

Rafael de Paula Garcia

**Estratégias de penalização adaptativa para a solução de problemas de
otimização com restrições via algoritmos genéticos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional.

Orientador: Prof. D.Sc. Afonso Celso de Castro
Lemonge

Coorientador: Prof. D.Sc. Helio José Corrêa Barbosa

Coorientador: Prof. D.Sc. Heder Soares Bernardino

Juiz de Fora

2014

Rafael de Paula Garcia,

Estratégias de penalização adaptativa para a solução de problemas de otimização com restrições via algoritmos genéticos/ Rafael de Paula Garcia. – Juiz de Fora: UFJF/MMC, 2014.

XIX, 170 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Afonso Celso de Castro Lemonge

Coorientador: Helio José Corrêa Barbosa

Coorientador: Heder Soares Bernardino

Dissertação (mestrado) – UFJF/MMC/Programa de Modelagem Computacional, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 101 – 106.

1. Otimização. 2. Algoritmo Genético. 3. Técnicas de Penalização. I. Celso de Castro Lemonge, Afonso *et al.*. II. Universidade Federal de Juiz de Fora, MMC, Programa de Modelagem Computacional.

Rafael de Paula Garcia

**Estratégias de penalização adaptativa para a solução de problemas de
otimização com restrições via algoritmos genéticos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional.

Aprovada em 14 de Fevereiro de 2014.

BANCA EXAMINADORA

Prof. D.Sc. Afonso Celso de Castro Lemonge - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. D.Sc. Helio José Corrêa Barbosa - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora / Laboratório Nacional de Computação Científica

Prof. D.Sc. Heder Soares Bernardino - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. D.Sc. Eduardo Lúcio Mendes Garcia
Laboratório Nacional de Computação Científica

Prof. D.Sc. Wilhelm Passarella Freire
Universidade Federal de Juiz de Fora

AGRADECIMENTOS

Tão fundamental quanto os aspectos teóricos desta dissertação é agradecer às pessoas que não mediram esforços para estar ao meu lado apoiando e incentivando. Tantos que estiveram presentes fisicamente ou em oração que seria injusto não nomeá-los nas primeiras páginas deste trabalho.

Agradeço a Deus. O mestre dos mestres. O que me direciona. O que não permite que incertezas se aproximem e que algum mal me aconteça. Tenho plena certeza que sem Suas inspirações eu não estaria na etapa de conclusão deste nível.

À minha mãe, Sônia, por, mais uma vez, acreditar que eu conseguiria me superar e gozar de mais uma vitória. São seus os ensinamentos mais marcantes e importantes que levo pela vida. Eles são a base de todo o conhecimento. Obrigado, mãe, por me apoiar em todas as minhas decisões e ir contra tudo e todos por acreditar em mim.

Ao meu pai, Hélio, e ao meu irmão, Gabriel, por integrar essa família que amo e que eu não seria o mesmo sem a presença de vocês. Pai, apesar das diferenças, obrigado por em simples gestos me impulsionar. Gabriel, sou seu fã.

À minha avó, Sônia, por ser minha santa e interceder por mim. Você me inspira e me faz acreditar a cada dia mais na existência de Deus. Ainda sinto você perto de mim! Te amo. À minha avó, Nitinha, pelo carinho inesgotável. Agradeço pelas conversas e pelos direcionamentos.

Agradeço aos meus primos que também são amigos e irmãos. Gustavo, Luiza, Sandro, Raquel, Rodrigo, Ademir e Débora, obrigado pelos finais de semana, pelos churrascos, pelas gargalhadas. O prazer sempre foi meu por compartilhar o mesmo sangue.

À toda a minha família, materna e paterna, por ter compartilhado comigo os momentos de alegrias e de tristezas. Agradeço também à Conceição e à Maria das Graças por serem tão prestativas e solícitas.

É sempre bom saber que temos amigos em quem podemos confiar. Por isso agradeço a vocês, meus amigos, por serem tão fundamentais. Seja de infância ou de pouca data, vocês são os que mais admiro e os que mais quero ao meu lado. Obrigado Priscila, Nathália e Fernanda por serem desde sempre as que eu mais confiei. Obrigado Victor pelos conselhos, por acreditar em mim e na nossa amizade. Agradeço à Michele e ao Thiago pelos votos de sucesso. Agradeço ao Brunno por ser mais do que um amigo, um irmão. Ao João Rafael

pelo companheirismo na graduação e no mestrado.

Agradeço aos meus orientadores e também amigos, Prof. Afonso Lemonge, Prof. Héder Bernardino e ao Prof. Hélio Barbosa, pela paciência, entusiasmo, atenção e disponibilidade. Obrigado por serem tão generosos ao compartilhar os ensinamentos necessários para a conclusão dessa dissertação.

Ao pessoal do “Laboratório do prédio azul” por permitir que o ambiente fosse propício ao estudo, nas horas de seriedade, e em palco de confraternizações nas datas mais importantes. Em especial, à Érica e ao Bernardo por sempre serem solícitos nas dúvidas que surgiam.

À direção, professores, secretários e funcionários do Departamento de Modelagem Computacional por acreditarem em nosso trabalho e proporcionar que novas portas fossem abertas durante o processo de formação.

Ao Departamento de Matemática por serem flexíveis sempre que precisei.

Às agências de fomento CAPES e FAPEMIG (TEC 528/11).

E à Universidade Federal de Juiz de Fora e pela infraestrutura.

*‘A tarefa não é tanto ver aquilo
que ninguém viu, mas pensar o
que ninguém ainda pensou sobre
aquilo que todo mundo vê.’
(Arthur Schopenhauer)*

RESUMO

A aplicação de metaheurísticas em problemas reais com restrições não é possível sem ajustes. Esta impossibilidade é devida ao fato delas serem desenvolvidas, em sua essência, para resolver problemas de otimização irrestritos.

Esses ajustes são feitos por meio de técnicas que abordam as restrições apresentadas no problema. Técnicas de Penalização são comuns, transformando um problema de otimização restrito em um problema de otimização irrestrito, adicionando uma penalidade para a função aptidão das soluções infactíveis.

Esta dissertação considera uma técnica que adapta o valor do coeficiente de penalização de cada restrição usando informações da população, tais como a média da função de objetivo e o nível de violação em cada restrição. Esta técnica é conhecida como Método de Penalização Adaptativa (ou simplesmente APM). Existem na literatura várias variantes para o APM que podem ser sintetizadas como: APM Esporádico que mantém os coeficientes de penalização fixados em um número fixo de gerações, uma segunda abordagem semelhante à primeira, mas que acumula valores das violações; variante chamada APM Monotônico, que é semelhante ao APM original, mas que não permite que os coeficientes de penalização sejam reduzidos ao longo do processo evolutivo e variante APM Amortecida, que usa uma média ponderada dos valores atuais e anteriores dos coeficientes de penalização.

Novas variantes para o APM são propostas nesta dissertação com a finalidade de buscar melhorias para o APM original. O desempenho destas novas variantes é examinado usando funções teste e problemas de engenharia mecânica e estrutural. Comparações são realizadas utilizando perfis de desempenho, que permitem identificar mais claramente a robustez dessas variantes apontando as melhores.

Palavras-chave: Otimização. Algoritmo Genético. Técnicas de Penalização.

ABSTRACT

The application of metaheuristics on real problems with constraints is not possible without adjustments. This impossibility is due to the fact that they are developed, in their essence, to solve unconstrained optimization problems.

These adjustments are made by techniques that address the constraints present in the problem. Penalty Techniques are common, transforming a constrained optimization problem into an unconstrained optimization problem, adding a penalty to the fitness function of infeasible solutions.

This thesis considers a technique that adapts the value of the penalty coefficient of each constraint using the information of the population, such as the average of the objective function and the level of violation of each constraint. This technique is known as Adaptive Penalty Method (or simply APM). There are in the literature, several variants for the APM and they can be synthesized as: Sporadic APM which holds the fixed penalty coefficients for a fixed number of generations, a second approach similar to the first, but accumulating values of the violations; the variant entitled Monotonic APM, which is similar to the original APM but not allowing the penalty coefficients be reduced along the evolutionary process and the variant damped APM, which uses a weighted average of the current and previous values of the penalty coefficients.

New variants for the APM are proposed in this thesis in order reach improvements in the original APM. The performance of these new variants is examined using test-functions and problems of mechanical and structural engineering. Comparisons are conducted using performance profiles, which allow to identify more clearly the robustness of these variants pointing out the best ones.

Keywords: Optimization. Genetic Algorithm. Penalty Techniques.

SUMÁRIO

1	Introdução	20
1.1	Justificativa	23
1.2	Objetivos	23
2	Otimização.....	25
2.1	Métodos de Solução de Problemas de Otimização	26
2.1.1	<i>Métodos Determinísticos</i>	26
2.1.2	<i>Métodos Probabilísticos</i>	26
2.1.2.1	<i>Método do Recozimento Simulado</i>	27
2.1.2.2	<i>Algoritmos Baseados em Interações</i>	27
2.1.2.3	<i>Algoritmos Genéticos</i>	28
3	Algoritmos Genéticos	30
3.1	Representação	31
3.2	Inicialização	32
3.3	Avaliação	33
3.4	Seleção de Reprodutores	33
3.5	Cruzamento	34
3.6	Mutação	35
3.7	Atualização	36
3.8	Critério de Parada	36
4	Método de Penalização Adaptativa - APM	37
4.1	Técnicas de Penalização	38
4.1.1	<i>Penalização Estática</i>	39
4.1.2	<i>Penalização Dinâmica</i>	39
4.1.3	<i>Penalização Adaptativa</i>	40
4.2	Método de Penalização Adaptativa	41
4.2.1	<i>Variantes para o APM</i>	42
4.2.2	<i>Novas variantes para o APM</i>	44

5	Experimentos Numéricos.....	47
5.1	O Algoritmo de Busca	48
5.2	Análise de desempenho	48
5.3	Primeiro ambiente - Suite de funções	49
5.3.1	<i>Cenário 1 - G1 a G11 com 25000 avaliações da função objetivo</i>	51
5.3.2	<i>Cenário 1 - G1 a G11 com 100000 avaliações da função objetivo</i>	52
5.3.3	<i>Cenário 1 - G1 a G11 com 250000 avaliações da função objetivo</i>	54
5.3.4	<i>Cenário 2 - G1 a G24 com 25000 avaliações da função objetivo</i>	57
5.3.5	<i>Cenário 2 - G1 a G24 com 100000 avaliações da função objetivo</i>	59
5.3.6	<i>Cenário 2 - G1 a G24 com 250000 avaliações da função objetivo</i>	61
5.4	Segundo ambiente - Problemas de Engenharia	63
5.4.1	<i>Mola Sob Tração/Compressão.....</i>	63
5.4.2	<i>Redutor de Velocidade.....</i>	65
5.4.3	<i>Viga Soldada.....</i>	69
5.4.4	<i>Vaso de Pressão</i>	70
5.4.5	<i>Viga Engastada e Livre.....</i>	74
5.4.6	<i>Perfis de desempenho para os problemas de engenharia mecânica</i>	75
5.5	Terceiro ambiente - Problemas de Engenharia Estrutural	78
5.5.1	<i>Treliça de 10 barras.....</i>	78
5.5.1.1	<i>Treliça de 10 barras contínua.....</i>	79
5.5.1.2	<i>Treliça de 10 barras discreta</i>	80
5.5.2	<i>Treliça de 25 barras.....</i>	80
5.5.3	<i>Treliça de 52 barras.....</i>	83
5.5.4	<i>Treliça de 60 barras.....</i>	85
5.5.5	<i>Treliça de 72 barras.....</i>	86
5.5.6	<i>Análise dos resultados obtidos para os problemas de otimização estrutural.....</i>	90
5.5.7	<i>Síntese dos resultados.....</i>	93
6	Conclusão.....	98
6.1	Trabalhos futuros	99
	REFERÊNCIAS.....	101

APÊNDICES	106
-----------------	-----

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

3.1	Funcionamento de um AG tradicional.	31
3.2	Representação do cromossomo.	32
3.3	Cruzamento de 1 ponto.	34
3.4	Cruzamento de 2 pontos.	35
3.5	Cruzamento Uniforme.	35
4.1	Determinação de $\bar{f}(\vec{x})$	43
5.1	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G11 com 500 gerações.	52
5.2	Área normalizada sob as curvas dos perfis de desempenho (5.3) melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 25000 avaliações.	53
5.3	Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 25000 avaliações.	53
5.4	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G11 com 100000 avaliações.	54
5.5	Melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 100000 avaliações.	55
5.6	Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 100000 avaliações.	55
5.7	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G11 com 250000 avaliações.	56
5.8	Melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 250000 avaliações.	57
5.9	Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 250000 avaliações.	57
5.10	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G24 com 25000 avaliações.	58
5.11	Melhores classificados considerando as 24 funções e 25000 avaliações.	59
5.12	Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 25000 avaliações.	59

5.13	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G24 com 100000 avaliações.	60
5.14	Melhores classificados considerando as 24 funções e 100000 avaliações.	61
5.15	Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 100000 avaliações.	61
5.16	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G24 com 250000 avaliações.	62
5.17	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho, considerando os melhores métodos e os problemas G1 - G24.	63
5.18	Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 250000 avaliações.	63
5.19	Mola utilizada no problema	64
5.20	Redutor de Velocidade.	67
5.21	Viga Soldada.	70
5.22	Vaso de Pressão	72
5.23	Viga Engastada e Livre.	74
5.24	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas 5 problemas de mecânica.	76
5.25	Melhores métodos classificados para os problemas do segundo ambiente.	77
5.26	Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados para os problemas do segundo ambiente.	77
5.27	Treliça de 10 barras.	78
5.28	Treliça de 25 barras.	81
5.29	Treliça de 52 barras.	83
5.30	Treliça de 60 barras.	86
5.31	Treliça de 72 barras.	88
5.32	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas de engenharia estrutural.	92
5.33	Melhores classificados considerando os problemas de engenharia estrutural.	93
5.34	Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando os problemas de engenharia estrutural.	93

5.35	Áreas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando todos os problemas de todos os ambientes.	94
5.36	Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho dos melhores métodos considerando todos os problemas de todos os ambientes.	95
5.37	Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando todos os problemas de todos os ambientes.	95
5.38	Perfis de desempenho para o métodos DEB considerando todos os problemas de todos os ambientes.	96
5.39	Perfis de desempenho para a variante APM_Med_4 considerando todos os problemas de todos os ambientes.	96
5.40	Perfis de desempenho para a variante APM_Med_5 considerando todos os problemas de todos os ambientes.	97

LISTA DE TABELAS

3.1	Codificação Binária e Gray	32
4.1	Novas variantes para o APM	46
5.1	Descrição conjunto de funções-teste.	50
5.2	Resultado para o problema Mola sob Tração/Compressão.	65
5.3	Variáveis de projeto encontradas nos melhores resultados para o problema Mola sob Tração/Compressão.	66
5.4	Resultado para o problema Redutor de Velocidade.	68
5.5	Variáveis de projeto encontradas pelos métodos que obtiveram melhores resultados.	68
5.6	Resultado para o problema Viga Soldada.	71
5.7	Variáveis de projeto encontradas pelos métodos que obtiveram melhores resultados para o problema Viga Soldada.	71
5.8	Resultado para o problema Vaso de Pressão.	73
5.9	Variáveis de projeto encontradas pelos métodos que obtiveram melhores resultados.	73
5.10	Resultado para o problema Viga Engastada e Livre.	75
5.11	Variáveis de projeto encontradas pelos métodos que obtiveram melhores resultados.	76
5.12	Resultados da treliça de 10 barras contínua com 280000 avaliações.	79
5.13	Resultados da treliça de 10 barras discreta com 90000 avaliações.	80
5.14	Carregamentos para a treliça de 25 barras.	81
5.15	Agrupamento dos membros para a treliça de 25 barras.	82
5.16	Resultados da treliça de 25 barras discreta com 20000 avaliações.	82
5.17	Carregamentos para a treliça de 52 barras.	84
5.18	Agrupamento dos membros para a treliça de 52 barras.	84
5.19	Área para a seção transversal para a treliça de 52 barras.	84
5.20	Resultados da treliça de 52 barras discreta com 17500 avaliações.	85
5.21	Carregamentos para a treliça de 60 barras.	85

5.22	Agrupamento dos membros para a treliça de 60 barras.	87
5.23	Resultados da treliça de 60 barras contínua com 12000 avaliações.	87
5.24	Carregamentos para a treliça de 72 barras.	89
5.25	Agrupamento dos membros para a treliça de 72 barras.	89
5.26	Resultados da treliça de 72 barras contínua com 35000 avaliações.	90
A.1	Resultados do problema G1 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -15.	108
A.2	Resultados do problema G2 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: - 0.8036191. .	109
A.3	Resultados do problema G3 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -1.0005001. .	110
A.4	Resultados do problema G4 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -30665.5386717.111	
A.5	Resultados do problema G5 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 5126.4967140. 112	
A.6	Resultados do problema G6 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -6961.8138755.113	
A.7	Resultados do problema G7 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 24.3062090. .	114
A.8	Resultados do problema G8 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -0.0958250. .	115
A.9	Resultados do problema G9 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 680.6300573. 116	
A.10	Resultados do problema G10 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 7049.2480205.117	
A.11	Resultados do problema G11 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 0.7499. . . .	118
A.12	Resultados do problema G12 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -1.	119
A.13	Resultados do problema G13 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -0.0539415. .	120
A.14	Resultados do problema G14 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -47.7648885. 121	
A.15	Resultados do problema G15 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 961.7150222. 122	
A.16	Resultados do problema G16 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -1.9051553. .	123
A.17	Resultados do problema G17 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 8853.5396748.124	
A.18	Resultados do problema G18 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8660254. .	125
A.19	Resultados do problema G19 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 32.6555929. 126	
A.20	Resultados do problema G23 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -400.0551000.127	
A.21	Resultados do problema G24 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -5.5080133. .	128
A.22	Resultados do problema G1 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -15	129
A.23	Resultados do problema G2 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8036191 .	130
A.24	Resultados do problema G3 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -1.0005001 .	131
A.25	Resultados do problema G4 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: - 30665.5386717.	132
A.26	Resultados do problema G5 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 5126.4967140.133	

A.27 Resultados do problema G6 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -6961.8138755.	134
A.28 Resultados do problema G7 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 24.3062090.	135
A.29 Resultados do problema G8 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -0.0958250.	136
A.30 Resultados do problema G9 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 680.6300573.	137
A.31 Resultados do problema G10 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 7049.2480205.	138
A.32 Resultados do problema G11 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 0.7499.	139
A.33 Resultados do problema G12 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -1.	140
A.34 Resultados do problema G13 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 0.0539415.	141
A.35 Resultados do problema G14 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -47.7648885.	142
A.36 Resultados do problema G15 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 961.7150222.	143
A.37 Resultados do problema G16 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -1.9051553.	144
A.38 Resultados do problema G17 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 8853.5396748.	145
A.39 Resultados do problema G18 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8660254.	146
A.40 Resultados do problema G19 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 32.6555929.	147
A.41 Resultados do problema G23 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -400.0551000.	148
A.42 Resultados do problema G24 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -5.5080133.	149
A.43 Resultados do problema G1 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -15	150
A.44 Resultados do problema G2 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8036191	151
A.45 Resultados do problema G3 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -1.0005001.	152
A.46 Resultados do problema G4 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: - 30665.5386717.	153
A.47 Resultados do problema G5 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 5126.4967140.	154
A.48 Resultados do problema G6 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -6961.8138755.	155
A.49 Resultados do problema G7 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 24.3062090.	156
A.50 Resultados do problema G8 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -0.0958250.	157
A.51 Resultados do problema G9 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 680.6300573.	158
A.52 Resultados do problema G10 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 7049.2480205.	159
A.53 Resultados do problema G11 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 0.7499.	160
A.54 Resultados do problema G12 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -1	161
A.55 Resultados do problema G13 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 0.0539415.	162
A.56 Resultados do problema G14 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -47.7648885.	163
A.57 Resultados do problema G15 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 961.7150222.	164

A.58 Resultados do problema G16 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -1.9051553.	165
A.59 Resultados do problema G17 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 8853.53996748.	166
A.60 Resultados do problema G18 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8660254.	167
A.61 Resultados do problema G19 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 32.6555929.	168
A.62 Resultados do problema G23 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -400.0551000.	169
A.63 Resultados do problema G24 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -5.5080133.	170

1 Introdução

Em Eneida de Virgílio (70 - 19 a.C.), Dido, uma fenícia, persuadiu um chefe africano a dar-lhe tanta terra quanto ela pudesse cercar com a tripa de um touro. Assim foi. Primeiro, ela cortou as tripas em centenas de tiras bem fininhas. Depois, espertamente, uniu-as para traçar um semi-círculo no chão, a beira do mar Mediterrâneo. Era a máxima área costeira que ela poderia envolver. Neste lugar ela construiu uma cidade. A famosa Cartago.

Desde os tempos em que a civilização fenícia desenvolvia seus moldes econômicos e políticos, notava-se a otimização atuando no processo de tomada de decisões nos mais variados temas. Dido, talvez não com tamanha formalidade, sabia que dentre as figuras de maior perímetro, o círculo é aquela com a maior área.

As noções de otimalidade, por um processo histórico de sempre buscar a melhor opção, já estão imbutidas na maneira de pensar e agir da humanidade. Certamente não se pensaria mais de uma vez para decidir que a melhor escolha para se ir do Brasil ao Canadá é por transporte aéreo, dadas as especificidades que o terrestre iria impor e que são inviáveis tanto financeiramente quanto em tempo de percurso.

A otimização está inserida na matemática e na computação. Para se concretizar ela usa de elementos matemáticos, como as formulações matemáticas, e computacionais, como a implementação computacional. Está envolvida nas problemáticas das ciências exatas, engenharias, biológicas, tecnológicas, dentre outras.

Existem problemas em que soluções ótimas são desejadas para um único objetivo. Em outros, mais de um. Ora, Dido tinha dois claros objetivos: obter a maior área de terra tal que fosse de sua propriedade uma notória faixa litorânea. Para tanto, preferiu projetar um semi-círculo para suprir uma demanda sem que a segunda fosse prejudicada. Caso a faixa litorânea não fosse relevante, a melhor opção seria um círculo completo. No primeiro caso, tem-se um problema de otimização multi-objetivo, ou seja, deseja-se obter soluções convenientes dentro de um universo com mais de um critério a ser otimizado. No segundo, descreve-se um problema mono-objetivo, portanto, um único critério para otimizar.

Ao passar dos anos, as engenharias, a química, medicina e outras tantas áreas do conhecimento, buscaram desenvolver ferramentas para a obtenção de projetos de melhor

desempenho, economia e custo. Esses trazem benefícios significativos quanto ao uso reduzido de matéria prima, custo de fabricação, transporte, armazenagem, entre outros. Todo esse processo se dá por meio da utilização de técnicas de otimização.

Como uma dessas técnicas, os algoritmos evolutivos ou evolucionistas (AEs), amplamente difundidos na literatura, são algoritmos de busca que são diretamente aplicados a problemas sem restrições buscando-se um conjunto de variáveis no espaço viável de soluções que minimiza ou maximiza uma função objetivo. Os AEs, em geral, usam uma função comumente chamada de função aptidão associada a função objetivo. A aplicação dos AEs aos problemas com restrições não pode ser feita de forma direta visto que um conjunto de restrições tem que ser satisfeito. Para resolver este problema, incorpora-se à função aptidão uma função de penalização transformando assim o problema com restrições em um problema sem restrições.

As técnicas para lidar com restrições no âmbito das meta-heurísticas bio-inspiradas podem ser classificadas como diretas (interiores), quando apenas elementos viáveis pertencentes ao espaço de busca são considerados, ou como indiretas (exteriores), quando ambos tipos de elementos viáveis e inviáveis são utilizados durante o processo de busca. As técnicas diretas incluem o uso de: a) operadores que geram sempre novas soluções viáveis, b) decodificadores especiais, c) técnicas de reparo e d) “pena de morte”, quando qualquer elemento inviável é simplesmente descartado do conjunto de soluções candidatas. Por outro lado, as técnicas indiretas compreendem o uso de: a) multiplicadores de Lagrange b) função aptidão bem como valores das violações das restrições dentro de uma otimização multiobjetivo c) Técnicas específicas de seleção de soluções, e d) para qualquer indivíduo inviável atribui-se uma penalização à sua aptidão. Em Schoenauer e Michalewicz (1996) [1], Orvosh e Davis (1994) [2], Adeli e Cheng (1994) [3], Surry e Radcliffe (1997) [4], Runarsson e Yao (2000) [5], Van Kampen et al. (1996) [6] e Hinterding e Michalewicz (1998) [7] são destacadas algumas dessas técnicas.

Um método chamado *Adaptive Penalty Method* (APM) para um Algoritmo Genético (AG) geracional foi proposto por Barbosa e Lemonge (2002) [8] para o tratamento de problemas de otimização com restrições. O APM descarta a necessidade da definição de qualquer parâmetro pelo usuário e é baseado nas informações obtidas da população, tais como a média da função objetivo e o nível de violação de cada restrição durante o processo evolutivo. A ideia principal do método está na definição dos parâmetros de penalização

proporcionalmente a quanto uma restrição é difícil de ser satisfeita.

Foram propostas 4 variantes para o APM em Barbosa e Lemonge (2008) [9]. A primeira variante calcula as violações como no método original mas as atualizações de todos os coeficientes de penalização ocorre de forma esporádica após um determinado número de gerações definido pelo usuário. A segunda variante acumula os valores das violações de cada restrição durante um determinado número de gerações e então atualiza os parâmetros de penalização com estes valores acumulados. O APM com coeficientes de penalização determinados de forma monotônica corresponde à terceira variante, em que os coeficientes de penalização são calculados como no método original, porém nenhum desses coeficientes pode ser reduzido ao longo do processo evolutivo. Finalmente, pode-se pensar em reduzir as oscilações dos coeficientes de penalização através de uma média ponderada entre o valor atual de um coeficiente e o novo valor previsto pelo método. Esta variante é chamada *Damped APM*.

Neste trabalho, são propostas novas variantes para o APM, além das mesmas serem examinadas e testas em problemas clássicos de engenharia mecânica e estrutural e em um conjunto de funções-teste. Essas novas variantes já foram publicadas em Garcia et al. (2013) [10] e em Carvalho et al. (2013) [11] e são derivações das propostas em Barbosa e Lemonge (2008) [9]. Nesta dissertação será apresentado um estudo comparativo e detalhado com o objetivo de identificar as variantes com melhores desempenhos. Para isso, os perfis de desempenho, propostos por Dolan e More (2002) [12], são adotados como meio de visualizar e comparar os resultados obtidos.

No capítulo 2 serão definidos problemas de otimização restritos e irrestritos assim como serão discutidos alguns métodos para a resolução dos mesmos. No capítulo 3 aprofunda-se o estudo no método de busca utilizado neste trabalho, algoritmo genético. No quarto capítulo serão vistas técnicas de penalização e será destacado o Método de Penalização Adaptativo - APM. Além disso, serão propostas novas variantes para o APM neste mesmo capítulo. No capítulo 5 serão abordados e discutidos os experimentos numéricos obtidos e, finalmente, no capítulo 6 serão apresentadas as conclusões.

1.1 Justificativa

É muito comum a presença de restrições em problemas de otimização, principalmente, aqueles oriundos da área de engenharia. Frequentemente os problemas com restrições são transformados em problemas sem restrições através da consideração de funções de penalização.

Uma dificuldade presente na construção das funções de penalização para o tratamento dos problemas de otimização com restrições é a definição dos parâmetros presentes nesta função, que podem afetar consideravelmente a busca das soluções ótimas desejadas. Encontra-se na literatura uma série de estratégias de penalização que são altamente dependentes de parâmetros a serem estabelecidos pelo usuário e de robustez limitada. A escolha da parametrização adequada pode demandar um processo exaustivo de tentativa e erro. Por outro lado, as técnicas ditas livres de parâmetros têm se tornado mais atraentes por apresentar robustez quando aplicadas a problemas de diferentes naturezas e graus de complexidade.

Uma dessas técnicas é o APM, proposto por dois dos orientadores deste trabalho que é livre de parâmetros e tem demonstrado robustez. Neste método, cada restrição do problema tem um parâmetro de penalização que é adaptativamente definido de acordo com informações extraídas da população corrente como o nível de violação desta restrição em toda a população. A característica principal desta técnica é penalizar com uma intensidade maior aquelas restrições mais difíceis de serem atendidas sem que seja necessária a interferência do usuário, que em geral não tem este tipo de informação. Recentemente, variantes destas técnicas de penalização adaptativa foram propostas na literatura e outras variantes ainda podem ser sugeridas e examinadas.

1.2 Objetivos

Esta dissertação pretende propor e examinar novas variantes para o APM fazendo um estudo detalhado das potencialidades de cada uma delas, além de comparar os resultados com aqueles obtidos com o uso de outras técnicas para o tratamento de restrições.

Também, como objetivo secundário, espera-se estudar, entender e utilizar um método de análise de desempenho de algoritmos que auxiliará na tomada de decisões.

Todas essas técnicas serão aplicadas a problemas altamente difundidos na literatura e

os resultados obtidos serão confrontados com os de outros autores.

Os resultados dos experimentos testados com as variantes propostas por Barbosa e Lemonge (2002) [8] ainda não haviam sido submetidas à uma análise comparativa de forma rigorosa.

Essa dissertação também apresenta esta análise considerando além dessas variantes as outras propostas neste trabalho, proporcionando um cenário de comparação razoavelmente amplo.

2 Otimização

De maneira geral, os problemas de otimização seguem um padrão composto por um objetivo, que deve-se decidir se deseja-se o mínimo ou o máximo valor dentre as possíveis soluções, indicações de que os valores aceitos para otimizar o objetivo proposto devem satisfazer um conjunto de restrições e a definição do tipo das variáveis.

Esses problemas podem ser descritos matematicamente segundo o padrão:

$$\min/\max f(\vec{x}), \quad \vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \quad (2.1)$$

sujeito a

$$g_i(\vec{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q \quad (2.2)$$

$$h_j(\vec{x}) = 0, \quad j = q + 1, \dots, m \quad (2.3)$$

$$\vec{x}_k^L \leq \vec{x}_k \leq \vec{x}_k^U, \quad k = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

Em que otimizar significa obter valores para as variáveis de projeto, \vec{x} , que maximize ou minimize a função objetivo $f(\vec{x})$. As restrições de desigualdade e igualdade são dadas por $g_i(\vec{x})$ e $h_j(\vec{x})$, respectivamente e o espaço de busca tem os limites inferiores (x_k^L) e superiores (x_k^U) para cada variável x_k . As restrições de igualdade, na maioria das vezes, são transformadas em inequações adicionando uma tolerância admissível ϵ que assume valores pequenos. Ou seja, 2.3 transforma-se em:

$$|h_j(\vec{x})| - \epsilon \leq 0, \quad j = q + 1, \dots, m \quad (2.5)$$

A solução \vec{x} é considerada factível se $g_i(\vec{x}) \leq 0$, para $i = 1, \dots, q$ e $|h_j(\vec{x})| - \epsilon \leq 0$, para $j = q + 1, \dots, m$.

2.1 Métodos de Solução de Problemas de Otimização

Para a obtenção de solução de problemas de otimização deve-se levar em conta diversos fatores presentes na modelagem do problema que deseja-se resolver. Fatores como a natureza da função objetivo (linear, não-linear, convexa, contínua, multimodal), a suavidade da(s) função(ões) objetivo(s) e das restrições (diferenciável ou não diferenciável), a quantidade de variáveis, a existência ou não de restrições, a quantidade de funções objetivo.

Mesmo com a possibilidade dessas inúmeras variações, os métodos podem ser classificados em determinísticos ou probabilísticos. A escolha de uma metodologia ou outra deve considerar o problema e suas especificidades e, este processo, constitui uma etapa importante para o sucesso da busca da solução para um problema.

2.1.1 Métodos Determinísticos

O uso de métodos determinísticos faz com que sempre uma mesma resposta seja encontrada quando se parte de um mesmo ponto. Usualmente, métodos determinísticos são altamente dependentes do ponto de partida.

Eles podem ser classificados em lineares, quando tanto as restrições quanto a função objetivo são descritas por funções lineares, e não-lineares, quando pelo menos uma delas possuem fatores não-lineares.

Embasado no teorema de *Weierstrass* para a existência de mínimos, demonstrado em Izmailov e Solodov (2009) [13], pode-se provar a convergência no uso destes métodos para uma solução ótima, porém sem evidências de que ela é a global. A explicação para isso deve-se à dependência da solução encontrada com o ponto de partida e quando da existência de múltiplos ótimos locais.

Inúmeros são os métodos desta natureza. Destacam-se: método de gradiente conjugado, método de Newton, método da máxima descida, entre outros.

2.1.2 Métodos Probabilísticos

Segundo Medeiros e Kripka (2012) [14], métodos clássicos de programação matemática são em geral ineficientes frente aos problemas envolvendo situações reais e de maiores complexidades devido, por exemplo, ao comportamento das funções que os descrevem.

É nesse contexto que os métodos probabilísticos são mais eficazes. Estes são fundamentados na inserção de dados e parâmetros estocásticos e, apesar de não fornecerem garantias de que a solução encontrada é a ótima, tem maiores chances de escapar de ótimos locais. Em geral, métodos probabilísticos são caros, mas são considerados robustos.

Como exemplos de métodos com essa concepção, encontra-se: Método do Recozimento Simulado, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Enxame de Partículas, Colônia de Abelhas, entre outras. Todas essas bastante utilizadas na área de otimização estrutural, um dos objetos de estudo deste trabalho.

2.1.2.1 Método do Recozimento Simulado

O Recozimento Simulado, ou *Simulated Annealing*, proposto inicialmente por Kirkpatrick et al. (1983) [15], faz uma analogia com a termodinâmica quando simula o resfriamento de um conjunto de átomos aquecidos.

A busca parte de uma solução inicial t e, a cada iteração, um vizinho t_v é gerado randomicamente. É feito o seguinte cálculo de variação:

$$\Delta = f(t) - f(t_v) \quad (2.6)$$

onde $f(i)$ é a avaliação da função objetivo da solução i .

Se $\Delta < 0$, então t_v é aceito como a nova solução e a solução t é descartada. E, se for gerado vizinhos piores que uma quantidade Δ ($\Delta > 0$), então ele é aceito com uma probabilidade $e^{-\Delta/T}$, em que T é um parâmetro que representa a temperatura. Quando o parâmetro T assume valores muito pequenos tal que não seja mais possível fazer novas atualizações, então o processo é finalizado. Neste momento, diz-se que o sistema se estabilizou.

Nota-se que o algoritmo permite que uma solução pior do que a solução corrente possa ser aceita. Essa permissão tem a finalidade de escapar de ótimos locais em busca do ótimo global.

2.1.2.2 Algoritmos Baseados em Interações

Um interessante ramo de pesquisa que está em voga atualmente é a confecção de algoritmos que simulem o comportamento coletivo de seres vivos. Tal linha de pesquisa foi intitulada Inteligência Coletiva.

Apesar de Bonabeau et al. (1999) [16] ter focado sua definição no comportamento de insetos, o termo refere-se a qualquer grupo de indivíduos vivendo em coletividade. Nesse enfoque, podem ser retratados um enxame de abelhas, de formigas, um sistema imune (já que se trata de um conjunto populacional de células e moléculas), o comportamento migratório de pássaros ou peixes, dentre outros.

- Colônia de Formigas: Introduzido por Dorigo et al. (1996) [17], o algoritmo baseado em colônia de formigas é uma heurística criada para solução de problemas de caminho mínimo em grafos. Foi desenvolvida ao se observar o comportamento das formigas ao saírem de sua colônia em busca de alimentos traçando inúmeros caminhos. Ao descobrir caminhos alternativos mais curtos, e liberando uma substância para nortear o caminho das demais, a colônia acaba construindo um caminho eficiente, por um "feedback" positivo.
- Enxame de Partículas: Foi baseado, inicialmente, no comportamento social de pássaros ao procurarem alimentos. A princípio, os pássaros iniciam sua revoada de forma desordenada e, de acordo com o tempo, observa-se que o bando se organiza e um padrão de busca é concretizado. Quando o alimento for encontrado, espera-se que todo o bando se dirija para ele. Na maioria das vezes esse algoritmo é referenciado por PSO, do inglês *Particle Swarm Optimization*, e foi proposto por Eberhart e Kennedy (1995) [18].
- Colônia de Abelhas: O procedimento das abelhas ao saírem em busca de alimentos e retornar à colméia com informações precisas da direção e da distância do local visitado e uma amostra do alimento encontrado, despertou por Karaboga (2005) [19] a criação de um algoritmo populacional baseado nesse comportamento.

2.1.2.3 Algoritmos Genéticos

São algoritmos baseados nos processos naturais de evolução biológica e da genética em conformidade com as observações de Darwin. Darwin desenvolveu uma teoria fundamentada na competição dos indivíduos por recursos tal que os menos aptos, geram menos descendentes e, portanto, com menor probabilidade de que seus genes sejam propagados ao longo das gerações sucessivas. Dentre os indivíduos sobreviventes, ao se cruzarem, produzirão indivíduos melhor adaptados às características do meio.

Por ser um algoritmo bastante difundido na literatura e possuir grandes virtudes, foi o algoritmo de busca escolhido neste trabalho e será tratado mais detalhadamente no próximo capítulo.

3 Algoritmos Genéticos

Depois de muito se acreditar que a humanidade foi criação de um agente sobrenatural, Darwin, em 1858, surge com uma teoria evolutiva baseada em seleção natural. A ideia principal é que os indivíduos mais bem adaptados ao meio em que se encontram possuem maiores condições de sobrevivência e, portanto, maiores chances de reprodução e contribuição de descendentes.

As observações Darwinistas sugerem que dentre os indivíduos que disputam recursos de um meio, existem aqueles que, por conta de suas características, possuem melhores condições de sobrevivência. Estes são os indivíduos mais aptos para a reprodução e, por terem parte de suas características genéticas copiadas para seus filhos, também cooperam com descendentes mais adaptados ao meio em que se encontram.

Darwin observou ainda que a evolução está sujeita a falhas e que filhos podem sofrer modificações genéticas. Essas modificações, conhecidas por mutações, tem pouca probabilidade de ocorrência e, caso elas ocorram, podem tanto ser maléficas para os descendentes quanto proporcionar boas características antes inexistentes no conjunto de genes de seus reprodutores.

Inspirado por essa teoria, desenvolveu-se por Holland (1975) [20] uma heurística para resolver uma série de problemas de otimização, chamada de Algoritmo Genético - AG. Essa meta-heurística segue um esquema constituído de 7 etapas: inicialização da população, avaliação da aptidão de cada indivíduo, seleção dos reprodutores, cruzamento, mutação, atualização e finalização. Esse esquema pode ser observado na figura 3.1.

Com o problema de otimização selecionado, uma população inicial de indivíduos é gerada para representar soluções para o problema. Esses indivíduos podem ser representados de diversas formas e essa representação influenciará diretamente na qualidade das soluções que serão obtidas pelo algoritmo. A partir daí, essa população é melhorada (ou desenvolvida) a partir de operadores genéticos.

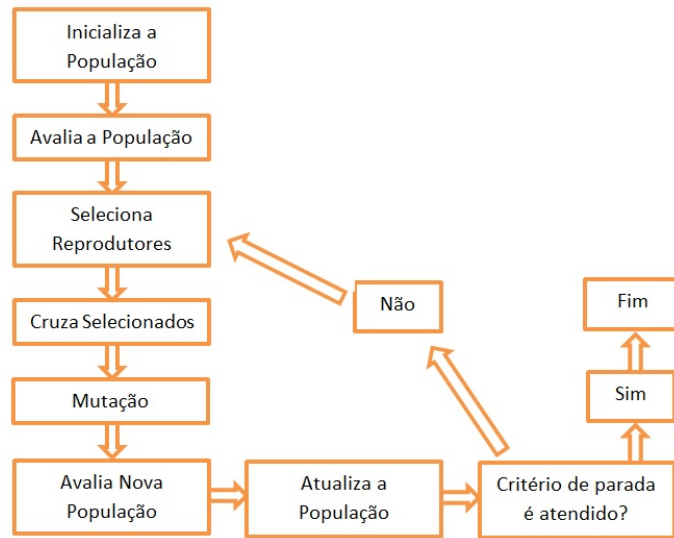


Figura 3.1: Funcionamento de um AG tradicional.

3.1 Representação

O primeiro passo do AG consiste na inicialização de uma população de indivíduos. Uma população é constituída de indivíduos que representam soluções para o problema que se deseja otimizar.

A analogia feita entre a biologia e o método computacional se dá, de imediato, em considerar cada solução para o problema como um indivíduo que é representado por um vetor de variáveis (cromossomo). O valor de cada variável (gene) dentro de cada cromossomo pode ser representado de diversas formas sendo que, a mais usual, é o binário.

Apesar da ampla utilização da codificação binária usual, Frank Gray inventou uma codificação (também binária) em que para a variação de um número para o seu vizinho é necessário a mudança de apenas 1 bit na codificação. Essa codificação solucionou o problema de ruídos quando os contadores de circuitos lógicos digitais necessitavam de potências extremamente altas onde vários bits eram modificados simultaneamente [21].

Na Tabela 3.1, apresentam-se as correspondências entre números decimais e as codificações binária usual e a Gray. Observa-se que na modificação do número real 3 para o número real 4, houve a alteração de todos os bits na codificação binária tradicional enquanto que, na codificação Gray, foi alterado apenas o primeiro bit.

