \tau)_t - p_t + \Delta G_{tt}}{S_{B_{t-1}}}; R_{M_t}\right)}{\text{var}(R_{M_t})}$$

⁵ Pagamentos fixos em dólares aos detentores de ações preferenciais, que possuem mais característica de um título de dívida. Maiores informações em Damodoram (2004) pag.413

Se a empresa não tivesse dívidas e/ou ações preferenciais na sua estrutura de capital no mesmo período, então:

Equação 49:

$${}_A\beta = \frac{\text{cov}(R_{A_t}; R_{M_t})}{\text{var}(R_{M_t})} = \frac{\text{cov}\left(\frac{X(1-\tau)_t + \Delta G_{t_t}}{S_{A_{t-1}}}; R_{M_t}\right)}{\text{var}(R_{M_t})}$$

onde R_{A_t} e $S_{A_{t-1}}$ representam a taxa de retorno e o valor da ação nesta situação hipotética de uma empresa sem obrigações com terceiros.

Trabalhando com as equações 48 e 49, chega-se às seguintes relações:

Equação 50:

$${}_B\beta S_{B_{t-1}} = \frac{\text{cov}(X(1-\tau)_t + \Delta G_{t_t}; R_{M_t})}{\text{var}(R_{M_t})} - \frac{\text{cov}(I(1-\tau)_{t_t}; R_{M_t})}{\text{var}(R_{M_t})} - \frac{\text{cov}(p_t; R_{M_t})}{\text{var}(R_{M_t})}$$

Equação 51:

$${}_A\beta S_{A_{t-1}} = \frac{\text{cov}(X(1-\tau)_t + \Delta G_{t_t}; R_{M_t})}{\text{var}(R_{M_t})}$$

Hamada assume na equação 50 que os juros e os dividendos preferenciais têm covariância insignificante com o mercado quando comparado com a covariância das ações. Igualando as duas equações acima, obtém-se a relação:

Equações 52:

$${}_A\beta S_{A_{t-1}} = {}_B\beta S_{B_{t-1}}$$

Dado que $S_{A_{t-1}}$ é o valor de mercado da ação caso a empresa não tivesse dívidas e ações preferenciais, então é uma variável não-observável. Para contornar esta situação, Hamada aplica a teoria de Modigliani e Miller que define:

Equações 53:

$$S_{A_{t-1}} = (V - \tau D)_{t-1}$$

A equação 53 indica que se existe um subsídio governamental ao se contrair uma dívida, τD (onde D é o valor de mercado da dívida), então este benefício fiscal é subtraído do valor de mercado observado da firma, V_{t-1} , sendo este igual ao valor de mercado das ações acrescido do valor de mercado das dívidas e ações preferenciais.

3.6 O modelo de Conine (1980)

Com base nos estudos de Hamada(1969) e Bierman e Oldfield (1979), Conine analisa as relações entre as expectativas de retorno do *equity* (firma com e sem dívida) e da dívida corporativa e demonstra que a correlação entre o valor da firma alavancada e a carteira de mercado pode ser diretamente influenciada pelas decisões de financiamento da empresa, na hipótese mais provável da dívida possuir risco. Considerando que o retorno do *equity* e da dívida podem ser precificadas pelo modelo CAPM, tem-se que o retorno esperado do *equity* sem dívidas (*unlevered*) pode ser descrito como uma função das expectativas de lucro antes dos impostos e pelo modelo CAPM padrão

Equação 54:

$$E[R_u] = E[X_u(1 - T)/S_u] = R_f + \lambda \text{cov}(R_u; R_m)$$

onde R_u é o retorno da firma não alavancada, X_u é o lucro antes dos impostos da firma não alavancada, T a alíquota de impostos corporativo, S_u é o valor de mercado do *equity* desalavancado, R_f a taxa de retorno sem risco, λ o preço de mercado do risco e R_m o retorno da carteira mercado. Reescrevendo a equação 54:

Equação 54a:

$$(1 - T) E[X_u] = S_u R_f + S_u \lambda \text{cov}(R_u; R_m)$$

De maneira análoga, o retorno esperado da firma com dívidas (*levered*), R_L , é dado por:

Equação 55:

$$E[R_L] = E[(X_u - rD)(1 - T)/S_L] = R_f + \lambda \text{cov}(R_L; R_m)$$

onde r é o retorno da dívida corporativa, D o valor de mercado da dívida, S_L é o valor de mercado do *equity* alavancado. Reescrevendo, a equação 55:

Equação 55a:

$$(1 - T) E[X_u] = S_L R_f + S_L \lambda \text{cov}(R_L; R_m) + D(1 - T)R_f + \lambda \text{cov}(r; R_m)$$

Igualando o lado direito das equações 54a e 55a e considerando $S_L = S_u - D(1-T)$, conforme a proposição I de Bierman e Oldfield (1979), tem-se:

Equação 56:

$$S_L \lambda \text{cov}(R_L; R_m) = S_u \lambda \text{cov}(R_u; R_m) - D(1 - T)\lambda \text{cov}(r; R_m)$$

Dividindo a equação 56 por: $S_L \lambda \text{var}(R_m)$ e utilizando a definição de β do CAPM:

Equação 57:

$$\beta_L = \beta_u (S_u/S_L) - \beta_D (1 - T)D/S_L$$

Onde β_L , β_u e β_D são respectivamente os índices betas da firma (alavancada, não alavancada) e da dívida.

Pode-se reescrever a equação acima conforme Bierman e Oldfield (1979).

Equação 57a:

$$\beta_L = \beta_u (1 + (1 - T)D/S_L) - \beta_D (1 - T)D/S_L$$

Nota-se que, quando é considerado que a dívida corporativa não possui risco, e, desta forma, possui beta igual zero ($\beta_D = 0$), encontra-se a formulação de Hamada (1972), ou seja:

Equação 58:

$$\beta_L = \beta_u (1 + (1 - T)D/S_L)$$

As equações 57 e 57a definem a relação entre os índices beta do *equity* alavancado, do *equity* não-alavancado e da dívida em um equilíbrio de preços. Logicamente, o risco sistemático da dívida é menor do que o risco sistemático da firma não-alavancada em um mercado dominado por investidores avessos ao risco. A derivada parcial das equações 57 ou 57a em relação a um risco sistemático (positivo) da dívida é negativa. Isto implica que o risco no lucro operacional líquido agora é compartilhado por credores e acionistas.

Conine afirma que, geralmente, é reconhecido que rearranjos puros na estrutura de capital afetam o risco sistemático do acionista por meio de mudanças no risco total da firma, consistente com a formulação de Hamada (1972), que assume a dívida livre de risco, cuja implicação é que a correlação dos retornos do *equity* alavancado com a carteira de mercado é igual à correlação do *equity* não alavancado com o mercado, indicando que a diversificação da firma é independente das decisões de financiamento. Porém, Conine demonstra que, considerando que a dívida corporativa é arriscada, essa implicação não é necessariamente verdadeira.

A relação de equilíbrio entre a correlação do *equity* alavancado, *equity* não alavancado e a dívida, respectivamente, com a carteira de mercado pode ser determinada multiplicando a equação 57 por $\sqrt{\text{var}(R_m)}$ e fazendo :

$$\sqrt{\text{var}(X_u)} = \frac{S_u \sqrt{\text{var}(R_u)}}{1-T} \quad \text{e} \quad \sqrt{\text{var}(X_L)} = \frac{S_L \sqrt{\text{var}(R_L)}}{1-T}$$

Equação 59:

$$\text{corr}(R_{Ll}; R_m) = \text{corr}(R_u; R_m) \sqrt{\frac{\text{var}(X_u)}{\text{var}(X_L)}} - \text{corr}(r; R_m) D \sqrt{\frac{\text{var}(r)}{\text{var}(X_{Ll})}}$$

A correlação entre o retorno do *equity* alavancado e a carteira de mercado está diretamente relacionada à decisão de financiamento da empresa, que é mensurada pelo valor monetário da dívida arriscada. A decisão de financiamento afeta tanto a correlação do *equity* não alavancado com carteira de mercado, quanto o desvio padrão do lucro operacional líquido.

O desvio padrão do lucro antes dos impostos da empresa alavancada está relacionado à variância do componente de risco do resultado operacional líquido, à variância do retorno da dívida e à correlação entre o componente de risco do resultado operacional líquido e a dívida arriscada. Assim, é dependente tanto das decisões de investimento quanto de financiamento da empresa, ou seja, sendo $X_L = X_u - rD$, tem-se:

Equação 60:

$$\text{var}(X_L) = \text{var}(X_u) + D^2 \text{var}(r) - 2D \text{cov}(X_u; r)$$

A diversificação por investidores individuais, uma implicação básica do modelo CAPM, muitas vezes não é observada na realidade. Considerações sobre o risco não sistemático, influenciado pela decisão de financiamento, tornam-se então relevantes para o processo de tomada de decisão da empresa.

4. METODOLOGIA

Conforme identificado por Merton (1974), pode-se interpretar que os acionistas possuem uma opção de compra, do tipo europeia, sobre os ativos da empresa. De maneira similar, pode-se analisar a dívida corporativa sob a ótica dos estudos de precificação de opções. Conforme explicado por Rubinstein (2006), uma dívida corporativa pode ser interpretada como um portfólio contendo um título zero-cupom, livre de risco, que possui as mesmas características (principal e prazo de vencimento) da dívida corporativa e uma opção de venda vendida sobre o valor da firma com um preço de exercício igual ao principal da dívida e um tempo de expiração igual à maturidade da dívida.

Assim, é possível aplicar o modelo de Merton para calcular um valor de mercado teórico para as dívidas das empresas utilizando informações contábeis das empresas de capital

aberto, bem como o preço de mercado do *equity* dado pelas cotações das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. A forma mais fácil de estimar o valor de mercado da dívida é determinar primeiramente o valor de mercado da firma (V_t) e, por definição, tem-se que:

Equação 61:

$$D_t = V_t - S_t,$$

onde D_t é o valor de mercado da dívida na data t e S_t é a capitalização de mercado das ações na data t , ou seja, o valor de mercado de cada tipo de ação (ordinárias e preferenciais) multiplicado pelas respectivas quantidades de ações disponíveis no mercado, não computando a quantidade de ações em posse da empresa (ações em tesouraria).

O valor da firma, V_t , pode ser encontrado pela aplicação da equação de Merton para precificação de uma opção de compra do tipo europeia, sendo B o valor da dívida contábil. Como a divulgação das demonstrações financeiras consolidadas das empresas é feita trimestralmente, será construído um modelo discreto com esta mesma periodicidade para calcular o valor de mercado da firma. Assim, utilizando a equação 62, foi construído uma série de dados trimestrais de V a partir do S de mercado (valor de mercado das ações) e de B (valor contábil da dívida):

Equação 62:

$$S_t = V_t N(d_1) - B_t e^{-r_t \tau} N(d_2); \text{ onde:}$$

$$N(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

$$d_1 \equiv \left\{ \log[V_t/B_t] + \left(r_t + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \tau \right\} / \sigma \sqrt{\tau}$$

$$d_2 \equiv d_1 - \sigma \sqrt{\tau}$$

As demais variáveis da equação, σ , τ e r , estão em base anual, e referem-se respectivamente à taxa de juros livre de risco praticada no trimestre, a volatilidade da firma (também chamada de volatilidade dos ativos) e o tempo decorrido até a data de vencimento da dívida, sendo que σ e τ não são diretamente observáveis e, portanto, deve-se encontrar um método para estimá-las.

Uma maneira de se estimar a volatilidade da firma pode ser encontrada em Vassalou e Xing (2004), que empregam um processo iterativo onde é utilizada a volatilidade das ações como um valor inicial para o cálculo de valores dos ativos da empresa que serão utilizados

para calcular uma nova medida desta volatilidade. O processo é repetido até que haja convergência entre dois valores de σ consecutivos.

Processo semelhante é utilizado no modelo MKMV utilizado por empresas de classificação de risco. Porém, conforme Crosbie e Bohn (2003), a volatilidade encontrada inicialmente é combinada de forma bayesiana com médias referentes ao tipo de indústria, tamanho e país para produzir uma estimativa mais preditiva da volatilidade dos ativos da firma.

Uma outra alternativa exposta em Cooper e Davydenko (2007), que foi utilizada neste trabalho, é aplicar o vínculo existente entre a volatilidade da firma e a volatilidade do *equity*, σ_E , que deve satisfazer a seguinte relação:

Equação 63:

$$\sigma_t = \frac{S_t \sigma_E}{V_t N(d_1)}$$

Como no modelo Black-Scholes-Merton é assumido que o preço do ativo base segue uma distribuição de probabilidade lognormal, para estimar a volatilidade das ações (σ_E) a partir de dados históricos, foi utilizado o mesmo método descrito em Hull (2012) e Elton *et al.* (2014) para calcular a volatilidade do ativo subjacente na precificação de opção pelo método de Black-Scholes, B-S. Primeiramente, foi determinando o desvio padrão, *sd*, dos retornos diários das ações, em logaritmo natural, no respectivo trimestre. Na sequência, foi realizado um ajuste no desvio padrão, dividindo-o por $\sqrt{\tau}$, para encontrar a volatilidade anualizada de forma consistente ao modelo B-S, ou seja:

Equação 64.a:

$$sd = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}, \quad u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

Equação 64.b:

$$\sigma_E = \frac{sd}{\sqrt{\tau}}$$

Para a taxa de juros livre de risco, *r*, ser aderente ao modelo de Black-Scholes, a mesma foi calculada a partir dos dados divulgados pelo Banco Central sobre a taxa Selic acumulada no trimestre e ajustada para ser uma taxa anual com capitalização em tempo contínuo.

