

Universidade Federal de Juiz de Fora
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Mestrado em Sistemas de Energia Elétrica

Rodolfo Oliveira Ruback

**ANÁLISE DE FALTAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE
POTÊNCIA CONSIDERANDO DADOS INCERTOS**

Juiz de Fora
2016

Rodolfo Oliveira Ruback

ANÁLISE DE FALTAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA CONSIDERANDO DADOS INCERTOS

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos pré-requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Vander Menengoy da Costa, D. Sc.

Juiz de Fora
2016

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Ruback, Rodolfo Oliveira.

Análise de faltas em sistemas elétricos de potência considerando dados incertos / Rodolfo Oliveira Ruback. -- 2016.

161 f.

Orientador: Vander Menengoy Da Costa

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, 2016.

1. Engenharia Elétrica. 2. Análise de Faltas. 3. Incerteza de Dados. 4. Matemática Intervalar. I. Da Costa, Vander Menengoy, orient. II. Título.

ANÁLISE DE FALTAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA CONSIDERANDO DADOS INCERTOS

RODOLFO OLIVEIRA RUBACK

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos pré-requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 02 de Agosto de 2016.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Vander Menengoy da Costa, D. Sc. – Orientador – UFJF

Prof. Marcus Theodor Schilling, D. Sc. – UFF

Prof. João Alberto Passos Filho, D. Sc. – UFJF

Juiz de Fora, MG, Brasil.

Agosto de 2016

Agradecimentos

Agradeço a Deus, pela vida proporcionada.

Aos meus pais Sidney e Fátima, pelo apoio irrestrito e todo esforço demandado para que eu chegasse até aqui.

Ao professor Vander Menengoy da Costa pela valiosa orientação e dedicação durante toda realização deste trabalho.

Aos meus professores pela paciência e empenho aplicados no compartilhamento de conhecimento, seja nas salas de aula, corredores ou até nas consultas em suas próprias salas.

A todos os amigos que, de alguma forma, contribuíram ou fizeram parte de mais esta importante etapa da minha vida

A CAPES e UFJF pela bolsa de Mestrado durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à UFJF como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

ANÁLISE DE FALTAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA CONSIDERANDO DADOS INCERTOS

Rodolfo Oliveira Ruback

Agosto de 2016

Orientador: Prof. Vander Menengoy da Costa, D. Sc.

Programa: Engenharia Elétrica.

A análise de faltas, também conhecida como análise de curto-circuito, é imprescindível tanto no âmbito de planejamento quanto na operação de um sistema elétrico de potência. Essa análise é geralmente realizada de forma determinística, para dados valores em um instante de tempo. Contudo, o sistema de potência é dinâmico e seus parâmetros estão sujeitos a variações. Desta forma, a utilização do modelo determinístico se torna inviável face as inúmeras simulações necessárias no sentido de representar todas as possíveis combinações das variações envolvidas no problema.

Este trabalho propõe incorporar a matemática intervalar na análise de faltas, de modo a possibilitar a representação das incertezas dos parâmetros na forma de intervalos e, por conseguinte, gerar resultados intervalares de tensão e corrente na barra de falta, refletindo tais incertezas. Portanto, o objetivo básico é modelar e implementar um método para análise de faltas intervalar. Dois sistemas testes, um de 5 barras e outro de 14 barras, são utilizados para gerar as tensões e correntes intervalares no ponto de falta. Tais resultados são validados pela simulação de Monte Carlo.

Abstract of Dissertation presented to UFJF as a partial fulfillment of the requirements for a Master of Science degree (M. Sc.)

FAULT ANALYSIS IN ELECTRIC POWER SYSTEMS CONSIDERING UNCERTAIN DATA

Rodolfo Oliveira Ruback

August 2016

Advisor: Prof. Vander Menengoy da Costa, D. Sc.

Department: Electrical Engineering.

Fault Analysis, also known as short-circuit analysis, is essential both in the planning and the operation of an electric power system. This analysis is usually done in a deterministic way for data values in an instant of time. However, the power system is dynamic and his parameters are subject to variations. Thus, using the deterministic model has become inaccurate face the numerous simulations required to represent all the combinations of possibles variations involved in the problem.

This paper proposes to incorporate interval mathematics to fault analysis, in a way to represent the parameter uncertainties as intervals and therefore generate interval results of voltage and current in the short-circuited bar, reflecting these uncertainties. Therefore, the basic objective is to model and implement a method for interval fault analysis. Two test systems, one with 5 bars and the other with 14 bars, are used to generate voltages and currents interval in the fault point. These results are validated by Monte Carlo simulation.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Considerações Gerais	1
1.2	Contextualização do Trabalho	3
1.3	Publicações Decorrentes do Trabalho	5
1.4	Estrutura do Trabalho	5
2	ANÁLISE DE FALTAS	6
2.1	Introdução	6
2.2	Análise de Faltas via Componentes de Fase	7
2.2.1	Modelagem Básica	7
2.2.2	Cálculo das Matrizes Impedância de Falta em Componentes de Fase	11
2.2.3	Cálculo das Matrizes Admitância de Falta em Componentes de Fase	16
2.3	Análise de Faltas via Componentes Simétricas	22
2.3.1	Equações Básicas de Análise de Faltas em Componentes Simétricas	22
2.3.2	Cálculo das Matrizes Impedância e Admitância de Falta em Componentes Simétricas	23
2.3.3	Análise de Falta Trifásica-Terra	24
2.3.4	Análise de Falta Fase-Terra	28
2.3.5	Análise de Falta Bifásica	31
2.4	Representação dos Principais Componentes	34
2.4.1	Representação de Geradores Trifásicos	34
2.4.2	Representação de Linhas de Transmissão	36
2.4.3	Representação de Transformadores Trifásicos com Núcleo Envolvente ou Bancos Trifásicos	38
2.4.4	Representação de Cargas Trifásicas	41
2.5	Considerações Finais	44
3	MATEMÁTICA INTERVALAR	45
3.1	Introdução	45
3.2	Fundamentos da Matemática Intervalar	46
3.2.1	Conjunto e Padronização de Intervalos	46
3.2.2	Interseção e União	46
3.2.3	Largura, Valor Absoluto e Ponto Médio	47
3.2.4	Operações Aritméticas em Intervalos	48

3.2.5	Operações Aritméticas em Função dos Limites Intervalares	48
3.2.5.1	Adição.....	48
3.2.5.2	Subtração	49
3.2.5.3	Multiplicação	50
3.2.5.4	Divisão.....	50
3.2.6	Vetores Intervalares.....	50
3.2.7	Matrizes Intervalares	51
3.3	Sistema Linear de Equações Intervalares	54
3.3.1	Método de Krawczyk Linear	54
3.4	Considerações Finais	55
4	MÉTODO INTERVALAR PARA ANÁLISE DE FALTAS.....	57
4.1	Introdução	57
4.2	Características Básicas de Implementação Computacional	57
4.3	Montagem da Matriz Admitância de Barras Intervalar	58
4.4	Cálculo da Matriz Impedância de Thevenin.....	59
4.5	Método Matemático Intervalar para Análise de Faltas	59
4.5.1	Falta Monofásica	59
4.5.2	Falta Trifásica.....	64
4.5.3	Falta Bifásica	69
4.5.4	Algoritmo de Solução.....	73
4.5.4.1	Estrutura Básica.....	73
4.5.4.2	Fluxograma.....	82
4.5.4.3	Validação do Método.....	82
4.6	Aplicação Prática.....	83
4.6.1	Topologia e Dados.....	83
4.6.2	Entrada de Dados e Definições do Usuário	84
4.6.3	Cálculo da Matriz Admitância de Barras Intervalar	85
4.6.4	Cálculo da Matriz Impedância de Thevenin.....	86
4.6.5	Cálculo Iterativo das Tensões Intervalares nas Barras em Falta	87
4.6.5.1	Falta Monofásica	88
4.6.5.2	Falta Trifásica.....	89
4.6.5.3	Falta Bifásica	90
4.6.6	Resultados em Coordenadas de Fase.....	91
4.6.6.1	Falta Monofásica	91
4.6.6.2	Falta Trifásica.....	92

4.6.6.3	Falta Bifásica	94
4.6.7	Comentários Gerais	95
4.7	Considerações Finais	96
5	RESULTADOS	98
5.1	Introdução	98
5.2	Desempenho da Análise de Falta Intervalar	98
5.2.1	Falta Monofásica	98
5.2.2	Falta Trifásica	106
5.2.3	Falta Bifásica	113
5.3	Desempenho do Processo Iterativo	121
5.4	Análise de Sensibilidade de Tensão das Barras	124
5.4.1	Análise de Sensibilidade da Tensão para Incerteza na Impedância de Falta.....	124
5.5	Considerações Finais	128
6	CONCLUSÃO.....	130
6.1	Considerações Finais	130
6.2	Propostas para Trabalhos Futuros	131
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	132
APÊNDICE A – COMPONENTES SIMÉTRICAS.....		135
A.1	Introdução	135
A.2	Representação Matemática das Componentes Simétricas.....	136
A.3	Potência em termos das Componentes Simétricas [1].....	138
APÊNDICE B – SISTEMA TESTE.....		140

Lista de Figuras

Figura 1 – Representação trifásica de um sistema de energia elétrica [20].	8
Figura 2 – Circuito equivalente de Thevenin, fase a , para uma falta na barra p .	9
Figura 3 – Falta trifásica-terra.	12
Figura 4 – Falta trifásica.	12
Figura 5 – Falta monofásica.	12
Figura 6 – Falta bifásica.	13
Figura 7 – Circuito para cálculo da matriz impedância de falta abc .	13
Figura 8 – Cálculo da primeira coluna da matriz impedância de falta abc .	15
Figura 9 – Circuito para cálculo da matriz admitância de falta abc .	17
Figura 10 – Cálculo da primeira coluna da matriz admitância de falta abc .	20
Figura 11 – Circuito para cálculo da primeira coluna da matriz admitância de faltas abc .	21
Figura 12 - Circuito equivalente da falta trifásica-terra na barra p .	27
Figura 13 - Circuito equivalente da falta fase-terra na barra p .	30
Figura 14 - Circuito equivalente da falta bifásica na barra p .	33
Figura 15 – Representação do gerador trifásico [21].	34
Figura 16 - Modelos de circuitos de sequência para gerador síncrono [21].	36
Figura 17 – Representação de uma linha de transmissão.	37
Figura 18- Representação de linhas de transmissão em componentes simétricas.	38
Figura 19 – Circuitos de sequência positiva e negativa para transformadores trifásicos.	39
Figura 20 – Circuitos equivalentes de sequência zero de bancos trifásicos de transformadores, com os diagramas de ligação e os símbolos para os diagramas unifilares [3].	40
Figura 21 – Carga conectada em Y com aterramento impedância de neutro.	42
Figura 22 - Circuitos de sequência para carga ligada em estrela com aterramento.	43

Figura 23 – Fluxograma para cálculo da tensão intervalar na barra em falta.....	79
Figura 24 - Fluxograma do método desenvolvido.....	82
Figura 25 – Exemplo 5 barras.....	84
Figura 26 – Desvio do módulo da tensão, falta monofásica, barra 3, fase <i>a</i>	104
Figura 27 - Desvio do módulo da tensão, falta monofásica, barra 3, fases <i>b</i> e <i>c</i>	104
Figura 28 - Desvio do módulo da tensão, falta monofásica, barra 12, fase <i>a</i>	105
Figura 29 - Desvio do módulo da tensão, falta monofásica, barra 12, fases <i>b</i> e <i>c</i>	105
Figura 30 – Desvio do módulo da tensão, falta trifásica, barra 3, fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i>	112
Figura 31 - Desvio do módulo da tensão, falta trifásica, barra 12, fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> ,.....	112
Figura 32 – Desvio do módulo da tensão, falta bifásica, barra 3, fase <i>a</i>	119
Figura 33 – Desvio do módulo da tensão, falta bifásica, barra 3, fases <i>b</i> e <i>c</i>	119
Figura 34 - Desvio do módulo da tensão, falta bifásica, barra 12, fase <i>a</i>	120
Figura 35 - Desvio do módulo da tensão, falta bifásica, barra 12, fases <i>b</i> e <i>c</i>	120
Figura 36 – Variações do módulo da tensão na fase <i>a</i> , falta monofásica.	126
Figura 37 - Variações do módulo da tensão nas fases <i>b</i> e <i>c</i> , falta monofásica.	126
Figura 38 – Variação da corrente na fase <i>a</i> , para variação de $\pm 1\%$ na impedância de falta...	128

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Dados do sistema exemplo de 5 barras.....	84
Tabela 2 – Dados intervalares após variação de $\pm 2\%$ nas impedâncias dos ramos.....	84
Tabela 3 – Valores de admitância dos ramos para sequências positiva, negativa e zero.	85
Tabela 4 – Tensão na barra 2, falta monofásica, fase a , $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos.	92
Tabela 5 – Corrente na barra 2, falta monofásica, fase a , 2% de incerteza nas impedâncias dos ramos.	92
Tabela 6 – Tensão na barra 2, falta trifásica, $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos. .	93
Tabela 7 – Corrente na barra 2, falta trifásica, $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos.	93
Tabela 8 – Tensão na barra 2, falta bifásica, fases bc , $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos.	94
Tabela 9 – Corrente na barra 2, falta bifásica, fases bc , $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos.	95
Tabela 10 – Tensão intervalar na barra 3, falta monofásica, fase a , incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	99
Tabela 11 – Tensão intervalar na barra 12, falta monofásica, fase a , incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	100
Tabela 12 – Corrente intervalar na barra 3, falta monofásica, fase a , incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	101
Tabela 13 – Corrente intervalar na barra 12, falta monofásica, fase a , incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	102

Tabela 14 – Tensão intervalar na barra 3, falta trifásica, incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	107
Tabela 15 – Tensão intervalar na barra 12, falta trifásica, incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	108
Tabela 16 – Corrente intervalar na barra 3, falta trifásica, incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	109
Tabela 17 – Corrente intervalar na barra 12, falta trifásica, incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	110
Tabela 18 – Tensão intervalar na barra 3, falta bifásica, fases <i>b</i> e <i>c</i> , incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	114
Tabela 19 – Tensão intervalar na barra 12, falta bifásica, fases <i>b</i> e <i>c</i> , incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	115
Tabela 20 – Corrente intervalar na barra 3, falta bifásica, fases <i>b</i> e <i>c</i> , incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	116
Tabela 21 – Corrente intervalar na barra 12, falta bifásica, fases <i>b</i> e <i>c</i> , incertezas: INCX, INCZF, INCV e INCT	117
Tabela 22 - Processo iterativo para faltas na barra 3, incerteza INCT , inicialização por Moore e pelo trabalho proposto.	122
Tabela 23 - Processo iterativo para faltas na barra 12, incerteza INCT , inicialização por Moore e pelo trabalho proposto.	123
Tabela 24 – Tensão das barras, falta monofásica, fase <i>a</i> , com $\pm 1\%$ de incerteza na impedância de falta.	125
Tabela 25 – Corrente nas barras, falta monofásica, fase <i>a</i> , $\pm 1\%$ de incerteza na impedância de falta.	127

Lista de Abreviaturas e Siglas

AFI	Análise de falta intervalar
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CLAGTEE	Congresso Latino-Americano de Geração e Transmissão de Energia Elétrica.
<i>Intlab</i>	<i>toolbox</i> desenvolvida para <i>MATLAB</i> para cálculos de matemática intervalar
INCX	Incerteza nas impedâncias dos ramos
INCZF	Incerteza na impedância de falta
INCV	Incerteza na tensão pré-falta
INCT	Incerteza simultânea nas impedâncias dos ramos, impedância de falta e na tensão pré-falta
MATLAB	<i>software</i> de computação numérica da empresa MathWorks
MMC	Método de Monte Carlo
ValAFI	Valor dado pelo método de Análise de Falta Intervalar
Val MMC	Valor dado pelo método de Monte Carlo

Lista de Símbolos

b_f	Susceptância de falta
b_0	Susceptância de sequência zero
$E(\%)$	Erro relativo.
E_a, E_b, E_c	Fonte de tensão nas fases a, b e c , respectivamente.
$E_{p(0)}^a, E_{p(0)}^b, E_{p(0)}^c$	Tensão pré-falta na barra p , nas fases a, b e c , respectivamente.
$\underline{E}_{i(F)}^{abc}$	Vetor tensão de falta trifásica em abc na barra i .
$\underline{E}_{i(0)}^{abc}$	Vetor tensão pré-falta trifásica em abc na barra i .
$\underline{E}_{i(F)}^{012}$	Vetor tensão de falta trifásica em 012 na barra i .
$\underline{E}_{i(0)}^{012}$	Vetor tensão pré-falta trifásica em 012 na barra i .
$\underline{E}_{p(F)}^{012}$	Vetor tensão de falta trifásica em 012 na barra p .
$\underline{E}_{p(0)}^{012}$	Vetor tensão pré-falta trifásica em 012 na barra p .
$\underline{E}_{p(F)}^{abc}$	Vetor tensão de falta trifásica em abc na barra p .
$\underline{E}_{p(0)}^{abc}$	Vetor tensão pré-falta trifásica em abc na barra p .
g_f	Condutância de falta.
g_0	Condutância de sequência zero.
I_a, I_b, I_c	Corrente nas fases a, b e c , respectivamente.
$I_{p(0)}^a, I_{p(0)}^b, I_{p(0)}^c$	Corrente pré-falta na barra p , nas fases a, b e c , respectivamente.
$\underline{I}_{i(F)}^{abc}$	Vetor corrente de falta trifásica em abc na barra i .
$\underline{I}_{i(0)}^{abc}$	Vetor corrente pré-falta trifásica em abc na barra i .
$\underline{I}_{i(F)}^{012}$	Vetor corrente de falta trifásica em 012 na barra i .
$\underline{I}_{i(0)}^{012}$	Vetor corrente pré-falta trifásica em 012 na barra i .

I_n	Corrente de neutro.
$\underline{I}_{p(F)}^{012}$	Vetor corrente de falta trifásica em 012 na barra p .
$\underline{I}_{p(0)}^{012}$	Vetor corrente pré-falta trifásica em 012 na barra p .
$\underline{I}_{p(F)}^{abc}$	Vetor corrente de falta trifásica em abc na barra p .
$\underline{I}_{p(0)}^{abc}$	Vetor corrente pré-falta trifásica em abc na barra p .
$\underline{I}_{i(0)}^{abc}$	Vetor corrente pré-falta trifásica em abc na barra i .
$m(X)$	Valor médio do intervalo X .
r_f	Resistência de falta.
$R_{pp}^{00}, R_{pp}^{11}, R_{pp}^{22}$	Resistência na barra p em coordenadas 012.
T	Matriz de transformação de Fortescue.
U	Matriz identidade de ordem (3x3)
V_a, V_b, V_c	Tensão nas fases a, b e c , respectivamente.
V_g	Tensão entre determinado ponto e a referência (<i>ground</i>).
$V_{r(F)}^0, V_{r(F)}^1, V_{r(F)}^2$	Parte real da tensão de falta nas sequências 012.
$V_{m(F)}^0, V_{m(F)}^1, V_{m(F)}^2$	Parte imaginária da tensão de falta nas sequências 012.
$w(X)$	Largura do intervalo X .
\underline{X}	Limite inferior do intervalo X .
\overline{X}	Limite superior do intervalo X .
$ X $	Valor absoluto do intervalo X .
$\ X\ $	Norma do intervalo X .

x_f	Reatância de falta.
$X_{pp}^{00}, X_{pp}^{11}, X_{pp}^{22}$	Reatância na barra p em coordenadas 012 .
Y	Conexão em estrela.
y_f	Admitância de falta.
y_{f1}, y_{f2}, y_{f0}	Admitância de falta nas seqüências.
Y_{barra}^{012}	Matriz admitância de barras em 012 .
Y_{barra}^{abc}	Matriz admitância de barras em abc .
Y_F^{abc}	Matriz admitância de falta em abc .
Y_F^{012}	Matriz admitância de falta em 012 .
Z_a, Z_b, Z_c	Impedância fases a, b e c , respectivamente.
z^{ab}, z^{bc}, z^{ac}	Impedância mútua entre as fases ab, bc e ac .
Z_{barra}^{012}	Matriz impedância de barras em 012 .
Z_{barra}^{abc}	Matriz impedância de barras em abc .
Z_f	Impedância de falta.
Z_{f1}, Z_{f2}, Z_{f0}	Impedância de falta nas seqüências.
Z_F^{abc}	Matriz impedância de faltas em abc .
Z_F^{012}	Matriz impedância de faltas em 012 .

Z_g	Impedância de falta para a terra.
Z_{ip}^{abc}	Matriz de impedância trifásica entre as barras i e p , em abc .
Z_{ip}^{012}	Matriz de impedância trifásica entre as barras i e p , em 012 .
Z_m	Impedância mútua.
Z_n	Impedância de neutro.
Z_p	Impedância própria.
$Z_{pp}^a, Z_{pp}^b, Z_{pp}^c$	Impedância nas fases a, b e c , respectivamente.
Z_{pp}^{abc}	Matriz impedância trifásica da barra p em abc .
Z_{ip}^{abc}	Matriz impedância trifásica entre as barras i e p em abc .
Z_{pp}^{012}	Matriz impedância trifásica da barra p em 012 .
Z_{ip}^{012}	Matriz impedância trifásica entre as barras i e p em 012 .
Z_{tr}	Impedância de sequência positiva do transformador.
α	Multiplicador = $1 \angle 120^\circ$.
Δ	Conexão em delta.

1 Introdução

1.1 Considerações Gerais

Uma falta ocorre quando existe uma redução abrupta da impedância entre dois pontos de diferente potencial, gerando assim uma corrente de alto valor. O cálculo das correntes de falta é de grande importância para o planejamento e coordenação da proteção de sistemas elétricos, tal como pode ser visto em [1-3].

Estudos de análise de falta em sistemas elétricos são recorrentes na literatura científica. Um interessante trabalho [4] apresenta um sumário para cálculo de falta em sistemas de distribuição industrial. Neste trabalho, os autores abordam técnicas desenvolvidas até a época e técnicas prováveis para o futuro, tais como análise clássica por meio de componentes simétricas, análise por componentes de fase e análise mediante simulações no domínio do tempo.

Em relação ao tratamento de dados para este tipo de análise, geralmente os parâmetros de linha de transmissão e os dados dos equipamentos do sistema, tais como transformadores, geradores, motores e cargas, são considerados determinísticos, ou seja, descritos por um único valor. Desta forma, as análises desenvolvidas são feitas de forma determinística, baseada em uma abordagem estática do sistema elétrico.

Entretanto, o sistema elétrico na prática é dinâmico, estando sujeito à variações nos seus componentes ao longo do tempo. Por exemplo, os valores das cargas podem apresentar variações devido às incertezas associadas com sua previsão. De forma análoga, parâmetros de transmissão também estão susceptíveis a erros de medição.

Assim sendo, para uma correta análise da operação, deve-se considerar as incertezas que os problemas citados anteriormente tendem a causar, uma vez que o estudo determinístico não é capaz de representar o real comportamento do sistema. Desta forma, torna-se necessária a consideração de todos os possíveis cenários de operação para determinar uma faixa de valores viáveis para cada variável do problema. Assim, uma avaliação mais realista a respeito da operação do sistema de energia elétrica é obtida.

A fim de tratar as incertezas inerentes aos dados, alguns trabalhos foram desenvolvidos na literatura, principalmente na área de fluxo de potência. Infelizmente, o tratamento de incerteza de dados em análise de faltas é um campo muito pouco explorado, rendendo assim pouco material bibliográfico.

Um dos primeiros trabalhos realizados na área de tratamento de incerteza de dados em fluxo de potência é apresentado em [5], onde as cargas e gerações são tratadas como variáveis aleatórias e representadas por apropriadas distribuições de probabilidade ou funções densidade de probabilidade. Assim, os resultados do fluxo de potência são obtidos como variáveis aleatórias com respectivas distribuições de probabilidade.

A referência [6] compara os níveis de curto-circuito calculados de forma conservativa, com aqueles obtidos a partir de um critério proposto com base estatística, possibilitando a proposição de um indicador para os riscos envolvidos. Esta metodologia pode ser útil para indicar os equipamentos sob maior risco e naturais candidatos a uma substituição prioritária.

Outra ferramenta bastante utilizada na análise das incertezas de dados é a lógica *fuzzy*. O emprego desta lógica em sistemas de potência é exemplificado em [7], onde funções de pertinência trapezoidais são utilizadas para representação de números nebulosos, combinadas ainda com ferramentas de álgebra intervalar e técnicas de corte de nível para análise de fluxo de potência. Outras publicações baseadas em lógica *fuzzy* para tratamento de incerteza de dados são encontradas em [8-9].

Em 1992, os pesquisadores Fernando L. Alvarado e Ziang Wang [10] propuseram a utilização da aritmética intervalar para tratamento de incerteza de dados em problemas de fluxo de potência. Neste trabalho, os dados variam em uma determinada faixa ou intervalo. Desta forma, através da matemática intervalar, calcula-se o fluxo de potência, obtendo em seus resultados variáveis representadas por uma faixa de valores (intervalos). Este trabalho inicial serviu como base para o surgimento de outras publicações utilizando-se a aritmética intervalar.

Em [11], os autores incorporam a matemática intervalar na solução do fluxo de potência em coordenadas polares de tensão, a fim de considerar as incertezas das cargas e dos parâmetros das linhas de transmissão. Os sistemas de equações não lineares intervalares são solucionados através da aplicação do método de Krawczyk, sendo os resultados validados pelo método de Monte Carlo. Em [12], os autores incorporam a matemática intervalar na solução do fluxo de potência via injeção de corrente em coordenadas retangulares da tensão, considerando-se os mesmos tipos de incerteza de dados.

Em [13], os autores propõem um simples e eficiente fluxo de potência, para calcular, através da matemática intervalar, as principais variáveis intervalares correspondentes ao ponto de máximo carregamento de um sistema sujeito a incertezas de dados. Em [14], é apresentado um processo de inicialização das tensões intervalares de barra no fluxo de potência via injeção de correntes, considerando-se o ponto de máximo carregamento do sistema. O procedimento

proposto é aplicado à rede Sul-Sudeste brasileira, e tem os resultados validados através do método de Monte Carlo.

Por fim, mais recentemente, surgiram trabalhos baseados na aritmética *affine* (afim) para tratamento de incertezas. A referência [15], considerando-se a incerteza dos dados de entrada, apresenta um algoritmo baseado nesta aritmética para análise de fluxo de potência, onde as quantidades de interesse são representadas como combinações afins de certas variáveis primitivas, que representam as fontes de incertezas nos dados. Em [16], a aritmética *affine* é aplicada na análise de tensão e estabilidade transitória de sistemas de potência, considerando-se as incertezas das injeções de energia provenientes de fontes intermitentes de geração, tais como, eólica e solar.

1.2 Contextualização do Trabalho

A motivação para a elaboração deste trabalho surge devido à grande utilização da análise de faltas em estudos de sistemas elétricos de potência, tanto no âmbito do planejamento como da operação. A análise de faltas tradicional considera os parâmetros do sistema elétrico de potência como sendo quantidades determinísticas, ou seja, representadas por um único valor. Assim, como resultado, a tensão e corrente na barra em falta são também calculadas de modo determinístico. Contudo, a realidade é diferente. Na verdade, tais parâmetros podem sofrer variações aleatórias.

O modelo determinístico somente seria capaz de analisar a influência de tais variações através da realização de um conjunto exaustivo de estudos, simulando todas as combinações possíveis das diversas variações. Obviamente, tal tarefa exigiria um elevado tempo computacional, além de produzir um grande número de resultados de difícil parecer conclusivo.

Portanto, a maneira mais eficiente é considerar os parâmetros passíveis de variações na modelagem da análise de faltas. Assim, a tensão e a corrente na barra em falta, por exemplo, são calculadas não mais na forma determinística, mas sim através de uma faixa de possíveis valores. Esta modelagem intervalar permite uma avaliação muito mais realista a respeito da análise de faltas.

Em função do exposto, o objetivo deste trabalho é desenvolver um método de análise de faltas intervalar, capaz de considerar as diferentes incertezas inerentes aos respectivos parâmetros. Nesse caso específico, os parâmetros considerados são as impedâncias dos ramos, a impedância de falta e a tensão pré-falta. Os tipos de faltas estudados são a monofásica, a trifásica-terra, trifásica e fase-fase.

O método para tratamento das incertezas é a matemática intervalar, que possibilita considerar os dados como intervalos e assim, definir as incertezas presentes nos dados. Logo, a tensão e a corrente na barra em falta são calculadas diretamente na forma intervalar.

O método para análise de faltas utiliza a formulação matricial baseada nas matrizes admitância e impedância de barras, ambas representadas em componentes simétricas. Em face do objetivo do trabalho, tais matrizes agora tornam-se intervalares e, como consequência, há a necessidade de solucionar um sistema de equações lineares intervalares, de modo a gerar os resultados da análise de faltas.

As principais contribuições são as seguintes:

- Desenvolvimento de um método para análise de faltas intervalar. Nestes termos, de modo a solucionar o sistema de equações lineares intervalares, o presente trabalho utiliza o processo iterativo do método de Krawczyk linear para cálculo das grandezas na barra em falta.
- O desempenho de qualquer processo iterativo depende fundamentalmente da estimativa inicial. O presente trabalho propõe uma nova forma de inicialização das variáveis intervalares, visando uma melhor trajetória de convergência na solução.
- Em função do método para análise de faltas intervalar, o trabalho também aponta para uma possível análise de sensibilidade da tensão e da corrente na barra em falta, em função das variações assumidas. Ou seja, para qualquer tipo de falta, é possível verificar a barra cuja tensão e corrente variam mais em relação a seus valores determinísticos, quando as variações nos parâmetros são consideradas. Tal procedimento é muito útil na operação dos sistemas elétricos de potência frente a uma falta.

Para validar os resultados da análise de faltas intervalar, utiliza-se o método de simulação Monte Carlo, que consiste de várias execuções da análise de faltas determinística dentro da faixa utilizada pela matemática intervalar para os dados de entrada. Ao final do processo de simulação de Monte Carlo, os maiores e menores valores para cada variável, levando-se em conta todas as simulações, são adotados como resultado intervalar. Dois sistemas testes são utilizadas no presente trabalho.

Um dos resultados do trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia rápida e robusta, para o tratamento de incertezas na análise de faltas. O segundo resultado é a divulgação da aplicabilidade da matemática intervalar na análise de faltas. O resultado final é despertar a

atenção de pesquisadores e engenheiros no sentido de introduzir a matemática intervalar em outras diferentes modelagens do sistema elétrico de potência.

1.3 Publicações Decorrentes do Trabalho

Durante o desenvolvimento da pesquisa relacionada a esta dissertação, o seguinte artigo foi produzido:

- “ Análise de faltas considerando as incertezas dos dados de entrada”, 11th Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission: CLAGTEE 2015, São José dos Campos – SP.

1.4 Estrutura do Trabalho

O trabalho está desenvolvido em cinco capítulos e dois apêndices, os quais são descritos a seguir:

O capítulo 2 apresenta os conceitos de análise de faltas, assim como as metodologias desenvolvidas para obtenção das matrizes impedância de falta, admitância de falta e as equações utilizadas para a análise.

O capítulo 3 apresenta os fundamentos básicos da matemática intervalar, tais como as principais operações aritméticas, propriedades e o método de Krawczyk linear utilizado para resolução das equações de análise de faltas apresentadas no capítulo 2.

O capítulo 4 apresenta o método desenvolvido, demonstrando como a matemática intervalar é incorporada às equações de análise de faltas.

O capítulo 5 apresenta os resultados e análises para um sistema elétrico proposto.

O capítulo 6 apresenta as conclusões obtidas, assim como as possíveis pesquisas futuras a serem desenvolvidas com base neste trabalho.

O apêndice A faz uma breve apresentação a respeito das componentes simétricas.

O apêndice B apresenta o sistema teste utilizado para obtenção dos principais resultados do trabalho.

2 Análise de Falhas

2.1 Introdução

A análise de falhas, também conhecida como análise de curto-circuito, é imprescindível tanto no âmbito de planejamento quanto na operação de um sistema elétrico de potência. O resultado proveniente dessa análise é necessário para projetar, por exemplo, o sistema de relés de proteção adequados e determinar os requisitos de interrupção de disjuntores em cada local do sistema.

Um sistema de potência está sujeito a distúrbios em operação normal, ou aparecimento de falhas em qualquer um de seus componentes. O distúrbio mais comumente encontrado é a sobrecarga, ou seja, quando o fluxo de corrente em um determinado equipamento excede o seu valor nominal.

Em relação às falhas, o tipo mais comumente encontrado, e também mais severo, é o curto-circuito, decorrente da ruptura da isolação entre as fases ou entre fase e terra. A magnitude da corrente de curto-circuito depende de vários fatores, tais como: tipo de curto-circuito, capacidade do sistema de geração, topologia do sistema, método de conexão e operação dos neutros dos transformadores, distância elétrica da falha em relação às unidades geradoras, dentre outros [17].

O valor da corrente de falta excede consideravelmente a corrente de regime permanente do sistema, podendo causar danos severos a vida útil dos equipamentos, além de distúrbios operativos, tais como considerável queda de tensão e frequência.

No instante de um curto-circuito, uma rápida elevação da corrente ocorre atingindo valores de crista, que podem ser 10 vezes superiores a corrente nominal do circuito. Em seguida, há uma diminuição exponencial que passa por valores subtransitório e transitório, até que o valor permanente de corrente em curto-circuito seja estabelecido.

Os equipamentos de proteção contra sobrecorrentes, tais como disjuntores e fusíveis, devem possuir capacidade suficiente para isolar o curto-circuito com segurança o mais rapidamente possível. Além disso, os outros equipamentos que constituem o sistema elétrico, como cabos, barramentos e chaves seccionadoras, devem estar dimensionados para suportar os esforços térmicos e mecânicos causados pelas correntes de falta, enquanto essa permanecer atuando no sistema [18].

Um curto-circuito pode ser classificado devido a sua duração. É denominado “permanente” quando provocado por situações irreversíveis espontaneamente, necessitando de reparos para ser sanado. Por outro lado, é denominado “temporário” ou “transitório” quando provocado por situações reversíveis espontaneamente [19].

Porém, a classificação mais usual para um curto-circuito é devido ao seu tipo, considerando-se as fases que apresentam falta. Um curto-circuito pode ser monofásico ou fase-terra (aproximadamente 70% dos casos), bifásico (15% dos casos), bifásico-terra (10% dos casos) ou trifásico (5% dos casos) [19].

Os métodos para análise de faltas necessitam de cálculos complexos e trabalhosos, o que fez necessária a utilização de métodos experimentais no início do século passado, os quais, graças aos avanços tecnológicos das últimas décadas, tornaram-se métodos computacionais capazes de solucionar problemas complexos em questões de minutos ou até segundos.

Uma opção eficaz para a determinação das grandezas de falta é a utilização de métodos matriciais, utilizando-se principalmente a matriz impedância de barras, Z_{barra} . Esses métodos, apesar de estarem presentes na literatura por algumas décadas, eram anteriormente inviáveis em virtude da falta de recursos computacionais realmente eficientes. Hoje, porém, com o desenvolvimento destes recursos, tanto no aspecto de velocidade quanto na disponibilidade de memória dos computadores atuais, a análise de faltas em sistemas elétricos de grande porte pode ser realizada de maneira rápida e precisa, usando-se o método da matriz Z_{barra} .

2.2 Análise de Faltas via Componentes de Fase

Esta seção apresenta os métodos de cálculo de faltas em componentes de fase (*abc*), com destaque para os métodos matriciais via matriz impedância de barras. Além disso, apresenta os desenvolvimentos necessários para obter as matrizes impedância de falta e admitância de falta, essenciais para os métodos matriciais. A bibliografia utilizada como base para este estudo é apresentada em [20].

2.2.1 Modelagem Básica

A representação trifásica de um sistema de energia elétrica em estado permanente senoidal é apresentada na Figura 1.

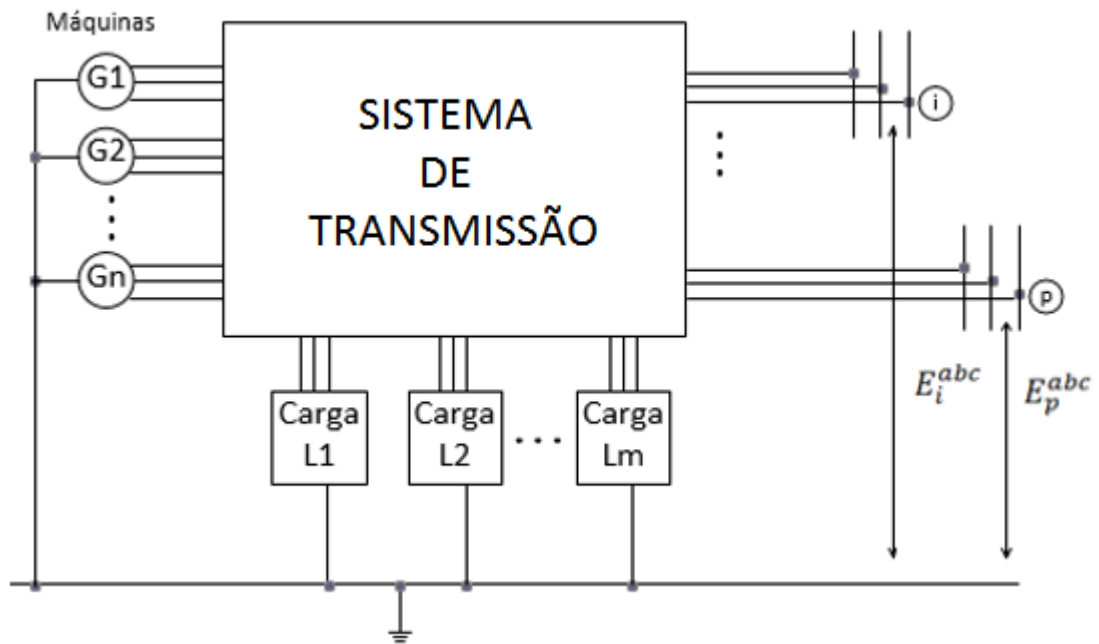


Figura 1 – Representação trifásica de um sistema de energia elétrica [20].

De modo geral, a representação trifásica é simplificada ao se aplicar análise de faltas. As principais simplificações a serem realizadas são: representação de cada máquina por uma fonte de tensão constante em série com sua reatância (transitória ou subtransitória); desprezar as conexões *shunt*, ou seja, as cargas e admitâncias em paralelo das linhas; considerar os transformadores operando com tap nominal; e, finalmente, desprezar as resistências das linhas e dos transformadores, particularmente no caso de sistemas que operam em alta-tensão.

A utilização da matriz impedância de barras constitui-se num modo adequado para o cálculo das tensões e correntes de falta, quando a terra é escolhida como referência, uma vez que os elementos dessa matriz são usados diretamente no cálculo. A impedância própria de circuito aberto referente à barra genérica i é dada pela relação entre a tensão em i e a corrente injetada em i , com todas as correntes injetadas nas demais barras feitas iguais a zero. A impedância de Thevenin vista da barra i é a impedância própria de circuito aberto. Por outro lado, a impedância de transferência de circuito aberto entre as barras i e j é dada pela relação entre a tensão em i e a corrente injetada em j , com todas as correntes injetadas nas demais barras feitas iguais a zero. Se esta impedância é diferente de zero, então há um caminho possível de circulação entre as barras i e j .

Seja p o local da falta em estudo, sendo este uma barra ou um ponto sobre a linha de transmissão. O modelo equivalente de Thevenin é constituído por uma fonte de tensão em série com uma impedância. Em análise de faltas, esta fonte de tensão tem como valor a tensão de

circuito aberto (antes da falta) entre a barra p e a referência. Este valor é comumente obtido através de estudos de fluxo de potência. A impedância série é aquela vista entre a barra p e a referência, assumindo-se todas as fontes de tensão do sistema de energia elétrica inativas.

Desta forma, seja o modelo equivalente de Thevenin na fase a , para uma falta na barra p , mostrado na Figura 2.

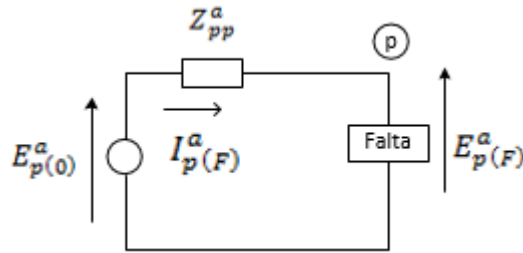


Figura 2 – Circuito equivalente de Thevenin, fase a , para uma falta na barra p .

Da Figura 2, $I_{p(F)}^a$ e $E_{p(F)}^a$ representam, respectivamente, a corrente e a tensão na falta referentes à barra p , fase a . Aplicando-se a Lei de Kirchhoff para a tensão:

$$E_{p(F)}^a + Z_{pp}^a \cdot I_{p(F)}^a = E_{p(0)}^a \quad (2.1)$$

ou ainda:

$$E_{p(F)}^a = E_{p(0)}^a - Z_{pp}^a \cdot I_{p(F)}^a \quad (2.2)$$

Para um sistema trifásico, fases a , b e c , a equação (2.2) pode ser generalizada da seguinte forma:

$$\underline{E}_{p(F)}^{abc} = \underline{E}_{p(0)}^{abc} - \underline{Z}_{pp}^{abc} \cdot \underline{I}_{p(F)}^{abc} \quad (2.3)$$

onde \underline{Z}_{pp}^{abc} é uma submatriz (3×3) , referente à barra p , extraída da matriz impedância de barras $\underline{Z}_{barra}^{abc}$.

Generalizando para todas as barras do sistema, fases a , b e c , falta na barra p , a equação (2.3) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} E_{1(F)}^{abc} \\ \vdots \\ E_{p(F)}^{abc} \\ \vdots \\ E_{n(F)}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1(0)}^{abc} \\ \vdots \\ E_{p(0)}^{abc} \\ \vdots \\ E_{n(0)}^{abc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{11}^{abc} & \dots & Z_{1p}^{abc} & \dots & Z_{1n}^{abc} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{p1}^{abc} & \dots & Z_{pp}^{abc} & \dots & Z_{pn}^{abc} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1}^{abc} & \dots & Z_{np}^{abc} & \dots & Z_{nn}^{abc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_{p(F)}^{abc} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

De forma compacta, a equação (2.4) pode ainda ser reescrita como:

$$\underline{E}_{barra(F)}^{abc} = \underline{E}_{barra(0)}^{abc} - \underline{Z}_{barra}^{abc} \cdot \underline{I}_{barra(F)}^{abc} \quad (2.5)$$

onde:

- $\underline{E}_{barra(0)}^{abc}$: vetor das tensões conhecidas pré-falta;
- $\underline{Z}_{barra}^{abc}$: matriz impedância de barras trifásica, na qual cada elemento é uma matriz (3x3);
- $\underline{I}_{barra(F)}^{abc}$: vetor das correntes desconhecidas durante a falta na barra p ;
- $\underline{E}_{barra(F)}^{abc}$: vetor das tensões desconhecidas, referentes às tensões pós-falta.

Adicionalmente, o vetor das tensões trifásicas na barra em falta p é dado por:

$$\underline{E}_{p(F)}^{abc} = \underline{Z}_F^{abc} \cdot \underline{I}_{p(F)}^{abc} \quad (2.6)$$

Onde \underline{Z}_F^{abc} é a matriz trifásica de impedância de falta, de ordem (3x3). Os elementos desta matriz dependem do tipo de falta em estudo.

