

Universidade Federal de Juiz de Fora  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Rodrigo Vianello

**ESTIMAÇÃO DE FASORES NA PRESENÇA DE HARMÔNICOS, DECAIMENTO CC  
EXPONENCIAL E INTER-HARMÔNICOS EXPONENCIALMENTE  
AMORTECIDOS**

Juiz de Fora  
2010

Rodrigo Vianello

**ESTIMAÇÃO DE FASORES NA PRESENÇA DE HARMÔNICOS, DECAIMENTO CC  
EXPONENCIAL E INTER-HARMÔNICOS EXPONENCIALMENTE  
AMORTECIDOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas Eletrônicos, da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. Carlos Augusto Duque, D. Sc

Co-orientador: Prof. Augusto Santiago Cerqueira, D. Sc

Juiz de Fora

2010

Vianello, Rodrigo.

Estimação de fasores na presença de harmônicos, decaimentos CC exponencial e inter-harmônicos exponencialmente amortecidos / Rodrigo Vianello. – 2010.

78 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)—Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2010.

1. Linhas de transmissão de energia elétrica. 2. Redes neurais. I. Título.

CDU 621.315

Rodrigo Vianello

**Estimação de Fasores na Presença de Harmônicos, Decaimento CC Exponencial e Inter-harmônicos Exponencialmente Amortecidos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas Eletrônicos, da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Aprovada em 24 de Fevereiro de 2010.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Carlos Augusto Duque, D. Sc (Orientador)  
Universidade Federal de Juiz de Fora

---

Prof. Augusto Santiago Cerqueira, D. Sc (Co-Orientador)  
Universidade Federal de Juiz de Fora

---

Prof. Pedro Gomes Barbosa, D. Sc  
Universidade Federal de Juiz de Fora

---

Prof. Paulo Márcio da Silveira, D. Sc  
Universidade Federal de Itajubá

## ***AGRADECIMENTOS***

Primeiramente agradeço a Deus pelo dom da sabedoria que a cada dia é maturado no meu ser.

Aos meus pais, por todo amor e incentivo.

Aos meus orientadores, Prof. Carlos Augusto Duque e Prof. Augusto Santiago Cerqueira, por terem dedicado um tempo valioso de suas vidas em prol do meu crescimento profissional e, acima de tudo, pessoal.

Ao Prof. Pedro Gomes Barbosa por todo incentivo e contribuições a esse trabalho.

Ao Prof. Paulo Márcio da Silveira por todo apoio e contribuições a esse trabalho.

Aos amigos do LABSEL, em especial aos amigos Thiago Oliveira, Mauro Prates e Marcos Vinícius.

À CAPES pelo apoio financeiro individual recebido.

*“Deus me conceda falar segundo o seu desejo e ter pensamentos dignos dos dons que recebi, pois Ele é o guia da Sabedoria e é também quem corrige os sábios;”*

Sabedoria (7) 15

## **RESUMO**

O presente trabalho apresenta a proposição de duas metodologias inovadoras no campo da estimação fasorial. A primeira delas propõe a estimação do fasor da componente fundamental na presença de harmônicos e decaimento CC exponencial e é baseada na aplicação de filtros DFT (*Discrete Fourier Transform*) e de alguns métodos de processamento de sinais, tais como janelamento, modulação e DTFT (*Discrete Time Fourier Transform*). A segunda metodologia também propõe a estimação do fasor da componente fundamental, mas em um cenário mais complexo onde estão presentes no sinal, além dos harmônicos e decaimento CC exponencial, as oscilações subsíncronas. Esta metodologia é baseada na aplicação de redes neurais artificiais e de alguns métodos de processamento de sinais. Ambas as metodologias foram avaliadas frente a métodos tradicionais de estimação fasorial e apresentaram desempenhos superiores na presença de ruídos.