No caso da variável τ , foi considerado o período igual a 1 trimestre ($\tau = 0,25$), considerando a hipótese de que a firma liquidaria toda sua dívida no final do período e, imediatamente após o pagamento, ela tomaria o dinheiro emprestado novamente no mesmo montante e nas mesmas condições contratuais implícitas nas demonstrações contábeis e financeiras divulgadas pela empresa.

Assim, de posse dos valores para cada período observados de S , B , r , τ e σ_E , resolveram-se separadamente as equações 62 e 63 utilizando um processo iterativo. Neste processo, a volatilidade das ações foi definida como valor inicial de σ na resolução da equação 62 e a soma de $S+B$ é estipulada como valor inicial de V para resolução da equação 63. Desta maneira, foi encontrado um novo par de valores para V e σ . O processo é repetido até que os resultados de dois passos consecutivos convergissem para o mesmo valor. No caso do valor da firma, foi considerado que o valor convergiu quando a diferença entre duas etapas for menor que 1 centavo de real.

De posse do valor de V e, por meio da equação 61, foi obtido o valor de D . Este cálculo foi repetido para todos os períodos, construindo-se assim, uma série estimada do valor de mercado da dívida a cada trimestre (conforme a disponibilidade de dados da empresa).

O próximo passo foi calcular o risco sistemático da dívida. Desenvolvido nos modelos CAPM, o índice beta mede a quantidade de risco sistemático presente em uma ação relativamente a uma carteira de mercado. Analogamente, é possível encontrar o índice beta de qualquer ativo com risco e, no caso da dívida corporativa, este foi calculado a partir da covariância entre o retorno da dívida, R_D , e o retorno da carteira de mercado, R_M , dividido pela variância desta carteira. Utilizando a série histórica de valores estimados da dívida a valor de mercado e calculando o seu respectivo retorno, foi factível encontrar a covariância do retorno da dívida com o retorno do portfólio de mercado e, conseqüentemente, encontrar o índice beta da dívida, β_D . Matematicamente, tem-se:

Equação 65:

$$\beta_D = \frac{\text{cov}(R_D; R_M)}{\text{var}(R_M)}$$

Conforme Dias (2014), pode-se utilizar o retorno do índice Ibovespa⁶ como uma aproximação simplificada do retorno da carteira de mercado.

⁶ Principal índice do mercado acionário brasileiro.

De forma análoga, foi calculado o índice beta do *equity* alavancado, também chamado de beta alavancado, β_L , substituindo o numerador da equação 65 pela a covariância entre os retornos das ações da empresa (sumarizadas na capitalização de mercado do patrimônio líquido) e o retorno da carteira de mercado (Ibovespa).

Consoante com Damodaran (2004), que afirma que a maior parte das estimativas de índice betas são feitas considerando uma amplitude de 5 anos, foram calculados β_D e β_L para cada firma por três períodos distintos. O primeiro período abrange as demonstrações contábeis publicadas entre mar/2002 e dez/2006, o segundo período corresponde a mar/2007 e dez/2011 e o último período sendo de mar/2012 e dez/2016. Bernardo, Chowdry e Goyal (2007) também calculam o índice beta considerando 3 períodos sendo um período de curto prazo (5 anos), um segundo de médio prazo (10 anos) e um terceiro período de longo prazo que engloba toda a amostra que os autores tem disponível (27 anos).

É importante comentar que a decisão de fazer todos os cálculos considerando três períodos de mesma duração foi tomada devido aos seguintes motivos:

- a) Dificuldade em encontrar uma quantidade significativa de empresas que possuem dados para todo o período (mar/2002 a dez/2016), pois muitas empresas estrearam no mercado de capitais após a data inicial e outras empresas não divulgavam as demonstrações financeiras consolidadas rigorosamente em todo trimestre, geralmente, divulgando apenas os balanços não-consolidados.

Conforme Martins *et al* (2013), a utilização de demonstrações contábeis não consolidadas de uma firma que tenha investimentos relevantes em controladas perde muito de sua significação, pois as mesmas não fornecem elementos completos para o real conhecimento da situação financeira em sua totalidade e do volume total das operações (motivo pelo qual há países onde inclusive é vedada a divulgação das demonstrações individuais quando há investimento em controlada).

- b) Propiciar a utilização de métodos econométricos de dados em painel (a ser utilizada na investigação da relação de β_D com variáveis de controle) pois, conforme Wooldrige (2010), ao utilizar dados ao longo do tempo para as mesmas unidades de corte transversal (*cross section*), permite-se a análise de relacionamentos dinâmicos, algo que não é possível fazer com uma única seção transversal. Seguindo nesta mesma linha, Pindick e Rubinfeld (2004) explicam que o uso de dados longitudinais proporciona uma investigação de efeitos

econômicos que não podem ser analisados apenas com o uso de dados em corte transversal ou apenas com o uso de séries temporais. Outra vantagem exposta pelos autores é que a utilização de dados em painel fornece, normalmente, um maior número de pontos de amostragem, o que significa geração de graus de liberdade adicionais.

- c) Houve casos de firmas em que não foi possível calcular, pela metodologia apresentada, o valor de mercado da firma, V , e conseqüentemente o valor de mercado da dívida, D , inviabilizando a estimação do índice beta da dívida. Como isto aconteceu para alguns trimestres específicos, em muitos casos, foi factível manter a firma na amostra descartando apenas o período com dados ausentes. Isto aconteceu, por exemplo, com o cálculo do valor de mercado dos ativos e da dívida corporativa da Braskem, que não foram determinadas para o 2º trimestre de 2002 e 1º trimestre de 2003; porém, ao dividir a amostra em três períodos, o valor de β_D foi calculado para os períodos de 2007-2011 e 2012-2016. A seção apresentação e análise dos resultados contém a explicação dos motivos que impossibilitaram o cálculo dos valores de mercado V e D .

Outro ponto a destacar é o critério de composição da amostra. Considerando que a amplitude de tempo foi dividida em três períodos distintos, a seleção das firmas foi realizada considerando a existência de, pelo menos, um período completo no qual os seguintes requisitos fossem atingidos: valor médio de capitalização de mercado igual ou superior a R\$ 200 milhões no período (mais de 80% de todas as firmas atende a este critério) com, pelo menos, uma negociação por trimestre e divulgação de balanços consolidados sem dados faltantes. Deste modo, foram selecionadas 116 empresas (equivalente a 31%), sendo que 4 empresas foram descartadas devido à impossibilidade de aplicação do modelo de Merton.

Encontrados o índice beta da dívida e o beta alavancado, foi obtido o índice beta não-alavancado através da proposição desenvolvida por Conine (1980) (equações 57 e 57.a) que expõe a relação existente entres os índices beta mencionados. Após uma pequena manipulação algébrica:

Equação 66:

$$\beta_{u_Conine} = \frac{S\beta_L + \beta_D(1-T)D}{S + D(1-T)}$$

Os subscritos L e u referem-se respectivamente às versões da firma alavancada (*levered*) e não-alavancada (*unlevered*). T é a taxa média de imposto de renda corporativo no respectivo período, D é a dívida corporativa de mercado média no período e S refere-se à capitalização média de mercado no período. Calculando T a partir das informações contábeis das empresas, encontra-se um valor individual do índice beta não-alavancado para cada período.

Segundo Damodaran (2004), um dos métodos mais utilizados para calcular o índice beta não-alavancado é o modelo desenvolvido por Hamada (1969). Por esse motivo, o beta não-alavancado também será calculado conforme combinação das equações 52 e 53 mostradas anteriormente para cada um dos três períodos, para fins de comparação com os índices calculados por Conine.

Equação 67:

$$\beta_{u_Hamada} = \frac{\beta_L S}{S + D (1 - T)}$$

Com o intuito de investigar a possibilidade de transferência de risco sistemático entre acionistas e credores, foi feito um estudo de simulação de como, sob condições específicas, o índice beta da dívida corporativa se comportaria mediante uma redução do índice beta do acionista, por meio da relação entre betas estabelecida por Conine (equação 66).

A simulação foi realizada utilizando os valores dos índices betas calculados na etapa anterior, considerando uma situação hipotética onde o valor de mercado da firma, V, e o seu respectivo risco sistemático decorrente das operações (beta não-alavancado) são considerados fixos e o valor da capitalização de mercado pode ser calculado a partir de um fluxo de caixa na perpetuidade descontado por uma taxa determinada a partir do modelo CAPM, semelhante ao que foi aplicado por Conine para desenvolver seu modelo (vide equação 54), ou seja:

Equação 68:

$$S = \frac{FCA}{r + \beta_L (R_M - r)}$$

Onde, FCA é o fluxo de caixa recebido anualmente pelo acionista incessantemente. Pressupõe-se que o valor do fluxo de caixa, que está implicitamente relacionado à capitalização de mercado, também é fixo, bem como a taxa livre de risco, r e R_M .

A simulação teve início ao conceber, arbitrariamente, um pequeno aumento em S, seguido por uma redução no valor de D no mesmo montante, consoante à proposição de Modigliani e Miller segundo a qual o valor da firma é independente da sua estrutura de capital. Matematicamente tem-se:

Equação 69 e 70:

$$V = S + D$$

$$S + D = \hat{S} + \hat{D} ; \text{ onde: } \hat{S} > S \text{ e } \hat{D} < D$$

Em que os novos valores estipulados foram destacados com o acento circunflexo. Utilizando a equação 68 e o valor designado para \hat{S} , foi determinado um novo valor do índice beta do acionista, $\hat{\beta}_L$, através da seguinte fórmula:

Equação 71:

$$\hat{\beta}_L = \frac{FCA - \hat{S} r}{\hat{S}(R_M - r)} ; \text{ onde: } \hat{\beta}_L < \beta_L$$

É importante lembrar que, como foi determinado que $\hat{S} > S$, conseqüentemente o valor do novo índice beta alavancado será obrigatoriamente menor que o valor original, pois trata-se de uma relação determinística. Manipulando algebricamente a equação 66 e fazendo a substituição dos valores encontrados nas equações 68 a 71, tem-se:

Equação 72:

$$\hat{\beta}_D = \frac{\beta_{u_Conine} (\hat{S} + \hat{D} (1 - T)) - \hat{\beta}_L \hat{S}_L}{\hat{D} (1 - T)}$$

De acordo com a hipótese teórica deste estudo, é esperado que $\hat{\beta}_D$ seja maior que o valor original pois, de forma similar à relação apresentada na equação 68, o valor de mercado da dívida pode ser interpretado como um fluxo de caixa na perpetuidade trazido a valor presente por uma taxa ajustada ao risco. Uma vez que foi determinada uma redução no valor da dívida, há um aumento na taxa de desconto, por consequência. O reflexo disso é um aumento no índice beta da dívida.

Por fim, o comportamento observado na simulação de $\hat{\beta}_D$ foi comparado com um estudo econométrico onde o índice beta da dívida original, β_D , foi regredido contra o índice beta alavancado, β_L , variáveis setoriais e variáveis de controle que possam influenciar no risco

da dívida. Ao comparar o resultado da simulação com o resultado da regressão, objetivou-se dar maior robustez aos resultados encontrados. Formalizando:

Equação 73:

$$\beta_D = f(\beta_L ; \text{Variáveis Setoriais} ; \text{Variáveis de controle})$$

Os métodos econométricos selecionados para analisar tal relação foram os modelos de dados em painel com efeitos fixos (*fixed effects*, FE) e com efeitos aleatórios (*random effects*, RE). Segundo Wooldrige (2010), a motivação principal de pesquisadores ao utilizar dados em painel é resolver o problema de variável omitida, o que é extremamente relevante para este estudo pois variáveis que influenciam os resultados das firmas, como cultura organizacional e eficiência dos gestores, não são observáveis.

O modelo de efeitos fixos supõe que os efeitos das variáveis omitidas variam entre indivíduos (neste caso, firmas) mas não ao longo do tempo e, com o intuito de impedir que estes efeitos perturbem o intercepto da regressão em mínimos quadrados ordinários (OLS, na sigla em inglês), são aplicadas variáveis binárias (variáveis *dummy*) para cada firma. O modelo com efeitos aleatórios é um processo de estimação por mínimos quadrados generalizados (GLS, na sigla em inglês) e considera que as variáveis omitidas apresentam um comportamento aleatório que não está correlacionado com as demais variáveis explanatórias.

Para a definição das variáveis de controle, foi utilizada a literatura de estrutura de capital, que visa encontrar uma combinação ótima de capital de terceiros e capital próprio. Inserida nesta literatura está a teoria de *Trade-off* que, afirma a existência de um ponto de equilíbrio entre os custos e os benefícios da dívida no qual o valor da firma é maximizado, supondo a presença de imposto sobre lucro, imperfeições de mercado, custos de falência e custos de agência (CANONGIA, 2014).