Na Figura 3.2 vê-se a representação (cromossomo) de uma solução para um problema no qual as variáveis podem receber valores inteiros entre 0 e 15 (alelos) e que foram codificadas para o alfabeto binário com 4 bits. A decodificação de cada variável retorna

Decimal	Binário Convencional	Gray
0	000	000
1	001	001
2	010	011
3	011	010
4	100	110
5	101	111
6	110	101
7	111	100

Tabela 3.1: Codificação Binária e Gray

o vetor X com os valores 9, 7 e 2.

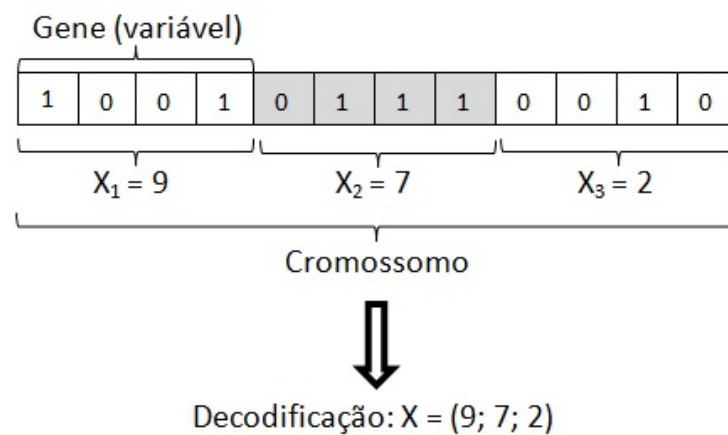


Figura 3.2: Representação do cromossomo.

3.2 Inicialização

Para a construção da população inicial é comum o uso de valores aleatórios para o preenchimento dos genes dos indivíduos. O uso de valores aleatórios é justificado pelo anseio de diversidade, ou seja, pretende-se obter variedade entre as soluções dentro do espaço de busca do problema.

Como exemplos de inicializações, pode-se citar:

- inicialização aleatória uniforme: cada gene do indivíduo receberá aleatoriamente um valor;
- inicialização aleatória não uniforme: certos valores possuirão maior probabilidade de serem escolhidos para que um gene o receba;

3.3 Avaliação

Esta etapa é responsável por dizer o quão adaptado um indivíduo está. Essa adaptação refletirá na escolha dos indivíduos para a reprodução sendo que, os mais adaptados, terão maior probabilidade de serem escolhidos para reprodução.

Inúmeras formas para avaliação dos indivíduos são utilizadas. Em otimização de funções matemáticas, por exemplo, o próprio valor da aplicação da função na representação do indivíduo pode ser utilizada. Em problemas com restrições, usualmente utilizam-se função objetivo em conjunto com funções de penalidades. Por ser objeto de estudo deste trabalho, posteriormente, métodos de penalização para problemas de otimização com restrições serão tratados com mais detalhes neste texto.

3.4 Seleção de Reprodutores

Neste momento, os indivíduos são escolhidos para, posteriormente, reproduzirem. Essa escolha está intimamente ligada ao valor de aptidão de cada indivíduo sendo que, os mais adaptados (ou com melhores valores de aptidão) devem ter maior probabilidade de serem selecionados para o cruzamento.

A ideia de se priorizar os indivíduos com melhores valores de aptidão segue o princípio da perpetuação das boas características a ele concebidas. Ao ter boa avaliação, deduz-se que um indivíduo está melhor adaptado às condições do meio e deve passar aos seus descendentes suas qualidades.

Vários métodos de seleção são encontrados na literatura. Dentre eles, destacam-se:

- Seleção por torneio: são selecionadas soluções e armazenadas em grupos de tamanhos pré-definidos e as que apresentarem melhor valor de aptidão serão selecionadas;
- Seleção por “*ranking*”: as soluções são ordenadas de acordo com suas aptidões e a probabilidade de uma solução ser escolhida depende da posição que ela ocupa no *ranking*;
- Seleção uniforme: todos os indivíduos possuem a mesma probabilidade de serem selecionados.

3.5 Cruzamento

Pertence ao cruzamento a tarefa de fazer com que os indivíduos de gerações futuras (filhos) herdem as características de seus reprodutores (pais). Após os pais serem selecionados, deve-se saber se o cruzamento será, de fato, realizado ou não. Um valor aleatório é gerado e caso atenda a um valor de probabilidade previamente estabelecido, os genes dos pais são combinados e passados a seus filhos.

O funcionamento da recombinação de genes pode ser representado por um vetor máscara de comprimento igual ao dos cromossomos a serem combinados. Os elementos dessa máscara assumirão valores binários e a combinação será dada segundo o algoritmo:

```

Se  $Mascara_i = 0$  {
     $filho1_i \leftarrow pai1_i$ 
     $filho2_i \leftarrow pai2_i$ 
}
Senão {
     $filho1_i \leftarrow pai2_i$ 
     $filho2_i \leftarrow pai1_i$ 
}

```

Os mais conhecidos operadores de cruzamento são:

- Cruzamento de 1 ponto: sendo $Gen1$ e $Gen2$, de comprimento C , os genomas selecionados para a reprodução, sorteia-se um número c tal que $0 < c < C$. Feito isso, o primeiro filho receberá todos os genes de $Gen1$ de 1 até c e todos os genes de $Gen2$ de $c+1$ até C . Os genes do segundo filho serão preenchidos de forma contrária ao preenchimento do primeiro filho. Um exemplo pode ser observado na Figura 3.3.

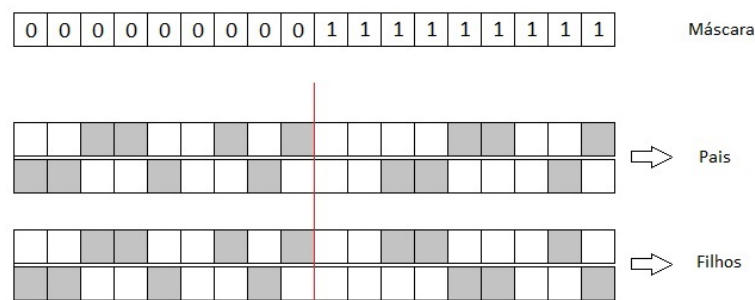


Figura 3.3: Cruzamento de 1 ponto.

- Cruzamento mutiponto: é uma generalização do cruzamento de 1 ponto. Nele, são sorteados c pontos de corte (tal que $0 < c < C$) e a combinação é feita de forma análoga à feita pelo operador de 1 ponto. Um exemplo, com $n = 2$ é apresentado na figura 3.4.

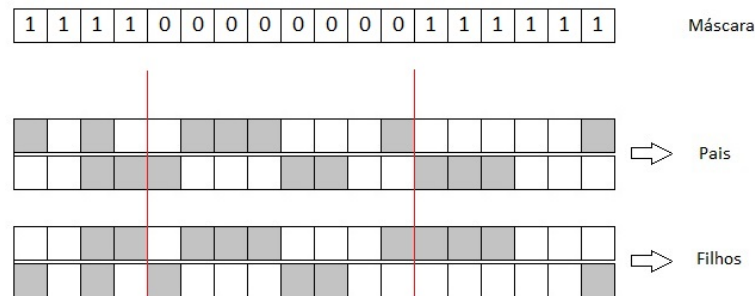


Figura 3.4: Cruzamento de 2 pontos.

- Cruzamento uniforme: para cada gene dos cromossomos filhos, sorteia-se de qual dos pais este será preenchido, com igual probabilidade de seleção entre os genes reprodutores. A máscara, nesse caso, será preenchida de forma aleatória.

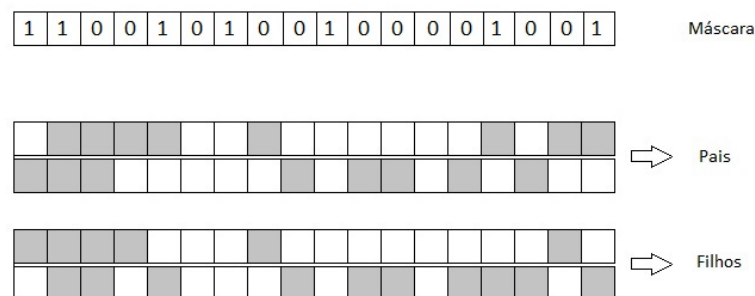


Figura 3.5: Cruzamento Uniforme.

3.6 Mutação

A mutação atua nos indivíduos que compõem a população obtida após o processo de cruzamento, modificando a estrutura genética do mesmo. A importância deste operador reside no fato de evitar a estagnação das soluções em uma única região do espaço de busca, evitando ótimos locais, por exemplo.

São operadores de mutação:

- Mutação *creep*: soma-se ou subtrai-se um valor aleatório do valor do gene;

- Mutação *flip*: sorteia-se um valor para substituir o gene;
- Mutação bit a bit: cada bit possui uma probabilidade para mutação definida a priori. Caso essa probabilidade seja satisfeita, o bit que assume valor 1 passa a assumir valor 0 e vice-versa.

3.7 Atualização

Os indivíduos resultantes dos processos de cruzamento e mutação são inseridos na população segundo estratégias adotadas. Na mais usual, chamada de geracional, a população mantém um tamanho fixo e os filhos gerados substituem por completo os pais que antes ocupavam a população. Alternativas para esse processo são encontradas na literatura tais como mudança no tamanho da população ao longo do processo evolutivo e critério variado no processo de inserção.

Destaca-se aqui o **elitismo** que é a prática de se manter para a nova população o(s) melhor(res) indivíduo(s) da população corrente. Essa técnica previne a perda da melhor solução já encontrada.

3.8 Critério de Parada

Deve-se, em algum momento, fazer com que o processo evolutivo seja finalizado. Isso pode ser feito considerando, por exemplo, a fixação de um número de gerações permitidas para a evolução ou considerar um grau de convergência satisfatório da população.

4 Método de Penalização Adaptativa - APM

Meta-heurísticas bio-inspiradas são normalmente concebidas tendo em mente os problemas de otimização sem restrições, em que se procura, para um conjunto de variáveis x , pertencentes a um espaço de busca, a minimização (ou maximização) de uma função real $f(x)$. No entanto, problemas reais de otimização muitas vezes envolvem restrições e a aplicação direta deste tipo de algoritmo não é possível.

As técnicas para lidar com restrições no âmbito das meta-heurísticas bio-inspiradas podem ser classificadas como diretas (interiores), quando apenas elementos viáveis pertencentes ao espaço de busca são considerados, ou como indiretas (exteriores), quando ambos os elementos viáveis e inviáveis são utilizados durante o processo de busca.

As técnicas diretas incluem o uso de:

- Operadores Especiais, por exemplo, utiliza-se operadores genéticos desenvolvidos para que, no cruzamento de pais factíveis, sempre filhos factíveis sejam gerados;
- Técnicas de Reparo, onde deseja-se mover os indivíduos infactíveis para dentro de um domínio factível conhecido;
- “Pena de Morte”, quando qualquer elemento inviável é descartado do conjunto de soluções candidatas.

Em contrapartida, as técnicas indiretas compreendem o uso de:

- Multiplicadores de Lagrange;
- Consideração da função aptidão e dos valores das violações das restrições dentro de um problema de otimização multiobjetivo;
- Técnicas de Seleção: pode-se privilegiar os indivíduos factíveis;
- Métodos Híbridos: podem combinar várias técnicas;

- Técnicas de Penalização: transforma-se um problema de otimização restrito em um problema de otimização irrestrito atribuindo à função aptidão dos indivíduos inactíveis uma penalização. Por ser objeto de estudo deste trabalho, essas técnicas serão estudadas com mais detalhes.

Existe um considerável número de publicações na literatura no contexto dos itens citados acima e, várias delas, podem ser encontradas nas referências Schoenauer e Michalewicz (1996) [22], Koziel e Michalewicz (1999) [23], Liepins (1991) [24], Orvosh e Davis (1994) [25], Adeli e Cheng (1994) [26], Barbosa (1999) [27], Surry e Radcliffe (1997) [28], Runarsson e Yao (2000) [29], Kampen et al. (1996) [30], Michalewicz e Schoenauer (1996) [31], Hinterding e Michalewicz (1998) [32], Koziel e Michalewicz (1998) [33] e Kim e Myung (1997) [34]. Aquelas que necessitam do conhecimento das restrições de forma explícita têm a aplicação limitada perante a grande maioria dos problemas, principalmente os oriundos de áreas de engenharia.

4.1 Técnicas de Penalização

Para o tratamento de problemas de otimização com restrições, explícitas ou não, é comum o uso de técnicas de penalização que, em geral, são de fácil implementação.

O objetivo destas técnicas é o de transformar problemas de otimização com restrições em problemas sem restrições incorporando à função aptidão uma função de penalização. As funções de penalização $P(\vec{x})$ são, geralmente, dependentes do nível de violação de cada indivíduo em cada restrição e de um coeficiente de penalização k . Desse modo, define-se a função aptidão $F(\vec{x})$ por

$$F(\vec{x}) = f(\vec{x}) + kP(\vec{x}) \quad (4.1)$$

onde

$$P(\vec{x}) = \sum_{i=1}^q G_i(\vec{x}) + \sum_{j=q+1}^m H_j(\vec{x}) \quad (4.2)$$

em que $G_i(\vec{x})$ e $H_j(\vec{x})$ são as violações das inequações e equações de restrição $g_i(\vec{x})$ e $h_j(\vec{x})$ descritas nas equações 2.2 e 2.5, respectivamente.

Na prática, o bom desempenho do algoritmo está intimamente relacionado com a

definição do coeficiente de penalização k que, até então, é definido por um processo (muitas vezes demorado) de tentativa e erro. Existem diversas formas de técnicas de penalização que procuram tomar o valor mais adequado para esse coeficiente. Destacam-se: penalização estática, dinâmica e adaptativa.

4.1.1 Penalização Estática

Neste tipo de técnica, define-se, a priori, o coeficiente de penalização e este permanecerá o mesmo durante todo o processo evolutivo.

Se por um lado a implementação desta ideia é mais simples, por outro, existem grandes desvantagens ao se utilizar o mesmo coeficiente de penalização ao longo de toda a evolução.

Uma das possibilidades de minimização destes inconvenientes é a aplicação de penalidades segundo uma função aptidão dependente de um coeficiente de penalização (definido estaticamente) e do nível de violação das restrições. Como em Homaifar et al. (1994) [35], pode-se criar grupos de indivíduos que violam as restrições segundo uma mesma faixa de valores e, em cada grupo, define-se um coeficiente de penalização proporcional à violação estabelecida.

A dificuldade da aplicação desta técnica encontra-se no fato de se ter que definir inúmeros coeficientes de penalização a priori pelo usuário.

4.1.2 Penalização Dinâmica

Modifica-se, neste tipo de técnica, o fator de penalização ao longo do processo evolutivo. Na maioria dos casos, a definição deste fator está intimamente relacionada com o número de gerações percorridas pelo algoritmo.

Em Joines e Houck (1994) [36], por exemplo, sugere-se o cálculo da função aptidão definida segundo a Equação 4.3

$$F(\vec{x}) = f(\vec{x}) + (ct)^a \Omega(b, \vec{x}) \quad (4.3)$$

onde a , b e c são constantes reais definidas pelo usuário, t é a geração em que a evolução se encontra e Ω é uma função dependente do nível de violação de um indivíduo x nas

restrições do problema e é definida de acordo com a equação 4.4

$$\Omega(b, \vec{x}) = \sum_{i=1}^q G_i^b(\vec{x}) + \sum_{j=q+1}^m H_j(\vec{x}) \quad (4.4)$$

Mesmo tendo evidências de que penalizações dinâmicas são mais eficientes do que penalizações estáticas, elas exigem a definição de parâmetros o que, na maioria dos casos, é uma tarefa árdua. Estes parâmetros, quando definidos de forma aleatória e sem análise prévia, podem afetar negativamente o processo evolutivo com convergências prematuras a ótimos locais ou, até mesmo, a não obtenção de soluções factíveis.

4.1.3 Penalização Adaptativa

Nesta técnica, a atualização da função de penalização leva em consideração o nível de violação da população nas restrições ao longo do processo evolutivo.

Vários autores já usaram essa linha de raciocínio para caracterizar a evolução de seus algoritmos. Foi proposto em Bean e ben Hadj-Alouane (1992) [37] a alteração da função aptidão segundo a Equação 4.5, em que atualiza-se o fator de penalização $\lambda(t)$ de acordo com a Equação 4.6.

$$F(\vec{x}) = f(\vec{x}) + \lambda(t) \left[\sum_{i=1}^q G_i^2(\vec{x}) + \sum_{j=1} H_j(\vec{x}) \right] \quad (4.5)$$

$$\lambda(t+1) = \begin{cases} (1/\beta_1)\lambda(t), & \text{se } b^i \text{ foi sempre factível} \\ \beta_2\lambda(t), & \text{se } b^i \text{ nunca foi factível} \\ \lambda(t), & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.6)$$

Entende-se como b^i o melhor elemento da geração i e $\beta_1 \neq \beta_2$ são ambos maiores do que um.

Em Smith e Tate (1993) [38], a função aptidão dada pela Equação 4.7 é definida segundo uma magnitude de penalização que é modificada dinamicamente, levando-se em consideração o valor da aptidão do melhor indivíduo encontrado em uma determinada geração.

$$F(x) = f(x) + (b_{factive} - b_{geral}) \left(\sum_{i=1}^m \frac{G_i^k(x)}{NTF(t)} \right) \quad (4.7)$$

Em que $b_{factive}$ e b_{geral} denotam o valor da aptidão do melhor indivíduo e a aptidão do melhor indivíduo inactivo, ambos da geração atual, respectivamente. A função $NFT(t)$ (Near Feasibility Threshold) define regiões em que pouco se penaliza indivíduos inactivos. Sugestões para essa função são descritas em Smith e Tate (1993) [38], Coit et al. (1996) [39] e Kulturel-Konak et al. (2004) [40].

Uma interessante estratégia de tratamento de restrições é apresentada por Schoenauer e Xanthakis (1993) [41]. Nela, cada restrição é entendida como um filtro de busca de indivíduos factíveis. A estratégia baseia-se, inicialmente, em gerar uma população de soluções e testar cada solução na primeira restrição do problema. Os indivíduos que violaram a primeira restrição são descartados e os demais são classificados para teste na segunda restrição. Esse processo é repetido até que todas as restrições tenham sido testadas em todos os indivíduos restantes. Nota-se que essa técnica torna-se inviável quando o problema é descrito por muitas restrições.

Outro método de penalização adaptativa foi descrito por Barbosa e Lemonge (2002) [8] e por Lemonge e Barbosa (2004) [42]. O método, conhecido como APM (*Adaptive Penalty Method*), é objeto de estudo deste trabalho e será descrito na próxima seção.

4.2 Método de Penalização Adaptativa

Uma técnica de penalização adaptativa, conhecida como APM (*Adaptive Penalty Method*), foi proposta por Barbosa e Lemonge (2002) [8] e por Lemonge e Barbosa (2004) [42] e aplicada a problemas de otimização com restrições nos quais usou-se um algoritmo genético como mecanismo de busca. A principal vantagem do método é o de ser isento de definições de parâmetros pelo usuário. Além disso, o método abrange problemas que envolvem restrições de igualdade e desigualdade, não exige que as restrições sejam explícitas e sua implementação não é difícil de ser feita.

Neste método, a função aptidão $F(x)$ é definida por:

$$F(\vec{x}) = \begin{cases} f(\vec{x}), & \text{se } x \text{ é factível} \\ \bar{f}(\vec{x}) + \sum_{j=1}^m k_j v_j(\vec{x}), & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.8)$$

em que

$$\bar{f}(\vec{x}) = \begin{cases} f(\vec{x}), & \text{se } f(\vec{x}) > \langle f(\vec{x}) \rangle \\ \langle f(\vec{x}) \rangle, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.9)$$

Entende-se por $\langle f(\vec{x}) \rangle$ a média do valor das funções objetivo dos indivíduos da população corrente. A variável $v_j(\vec{x})$ armazena o valor da violação do indivíduo \vec{x} na restrição j e é definido por:

$$v_j(\vec{x}) = \begin{cases} \max(g_j(\vec{x}), 0), & \text{se a restrição } j \text{ for de desigualdade} \\ |h_j(\vec{x})|, & \text{caso a restrição } j \text{ seja de igualdade} \end{cases} \quad (4.10)$$

Define-se o parâmetro de penalização k_j por

$$k_j = |\langle f(\vec{x}) \rangle| \frac{\langle v_j(\vec{x}) \rangle}{\sum_{l=1}^m [\langle v_l(\vec{x}) \rangle]^2} \quad (4.11)$$

onde $\langle v_j(\vec{x}) \rangle$ é a média dos valores da l -ésima restrição na população corrente.

Sendo pop a quantidade de indivíduos da população, pode-se escrever a Equação 4.11 como

$$k_j = \frac{|\sum_{i=1}^{pop} f(\vec{x}^i)|}{\sum_{l=1}^m [\sum_{i=1}^{pop} v_l(\vec{x}^i)]^2} \sum_{i=1}^{pop} v_j(\vec{x}^i) \quad (4.12)$$

O parâmetro de penalização k assume valores altos para restrições mais difíceis de serem atendidas e, portanto, penaliza mais fortemente indivíduos que são ineficazes naquela restrição.

Nos casos em que o valor da função objetivo de uma solução candidata ineficaz estiver abaixo da média das funções objetivo da população corrente, o APM altera este valor para o valor médio da função objetivo. Esse esquema pode ser notado na Figura 4.1 adaptada de Barbosa e Lemonge (2002) [8].

4.2.1 Variantes para o APM

Afim de ajustar o parâmetro k e reduzir custos computacionais, quatro variantes para o APM foram propostas e testadas em Barbosa e Lemonge (2008) [9]. As variações foram:

APM Esporádico (APM_Spor): Nesta variante, fixa-se os coeficientes de penalização k_j por uma quantidade fixa de gerações (neste trabalho considera-se que

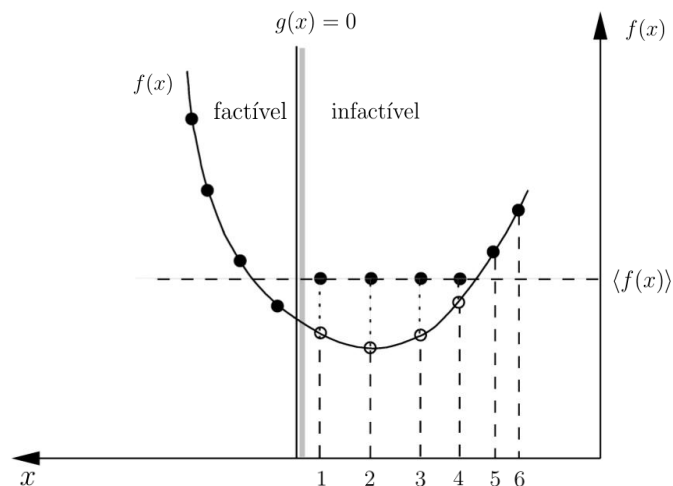


Figura 4.1: Determinação de $\bar{f}(\vec{x})$.

o coeficiente de penalização será atualizado a cada 10 gerações). Nesta perspectiva, não é necessário o cálculo deste coeficiente em todas as gerações reduzindo, assim, o custo computacional.

O APM Esporádico segue o seguinte algoritmo:

- Calcula a violação das restrições v_j para a população corrente;
- Atualiza os parâmetros de penalização k_j ;
- Mantem os parâmetros de penalização k_j inalterados por uma quantidade fixa de gerações.

APM Esporádico com Acúmulo das Violações (APM_Spor_Acum): Nesta variante, acumula-se os valores das violações das restrições durante uma quantidade fixa de gerações (10 gerações para este trabalho) enquanto mantém-se o parâmetro de penalização k_j fixo.

Esta variante pode ser expressa pelo algoritmo:

- Acumula os valores das violações das restrições por uma quantidade fixa de gerações Ger ;
- Atualiza os parâmetros de penalização k_j ;
- Mantem os parâmetros de penalização k_j inalterados por uma quantidade fixa de gerações Ger .

APM Monotônico e Esporádico (APM_Mono.f): os parâmetros de penalização são fixados por uma quantidade de gerações e, quando atualizados, não se permite que o seu valor seja reduzido.

APM com Amortecimento (APM_Damp): Este método pondera o cálculo do parâmetro de penalização entre o k_j calculado na população corrente com o k_j da população imediatamente anterior da seguinte maneira:

$$k_j^{corrente} = \theta k_j^{corrente} + (1 - \theta) k_j^{anterior} \quad (4.13)$$

em que θ é um fator de ponderação que assume valores entre 0 e 1 e que, neste trabalho, foi definido como 0.5.

Também modificou-se a variante **APM Monotônico e Esporádico** com a finalidade de testá-la sem o acúmulo das restrições. Esta nova variante para o APM, que será denominada APM_Mono, funciona como o APM original porém não permite que o valor do coeficiente de penalização seja reduzido. Apesar dessa variante já ter sido proposta em 2008, ela ainda não foi testada.

Em experimentos numéricos realizados por Barbosa e Lemonge (2008) [9], concluiu-se que o APM original obteve com mais frequência melhores soluções, apesar de não haver discrepância significativa entre o APM original e as novas variantes. Com isso, sugere-se o uso das novas variantes, já que existe ganho computacional principalmente nas duas primeiras variantes. Concluíram também que a inclusão do amortecimento não foi relevante.

4.2.2 *Novas variantes para o APM*

Neste trabalho propõem-se novas variantes para o APM, que podem ser descritas da seguinte maneira:

- Modificação 01:

$$\bar{f}(\vec{x}) = \begin{cases} f(\vec{x}), & \text{se } f(\vec{x}) > \lfloor f(\vec{x}) \rfloor \\ \lfloor f(\vec{x}) \rfloor, & \text{se } f(\vec{x}) \leq \lfloor f(\vec{x}) \rfloor \end{cases} \quad (4.14)$$

tal que $\lfloor f(\vec{x}) \rfloor$ é o valor da função objetivo do pior indivíduo factível da população corrente. Caso não existam indivíduos factíveis, utiliza-se a média da função objetivo da população corrente;

- Modificação 02:

$$k_j = \lfloor f(\vec{x}) \rfloor \left| \frac{\langle v_j(\vec{x}) \rangle}{\sum_{l=1}^m [\langle v_l(\vec{x}) \rangle]^2} \right| \quad (4.15)$$

tal que $\lfloor f(\vec{x}) \rfloor$ é o valor da função objetivo do pior indivíduo factível da população corrente. Caso não existam indivíduos factíveis, utiliza-se a média da função objetivo da população corrente;

- Modificação 03: $\langle v_j(\vec{x}) \rangle$ é o somatório das violações de todos os indivíduos na restrição j dividido pelo número de indivíduos que violam essa restrição;
- Modificação 04:

$$k_j = \langle \langle f(\vec{x}) \rangle \rangle \left| \frac{\langle v_j(\vec{x}) \rangle}{\sum_{l=1}^m [\langle v_l(\vec{x}) \rangle]^2} \right| \quad (4.16)$$

tal que $\langle \langle f(\vec{x}) \rangle \rangle$, que antes representava a média da função objetivo, agora representa o somatório da função objetivo de todos os indivíduos da população corrente dividido pelo número de indivíduos infactíveis;

- Modificação 05:

$$\bar{f}(\vec{x}) = \begin{cases} f(\vec{x}), & \text{se } f(\vec{x}) > \langle \langle f(\vec{x}) \rangle \rangle \\ \langle \langle f(\vec{x}) \rangle \rangle, & \text{se } f(\vec{x}) \leq \langle \langle f(\vec{x}) \rangle \rangle \end{cases} \quad (4.17)$$

tal que $\langle \langle f(\vec{x}) \rangle \rangle$, que antes representava a média da função objetivo, agora representa o somatório da função objetivo de todos os indivíduos da população atual dividido pelo número indivíduos infactíveis, ou seja,

$$\langle \langle f(\vec{x}) \rangle \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{pop} f(\vec{x}_i)}{N_{inf}} = \frac{\sum_{i=1}^{pop} f(\vec{x}_i)}{pop} \frac{pop}{N_{inf}} = \langle f(\vec{x}) \rangle \frac{pop}{N_{int}} = \frac{\langle f(\vec{x}) \rangle}{P_{int}} \quad (4.18)$$

onde P_{int} é a porção de indivíduos infactíveis.

Métodos	Modificação				
	01	02	03	04	05
APM_worst	X				
APM_worst_2		X			
APM_worst_3	X	X			
APM_Med			X		
APM_Med_2			X	X	X
APM_Med_3			X	X	
APM_Med_4			X		X
APM_Med_5					X
APM_Med_6				X	
APM_Med_7				X	X
APM_Med_Worst	X		X		
APM_Med_Worst_2	X	X	X		

Tabela 4.1: Novas variantes para o APM

Na Tabela 4.1, são apresentadas as novas variantes desenvolvidas. Elas são nomeadas na primeira coluna e as variações feitas são marcadas nas colunas subsequentes.

Portanto, quando referir-se ao método APM_Med_3, por exemplo, devem ser consideradas as seguintes modificações no APM original:

- No cálculo do parâmetro de penalização k_j , $\langle v_j(\vec{x}) \rangle$ será o somatório das violações de todos os indivíduos na restrição j dividido pelo **número de indivíduos que violam** essa restrição;
- Ainda no cálculo do parâmetro de penalização k_j , $\langle f(\vec{x}) \rangle$, que antes representava a média da função objetivo, agora representa o somatório da função objetivo de todos os indivíduos da população atual dividido pelo **número de indivíduos inactivos**.

Neste trabalho também é considerado um método, que será referenciado por DEB, que foi proposto por DEB (2000) [43], que é isento da definição de qualquer parâmetro de penalidade e a seleção dos indivíduos é feita segundo a sistematização:

- Entre dois indivíduos factíveis, escolhe-se o que obtiver o melhor valor para a função objetivo;
- Entre um indivíduo factível e outro inactivo, escolhe-se o factível;
- Entre dois indivíduos inactivos, escolhe-se aquele que viola menos as restrições do problema.

5 Experimentos Numéricos

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos ao se aplicar um algoritmo genético a problemas envolvendo restrições, que foram tratadas utilizando o APM, as variantes desenvolvidas para o APM e o método DEB.

Dentre os problemas, encontram-se problemas da engenharia mecânica e estrutural, além de um conjunto de funções-teste. Comparou-se os resultados obtidos utilizando-se um método para analisar o desempenho das variantes chamado perfil de desempenho (*performance profiles*) proposta por Dolan e More (2002) [12].

Dividiu-se o estudo em três ambientes para analisar cada grupo de problemas separadamente:

- No primeiro ambiente, testou-se todas as variantes para o APM e o DEB em um conjunto de 24 funções-teste descritas por Liang et al. (2006) [44]. Após a execução dos métodos e tendo notado que a taxa de factibilidade (número de execuções em que se encontrou soluções factíveis dividido pelo número de execuções) para os primeiros 11 problemas era alta enquanto, nos restantes, não, criou-se dois cenários: no primeiro, executou-se as variantes para os 11 primeiros problemas e usou-se, como métrica de desempenho para os perfis de desempenho, a média da função objetivo obtida por cada variante. No segundo cenário, executou-se as variantes para todos os 24 problemas, mas utilizou-se, como métrica de desempenho, a média da função objetivo dividida pela taxa de factibilidade. As tabelas com os resultados dessas execuções podem ser visualizadas no Apêndice A. Os resultados para as funções G20, G21 e G22 não são mostradas por não terem encontrado nenhuma solução factível por nenhum dos métodos propostos ou usados para comparação. Em cada cenário, três níveis do número de avaliações da função objetivo foi considerado;
- No segundo ambiente, executou-se todas as variantes para o APM e o DEB para 5 problemas clássicos de otimização da engenharia mecânica: mola sob tração/compressão, redutor de velocidade, viga soldada, vaso de pressão e viga engastada e livre. Para os perfis de desempenho foi usada a média como métrica de desempenho;

- No terceiro ambiente, discutiu-se o desempenho das variantes para o APM em 6 problemas de engenharia estrutural (treliças planas e espaciais), que envolvem otimização com variáveis discretas e contínuas. Também utilizou-se, como métrica de desempenho, a média da função objetivo para cada variante.

É importante informar ao leitor sobre o volume razoável de análises que serão fornecidas neste capítulo, o que poderá trazer dificuldades em suas interpretações. Porém, os resultados obtidos serão sintetizados na seção 5.5.7.

5.1 O Algoritmo de Busca

Utilizou-se um Algoritmo Genético geracional na busca de valores ótimos de problemas amplamente testados na literatura. Tal algoritmo foi implementado em linguagem de programação C e as variáveis do problema foram codificadas com a metodologia Gray e alocou-se 25 bits para cada uma.

Usou-se seleção por torneio com probabilidade de um cruzamento uniforme de 90%. Aplicou-se uma taxa de mutação de 4%. Utilizou-se elitismo com o melhor elemento factível juntamente com uma cópia na qual somente 1 bit é trocado aleatoriamente. O critério de parada adotado foi o número de gerações definido à priori.

Todas as variantes descritas na tabela 4.1 foram testadas, juntamente com o APM, as variantes para o APM propostas em Barbosa e Lemonge (2008) [9] e o método de tratamento de restrições proposto por Deb (2000) [43] que, neste trabalho, denomina-se DEB. Os testes foram feitos em um total de 35 execuções independentes.

Em cada conjunto de problemas selecionados para os experimentos numéricos, utilizou-se diferentes quantidades de indivíduos e de gerações. Esses dados foram adotados de acordo com a literatura.

5.2 Análise de desempenho

Esse critério de análise de desempenho foi proposto em Dolan e More (2002) [12] para facilitar a interpretação e visualização dos resultados obtidos em experimentos. Em geral, compara-se um conjunto de diferentes algoritmos de modo a se escolher aquele com o melhor desempenho sobre um certo conjunto de problemas.

O funcionamento deste método inicia-se ao considerar um conjunto P de problemas teste p_j , com $j = 1, 2, \dots, n_p$, um conjunto A de algoritmos a_i com $i = 1, 2, \dots, n_a$ e uma métrica de desempenho $t_{p,a}$ (como, por exemplo, tempo computacional, média dos valores da função objetivo, etc.).

A razão de desempenho, que é sempre maior ou igual a 1, é definida como

$$r_{p,a} = \frac{t_{p,a}}{\min\{t_{p,a} : a \in A\}} \quad (5.1)$$

O perfil de desempenho do algoritmo é dado por:

$$\rho_a(\tau) = \frac{1}{n_p} |\{p \in P : r_{p,a} \leq \tau\}| \quad (5.2)$$

que é a fração de problemas resolvidos pelo algoritmo com desempenho dentro de um fator τ do melhor desempenho obtido, considerando todos os algoritmos. O perfil é uma função constante por partes, não-decrescente e contínua.

Pode-se inferir, que o algoritmo com menor valor de τ tal que $\rho_a(\tau) = 1$ é o mais robusto por conseguir resolver todos os problemas e, além disso, ser o que obtém melhores valores na maioria dos problemas. Pode-se dizer ainda que o algoritmo que atinge o maior valor de $\rho_a(1)$ obtém melhores resultados em um número maior de problemas.

Em adição às ideias propostas por Dolan e More (2002) [12], foi sugerido por Barbosa et al. (2010) [45] que a área sob a curva ρ_a é um indicador global de desempenho do algoritmo: quanto maior a área, maior o desempenho do algoritmo.

5.3 Primeiro ambiente - Suite de funções

Um conjunto de 24 problemas (G1-G24) testados largamente na literatura, denominado *G-Suite* e descritos em Liang et al. (2006) [44], foi utilizado para analisar a eficiência dos métodos. O *G-Suite* é constituído de problemas com diferentes tipos de funções objetivo que envolvem restrições lineares e não-lineares.

Apesar das descrições das funções não serem disponibilizadas neste trabalho para evitar um texto extenso, em Liang et al. (2006) [44] apresentam-se as características de cada uma das 24 funções propostas, tais como quantidade de variáveis, tipo de função de cada problema, quantidade de restrições e o valor ótimo de cada problema. Esses dados estão sintetizados na Tabela 5.1 que nomeia as funções na primeira coluna, descreve o

Problema	Tipo de função	Variáveis	Restrições	Melhor valor conhecido
G1	quadrática	13	9	-15
G2	não linear	20	2	-0.80361
G3	polinomial	10	1	-1.00050
G4	quadrática	5	6	-3.05566e ⁴
G5	cúbica	4	5	5126.49671
G6	cúbica	2	2	-6961.81387
G7	quadrática	10	8	24.30620
G8	não linear	2	2	-0.09582
G9	polinomial	7	4	680.63005
G10	linear	8	6	7049.24802
G11	quadrática	2	1	0.749900
G12	quadrática	3	1	-1.0000
G13	não linear	5	3	0.05394
G14	não linear	10	3	-47.764888
G15	quadrática	3	2	961.71502
G16	não linear	5	38	-1.90515
G17	não linear	6	4	8853.53967
G18	quadrática	9	13	-0.86602
G19	não linear	15	5	32.65559
G20	linear	24	20	0.20497
G21	linear	7	6	193.72541
G22	linear	22	20	236.43097
G23	linear	9	6	-400.05510
G24	linear	2	2	-5.50801

Tabela 5.1: Descrição conjunto de funções-teste.

tipo de função que é utilizada na descrição do problema na segunda coluna, apresenta a quantidade de variáveis e restrições nas colunas 3 e 4 e, por fim, mostra o valor ótimo conhecido para cada um dos problemas na última coluna.

Dada a complexidade de obtenção de soluções de alguns problemas, dois cenários de comparação foram definidos. No primeiro, considera-se os 11 primeiros problemas (G1 a G11), que possuem região de factibilidade mais ampla e, portanto, mais fácil de obter soluções candidatas factíveis. No segundo, considera-se todos os problemas.

Em cada um desses cenários fez-se as comparações em três níveis distintos do número de avaliações da função objetivo comumente adotados e indicadas na literatura: 25000, 100000 e 250000. Apenas indivíduos factíveis foram considerados como solução, exceto na função G20, visto que essa função não possui solução factível conhecida na literatura.

As variantes para o APM e o DEB foram divididos em três conjuntos para gerar os perfis de desempenho. O primeiro conjunto compara as variações do APM propostas por

Barbosa e Lemonge (2008) [9]. Aos outros grupos, destinou-se a comparação entre as novas variantes para o APM e o método proposto por Deb (2000) [43].

Foram gerados os perfis de desempenho para cada grupo e, pela observação das áreas sob as curvas dos perfis, selecionou-se os melhores métodos para uma comparação final. Usou-se como métrica de desempenho no cenário 1 as **médias** dos resultados encontrados por cada método de tratamento de restrições em cada problema e, no cenário 2, o valor da média da função objetivo dividido pela taxa de factibilidade para cada método, como indicado por Liang et al. (2006) [44].

5.3.1 Cenário 1 - G1 a G11 com 25000 avaliações da função objetivo

Neste cenário, considera-se em cada população 50 indivíduos que serão submetidos a uma evolução de 500 gerações, avaliando a função objetivo 25000 vezes.

As comparações por grupos para este cenário estão mostradas na Figura 5.1, que apresentam as áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os 11 primeiros problemas e tendo como métrica de desempenho a média dos valores da função objetivo.

Ao analisar a 5.1(a), observa-se que dentre as variantes propostas por Barbosa e Lemonge (2008) [9], a APM_Spor foi a que se sobressaiu seguida da APM_Mono. Dentre as novas variantes vê-se bom resultado para a variante APM_Med_5 e APM_Med_4 nas Figuras 5.1(b) e 5.1(c). O método DEB teve o melhor desempenho em um dos grupos (5.1(c)).

As variantes melhores classificadas em cada grupo de comparação foram selecionadas para uma nova classificação envolvendo os métodos com melhores desempenho dentro de cada grupo. Suas áreas sob as curvas do perfil de desempenho, apresentado na figura 5.2, podem ser observadas na figura 5.1.

Neste cenário, portanto, vê-se uma pequena vantagem do método DEB em relação ao método APM_Spor, que foram os métodos mais competitivos.

Após essas variantes vieram APM_Mono, APM_Mono_f, APM_Med_5, APM_Med_4, APM_worst_3 e APM, nesta ordem.