Substituindo-se a equação (2.6) na equação (2.3) de $\underline{E}_{p(F)}^{abc}$:

$$\underline{Z}_F^{abc} \cdot \underline{I}_{p(F)}^{abc} = \underline{E}_{p(0)}^{abc} - \underline{Z}_{pp}^{abc} \cdot \underline{I}_{p(F)}^{abc} \quad (2.7)$$

Portanto:

$$\underline{I}_{p(F)}^{abc} = (\underline{Z}_F^{abc} + \underline{Z}_{pp}^{abc})^{-1} \cdot \underline{E}_{p(0)}^{abc} \quad (2.8)$$

A tensão na barra em falta, fases a , b e c , pode ainda ser calculada substituindo-se a equação (2.8) em (2.6), ou seja:

$$\underline{E}_{p(F)}^{abc} = \underline{Z}_F^{abc} \cdot (\underline{Z}_F^{abc} + \underline{Z}_{pp}^{abc})^{-1} \cdot \underline{E}_{p(0)}^{abc} \quad (2.9)$$

As tensões nas outras barras do sistema elétrico em estudo podem ser calculadas substituindo-se a equação (2.8) em (2.4). Assim, para uma barra genérica i , diferente de p :

$$\underline{E}_{i(F)}^{abc} = \underline{E}_{i(0)}^{abc} - \underline{Z}_{ip}^{abc} \cdot (\underline{Z}_F^{abc} + \underline{Z}_{pp}^{abc})^{-1} \cdot \underline{E}_{p(0)}^{abc} \quad (2.10)$$

Por outro lado, as equações de corrente e de tensão de falta podem ser expressas também em termos da matriz trifásica de admitância para a falta, \underline{Y}_F^{abc} . Nesse caso:

$$\underline{I}_{p(F)}^{abc} = \underline{Y}_F^{abc} \cdot \underline{E}_{p(F)}^{abc} \quad (2.11)$$

Das equações (2.6) e (2.11) conclui-se facilmente que $\mathbf{Y}_F^{abc} = (\mathbf{Z}_F^{abc})^{-1}$. Portanto, substituindo-se (2.11) em (2.3):

$$\underline{\mathbf{E}}_{p(F)}^{abc} = \underline{\mathbf{E}}_{p(0)}^{abc} - \mathbf{Z}_{pp}^{abc} \cdot \mathbf{Y}_F^{abc} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{p(F)}^{abc} \quad (2.12)$$

Manipulando-se (2.12):

$$\underline{\mathbf{E}}_{p(F)}^{abc} + \mathbf{Z}_{pp}^{abc} \cdot \mathbf{Y}_F^{abc} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{p(F)}^{abc} = \underline{\mathbf{E}}_{p(0)}^{abc} \quad (2.13)$$

Logo:

$$\underline{\mathbf{E}}_{p(F)}^{abc} = (\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{abc} \cdot \mathbf{Y}_F^{abc})^{-1} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{p(0)}^{abc} \quad (2.14)$$

Onde \mathbf{U} é a matriz identidade de ordem (3x3). Substituindo-se $\underline{\mathbf{E}}_{p(F)}^{abc}$ da equação (2.14) em (2.11):

$$\underline{\mathbf{I}}_{p(F)}^{abc} = \mathbf{Y}_F^{abc} \cdot (\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{abc} \cdot \mathbf{Y}_F^{abc})^{-1} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{p(0)}^{abc} \quad (2.15)$$

As tensões nas outras barras, diferentes da barra p , podem ser calculadas substituindo-se (2.15) em (2.4). Assim:

$$\underline{\mathbf{E}}_{i(F)}^{abc} = \underline{\mathbf{E}}_{i(0)}^{abc} - \mathbf{Z}_{ip}^{abc} \cdot \mathbf{Y}_F^{abc} \cdot (\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{abc} \cdot \mathbf{Y}_F^{abc})^{-1} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{p(0)}^{abc} \quad (2.16)$$

As correntes em qualquer trecho do circuito podem ser calculadas a partir das tensões obtidas em cada barra, através das equações (2.9) e (2.10), ou (2.14) e (2.16), e das impedâncias ou admitâncias do trecho em questão.

2.2.2 Cálculo das Matrizes Impedância de Falta em Componentes de Fase

Este item apresenta os desenvolvimentos matemáticos para obter a matriz impedância de falta, \mathbf{Z}_F^{abc} . Os principais tipos de faltas a serem estudados neste trabalho são: trifásico-terra, trifásico, fase-terra e fase-fase. As topologias referentes a cada uma dessas faltas estão mostradas nas Figura 3 a 6.

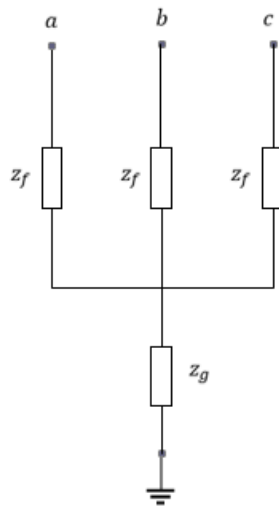


Figura 3 – Falta trifásica-terra.

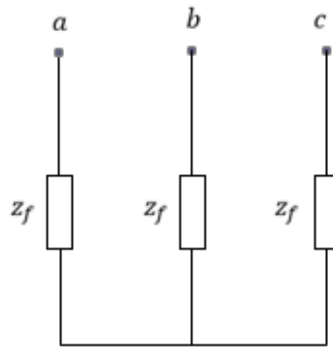


Figura 4 – Falta trifásica.

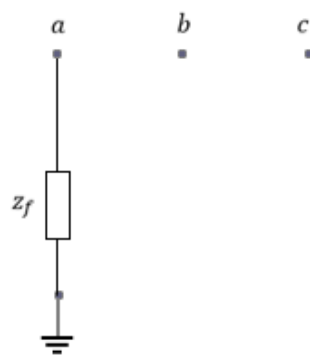


Figura 5 – Falta monofásica.

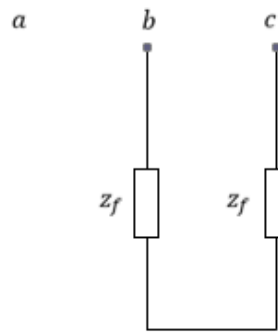


Figura 6 – Falta bifásica.

Baseando-se nos tipos de falta e nas topologias apresentadas nas Figuras 3 a 6, seja o circuito da Figura 7 para cálculo de Z_F^{abc} :

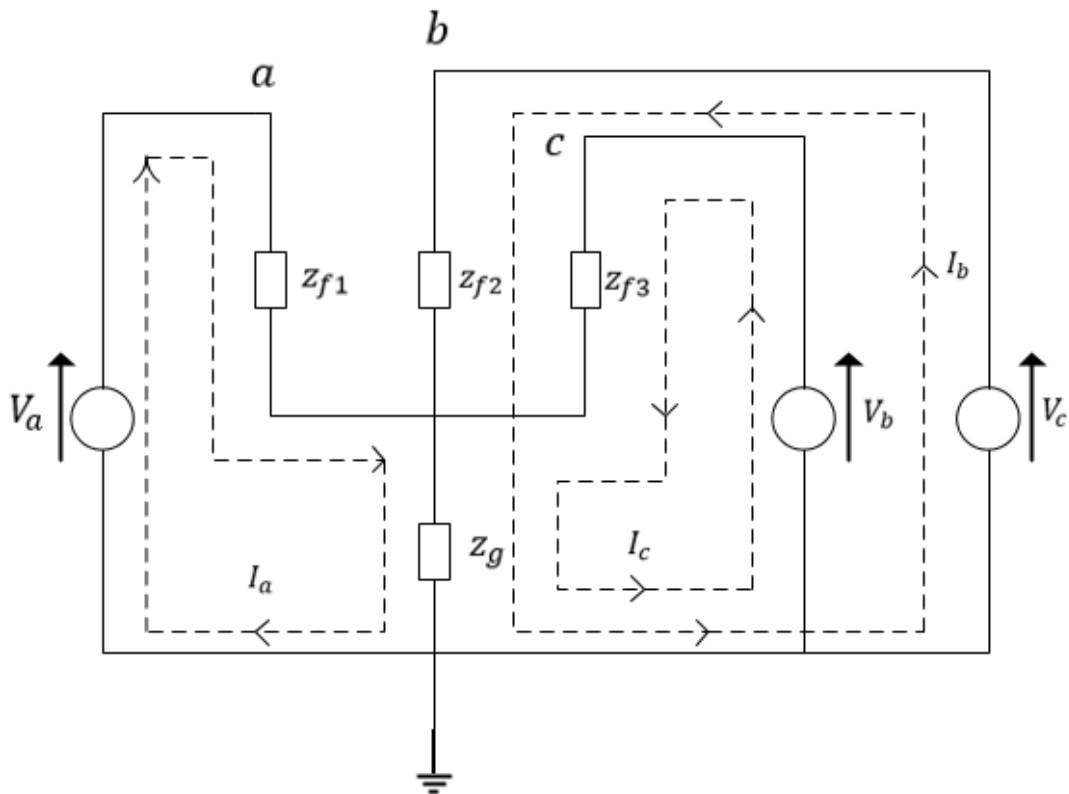


Figura 7 – Circuito para cálculo da matriz impedância de falta abc .

Para as correntes de malha I_a , I_b e I_c pode-se escrever as seguintes equações:

$$z_{f1} \cdot I_a + z_g \cdot (I_a + I_b + I_c) = V_a \quad (2.17)$$

$$z_{f2} \cdot I_b + z_g \cdot (I_a + I_b + I_c) = V_b \quad (2.18)$$

$$z_{f3} \cdot I_c + z_g \cdot (I_a + I_b + I_c) = V_c \quad (2.19)$$

Em termos matriciais, pode-se reescrever as equações (2.17), (2.18) e (2.19) como:

$$\begin{bmatrix} (z_{f1} + z_g) & z_g & z_g \\ z_g & (z_{f2} + z_g) & z_g \\ z_g & z_g & (z_{f3} + z_g) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Portanto:

$$\mathbf{Z}_F^{abc} = \begin{bmatrix} (z_{f1} + z_g) & z_g & z_g \\ z_g & (z_{f2} + z_g) & z_g \\ z_g & z_g & (z_{f3} + z_g) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Desta forma (2.21) representa a matriz impedância de falta generalizada. Para representar cada uma das faltas de forma específica, deve-se particularizar esta equação. Assim:

- **Falta trifásica-terra:**

Neste caso, $z_{f1} = z_{f2} = z_{f3} = z_f$. Logo, a equação (2.21) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{Z}_F^{abc} = \begin{bmatrix} (z_f + z_g) & z_g & z_g \\ z_g & (z_f + z_g) & z_g \\ z_g & z_g & (z_f + z_g) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

- **Falta trifásica:**

Neste caso, $z_{f1} = z_{f2} = z_{f3} = z_f$, enquanto z_g tende a infinito. Desta forma, todos os termos presentes em (2.22) tendem a infinito, resultando na não existência da matriz \mathbf{Z}_F^{abc} para esse tipo de falta. Neste caso, trabalha-se com a matriz admitância de falta \mathbf{Y}_F^{abc} , que será apresentada mais a frente neste trabalho.

- **Falta fase-terra:**

Neste caso, z_{f2} e z_{f3} tendem a infinito, enquanto $z_{f1} = z_f$ e $z_g = 0$. Assim, de (2.21) :

$$\mathbf{Z}_F^{abc} = \begin{bmatrix} z_f & 0 & 0 \\ 0 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & \infty \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

- **Falta fase-fase**

Neste caso, z_{f1} e z_g tendem a infinito, enquanto $z_{f2} = z_{f3} = z_f$. Assim, todos os termos da equação geral da impedância de falta (2.21) tendem a infinito, resultando na não existência da matriz \mathbf{Z}_F^{abc} para a falta bifásica.

Um procedimento alternativo, onde cada coluna de \mathbf{Z}_F^{abc} é calculada de forma separada, está apresentado na Figura 8:

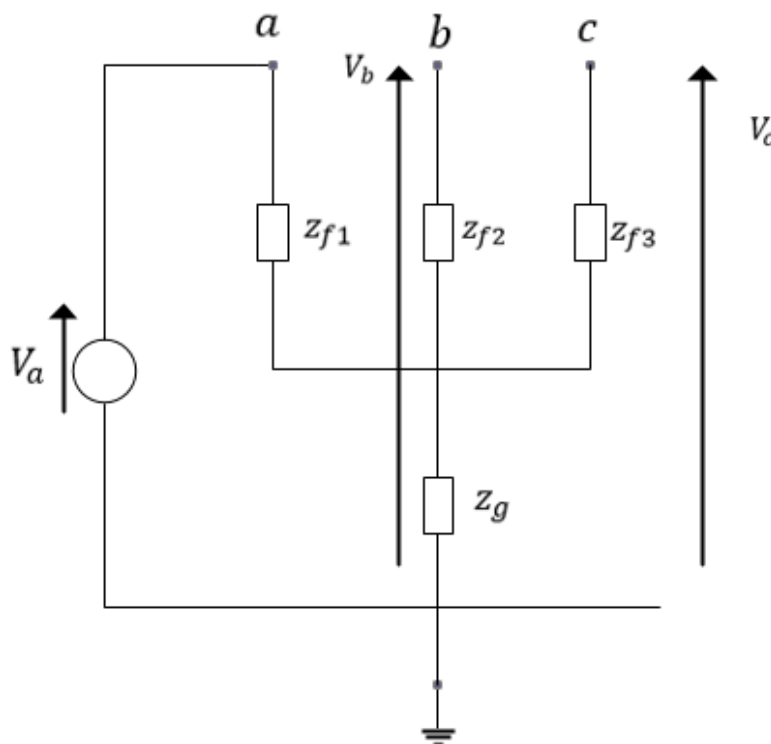


Figura 8 – Cálculo da primeira coluna da matriz impedância de falta abc .

Para o cálculo da primeira coluna de \mathbf{Z}_F^{abc} , uma fonte de tensão (ou fonte de corrente) é inserida entre a fase a e referência. As fases b e c são deixadas então em aberto. Assim, por exemplo, para a primeira coluna:

$$\mathbf{Z}_F^{abc}{}_{(1 \times 1)} = \frac{V_a}{I_a}, \text{ quando } I_b = I_c = 0 \quad (2.24)$$

$$\mathbf{Z}_F^{abc}{}_{(2 \times 1)} = \frac{V_b}{I_a}, \text{ quando } I_b = I_c = 0 \quad (2.25)$$

$$\mathbf{Z}_F^{abc}{}_{(3 \times 1)} = \frac{V_c}{I_a}, \text{ quando } I_b = I_c = 0 \quad (2.26)$$

ou seja,

$$Z_F^{abc}{}_{(1x1)} = (z_{f1} + z_g) \quad (2.27)$$

$$Z_F^{abc}{}_{(2x1)} = z_g \quad (2.28)$$

$$Z_F^{abc}{}_{(3x1)} = z_g \quad (2.29)$$

Facilmente observa-se que estes valores coincidem com aqueles constantes da primeira coluna da matriz Z_F^{abc} representada em (2.21). Para calcular tanto a segunda, quanto a terceira coluna da matriz impedância de falta, basta realizar processo análogo ao feito para a primeira. Por exemplo, para a segunda coluna, insere-se uma fonte de corrente ou tensão entre a fase b e a referência, deixando-se as fases a e c em aberto. Equações análogas a (2.24) a (2.29) são utilizadas.

2.2.3 Cálculo das Matrizes Admitância de Falta em Componentes de Fase

Como visto anteriormente, existem casos em que a matriz impedância de falta em componentes de fase, Z_F^{abc} , não existe. Desta forma, a aplicação das equações de cálculo de faltas, apresentadas no item 2.2.1 deste trabalho, é feita em termos da matriz admitância de falta em componentes de fase, Y_F^{abc} .

A Figura 9 apresenta a topologia do circuito para cálculo da matriz admitância de falta:

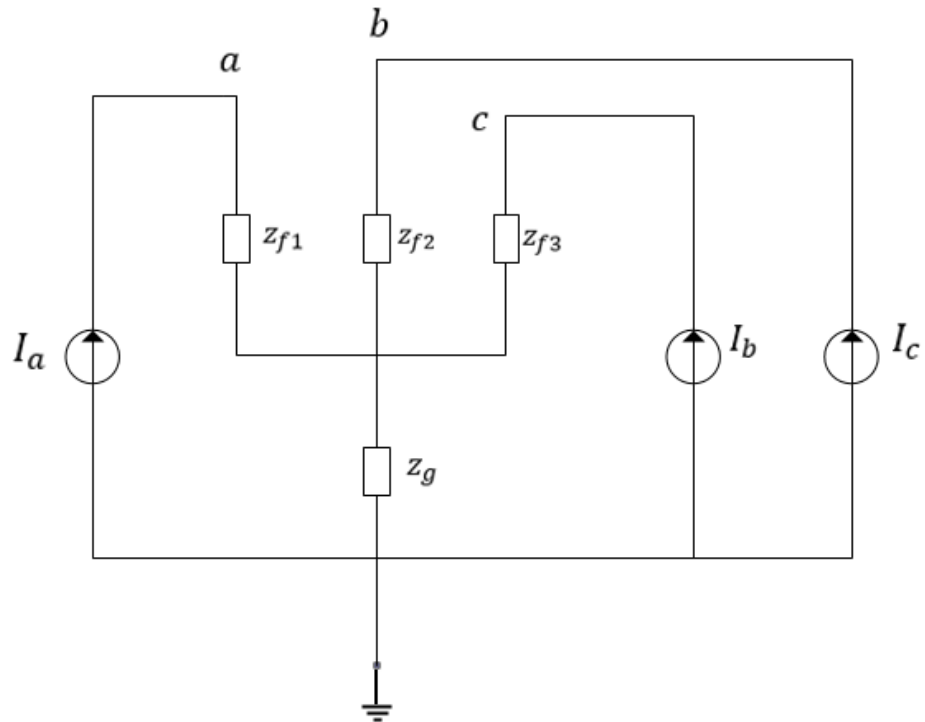


Figura 9 – Circuito para cálculo da matriz admitância de falta *abc*.

As tensões V_a , V_b e V_c são medidas entre as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente, e a referência. V_g é a tensão medida entre o centro-estrela e a referência.

Para as tensões nodais, é possível escrever as seguintes equações:

$$\frac{V_a - V_g}{z_{f1}} = I_a \quad (2.30)$$

$$\frac{V_b - V_g}{z_{f2}} = I_b \quad (2.31)$$

$$\frac{V_c - V_g}{z_{f3}} = I_c \quad (2.32)$$

Para o nó V_g :

$$\frac{V_g - V_a}{z_{f1}} + \frac{V_g - V_b}{z_{f2}} + \frac{V_g - V_c}{z_{f3}} + \frac{V_g}{z_g} = 0 \quad (2.33)$$

Manipulando-se:

$$V_g \cdot \left(\frac{1}{z_{f1}} + \frac{1}{z_{f2}} + \frac{1}{z_{f3}} + \frac{1}{z_g} \right) = \frac{V_a}{z_{f1}} + \frac{V_b}{z_{f2}} + \frac{V_c}{z_{f3}} \quad (2.34)$$

Considerando-se a admitância como o inverso da impedância, a equação (2.34) ainda pode ser escrita como:

$$V_g = \frac{y_{f1} \cdot V_a + y_{f2} \cdot V_b + y_{f3} \cdot V_c}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \quad (2.35)$$

Substituindo-se (2.35) em (2.30):

$$I_a = y_{f1} \cdot V_a - y_{f1} \cdot \left(\frac{y_{f1} \cdot V_a + y_{f2} \cdot V_b + y_{f3} \cdot V_c}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \quad (2.36)$$

Logo:

$$I_a = \left(y_{f1} - \frac{y_{f1}^2}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \cdot V_a - \left(\frac{y_{f1} \cdot y_{f2}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \cdot V_b - \left(\frac{y_{f1} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \cdot V_c \quad (2.37)$$

Assim, de forma análoga para as fases *b* e *c*:

$$I_b = \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f2}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \cdot V_a + \left(y_{f2} - \frac{y_{f2}^2}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \cdot V_b - \left(\frac{y_{f2} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \cdot V_c \quad (2.38)$$

$$I_c = \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \cdot V_a - \left(\frac{y_{f2} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \cdot V_b + \left(y_{f3} - \frac{y_{f3}^2}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \cdot V_c \quad (2.39)$$

Agrupando-se as equações (2.37), (2.38) e (2.39) na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \left(y_{f1} - \frac{y_{f1}^2}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f2}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \\ \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f2}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(y_{f2} - \frac{y_{f2}^2}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(\frac{-y_{f2} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \\ \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(\frac{-y_{f2} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(y_{f3} - \frac{y_{f3}^2}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Portanto:

$$\mathbf{Y}_F^{abc} = \begin{bmatrix} \left(y_{f1} - \frac{y_{f1}^2}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f2}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \\ \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f2}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(y_{f2} - \frac{y_{f2}^2}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(\frac{-y_{f2} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \\ \left(\frac{-y_{f1} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(\frac{-y_{f2} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) & \left(y_{f3} - \frac{y_{f3}^2}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \right) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Desta forma, a equação (2.41) representa a matriz admitância de falta generalizada em componentes de fase. Do mesmo modo que para a matriz de impedância de falta, algumas particularizações devem ser realizadas para cada tipo de falta. Assim:

- **Falta trifásica-terra:**

Neste caso, $y_{f1} = y_{f2} = y_{f3} = y_f$. Logo, de (2.41):

$$\mathbf{Y}_F^{abc} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2y_f^2 + y_f \cdot y_g}{3y_f + y_g} \right) & \left(\frac{-y_f^2}{3y_f + y_g} \right) & \left(\frac{-y_f^2}{3y_f + y_g} \right) \\ \left(\frac{-y_f^2}{3y_f + y_g} \right) & \left(\frac{2y_f^2 + y_f \cdot y_g}{3y_f + y_g} \right) & \left(\frac{-y_f^2}{3y_f + y_g} \right) \\ \left(\frac{-y_f^2}{3y_f + y_g} \right) & \left(\frac{-y_f^2}{3y_f + y_g} \right) & \left(\frac{2y_f^2 + y_f \cdot y_g}{3y_f + y_g} \right) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

- **Falta trifásica:**

Neste caso, $y_{f1} = y_{f2} = y_{f3} = y_f$, enquanto $y_g = 0$. Portanto, de (2.41):

$$\mathbf{Y}_F^{abc} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2y_f}{3} \right) & \left(\frac{-y_f}{3} \right) & \left(\frac{-y_f}{3} \right) \\ \left(\frac{-y_f}{3} \right) & \left(\frac{2y_f}{3} \right) & \left(\frac{-y_f}{3} \right) \\ \left(\frac{-y_f}{3} \right) & \left(\frac{-y_f}{3} \right) & \left(\frac{2y_f}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

- **Falta fase-terra:**

Neste caso, $y_{f1} = y_f$, $y_{f2} = y_{f3} = 0$ e y_g tende ao infinito. Portanto, de (2.41):

$$\mathbf{Y}_F^{abc} = \begin{bmatrix} y_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

- **Falta fase-fase**

Neste caso, $y_{f2} = y_{f3} = y_f$, $y_{f1} = y_g = 0$. De (2.41):

$$\mathbf{Y}_F^{abc} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{y_f}{2} & -\frac{y_f}{2} \\ 0 & -\frac{y_f}{2} & \frac{y_f}{2} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Um procedimento alternativo, onde cada coluna de Y_F^{abc} é calculada de forma separada, está apresentado na Figura 10:

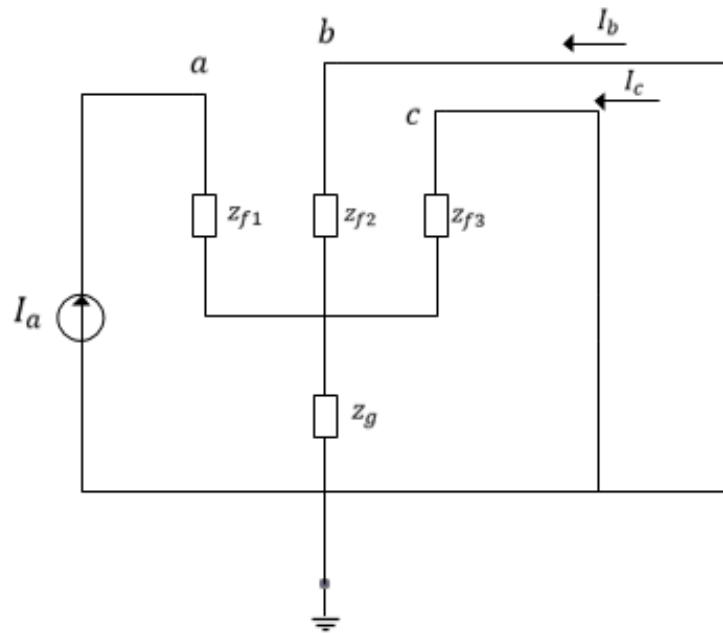


Figura 10 – Cálculo da primeira coluna da matriz admitância de falta abc .

Para o cálculo da primeira coluna de Y_F^{abc} , uma fonte de corrente (ou fonte de tensão) é inserida entre a fase a e a referência. As fases b e c são conectadas à referência. Assim, por exemplo, para a primeira coluna:

$$Y_F^{abc}_{(1 \times 1)} = \frac{I_a}{V_a}, \text{ quando } V_b = V_c = 0 \quad (2.46)$$

$$Y_F^{abc}_{(2 \times 1)} = \frac{I_b}{V_a}, \text{ quando } V_b = V_c = 0 \quad (2.47)$$

$$Y_F^{abc}_{(3 \times 1)} = \frac{I_c}{V_a}, \text{ quando } V_b = V_c = 0 \quad (2.48)$$

A fim de melhor ilustração, o circuito apresentado na Figura 10 pode ser redesenhado como na Figura 11.

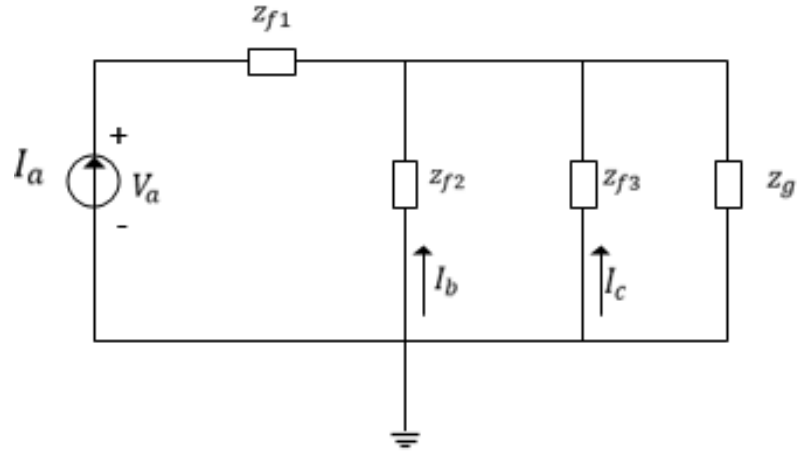


Figura 11 – Circuito para cálculo da primeira coluna da matriz admitância de faltas abc .

Assim, da Figura 11, pode-se deduzir que:

$$Y_F^{abc}{}_{(1 \times 1)} = \frac{y_{f1} \cdot (y_{f2} + y_{f3} + y_g)}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \quad (2.49)$$

$$I_b = \frac{-y_{f2}}{y_{f2} + y_{f3} + y_g} \cdot I_a \quad (2.50)$$

ou seja:

$$Y_F^{abc}{}_{(2 \times 1)} = \frac{I_b}{V_a} = \frac{-y_{f2}}{y_{f2} + y_{f3} + y_g} \cdot \frac{y_{f1} \cdot (y_{f2} + y_{f3} + y_g)}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \quad (2.51)$$

Logo:

$$Y_F^{abc}{}_{(2 \times 1)} = \frac{-y_{f1} \cdot y_{f2}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \quad (2.52)$$

De modo análogo, pode-se calcular I_c por:

$$I_c = \frac{-y_{f3}}{y_{f2} + y_{f3} + y_g} \cdot I_a \quad (2.53)$$

ou seja, deste modo $Y_F^{abc}{}_{(3 \times 1)}$ é:

$$Y_F^{abc}{}_{(3 \times 1)} = \frac{I_c}{V_a} = \frac{-y_{f1} \cdot y_{f3}}{y_{f1} + y_{f2} + y_{f3} + y_g} \quad (2.54)$$

Observa-se que estes valores coincidem com aqueles constantes da primeira coluna de \mathbf{Y}_F^{abc} apresentados na equação (2.41). Para calcular-se a segunda e terceira colunas, basta inserir uma fonte de corrente ou tensão entre a fase desejada (b para segunda coluna ou c para terceira), e conectar as fases restantes diretamente à referência.

2.3 Análise de Falhas via Componentes Simétricas

A seguir, as principais equações de análise de faltas baseadas em componente simétricas serão apresentadas, além das matrizes admitância e impedância para cada tipo de falta. Em função do tipo de falta, circuitos de sequência serão desenvolvidos e apresentados. As referências bibliográficas [20-23] abordam este item. O Apêndice A apresenta uma introdução básica a respeito das componentes simétricas.

2.3.1 Equações Básicas de Análise de Falhas em Componentes Simétricas

De modo análogo ao apresentado para componentes de fase no item 2.2.1, as equações de tensão e corrente podem ser representadas em componentes simétricas. Desta forma, as correntes em sequência são dadas por:

$$\underline{I}_{p(F)}^{012} = (\mathbf{Z}_F^{012} + \mathbf{Z}_{pp}^{012})^{-1} \cdot \underline{E}_{p(0)}^{012} \quad (2.55)$$

ou:

$$\underline{I}_{p(F)}^{012} = \mathbf{Y}_F^{012} \cdot (\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{012} \cdot \mathbf{Y}_F^{012})^{-1} \cdot \underline{E}_{p(0)}^{012} \quad (2.56)$$

Para a tensão na barra em falta p :

$$\underline{E}_{p(F)}^{012} = \mathbf{Z}_F^{012} \cdot (\mathbf{Z}_F^{012} + \mathbf{Z}_{pp}^{012})^{-1} \cdot \underline{E}_{p(0)}^{012} \quad (2.57)$$

ou:

$$\underline{E}_{p(F)}^{012} = (\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{012} \cdot \mathbf{Y}_F^{012})^{-1} \cdot \underline{E}_{p(0)}^{012} \quad (2.58)$$

Já para a tensão nas outras barras:

$$\underline{E}_{i(F)}^{012} = \underline{E}_{i(0)}^{012} - \mathbf{Z}_{ip}^{012} \cdot (\mathbf{Z}_F^{012} + \mathbf{Z}_{pp}^{012})^{-1} \cdot \underline{E}_{p(0)}^{012} \quad (2.59)$$

ou:

$$\underline{E}_{i(F)}^{012} = \underline{E}_{i(0)}^{012} - \underline{Z}_{ip}^{012} \cdot \underline{Y}_F^{012} (U + \underline{Z}_{pp}^{012} \cdot \underline{Y}_F^{012})^{-1} \cdot \underline{E}_{p(0)}^{012} \quad (2.60)$$

2.3.2 Cálculo das Matrizes Impedância e Admitância de Falta em Componentes Simétricas

A obtenção das matrizes \underline{Z}_F^{012} e \underline{Y}_F^{012} pode ser feita a partir da aplicação da equação (A.23). Dessa forma, sejam os seguintes tipos de falta em estudo:

- **Falta trifásica-terra:**

A utilização das matrizes \underline{Z}_F^{abc} e \underline{Y}_F^{abc} dadas, respectivamente, por (2.21) e (2.41) resulta:

$$\underline{Z}_F^{012} = (\underline{T}_s^*)^t \cdot \underline{Z}_F^{abc} \cdot \underline{T}_s = \begin{bmatrix} (z_f + 3z_g) & & \\ & z_f & \\ & & z_f \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$\underline{Y}_F^{012} = (\underline{T}_s^*)^t \cdot \underline{Y}_F^{abc} \cdot \underline{T}_s = \begin{bmatrix} \left(\frac{y_f \cdot y_g}{3y_f + y_g} \right) & & \\ & y_f & \\ & & y_f \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

- **Falta trifásica:**

Considerando-se z_g tendendo a infinito em (2.61):

$$\underline{Z}_F^{012} = \begin{bmatrix} \infty & & \\ & z_f & \\ & & z_f \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

É importante destacar que para a falta trifásica existe a matriz impedância de falta em coordenadas simétricas, o que não ocorre em coordenadas de fase, como visto anteriormente. Em relação à matriz admitância de falta, considerando-se y_g nulo em (2.62):

$$\underline{Y}_F^{012} = (\underline{T}_s^*)^t \cdot \underline{Y}_F^{abc} \cdot \underline{T}_s = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & y_f & \\ & & y_f \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

- **Falta fase-terra:**

Para a falta monofásica, a aplicação da equação (A.23) gera uma matriz impedância de falta, na qual todos os seus elementos possuem parcelas infinito. Assim, não existe a matriz \mathbf{Z}_F^{012} para este tipo de falta em componentes simétricas, embora exista a respectiva matriz em componentes de fase.

Por outro lado, a utilização da matriz \mathbf{Y}_F^{abc} dada por (2.44) resulta:

$$\mathbf{Y}_F^{012} = (\mathbf{T}_s^*)^t \cdot \mathbf{Y}_F^{abc} \cdot \mathbf{T}_s = \begin{bmatrix} \frac{y_f}{3} & \frac{y_f}{3} & \frac{y_f}{3} \\ \frac{y_f}{3} & \frac{y_f}{3} & \frac{y_f}{3} \\ \frac{y_f}{3} & \frac{y_f}{3} & \frac{y_f}{3} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

- **Falta fase-fase:**

Neste caso, assim como para a falta monofásica, a aplicação da equação (A.23) gera uma matriz impedância de falta, na qual todos os seus elementos possuem parcelas infinito. Assim, não existe a matriz \mathbf{Z}_F^{012} para este tipo de falta em componentes simétricas, embora exista a respectiva matriz em componentes de fase.

Por outro lado, a utilização da matriz \mathbf{Y}_F^{abc} dada por (2.45) resulta:

$$\mathbf{Y}_F^{012} = (\mathbf{T}_s^*)^t \cdot \mathbf{Y}_F^{abc} \cdot \mathbf{T}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{y_f}{2} & -\frac{y_f}{2} \\ 0 & -\frac{y_f}{2} & \frac{y_f}{2} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

2.3.3 Análise de Falta Trifásica-Terra

A corrente na barra de falta é obtida substituindo a matriz \mathbf{Z}_F^{012} , dada em (2.61), na equação (2.55). Assim sendo:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^0 \\ I_{p(F)}^1 \\ I_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (z_f + 3z_g + Z_{pp}^0) & 0 & 0 \\ 0 & (z_f + Z_{pp}^1) & 0 \\ 0 & 0 & (z_f + Z_{pp}^2) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_{p(0)}^0 \\ E_{p(0)}^1 \\ E_{p(0)}^2 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

É usual supor que as tensões nas barras, antes da falta, sejam iguais em módulo e ângulo de fase, uma vez que o sistema opera inicialmente sem cargas. Se o módulo da tensão entre a linha e a terra, referente à barra p , antes da falta, é denotado por $\underline{E}_{p(0)}^{abc}$, então:

$$\underline{E}_{p(0)}^{abc} = E_{p(0)} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Em componentes simétricas:

$$\underline{E}_{p(0)}^{012} = (\mathbf{T}_s^*)^t \cdot \underline{E}_{p(0)}^{abc} \quad (2.69)$$

Desenvolvendo-se (2.69):

$$\underline{E}_{p(0)}^{012} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{p(0)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Da mesma forma, para uma barra genérica i :

$$\underline{E}_{i(0)}^{012} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{i(0)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

Substituindo-se $E_{p(0)}^{012}$ em (2.67) e fazendo-se as devidas manipulações algébricas:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^0 \\ I_{p(F)}^1 \\ I_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(z_f + 3z_g + Z_{pp}^0)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(z_f + Z_{pp}^1)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(z_f + Z_{pp}^2)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{p(0)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Assim:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^0 \\ I_{p(F)}^1 \\ I_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{z_f + Z_{pp}^1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

A equação (2.73) mostra que as componentes de seqüências zero e negativa, da corrente na barra de falta, são nulas. Portanto, como a falta é trifásica e o sistema trifásico é considerado

equilibrado, a análise pode ser efetuada mediante o circuito monofásico equivalente, que, por sua vez, é a rede de sequência positiva. Neste caso, não há contribuições das redes de sequência zero e negativa.

De (2.57), a tensão na barra em falta é dada por:

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^0 \\ E_{p(F)}^1 \\ E_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (z_f + 3z_g) & 0 & 0 \\ 0 & z_f & 0 \\ 0 & 0 & z_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{z_f + Z_{pp}^1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

Desenvolvendo-se:

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^0 \\ E_{p(F)}^1 \\ E_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)} \cdot z_f}{z_f + Z_{pp}^1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

As tensões em componentes simétricas nas outras barras são calculadas a partir de (2.59). Assim:

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^0 \\ E_{i(F)}^1 \\ E_{i(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{i(0)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ip}^0 & & \\ & Z_{ip}^1 & \\ & & Z_{ip}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{z_f + Z_{pp}^1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Desenvolvendo-se:

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^0 \\ E_{i(F)}^1 \\ E_{i(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot \left(E_{i(0)} - \frac{Z_{ip}^1 \cdot E_{p(0)}}{z_f + Z_{pp}^1} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Observando-se a equação (2.77), nota-se que as tensões nas outras barras são nulas tanto para a componente de sequência zero, quanto para a negativa. Uma análise das equações (2.73) e (2.75) sugere o circuito elétrico, mostrado na Figura 12, como equivalente para o cálculo da corrente e da tensão na barra de falta, em componentes simétricas:

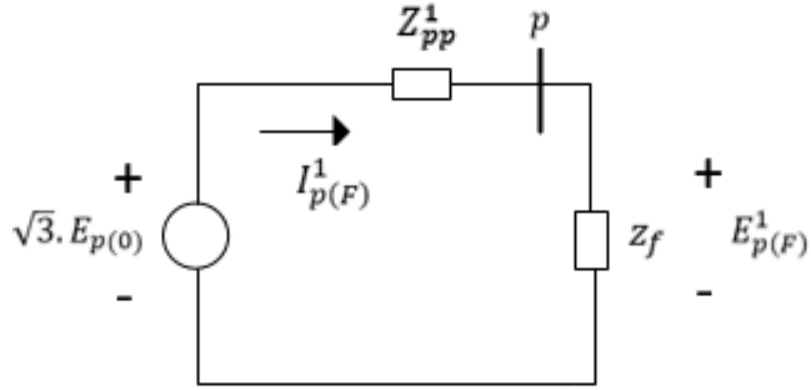


Figura 12 - Circuito equivalente da falta trifásica-terra na barra p .

A partir das grandezas em componentes simétricas, é possível o cálculo das referidas grandezas em coordenadas de fase. Desta forma:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^a \\ I_{p(F)}^b \\ I_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \left(\frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{z_f + Z_{pp}^1} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^a \\ I_{p(F)}^b \\ I_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{z_f + Z_{pp}^1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^a \\ E_{p(F)}^b \\ E_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \left(\frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)} \cdot z_f}{z_f + Z_{pp}^1} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^a \\ E_{p(F)}^b \\ E_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{E_{p(0)} \cdot z_f}{z_f + Z_{pp}^1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Em relação às tensões nas outras barras:

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^a \\ E_{i(F)}^b \\ E_{i(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot \left(E_{i(0)} - \frac{Z_{ip}^1 \cdot E_{p(0)}}{z_f + Z_{pp}^1} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^a \\ E_{i(F)}^b \\ E_{i(F)}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \left(E_{i(0)} - \frac{Z_{ip}^1 \cdot E_{p(0)}}{z_f + Z_{pp}^1} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

2.3.4 Análise de Falta Fase-Terra

A corrente na barra de falta é obtida substituindo a matriz admitância \mathbf{Y}_F^{012} , dada em (2.65), na equação (2.56). Assim sendo:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^0 \\ I_{p(F)}^1 \\ I_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \frac{y_f}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left(1 + Z_{pp}^0 \cdot \frac{y_f}{3}\right) & Z_{pp}^0 \cdot \frac{y_f}{3} & Z_{pp}^0 \cdot \frac{y_f}{3} \\ Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{3} & \left(1 + Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{3}\right) & Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{3} \\ Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{3} & Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{3} & \left(1 + Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{3}\right) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{p(0)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

Desenvolvendo-se (2.84):

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^0 \\ I_{p(F)}^1 \\ I_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3z_f} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

A equação (2.85) mostra que as componentes das sequências zero, negativa e positiva da corrente da barra em falta são iguais.

Em relação à tensão na barra de falta, de (2.58):

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^0 \\ E_{p(F)}^1 \\ E_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + Z_{pp}^0 \cdot \frac{y_f}{3}\right) & Z_{pp}^0 \cdot \frac{y_f}{3} & Z_{pp}^0 \cdot \frac{y_f}{3} \\ Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{3} & \left(1 + Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{3}\right) & Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{3} \\ Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{3} & Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{3} & \left(1 + Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{3}\right) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{p(0)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

Logo:

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^0 \\ E_{p(F)}^1 \\ E_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot \begin{bmatrix} -Z_{pp}^0 \\ Z_{pp}^0 + Z_{pp}^2 + 3Z_f \\ -Z_{pp}^2 \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^0 \\ E_{p(F)}^1 \\ E_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = I_{p(F)}^0 \cdot \begin{bmatrix} -Z_{pp}^0 \\ Z_{pp}^0 + Z_{pp}^2 + 3Z_f \\ -Z_{pp}^2 \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

As tensões em componentes simétricas nas outras barras são calculadas a partir de (2.60):

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^0 \\ E_{i(F)}^1 \\ E_{i(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{i(0)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ip}^0 & & \\ & Z_{ip}^1 & \\ & & Z_{ip}^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Desenvolvendo-se (2.89):

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^0 \\ E_{i(F)}^1 \\ E_{i(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{i(0)} \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot \begin{bmatrix} Z_{ip}^0 \\ Z_{ip}^1 \\ Z_{ip}^2 \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

É possível observar de (2.85) que as correntes $I_{p(F)}^0$, $I_{p(F)}^1$ e $I_{p(F)}^2$ são iguais. Portanto, os circuitos de sequência vistos a partir da barra em falta são conectados em série. A Figura 13 ilustra o circuito elétrico para cálculo da corrente e da tensão na barra em falta, em componentes simétricas.