**Palavras-chave:** Estimação fasorial. Decaimento CC exponencial. Oscilações Subsíncronas. Processamento de Sinais. Proteção de Linhas de Transmissão

## ***ABSTRACT***

This thesis presents the proposition of two novel methods in the field of phasor estimation. The first proposes to estimate the phasor of the fundamental component in the presence of harmonics and exponential decaying DC. This methodology is based on the application of filters DFT (Discrete Fourier Transform) and some methods of signal processing such as windowing, modulation and DTFT (Discrete Time Fourier Transform). The second approach also proposes to estimate the phasor of the fundamental component, but in a more complex scenario formed for harmonics, exponential decaying DC and the sub-synchronous oscillations . This methodology is based on the application of artificial neural networks and some methods of signal processing. Both methods were evaluated against traditional methods of phasor estimation and the simulations showed that the two proposed methods were more accurate than others in presence of noise.

**Keywords:** Phasor Estimation. Exponential Decaying DC. Sub-synchronous oscillations. Signal Processing. Protection of Transmission Lines



## ***LISTA DE ILUSTRAÇÕES***

Figura 1	Filtros LES de janela inteira.....	23
Figura 2	Filtros LES de meia janela.....	23
Figura 3	Filtros DFT de janela inteira.....	24
Figura 4	Filtros DFT de meia janela.....	24
Figura 5	Diagrama global do método proposto.....	34
Figura 6	Diagrama do cálculo das correções.....	34
Figura 7	Resposta em frequência dos filtros DFT de meia janela.....	36
Figura 8	Resposta em frequência da janela proposta.....	37
Figura 9	Resposta ao impulso da janela proposta.....	37
Figura 10	Tabela $k_1$ .....	40
Figura 11	Curvas relativas às tabelas $k_1$ para diferentes frequências.....	40
Figura 12	Simulação com $\tau = 0,5$ ciclos.....	43
Figura 13	$\tau$ estimado para $\tau = 0,5$ ciclos.....	44
Figura 14	$I_0$ estimado para $\tau = 0,5$ ciclos.....	44
Figura 15	Simulação com $\tau = 2$ ciclos.....	45
Figura 16	Detalhe ampliado da simulação com $\tau = 2$ ciclos.....	45
Figura 17	Simulação com $\tau = 5$ ciclos.....	46
Figura 18	Detalhe ampliado da simulação com $\tau = 5$ ciclos.....	46
Figura 19	Simulação com $\tau = 0,5$ ciclos.....	49
Figura 20	Resposta em frequência dos filtros LES.....	49
Figura 21	Simulação com $\tau = 0,5$ ciclos - com Half-Cycle modificado.....	49
Figura 22	Simulação com $\tau = 2$ ciclos - com Half-Cycle modificado.....	50

Figura 23	Simulação com $\tau = 5$ ciclos - com Half-Cycle modificado.....	51
Figura 24	Diagrama esquemático da metodologia proposta.....	56
Figura 25	Curvas TargetXResultado para rede referente à modulação cosseno(a) Teste e (b) Treino.....	60
Figura 26	Curvas TargetXResultado para rede referente à modulação seno(a) Teste e (b) Treino.....	61
Figura 27	Resultado da validação na estimação da Magnitude da componente fundamental.....	62
Figura 28	Resultado da validação na estimação da Fase da componente fundamental.....	62
Figura 29	Diagrama de Validação com deslocamento da janela.....	63
Figura 30	Sinal para validação Nível 2.....	64
Figura 31	Estimações de (a) Amplitude e (b) Fase da componente fundamental do sinal.....	64
Figura 32	Erros de estimação de (a) Amplitude e (b) Fase da componente fundamental do sinal.....	64
Figura 33	Comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Amplitude.....	65
Figura 34	Comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Fase.....	66
Figura 35	Detalhe ampliado da comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Amplitude.....	66
Figura 36	Detalhe ampliado da comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Fase.....	66
Figura 37	Comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Amplitude - Sinal sem ruído.....	67
Figura 38	Comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Fase - Sinal sem ruído.....	67
Figura 39	Comparação da metodologia proposta com métodos paramétricos – Estimação da Amplitude.....	68
Figura 40	Comparação da metodologia proposta com métodos paramétricos – Estimação da Fase.....	69