Analisando o perfil de desempenho mostrado na Figura 5.3 percebe-se que apesar do APM_Spor conseguir a melhor solução em uma quantidade maior de problemas (isso é

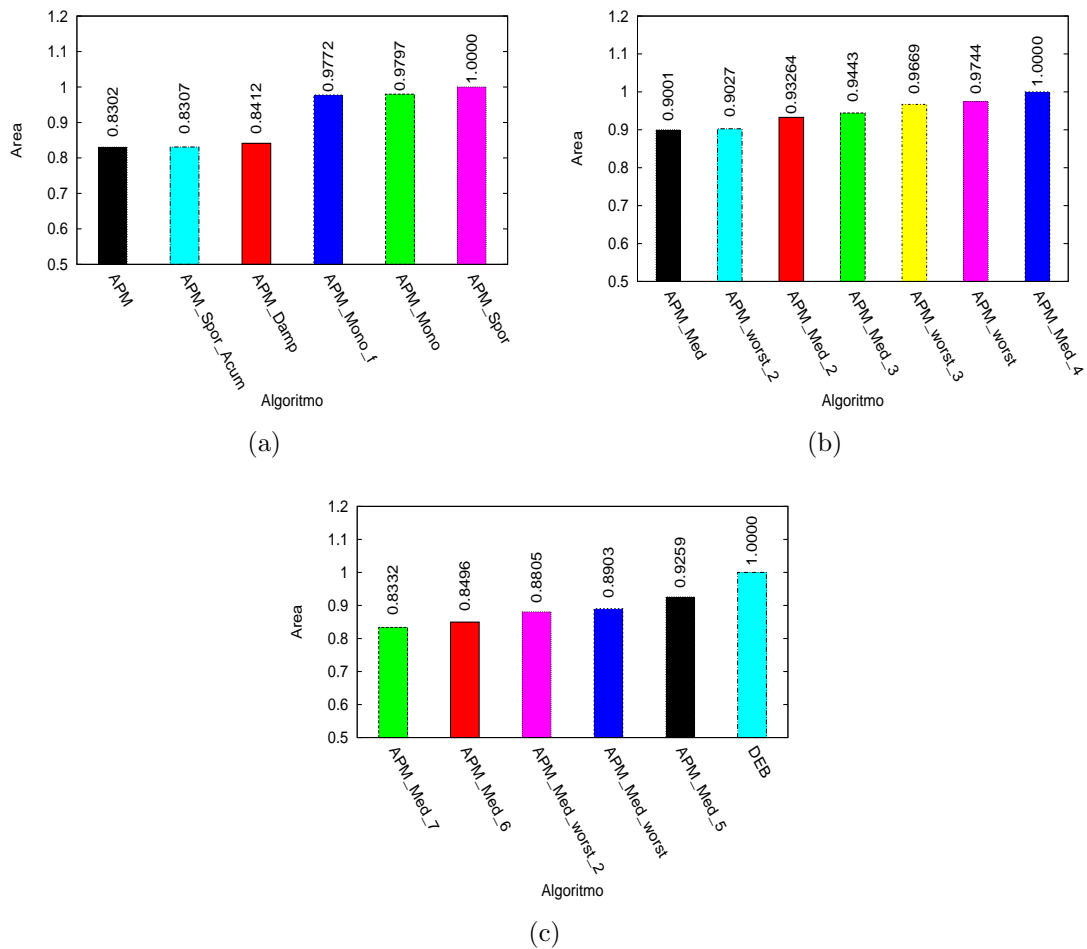


Figura 5.1: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G11 com 500 gerações.

visto para $\tau = 1$, em que a variante APM_Spor foi a que obteve o melhor valor para a média em cerca 20% dos problemas considerados), o método DEB consegue obter soluções melhores do que o APM_Spor para mais problemas.

Observa-se ainda que o método APM original além de ter desempenho desvantajoso em relação aos demais, não consegue obter solução para alguns problemas.

5.3.2 Cenário 1 - G1 a G11 com 100000 avaliações da função objetivo

Aqui é considerado 50 indivíduos nas populações e 2000 gerações, totalizando 100000 avaliações da função objetivo. Observa-se, na Figura 5.4 as comparações por grupos para este cenário.

A variante APM_Spor foi a melhor classificada em relação às variantes antigas. A

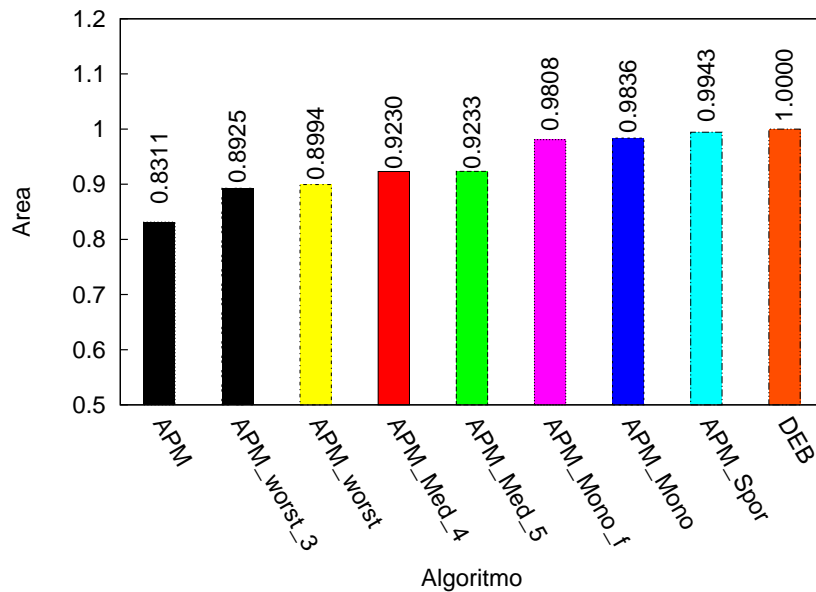


Figura 5.2: Área normalizada sob as curvas dos perfis de desempenho (5.3) melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 25000 avaliações.

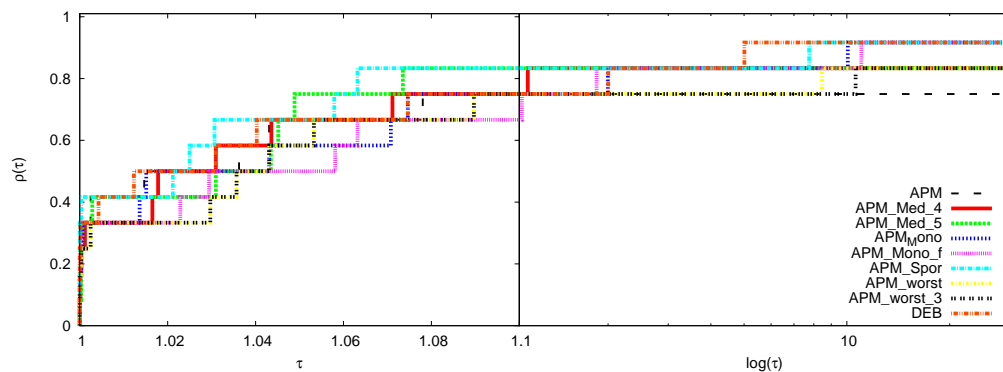


Figura 5.3: Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 25000 avaliações.

superioridade do método DEB para este cenário foi mantida as variantes APM_Med_4 e APM_Med_5 foram as que obtiveram melhor classificação entre as variantes para o APM.

A classificação final das variantes que obtiveram melhor desempenho pode ser visualizada pelos perfis da Figura 5.6 e pelas áreas sob essas curvas na Figura 5.5.

Nota-se, nos perfis de desempenho, que apesar do método APM_Spor conseguir melhores soluções para cerca de 35% dos problemas analisados, o método DEB é o que obtém o melhor desempenho na Figura 5.5. Isso ocorre devido a existência de problemas que o método DEB consegue melhores soluções (apesar de não ser o melhor no geral para o problema) do que o APM_Spor. Ou seja, tem-se o APM_Spor como a variante que retorna os melhores valores para uma quantidade maior de problemas, enquanto o

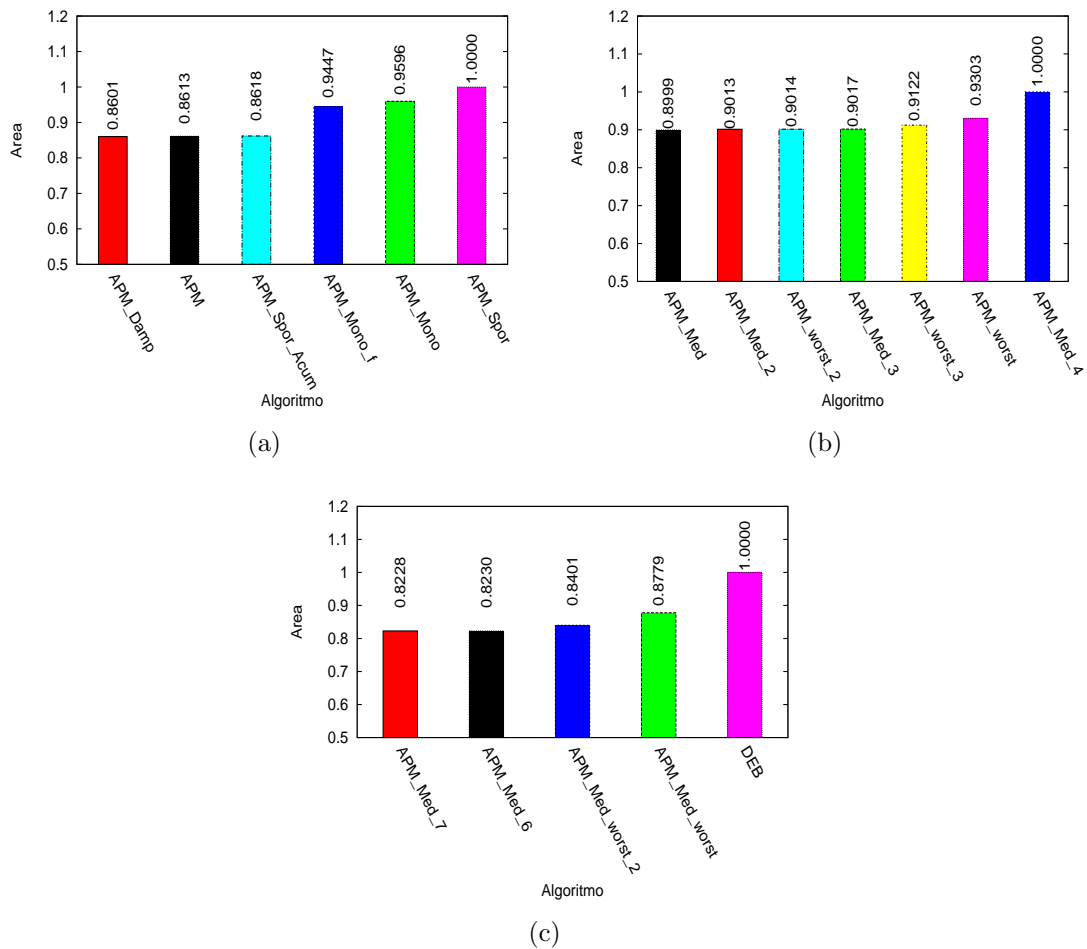


Figura 5.4: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G11 com 100000 avaliações.

método DEB se torna mais confiável por conseguir obter melhores soluções (apesar da existência de outros métodos que obtêm soluções melhores do que ele) quando comparado ao APM_Spor.

5.3.3 Cenário 1 - G1 a G11 com 250000 avaliações da função objetivo

As comparações iniciais para esse cenário podem ser observadas na Figura 5.7 que apresenta as áreas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os 11 primeiros problemas.

Observa-se que o APM original se destaca na classificação dentre as variantes propostas por Barbosa e Lemonge (2008) [9]. Ele é seguido pelo método APM_Damp e pelo APM_Spor, nesta ordem.

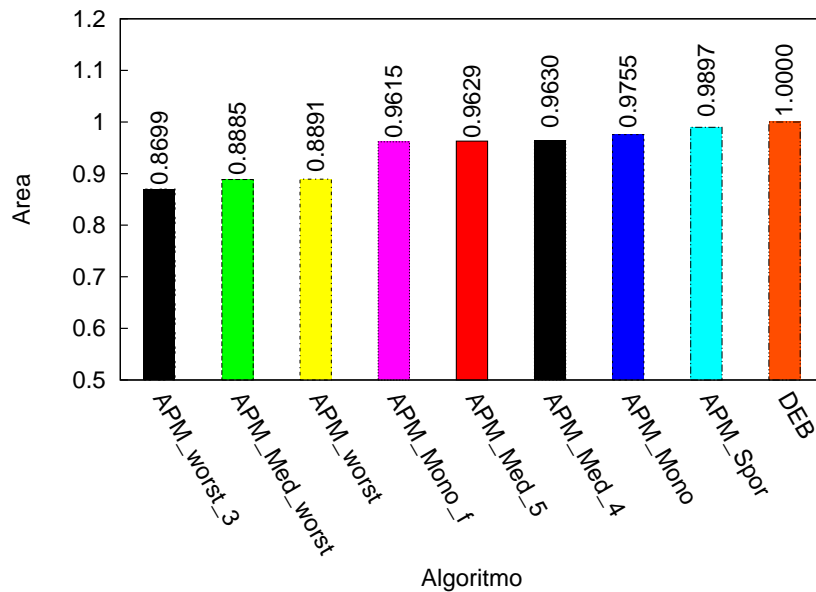


Figura 5.5: Melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 100000 avaliações.

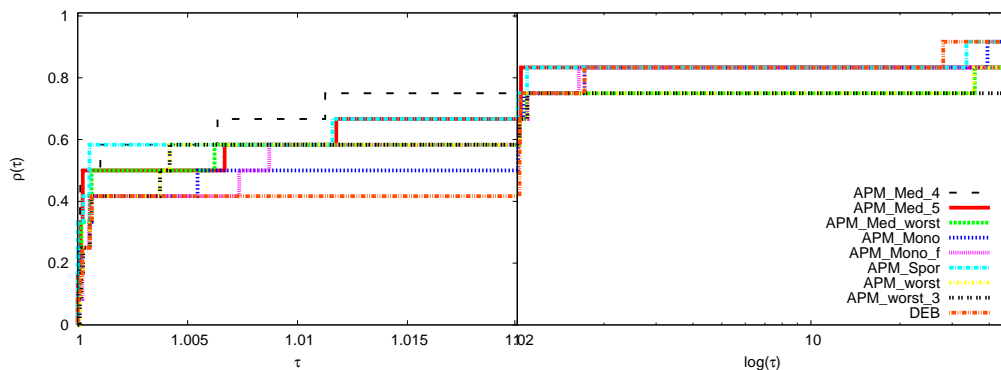


Figura 5.6: Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 100000 avaliações.

Dentre as novas variantes, destacam-se, nessa classificação parcial, os métodos APM_Med_2, APM_Med_4 e APM_Med_5.

Na Figura 5.8 é apresentada a classificação geral com os melhores métodos obtidos:

Verifica-se que os métodos APM_Med_4 e APM_Med_5 obtiveram melhores desempenho em relações aos demais.

Percebe-se que, na seleção dos melhores métodos, o APM obteve melhor resultado do que o APM_Spor. Já na classificação final, isso se inverte. Isso ocorre porque o APM_Spor consegue resolver uma maior quantidade de problemas do que o APM. Em contrapartida, o APM consegue obter melhores soluções em um maior número de problemas. Na primeira comparação, o valor máximo de τ é menor do que o da segunda comparação. Enquanto

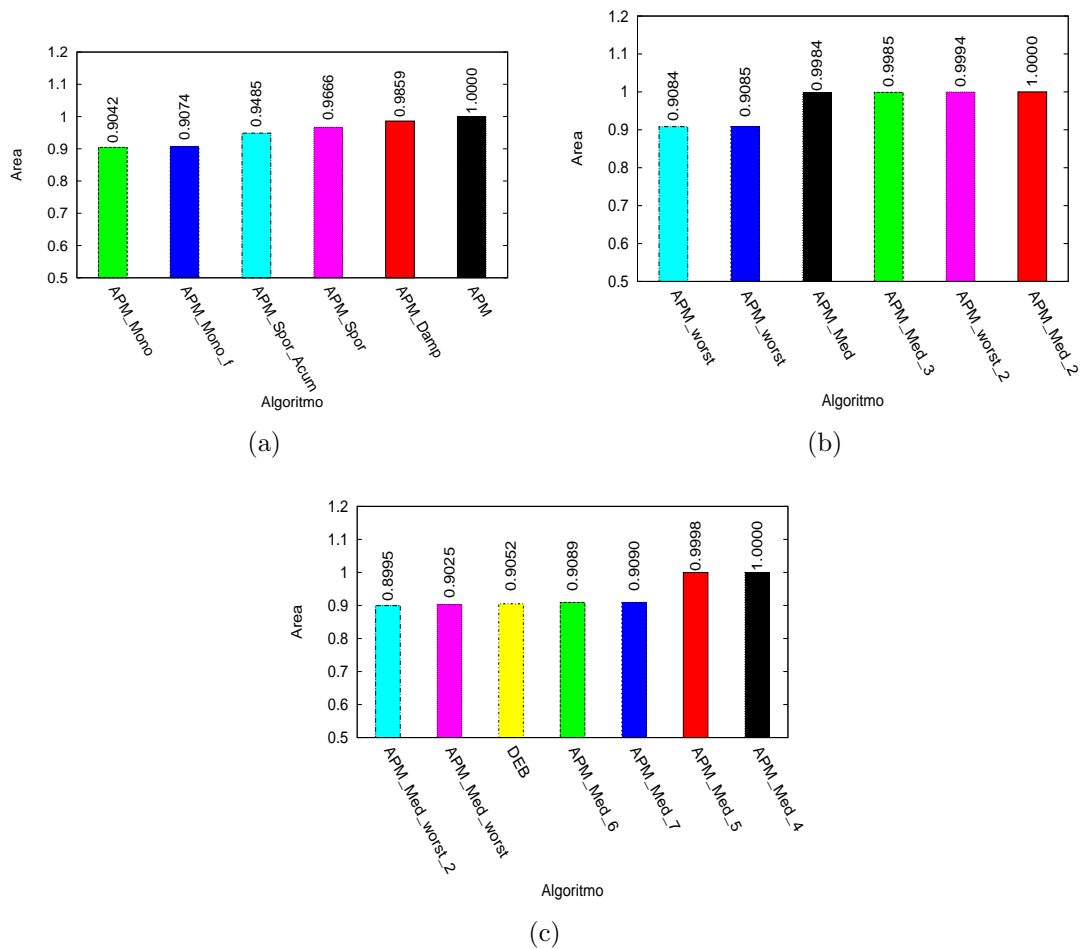


Figura 5.7: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G11 com 250000 avaliações.

no primeiro caso a área sob a curva do perfil de desempenho do APM é maior do que a do APM_Spor, mesmo com a inversão da ordem dos perfis de desempenho. No segundo caso, essa troca de ordem dos perfis de desempenho culmina numa área maior do que o APM_Spor, pois a superioridade em relação a ρ é acumulada ao longo de um máximo valor de τ maior que o anterior. Consegue-se perceber essa mudança na Figura 5.9, dado o fato de que os perfis desses métodos se invertem.

A superioridade da variante APM_Med_4 é inquestionável ao perceber que ela resolve (e é a melhor) em quase 60% dos problemas, enquanto o método DEB, é o melhor em cerca de 20% dos problemas. Nota-se que além do DEB conseguir ser o melhor em poucos problemas, ele continua sendo inferior a todas as outras variantes do APM em grande parte dos problemas.

Vê-se, pelos perfis de desempenho da Figura 5.9, que avaliar a função objetivo 250 mil vezes foi o suficiente para todos os métodos conseguirem soluções factíveis para todos os

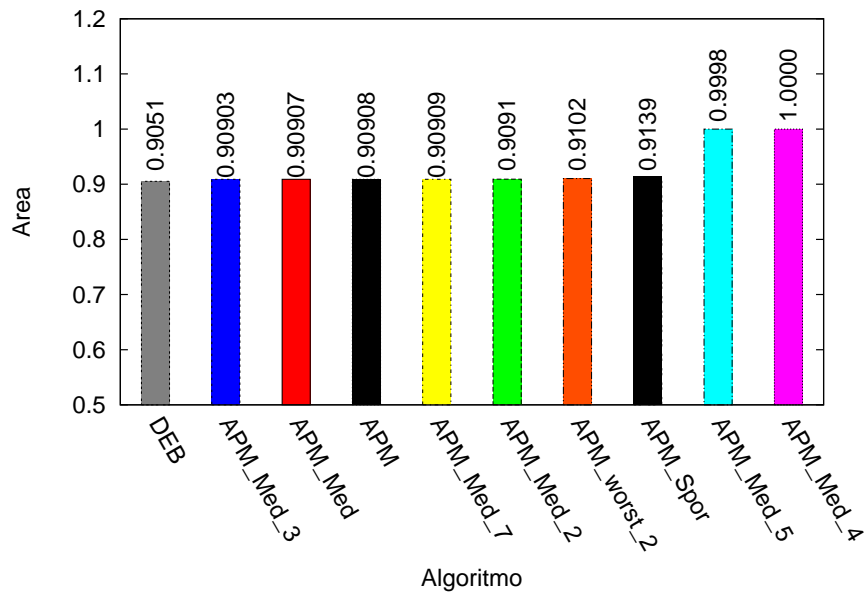


Figura 5.8: Melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 250000 avaliações.

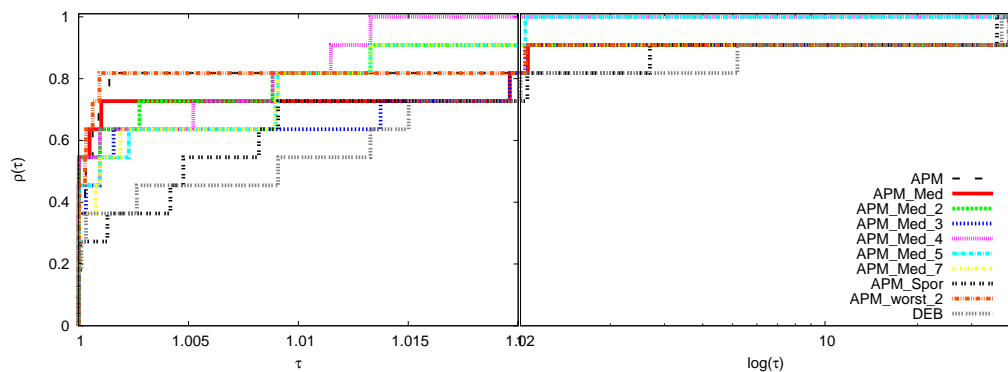


Figura 5.9: Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 250000 avaliações.

problemas.

5.3.4 Cenário 2 - G1 a G24 com 25000 avaliações da função objetivo

As comparações por grupos para este cenário podem ser observadas nas Figuras 5.10(a), 5.10(b) e 5.10(c) que apresentam as áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho da Figura 5.11 considerando todos os 24 problemas. Diferentemente do cenário 1, em que a métrica de desempenho é a média das funções objetivos, neste segundo cenário, a métrica adota é a média da função objetivo dividido pela taxa de factibilidade de cada método.

Considera-se 50 indivíduos em cada população e 500 gerações. Nessa perspectiva, a função objetivo será avaliada 25000 vezes.

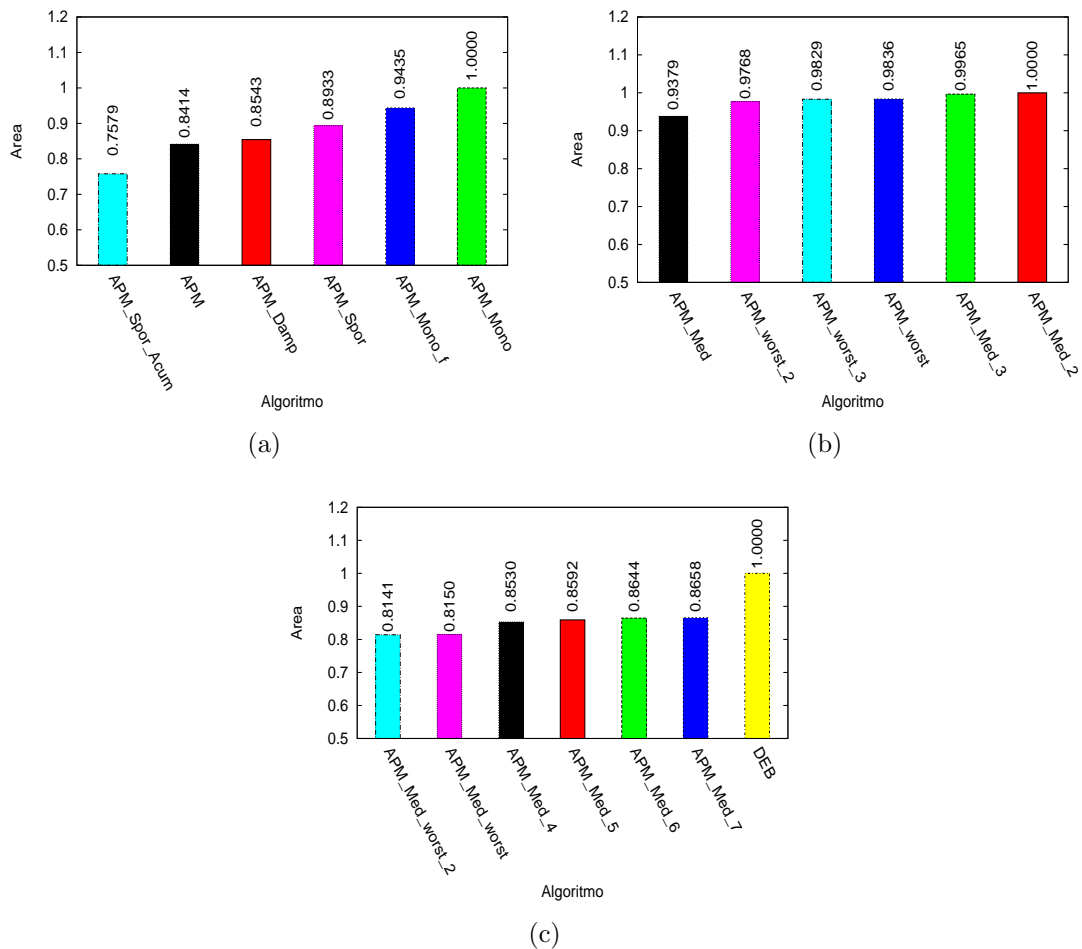


Figura 5.10: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G24 com 25000 avaliações.

Nota-se que as variantes monotônicas aparecem nas primeiras posições dentre as variantes do primeiro grupo. Dentre as variantes mais recentes, APM_Med_2, APM_Med_3, APM_Med_6 e APM_Med_7. Verifica-se, ainda, que o método DEB obteve boa classificação em um dos grupos.

A classificação final pode ser visualizada pelos perfis de desempenho da Figura 5.12 e as áreas sob estes perfis são disponibilizadas pela Figura 5.11.

Nota-se que o método DEB resolve e é o melhor em quase 60% dos problemas analisados. Apesar da variante APM_Mono conseguir melhores soluções para alguns problemas quando comparado com o DEB (nota-se esse fato quando o perfil da variante APM_Mono (rosa) ultrapassa o método DEB (amarelo)) isso não foi o suficiente para que o DEB não fosse considerado com o melhor desempenho, apesar da pouca diferença entre

eles.

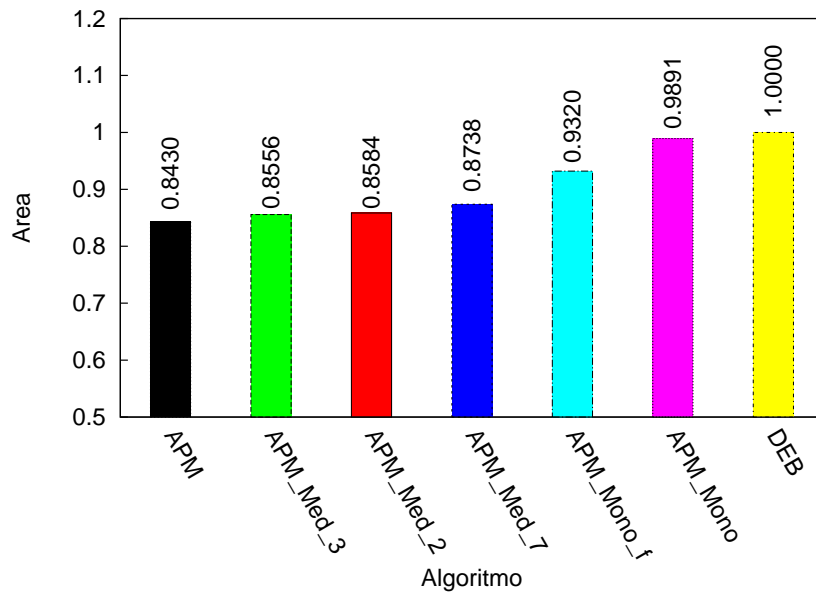


Figura 5.11: Melhores classificados considerando as 24 funções e 25000 avaliações.

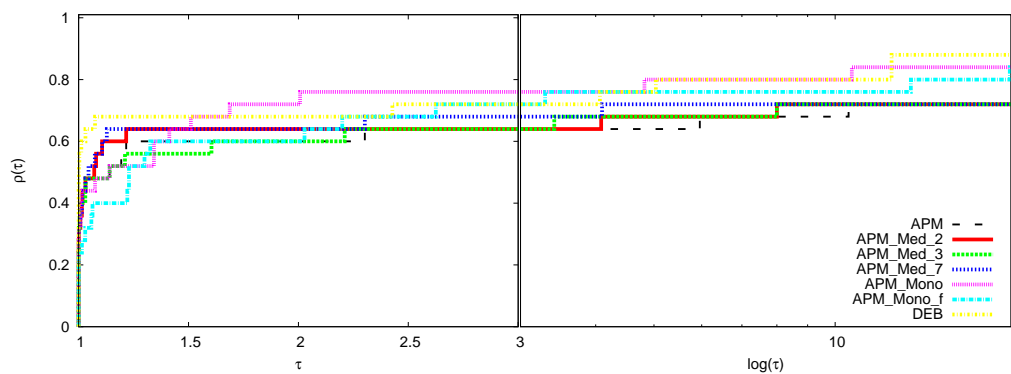


Figura 5.12: Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 25000 avaliações.

Ao se comparar os métodos que obtiveram melhores desempenhos, verifica-se que o método DEB foi o que obteve o melhor resultado. Ele foi seguido pelos métodos APM_Mono, APM_Mono_f, APM_Med, APM_Med_e APM_Med.

5.3.5 Cenário 2 - G1 a G24 com 100000 avaliações da função objetivo

Observa-se que as variantes APM_Mono e APM_Mono_f e o método DEB novamente se destacam em relação às demais variantes. A classificação parcial é notada nas Figuras 5.13(a), 5.13(b) e 5.13(c).

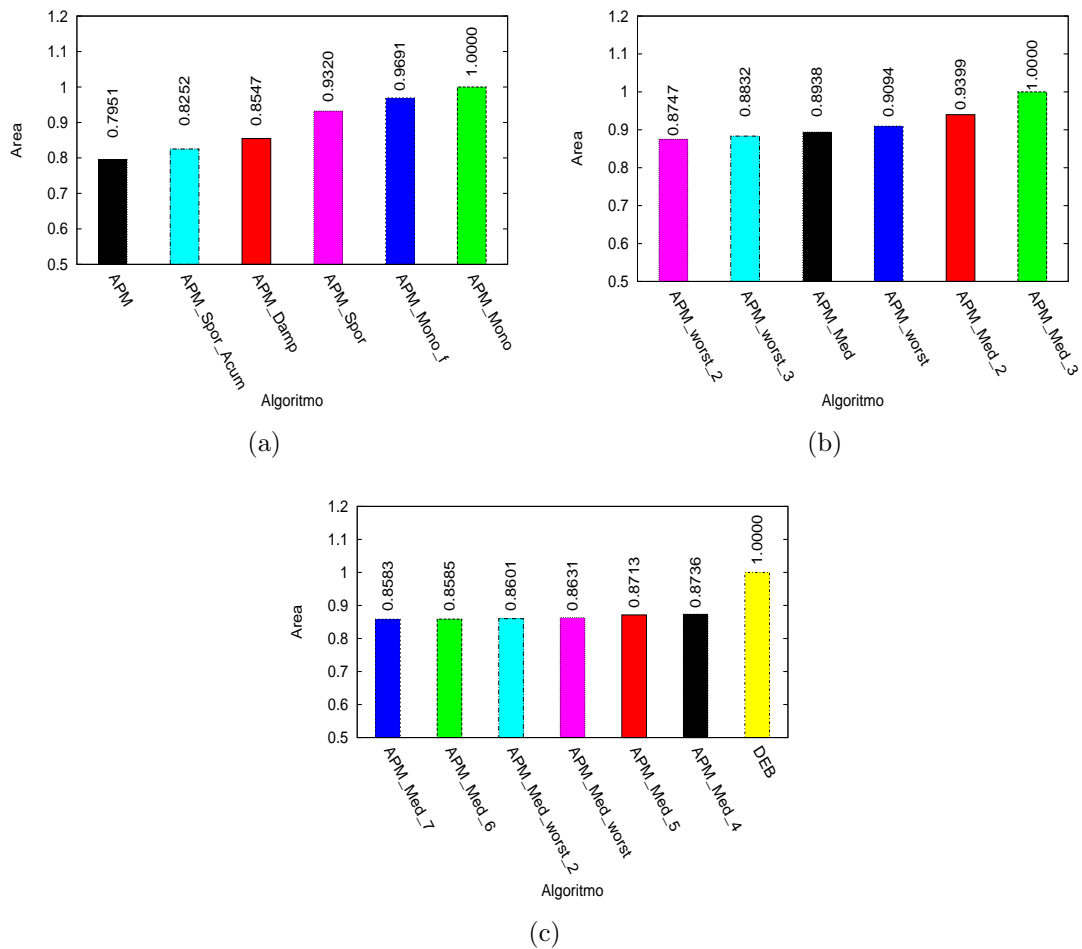


Figura 5.13: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G24 com 100000 avaliações.

Vê-se, entretanto, que ao se observar a Figura 5.14, que indica as áreas sob os perfis das variantes com os melhores desempenho que para este nível de avaliação da função objetivo, as variantes APM_Mono.f e APM_Mono assumem as primeiras colocações. O método DEB aparece como o terceiro método com melhor desempenho, seguido pelas novas variantes APM_Med_4, APM_Med_5, APM_Med_3, APM_Med_2.

Os perfis de desempenho dos melhores métodos podem ser visualizados pela Figura 5.15 e apresentam fatores relevantes quanto as variantes para o APM. Nota-se que, apesar da variante APM_Med_4 obter melhores soluções nas mesma quantidade de problemas obtidas pelo método DEB, ela é inferior quantos aos demais problemas em que nem ela e nem o DEB obtiveram a melhor solução.

Outro fato que se destaca é a confiabilidade adquirida pela variante APM_Mono e APM_Mono.f ao ser as de melhor desempenho mesmo não sendo as que obtiveram melhores soluções para mais problemas.

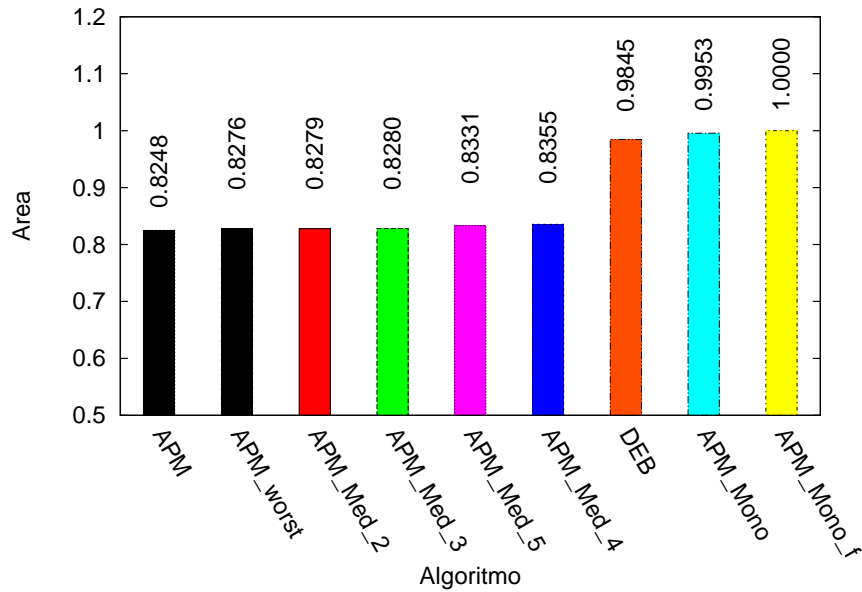


Figura 5.14: Melhores classificados considerando as 24 funções e 100000 avaliações.

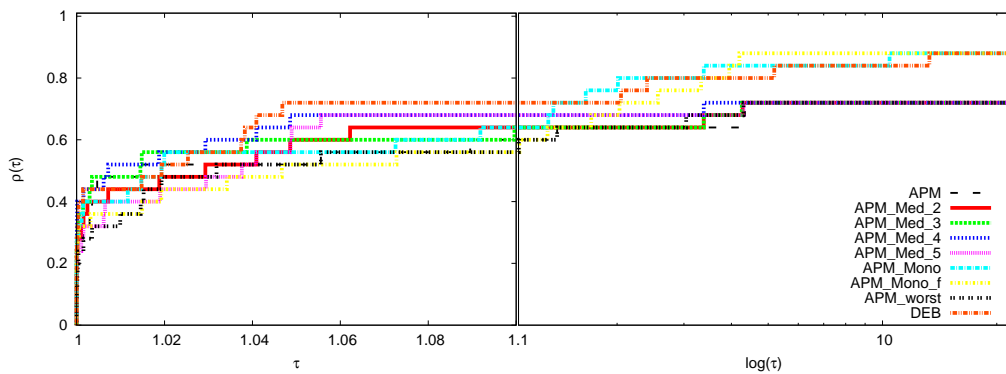


Figura 5.15: Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 100000 avaliações.

5.3.6 Cenário 2 - G1 a G24 com 250000 avaliações da função objetivo

A ideia deste cenário é encontrar o método mais robusto, já que a partir da função G11 há diferença significativa na taxa de factibilidade entre os métodos, que podem ser observados pelas tabelas disponíveis no Apêndice A. A fim de comparar os métodos, a estratégia tomada para o cenário 2 foi a de considerar como métrica de desempenho o valor da média da função objetivo dividido pela taxa de factibilidade para cada método, indicado por [44].

Novamente os métodos foram divididos nos mesmos grupos e os melhores selecionados para uma comparação final. A Figuras 5.16(a), 5.16(b) e 5.16(c) mostram as comparações

com os resultados parciais.

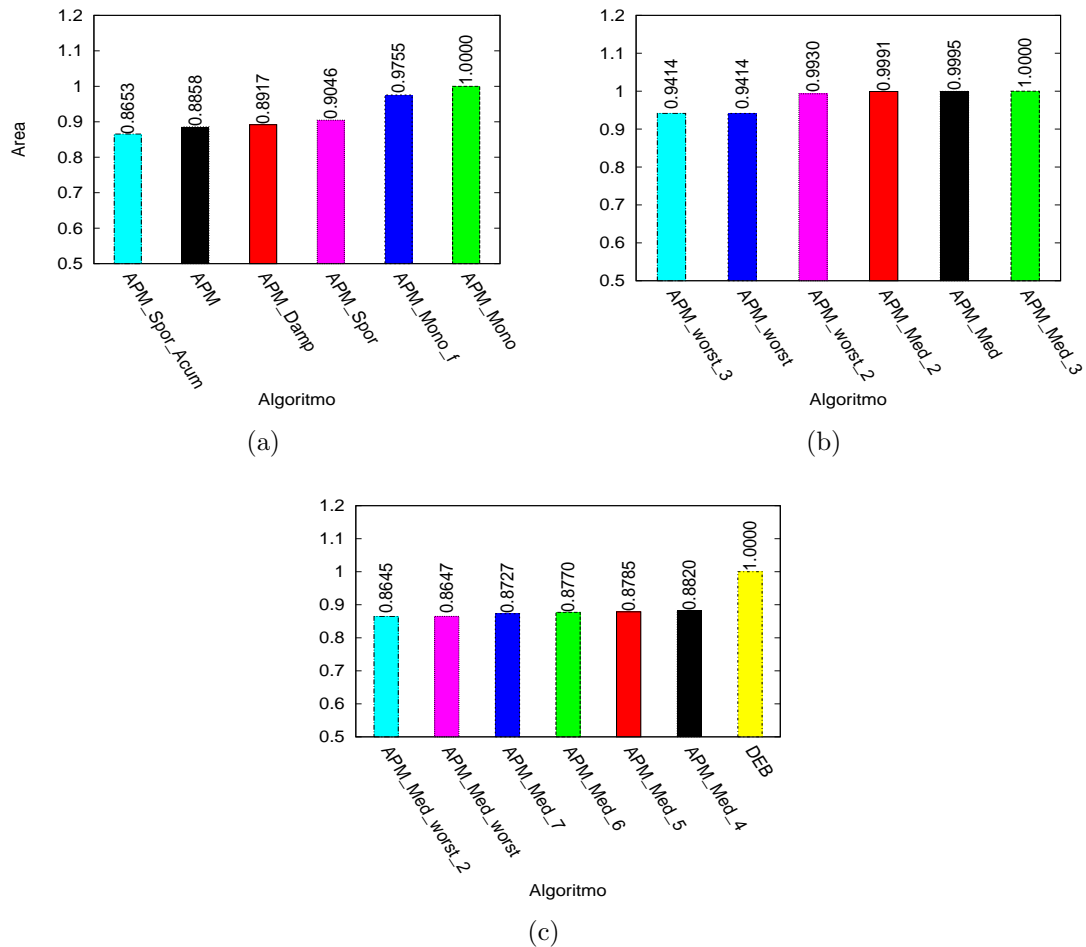


Figura 5.16: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas G1 - G24 com 250000 avaliações.

Neste cenário, observa-se que o **APM_Mono** é superior aos demais métodos já descritos em publicações passadas. Ele é seguido pelo **APM_Mono_f**. Dentre os novos métodos, destacaram-se o **APM_Med_3**, **APM_Med_4** e **APM_Med_5**. Estes métodos foram classificados para a próxima fase de comparação, que podem ser observados na Figura 5.17:

A Figura 5.18 apresenta os perfis de desempenho dos métodos para as funções de G1 a G24.

A variante **APM_Mono** obteve maior sucesso, seguido do método **DEB** e **APM_Mono_f**. Dentre os novos métodos, **APM_Med_4** e **APM_Med_5** foram os melhores classificados.