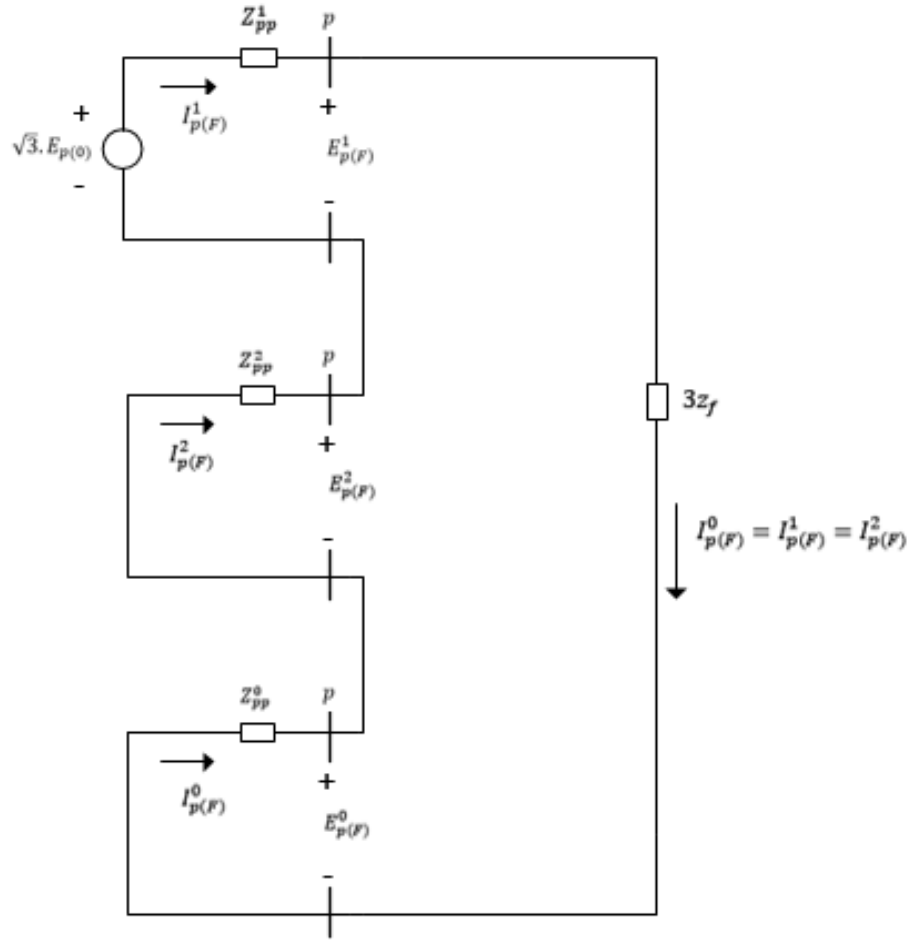


Figura 13 - Circuito equivalente da falta fase-terra na barra p .

A partir do cálculo das grandezas em componentes simétricas, torna-se possível a obtenção das mesmas em coordenadas de fase. Dessa forma:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^a \\ I_{p(F)}^b \\ I_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^a \\ I_{p(F)}^b \\ I_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \cdot I_{p(F)}^0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

Em relação à tensão na barra de falta, em coordenadas de fase

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^a \\ E_{p(F)}^b \\ E_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot \begin{bmatrix} -Z_{pp}^0 \\ Z_{pp}^0 + Z_{pp}^2 + 3Z_f \\ -Z_{pp}^2 \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^a \\ E_{p(F)}^b \\ E_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{E_{p(0)} \cdot [Z_{pp}^1 - Z_{pp}^2 + 3Z_f]}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \right) \\ \left(\frac{E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot [-Z_{pp}^0 + \alpha^2 \cdot (Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + 3Z_f) - \alpha \cdot Z_{pp}^2] \right) \\ \left(\frac{E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot [-Z_{pp}^0 + \alpha \cdot (Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + 3Z_f) - \alpha^2 \cdot Z_{pp}^2] \right) \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

A tensão numa barra genérica i é dada por:

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^a \\ E_{i(F)}^b \\ E_{i(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{i(0)} \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot \begin{bmatrix} Z_{ip}^0 \\ Z_{ip}^1 \\ Z_{ip}^2 \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

Desenvolvendo-se (2.95):

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^a \\ E_{i(F)}^b \\ E_{i(F)}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{i(0)} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} - \frac{E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot \begin{bmatrix} (Z_{ip}^0 + Z_{ip}^1 + Z_{ip}^2) \\ (Z_{ip}^0 + \alpha^2 \cdot Z_{ip}^1 + \alpha \cdot Z_{ip}^2) \\ (Z_{ip}^0 + \alpha \cdot Z_{ip}^1 + \alpha^2 \cdot Z_{ip}^2) \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

2.3.5 Análise de Falta Bifásica

A corrente na barra de falta é obtida substituindo a matriz admitância \mathbf{Y}_F^{012} , dada em (2.66), na equação (2.56). Assim sendo:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^0 \\ I_{p(F)}^1 \\ I_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_f & -y_f \\ 0 & -y_f & y_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (1 + Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{2}) & -Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{2} \\ 0 & -Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{2} & (1 + Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{2}) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{p(0)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

Desenvolvendo-se (2.97):

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^0 \\ I_{p(F)}^1 \\ I_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 2Z_f} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2.98)$$

A equação (2.98) mostra que as componentes das sequências positiva e negativa da corrente da barra em falta são iguais, porém de sinais contrárias.

Em relação à tensão na barra de falta, de (2.58):

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^0 \\ E_{p(F)}^1 \\ E_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \left(1 + Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{2}\right) & -Z_{pp}^1 \cdot \frac{y_f}{2} \\ 0 & -Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{2} & \left(1 + Z_{pp}^2 \cdot \frac{y_f}{2}\right) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{p(0)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

Logo:

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^0 \\ E_{p(F)}^1 \\ E_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 2Z_f} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{pp}^2 + 2Z_f \\ Z_{pp}^2 \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^0 \\ E_{p(F)}^1 \\ E_{p(F)}^2 \end{bmatrix} = I_{p(F)}^1 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{pp}^0 + 2 \cdot Z_f \\ Z_{pp}^2 \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

As tensões em componentes simétricas nas outras barras são calculadas a partir de (2.60):

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^0 \\ E_{i(F)}^1 \\ E_{i(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{i(0)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ip}^0 & & \\ & Z_{ip}^1 & \\ & & Z_{ip}^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 2Z_f} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2.102)$$

Desenvolvendo-se (2.89):

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^0 \\ E_{i(F)}^1 \\ E_{i(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{i(0)} \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^0 + Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 3Z_f} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{ip}^1 \\ -Z_{ip}^2 \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

É possível observar de (2.98) que a corrente $I_{p(F)}^0$ é nula e que as correntes $I_{p(F)}^1$ e $I_{p(F)}^2$ são iguais com sinais contrários. Além disso, de (2.101), a diferença entre as tensões de sequência positiva e negativa é igual à tensão na impedância de falta, e que a tensão e corrente de sequência zero são nulas. Portanto, os circuitos de sequência positiva e negativa vistos a partir da barra em falta são conectados em paralelo. A Figura 14 ilustra o circuito elétrico para cálculo da corrente e da tensão na barra em falta, em componentes simétricas.

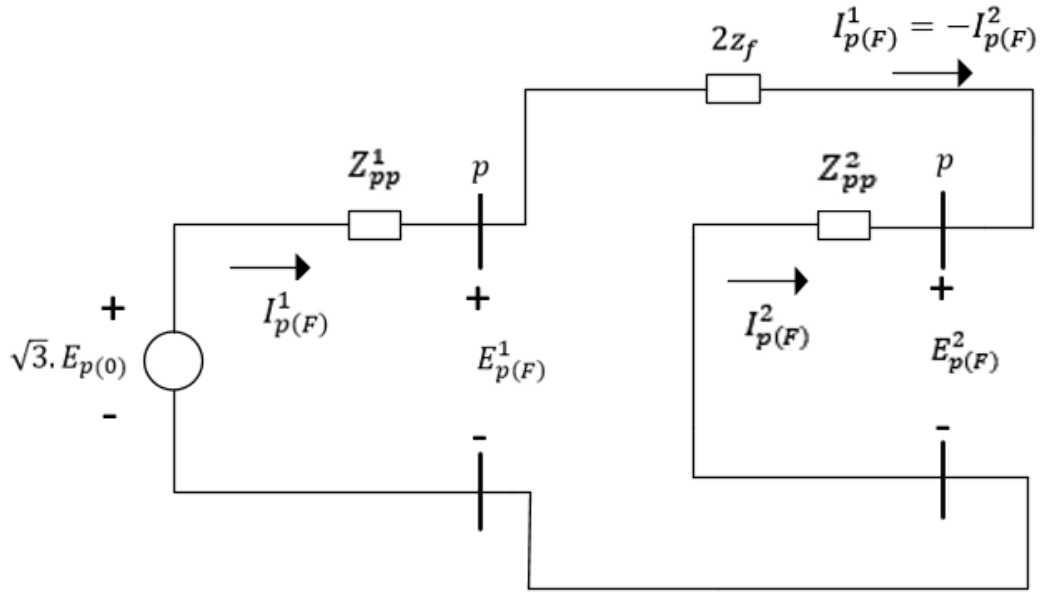


Figura 14 - Circuito equivalente da falta bifásica na barra p .

A partir do cálculo das grandezas em componentes simétricas, torna-se possível a obtenção das mesmas em coordenadas de fase. Dessa forma:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^a \\ I_{p(F)}^b \\ I_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 2Z_f} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} I_{p(F)}^a \\ I_{p(F)}^b \\ I_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha^2 \cdot I_{p(F)}^1 - \alpha \cdot I_{p(F)}^2 \\ \alpha \cdot I_{p(F)}^1 - \alpha^2 \cdot I_{p(F)}^2 \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

Em relação à tensão na barra de falta, em coordenadas de fase

$$\begin{bmatrix} E_{p(F)}^a \\ E_{p(F)}^b \\ E_{p(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 2Z_f} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{pp}^2 + 2Z_f \\ -Z_{pp}^2 \end{bmatrix} \quad (2.106)$$

A tensão numa barra genérica i é dada por:

$$\begin{bmatrix} E_{i(F)}^a \\ E_{i(F)}^b \\ E_{i(F)}^c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot E_{i(0)} \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E_{p(0)}}{Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + 2Z_f} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{ip}^1 \\ -Z_{ip}^2 \end{bmatrix} \quad (2.107)$$

2.4 Representação dos Principais Componentes

Esta seção apresenta as modelagens dos principais elementos que constituem um sistema elétrico de potência, com vistas ao estudo de falta.

2.4.1 Representação de Geradores Trifásicos

A Figura 15 apresenta esquematicamente um gerador trifásico aterrado através de uma impedância z_n , com cada fase representada por uma fonte ideal de tensão em série com uma impedância.

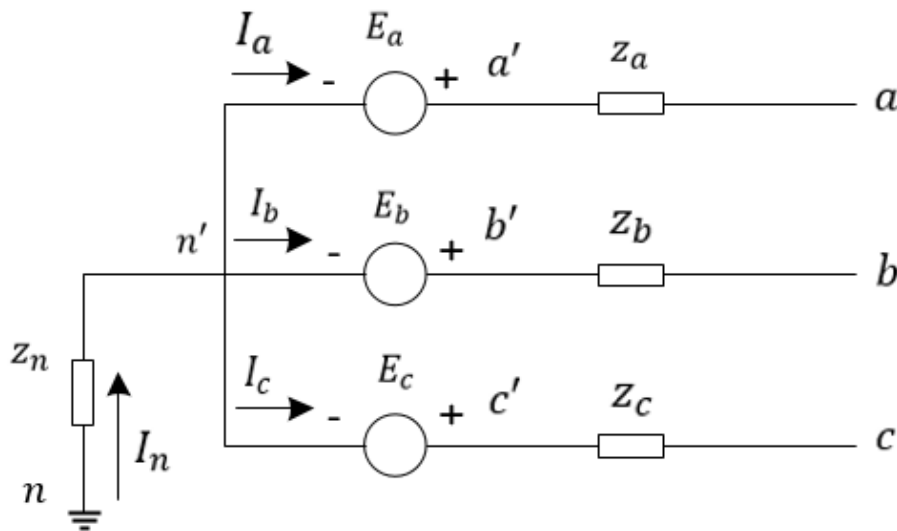


Figura 15 – Representação do gerador trifásico [21].

Para a Figura 15, é válida a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{a'n'} \\ V_{b'n'} \\ V_{c'n'} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a'a} \\ V_{b'b} \\ V_{c'c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{nn'} \\ V_{nn'} \\ V_{nn'} \end{bmatrix} \quad (2.108)$$

onde:

$$V_{an} = V_a \quad (2.109)$$

$$V_{bn} = V_b \quad (2.110)$$

$$V_{cn} = V_c \quad (2.111)$$

$$V_{a'n'} = E_a \quad (2.112)$$

$$V_{b'n'} = E_b \quad (2.113)$$

$$V_{c'n'} = E_c \quad (2.114)$$

$$V_{a'a} = z_a \cdot I_a \quad (2.115)$$

$$V_{b'b} = z_b \cdot I_b \quad (2.116)$$

$$V_{c'c} = z_c \cdot I_c \quad (2.117)$$

$$V_{n'n} = z_n \cdot I_n \quad (2.118)$$

Desta forma (2.108) pode ser reescrita como:

$$V_a = E_a - z_a \cdot I_a - z_n \cdot I_n \quad (2.119)$$

$$V_b = E_b - z_b \cdot I_b - z_n \cdot I_n \quad (2.120)$$

$$V_c = E_c - z_c \cdot I_c - z_n \cdot I_n \quad (2.121)$$

Sabe-se que:

$$I_n = I_a + I_b + I_c \quad (2.122)$$

Substituindo-se (2.122) em (2.119), (2.120) e (2.121) :

$$V_a = E_a - (z_a + z_n) \cdot I_a - z_n \cdot I_b - z_n \cdot I_c \quad (2.123)$$

$$V_b = E_b - z_n \cdot I_a - (z_b + z_n) \cdot I_b - z_n \cdot I_c \quad (2.124)$$

$$V_c = E_c - z_n \cdot I_a - z_n \cdot I_b - (z_c + z_n) \cdot I_c \quad (2.125)$$

Considerando-se um sistema equilibrado, então $z_a = z_b = z_c = z$. Desta forma, (2.123) a (2.125) podem ser reescritas na forma matricial por:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (z + z_n) & z_n & z_n \\ z_n & (z + z_n) & z_n \\ z_n & z_n & (z + z_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.126)$$

Transformando-se a equação (2.126) de componentes de fase para componentes simétricas, da mesma forma que a realizada no apêndice A, a equação resultante é:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{a0} \\ E_{a1} \\ E_{a2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (z + 3 \cdot z_n) & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.127)$$

onde:

$$z^0 = z + 3 \cdot z_n \quad (2.128)$$

$$z^1 = z^2 = z \quad (2.129)$$

Desta forma, os modelos em componentes simétricas de um gerador trifásico, fase a , estão mostrados na Figura 16.

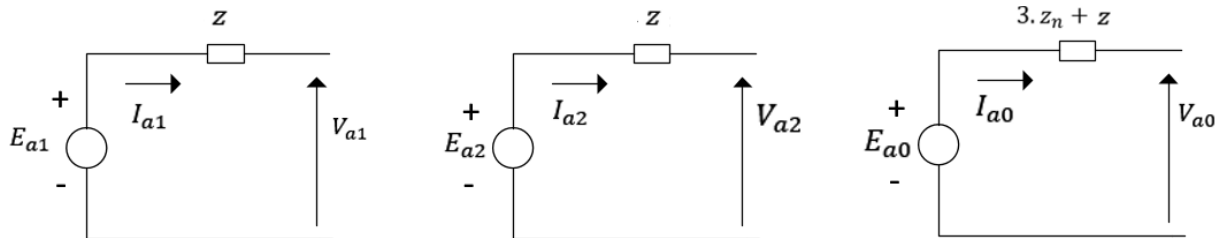


Figura 16 - Modelos de circuitos de seqüência para gerador síncrono [21].

Usualmente, E_{a2} e E_{a0} são iguais a zero, quando o sistema é simétrico.

2.4.2 Representação de Linhas de Transmissão

Em elementos estáticos de sistemas de potência (linhas de transmissão, reatores, dentre outros), a reatância de seqüência positiva é igual à reatância de seqüência negativa [21]. Sua obtenção é possível tanto por cálculos, quanto por ensaios.

Por outro lado, a reatância de seqüência zero das linhas de transmissão é influenciada por um grande número de variáveis, tais como características dos condutores, material do cabo de cobertura, resistividade do solo sob a linha e frequência elétrica do sistema. Desta forma, seu cálculo analítico apresenta grande complexidade. Diante disso, John R. Carson estabeleceu fórmulas capazes de obter um valor médio para essa reatância. De modo geral, a reatância de seqüência zero de uma linha de transmissão é de 2 a 5 vezes o valor da reatância de seqüência positiva da linha [21].

A representação usual de uma linha de transmissão está ilustrada na Figura 17.

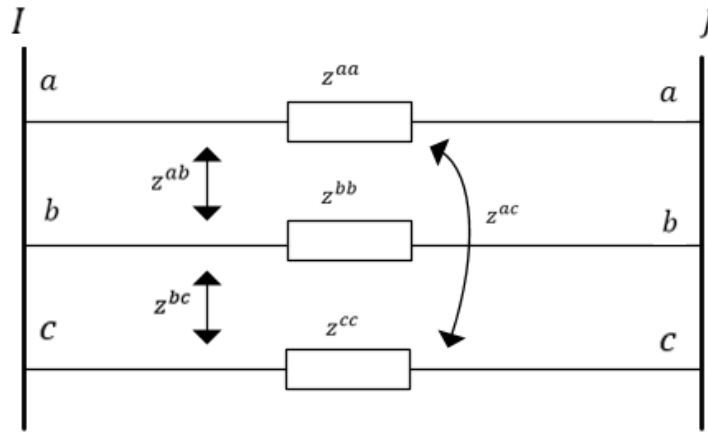


Figura 17 – Representação de uma linha de transmissão.

A reatância da linha é função das distâncias entre os condutores, ou seja, o espaçamento entre as fases. Caso o espaçamento não seja equilátero, o recurso de transposição é utilizado, de modo a obter um elemento trifásico equilibrado. Portanto, para uma linha de transmissão trifásica equilibrada, as seguintes relações são verificadas:

$$z_p = z^{aa} = z^{bb} = z^{cc} \quad (2.130)$$

$$z_m = z^{ab} = z^{bc} = z^{ac} \quad (2.131)$$

Portanto, a matriz impedância primitiva é dada por:

$$\mathbf{z}^{abc} = \begin{bmatrix} z_p & z_m & z_m \\ z_m & z_p & z_m \\ z_m & z_m & z_p \end{bmatrix} \quad (2.132)$$

A matriz impedância em componentes simétricas é calculada segundo a equação (A.23), ou seja:

$$\mathbf{z}^{012} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_p & z_m & z_m \\ z_m & z_p & z_m \\ z_m & z_m & z_p \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \quad (2.133)$$

Desenvolvendo-se (2.133):

$$\mathbf{z}^{012} = \begin{bmatrix} z_p + 2 \cdot z_m & 0 & 0 \\ 0 & z_p - z_m & 0 \\ 0 & 0 & z_p - z_m \end{bmatrix} \quad (2.134)$$

Assim, a matriz transformada \mathbf{z}_{012} é diagonal e as impedâncias de sequência zero, positiva e negativa são dadas, respectivamente, por:

$$z^0 = z_p + 2z_m \quad (2.135)$$

$$z^1 = z^2 = z_p - z_m \quad (2.136)$$

A linha de transmissão pode ser representada em componentes simétricas de acordo com a Figura 18, considerando-se a conexão entre as barras I e J da Figura 17.

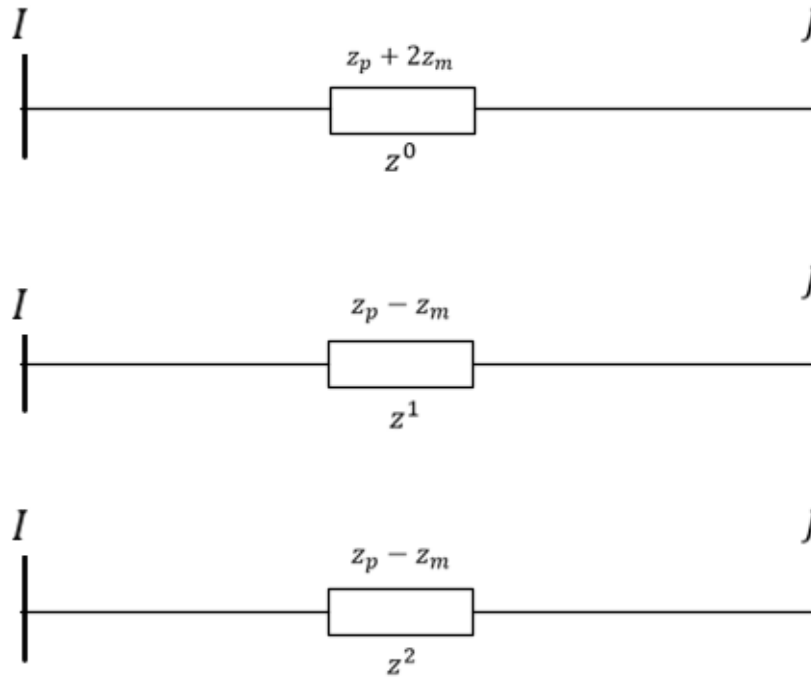


Figura 18- Representação de linhas de transmissão em componentes simétricas.

2.4.3 Representação de Transformadores Trifásicos com Núcleo Envolvente ou Bancos Trifásicos

Em geral, os transformadores dos sistemas elétricos de potência em alta tensão são do tipo núcleo envolvente ou bancos trifásicos formados por três transformadores trifásicos ideais.

A representação destes transformadores em componentes simétricas é bastante simples tanto na sequência positiva quanto na negativa. As perdas geradas pelo ramo *shunt* são desprezadas devido ao elevado rendimento dos transformadores. Em pu, o transformador ideal é representado por um curto-circuito. Além disso, as impedâncias de sequência positiva e negativa são iguais. Portanto, a representação é a mesma para ambas as sequências, constando da impedância série do transformador, tal como apresentado na Figura 19.

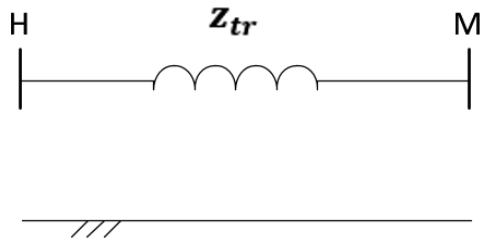


Figura 19 – Circuitos de seqüência positiva e negativa para transformadores trifásicos.

No caso de um transformador com conexão Y- Δ (estrela - delta), as correntes de linha na conexão estrela e na conexão delta estão defasadas entre si de 30° [22].

Por outro lado, a representação de transformadores trifásicos em circuitos de seqüência zero exige uma atenção especial. As diversas combinações possíveis de enrolamentos primários e secundários, em Y ou Δ , alteram o circuito de seqüência zero, conforme mostrado na Figura 20.

SÍMBOLOS	DIAGRAMA DE LIGAÇÕES	CIRCUITOS EQUIVALENTES DE SEQUÊNCIA ZERO

Figura 20 – Circuitos equivalentes de sequência zero de bancos trifásicos de transformadores, com os diagramas de ligação e os símbolos para os diagramas unifilares [3].

Analisando-se a Figura 20, cada circuito equivalente pode ser justificado da seguinte forma [3]:

- 1. Banco Y-Y com um neutro aterrado:** Se qualquer um dos neutros do banco Y-Y não estiver aterrado, a corrente de sequência zero não circula em nenhum dos enrolamentos, uma vez que a ausência de caminho para um enrolamento, impede a passagem para o outro.
- 2. Banco Y-Y, ambos os neutros aterrados:** Com ambos os neutros aterrados, existe um caminho para a corrente de sequência zero em ambas as bobinas. No circuito

de sequência zero, os dois enrolamentos são ligados pela impedância de sequência zero do transformador, semelhante à sequência positiva e negativa.

3. **Banco Y- Δ , Y aterrado:** Se o neutro desse banco estiver aterrado, as correntes de sequência zero apresentam caminho para a terra através do Y. A corrente de sequência zero que circula no Δ , para equilibrar a corrente de sequência zero de Y, não pode circular nas linhas ligadas ao Δ .
4. **Banco Y- Δ , Y não aterrado:** Quando o Y não é aterrado, a impedância z_n entre neutro e a terra é infinita. Assim sendo, a corrente de sequência zero não pode circular no transformador.
5. **Banco Δ - Δ :** Um circuito em triângulo não oferece retorno para corrente de sequência zero. Logo, neste banco não há circulação desta corrente.

2.4.4 Representação de Cargas Trifásicas

A representação de cargas em componentes simétricas depende de seu tipo de ligação. Embora as cargas estáticas não contribuam para a corrente de falta, mas com o intuito de complementar a modelagem dos componentes dos sistemas elétricos que podem estar relacionados ao estudo de faltas, a seguir serão apresentadas as representações para as cargas conectadas em estrela com aterramento, cargas conectadas em estrela solidamente aterrada e cargas conectadas em triângulo.

2.4.4.1 Carga conectada em estrela

Seja a carga conectada conforme a Figura 21.

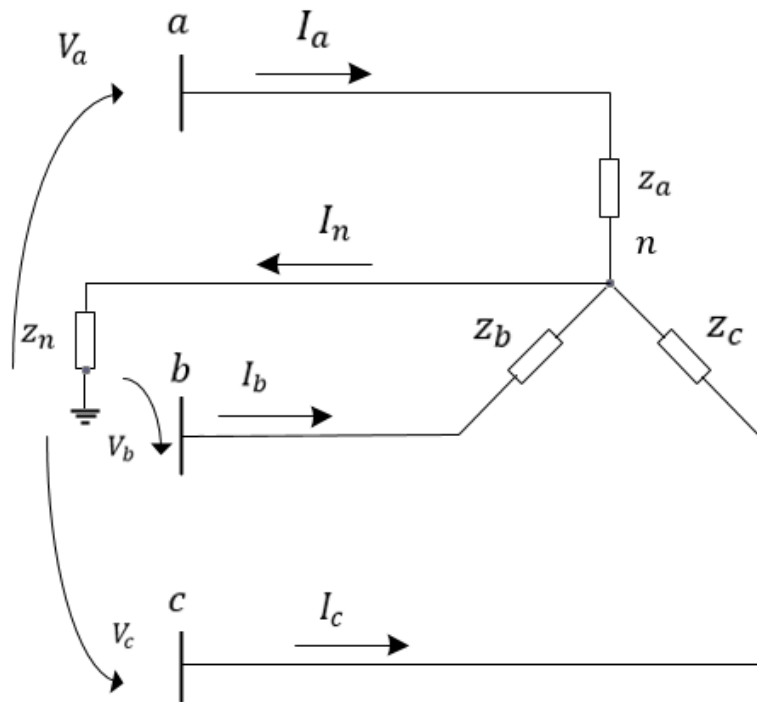


Figura 21 – Carga conectada em Y com aterramento impedância de neutro.

Logo:

$$V_a = z_a \cdot I_a + z_n \cdot I_n \quad (2.137)$$

$$V_b = z_b \cdot I_b + z_n \cdot I_n \quad (2.138)$$

$$V_c = z_c \cdot I_c + z_n \cdot I_n \quad (2.139)$$

Mas:

$$I_n = I_a + I_b + I_c \quad (2.140)$$

Substituindo-se (2.140) em (2.137) a (2.139):

$$V_a = (z_a + z_n) \cdot I_a + z_n \cdot I_b + z_n \cdot I_c \quad (2.141)$$

$$V_b = z_n \cdot I_a + (z_b + z_n) \cdot I_b + z_n \cdot I_c \quad (2.142)$$

$$V_c = z_n \cdot I_a + z_n \cdot I_b + (z_c + z_n) \cdot I_c \quad (2.143)$$

Considerando uma carga equilibrada, então $z_a = z_b = z_c = z$. Inserindo-se esta hipótese em (2.141) a (2.143), a equação matricial resultante é da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (z + z_n) & z_n & z_n \\ z_n & (z + z_n) & z_n \\ z_n & z_n & (z + z_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.144)$$

Transformando-se a equação (2.144) de componentes de fase para componentes simétricas, como mostrado no apêndice A, a equação resultante é da forma:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (z + 3z_n) & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.145)$$

onde:

$$z^0 = z + 3z_n \quad (2.146)$$

$$z^1 = z^2 = z \quad (2.147)$$

Desta forma, os circuitos equivalentes em cada sequência estão ilustrados na Figura 22:

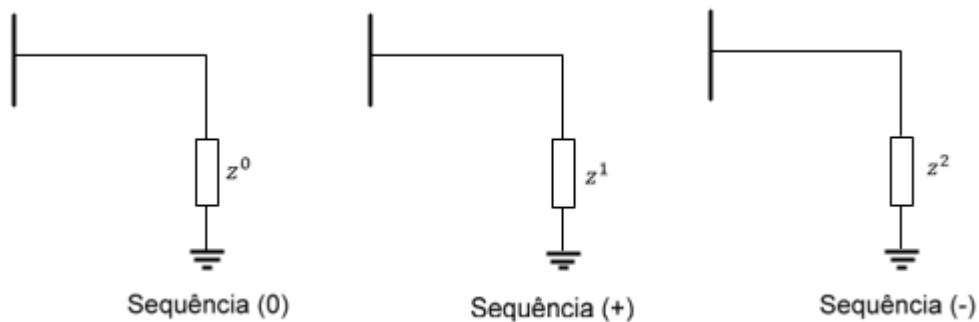


Figura 22 - Circuitos de sequência para carga ligada em estrela com aterramento.

Caso a carga em estrela esteja solidamente aterrada, então $z_n = 0$. Logo, $z^0 = z^1 = z^2 = z$. Caso a carga em estrela esteja com o centro isolado, então z_n tende a infinito. Assim, z^0 tende a infinito e $z^1 = z^2 = z$.

2.4.4.2 Carga conectada em triângulo

A carga deve ser inicialmente transformada em estrela com centro isolado. Para uma carga equilibrada em triângulo, de impedância por fase igual a z_D , a carga em estrela equivalente é composta por uma impedância por fase igual a $z_D/3$. Como z_n tende a infinito, então z^0 tende a infinito em função de (2.146) e $z^1 = z^2 = z_D/3$ em função de (2.147). Os circuitos de sequência são aqueles apresentados na Figura 22.

2.5 Considerações Finais

Este capítulo apresenta uma revisão sobre os principais conceitos de análises de falta. Primeiro estabelece-se as equações matriciais em componentes de fase, assim como as matrizes admitância e impedância de faltas, para cada tipo de falta abordado neste trabalho (bifásica, monofásica, trifásica-terra e trifásica).

Logo depois, as equações matriciais em componentes simétricas são apresentadas, assim como as respectivas matrizes admitância e impedância de faltas de sequência. Ainda em componentes simétricas, as equações de falta abordadas no trabalho para sistemas equilibrados são desenvolvidas e representadas através de circuitos equivalentes.

Por fim, a representação em componentes simétricas dos principais equipamentos de um sistema de potência são apresentadas, tais como, geradores trifásicos, linhas de transmissão, transformadores trifásicos com núcleo envolvente ou bancos de capacitores, e as cargas trifásicas.

No próximo capítulo será apresentada a matemática intervalar, ferramenta aritmética escolhida para o tratamento de incertezas de dados em sistemas elétricos de potência.

3 Matemática Intervalar

3.1 Introdução

Em geral, os problemas da computação científica se concentram fundamentalmente em três aspectos: na criação de um modelo computacional capaz de refletir da forma mais fiel possível a realidade em questão, no controle e na análise dos erros que ocorrem no processo computacional e, finalmente, na escolha das técnicas de programação adequadas para o desenvolvimento científico.

A qualidade de um resultado, em computação científica, depende tanto do conhecimento quanto do controle que se possa ter sobre seu erro. Algoritmos pontuais, convencionalmente utilizados, computam uma estimativa para uma resposta e, talvez, um erro estimado. Desta forma, o usuário não é capaz de afirmar a exatidão da resposta obtida, sem que utilize um auxílio para sua análise de erro [23].

Diante deste cenário, no final da década de 50, começaram a surgir estudos relacionados a uma teoria matemática, denominada Análise de Intervalos, que tem como objetivo responder à questão de exatidão e da eficiência que aparece na prática dos problemas de computação científica.

Técnicas intervalares manipulam dados e parâmetros iniciais como intervalos, com o indicativo do erro máximo presente nestes valores antes que os mesmos sejam introduzidos no computador. Assim, tanto a propagação do erro nos dados iniciais, quanto a acumulação do erro de arredondamento em qualquer sequência finita de operações aritméticas pode ser rigorosamente controlada pela aritmética intervalar.

Desta forma, os resultados intervalares carregam sempre consigo a segurança de sua qualidade e o grau da sua incerteza, apresentado pelo diâmetro do intervalo de resposta, o qual indica a influência do erro sobre o resultado final. Assim, pode-se afirmar que a análise intervalar é um tipo de análise de sensibilidade, capaz de substituir execuções de simulações repetidas e dispendiosas.

Um dos primeiros relatos da utilização de intervalos, como estimadores formais de uma grandeza, é o algoritmo de Arquimedes para a estimação do valor de π , onde através de uma sucessão de polígonos inscritos e circunscritos, com número de lados crescentes, tornou-se possível a obtenção de uma sequência convergente de intervalos para estimação da constante.

Já em relação ao desenvolvimento de uma aritmética intervalar, pode-se destacar como fundamental o trabalho desenvolvido pelo cientista japonês Teruo Sunaga [24]. Nesta publicação, não apenas as regras algébricas para operações básicas com intervalos são encontradas, mas também uma investigação sistemática das regras que essas correspondem [25]. Por exemplo, Sunaga apresentou o princípio geral de limitar uma função racional durante um intervalo, usando-se apenas os limites deste intervalo através da aritmética intervalar.

Entretanto, os resultados apresentados por Sunaga e a aritmética intervalar apenas receberam uma atenção adequada após o primeiro livro relacionado ao assunto ter sido publicado por Moore [26]. Este livro serviu como ponto de partida para grupos de pesquisadores de diversos países investigarem tanto a teoria, quanto a aplicação da aritmética intervalar. Exemplos de resultados obtidos por estas pesquisas são encontrados em [27-29].

O trabalho desenvolvido nessa dissertação também segue os fundamentos básicos da aritmética intervalar presente no livro de Moore, os quais serão apresentados nos próximos itens deste capítulo.

3.2 Fundamentos da Matemática Intervalar

3.2.1 Conjunto e Padronização de Intervalos

Seja o conjunto de todos os números reais determinado pelo intervalo fechado:

$$\mathbb{IR} = \{ [x_1 ; x_2] \mid x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \leq x_2 \} \quad (3.1)$$

A fim de uma padronização, adota-se a denotação de intervalos por letras maiúsculas (por exemplo intervalo X), assim como a representação de seus limites inferiores e superiores por \underline{X} e \bar{X} , respectivamente. Desta forma:

$$X = [\underline{X} ; \bar{X}] \quad (3.2)$$

3.2.2 Interseção e União

A interseção de dois intervalos, X e Y é vazia, caso $\bar{Y} < \underline{X}$ ou $\bar{X} < \underline{Y}$. Neste caso, para indicar que X e Y não possuem nenhum ponto em comum, utiliza-se:

$$X \cap Y = \emptyset \quad (3.3)$$

Caso exista a interseção, esta é definida por:

$$\begin{aligned} X \cap Y &= \{z: z \in X \text{ e } z \in Y\} \\ &= [\{\max\{\underline{X}; \underline{Y}\}; \min\{\bar{X}; \bar{Y}\}] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Já em relação à união dos dois conjuntos:

$$\begin{aligned} X \cup Y &= \{z: z \in X \text{ e } z \in Y\} \\ &= [\{\min\{\underline{X}; \underline{Y}\}; \max\{\bar{X}; \bar{Y}\}] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Exemplo 1: Sejam os intervalos $X = [1; 3]$ e $Y = [-1; 2]$. A interseção e a união dos conjuntos são dadas por (3.4) e (3.5), ou seja:

$$\begin{aligned} X \cap Y &= [\max\{1, -1\}; \min\{3, 2\}] = [1; 2] \\ X \cup Y &= [\min\{1, -1\}; \max\{3, 2\}] = [-1; 3] \end{aligned}$$

3.2.3 Largura, Valor Absoluto e Ponto Médio

A largura de um intervalo X , denotada por $w(X)$, é determinada por:

$$w(X) = \bar{X} - \underline{X} \quad (3.6)$$

Já o valor absoluto, denotado como $|X|$, é o valor máximo dos limites absolutos do intervalo. Desta forma:

$$|X| = \max\{|\underline{X}|, |\bar{X}|\} \quad (3.7)$$

Seguindo-se o conceito de valor absoluto, deve-se ter em mente que $|x| \leq |X|$, para todo valor de $x \in X$.

O ponto médio de um intervalo X ($m(X)$) é dado por:

$$m(X) = \frac{1}{2} \cdot (\underline{X} + \bar{X}) \quad (3.8)$$

3.2.4 Operações Aritméticas em Intervalos

Antes de definir as operações aritméticas para a matemática intervalar, deve-se destacar que ao se realizar essas operações com intervalos, trabalha-se com conjuntos. Por exemplo, ao se somar dois intervalos, o resultado intervalar é um conjunto contendo a soma de todos os pares de números dos intervalos iniciais.

Desta forma, a soma de dois intervalos X e Y é dada pelo conjunto:

$$X + Y = \{x + y : x \in X, y \in Y\} \quad (3.9)$$

A diferença entre os mesmos dois intervalos é definida por:

$$X - Y = \{x - y : x \in X, y \in Y\} \quad (3.10)$$

O produto entre X e Y é dado por:

$$X.Y = \{x.y : x \in X, y \in Y\} \quad (3.11)$$

Enquanto a divisão é definida por:

$$X/Y = \{x/y : x \in X, y \in Y\} \quad (3.12)$$

3.2.5 Operações Aritméticas em Função dos Limites Intervalares

Uma outra forma de representar as operações aritméticas na matemática intervalar é utilizando equações baseadas nos limites dos intervalos em questão.

3.2.5.1 Adição

Antes de definir as propriedades da adição, em função dos limites de intervalo, deve-se considerar as seguintes suposições:

$$x \in X, \text{ tal que } \underline{X} \leq x \leq \bar{X} \quad (3.13)$$

$$y \in Y, \text{ tal que } \underline{Y} \leq y \leq \bar{Y} \quad (3.14)$$

Pelas propriedades da adição de inequações, a soma $(x + y) \in (X + Y)$ deve atender a seguinte consideração:

$$\underline{X} + \underline{Y} \leq x + y \leq \bar{X} + \bar{Y} \quad (3.15)$$

Assim, a adição de intervalos em função de seus limites de banda é definida por:

$$X + Y = [\underline{X} + \underline{Y}; \bar{X} + \bar{Y}] \quad (3.16)$$

Exemplo 2: Sejam os intervalos $X = [1; 3]$ e $Y = [-1; 2]$. A adição de $X + Y$ é calculada por (3.16), ou seja

$$X + Y = [1 + (-1); 3 + 2] = [0; 5]$$

Comparando-se os resultados no **Exemplo 1** com os obtidos agora no **Exemplo 2**, nota-se que a união dos intervalos X e Y apresenta valor diferente da adição.

3.2.5.2 Subtração

Para a subtração dos intervalos, em função de seus limites de banda, pode-se realizar um desenvolvimento semelhante ao feito para a adição. Sejam:

$$\underline{X} \leq x \leq \bar{X} \quad (3.17)$$

$$-\underline{Y} \leq -y \leq -\bar{Y} \quad (3.18)$$

Assim:

$$\underline{X} - \underline{Y} \leq x - y \leq \bar{X} - \bar{Y} \quad (3.19)$$

ou ainda:

$$X - Y = [\underline{X} - \bar{Y}; \bar{X} - \underline{Y}] \quad (3.20)$$

É importante destacar também que:

$$X - Y = X + (-Y) \quad (3.21)$$

onde, considerando-se a inversão dos limites ao se negativar um intervalo:

$$-Y = [-\bar{Y}; -\underline{Y}] = \{y: -y \in Y\} \quad (3.22)$$

Exemplo 3: Sejam os intervalos $X = [1; 3]$ e $Y = [-1; 2]$. De (3.22):

$$-Y = [-2 ; 1]$$

Logo, de (3.21):

$$X - Y = X + (-Y) = [1 ; 3] + [-2 ; 1] = [-1 ; 4]$$

3.2.5.3 Multiplicação

Em termos dos limites de banda, a multiplicação de dois intervalos X e Y é definida pela seguinte equação:

$$X \cdot Y = [\min S ; \max S], \text{ onde } S = [\underline{XY}; \underline{X}\bar{Y}; \bar{X}\underline{Y}; \bar{X}\bar{Y}] \quad (3.23)$$

Exemplo 4: Para os intervalos $X = [-1 ; 0]$ e $Y = [1 ; 3]$, a multiplicação $X \cdot Y$ é dada por (3.23), ou seja:

$$S = [-1.1 ; -1.3 ; 0.1 ; 0.3] = [-1 ; -3 ; 0 ; 0]$$

$$X \cdot Y = [\min S ; \max S] = [-3 ; 0]$$

3.2.5.4 Divisão

Assim como em números reais, a divisão de intervalos é realizada através da multiplicação pela inversa de um dos intervalos envolvidos. Assim:

$$X/Y = X \cdot (1/Y) \quad (3.24)$$

onde:

$$1/Y = \{y: 1/y \in Y\} = [1/\bar{Y}; 1/\underline{Y}] \quad (3.25)$$

3.2.6 Vetores Intervalares

Assim como para números reais, a matemática intervalar pode manusear vetores e matrizes intervalares. Seja um vetor intervalar \underline{X} , dimensão n , do tipo $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, onde $X_i = [\underline{X}_i ; \bar{X}_i]$.

Com apenas algumas alterações básicas, a grande maioria das propriedades em intervalos ordinários podem ser utilizadas em vetores intervalares.

1. Seja $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)$ um vetor real e $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ um vetor intervalar. Assim;

$$\underline{x} \in \underline{X}, \text{ se } x_i \in X_i, \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (3.26)$$

2. A interseção de dois vetores intervalares é vazia, desde que a interseção de qualquer um de seus correspondentes i é vazia. Ou seja, caso exista para algum i , $X_i \cap Y_i = \emptyset$, então $\underline{X} \cap \underline{Y} = \emptyset$. Caso contrário, a interseção entre os dois vetores intervalares existe e é dada por:

$$\underline{X} \cap \underline{Y} = (X_1 \cap Y_1, \dots, X_n \cap Y_n) \quad (3.27)$$

3. A largura de um vetor intervalar $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ é dada pela largura máxima de todos os intervalos do vetor:

$$w(\underline{X}) = \max_i w(X_i) \quad (3.28)$$

4. O valor médio do vetor intervalar \underline{X} é dado por:

$$m(\underline{X}) = (m(X_1), \dots, m(X_n)) \quad (3.29)$$

5. A norma do vetor intervalar X é calculada por:

$$\|\underline{X}\| = \max_i |X_i| \quad (3.30)$$

Exemplo 5: Seja o vetor intervalar de dimensão 2, $\underline{X} = (X_1, X_2)$, tal que $X_1 = [2 ; 3]$ e $X_2 = [5 ; 7]$. Desta forma, a largura, o valor médio e a norma de \underline{X} são dadas, respectivamente, por (3.28), (3.29) e (3.30), ou seja:

$$\begin{aligned} w(\underline{X}) &= \max\{3 - 2 ; 7 - 5\} = 2 \\ m(\underline{X}) &= \left(\frac{2 + 3}{2} ; \frac{5 + 7}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} ; \frac{12}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} ; 6\right) \\ \|\underline{X}\| &= \max \{\max\{|2|; |3|\}, \max\{|5|; |7|\}\} = \max\{3; 7\} = 7 \end{aligned}$$

3.2.7 Matrizes Intervalares

Como apresentado no capítulo anterior, os cálculos desenvolvidos neste trabalho para análise de falta utilizam as matrizes impedância e admitância. Desta forma, para a

implementação da incerteza de dados será necessária a utilização de vetores e matrizes intervalares.