As variáveis de controle, baseadas em geral na teoria de *Trade-off*, que serão usadas neste estudo são indicadores econômico-financeiros calculados a partir das demonstrações contábeis das empresas ou indicadores de mercado, sendo também muito empregadas em estudos dos determinantes do grau de alavancagem financeira. Na tabela 1 está o detalhamento das variáveis:

Tabela 1: Detalhamento das Variáveis de Controle

Variáveis	Descrição	Fórmulas	Justificativas
Tamanho	Tamanho da empresa	$\ln(\text{Ativo Total})$ Média de 20 trimestres	Firmas grandes tendem a ter maior lucratividade e maior diversificação dos investimentos e menor probabilidade de default. ⁷
Tangibilidade	Tangibilidade dos ativos	$\text{Ativo Imobilizado} / \text{Ativo Total}$ Média de 20 trimestres	Presume-se que empresas com maior proporção de ativos tangíveis possam apresentar maiores garantias aos credores. ⁸
Risco	Volatilidade do Lucro Líquido	Desvio Padrão do Lucro Líquido $n = 20$ trimestres	A presença de uma alta volatilidade dificulta a previsão dos fluxos de caixa pelos <i>stakeholders</i> e utilização do benefício fiscal. ⁹
Crescimento	Volatilidade das Vendas	Desvio Padrão da Receita Líquida de vendas. $n = 20$ trimestres	Avalia se uma grande instabilidade na receita de vendas acarreta em maior risco aos credores.
Market - to - book ¹⁰ (mtb)	Relação entre valor de mercado e valor contábil	Capitalização de Mercado / Patrimônio Líquido média de 20 trimestres	Uma aproximação do indicador de Q de Tobin e capta o potencial de crescimento. Segundo Fama e French (1996), quanto maior o indicador, menor o risco (ações <i>growth</i>).

⁷ Mais informações em Rajan e Zingales (1995) e Titman & Wessels (1988)

⁸ Mais informações em Coco (2000) e Drobetz & Fix (2005)

⁹ Mais informações Drobetz & Fix (2005) e Fama & French (2002)

¹⁰ Vassalou e Xing (2004) utilizam a variável book-to-market que é a razão entre o valor contábil e o valor de mercado.

Alavancagem	Grau de endividamento	Dívida a valor de mercado / Capitalização de Mercado média de 20 trimestres	Conforme o modelo de Merton, empresas com um alto índice de endividamento impelem os acionista a assumir mais riscos ¹¹
Juros	Custo do Capital de Terceiros	Despesas Financeiras / Capital de Terceiros n =20 trimestres	Considera que os credores exigem juros maiores de empresas com maior risco.
Setor	Setor Econômico conforme Classificação da Bovespa		

Fonte: Elaboração própria.

5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS RESULTADOS

5.1. Limitações da aplicabilidade do modelo de Merton

Conforme comentado na descrição metodológica, o modelo de Merton não demonstrou ser aplicável para todos os casos, já que não foi possível utilizá-lo para estimar o valor de mercado da dívida corporativa e, por consequência, o seu índice beta em 31 períodos referentes a 22 firmas distintas (a listagem completa está na tabela 7 localizada no apêndice). Em uma amostragem contendo 259 observações foram utilizadas apenas 228, o que significa que o modelo foi aplicável em 88% dos casos. Para informações de todas empresas que estão participando deste estudo consultar a tabela 8 no apêndice)

Investigando as causas destas ocorrências, foi verificado que as respectivas firmas apresentavam um alto grau de endividamento, sendo que foi observado uma razão B/S média

¹¹ Em geral, a alavancagem é a variável de interesse em estudos de estrutura de capital. Em Perobelli, Silveira e Barros (2005) também é utilizado o índice de governança corporativa como variável dependente.

(valor contábil do capital de terceiros, B , dividido pela capitalização de mercado, S) de aproximadamente 16 ao passo que, no restante da amostra, a maioria dos valores é menor do que 3 e, raramente, encontram-se valores superiores a 8 com exceção do setor bancário que opera muito alavancado.

Para melhor entendimento, foi construído um quadro (tabela 2) onde estão expostos 5 dos 31 casos (painel A) onde não foi possível utilizar o modelo de Merton para calcular o valor da dívida. Estes casos foram selecionados de forma a conter as 2 menores razões B/S (empresas Wetzel e Oi), as 2 menores volatilidade (Teka e Banrisul) e 1 caso intermediário (Banco do Brasil) deste grupo. Na mesma tabela, estão 5 dos 228 casos (painel B) de firmas que onde modelo foi executado sem nenhuma eventualidade. O painel B foi montado de forma a conter 3 empresas do setor bancário com maior razão observada de B/S (Santander, Itaú e Banestes), além de 2 empresas que apresentaram uma volatilidade de capitalização de mercado elevadas, sendo a MMX maior volatilidade observada dentro do seu grupo.

É importante comentar que, diferentemente da volatilidade que é a mesma para um período (por exemplo: a volatilidade da Wetzel para todo o período de 2012 a 2016 foi de 142,6%), a razão B/S é calculada trimestralmente. Assim para montagem do painel A, foi escolhido o trimestre onde foi impossível aplicar o modelo de Merton e, no caso da ocorrência desta situação em mais de um trimestre dentro do mesmo período (o que de fato ocorreu com a maioria), optou-se por escolher aquele de menor razão B/S . Em contrapartida, para compor o painel B foram selecionados os trimestres com maior fator B/S . Deste modo, faz-se uma comparação bem instrutiva da limitação de aplicabilidade do modelo.

Analisando o painel B da tabela 2, observa-se que é possível calcular o valor da dívida corporativa a preços de mercado quando a volatilidade é elevada ou quando B/S é elevado. Entretanto, o painel A indica que não é possível utilizar o modelo de Merton em situações onde o endividamento da empresa e a instabilidade do valor da capitalização de mercado da empresa são simultaneamente elevados. Lembrando que no modelo de B-S a taxa livre de risco e o tempo até maturidade também influenciam no processo de apreçamento de opções, porém, neste cenário em que todas as firmas estão sujeitas às mesmas variáveis, não podem ser utilizadas para explicar os motivos que acarretam à não aplicabilidade do modelo.

Tabela 2: Análise da aplicabilidade do Modelo de Merton (1974)

PAINEL A: Exemplo de situações onde não foi possível utilizar o modelo de Merton						
Empresa	Trimestre*	Período	S	B	B/S	Volatilidade <i>Equity</i>
Wetzel S/A	4T2013	3	35,2	222	6,3	142,6%
Oi	3T2013	3	7.148	58.389	8,2	109,4%
Banco Brasil	1T2004	1	17.041	218.421	12,8	68,0%
Teka	2T2003	1	21,9	505	23,1	38,7%
Banrisul	3T2015	3	2.503	59.179	23,6	39,3%

PAINEL B: Exemplos de situações onde o modelo de Merton foi utilizado						
Empresa	Trimestre**	Período	S	B	B/S	Volatilidade <i>Equity</i>
MMX Miner	4T2008	2	844	2430	2,88	113,4%
Viavarejo	4T2008	2	625	1.667	2,67	93,8%
Santander BR	3T2015	3	46.706	642.854	13,8	35,4%
Itausa	1T2009	2	33.962	575.035	16,9	25,6%
Banestes	4T2015	3	560	16.989	30,3	23,7%

Observações:

Período: 1 = mar/02 a dez/06; 2 = mar/07 a dez/11; 3 = mar/12 a dez/16.

Valores de S, B são os valores observados no respectivo trimestre e estão em milhões de R\$.

* Referente ao trimestre onde foi impossível utilizar o modelo de Merton. Caso isso tenha ocorrido mais de uma vez dentro do mesmo período, foi selecionado o trimestre que apresentou a menor razão B/S.

** Selecionados considerando a maior razão B/S.

Fonte: Elaboração própria.

A explicação de como o endividamento influencia na estimação acompanha a interpretação do modelo de Black-Scholes realizada por Dias (2014) segundo a ótica de fluxo de caixa descontado em termos de valores presentes de expectativas sob probabilidades neutras ao risco. O autor considera os termos $V_t N(d_1)$ como o valor presente do ativo subjacente (ou seja, o benefício da opção) e $B_t \exp(-r \tau) N(d_2)$ como o valor presente do custo de exercício da opção, se $V > B$ na expiração. Quando a razão B/S é muito elevada, os valores do benefício da opção e do seu preço de exercício tendem a ser muito próximos, acarretando em um preço da opção próximo a zero, o que é inconsistente com o valor de capitalização de mercado, S, efetivamente observado.

No entanto, somente um alto nível de alavancagem não é suficiente para impossibilitar a estimação de D. Outro fator que também deve ser considerado é a volatilidade da

capitalização de mercado, pois quanto maior for a volatilidade das ações, menor será o valor de mercado da dívida o que pode provocar, em situações extremas, estimativas de D com valor próximo a zero. De fato, os casos onde não foi possível aplicar o modelo de Merton tiveram uma volatilidade média bem maior que os demais casos (77,4% contra 40,1%). Esta relação pode ser demonstrada matematicamente através da derivação parcial de D com relação a σ_E , de acordo com a seguinte expressão:

Equação 74:

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_E} = \frac{\partial D}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_E}$$

Para resolver a equação 74, primeiramente será desenvolvido a relação $\partial D / \partial \sigma$, através da combinação das equações 61 e 62 com equação de derivação para encontrar o valor de vega, V , do modelo de Black e Scholes. Conforme explicado por Hull (2012), o valor de vega de uma opção é a taxa de variação do valor desta opção com relação à volatilidade do ativo subjacente. Conforme Yu e Xie (2013), tem-se:

Equação 75:

$$\partial S / \partial \sigma = \sqrt{\tau} V n(d_1) = \sqrt{\tau} B e^{-r\tau} n(d_2) ; \text{ onde:}$$

$$n(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0,5d^2}$$

Substituindo a equação 61 na equação 62 (o subscrito t foi ocultado sem perda de generalidade) e fazendo a derivada parcial com relação à volatilidade:

Equação 76:

$$\frac{\partial S}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} [(D + S)N(d_1)] - B e^{-r\tau} \frac{\partial}{\partial \sigma} [N(d_2)]$$

Aplicando a regra da cadeia e rearranjando os termos:

Equação 77:

$$\frac{\partial S}{\partial \sigma} (1 - N(d_1)) = \frac{\partial D}{\partial \sigma} N(d_1) + \frac{\partial d_1}{\partial \sigma} [(D + S)n(d_1) - B e^{-r\tau} n(d_2)] + \sqrt{\tau} B e^{-r\tau} n(d_2)$$

Substituindo a equação 75 na equação 77, tem-se:

Equação 78:

$$\sqrt{\tau} B e^{-r\tau} n(d_2) (1 - N(d_1)) = \frac{\partial D}{\partial \sigma} N(d_1) + \frac{\partial d_1}{\partial \sigma} [0] + \sqrt{\tau} B e^{-r\tau} n(d_2)$$

Rearranjando os termos, chega-se ao resultado do primeiro termo da equação 74:

Equação 79:

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma} = -\sqrt{\tau} B e^{-\tau r_t} n(d_2) = -\sqrt{\tau} V n(d_1)$$

É interessante comentar que o valor encontrado é o mesmo da derivação de *Vega*, porém com o sinal negativo. Isso significa que um aumento da volatilidade dos ativos diminui o valor de mercado da dívida. Para encontrar o segundo termo do lado direito da equação 74, $\partial \sigma / \partial \sigma_E$, basta fazer a derivação parcial da equação 63 (o subscrito t foi ocultado sem perda de generalidade). Deste modo:

Equação 80:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_E} = \frac{S}{V N(d_1)}$$

Finalmente, substituindo as equações 78 e 79 na equação 74 tem-se:

Equação 81:

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_E} = -\frac{\sqrt{\tau} S n(d_1)}{N(d_1)}$$

Como τ , $S > 0$ e $n(d_1)$, $N(d_1) \geq 0$, então um aumento da volatilidade da capitalização de mercado reduz o valor da dívida corporativa a preço de mercado.

Este fato está em concordância com a teoria econômica pois, conforme comenta Hull (2012), no modelo de precificação de opções de Black-Scholes-Merton. quanto maior for a volatilidade do ativo subjacente, mais valiosa é a opção. Assim, um aumento da volatilidade do valor da firma impacta positivamente na capitalização de mercado. Sendo a volatilidade da firma uma função crescente da volatilidade do *equity*¹², um aumento de σ_E produz um aumento na riqueza do acionista e, sendo $V = S + D$, o ajuste ocorre reduzindo o valor da dívida de mercado.

Exemplificando esta constatação, seja a situação onde a firma deve escolher se investe ou não em um projeto muito arriscado que possui, em contrapartida, uma alta expectativa de retorno. Relembrando a interpretação de Merton (1974) na qual o acionista é identificado como detentor de uma opção de compra sobre os ativos da empresa e, no caso em que o valor

¹² Vide equação 63

dos ativos é menor que o valor da dívida corporativa, o acionista não exerce a sua opção e entrega o controle da empresa aos credores. Deste modo, a aceitação do projeto arriscado aumenta o valor para o acionista deixando os credores mais expostos ao risco de insolvência.