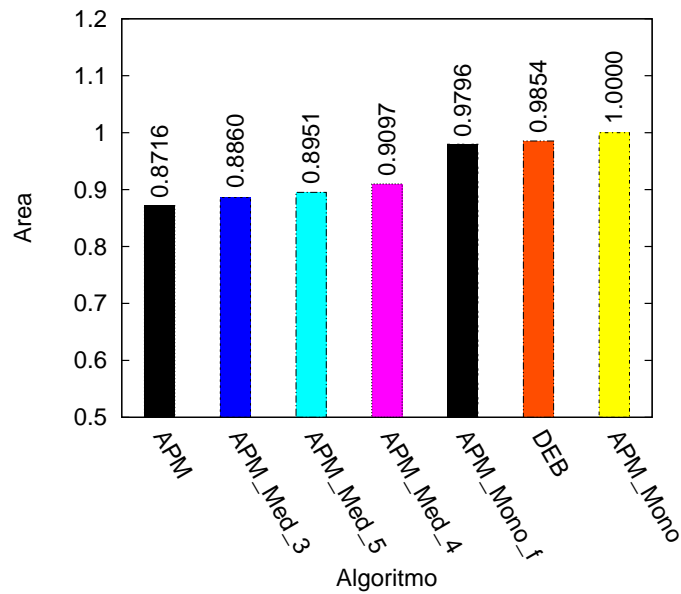


Figura 5.17: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho, considerando os melhores métodos e os problemas G1 - G24.

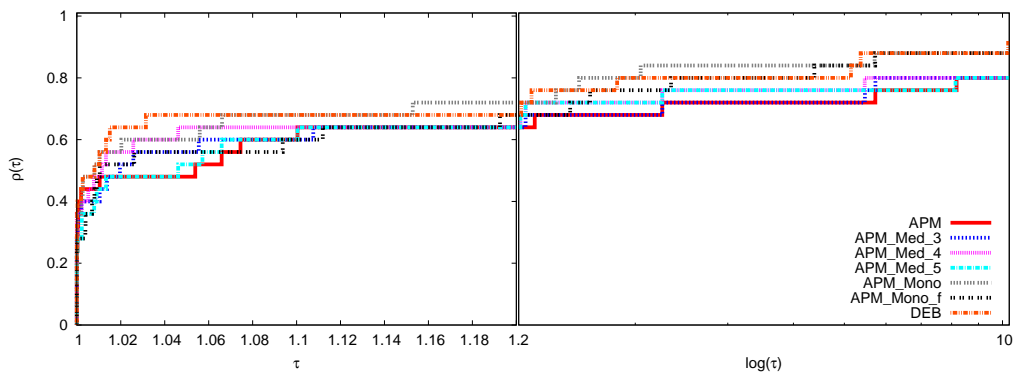


Figura 5.18: Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando as 11 primeiras funções e 250000 avaliações.

5.4 Segundo ambiente - Problemas de Engenharia

Nessa seção descreve-se alguns problemas clássicos de otimização da engenharia mecânica e avalia-se o desempenho das técnicas de penalização nestes problemas. Usou-se para cada problema números de avaliações diferentes de acordo com as indicações da literatura e todas as variantes encontraram soluções factíveis em todos os problemas deste ambiente.

5.4.1 Mola Sob Tração/Compressão

Objetiva-se, neste problema, a minimização do volume V da tração/compressão da mola mostrada na Figura 5.19. As variáveis de projeto são o número de espirais ativas da mola ($N = x_1 \in [2, 15]$), o diâmetro de cada volta ($D = x_2 \in [0.25, 1.3]$) e o diâmetro do arame

($d = x_3 \in [0.05, 2]$). Em [46] descreve-se o volume e as restrições mecânicas por:

$$V = (x_1 + 2)x_2x_3^2 \quad (5.3)$$

$$g_1(x) = 1 - \frac{x_3^2x_1}{71785x_3^4} \leq 0 \quad (5.4)$$

$$g_2(x) = \frac{4x_2^2 - x_3x_2}{12566(x_2x_3^3 - x_3^4)} + \frac{1}{5108x_3^2} - 1 \leq 0 \quad (5.5)$$

$$g_3 = 1 - \frac{140.45x_3}{x_2^2x_1} \leq 0 \quad (5.6)$$

$$g_4(x) = \frac{x_2 + x_3}{1.5} \leq 0 \quad (5.7)$$

em que,

$$2 \leq x_1 \leq 15 \quad 0.25 \leq x_2 \leq 1.3 \quad 0.05 \leq x_3 \leq 2$$

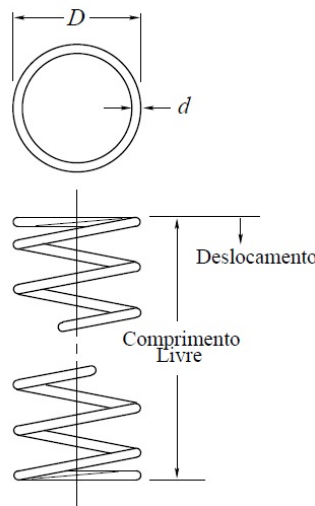


Figura 5.19: Mola utilizada no problema

Todas as variantes para o APM propostas por Barbosa e Lemonge (2008) [9], as novas variantes descritas na Tabela 4.1 e o método DEB foram executados. A título de comparação, também serão disponibilizados os dados de uma hibridização de um algoritmo genético com um sistema imune proposta em Bernardino (2008) [47] e uma estratégia

Método	Melhor	Media	Pior
APM_Spor	0.012667602164	0.013748492439	0.017093902154
APM_Spor_Acum	0.012667602164	0.013713674305	0.017090662063
APM	0.012670592314	0.014226362006	0.017398663361
APM_Mono	0.012670592314	0.014177244134	0.017133598429
APM_Mono_f	0.012667602164	0.013849821727	0.017093902154
APM_Damp	0.012671745486	0.014118435846	0.017398663361
APM_worst	0.012670592314	0.014226362006	0.017398663361
APM_worst_2	0.012670592314	0.014226362006	0.017398663361
APM_worst_3	0.012670592314	0.014226362006	0.017398663361
APM_Med	0.012670592314	0.014061229371	0.017093902154
APM_Med_2	0.012670592314	0.014057120109	0.017093902154
APM_Med_3	0.012670592314	0.014061229371	0.017093902154
APM_Med_4	0.012670592314	0.014057120109	0.017093902154
APM_Med_5	0.012670592314	0.014211429598	0.017398663361
APM_Med_6	0.012670592314	0.014211429598	0.017398663361
APM_Med_7	0.012670592314	0.014211429598	0.017398663361
APM_Med_worst	0.012670592314	0.014061229371	0.017093902154
APM_Med_worst_2	0.012670592314	0.014061229371	0.017093902154
DEB	0.0126705	0.01406827761	0.017389921
AG-SIA [47]	0.012666	0.013131	0.015318
ES [46]	0.012688	0.013014	0.017037

Tabela 5.2: Resultado para o problema Mola sob Tração/Compressão.

evolucionista proposta em Mezura-Montes et al. (2003) [46] testados neste problema. Em todas as execuções foram adotadas 36000 avaliações da função objetivo.

A comparação entre os métodos está disponível na Tabela 5.2, que apresenta os melhores valores obtidos por cada método, a média das execuções e o pior resultado encontrado dentre todas as execuções. Observa-se que o AG-SIA obteve o melhor valor, apesar das variantes APM_Spor e APM_Spor_Acum serem iguais até a quarta casa decimal. Em média notou-se que o ES obteve o melhor resultado.

Na Tabela 5.3 apresenta-se as variáveis de projeto encontradas pelas variantes melhores classificadas (primeira coluna) e o AG-SIA.

5.4.2 Redutor de Velocidade

Deseja-se minimizar o peso W de um redutor de velocidade, também descrito em Mezura-Montes et al. (2003) [46]. As variáveis de projeto são a largura da face ($b = x_1 \in [2.6, 3.6]$), o módulo dos dentes ($m = x_2 \in [0.7, 0.8]$), número de dentes ($n = x_3 \in [17, 28]$), tamanho

	Melhores Variantes	AG-SIA [47]
x_1	11.781000	11.6611924
x_2	0.348607	0.3505298
x_3	0.051350	0.0514305
Avaliação	0.012667	0.012666

Tabela 5.3: Variáveis de projeto encontradas nos melhores resultados para o problema Mola sob Tração/Compressão.

da haste 1 entre os suportes ($l_1 = x_4 \in [7.3, 8.3]$), tamanho da haste 2 entre os suportes ($d_2 = x_7$). O modelo é descrito por variáveis contínuas e por uma variável inteira (x_3). As restrições incluem limitações da tensão de flexão e de superfície da engrenagem de dentes, deslocamento transversal das hastes 1 e 2 gerado pela força transmitida e as tensões nas hastes 1 e 2. O peso e as restrições mecânicas são descritos por:

$$W = 0.7854x_1x_2^2(3.3333x_3^2 + 14.9334x_3 - 43.0934) - 1.508x_1(x_6^2 + x_7^2) + 7.4777(x_6^3 + x_7^3) \quad (5.8)$$

$$g_1(x) = 27x_1^{-1}x_2^{-2}x_3^{-1} \leq 1 \quad (5.9)$$

$$g_2(x) = 397.5x_1^{-1}x_2^{-2}x_3^{-2} \leq 1 \quad (5.10)$$

$$g_3(x) = 1.93x_2^{-1}x_3^{-1}x_4^3x_6^{-4} \leq 1 \quad (5.11)$$

$$g_4(x) = 1.93x_2^{-1}x_3^{-1}x_5^3x_7^{-4} \leq 1 \quad (5.12)$$

$$g_5(x) = \frac{1}{0.1x_6^3} \left[\left(\frac{745x_4}{x_2x_3} \right)^2 + \{16.9\}10^6 \right]^{0.5} \leq 1100 \quad (5.13)$$

$$g_6(x) = \frac{1}{0.1x_7^3} \left[\left(\frac{745x_5}{x_2x_3} \right)^2 + \{157.5\}10^6 \right]^{0.5} \leq 850 \quad (5.14)$$

$$g_7(x) = x_2x_3 \leq 40 \quad (5.15)$$

$$g_8(x) = x_1/x_2 \geq 5 \quad (5.16)$$

$$g_9(x) = x_1/x_2 \leq 12 \quad (5.17)$$

$$g_{10}(x) = (1.5x_6 + 1.9)x_4^{-1} \leq 1 \quad (5.18)$$

$$g_{11}(x) = (1.1x_7 + 1.9)x_5^{-1} \leq 1 \quad (5.19)$$

em que,

$$2.6 \leq x_1 \leq 3.6 \quad 0.7 \leq x_2 \leq 0.8 \quad 17 \leq x_3 \leq 28$$

$$7.3 \leq x_4 \leq 8.3 \quad 7.8 \leq x_5 \leq 8.3 \quad 2.9 \leq x_6 \leq 3.9$$

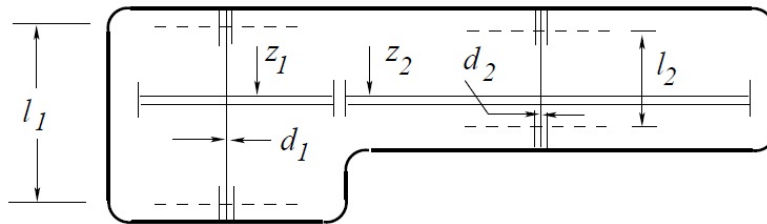


Figura 5.20: Redutor de Velocidade.

Para este problema, todos os métodos utilizados avaliaram 36000 vezes a função objetivo e a comparação é apresentada na Tabela 5.4, que apresenta os melhores valores, as médias e os piores resultados encontrados por cada um dos métodos.

Nota-se que o método AG-SIA proposto na referência Bernardino (2008) [47] obteve o melhor resultado além de, em média, ser o mais efetivo.

Na Tabela 5.5 encontram-se os valores para as variáveis de projeto para o método melhor classificado entre as variantes do APM, o AG-SIA visto em Bernardino (2008) [47] e o ES visto em Mezura-Montes et al. (2003) [46].

Método	Melhor	Media	Pior
APM_Spor	2996.34850933205	2996.35243640334	2996.36609677358
APM_Spor_Acum	2996.34850933205	2996.35239727438	2996.36609677358
APM	2996.34850933205	2996.35192321469	2996.36078687536
APM_Mono	2996.34850933205	2996.35213440970	2996.36078687536
APM_Mono_f	2996.34850933205	2996.35243640334	2996.36609677358
APM_Damp	2996.34850933205	2996.35186889686	2996.36078687536
APM_worst	2996.34850933205	2996.35196118884	2996.36078687536
APM_worst_2	2996.34850933205	2996.35192321469	2996.36078687536
APM_worst_3	2996.34850933205	2996.35196118884	2996.36078687536
APM_Med	2996.34887197326	2996.35227689349	2996.36078687536
APM_Med_2	2996.34891306742	2996.35228239972	2996.36078687536
APM_Med_3	2996.34887197326	2996.35230218344	2996.36078687536
APM_Med_4	2996.34867963909	2996.35224825433	2996.36078687536
APM_Med_5	2996.34891306742	2996.35209386792	2996.36078687536
APM_Med_6	2996.34850933205	2996.35191995873	2996.36078687536
APM_Med_7	2996.34887841431	2996.35194418245	2996.36078687536
APM_Med_worst	2996.34887197326	2996.35260267688	2996.36078687536
APM_Med_worst_2	2996.34887197326	2996.35260267688	2996.36078687536
DEB	2996.34850933205	2996.35239291166	2996.36078687536
AG-SIA [47]	2996.3483	2996.3501	2996.3599
ES [46]	3025.0051	3088.7778	3078.5918

Tabela 5.4: Resultado para o problema Redutor de Velocidade.

	Melhores Variantes	AG-SIA [47]	ES [46]
x_1	3.5	3.500001	3.506163
x_2	0.7	0.7	0.700831
x_3	17	17	17
x_4	7.3	7.300008	7.460181
x_5	7.800002	7.800001	7.962143
x_6	3.350215	3.350215	3.362900
x_7	5.286684	5.286683	5.308949
Avaliação	2996.348509	2996.3483	3025.0051

Tabela 5.5: Variáveis de projeto encontradas pelos métodos que obtiveram melhores resultados.

5.4.3 Viga Soldada

O objetivo do problema é minimizar o custo $C(h, l, t, b)$ de uma viga soldada onde $h \in [0.125, 10]$ e $0.1 \leq l, t, b \leq 10$ [43]. A função objetivo e as restrições são dadas por:

$$C(h, l, t, b) = 1.10471h^2l + 0.04811tb(14.0 + l) \quad (5.20)$$

$$g_1(\tau) = 13,600 - \tau \geq 0 \quad (5.21)$$

$$g_2(\sigma) = 30,000 - \sigma \geq 0 \quad (5.22)$$

$$g_3(b, h) = b - h \geq 0 \quad (5.23)$$

$$g_4(P_c) = P_c - 6,000 \geq 0 \quad (5.24)$$

$$g_5(\delta) = 0.25 - \delta \geq 0 \quad (5.25)$$

As expressões para τ , σ , P_c e δ descritas da seguinte maneira:

$$\tau = \sqrt{(\tau')^2 + (\tau'')^2 + l\tau'\tau''/\alpha} \quad (5.26)$$

$$\tau' = \frac{6000}{\sqrt{2}ht} \quad (5.27)$$

$$\alpha = \sqrt{0.25(l^2 + (h + t)^2)} \quad (5.28)$$

$$\sigma = \frac{504000}{t^2b} \quad (5.29)$$

$$P_c = 64746.022(1 - 0.0282346t)tb^3 \quad (5.30)$$

$$\delta = \frac{2.1952}{t^3 b} \quad (5.31)$$

$$\tau'' = \frac{6000(14 + 0.5l)\alpha}{2(0.707hl(l^2/12 + 0.25(h + t)^2))} \quad (5.32)$$

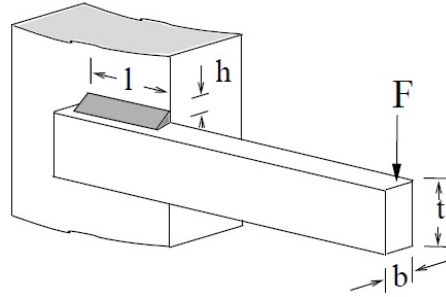


Figura 5.21: Viga Soldada.

Na Tabela 5.6, que apresenta o melhor valor, a média dos resultados obtidos nas execuções e o pior valor encontrado para cada método, compara-se os métodos de penalização descritos neste trabalho. Nota-se que muitas variantes obtiveram valores iguais (2.38113481849464) e piores quando comparadas ao AG-SIA descrito por Bernardino (2008) [47], apesar de, em média, o método APM_Mono_f ter obtido o melhor desempenho. O pior valor encontrado foi obtido no AG-SIA.

As variáveis de projeto encontradas pelas melhores variantes do APM e pelo AG-SIA podem ser observados na Tabela 5.7.

5.4.4 Vaso de Pressão

Deseja-se minimizar o peso de um vaso de pressão cilíndrico com duas tampas esféricas. São quatro as variáveis de projeto: espessura do vaso (T_s), espessura da tampa (T_h), o raio interno do vaso (R) e a altura do componente cilíndrico (L). O modelo conta com duas variáveis discretas (T_s e T_h) e duas contínuas (R e L). Além disso, nota-se que o problema envolve restrições não-lineares. O peso a ser minimizado e as restrições são dadas por:

$$W(T_s, T_h, R, L) = 0.6224T_sT_hR + 1.7781T_hR^2 + 3.1661T_s^2R \quad (5.33)$$

Método	Melhor	Media	Pior
APM_Spor	2.38113481849464	2.58228221674671	3.20898593483156
APM_Spor_Acum	2.38113481849464	2.58642211194682	3.20898593483156
APM	2.38113481849464	2.57415703079156	3.20898593483156
APM_Mono	2.38113481849464	2.60486667022570	3.20898593483156
APM_Mono_f	2.38113481849464	2.57378978250495	3.20898593483156
APM_Damp	2.38113481849464	2.57671756484975	3.20898593483156
APM_worst	2.38113481849464	2.60117780794405	3.22709245080855
APM_worst_2	2.38113481849464	2.57415599261089	3.20898593483156
APM_worst_3	2.38113481849464	2.60117780794405	3.22709245080855
APM_Med	2.38113481849464	2.57415703079156	3.20898593483156
APM_Med_2	2.38113481849464	2.61443012206446	3.24121924973101
APM_Med_3	2.38113481849464	2.57415703079156	3.20898593483156
APM_Med_4	2.38113481849464	2.61443012206446	3.24121924973101
APM_Med_5	2.38113481849464	2.61443012206446	3.24121924973101
APM_Med_6	2.38113481849464	2.57415599261089	3.20898593483156
APM_Med_7	2.38113481849464	2.61443012206446	3.24121924973101
APM_Med_worst	2.38113481849464	2.60117780794405	3.22709245080855
APM_Med_worst_2	2.38113481849464	2.60117780794405	3.22709245080855
DEB	2.38113481849464	2.64586309998151	3.27864719607441
AG-SIA [47]	2.38335	2.99298	4.05600

Tabela 5.6: Resultado para o problema Viga Soldada.

	Melhores Variantes	AG-SIA [47]
h	0.244369	0.2434673
l	6.218615	6.2507296
t	8.291472	8.2914724
b	0.244369	0.2443690
Avaliação	2.381134	2.38335

Tabela 5.7: Variáveis de projeto encontradas pelos métodos que obtiveram melhores resultados para o problema Viga Soldada.

$$g_1(T_s, R) = T_s - 0.0193R \geq 0 \quad (5.34)$$

$$g_2(T_h, R) = T_h - 0.00954R \geq 0 \quad (5.35)$$

$$g_3(R, L) = \pi R^2 L + 4/3\pi R^3 - 1,296,000 \geq 0 \quad (5.36)$$

$$g_4(L) = -L + 240 \geq 0 \quad (5.37)$$

em que,

$$0.00625 \leq T_s, T_h \leq 5 \text{ (em passos constantes de 0.0625)}$$

$$10 \leq R, L \leq 200$$

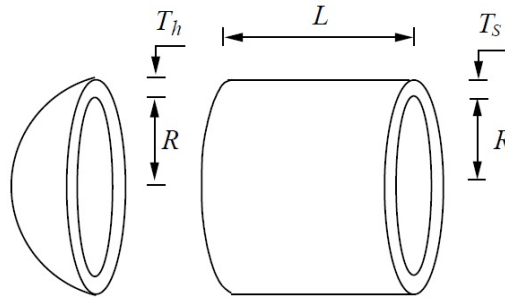


Figura 5.22: Vaso de Pressão

Com exceção do método SIA (Sistema Imune Artificial) visto em Coello e Cortés (2004) [48], que avaliou a função objetivo 150000 vezes, todos os métodos da Tabela 5.8 avaliou a função objetivo 80000 vezes. Nesta tabela apresenta-se o melhor valor, a média dos resultados obtidos nas execuções e o pior valor encontrado para cada método. Observa-se que várias variantes para o APM obtiveram o melhor resultado (6059.71523512958) quando comparado com as outras referências. Nota-se ainda que o AG-SIA descrito por Bernardino (2008) [47] obteve o melhor desempenho em média na busca de melhores resultados. O AG-SIA também encontrou o pior resultado em alguma de suas execuções.

Na Tabela 5.9 encontram-se as variáveis de projeto encontradas nas melhores variantes para o APM, no AG-SIA e no SIA.

Método	Melhor	Media	Pior
APM_Spor	6059.73045731256	6581.18398763114	7333.93495942434
APM_Spor_Acum	6059.71523512958	6554.29533265141	7333.53213591780
APM	6059.71523512958	6581.24582327542	7333.93495942434
APM_Mono	6059.78008161677	6606.30014298568	7333.53192634217
APM_Mono_f	6059.73045731256	6580.75146768564	7333.93495942434
APM_Damp	6059.71523512958	6581.09116580647	7333.93495942434
APM_worst	6059.71523512958	6584.38246309137	7338.57886117975
APM_worst_2	6059.71523512958	6581.09160072598	7333.93495942434
APM_worst_3	6059.71523512958	6584.38246309137	7338.57886117975
APM_Med	6059.71523512958	6581.23948528020	7333.93495942434
APM_Med_2	6059.71523512958	6591.58389283553	7338.57886117975
APM_Med_3	6059.71523512958	6581.23948528020	7333.93495942434
APM_Med_4	6059.71523512958	6591.58389283553	7338.57886117975
APM_Med_5	6059.71523512958	6591.58389283553	7338.57886117975
APM_Med_6	6059.71523512958	6581.11046461007	7333.93495942434
APM_Med_7	6059.71523512958	6591.58389283553	7338.57886117975
APM_Med_worst	6059.71523512958	6584.38246309137	7338.57886117975
APM_Med_worst_2	6059.71523512958	6584.38246309137	7338.57886117975
DEB	6059.72777389974	6557.40951867233	7338.57886117975
AG-SIA [47]	6059.855	6545.126	7388.160
SIA [48]	6061.123	6734.085	7368.060

Tabela 5.8: Resultado para o problema Vaso de Pressão.

	Melhores Variantes	AG-SIA [47]	SIA [48]
T_s	0.847082	0.8125	0.8125
T_h	0.443873	0.4375	0.4375
R	42.098438	42.0973	42.0870
L	176.636687	176.6509	176.7791
Avaliação	6059.71523512958	6059.8556	6061.123

Tabela 5.9: Variáveis de projeto encontradas pelos métodos que obtiveram melhores resultados.

5.4.5 Viga Engastada e Livre

Descreve-se em Erbatur et al. (2000) [49] um problema que possui como objetivo a minimização do volume de uma viga engastada e livre, sujeita a uma carga de $P = 50000\text{N}$. São dez variáveis de projeto que correspondem à altura (H_i) e a largura (B_i) da seção transversal retangular de cada uma das cinco partes que compõem a viga. As variáveis B_1 e H_1 são inteiras, B_2, B_3 , assumem valores discretos para serem escolhidos a partir de um conjunto (2.4, 2.6, 2.8, 3.1), H_2 e H_3 são discretas e são escolhidas dentro de um conjunto (45.0, 50.0, 55.0, 60.0) e B_4, H_4, B_5 e H_5 são contínuas. As variáveis são dadas em centímetros e o módulo Young do material é igual a 200 GPa. O volume da viga e as restrições do problema podem ser calculados como:

$$V(H_i, B_i) = 100 \sum_{i=1}^5 H_i B_i \quad (5.38)$$

$$g_i(H_i, B_i) = \sigma \leq 14000\text{N/cm}^2 \quad i = 1, \dots, 5 \quad (5.39)$$

$$g_{i+5}(H_i, B_i) = H_i/B_i \leq 20 \quad i = 1, \dots, 5 \quad (5.40)$$

$$g_{11}(H_i, B_i) = \delta \leq 2.7\text{cm} \quad (5.41)$$

onde δ é o deslocamento da extremidade da viga na direção vertical.

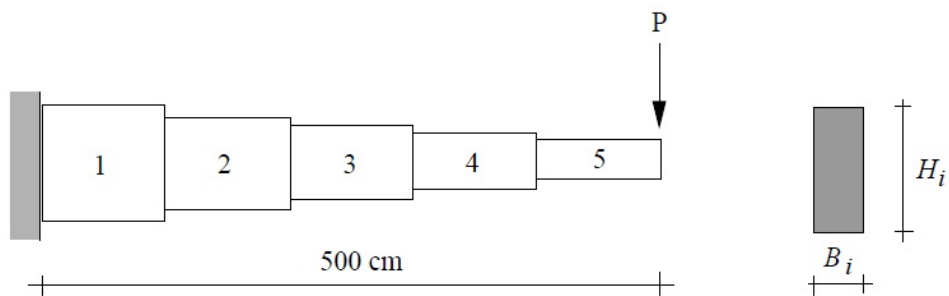


Figura 5.23: Viga Engastada e Livre.

O número de avaliações adotado foi de 35000 para a avaliação da função objetivo nos métodos da Tabela 5.10, com exceção da Referência Erbatur et al. (2000) [49], que avaliou a função objetivo 10000 vezes. Essa tabela segue o mesmo padrão das outras tabelas apresentadas anteriormente que dispõe o melhor valor, a média dos resultados

Método	Melhor	Media	Pior
APM_Spor	64599.980343	66684.276327	72876.210779
APM_Spor_Acum	64607.641664	67382.176767	70202.480385
APM	64611.658765	67673.063529	70194.112976
APM_Mono	64611.658765	67465.546703	70194.112976
APM_Mono_f	64649.460549	67786.247769	71692.109681
APM_Damp	64611.658765	67510.040774	70194.112976
APM_worst	64642.061090	67761.173301	70150.296019
APM_worst_2	64611.658765	67469.479837	70194.112976
APM_worst_3	64642.061090	67761.173301	70150.296019
APM_Med	64604.809024	67590.487198	70194.112976
APM_Med_2	64589.058650	67484.115781	70150.296019
APM_Med_3	64604.809024	67489.465526	70194.112976
APM_Med_4	64589.058650	67387.974541	70150.296019
APM_Med_5	64647.748694	67577.918670	70150.29601
APM_Med_6	64611.658765	67633.789183	70194.11297
APM_Med_7	64647.748694	67577.918670	70150.29601
APM_Med_worst	64642.061090	67754.747896	70150.296019
APM_Med_worst_2	64642.061090	67754.747896	70150.29601
DEB	64642.06109	67418.6849103099	70591.891899
AG-SIA [47]	64834.70	76004.24	102981.06
Ref. [49]	64815	-	-

Tabela 5.10: Resultado para o problema Viga Engastada e Livre.

obtidos nas execuções e o pior valor encontrado para cada método.

Observa-se que os métodos APM_Med_2 e APM_Med_4 obtiveram os melhores resultados apesar de, em média, o método APM_Spor ter obtido o melhor desempenho.

As variáveis de projeto para os métodos comparados podem ser visualizadas na Tabela 5.11.

5.4.6 Perfis de desempenho para os problemas de engenharia mecânica

Observa-se, nas áreas dos perfis de desempenho parciais apresentados nas Figuras 5.24(a), 5.24(b) e 5.24(c) que os métodos APM_Spor e APM_Spor_Acum se sobressaíram em relação às demais variantes propostas em 2008. Dentre as novas variantes, destacou-se as APM_Med_3, APM_Med e APM_Med_6.

Nota-se, exclusivamente para este caso, que o método DEB não obteve bom desempenho quando comparado às demais variantes dentro do grupo no qual ele foi

	APM_Med_2	APM_Med_4	AG-SIA [47]	Ref. [49]
B1	3	3	3	3
B2	3.1	3.1	3.1	3.1
B3	2.6	2.6	2.6	2.6
B4	2.279578	2.279578	2.2947	2.3
B5	1.7554588	1.7554588	1.8250	1.8
H1	60	60	60	60
H2	55	55	55	55
H3	50	50	50	50
H4	45.591555	45.591555	45.2153	45.5
H5	35.028789	35.028789	35.1191	35.0
Avaliação	64589.0586508660	64589.0586508660	64834.70	64815

Tabela 5.11: Variáveis de projeto encontradas pelos métodos que obtiveram melhores resultados.

destinado.

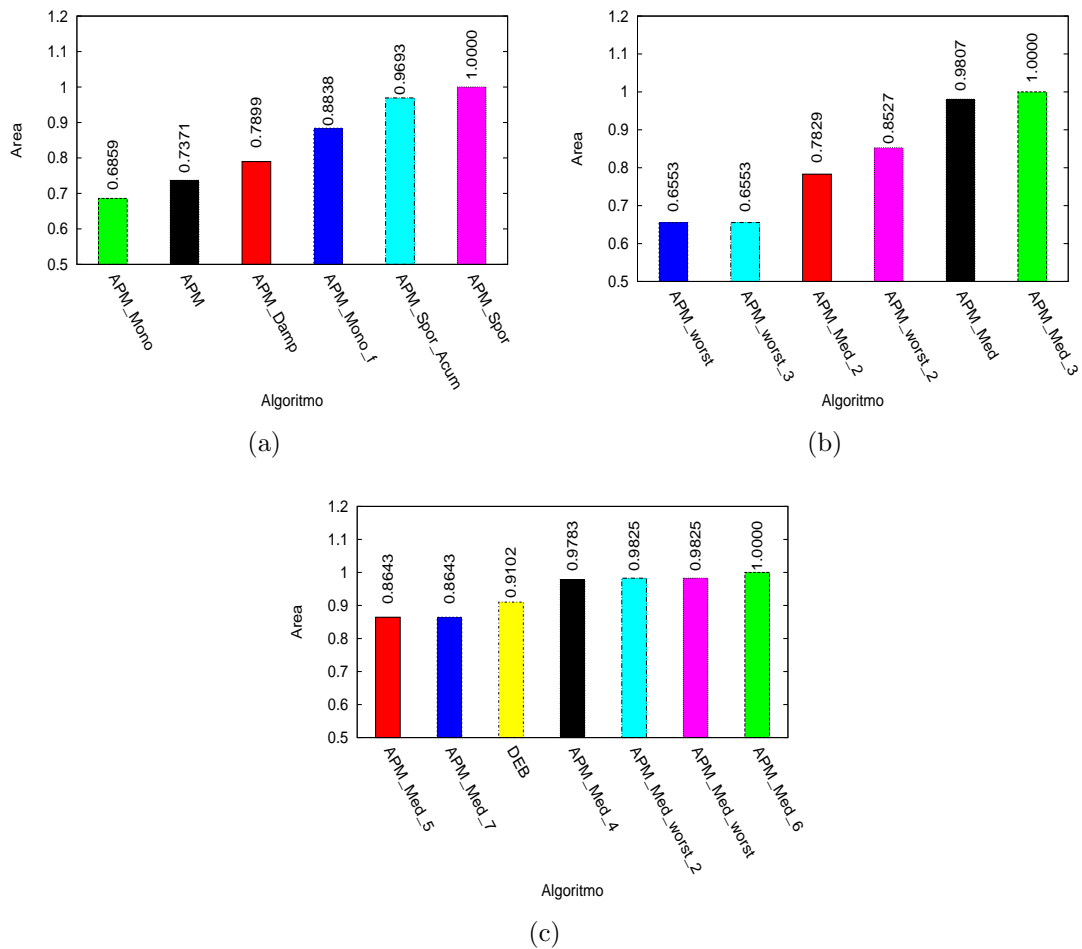


Figura 5.24: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas 5 problemas de mecânica.

Ao analisar os perfis de desempenho dados pela Figura 5.26 e suas áreas pela Figura 5.25, percebe-se que as variantes propostas em [9] foram as que obtiveram melhores desempenhos. Após as variantes APM_Spor e APM_Spor_Acum vieram as novas variantes APM_Med_3, APM_Med, APM_Med_6, APM, APM_Med_worst, APM_Med_worst_2, APM_Med_4 e DEB, nessa ordem.

Ainda sobre os perfis de desempenho da Figura 5.26 pode-se verificar que a variante APM_Spor_Acum foi a que obteve os melhores resultados para cerca de 60% dos problemas. Observa-se, ainda, a confiabilidade passada pela variante APM_Spor por ser a que mais conseguiu resultados relevantes com relação a todos os problemas.

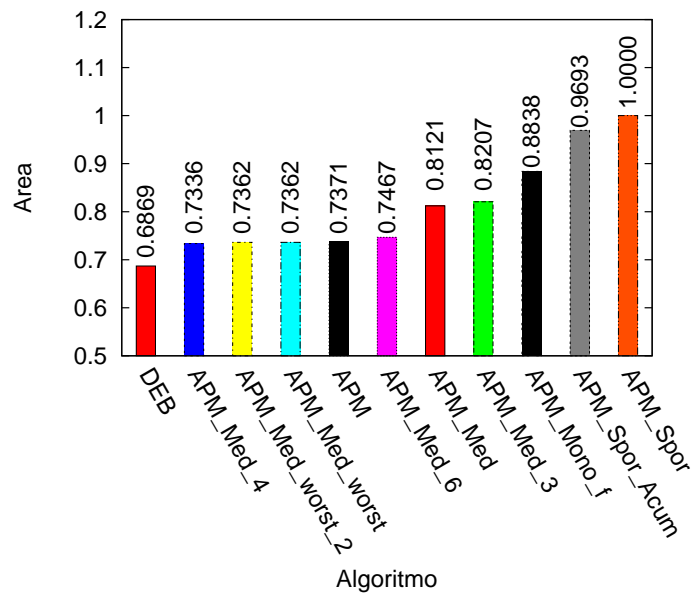


Figura 5.25: Melhores métodos classificados para os problemas do segundo ambiente.

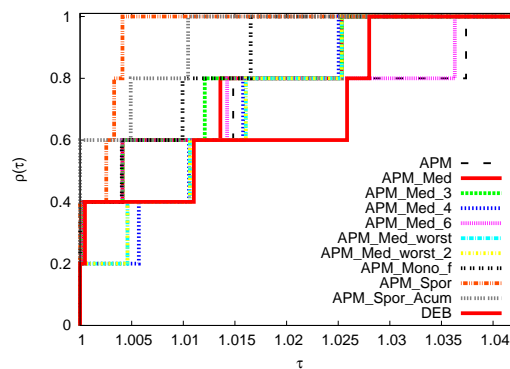


Figura 5.26: Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados para os problemas do segundo ambiente.

5.5 Terceiro ambiente - Problemas de Engenharia Estrutural

Nesta seção serão testadas as variantes descritas na Tabela 4.1 em problemas de otimização estrutural e todas as variantes encontraram soluções factíveis em todos os problemas deste ambiente.

5.5.1 Treliça de 10 barras

Trata-se de uma problema amplamente discutido na literatura que consiste em minimizar o peso de uma treliça com 10 barras, ilustrada na figura 5.27. A descrição matemática do problema conta com uma função objetivo linear (em relação às variáveis de projeto) e com restrições que envolvem as tensões em cada barra e os deslocamentos dos nós.

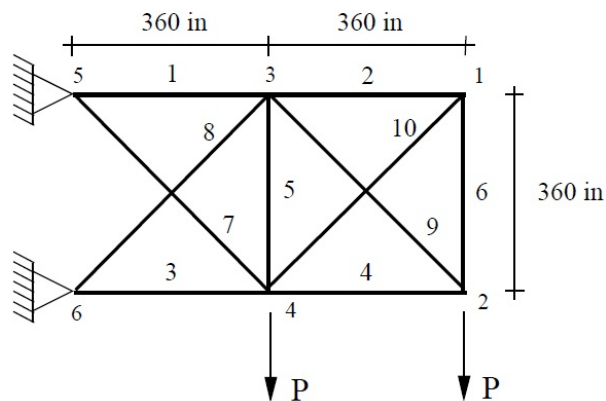


Figura 5.27: Treliça de 10 barras.

Deve-se, portanto, obter valores ótimos para as variáveis de projeto, que são as áreas das seções transversais em cada barra A_i , $1 \leq i \leq 10$. Limita-se a tensão em cada barra em $\pm 25\text{ksi}$ e aos deslocamentos de cada nó a 2in (polegadas) nas direções x e y . As barras são compostas por um material com densidade de 0.1lb/in^3 e o módulo de elasticidade de $E = 10^4\text{ksi}$. São aplicadas duas cargas verticais descendentes, uma no nó 2 e outra no nó 4, ambas de valor igual a $P = 100$ kips.

Dois casos serão analisados: um com variáveis contínuas e outro com variáveis discretas. Para o problema com variáveis discretas as áreas das seções transversais serão escolhidas dentro de um conjunto S que contem as 32 possibilidades que seguem (in^2): 1.62, 1.80, 1.99, 2.13, 2.38, 2.62, 2.93, 3.13, 3.38, 3.47, 3.55, 3.63, 3.88, 4.22, 4.49, 4.59, 4.80, 4.97, 5.12, 5.74, 7.97, 11.50, 13.50, 14.20, 15.50, 16.90, 18.80, 19.90, 22.00, 26.50,

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão
APM_Spor	5061.485	5069.453	5088.815	6.47E+01	8.04E+00
APM_Spor_Acum	5061.308	5068.481	5081.782	3.49E+01	5.91E+00
APM	5061.935	5069.193	5086.705	4.80E+01	6.93E+00
APM_Mono	5061.277	5068.566	5089.482	4.24E+01	6.51E+00
APM_Damp	5061.852	5069.519	5088.882	5.27E+01	7.26E+00
APM_worst_1	5061.995	5068.663	5083.04	3.26E+01	5.71E+00
APM_worst_2	5061.877	5067.615	5081.319	2.17E+01	4.66E+00
APM_worst_3	5061.659	5073.4	5087.255	6.76E+01	8.22E+00
APM_Med_1	5062.942	5070.645	5089.862	6.05E+01	7.78E+00
APM_Med_2	5061.429	5067.101	5085.029	2.71E+01	5.20E+00
APM_Med_3	5061.784	5070.462	5084.913	4.04E+01	6.36E+00
APM_Med_4	5062.645	5071.167	5098.258	7.79E+01	8.83E+00
APM_Med_5	5061.862	5069.167	5083.903	4.46E+01	6.67E+00
APM_Med_6	5061.525	5067.62	5092.73	4.18E+01	6.47E+00
APM_Med_7	5062.248	5069.835	5085.828	5.20E+01	7.21E+00
APM_Med_worst	5061.584	5070.501	5084.659	4.52E+01	6.73E+00
APM_Med_worst_2	5062.25	5070.963	5085.279	5.67E+01	7.53E+00
DEB	5061.74	5068.695	5079.02	2.50E+01	5.00E+00

Tabela 5.12: Resultados da treliça de 10 barras contínua com 280000 avaliações.

30.00, 33.50. No caso de se utilizar variáveis contínuas, essas áreas variam entre $0.1in^2$ e $33.50in^2$.

5.5.1.1 Treliça de 10 barras contínua

Para o problema da treliça de 10 barras contínua, testou-se as variantes para o APM e o método DEB em 35 execuções distintas. Avaliou-se a função objetivo 280000 vezes com o uso de 50 indivíduos na população e 5600 gerações. Os resultados obtidos podem ser observados na Tabela 5.12, que apresenta o melhor valor obtido, a média, o pior valor, a variância e o desvio padrão para cada método testado.

Nota-se que entre todas as variantes, a APM_Mono foi a que obteve o melhor resultado para o problema mas que, na média de todas as execuções, o método APM_Med_2 foi o que se sobressaiu.

O método APM_worst_2 foi o que obteve melhores valores para a variância e o desvio padrão.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão
APM_Spor	5538.321	5547.182	5567.565	9.72E+01	9.86E+00
APM_Spor_Acum	5538.321	5547.777	5571.169	1.52E+02	1.23E+01
APM	5538.321	5543.38	5559.598	7.07E+01	8.41E+00
APM_Mono	5538.321	5548.196	5591.122	1.47E+02	1.21E+01
APM_Damp	5538.321	5546.506	5590.233	1.64E+02	1.28E+01
APM_worst_1	5538.321	5547.021	5567.565	1.04E+02	1.02E+01
APM_worst_2	5538.321	5545.945	5559.598	9.11E+01	9.55E+00
APM_worst_3	5538.321	5550.058	5599.278	2.04E+02	1.43E+01
APM_Med_1	5538.321	5547.457	5572.121	1.22E+02	1.10E+01
APM_Med_2	5538.321	5552.417	5591.122	1.96E+02	1.40E+01
APM_Med_3	5538.321	5548.435	5588.971	1.65E+02	1.28E+01
APM_Med_4	5538.321	5547.934	5590.107	1.75E+02	1.32E+01
APM_Med_5	5538.321	5545.226	5569.011	1.02E+02	1.01E+01
APM_Med_6	5538.321	5550.408	5591.634	2.52E+02	1.59E+01
APM_Med_7	5538.321	5549.456	5601.562	2.17E+02	1.47E+01
APM_Med_worst	5538.321	5545.546	5569.424	8.83E+01	9.40E+00
APM_Med_worst_2	5538.321	5548.197	5569.424	1.20E+02	1.10E+01
DEB	5538.321	5546.415	5590.107	1.47E+02	1.21E+01

Tabela 5.13: Resultados da treliça de 10 barras discreta com 90000 avaliações.