Na matriz intervalar, cada posição é composta por um intervalo numérico. Assim, por exemplo, uma matriz intervalar de ordem (2x2) é representada da seguinte forma:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\underline{M}_{11}; \overline{M}_{11}] & [\underline{M}_{12}; \overline{M}_{12}] \\ [\underline{M}_{21}; \overline{M}_{21}] & [\underline{M}_{22}; \overline{M}_{22}] \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Assim, como feito para vetores intervalares, pode-se definir os valores de norma, largura e ponto médio de uma matriz intervalar. Desta forma, a norma da matriz \mathbf{M} apresentada em (3.31) é calculada por:

$$||\mathbf{M}|| = \max_i \sum_j |M_{ij}| \quad (3.32)$$

A largura de uma matriz intervalar $w(\mathbf{M})$ é definida por:

$$w(\mathbf{M}) = \max_{i,j} w(M_{ij}) \quad (3.33)$$

Por fim, o ponto médio de \mathbf{M} é uma matriz real definida por $m(\mathbf{M})$, no qual os elementos são os pontos médios de cada intervalo da posição A_{ij} , ou seja:

$$(m(\mathbf{M}))_{ij} = m(M_{ij}) \quad (3.34)$$

Exemplo 6: Seja a seguinte matriz intervalar \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} [1; 3] & [-1; 1] \\ [2; 4] & [5; 7] \end{pmatrix}$$

De (3.32):

$$||\mathbf{M}|| = \max\{|1; 3| + |[-1; 1]|, |[2; 4]| + |[5; 7]|\} = \max\{3 + 1; 4 + 7\} = 11$$

De (3.33):

$$w(\mathbf{M}) = \max\{w([1; 3]), w([-1; 1]), w([2; 4]), w([5; 7])\} = \max\{2; 2; 2; 2\} = 2$$

De (3.34):

$$m(\mathbf{M}) = \begin{pmatrix} m([1; 3]) & m([-1; 1]) \\ m([2; 4]) & m([5; 7]) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

A inversa de uma matriz intervalar é um ponto que também merece destaque. Seja \mathbf{A} uma matriz intervalar de ordem (2×2) inversível:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} [5,0000 ; 7,0000] & [4,0000 ; 6,0000] \\ [2,0000 ; 3,0000] & [5,0000 ; 6,0000] \end{pmatrix}$$

Utilizando-se a *toolbox Intlab* do *Matlab*:

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} [-0,1808 ; 0,7174] & [-0,8613 ; 0,3735] \\ [-0,4307 ; 0,1868] & [-0,1318 ; 0,7172] \end{pmatrix}$$

Calculando-se $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1}$:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} [-4,3856 ; 6,3856] & [-7,4051 ; 7,4051] \\ [-3,3944 ; 3,3944] & [-3,6673 ; 5,6673] \end{pmatrix}$$

Cuja matriz ponto médio é:

$$m(\mathbf{B}) = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 1,0000 \end{pmatrix}$$

Ou seja, \mathbf{B} é a matriz identidade (2×2) , como é de se esperar do produto entre uma matriz e sua inversa.

A matriz ponto médio de \mathbf{A} é:

$$\mathbf{C} = m(\mathbf{A}) = \begin{pmatrix} 6,0000 & 5,0000 \\ 2,5000 & 5,5000 \end{pmatrix}$$

Enquanto que a inversa de \mathbf{C} é:

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,2683 & -0,2439 \\ -0,1220 & 0,2927 \end{pmatrix}$$

Desta forma, \mathbf{D} é igual à matriz ponto médio de \mathbf{A}^{-1} .

Estendendo-se o mesmo estudo realizado nessa sessão para matrizes intervalares inversíveis de outras ordens, os resultados apresentam o mesmo comportamento. Desta forma, pode-se afirmar que a inversa de uma matriz intervalar é similar à inversa de uma matriz pontual.

3.3 Sistema Linear de Equações Intervalares

Como visto no capítulo 2 deste trabalho, todas as equações desenvolvidas para análise de faltas em sistemas elétricos de potência são lineares. Assim sendo, após definir os principais fundamentos da aritmética intervalar, assim como suas propriedades e operações, pode-se introduzir a solução de sistemas lineares intervalares. Seja um sistema do tipo:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (3.35)$$

onde \mathbf{A} é uma matriz de ordem $(n \times n)$, \mathbf{x} e \mathbf{b} são vetores de ordem n .

Dois casos devem ser considerados para o sistema apresentado na equação (3.35)

1. Todos os elementos do sistema são reais;
2. Os elementos do sistema são representados apenas por intervalos de valores, definidos por limites inferiores e superiores.

A resolução de sistemas lineares do tipo 1 é geralmente simples e pode ser realizada, por exemplo, utilizando os esquemas de fatoração LU e LDU, produzindo resultados satisfatórios.

Por outro lado, quando o sistema linear é do tipo 2, a resolução não é mais tão simples e não é recomendada a solução por métodos diretos [30].

Um método bastante utilizado na solução de sistemas lineares intervalares é uma versão linear adaptada do Método de Krawczyk, originalmente desenvolvido para sistemas não lineares [26] e [31].

3.3.1 Método de Krawczyk Linear

O método de Krawczyk linear é descrito pelos seguintes passos:

Passo 1: Definir a matriz \mathbf{Y} , de ordem $(n \times n)$, como sendo aproximadamente a inversa da matriz referente ao ponto médio de \mathbf{A} , ou seja:

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{m}(\mathbf{A}))^{-1} \quad (3.36)$$

Passo 2: Definir a matriz \mathbf{E} da seguinte forma:

$$\mathbf{E} = \mathbf{I} - \mathbf{YA} \quad (3.37)$$

onde \mathbf{A} é uma matriz intervalar de ordem $(n \times n)$ e \mathbf{I} é a matriz identidade de ordem $(n \times n)$.

Passo 3: Caso a norma de E , calculada segundo a equação (3.32), seja inferior a 1, o sistema linear intervalar possui solução, que pode ser obtida através de um processo iterativo.

Passo 4: Atendido o critério da norma de E , a inicialização do processo iterativo é dada por:

$$X_i^{(0)} = [-1 ; 1] \cdot \frac{\|Y \cdot \underline{b}\|}{1 - \|E\|}, \text{ onde } (i = 1, \dots, n) \quad (3.38)$$

No presente trabalho, em algumas situações, a equação (3.38) não será utilizada, visto ser possível a obtenção de estimativas iniciais mais adequadas para o cálculo de faltas, conforme apresentado no capítulo 4.

Passo 5: Atualizar o vetor solução da seguinte forma:

$$\underline{X}^{(k+1)} = \{Y \cdot \underline{b} + E \cdot \underline{X}^{(k)}\} \cap \underline{X}^{(k)} \quad (3.39)$$

onde k representa o número da iteração.

Passo 6: Verificar a convergência do processo iterativo. No método desenvolvido para este trabalho, a convergência do processo iterativo ocorre quando:

$$\text{diam} \frac{|\underline{X}^{(k-1)} - \underline{X}^{(k)}|}{2} < 10^{-8} \quad (3.40)$$

Caso não haja convergência, o algoritmo retorna ao passo 5.

3.4 Considerações Finais

Este capítulo apresenta a matemática intervalar, técnica que manipula os dados e parâmetros iniciais como intervalos, com o indicativo do erro ou incerteza máxima presente nestes valores antes que os mesmos sejam introduzidos no computador. Desta forma, os resultados intervalares carregam sempre consigo a segurança de sua qualidade e o grau da sua incerteza, apresentado pelo diâmetro do intervalo de resposta, o qual indica a influência do erro sobre o resultado final.

Durante o capítulo, as principais propriedades da matemática intervalar são abordadas, assim como as operações aritméticas, tanto para números, vetores ou matrizes intervalares. Ao fim do capítulo, o método de Krawczyk linear é apresentado, com o intuito de resolver sistemas lineares intervalares.

No próximo capítulo será apresentada a metodologia desenvolvida neste trabalho, estabelecendo-se a análise de faltas intervalares, através da aplicação da matemática intervalar apresentada neste capítulo, nas equações matriciais de falta do capítulo 2.

4 Método Intervalar para Análise de Faltas

4.1 Introdução

Baseado nos conceitos apresentados nos capítulos anteriores deste trabalho, o desenvolvimento de uma metodologia de análise de faltas em sistemas de potência, considerando-se a incerteza nos dados, é proposta. Para isso, utiliza-se a matemática intervalar, de forma que as incertezas dos dados sejam representadas em função de intervalos, e as respostas da análise (tensões e correntes nas barras) também sejam dadas em intervalos, contendo os limites inferiores e superiores que representam o efeito das incertezas em estudo no sistema.

A metodologia proposta foi desenvolvida através do programa Matlab, utilizando-se a *toolbox Intlab*, própria para trabalhos que envolvam a aritmética intervalar. Para a análise de faltas, o método das matrizes admitância e impedância é utilizado, assim como os desenvolvimentos matemáticos apresentados no capítulo 2.

A implementação da matemática intervalar é realizada através dos conceitos apresentados no capítulo 3, com destaque para o método linear de Krawczyk, utilizado na resolução dos sistemas lineares intervalares para a análise de falta.

Os resultados encontrados pela metodologia proposta são validados através do Método de Monte Carlo.

A seguir, serão apresentados os principais passos e desenvolvimentos para a realização deste trabalho.

4.2 Características Básicas de Implementação Computacional

Os dados de entrada do programa computacional são os parâmetros de barra e linha, assim como os dados de falta (impedância de falta e impedância para a terra). Para análise de falta, os dados de barra consistem no módulo e ângulo da tensão nas barras na situação pré-falta. Por convenção, esses valores são adotados como 1 pu de módulo e fase nula. Além disso, na prática, as concessionárias de energia são obrigadas por lei a manter um nível de tensão próximo desse valor, a fim de manter a continuidade e qualidade do fornecimento de energia.

Os dados de linha informam o tipo de equipamento (linha de transmissão, transformador, gerador ou motor) e as barras na qual está conectado. Além disso, as

impedâncias de sequência zero, positiva e negativa (respectivamente x_0, x_1 e x_2), as impedâncias de aterramento (casos de geradores e motores) e as mútuas são também informadas.

Após a leitura dos dados de entrada do programa, o tipo de falta a ser analisada é definido (monofásica, bifásica, trifásica ou trifásica-terra). Além disso, o usuário define se a incerteza dos dados de entrada está nos valores de tensão pré-falta, nos dados de barra ou de linha, na impedância de falta z_f ou na impedância para terra z_g . A incerteza pode estar presente em todos os elementos, ou em apenas alguns, sendo a variação percentual determinada pelo usuário.

A fim de melhor ilustrar como essa incerteza é inserida, seja, por exemplo, uma incerteza de 5% numa reatância de linha genérica X_i . Dessa forma, esta reatância é representada pelo seguinte intervalo:

$$X_i = [\underline{X}_i; \overline{X}_i] \quad (4.1)$$

$$\underline{X}_i = (1 - \text{Incerteza}) \cdot X_i^{\text{det}} = (1 - 0,05) \cdot X_i^{\text{det}} = 0,95 \cdot X_i^{\text{det}} \quad (4.2)$$

$$\overline{X}_i = (1 + \text{Incerteza}) \cdot X_i^{\text{det}} = (1 + 0,05) \cdot X_i^{\text{det}} = 1,05 \cdot X_i^{\text{det}} \quad (4.3)$$

onde X_i^{det} é o valor determinístico, informado na entrada de dados do sistema.

4.3 Montagem da Matriz Admitância de Barras Intervalar

Após a avaliação dos dados de entrada intervalares do sistema em estudo, o próximo passo é o cálculo da matriz admitância de barras intervalar. Para isso, utiliza-se o método convencional de montagem. Os principais passos consistem em montar individualmente as matrizes admitância de barras de sequência positiva, negativa e zero. Após isso, montar a matriz admitância final 012, onde cada barra é descrita por uma matriz (3×3) , uma vez que o sistema analisado é trifásico. Desta forma, um sistema de estudo que, por exemplo, possui 5 barras apresenta uma matriz admitância de barras (15×15) .

Os termos diagonais (k,k) das matrizes admitância de sequência positiva, negativa e zero são obtidos somando-se todas as admitâncias que incidem na barra k , para a sequência em análise. Por outro lado, os termos fora da diagonal (k,m) são negativos dos somatórios das admitâncias conectadas entre as barras k e m , para a sequência em análise.

O tratamento das mútuas entre duas linhas de transmissão em paralelo, conectadas às mesmas barras finais e iniciais, k e m , respectivamente, é dada através da representação de um novo ramo entre essas barras, conforme apresentado em [32].

Em relação à matriz de admitância de barras de sequência zero, deve-se atentar para as ligações dos tipos de transformadores. Para este trabalho, os circuitos equivalentes de sequência zero de transformadores, apresentados no capítulo 2, são utilizados.

4.4 Cálculo da Matriz Impedância de Thevenin

Como demonstrado no capítulo 2, para a análise de faltas, torna-se necessária a obtenção da matriz impedância de Thevenin, vista da barra em falta. Assim sendo, basta inverter as matrizes admitância de barras de sequência positiva, negativa e zero obtidas no item anterior, de forma a obter as suas respectivas matrizes impedância de seqüências.

Após a obtenção destas matrizes separadamente, deve-se juntá-las a fim de obter a matriz impedância de barras total do sistema de estudo. Logo após, obtém-se os termos referentes à barra em falta (matriz 3×3 representada pelos dados próprios dessa barra), obtendo-se assim a matriz impedância de Thevenin.

4.5 Método Matemático Intervalar para Análise de Faltas

Como apresentado no capítulo 2, cada tipo de falta apresenta uma matriz admitância de falta (\mathbf{Y}_F^{012} ou \mathbf{Y}_F^{abc}) ou impedância de falta (\mathbf{Z}_F^{012} ou \mathbf{Z}_F^{abc}) correspondente, para ser utilizada nas equações (2.6) a (2.16) e (2.55) a (2.60).

As equações de falta apresentam variáveis complexas. Neste trabalho, como primeiro passo, a estratégia utilizada é separar estas equações em componentes real e imaginária, de modo que a análise de falta intervalar seja abordada única e exclusivamente em termos de variáveis reais, ou seja, um sistema algébrico complexo de n equações é transformado em um sistema algébrico real de $2n$ equações.

4.5.1 Falta Monofásica

A equação (2.58) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$(\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{012} \cdot \mathbf{Y}_F^{012}) \cdot \underline{\mathbf{E}}_{p(F)}^{012} = \underline{\mathbf{E}}_{p(0)}^{012} \quad (4.4)$$

É importante destacar que, como visto no capítulo 2, \mathbf{Z}_{pp}^{012} é a matriz impedância de Thevenin da barra em falta, obtida no item 4.4.

Desenvolvendo-se a parte de (4.4) entre parênteses, e sabendo-se que a matriz admitância de falta é dada por (2.65), então:

$$(\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{012} \cdot \mathbf{Y}_F^{012}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{pp}^{00} & Z_{pp}^{01} & Z_{pp}^{02} \\ Z_{pp}^{10} & Z_{pp}^{11} & Z_{pp}^{12} \\ Z_{pp}^{20} & Z_{pp}^{21} & Z_{pp}^{22} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} y_f & y_f & y_f \\ y_f & y_f & y_f \\ y_f & y_f & y_f \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Considerando-se:

$$Z_{pp}^{0i} \triangleq Z_{pp}^{00} + Z_{pp}^{01} + Z_{pp}^{02} \quad (4.6)$$

$$Z_{pp}^{1i} \triangleq Z_{pp}^{10} + Z_{pp}^{11} + Z_{pp}^{12} \quad (4.7)$$

$$Z_{pp}^{2i} \triangleq Z_{pp}^{20} + Z_{pp}^{21} + Z_{pp}^{22} \quad (4.8)$$

Então, a equação (4.5) pode reescrita como:

$$(\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{012} \cdot \mathbf{Y}_F^{012}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} Z_{pp}^{0i} \cdot y_f & Z_{pp}^{0i} \cdot y_f & Z_{pp}^{0i} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{1i} \cdot y_f & Z_{pp}^{1i} \cdot y_f & Z_{pp}^{1i} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{2i} \cdot y_f & Z_{pp}^{2i} \cdot y_f & Z_{pp}^{2i} \cdot y_f \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

ou ainda:

$$(\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{012} \cdot \mathbf{Y}_F^{012}) = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 3 + Z_{pp}^{0i} \cdot y_f & Z_{pp}^{0i} \cdot y_f & Z_{pp}^{0i} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{1i} \cdot y_f & 3 + Z_{pp}^{1i} \cdot y_f & Z_{pp}^{1i} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{2i} \cdot y_f & Z_{pp}^{2i} \cdot y_f & 3 + Z_{pp}^{2i} \cdot y_f \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

O próximo passo é desenvolver os termos apresentados na equação matricial (4.10). Considerando-se as impedâncias expressas em termos das respectivas resistências e reatâncias, a admitância de falta expressa em termos da condutância (g_f) e susceptância (b_f) e, ainda, a definição dada na equação (4.6), então:

$$Z_{pp}^{0i} \cdot y_f = \left((R_{pp}^{00} + R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) + j(X_{pp}^{00} + X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \right) \cdot y_f \quad (4.11)$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} Z_{pp}^{0i} \cdot y_f = & (R_{pp}^{00} + R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot g_f + j \cdot (X_{pp}^{00} + X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \cdot g_f + \\ & + j \cdot (R_{pp}^{00} + R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot b_f - (X_{pp}^{00} + X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \cdot b_f \end{aligned} \quad (4.12)$$

Considerando-se:

$$R_{pp}^{0i} \triangleq R_{pp}^{00} + R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02} \quad (4.13)$$

$$X_{pp}^{0i} \triangleq Z_{pp}^{00} + Z_{pp}^{01} + Z_{pp}^{02} \quad (4.14)$$

Então, a equação (4.12) pode ser reescrita como:

$$Z_{pp}^{0i} \cdot y_f = (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) + j \cdot (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \quad (4.15)$$

De modo análogo:

$$Z_{pp}^{zi} \cdot y_f = (R_{pp}^{zi} \cdot g_f - X_{pp}^{zi} \cdot b_f) + j \cdot (R_{pp}^{zi} \cdot b_f + X_{pp}^{zi} \cdot g_f) \quad (4.16)$$

para $z = 1$ e 2 .

Substituindo-se (4.10) em (4.4) e considerando-se as tensões pré e pós-falta expressas em coordenadas retangulares, então:

$$\frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 3 + Z_{pp}^{0i} \cdot y_f & Z_{pp}^{0i} \cdot y_f & Z_{pp}^{0i} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{1i} \cdot y_f & 3 + Z_{pp}^{1i} \cdot y_f & Z_{pp}^{1i} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{2i} \cdot y_f & Z_{pp}^{2i} \cdot y_f & 3 + Z_{pp}^{2i} \cdot y_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{r(F)}^0 + j \cdot V_{m(F)}^0 \\ V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1 \\ V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{r(0)}^0 + j \cdot V_{m(0)}^0 \\ V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1 \\ V_{r(0)}^2 + j \cdot V_{m(0)}^2 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

onde V_r e V_m são as componentes real e imaginária das tensões, nas condições pré-falta (0) e falta (F).

Desenvolvendo-se a primeira linha da equação matricial (4.17), então:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot [(3 + Z_{pp}^{0i} \cdot y_f) \cdot (V_{r(F)}^0 + j \cdot V_{m(F)}^0) + Z_{pp}^{0i} \cdot y_f \cdot (V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1) + \\ + Z_{pp}^{0i} \cdot y_f \cdot (V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2)] = V_{r(0)}^0 + j \cdot V_{m(0)}^0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Substituindo-se $Z_{pp}^{0i} \cdot y_f$, dado em (4.15), em (4.18):

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3} \cdot [(3 \cdot V_{r(F)}^0 + j \cdot 3 \cdot V_{m(F)}^0) + \\
& + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) + j \cdot (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot (V_{r(F)}^0 + j \cdot V_{m(F)}^0) + \\
& + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) + j \cdot (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot (V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1) + \\
& + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) + j \cdot (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot (V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2)] = V_{r(0)}^0 + j \cdot V_{m(0)}^0
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Desenvolvendo-se (4.19):

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3} \cdot [3 \cdot V_{r(F)}^0 + j \cdot 3 \cdot V_{m(F)}^0 + \\
& + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{r(F)}^0 - (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{m(F)}^0 + \\
& + j \cdot ((R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{r(F)}^0 + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{m(F)}^0) + \\
& + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{r(F)}^1 - (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{m(F)}^1 + \\
& + j \cdot ((R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{r(F)}^1 + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{m(F)}^1) + \\
& + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{r(F)}^2 - (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{m(F)}^2 + \\
& + j \cdot ((R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{r(F)}^2 + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{m(F)}^2)] = V_{r(0)}^0 + j \cdot V_{m(0)}^0
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Logo, igualando-se as componentes real e imaginária de (4.20):

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3} \cdot [3 \cdot V_{r(F)}^0 + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{r(F)}^0 - (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{m(F)}^0 + \\
& + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{r(F)}^1 - (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{m(F)}^1 + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{r(F)}^2 + \\
& - (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{m(F)}^2] = V_{r(0)}^0
\end{aligned} \tag{4.21}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3} \cdot [3 \cdot V_{m(F)}^0 + (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{r(F)}^0 + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{m(F)}^0 + \\
& + (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{r(F)}^1 + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{m(F)}^1 + \\
& + (R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f) \cdot V_{r(F)}^2 + (R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f) \cdot V_{m(F)}^2] = V_{m(0)}^0
\end{aligned} \tag{4.22}$$

As outras duas linhas da equação matricial (4.17) são desenvolvidas de forma análoga. Assim sendo, tal equação pode ser rearranjada da seguinte forma:

$3 + R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f$	$-(R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f)$	$R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f$	$-(R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f)$	$R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f$	$-(R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f)$
$R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f$	$3 + R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f$	$R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f$	$R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f$	$R_{pp}^{0i} \cdot b_f + X_{pp}^{0i} \cdot g_f$	$R_{pp}^{0i} \cdot g_f - X_{pp}^{0i} \cdot b_f$
$R_{pp}^{1i} \cdot g_f - X_{pp}^{1i} \cdot b_f$	$-(R_{pp}^{1i} \cdot b_f + X_{pp}^{1i} \cdot g_f)$	$3 + R_{pp}^{1i} \cdot g_f - X_{pp}^{1i} \cdot b_f$	$-(R_{pp}^{1i} \cdot b_f + X_{pp}^{1i} \cdot g_f)$	$R_{pp}^{1i} \cdot g_f - X_{pp}^{1i} \cdot b_f$	$-(R_{pp}^{1i} \cdot b_f + X_{pp}^{1i} \cdot g_f)$
$R_{pp}^{1i} \cdot b_f + X_{pp}^{1i} \cdot g_f$	$R_{pp}^{1i} \cdot g_f - X_{pp}^{1i} \cdot b_f$	$R_{pp}^{1i} \cdot b_f + X_{pp}^{1i} \cdot g_f$	$3 + R_{pp}^{1i} \cdot g_f - X_{pp}^{1i} \cdot b_f$	$R_{pp}^{1i} \cdot b_f + X_{pp}^{1i} \cdot g_f$	$R_{pp}^{1i} \cdot g_f - X_{pp}^{1i} \cdot b_f$
$R_{pp}^{2i} \cdot g_f - X_{pp}^{2i} \cdot b_f$	$-(R_{pp}^{2i} \cdot b_f + X_{pp}^{2i} \cdot g_f)$	$R_{pp}^{2i} \cdot g_f - X_{pp}^{2i} \cdot b_f$	$-(R_{pp}^{2i} \cdot b_f + X_{pp}^{2i} \cdot g_f)$	$3 + R_{pp}^{2i} \cdot g_f - X_{pp}^{2i} \cdot b_f$	$-(R_{pp}^{2i} \cdot b_f + X_{pp}^{2i} \cdot g_f)$
$R_{pp}^{2i} \cdot b_f + X_{pp}^{2i} \cdot g_f$	$R_{pp}^{2i} \cdot g_f - X_{pp}^{2i} \cdot b_f$	$R_{pp}^{2i} \cdot b_f + X_{pp}^{2i} \cdot g_f$	$R_{pp}^{2i} \cdot g_f - X_{pp}^{2i} \cdot b_f$	$R_{pp}^{2i} \cdot b_f + X_{pp}^{2i} \cdot g_f$	$3 + R_{pp}^{2i} \cdot g_f - X_{pp}^{2i} \cdot b_f$

1/3.

$V_r^0(F)$	$V_r^0(F)$
$V_m^0(O)$	$V_m^0(F)$
$V_r^1(O)$	$V_r^1(F)$
$V_m^1(O)$	$V_m^1(F)$
$V_r^2(O)$	$V_r^2(F)$
$V_m^2(O)$	$V_m^2(F)$

(4.23)

4.5.2 Falta Trifásica

Desenvolvendo-se a parte de (4.4) entre parênteses, e sabendo-se que a matriz admitância de falta trifásica-terra é dada por (2.62), então:

$$(\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{012} \cdot \mathbf{Y}_F^{012}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{pp}^{00} & Z_{pp}^{01} & Z_{pp}^{02} \\ Z_{pp}^{10} & Z_{pp}^{11} & Z_{pp}^{12} \\ Z_{pp}^{20} & Z_{pp}^{21} & Z_{pp}^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_0 & 0 & 0 \\ 0 & y_f & 0 \\ 0 & 0 & y_f \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

onde $y_0 = g_0 + j \cdot b_0$.

Desenvolvendo-se (4.24):

$$(\mathbf{U} + \mathbf{Z}_{pp}^{012} \cdot \mathbf{Y}_F^{012}) = \begin{bmatrix} 1 + Z_{pp}^{00} \cdot y_0 & Z_{pp}^{01} \cdot y_f & Z_{pp}^{02} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{10} \cdot y_0 & 1 + Z_{pp}^{11} \cdot y_f & Z_{pp}^{12} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{20} \cdot y_0 & Z_{pp}^{21} \cdot y_f & 1 + Z_{pp}^{22} \cdot y_f \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

O próximo passo é desenvolver os termos apresentados na equação matricial (4.25). Considerando-se as impedâncias expressas em termos das respectivas resistências e reatâncias, as admitâncias de falta e de aterramento expressas em termos de condutâncias (g_f e g_0) e das susceptâncias (b_f e b_0), então:

$$1 + Z_{pp}^{00} \cdot y_0 = 1 + (R_{pp}^{00} + j \cdot X_{pp}^{00}) \cdot (g_0 + j \cdot b_0) \quad (4.26)$$

ou ainda

$$1 + Z_{pp}^{00} \cdot y_0 = (1 + g_0 \cdot R_{pp}^{00} - b_0 \cdot X_{pp}^{00}) + j \cdot (g_0 \cdot X_{pp}^{00} + b_0 \cdot R_{pp}^{00}) \quad (4.27)$$

De modo análogo:

$$1 + Z_{pp}^{11} \cdot y_f = (1 + g_f \cdot R_{pp}^{11} - b_f \cdot X_{pp}^{11}) + j \cdot (g_f \cdot X_{pp}^{11} + b_f \cdot R_{pp}^{11}) \quad (4.28)$$

$$1 + Z_{pp}^{22} \cdot y_f = (1 + g_f \cdot R_{pp}^{22} - b_f \cdot X_{pp}^{22}) + j \cdot (g_f \cdot X_{pp}^{22} + b_f \cdot R_{pp}^{22}) \quad (4.29)$$

Para os termos fora da diagonal, de forma genérica:

$$Z_{pp}^{\beta\gamma} \cdot y = (R_{pp}^{\beta\gamma} + j \cdot X_{pp}^{\beta\gamma}) \cdot (g + j \cdot b) \quad (4.30)$$

ou ainda

$$Z_{pp}^{\beta\gamma} \cdot y = (g \cdot R_{pp}^{\beta\gamma} - b \cdot X_{pp}^{\beta\gamma}) + j \cdot (g \cdot X_{pp}^{\beta\gamma} + b \cdot R_{pp}^{\beta\gamma}) \quad (4.31)$$

onde β e γ assumem os valores 0, 1 e 2 e y refere-se tanto à admitância de falta, como admitância de aterramento.

Substituindo-se (4.25) em (4.4) e considerando-se as tensões pré e pós-falta expressas em coordenadas retangulares, então:

$$\begin{bmatrix} 1 + Z_{pp}^{00} \cdot y_0 & Z_{pp}^{01} \cdot y_f & Z_{pp}^{02} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{10} \cdot y_0 & 1 + Z_{pp}^{11} \cdot y_f & Z_{pp}^{12} \cdot y_f \\ Z_{pp}^{20} \cdot y_0 & Z_{pp}^{21} \cdot y_f & 1 + Z_{pp}^{22} \cdot y_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{r(F)}^0 + j \cdot V_{m(F)}^0 \\ V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1 \\ V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{r(0)}^0 + j \cdot V_{m(0)}^0 \\ V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1 \\ V_{r(0)}^2 + j \cdot V_{m(0)}^2 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Tendo em vista as equações (4.27) e (4.31), a primeira linha da equação matricial (4.32) pode ser desenvolvida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & [(1 + g_0 \cdot R_{pp}^{00} - b_0 \cdot X_{pp}^{00}) + j \cdot (g_0 \cdot X_{pp}^{00} + b_0 \cdot R_{pp}^{00})] \cdot (V_{r(F)}^0 + j \cdot V_{m(F)}^0) + \\ & + [(g_f \cdot R_{pp}^{01} - b_f \cdot X_{pp}^{01}) + j \cdot (g_f \cdot X_{pp}^{01} + b_f \cdot R_{pp}^{01})] \cdot (V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1) + \\ & + [(g_f \cdot R_{pp}^{02} - b_f \cdot X_{pp}^{02}) + j \cdot (g_f \cdot X_{pp}^{02} + b_f \cdot R_{pp}^{02})] \cdot (V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2) = V_{r(0)}^0 + j \cdot V_{m(0)}^0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Desenvolvendo-se (4.33):

$$\begin{aligned} & [V_{r(F)}^0 \cdot (1 + g_0 \cdot R_{pp}^{00} - b_0 \cdot X_{pp}^{00}) - V_{m(F)}^0 (g_0 \cdot X_{pp}^{00} + b_0 \cdot R_{pp}^{00})] + \\ & + j \cdot [V_{r(F)}^0 \cdot (g_0 \cdot X_{pp}^{00} + b_0 \cdot R_{pp}^{00}) + V_{m(F)}^0 \cdot (1 + g_0 \cdot R_{pp}^{00} - b_0 \cdot X_{pp}^{00})] + \\ & + [V_{r(F)}^1 \cdot (g_f \cdot R_{pp}^{01} - b_f \cdot X_{pp}^{01}) - V_{m(F)}^1 (g_f \cdot X_{pp}^{01} + b_f \cdot R_{pp}^{01})] + \\ & + j \cdot [V_{r(F)}^1 \cdot (g_f \cdot X_{pp}^{01} + b_f \cdot R_{pp}^{01}) + V_{m(F)}^1 \cdot (g_f \cdot R_{pp}^{01} - b_f \cdot X_{pp}^{01})] + \\ & + [V_{r(F)}^2 \cdot (g_f \cdot R_{pp}^{02} - b_f \cdot X_{pp}^{02}) - V_{m(F)}^2 (g_f \cdot X_{pp}^{02} + b_f \cdot R_{pp}^{02})] + \\ & + j \cdot [V_{r(F)}^2 \cdot (g_f \cdot X_{pp}^{02} + b_f \cdot R_{pp}^{02}) + V_{m(F)}^2 \cdot (g_f \cdot R_{pp}^{02} - b_f \cdot X_{pp}^{02})] = V_{r(0)}^0 + j \cdot V_{m(0)}^0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Igualando-se as componentes real e imaginária de (4.34):

$$\begin{aligned} & [V_{r(F)}^0 \cdot (1 + g_0 \cdot R_{pp}^{00} - b_0 \cdot X_{pp}^{00}) - V_{m(F)}^0 (g_0 \cdot X_{pp}^{00} + b_0 \cdot R_{pp}^{00})] + \\ & + [V_{r(F)}^1 \cdot (g_f \cdot R_{pp}^{01} - b_f \cdot X_{pp}^{01}) - V_{m(F)}^1 (g_f \cdot X_{pp}^{01} + b_f \cdot R_{pp}^{01})] + \\ & + [V_{r(F)}^2 \cdot (g_f \cdot R_{pp}^{02} - b_f \cdot X_{pp}^{02}) - V_{m(F)}^2 (g_f \cdot X_{pp}^{02} + b_f \cdot R_{pp}^{02})] = V_{r(0)}^0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned}
& [V_{r(F)}^0 \cdot (g_0 \cdot X_{pp}^{00} + b_0 \cdot R_{pp}^{00}) + V_{m(F)}^0 \cdot (1 + g_0 \cdot R_{pp}^{00} - b_0 \cdot X_{pp}^{00})] + \\
& + [V_{r(F)}^1 \cdot (g_f \cdot X_{pp}^{01} + b_f \cdot R_{pp}^{01}) + V_{m(F)}^1 \cdot (g_f \cdot R_{pp}^{01} - b_f \cdot X_{pp}^{01})] + \\
& + [V_{r(F)}^2 \cdot (g_f \cdot X_{pp}^{02} + b_f \cdot R_{pp}^{02}) + V_{m(F)}^2 \cdot (g_f \cdot R_{pp}^{02} - b_f \cdot X_{pp}^{02})] = V_{m(0)}^0
\end{aligned} \tag{4.36}$$

As outras duas linhas da equação matricial (4.32) são desenvolvidas de forma análoga. Assim sendo, tal equação pode ser rearranjada como em (4.37). Caso a falta não envolva a terra, então z_g tende a infinito e, conseqüentemente, $y_0 = 0$. Portanto, fazendo-se $g_0 = b_0 = 0$ na equação (4.37), obtém-se a equação (4.38).

$(1 + R_{pp}^{00} \cdot g_0 - X_{pp}^{00} \cdot b_0)$	$-(R_{pp}^{00} \cdot b_0 + X_{pp}^{00} \cdot g_0)$	$(R_{pp}^{01} \cdot g_f - X_{pp}^{01} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{01} \cdot b_f + X_{pp}^{01} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{02} \cdot g_f - X_{pp}^{02} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{02} \cdot b_f + X_{pp}^{02} \cdot g_f)$	$Vr_{(f)}^0$	$Vr_{(0)}^0$
$(R_{pp}^{00} \cdot b_0 + X_{pp}^{00} \cdot g_0)$	$(1 + R_{pp}^{00} \cdot g_0 - X_{pp}^{00} \cdot b_0)$	$(R_{pp}^{01} \cdot b_f + X_{pp}^{01} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{01} \cdot g_f - X_{pp}^{01} \cdot b_f)$	$(R_{pp}^{02} \cdot b_f + X_{pp}^{02} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{02} \cdot g_f - X_{pp}^{02} \cdot b_f)$	$Vm_{(f)}^0$	$Vm_{(0)}^0$
$(R_{pp}^{10} \cdot g_0 - X_{pp}^{10} \cdot b_0)$	$-(R_{pp}^{10} \cdot b_0 + X_{pp}^{10} \cdot g_0)$	$(1 + R_{pp}^{11} \cdot g_f - X_{pp}^{11} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{11} \cdot b_f + X_{pp}^{11} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{12} \cdot g_f - X_{pp}^{12} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{12} \cdot b_f + X_{pp}^{12} \cdot g_f)$	$Vr_{(f)}^1$	$Vr_{(0)}^1$
$(R_{pp}^{10} \cdot b_0 + X_{pp}^{10} \cdot g_0)$	$(1 + R_{pp}^{10} \cdot g_0 - X_{pp}^{10} \cdot b_0)$	$(R_{pp}^{11} \cdot b_f + X_{pp}^{11} \cdot g_f)$	$(1 + R_{pp}^{11} \cdot g_f - X_{pp}^{11} \cdot b_f)$	$(R_{pp}^{12} \cdot b_f + X_{pp}^{12} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{12} \cdot g_f - X_{pp}^{12} \cdot b_f)$	$Vm_{(f)}^1$	$Vm_{(0)}^1$
$(R_{pp}^{20} \cdot g_0 - X_{pp}^{20} \cdot b_0)$	$-(R_{pp}^{20} \cdot b_0 + X_{pp}^{20} \cdot g_0)$	$(R_{pp}^{21} \cdot g_f - X_{pp}^{21} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{21} \cdot b_f + X_{pp}^{21} \cdot g_f)$	$(1 + R_{pp}^{22} \cdot g_f - X_{pp}^{22} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{22} \cdot b_f + X_{pp}^{22} \cdot g_f)$	$Vr_{(f)}^2$	$Vr_{(0)}^2$
$(R_{pp}^{20} \cdot b_0 + X_{pp}^{20} \cdot g_0)$	$(R_{pp}^{20} \cdot g_0 - X_{pp}^{20} \cdot b_0)$	$(R_{pp}^{21} \cdot b_f + X_{pp}^{21} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{21} \cdot g_f - X_{pp}^{21} \cdot b_f)$	$(R_{pp}^{22} \cdot b_f + X_{pp}^{22} \cdot g_f)$	$(1 + R_{pp}^{22} \cdot b_f + X_{pp}^{22} \cdot g_f)$	$Vm_{(f)}^2$	$Vm_{(0)}^2$

(4.37)

1	0	$(R_{pp}^{01} \cdot g_f - X_{pp}^{01} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{01} \cdot b_f + X_{pp}^{01} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{02} \cdot g_f - X_{pp}^{02} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{02} \cdot b_f + X_{pp}^{02} \cdot g_f)$	$Vr_{(0)}^0$
0	1	$(R_{pp}^{01} \cdot b_f + X_{pp}^{01} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{01} \cdot g_f - X_{pp}^{01} \cdot b_f)$	$(R_{pp}^{02} \cdot b_f + X_{pp}^{02} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{02} \cdot g_f - X_{pp}^{02} \cdot b_f)$	$Vm_{(0)}^0$
0	0	$(1 + R_{pp}^{11} \cdot g_f - X_{pp}^{11} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{11} \cdot b_f + X_{pp}^{11} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{12} \cdot g_f - X_{pp}^{12} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{12} \cdot b_f + X_{pp}^{12} \cdot g_f)$	$Vr_{(0)}^1$
0	0	$(R_{pp}^{11} \cdot b_f + X_{pp}^{11} \cdot g_f)$	$(1 + R_{pp}^{11} \cdot g_f - X_{pp}^{11} \cdot b_f)$	$(R_{pp}^{12} \cdot b_f + X_{pp}^{12} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{12} \cdot g_f - X_{pp}^{12} \cdot b_f)$	$Vm_{(0)}^1$
0	0	$(R_{pp}^{21} \cdot g_f - X_{pp}^{21} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{21} \cdot b_f + X_{pp}^{21} \cdot g_f)$	$(1 + R_{pp}^{22} \cdot g_f - X_{pp}^{22} \cdot b_f)$	$-(R_{pp}^{22} \cdot b_f + X_{pp}^{22} \cdot g_f)$	$Vr_{(0)}^2$
0	0	$(R_{pp}^{21} \cdot b_f + X_{pp}^{21} \cdot g_f)$	$(R_{pp}^{21} \cdot g_f - X_{pp}^{21} \cdot b_f)$	$(R_{pp}^{22} \cdot b_f + X_{pp}^{22} \cdot g_f)$	$(1 + R_{pp}^{22} \cdot b_f + X_{pp}^{22} \cdot g_f)$	$Vm_{(0)}^2$

=

$Vr_{(F)}^0$
$Vm_{(F)}^0$
$Vr_{(F)}^1$
$Vm_{(F)}^1$
$Vr_{(F)}^2$
$Vm_{(F)}^2$

(4.38)

4.5.3 Falta Bifásica

Desenvolvendo-se a parte de (4.4) entre parênteses, e sabendo-se que a matriz admitância de falta bifásica é dada por (2.45), então:

$$(U + Z_{pp}^{012} \cdot Y_F^{012}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{pp}^{00} & Z_{pp}^{01} & Z_{pp}^{02} \\ Z_{pp}^{10} & Z_{pp}^{11} & Z_{pp}^{12} \\ Z_{pp}^{20} & Z_{pp}^{21} & Z_{pp}^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{y_f}{2} & -\frac{y_f}{2} \\ 0 & -\frac{y_f}{2} & \frac{y_f}{2} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

ou ainda:

$$(U + Z_{pp}^{012} \cdot Y_F^{012}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{Z_{pp}^{01} \cdot y_f}{2} - \frac{Z_{pp}^{02} \cdot y_f}{2} & -\frac{Z_{pp}^{01} \cdot y_f}{2} + \frac{Z_{pp}^{02} \cdot y_f}{2} \\ 0 & \frac{Z_{pp}^{11} \cdot y_f}{2} - \frac{Z_{pp}^{12} \cdot y_f}{2} & -\frac{Z_{pp}^{11} \cdot y_f}{2} + \frac{Z_{pp}^{12} \cdot y_f}{2} \\ 0 & \frac{Z_{pp}^{21} \cdot y_f}{2} - \frac{Z_{pp}^{22} \cdot y_f}{2} & -\frac{Z_{pp}^{21} \cdot y_f}{2} + \frac{Z_{pp}^{22} \cdot y_f}{2} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Manipulando-se (4.40):

$$(U + Z_{pp}^{012} \cdot Y_F^{012}) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{(Z_{pp}^{01} - Z_{pp}^{02}) \cdot y_f}{2} & \frac{(-Z_{pp}^{01} + Z_{pp}^{02}) \cdot y_f}{2} \\ 0 & \frac{2 + (Z_{pp}^{11} - Z_{pp}^{12}) \cdot y_f}{2} & \frac{(-Z_{pp}^{11} + Z_{pp}^{12}) \cdot y_f}{2} \\ 0 & \frac{(Z_{pp}^{21} - Z_{pp}^{22}) \cdot y_f}{2} & \frac{2 + (-Z_{pp}^{21} + Z_{pp}^{22}) \cdot y_f}{2} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

O próximo passo consiste em desenvolver os termos apresentados em (4.41). Considerando-se as impedâncias expressas em termos das respectivas resistências e reatâncias, as admitâncias de falta expressas em termos da condutância (g_f) e susceptância (b_f), então:

$$0,5 \cdot (Z_{pp}^{01} - Z_{pp}^{02}) \cdot y_f = 0,5 \cdot (R_{pp}^{01} + j \cdot X_{pp}^{01} - R_{pp}^{02} - j \cdot X_{pp}^{02}) \cdot (g_f + j \cdot b_f) \quad (4.42)$$

ou ainda:

$$0,5 \cdot (Z_{pp}^{01} - Z_{pp}^{02}) \cdot y_f = 0,5 \cdot \left[\left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot g_f + (X_{pp}^{02} - X_{pp}^{01}) \cdot b_f \right) + \right. \\ \left. + j \cdot \left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot b_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot g_f \right) \right] \quad (4.43)$$

De modo análogo:

$$0,5. (-Z_{pp}^{01} + Z_{pp}^{02}). y_f = 0,5. \left[\left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}). g_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}). b_f \right) + \right. \\ \left. + j. \left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}). b_f + (-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}). g_f \right) \right] \quad (4.44)$$