Figura 41	Detalhe ampliado da comparação da metodologia proposta com métodos paramétricos - Estimação da Amplitude.....	69
Figura 42	Detalhe ampliado da comparação da metodologia proposta com métodos paramétricos - Estimação da Amplitude.....	70

## ***LISTA DE TABELAS***

Tabela 1	Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental – Sinal com $\tau = 0,5$ ciclos.....	44
Tabela 2	Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental – Sinal com $\tau = 2$ ciclos.....	46
Tabela 3	Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental – Sinal com $\tau = 5$ ciclos.....	47
Tabela 4	Evolução do Erro Médio Quadrático (%) para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental para todos os valores de $\tau$ .....	47
Tabela 5	Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental - Sinal com ruído e $\tau = 0,5$ ciclos.....	50
Tabela 6	Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental - Sinal com ruído e $\tau = 2$ ciclos.....	51
Tabela 7	Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental - Sinal com ruído e $\tau = 5$ ciclos.....	52
Tabela 8	Evolução do Erro Médio Quadrático (%) para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental para todos os valores de $\tau$ .....	52
Tabela 9	Variação dos Parâmetros.....	59
Tabela 10	Erro Médio Quadrático para o Treino e Teste das Redes Neurais.....	61
Tabela 11	Erro Médio Quadrático para as estimações do fasor da componente fundamental.....	67
Tabela 12	Erro Médio Quadrático para as estimações do fasor da componente fundamental - modelos paramétricos.....	70

## ***LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS***

**DFT** Discret Fourier Transform

**DTFT** Discret Time Fourier Transform

**LES** Least Error Squares

**SNR** Signal-to-Noise Ratio - Relação Sinal Ruído

**ESPRIT** Estimation Parameters via Rotational Invariance Technic

**CC** Corrente Contínua

**EMQ** Erro Médio Quadrático

**AR** Auto Regressive

**ARMA** Auto Regressive Move Average

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
1.1	OBJETIVO - MOTIVAÇÃO	15
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
1.3	PRODUÇÃO CIENTÍFICA	19
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	19
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS - REVISÃO TEÓRICA</b>	<b>20</b>
2.1	INTRODUÇÃO	20
2.2	MÉTODO <i>LEAST ERROR SQUARES</i>	20
2.3	MÉTODO DFT	23
2.4	MÉTODO DE PRONY	25
2.4.1	Conceito Original de Prony	25
2.4.2	Método de Prony <i>Least Squares</i>	28
2.4.3	Método de Prony <i>Least Squares</i> - com frequências conhecidas	28
2.5	MÉTODO ESPRIT	30
2.6	CONCLUSÕES PARCIAIS	32
<b>3</b>	<b>NOVA TÉCNICA DE ESTIMAÇÃO DE FASORES NA PRESENÇA DE DECAI- MENTO CC EXPONENCIAL E HARMÔNICOS</b>	<b>33</b>
3.1	INTRODUÇÃO	33
3.2	METODOLOGIA PROPOSTA	33
3.2.1	Aplicação dos Filtros DFT	35
3.2.2	Janelamento do Sinal	36