5.5.1.2 Treliça de 10 barras discreta

Já para o problema da treliça de 10 barras discreta, avaliou-se a função objetivo 90000 vezes com as mesmas 35 execuções independentes. Os resultados obtidos podem ser observados na Tabela 5.13, que apresenta o melhor valor obtido, a média, o pior valor, a variância e o desvio padrão para cada método.

Destaca-se a variante APM_Med_5 que obteve a melhor média nas 35 execuções e o APM que obteve melhores valores de variância e desvio padrão.

5.5.2 Treliça de 25 barras

Trata-se de um problema cujo objetivo é o de minimizar uma estrutura de 25 barras de comprimento L_k , com k variando de 1 a 25. O esquema desta estrutura pode ser visualizada na Figura 5.28.

Como na treliça de 10 barras, as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais de cada barra e são aplicadas restrições de tensão e de deslocamento. Impõem-se limitações para as tensões em cada barra sendo que elas podem atingir, no máximo, ± 40 ksi. Aos deslocamentos, são aplicadas restrições nos nós 1 e 2 que serão limitados a 0.35in,

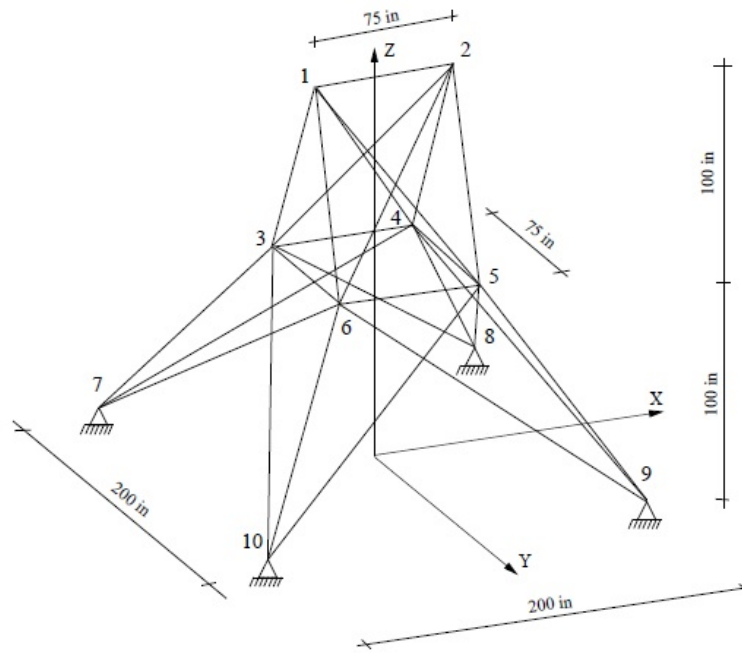


Figura 5.28: Treliça de 25 barras.

nó	F_x	F_y	F_z
1	1	-10	-10
2	0	-10	-10
3	0.5	0	0
6	0.6	0	0

Tabela 5.14: Carregamentos para a treliça de 25 barras.

ambos nas direções x e y . As barras são compostas por um material com densidade igual a $0.1lb/in^3$ e com módulo de elasticidade igual a 10^4 ksi. Também são aplicados carregamentos nos nós 1, 2, 3 e 6 segundo a tabela 5.14.

As variáveis de projeto devem ser escolhidas dentro de um conjunto com 30 opções (em in^2): 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.8, 3.0, 3.1, 3.2. Além disso, é aplicado um agrupamento a essas variáveis segundo a tabela 5.15.

Para a obtenção dos resultados para este problema, executou-se o algoritmo 35 vezes com 20 mil avaliações da função objetivo. Eles podem ser observados na Tabela 5.16, que apresenta o melhor valor obtido, a média, o pior valor, a variância e o desvio padrão para cada método testado.

Deve-se destacar, para este problema, o método APM_Med_6 que foi superior aos demais em todos os quesitos. Observa-se ainda que o método APM_Med_5 foi o segundo

Grupo	Conectividades
A_1	1 - 2
A_2	1 - 4, 2 - 3, 1 - 5, 2 - 6
A_3	2 - 5, 2 - 4, 1 - 3, 1 - 6
A_4	3 - 6, 4 - 5
A_5	3 - 4, 5 - 6
A_6	3 - 10, 6 - 7, 4 - 9, 5 - 8
A_7	3 - 8, 4 - 7, 6 - 9, 5 - 10
A_8	3 - 7, 4 - 8, 5 - 9, 6 - 10

Tabela 5.15: Agrupamento dos membros para a treliça de 25 barras.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão
APM_Spor	484.8542	485.255	489.1653	8.39E-01	9.16E-01
APM_Spor_Acum	484.8542	485.419	489.1653	1.04E+00	1.02E+00
APM	484.8542	485.214	487.3456	3.47E-01	5.89E-01
APM_Mono	484.8542	485.141	488.438	3.79E-01	6.16E-01
APM_Damp	484.8542	485.249	489.1653	6.57E-01	8.10E-01
APM_worst_1	484.8542	485.182	487.4636	2.76E-01	5.25E-01
APM_worst_2	484.8542	485.189	489.1653	5.01E-01	7.08E-01
APM_worst_3	484.8542	485.132	486.6254	1.99E-01	4.46E-01
APM_Med_1	484.8542	485.19	487.3456	3.08E-01	5.55E-01
APM_Med_2	484.8542	485.119	487.3456	2.52E-01	5.02E-01
APM_Med_3	484.8542	485.146	488.32	3.79E-01	6.15E-01
APM_Med_4	484.8542	485.126	486.6254	1.74E-01	4.17E-01
APM_Med_5	484.8542	485.072	486.0999	8.00E-02	2.83E-01
APM_Med_6	484.8542	485.022	485.9052	4.23E-02	2.06E-01
APM_Med_7	484.8542	485.414	489.1653	1.02E+00	1.01E+00
APM_Med_worst	484.8542	485.18	486.6254	2.00E-01	4.47E-01
APM_Med_worst_2	484.8542	485.167	489.1653	5.74E-01	7.58E-01
DEB	484.8542	485.145	486.7434	2.38E-01	4.88E-01

Tabela 5.16: Resultados da treliça de 25 barras discreta com 20000 avaliações.

colocado no resultado de melhor média.

5.5.3 Treliça de 52 barras

Deseja-se minimizar o peso de uma treliça de 52 barras (que pode ser visualizada na Figura 5.29) com condições de carregamento descritas na Tabela 5.17.

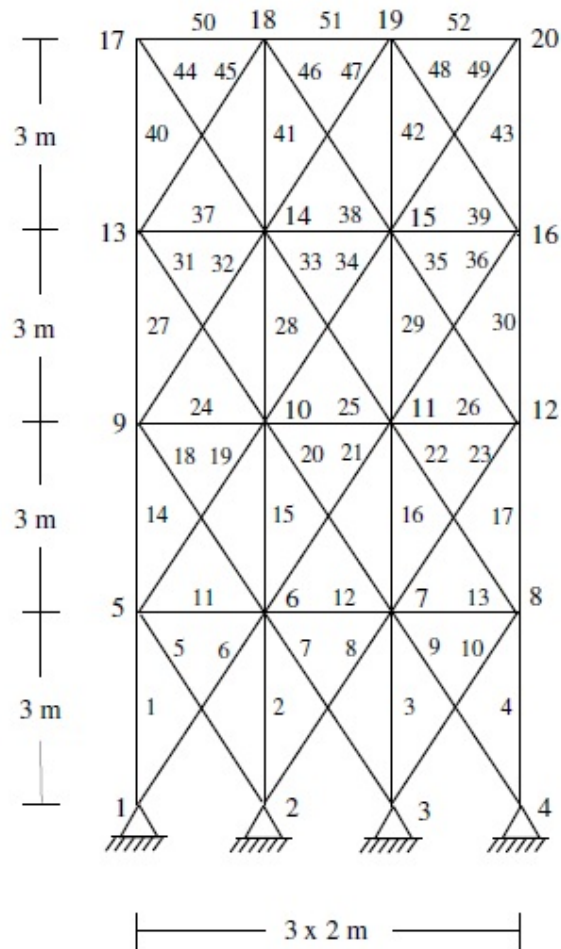


Figura 5.29: Treliça de 52 barras.

A treliça é constituída por um material com módulo de Young igual a 2.07×10^5 e com densidade igual a 7860 kg/m^3 . As tensões admissíveis na tração e compressão são definidas a 180 MPa. Define-se, ainda, 12 grupos para as barras dessa treliça conforme a Tabela 5.18 e, a área para cada barra deve ser escolhida a partir de 64 opções apresentadas na Tabela 5.19.

Os resultados das execuções podem ser observados na Tabela 5.20 (que seguiu o mesmo padrão das tabelas anteriores) e utilizou 17500 avaliações da função objetivo.

Para este problema a variante APM_Spor_Acum obteve os melhores resultados.

nó	F_x	F_y
17	100	200
18	100	200
19	100	200
20	100	200

Tabela 5.17: Carregamentos para a treliça de 52 barras.

Grupo	Membros
A_1	1, 2, 3, 4
A_2	5, 6, 7, 8, 9, 10
A_3	11, 12, 13
A_4	14, 15, 16, 17
A_5	18, 19, 20, 21, 22, 23
A_6	24, 25, 26
A_7	27, 28, 29, 30
A_8	31, 32, 33, 34, 35, 36
A_9	37, 38, 39
A_{10}	40, 41, 42, 43
A_{11}	44, 45, 46, 47, 48, 49
A_{12}	50, 51, 52

Tabela 5.18: Agrupamento dos membros para a treliça de 52 barras.

seção	mm^2	seção	mm^2	seção	mm^2	seção	mm^2
1	71.613	17	1008.385	33	2477.414	49	7419.340
2	90.968	18	1045.159	34	2496.769	50	8709.660
3	126.451	19	1161.288	35	2503.221	51	8967.724
4	161.290	20	1283.868	36	2696.769	52	9161.272
5	198.064	21	1374.191	37	2722.575	53	9999.980
6	252.258	22	1535.481	38	2896.768	54	10322.560
7	285.161	23	1690.319	39	2961.284	55	10903.204
8	363.225	24	1696.771	40	3096.769	56	12129.008
9	388.386	25	1858.061	41	3206.445	57	12838.684
10	494.193	26	1890.319	42	3303.219	58	14193.520
11	506.451	27	1993.544	43	3703.218	59	14774.164
12	641.289	28	2019.351	44	4658.005	60	15806.420
13	645.160	29	2180.641	45	5141.925	61	17096.740
14	792.256	30	2238.705	46	5503.215	62	18064.480
15	816.773	31	2290.318	47	5999.998	63	19354.800
16	940.000	32	2341.191	48	6999.986	64	21612.860

Tabela 5.19: Área para a seção transversal para a treliça de 52 barras.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão
APM_Spor	1977.9	2060.813	2352.834	8.13E+03	9.02E+01
APM_Spor_Acum	1977.9	2044.399	2163.871	3.19E+03	5.65E+01
APM	1977.9	2044.913	2392.167	1.04E+04	1.02E+02
APM_Mono	1979.52	2070.326	2360.063	1.18E+04	1.09E+02
APM_Damp	1977.9	2062.945	2383.776	1.37E+04	1.17E+02
APM_worst_1	1977.9	2078.967	2531.144	2.19E+04	1.48E+02
APM_worst_2	1981.2	2100.38	2710.616	2.30E+04	1.52E+02
APM_worst_3	1977.9	2057.002	2362.708	8.71E+03	9.33E+01
APM_Med_1	1979.34	2046.618	2342.657	7.57E+03	8.70E+01
APM_Med_2	1977.9	2056.102	2394.883	1.15E+04	1.07E+02
APM_Med_3	1977.9	2106.491	2723.385	2.51E+04	1.58E+02
APM_Med_4	1977.9	2073.765	2780.336	2.25E+04	1.50E+02
APM_Med_5	1977.9	2066.865	2609.574	1.96E+04	1.40E+02
APM_Med_6	1983.631	2114.965	2453.523	1.13E+04	1.06E+02
APM_Med_7	1978.08	2095.946	3006.66	3.77E+04	1.94E+02
APM_Med_worst	1977.9	2065.235	2635.646	1.80E+04	1.34E+02
APM_Med_worst_2	1977.9	2052.329	2352.762	6.71E+03	8.19E+01
DEB	1979.52	2074.199	2424.283	9.74E+03	9.87E+01

Tabela 5.20: Resultados da treliça de 52 barras discreta com 17500 avaliações.

Carga	nó	F_x	F_y
1	1	-10	0
	7	9	0
2	15	-8	3
	18	-8	3
3	22	-20	10

Tabela 5.21: Carregamentos para a treliça de 60 barras.

5.5.4 Treliça de 60 barras

Este problema consiste na minimização de uma treliça anelar de 60 barras de raio externo e interno iguais a 100 *in* e 90 *in*, respectivamente (Figura 5.30).

A treliça é submetida a três casos de carregamento de acordo com a tabela 5.21. As barras da treliça são feitas por um material com módulo de Young igual a 10^4 ksi e de massa específica igual a 0.1 *lb/in*³. O problema apresenta 198 restrições onde 180 se referem às tensões ($\rho_i = 60$ ksi, $1 \leq i \leq 60$) e 18 deslocamentos. Para os deslocamentos, são definidos os seguintes limites: 1.75 no nó 4, 2.25 no nó 13 e 2.75 no nó 19.

Novamente as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras que podem variar continuamente de 0.5 *in*² até 5 *in*². Faz-se um agrupamento das barra de

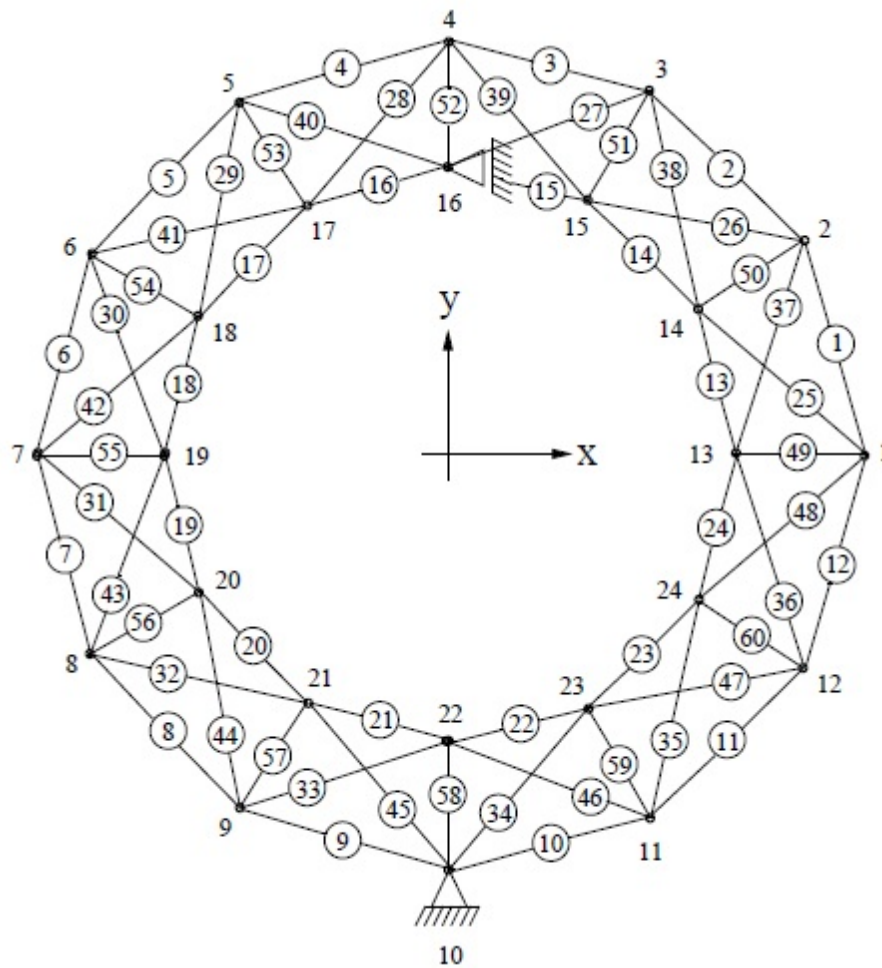


Figura 5.30: Treliça de 60 barras.

acordo com a Tabela 5.22.

Na Tabela 5.23 são apresentados os resultados (melhor, média, pior, variância e desvio padrão) obtidos nas 35 execuções independentes com 12000 avaliações da função objetivo.

Neste problema, vê-se que a variante APM_worst.2 conseguiu obter o melhor valor da função objetivo mas que, em contrapartida, a variante APM_Spor_Acum foi unânime ao obter melhor valor para a média das funções objetivos obtidas nas 35 execuções. A variante APM_Damping obteve melhores valores para a variância e para o desvio padrão.

5.5.5 Treliça de 72 barras

o objetivo deste problema é o de minimizar o peso de uma estrutura composta de 72 barras (ver Figura 5.31) em que as variáveis de projeto são as seções transversais das barras. As variáveis podem assumir valores entre 0.1 in^2 a 5 in^2 e as barras são agrupadas de acordo com a Tabela 5.25. As restrições envolvem um valor máximo de deslocamento permitido

Grupo	Membros	Grupo	Membros
A_1	49 a 60	A_{14}	25, 37
A_2	1, 13	A_{15}	26, 38
A_3	2, 14	A_{16}	27, 39
A_4	3, 15	A_{17}	28, 40
A_5	4, 16	A_{18}	29, 41
A_6	5, 17	A_{19}	30, 42
A_7	6, 18	A_{20}	31, 43
A_8	7, 19	A_{21}	32, 44
A_9	8, 20	A_{22}	33, 45
A_{10}	9, 21	A_{23}	34, 46
A_{11}	10, 22	A_{24}	35, 47
A_{12}	11, 23	A_{25}	36, 48
A_{13}	12, 24		

Tabela 5.22: Agrupamento dos membros para a treliça de 60 barras.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão
APM_Spor	315.1626	349.821	410.9044	3.64E+02	1.91E+01
APM_Spor_Acum	307.4096	328.564	375.0265	1.78E+02	1.33E+01
APM	308.6482	330.633	360.4936	1.90E+02	1.38E+01
APM_Mono	307.5006	333.838	430.054	5.42E+02	2.33E+01
APM_Damp	311.5902	328.969	359.0637	1.21E+02	1.10E+01
APM_worst_1	309.0158	335.516	369.8152	2.91E+02	1.71E+01
APM_worst_2	307.1246	333.917	379.9248	3.24E+02	1.80E+01
APM_worst_3	309.0211	331.469	355.8634	1.53E+02	1.24E+01
APM_Med_1	308.2411	332.805	412.6206	4.47E+02	2.11E+01
APM_Med_2	309.4733	333.555	391.9933	4.26E+02	2.06E+01
APM_Med_3	307.1724	335.091	372.6481	3.05E+02	1.75E+01
APM_Med_4	310.0529	343.453	407.4327	6.05E+02	2.46E+01
APM_Med_5	312.5965	332.985	379.1805	2.50E+02	1.58E+01
APM_Med_6	309.2339	335.411	392.7548	3.61E+02	1.90E+01
APM_Med_7	314.5468	339.014	378.0125	3.00E+02	1.73E+01
APM_Med_worst	307.356	334.1	359.3364	1.59E+02	1.26E+01
APM_Med_worst_2	314.6601	338.673	392.5661	2.80E+02	1.67E+01
DEB	314.0992	335.761	392.4098	3.18E+02	1.78E+01

Tabela 5.23: Resultados da treliça de 60 barras contínua com 12000 avaliações.

de 0.25 nos nós de 1 a 16 nas direções x e y e uma tensão máxima permitida em cada barra de ± 25 ksi. O material possui módulo de Young igual a 10^4 ksi e densidade igual a 0.1 lb/in^3 . Impõem-se à estrutura dois casos de carregamento definido segundo a Tabela 5.24.

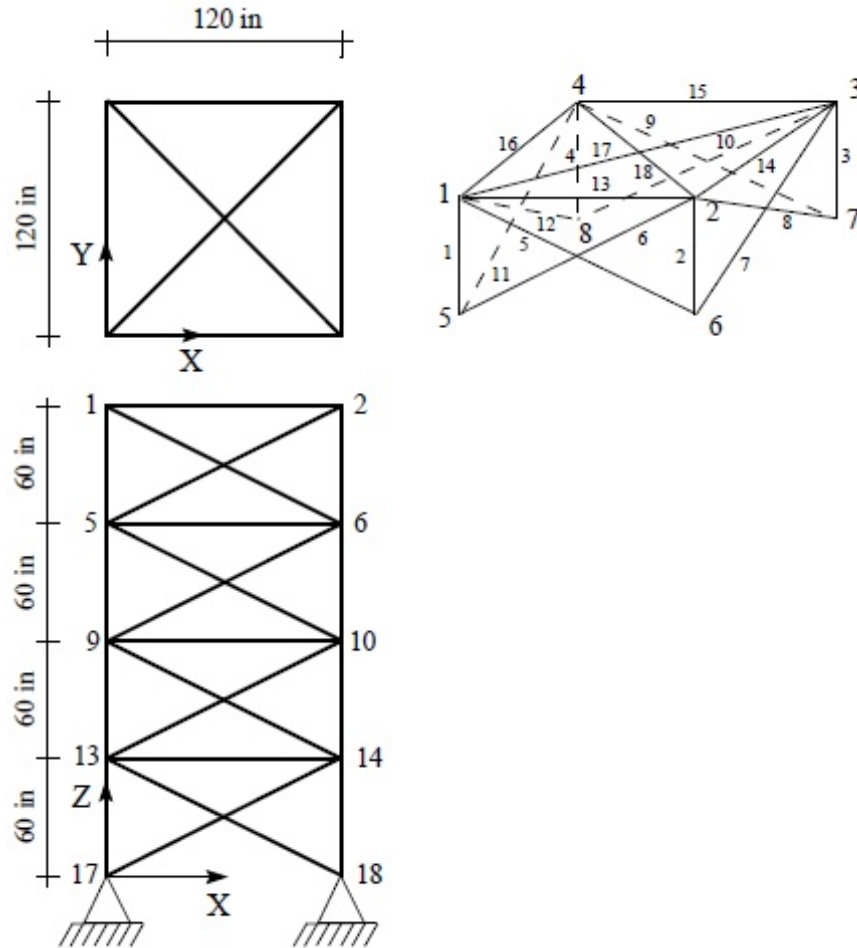


Figura 5.31: Treliça de 72 barras.

Na Tabela 5.26, que apresenta o melhor valor obtido, a média, o pior valor, a variância e o desvio padrão para cada método testado, são apresentados os resultados obtidos nas 35 execuções do algoritmo.

Observa-se que, para este problema, o APM original é superior a suas variações para os resultados obtidos na média, variância e desvio padrão. Mas nota-se que a variante APM_Med_4 foi a que obteve melhor valor dentre todas as variantes e execuções.

Carga	nó	F_x	F_y	F_z
1	1	5	5	-5
2	1	0	0	-5
	2	0	0	-5
	3	0	0	-5
	4	0	0	-5

Tabela 5.24: Carregamentos para a treliça de 72 barras.

Grupo	Membros
A_1	1, 2, 3, 4
A_2	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
A_3	13, 14, 15, 16
A_4	17, 18
A_5	19, 20, 21, 22
A_6	23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30
A_7	31, 32, 33, 34
A_8	35, 36
A_9	37, 38, 39, 40
A_{10}	41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48
A_{11}	49, 50, 51, 52
A_{12}	53, 54
A_{13}	55, 56, 57, 58
A_{14}	59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66
A_{15}	67, 68, 69, 70
A_{16}	71, 72

Tabela 5.25: Agrupamento dos membros para a treliça de 72 barras.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão
APM_Spor	383.9408	392.127	403.0705	2.00E+01	4.47E+00
APM_Spor_Acum	382.1709	391.254	412.6526	5.03E+01	7.09E+00
APM	383.0324	388.537	394.8527	1.06E+01	3.26E+00
APM_Mono	383.5456	390.098	399.4554	1.81E+01	4.26E+00
APM_Damp	385.0012	391.231	404.92	2.57E+01	5.07E+00
APM_worst_1	384.0754	391.431	402.2929	2.50E+01	5.00E+00
APM_worst_2	383.2918	390.77	410.0849	2.62E+01	5.12E+00
APM_worst_3	382.6932	389.971	400.8729	2.25E+01	4.75E+00
APM_Med_1	382.9	389.927	406.1993	2.76E+01	5.25E+00
APM_Med_2	383.599	390.719	406.8823	3.06E+01	5.53E+00
APM_Med_3	384.5462	390.19	411.3457	3.06E+01	5.53E+00
APM_Med_4	381.876	388.669	398.9901	1.15E+01	3.39E+00
APM_Med_5	382.6108	390.926	404.5258	2.77E+01	5.26E+00
APM_Med_6	383.6877	391.169	403.9869	2.84E+01	5.33E+00
APM_Med_7	382.6784	391.393	404.8702	3.11E+01	5.58E+00
APM_Med_worst	383.4989	390.22	410.6579	3.29E+01	5.73E+00
APM_Med_worst_2	383.4461	392.351	412.2931	5.22E+01	7.22E+00
DEB	383.1643	389.613	400.1849	1.64E+01	4.05E+00

Tabela 5.26: Resultados da treliça de 72 barras contínua com 35000 avaliações.

5.5.6 *Análise dos resultados obtidos para os problemas de otimização estrutural*

Analisa-se, nesta seção, os resultados obtidos pelos métodos para cada um problema de otimização estrutural descritos nas seções anteriores. Foram feitas 35 execuções independentes para cada método em cada problema e extraiu-se informações sobre o melhor, a média e o pior valor de função objetivo encontrado por cada método. Também disponibiliza-se informações acerca da variância e o desvio padrão afim de nortear a análise dos resultados.

- Treliça de 10 barras: Analisando-se a Tabela 5.12, que expõe os resultados obtidos para o problema da treliça de 10 barras contínua, vê-se que a variante APM_Mono foi a que obteve o melhor resultado para o problema (5061.277), apesar de ter tido valor de variância e desvio padrão altos. O APM_Med_2 obteve o melhor valor quando se olha para a média das funções objetivo extraídas, seguido do APM_worst_2 que, ainda, foi o que obteve melhores valores para a variância e o desvio padrão.

Ao sair do problema contínuo e migrar para o problema discreto da mesma treliça de 10 barras nota-se, ao examinar a Tabela 5.13, que o APM original foi unânime

ao obter os melhores valores. Destacou-se, principalmente, na médias das funções objetivo, que ficou bem distante da segunda variante APM_Med_5.

- Treliça de 25 barras: Considerou-se, também, o problema da treliça de 25 barras discreta (com resultados expostos na Tabela 5.20), que utilizou 20 mil avaliações da função objetivo. Destacou-se a variante APM_Med_6 na obtenção da melhor média das funções objetivo (485.022), seguido de perto pela variante APM_Med_5. Além disso, o mesmo APM_Med_6 foi o que obteve melhores valores para a variância e o desvio padrão.
- Treliça 52 barras: A variante APM_Spor_Acum foi a que obteve melhores resultados para todos os níveis de avaliação para o problema da treliça de 52 barras discreta, que foram analisados na Tabela 5.20. Vê-se que o APM original também obteve resultado relevante para a média dos valores encontrados.
- Treliça 60 barras: O problema da treliça de 60 barras, que trata de um problema em que as variáveis podem assumir valores contínuos, a variante APM_worst_2 foi a que obteve o melhor valor da função objetivo, porém, em contrapartida, a APM_Spor_Acum foi unânime ao obter o melhor valor para a média das funções objetivos nas 35 execuções, segundo a Tabela 5.23. A variante APM_Damping obteve melhores valores para a variância e para o desvio padrão.
- Treliça 72 barras: Também se tratando de um problema contínuo, o APM original foi superior à suas variações quanto a média, variância e desvio padrão. Nota-se, porém, a variante APM_Med_4 foi a que obteve o melhor valor dentre todas as variantes e execuções.

Para analisar o desempenho das variantes nos problemas das treliças, gerou-se as Figuras 5.32(a), 5.32(b) e 5.32(c) que apresentam as áreas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando todos os 6 problemas da engenharia estrutural e, como métrica de desempenho, usou-se a média dos valores da função objetivo.

Dentre as variantes propostas por Barbosa e Lemonge (2008) [9], o APM original foi o que obteve melhor classificação, seguido de APM_Spor_Acum e APM_Damp. Dentre as novas variantes observa-se que APM_Med, APM_worst_3, APM_Med_5 e APM_Med_worst foram as que ficaram com melhores classificação.

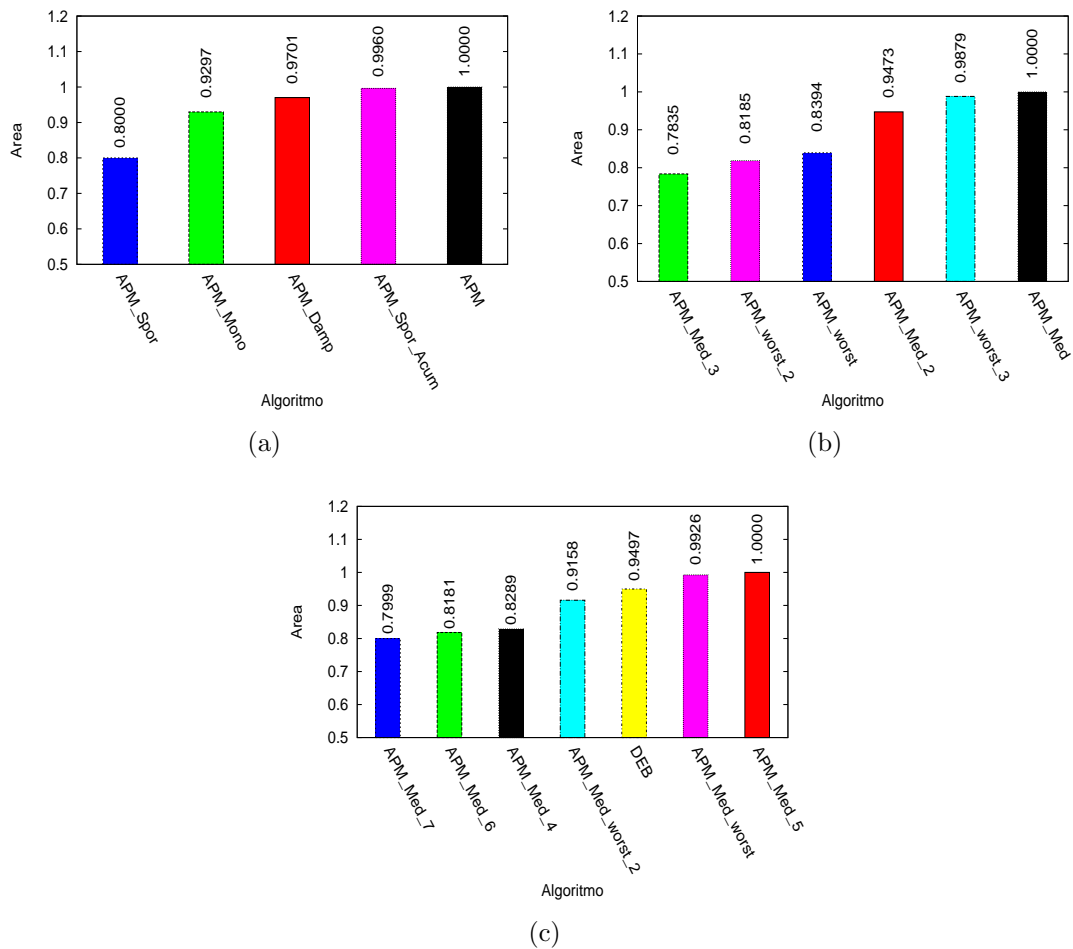


Figura 5.32: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando os problemas de engenharia estrutural.

As variantes citadas no parágrafo anterior foram indicadas para o próximo nível de avaliação. Suas áreas sob as curvas do perfil de desempenho, apresentado na Figura 5.34, pode ser observadas na Figura 5.33.

Conclui-se que o APM original foi o que obteve melhor desempenho entre todos os métodos testados para os problemas de engenharia estrutural e ele foi o melhor classificado em dois problemas: a treliça de 10 barras discreta e a treliça de 72 barras contínua.

Entre as novas variantes, viu-se que a APM_Med foi a melhor classificada, seguida da APM_worst_3 e APM_Med_2. O DEB, que se destacou no conjunto de 24 problemas-teste e nos problemas de engenharia mecânica, ficou mal classificado nesta seção.

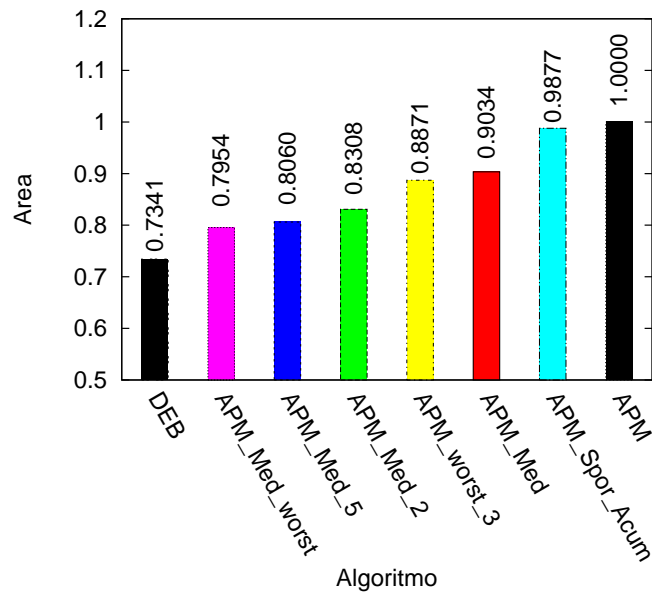


Figura 5.33: Melhores classificados considerando os problemas de engenharia estrutural.

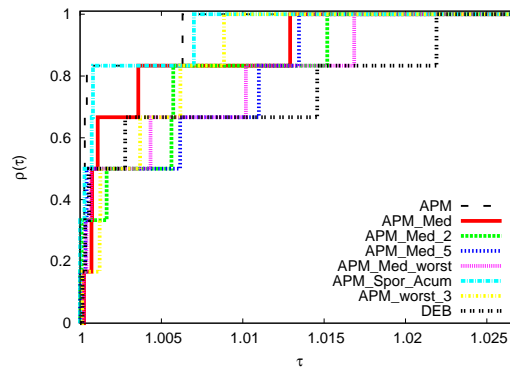


Figura 5.34: Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando os problemas de engenharia estrutural.

5.5.7 Síntese dos resultados

Nessa seção serão apresentados e analisados os perfis de desempenho considerando todos os ambientes descritos anteriormente.

Na Figura 5.35 são apresentadas as áreas relativas às curvas da Figura 5.37 para todos as variantes do APM e o método DEB.

Verifica-se que os métodos, que já vinham se apresentando promissores, são os que obtiveram melhores desempenhos. Destacaram, portanto os métodos APM_Mono e APM_Spor entre as variantes já propostas pela literatura. Entre as variantes propostas neste trabalho, verifica-se que as variantes MED foram as que obtiveram melhores classificações. Vê-se que essas variantes não são definidas pelas modificações 1 e 2, o que

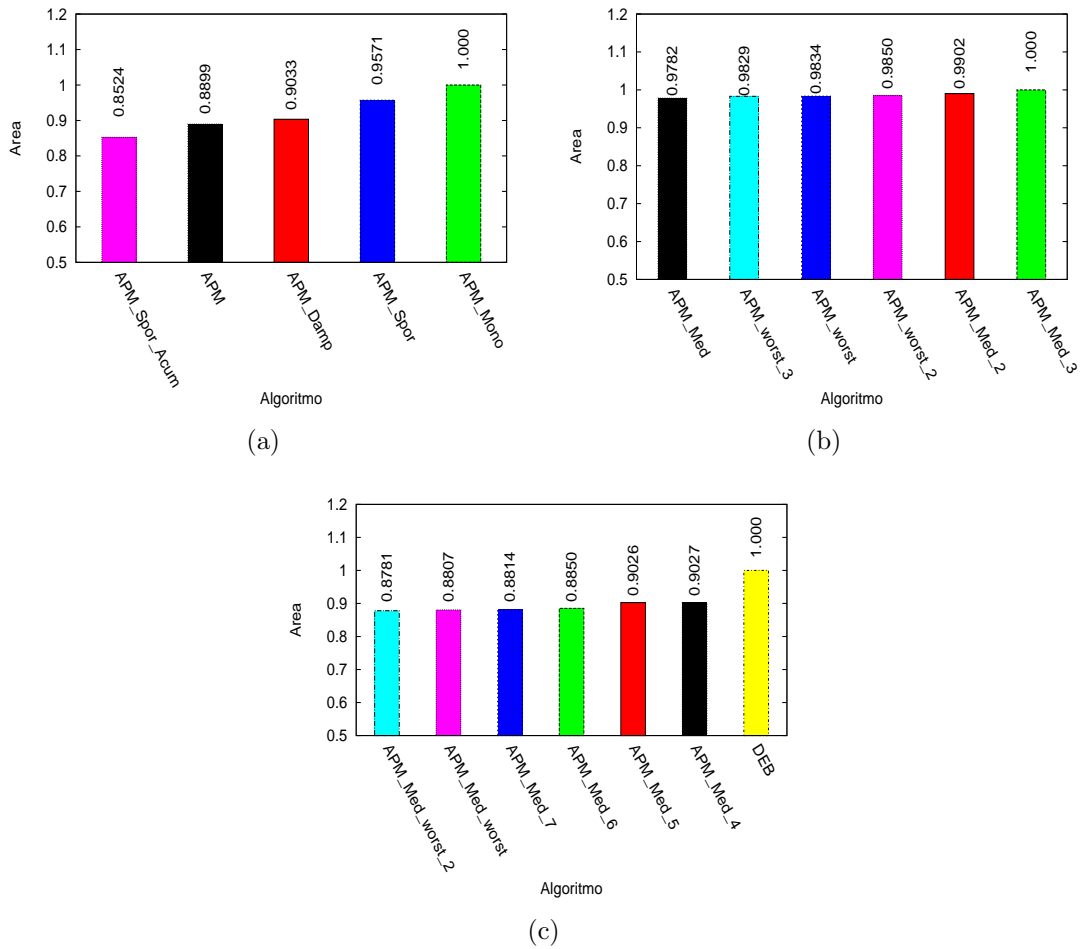


Figura 5.35: Áreas sob as curvas dos perfis de desempenho considerando todos os problemas de todos os ambientes.

faz concluir que usar o valor da função objetivo do pior elemento factível para o cálculo de $\bar{f}(\vec{x})$ e de k_j não é promissor. Observa-se ainda que, dentre essas variantes, as APM_Med_4 e APM_Med_5 foram as que obtiveram melhores desempenhos entre as variantes propostas neste trabalho, como observado na Figura 5.36. A variante APM_Med_4 é definida pelas modificações 3 e 5, enquanto a variante APM_Med_5 é definida apenas pela modificação 5. A modificação 3 propõe que o valor de $\langle v_j(\vec{x}) \rangle$ seja o somatório das violações de todos os indivíduos naquela restrição dividido pelo número de indivíduos que violam a mesma restrição, enquanto que na modificação 5 usa-se o somatório da função objetivo dividido pelo número de indivíduos infactíveis para o cálculo de $\bar{f}(\vec{x})$. Com isso, pode-se concluir que essas foram as modificações mais relevantes.

Observa-se ainda que quando inseriu-se a modificação 4 na variante APM_Med_4, que se tornou a variante APM_Med_2, esta se tornou pior. Desse fato, conclui-se que não foi interessante estender a ideia da modificação 5 para o cálculo de k_j . Ainda percebe-se que

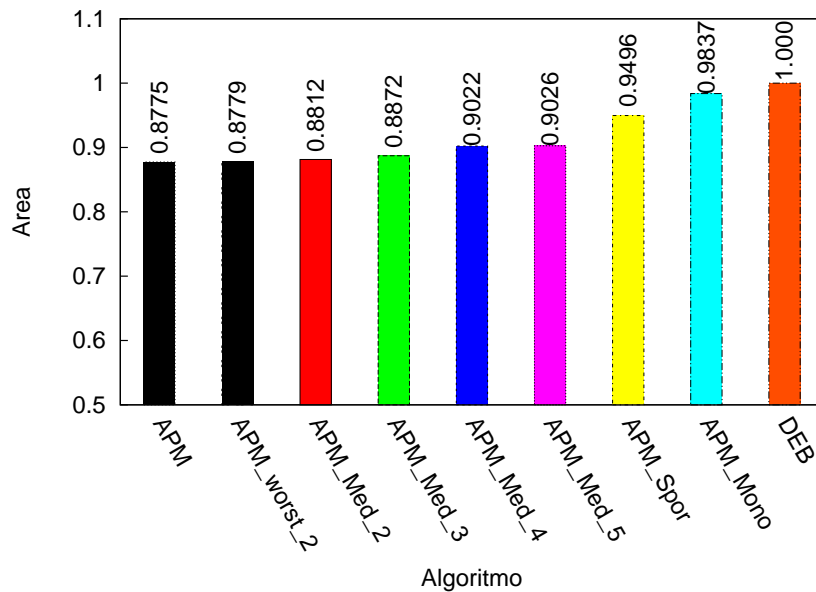


Figura 5.36: Áreas normalizadas sob as curvas dos perfis de desempenho dos melhores métodos considerando todos os problemas de todos os ambientes.

o método DEB foi o que obteve melhor desempenho.

Os perfis de desempenho dos metodos melhores classificados são apresentados na Figura 5.37.