Para a diagonal principal:

$$\frac{2 + (Z_{pp}^{11} - Z_{pp}^{12}). y_f}{2} = 1 + 0,5. \left[\left((R_{pp}^{11} - R_{pp}^{12}). g_f + (X_{pp}^{12} - X_{pp}^{11}). b_f \right) + \right. \\ \left. + j. \left((R_{pp}^{11} - R_{pp}^{12}). b_f + (X_{pp}^{11} - X_{pp}^{12}). g_f \right) \right] \quad (4.45)$$

Substituindo-se (4.41) em (4.4) e considerando-se as tensões pré e pós-falta expressas em coordenadas retangulares, então:

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{(Z_{pp}^{01} - Z_{pp}^{02}). y_f}{2} & \frac{(-Z_{pp}^{01} + Z_{pp}^{02}). y_f}{2} \\ 0 & \frac{2 + (Z_{pp}^{11} - Z_{pp}^{12}). y_f}{2} & \frac{(-Z_{pp}^{11} + Z_{pp}^{12}). y_f}{2} \\ 0 & \frac{(Z_{pp}^{21} - Z_{pp}^{22}). y_f}{2} & \frac{2 + (-Z_{pp}^{21} + Z_{pp}^{22}). y_f}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{r(F)}^0 + j. V_{m(F)}^0 \\ V_{r(F)}^1 + j. V_{m(F)}^1 \\ V_{r(F)}^2 + j. V_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{r(0)}^0 + j. V_{m(0)}^0 \\ V_{r(0)}^1 + j. V_{m(0)}^1 \\ V_{r(0)}^2 + j. V_{m(0)}^2 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Assim sendo, após os resultados em (4.43), (4.44) e (4.45), a primeira linha da equação (4.46) pode ser desenvolvida da seguinte forma:

$$1. (V_{r(F)}^0 + j. V_{m(F)}^0) + 0,5. \left[\left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}). g_f + (X_{pp}^{02} - X_{pp}^{01}). b_f \right) + \right. \\ \left. + j. \left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}). b_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}). g_f \right) \right] \cdot (V_{r(F)}^1 + j. V_{m(F)}^1) + \\ + 0,5. \left[\left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}). g_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}). b_f \right) + \right. \\ \left. + j. \left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}). b_f + (-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}). g_f \right) \right] \cdot (V_{r(F)}^2 + j. V_{m(F)}^2) = V_{r(0)}^0 + j. V_{m(0)}^0 \quad (4.47)$$

Desenvolvendo-se em (4.47) a multiplicação por $(V_{r(F)}^1 + j. V_{m(F)}^1)$ obtém-se:

$$0,5. \left[\left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}). g_f + (X_{pp}^{02} - X_{pp}^{01}). b_f \right) \cdot V_{r(F)}^1 + \right. \\ \left. + \left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}). b_f + (-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}). g_f \right) \cdot V_{m(F)}^1 + \right. \\ \left. + j. \left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}). b_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}). g_f \right) \cdot V_{r(F)}^1 + \right. \\ \left. + j. \left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}). g_f + (X_{pp}^{02} - X_{pp}^{01}). b_f \right) \cdot V_{m(F)}^1 \right] = V_{r(0)}^1 + j. V_{m(0)}^1 \quad (4.48)$$

Desenvolvendo-se em (4.47) a multiplicação por $(V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2)$, obtém-se:

$$\begin{aligned}
& 0,5 \cdot \left[\left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot g_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot b_f \right) \cdot V_{r(F)}^2 + \right. \\
& \quad + \left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot b_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot g_f \right) \cdot V_{m(F)}^2 + \\
& \quad + j \cdot \left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot b_f + (-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \cdot g_f \right) \cdot V_{r(F)}^2 + \\
& \quad \left. j \cdot \left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot g_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot b_f \right) \cdot V_{m(F)}^2 \right] = V_{r(0)}^2 + j \cdot V_{m(0)}^2
\end{aligned} \tag{4.49}$$

Tendo em vista os resultados em (4.48) e (4.49), a multiplicação da primeira linha do sistema matricial (4.46) pode ser separada na parte real e imaginária, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
V_{r(F)}^0 + 0,5 \cdot \left[\left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot g_f + (X_{pp}^{02} - X_{pp}^{01}) \cdot b_f \right) \cdot V_{r(F)}^1 + \left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot b_f + \right. \right. \\
\quad + \left. \left. (-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \cdot g_f \right) \cdot V_{m(F)}^1 + \left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot g_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot b_f \right) \cdot V_{r(F)}^2 + \right. \\
\quad \left. + \left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot b_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot g_f \right) \cdot V_{m(F)}^2 \right] = V_{r(0)}^0
\end{aligned} \tag{4.50}$$

$$\begin{aligned}
V_{m(F)}^0 + 0,5 \cdot \left[\left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot b_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot g_f \right) \cdot V_{r(F)}^1 + \left((R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot g_f + \right. \right. \\
\quad + \left. \left. (X_{pp}^{02} - X_{pp}^{01}) \cdot b_f \right) \cdot V_{m(F)}^1 + \left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot b_f + (-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \cdot g_f \right) \cdot V_{r(F)}^2 + \right. \\
\quad \left. + \left((-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot g_f + (X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot b_f \right) \cdot V_{m(F)}^2 \right] = V_{m(0)}^0
\end{aligned} \tag{4.51}$$

Seguindo-se o mesmo procedimento feito para a primeira linha do sistema matricial (4.46), pode-se obter as outras linhas, formando assim o sistema matricial apresentado em (4.52):

2	0	$(R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot g_f$ + $(-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \cdot b_f$	$(-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot b_f$ + $(-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \cdot g_f$	$(-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot g_f$ + $(X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot b_f$	$(R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot b_f$ + $(X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot g_f$	$Vr_{(0)}^0$
0	2	$(R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot b_f$ + $(X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot g_f$	$(R_{pp}^{01} - R_{pp}^{02}) \cdot g_f$ + $(-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \cdot b_f$	$(-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot b_f$ + $(-X_{pp}^{01} + X_{pp}^{02}) \cdot g_f$	$(-R_{pp}^{01} + R_{pp}^{02}) \cdot g_f$ + $(X_{pp}^{01} - X_{pp}^{02}) \cdot b_f$	$Vm_{(0)}^0$
0	0	$2 + (R_{pp}^{11} - R_{pp}^{12}) \cdot g_f$ + $(-X_{pp}^{11} + X_{pp}^{12}) \cdot b_f$	$(-R_{pp}^{11} + R_{pp}^{12}) \cdot b_f$ + $(-X_{pp}^{11} + X_{pp}^{12}) \cdot g_f$	$(-R_{pp}^{11} + R_{pp}^{12}) \cdot g_f$ + $(X_{pp}^{11} - X_{pp}^{12}) \cdot b_f$	$(R_{pp}^{11} - R_{pp}^{12}) \cdot b_f$ + $(X_{pp}^{11} - X_{pp}^{12}) \cdot g_f$	$Vr_{(0)}^1$
0	0	$(R_{pp}^{11} - R_{pp}^{12}) \cdot b_f$ + $(X_{pp}^{11} - X_{pp}^{12}) \cdot g_f$	$2 + (R_{pp}^{11} - R_{pp}^{12}) \cdot g_f$ + $(-X_{pp}^{11} + X_{pp}^{12}) \cdot b_f$	$(-R_{pp}^{11} + R_{pp}^{12}) \cdot b_f$ + $(-X_{pp}^{11} + X_{pp}^{12}) \cdot g_f$	$(-R_{pp}^{11} + R_{pp}^{12}) \cdot g_f$ + $(X_{pp}^{11} - X_{pp}^{12}) \cdot b_f$	$Vm_{(0)}^1$
0	0	$(R_{pp}^{21} - R_{pp}^{22}) \cdot g_f$ + $(-X_{pp}^{21} + X_{pp}^{22}) \cdot b_f$	$(-R_{pp}^{21} + R_{pp}^{22}) \cdot b_f$ + $(-X_{pp}^{21} + X_{pp}^{22}) \cdot g_f$	$2 + (-R_{pp}^{21} + R_{pp}^{22}) \cdot g_f$ + $(X_{pp}^{21} - X_{pp}^{22}) \cdot b_f$	$(R_{pp}^{21} - R_{pp}^{22}) \cdot b_f$ + $(X_{pp}^{21} - X_{pp}^{22}) \cdot g_f$	$Vr_{(0)}^2$
0	0	$(R_{pp}^{21} - R_{pp}^{22}) \cdot b_f$ + $(X_{pp}^{21} - X_{pp}^{22}) \cdot g_f$	$(R_{pp}^{21} - R_{pp}^{22}) \cdot g_f$ + $(-X_{pp}^{21} + X_{pp}^{22}) \cdot b_f$	$(-R_{pp}^{21} + R_{pp}^{22}) \cdot b_f$ + $(-X_{pp}^{21} + X_{pp}^{22}) \cdot g_f$	$2 + (-R_{pp}^{21} + R_{pp}^{22}) \cdot g_f$ + $(X_{pp}^{21} - X_{pp}^{22}) \cdot b_f$	$Vm_{(0)}^2$

$\frac{1}{2}$.

=

$Vr_{(F)}^0$	$Vr_{(0)}^0$
$Vm_{(F)}^0$	$Vm_{(0)}^0$
$Vr_{(F)}^1$	$Vr_{(0)}^1$
$Vm_{(F)}^1$	$Vm_{(0)}^1$
$Vr_{(F)}^2$	$Vr_{(0)}^2$
$Vm_{(F)}^2$	$Vm_{(0)}^2$

(4.52)

4.5.4 Algoritmo de Solução

4.5.4.1 Estrutura Básica

O algoritmo referente ao método desenvolvido para cálculo de faltas sob incerteza de dados pode ser descrito pelos seguintes passos:

Passo 1: Leitura dos dados de linha e de barra do sistema elétrico sob análise. Além disso, informações são necessárias com relação ao tipo e localização da falta.

Passo 2: Execução de um programa para cálculo determinístico das tensões e correntes na barra sob falta.

Passo 3: Definição dos componentes com incertezas em relação aos respectivos valores determinísticos. As opções neste trabalho são incertezas nas impedâncias de ramos, na impedância de falta e na tensão pré-falta. Estas variações podem ser analisadas em conjunto ou de forma isolada. Para cada uma dessas variações, as equações matriciais (4.23), (4.37), (4.38) e (4.52), que são intervalares, possibilitam o cálculo da tensão na barra em falta, para as faltas monofásica, trifásica e bifásica, respectivamente. A solução do sistema linear intervalar é através de um processo iterativo, em particular, nesse trabalho, o método de Krawczyk linear.

Passo 4: Montagem das matrizes admitância de barras intervalares de sequência 012, conforme item 4.3.

Passo 5: Cálculo das matrizes impedância de barras intervalares de sequência 012, conforme item 4.4.

Passo 6: Obtenção da matriz impedância de Thevenin vista da barra sob falta, conforme item 4.4.

Passo 7: Inicialização do processo iterativo. Este trabalho aborda as faltas monofásica, trifásica e bifásica (fase-fase). A inicialização do método de Krawczyk linear proposta neste trabalho é diferente daquela proposta em [26] e apresentada no capítulo 3, visando a melhor qualidade dos resultados intervalares gerados.

Passo 7.1: Para falta monofásica, a equação (2.85) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} I_{r(F)}^0 + j \cdot I_{m(F)}^0 \\ I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 \\ I_{r(F)}^2 + j \cdot I_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1}{3 \cdot (r_f + j \cdot x_f) + (R_{pp}^{00} + j \cdot X_{pp}^{00}) + (R_{pp}^{11} + j \cdot X_{pp}^{11}) + (R_{pp}^{22} + j \cdot X_{pp}^{22})} \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

As correntes de falta são iguais para todas as sequências. Assim, por exemplo, para a sequência positiva:

$$I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1}{(R_{pp}^{00} + R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 3 \cdot r_f) + j \cdot (X_{pp}^{00} + X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 3 \cdot x_f)} \right) \quad (4.54)$$

Multiplicando-se tanto o denominador quanto o numerador de (4.54) pelo conjugado do denominador, obtém-se:

$$I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{(V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1) \cdot ((R_{pp}^{00} + R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 3 \cdot r_f) - j \cdot (X_{pp}^{00} + X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 3 \cdot x_f))}{(R_{pp}^{00} + R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 3 \cdot r_f)^2 + (X_{pp}^{00} + X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 3 \cdot x_f)^2} \right) \quad (4.55)$$

Desenvolvendo-se (4.55) e separando-se as componentes real e imaginária, obtém-se:

$$I_{r(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \frac{((R_{pp}^{00} + R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 3 \cdot r_f) \cdot V_{r(0)}^1 + (X_{pp}^{00} + X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 3 \cdot x_f) \cdot V_{m(0)}^1)}{(R_{pp}^{00} + R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 3 \cdot r_f)^2 + (X_{pp}^{00} + X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 3 \cdot x_f)^2} \quad (4.56)$$

$$I_{m(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \frac{-(X_{pp}^{00} + X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 3 \cdot x_f) \cdot V_{r(0)}^1 + (R_{pp}^{00} + R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 3 \cdot r_f) \cdot V_{m(0)}^1}{(R_{pp}^{00} + R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 3 \cdot r_f)^2 + (X_{pp}^{00} + X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 3 \cdot x_f)^2} \quad (4.57)$$

As equações (4.56) e (4.57) representam um passo intermediário para a inicialização da tensão intervalar na barra em falta. O procedimento, a seguir, finaliza a inicialização. Assim sendo, da Figura 13, as malhas de sequência positiva, negativa e zero podem ser descritas pelas seguintes equações:

$$E_{p(F)}^1 = E_{p(0)}^1 - Z_{pp}^1 \cdot I_{p(F)}^1 \quad (4.58)$$

$$E_{p(F)}^2 = -Z_{pp}^2 \cdot I_{p(F)}^2 \quad (4.59)$$

$$E_{p(F)}^0 = -Z_{pp}^0 \cdot I_{p(F)}^0 \quad (4.60)$$

Expandindo-se em partes real e imaginária as equações (4.58) a (4.60), obtém-se:

$$V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1 = V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1 - (R_{pp}^1 + j \cdot X_{pp}^1) \cdot (I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1) \quad (4.61)$$

$$V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2 = -(R_{pp}^2 + j \cdot X_{pp}^2) \cdot (I_{r(F)}^2 + j \cdot I_{m(F)}^2) \quad (4.62)$$

$$V_{r(F)}^0 + j \cdot V_{m(F)}^0 = -(R_{pp}^0 + j \cdot X_{pp}^0) \cdot (I_{r(F)}^0 + j \cdot I_{m(F)}^0) \quad (4.63)$$

Separando-se as componentes real e imaginária de (4.61) a (4.63), e lembrando-se que a corrente de falta é igual para todas as sequências, as seguintes equações para inicialização das tensões na barra em falta são obtidas:

$$V_{r(F)}^0 = -R_{pp}^{00} \cdot I_{r(F)}^1 + X_{pp}^{00} \cdot I_{m(F)}^1 \quad (4.64)$$

$$V_{m(F)}^0 = -(X_{pp}^{00} \cdot I_{r(F)}^1 + R_{pp}^{00} \cdot I_{m(F)}^1) \quad (4.65)$$

$$V_{r(F)}^2 = -R_{pp}^{22} \cdot I_{r(F)}^1 + X_{pp}^{22} \cdot I_{m(F)}^1 \quad (4.66)$$

$$V_{m(F)}^2 = -(X_{pp}^{22} \cdot I_{r(F)}^1 + R_{pp}^{22} \cdot I_{m(F)}^1) \quad (4.67)$$

$$V_{r(F)}^1 = V_{r(0)}^1 + X_{pp}^{11} \cdot I_{m(F)}^1 - R_{pp}^{11} \cdot I_{m(F)}^1 \quad (4.68)$$

$$V_{m(F)}^1 = V_{m(0)}^1 - (X_{pp}^{11} \cdot I_{r(F)}^1 + R_{pp}^{11} \cdot I_{m(F)}^1) \quad (4.69)$$

Portanto, as equações (4.56), (4.57) e (4.64) a (4.69) propiciam os valores iniciais intervalares da tensão na barra em falta. Esta inicialização é usada no processo iterativo de solução do sistema de equações lineares (4.23), que resulta nos valores finais convergidos das tensões intervalares na barra em falta.

Passo 7.2: Para falta trifásica, a expansão da equação (2.73) em termos das componentes real e imaginária resulta:

$$\begin{bmatrix} I_{r(F)}^0 + j \cdot I_{m(F)}^0 \\ I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 \\ I_{r(F)}^2 + j \cdot I_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \cdot \left(\frac{V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1}{(r_f + j \cdot x_f) + (R_{pp}^{11} + j \cdot X_{pp}^{11})} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

De (4.70):

$$I_{r(F)}^0 = I_{r(F)}^2 = I_{m(F)}^0 = I_{m(F)}^2 = 0 \quad (4.71)$$

Enquanto que:

$$I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1}{(r_f + j \cdot x_f) + (R_{pp}^{11} + j \cdot X_{pp}^{11})} \right) \quad (4.72)$$

Multiplicando-se tanto denominador quanto numerador de (4.72) pelo conjugado do denominador, obtém-se:

$$I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{(V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1) \cdot ((r_f + R_{pp}^{11}) - j \cdot (x_f + X_{pp}^{11}))}{(r_f + R_{pp}^{11})^2 + (x_f + X_{pp}^{11})^2} \right) \quad (4.73)$$

Desenvolvendo-se (4.73):

$$I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{(r_f + R_{pp}^{11}) \cdot V_{r(0)}^1 + (x_f + X_{pp}^{11}) \cdot V_{m(0)}^1 + j \cdot (r_f + R_{pp}^{11}) \cdot V_{m(0)}^1 - j \cdot (x_f + X_{pp}^{11}) \cdot V_{r(0)}^1}{(r_f + R_{pp}^{11})^2 + (x_f + X_{pp}^{11})^2} \right) \quad (4.74)$$

Igualando-se as respectivas componentes de ambos os membros de (4.74):

$$I_{r(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \frac{((r_f + R_{pp}^{11}) \cdot V_{r(0)}^1 + (x_f + X_{pp}^{11}) \cdot V_{m(0)}^1)}{(r_f + R_{pp}^{11})^2 + (x_f + X_{pp}^{11})^2} \quad (4.75)$$

$$I_{m(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \frac{((r_f + R_{pp}^{11}) \cdot V_{m(0)}^1 - (x_f + X_{pp}^{11}) \cdot V_{r(0)}^1)}{(r_f + R_{pp}^{11})^2 + (x_f + X_{pp}^{11})^2} \quad (4.76)$$

As equações (4.75) e (4.76) representam um passo intermediário na inicialização da tensão intervalar na barra em falta. A finalização do processo de inicialização ainda depende do cálculo das tensões intervalares na barra de falta. Assim, de (2.74):

$$\begin{bmatrix} V_{r(F)}^0 + j \cdot V_{m(F)}^0 \\ V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1 \\ V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_f + 3 \cdot z_g & & \\ & z_f & \\ & & z_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

De (4.77):

$$V_{r(F)}^0 = V_{r(F)}^2 = V_{m(F)}^0 = V_{m(F)}^2 = 0 \quad (4.78)$$

$$V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1 = z_f \cdot (I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1) \quad (4.79)$$

Desenvolvendo-se (4.79) e separando-se as partes real e imaginária, obtém-se:

$$V_{r(F)}^1 = r_f \cdot I_{r(F)}^1 - x_f \cdot I_{m(F)}^1 \quad (4.80)$$

$$V_{m(F)}^1 = x_f \cdot I_{r(F)}^1 + r_f \cdot I_{m(F)}^1 \quad (4.81)$$

Portanto, as equações (4.75), (4.76), (4.80) e (4.81) propiciam os valores iniciais intervalares da tensão na barra em falta. Esta inicialização é usada no processo iterativo de solução do sistema de equações lineares intervalares (4.37) e (4.38).

Passo 7.3: Para falta bifásica, a equação (2.98) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} I_{r(F)}^0 + j \cdot I_{m(F)}^0 \\ I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 \\ I_{r(F)}^2 + j \cdot I_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1}{2 \cdot (r_f + j \cdot x_f) + (R_{pp}^{11} + j \cdot X_{pp}^{11}) + (R_{pp}^{22} + j \cdot X_{pp}^{22})} \right) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

As correntes de falta são iguais em módulo, porém contrárias para a sequência positiva e negativa. Assim, para a sequência positiva:

$$I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \frac{V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1}{(R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 2 \cdot r_f) + j \cdot (X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 2 \cdot x_f)} \quad (4.83)$$

Multiplicando-se tanto o denominador quanto o numerador de (4.83) pelo conjugado do denominador, obtém-se:

$$I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 = \frac{(V_{r(0)}^1 + j \cdot V_{m(0)}^1) \cdot ((R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 2 \cdot r_f) - j \cdot (X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 2 \cdot x_f))}{(R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 2 \cdot r_f)^2 + (X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 2 \cdot x_f)^2} \quad (4.84)$$

Desenvolvendo-se (4.84) e separando-se as componentes real e imaginária, obtém-se:

$$I_{r(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{((R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 2 \cdot r_f) \cdot V_{r(0)}^1 + (X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 2 \cdot x_f) \cdot V_{m(0)}^1)}{(R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 2 \cdot r_f)^2 + (X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 2 \cdot x_f)^2} \right) \quad (4.85)$$

$$I_{m(F)}^1 = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{(-(X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 2 \cdot x_f) \cdot V_{r(0)}^1 + (R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 2 \cdot r_f) \cdot V_{m(0)}^1)}{(R_{pp}^{11} + R_{pp}^{22} + 2 \cdot r_f)^2 + (X_{pp}^{11} + X_{pp}^{22} + 2 \cdot x_f)^2} \right) \quad (4.86)$$

Já em relação à sequência negativa, como dito anteriormente:

$$I_{r(F)}^2 = -I_{r(F)}^1 \quad (4.87)$$

$$I_{m(F)}^2 = -I_{m(F)}^1 \quad (4.88)$$

As equações (4.85) a (4.88) representam um passo intermediário para a inicialização da tensão intervalar na barra em falta. Observando-se a Figura 14, as malhas de sequência positiva e negativa podem ser descritas por:

$$E_{p(F)}^1 = E_{p(0)} - Z_{pp}^1 \cdot I_{p(F)}^1 \quad (4.89)$$

$$E_{p(F)}^2 = -Z_{pp}^2 \cdot I_{p(F)}^2 \quad (4.90)$$

Reescrevendo (4.89) e (4.90) em função das partes real e imaginária:

$$V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1 = E_{r(0)}^1 + j \cdot E_{m(0)}^1 - (R_{pp}^1 + j \cdot X_{pp}^1) \cdot (I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1) \quad (4.91)$$

$$V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2 = -(R_{pp}^1 + j \cdot X_{pp}^1) \cdot (I_{r(F)}^2 + j \cdot I_{m(F)}^2) \quad (4.92)$$

Separando-se (4.91) e (4.92) em função das partes real e imaginária, obtém-se as seguintes estimativas iniciais para as tensões de sequência positiva e negativa:

$$V_{r(F)}^1 = V_{r(0)}^1 - R_{pp}^1 \cdot I_{r(F)}^1 + X_{pp}^1 \cdot I_{m(F)}^1 \quad (4.93)$$

$$V_{m(F)}^1 = V_{m(0)}^1 - (R_{pp}^1 \cdot I_{m(F)}^1 + X_{pp}^1 \cdot I_{r(F)}^1) \quad (4.94)$$

$$V_{r(F)}^2 = -R_{pp}^2 \cdot I_{r(F)}^2 + X_{pp}^2 \cdot I_{m(F)}^2 \quad (4.95)$$

$$V_{m(F)}^2 = -(R_{pp}^2 \cdot I_{m(F)}^2 + X_{pp}^2 \cdot I_{r(F)}^2) \quad (4.96)$$

Portanto, as equações (4.85) a (4.88) e (4.93) a (4.96) propiciam os valores iniciais intervalares da tensão na barra em falta. Esta inicialização é usada no processo iterativo de solução do sistema de equações lineares (4.52), que resulta nos valores finais convergidos das tensões intervalares na barra em falta.

Passo 8: Execução do processo iterativo conforme o fluxograma da Figura 23. O critério de convergência adotado é dado por (3.40).

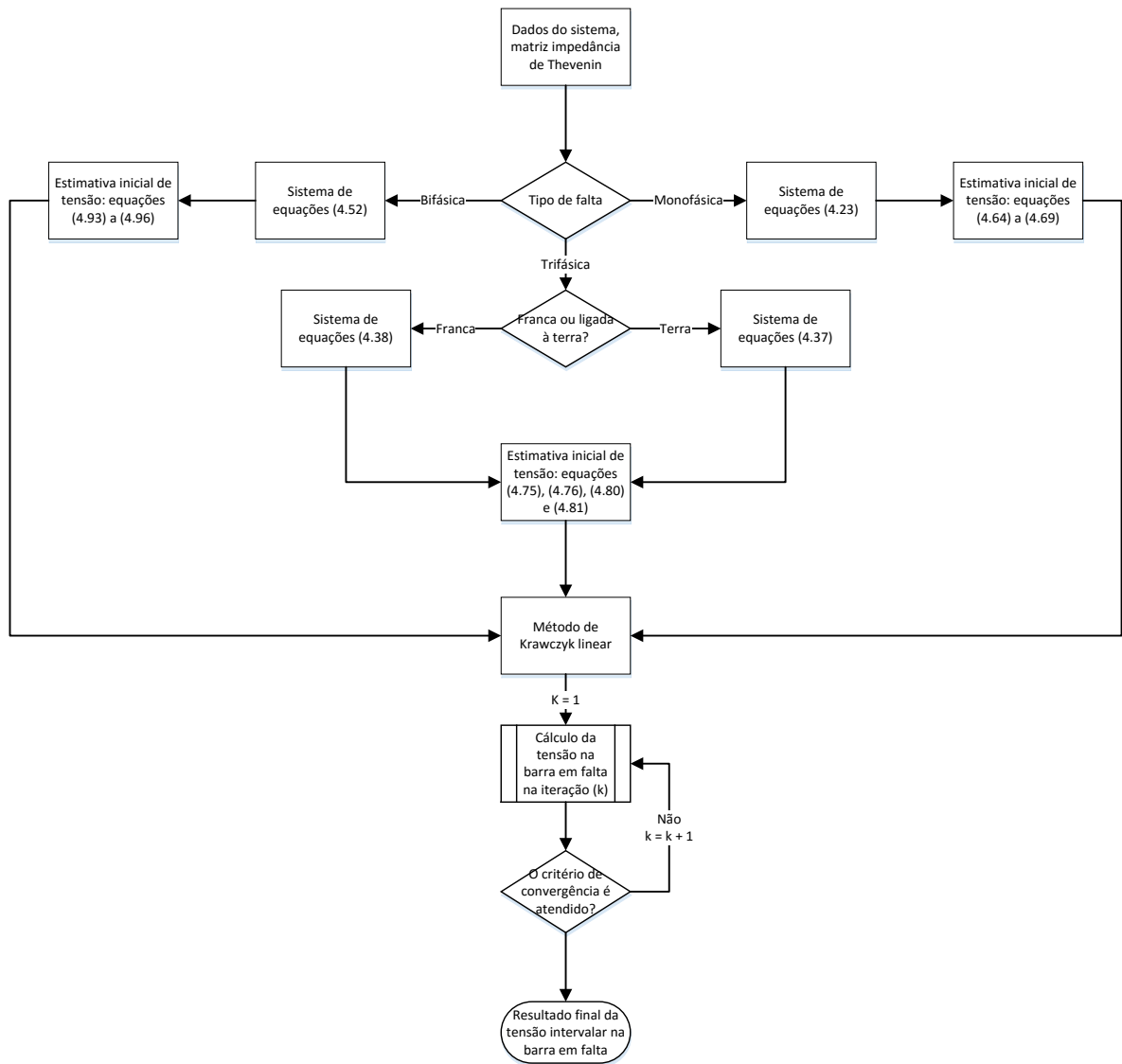


Figura 23 – Fluxograma para cálculo da tensão intervalar na barra em falta.

Passo 9: Cálculo da corrente intervalar na barra em falta

Passo 9.1: Para falta monofásica, de (2.55) e (2.57) é possível afirmar que:

$$\underline{I}_{p(F)}^{012} = Y_F^{012} \cdot \underline{E}_{p(F)}^{012} \quad (4.97)$$

ou ainda, com (2.65):

$$\underline{I}_{p(F)}^{012} = (y_f / 3) \cdot [V_{p(F)}^0 + V_{p(F)}^1 + V_{p(F)}^2] \quad (4.98)$$

Expandindo-se (4.98) em termos das componentes real e imaginária:

$$\underline{I}_{p(F)}^{012} = ((g_f + j \cdot b_f) / 3) \cdot [V_{r(F)}^0 + V_{r(F)}^1 + V_{r(F)}^2 + j \cdot (V_{m(F)}^0 + V_{m(F)}^1 + V_{m(F)}^2)] \quad (4.99)$$

Definindo-se:

$$V_{r(F)} \triangleq V_{r(F)}^0 + V_{r(F)}^1 + V_{r(F)}^2 \quad (4.100)$$

$$V_{m(F)} \triangleq V_{m(F)}^0 + V_{m(F)}^1 + V_{m(F)}^2 \quad (4.101)$$

Então, de (4.99):

$$I_{p(F)}^0 = \frac{1}{3} \cdot [g_f \cdot V_{r(F)} + j \cdot g_f \cdot V_{m(F)} + j \cdot b_f \cdot V_{r(F)} - b_f \cdot V_{m(F)}] \quad (4.102)$$

Separando-se as componentes real e imaginária de (4.102), é possível calcular as correntes intervalares na barra em falta, em função das tensões intervalares advindas do processo iterativo. Assim:

$$I_{r(F)}^0 = \frac{1}{3} \cdot [g_f \cdot V_{r(F)} - b_f \cdot V_{m(F)}] \quad (4.103)$$

$$I_{m(F)}^0 = \frac{1}{3} \cdot [g_f \cdot V_{m(F)} + b_f \cdot V_{r(F)}] \quad (4.104)$$

$$I_{r(F)}^0 + j \cdot I_{m(F)}^0 = I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 = I_{r(F)}^2 + j \cdot I_{m(F)}^2 \quad (4.105)$$

Passo 9.2: Para falta trifásica envolvendo a terra ou não, existe somente corrente de sequência positiva. Assim, substituindo-se (2.64) em (4.97) e separando-se as componentes real e imaginária:

$$I_{r(F)}^1 = g_f \cdot V_{r(F)}^1 - b_f \cdot V_{m(F)}^1 \quad (4.106)$$

$$I_{m(F)}^1 = g_f \cdot V_{m(F)}^1 + b_f \cdot V_{r(F)}^1 \quad (4.107)$$

Passo 9.3: Para falta bifásica, as correntes de sequência positiva e negativa são iguais em módulo, porém de sinais contrárias. Assim, substituindo-se (2.65) em (4.97):

$$\begin{bmatrix} I_{r(F)}^0 + j \cdot I_{m(F)}^0 \\ I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 \\ I_{r(F)}^2 + j \cdot I_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_f & -y_f \\ 0 & -y_f & y_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{r(F)}^0 + j \cdot V_{m(F)}^0 \\ V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1 \\ V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2 \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

Desenvolvendo-se (4.108):

$$I_{r(F)}^1 + j \cdot I_{m(F)}^1 = 0,5 \cdot (y_f \cdot (V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1) - y_f \cdot (V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2)) \quad (4.109)$$

$$I_{r(F)}^2 + j \cdot I_{m(F)}^2 = 0,5 \cdot (-y_f \cdot (V_{r(F)}^1 + j \cdot V_{m(F)}^1) + y_f \cdot (V_{r(F)}^2 + j \cdot V_{m(F)}^2)) \quad (4.110)$$

Desenvolvendo-se (4.109) e (4.110), e separando-se em partes real e imaginária:

$$I_{r(F)}^1 = 0,5 \cdot (g_f \cdot V_{r(F)}^1 - b_f \cdot V_{m(F)}^1 - g_f \cdot V_{r(F)}^2 + b_f \cdot V_{m(F)}^2) \quad (4.111)$$

$$I_{m(F)}^1 = 0,5 \cdot (b_f \cdot V_{r(F)}^1 + g_f \cdot V_{m(F)}^1 - b_f \cdot V_{r(F)}^2 - g_f \cdot V_{m(F)}^2) \quad (4.112)$$

$$I_{r(F)}^2 = 0,5 \cdot (-g_f \cdot V_{r(F)}^1 + b_f \cdot V_{m(F)}^1 + g_f \cdot V_{r(F)}^2 - b_f \cdot V_{m(F)}^2) \quad (4.113)$$

$$I_{m(F)}^2 = 0,5 \cdot (-b_f \cdot V_{r(F)}^1 - g_f \cdot V_{m(F)}^1 + b_f \cdot V_{r(F)}^2 + g_f \cdot V_{m(F)}^2) \quad (4.114)$$

Passo 10: Transformação das variáveis em coordenadas simétricas para coordenadas de fase.

A tensão da barra em falta, obtida através do método de Krawczyk linear, e a corrente da barra calculada posteriormente são dadas em valores de sequência 012. Para uma melhor apresentação e análise, estes valores são transformados para sequência de fase *abc*.

Para essa transformação, as equações (A.13) e (A.17) são utilizadas, realizando-se as devidas modificações nas matrizes de transformação de Fortescue, de acordo com as fases envolvidas na falta. Por exemplo, para a falta monofásica na fase *a*, ou bifásica *bc*:

$$T_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \quad (4.115)$$

Já para uma falta monofásica na fase *b* ou bifásica *ac*:

$$T_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \quad (4.116)$$

Por fim, para uma falta monofásica na fase *c* ou bifásica *ab*:

$$T_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.117)$$

Desta forma, basta tomar os limites inferiores e superiores de tensão de falta e da corrente de falta em 012, e multiplica-los separadamente pelas matrizes, de acordo com a falta desejada, para obter os valores intervalares em componentes de fase *abc*.

4.5.4.2 Fluxograma

O fluxograma ilustrado na Figura 24 apresenta as principais etapas do método desenvolvido para cálculo das grandezas de falta intervalares.

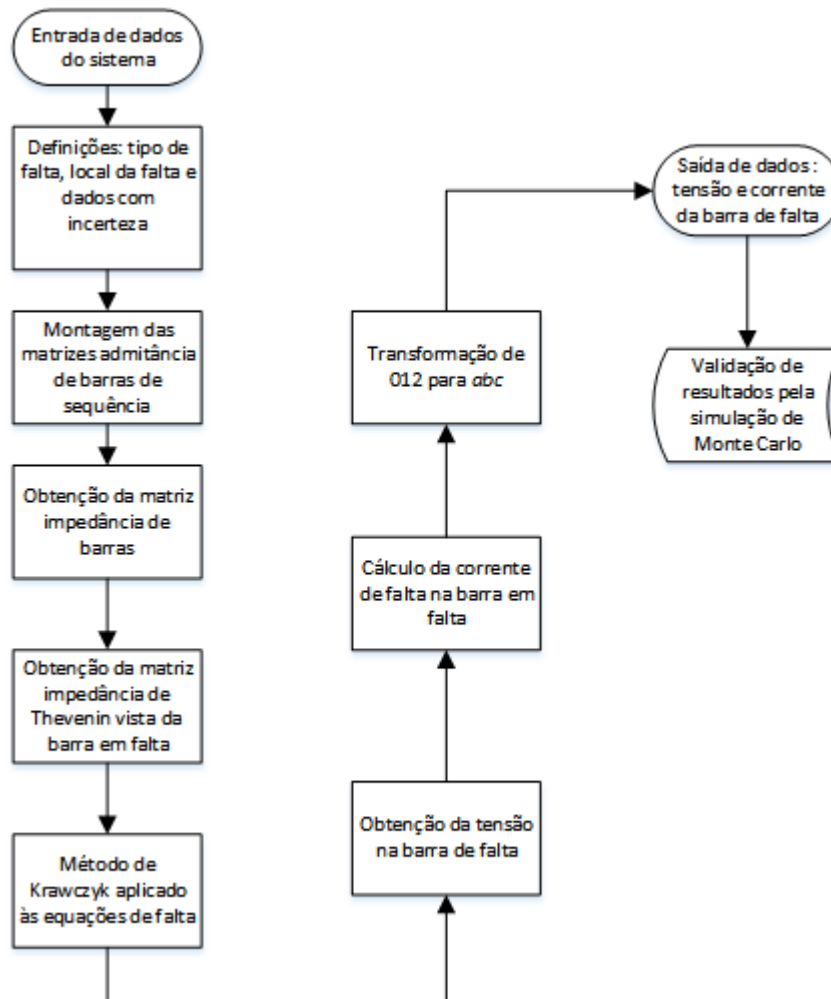


Figura 24 - Fluxograma do método desenvolvido.

4.5.4.3 Validação do Método

Para a validação dos resultados gerados pelo método desenvolvido é utilizada a simulação de Monte Carlo, que consiste em uma modelagem estatística baseada em uma grande quantidade de amostras aleatórias, de modo que os resultados sejam os mais próximos possíveis dos valores reais.

O método da simulação de Monte Carlo desenvolvido neste trabalho é incorporado a um programa de análise determinística de faltas, simulado 50.000 vezes de acordo com o tipo

de falta que se deseja estudar. Cada simulação utiliza dados que representam o espaço de amostragem da incerteza.

Uma vez que a incerteza de dados é expressa em um intervalo, seja esta presente em todos os dados da linha, em apenas um elemento, na tensão pré-falta ou na impedância de falta, o limite inferior e superior deste intervalo é extraído e, através da ferramenta *linspace* do Matlab, os números entre os limites são divididos pelo número de simulações executadas. Por exemplo, para a incerteza representada pelo intervalo [0,10 ; 0,20], 50.000 números de 0,10 até 0,20 são obtidos, incluindo-se os limites.

Após isso, a cada simulação, um número é sorteado desses 50.000 existentes entre os limites do intervalo do dado com incerteza. Esse valor é utilizado como determinístico para a grandeza nessa simulação, enquanto todas as grandezas que não possuem incertezas são iguais para todas as simulações.

Ao final do processo de simulação de Monte Carlo, 50.000 valores determinísticos de tensão e de corrente da barra em falta são obtidos. Os menores e os maiores valores de tensão e de corrente encontrados dentre todas as simulações definem o intervalo de solução.

Para comparar os valores gerados pelo método de Monte Carlo (MMC) e pela análise de falta intervalar (AFI, programa desenvolvido), calcula-se o desvio relativo da seguinte forma:

$$D(\%) = \left| \frac{ValMMC - ValAFI}{ValMMC} \right| \cdot 100 \quad (4.118)$$

4.6 Aplicação Prática

4.6.1 Topologia e Dados

A fim de uma melhor compreensão do trabalho desenvolvido e das principais etapas envolvidas, seja o sistema elétrico de 5 barras apresentado na Figura 25.

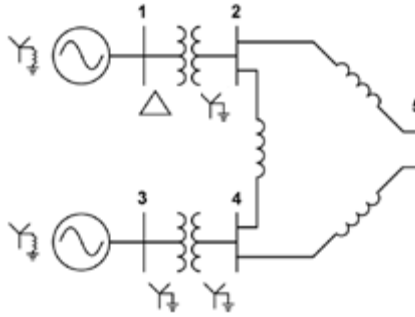


Figura 25 – Exemplo 5 barras.

Os dados do sistema são apresentados na Tabela 1. A impedância z_f é igual a $j0,4 pu$, enquanto $z_g = j.0,2pu$. A barra em falta é a de número 2.

Tabela 1 – Dados do sistema exemplo de 5 barras.

De	Para	x_1	x_2	x_0	x_{terra}
1	1	0,12	0,1	0,1	0,1
1	2	0,10	0,10	0,10	
2	5	0,25	0,25	0,50	
2	4	0,15	0,15	0,30	
4	5	0,13	0,13	0,20	
3	4	0,1	0,1	0,1	
3	3	0,12	0,10	0,15	0,2

4.6.2 Entrada de Dados e Definições do Usuário

Os dados apresentados na Tabela 1 representam a entrada do programa. Após essa etapa, o usuário deve definir o tipo de falta e onde existe a incerteza nestes dados. Seja uma incerteza de $\pm 2\%$ em todos os dados de linha da Figura 25 (x_0 , x_1 e x_2), ou seja, todos os elementos possuem uma incerteza de $\pm 2\%$ inserida nas reatâncias, de acordo com as equações (4.1) a (4.3). A Tabela 2 apresenta os dados intervalares em função da incerteza.

Tabela 2 – Dados intervalares após variação de $\pm 2\%$ nas impedâncias dos ramos.

De	Para	x_1	x_2	x_0	x_{terra}
1	1	[0,1175 ; 0,1225]	[0,0979 ; 0,1021]	[0,0979 ; 0,1021]	0,1
1	2	[0,0979 ; 0,1021]	[0,0979 ; 0,1021]	[0,0979 ; 0,1021]	
2	5	[0,2449 ; 0,2551]	[0,2449 ; 0,2551]	[0,4899 ; 0,5101]	
2	4	[0,1469 ; 0,1531]	[0,1469 ; 0,1531]	[0,2939 ; 0,3061]	
4	5	[0,1274 ; 0,1327]	[0,1274 ; 0,1327]	[0,1959 ; 0,2041]	
3	4	[0,0979 ; 0,1021]	[0,0979 ; 0,1021]	[0,0979 ; 0,1021]	
3	3	[0,1175 ; 0,1225]	[0,0979 ; 0,1021]	[0,1469 ; 0,1531]	0,2

4.6.3 Cálculo da Matriz Admitância de Barras Intervalar

Tendo em vista as impedâncias dos ramos e as incertezas associadas, a Tabela 3 apresenta as admitâncias, na forma intervalar, para as três componentes de sequência.

Tabela 3 – Valores de admitância dos ramos para sequências positiva, negativa e zero.