Em resumo, não é possível utilizar o método proposto para estimar o valor do capital de terceiros a preços de mercado em empresas que apresentaram simultaneamente uma alta volatilidade e um alto grau de endividamento. Na prática, ao estimar através das equações 61, 62 e 63 o preço de mercado da dívida corporativa não foi possível encontrar uma convergência entre dois passos consecutivos. Explicando de forma mais detalhada, os resultados da estimativa de V e σ oscilaram constantemente entre dois valores: um valor muito alto e outro muito baixo. No passo onde a estimativa de V resultava em um valor alto, a volatilidade dos ativos da firma apresentava um valor muito baixo e no passo seguinte a situação se invertia. Sendo $V=S+D$, a dívida corporativa oscilava entre um número próximo a zero e um valor na casa dos bilhões de reais.

Contudo, ao considerar que em cada um dos três períodos houve momentos de grande turbulência econômicas¹³ que impactaram de forma significativa o mercado acionário e que uma redução expressiva no valor de mercado de diversas empresas provoca um aumento tanto da razão B/S quanto da volatilidade do *equity*, pode-se afirmar que o método de estimação de D é relativamente robusto.

5.2 Resultado da estimação dos índices betas

A análise dos índices betas foi feita considerando as situações onde a aplicação do modelo de Merton foi factível para estimar o valor de mercado da dívida corporativa. Foram calculados quatro índices betas individuais por período. O sumário do cálculo se encontra na tabela 3 e o detalhamento por empresa em cada um dos três períodos está disponível para consulta na tabela 8, localizado no apêndice.

Analisando os resultados obtidos, observa-se que o comportamento da dívida caminha em direção oposta ao comportamento do mercado já que apresentou, tanto na média simples quanto na média ponderada, um valor de índice beta negativo. Isto ocorreu em 154 observações, o que representa aproximadamente 68% da amostra. Uma explicação para esta

¹³ Crise política em 2002 e 2003, Crise *subprime* americana em 2008 e 2009 e a crise da dívida pública brasileira 2015 e 2016.

correlação negativa entre a dívida corporativa e o mercado (neste caso representado pelo mercado acionário) está no próprio conceito de divisão de riscos entre credores e acionistas. Ou seja, devido ao fato dos credores possuírem prioridade no fluxo de caixa da empresa, quando a economia está aquecida os lucros das firmas se tornam mais consistentes, há uma valorização das ações e/ou aumento os dividendos distribuídos, beneficiando os acionistas em detrimento dos credores (que enfrentam um custo de oportunidade da dívida com retorno fixo). Em contrapartida, quando o mercado está em queda (menores retornos para os acionistas), os credores possuem maior proteção devido à obrigação das firmas de arcar com dívidas contratadas, aumentando o retorno potencial dos credores.

Com relação aos índices betas não-alavancados (calculados via Conine e Hamada), nota-se que, em geral, estes apresentaram valores relativamente baixos, 0.30 e 0.37 respectivamente. A diferença entre os dois modelos também não foi expressiva, mas pode-se afirmar que o método de retirar o efeito da alavancagem financeira do índice beta formulado por Conine gera betas não-alavancados regularmente menores do que Hamada, já que o índice beta da dívida é preponderantemente negativo. Dito de outra forma, parte do que foi considerado risco operacional em Hamada é transferido para o risco da dívida em Conine. Examinando os resultados dos dois métodos, a frequência onde Conine foi menor que Hamada foi 155 observações, representado 68%.

Tabela 3: Estatística Descritiva dos Índices Betas

Índices Betas	Nº de observ*.	Média	Desv.Pad	Mín	Máx	Média Ponderada**
Dívida	228	-0.10	0.33	-1.04	1.72	-0.17
Alavancado	228	0.75	0.59	-1.21	3.11	0.78
Não-Alavancado Conine	228	0.37	0.39	-0.64	2.21	0.30
Não-Alavancado Hamada	228	0.42	0.37	-0.52	2.40	0.37

* Referente a 112 firmas

** Foram utilizados como fatores de ponderação: valor médio da dívida a preço de mercado para β_D e valor médio de capitalização de mercado para os demais índices.

Fonte: Elaboração própria.

Outro ponto a ser comentado referente aos resultados da tabela 3 é o fato do valor médio de β_L não ter ficado tão próximo de 1, como era de se esperar já que a parte significativa da amostra consiste de empresas que participam da composição do índice Ibovespa. Porém é importante comentar que a ponderação para calcular o índice Ibovespa difere da utilizada

neste estudo (média simples) pois a bolsa de valores utiliza tanto variáveis relacionadas a capitalização de mercado quanto a liquidez das ações. Além disso, esse índice da Bovespa contém um número menor de ativos que são constantemente revisados de acordo com critérios de negociabilidade.

Por fim, é importante destacar que foram encontrados casos onde o β_L foi menor que β_U , sendo 22 oportunidades segundo o modelo de Conine. Pode-se argumentar que esse fato é um indício de existir transferência de risco entre acionistas e credores, pois demonstra que a empresa se torna menos arriscada para seus acionistas à medida que se utiliza de maior quantidade de capital de terceiros para financiar suas atividades.

5.3 Simulação do Comportamento do Índice Beta da Dívida

A simulação do comportamento do índice beta da dívida corporativa foi feita do mesmo modo da seção 5.2, considerando viabilidade da aplicação do modelo de Merton. Os parâmetros considerados no cálculo de $\hat{\beta}_L$ através da equação 71 foram os mesmos para todas as empresas e para todos os períodos a fim de não causar distorções intra e intergrupos. Arbitrariamente, a taxa livre de risco foi estabelecida em 10% a.a.¹⁴ e o retorno de mercado em 15% a.a.¹⁵, resultando em um prêmio de risco de 5% a.a., valor este recomendado por Damodaran (2004). Além disso, foi estipulado um aumento de 2% no valor de \hat{S} e o valor de \hat{D} foi calibrado de forma a manter o valor da firma inalterado.

Deste modo, foi calculado um novo valor do índice beta da dívida conforme equação 72 e, comparando os resultados encontrados na simulação com os valores originais, foi verificado que em 98,7% dos casos o valor de $\hat{\beta}_D$ foi maior que β_D , em concordância à hipótese teórica deste estudo. Na tabela 4, é apresentada uma amostra com 12 empresas (escolhidas por ordem alfabética¹⁶) onde é possível visualizar o comportamento dos índices betas de acordo com as alterações aplicadas nos valores de mercado do *equity* e da dívida corporativa. O resultado completo desta simulação encontra-se no apêndice, tabela 9.

¹⁴ A performance da Selic de março de 2002 a dezembro de 2016 foi, em média, 13,6% ao ano.

¹⁵ O retorno anual médio do Ibovespa no período mar/02 a dez/16 foi, em média, 14,4% ao ano.

¹⁶ O que pode ser interpretado como uma escolha aleatória

Avaliando os 3 casos de exceção (um exemplo é a firma BR Malls Par, que aparece na tabela 4), foi constatado que a taxa de impostos média no período estava superior a 100%, o que significa que todo o lucro da empresa seria remetido para o governo, contrariando a construção teórica do modelo de Conine (1980).

Tabela 4: Resultado da Simulação do Índice Beta da Dívida

Empresa	P*	β_{U-C}	S	D	β_L	β_D	\hat{S}^{**}	\hat{D}^{**}	$\hat{\beta}_L^{**}$	$\hat{\beta}_D^{**}$
Abc Brasil	3	-0,22	1.891	16.788	1,36	-0,41	1.929	16.150	1,29	-0,40
Alfa Invest	3	0,12	535	11.298	-0,01	0,13	546	11.287	-0,05	0,13
Alpargatas	1	0,35	740	382	0,40	0,22	754	367	0,35	0,32
Alpargatas	2	0,95	2.599	658	1,28	-0,45	2.651	606	1,21	-0,33
Alpargatas	3	0,32	4.742	1.449	0,54	-0,47	4.837	1.354	0,49	-0,38
Ambev S/A	1	0,31	37.548	10.880	0,39	-0,01	38.299	10.129	0,34	0,17
Ambev S/A	2	0,19	97.817	17.386	0,24	-0,15	99.774	15.430	0,19	0,17
Ambev S/A	3	0,05	266.313	25.472	0,10	-0,59	271.639	20.146	0,06	-0,14
Arteris	2	0,58	2.555	2.355	1,10	-0,24	2.606	2.304	1,04	-0,20
Arteris	3	-0,01	5.045	6.005	-0,03	0,01	5.146	5.904	-0,07	0,06
B2W Digital	3	1,02	3.532	4.915	2,94	-0,84	3.603	4.844	2,84	-0,84
Banestes	3	0,21	743	14.405	0,52	0,19	758	14.390	0,47	0,20
Banrisul	2	0,21	5.093	23.500	0,95	0,02	5.195	23.398	0,89	0,03
BmfBovespa	3	0,53	23.325	6.640	0,77	-0,56	23.791	6.174	0,71	-0,42
BR Brokers	3	0,83	786	104	0,78	0,36	802	88	0,73	-0,52
BR Malls Par	3	0,49	8.586	9.103	0,95	-0,20	8.757	8.931	0,90	-0,16
Bradesco	1	0,18	35.085	158.194	0,91	-0,02	35.787	157.492	0,85	-0,02
Bradesco	2	0,16	96.555	447.748	0,80	-0,02	98.486	445.817	0,75	-0,01
Bradesco	3	0,18	133.779	865.987	0,94	0,05	136.455	863.312	0,88	0,05

Observações:

* refere-se ao período, sendo: 1=mar/02 a dez/06; 2=mar/07 a dez/11; 3=mar/12 a dez/16;

** Valores simulados

Valores de S, D, \hat{S} , e \hat{D} representam a média observada no período e estão em milhões de R\$

Fonte: Elaboração própria.

5.4 Resultado da Regressão

Com o intuito de confirmar a existência de transferência de risco entre os dois principais *stakeholders* de uma firma, foram feitos estudos econométricos utilizando dados em painel não balanceado regredindo o índice beta da dívida conforme equação 73 para analisar se β_D e β_L caminham em média em direções opostas. Na tabela 5, está a estatística descritiva das variáveis de controle.

Tabela 5: Estatística Descritiva das Variáveis de Controle

Variáveis	Nº de observ.	Média	Desv.Pad	Mín	Máx
Firmas	228	n/a	n/a	1	112
Períodos	228	2.03	n/a	1	3
Tamanho	228	15.735	1.791	11.642	20.877
Tangibilidade	228	27%	20,9%	0.04%	81,7%
Risco	228	267797	935055	1354	12100000
Crescimento	228	983967	2516893	3420,4	24500000
Alavancagem	228	1.578	2.486	0.0630	21.701
Market to Book ¹⁷	228	2.23	2.63	-13.58	17.17
Juros (trimestre)	228	2.70%	1.57%	0.21%	10.54%
Setores Ibovespa	30	n/a	n/a	n/a	n/a

Fonte: Elaboração própria.

Como não existe um modelo econométrico teórico consolidado que determine quais variáveis explicativas são recomendadas para estabelecer relações de causalidade com o risco sistemático da dívida corporativa e tampouco o tipo de relação (linear, quadrática, logarítmica, etc.), foram feitas várias simulações regredindo¹⁸ β_D contra combinações entre índice beta alavancado, as variáveis setoriais e de controle utilizadas em análise de estrutura de capital de tal forma que um modelo estatisticamente consistente fosse encontrado.

As tentativas de se estabelecer um modelo basearam-se na suposição de haver interações entre as variáveis independentes. Isto é factível pois acionistas e credores não tomam suas decisões de investimentos analisando isoladamente as informações pertinentes, justificando assim a procura por um modelo onde interações entre as variáveis estejam presentes. Corroborando com este argumento, Vassalou e Xing (2004) indicam a existência de interação entre o risco de default e as variáveis tamanho e *book-to-market*. O resultado está exposto na tabela 6.

¹⁷ Também foi utilizado como variável de controle a variante: book-to-market

¹⁸ Foi utilizado o *software* Stata

Tabela 6: Resultado da Regressão

Variável	Efeitos Fixos (FE)		Efeitos Aleatórios (RE)	
	Coefficiente	Valor P	Coefficiente	Valor P
β_L	-1,120067	0,028	-0,6376646	0,087
β_L * Tamanho	0,0685949	0,032	0,0363257	0,124
Tamanho	-0,1286289	0,008	-0,0598088	0,012
IF* Alavancagem	-0,1406793	0,081	-0,0277357	0,140
Alavancagem	0,0868567	0,003	0,0189114	0,190
Intercepto	2,019371	0,008	0,898585	0,017
Teste de Hausman ¹⁹ : Prob>chi2 = 0,0123				

Observação: IF é uma variável dummy que assume valor igual a 1 se a empresa for uma instituição financeira

Fonte: Elaboração própria.

As variáveis que demonstraram exercer maior influência no risco não diversificável da dívida foram: tamanho, alavancagem, β_L e uma variável binária setorial no caso da firma ser uma instituição financeira. Pelo teste de Hausman, pode-se afirmar que o modelo de efeitos fixos é que apresenta maior poder de explicação.

Observa-se que, analisando isoladamente a variável β_L , o sinal é negativo, conforme previsto pela hipótese teórica. Com o propósito de analisar a relação não trivial existente entre o índice beta do *equity* alavancado e o tamanho da firma, foi realizada uma análise de sensibilidade *ceteris paribus*, ou seja, feita uma análise da influência de um fator sobre outro, sem que as demais variáveis sofressem alterações.