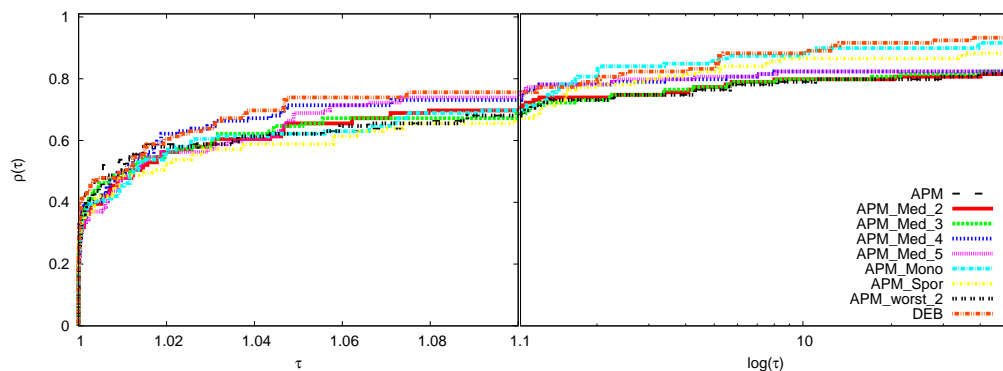


Figura 5.37: Perfis de desempenho para os métodos melhores classificados considerando todos os problemas de todos os ambientes.

Sabendo-se que as variantes APM_Med_4 e APM_Med_5 foram as que sempre estiveram entre os métodos com melhores desempenhos, seus perfis serão analisados separadamente.

Apresenta-se, na Figura 5.38, na Figura 5.39 e na Figura 5.40 os perfis de desempenho para os métodos DEB, APM_Med_4 e APM_Med_5, respectivamente, considerando todos os problemas apresentados nos experimentos numéricos em todos os ambientes deste capítulo. Observa-se que tanto o método DEB quanto a variante APM_Med_4 resolvem e são melhores em pouco mais de 20% dos problemas. Já a variante APM_Med_5 resolve e

é melhor em cerca de 15% dos problemas. Esse fato indica que a proposta de se utilizar a modificação 3 em conjunto com a modificação 5 fez com que a variante APM_Med_4 se tornasse robusta quanto a obter melhores resultados para uma maior quantidade de problemas, enquanto que o uso isolado da modificação 5, apesar de não ser tão eficiente em obter melhores soluções, se tornasse com bom desempenho por obter resultados relevantes e alcançasse boa colocação quando comparado com todos os demais métodos.

Um aspecto que é possível observar e que torna o método DEB o mais robusto está no fato dele resolver uma quantidade maior de problemas que os métodos APM_Med_4 e APM_Med_5 por permanecer em crescimento contínuo em seu perfil de desempenho, enquanto os perfis das variantes APM_Med_4 e APM_Med_5 estabilizam-se bem antes, como é possível observar nas Figuras 5.38, 5.39 e 5.40.

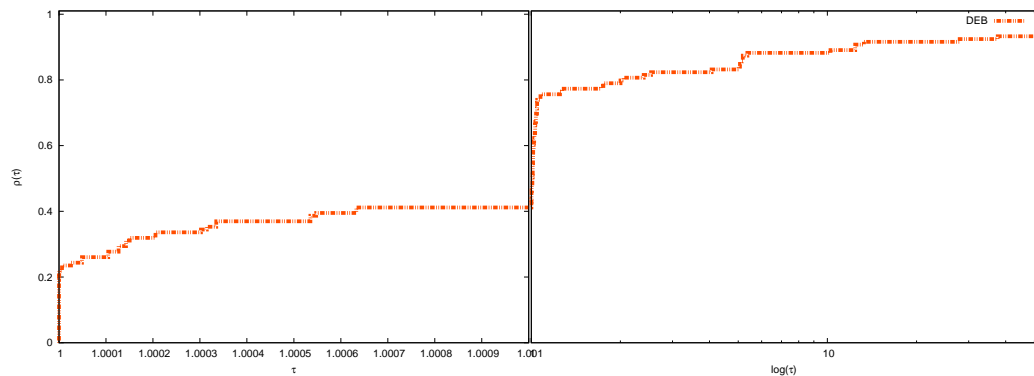


Figura 5.38: Perfis de desempenho para o métodos DEB considerando todos os problemas de todos os ambientes.

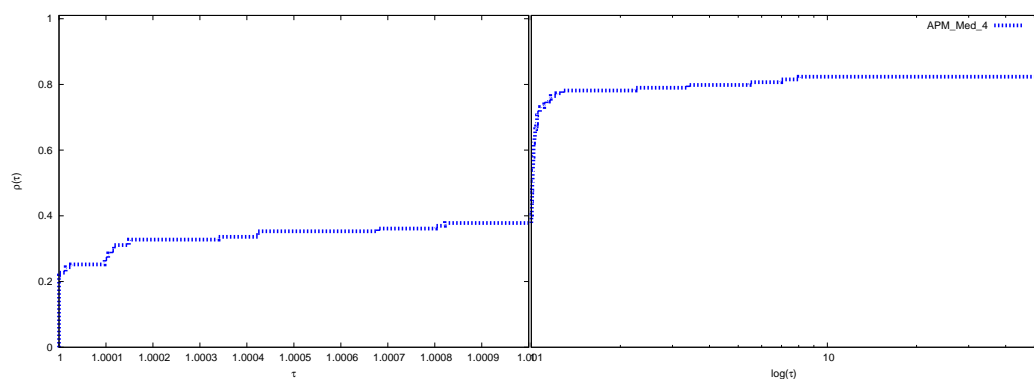


Figura 5.39: Perfis de desempenho para a variante APM_Med_4 considerando todos os problemas de todos os ambientes.

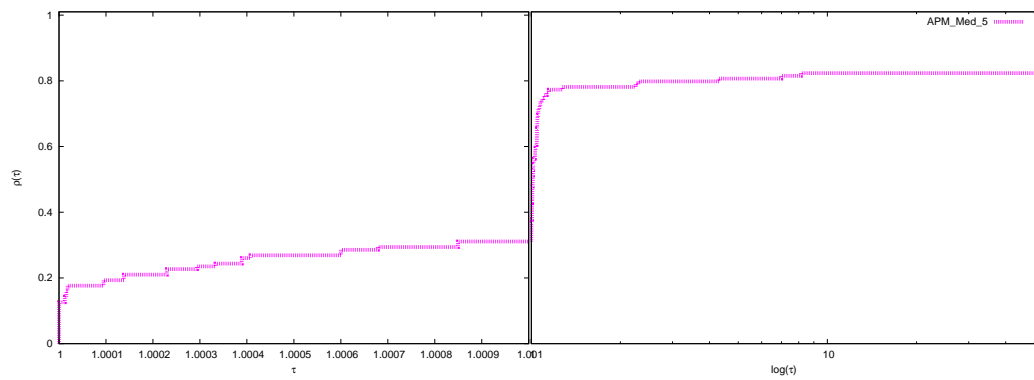


Figura 5.40: Perfis de desempenho para a variante APM_Med.5 considerando todos os problemas de todos os ambientes.

6 Conclusão

Propõe-se e examina-se novas variantes para o Método de Penalização Adaptativo (APM). As potencialidades para as novas variantes desenvolvidas foram comparadas aplicando-as a problemas de otimização com restrições normalmente adotados como problemas teste na literatura e gerando perfis de desempenho para cada uma delas.

Ao analisar os resultados obtidos nos 24 problemas testes (primeiro ambiente) apresentados em [44], vê-se que no primeiro cenário, dentro de uma perspectiva de problemas menos complexos, os métodos APM, APM_Spor e APM_Mono foram os que obtiveram melhores desempenhos para os dois primeiros níveis de avaliação adotados para a função objetivo (25 e 100 mil). No último nível, em que a função objetivo é avaliada 250 mil vezes, as variantes APM_Med_4 e APM_Med_5 foram as melhores enquanto, o DEB, o pior entre as variantes melhores classificadas. Devido a isso, nota-se que quando aplica-se altos índices de avaliação da função objetivo, as novas variantes APM_Med_4 e APM_Med_5 se sobressaem por conseguir, ao decorrer das gerações, refinar melhor a solução.

Já no segundo cenário, em que considera-se todas as 24 funções-teste, nota-se que o método DEB ocupou as primeiras posições entre os métodos de melhores desempenhos em todos os três níveis de avaliação da função objetivo. Quando avaliou-se a função objetivo 100 e 250 mil vezes, os primeiros lugares foram ocupados pelas variantes que aderiram a monotonicidade em sua estrutura, o que dá indícios de que quando tem-se um cenário no qual deseja-se obter soluções em domínios complexos, as variantes *Monotonic* podem agregar robustez ao APM. Vê-se ainda que surgiram novamente entre as variantes melhores classificadas as APM_Med_4 e APM_Med_5 nos dois últimos níveis de avaliação.

No segundo ambiente foram apresentados 5 problemas clássicos da engenharia e os testes computacionais realizados. Verificou-se que as variantes APM_Spor_Acum e APM_Spor foram as que obtiveram o melhor desempenho sendo os 5 problemas considerados e usando como métrica a média das funções objetivo. Nota-se que essas mesmas variantes foram as que obtiveram melhores resultados para a média das funções objetivos nos problemas de Mola sob Tração/Compressão e Viga Engastada e Livre dentre as variantes para o APM. Observou-se ainda que o método APM_worst_2 obteve o segundo

melhor desempenho em dois dos problemas: Redutor de Velocidade e Viga Soldada. Para o problema de Viga Engastada e Livre observou-se que os métodos APM_Med_2 e APM_Med_4 obtiveram os melhores resultados apesar de, em média, o método APM_Spor ter obtido o melhor desempenho. No problema de Redutor de Velocidade e Viga Soldada, os métodos APM_Damp e APM_Mono_f foram os que obtiveram melhores resultado para as médias, respectivamente.

O APM original foi o que obteve melhor desempenho entre todos os métodos testados para os problemas de engenharia estrutural descritos no terceiro ambiente. Entre as novas variantes, viu-se que a APM_Med foi a melhor classificada, seguida da APM_worst_3 e APM_Med_2.

Dentre as novas variantes propostas neste trabalho, há indícios de que as modificações 3 e 5, que considera $\langle v_j(\vec{x}) \rangle$ como o somatório das violações de todos os indivíduos na restrição j dividido pelo número de indivíduos e que considera $\langle \langle f(\vec{x}) \rangle \rangle$ como o somatório da função objetivo de todos os indivíduos da população atual dividido pelo número indivíduos ineficazes que violam essa restrição, respectivamente, agregaram robustez às variantes. Destacam-se, entre elas, as variantes APM_Med_4 (modificadas por 3 e 5) e APM_Med_5 (modificada por 5) que alcançaram em todos ambientes bons níveis de desempenho.

Fez-se uma análise detalhada acerca das variantes que já haviam sido propostas por Barbosa e Lemonge (2008) [9] e pode-se perceber que elas são robustas (mais do que o próprio APM original, inclusive) e seu uso é preferível ao APM original por obter bons desempenhos e algumas serem menos caras computacionalmente (ao atualizar o coeficiente de penalização esporadicamente, por exemplo).

Os perfis de desempenho auxiliaram na compreensão dos resultados, além de ter sintetizado as informações relevantes.

6.1 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros, pretende-se fazer uma análise de sensibilidade das variantes que apresentaram maior robustez, submetendo a uma análise criteriosa os parâmetros destas variantes.

Além disso, pretende-se testar essas variantes em suites de funções com maior

complexidade disponibilizadas na literatura recentemente [50].

REFERÊNCIAS

- [1] SCHOENAUER, M., MICHALEWICZ, Z., “Evolutionary computation at the edge of feasibility”, In: *Parallel Problem Solving from Nature PPSN IV*, pp. 245–254, Springer, 1996.
- [2] ORVOSH, D., DAVIS, L., “Using a genetic algorithm to optimize problems with feasibility constraints”. In: *Evolutionary Computation, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence., Proceedings of the First IEEE Conference on*, pp. 548–553, 1994.
- [3] ADELI, H., CHENG, N.-T., “Augmented Lagrangian genetic algorithm for structural optimization”, *Journal of Aerospace Engineering*, v. 7, n. 1, pp. 104–118, 1994.
- [4] SURRY, P. D., RADCLIFFE, N. J., “The COMOGA method: constrained optimisation by multi-objective genetic algorithms”, *Control and Cybernetics*, v. 26, pp. 391–412, 1997.
- [5] RUNARSSON, T. P., YAO, X., “Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization”, *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, v. 4, n. 3, pp. 284–294, 2000.
- [6] VAN KAMPEN, A. H., STROM, C., BUYDENS, L. M., “Lethalization, penalty and repair functions for constraint handling in the genetic algorithm methodology”, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, v. 34, n. 1, pp. 55–68, 1996.
- [7] HINTERDING, R., MICHALEWICZ, Z., “Your brains and my beauty: parent matching for constrained optimisation”. In: *Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on*, pp. 810–815, 1998.
- [8] BARBOSA, H. J., LEMONGE, A. C., “An Adaptive Penalty Scheme In Genetic Algorithms For Constrained Optimiazation Problems.” In: *GECCO*, v. 2, pp. 287–294, 2002.
- [9] BARBOSA, H. J., LEMONGE, A. C., “An adaptive penalty method for genetic algorithms in constrained optimization problems”, *Frontiers in Evolutionary Robotics*, v. 34, 2008.

- [10] GARCIA, R., MONTÁ, B., CARVALHO, R., BARBOSA, H., BERNARDINO, H., LEMONGE, A., “Novas variantes para o método de penalização adaptativo (APM) para problemas de otimização com restrições”. In: *Anais do XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 2013.
- [11] CARVALHO, R., MONTÁ, B., GARCIA, R., BERNARDINO, H., LEMONGE, A., BARBOSA, H., “Variantes para o método de penalização adaptativo (APM) para problemas de otimização com restrições aplicadas a problemas de engenharia”. In: *Anais do XXXIV CILAMCE*, 2013.
- [12] DOLAN, E. D., MORE, J. J., “Benchmarking optimization software with performance profiles”, *Mathematical programming*, v. 91, n. 2, pp. 201–213, 2002.
- [13] IZMAILOV, A., SOLODOV, M., “Otimização-volume 1 Condições de Otimalidade”, *Elementos de Análise Convexa e de Dualidade. 2a edição, Rio de Janeiro: IMPA*, 2009.
- [14] MEDEIROS, G. F. D., KRIPKA, M., “ALGUMAS APLICAÇÕES DE MÉTODOS HEURÍSTICOS NA OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS”, *Revista CIATEC-UPF*, v. 4, n. 1, pp. 19–32, 2012.
- [15] KIRKPATRICK, S., JR., D. G., VECCHI, M. P., “Optimization by simulated annealing”, *science*, v. 220, n. 4598, pp. 671–680, 1983.
- [16] BONABEAU, E., DORIGO, M., THERAULAZ, G., *Swarm intelligence: from natural to artificial systems*. v. 4. Oxford university press New York, 1999.
- [17] DORIGO, M., MANIEZZO, V., COLORNI, A., “Ant system: optimization by a colony of cooperating agents”, *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, v. 26, n. 1, pp. 29–41, 1996.
- [18] EBERHART, R., KENNEDY, J., “A new optimizer using particle swarm theory”. In: *Micro Machine and Human Science, 1995. MHS'95., Proceedings of the Sixth International Symposium on*, pp. 39–43, 1995.
- [19] KARABOGA, D., “An idea based on honey bee swarm for numerical optimization”, *Techn. Rep. TR06, Erciyes Univ. Press, Erciyes*, 2005.

- [20] HOLLAND, J. H., *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence..* U Michigan Press, 1975.
- [21] WIKIPEDIA, “Código de Gray”, <http://pt.wikipedia.org/wiki/C>
- [22] SCHOENAUER, M., MICHALEWICZ, Z., “Evolutionary computation at the edge of feasibility”, In: *Parallel Problem Solving from Nature PPSN IV*, pp. 245–254, Springer, 1996.
- [23] KOZIEL, S., MICHALEWICZ, Z., “Evolutionary algorithms, homomorphous mappings, and constrained parameter optimization”, *Evolutionary computation*, v. 7, n. 1, pp. 19–44, 1999.
- [24] LIEPINS, G. E., “A genetic algorithm approach to multiple-fault diagnosis”, *Handbook of genetic algorithms*, 1991.
- [25] ORVOSH, D., DAVIS, L., “Using a genetic algorithm to optimize problems with feasibility constraints”. In: *Evolutionary Computation, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence., Proceedings of the First IEEE Conference on*, pp. 548–553, 1994.
- [26] ADELI, H., CHENG, N.-T., “Augmented Lagrangian genetic algorithm for structural optimization”, *Journal of Aerospace Engineering*, v. 7, n. 1, pp. 104–118, 1994.
- [27] BARBOSA, H. J., “A coevolutionary genetic algorithm for constrained optimization”. In: *Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on*, v. 3, 1999.
- [28] SURRY, P. D., RADCLIFFE, N. J., “The COMOGA method: constrained optimisation by multi-objective genetic algorithms”, *Control and Cybernetics*, v. 26, pp. 391–412, 1997.
- [29] RUNARSSON, T. P., YAO, X., “Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization”, *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, v. 4, n. 3, pp. 284–294, 2000.

- [30] VAN KAMPEN, A. H., STROM, C., BUYDENS, L. M., “Lethalization, penalty and repair functions for constraint handling in the genetic algorithm methodology”, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, v. 34, n. 1, pp. 55–68, 1996.
- [31] MICHALEWICZ, Z., SCHOENAUER, M., “Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems”, *Evolutionary computation*, v. 4, n. 1, pp. 1–32, 1996.
- [32] HINTERDING, R., MICHALEWICZ, Z., “Your brains and my beauty: parent matching for constrained optimisation”. In: *Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on*, pp. 810–815, 1998.
- [33] KOZIEL, S., MICHALEWICZ, Z., “A decoder-based evolutionary algorithm for constrained parameter optimization problems”. In: *Parallel Problem Solving from Nature PPSN V*, pp. 231–240, 1998.
- [34] KIM, J.-H., MYUNG, H., “Evolutionary programming techniques for constrained optimization problems”, *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, v. 1, n. 2, pp. 129–140, 1997.
- [35] HOMAIFAR, A., QI, C. X., LAI, S. H., “Constrained optimization via genetic algorithms”, *Simulation*, v. 62, n. 4, pp. 242–253, 1994.
- [36] JOINES, J. A., HOUCK, C. R., “On the use of non-stationary penalty functions to solve nonlinear constrained optimization problems with GA’s”. In: *Evolutionary Computation, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence., Proceedings of the First IEEE Conference on*, pp. 579–584, 1994.
- [37] BEAN, J. C., BEN HADJ-ALOUANE, A., “A dual genetic algorithm for bounded integer programs”, *Ann Arbor*, v. 1001, pp. 48109–2117, 1992.
- [38] SMITH, A. E., TATE, D. M., “Genetic optimization using a penalty function”. In: *Proceedings of the 5th international conference on genetic algorithms*, pp. 499–505, 1993.

- [39] COIT, D. W., SMITH, A. E., TATE, D. M., “Adaptive penalty methods for genetic optimization of constrained combinatorial problems”, *INFORMS Journal on Computing*, v. 8, n. 2, pp. 173–182, 1996.
- [40] KULTUREL-KONAK, S., NORMAN, B. A., COIT, D. W., SMITH, A. E., “Exploiting tabu search memory in constrained problems”, *INFORMS Journal on Computing*, v. 16, n. 3, pp. 241–254, 2004.
- [41] SCHOENAUER, M., XANTHAKIS, S., “Constrained GA Optimization.” In: *ICGA*, pp. 573–580, 1993.
- [42] LEMONGE, A. C., BARBOSA, H. J., “An adaptive penalty scheme for genetic algorithms in structural optimization”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 59, n. 5, pp. 703–736, 2004.
- [43] DEB, K., “An efficient constraint handling method for genetic algorithms”, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 186, n. 2, pp. 311–338, 2000.
- [44] LIANG, J., RUNARSSON, T. P., MEZURA-MONTES, E., CLERC, M., SUGANTHAN, P., COELLO, C. C., DEB, K., “Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2006 special session on constrained real-parameter optimization”, *Journal of Applied Mechanics*, v. 41, 2006.
- [45] BARBOSA, H. J., BERNARDINO, H. S., BARRETO, A. D. M. S., “Using performance profiles to analyze the results of the 2006 CEC constrained optimization competition”. In: *Evolutionary Computation (CEC), 2010 IEEE Congress on*, pp. 1–8, 2010.
- [46] MEZURA-MONTES, E., COELLO COELLO, C. A., LANDA-BECERRA, R., “Engineering optimization using simple evolutionary algorithm”. In: *Tools with Artificial Intelligence, 2003. Proceedings. 15th IEEE International Conference on*, pp. 149–156, 2003.
- [47] BERNARDINO, H. S., *Hibridização de algoritmos genéticos e sistemas imunológicos artificiais para problemas de otimização com restrições em engenharia*, Ph.D. Thesis, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2008.

- [48] COELLO, C. A. C., CORTÉS, N. C., “Hybridizing a genetic algorithm with an artificial immune system for global optimization”, *Engineering Optimization*, v. 36, n. 5, pp. 607–634, 2004.
- [49] ERBATUR, F., HASANÇEBİ, O., TÛTÛNCÛ, I., KILIÇ, H., “Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms”, *Computers & Structures*, v. 75, n. 2, pp. 209–224, 2000.
- [50] LIANG, J., QU, B.-Y., SUGANTHAN, P. N., HERNÁNDEZ-DÍAZ, A. G., “”Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2013 Special Session and Competition on Real-Parameter Optimization”, *Technical Report 201212, Computational Intelligence Laboratory, Zhengzhou University, Zhengzhou China and Technical Report, Nanyang Technological University, Singapore*, 2013.

APÊNDICE A - Suites

Métodos	Melhor	Média	Pior	Desvio Padrão
APM_Spor	-10.6077182124671658	-7.4515064307884966	-3.9810191804662169	
APM_Spro_Acum				
APM				
APM_Mono	-14.9814586507823027	-14.8761875511985320	-14.5010939809542485	
APM_Mono_f	-14.7930848145606202	-13.7894442877297223	-11.9947040593755503	
APM_Damp				
APM_worst				
APM_worst_2				
APM_worst_3				
APM_Med				
APM_Med_2				
APM_Med_3				
APM_Med_4				
APM_Med_5				
APM_Med_6				
APM_Med_7				
APM_Med_Worst				
APM_Med_Worst_2				
<i>Deb</i>	-14.9739543078639521	-14.9258493286828138	-14.8759817605531381	

Tabela A.1: Resultados do problema G1 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -15.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão
$APM_{Sporadic}$	-0.7645771641981607	-0.6732133760729884	-0.5779123449365668	2,42E-03	4,92E-02
$APM_{Sporadic_{Acu.}}$	-0.7645771641981607	-0.6715099723518904	-0.5261896986851869	3,43E-03	5,86E-02
APM	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
APM_{Mono}	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
APM_{Mono_f}	-0.7645771641981607	-0.6761181652012495	-0.5431076467356968	3,02E-03	5,50E-02
$APM_{Damping}$	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
APM_{worst_1}	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
APM_{worst_2}	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
APM_{worst_3}	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
APM_{Med_1}	-0.7373653321706743	-0.6566896356931355	-0.5335236024723078	3,02E-03	5,50E-02
APM_{Med_2}	-0.7373653321706743	-0.6564486135451459	-0.5335236024723078	3,02E-03	5,50E-02
APM_{Med_3}	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
APM_{Med_4}	-0.7350416514705880	-0.6676516664061589	-0.5335236024723078	3,06E-03	5,53E-02
APM_{Med_5}	-0.7415806787907061	-0.6570061606761916	-0.5335236024723078	3,10E-03	5,56E-02
APM_{Med_6}	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
APM_{Med_7}	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
$APM_{Med_{worst}}$	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
$APM_{Med_{worst_2}}$	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02
DEB	-0.7373653321706743	-0.6567999096435324	-0.5335236024723078	3,04E-03	5,51E-02

Tabela A.2: Resultados do problema G2 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: - 0.8036191.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM _{sporadic}	-0.8891079691033230	-0.2572469177670335	-0.0079603756261159	5,68E-02	2,38E-01	100.00%
APM _{sporadic_Acu.}	-0.6558195593232647	-0.1129245168723780	-0.0003260600562897	3,16E-02	1,78E-01	45.71%
APM	-0.9978685290568665	-0.9910393231065648	-0.9757142810072310	3,23E-05	5,69E-03	100.00%
APM _{Mono}	-0.9310319687091987	-0.3339661911346102	-0.0032472507385470	6,76E-02	2,60E-01	100.00%
APM _{Monof}	-0.9804766645978060	-0.3658939090586454	-0.0063281866156681	9,18E-02	3,03E-01	100.00%
APM _{Damping}	-0.9940065919042911	-0.8822900484947619	-0.0081057447393917	4,71E-02	2,17E-01	100.00%
APM _{worst₁}	-0.9337666394845461	-0.2805017890560956	-0.0024838267055801	6,29E-02	2,51E-01	100.00%
APM _{worst₂}	-0.9890995912509298	-0.9681071465461217	-0.9293476753916939	1,74E-04	1,32E-02	100.00%
APM _{worst₃}	-0.9470329995584298	-0.3519406983107873	-0.0086079038569539	5,75E-02	2,40E-01	100.00%
APM _{Med₁}	-0.9988236502503676	-0.9901012241187674	-0.9604116607139753	4,86E-05	6,97E-03	100.00%
APM _{Med₂}	-0.9528850931529591	-0.6794051270830715	-0.0137470380854815	6,44E-02	2,54E-01	100.00%
APM _{Med₃}	-0.9365475372689540	-0.5678837843219873	-0.0147592963638335	9,05E-02	3,01E-01	100.00%
APM _{Med₄}	-0.0331875908749127	-0.0331875908749127	-0.0331875908749127	-	-	2.86%
APM _{Med₅}	-0.0331875908749127	-0.0331875908749127	-0.0331875908749127	-	-	2.86%
APM _{Med₆}	-0.9543392250029060	-0.5693679070178241	-0.0147592963638335	1,05E-01	3,24E-01	100.00%
APM _{Med₇}	-0.9543392250029060	-0.6817676783603053	-0.0137470380854815	7,21E-02	2,69E-01	100.00%
APM _{Med_{worst}}	-0.9337666394845461	-0.2840798614579692	-0.0024838267055801	6,53E-02	2,55E-01	100.00%
APM _{Med_{worst₂}}	-0.9337666394845461	-0.3530169388764992	-0.0086079038569539	5,55E-02	2,36E-01	100.00%
DEB	-0.6240748067399364	-0.1663462246758699	-0.0032472507385470	2,40E-02	1,55E-01	100.00%

Tabela A.3: Resultados do problema G3 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -1.0005001.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-30664.90019	-30611.7704329680	-30454.89515	3267.639626	57.16327165	100.00%
APM_Spor_Acum	-30664.90019	-30618.8106946391	-30482.71273	2500.367617	50.00367603	100.00%
APM	-30664.90019	-30608.2574527016	-30436.08289	4099.387263	64.02645752	100.00%
APM_Mono	-30664.90019	-30607.3632001337	-30436.08289	3994.618251	63.20299242	100.00%
APM_Mono_f	-30664.90019	-30610.7264223175	-30454.89515	3219.59957	56.7415154	100.00%
APM_Damp	-30664.90019	-30608.0548808848	-30436.08289	4078.17529	63.86059262	100.00%
APM_worst_1	-30664.81194	-30601.2941203708	-30406.14046	4073.492235	63.82391585	100.00%
APM_worst_2	-30664.90019	-30608.0546561326	-30436.08289	4078.159956	63.86047256	100.00%
APM_worst_3	-30664.81194	-30601.2941203708	-30406.14046	4073.492235	63.82391585	100.00%
APM_Med	-30664.90019	-30612.1873634339	-30454.89515	3374.234089	58.08815791	100.00%
APM_Med_2	-30664.69818	-30611.3909178332	-30440.87631	2706.633614	52.02531705	100.00%
APM_Med_3	-30664.90019	-30599.7968320478	-30436.08289	4498.51924	67.07100148	100.00%
APM_Med_4	-30663.43392	-30612.7511620866	-30441.85494	2443.513778	49.43191052	100.00%
APM_Med_5	-30665.27455	-30611.7052066270	-30432.09132	3248.427181	56.99497505	100.00%
APM_Med_6	-30664.90019	-30593.4779379712	-30406.14046	5263.352225	72.54896432	100.00%
APM_Med_7	-30664.90019	-30605.1186641787	-30438.05689	3063.538968	55.34924541	100.00%
APM_Med_worst	-30664.81194	-30601.2941203708	-30406.14046	4073.492235	63.82391585	100.00%
APM_Med_worst_2	-30664.81194	-30601.2941203708	-30406.14046	4073.492235	63.82391585	100.00%
DEB	-30664.81194	-30601.2941203708	-30406.14046	4073.492235	63.82391585	100.00%

Tabela A.4: Resultados do problema G4 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -30665.5386717.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	5162.60555	5353.9901227114	5596.033302	48889.62496	221.1099839	8.571428571 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM	5146.877605	5207.5613727505	5268.24514	7365.03925	85.81980686	5.714285714 %
APM_Mono	5130.218521	5273.2997641340	5416.381008	40944.48451	202.3474351	5.714285714 %
APM_Mono_f	5126.519899	5194.7430723621	5344.330737	6999.137561	83.66084844	22.85714286 %
APM_Damp	5139.60545	5172.7355877650	5244.179477	1753.068059	41.86965559	17.14285714 %
APM_worst_1	5146.877762	5207.5614512356	5268.24514	7365.020199	85.81969587	5.714285714 %
APM_worst_2	5146.877605	5207.5613727505	5268.24514	7365.03925	85.81980686	5.714285714 %
APM_worst_3	5146.877762	5207.5614512356	5268.24514	7365.020199	85.81969587	5.714285714 %
APM_Med	5145.294364	5145.2943643568	5145.294364			2.857142857 %
APM_Med_2	5126.750739	5194.4513242761	5630.569159	14081.59126	118.6658808	60 %
APM_Med_3	5126.778142	5159.7632757637	5263.920576	1563.453757	39.54053309	37.14285714 %
APM_Med_4	5126.750739	5200.8778194086	5630.569159	14319.63577	119.6646805	62.85714286 %
APM_Med_5	5126.886455	5209.4872479127	5630.569904	17303.51809	131.5428375	62.85714286 %
APM_Med_6	5126.777984	5171.0723845308	5315.435201	3719.5238	60.9878988	31.42857143 %
APM_Med_7	5126.886455	5203.4707255661	5630.569904	17332.50769	131.6529821	60 %
APM_Med_worst	5145.294364	5145.2943643568	5145.294364			2.857142857 %
APM_Med_worst_2	5145.294364	5145.2943643568	5145.294364			2.857142857 %
DEB	5133.593632	5403.8971059664	6043.906347	125553.1647	354.33482	25.71428571 %

Tabela A.5: Resultados do problema G5 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 5126.4967140.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-6961.077633	-6572.2028758113	-5145.983672	261096.6829	510.9762058	80 %
APM_Spor_Acum	-6961.077633	-6606.2751829506	-5263.514575	195836.4501	442.534123	77.14285714 %
APM	-6944.709972	-6713.1255159155	-1228.958183	1003268.208	1001.632771	91.42857143 %
APM_Mono	-6944.709972	-6713.2075908504	-1228.958183	1003271.138	1001.634234	91.42857143 %
APM_Mono_f	-6961.077633	-6583.0485434185	-5145.983672	272193.5165	521.7216849	77.14285714 %
APM_Damp	-6944.709972	-6711.9424408928	-1228.958183	1003085.268	1001.541446	91.42857143 %
APM_worst_1	-6944.709972	-6713.1255159155	-1228.958183	1003268.208	1001.632771	91.42857143 %
APM_worst_2	-6944.709972	-6713.1255159155	-1228.958183	1003268.208	1001.632771	91.42857143 %
APM_worst_3	-6944.709972	-6713.1255159155	-1228.958183	1003268.208	1001.632771	91.42857143 %
APM_Med	-6944.709972	-6715.3183489191	-1228.958183	1004110.523	1002.053154	91.42857143 %
APM_Med_2	-6952.526019	-6716.4277887274	-1255.977633	964079.4451	981.8754733	94.28571429 %
APM_Med_3	-6944.709972	-6715.3183489191	-1228.958183	1004110.523	1002.053154	91.42857143 %
APM_Med_4	-6952.526019	-6716.4277887274	-1255.977633	964079.4451	981.8754733	94.28571429 %
APM_Med_5	-6952.526019	-6715.6882562009	-1255.977633	963718.3012	981.6915509	94.28571429 %
APM_Med_6	-6944.709972	-6713.1255159155	-1228.958183	1003268.208	1001.632771	91.42857143 %
APM_Med_7	-6952.526019	-6716.9429860920	-1263.169266	961670.295	980.6478955	94.28571429 %
APM_Med_worst	-6944.709972	-6715.3183489191	-1228.958183	1004110.523	1002.053154	91.42857143 %
APM_Med_worst_2	-6944.709972	-6715.3183489191	-1228.958183	1004110.523	1002.053154	91.42857143 %
DEB	-6959.463457	-6435.8787592140	-1208.417098	2367893.514	1538.796125	100 %

Tabela A.6: Resultados do problema G6 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -6961.8138755.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	24.70305794	32.2980606351	49.69617755	31.21646434	5.587169618	100 %
APM_Spor_Acum	24.70305794	32.1113806674	49.69617755	31.0694603	5.573998592	100 %
APM	25.08963496	31.4796273114	41.3194463	27.2346841	5.218686051	100 %
APM_Mono	24.94753573	30.3787091338	39.25054947	18.02370115	4.245432975	100 %
APM_Mono_f	24.70305794	32.2980606351	49.69617755	31.21646434	5.587169618	100 %
APM_Damp	25.33925062	31.8635353889	41.3194463	21.91019196	4.680832401	100 %
APM_worst_1	25.08963496	31.4624890599	41.8577966	25.71847309	5.071338393	100 %
APM_worst_2	25.08963496	31.4796273114	41.3194463	27.2346841	5.218686051	100 %
APM_worst_3	25.08963496	31.4624890599	41.8577966	25.71847309	5.071338393	100 %
APM_Med	24.70305794	31.3404873662	48.49042712	29.18181524	5.402019552	100 %
APM_Med_2	24.70305794	30.9200141096	48.49042712	30.366414	5.510572928	100 %
APM_Med_3	24.70305794	31.3404873662	48.49042712	29.18181524	5.402019552	100 %
APM_Med_4	24.70305794	30.9200141096	48.49042712	30.366414	5.510572928	100 %
APM_Med_5	25.08963496	31.7508700789	46.59029155	32.78866956	5.72613915	100 %
APM_Med_6	25.08963496	31.4796273114	41.3194463	27.2346841	5.218686051	100 %
APM_Med_7	25.08963496	31.7508700789	46.59029155	32.78866956	5.72613915	100 %
APM_Med_worst	24.70305794	30.8427429315	48.49042712	28.11948958	5.302781306	100 %
APM_Med_worst_2	24.70305794	30.8427429315	48.49042712	28.11948958	5.302781306	100 %
DEB	24.9423512	30.7531200814	46.63171109	30.84787488	5.554086323	100 %

Tabela A.7: Resultados do problema G7 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 24.3062090.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-0.095825041	-0.0943324935	-0.078874311	1.21292E-05	0.003482704	100 %
APM_Spor_Acum	-0.095213618	-0.0823792177	-0.041989785	0.000194705	0.013953662	100 %
APM	-0.095691209	-0.0891698737	-0.058807016	4.76736E-05	0.006904605	100 %
APM_Mono	-0.095825041	-0.0958250414	-0.095825038	4.4917E-19	6.70201E-10	100 %
APM_Mono_f	-0.095825041	-0.0943510614	-0.053381161	5.14311E-05	0.007171545	100 %
APM_Damp	-0.095423951	-0.0901991865	-0.071761634	1.86103E-05	0.004313967	100 %
APM_worst_1	-0.095825041	-0.0939198633	-0.029143804	0.00012704	0.011271186	100 %
APM_worst_2	-0.09568415	-0.0901507458	-0.073106897	2.33671E-05	0.004833951	100 %
APM_worst_3	-0.095825041	-0.0939198633	-0.029143804	0.00012704	0.011271186	100 %
APM_Med	-0.095743793	-0.0903384486	-0.075461951	2.63706E-05	0.00513523	100 %
APM_Med_2	-0.095824496	-0.0954966004	-0.092820664	4.06771E-07	0.000637786	100 %
APM_Med_3	-0.095775049	-0.0895750749	-0.070264905	4.65389E-05	0.006821943	100 %
APM_Med_4	-0.095824134	-0.0955131045	-0.093844854	2.19263E-07	0.000468255	100 %
APM_Med_5	-0.095822859	-0.0957255817	-0.095393713	8.06695E-09	8.98162E-05	100 %
APM_Med_6	-0.095809262	-0.0907248407	-0.058807016	4.6108E-05	0.006790289	100 %
APM_Med_7	-0.09582127	-0.0957310294	-0.095110073	1.97487E-08	0.00014053	100 %
APM_Med_worst	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_Med_worst_2	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
DEB	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %

Tabela A.8: Resultados do problema G8 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -0.0958250.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	680.8188376	682.4052221440	688.7178477	3.103874798	1.761781711	100 %
APM_Spor_Acum	680.8188376	682.4785038211	688.7178477	3.120924855	1.766613952	100 %
APM	680.7447542	682.8148747207	689.9143282	5.502540917	2.345749543	100 %
APM_Mono	680.8188376	682.8464895663	692.9962462	6.996379315	2.645066977	100 %
APM_Mono_f	680.8188376	682.6286521087	689.9143282	4.584079574	2.141046374	100 %
APM_Damp	680.8188376	682.4786617814	688.7178477	3.438275261	1.854258682	100 %
APM_worst_1	680.8188376	682.5955841255	688.7178477	3.454666721	1.858673377	100 %
APM_worst_2	680.7447542	682.8148747207	689.9143282	5.502540917	2.345749543	100 %
APM_worst_3	680.8188376	682.5955841255	688.7178477	3.454666721	1.858673377	100 %
APM_Med	680.8188376	682.5068088803	688.7178477	3.427196391	1.85126886	100 %
APM_Med_2	680.8188376	682.5068088803	688.7178477	3.427196391	1.85126886	100 %
APM_Med_3	680.8188376	682.5068088803	688.7178477	3.427196391	1.85126886	100 %
APM_Med_4	680.8188376	682.5068088803	688.7178477	3.427196391	1.85126886	100 %
APM_Med_5	680.7447542	682.8148747207	689.9143282	5.502540917	2.345749543	100 %
APM_Med_6	680.7447542	682.8148747207	689.9143282	5.502540917	2.345749543	100 %
APM_Med_7	680.7447542	682.8148747207	689.9143282	5.502540917	2.345749543	100 %
APM_Med_worst	680.8188376	682.5757436832	688.7178477	3.493720074	1.869149559	100 %
APM_Med_worst_2	680.8188376	682.5757436832	688.7178477	3.493720074	1.869149559	100 %
DEB	680.8188376	682.5025712691	692.9962462	4.884793199	2.210156827	100 %

Tabela A.9: Resultados do problema G9 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 680.6300573.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	7393.210849	8783.7050112696	10678.70799	871178.8849	933.36964	80 %
APM_Spor_Acum	7382.256144	10345.5107970688	15860.44615	5875218.273	2423.884955	77.14285714 %
APM	7253.824838	9469.0620809514	11941.24347	1640640.002	1280.874702	85.71428571 %
APM_Mono	7174.455561	9405.4801145339	11733.31916	1661626.869	1289.041066	68.57142857 %
APM_Mono_f	7565.677967	9824.2222116367	15592.87986	4691799.712	2166.056258	88.57142857 %
APM_Damp	7345.444004	9691.0076514187	16107.54751	3214545.683	1792.915414	85.71428571 %
APM_worst_1	7246.18832	9571.4142483894	11980.67951	1516891.364	1231.621437	85.71428571 %
APM_worst_2	7302.147812	9544.5629812647	11941.24347	1465612.119	1210.624681	85.71428571 %
APM_worst_3	7246.18832	9571.4142483894	11980.67951	1516891.364	1231.621437	85.71428571 %
APM_Med	7375.269177	10383.8400895548	18109.37299	5844547.219	2417.549838	51.42857143 %
APM_Med_2	7164.380648	9804.0731487466	14514.69878	3647528.186	1909.850305	100 %
APM_Med_3	7447.682251	10324.2199070519	16030.88498	3826133.479	1956.05048	51.42857143 %
APM_Med_4	7164.380648	10225.7140312876	15112.19315	4652293.276	2156.91754	100 %
APM_Med_5	7193.849033	9212.8820999613	13627.84973	2523346.83	1588.504589	100 %
APM_Med_6	7260.271259	9253.1637108275	14679.35933	2035148.497	1426.586309	77.14285714 %
APM_Med_7	7270.850911	9236.8745653038	14061.5793	2766970.559	1663.421342	100 %
APM_Med_worst	7298.376492	9081.3710594586	11511.29464	1113070.972	1055.021787	51.42857143 %
APM_Med_worst_2	7298.376492	9081.3710594586	11511.29464	1113070.972	1055.021787	51.42857143 %
DEB	7275.745084	8821.1595435523	11181.46569	1224880.204	1106.743061	97.14285714 %