De(k)	Para(m)	y_{km}^1	y_{km}^2	y_{km}^0
1	1	[8,1699 ; 8,5035]	[9,8039 ; 10,2041]	[2,4875 ; 2,5126]
1	2	[9,8039 ; 10,2041]	[9,8039 ; 10,2041]	[9,8039 ; 10,2041]
2	5	[3,9215 ; 4,0817]	[3,9215 ; 4,0817]	[1,9607 ; 2,0409]
2	4	[6,5359 ; 6,8028]	[6,5359 ; 6,8028]	[3,2679 ; 3,4014]
4	5	[7,5414 ; 7,8493]	[7,5414 ; 7,8493]	[4,9019 ; 5,1021]
3	4	[9,8039 ; 10,2041]	[9,8039 ; 10,2041]	[9,8039 ; 10,2041]
3	3	[8,1699 ; 8,5035]	[9,8039 ; 10,2041]	[1,3280 ; 1,3387]

As susceptâncias apresentadas na Tabela 3 são calculadas invertendo-se as respectivas reatâncias. Assim, tendo em mente a operação elementar de divisão intervalar representada pelas equações (3.24) e (3.25), os termos y_{11}^1 e y_{11}^0 , por exemplo, são dados respectivamente por:

$$y_{11}^1 = \frac{1}{[0,1175 ; 0,1225]} = [8,1699 ; 8,5035]$$

$$y_{11}^0 = \frac{1}{[0,0979 ; 0,1021] + 3 \cdot [0,1 ; 0,1]} = [2,4875 ; 2,5126]$$

O próximo passo é o cálculo das matrizes admitância de barras de sequência zero, positiva e negativa, na forma intervalar. Assim:

$$Y_{barra}^0 = \begin{bmatrix} [2,4875 ; 2,5126] & [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [15,0326 ; 15,6463] & [0,0000 ; 0,0000] & [-3,4014 ; -3,2679] & [-2,0409 ; -1,9607] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] & [11,1319 ; 11,5428] & [-10,2041 ; -9,8039] & [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [-3,4014 ; -3,2679] & [-10,2041 ; -9,8039] & [17,9738 ; 18,7075] & [-5,1021 ; -4,9019] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [-2,0409 ; -1,9607] & [0,0000 ; 0,0000] & [-5,1021 ; -4,9019] & [6,8627 ; 7,1429] \end{bmatrix}$$

$$Y_{barra}^1 = \begin{bmatrix} [17,9738 ; 18,7075] & [-10,2041 ; -9,8039] & [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] \\ [-10,2041 ; -9,8039] & [20,2614 ; 21,0885] & [0,0000 ; 0,0000] & [-6,8028 ; -6,5359] & [-4,0817 ; -3,9215] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] & [17,9738 ; 18,7075] & [-10,2041 ; -9,8039] & [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [-6,8028 ; -6,5359] & [-10,2041 ; -9,8039] & [23,8813 ; 24,8561] & [-7,8493 ; -7,5414] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [-4,0817 ; -3,9215] & [0,0000 ; 0,0000] & [-7,8493 ; -7,5414] & [11,4630 ; 11,9310] \end{bmatrix}$$

$$Y_{barra}^2 = \begin{bmatrix} [19,6078 ; 20,4082] & [-10,2041 ; -9,8039] & [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] \\ [-10,2041 ; -9,8039] & [20,2614 ; 21,0885] & [0,0000 ; 0,0000] & [-6,8028 ; -6,5359] & [-4,0817 ; -3,9215] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] & [19,6078 ; 20,4082] & [-10,2041 ; -9,8039] & [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [-6,8028 ; -6,5359] & [-10,2041 ; -9,8039] & [23,8813 ; 24,8561] & [-7,8493 ; -7,5414] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [-4,0817 ; -3,9215] & [0,0000 ; 0,0000] & [-7,8493 ; -7,5414] & [11,4630 ; 11,9310] \end{bmatrix}$$

4.6.4 Cálculo da Matriz Impedância de Thevenin

Como dito anteriormente, as equações de falta dependem da matriz impedância de Thevenin vista da barra em falta. Para obter essa matriz, utiliza-se a ferramenta *inv* da *toolbox Intlab* do *Matlab* aplicada às matrizes admitância de barras intervalares. Assim sendo, as matrizes inversas de Y_{barra}^0 , Y_{barra}^1 e Y_{barra}^2 são, respectivamente:

$$Z_{barra}^0 = \begin{bmatrix} [0,3979 ; 0,4021] & [-0,0001 ; 0,0001] & [-0,0001 ; 0,0001] & [-0,0001 ; 0,0001] & [-0,0001 ; 0,0001] \\ [-0,0001 ; 0,0001] & [0,0761 ; 0,1066] & [0,0293 ; 0,1000] & [0,0375 ; 0,1090] & [0,0440 ; 0,1128] \\ [-0,0001 ; 0,0001] & [0,0293 ; 0,1000] & [0,1715 ; 0,3585] & [0,1078 ; 0,2929] & [0,0755 ; 0,2477] \\ [-0,0001 ; 0,0001] & [0,0375 ; 0,1090] & [0,1078 ; 0,2929] & [0,1348 ; 0,3194] & [0,0962 ; 0,2700] \\ [-0,0001 ; 0,0001] & [0,0440 ; 0,1128] & [0,0755 ; 0,2477] & [0,0962 ; 0,2700] & [0,2119 ; 0,3802] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{barra}^1 = \begin{bmatrix} [0,0754 ; 0,1119] & [0,0445 ; 0,0990] & [0,0100 ; 0,0426] & [0,0215 ; 0,0749] & [0,0259 ; 0,0866] \\ [0,0445 ; 0,0990] & [0,0889 ; 0,1742] & [0,0215 ; 0,0749] & [0,0449 ; 0,1318] & [0,0539 ; 0,1524] \\ [0,0100 ; 0,0426] & [0,0215 ; 0,0749] & [0,0741 ; 0,1133] & [0,0421 ; 0,1014] & [0,0312 ; 0,0962] \\ [0,0215 ; 0,0749] & [0,0449 ; 0,1318] & [0,0421 ; 0,1014] & [0,0847 ; 0,1784] & [0,0643 ; 0,1692] \\ [0,0259 ; 0,0866] & [0,0539 ; 0,1524] & [0,0312 ; 0,0962] & [0,0643 ; 0,1692] & [0,1377 ; 0,2575] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{barra}^2 = \begin{bmatrix} [0,0679 ; 0,0927] & [0,0411 ; 0,0800] & [0,0090 ; 0,0303] & [0,0205 ; 0,0582] & [0,0249 ; 0,0684] \\ [0,0411 ; 0,0800] & [0,0886 ; 0,1537] & [0,0205 ; 0,0582] & [0,0457 ; 0,1119] & [0,0552 ; 0,1313] \\ [0,0090 ; 0,0303] & [0,0205 ; 0,0582] & [0,0669 ; 0,0936] & [0,0393 ; 0,0819] & [0,0298 ; 0,0768] \\ [0,0205 ; 0,0582] & [0,0457 ; 0,1119] & [0,0393 ; 0,0819] & [0,0851 ; 0,1572] & [0,0658 ; 0,1475] \\ [0,0249 ; 0,0684] & [0,0552 ; 0,1313] & [0,0298 ; 0,0768] & [0,0658 ; 0,1475] & [0,1401 ; 0,2350] \end{bmatrix}$$

Após a obtenção das matrizes impedância de barras de sequência, basta isolar as linhas referentes à barra 2, de forma a obter a matriz impedância de Thevenin. Assim:

$$\mathbf{Z}_{th}^{barra(2)} = \begin{bmatrix} [0,0761 ; 0,1066] & [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [0,0889 ; 0,1742] & [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] & [0,0000 ; 0,0000] & [0,0886 ; 0,1537] \end{bmatrix}$$

Ao simular o programa de análise de faltas determinístico, a matriz impedância de Thevenin é:

$$\mathbf{Z}_{thDet}^{barra(2)} = \begin{bmatrix} 0,0913 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,1316 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,1211 \end{bmatrix}$$

Analisando-se a matriz intervalar, nota-se que os intervalos englobam os valores determinísticos, como era esperado.

4.6.5 Cálculo Iterativo das Tensões Intervalares nas Barras em Falta

É importante destacar que a matriz impedância de barras e, posteriormente, a matriz de Thevenin da barra em falta, ambas calculadas anteriormente, independem do tipo de falta. As

matrizes que interferem no cálculo de uma falta são as matrizes impedância e admitância de falta. Assim sendo, cada falta em separado sera discutida a seguir.

4.6.5.1 Falta Monofásica

Seja então uma falta monofásica na barra 2, fase a , do sistema apresentado na Figura 25. A tensão pré-falta é $1\angle 0^\circ pu$. O primeiro passo é calcular a tensão intervalar inicial na barra 2 para o método iterativo de Krawczyk linear. Assim, de (4.56) e (4.57):

$$I_{r(F)}^0 = I_{r(F)}^1 = I_{r(F)}^2 = [0,0000 ; 0,0000]$$

$$I_{m(F)}^0 = I_{m(F)}^1 = I_{m(F)}^2 = [-0,7734 ; -0,5442]$$

Portanto, os valores iniciais intervalares da tensão na barra 2 são dados por (4.64) a (4.69), ou seja:

$$\begin{bmatrix} V_{r(inicial)}^0 \\ V_{m(inicial)}^0 \\ V_{r(inicial)}^1 \\ V_{m(inicial)}^1 \\ V_{r(inicial)}^2 \\ V_{m(inicial)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-0,0824 ; -0,0414] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,8652 ; 0,9517] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [-0,1189 ; -0,0482] \\ [0,0000 ; 0,0000] \end{bmatrix}$$

Após 6(seis) iterações do método de Krawczyk linear aplicado ao sistema de equações intervalares (4.23), para um critério de convergência de 10^{-8} , obtém-se o valor da tensão intervalar na barra 2 para a falta monofásica:

$$\begin{bmatrix} V_{r(F)}^0 \\ V_{m(F)}^0 \\ V_{r(F)}^1 \\ V_{m(F)}^1 \\ V_{r(F)}^2 \\ V_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-0,0770 ; -0,0414] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,8738 ; 0,9517] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [-0,1113 ; -0,0482] \\ [0,0000 ; 0,0000] \end{bmatrix}$$

As correntes de falta na barra 2 são calculadas através de (4.104) a (4.106):

$$\begin{bmatrix} I_{r(F)}^0 \\ I_{m(F)}^0 \\ I_{r(F)}^1 \\ I_{m(F)}^1 \\ I_{r(F)}^2 \\ I_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,0000 ; 0,0000] \\ [-0,7183 ; -0,5714] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [-0,7183 ; -0,5714] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [-0,7183 ; -0,5714] \end{bmatrix}$$

4.6.5.2 Falta Trifásica

Seja então uma falta trifásica na barra 2 do sistema apresentado na Figura 25. A tensão pré-falta é $1\angle 0^\circ pu$. A tensão intervalar inicial é calculada em termos da corrente. Assim, de (4.75) e (4.76):

$$\begin{aligned} I_{r(F)}^0 &= I_{r(F)}^2 = [0,0000 ; 0,0000] \\ I_{m(F)}^0 &= I_{m(F)}^2 = [0,0000 ; 0,0000] \\ I_{r(F)}^1 &= [0,0000 ; 0,0000] \\ I_{m(F)}^1 &= [-2,4021 ; -1,4829] \end{aligned}$$

Portanto, os valores iniciais intervalares da tensão na barra 2 são dados por (4.80) e (4.81), ou seja:

$$\begin{bmatrix} V_{r(inicial)}^0 \\ V_{m(inicial)}^0 \\ V_{r(inicial)}^1 \\ V_{m(inicial)}^1 \\ V_{r(inicial)}^2 \\ V_{m(inicial)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,5931 ; 0,9609] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \end{bmatrix}$$

Após 8(oito) iterações do método de Krawczyk linear aplicado ao sistema de equações intervalares (4.38), para um critério de convergência de 10^{-8} , obtém-se o valor da tensão intervalar na barra 2 para a falta trifásica:

$$\begin{bmatrix} V_{r(F)}^0 \\ V_{m(F)}^0 \\ V_{r(F)}^1 \\ V_{m(F)}^1 \\ V_{r(F)}^2 \\ V_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,6868 ; 0,8182] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \end{bmatrix}$$

As correntes de falta na barra 2 são calculadas através de (4.107) e (4.108):

$$\begin{bmatrix} I_{r(F)}^0 \\ I_{m(F)}^0 \\ I_{r(F)}^1 \\ I_{m(F)}^1 \\ I_{r(F)}^2 \\ I_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [-2,0454 ; -1,7172] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \end{bmatrix}$$

4.6.5.3 Falta Bifásica

Seja a falta bifásica, entre as fases *bc*, na barra 2 do sistema apresentado na Figura 25. A tensão pré-falta é $1\angle 0^\circ$ pu. A tensão intervalar inicial é calculada em termos da corrente. Assim, de (4.86) a (4.89):

$$I_{r(F)}^0 = I_{r(F)}^1 = I_{r(F)}^2 = [0,0000 ; 0,0000]$$

$$I_{m(F)}^0 = [0,0000 ; 0,0000]$$

$$I_{m(F)}^1 = [-1,1802 ; -0,7685]$$

$$I_{m(F)}^2 = -I_{m(F)}^1 = [0,7685 ; 1,1802]$$

Portanto, os valores iniciais intervalares da tensão na barra 2 são dados por (4.94) a (4.97), ou seja:

$$\begin{bmatrix} V_{r(inicial)}^0 \\ V_{m(inicial)}^0 \\ V_{r(inicial)}^1 \\ V_{m(inicial)}^1 \\ V_{r(inicial)}^2 \\ V_{m(inicial)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,7944 ; 0,9317] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0681 ; 0,1814] \\ [0,0000 ; 0,0000] \end{bmatrix}$$

Após 7(sete) iterações do método de Krawczyk linear aplicado ao sistema de equações intervalares (4.52), para um critério de convergência de 10^{-8} , obtém-se o valor da tensão intervalar na barra 2 para uma falta bifásica bc :

$$\begin{bmatrix} V_{r(F)}^0 \\ V_{m(F)}^0 \\ V_{r(F)}^1 \\ V_{m(F)}^1 \\ V_{r(F)}^2 \\ V_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,8185 ; 0,9316] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0691 ; 0,1611] \\ [0,0000 ; 0,0000] \end{bmatrix}$$

As correntes de falta na barra 2 são calculadas através de (4.111) a (4.114):

$$\begin{bmatrix} I_{r(F)}^0 \\ I_{m(F)}^0 \\ I_{r(F)}^1 \\ I_{m(F)}^1 \\ I_{r(F)}^2 \\ I_{m(F)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [-1,0781 ; -0,8218] \\ [0,0000 ; 0,0000] \\ [0,8218 ; 1,0781] \end{bmatrix}$$

4.6.6 Resultados em Coordenadas de Fase

Após a obtenção das tensões e correntes na barra em falta, em componentes simétricas, a transformação em componentes de fase é realizada e os resultados são comparados com os respectivos valores gerados pelo método de Monte Carlo.

4.6.6.1 Falta Monofásica

O cálculo determinístico da falta monofásica na barra 2, fase a , do sistema mostrado na Figura 25, resulta nas seguintes grandezas em coordenadas de fase: $V_2^a = 0,7771 \angle 0^\circ pu$, $V_2^b = 0,9837 \angle -119,0262^\circ pu$, $V_2^c = 0,9837 \angle 119,0262^\circ pu$, $I_2^a = 1,9428 \angle 90^\circ pu$ e $I_2^b = I_2^c = 0$.

A tensão intervalar na barra 2 em coordenadas de fase, gerada pelo método proposto (AFI) e pela simulação de Monte Carlo (MMC), está apresentada na Tabela 4.

Tabela 4 – Tensão na barra 2, falta monofásica, fase *a*, $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos.

Fase	Método	Módulo da Tensão			Ângulo da Tensão	
		Intervalar			Intervalar	
		Faixa (pu)	Valor Médio (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
<i>a</i>	MMC	[0,7745 ; 0,7795]	0,7770	Inf: 11,4525	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
	AFI	[0,6858 ; 0,8619]	0,7738	Sup: 10,5708	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
<i>b</i>	MMC	[0,9815 ; 0,9859]	0,9837	Inf: 7,9368	[-119,1397 ; -118,9133]	Inf: 3,6620
	AFI	[0,9036 ; 1,0614]	0,9825	Sup: 7,6579	[-123,5026 ; -114,6726]	Sup: 3,5662
<i>c</i>	MMC	[0,9815 ; 0,9859]	0,9837	Inf: 7,9368	[118,9133 ; 119,1397]	Inf: 3,5662
	AFI	[0,9036 ; 1,0614]	0,9825	Sup: 7,6579	[114,6726 ; 123,5026]	Sup: 3,6620

A corrente intervalar na barra 2 em coordenadas de fase, gerada pelo método proposto (AFI) e pela simulação de Monte Carlo (MMC), está apresentada na Tabela 5.

Tabela 5 – Corrente na barra 2, falta monofásica, fase *a*, 2% de incerteza nas impedâncias dos ramos.

Fase	Método	Módulo da Corrente			Ângulo da Corrente	
		Intervalar			Intervalar	
		Faixa (pu)	Valor Médio (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
<i>a</i>	MMC	[1,9364 ; 1,9488]	1,9426	Inf: 11,4645	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
	AFI	[1,7144 ; 2,1548]	1,9346	Sup: 10,5706	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
<i>b</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	0,0000	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
	AFI	[0,0000 ; 0,0000]	0,0000	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
<i>c</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	0,0000	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
	AFI	[0,0000 ; 0,0000]	0,0000	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000

4.6.6.2 Falta Trifásica

O cálculo determinístico da falta trifásica na barra 2, do sistema mostrado na Figura 25, resulta nas seguintes grandezas em componentes de fase: $V_2^a = 0,7524 \angle 0^\circ pu$, $V_2^b =$

$0,7524L - 120^\circ pu$, $V_2^c = 0,7524L120^\circ pu$, $I_2^a = 1,8811L - 90^\circ pu$, $I_2^b = 1,8811L150^\circ pu$ e $I_2^c = 1,8811L30^\circ pu$.

A tensão intervalar na barra 2 em coordenadas de fase, gerada pelo método proposto (AFI) e pela simulação de Monte Carlo (MMC), está apresentada na Tabela 6.

Tabela 6 – Tensão na barra 2, falta trifásica, $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos.

Fase	Método	Módulo da Tensão Intervalar			Ângulo da Tensão Intervalar	
		Faixa (pu)	Valor Médio (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
a	MMC	[0,7492 ; 0,7555]	0,7523	Inf: 8,3155	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 8,3155
	AFI	[0,6869 ; 0,8181]	0,7525	Sup: 8,2859	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 8,2859
b	MMC	[0,7492 ; 0,7555]	0,7523	Inf: 8,3155	[-120,0000 ; -119,9999]	Inf: 3,7632
	AFI	[0,6869 ; 0,8181]	0,7525	Sup: 8,2859	[-124,5159 ; -115,8615]	Sup: 3,4486
c	MMC	[0,7492 ; 0,7555]	0,7523	Inf: 8,3155	[119,9999 ; 120,0000]	Inf: 3,4486
	AFI	[0,6869 ; 0,8181]	0,7525	Sup: 8,2859	[115,8615 ; 124,5159]	Sup: 3,7632

A corrente intervalar na barra 2 em coordenadas de fase, gerada pelo método proposto (AFI) e pela simulação de Monte Carlo (MMC), está apresentada na Tabela 7.

Tabela 7 – Corrente na barra 2, falta trifásica, $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos.

Fase	Método	Módulo da Corrente Intervalar			Ângulo da Corrente Intervalar	
		Faixa (pu)	Valor Médio (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
a	MMC	[1,8730 ; 1,8888]	1,8809	Inf: 8,3182	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
	AFI	[1,7172 ; 2,0453]	1,8812	Sup: 8,2856	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
b	MMC	[1,8730 ; 1,8888]	1,8809	Inf: 8,3182	[150,0000 ; 150,0000]	Inf: 3,0105
	AFI	[1,7172 ; 2,0453]	1,8812	Sup: 8,2856	[145,4842 ; 154,1385]	Sup: 2,7590
c	MMC	[1,8730 ; 1,8888]	1,8809	Inf: 8,3182	[30,0000 ; 30,0000]	Inf: 13,7950
	AFI	[1,7172 ; 2,0453]	1,8812	Sup: 8,2856	[25,8615 ; 34,5158]	Sup: 15,0526

4.6.6.3 Falta Bifásica

O cálculo determinístico da falta bifásica na barra 2, fases *b* e *c*, do sistema mostrado na Figura 25, resulta nas seguintes grandezas em coordenadas de fase: $V_a^2 = 0,9901 \angle 0^\circ pu$, $V_b^2 = 0,8235 \angle -126,9539^\circ pu$, $V_c^2 = 0,8235 \angle 126,9539^\circ pu$, $I_a^2 = 0 pu$, $I_b^2 = 1,6452 \angle 180^\circ pu$ e $I_c^2 = 1,6452 \angle 0^\circ pu$.

A tensão intervalar na barra 2 em coordenadas de fase, gerada pelo método proposto (AFI) e pela simulação de Monte Carlo (MMC), está apresentada na Tabela 8.

Tabela 8 – Tensão na barra 2, falta bifásica, fases *bc*, $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos.

Fase	Método	Módulo da Tensão Intervalar			Ângulo da Tensão Intervalar	
		Faixa (pu)	Valor Médio (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
<i>a</i>	MMC	[0,9867 ; 0,9935]	0,9901	Inf: 10,0435	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
	AFI	[0,8876 ; 1,0926]	0,9901	Sup: 9,9748	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
<i>b</i>	MMC	[0,8216 ; 0,8254]	0,8235	Inf: 12,1348	[-127,0641 ; -126,8416]	Inf: 5,3126
	AFI	[0,7219 ; 0,9253]	0,8236	Sup: 12,1032	[-133,8146 ; -120,7205]	Sup: 4,8257
<i>c</i>	MMC	[0,8216 ; 0,8254]	0,8235	Inf: 12,1348	[126,8416 ; 127,0641]	Inf: 4,8257
	AFI	[0,7219 ; 0,9253]	0,8236	Sup: 12,1032	[120,7205 ; 133,8146]	Sup: 5,3126

A corrente intervalar na barra 2 em coordenadas de fase, gerada pelo método proposto (AFI) e pela simulação de Monte Carlo (MMC), está apresentada na Tabela 9.

Tabela 9 – Corrente na barra 2, falta bifásica, fases *bc*, $\pm 2\%$ de incerteza nas impedâncias dos ramos.

Fase	Método	Módulo da Corrente			Ângulo da Corrente	
		Intervalar			Intervalar	
		Faixa (pu)	Valor Médio (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
<i>a</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	0,0000	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
	AFI	[0,0000 ; 0,0000]	0,0000	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
<i>b</i>	MMC	[1,6399 ; 1,6508]	1,6453	Inf: 13,2020	[180,0000 ; 180,0000]	Inf: 0,0000
	AFI	[1,4234 ; 1,8672]	1,6453	Sup: 13,1087	[180,0000 ; 180,0000]	Sup: 0,0000
<i>c</i>	MMC	[1,6399 ; 1,6508]	1,6453	Inf: 13,2020	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
	AFI	[1,4234 ; 1,8672]	1,6453	Sup: 13,1087	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000

4.6.7 Comentários Gerais

O exemplo apresenta um sistema teste de 5 barras submetido as seguintes faltas: monofásica, trifásica e bifásica. Apenas as incertezas nas impedâncias de sequências positiva, negativa e zero de todos os ramos da rede são consideradas. Alguns comentários podem ser extraídos a respeito dos resultados obtidos.

O primeiro comentário refere-se a à amplitude, ou diâmetro, das faixas geradas pelo método AFI. Nesses termos, segundo as Tabelas 4 a 9, observa-se que as faixas das tensões e correntes geradas pelo método AFI englobam as faixas das respectivas grandezas geradas pelo método MMC. Os valores médios das faixas geradas por ambos os métodos são muito próximos entre si e também muito próximos dos valores determinísticos da respectiva grandeza, tensão ou corrente. Este conjunto de fatos indica o bom desempenho do método proposto AFI.

O segundo comentário refere-se à exatidão das faixas geradas pelo AFI em comparação com as faixas geradas pelo MMC. Nesse sentido, segundo a Tabela 4, o desvio relativo médio para a falta monofásica é de 8,8000% para a tensão, e um desvio máximo de 11,4645% para o limite inferior da corrente de falta na fase *a*, segundo a Tabela 5. Para a falta trifásica, segundo a Tabela 6, o desvio relativo médio é 8,3000% para a tensão, e um desvio máximo de 8,3182% para o limite inferior da corrente de falta nas fases *a*, *b* e *c*, segundo a Tabela 7. Finalmente, para a falta bifásica, segundo a Tabela 8, o desvio relativo médio é de 11,4100% para a tensão, e um desvio máximo de 13,2020% para a corrente de falta nas fases *b* e *c*, segundo a Tabela 9.

Em todas as simulações, o desvio máximo da corrente intervalar na barra em falta é maior que o desvio relativo médio da tensão na mesma barra. Este resultado é previsível, pois o cálculo das correntes intervalares utiliza os valores intervalares da tensão, que, por sua vez, advém de um processo iterativo. Dessa forma, os desvios intervalares intrínsecos ao cálculo da tensão estão presentes também no cálculo da corrente. Além desta sobrestimação dos intervalos, o que é inerente à aplicação da matemática intervalar, não impactar negativamente no desempenho do método, uma vez que a solução intervalar gerada ainda é pessimista, esta majoração nas faixas é amplamente compensada pela rapidez computacional de execução do método proposto, como será visto no parágrafo seguinte.

O quarto comentário refere-se ao desempenho computacional do método AFI em comparação ao MMC. 50.000 simulações de Monte Carlo são efetuadas para cada tipo de falta. A determinação deste número de simulações baseia-se na constatação de que as faixas obtidas para tensão e corrente são praticamente idênticas às faixas geradas em 100.000 simulações. O tempo computacional despendido pelo método AFI consiste na execução do processo iterativo e no cálculo das faixas de tensão e de corrente. O tempo despendido pelo MMC consiste na execução de 50.000 cálculos de faltas determinísticas e na consequente definição das faixas. Assim, para as faltas monofásica, trifásica e bifásica, os tempos despendidos pelo AFI são 0,041%, 0,038% e 0,035%, respectivamente, daqueles tempos exigidos pelo MMC.

Finalmente, como será observado no restante deste trabalho, os valores de desvio relativo para o cálculo monofásico e bifásico são maiores que para a falta trifásica. Isso se deve ao fato dessas duas faltas serem assimétricas, enquanto a trifásica é uma falta simétrica. Além disso, como o sistema ilustrado é de pequeno porte (5 barras apenas), qualquer variação nos valores da impedância impacta significativamente na montagem de Y_{barra} e, conseqüentemente, nas matrizes impedância de seqüência. No capítulo 5, um sistema de maior porte será testado, de forma a analisar se essa tendência persiste ou não.

4.7 Considerações Finais

Este capítulo apresenta a metodologia de análise de faltas considerando a incerteza de dados, utilizando a matemática intervalar, de forma que as incertezas dos dados sejam representadas em função de intervalos, e as respostas da análise (tensões e correntes nas barras) também sejam dadas em intervalos, contendo os limites inferiores e superiores que representam o efeito das incertezas em estudo no sistema.

Durante o capítulo, as principais etapas da metodologia proposta são estabelecidas, assim como todos os desenvolvimentos matemáticos necessários para a análise de faltas intervalar.

Ao final do capítulo, uma aplicação prática para um sistema de potência de 5 barras é apresentada, onde as principais etapas da metodologia desenvolvida são ilustradas. Aplicando-se uma incerteza de $\pm 2\%$ nas impedâncias dos ramos do sistema, os resultados obtidos são satisfatórios em comparação ao método de Monte Carlo, para todos os tipos de faltas estudadas, conforme apresentado no item 4.6.

No próximo capítulo, a análise de faltas intervalar será aplicada em um sistema teste de maior porte, a fim de comprovar sua validade.

5 Resultados

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta os resultados obtidos pela metodologia proposta para o sistema de 14 barras [1], apresentado na Figura B.1, com os dados de linha correspondentes exibidos na Tabela B.2. A metodologia foi desenvolvida no ambiente *Matlab* utilizando-se a biblioteca *Inrlab*. A tolerância adotada para convergência das equações de análise de faltas via Método de Krawczyk é 10^{-8} , de acordo com a equação (3.40).

Incertezas de $\pm 2\%$ nas impedâncias dos ramos, $\pm 3\%$ na impedância de falta z_f e $\pm 3\%$ na tensão pré-falta, ocorrendo tanto separadamente quanto simultaneamente, são consideradas. Estes quatro tipos de incertezas são denotadas por **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente, nas tabelas subsequentes deste capítulo.

O item 5.2 compara os resultados obtidos pelo método proposto, considerando-se as estimativas iniciais desenvolvidas no capítulo 4, com os valores encontrados pelo método de Monte Carlo para 50.000 iterações. O item 5.3 desenvolve uma análise de desempenho do processo iterativo, enquanto o item 5.4 apresenta uma análise de sensibilidade das barras em relação aos parâmetros sujeitos à variação.

5.2 Desempenho da Análise de Faltas Intervalar

Seja o sistema da Figura B.1. A tensão pré-falta adotada é $1\angle 0^\circ pu$, enquanto a impedância de falta é $z_f = j0,5pu$. Simulando-se todos os tipos de faltas estudados neste trabalho, a barra com maior desvio relativo, de acordo com a equação (4.118), é a barra 12, enquanto a barra com menor desvio relativo é a 3. Estas são as barras escolhidas para estudo neste item.

5.2.1 Falta Monofásica

O cálculo determinístico da falta monofásica na barra 3, fase a , do sistema mostrado na Figura B.1, resulta nas seguintes grandezas em coordenadas de fase: $V_3^a = 0,9510\angle 0^\circ pu$, $V_3^b = 1,0160\angle -121,5317^\circ pu$, $V_3^c = 1,0160\angle 121,5317^\circ pu$, $I_3^a = 1,9021\angle -90^\circ pu$, $I_3^b = I_3^c = 0 pu$. Por outro lado, na barra 12, o cálculo determinístico da falta monofásica, fase

a , resulta: $V_{12}^a = 0,5281 \angle 0^\circ pu$, $V_{12}^b = 1,1021 \angle -128,2036^\circ pu$, $V_{12}^c = 1,1021 \angle 128,2036^\circ pu$, $I_{12}^a = 1,0562 \angle -90^\circ$ e por fim $I_{12}^b = I_{12}^c = 0 pu$.

As Tabelas 10 a 13 apresentam as tensões e correntes, ambas intervalares, nas barras 3 e 12, respectivamente, em coordenadas de fase, geradas pelos métodos AFI e MMC, para as incertezas consideradas.

Tabela 10 – Tensão intervalar na barra 3, falta monofásica, fase a , incertezas: **INCX, INCZF, INCV e INCT.**

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Tensão Intervalar		Ângulo da Tensão Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	a	MMC	[0,9502 ; 0,9519]	Inf: 0,2315	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9480 ; 0,9541]	Sup: 0,2311	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[1,0156 ; 1,0165]	Inf: 0,1378	[-121,5690 ; -121,4942]	Inf: 0,0890
		AFI	[1,0142 ; 1,0178]	Sup: 0,1278	[-121,6772 ; -121,3863]	Sup: 0,0888
	c	MMC	[1,0156 ; 1,0165]	Inf: 0,1378	[121,4942 ; 121,5690]	Inf: 0,0888
		AFI	[1,0142 ; 1,0178]	Sup: 0,1278	[121,3863 ; 121,6772]	Sup: 0,0890
INCZF	a	MMC	[0,9496 ; 0,9524]	Inf: 0,0210	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9494 ; 0,9526]	Sup: 0,0209	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[1,0156 ; 1,0165]	Inf: 0,0590	[-121,5760 ; -121,4899]	Inf: 0,0286
		AFI	[1,0150 ; 1,0171]	Sup: 0,0590	[-121,6107 ; -121,4567]	Sup: 0,0273
	c	MMC	[1,0156 ; 1,0165]	Inf: 0,0590	[121,4899 ; 121,5760]	Inf: 0,0273
		AFI	[1,0150 ; 1,0171]	Sup: 0,0590	[121,4567 ; 121,6107]	Sup: 0,0286
INCV	a	MMC	[0,9225 ; 0,9796]	Inf: 0,2818	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9199 ; 0,9822]	Sup: 0,2654	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[0,9856 ; 1,0465]	Inf: 0,0202	[-121,5318 ; -121,5317]	Inf: 1,2855
		AFI	[0,9854 ; 1,0466]	Sup: 0,0009	[-123,0941 ; -120,0125]	Sup: 1,2500
	c	MMC	[0,9856 ; 1,0465]	Inf: 0,0202	[121,5317 ; 121,5318]	Inf: 1,2500
		AFI	[0,9854 ; 1,0466]	Sup: 0,0009	[120,0125 ; 123,0941]	Sup: 1,2855
INCT	a	MMC	[0,9203 ; 0,9817]	Inf: 0,5650	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9151 ; 0,9868]	Sup: 0,5195	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[0,9848 ; 1,0474]	Inf: 0,2233	[-121,6288 ; -121,4388]	Inf: 1,3969
		AFI	[0,9826 ; 1,0496]	Sup: 0,2100	[-123,3277 ; -119,7869]	Sup: 1,3602
	c	MMC	[0,9848 ; 1,0474]	Inf: 0,2233	[121,4388 ; 121,6288]	Inf: 1,3602
		AFI	[0,9826 ; 1,0496]	Sup: 0,2100	[119,7869 ; 123,3277]	Sup: 1,3969

Tabela 11 – Tensão intervalar na barra 12, falta monofásica, fase *a*, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Tensão Intervalar		Ângulo da Tensão Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	<i>a</i>	MMC	[0,5245 ; 0,5315]	Inf: 10,6387	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,4687 ; 0,5846]	Sup: 9,9905	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,0978; 1,1061]	Inf: 3,6891	[-128,4460 ; -127,9786]	Inf: 1,7570
		AFI	[1,0573 ; 1,1467]	Sup: 3,6705	[-130,7028 ; -125,6139]	Sup: 1,8435
	<i>c</i>	MMC	[1,0978; 1,1061]	Inf: 3,6891	[127,9786 ; 128,4460]	Inf: 1,8435
		AFI	[1,0573 ; 1,1467]	Sup: 3,6705	[125,6139 ; 130,7028]	Sup: 1,7570
INCZF	<i>a</i>	MMC	[0,5205 ; 0,5354]	Inf: 2,9586	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,5051 ; 0,5499]	Sup: 2,7082	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,1003; 1,1039]	Inf: 1,3996	[-128,3228 ; -128,0877]	Inf: 0,6791
		AFI	[1,0849 ; 1,1195]	Sup: 1,4131	[-129,1943 ; -127,2245]	Sup: 0,6739
	<i>c</i>	MMC	[1,1003; 1,1039]	Inf: 1,3996	[128,0877 ; 128,3228]	Inf: 0,6739
		AFI	[1,0849 ; 1,1195]	Sup: 1,4131	[127,2245 ; 129,1943]	Sup: 0,6791
INCV	<i>a</i>	MMC	[0,5122 ; 0,5439]	Inf: 4,3928	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,4897 ; 0,5664]	Sup: 4,1551	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,0690; 1,1351]	Inf: 0,1683	[-128,2036 ; -128,2035]	Inf: 1,4034
		AFI	[1,0672 ; 1,1369]	Sup: 0,1585	[-130,0029 ; -126,4252]	Sup: 1,3870
	<i>c</i>	MMC	[1,0690; 1,1351]	Inf: 0,1683	[128,2035 ; 128,2036]	Inf: 1,3870
		AFI	[1,0672 ; 1,1369]	Sup: 0,1585	[126,4252 ; 130,0029]	Sup: 1,4034
INCT	<i>a</i>	MMC	[0,5025 ; 0,5552]	Inf: 21,9701	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,3921 ; 0,6456]	Sup: 16,4445	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,0641; 1,1405]	Inf: 5,9486	[-128,6496 ; -127,7865]	Inf: 4,1294
		AFI	[1,0008 ; 1,2090]	Sup: 6,0061	[-133,9621 ; -122,6421]	Sup: 4,0257
	<i>c</i>	MMC	[1,0641; 1,1405]	Inf: 5,9486	[127,7865 ; 128,6496]	Inf: 4,0257
		AFI	[1,0008 ; 1,2090]	Sup: 6,0061	[122,6421 ; 133,9621]	Sup: 4,1294

Tabela 12 – Corrente intervalar na barra 3, falta monofásica, fase *a*, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Corrente Intervalar		Ângulo da Corrente Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	<i>a</i>	MMC	[1,9004 ; 1,9037]	Inf: 0,2262	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,8961 ; 1,9081]	Sup: 0,2311	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCZF	<i>a</i>	MMC	[1,8493 ; 1,9579]	Inf: 0,3136	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,8435 ; 1,9641]	Sup: 0,3166	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCV	<i>a</i>	MMC	[1,8450 ; 1,9591]	Inf: 0,2818	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,8398 ; 1,9643]	Sup: 0,2654	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCT	<i>a</i>	MMC	[1,7936 ; 2,0168]	Inf: 0,9366	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,7768 ; 2,0346]	Sup: 0,8825	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000

Tabela 13 – Corrente intervalar na barra 12, falta monofásica, fase *a*, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Corrente Intervalar		Ângulo da Corrente Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	<i>a</i>	MMC	[1,0490; 1,0630]	Inf: 10,6291	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9375 ; 1,1689]	Sup: 9,9623	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCZF	<i>a</i>	MMC	[1,0397; 1,0732]	Inf: 5,6747	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9807 ; 1,1339]	Sup: 5,6559	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCV	<i>a</i>	MMC	[1,0245; 1,0879]	Inf: 4,3923	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9795 ; 1,1329]	Sup: 4,1364	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCT	<i>a</i>	MMC	[1,0041; 1,1128]	Inf: 24,1708	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,7614 ; 1,3311]	Sup: 19,6171	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000

Neste caso, o sistema teste de 14 barras é submetido à falta monofásica. As barras de falta 3 e 12 são analisadas. As incertezas nas impedâncias dos ramos, na impedância de falta e na tensão pré-falta são consideradas em separado e, finalmente, em conjunto.

As Tabelas 10 a 13 mostram que as faixas das tensões e correntes geradas pelo método AFI englobam as faixas das respectivas grandezas geradas pelo método MMC. Os valores

médios das faixas geradas por ambos os métodos são muito próximos entre si e também muito próximos aos valores determinísticos da respectiva grandeza, tensão ou corrente. Como ilustração, na tabela 10, os valores médios das faixas de tensão na fase *a* para **INCT** são 0,9510 para MMC e 0,9509 para AFI, com valor determinístico de 0,9510 *pu*.

Com relação à incerteza associada as impedâncias dos ramos (**INCX**), para a barra 3, o desvio relativo médio é 0,1656% para tensão e o desvio máximo é 0,2311% para o limite superior da corrente de falta na fase *a*, segundo a Tabela 12. Por outro lado, para a barra 12, o desvio médio é 5,8914% para a tensão e o desvio máximo é 10,6291% para o limite inferior da corrente de falta na fase *a*, segundo a Tabela 13. Para as faltas nas barras 3 e 12, os tempos computacionais despendidos pelo método AFI são 0,0314% e 0,0312%, respectivamente, daqueles tempos exigidos pelo MMC.

De forma análoga, a mesma análise pode ser realizada para os outros tipos de incerteza. Assim, para a barra 3, os desvios médios relativos da tensão são 0,0463%, 0,0982% e 0,3252% correspondentes às incertezas **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente. Para a barra 12, tais desvios médios são 1,8820%, 1,5336% e 10,3873%. Os desvios máximos da corrente de falta na barra 3 são 0,3136%, 0,2818% e 0,9366% correspondentes às incertezas **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente. Para a barra 12, tais valores são 5,6747%, 4,3923% e 24,1708%. As relações percentuais entre tempos computacionais são 0,0964%, 0,0847% e 0,0289% para a barra 3, correspondentes às incertezas **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente. Para a barra 12, tais relações são 0,0876%, 0,09216% e 0,0266%.

Uma outra análise interessante dos resultados apresentados nas Tabelas 10 a 13 é o desvio do módulo das tensões intervalares geradas pelo método AFI, em relação ao valor determinístico.

Assim, tendo em vista a Tabela 10, as Figuras 26 e 27 apresentam os desvios dos limites inferior e superior das tensões intervalares na barra 3, fases *a*, *b* e *c*, considerando a falta monofásica. Os retângulos em roxo, verde, azul e vermelho referem-se às incertezas **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente. Os tons mais claros referem-se aos desvios dos limites inferiores em comparação ao valor determinístico.

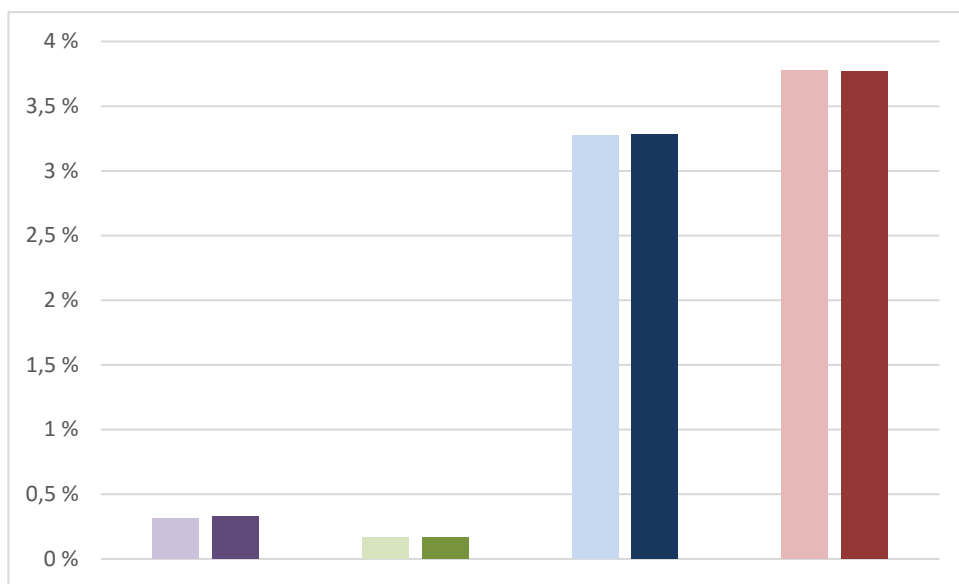


Figura 26 – Desvio do módulo da tensão, falta monofásica, barra 3, fase *a*.

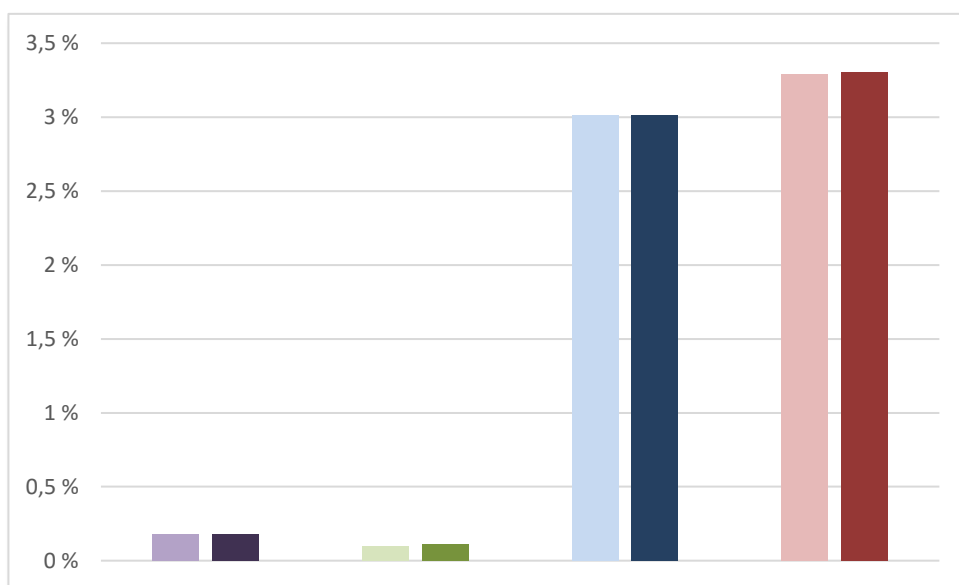


Figura 27 - Desvio do módulo da tensão, falta monofásica, barra 3, fases *b* e *c*.

Observando-se as Figuras 26 e 27, nota-se que o maior desvio da tensão intervalar na barra 3 em relação à tensão determinística na barra 3, como esperado, ocorre quando todas as incertezas são inseridas simultaneamente. Analisando-se as incertezas separadamente, nota-se que a tensão da barra 3 é mais sensível à variação da tensão pré-falta.