Averiguando o impacto da variável β_L em β_D através da derivação parcial, tem-se:

Equação 82:

$$\frac{\partial \beta_D}{\partial \beta_L} = -1,12 + 0,06855 * \text{Tamanho}$$

19 O teste de especificação de Hausman é um teste estatístico utilizado para avaliar a consistência de um estimador comparado a um outro estimador alternativo. A hipótese nula do teste de Hausman indica que o estimador de RE é consistente e eficiente. Portanto, ao se rejeitar a hipótese nula conclui-se de que o método de FE é o mais adequado. Para mais informações sobre o teste de Hausman ver Wooldrige (2010) p. 288.

Como o impacto do risco sistemático β_L está atrelado ao tamanho da firma, pode-se determinar o valor crítico para a variável tamanho onde a derivada parcial é estritamente negativa. Então:

Equações 83 e 84:

$$\frac{\partial \beta_D}{\partial \beta_L} < 0 \Rightarrow \text{Tamanho} < 16,34$$

$$\text{Tamanho} = \ln(\text{Ativo} * 10^{-3}) \Rightarrow \text{Ativo} < 12,5 \text{ bilhões R\$}$$

Assim, uma redução de β_L resulta em um aumento do risco para credores quando a firma apresenta um valor médio de ativo contábil²⁰ menor que 12,5 bilhões de reais, o que representa 63% da amostra, aproximadamente, evidenciando a correlação negativa existente entre β_D e β_L . Este resultado está em concordância com Vassalou e Xing (2004) que demonstram que o relacionamento entre o risco de default e o tamanho da firma para explicar o retorno das ações.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados encontrados neste estudo, dentro das premissas assumidas, é importante mencionar as seguintes contribuições:

- É factível a utilização do modelo de Merton para estimar o valor da dívida corporativa a preço de mercado, exceto em situações nas quais a firma apresenta ao mesmo tempo elevados níveis de volatilidade e endividamento.
- Um aumento na volatilidade das ações valoriza a opção (S) ao mesmo tempo que reduz o valor de mercado da dívida, reforçando a hipótese de *risk sharing* entre acionistas e credores.
- O risco sistemático da dívida corporativa, mensurado pelo valor do índice beta, tende a ser negativo. Deste modo, a dívida corporativa pode ser interpretada como um seguro detido pelos acionistas, em linha com a hipótese de expropriação dos credores pelos acionistas de Black e Scholes (1973).

²⁰ Em geral, as demonstrações contábeis publicadas pelas empresas estão em R\$ x 1.000

- Devido a este mesmo motivo, o valor do índice beta não-alavancado calculado pelo método de Hamada tende a ser maior do que o valor calculado pela fórmula de Conine. A utilização do método de Hamada para cálculo do beta desalavancado pode produzir uma taxa de desconto sobrevalorizada que, conseqüentemente, trará impactos negativos (menor VPL) em processos de orçamentação de capital, *valuation*, etc.
- Índícios de transferência de risco entre acionistas e credores revelam-se também ao encontrar valores de índices beta não-alavancados maiores que índices betas alavancados.
- O índice beta da dívida e o índice beta alavancado tendem a se movimentar em direções opostas. Pode-se interpretar este fato como uma disputa entre acionistas e credores pelo fluxo de caixa da empresa, em um cenário em que os recursos são escassos e que as relações contratuais determinam a quantidade de riqueza de credores e acionistas em cada cenário.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERNARDO, Antonio E.; CHOWDHRY, Bhagwan; GOYAL, Amit. Growth options, beta and cost of capital. **Financial Management**, v. 36, n. 2, p. 1-13, 2007.

BERNARDO, Antonio E.; CHOWDHRY, Bhagwan; GOYAL, Amit. Assessing project risk. **Journal of Applied Corporate Finance**, v. 24, n. 3, p. 94-100, 2012.

BERNSTEIN, Peter L. Desafio aos deuses: a fascinante história do risco. Gulf Professional Publishing, 1997.

BIERMAN, Harold; OLDFIELD, George S. Corporate debt and corporate taxes. **The Journal of Finance**, v. 34, n. 4, p. 951-956, 1979.

BLACK, Fisher; SCHOLES, Myron. The pricing of options and corporate liabilities. **The Journal of Political Economy**, Chicago, v. 81, p. 637-654, may/jun., 1973

BM&F BOVESPA; **Metodologia do Índice Bovespa**. São Paulo, 2015. Disponível em: <file:///C:/Users/Usu%C3%A1rio/Downloads/IBOV-Metodologia-pt-br.pdf >. Acesso em 10 abr. 2018.

BRUNER, Robert F. et al. Best practices in estimating the cost of capital: survey and synthesis. **Financial practice and education**, v. 8, p. 13-28, 1998.

CANONGIA, Diogo Senna et al. Como as empresas brasileiras de capital aberto escolhem sua estrutura de capital?. 2014.

COCO, Giuseppe. On the use of collateral. **Journal of Economic Surveys**, v. 14, n. 2, p. 191-214, 2000.

COOPER, Ian A; DAVYDENKO, Sergei A. Estimating the cost of risky debt. **Journal of Applied Corporate Finance**, New York, v. 19, n. 3, p. 90-95, oct., 2007

COPELAND, Thomas E; WESTON, J. Fred; SHASTRI, Joseph M. Financial Theory and Corporate Policy. Amsterdam: Addison-Wesley, 1988.

CROSBIE, Peter; BOHN, Jeff. Modeling default risk. Moody's KMV Company, dez, 2003

DAMODARAN, Aswath. **Finanças corporativas: teoria e prática**. 2. ed. Bookman Editora, 2004.

DIAS, Marco A. G., **Análise de investimentos com opções reais**. 1. ed. Interciência 2014.

DROBETZ, Wolfgang; FIX, Roger. What are the determinants of the capital structure? Some evidence for Switzerland. University of Basel. WWZ/Department of Finance, Working Paper, v. 4, n. 03, p. 51-75, 2003.

ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J.; Brow, Stephen J.; Goetzmann, Willian J. Modern portfolio theory and investment analysis. 9. ed. Willey 2014

FAMA, Eugene F; FRENCH, Kenneth. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of Financial Economics**, Chicago, v. 33, n. 1, p. 3-56, sept., 1993.

FAMA, Eugene F; FRENCH, Kenneth. Industry Costs of Equity. **Journal of Financial Economics**, v. 43, 153-193, 1997

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Testing trade-off and pecking order predictions about dividends and debt. **The review of financial studies**, v. 15, n. 1, p. 1-33, 2002.

GITMAN, Lawrence J. Princípios de administração financeira. 12. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010

HAMADA, Robert S. Portfolio analysis, market equilibrium and corporation finance. **The Journal of Finance**, Stanford, v. 24, n. 1, p. 13-31, mar., 1969.

HAMADA, Robert S. The effect of the firm's capital structure on the systematic risk of common stocks. **The Journal of Finance**, v. 27, n. 2, p. 435-452, 1972.

HULL, John. Options, futures and other derivatives. 8. ed. Pearson. 2012

KAPLAN, Steve N., STEIN Jeremy C. How Risky is the Debt in Highly Leveraged Transactions. **Journal of Financial Economics**, v.27, p.215-245, 1990.

KEALHOFER, Stephen; BOHN, Jeffrey R. Portfolio management of default risk. Net Exposure, v. 1, n. 2, p. 12, 1998.

KEALHOFER, Stephen; KWOK, Sherry; WENG, Wenlong. Uses and abuses of bond default rates. Credit Metrics Monitor, p. 37-55, 1998.

KOLLER, Tim; GOEDHART, Marc; WESSELS, David. Valuation: measuring and managing the value of companies. 4. ed. New Jersey: [s.n.], 2005

LINTNER, John. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **The Review of Economics and Statistics**, p. 13-37, 1965.

MANHIÇA, Félix António; JORGE, Caroline Teixeira. O nível da taxa básica de juros e o spread bancário no Brasil: uma análise de dados em painel. IPEA-1710, 2012.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The journal of finance**, Stanford, v. 7, n. 1, p. 7791, mar, 1952.

MARTINS, Eliseu et al. Manual de Contabilidade Societária. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2013.

MODIGLIANI, F.; MILLER, M. The costof capital, corporation finance, and the theory of investment. American Economic Review, v.48, n.3, p.261-297, June 1958.

MODIGLIANI, F.; MILLER, M.. Corporate income taxes and the costof capital: a correction. American Economic Review, v.53, n.3, p.433-443, June 1963.

MERTON, Robert C. Theory of rational option pricing. **The Bell Journal of economics and management science**, p. 141-183, 1973.

MERTON, Robert C. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates. **The Journal of Finance**, Stanford, v. 29, n. 2, p. 449-470, may, 1974.

MYERS, Stewart C. Interactions of corporate financing and investment decisions implications for capital budgeting. **The Journal of Finance**, v. 29, n. 1, p. 1-25, 1974.

PEROBELLI, F.F.C., SILVEIRA, A.M. e BARROS, L.A.B.C. Fatores Determinantes da Estrutura de Capital: Novas Evidências no Brasil. In: Anais do V Encontro Brasileiro de Finanças da Sociedade Brasileira de Finanças (SBFIN), São Paulo, 2005.

PIMENTEL, Rene C., PERES, Edna F., LIMA, Gerlando. A. S. F. O mercado de Debêntures e o Financiamento Produtivo no Brasil: uma Análise de Cointegração e Causalidade. **Revista de Contabilidade e Organizações**, v. 5, n. 11, 2011.

PINDYCK, Robert S.; RUBINFELD, Daniel L. Econometria: modelos & previsões. Elsevier, 2004.

RAJAN, Raghuram G.; ZINGALES, Luigi. What do we know about capital structure? Some evidence from international data. **The Journal of Finance**, v. 50, n. 5, p. 1421-1460, 1995.

ROSS, Stephen A. The arbitrage theory of capital asset pricing. **Journal of Economic Theory**, v. 13, n. 3, p. 341-360, 1976.

RUBINSTEIN, Mark. A history of the theory of investments. 1. ed. Hoboken. 2006.

SHARPE, William F. A simplified model for portfolio analysis. **Management Science**, v. 9, n. 2, p. 277-293, 1963.

SHARPE, William F. Capital asset prices: a theory of Market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance**, Stanford, v. 19, n. 3, p. 425-442, mar., 1964.

TITMAN, Sheridan; WESSELS, Roberto. The determinants of capital structure choice. **The Journal of Finance**, v. 43, n. 1, p. 1-19, 1988.

VASSALOU, Maria; XING, Yuhang. Default risk in equity returns. **Journal of Finance**, v. 59, n. 2, p.831-868, mar, 2004.

WEIDNER, David. Syndicated lending closes out '90s on a tear. *The American Banker*, v. 165, n. 6, p. 1, 2000.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. Econometric analysis of cross section and panel data. MIT press, 2010.

YU, Xisheng; XIE, Xiaoke. On Derivations of Black-Scholes Greek Letters. **Research Journal of Finance and Accounting**, v. 4, n. 6, p. 80-85, 2013.

8. APÊNDICE

Tabela 7: Listagem de todos os casos onde não foi possível aplicar o modelo de Merton

Empresa	Trimestre *	Período	S	B	B/S	Vol. Equity
Wetzel S/A	4T2013	3	35,2	222	6,31	142,6%
Wetzel S/A	4T2003	1	15,3	121	7,90	138,9%
Oi	3T2013	3	7.148	58.389	8,17	109,4%
Plascar Part	3T2003	1	23,8	209	8,77	107,5%
Light S/A	3T2005	1	712	6.745	9,48	99,9%
PDG Realt	4T2014	3	1.138	10.862	9,55	110,8%
Tupy	2T2002	1	102	998	9,80	88,3%
MMX Miner	2T2014	3	329	3.349	10,17	85,1%
Inepar	3T2009	2	207	2.110	10,20	89,0%
Mangels Indl	3T2012	3	59,0	609	10,32	94,0%
Paranapanema	1T2002	1	162	1.884	11,66	93,7%
Rossi Resid	2T2002	1	19,3	226	11,69	94,9%
Pet Manguinh	3T2009	2	49,5	616	12,44	70,3%
Plascar Part	1T2015	3	44,7	560	12,52	89,8%
Banco do Brasil	1T2004	1	17.041	218.421	12,82	68,0%
Gol	1T2016	3	956	13.116	13,72	66,3%
Gerdau Met	2T2015	3	2.428	35.632	14,68	64,0%
Braskem	3T2002	1	786	12.062	15,35	65,6%
Coteminas	2T2015	3	105	1.736	16,56	51,5%
Forja Taurus	3T2015	3	64,9	1.108	17,08	66,0%
Rossi Resid	4T2014	3	284	4.949	17,45	65,7%
Banco Pan	3T2015	3	1.282	22.778	17,77	48,6%
Inepar	2T2012	3	201	3.581	17,86	54,8%
Minupar	3T2016	3	24,9	478	19,22	51,0%
Banco do Brasil	1T2014	3	63.925	1.296.448	20,28	39,1%
Teka	3T2007	2	41,4	869	20,99	69,3%
Teka	2T2003	1	21,9	505	23,11	38,7%
Banrisul	3T2015	3	2.503	59.179	23,64	39,3%
Minupar	4T2003	1	4,44	115	25,98	61,2%
Teka	1T2012	3	49,2	1.467	9,80	47,5%
Minupar	1T2007	2	6,27	247	39,34	89,4%

Observações:

A tabela está ordenada de acordo com a razão B/S em ordem crescente.