Tabela A.10: Resultados do problema G10 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 7049.2480205.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	0.750211613	0.8147842478	0.963129896	0.003867175	0.062186612	100 %
APM_Spor_Acum	0.750028212	0.7653014549	0.807935082	0.000323834	0.017995399	100 %
APM	0.750211613	0.8267340687	0.988043249	0.004872698	0.06980471	100 %
APM_Mono	0.750211613	0.8258858730	0.987083195	0.00502079	0.070857536	100 %
APM_Mono_f	0.750211613	0.8148257732	0.963129896	0.003869316	0.062203826	100 %
APM_Damp	0.750211613	0.8267279372	0.988396855	0.004872994	0.069806835	100 %
APM_worst_1	0.750211613	0.8389761102	0.998326123	0.006182837	0.07863102	100 %
APM_worst_2	0.750211613	0.8267340840	0.988043249	0.004872701	0.069804735	100 %
APM_worst_3	0.750211613	0.8389761102	0.998326123	0.006182837	0.07863102	100 %
APM_Med	0.750211613	0.8265766827	0.98651481	0.004829496	0.069494574	100 %
APM_Med_2	0.750211613	0.8400127803	0.998326123	0.006237277	0.078976434	100 %
APM_Med_3	0.750211613	0.8394804094	0.998326123	0.006098155	0.078090687	100 %
APM_Med_4	0.750211613	0.8400127803	0.998326123	0.006237277	0.078976434	100 %
APM_Med_5	0.750211613	0.8400127803	0.998326123	0.006237277	0.078976434	100 %
APM_Med_6	0.750211613	0.8394773169	0.998326123	0.006097752	0.078088103	100 %
APM_Med_7	0.750211613	0.8400127803	0.998326123	0.006237277	0.078976434	100 %
APM_Med_worst	0.750211613	0.8389761102	0.998326123	0.006182837	0.07863102	100 %
APM_Med_worst_2	0.750211613	0.8389761102	0.998326123	0.006182837	0.07863102	100 %
DEB	0.750211613	0.8400127803	0.998326123	0.006237277	0.078976434	100 %

Tabela A.11: Resultados do problema G11 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 0.7499.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Spor_Acum	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Mono	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Mono.f	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Damp	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_worst_1	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_worst_2	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_worst_3	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_2	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_3	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_4	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_5	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_6	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_7	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_worst	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_worst_2	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
DEB	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %

Tabela A.12: Resultados do problema G12 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -1.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	0.255314933	1.1795281554	6.948047913	1.567150723	1.251858907	97.14285714 %
APM_Spor_Acum	0.232479807	1.0167300138	6.996495961	1.902926182	1.379465904	74.28571429 %
APM	0.254768641	1.0565674918	7.189230155	1.663237046	1.289665478	94.28571429 %
APM_Mono	0.287627422	1.1744316925	6.659012632	1.513864331	1.230391942	88.57142857 %
APM_Mono_f	0.255314933	1.1848840548	7.001094059	1.591778276	1.261656957	97.14285714 %
APM_Damp	0.29065159	1.2917313736	6.624220078	1.79442734	1.339562369	91.42857143 %
APM_worst_1	0.254768641	1.0567206309	7.189033054	1.663925671	1.289932429	94.28571429 %
APM_worst_2	0.254768641	1.0565794991	7.189230155	1.66323214	1.289663576	94.28571429 %
APM_worst_3	0.254768641	1.0567206309	7.189033054	1.663925671	1.289932429	94.28571429 %
APM_Med	0.254747607	1.0392120982	7.189093817	1.620243397	1.272887818	97.14285714 %
APM_Med_2	0.254747607	1.0765273641	7.292252013	1.674837958	1.294155307	94.28571429 %
APM_Med_3	0.254747607	1.0716614232	7.211396644	1.672067889	1.293084641	94.28571429 %
APM_Med_4	0.254747607	1.0765273641	7.292252013	1.674837958	1.294155307	94.28571429 %
APM_Med_5	0.254768641	1.0591942466	7.292596477	1.584524395	1.25877893	100 %
APM_Med_6	0.254768641	1.0777037500	7.230164857	1.671916366	1.29302605	94.28571429 %
APM_Med_7	0.254768641	1.0591942466	7.292596477	1.584524395	1.25877893	100 %
APM_Med_worst	0.254747607	1.0394536965	7.188949889	1.62090523	1.273147764	97.14285714 %
APM_Med_worst_2	0.254747607	1.0394536965	7.188949889	1.62090523	1.273147764	97.14285714 %
DEB	0.085970511	0.9385884067	5.48302664	0.761526705	0.872654975	100 %

Tabela A.13: Resultados do problema G13 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -0.0539415.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor						0 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM						0 %
APM_Mono	-47.33882051	-44.5867430446	-40.06675496	2.736067979	1.654106399	62.85714286 %
APM_Mono_f	-46.91047822	-46.8554176811	-46.80035714	0.006063326	0.077867361	5.714285714 %
APM_Damp						0 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3						0 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6						0 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	-46.2879013	-42.0333629744	-38.65465131	4.259882987	2.063948397	100 %

Tabela A.14: Resultados do problema G14 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -47.7648885.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	961.7438615	964.3383716700	972.2035981	6.958990307	2.637989823	100 %
APM_Spor_Acum	963.2174263	965.4259495527	967.1877412	4.090527091	2.022505152	8.571428571 %
APM	961.7171617	965.2144608650	972.3140577	9.043319815	3.007211302	100 %
APM_Mono	961.7316662	965.7070028803	972.3157703	9.407774405	3.067209547	100 %
APM_Mono_f	961.743918	964.4804531112	972.2035981	7.794905066	2.79193572	100 %
APM_Damp	961.729392	965.3784891134	972.3135383	8.965369969	2.994222765	100 %
APM_worst_1	961.7171636	965.4437360176	972.3140577	9.461909485	3.076021698	100 %
APM_worst_2	961.7171617	965.2144633019	972.3140577	9.043319432	3.007211238	100 %
APM_worst_3	961.7171636	965.4437360176	972.3140577	9.461909485	3.076021698	100 %
APM_Med	961.7253132	965.0737159473	972.3157697	8.430403593	2.90351573	100 %
APM_Med_2	961.7316484	965.5044285870	972.3163277	10.26684628	3.204191986	100 %
APM_Med_3	961.7255825	965.4934487393	972.3138003	10.02957911	3.166951075	100 %
APM_Med_4	961.7316484	965.5044285870	972.3163277	10.26684628	3.204191986	100 %
APM_Med_5	961.7316484	965.5058001835	972.3159013	10.25601472	3.202501323	100 %
APM_Med_6	961.7255825	965.4950229554	972.3138003	10.01856592	3.165211828	100 %
APM_Med_7	961.7316484	965.5058001835	972.3159013	10.25601472	3.202501323	100 %
APM_Med_worst	961.7253094	965.4455050363	972.3157697	9.465986041	3.076684261	100 %
APM_Med_worst_2	961.7253094	965.4455050363	972.3157697	9.465986041	3.076684261	100 %
DEB	961.7371357	965.6068963858	972.316921	9.971262697	3.157730625	100 %

Tabela A.15: Resultados do problema G15 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 961.7150222.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-1.900797505	-1.8525862937	-1.405664284	0.006684179	0.081756831	100 %
APM_Spor_Acum	-1.903720139	-1.8464399535	-1.630757017	0.004215099	0.064923797	100 %
APM	-1.9046064	-1.8440376559	-1.600728538	0.004086646	0.063926883	100 %
APM_Mono	-1.904572151	-1.8391560699	-1.659392025	0.004492867	0.06702885	100 %
APM_Mono_f	-1.903720139	-1.8497105858	-1.405664284	0.007020156	0.083786371	100 %
APM_Damp	-1.9046064	-1.8412107910	-1.558155836	0.005023467	0.070876421	100 %
APM_worst_1	-1.9046064	-1.8297375340	-1.458893494	0.009286693	0.09636749	100 %
APM_worst_2	-1.9046064	-1.8440376559	-1.600728538	0.004086646	0.063926883	100 %
APM_worst_3	-1.9046064	-1.8297375340	-1.458893494	0.009286693	0.09636749	100 %
APM_Med	-1.904572151	-1.8370264441	-1.521984196	0.008739359	0.093484538	100 %
APM_Med_2	-1.890821061	-1.8488132484	-1.737881265	0.001236949	0.035170289	100 %
APM_Med_3	-1.904572151	-1.8370264441	-1.521984196	0.008739359	0.093484538	100 %
APM_Med_4	-1.886366459	-1.8563623497	-1.789409069	0.000462761	0.021511874	100 %
APM_Med_5	-1.887116279	-1.8511361181	-1.771668381	0.000633376	0.025166965	100 %
APM_Med_6	-1.9046064	-1.8440376559	-1.600728538	0.004086646	0.063926883	100 %
APM_Med_7	-1.888645349	-1.8488609120	-1.773282249	0.000821385	0.028659808	100 %
APM_Med_worst	-1.904572151	-1.8170420848	-1.458893494	0.013168126	0.114752457	100 %
APM_Med_worst_2	-1.904572151	-1.8170420848	-1.458893494	0.013168126	0.114752457	100 %
DEB	-1.902729869	-1.8221012776	-1.376436547	0.013038405	0.114185836	100 %

Tabela A.16: Resultados do problema G16 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -1.9051553.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor						0 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM						0 %
APM_Mono						0 %
APM_Mono_f						0 %
APM_Damp						0 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3						0 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6						0 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	9185,751831	9185,7518311069	9185,751831			2.857142857 %

Tabela A.17: Resultados do problema G17 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 8853.5396748.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor						0 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM						0 %
APM_Mono	-0.461826624	-0.3704111534	-0.244934039	0.008673994	0.093134282	11.42857143 %
APM_Mono_f	-0.256678252	-0.2566782518	-0.256678252			2.857142857 %
APM_Damp						0 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3						0 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6						0 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	-0.860520364	-0.6723616647	-0.499814654	0.016286018	0.127616683	100 %

Tabela A.18: Resultados do problema G18 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8660254.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor						0 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM	594.6518362	768.3915959887	1029.589624	53029.43119	230.2812003	8.571428571 %
APM_Mono	676.8525723	676.8525722629	676.8525723			2.857142857 %
APM_Mono_f	827.3536966	827.3536965901	827.3536966			2.857142857 %
APM_Damp	630.0260816	722.1753440998	883.8571605	19733.63619	140.4764614	8.571428571 %
APM_worst_1	594.6518362	768.3915959887	1029.589624	53029.43119	230.2812003	8.571428571 %
APM_worst_2	594.6518362	768.3915959887	1029.589624	53029.43119	230.2812003	8.571428571 %
APM_worst_3	594.6518362	768.3915959887	1029.589624	53029.43119	230.2812003	8.571428571 %
APM_Med	680.9333282	876.6782719480	1029.589624	21133.87162	145.3749346	11.42857143 %
APM_Med_2	680.9333282	779.6002428113	878.2671574	19470.32009	139.5360888	5.714285714 %
APM_Med_3	680.9333282	876.6782719480	1029.589624	21133.87162	145.3749346	11.42857143 %
APM_Med_4	680.9333282	779.6002428113	878.2671574	19470.32009	139.5360888	5.714285714 %
APM_Med_5	594.6518362	637.7925821750	680.9333282	3722.247932	61.01022809	5.714285714 %
APM_Med_6	594.6518362	768.3915959887	1029.589624	53029.43119	230.2812003	8.571428571 %
APM_Med_7	594.6518362	637.7925821750	680.9333282	3722.247932	61.01022809	5.714285714 %
APM_Med_worst	680.9333282	876.6782719480	1029.589624	21133.87162	145.3749346	11.42857143 %
APM_Med_worst_2	680.9333282	876.6782719480	1029.589624	21133.87162	145.3749346	11.42857143 %
DEB	1068.044777	1138.3723317554	1208.699886	9891.929835	99.45818134	5.714285714 %

Tabela A.19: Resultados do problema G19 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: 32.6555929.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
---------	--------	-------	------	-----------	---------------	--------------------

Tabela A.20: Resultados do problema G23 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -400.0551000.

Nenhuma variante encontrou solução factível em alguma execução para a função G23 com 25 mil avaliações da função objetivo.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-5.508013115	-5.5079216180	-5.505699292	1.5805E-07	0.000397555	100 %
APM_Spor_Acum	-5.508013115	-5.5079931283	-5.507695958	4.35439E-09	6.59878E-05	100 %
APM	-5.508013115	-5.5079216146	-5.505699292	1.58049E-07	0.000397554	100 %
APM_Mono	-5.508013115	-5.5078713832	-5.505699292	2.36994E-07	0.00048682	100 %
APM_Mono_f	-5.508013115	-5.5078713500	-5.505699292	2.36984E-07	0.00048681	100 %
APM_Damp	-5.508013115	-5.5079216180	-5.505699292	1.5805E-07	0.000397555	100 %
APM_worst_1	-5.508013115	-5.5079234743	-5.505699292	1.55404E-07	0.000394213	100 %
APM_worst_2	-5.508013115	-5.5079247916	-5.505699292	1.57898E-07	0.000397364	100 %
APM_worst_3	-5.508013115	-5.5079234743	-5.505699292	1.55404E-07	0.000394213	100 %
APM_Med	-5.508013115	-5.5079266683	-5.505699292	1.58067E-07	0.000397576	100 %
APM_Med_2	-5.508013115	-5.5079910702	-5.507643983	6.97252E-09	8.35016E-05	100 %
APM_Med_3	-5.508013115	-5.5078713662	-5.505699292	2.36989E-07	0.000486815	100 %
APM_Med_4	-5.508013115	-5.5080130047	-5.508011416	8.4992E-14	2.91534E-07	100 %
APM_Med_5	-5.508013115	-5.5079885549	-5.507367507	1.22879E-08	0.000110851	100 %
APM_Med_6	-5.508013115	-5.5078858518	-5.505699292	2.33437E-07	0.000483153	100 %
APM_Med_7	-5.508013115	-5.5079942667	-5.507837251	2.26191E-09	4.75595E-05	100 %
APM_Med_worst	-5.508013115	-5.5079234683	-5.505699292	1.55403E-07	0.000394212	100 %
APM_Med_worst_2	-5.508013115	-5.5079234683	-5.505699292	1.55403E-07	0.000394212	100 %
DEB	-5.508013115	-5.5079234683	-5.505699292	1.55403E-07	0.000394212	100 %

Tabela A.21: Resultados do problema G24 com 25 mil avaliações. Valor ótimo: -5.5080133.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-14.10188859	-8.7203667002	-3.695890991	6.958795594	2.637952917	34.28571429 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM						0 %
APM_Mono	-14.99986962	-14.9928765180	-14.94455429	0.00015791	0.012566231	100 %
APM_Mono_f	-14.99803704	-14.3477055093	-7.940527115	1.815312054	1.347335168	91.42857143 %
APM_Damp						0 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3						0 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6						0 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	-14.99972802	-14.9974062750	-14.98869771	7.8867E-06	0.002808326	100 %

Tabela A.22: Resultados do problema G1 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -15

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-0.772626751	-0.7080822378	-0.618340716	0.001561469	0.039515429	100 %
APM_Spor_Acum	-0.781683507	-0.7272689958	-0.428814077	0.003648132	0.060399766	100 %
APM	-0.782074677	-0.7103269793	-0.620950808	0.001788845	0.042294737	100 %
APM_Mono	-0.782074677	-0.7085304295	-0.620950808	0.001755796	0.041902214	100 %
APM_Mono_f	-0.772626751	-0.7082331850	-0.567584104	0.002345384	0.048429168	100 %
APM_Damp	-0.782074677	-0.7103269793	-0.620950808	0.001788845	0.042294737	100 %
APM_worst_1	-0.782074677	-0.7085304295	-0.620950808	0.001755796	0.041902214	100 %
APM_worst_2	-0.782074677	-0.7103269793	-0.620950808	0.001788845	0.042294737	100 %
APM_worst_3	-0.782074677	-0.7085304295	-0.620950808	0.001755796	0.041902214	100 %
APM_Med	-0.782074677	-0.7128453670	-0.620950808	0.001866495	0.043202956	100 %
APM_Med_2	-0.782215535	-0.7089642032	-0.622830719	0.001937422	0.044016154	100 %
APM_Med_3	-0.782074677	-0.7103269793	-0.620950808	0.001788845	0.042294737	100 %
APM_Med_4	-0.786901517	-0.7125863434	-0.628274795	0.001693282	0.041149511	100 %
APM_Med_5	-0.781970948	-0.7128146796	-0.62455425	0.001705243	0.041294586	100 %
APM_Med_6	-0.782074677	-0.7103269793	-0.620950808	0.001788845	0.042294737	100 %
APM_Med_7	-0.782215535	-0.7103299412	-0.622830719	0.001724126	0.04152259	100 %
APM_Med_worst	-0.782074677	-0.7085304295	-0.620950808	0.001755796	0.041902214	100 %
APM_Med_worst_2	-0.782074677	-0.7085304295	-0.620950808	0.001755796	0.041902214	100 %
DEB	-0.782074677	-0.7085304295	-0.620950808	0.001755796	0.041902214	100 %

Tabela A.23: Resultados do problema G2 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8036191

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-0.971283216	-0.6603185276	-0.142358833	0.070513459	0.265543704	100 %
APM_Spor_Acum	-0.897328824	-0.2650764484	-0.000264659	0.093660828	0.306040565	60 %
APM	-0.999673968	-0.9976430989	-0.994807126	1.07313E-06	0.001035921	100 %
APM_Mono	-0.992258863	-0.7769774629	-0.061163192	0.086870698	0.294738356	100 %
APM_Mono_f	-0.997328901	-0.9068540000	-0.109439857	0.037374203	0.193324087	100 %
APM_Damp	-1.000022227	-0.9987267964	-0.996414624	9.56808E-07	0.000978165	100 %
APM_worst_1	-0.995580402	-0.6987024793	-0.057684024	0.072344651	0.26896961	100 %
APM_worst_2	-0.994413684	-0.9825093418	-0.970978617	4.09007E-05	0.006395366	100 %
APM_worst_3	-0.996429165	-0.8763240142	-0.373063359	0.01972705	0.140453016	100 %
APM_Med	-0.999271729	-0.9975232959	-0.994819456	1.1651E-06	0.001079397	100 %
APM_Med_2	-0.998512306	-0.9833921501	-0.819302182	0.000942234	0.030695829	100 %
APM_Med_3	-0.998512306	-0.9786093926	-0.761920837	0.001643695	0.040542503	100 %
APM_Med_4	-0.040640205	-0.0196913739	-0.000228847	0.000409926	0.020246636	8.571428571 %
APM_Med_5	-0.040640205	-0.0196913739	-0.000228847	0.000409926	0.020246636	8.571428571 %
APM_Med_6	-0.998512306	-0.9848766126	-0.948077746	0.000169876	0.013033638	100 %
APM_Med_7	-0.99864074	-0.9821761447	-0.833108066	0.000861343	0.029348648	100 %
APM_Med_worst	-0.995580402	-0.7044274925	-0.061175024	0.069881876	0.264351804	100 %
APM_Med_worst_2	-0.996429165	-0.8795167823	-0.549605994	0.014823714	0.121752675	100 %
DEB	-0.953811096	-0.5509007727	-0.081885149	0.082638924	0.287469866	100 %

Tabela A.24: Resultados do problema G3 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -1.0005001

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-30665.42815	-30662.4613099128	-30649.90544	14.34648361	3.787675224	100 %
APM_Spor_Acum	-30665.47602	-30663.6212065939	-30658.54389	3.511586396	1.87392273	100 %
APM	-30665.42815	-30661.7060503779	-30623.67573	49.64409747	7.045856759	100 %
APM_Mono	-30665.42815	-30654.9738243481	-30416.3718	1748.90341	41.81989252	100 %
APM_Mono_f	-30665.42815	-30661.7371719677	-30623.67573	52.49195207	7.245132992	100 %
APM_Damp	-30665.42815	-30661.7532262082	-30623.67573	50.01760245	7.072312383	100 %
APM_worst_1	-30665.43126	-30659.9214331713	-30628.42398	71.60887138	8.462202513	100 %
APM_worst_2	-30665.42815	-30661.7414202083	-30623.67573	49.83350322	7.059284895	100 %
APM_worst_3	-30665.43126	-30659.9214331713	-30628.42398	71.60887138	8.462202513	100 %
APM_Med	-30665.42815	-30662.3385283677	-30637.26419	28.65496203	5.353032975	100 %
APM_Med_2	-30665.3883	-30661.6004937725	-30599.25558	120.9184429	10.99629223	100 %
APM_Med_3	-30665.44608	-30660.7198850258	-30624.13753	79.03897516	8.890386671	100 %
APM_Med_4	-30665.48117	-30658.5581596625	-30507.71842	721.6126991	26.86284979	100 %
APM_Med_5	-30665.46868	-30662.0154094304	-30634.32107	35.672429	5.972640036	100 %
APM_Med_6	-30665.42815	-30663.2899678767	-30653.8881	5.547195602	2.355248522	100 %
APM_Med_7	-30665.42985	-30662.3111752329	-30636.98417	35.46624058	5.955353942	100 %
APM_Med_worst	-30665.4385	-30660.1625952246	-30628.42398	69.08345496	8.311645743	100 %
APM_Med_worst_2	-30665.4385	-30660.1625952246	-30628.42398	69.08345496	8.311645743	100 %
DEB	-30665.4385	-30661.2686844083	-30629.59326	38.86175323	6.233919572	100 %

Tabela A.25: Resultados do problema G4 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -30665.5386717.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	5126.670617	5226.0544938684	5530.677525	15743.11969	125.4715892	77.14285714 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM	5126.578959	5187.7847344085	5488.743668	8766.180373	93.62788245	57.14285714 %
APM_Mono	5126.955224	5325.5315848589	5999.967299	69327.54185	263.3012378	60 %
APM_Mono_f	5126.577392	5204.1332600250	5534.164183	14219.63078	119.2460934	74.28571429 %
APM_Damp	5126.741884	5223.7327105661	5651.280538	21917.2789	148.0448544	82.85714286 %
APM_worst_1	5126.579767	5187.7898503245	5488.745229	8766.413612	93.62912801	57.14285714 %
APM_worst_2	5126.578959	5187.7848840717	5488.743668	8766.183487	93.62789909	57.14285714 %
APM_worst_3	5126.579767	5187.7898503245	5488.745229	8766.413612	93.62912801	57.14285714 %
APM_Med	5126.580236	5166.1906473452	5373.075613	3961.612237	62.94133965	51.42857143 %
APM_Med_2	5126.593485	5224.2226751118	5565.624379	14769.06729	121.5280515	80 %
APM_Med_3	5126.587387	5224.2979822362	5564.942107	14756.73777	121.4773138	80 %
APM_Med_4	5126.593485	5224.3547983630	5565.624379	14775.19168	121.5532463	80 %
APM_Med_5	5126.593554	5226.9549666932	5565.624379	15147.00732	123.0731787	77.14285714 %
APM_Med_6	5126.586698	5225.1079699659	5564.913424	15300.94037	123.6969699	77.14285714 %
APM_Med_7	5126.593554	5226.8176037749	5565.624379	15141.37449	123.0502925	77.14285714 %
APM_Med_worst	5126.579767	5166.1913653229	5373.074796	3961.524265	62.94064081	51.42857143 %
APM_Med_worst_2	5126.579767	5166.1913653229	5373.074796	3961.524265	62.94064081	51.42857143 %
DEB	5126.767651	5356.5834442498	6044.518887	70617.38984	265.7393269	80 %

Tabela A.26: Resultados do problema G5 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 5126.4967140.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-6961.789391	-6961.0476415235	-6950.934102	5.240784556	2.289275989	100 %
APM_Spor_Acum	-6961.796084	-6961.1486077991	-6950.934102	4.196406592	2.048513264	100 %
APM	-6961.796084	-6961.7235820556	-6960.036713	0.086375916	0.293897799	100 %
APM_Mono	-6961.796084	-6961.7228209311	-6960.036713	0.08709774	0.295123263	100 %
APM_Mono_f	-6961.796084	-6961.3972513017	-6953.500804	2.015986147	1.419854269	100 %
APM_Damp	-6961.796084	-6961.7254042477	-6960.036713	0.086558055	0.294207503	100 %
APM_worst_1	-6961.796084	-6961.7235820556	-6960.036713	0.086375916	0.293897799	100 %
APM_worst_2	-6961.796084	-6961.7235820556	-6960.036713	0.086375916	0.293897799	100 %
APM_worst_3	-6961.796084	-6961.7235820556	-6960.036713	0.086375916	0.293897799	100 %
APM_Med	-6961.796084	-6961.7247331096	-6960.036713	0.086485406	0.294084012	100 %
APM_Med_2	-6961.796084	-6961.7239104230	-6960.403702	0.054245132	0.232905843	100 %
APM_Med_3	-6961.796084	-6961.7247331096	-6960.036713	0.086485406	0.294084012	100 %
APM_Med_4	-6961.796084	-6961.7237192008	-6960.403702	0.054204036	0.232817602	100 %
APM_Med_5	-6961.796084	-6961.7080285114	-6960.403702	0.067379816	0.259576223	100 %
APM_Med_6	-6961.796084	-6961.7235820556	-6960.036713	0.086375916	0.293897799	100 %
APM_Med_7	-6961.796084	-6961.7326277048	-6960.403702	0.053726335	0.231789421	100 %
APM_Med_worst	-6961.796084	-6961.7247331096	-6960.036713	0.086485406	0.294084012	100 %
APM_Med_worst_2	-6961.796084	-6961.7247331096	-6960.036713	0.086485406	0.294084012	100 %
DEB	-6961.796084	-6961.7774116373	-6961.588349	0.001299434	0.036047667	100 %

Tabela A.27: Resultados do problema G6 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -6961.8138755.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	24.67686095	28.9586443588	34.06914296	7.068481938	2.658661682	100 %
APM_Spor_Acum	24.67686095	29.1163697984	37.31470145	9.143105693	3.023756884	100 %
APM	24.63664486	28.2882211008	34.0122605	6.598166888	2.568689722	100 %
APM_Mono	24.63664486	28.4850031293	35.0131622	8.147587565	2.854397934	100 %
APM_Mono_f	24.67686095	29.1193280651	37.31470145	8.855263438	2.975779467	100 %
APM_Damp	24.88568287	28.9848387546	36.20108253	9.968829684	3.157345354	100 %
APM_worst_1	25.12107461	28.4365968220	35.78420922	7.558794679	2.749326223	100 %
APM_worst_2	24.63664486	28.2882211008	34.0122605	6.598166888	2.568689722	100 %
APM_worst_3	25.12107461	28.4365968220	35.78420922	7.558794679	2.749326223	100 %
APM_Med	24.67686095	28.1572755985	32.92450221	6.439951776	2.537706007	100 %
APM_Med_2	24.67686095	28.3596644174	34.01358045	7.083620877	2.661507257	100 %
APM_Med_3	24.67686095	28.1572755985	32.92450221	6.439951776	2.537706007	100 %
APM_Med_4	24.67686095	28.3596644174	34.01358045	7.083620877	2.661507257	100 %
APM_Med_5	24.63664486	28.3305957238	34.01358045	6.888584588	2.624611321	100 %
APM_Med_6	24.63664486	28.2882211008	34.0122605	6.598166888	2.568689722	100 %
APM_Med_7	24.63664486	28.3305957238	34.01358045	6.888584588	2.624611321	100 %
APM_Med_worst	24.86530654	28.5068796891	35.78420922	6.692136519	2.586916411	100 %
APM_Med_worst_2	24.86530654	28.5068796891	35.78420922	6.692136519	2.586916411	100 %
DEB	25.54557583	29.4752664056	49.95808168	18.40316188	4.28989066	100 %

Tabela A.28: Resultados do problema G7 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 24.3062090.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-0.095825041	-0.0958233231	-0.095764898	1.0335E-10	1.01661E-05	100 %
APM_Spor_Acum	-0.0958085	-0.0922307392	-0.08399251	1.03649E-05	0.003219455	100 %
APM	-0.095820042	-0.0944481451	-0.090570944	1.71116E-06	0.001308111	100 %
APM_Mono	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_Mono_f	-0.095825041	-0.0958207999	-0.09570604	4.23188E-10	2.05715E-05	100 %
APM_Damp	-0.095791295	-0.0936014844	-0.089765013	3.64125E-06	0.001908206	100 %
APM_worst_1	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_worst_2	-0.09571916	-0.0941403915	-0.08910061	2.06592E-06	0.00143733	100 %
APM_worst_3	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_Med	-0.095772905	-0.0940695139	-0.089273848	3.2746E-06	0.001809586	100 %
APM_Med_2	-0.095822575	-0.0957772432	-0.095662335	1.62864E-09	4.03564E-05	100 %
APM_Med_3	-0.095818736	-0.0940086403	-0.089830053	2.29198E-06	0.00151393	100 %
APM_Med_4	-0.095824553	-0.0957723065	-0.095357665	7.16655E-09	8.46555E-05	100 %
APM_Med_5	-0.09582324	-0.0957936709	-0.09570094	8.78685E-10	2.96426E-05	100 %
APM_Med_6	-0.09582256	-0.0947622808	-0.089425356	1.74548E-06	0.001321167	100 %
APM_Med_7	-0.095824764	-0.0957985492	-0.095698405	9.63568E-10	3.10414E-05	100 %
APM_Med_worst	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_Med_worst_2	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
DEB	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %

Tabela A.29: Resultados do problema G8 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -0.0958250.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	680.6921847	681.4767907892	690.5628747	2.670871797	1.634280208	100 %
APM_Spor_Acum	680.6921847	681.4727814818	690.5628747	2.676249911	1.635924788	100 %
APM	680.6921847	681.4749097432	690.5628747	2.705258859	1.644767114	100 %
APM_Mono	680.6921847	681.1373752711	682.1646811	0.169845272	0.412122885	100 %
APM_Mono_f	680.6921847	681.4805281350	690.5628747	2.668639737	1.633597177	100 %
APM_Damp	680.6921847	681.4458705409	690.5628747	2.69811481	1.642593927	100 %
APM_worst_1	680.6935761	681.2785304765	682.5174504	0.225037874	0.47438157	100 %
APM_worst_2	680.6921847	681.4749097432	690.5628747	2.705258859	1.644767114	100 %
APM_worst_3	680.6935761	681.2785304765	682.5174504	0.225037874	0.47438157	100 %
APM_Med	680.6921847	681.4188719733	690.5628747	2.687066063	1.639227276	100 %
APM_Med_2	680.6921847	681.1869835580	682.1646811	0.174521133	0.417757265	100 %
APM_Med_3	680.6921847	681.4188719733	690.5628747	2.687066063	1.639227276	100 %
APM_Med_4	680.6921847	681.1869835580	682.1646811	0.174521133	0.417757265	100 %
APM_Med_5	680.6921847	681.2096166098	682.1646811	0.206587322	0.454518781	100 %
APM_Med_6	680.6921847	681.4749097432	690.5628747	2.705258859	1.644767114	100 %
APM_Med_7	680.6921847	681.2096166098	682.1646811	0.206587322	0.454518781	100 %
APM_Med_worst	680.6935761	681.1961738925	682.1646811	0.161572777	0.401961163	100 %
APM_Med_worst_2	680.6935761	681.1961738925	682.1646811	0.161572777	0.401961163	100 %
DEB	680.7268211	681.1156641897	682.7486943	0.160748507	0.400934542	100 %

Tabela A.30: Resultados do problema G9 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 680.6300573.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	7086.79716	8428.9380335917	10127.5361	593898.8239	770.648314	100 %
APM_Spor_Acum	7158.375423	8388.6062171640	10838.45616	1100091.963	1048.852689	100 %
APM	7116.492782	8354.4268013792	10317.14929	642171.8898	801.3562814	100 %
APM_Mono	7137.224058	8224.3058123339	10822.9389	600403.8865	774.857333	100 %
APM_Mono_f	7158.375423	8476.0551799723	10523.82858	662386.6119	813.8713731	100 %
APM_Damp	7257.60171	8445.8341055293	9609.778092	458658.9303	677.243627	100 %
APM_worst_1	7069.105496	8449.5855305327	10817.81669	1241433.877	1114.196516	100 %
APM_worst_2	7116.492782	8346.0367279489	10317.14929	627573.7349	792.1955156	100 %
APM_worst_3	7069.105496	8449.5855305327	10817.81669	1241433.877	1114.196516	100 %
APM_Med	7243.423794	8321.5777245208	9938.9724	548052.1235	740.3054258	100 %
APM_Med_2	7148.222376	8144.9980629980	10010.99548	631572.1889	794.7151621	100 %
APM_Med_3	7168.486547	8431.6269359477	10530.59249	798496.6199	893.5863808	100 %
APM_Med_4	7066.741612	7667.9069399636	9094.862288	262569.166	512.4150329	100 %
APM_Med_5	7083.636873	8042.9376036804	11134.71835	870562.7453	933.0395197	100 %
APM_Med_6	7098.203415	8090.2005787041	10041.59747	519304.2308	720.6276645	100 %
APM_Med_7	7083.636873	8031.9063252353	11134.71835	1057209.769	1028.207065	100 %
APM_Med_worst	7128.937132	8422.9046287721	11718.99131	1526646.878	1235.575525	100 %
APM_Med_worst_2	7128.937132	8468.3533958813	11718.99131	1543942.473	1242.554817	100 %
DEB	7069.155519	7954.9593459909	10337.86879	705200.036	839.7618924	100 %

Tabela A.31: Resultados do problema G10 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 7049.2480205.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	0.750557471	0.7887692268	0.920398095	0.001817481	0.042631929	100 %
APM_Spor_Acum	0.749900224	0.7541837705	0.777832723	4.77953E-05	0.006913417	100 %
APM	0.750503361	0.7931285131	0.926063936	0.00195224	0.044184163	100 %
APM_Mono	0.750550912	0.8089390573	0.97665374	0.004082359	0.06389334	100 %
APM_Mono_f	0.750557471	0.7956391794	0.930120984	0.002513621	0.050136026	100 %
APM_Damp	0.750503361	0.7923231028	0.926063936	0.001960786	0.044280767	100 %
APM_worst_1	0.750550912	0.8183804595	0.975996057	0.004757123	0.068971901	100 %
APM_worst_2	0.750503361	0.7931285131	0.926063936	0.00195224	0.044184163	100 %
APM_worst_3	0.750550912	0.8183932752	0.975996057	0.004757468	0.068974398	100 %
APM_Med	0.750025596	0.7948840682	0.934303414	0.002532512	0.050324068	100 %
APM_Med_2	0.750550912	0.8255599354	0.975996057	0.005529314	0.074359354	100 %
APM_Med_3	0.750550912	0.8238308270	0.975996057	0.00532495	0.072972258	100 %
APM_Med_4	0.750550912	0.8255599354	0.975996057	0.005529314	0.074359354	100 %
APM_Med_5	0.750550912	0.8255599354	0.975996057	0.005529314	0.074359354	100 %
APM_Med_6	0.750550912	0.8247263055	0.975996057	0.00550875	0.074220953	100 %
APM_Med_7	0.750550912	0.8255599354	0.975996057	0.005529314	0.074359354	100 %
APM_Med_worst	0.750550912	0.8183804595	0.975996057	0.004757123	0.068971901	100 %
APM_Med_worst_2	0.750550912	0.8183804595	0.975996057	0.004757123	0.068971901	100 %
DEB	0.750550912	0.8255599354	0.975996057	0.005529314	0.074359354	100 %

Tabela A.32: Resultados do problema G11 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 0.7499.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Spor_Acum	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Mono	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Mono.f	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Damp	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_worst_1	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_worst_2	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_worst_3	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_2	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_3	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_4	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_5	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_6	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_7	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_worst	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_worst_2	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
DEB	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %

Tabela A.33: Resultados do problema G12 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -1.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	0.116034408	2.0944414832	19.52771886	15.04916814	3.879325733	100 %
APM_Spor_Acum	0.116034408	1.6232790578	16.95175078	12.57123693	3.545594016	100 %
APM	0.155909912	1.0373204357	4.254730147	0.629378247	0.793333629	100 %
APM_Mono	0.117077916	2.0847437350	19.52746411	14.86776011	3.855873456	100 %
APM_Mono_f	0.116035695	2.1045279515	19.5273583	15.04301175	3.878532164	100 %
APM_Damp	0.117092959	2.1153768483	19.52763477	15.06931066	3.881921001	100 %
APM_worst_1	0.155909912	1.0531300362	4.52700926	0.685084727	0.827698452	100 %
APM_worst_2	0.155909912	1.0482290755	4.505305573	0.681488458	0.825523142	100 %
APM_worst_3	0.155909912	1.0531300362	4.52700926	0.685084727	0.827698452	100 %
APM_Med	0.155953609	1.0248351352	3.628365938	0.522686356	0.722970508	100 %
APM_Med_2	0.155953609	1.0677013000	4.52700926	0.676960018	0.8227758	100 %
APM_Med_3	0.155953609	1.0526921397	4.420409073	0.662720167	0.814076266	100 %
APM_Med_4	0.155953609	1.0677013000	4.52700926	0.676960018	0.8227758	100 %
APM_Med_5	0.155909912	1.0678583744	4.52700926	0.676992126	0.822795312	100 %
APM_Med_6	0.155909912	1.0528129655	4.460327529	0.671778825	0.819621147	100 %
APM_Med_7	0.155909912	1.0678583744	4.52700926	0.676992126	0.822795312	100 %
APM_Med_worst	0.155953609	1.0531045972	4.52700926	0.685161081	0.827744575	100 %
APM_Med_worst_2	0.155953609	1.0531045972	4.52700926	0.685161081	0.827744575	100 %
DEB	0.058081106	1.0462427552	3.540309464	0.347305956	0.589326697	97.14285714 %

Tabela A.34: Resultados do problema G13 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 0.0539415.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor						0 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM						0 %
APM_Mono	-47.3447956	-45.8055299054	-42.76829126	1.104911651	1.051147778	100 %
APM_Mono_f	-47.64191508	-47.1362921185	-46.19766646	0.166179611	0.407651335	65.71428571 %
APM_Damp						0 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3						0 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6						0 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	-45.99733365	-41.9518647996	-36.90127761	3.998273492	1.999568326	100 %

Tabela A.35: Resultados do problema G14 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -47.7648885.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	961.7242431	965.0731050602	968.389483	3.880984725	1.970021504	100 %
APM_Spor_Acum	961.7242431	965.2946336342	969.4999719	4.107509791	2.026699235	85.71428571 %
APM	961.7756191	966.4856265824	972.3038957	8.444923381	2.906015035	100 %
APM_Mono	961.8388929	966.5011173347	972.3040333	8.384367913	2.895577302	100 %
APM_Mono_f	961.7242431	965.0761529518	968.3932527	3.873966795	1.968239517	100 %
APM_Damp	961.7607074	966.4078075554	972.3036075	7.502216025	2.739017347	100 %
APM_worst_1	961.7756191	966.5711643984	972.3040426	8.990473685	2.99841186	100 %
APM_worst_2	961.7756191	966.4865192285	972.3038957	8.446405943	2.906270108	100 %
APM_worst_3	961.7756191	966.5711643984	972.3040426	8.990473685	2.99841186	100 %
APM_Med	961.7554849	966.3898468966	972.3034379	8.310870482	2.882858041	100 %
APM_Med_2	961.7772295	966.5850816636	972.3027949	8.964275969	2.994040075	100 %
APM_Med_3	961.7775844	966.4960734140	972.3040242	8.453564572	2.907501431	100 %
APM_Med_4	961.7772295	966.5850816636	972.3027949	8.964275969	2.994040075	100 %
APM_Med_5	961.7776913	966.5833016275	972.304037	8.972217411	2.995365989	100 %
APM_Med_6	961.7775844	966.5794894185	972.3040459	8.979162246	2.996525028	100 %
APM_Med_7	961.7776913	966.5833016275	972.304037	8.972217411	2.995365989	100 %
APM_Med_worst	961.7554849	966.5736455840	972.3041341	8.984388375	2.997396933	100 %
APM_Med_worst_2	961.7554849	966.5736455840	972.3041341	8.984388375	2.997396933	100 %
DEB	961.7910265	966.4735367183	972.3119854	9.252865127	3.041852253	100 %

Tabela A.36: Resultados do problema G15 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 961.7150222.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-1.905113436	-1.9041277698	-1.894056841	3.50733E-06	0.001872786	100 %
APM_Spor_Acum	-1.905113436	-1.9040466179	-1.894070727	3.66631E-06	0.001914761	100 %
APM	-1.905113582	-1.9041594679	-1.90110771	7.65488E-07	0.000874921	100 %
APM_Mono	-1.905083453	-1.9038316838	-1.899486286	1.79742E-06	0.001340678	100 %
APM_Mono_f	-1.905113436	-1.9042479029	-1.898890782	1.252E-06	0.00111893	100 %
APM_Damp	-1.905113582	-1.9040563158	-1.90110771	1.15781E-06	0.001076014	100 %
APM_worst_1	-1.905112583	-1.9036023939	-1.89456982	3.90687E-06	0.00197658	100 %
APM_worst_2	-1.905113582	-1.9041594679	-1.90110771	7.65488E-07	0.000874921	100 %
APM_worst_3	-1.905112583	-1.9036023939	-1.89456982	3.90687E-06	0.00197658	100 %
APM_Med	-1.905113847	-1.9033036705	-1.892166561	6.77981E-06	0.002603807	100 %
APM_Med_2	-1.894723936	-1.8808743141	-1.868092294	5.93355E-05	0.007702955	100 %
APM_Med_3	-1.905113847	-1.9034704412	-1.892166561	6.02818E-06	0.002455235	100 %
APM_Med_4	-1.900078758	-1.8762570908	-1.837266522	0.000133773	0.011566017	100 %
APM_Med_5	-1.894114923	-1.8782579206	-1.84595858	0.000115296	0.010737608	100 %
APM_Med_6	-1.905113582	-1.9041594679	-1.90110771	7.65488E-07	0.000874921	100 %
APM_Med_7	-1.896639211	-1.8789718953	-1.849238765	0.000109952	0.010485779	100 %
APM_Med_worst	-1.905117882	-1.9033550225	-1.890366146	9.40099E-06	0.003066104	100 %
APM_Med_worst_2	-1.905117882	-1.9033550225	-1.890366146	9.40099E-06	0.003066104	100 %
DEB	-1.905117882	-1.9040113936	-1.901495351	9.76391E-07	0.000988125	100 %

Tabela A.37: Resultados do problema G16 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -1.9051553.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	8882.851865	8982.0675844570	9160.606657	16180.24899	127.2016077	11.42857143 %
APM_Spor_Acum	8888.67965	8927.3061283620	8965.932607	2984.009648	54.62608944	5.714285714 %
APM						0 %
APM_Mono	8908.852127	8925.8784331643	8942.904739	579.790172	24.07883245	5.714285714 %
APM_Mono_f	8893.98351	8973.5817364926	9145.966087	10566.72436	102.7945736	14.28571429 %
APM_Damp	8961.444526	8980.1012569696	8998.757988	696.1472387	26.3846023	5.714285714 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3	9165.966247	9165.9662474980	9165.966247			2.857142857 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6						0 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	8872.30232	8978.4675801763	9262.845315	10168.57812	100.8393679	60 %

Tabela A.38: Resultados do problema G17 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 8853.5396748.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-0.081113348	-0.0811133480	-0.081113348			2.857142857 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM						0 %
APM_Mono	-0.604145507	-0.3780301707	-0.116586663	0.018595006	0.136363507	40 %
APM_Mono_f	-0.604695438	-0.3147880893	-0.081113348	0.041219357	0.203025508	17.14285714 %
APM_Damp						0 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3						0 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6						0 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	-0.863515578	-0.7170375192	-0.499998025	0.011177408	0.105723261	100 %

Tabela A.39: Resultados do problema G18 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8660254.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	313.6953834	1341.4114964310	2708.636586	507677.9187	712.5152059	91.42857143 %
APM_Spor_Acum	313.9271694	1369.9412777304	3337.497138	650230.7707	806.36888	80 %
APM	528.4176254	1210.3301235924	2917.54982	390866.5114	625.1931793	88.57142857 %
APM_Mono	494.0738878	1258.4965172113	2927.368121	300112.2559	547.8250231	91.42857143 %
APM_Mono_f	314.1001952	1408.2301907393	3141.847415	656884.5858	810.4841675	85.71428571 %
APM_Damp	572.1198083	1297.4612573626	2899.594193	341812.9364	584.6477028	85.71428571 %
APM_worst_1	528.4176254	1210.3301235924	2917.54982	390866.5114	625.1931793	88.57142857 %
APM_worst_2	528.4176254	1210.3301235924	2917.54982	390866.5114	625.1931793	88.57142857 %
APM_worst_3	528.4176254	1210.3301235924	2917.54982	390866.5114	625.1931793	88.57142857 %
APM_Med	624.1114967	1163.9408783250	2655.37877	261704.661	511.5707781	91.42857143 %
APM_Med_2	624.1114967	1211.7565286568	2988.892197	345722.2103	587.981471	97.14285714 %
APM_Med_3	624.1114967	1163.9406785480	2655.37877	261704.8074	511.5709212	91.42857143 %
APM_Med_4	624.1114967	1211.7581441393	2988.892197	345718.6439	587.9784383	97.14285714 %
APM_Med_5	528.4177586	1210.8292069683	2917.54982	406247.8298	637.3757367	82.85714286 %
APM_Med_6	528.4177586	1210.3300048697	2917.54982	390866.5392	625.1932015	88.57142857 %
APM_Med_7	528.4177586	1210.8947081188	2917.54982	406184.7292	637.3262345	82.85714286 %
APM_Med_worst	624.1114967	1163.9408783250	2655.37877	261704.661	511.5707781	91.42857143 %
APM_Med_worst_2	624.1114967	1161.8858911763	2655.37877	270288.5101	519.8927871	88.57142857 %
DEB	285.6174579	1198.8988230520	3123.214822	359102.8639	599.2519202	97.14285714 %

Tabela A.40: Resultados do problema G19 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: 32.6555929.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
---------	--------	-------	------	-----------	---------------	--------------------

Tabela A.41: Resultados do problema G23 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -400.0551000.