3.2.2.1	<i>Janela Proposta</i> .....	36
3.2.2.2	<i>Aplicação da DTFT</i> .....	38
3.2.3	Criação das Tabelas $k_1$ e $k_2$ .....	39
3.2.4	Estimação de $I_0$ e $\tau$ .....	41
3.2.5	Geração das Correções da Estimação .....	41
3.3	<b>SIMULAÇÕES - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS</b> .....	42
3.3.1	Avaliação sem Ruídos .....	42
3.3.1.1	<i>Sinal <math>i[n]</math> com <math>\tau = 0,5</math> ciclos</i> .....	42
3.3.1.2	<i>Sinal <math>i[n]</math> com <math>\tau = 2</math> ciclos</i> .....	44
3.3.1.3	<i>Sinal <math>i[n]</math> com <math>\tau = 5</math> ciclos</i> .....	46
3.3.1.4	<i>Síntese da Simulação sem Ruído</i> .....	47
3.3.2	Avaliação com Ruídos .....	48
3.3.2.1	<i>Sinal <math>i[n]</math> com <math>\tau = 0,5</math> ciclos</i> .....	48
3.3.2.2	<i>Sinal <math>i[n]</math> com <math>\tau = 2</math> ciclos</i> .....	50
3.3.2.3	<i>Sinal <math>i[n]</math> com <math>\tau = 5</math> ciclos</i> .....	51
3.3.2.4	<i>Síntese da Simulação com Ruído</i> .....	51
3.4	<b>CONCLUSÕES PARCIAIS</b> .....	52
<b>4</b>	<b>NOVO MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DE FASORES NA PRESENÇA DE INTER-HARMÔNICOS</b> .....	<b>54</b>
4.1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	54
4.2	<b>METODOLOGIA PROPOSTA</b> .....	54
4.2.1	Entradas da Rede: Sinal Característico .....	55
4.2.2	Alvos da Rede .....	58
4.2.3	Estimação de Amplitude e Fase da componente Fundamental do Sinal .....	58
4.3	<b>SIMULAÇÕES</b> .....	58
4.3.1	Treinamento e teste das Redes Neurais Artificiais .....	59

4.3.2	Validação NÍVEL 1 .....	61
4.3.3	Validação NÍVEL 2 .....	63
4.4	COMPARAÇÕES .....	65
4.4.1	Comparações com métodos não-paramétricos .....	65
4.4.2	Comparações com métodos paramétricos .....	68
4.5	CONCLUSÕES PARCIAIS .....	70
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>72</b>
5.1	CONCLUSÕES FINAIS .....	72
5.2	TRABALHOS FUTUROS .....	73
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>75</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A estimação da magnitude e ângulo de fase, da corrente e da tensão, relativos à componente fundamental do sinal, é fundamental nas aplicações de proteção digital de sistemas de potência. É de vital importância que o estimador fasorial consiga estimar no menor tempo possível, geralmente em menos de um ciclo, apenas a componente de interesse, rejeitando as componentes indesejadas, tais como: harmônicos, sub-harmônicos, decaimento CC exponencial e ruídos (EISA; RAMAR, 2008; YU, 2006b).

Vários estudos têm sido realizados a fim de propor estimadores que sejam imunes à influência de harmônicos e da componente CC exponencial, abordados na Seção 1.2. Essas componentes afetam significativamente o desempenho dos relés de proteção, pois introduzem erros e atrasos nas estimações dos fasores. Tal tipo de sinal ocorre em linhas de transmissão convencionais (YU, 2006b) onde não há qualquer tipo de compensação. É importante ressaltar que a componente CC exponencial é definida no momento da falta por parâmetros desconhecidos *a priori*, tais como a resistência de falta, a indutância da linha até o ponto de falta, o próprio local da falta e o início (tempo) da falta.

A introdução de oscilações subsíncronas (sub-harmônicos), juntamente com harmônicos e decaimento CC exponencial, no cenário da estimação fasorial torna o trabalho de estimação do fasor da componente fundamental ainda mais complexo, pois inviabiliza a utilização dos métodos até agora desenvolvidos onde só havia no sinal a influência de harmônicos e decaimento CC exponencial. A presença dos sub-harmônicos no sinal causam oscilações e atrasos nas estimações realizadas com tais métodos. É importante salientar que as frequências dos sub-harmônicos não são conhecidas *a priori*, o que inviabiliza métodos baseados simplesmente em processos de filtragem dessas componentes.

A Seção 1.2 abordará algumas técnicas desenvolvidas para a solução desses dois problemas descritos anteriormente.

## 1.1 OBJETIVO - MOTIVAÇÃO

O objetivo deste trabalho é apresentar duas metodologias inovadoras no campo da estimação fasorial. A primeira metodologia propõe a estimação do fasor da componente fundamental na presença de harmônicos e decaimento CC exponencial e é baseada na aplicação de filtros DFT (*Discret Fourier Transform*) e de alguns métodos de processamento de sinais. A segunda metodologia, além dos harmônicos e decaimento CC exponencial, é introduzido neste cenário as oscilações subsíncronas. Esta metodologia é baseada na aplicação de redes neurais e de alguns métodos de processamento de sinais.