Período: 1 = mar/02 a dez/06; 2 = mar/07 a dez/11; 3 = mar/12 a dez/16.

Valores de S, B são os valores observados no respectivo trimestre e estão em milhões de R\$.

* Referente ao trimestre onde foi impossível utilizar o modelo de Merton. Caso isso tenha ocorrido mais de uma vez dentro do mesmo período, foi selecionado o trimestre que apresentou a menor razão B/S.

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 8 : Resultado do Cálculo dos Índices Betas por Empresa

EMPRESA	mar/2002 - dez/2006				mar/2007 - dez/2011				mar/2012 - dez/2016			
	β_D	β_L	β_{U-C}	β_{U-H}	β_D	β_L	β_{U-C}	β_{U-H}	β_D	β_L	β_{U-C}	β_{U-H}
Abc Brasil	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.41	1.36	-0.22	0.14
Alfa Invest	*	*	*	*	*	*	*	*	0.13	-0.01	0.12	0.00
Alpargatas	0.22	0.40	0.35	0.28	-0.45	1.28	0.95	1.04	-0.47	0.54	0.32	0.42
Ambev S/A	-0.01	0.39	0.31	0.31	-0.15	0.24	0.19	0.21	-0.59	0.10	0.05	0.09
Arteris	*	*	*	*	-0.24	1.10	0.58	0.68	0.01	-0.03	-0.01	-0.02
B2W Digital	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.84	2.94	1.02	1.45
Banco Pan	*	*	*	*	*	*	*	*	**	**	**	**
Banestes	*	*	*	*	*	*	*	*	0.19	0.52	0.21	0.03
Banrisul	*	*	*	*	0.02	0.95	0.21	0.19	**	**	**	**
BmfBovespa	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.56	0.77	0.53	0.63
BR Brokers	*	*	*	*	*	*	*	*	0.36	0.78	0.83	0.86
BR Malls Par	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.20	0.95	0.49	0.57
Bradesco	-0.02	0.91	0.18	0.20	-0.02	0.80	0.16	0.17	0.05	0.94	0.18	0.14
Banco Brasil	**	**	**	**	-0.08	1.10	0.08	0.15	**	**	**	**
Brasilagro	*	*	*	*	0.35	0.73	0.68	0.64	0.17	0.09	0.11	0.07
Braskem	**	**	**	**	-0.36	1.25	0.38	0.57	-0.38	-0.04	-0.25	-0.02
BRF SA	-0.38	0.80	0.20	0.39	-0.03	0.94	0.60	0.61	-0.31	0.35	0.13	0.24
CCR SA	0.42	1.36	1.12	1.01	-0.22	0.63	0.46	0.50	0.25	0.41	0.37	0.32
Celesc	*	*	*	*	0.03	0.21	0.11	0.09	-0.12	-1.21	-0.37	-0.28
Cemig	-0.26	0.98	0.47	0.57	0.00	0.41	0.23	0.23	0.17	0.61	0.38	0.29
Cia Hering	-0.05	0.56	0.06	0.10	-0.14	1.04	0.89	0.91	-0.08	0.41	0.38	0.38
Cielo	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.11	-0.03	-0.04	-0.03
Copasa	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.10	0.62	0.28	0.33
Copel	-0.15	1.10	0.52	0.59	-0.03	0.68	0.46	0.47	0.06	0.30	0.18	0.15
Coteminas	0.41	0.16	0.23	0.11	-0.52	0.90	-0.04	0.31	**	**	**	**
CPFL Energia	*	*	*	*	-0.09	0.28	0.17	0.20	-0.30	0.64	0.23	0.36
Cyrela Realt	-0.12	0.05	0.02	0.04	-0.15	1.49	0.88	0.94	0.03	0.84	0.41	0.39
Dasa	*	*	*	*	-0.15	0.90	0.68	0.71	0.09	0.66	0.53	0.51
Ecorodovias	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.49	0.62	0.35	0.47
Eletrobras	*	*	*	*	-0.24	0.39	0.03	0.17	0.20	1.11	0.27	0.08
Embraer	-0.33	0.59	0.29	0.40	-0.50	0.29	-0.08	0.15	-0.47	-0.72	-0.61	-0.41
Energias BR	*	*	*	*	0.05	0.59	0.36	0.33	0.07	0.59	0.32	0.28
Engie Brasil	-0.15	0.25	0.13	0.17	0.07	0.41	0.34	0.33	0.16	-0.10	-0.05	-0.08
Equatorial	*	*	*	*	-0.30	0.40	0.01	0.18	-0.05	0.55	0.24	0.27
Estacio Part	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.38	0.07	-0.01	0.06
Eternit	*	*	*	*	-0.03	0.62	0.51	0.52	-0.50	-0.12	-0.22	-0.09
Eucatex	*	*	*	*	-0.18	1.32	0.54	0.63	-0.07	1.53	0.58	0.63

Even	*	*	*	*	-0.10	1.69	1.01	1.04	-0.13	0.15	-0.02	0.06
Eztec	*	*	*	*	*	*	*	*	0.13	0.43	0.38	0.36
Ferbasa	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.91	0.37	0.17	0.31
Fibria	-0.15	0.26	0.10	0.16	-0.22	1.96	0.97	1.07	-0.39	-0.74	-0.64	-0.52
Forja Taurus	*	*	*	*	-0.41	1.44	0.75	0.91	**	**	**	**
Gafisa	*	*	*	*	-0.07	1.54	1.20	1.22	0.08	1.72	0.70	0.65
Gerdau	-0.22	0.83	0.37	0.46	-0.21	1.33	0.70	0.79	-0.38	1.39	0.52	0.71
Gerdau Met	-0.23	0.68	0.06	0.21	-0.17	1.38	0.35	0.46	**	**	**	**
Gol	*	*	*	*	-0.37	1.38	0.78	0.91	**	**	**	**
GP Invest	*	*	*	*	-0.83	1.60	0.09	0.61	-0.62	0.49	-0.26	0.16
Graziotin	0.43	0.39	0.40	0.30	-0.13	1.24	1.06	1.07	0.19	0.75	0.61	0.56
Grendene	*	*	*	*	-0.18	0.78	0.67	0.69	0.79	0.14	0.18	0.13
Guararapes	0.10	0.60	0.55	0.54	-0.05	1.34	1.16	1.17	-0.18	0.97	0.63	0.68
Hypermarcas	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.84	1.18	0.62	0.85
Iguatemi	*	*	*	*	0.33	0.91	0.79	0.72	0.10	0.77	0.56	0.53
Inepar	*	*	*	*	**	**	**	**	**	**	**	**
Iochp-Maxion	-0.58	0.91	0.46	0.64	-0.03	1.58	1.09	1.10	-0.24	0.81	0.10	0.26
Itausa	-0.11	0.59	0.00	0.09	-0.51	0.69	-0.34	0.10	1.72	0.63	1.21	0.29
ItauUnibanco	-0.11	0.83	0.19	0.26	-0.46	0.55	-0.24	0.12	-0.08	0.80	0.05	0.12
JBS	*	*	*	*	0.01	0.96	-0.34	-0.35	-0.54	0.42	-0.12	0.18
Jereissati	0.22	0.13	0.20	0.03	0.05	0.84	0.15	0.11	0.78	0.39	0.73	0.05
Klabin S/A	-0.24	0.56	0.22	0.32	-0.11	1.00	0.55	0.59	-0.30	-0.12	-0.20	-0.07
Kroton	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.11	1.00	0.82	0.84
Light S/A	**	**	**	**	-0.16	0.53	0.17	0.25	-0.14	1.27	0.39	0.47
Localiza	*	*	*	*	0.20	1.16	0.92	0.87	-0.06	0.80	0.57	0.58
Lojas Americ	0.26	0.67	0.52	0.42	-0.10	0.91	0.60	0.63	-0.28	0.53	0.25	0.35
Lojas Renner	*	*	*	*	-0.17	1.06	0.91	0.93	0.04	0.90	0.76	0.75
Lopes Brasil	*	*	*	*	0.99	2.03	1.82	1.63	-0.03	1.15	0.68	0.70
M.Diasbranco	*	*	*	*	0.11	0.69	0.59	0.57	-0.29	0.53	0.45	0.48
Mangels Indl	-0.14	0.45	-0.01	0.10	-0.21	2.12	0.45	0.60	**	**	**	**
Marcopolo	-0.33	0.46	0.08	0.24	0.03	0.96	0.59	0.58	-0.27	0.91	0.50	0.59
Marfrig	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.20	0.26	-0.11	0.06
Metal Leve	-0.22	0.54	0.40	0.44	-0.53	0.77	0.27	0.47	-0.20	0.01	-0.04	0.00
Minerva	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.34	0.17	-0.23	0.04
Minupar	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
MMX Miner	*	*	*	*	-0.80	3.11	2.21	2.40	**	**	**	**
MRV	*	*	*	*	*	*	*	*	0.08	1.59	0.74	0.70
Multiplan	*	*	*	*	*	*	*	*	0.26	0.57	0.52	0.48
Natura	*	*	*	*	-0.09	0.25	0.23	0.23	0.06	0.59	0.49	0.47
Odontoprev	*	*	*	*	0.53	1.02	1.00	0.97	0.07	0.43	0.41	0.41
Oi	0.05	0.58	0.30	0.27	-0.14	-0.07	-0.10	-0.04	**	**	**	**

P.Acucar-Cbd	0.07	0.79	0.43	0.40	0.13	0.46	0.31	0.25	-0.26	0.71	0.27	0.39
Paranapanema	**	**	**	**	0.36	0.58	0.31	-0.13	-0.28	1.08	-0.17	0.09
PDG Realt	*	*	*	*	0.34	1.54	1.05	0.91	**	**	**	**
Pet Manguinh	0.17	-0.01	0.07	0.00	**	**	**	**	0.10	0.78	0.24	0.16
Petrobras	-0.10	0.84	0.53	0.56	-0.17	1.19	0.82	0.87	-0.38	1.93	0.23	0.50
Plascar Part	**	**	**	**	0.18	1.51	0.90	0.82	**	**	**	**
Porto Seguro	*	*	*	*	0.03	0.85	0.45	0.43	0.05	0.79	0.40	0.37
Portobello	-0.35	0.52	-0.06	0.17	0.01	1.06	0.66	0.65	-0.32	0.39	0.02	0.19
Positivo Tec	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.19	1.01	-0.03	0.13
Qualicorp	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.16	0.55	0.45	0.47
Randon Part	-0.09	0.81	0.49	0.52	0.14	1.31	0.93	0.88	-0.42	1.00	0.21	0.44
Rossi Resid	**	**	**	**	-0.14	1.91	1.12	1.17	**	**	**	**
Sabesp	-0.18	0.80	0.20	0.31	-0.16	0.48	0.18	0.26	-0.10	0.52	0.25	0.29
Santander	*	*	*	*	-0.66	0.38	-0.46	0.07	-0.32	1.27	-0.15	0.14
Sao Carlos	0.35	0.48	0.45	0.38	-0.02	0.41	0.26	0.26	0.00	0.43	0.27	0.27
Sao Martinho	*	*	*	*	-0.25	1.02	0.51	0.61	0.06	0.57	0.33	0.30
Sid Nacional	-0.03	1.24	0.58	0.59	-0.33	1.36	0.73	0.85	-0.14	2.34	0.07	0.20
SLC Agricola	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.44	0.13	-0.14	0.07
Suzano Papel	-0.36	0.67	0.15	0.33	-0.22	1.25	0.46	0.58	-0.13	-0.09	-0.11	-0.04
Taesa	*	*	*	*	0.15	0.88	0.60	0.55	-0.04	0.46	0.27	0.28
Tecnisa	*	*	*	*	-0.05	1.36	0.82	0.84	-0.05	0.46	0.16	0.19
Tegma	*	*	*	*	*	*	*	*	-0.58	1.54	0.97	1.13
Teka	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Tekno	1.05	0.04	0.18	0.03	-0.74	0.80	0.64	0.71	*	*	*	*
Telef Brasil	-0.03	0.46	0.36	0.37	-0.41	-0.16	-0.21	-0.12	0.02	0.53	0.39	0.38
Terra Santa	*	*	*	*	-0.81	2.23	1.13	1.42	0.06	0.76	0.40	0.37
Tim Part S/A	0.39	0.80	0.73	0.67	-0.02	0.42	0.26	0.27	-0.01	0.63	0.44	0.44
Totvs	*	*	*	*	-1.04	0.54	0.36	0.48	-0.49	0.28	0.20	0.25
Tran Paulist	*	*	*	*	*	*	*	*	1.02	-0.03	0.20	-0.02
Tupy	**	**	**	**	-0.10	0.63	0.23	0.29	-0.33	-0.34	-0.34	-0.21
Ultrapar	-0.29	0.47	0.27	0.35	0.24	0.20	0.21	0.14	-0.18	-0.03	-0.06	-0.02
Usiminas	-0.12	1.39	0.65	0.71	-0.28	1.29	0.88	0.96	-0.23	2.73	1.14	1.26
Vale	*	*	*	*	-0.33	0.99	0.70	0.77	-0.25	0.91	0.20	0.35
Valid	*	*	*	*	0.27	0.75	0.66	0.62	0.05	-0.11	-0.08	-0.09
Viavarejo	*	*	*	*	0.08	1.76	1.14	1.11	-0.15	1.67	0.76	0.84
Weg	-0.21	0.40	0.27	0.31	-0.29	0.75	0.56	0.61	-0.23	0.42	0.29	0.34
Wetzel S/A	**	**	**	**	0.01	1.01	0.54	0.53	**	**	**	**
Wlm Ind Com	0.11	0.11	0.11	0.07	0.16	0.37	0.33	0.30	-0.32	-0.02	-0.06	-0.02