Nenhuma variante encontrou solução factível em alguma execução para a função G23 com 100 mil avaliações da função objetivo.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-5.508013115	-5.5080130907	-5.508012995	2.34061E-15	4.83799E-08	100 %
APM_Spor_Acum	-5.508013115	-5.5080130737	-5.508012876	4.1319E-15	6.42798E-08	100 %
APM	-5.508013115	-5.5080130907	-5.508012995	2.34061E-15	4.83799E-08	100 %
APM_Mono	-5.508013115	-5.5080130941	-5.508012995	2.07789E-15	4.55839E-08	100 %
APM_Mono_f	-5.508013115	-5.5080130907	-5.508012995	2.34061E-15	4.83799E-08	100 %
APM_Damp	-5.508013115	-5.5080130907	-5.508012995	2.34061E-15	4.83799E-08	100 %
APM_worst_1	-5.508013115	-5.5080130703	-5.508012876	5.08725E-15	7.13249E-08	100 %
APM_worst_2	-5.508013115	-5.5080130907	-5.508012995	2.34061E-15	4.83799E-08	100 %
APM_worst_3	-5.508013115	-5.5080130703	-5.508012876	5.08725E-15	7.13249E-08	100 %
APM_Med	-5.508013115	-5.5080130907	-5.508012995	2.34061E-15	4.83799E-08	100 %
APM_Med_2	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_3	-5.508013115	-5.5080130907	-5.508012995	2.34061E-15	4.83799E-08	100 %
APM_Med_4	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_5	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_6	-5.508013115	-5.5080130907	-5.508012995	2.34061E-15	4.83799E-08	100 %
APM_Med_7	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_worst	-5.508013115	-5.5080130703	-5.508012876	5.08725E-15	7.13249E-08	100 %
APM_Med_worst_2	-5.508013115	-5.5080130703	-5.508012876	5.08725E-15	7.13249E-08	100 %
DEB	-5.508013115	-5.5080130703	-5.508012876	5.08725E-15	7.13249E-08	100 %

Tabela A.42: Resultados do problema G24 com 100 mil avaliações. Valor ótimo: -5.5080133.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-11.43366221	-7.7898798412	-2.001978012	7.094049345	2.663465664	48.57142857 %
APM_Spor_Acum	-4.920809458	-3.4009057903	-2.001978012	2.327051138	1.525467515	11.42857143 %
APM	-4.503759958	-2.8942712344	-2.001978012	1.950505267	1.396604907	8.571428571 %
APM_Mono	-14.99999127	-14.9995876137	-14.99425965	1.37754E-06	0.001173686	100 %
APM_Mono_f	-14.99997848	-14.5124041725	-12.40405788	0.550298391	0.741820997	94.28571429 %
APM_Damp	-10.14568456	-4.7071245661	-2.001978012	14.44608565	3.80080066	11.42857143 %
APM_worst_1	-14.99987006	-14.9995474123	-14.99891478	3.0021E-07	0.000547914	8.571428571 %
APM_worst_2	-4.503759958	-2.8942712344	-2.001978012	1.950505267	1.396604907	8.571428571 %
APM_worst_3	-14.99987006	-14.9995474123	-14.99891478	3.0021E-07	0.000547914	8.571428571 %
APM_Med	-4.503759958	-2.8942712344	-2.001978012	1.950505267	1.396604907	8.571428571 %
APM_Med_2	-4.503759958	-2.8942712344	-2.001978012	1.950505267	1.396604907	8.571428571 %
APM_Med_3	-4.503759958	-2.8942712344	-2.001978012	1.950505267	1.396604907	8.571428571 %
APM_Med_4	-4.503759958	-2.8942712344	-2.001978012	1.950505267	1.396604907	8.571428571 %
APM_Med_5	-4.503759958	-2.8942712344	-2.001978012	1.950505267	1.396604907	8.571428571 %
APM_Med_6	-4.503759958	-2.8942712344	-2.001978012	1.950505267	1.396604907	8.571428571 %
APM_Med_7	-4.503759958	-2.8942712344	-2.001978012	1.950505267	1.396604907	8.571428571 %
APM_Med_worst	-14.99987006	-14.9995474123	-14.99891478	3.0021E-07	0.000547914	8.571428571 %
APM_Med_worst_2	-14.99987006	-14.9995474123	-14.99891478	3.0021E-07	0.000547914	8.571428571 %
DEB	-14.99999169	-14.9999698000	-14.99984503	1.20443E-09	3.4705E-05	100 %

Tabela A.43: Resultados do problema G1 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -15

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-0.789980204	-0.7479540377	-0.625329677	0.001146074	0.033853713	100 %
APM_Spor_Acum	-0.760018608	-0.5205079426	-0.376345671	0.007016335	0.083763569	100 %
APM	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
APM_Mono	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
APM_Mono_f	-0.789980204	-0.7521511522	-0.688474485	0.000770895	0.027764995	100 %
APM_Damp	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
APM_worst_1	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
APM_worst_2	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
APM_worst_3	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
APM_Med	-0.789493828	-0.7473425652	-0.661330392	0.001204884	0.034711445	100 %
APM_Med_2	-0.790458364	-0.7469737299	-0.653045241	0.001170622	0.034214361	100 %
APM_Med_3	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
APM_Med_4	-0.797240665	-0.7508705939	-0.667348185	0.001084853	0.03293711	100 %
APM_Med_5	-0.801306275	-0.7486786890	-0.616122022	0.001645542	0.040565276	100 %
APM_Med_6	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
APM_Med_7	-0.789493828	-0.7483942912	-0.661330392	0.001049583	0.032397275	100 %
APM_Med_worst	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
APM_Med_worst_2	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %
DEB	-0.789493828	-0.7472238063	-0.661330392	0.001205133	0.034715023	100 %

Tabela A.44: Resultados do problema G2 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8036191

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-0.999019679	-0.9039199905	-0.379207672	0.018753206	0.136942344	100 %
APM_Spor_Acum	-0.977426448	-0.3786296607	-0.004775012	0.148939617	0.385926958	57.14285714 %
APM	-0.999802181	-0.9986237567	-0.997168148	3.47267E-07	0.000589293	100 %
APM_Mono	-0.99995607	-0.9954285391	-0.93037436	0.000144132	0.012005513	100 %
APM_Mono_f	-1.000374518	-0.9979650258	-0.991025971	6.36273E-06	0.002522446	100 %
APM_Damp	-1.0003833	-1.0000605433	-0.999440744	4.34239E-08	0.000208384	100 %
APM_worst_1	-1.000172228	-0.9965895719	-0.972480377	3.13178E-05	0.005596231	100 %
APM_worst_2	-0.99409088	-0.9867641904	-0.979554615	1.69054E-05	0.004111618	100 %
APM_worst_3	-1.000058224	-0.9960870214	-0.949956978	9.9206E-05	0.009960218	100 %
APM_Med	-0.999897619	-0.9982413964	-0.996156539	7.93331E-07	0.000890692	100 %
APM_Med_2	-1.000253379	-0.9991329051	-0.991921436	2.26641E-06	0.001505459	100 %
APM_Med_3	-1.000335691	-0.9991431904	-0.991921436	2.26375E-06	0.001504577	100 %
APM_Med_4	-0.060034511	-0.0249134477	-0.001969213	0.000632152	0.025142628	14.28571429 %
APM_Med_5	-0.060034511	-0.0263377819	-0.007619979	0.000560595	0.023676882	14.28571429 %
APM_Med_6	-1.000335691	-0.9995211407	-0.997172827	6.6486E-07	0.000815389	100 %
APM_Med_7	-1.000215538	-0.9995950862	-0.997353895	3.71138E-07	0.000609211	100 %
APM_Med_worst	-0.999988253	-0.9654242680	-0.230049324	0.019032908	0.137959806	100 %
APM_Med_worst_2	-1.000229014	-0.9975983300	-0.971639845	2.47311E-05	0.004973035	100 %
DEB	-1.000233599	-0.9364793594	-0.272737701	0.022132097	0.148768602	100 %

Tabela A.45: Resultados do problema G3 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -1.0005001.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-30665.52911	-30665.2246975841	-30663.32388	0.180108237	0.424391608	100 %
APM_Spor_Acum	-30665.52206	-30665.2058360957	-30663.32388	0.183130677	0.427937702	100 %
APM	-30665.53387	-30665.2805941992	-30664.30051	0.071585516	0.267554698	100 %
APM_Mono	-30665.49831	-30664.9947195149	-30658.6725	1.348757187	1.161360059	100 %
APM_Mono_f	-30665.52911	-30665.2005746085	-30663.32388	0.176107771	0.419651964	100 %
APM_Damp	-30665.52911	-30665.2462938119	-30664.30051	0.074460182	0.272873931	100 %
APM_worst_1	-30665.51689	-30665.1672598941	-30664.32075	0.104539611	0.323325858	100 %
APM_worst_2	-30665.52911	-30665.2637495856	-30664.30051	0.070327874	0.265194031	100 %
APM_worst_3	-30665.51689	-30665.1672598941	-30664.32075	0.104539611	0.323325858	100 %
APM_Med	-30665.51016	-30665.2479362707	-30664.30051	0.072843148	0.269894698	100 %
APM_Med_2	-30665.52548	-30665.3095630476	-30664.32854	0.076398331	0.276402481	100 %
APM_Med_3	-30665.49856	-30665.0024771367	-30658.6725	1.369101929	1.170086291	100 %
APM_Med_4	-30665.53133	-30665.4320457820	-30665.22818	0.006479822	0.080497341	100 %
APM_Med_5	-30665.53337	-30665.3763365960	-30664.94811	0.019163515	0.138432347	100 %
APM_Med_6	-30665.49123	-30664.9692999003	-30663.27395	0.340818691	0.583796789	100 %
APM_Med_7	-30665.51762	-30665.2357847297	-30663.50924	0.194906305	0.441481942	100 %
APM_Med_worst	-30665.51689	-30665.1661090630	-30664.32075	0.103979688	0.322458815	100 %
APM_Med_worst_2	-30665.51689	-30665.1661090630	-30664.32075	0.103979688	0.322458815	100 %
DEB	-30665.51689	-30665.1896408279	-30664.32075	0.100775883	0.317452175	100 %

Tabela A.46: Resultados do problema G4 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -30665.5386717.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	5126.517039	5205.5451218289	5516.579757	9003.449864	94.88651044	91.42857143 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM	5130.641447	5182.3681660339	5392.995238	5313.670364	72.89492688	68.57142857 %
APM_Mono	5126.566563	5211.7187098100	5527.444907	11026.94928	105.0092819	62.85714286 %
APM_Mono_f	5126.503903	5198.8484999976	5516.579757	11621.54155	107.8032539	88.57142857 %
APM_Damp	5126.977131	5162.7815203458	5300.054275	2515.301368	50.15278026	74.28571429 %
APM_worst_1	5130.651229	5182.4356447070	5393.729265	5328.479491	72.99643478	68.57142857 %
APM_worst_2	5130.641447	5182.3623009716	5392.995238	5314.377626	72.89977795	68.57142857 %
APM_worst_3	5130.651229	5182.4356447070	5393.729265	5328.479491	72.99643478	68.57142857 %
APM_Med	5130.649752	5180.8528850436	5389.301913	5404.637857	73.51624213	62.85714286 %
APM_Med_2	5130.61609	5185.8859051199	5393.393299	5406.55909	73.5293077	71.42857143 %
APM_Med_3	5130.520749	5185.8312144642	5393.284692	5392.67509	73.43483567	71.42857143 %
APM_Med_4	5130.61609	5185.8805190717	5393.392466	5406.584896	73.52948317	71.42857143 %
APM_Med_5	5130.615863	5185.8804822283	5393.395528	5406.621654	73.52973313	71.42857143 %
APM_Med_6	5130.52191	5185.8180694492	5393.28392	5391.619055	73.42764503	71.42857143 %
APM_Med_7	5130.615863	5185.8859098757	5393.395528	5406.569384	73.5293777	71.42857143 %
APM_Med_worst	5130.661643	5180.8981982955	5389.329541	5405.396946	73.52140468	62.85714286 %
APM_Med_worst_2	5130.661643	5180.8981982955	5389.329541	5405.396946	73.52140468	62.85714286 %
DEB	5126.663499	5289.4813333646	5930.747857	38553.55492	196.3505918	74.28571429 %

Tabela A.47: Resultados do problema G5 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 5126.4967140.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-6961.796084	-6961.7953187413	-6961.789391	4.6675E-06	0.00216044	100 %
APM_Spor_Acum	-6961.796084	-6961.7957011844	-6961.789391	2.48432E-06	0.001576171	100 %
APM	-6961.796084	-6961.7957011844	-6961.789391	2.48432E-06	0.001576171	100 %
APM_Mono	-6961.796084	-6961.7960836276	-6961.796084	0	0	100 %
APM_Mono_f	-6961.796084	-6961.7955099629	-6961.789391	3.61355E-06	0.001900934	100 %
APM_Damp	-6961.796084	-6961.7957011844	-6961.789391	2.48432E-06	0.001576171	100 %
APM_worst_1	-6961.796084	-6961.7957011844	-6961.789391	2.48432E-06	0.001576171	100 %
APM_worst_2	-6961.796084	-6961.7957011844	-6961.789391	2.48432E-06	0.001576171	100 %
APM_worst_3	-6961.796084	-6961.7957011844	-6961.789391	2.48432E-06	0.001576171	100 %
APM_Med	-6961.796084	-6961.7958924060	-6961.789391	1.2798E-06	0.001131282	100 %
APM_Med_2	-6961.796084	-6961.7928291357	-6961.765901	5.32238E-05	0.007295467	100 %
APM_Med_3	-6961.796084	-6961.7958924060	-6961.789391	1.2798E-06	0.001131282	100 %
APM_Med_4	-6961.796084	-6961.7928291357	-6961.765901	5.32238E-05	0.007295467	100 %
APM_Med_5	-6961.796084	-6961.7930203573	-6961.765901	5.315E-05	0.007290407	100 %
APM_Med_6	-6961.796084	-6961.7957011844	-6961.789391	2.48432E-06	0.001576171	100 %
APM_Med_7	-6961.796084	-6961.7940739385	-6961.765901	3.05408E-05	0.005526372	100 %
APM_Med_worst	-6961.796084	-6961.7958924060	-6961.789391	1.2798E-06	0.001131282	100 %
APM_Med_worst_2	-6961.796084	-6961.7958924060	-6961.789391	1.2798E-06	0.001131282	100 %
DEB	-6961.796084	-6961.7960836276	-6961.796084	0	0	100 %

Tabela A.48: Resultados do problema G6 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -6961.8138755.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	24.52724317	27.8978267365	33.96999097	4.049578827	2.012356536	100 %
APM_Spor_Acum	24.52724317	27.8613810909	33.96999097	4.2746565	2.067524244	100 %
APM	24.91811604	27.6885752446	30.92748652	2.473233706	1.572651807	100 %
APM_Mono	24.76887934	28.2324081139	34.23182541	7.305449385	2.702859483	100 %
APM_Mono_f	24.52724317	27.9228565556	33.96999097	4.397571235	2.097038682	100 %
APM_Damp	24.77389834	27.6506814954	32.68351889	4.766498574	2.183231223	100 %
APM_worst_1	24.71523028	28.3905080184	33.34583616	5.455195447	2.335635983	100 %
APM_worst_2	24.91811604	27.6885752446	30.92748652	2.473233706	1.572651807	100 %
APM_worst_3	24.71523028	28.3905080184	33.34583616	5.455195447	2.335635983	100 %
APM_Med	25.23013263	28.2136972794	33.69180742	5.216051816	2.283867732	100 %
APM_Med_2	25.15168059	27.6708726853	32.6757277	3.558094242	1.886291134	100 %
APM_Med_3	25.23013263	28.2136972794	33.69180742	5.216051816	2.283867732	100 %
APM_Med_4	25.15168059	27.6708726853	32.6757277	3.558094242	1.886291134	100 %
APM_Med_5	24.91811604	27.9215466382	32.63387516	2.926763462	1.710778613	100 %
APM_Med_6	24.91811604	27.6885752446	30.92748652	2.473233706	1.572651807	100 %
APM_Med_7	24.91811604	27.9215466382	32.63387516	2.926763462	1.710778613	100 %
APM_Med_worst	25.27449929	28.1557190621	39.54920441	8.54396539	2.923006225	100 %
APM_Med_worst_2	25.27449929	28.1557190621	39.54920441	8.54396539	2.923006225	100 %
DEB	25.02384185	27.7440891388	31.55388884	3.656810108	1.912278774	100 %

Tabela A.49: Resultados do problema G7 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 24.3062090.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_Spor_Acum	-0.095806683	-0.0945275642	-0.090807264	1.31729E-06	0.001147731	100 %
APM	-0.095800451	-0.0950959031	-0.092854508	5.20993E-07	0.000721798	100 %
APM_Mono	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_Mono_f	-0.095825041	-0.0958250056	-0.095823855	4.02214E-14	2.00553E-07	100 %
APM_Damp	-0.095795271	-0.0951465640	-0.092602182	5.61588E-07	0.000749392	100 %
APM_worst_1	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_worst_2	-0.09579453	-0.0949631634	-0.090653481	9.48886E-07	0.000974108	100 %
APM_worst_3	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_Med	-0.095816765	-0.0950609439	-0.093105463	4.6444E-07	0.000681498	100 %
APM_Med_2	-0.09582308	-0.0958006925	-0.09567591	1.06098E-09	3.25727E-05	100 %
APM_Med_3	-0.095774887	-0.0951141774	-0.093508337	2.56583E-07	0.000506541	100 %
APM_Med_4	-0.095823853	-0.0958020465	-0.095740965	4.9077E-10	2.21533E-05	100 %
APM_Med_5	-0.09582497	-0.0958138453	-0.095772488	1.63503E-10	1.27868E-05	100 %
APM_Med_6	-0.095822152	-0.0954444581	-0.094332595	1.98995E-07	0.000446088	100 %
APM_Med_7	-0.095824587	-0.0958143112	-0.09578502	8.71721E-11	9.3366E-06	100 %
APM_Med_worst	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
APM_Med_worst_2	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %
DEB	-0.095825041	-0.0958250415	-0.095825041	1.78432E-33	4.22412E-17	100 %

Tabela A.50: Resultados do problema G8 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -0.0958250.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	680.6602568	680.9759460663	681.5937893	0.06028593	0.245531934	100 %
APM_Spor_Acum	680.6602568	680.9759460663	681.5937893	0.06028593	0.245531934	100 %
APM	680.6602568	680.9527871633	681.5166853	0.046719019	0.216145829	100 %
APM_Mono	680.6665035	680.9870022542	681.7369819	0.058856367	0.242603312	100 %
APM_Mono_f	680.6602568	680.9759460663	681.5937893	0.06028593	0.245531934	100 %
APM_Damp	680.6654821	680.9768450817	681.7369819	0.058363173	0.241584711	100 %
APM_worst_1	680.6602826	680.9573140493	681.7205037	0.056843268	0.238418263	100 %
APM_worst_2	680.6602568	680.9544092013	681.5166853	0.047720475	0.218450167	100 %
APM_worst_3	680.6602826	680.9573140493	681.7205037	0.056843268	0.238418263	100 %
APM_Med	680.6857466	680.9327573134	681.5166853	0.038547674	0.196335617	100 %
APM_Med_2	680.6857466	680.9327573134	681.5166853	0.038547674	0.196335617	100 %
APM_Med_3	680.6857466	680.9327573134	681.5166853	0.038547674	0.196335617	100 %
APM_Med_4	680.6857466	680.9327573134	681.5166853	0.038547674	0.196335617	100 %
APM_Med_5	680.6602568	680.9434384946	681.5166853	0.045758194	0.21391165	100 %
APM_Med_6	680.6602568	680.9434384946	681.5166853	0.045758194	0.21391165	100 %
APM_Med_7	680.6602568	680.9434384946	681.5166853	0.045758194	0.21391165	100 %
APM_Med_worst	680.6602826	680.9346221437	681.7205037	0.047585419	0.218140824	100 %
APM_Med_worst_2	680.6602826	680.9346221437	681.7205037	0.047585419	0.218140824	100 %
DEB	680.6769476	681.0191504341	681.7369819	0.057949856	0.240727764	100 %

Tabela A.51: Resultados do problema G9 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 680.6300573.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	7104.241952	8036.8626905256	9711.249495	591221.5984	768.9093565	100 %
APM_Spor_Acum	7061.191799	8050.0383001152	10023.90072	521611.5931	722.2268294	100 %
APM	7058.742862	8042.0541545084	10053.37463	648169.7197	805.089883	100 %
APM_Mono	7114.403099	7979.1341118895	8975.616502	156913.1269	396.1226161	100 %
APM_Mono_f	7061.533968	8185.7693908061	10544.33232	657280.3486	810.7282828	100 %
APM_Damp	7079.726079	7977.0787534524	9836.243657	446081.9196	667.893644	100 %
APM_worst_1	7058.917018	7516.6226460097	9083.993494	233498.1068	483.2164181	100 %
APM_worst_2	7058.742862	7929.9079008160	10053.37463	536077.2546	732.1729677	100 %
APM_worst_3	7058.917018	7565.4005488234	9083.993494	277056.7149	526.3617719	100 %
APM_Med	7081.954458	8070.1888925319	9870.81921	481966.0362	694.2377376	100 %
APM_Med_2	7067.006936	7505.1728816382	9145.88622	193602.3955	440.0027222	100 %
APM_Med_3	7081.954458	7899.9323619243	9046.057428	253747.3705	503.7334319	100 %
APM_Med_4	7060.591762	7570.3461477264	9145.88622	269658.803	519.2868215	100 %
APM_Med_5	7070.64841	7484.4645491296	8997.453037	168888.0488	410.9599115	100 %
APM_Med_6	7115.089798	7943.6156599237	9786.686411	407889.4294	638.6622186	100 %
APM_Med_7	7070.64841	7490.2475727956	8997.453037	178585.2561	422.593488	100 %
APM_Med_worst	7052.799194	7602.0234233744	9037.384049	267362.1606	517.07075	100 %
APM_Med_worst_2	7052.799194	7616.2562448374	9037.384049	258691.7516	508.6174905	100 %
DEB	7053.80234	7596.8530990310	9562.868078	327930.8306	572.6524518	100 %

Tabela A.52: Resultados do problema G10 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 7049.2480205.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	0.749904994	0.7723046045	0.907856507	0.001298316	0.036032153	100 %
APM_Spor_Acum	0.749900039	0.7504465206	0.755817809	1.40281E-06	0.001184401	100 %
APM	0.749904994	0.7697924627	0.88762033	0.00110456	0.033234928	100 %
APM_Mono	0.749904994	0.7712755299	0.896619747	0.001219728	0.034924608	100 %
APM_Mono_f	0.749904994	0.7721784278	0.893830517	0.001184285	0.034413441	100 %
APM_Damp	0.749904994	0.7689863077	0.899665367	0.000976074	0.031242185	100 %
APM_worst_1	0.749904994	0.7761916878	0.908639356	0.00179122	0.042322809	100 %
APM_worst_2	0.749904994	0.7698204949	0.888601455	0.001111388	0.033337489	100 %
APM_worst_3	0.749904994	0.7761916878	0.908639356	0.00179122	0.042322809	100 %
APM_Med	0.749904994	0.7690942859	0.879789795	0.000954978	0.030902719	100 %
APM_Med_2	0.749904994	0.7793078039	0.908639356	0.001993602	0.044649766	100 %
APM_Med_3	0.749904994	0.7796612409	0.918167958	0.002105685	0.045887746	100 %
APM_Med_4	0.749904994	0.7793078039	0.908639356	0.001993602	0.044649766	100 %
APM_Med_5	0.749904994	0.7793078039	0.908639356	0.001993602	0.044649766	100 %
APM_Med_6	0.749904994	0.7797234359	0.918167958	0.002120433	0.046048165	100 %
APM_Med_7	0.749904994	0.7793078039	0.908639356	0.001993602	0.044649766	100 %
APM_Med_worst	0.749904994	0.7761916878	0.908639356	0.00179122	0.042322809	100 %
APM_Med_worst_2	0.749904994	0.7761916878	0.908639356	0.00179122	0.042322809	100 %
DEB	0.749904994	0.7793078039	0.908639356	0.001993602	0.044649766	100 %

Tabela A.53: Resultados do problema G11 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 0.7499.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Spor_Acum	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Mono	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Mono.f	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Damp	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_worst_1	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_worst_2	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_worst_3	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_2	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_3	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_4	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_5	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_6	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_7	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_worst	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
APM_Med_worst_2	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %
DEB	-1	-1.0000000000	-1	2.03016E-31	4.50573E-16	100 %

Tabela A.54: Resultados do problema G12 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -1

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	0.132943051	2.2508983663	16.65364855	15.28374306	3.909442807	100 %
APM_Spor_Acum	0.132943051	1.0069725535	14.33049123	5.543726735	2.354511995	100 %
APM	0.483149088	1.4621534389	18.25670002	9.137616439	3.02284906	100 %
APM_Mono	0.275506208	2.1693548145	15.12216999	12.6670788	3.559083983	100 %
APM_Mono_f	0.132943051	2.2768193520	16.65364855	15.41823582	3.926606146	100 %
APM_Damp	0.085353132	2.1583045472	15.12232365	13.1652946	3.628401108	100 %
APM_worst_1	0.483162918	1.6307463936	19.00477908	10.41293723	3.226908308	100 %
APM_worst_2	0.483149088	1.4646723363	18.95578105	9.671331093	3.109876379	100 %
APM_worst_3	0.483162918	1.6307463936	19.00477908	10.41293723	3.226908308	100 %
APM_Med	0.474847133	1.3873570529	17.15831625	7.818191507	2.796102914	100 %
APM_Med_2	0.483162918	1.6772188260	19.01588101	10.38808543	3.223055294	100 %
APM_Med_3	0.474847133	1.5366223822	18.92451003	9.735833877	3.120229779	100 %
APM_Med_4	0.483162918	1.6773818132	19.01588101	10.38783954	3.223017149	100 %
APM_Med_5	0.483162918	1.6771388256	19.01588101	10.38738255	3.222946254	100 %
APM_Med_6	0.483149088	1.5476907744	18.87907599	9.88112428	3.143425565	100 %
APM_Med_7	0.483162918	1.6769768656	19.01588101	10.38762682	3.222984148	100 %
APM_Med_worst	0.474847133	1.6603895426	19.00477908	10.39593674	3.224273056	100 %
APM_Med_worst_2	0.474847133	1.6603895426	19.00477908	10.39593674	3.224273056	100 %
DEB	0.403654772	2.4891640749	15.62924277	15.63798912	3.954489742	97.14285714 %

Tabela A.55: Resultados do problema G13 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 0.0539415.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor						0 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM						0 %
APM_Mono	-47.4867058	-45.9324872228	-44.00505503	0.613404293	0.78320131	100 %
APM_Mono_f	-47.7410704	-47.4282367485	-46.42856487	0.079579464	0.282098324	91.42857143 %
APM_Damp						0 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3						0 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6	-46.24120049	-46.2412004917	-46.24120049			2.857142857 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	-45.9557165	-42.2560139297	-39.08489691	2.800646019	1.673513077	97.14285714 %

Tabela A.56: Resultados do problema G14 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -47.7648885.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	961.7153815	964.2717455331	968.9644781	6.328135179	2.515578498	100 %
APM_Spor_Acum	961.7153818	964.5016941629	969.7101779	7.000578876	2.645860706	100 %
APM	961.7193521	966.1740323364	972.2569291	9.107114009	3.017799531	100 %
APM_Mono	961.7167418	966.1151736095	972.3058183	8.946264802	2.991030726	100 %
APM_Mono_f	961.7153815	964.2723295774	968.9744437	6.329775428	2.515904495	100 %
APM_Damp	961.718278	966.0969987612	972.3095425	9.700471186	3.114557944	100 %
APM_worst_1	961.7193521	966.2606117918	972.2587424	9.692328029	3.113250396	100 %
APM_worst_2	961.7193521	966.1692826430	972.2569291	9.080169883	3.013332023	100 %
APM_worst_3	961.7193521	966.2606102731	972.2587424	9.692333767	3.113251318	100 %
APM_Med	961.7193521	966.0541376883	972.2589114	8.260968689	2.874190093	100 %
APM_Med_2	961.726964	966.4615857275	972.2599198	10.01476725	3.164611706	100 %
APM_Med_3	961.7193521	966.2689222380	972.2608497	9.693149723	3.113382361	100 %
APM_Med_4	961.726964	966.4615857275	972.2599198	10.01476725	3.164611706	100 %
APM_Med_5	961.7275634	966.4661698966	972.2599198	10.0406191	3.168693595	100 %
APM_Med_6	961.7193521	966.3161600969	972.2576369	10.08992957	3.176464948	100 %
APM_Med_7	961.7275634	966.4661698966	972.2599198	10.0406191	3.168693595	100 %
APM_Med_worst	961.7193521	966.2619840619	972.261324	9.691820965	3.113168959	100 %
APM_Med_worst_2	961.7193521	966.2619840619	972.261324	9.691820965	3.113168959	100 %
DEB	961.7165762	966.1188520588	972.3048466	10.49350456	3.239367926	100 %

Tabela A.57: Resultados do problema G15 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 961.7150222.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-1.9051448	-1.9048149068	-1.904095841	7.17586E-08	0.000267878	100 %
APM_Spor_Acum	-1.9051448	-1.9048028126	-1.904013747	9.22372E-08	0.000303706	100 %
APM	-1.905113432	-1.9048187517	-1.903499296	1.18649E-07	0.000344455	100 %
APM_Mono	-1.905146795	-1.9047259498	-1.903915926	1.09924E-07	0.000331548	100 %
APM_Mono_f	-1.9051448	-1.9048284085	-1.904095841	6.85826E-08	0.000261883	100 %
APM_Damp	-1.905146795	-1.9047737159	-1.903844131	1.15758E-07	0.000340233	100 %
APM_worst_1	-1.905113432	-1.9047830361	-1.903700647	8.76132E-08	0.000295995	100 %
APM_worst_2	-1.905113432	-1.9048187517	-1.903499296	1.18649E-07	0.000344455	100 %
APM_worst_3	-1.905113432	-1.9047830361	-1.903700647	8.76132E-08	0.000295995	100 %
APM_Med	-1.905128585	-1.9048189482	-1.903844131	8.56974E-08	0.000292741	100 %
APM_Med_2	-1.897137986	-1.8863017219	-1.868563305	4.43948E-05	0.006662939	100 %
APM_Med_3	-1.905128585	-1.9048189482	-1.903844131	8.56974E-08	0.000292741	100 %
APM_Med_4	-1.900108187	-1.8851655342	-1.870168753	3.30647E-05	0.00575019	100 %
APM_Med_5	-1.898202754	-1.8857194394	-1.871616459	4.97283E-05	0.00705183	100 %
APM_Med_6	-1.905113432	-1.9048187517	-1.903499296	1.18649E-07	0.000344455	100 %
APM_Med_7	-1.898277126	-1.8857659440	-1.866477897	8.09166E-05	0.008995364	100 %
APM_Med_worst	-1.905142691	-1.9048305556	-1.903700647	7.77816E-08	0.000278894	100 %
APM_Med_worst_2	-1.905142691	-1.9048305556	-1.903700647	7.77816E-08	0.000278894	100 %
DEB	-1.905142387	-1.9046450156	-1.900609711	6.23888E-07	0.000789865	100 %

Tabela A.58: Resultados do problema G16 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -1.9051553.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	8868.698504	8953.1587914574	9258.608319	12634.00315	112.4010816	28.57142857 %
APM_Spor_Acum	8860.887672	8978.3551865326	9243.221737	17314.19923	131.5834307	28.57142857 %
APM	8869.121577	8963.6598144072	9151.530062	16361.13346	127.9106464	11.42857143 %
APM_Mono	8876.698401	8980.8225886769	9234.316982	14106.66918	118.7714999	45.71428571 %
APM_Mono_f	8880.467083	8976.2731613172	9259.422817	11723.91853	108.2770452	40 %
APM_Damp	8890.449193	8938.0772803151	8966.665595	572.747339	23.93214029	22.85714286 %
APM_worst_1	8869.121577	8963.6598516601	9151.530062	16361.13039	127.9106344	11.42857143 %
APM_worst_2	8869.121577	8963.6598144072	9151.530062	16361.13346	127.9106464	11.42857143 %
APM_worst_3	8869.121577	8963.6598516601	9151.530062	16361.13039	127.9106344	11.42857143 %
APM_Med	8892.323044	8993.7979179759	9259.056248	18438.38826	135.7880269	17.14285714 %
APM_Med_2	8892.323044	8987.3613761076	9259.056248	18662.88937	136.612186	17.14285714 %
APM_Med_3	8892.323044	8996.1231896119	9259.056248	18260.4	135.1310475	17.14285714 %
APM_Med_4	8892.323044	8987.3613761076	9259.056248	18662.88937	136.612186	17.14285714 %
APM_Med_5	8869.121577	8921.4920154659	8970.333516	2034.096192	45.10095556	11.42857143 %
APM_Med_6	8869.121577	9034.4485012171	9229.849673	22195.13871	148.98033	20 %
APM_Med_7	8869.121577	8921.4920154659	8970.333516	2034.096192	45.10095556	11.42857143 %
APM_Med_worst	8892.323044	8993.7975951174	9259.056248	18438.41748	135.7881345	17.14285714 %
APM_Med_worst_2	8892.323044	8993.7975951174	9259.056248	18438.41748	135.7881345	17.14285714 %
DEB	8870.762732	9043.2578166574	9258.284666	19781.38394	140.646308	94.28571429 %

Tabela A.59: Resultados do problema G17 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 8853.53996748.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-0.327086858	-0.2574993335	-0.187911809	0.009684847	0.098411621	5.714285714 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM						0 %
APM_Mono	-0.803942197	-0.5279786943	-0.132254435	0.023664045	0.153831222	97.14285714 %
APM_Mono_f	-0.490532069	-0.3404267173	-0.232738705	0.009779353	0.098890611	14.28571429 %
APM_Damp						0 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3						0 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6						0 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	-0.862000869	-0.6898485083	-0.49989634	0.011787538	0.108570428	100 %

Tabela A.60: Resultados do problema G18 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -0.8660254.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	314.4853658	1404.7026640284	3356.453318	618079.2053	786.1801354	100 %
APM_Spor_Acum	314.3335314	1307.7120014634	3300.047863	494325.0768	703.0825533	94.28571429 %
APM	528.4176254	1309.5606950776	2917.54982	488429.6405	698.8774145	97.14285714 %
APM_Mono	494.0738878	1259.5539335411	2927.368121	290770.6462	539.231533	94.28571429 %
APM_Mono_f	314.29262	1342.8947009373	3356.021551	529474.5249	727.6500017	97.14285714 %
APM_Damp	572.1198083	1437.8957829789	2899.594193	466705.1628	683.1582268	97.14285714 %
APM_worst_1	528.4176254	1309.5606950776	2917.54982	488429.6405	698.8774145	97.14285714 %
APM_worst_2	528.4176254	1309.5606950776	2917.54982	488429.6405	698.8774145	97.14285714 %
APM_worst_3	528.4176254	1309.5606950776	2917.54982	488429.6405	698.8774145	97.14285714 %
APM_Med	624.1114967	1212.3723420099	2980.949955	344352.4646	586.8155286	97.14285714 %
APM_Med_2	624.1114967	1267.2341574501	3153.473536	443275.7654	665.7895804	100 %
APM_Med_3	624.1114967	1212.3721539845	2980.949955	344352.6208	586.8156617	97.14285714 %
APM_Med_4	624.1114967	1267.2357267760	3153.473536	443272.1246	665.7868463	100 %
APM_Med_5	528.4177586	1309.1245486151	2917.54982	489718.1809	699.7986717	97.14285714 %
APM_Med_6	528.4177586	1309.5605868305	2917.54982	488429.688	698.8774485	97.14285714 %
APM_Med_7	528.4177586	1309.1804172435	2917.54982	489653.3255	699.7523315	97.14285714 %
APM_Med_worst	624.1114967	1212.3723420099	2980.949955	344352.4646	586.8155286	97.14285714 %
APM_Med_worst_2	624.1114967	1212.3723420099	2980.949955	344352.4646	586.8155286	97.14285714 %
DEB	285.6174579	1260.6161606086	3359.005638	481857.0564	694.1592443	100 %

Tabela A.61: Resultados do problema G19 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: 32.6555929.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor						0 %
APM_Spor_Acum						0 %
APM						0 %
APM_Mono						0 %
APM_Mono_f						0 %
APM_Damp						0 %
APM_worst_1						0 %
APM_worst_2						0 %
APM_worst_3						0 %
APM_Med						0 %
APM_Med_2						0 %
APM_Med_3						0 %
APM_Med_4						0 %
APM_Med_5						0 %
APM_Med_6						0 %
APM_Med_7						0 %
APM_Med_worst						0 %
APM_Med_worst_2						0 %
DEB	57.20706754	57.2070675366	57.20706754			2.857142857 %

Tabela A.62: Resultados do problema G23 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -400.0551000.

Métodos	Melhor	Média	Pior	Variância	Desvio Padrão	Taxa Factibilidade
APM_Spor	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Spor_Acum	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Mono	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Mono_f	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Damp	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_worst_1	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_worst_2	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_worst_3	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_2	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_3	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_4	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_5	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_6	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_7	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_worst	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
APM_Med_worst_2	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %
DEB	-5.508013115	-5.5080131146	-5.508013115	8.12063E-31	9.01145E-16	100 %

Tabela A.63: Resultados do problema G24 com 250 mil avaliações. Valor ótimo: -5.5080133.