## 1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como mencionado anteriormente, estimacões de fasores realizadas na presença de harmônicos e decaimento CC exponencial é um tema já há muito explorado e documentado na literatura técnica. Uma revisão acerca dos mesmos será feita nos próximos parágrafos.

Em (BENMOUYAL, 1995), é proposta uma metodologia que combina filtros DFT ou LES (*Least Error Squares*), de janela inteira ou meia janela, com o filtro mimic digital (*Digital Mimic Filter*), que é projetado para eliminar o decaimento CC exponencial. Uma vantagem do método é que este é baseado exclusivamente em processos de filtragem. Uma desvantagens é que este filtro amplifica consideravelmente o ruído. Outro problema é que o valor da constante de tempo do decaimento CC exponencial, que será eliminado pelo método, deve ser previamente conhecido. De forma geral, este método é fraco, pois só apresenta um bom desempenho quando a constante de tempo indicada previamente é exatamente a constante de tempo do decaimento CC exponencial presente no sinal. Uma variação deste método é apresentado em (YU, 2006a), sendo que a constante de tempo do decaimento CC exponencial é obtida de forma adaptativa. A performance deste algoritmo é superior ao (BENMOUYAL, 1995), pois o erro devido a constante de tempo do decaimento CC exponencial é minimizado na versão adaptativa.

Filtros de Kalman também foram aplicados a fim de solucionar o problema introduzido pela componente CC exponencial nas estimacões (GIRGIS; BROWN, 1981; H.C.; JOHNSON; SACHDEV, 1985). Os resultados mostraram que o filtro de Kalman de terceira ordem é sensível ao decaimento CC exponencial. Esta metodologia apresenta a mesma desvantagem do filtro mimic, pois há a necessidade da prévia indicacão do valor da constante de tempo do decaimento CC exponencial no modelo. Dessa forma, bons resultados na remoção da componente CC exponencial são alcançados somente quando o valor da constante de tempo indicada no modelo é próxima da componente CC exponencial presente no sinal.

Metodologias baseadas em *Least Error Squares* (LES) não necessitam da indicação prévia do valor da constante de tempo. Na modelagem, a linearização da componente de decaimento CC exponencial é realizada. Neste caso, substitui-se a componente CC pelos dois primeiros termos de sua expansão em série de Taylor. É importante salientar que os métodos LES por si só não são capazes de estimar fielmente o fasor da componente fundamental na presença de um decaimento CC exponencial com valor de constante de tempo pequena, efeito da linearização (KANG et al., 2009). Em (SACHDEV; NAGPAL, 1991) é apresentado o arcabolo matemático do método LES não-recursivo e estendido para a versão recursiva (mais eficiente computacionalmente). Em (ISAKSSON, 1988) também é utilizada a versão recursiva do método, mas este é combinado com um detector de falhas com o objetivo de formar um detector de faltas. Em (SIDHU; ZHANG; BALAMOUGAN, 2005), é apresentada uma metodologia baseada em filtros LES de meia janela, sendo esta metodologia focada na velocidade de convergência das estimações. Em (NAM et al., 2009), é apresentada uma metodologia capaz de estimar o fasor da componente fundamental na presença de duas componentes de decaimento CC exponenciais, sendo que uma delas é gerada pela falta e a outra por influência da saturação do transformador de corrente (TC). A convergência deste método é dita entre 12,2 – 23,2 ms.