Observações:

β_{U-C} índice beta calculado pelo método de Conine

β_{U-H} índice beta calculado pelo método de Hamada

* Valores não calculados devido à falta de divulgação de balanços consolidados e/ou não participação no mercado acionário

** Valores não calculados devido a impossibilidade de calcular através do modelo de Merton

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 9: Resultado Completo da Simulação do comportamento β_D

Empresa	P*	β_{U-C}	S	D	β_L	β_D	\hat{S}^{**}	\hat{D}^{**}	$\hat{\beta}_L^{**}$	$\hat{\beta}_D^{**}$
Abc Brasil	3	-0,22	1.891	16.788	1,36	-0,41	1.929	16.150	1,29	-0,40
Alfa Invest	3	0,12	535	11.298	-0,01	0,13	546	11.287	-0,05	0,13
Alpargatas	1	0,35	740	382	0,40	0,22	754	367	0,35	0,32
Alpargatas	2	0,95	2.599	658	1,28	-0,45	2.651	606	1,21	-0,33
Alpargatas	3	0,32	4.742	1.449	0,54	-0,47	4.837	1.354	0,49	-0,38
Ambev S/A	1	0,31	37.548	10.880	0,39	-0,01	38.299	10.129	0,34	0,17
Ambev S/A	2	0,19	97.817	17.386	0,24	-0,15	99.774	15.430	0,19	0,17
Ambev S/A	3	0,05	266.313	25.472	0,10	-0,59	271.639	20.146	0,06	-0,14
Arteris	2	0,58	2.555	2.355	1,10	-0,24	2.606	2.304	1,04	-0,20
Arteris	3	-0,01	5.045	6.005	-0,03	0,01	5.146	5.904	-0,07	0,06
B2W Digital	3	1,02	3.532	4.915	2,94	-0,84	3.603	4.844	2,84	-0,84
Banestes	3	0,21	743	14.405	0,52	0,19	758	14.390	0,47	0,20
Banrisul	2	0,21	5.093	23.500	0,95	0,02	5.195	23.398	0,89	0,03
BmfBovespa	3	0,53	23.325	6.640	0,77	-0,56	23.791	6.174	0,71	-0,42
BR Brokers	3	0,83	786	104	0,78	0,36	802	88	0,73	-0,52
BR Malls Par	3	0,49	8.586	9.103	0,95	-0,20	8.757	8.931	0,90	-0,16
Bradesco	1	0,18	35.085	158.194	0,91	-0,02	35.787	157.492	0,85	-0,02
Bradesco	2	0,16	96.555	447.748	0,80	-0,02	98.486	445.817	0,75	-0,01
Bradesco	3	0,18	133.779	865.987	0,94	0,05	136.455	863.312	0,88	0,05
Brasil	2	0,08	68.833	573.888	1,10	-0,08	70.209	572.511	1,04	-0,08
Brasilagro	2	0,68	582	145	0,73	0,35	593	133	0,67	0,73
Brasilagro	3	0,11	575	182	0,09	0,17	586	171	0,05	0,31
Braskem	2	0,38	8.032	18.486	1,25	-0,36	8.193	18.325	1,19	-0,34
Braskem	3	-0,25	12.543	41.294	-0,04	-0,38	12.794	41.043	-0,08	-0,36
BRF SA	1	0,20	1.877	1.965	0,80	-0,38	1.914	1.928	0,74	-0,37
BRF SA	2	0,60	15.374	9.165	0,94	-0,03	15.681	8.858	0,88	0,04
BRF SA	3	0,13	42.946	20.406	0,35	-0,31	43.805	19.547	0,30	-0,25
CCR SA	1	1,12	4.209	1.952	1,36	0,42	4.294	1.868	1,29	0,55
CCR SA	2	0,46	15.178	5.676	0,63	-0,22	15.482	5.373	0,58	-0,07
CCR SA	3	0,37	29.044	13.295	0,41	0,25	29.625	12.714	0,37	0,40
Celesc	2	0,11	1.564	2.687	0,21	0,03	1.595	2.656	0,17	0,06
Celesc	3	-0,37	825	4.268	-1,21	-0,12	842	4.251	-1,22	-0,11
Cemig	1	0,47	8.772	9.586	0,98	-0,26	8.948	9.411	0,92	-0,23
Cemig	2	0,23	17.069	17.779	0,41	0,00	17.410	17.438	0,36	0,05
Cemig	3	0,38	16.725	22.832	0,61	0,17	17.059	22.498	0,56	0,21
Cia Hering	1	0,06	92	563	0,56	-0,05	94	561	0,51	-0,05
Cia Hering	2	0,89	2.069	374	1,04	-0,14	2.110	332	0,98	0,18

Cia Hering	3	0,38	4.246	335	0,41	-0,08	4.331	251	0,36	0,70
Cielo	3	-0,04	57.244	11.983	-0,03	-0,11	58.389	10.838	-0,07	0,19
Copasa	3	0,28	3.858	4.383	0,62	-0,10	3.935	4.306	0,57	-0,07
Copel	1	0,52	3.485	4.317	1,10	-0,15	3.555	4.247	1,04	-0,13
Copel	2	0,46	8.735	5.216	0,68	-0,03	8.910	5.041	0,63	0,06
Copel	3	0,18	7.617	11.033	0,30	0,06	7.769	10.881	0,26	0,10
Coteminas	1	0,23	1.249	700	0,16	0,41	1.274	675	0,11	0,54
Coteminas	2	-0,04	792	1.310	0,90	-0,52	808	1.294	0,84	-0,52
CPFL Energia	2	0,17	17.866	11.794	0,28	-0,09	18.224	11.436	0,24	-0,01
CPFL Energia	3	0,23	20.162	24.464	0,64	-0,30	20.566	24.061	0,59	-0,27
Cyrela Realt	1	0,02	1.850	447	0,05	-0,12	1.887	410	0,01	0,08
Cyrela Realt	2	0,88	7.346	5.124	1,49	-0,15	7.492	4.977	1,42	-0,11
Cyrela Realt	3	0,41	5.200	6.973	0,84	0,03	5.304	6.869	0,79	0,06
Dasa	2	0,68	3.309	1.093	0,90	-0,15	3.375	1.027	0,84	-0,00
Dasa	3	0,53	3.942	1.821	0,66	0,09	4.021	1.742	0,60	0,25
Ecorodovias	3	0,35	6.718	4.717	0,62	-0,49	6.852	4.583	0,57	-0,39
Eletrobras	2	0,03	29.680	52.669	0,39	-0,24	30.273	52.075	0,35	-0,22
Eletrobras	3	0,27	13.482	91.954	1,11	0,20	13.752	91.684	1,05	0,20
Embraer	1	0,29	12.665	8.902	0,59	-0,33	12.918	8.648	0,54	-0,27
Embraer	2	-0,08	9.686	10.623	0,29	-0,50	9.880	10.430	0,24	-0,47
Embraer	3	-0,61	14.495	18.524	-0,72	-0,47	14.785	18.234	-0,74	-0,43
Energias BR	2	0,36	5.102	5.241	0,59	0,05	5.204	5.139	0,54	0,10
Energias BR	3	0,32	5.867	8.191	0,59	0,07	5.984	8.074	0,54	0,10
Engie Brasil	1	0,13	6.333	3.127	0,25	-0,15	6.459	3.000	0,21	-0,07
Engie Brasil	2	0,34	14.773	5.287	0,41	0,07	15.069	4.992	0,36	0,24
Engie Brasil	3	-0,05	22.806	7.217	-0,10	0,16	23.262	6.761	-0,14	0,36
Equatorial	2	0,01	1.428	2.238	0,40	-0,30	1.457	2.209	0,35	-0,28
Equatorial	3	0,24	5.491	6.399	0,55	-0,05	5.600	6.290	0,50	-0,02
Estacio Part	3	-0,01	4.985	947	0,07	-0,38	5.084	848	0,03	-0,20
Eternit	2	0,51	653	167	0,62	-0,03	666	154	0,57	0,20
Eternit	3	-0,22	614	357	-0,12	-0,50	626	344	-0,16	-0,42
Eucatex	2	0,54	519	594	1,32	-0,18	530	584	1,25	-0,17
Eucatex	3	0,58	471	751	1,53	-0,07	480	742	1,46	-0,06
Even	2	1,01	1.459	1.132	1,69	-0,10	1.488	1.103	1,61	-0,05
Even	3	-0,02	1.388	2.300	0,15	-0,13	1.416	2.272	0,11	-0,11
Eztec	3	0,38	3.186	594	0,43	0,13	3.250	530	0,38	0,39
Ferbasa	3	0,17	927	184	0,37	-0,91	945	165	0,33	-0,81
Fibria	1	0,10	6.090	4.158	0,26	-0,15	6.211	4.036	0,22	-0,10
Fibria	2	0,97	9.943	11.861	1,96	-0,22	10.142	11.662	1,88	-0,20
Fibria	3	-0,64	15.959	13.197	-0,74	-0,39	16.278	12.878	-0,77	-0,31
Forja Taurus	2	0,75	628	443	1,44	-0,41	641	430	1,38	-0,38
Gafisa	2	1,20	3.578	3.900	1,54	-0,07	3.649	3.828	1,47	0,12
Gafisa	3	0,70	1.218	4.648	1,72	0,08	1.243	4.624	1,65	0,10
Gerda	1	0,37	10.593	9.940	0,83	-0,22	10.805	9.728	0,77	-0,20
Gerda	2	0,70	29.565	23.268	1,33	-0,21	30.156	22.676	1,27	-0,18
Gerda	3	0,52	19.497	28.137	1,39	-0,38	19.887	27.747	1,33	-0,37

Gerdau Met	1	0,06	3.798	9.970	0,68	-0,23	3.873	9.894	0,63	-0,22
Gerdau Met	2	0,35	10.882	24.723	1,38	-0,17	11.099	24.505	1,31	-0,16
Gol	2	0,78	5.682	4.822	1,38	-0,37	5.796	4.708	1,32	-0,32
GP Invest	2	0,09	1.510	2.250	1,60	-0,83	1.540	2.220	1,53	-0,82
GP Invest	3	-0,26	738	1.395	0,49	-0,62	752	1.380	0,44	-0,62
Grazziotin	1	0,40	66	29	0,39	0,43	68	27	0,34	0,61
Grazziotin	2	1,06	304	68	1,24	-0,13	310	62	1,18	0,15
Grazziotin	3	0,61	337	146	0,75	0,19	344	139	0,69	0,33
Grendene	2	0,67	2.246	316	0,78	-0,18	2.291	271	0,73	0,14
Grendene	3	0,18	4.935	338	0,14	0,79	5.034	240	0,10	2,05
Guararapes	1	0,55	2.020	339	0,60	0,10	2.060	298	0,55	0,55
Guararapes	2	1,16	3.764	730	1,34	-0,05	3.839	654	1,27	0,27
Guararapes	3	0,63	4.995	2.404	0,97	-0,18	5.095	2.304	0,91	-0,11
Hypermarcas	3	0,62	11.879	5.585	1,18	-0,84	12.117	5.348	1,12	-0,80
Iguatemi	2	0,79	2.069	650	0,91	0,33	2.111	609	0,85	0,51
Iguatemi	3	0,56	4.154	2.103	0,77	0,10	4.237	2.020	0,71	0,19
Iochp-Maxion	1	0,46	457	371	0,91	-0,58	466	362	0,86	-0,54
Iochp-Maxion	2	1,09	1.514	857	1,58	-0,03	1.544	827	1,51	0,05
Iochp-Maxion	3	0,10	1.864	4.664	0,81	-0,24	1.902	4.627	0,76	-0,23
Itausa	1	0,00	16.004	116.470	0,59	-0,11	16.325	116.150	0,54	-0,11
Itausa	2	-0,34	48.694	328.330	0,69	-0,51	49.668	327.356	0,64	-0,51
Itausa	3	1,21	55.028	63.723	0,63	1,72	56.128	62.623	0,57	1,80
ItauUnibanco	1	0,19	39.579	114.691	0,83	-0,11	40.370	113.899	0,77	-0,10
ItauUnibanco	2	-0,24	123.038	498.204	0,55	-0,46	125.499	495.743	0,50	-0,46
ItauUnibanco	3	0,05	163.237	1.042.334	0,80	-0,08	166.502	1.039.070	0,74	-0,08
JBS	2	-0,34	12.279	15.047	0,96	0,01	12.525	14.801	0,90	0,00
JBS	3	-0,12	27.748	53.186	0,42	-0,54	28.303	52.631	0,37	-0,53
Jereissati	1	0,20	543	2.109	0,13	0,22	554	2.098	0,09	0,24
Jereissati	2	0,15	1.180	8.632	0,84	0,05	1.204	8.608	0,78	0,05
Jereissati	3	0,73	1.195	4.384	0,39	0,78	1.219	4.360	0,34	0,79
Klabin S/A	1	0,22	3.283	2.571	0,56	-0,24	3.348	2.505	0,51	-0,21
Klabin S/A	2	0,55	5.535	5.798	1,00	-0,11	5.646	5.688	0,94	-0,07
Klabin S/A	3	-0,20	14.180	13.551	-0,12	-0,30	14.464	13.267	-0,16	-0,26
Kroton	3	0,82	13.972	2.653	1,00	-0,11	14.251	2.373	0,94	0,09
Light S/A	2	0,17	5.072	6.127	0,53	-0,16	5.174	6.026	0,48	-0,13
Light S/A	3	0,39	3.654	9.565	1,27	-0,14	3.728	9.492	1,20	-0,12
Localiza	2	0,92	3.858	1.718	1,16	0,20	3.936	1.641	1,09	0,34
Localiza	3	0,57	6.846	3.373	0,80	-0,06	6.983	3.236	0,75	0,04
Lojas Americ	1	0,52	2.895	1.681	0,67	0,26	2.953	1.623	0,62	0,33
Lojas Americ	2	0,60	9.067	5.611	0,91	-0,10	9.248	5.430	0,85	-0,02
Lojas Americ	3	0,25	17.086	12.359	0,53	-0,28	17.427	12.017	0,48	-0,23
Lojas Renner	2	0,91	4.647	883	1,06	-0,17	4.740	790	1,00	0,14
Lojas Renner	3	0,76	10.474	2.778	0,90	0,04	10.683	2.569	0,85	0,28
Lopes Brasil	2	1,82	1.285	401	2,03	0,99	1.311	376	1,95	1,25
Lopes Brasil	3	0,68	1.204	370	1,15	-0,03	1.229	346	1,09	-0,01
M.Diasbranco	2	0,59	3.650	848	0,69	0,11	3.723	775	0,64	0,33