Em relação à barra 12, tendo em vista a Tabela 11, as Figuras 28 e 29 apresentam os desvios dos limites inferior e superior das tensões intervalares na barra 12, fases *a*, *b* e *c*, considerando a falta monofásica.

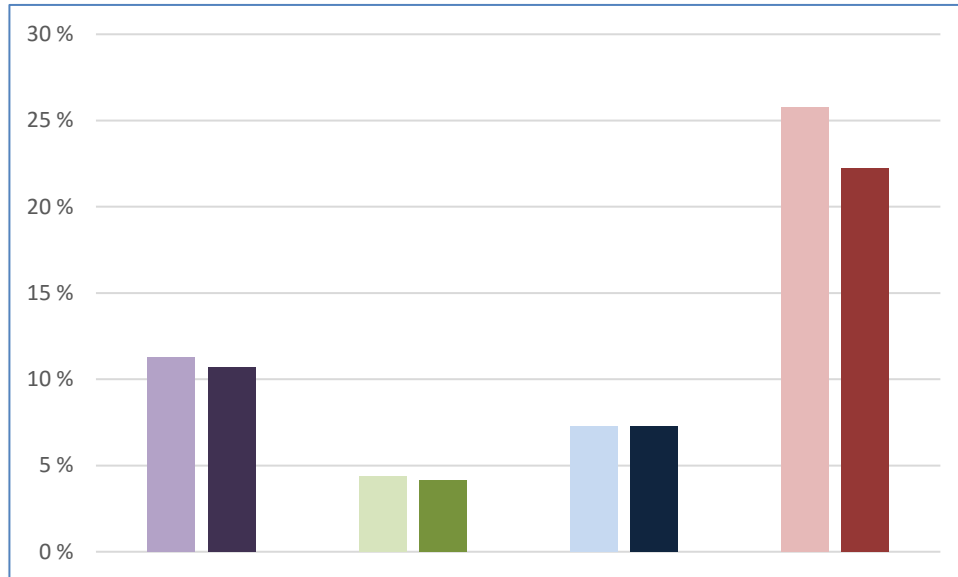


Figura 28 - Desvio do módulo da tensão, falta monofásica, barra 12, fase *a*.

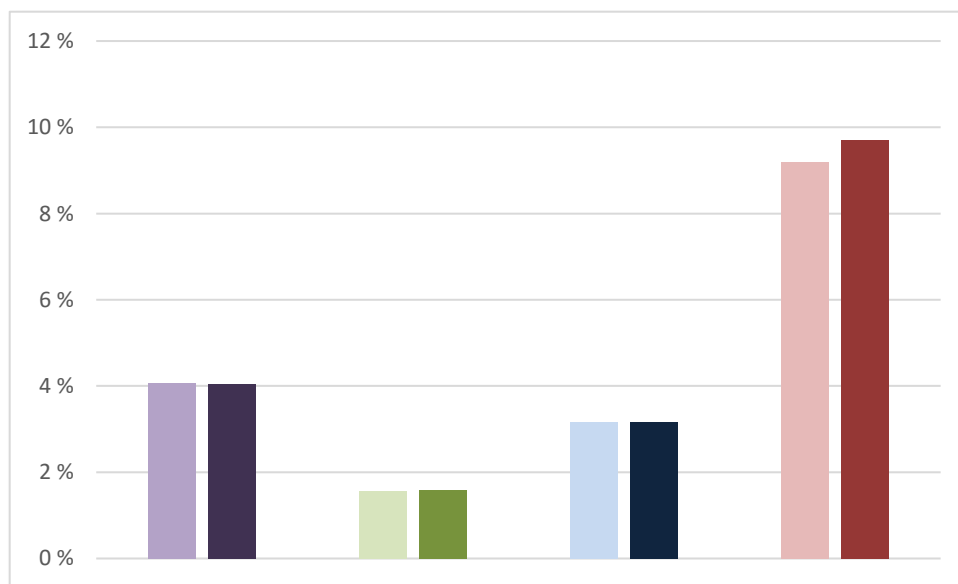


Figura 29 - Desvio do módulo da tensão, falta monofásica, barra 12, fases *b* e *c*.

Observando-se as Figuras 28 e 29, nota-se que o maior desvio da tensão intervalar na barra 12 em relação à tensão determinística na mesma barra, novamente ocorre quando todas

as incertezas são inseridas simultaneamente. Analisando-se as incertezas separadamente, nota-se que a tensão da barra 12 é mais sensível à variação das impedâncias dos ramos

5.2.2 Falta Trifásica

O cálculo determinístico da falta trifásica na barra 3, do sistema mostrado na Figura B.1, resulta nas seguintes grandezas em coordenadas de fase: $V_3^a = 0,9818 \angle 0^\circ pu$, $V_3^b = 0,9818 \angle -120^\circ pu$, $V_3^c = 0,9818 \angle 120^\circ pu$, $I_3^a = 1,9636 \angle -90^\circ$, $I_3^b = 1,9636 \angle 150^\circ pu$ e $I_3^c = 1,9636 \angle 30^\circ pu$. Por outro lado, o cálculo determinístico da falta trifásica na barra 12 resulta $V_{12}^a = 0,6453 \angle 0^\circ pu$, $V_{12}^b = 0,6453 \angle -128,2036^\circ pu$, $V_{12}^c = 0,6453 \angle 128,2036^\circ pu$, $I_{12}^a = 1,2905 \angle -90^\circ pu$, $I_{12}^b = 1,2905 \angle 150^\circ pu$ e $I_{12}^c = 1,2905 \angle 30^\circ pu$.

As Tabelas 14 e 15 apresentam as tensões intervalares nas barras 3 e 12, respectivamente, em coordenadas de fase, geradas pelos métodos AFI e MMC, para os quatro tipos de incertezas consideradas. Da mesma forma, as correntes intervalares nestas barras são apresentadas nas Tabelas 16 e 17.

Tabela 14 – Tensão intervalar na barra 3, falta trifásica, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Tensão Intervalar		Ângulo da Tensão Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	a	MMC	[0,9815 ; 0,9822]	Inf: 0,0305	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9812 ; 0,9825]	Sup: 0,0305	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[0,9815 ; 0,9822]	Inf: 0,0407	[-120,0000 ; -120,0000]	Inf: 0,0290
		AFI	[0,9811 ; 0,9825]	Sup: 0,0305	[-120,0348 ; -119,9667]	Sup: 0,0277
	c	MMC	[0,9815 ; 0,9822]	Inf: 0,0407	[120,0000 ; 120,0000]	Inf: 0,0290
		AFI	[0,9811 ; 0,9825]	Sup: 0,0305	[119,9667 ; 120,0348]	Sup: 0,0277
INCZF	a	MMC	[0,9813 ; 0,9823]	Inf:0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf:0,0000
		AFI	[0,9813 ; 0,9823]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[0,9813 ; 0,9823]	Inf:0,0000	[-120,0000 ; -120,0000]	Inf:0,0231
		AFI	[0,9813 ; 0,9823]	Sup: 0,0000	[-120,0278 ; -119,9736]	Sup: 0,0220
	c	MMC	[0,9813 ; 0,9823]	Inf:0,0000	[120,0000 ; 120,0000]	Inf:0,0220
		AFI	[0,9813 ; 0,9823]	Sup: 0,0000	[119,9736 ; 120,0278]	Sup: 0,0231
INCV	a	MMC	[0,9524 ; 1,0113]	Inf:0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf:0,0000
		AFI	[0,9524 ; 1,0113]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[0,9524 ; 1,0113]	Inf:0,0104	[-120,0000 ; -120,0000]	Inf:1,2647
		AFI	[0,9523 ; 1,0113]	Sup: 0,0000	[-121,5177 ; -118,5344]	Sup: 1,2647
	c	MMC	[0,9524 ; 1,0113]	Inf:0,0104	[120,0000 ; 120,0000]	Inf:1,2647
		AFI	[0,9523 ; 1,0113]	Sup: 0,0000	[118,5344 ; 121,5177]	Sup: 1,2647
INCT	a	MMC	[0,9515 ; 1,0122]	Inf:0,0420	[0,0000 ; 0,0000]	Inf:0,0000
		AFI	[0,9511 ; 1,0125]	Sup:0,0296	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[0,9515 ; 1,0122]	Inf:0,0420	[-120,0000 ; -120,0000]	Inf: 1,3138
		AFI	[0,9511 ; 1,0125]	Sup:0,0296	[-121,5766 ; -118,4734]	Sup: 1,2721
	c	MMC	[0,9515 ; 1,0122]	Inf:0,0420	[120,0000 ; 120,0000]	Inf: 1,2721
		AFI	[0,9511 ; 1,0125]	Sup:0,0296	[118,4734 ; 121,5766]	Sup: 1,3138

Tabela 15 – Tensão intervalar na barra 12, falta trifásica, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Tensão Intervalar		Ângulo da Tensão Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	<i>a</i>	MMC	[0,6411 ; 0,6494]	Inf: 1,1542	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,6337 ; 0,6570]	Sup: 1,1703	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,6411 ; 0,6494]	Inf: 1,1542	[-120,0001 ; -119,9999]	Inf: 0,7509
		AFI	[0,6337 ; 0,6569]	Sup: 1,1549	[-120,9013 ; -119,1161]	Sup: 0,7365
	<i>c</i>	MMC	[0,6411 ; 0,6494]	Inf: 1,1542	[119,9999 ; 120,0001]	Inf: 0,7365
		AFI	[0,6337 ; 0,6569]	Sup: 1,1549	[119,1161 ; 120,9013]	Sup: 0,7509
INCZF	<i>a</i>	MMC	[0,6383 ; 0,6520]	Inf: 0,0313	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,6381 ; 0,6520]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,6383 ; 0,6520]	Inf: 0,0313	[-120,0000 ; -120,0000]	Inf: 0,4480
		AFI	[0,6381 ; 0,6520]	Sup: 0,0000	[-120,5377 ; -119,4696]	Sup: 0,4420
	<i>c</i>	MMC	[0,6383 ; 0,6520]	Inf: 0,0313	[120,0000 ; 120,0000]	Inf: 0,4420
		AFI	[0,6381 ; 0,6520]	Sup: 0,0000	[119,4696 ; 120,5377]	Sup: 0,4480
INCV	<i>a</i>	MMC	[0,6259 ; 0,6646]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,6259 ; 0,6646]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,6259 ; 0,6646]	Inf: 0,0000	[-120,0000 ; -120,0000]	Inf: 1,2597
		AFI	[0,6259 ; 0,6646]	Sup: 0,0000	[-121,5117 ; -118,5344]	Sup: 1,2213
	<i>c</i>	MMC	[0,6259 ; 0,6646]	Inf: 0,0000	[120,0000 ; 120,0000]	Inf: 1,2213
		AFI	[0,6259 ; 0,6646]	Sup: 0,0000	[118,5344 ; 121,5117]	Sup: 1,2597
INCT	<i>a</i>	MMC	[0,6159 ; 0,6760]	Inf: 1,5911	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,6061 ; 0,6835]	Sup: 1,1094	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,6159 ; 0,6760]	Inf: 1,5911	[-120,0000 ; -120,0000]	Inf: 2,5563
		AFI	[0,6061 ; 0,6835]	Sup: 1,1094	[-123,0676 ; -117,1122]	Sup: 2,4065
	<i>c</i>	MMC	[0,6159 ; 0,6760]	Inf: 1,5911	[120,0000 ; 120,0000]	Inf: 2,4065
		AFI	[0,6061 ; 0,6835]	Sup: 1,1094	[117,1122 ; 123,0676]	Sup: 2,5563

Tabela 16 – Corrente intervalar na barra 3, falta trifásica, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Corrente Intervalar		Ângulo da Corrente Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	<i>a</i>	MMC	[1,9630 ; 1,9643]	Inf: 0,0356	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,9623 ; 1,9650]	Sup: 0,0356	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,9630 ; 1,9643]	Inf: 0,0356	[150,0000 ; 150,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,9623 ; 1,9650]	Sup: 0,0356	[150,0000 ; 150,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[1,9630 ; 1,9643]	Inf: 0,0356	[30,0000 ; 30,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,9623 ; 1,9650]	Sup: 0,0356	[30,0000 ; 30,0000]	Sup: 0,0000
INCZF	<i>a</i>	MMC	[1,9075 ; 2,0232]	Inf: 0,1100	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,9054 ; 2,0255]	Sup: 0,1136	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,9075 ; 2,0232]	Inf: 0,1100	[150,0000 ; 150,0000]	Inf: 1,0264
		AFI	[1,9053 ; 2,0254]	Sup: 0,1136	[148,4604; 151,4918]	Sup: 0,9945
	<i>c</i>	MMC	[1,9075 ; 2,0232]	Inf: 0,1100	[30,0000 ; 30,0000]	Inf: 4,9726
		AFI	[1,9053 ; 2,0254]	Sup: 0,1136	[28,5082 ; 31,5396]	Sup: 5,1320
INCV	<i>a</i>	MMC	[1,9047 ; 2,0226]	Inf: 0,0000	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,9047 ; 2,0226]	Sup: 0,0000	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,9047 ; 2,0226]	Inf: 0,0000	[150,0000 ; 150,0000]	Inf: 1,0078
		AFI	[1,9047 ; 2,0225]	Sup: 0,0049	[148,4883; 151,4656]	Sup: 0,9770
	<i>c</i>	MMC	[1,9047 ; 2,0226]	Inf: 0,0000	[30,0000 ; 30,0000]	Inf: 4,8853
		AFI	[1,9047 ; 2,0225]	Sup: 0,0049	[28,5344 ; 31,5117]	Sup: 5,0390
INCT	<i>a</i>	MMC	[1,8511 ; 2,0840]	Inf: 0,2323	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,8468 ; 2,0876]	Sup: 0,1727	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,8511 ; 2,0840]	Inf: 0,2323	[150,0000 ; 150,0000]	Inf: 2,087
		AFI	[1,8468 ; 2,0876]	Sup: 0,1727	[146,8691 ; 152,9439]	Sup: 1,9626
	<i>c</i>	MMC	[1,8511 ; 2,0840]	Inf: 0,2323	[30,0000 ; 30,0000]	Inf: 9,8130
		AFI	[1,8468 ; 2,0876]	Sup: 0,1727	[27,0561 ; 33,1309]	Sup: 10,4363

Tabela 17 – Corrente intervalar na barra 12, falta trifásica, incertezas: **INCX, INCZF, INCV e INCT.**

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Corrente Intervalar		Ângulo da Corrente Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	a	MMC	[1,2821; 1,2987]	Inf: 1,1387	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,2675 ; 1,3139]	Sup: 1,1704	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[1,2821; 1,2987]	Inf: 1,1465	[150,0000 ; 150,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,2674 ; 1,3139]	Sup: 1,1704	[150,0000 ; 150,0000]	Sup: 0,0000
	c	MMC	[1,2821; 1,2987]	Inf: 1,1465	[30,0000 ; 30,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,2674 ; 1,3139]	Sup: 1,1704	[30,0000 ; 30,0000]	Sup: 0,0000
INCZF	a	MMC	[1,2660; 1,3160]	Inf: 2,1327	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,2390 ; 1,3443]	Sup: 2,1504	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[1,2660; 1,3160]	Inf: 2,1327	[150,0000 ; 150,0000]	Inf: 1,3579
		AFI	[1,2390 ; 1,3443]	Sup: 2,1504	[147,9361 ; 151,9801]	Sup: 1,3200
	c	MMC	[1,2660; 1,3160]	Inf: 2,1327	[30,0000 ; 30,0000]	Inf: 6,6003
		AFI	[1,2390 ; 1,3443]	Sup: 2,1504	[28,0199 ; 32,0639]	Sup: 6,8796
INCV	a	MMC	[1,2518 ; 1,3292]	Inf: 0,0000	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,2518 ; 1,3292]	Sup: 0,0000	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[1,2518 ; 1,3292]	Inf: 0,0000	[150,0000 ; 150,0000]	Inf: 1,0078
		AFI	[1,2518 ; 1,3292]	Sup: 0,0000	[148,4883 ; 151,4656]	Sup: 0,9770
	c	MMC	[1,2518 ; 1,3292]	Inf: 0,0000	[30,0000 ; 30,0000]	Inf: 4,8853
		AFI	[1,2518 ; 1,3292]	Sup: 0,0000	[28,5344 ; 31,5117]	Sup: 5,0590
INCT	a	MMC	[1,2204 ; 1,3654]	Inf: 3,5644	[-90,0000 ; -90,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,1769 ; 1,4093]	Sup: 3,2151	[-90,0000 ; -90,0000]	Sup: 0,0000
	b	MMC	[1,2204 ; 1,3654]	Inf: 3,5644	[150,0000 ; 150,0000]	Inf: 3,1056
		AFI	[1,1769 ; 1,4093]	Sup: 3,2151	[145,3415 ; 154,2581]	Sup: 2,8387
	c	MMC	[1,2204 ; 1,3654]	Inf: 3,5644	[30,0000 ; 30,0000]	Inf: 14,1936
		AFI	[1,1769 ; 1,4093]	Sup: 3,2151	[25,7419 ; 34,6585]	Sup: 15,5283

Neste caso, o sistema teste de 14 barras é submetido à falta trifásica. As barras de falta 3 e 12 são analisadas. As incertezas nas impedâncias dos ramos, na impedância de falta e na tensão pré-falta são consideradas em separado e, finalmente, em conjunto.

As Tabelas 14 a 17 mostram que as faixas das tensões e correntes geradas pelo método AFI englobam as faixas das respectivas grandezas geradas pelo método MMC. Os valores

médios das faixas geradas por ambos os métodos são muito próximos entre si e também muito próximos aos valores determinísticos da respectiva grandeza, tensão ou corrente. Como ilustração, na tabela 14, os valores médios das faixas de tensão na fase *a* para **INCT** são 0,9818 para MMC e 0,9818 para AFI, com valor determinístico de 0,9818 pu.

Com relação à incerteza associada as impedâncias dos ramos (**INCX**), para a barra 3, o desvio relativo médio é 0,0356% para tensão e o desvio máximo é 10,4363% para o limite inferior do ângulo da corrente de falta na fase *b*, e o limite superior do ângulo da corrente de falta na fase *c*, segundo a Tabela 16. Por outro lado, para a barra 12, o desvio médio é 1,1571% para a tensão e o desvio máximo é 15,5283% para o limite superior do ângulo da corrente de falta na fase *c*, segundo a Tabela 17. Para as faltas nas barras 3 e 12, os tempos computacionais despendidos pelo método AFI são 0,0272% e 0,0290%, respectivamente, daqueles tempos exigidos pelo MMC.

De forma análoga, a mesma análise pode ser realizada para os outros tipos de incerteza. Assim, para a barra 3, os desvios médios relativos da tensão são 0,0000%, 0,0035% e 0,0358% correspondentes às incertezas **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente. Para a barra 12, tais desvios médios são 0,0157 %, 0,0000% e 1,3503%. Os desvios máximos do ângulo de fase da corrente de falta na barra 3 são 5,1320%, 5,0390% e 10,4363% correspondentes às incertezas **INCZF**, **INCV** e **INCT**. Para os módulos, as incertezas são 0,1136%, 0,0049% e 0,2323%. Para a barra 12, tais valores são 6,8796%, 5,0590% e 15,5283% para os ângulos das correntes, e 2,1504%, 0,0000% e 3,5644% para os módulos das correntes. As relações percentuais entre tempos computacionais são 0,0955%, 0,0853% e 0,0315% para a barra 3, correspondentes às incertezas **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente. Para a barra 12, tais relações são 0,0870%, 0,0915% e 0,0284%.

As Figuras 30 e 31, extraídas das Tabelas 14 e 15, apresentam os desvios dos limites inferior e superior das tensões intervalares nas barras 3 e 12, fases *a*, *b* e *c*. A legenda de cores é a mesma utilizada no caso da falta monofásica.

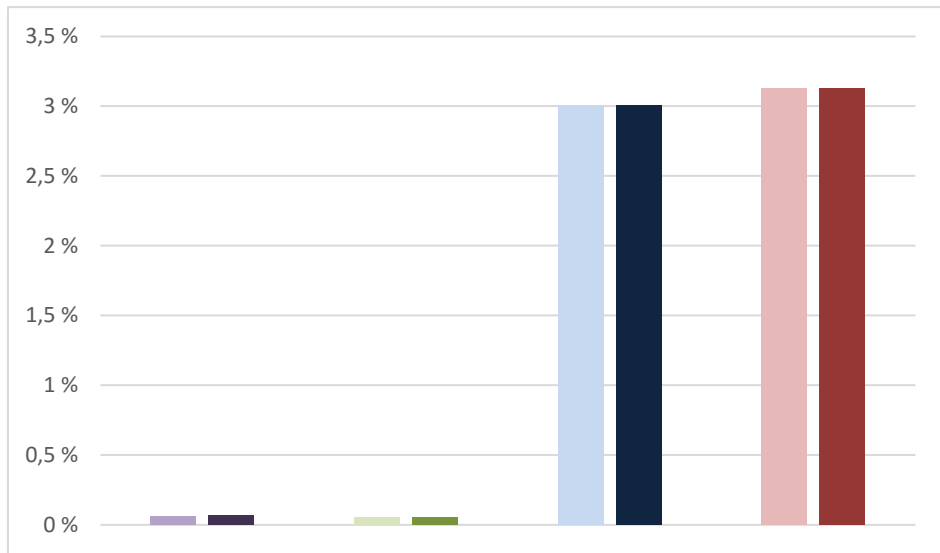


Figura 30 – Desvio do módulo da tensão, falta trifásica, barra 3, fases *a*, *b* e *c*.

Observando-se as Figura 30, nota-se que o maior desvio da tensão intervalar na barra 3 em relação à tensão determinística na mesma barra, como esperado, ocorre quando todas as incertezas são inseridas simultaneamente. Já em relação às incertezas separadamente, a tensão da barra 3 é, assim como para a falta monofásica, mais sensível à variação da tensão pré-falta.

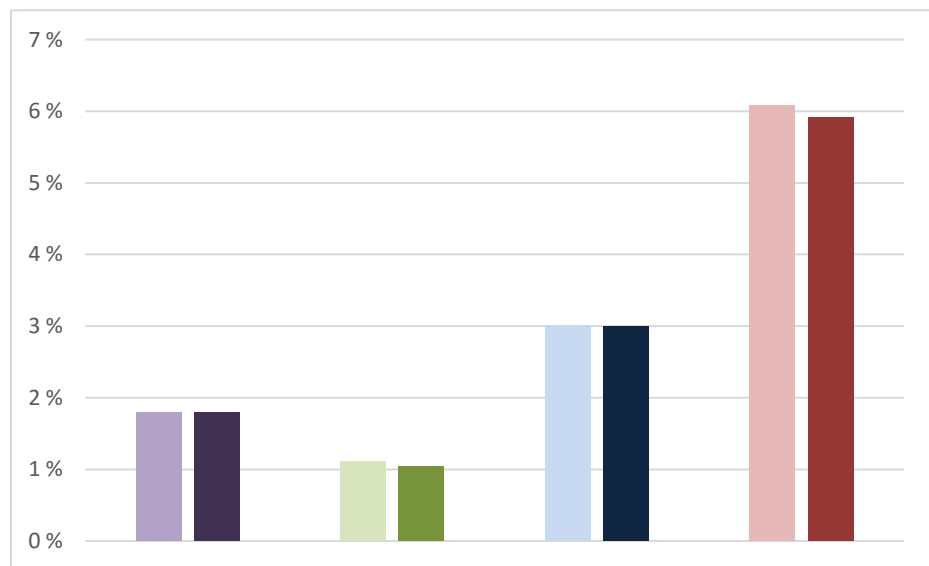


Figura 31 - Desvio do módulo da tensão, falta trifásica, barra 12, fases *a*, *b* e *c*.

Observando-se a Figura 31, nota-se que o maior desvio da tensão intervalar na barra 12 em relação à tensão determinística na mesma barra, novamente ocorre quando todas as

incertezas são inseridas simultaneamente. Analisando-se as incertezas separadamente, nota-se que a tensão da barra 12, em uma falta trifásica, é mais sensível à variação da tensão pré-falta.

5.2.3 Falta Bifásica

O cálculo determinístico da falta bifásica na barra 3, fases *b* e *c*, do sistema mostrado na Figura B.1, resulta nas seguintes grandezas em coordenadas de fase: $V_3^a = 1,0000 \angle 0^\circ pu$, $V_3^b = 0,9864 \angle -120,4572^\circ pu$, $V_3^c = 0,9864 \angle 120,4572^\circ pu$, $I_3^a = 0 pu$, $I_3^b = 1,7006 \angle 180^\circ pu$ e $I_3^c = 1,7006 \angle 0^\circ pu$. Por outro lado, o cálculo determinístico da falta bifásica na barra 12 resulta $V_{12}^a = 1,0000 \angle 0^\circ pu$, $V_{12}^b = 0,7498 \angle -131,8211^\circ pu$, $V_{12}^c = 0,7498 \angle 131,8211^\circ pu$, $I_{12}^a = 0 pu$, $I_{12}^b = 1,1176 \angle 180^\circ pu$ e $I_{12}^c = 1,1176 \angle 0^\circ pu$.

As Tabelas 18 e 19 apresentam as tensões intervalares nas barras 3 e 12, respectivamente, em coordenadas de fase, geradas pelos métodos AFI e MMC, para os quatro tipos de incertezas consideradas. Da mesma forma, as correntes intervalares nestas barras são apresentadas nas Tabelas 20 e 21.

Tabela 18 – Tensão intervalar na barra 3, falta bifásica, fases *b* e *c*, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Tensão Intervalar		Ângulo da Tensão Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	<i>a</i>	MMC	[0,9997 ; 1,0003]	Inf: 0,0400	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9993 ; 1,0007]	Sup: 0,0398	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,9861 ; 0,9866]	Inf: 0,0405	[-120,4660 ; -120,4482]	Inf: 0,0224
		AFI	[0,9857 ; 0,9871]	Sup: 0,0506	[-120,4930 ; -120,4224]	Sup: 0,0214
	<i>c</i>	MMC	[0,9861 ; 0,9866]	Inf: 0,0405	[120,4482 ; 120,4660]	Inf: 0,0214
		AFI	[0,9857 ; 0,9871]	Sup: 0,0506	[120,4224 ; 120,4930]	Sup: 0,0224
INCZF	<i>a</i>	MMC	[1,0000 ; 1,0000]	Inf: 0,0600	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9994 ; 1,0006]	Sup: 0,0600	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,9860 ; 0,9868]	Inf: 0,0202	[-120,4712 ; -120,4439]	Inf: 0,0126
		AFI	[0,9858 ; 0,9869]	Sup: 0,0101	[-120,4864 ; -120,4302]	Sup: 0,0113
	<i>c</i>	MMC	[0,9860 ; 0,9868]	Inf: 0,0202	[120,4439 ; 120,4712]	Inf: 0,0113
		AFI	[0,9858 ; 0,9869]	Sup: 0,0101	[120,4302 ; 120,4864]	Sup: 0,0126
INCV	<i>a</i>	MMC	[0,9700 ; 1,0300]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9700 ; 1,0300]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,9568 ; 1,0160]	Inf: 0,0418	[-120,4572 ; -120,4572]	Inf: 1,2779
		AFI	[0,9564 ; 1,0164]	Sup: 0,0400	[-121,9966 ; -118,9646]	Sup: 1,2391
	<i>c</i>	MMC	[0,9568 ; 1,0160]	Inf: 0,0418	[120,4572 ; 120,4572]	Inf: 1,2391
		AFI	[0,9564 ; 1,0164]	Sup: 0,0400	[118,9646 ; 121,9966]	Sup: 1,2779
INCT	<i>a</i>	MMC	[0,9696 ; 1,0304]	Inf: 0,0928	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9687 ; 1,0313]	Sup: 0,0873	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,9562 ; 1,0165]	Inf: 0,1150	[-120,4845 ; -120,4311]	Inf: 1,3116
		AFI	[0,9551 ; 1,0176]	Sup: 0,1082	[-122,0648 ; -118,9019]	Sup: 1,2697
	<i>c</i>	MMC	[0,9562 ; 1,0165]	Inf: 0,1150	[120,4311 ; 120,4845]	Inf: 1,2697
		AFI	[0,9551 ; 1,0176]	Sup: 0,1082	[118,9019 ; 122,0648]	Sup: 1,3116

Tabela 19 – Tensão intervalar na barra 12, falta bifásica, fases *b* e *c*, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Tensão Intervalar		Ângulo da Tensão Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	<i>a</i>	MMC	[0,9945 ; 1,0056]	Inf: 2,2818	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9718 ; 1,0282]	Sup: 2,2474	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,7473; 0,7526]	Inf: 3,3319	[-132,0052 ; -131,6410]	Inf: 1,3632
		AFI	[0,7224 ; 0,7775]	Sup: 3,3085	[-133,8047 ; -129,7480]	Sup: 1,4380
	<i>c</i>	MMC	[0,7473; 0,7526]	Inf: 3,3319	[131,6410 ; 132,0052]	Inf: 1,4380
		AFI	[0,7224 ; 0,7775]	Sup: 3,3085	[129,7480 ; 133,8047]	Sup: 1,3632
INCZF	<i>a</i>	MMC	[1,0000 ; 1,0000]	Inf: 1,6800	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9832 ; 1,0168]	Sup: 1,6800	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,7453; 0,7542]	Inf: 1,6100	[-132,1319 ; -131,5255]	Inf: 0,7010
		AFI	[0,7333 ; 0,7661]	Sup: 1,5778	[-133,0582 ; -130,6207]	Sup: 0,6879
	<i>c</i>	MMC	[0,7453; 0,7542]	Inf: 1,6100	[131,5255 ; 132,1319]	Inf: 0,6879
		AFI	[0,7333 ; 0,7661]	Sup: 1,5778	[130,6207 ; 133,0582]	Sup: 0,7010
INCV	<i>a</i>	MMC	[0,97000 ; 1,0300]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,97000 ; 1,0300]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,7273; 0,7723]	Inf: 0,9346	[-131,8211 ; -131,8211]	Inf: 1,6727
		AFI	[0,7205 ; 0,7792]	Sup: 0,8934	[-134,0262 ; -129,6718]	Sup: 1,6304
	<i>c</i>	MMC	[0,7273; 0,7723]	Inf: 0,9346	[131,8211 ; 131,8211]	Inf: 1,6304
		AFI	[0,7205 ; 0,7792]	Sup: 0,8934	[129,6718 ; 134,0262]	Sup: 1,6727
INCT	<i>a</i>	MMC	[0,9635 ; 1,0360]	Inf: 4,2345	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9227 ; 1,0773]	Sup: 3,9864	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[0,7207 ; 0,7797]	Inf: 6,4659	[-132,3946 ; -131,2799]	Inf: 3,9494
		AFI	[0,6741 ; 0,8253]	Sup: 5,8484	[-137,6235 ; -126,4184]	Sup: 3,7031
	<i>c</i>	MMC	[0,7207 ; 0,7797]	Inf: 6,4659	[131,2799 ; 132,3946]	Inf: 3,7031
		AFI	[0,6741 ; 0,8253]	Sup: 5,8484	[126,4184 ; 137,6235]	Sup: 3,9494

Tabela 20 – Corrente intervalar na barra 3, falta bifásica, fases *b* e *c*, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Corrente Intervalar		Ângulo da Corrente Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	<i>a</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,7000 ; 1,7012]	Inf: 0,0411	[180,0000 ; 180,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,6993 ; 1,7017]	Sup: 0,0293	[180,0000 ; 180,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[1,7000 ; 1,7012]	Inf: 0,0411	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,6993 ; 1,7017]	Sup: 0,0293	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCZF	<i>a</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,6519 ; 1,7522]	Inf: 0,1695	[180,0000 ; 180,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,6491 ; 1,7550]	Sup: 0,1597	[180,0000 ; 180,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[1,6519 ; 1,7522]	Inf: 0,1695	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,6491 ; 1,7550]	Sup: 0,1597	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCV	<i>a</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,6496 ; 1,7516]	Inf: 0,0606	[180,0000 ; 180,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,6486 ; 1,7525]	Sup: 0,0513	[180,0000 ; 180,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[1,6496 ; 1,7516]	Inf: 0,0606	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,6486 ; 1,7525]	Sup: 0,0513	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCT	<i>a</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,6026 ; 1,8036]	Inf: 0,3307	[180,0000 ; 180,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,5973 ; 1,8098]	Sup: 0,3437	[180,0000 ; 180,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[1,6026 ; 1,8036]	Inf: 0,3307	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,5973 ; 1,8098]	Sup: 0,3437	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000

Tabela 21 – Corrente intervalar na barra 12, falta bifásica, fases *b* e *c*, incertezas: **INCX**, **INCZF**, **INCV** e **INCT**.

Tipo de Incerteza	Fase	Método	Módulo da Corrente Intervalar		Ângulo da Corrente Intervalar	
			Faixa (pu)	Desvio Relativo (%)	Faixa (°)	Desvio Relativo (%)
INCX	<i>a</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,1114 ; 1,1249]	Inf: 3,8150	[180,0000 ; 180,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,0690 ; 1,1665]	Sup: 3,6981	[180,0000 ; 180,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[1,1114 ; 1,1249]	Inf: 3,8150	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,0690 ; 1,1665]	Sup: 3,6981	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCZF	<i>a</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,0964 ; 1,1397]	Inf: 5,4086	[180,0000 ; 180,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,0371 ; 1,1993]	Sup: 5,2294	[180,0000 ; 180,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[1,0964 ; 1,1397]	Inf: 5,4086	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,0371 ; 1,1993]	Sup: 5,2294	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCV	<i>a</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,0841 ; 1,1511]	Inf: 1,7064	[180,0000 ; 180,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,0656 ; 1,1695]	Sup: 1,5984	[180,0000 ; 180,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[1,0841 ; 1,1511]	Inf: 1,7064	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[1,0656 ; 1,1695]	Sup: 1,5984	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
INCT	<i>a</i>	MMC	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000
	<i>b</i>	MMC	[1,0606 ; 1,1765]	Inf: 12,0497	[180,0000 ; 180,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9328 ; 1,3048]	Sup: 12,8300	[180,0000 ; 180,0000]	Sup: 0,0000
	<i>c</i>	MMC	[1,0606 ; 1,1765]	Inf: 12,0497	[0,0000 ; 0,0000]	Inf: 0,0000
		AFI	[0,9328 ; 1,3048]	Sup: 12,8300	[0,0000 ; 0,0000]	Sup: 0,0000

Neste caso, o sistema teste de 14 barras é submetido à falta bifásica entre as fases *b* e *c*. As barras de falta 3 e 12 são analisadas. As incertezas nas impedâncias dos ramos, na impedância de falta e na tensão pré-falta são consideradas em separado e, finalmente, em conjunto.

As Tabelas 18 a 21 mostram que as faixas das tensões e correntes geradas pelo método AFI englobam as faixas das respectivas grandezas geradas pelo método MMC. Os valores médios das faixas geradas por ambos os métodos são muito próximos entre si e também muito próximos aos valores determinísticos da respectiva grandeza, tensão ou corrente. Como ilustração, na tabela 18, os valores médios das faixas de tensão na fase *a* para **INCT** são 1,0000 para MMC e 1,0000 para AFI, com valor determinístico de 1,0000 pu.

Com relação à incerteza associada as impedâncias dos ramos (**INCX**), para a barra 3, o desvio relativo médio é 0,0437% para tensão e o desvio máximo é 0,0411% para o limite inferior do módulo da corrente de falta nas fase *b* e *c*, segundo a Tabela 20. Por outro lado, para a barra 12, o desvio médio é 2,9683% para a tensão e o desvio máximo é 3,8150% para o limite inferior do módulo da corrente de falta nas fases *b* e *c*, segundo a Tabela 21. Para as faltas nas barras 3 e 12, os tempos computacionais despendidos pelo método AFI são 0,0292% e 0,0298%, respectivamente, daqueles tempos exigidos pelo MMC.

De forma análoga, a mesma análise pode ser realizada para os outros tipos de incerteza. Assim, para a barra 3, os desvios médios relativos da tensão são 0,0301%, 0,0273% e 0,1044% correspondentes às incertezas **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente. Para a barra 12, tais desvios médios são 1,6876%, 0,6093% e 5,4749%. Os desvios máximos nos módulos da corrente de falta na barra 3 são 0,1695%, 0,0606% e 0,3437% correspondentes às incertezas **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente. Para a barra 12, tais valores são 5,4086%, 1,7064% e 12,83000%. As relações percentuais entre tempos computacionais são 0,0890%, 0,0862% e 0,0292% para a barra 3, correspondentes às incertezas **INCZF**, **INCV** e **INCT**, respectivamente. Para a barra 12, tais relações são 0,0895%, 0,0876% e 0,0279%.

As Figuras 32, 33, 34 e 35, extraídas das Tabelas 18 e 19, apresentam os desvios dos limites inferior e superior das tensões intervalares nas barras 3 e 12, fases *a*, *b* e *c*. A legenda das cores é a mesma utilizada no caso da falta monofásica.

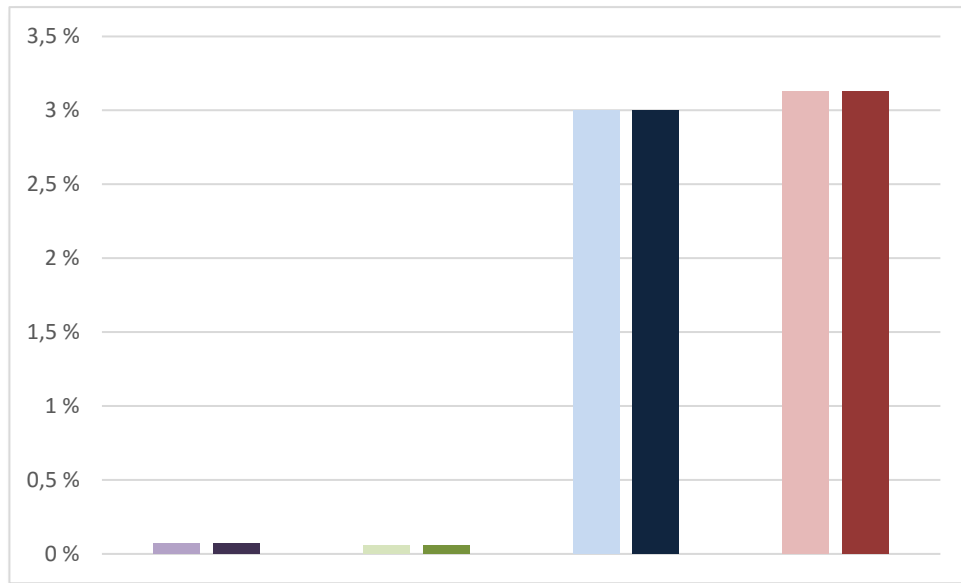


Figura 32 – Desvio do módulo da tensão, falta bifásica, barra 3, fase *a*.

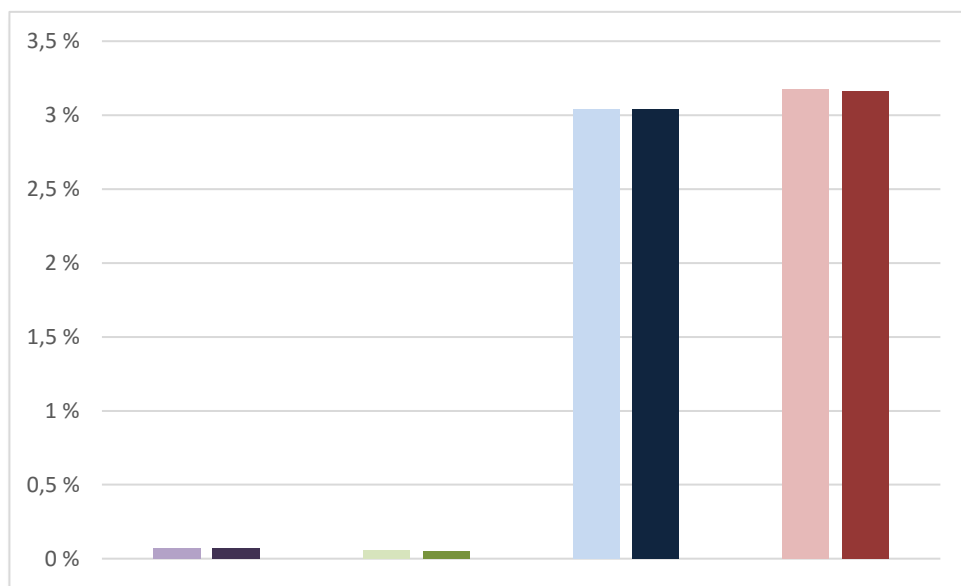


Figura 33 – Desvio do módulo da tensão, falta bifásica, barra 3, fases *b* e *c*.

Observando-se as Figuras 32 e 33, nota-se que o maior desvio da tensão intervalar na barra 3, em relação à tensão determinística na mesma barra, novamente ocorre quando todas as incertezas são inseridas simultaneamente. Analisando-se as incertezas separadamente, nota-se que a tensão da barra 3, em uma falta bifásica *bc*, é mais sensível à variação da tensão pré-falta.

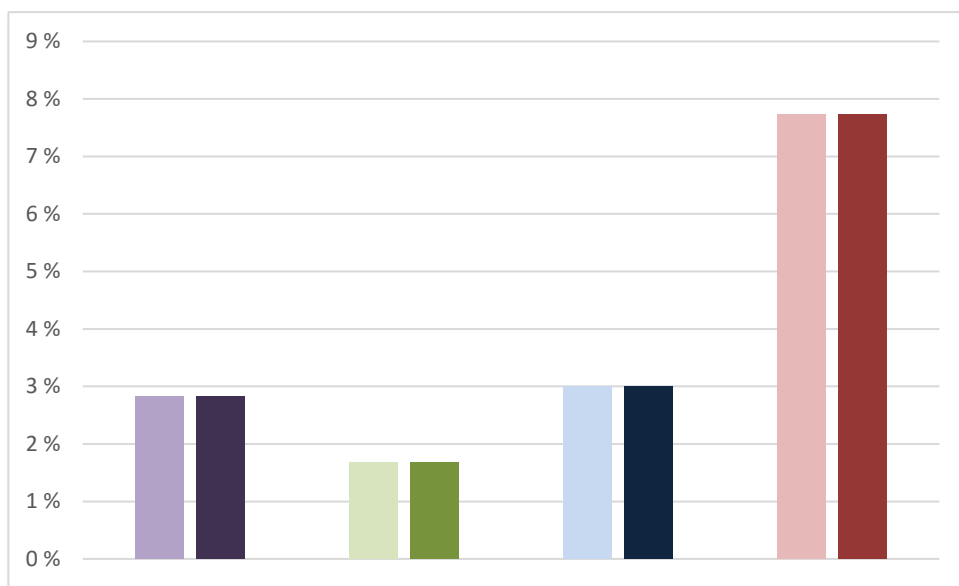


Figura 34 - Desvio do módulo da tensão, falta bifásica, barra 12, fase *a*.