O algoritmo DFT é um dos mais utilizados em processos de estimação fasorial. É de conhecimento que o decaimento CC exponencial pode introduzir, no pior caso, um desvio na estimação de amplitude de cerca de 20% do valor real (GUO; KEZUNOVIC; CHEN, 2003), e também, o tempo de convergência aumenta significativamente para 5 – 10 ciclos. No entanto, várias metodologias baseadas em DFT foram propostas a fim de suprimir o efeito do decaimento CC exponencial nas estimações. Em (ROSOLOWSKI; IZYKOWSKI; KASZTENNY, 2001), é apresentada uma metodologia baseada em DFT (de janela inteira) adaptativa, sendo que o processo de adaptação é fundamentado em mínimos quadrados capazes de estimar a influência do decaimento CC exponencial. Os resultados mostram que este método não é tão robusto quanto mencionado, pois as estimações apresentaram oscilações significativas após o ponto de convergência teórico (1 ciclo). Em (BALAMOUGAN; SIDHU, 2006), também é apresentada uma metodologia baseada em DFT e busca em tabelas. A influência do decaimento CC exponencial na estimação do fasor da componente fundamental é encontrada totalmente via processos de filtragem e buscas em tabelas, o que faz o algoritmo possuir um baixo esforço computacional. Os resultados mostram um bom desempenho do método proposto, e fica claro que este desempenho depende diretamente de como as tabelas de correção foram criadas (dependendo da sensibilidade obtida com o valor do passo escolhido para constante de tempo do decaimento CC exponencial). Em (KANG et al., 2009), é apresentada uma metodologia em que a correção (influência do decaimento CC exponencial) é encontrada de forma analítica, tornando o método

custoso computacionalmente. É também demonstrado analiticamente que este método é capaz de estimar o fasor da componente fundamental na presença simultânea de duas componentes CC exponenciais. Os resultados mostram que as estimações sofrem perdas de acurácia na presença de ruídos aditivos. Outras metodologias baseadas em correções determinadas analiticamente podem ser encontradas em (CHO et al., 2009; YU; CHEN, 2005; GUO; KEZUNOVIC; CHEN, 2003; SIDHU et al., 2003; XUE et al., 2008; LEE; KANG; NAM, 2008; CHEN; LIU; JIANG, 2006).

Metodologias alternativas também são encontradas na literatura, tais como (SERNA, 2007) em que o autor propõe a utilização de *fasorlets*. Como pode ser observado em (HENG-XU et al., 2005), o *fasorlet* pode ser encarado como uma modificação da transformada de Fourier. Os resultados mostram que esta metodologia não apresenta um bom desempenho, pois é visível que as estimações sofrem em acurácia e em tempo de convergência com a presença do decaimento CC exponencial. Uma outra metodologia baseada em transformada Wavelet é apresentada em (REN; KEZUNOVIC, 2009). As estimações são realizadas utilizando o que é chamado pelo autor de transformada wavelet recursiva melhorada. A performance é calculada utilizando um sinal de teste contendo apenas a própria componente fundamental e um decaimento CC exponencial. Os resultados mostram que o método realiza estimações acuradas em menos de um ciclo da componente fundamental. O esforço computacional é amenizado pois o método utiliza a transformada wavelet recursiva. Em (LIN; DOMIJAN, 2005), é apresentada uma metodologia de estimação de fasores denominada *Novel Time Frequency Atom (Novel TFA)*. De acordo com os autores, o método não é sensível à presença de decaimento CC. Essa é uma afirmação contraditória, pois a metodologia é baseada somente na aplicação de filtros passa-faixa obtidos através da modulação e dilatação de uma janela com características de passa-baixas. Como é de conhecimento, a transformada de Fourier do decaimento CC exponencial é contínua em todo espectro de frequências. Dessa forma, a influência dessa componente se fará presente no resultado de qualquer método de filtragem em que não haja algum processo de correção, onde a influência do decaimento é descontada das partes real e imaginária do fasor estimado.