M.Diasbranco	3	0,45	9.675	1.156	0,53	-0,29	9.869	963	0,48	0,06
Mangels Indl	1	-0,01	56	277	0,45	-0,14	57	276	0,41	-0,13
Mangels Indl	2	0,45	192	556	2,12	-0,21	195	553	2,04	-0,19
Marcopolo	1	0,08	588	681	0,46	-0,33	600	669	0,41	-0,31
Marcopolo	2	0,59	1.813	1.649	0,96	0,03	1.850	1.613	0,90	0,09
Marcopolo	3	0,50	3.544	2.625	0,91	-0,27	3.615	2.555	0,86	-0,22
Marfrig	3	-0,11	3.271	18.695	0,26	-0,20	3.337	18.630	0,22	-0,20
Metal Leve	1	0,40	998	350	0,54	-0,22	1.018	330	0,49	-0,06
Metal Leve	2	0,27	1.121	975	0,77	-0,53	1.144	952	0,72	-0,50
Metal Leve	3	-0,04	2.982	1.142	0,01	-0,20	3.042	1.082	-0,03	-0,06
Minerva	3	-0,23	1.786	5.726	0,17	-0,34	1.821	5.691	0,13	-0,34
MMX Miner	2	2,21	6.164	1.924	3,11	-0,80	6.287	1.801	3,01	-0,79
MRV	3	0,74	4.268	5.984	1,59	0,08	4.353	5.899	1,52	0,09
Multiplan	3	0,52	9.677	2.450	0,57	0,26	9.871	2.257	0,52	0,51
Natura	2	0,23	12.921	1.525	0,25	-0,09	13.179	1.267	0,21	0,48
Natura	3	0,49	15.811	5.720	0,59	0,06	16.128	5.404	0,54	0,25
Odontoprev	2	1,00	2.290	141	1,02	0,53	2.336	95	0,97	1,87
Odontoprev	3	0,41	5.528	425	0,43	0,07	5.639	314	0,38	1,18
Oi	1	0,30	7.023	8.840	0,58	0,05	7.163	8.699	0,52	0,08
Oi	2	-0,10	11.972	12.479	-0,07	-0,14	12.211	12.240	-0,10	-0,09
P.Acucar-Cbd	1	0,43	6.797	5.306	0,79	0,07	6.933	5.170	0,74	0,09
P.Acucar-Cbd	2	0,31	12.166	11.476	0,46	0,13	12.409	11.233	0,42	0,18
P.Acucar-Cbd	3	0,27	21.544	25.587	0,71	-0,26	21.975	25.156	0,66	-0,23
Paranapanema	2	0,31	1.588	2.371	0,58	0,36	1.620	2.339	0,52	0,35
Paranapanema	3	-0,17	987	3.334	1,08	-0,28	1.006	3.315	1,02	-0,28
PDG Realt	2	1,05	5.344	4.220	1,54	0,34	5.451	4.113	1,47	0,40
Pet Manguinh	1	0,07	195	146	-0,01	0,17	199	142	-0,05	0,23
Pet Manguinh	3	0,24	392	1.449	0,78	0,10	400	1.441	0,72	0,11
Petrobras	1	0,53	115.424	77.045	0,84	-0,10	117.733	74.737	0,79	-0,04
Petrobras	2	0,82	324.340	163.426	1,19	-0,17	330.826	156.939	1,13	-0,08
Petrobras	3	0,23	196.246	453.500	1,93	-0,38	200.171	449.575	1,85	-0,37
Plascar Part	2	0,90	716	423	1,51	0,18	730	409	1,44	0,21
Porto Seguro	2	0,45	5.526	7.249	0,85	0,03	5.637	7.138	0,80	0,07
Porto Seguro	3	0,40	9.049	14.751	0,79	0,05	9.230	14.570	0,74	0,08
Portobello	1	-0,06	158	280	0,52	-0,35	161	277	0,47	-0,34
Portobello	2	0,66	306	431	1,06	0,01	313	425	1,00	0,07
Portobello	3	0,02	561	797	0,39	-0,32	572	786	0,35	-0,30
Positivo Tec	3	-0,03	269	1.086	1,01	-0,19	274	1.081	0,95	-0,19
Qualicorp	3	0,45	5.367	1.219	0,55	-0,16	5.474	1.112	0,50	0,11
Randon Part	1	0,49	694	491	0,81	-0,09	708	478	0,75	-0,04
Randon Part	2	0,93	2.184	1.377	1,31	0,14	2.228	1.333	1,25	0,22
Randon Part	3	0,21	1.772	2.947	1,00	-0,42	1.808	2.912	0,95	-0,41
Rossi Resid	2	1,12	2.698	2.144	1,91	-0,14	2.752	2.090	1,83	-0,11
Sabesp	1	0,20	4.232	8.557	0,80	-0,18	4.317	8.473	0,75	-0,17
Sabesp	2	0,18	8.656	10.729	0,48	-0,16	8.829	10.556	0,43	-0,12
Sabesp	3	0,25	16.081	16.332	0,52	-0,10	16.402	16.010	0,47	-0,05

Santander BR	2	-0,46	55.089	241.578	0,38	-0,66	56.190	240.477	0,34	-0,66
Santander BR	3	-0,15	60.604	478.175	1,27	-0,32	61.816	476.962	1,21	-0,32
Sao Carlos	1	0,45	495	184	0,48	0,35	505	174	0,43	0,56
Sao Carlos	2	0,26	1.012	668	0,41	-0,02	1.032	648	0,36	0,05
Sao Carlos	3	0,27	1.890	1.381	0,43	0,00	1.928	1.343	0,38	0,07
Sao Martinho	2	0,51	2.200	1.764	1,02	-0,25	2.244	1.720	0,96	-0,21
Sao Martinho	3	0,33	4.132	3.770	0,57	0,06	4.215	3.687	0,52	0,10
Sid Nacional	1	0,58	10.722	14.295	1,24	-0,03	10.936	14.080	1,17	-0,02
Sid Nacional	2	0,73	35.012	24.230	1,36	-0,33	35.713	23.530	1,30	-0,30
Sid Nacional	3	0,07	12.592	41.410	2,34	-0,14	12.844	41.158	2,25	-0,14
SLC Agricola	3	-0,14	1.743	2.076	0,13	-0,44	1.778	2.041	0,09	-0,41
Suzano Papel	1	0,15	3.135	3.805	0,67	-0,36	3.198	3.742	0,62	-0,35
Suzano Papel	2	0,46	5.959	8.519	1,25	-0,22	6.078	8.400	1,19	-0,20
Suzano Papel	3	-0,11	11.304	16.116	-0,09	-0,13	11.530	15.890	-0,13	-0,10
Taesa	2	0,60	2.753	1.806	0,88	0,15	2.808	1.751	0,83	0,21
Taesa	3	0,27	6.853	4.636	0,46	-0,04	6.990	4.499	0,41	0,02
Tecnisa	2	0,82	1.404	1.052	1,36	-0,05	1.432	1.024	1,30	-0,01
Tecnisa	3	0,16	1.060	2.614	0,46	-0,05	1.081	2.593	0,41	-0,03
Tegma	3	0,97	1.189	634	1,54	-0,58	1.212	611	1,47	-0,52
Tekno	1	0,18	82	17	0,04	1,05	83	15	0,00	1,51
Tekno	2	0,64	213	32	0,80	-0,74	217	27	0,74	-0,46
Telef Brasil	1	0,36	20.021	7.301	0,46	-0,03	20.421	6.900	0,41	0,14
Telef Brasil	2	-0,21	26.906	10.619	-0,16	-0,41	27.445	10.081	-0,19	-0,29
Telef Brasil	3	0,39	57.945	27.548	0,53	0,02	59.104	26.389	0,48	0,13
Terra Santa	2	1,13	754	421	2,23	-0,81	769	405	2,15	-0,77
Terra Santa	3	0,40	784	1.078	0,76	0,06	799	1.062	0,71	0,09
Tim Part S/A	1	0,73	5.184	1.642	0,80	0,39	5.288	1.538	0,74	0,67
Tim Part S/A	2	0,26	15.200	7.323	0,42	-0,02	15.504	7.019	0,37	0,04
Tim Part S/A	3	0,44	23.424	13.688	0,63	-0,01	23.893	13.219	0,57	0,09
Totvs	2	0,36	2.919	464	0,54	-1,04	2.977	405	0,49	-0,87
Totvs	3	0,20	5.685	854	0,28	-0,49	5.799	740	0,23	-0,17
Tran Paulist	3	0,20	7.051	2.715	-0,03	1,02	7.192	2.574	-0,06	1,25
Tupy	2	0,23	978	1.319	0,63	-0,10	998	1.299	0,57	-0,07
Tupy	3	-0,34	2.417	2.734	-0,34	-0,33	2.465	2.686	-0,37	-0,27
Ultrapar	1	0,27	2.455	1.067	0,47	-0,29	2.504	1.018	0,42	-0,20
Ultrapar	2	0,21	9.918	5.561	0,20	0,24	10.116	5.363	0,15	0,35
Ultrapar	3	-0,06	30.940	10.436	-0,03	-0,18	31.559	9.817	-0,06	-0,01
Usiminas	1	0,65	8.326	9.947	1,39	-0,12	8.492	9.781	1,32	-0,11
Usiminas	2	0,88	23.082	10.694	1,29	-0,28	23.543	10.232	1,23	-0,20
Usiminas	3	1,14	8.679	12.532	2,73	-0,23	8.852	12.358	2,64	-0,21
Vale	2	0,70	225.550	77.994	0,99	-0,33	230.061	73.483	0,93	-0,22
Vale	3	0,20	135.749	147.210	0,91	-0,25	138.464	144.495	0,85	-0,24
Valid	2	0,66	898	266	0,75	0,27	916	248	0,69	0,51
Valid	3	-0,08	2.097	736	-0,11	0,05	2.139	694	-0,15	0,22
Viavarejo	2	1,14	3.204	3.196	1,76	0,08	3.268	3.132	1,69	0,14
Viavarejo	3	0,76	6.386	9.532	1,67	-0,15	6.514	9.404	1,60	-0,14

Weg	1	0,27	3.738	1.284	0,40	-0,21	3.813	1.210	0,36	-0,08
Weg	2	0,56	11.213	3.326	0,75	-0,29	11.438	3.102	0,70	-0,12
Weg	3	0,29	20.965	6.122	0,42	-0,23	21.385	5.702	0,37	-0,08
Wetzel S/A	2	0,54	94	164	1,01	0,01	96	162	0,95	0,05
Wlm Ind Com	1	0,11	112	114	0,11	0,11	115	112	0,07	0,17
Wlm Ind Com	2	0,33	288	104	0,37	0,16	294	98	0,32	0,35
Wlm Ind Com	3	-0,06	426	119	-0,02	-0,32	434	110	-0,06	-0,05

Observações:

* refere-se ao período, sendo: 1=mar/02 a dez/06; 2=mar/07 a dez/11; 3=mar/12 a dez/16;

** Valores simulados

Valores de S, D, \hat{S} , e \hat{D} representam a média observada no período e estão em milhões de R\$

Fonte: Elaboração própria.