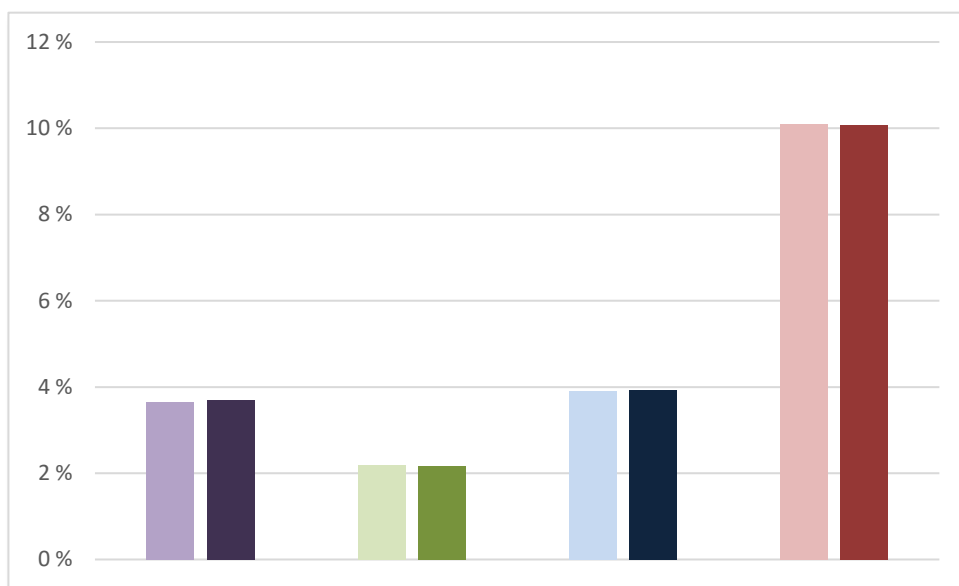


Figura 35 - Desvio do módulo da tensão, falta bifásica, barra 12, fases *b* e *c*.

Observando-se as Figuras 34 e 35, nota-se que o maior desvio da tensão intervalar na barra 12 em relação à tensão determinística na mesma barra, novamente ocorre quando todas as incertezas são inseridas simultaneamente. Por outro lado, analisando-se as incertezas separadamente, nota-se que a variação das impedâncias dos ramos e da tensão pré-falta influenciam mais a tensão na falta bifásica *b* e *c*, do que a impedância de falta, apresentando desvios significativamente próximos.

5.3 Desempenho do Processo Iterativo

Analisando-se o item 5.2, nota-se que os resultados obtidos para todas as incertezas simultaneamente são os que apresentam o maior desvio relativo em relação aos valores da simulação de Monte Carlo. Dessa forma, os resultados da análise de faltas para incerteza em todos os parâmetros serão utilizados para avaliar o desempenho do processo iterativo proposto no capítulo 4 (estimativas iniciais de tensão do Passo 7, item 4.5.4.1), em comparação à estimativa inicial proposta por Moore [26] e dada pela equação (3.38).

Assim sendo, as Tabelas 22 e 23 apresentam os valores de estimativas iniciais de tensão em componentes simétricas (conforme demonstrado no item 4.6.5), números de iterações e valor final de tensão, também em componentes simétricas, para faltas nas barras 3 e 12, com incertezas em todos os parâmetros.

Tabela 22 - Processo iterativo para faltas na barra 3, incerteza **INCT**, inicialização por Moore e pelo trabalho proposto.

Processo Iterativo - Barra 3						
Inicialização			Tipo de Falta			
			Monofásica	Trifásica	Bifásica	
Moore [26]	Estimativa Inicial	V_r^0	[-1,0358 ; 1,0358]	[-1,0125 ; 1,0125]	[-1,0220 ; 1,0220]	
		V_m^0	[-1,0358 ; 1,0358]	[-1,0125 ; 1,0125]	[-1,0220 ; 1,0220]	
		V_r^1	[-1,0358 ; 1,0358]	[-1,0125 ; 1,0125]	[-1,0220 ; 1,0220]	
		V_m^1	[-1,0358 ; 1,0358]	[-1,0125 ; 1,0125]	[-1,0220 ; 1,0220]	
		V_r^2	[-1,0358 ; 1,0358]	[-1,0125 ; 1,0125]	[-1,0220 ; 1,0220]	
		V_{m2}	[-1,0358 ; 1,0358]	[-1,0125 ; 1,0125]	[-1,0220 ; 1,0220]	
	Iterações	-	5 iterações	4 iterações	4 iterações	
	Valor Convergado	V_r^0	[-0,0423 ; -0,0323]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	
		V_m^0	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	
		V_r^1	[0,9638 ; 1,0245]	[0,9510 ; 1,0125]	[0,9605 ; 1,0213]	
		V_m^1	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	
		V_r^2	[-0,0066 ; -0,0052]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0081 ; 0,0101]	
		V_{m2}	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	
	Trabalho Proposto	Estimativa Inicial	V_r^0	[-0,0448 ; -0,0307]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
			V_m^0	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
V_r^1			[0,9631 ; 1,0251]	[0,8443 ; 1,1408]	[0,9593 ; 1,0223]	
V_m^1			[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	
V_r^2			[-0,0069 ; -0,0049]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0077 ; 0,0107]	
V_{m2}			[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	
Iterações		-	4 iterações	4 iterações	3 iterações	
Valor Convergado		V_r^0	[-0,0423 ; -0,0323]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	
		V_m^0	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	
		V_r^1	[0,9638 ; 1,0245]	[0,9510 ; 1,0125]	[0,9605 ; 1,0213]	
		V_m^1	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	
		V_r^2	[-0,0066 ; -0,0052]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0081 ; 0,0101]	
		V_{m2}	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	

Tabela 23 - Processo iterativo para faltas na barra 12, incerteza **INCT**, inicialização por Moore e pelo trabalho proposto.

Processo Iterativo - Barra 12					
Inicialização			Tipo de Falta		
			Monofásica	Trifásica	Bifásica
Moore [26]	Estimativa Inicial	V_r^0	[-1,1124 ; 1,1124]	[-0,6835 ; 0, 6835]	[-0,9064 ; 0,9064]
		V_m^0	[-1,1124 ; 1,1124]	[-0,6835 ; 0, 6835]	[-0,9064 ; 0,9064]
		V_r^1	[-1,1124 ; 1,1124]	[-0,6835 ; 0, 6835]	[-0,9064 ; 0,9064]
		V_m^1	[-1,1124 ; 1,1124]	[-0,6835 ; 0, 6835]	[-0,9064 ; 0,9064]
		V_r^2	[-1,1124 ; 1,1124]	[-0,6835 ; 0, 6835]	[-0,9064 ; 0,9064]
		V_{m2}	[-1,1124 ; 1,1124]	[-0,6835 ; 0, 6835]	[-0,9064 ; 0,9064]
	Iterações	-	9 iterações	7 iterações	7 iterações
	Valor Convergado	V_r^0	[-0,3343 ; -0,2130]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
		V_m^0	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
		V_r^1	[0,8490 ; 0,9573]	[0,6061 ; 0,6835]	[0,7740 ; 0,8708]
		V_m^1	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
		V_r^2	[-0,1269 ; -0,0669]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,1486 ; 0,2066]
		V_{m2}	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
	Trabalho Proposto	Estimativa Inicial	V_r^0	[-0,3415 ; -0,2263]	[0,0000 ; 0,0000]
V_m^0			[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
V_r^1			[0,8517 ; 0,9510]	[0,5437 ; 0,7657]	[0,7555 ; 0,8837]
V_m^1			[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
V_r^2			[-0,1183 ; -0,0790]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0077 ; 0,0107]
V_{m2}			[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
Iterações		-	1 iteração	6 iterações	6 iterações
Valor Convergado		V_r^0	[-0,3415 ; -0,2263]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
		V_m^0	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
		V_r^1	[0,8517 ; 0,9510]	[0,6061 ; 0,6835]	[0,7740 ; 0,8708]
		V_m^1	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
		V_r^2	[-0,1183 ; -0,0790]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,1486 ; 0,2066]
		V_{m2}	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]

Analisando-se os resultados da Tabela 22, observa-se que o processo iterativo, com a estimativa inicial proposta neste trabalho, apresenta o mesmo resultado convergado que o processo de inicialização de Moore, para 1 iteração a menos na falta monofásica e bifásica, e o mesmo número de iterações na falta trifásica.

Já analisando-se a Tabela 23, os resultados convergidos para as faltas bifásica e trifásica são iguais, para um iteração a menos na falta bifásica, e o mesmo número de iterações para a falta trifásica.

Em relação à falta monofásica, nota-se que a estimativa inicial proposta é melhor que a inicialização proposta por Moore. Logo, o processo nem chega a iterar, haja visto que a resposta é satisfatória, como pode ser visto na Tabela 11 do item 5.2.1.

5.4 Análise de Sensibilidade de Tensão das Barras

Além do cálculo intervalar das tensões e correntes de falta, os resultados da metodologia desenvolvida neste trabalho podem ser utilizados também em uma análise de sensibilidade. Como o sistema está sujeito às incertezas dos parâmetros, a metodologia proposta pode ser usada para analisar quais barras são mais susceptíveis a apresentar maiores variações de tensão e, conseqüentemente, de corrente, devido a estas incertezas.

Dentre estes parâmetros, a impedância de falta z_f é de difícil especificação para a análise determinística. Por outro lado, a tensão pré-falta das barras está sujeita a dispositivos de controle pelas concessionárias responsáveis, enquanto as impedâncias dos ramos apresentam pequenas variações em determinados trechos. Portanto, o objetivo desta seção é mostrar como a impedância de falta influencia nas tensões na barra em falta.

5.4.1 Análise de Sensibilidade da Tensão para Incerteza na Impedância de Falta

O método de análise de faltas intervalar desenvolvido neste trabalho pode ser utilizado para determinar as barras mais susceptíveis a alterações em seu módulo de tensão, em função da variação da impedância de falta.

Seja o sistema da Figura B.1, para um valor especificado de $z_f = 0,5j pu$. Para traçar o comportamento das tensões em relação à variação da impedância de falta, aplica-se uma incerteza em z_f , por exemplo, $\pm 1\%$. Logo, $z_f = [0,495j ; 0,505j] pu$ é definido na entrada do programa de análise de faltas intervalar.

Simulando-se a falta monofásica em todas as barras do sistema, uma por vez, tanto para a análise determinística com $z_f = 0,5j pu$, quanto para a incerteza de $\pm 1\%$, obtém-se os valores de módulo das tensões nas barras, fases a , b e c , apresentados na Tabela 24.

Tabela 24 – Tensão das barras, falta monofásica, fase *a*, com $\pm 1\%$ de incerteza na impedância de falta.

Barra de Falta	Módulo V_a determinístico (pu)	Módulo V_a intervalar (pu)	Módulos V_b e V_c determinísticos (pu)	Módulos V_b e V_c intervalares (pu)
1	0,9547	[0,9542 ; 0,9552]	1,0140	[1,0136 ; 1,0143]
2	0,8135	[0,8109 ; 0,8161]	0,9994	[0,9972 ; 1,0015]
3	0,9510	[0,9505 ; 0,9516]	1,0160	[1,0157; 1,0164]
4	0,7324	[0,7280 ; 0,7368]	1,0537	[1,0503; 1,0571]
5	0,9599	[0,9595 ; 0,9604]	1,0113	[1,0110 ; 1,0116]
6	0,7230	[0,7184 ; 0,7277]	1,0603	[1,0568 ; 1,0639]
7	0,9229	[0,9221 ; 0,9238]	0,9876	[0,9868 ; 0,9884]
8	0,7779	[0,7746 ; 0,7812]	0,9935	[0,9907 ; 0,9963]
9	0,7538	[0,7499 ; 0,7577]	1,0469	[1,0439 ; 1,0499]
10	0,8406	[0,8384 ; 0,8427]	1,0119	[1,0102 ; 1,0136]
11	0,5884	[0,5811 ; 0,5956]	1,0384	[1,0326 ; 1,0442]
12	0,5281	[0,5205 ; 0,5355]	1,1021	[1,0963 ; 1,1078]
13	0,7519	[0,7479 ; 0,7558]	1,0381	[1,0351 ; 1,0412]
14	0,8417	[0,8396 ; 0,8438]	1,0084	[1,0067 ; 1,0101]

Calculando-se a porcentagem de variação dos limites inferiores e superiores apresentados na Tabela 24, em relação aos seus respectivos valores determinísticos de tensão, obtém-se os gráficos referentes à fase *a* (Figura 36) e fases *b* e *c* (Figura 37). Os subíndices abaixo de cada uma das colunas remetem às barras de falta a serem analisadas. Os tons mais claros referem-se aos desvios dos limites inferiores em comparação ao valor determinístico.

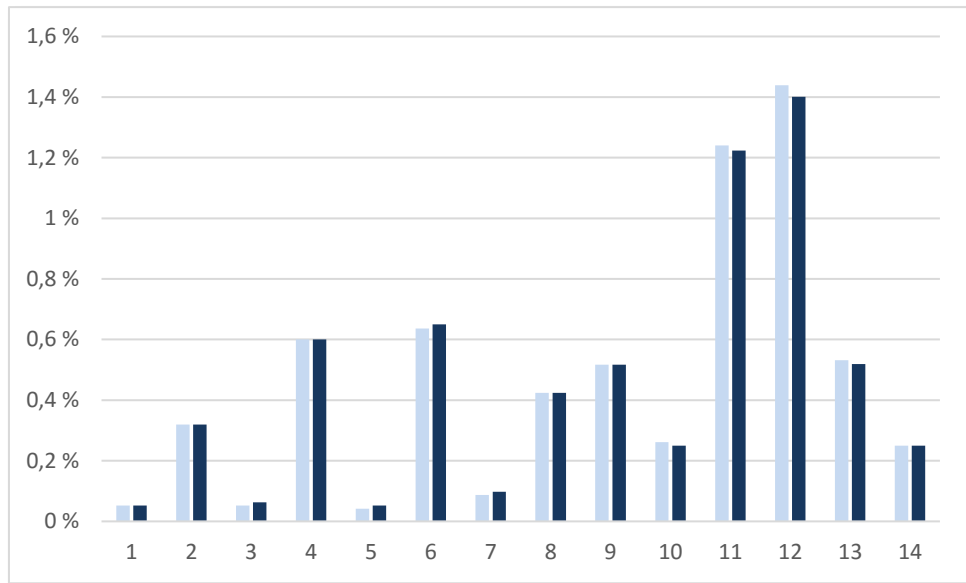


Figura 36 – Variações do módulo da tensão na fase *a*, falta monofásica.

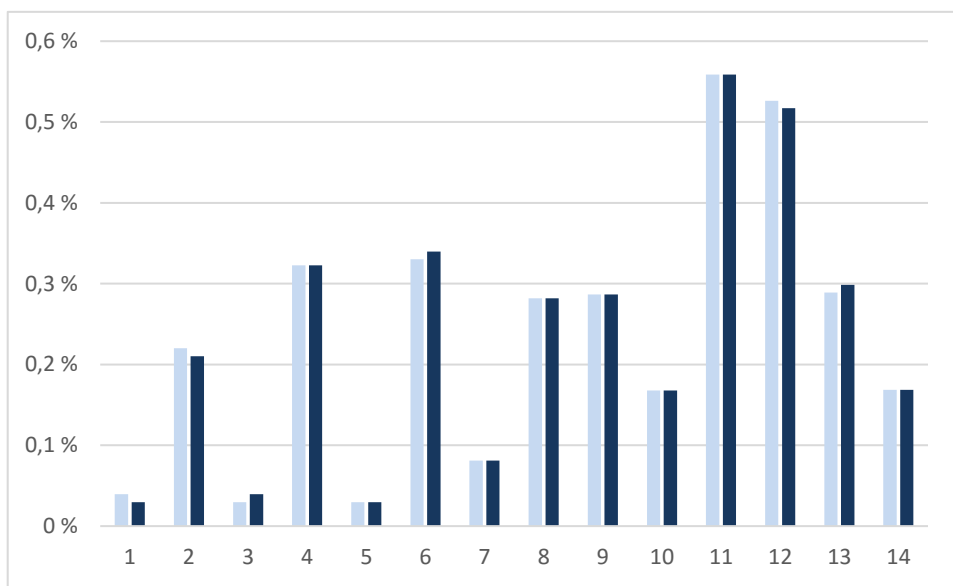


Figura 37 - Variações do módulo da tensão nas fases *b* e *c*, falta monofásica.

Observando-se as Figuras 36 e 37, nota-se que as barras 11 e 12 apresentam as maiores variações das tensões intervalares em relação à tensão determinística. Uma pequena variação de $\pm 1\%$ na impedância de falta causa uma variação de aproximadamente 1,4% no módulo da tensão da fase *a*, barra 12, e uma variação de aproximadamente 0,50% nas fases *b* e *c*.

Em relação à corrente de falta, simulando-se a falta monofásica em todas as barras do sistema, uma por vez, tanto para a análise determinística com $z_f = 0,5j pu$, quanto para a incerteza de $\pm 1\%$, obtém-se os módulos da corrente, fase *a*, apresentados na Tabela 25.

Tabela 25 – Corrente nas barras, falta monofásica, fase a , $\pm 1\%$ de incerteza na impedância de falta.

Barra de falta	Módulo I_a determinística (pu)	Módulo I_a intervalar (pu)
1	1,9094	[1,8895 ; 1,9297]
2	1,6270	[1,6057 ; 1,6486]
3	1,9021	[1,8822 ; 1,9223]
4	1,4649	[1,4416 ; 1,4885]
5	1,9199	[1,9000 ; 1,9401]
6	1,4461	[1,4225 ; 1,4700]
7	1,8459	[1,8259 ; 1,8662]
8	1,5558	[1,5339 ; 1,5781]
9	1,5077	[1,4850 ; 1,5307]
10	1,6811	[1,6602 ; 1,7024]
11	1,1769	[1,1507 ; 1,2033]
12	1,0562	[1,0308 ; 1,0818]
13	1,5037	[1,4810 ; 1,5268]
14	1,6834	[1,6625 ; 1,7046]

Calculando-se a porcentagem de variação dos limites inferiores e superiores apresentados na Tabela 25, em relação aos seus respectivos valores determinísticos de corrente, obtém-se o gráfico referente à fase a , apresentado na Figura 38. Os subíndices abaixo de cada uma das colunas remetem às barras de falta a serem analisadas. Os tons mais claros referem-se aos desvios dos limites inferiores em comparação ao valor determinístico.

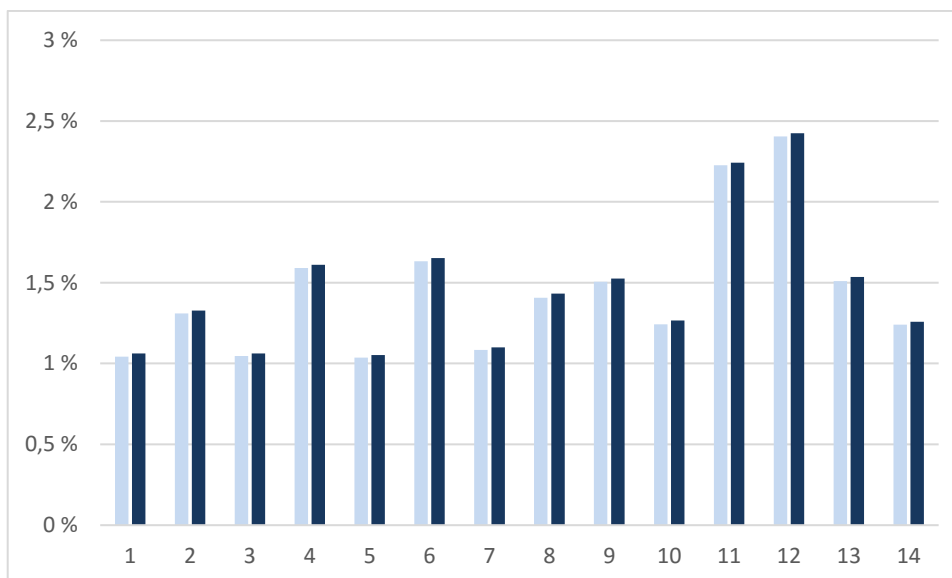


Figura 38 – Variação da corrente na fase *a*, para variação de $\pm 1\%$ na impedância de falta.

Observando-se a Figura 38, nota-se que a barra 12 apresenta novamente a maior variação das correntes intervalares em relação à corrente determinística, fase *a*. Uma pequena variação de $\pm 1\%$ na impedância de falta causa uma variação de aproximadamente 2,4% no módulo da corrente da fase *a*, barra 12.

5.5 Considerações Finais

Este capítulo valida a metodologia da análise de faltas intervalares em um sistema de 14 barras, apresentado no apêndice B, deste trabalho. O item 5.2 compara os resultados obtidos pelo método proposto, com os valores encontrados pelo método de Monte Carlo. Esta análise demonstra que todos os resultados intervalares gerados pelo método AFI englobam os resultados intervalares apresentados por MMC, com desvios relativos aceitáveis. Além disso, apresenta um tempo computacional bastante rápido em relação ao demandado pelo método MMC.

O item 5.3 estabelece uma comparação entre os resultados obtidos pelo método de Krawczyk linear com a inicialização proposta por Moore, apresentada no item 3.3, e a inicialização desenvolvida no capítulo 4. Esta comparação demonstra que a inicialização proposta, na maioria das vezes, converge mais rapidamente, apresentando resultados praticamente iguais aos obtidos pela inicialização de Moore.

Por fim, o item 5.4 apresenta uma análise de sensibilidade para sistemas elétricos de potência através da análise de faltas intervalar. Para isso, uma pequena incerteza ($\pm 1\%$) na impedância de falta do sistema é inserida, observando-se a variação dos valores de tensão e corrente de falta em todas as barras do sistema, em relação aos resultados obtidos para o valor determinístico de $z_f = j.0,5 pu$. Desta forma, as barras do sistema mais susceptíveis a essa incerteza podem ser determinadas, observando-se o comportamento dos módulos de tensão e corrente nesta situação.

6 Conclusão

6.1 Considerações Finais

A presente dissertação apresenta um método para tratamento de dados incertos na análise de faltas, onde as variáveis de entrada e de saída são modeladas por intervalos. A análise de faltas considerando-se as incertezas é uma ferramenta muito útil tanto no âmbito de planejamento, quanto de operação de sistemas elétricos de potência.

Portanto, uma contribuição do trabalho está no desenvolvimento de um método para análise de faltas, utilizando a matemática intervalar para tratamento das incertezas. As principais incertezas consideradas são as impedâncias dos ramos, a impedância de falta e a tensão pré-falta. As tensões intervalares na barra em falta são calculadas mediante a solução de um sistema de equações lineares intervalares, via processo iterativo. Os resultados intervalares de tensão e de corrente na barra em falta gerados pelo método proposto apresentam uma boa concordância com os resultados gerados pelo método de Monte Carlo. As faixas geradas pelo método proposto contêm as faixas geradas pelo método de Monte Carlo.

Uma segunda contribuição é a proposição de uma forma alternativa de inicialização das variáveis intervalares, visando uma melhor trajetória de convergência da solução. Em função dos resultados apresentados, a inicialização proposta propicia um bom desempenho do processo iterativo e reduz o número de iterações necessárias à convergência, comparativamente à inicialização tradicional apresentada por Moore.

Uma terceira contribuição sinaliza para uma possível análise de sensibilidade da tensão e da corrente na barra em falta, como função das variações assumidas. Assim, para uma determinada barra e uma incerteza considerada, é possível verificar o tipo de falta que causa nesta barra uma maior variação de tensão ou corrente em comparação com os respectivos valores determinísticos. Além disso, para um determinado tipo de falta, possibilita definir a barra cuja tensão ou corrente variam mais em relação a seus respectivos valores determinísticos, quando as variações nos parâmetros são consideradas. Os resultados apresentados constataam a qualidade das informações, quando comparados com o método de Monte Carlo.

Uma das grandes vantagens apresentadas pelo método desenvolvido é a rapidez de solução, haja visto que o tempo computacional demandado pela análise de faltas intervalar é da ordem de segundos, enquanto o método de Monte Carlo demanda minutos, ou até horas, caso sejam exigidas mais iterações do que as utilizadas neste trabalho.

Concluindo, espera-se que este trabalho possa servir de base para o desenvolvimento de estudos que envolvam a análise de faltas, onde as incertezas associadas sejam adequadamente modeladas e tratadas, auxiliando de forma eficiente e rápida a tomada de decisões dos engenheiros e outros profissionais que venham a estudá-la.

6.2 Propostas para Trabalhos Futuros

Visando dar continuidade à pesquisa iniciada no presente trabalho, são apresentadas, a seguir, algumas possíveis sugestões para o desenvolvimento da análise de faltas intervalar, dentre as quais destacam-se:

- Cálculo das correntes e tensões das outras barras do sistema;
- Análise da falta bifásica-terra;
- Análise de faltas simultâneas;
- Análise de faltas séries;
- Análise de faltas intervalar considerando componentes desequilibradas como, por exemplo, uma linha de transmissão não transposta.
- Aperfeiçoamento dos algoritmos visando aumentar a eficiência e redução dos desvios relativos;
- Estender o estudo da sensibilidade para a análise de faltas intervalar em outras barras, que não somente a barra de falta.
- Análise do cálculo de faltas intervalar em comparação com o cálculo de faltas probabilístico;
- Desenvolvimento de um modelo para cálculo de faltas intervalar considerando as grandezas tensão e corrente expressas em coordenadas polares;
- Desenvolvimento de processo iterativo para calcular a inversa da matriz admitância de barras intervalar;
- Análise de faltas via matemática afim;

7 Referências Bibliográficas

- [1] P. M. Anderson, *Analysis of Faulted Power Systems*. New York: IEEE Press, 1973.
- [2] W. D. Stevenson and Grainger, L. J., *Power System Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [3] W. D. Stevenson, *Elements of Power System Analysis*, 4th Ed. New York: McGraw-Hill, 1982.
- [4] S. M. Halpin, and L.L. Grigsby, "A comparison of fault calculation procedures for industrial power distribution systems: the past, the present and the future," *IEEE International Conference on Industrial Technology*, p. 842-846, Dec. 1994.
- [5] B. Borkowska, "Probabilistic load flow," *IEEE PES Summer Meeting & EHV/UHV Conf.*, pp. 752-755, Jan. 1973.
- [6] A.S. Corrado, D. Silva, J.W. Marangon Lima, M. Th. Schilling, "Uma nova metodologia de análise de curto-circuito com base estatística," *XIX SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, 2007.
- [7] J. Saraiva, V. Miranda, "Flexible power system reinforcement planning under uncertainty," *in Conference Proceedings, 7th Mediterranean Electrotechnical Conference*, pp. 913-916, Apr. 1994.
- [8] M. M. P. Lima, e C. A. F. Murari, "Uma nova metodologia para fluxos de carga fuzzy," *Revista Controle & Automação*, vol. 14, No. 1, pp. 69-75, 2003.
- [9] M. A. Pereira e C. A. F. Murari, "Electrical distribution system fuzzy load estimation," *ISAP*, Rio de Janeiro, pp. 370-375, 1999.
- [10] Z. Wang, and F. L. Alvarado, "Interval arithmetic in power flow analysis", *Transactions on Power Systems*, vol.7, no.3, pp. 1341-1349, 1992.
- [11] L. E. S. Pereira, e V. M. da Costa, "Análise de incertezas em sistemas de energia elétrica via fluxo de potência intervalar," *XIX Congresso Brasileiro de Automática*, 2012.
- [12] L. E. S. Pereira, V. M. da Costa, e A. L. S. Rosa, "Interval arithmetic in current injection power flow analysis", *International Journal of Electrical & Energy Systems*, pp. 1106-1113, 2012.
- [13] L. E. S. Pereira, V.M. da Costa, "Interval analysis applied to the maximum loading point of electric power systems considering load data uncertainties", *International Journal of Electrical & Energy Systems*, vol. 43, pp. 334-340, 2014.
- [14] L. E. S. Pereira, V.M. da Costa, "An efficient starting process for calculating interval power flow solutions at maximum loading point under load and line data uncertainties", *International Journal of Electrical & Energy Systems*, vol. 80, pp. 91-95, 2016.

- [15] A. Vacarro, C. A. Cañizares e D. Villacci, “ An affine arithmetic-based methodology for reliable power flow analysis in the presence of data uncertainty”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 25, No.2, May 2010.
- [16] J. Muñoz, C. Cañizares, K. Bhattacharya, e A. Vacarro, “Affine arithmetic based methods for voltage and transient stability assessment of power systems with intermittent generation sources”, *IREP Symposium-Bulk Power Systems Dynamics and Control*, Greece, August 2013.
- [17] F. Sato, “Análise de curto-circuito em sistemas elétricos de potência”, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1979.
- [18] H. A. Rocha Jr., “Limitação de correntes de curto-circuito em sistemas elétricos industriais”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1982.
- [19] P.C.K. Decourt, “Facilidades do programa ANAFAS para estudos de curto-circuito e proteção de sistemas de energia elétrica”, Trabalho de Final de Curso, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.
- [20] G. W. Stagg, and A. H. El-Abiad, *Computer Methods in Power System Analysis*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1968.
- [21] W. G. De Almeida, *Circuitos Polifásicos: Teoria e ensaios*. Brasília: Fundação de Empreendimentos Científicos e Tecnológicos, 1995.
- [22] E. B. de A. Guimaraes, e M. T. P. Neumann, “Programa para cálculo de curto-circuito”, Projeto de Final de Curso, Dept.de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.
- [23] M. P. Mesquita, “Matemática intervalar: princípios e a ferramenta C-XSC”, Monografia de Graduação, Dept. de Ciência e Computação, Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2002.
- [24] T. Sunaga, “Theory of an interval algebra and its application to numerical analysis”, *chapter Interval Calculus*, p. 547-564. RAAG Memoirs, 1958.
- [25] G. Alefel, and G. Mayer, “ Interval Analysis: theory and applications”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 121, pp.421-464, 2000.
- [26] R.E. Moore, *Interval Analysis*. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1966.
- [27] U. Kulisch, “Grundzuge der Intervallrechnung”, *Jarbuch Uberlicke Mathematik*, vol.2, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1969.
- [28] G. Alefeld and J. Hezberger, “ Einfuhrung in die Intervallrechnung”, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1974.
- [29] G. Alefeld and J. Hezberger, “ Introduction to Interval Computations”, Academic Press, New York, 1983.

- [30] R. B. Kearfott, “Rigorous Global Search: Continuous Problems”. Nonconvex Optimization and Its Applications 13, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1996.
- [31] L. E. S. Pereira, “Metodologia intervalar para tratamento de incertezas em problemas de fluxo de potência”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.
- [32] L. R. Ferreira, “Estudo comparativo entre métodos de montagem de matrizes de rede”, Trabalho de Final de Curso, Dept. Circuitos Elétricos, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

Apêndice A – Componentes Simétricas

A.1 Introdução

Os sistemas trifásicos simétricos e equilibrados podem ser representados e calculados, utilizando-se uma de suas fases e o neutro. Porém, esse procedimento não é válido na ocorrência de faltas assimétricas, tais como fase-terra e fase-fase-terra, uma vez que tais faltas introduzem desequilíbrios no sistema elétrico de potência.

O trabalho apresentado por Fortescue mostra que um sistema desequilibrado de n fasores correlacionados pode ser decomposto em n sistemas de fasores equilibrados, denominados componentes simétricas dos fasores originais. Embora este método seja aplicável a qualquer sistema polifásico desequilibrado, neste trabalho será restringido aos sistemas trifásicos.

Nestes termos, o teorema de Fortescue afirma que três fasores desequilibrados de um sistema trifásico podem ser substituídos por três sistemas equilibrados de fasores:

1. Denominado sistema de sequência positiva, composto por três fasores iguais em módulo, defasados de 120° entre si e tendo a mesma sequência de fases que os fasores originais (por exemplo abc);
2. Denominado sistema de sequência negativa, composto por três fasores iguais em módulo, defasados de 120° entre e si e tendo sequência de fases oposta à dos fasores originais (por exemplo acb);
3. Denominado sistema de sequência zero, consistindo de três fasores iguais em módulo e com defasagem nula entre si;

Os três conjuntos de componentes simétricas recebem as denominações 1 , 2 e 0 , correspondentes às sequências positiva, negativa e zero, respectivamente. A Figura (A.1) representa um fasor trifásico desequilibrado em termos das respectivas componentes simétricas.

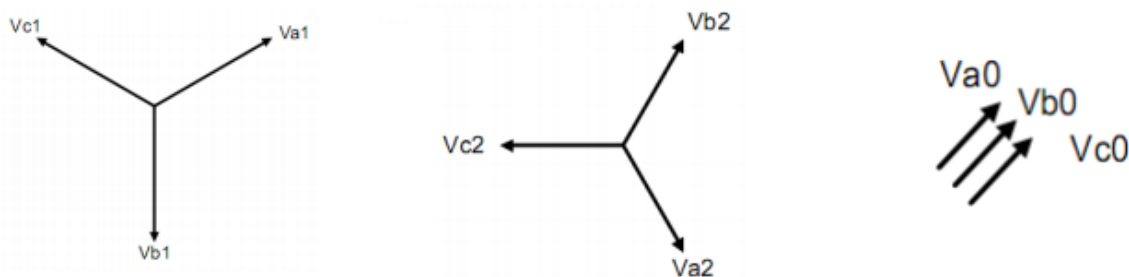


Figura A.1 – Componentes simétricas de um fasor desequilibrado.

A.2 Representação Matemática das Componentes Simétricas

Em função do estudo de Fortescue e tendo em vista os fasores apresentados na Figura (A.1), é possível afirmar que:

$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \quad (\text{A.1})$$

$$V_b = V_{b0} + V_{b1} + V_{b2} \quad (\text{A.2})$$

$$V_c = V_{c0} + V_{c1} + V_{c2} \quad (\text{A.3})$$

Seja $\alpha = 1 \angle 120^\circ$ um operador matemático. É possível observar que:

$$V_{a0} = V_{b0} = V_{c0} \quad (\text{A.4})$$

$$V_{b1} = \alpha^2 \cdot V_{a1} \quad (\text{A.5})$$

$$V_{c1} = \alpha \cdot V_{a1} \quad (\text{A.6})$$

$$V_{b2} = \alpha \cdot V_{a2} \quad (\text{A.7})$$

$$V_{c2} = \alpha^2 \cdot V_{a2} \quad (\text{A.8})$$

Substituindo-se o conjunto de equações (A.4) a (A.8) em (A.1) a (A.3), é possível obter as tensões de fase em função das componentes simétricas da tensão na fase a , ou seja:

$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \quad (\text{A.9})$$

$$V_b = V_{a0} + \alpha^2 \cdot V_{a1} + \alpha \cdot V_{a2} \quad (\text{A.10})$$

$$V_c = V_{a0} + \alpha \cdot V_{a1} + \alpha^2 \cdot V_{a2} \quad (\text{A.11})$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

ou ainda, de forma compacta, (A.12) pode ser reescrita como:

$$\underline{\mathbf{V}}_{abc} = \mathbf{T} \cdot \underline{\mathbf{V}}_{012} \quad (\text{A.13})$$

onde \mathbf{T} é denominada matriz de transformação.

Portanto, de (A.12):

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

ou ainda, de forma compacta, (A.14) pode ser reescrita como:

$$\underline{V}_{012} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \underline{V}_{abc} \quad (\text{A.15})$$

O teorema de Fortescue aplica-se a quaisquer quantidades alternadas associadas a uma máquina ou a um circuito trifásico, tais como correntes ou fluxos. Assim, de modo análogo, para as correntes é possível escrever a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

De forma compacta, (A.16) pode ser reescrita como:

$$\underline{I}_{abc} = \mathbf{T} \cdot \underline{I}_{012} \quad (\text{A.17})$$

Portanto:

$$\underline{I}_{012} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \underline{I}_{abc} \quad (\text{A.18})$$

Para as matrizes de impedância em coordenadas de fase:

$$\underline{V}_{abc} = \mathbf{Z}^{abc} \cdot \underline{I}_{abc} \quad (\text{A.19})$$

Substituindo-se V_{abc} e I_{abc} de (A.13) e (A.17) em (A.19):

$$\mathbf{T} \cdot \underline{V}_{012} = \mathbf{Z}^{abc} \cdot \mathbf{T} \cdot \underline{I}_{012} \quad (\text{A.20})$$

Pré-multiplicando-se ambos os lados de (A.20) por \mathbf{T}^{-1} :

$$\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \underline{V}_{012} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{Z}^{abc} \cdot \mathbf{T} \cdot \underline{I}_{012} \quad (\text{A.21})$$

Uma vez que o produto de uma matriz por sua inversa resulta na matriz identidade, (A.21) pode ser reescrita como:

$$\underline{V}_{012} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{Z}^{abc} \cdot \mathbf{T} \cdot \underline{I}_{012} \quad (\text{A.22})$$

Portanto:

$$\mathbf{Z}^{012} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{Z}^{abc} \cdot \mathbf{T} \quad (\text{A.23})$$

Assim:

$$\underline{V}_{012} = \mathbf{Z}^{012} \cdot \underline{I}_{012} \quad (\text{A.24})$$

De (A.23):

$$\mathbf{Z}^{abc} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{Z}^{012} \cdot \mathbf{T}^{-1} \quad (\text{A.25})$$

A.3 Potência em termos das Componentes Simétricas [1]

A potência média total em qualquer ponto de um sistema trifásico é a soma das potências em cada fase, ou seja:

$$P_{3\phi} = \text{Re} [V_a \cdot I_a^* + V_b \cdot I_b^* + V_c \cdot I_c^*] \quad (\text{A.26})$$

ou

$$P_{3\phi} = \text{Re} [\underline{\mathbf{V}}_{abc}^t \cdot \underline{\mathbf{I}}_{abc}^*] \quad (\text{A.27})$$

onde t denota vetor transposto. Utilizando-se (A.13) e (A.17) em (A.27):

$$P_{3\phi} = \text{Re} [\underline{\mathbf{V}}_{012}^t \cdot \mathbf{T}^t \cdot \mathbf{T}^* \cdot \underline{\mathbf{I}}_{012}^*] \quad (\text{A.28})$$

Como \mathbf{T} é simétrica, então $\mathbf{T}^t = \mathbf{T}$ e $\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^* = \mathbf{3U}$, onde \mathbf{U} é a matriz identidade. Portanto, de (A.28):

$$P_{3\phi} = 3 \cdot \text{Re} [V_{a0} \cdot I_{a0}^* + V_{a1} \cdot I_{a1}^* + V_{a2} \cdot I_{a2}^*] \quad (\text{A.29})$$

A equação (A.29) mostra uma variação na potência devido à transformação de abc para 012 . Em alguns casos, é conveniente trabalhar com uma transformação invariante de potência, denotada por \mathbf{T}_s , de modo que $\mathbf{T}_s \cdot \mathbf{T}_s^* = \mathbf{U}$. Supondo que $\mathbf{T}_s = \mathbf{T}/h$, então $\mathbf{T}_s^{-1} = h \cdot \mathbf{T}^{-1}$ e $\mathbf{T}_s \cdot \mathbf{T}_s^* = \frac{1}{h^2} \cdot \mathbf{3U}$.

Assim, a potência é invariante para $h = \sqrt{3}$ e a matriz de transformação é dada por:

$$\mathbf{T}_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

cuja inversa é:

$$\mathbf{T}_s^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \quad (\text{A.31})$$

A utilização da matriz transformação \mathbf{T} ou \mathbf{T}_s produz os mesmos resultados de tensão e corrente na barra em falta, em coordenadas de fase abc .

Apêndice B – Sistema Teste

O sistema de 14 barras utilizado no capítulo 5 é apresentado em [1], desconsiderando-se os valores de resistências dos ramos. O sistema em si é apresentado na Figura B.1.

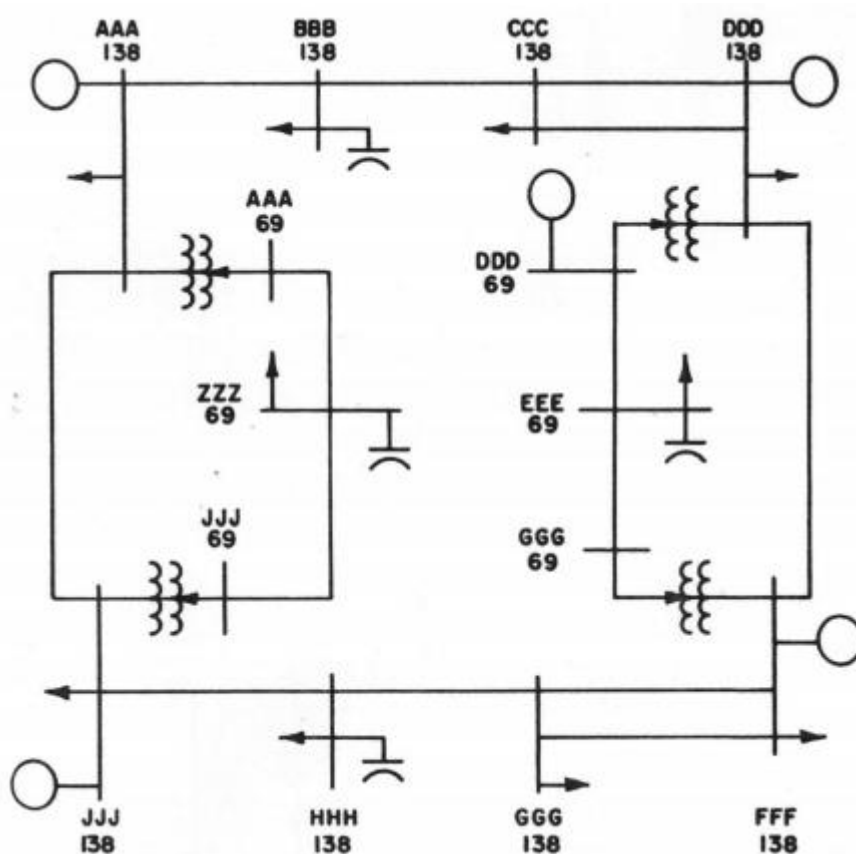


Figura B. 1 – Sistema de 14 barras utilizado no capítulo de resultados.

Todas as tensões pré-falta são consideradas como $1\angle 0^\circ$ pu. O transformador entre as barras 2 e 1 é ligado em Delta-Y aterrado, enquanto os outros três são ligados em Y aterrado - Y aterrado.

A relação entre o código da barra da Figura B.1 e o número da barra adotado nos dados de linha está apresentada na Tabela B.1. Já os dados de linha do sistema estão apresentados na Tabela B.2.

Tabela B. 1 – Relação entre a nomenclatura da figura B.1 e o número de barra adotado.

Código	Nº de Barra
AAA138	1
AAA69	2
DDD138	3
DDD69	4
FFF138	5
GGG69	6
JJJ138	7
JJJ69	8
BBB138	9
CCC138	10
ZZZ69	11
EEE69	12
HHH138	13
GGG138	14

Os dados de linha do sistema, fornecidos em *pu*, estão apresentados na Tabela B.2.

Tabela B. 2 – Dados de linha.

Barra De	Barra Para	$x_1 = x_2$ (pu)	x_0 (pu)	x_{0mutua} (pu)
0	1	0,0100	0,0600	-
0	3	0,0100	0,0700	-
0	5	0,0100	0,0500	-
0	7	0,1000	0,015	-
1	7	0,2000	0,6500	-
1	9	0,2000	0,6000	-
2	1	0,1200	0,1200	-
2	11	0,4200	0,6000	-
3	5	0,2000	0,6000	
3	10	0,2000	0,7000	0,20000
3	10	0,2000	0,7000	0,20000
4	3	0,1200	0,3000	-
4	12	0,4200	1,2000	-
5	14	0,2000	0,6500	0,2200
5	14	0,2000	0,7000	0,2200
6	5	0,1200	0,3500	-
6	12	0,4200	1,2000	-
7	13	0,2000	0,6550	-
8	7	0,1200	0,1200	-
8	11	0,4200	1,2500	-
9	10	0,1000	0,3500	-
13	14	0,1000	0,3500	-