Como mencionado anteriormente, a presença de oscilações sub-síncronas nos sinais de tensão e corrente afetam de maneira significativa as estimativas dos fasores realizadas com a utilização dos métodos clássicos. O cenário onde há a ocorrência de sinais deste tipo é formado por linhas de transmissão com compensação série (YU et al., 2002). Nesta configuração de linha, a presença dos compensadores série dão origem a dois tipos de situações no momento de uma falta. A primeira é caracterizada por uma pequena resistência de falta. Neste momento, o compensador entra no modo de operação *bypass*, retirando o compensador do circuito. Dessa forma, como em uma linha convencional (sem compensação) apenas o decaimento CC exponencial é introduzido no sinal. A segunda situação é caracterizada por uma alta resistência de

falta. Neste momento, o compensador entra no modo de operação de bloqueio (*block mode*), o que introduz no sinal uma oscilação sub-síncrona, além do decaimento CC exponencial. Dessa forma, estimadores fasoriais capazes de isolar os efeitos simultâneos de ambas as componentes faz-se necessário.

Alguns estudos vêm sendo desenvolvidos a fim de propor uma solução para o problema citado no parágrafo anterior. Em (YU et al., 2002), é apresentada uma metodologia baseada em DFT capaz de lidar com a presença de decaimento CC exponencial ou oscilações sub-síncronas no sinal. A modelagem prevê a presença de apenas uma dessas componentes, mas vários testes foram realizados utilizando várias configurações de linhas de transmissão e como resultado encontrou-se 99,95% de acurácia nas estimações, do fasor da componente fundamental, realizadas na maioria dessas configurações. O autor comenta ainda que o tempo de convergência do algoritmo varia entre 2 e 3,5 ciclos, para sinais contendo a presença de decaimento CC exponencial ou oscilações sub-síncronas. Em (YU, 2006c), é apresentada uma metodologia iterativa baseada em filtros DFT conjugado com filtros mimic. O processo começa com a filtragem do sinal janelado pelos filtros DFT-mimic. Logo após, o sinal é reconstruído a partir do fasor estimado e reintroduzido no processo de filtragem, obtendo assim estimações mais acuradas do fasor. O processo prevê um número determinado de iterações, pois, segundo o autor, o incremento deste número é limitado por suscetividade ao ruído e ao transitório dos filtros. Os resultados mostram que estimações realizadas em sinais contendo simultaneamente decaimento CC exponencial e oscilações sub-síncronas possuem um tempo de convergência superior a 4 ciclos.

Métodos paramétricos tais como o ESPRIT (*Estimation of Signal Properties through Rotational Independent Transformation*) e o de Prony podem ser aplicados na estimação fasorial no contexto de proteção de linhas de transmissão. Embora, até o momento isso seja muito pouco discutido na literatura técnica, nesta dissertação isto é realizado baseado na idéia apresentada em (GU; BOLLEN, 2008). A metodologia ESPRIT foi proposta em (ROY; KAILATH, 1989), e sua versão *Least Squares* proposta em (OTTERSTEN; VIBERG; KAILATH, 1991). Este método é muito utilizado na análise de transitórios e sinais não-estacionários (BRACALE et al., 2004; BOLLEN; STYVAKTAKIS; GU, 2005; TJADER et al., 2008). Quanto ao método de Prony, este é muito utilizado na análise e identificação de oscilação de baixas frequências (LI; CAO; WANG, 2006; PENG; NAIR, 2009; ZHAO et al., 2009; ZHANG et al., 2008; XIAO et al., 2004), em análises harmônicas e inter-harmônicas (COSTA; CARDOSO, 2006; HU et al., 2006; COSTA; CARDOSO; FERNANDES, 2007), harmônicas variantes no tempo (CHEN; CHANG, 2009a, 2009b), análises de transientes (BRACALE et al., 2004; LOBOS; REZMER; KOGLIN, 2001) e localização de faltas em linhas de transmissão (TAWFIK; MORCOS, 1999).

### 1.3 PRODUÇÃO CIENTÍFICA

VIANELLO, R. ; SILVA, L. R. M.; DUQUE, Carlos A.; CERQUEIRA, Augusto S.; RIBEIRO, Moisés Vidal; SILVEIRA, Paulo M.; RIBEIRO, Paulo F. Nova Técnica de Estimação de Fasores na Presença de Decaimento DC Exponencial em Sistemas de Potência. In: VIII Congresso Brasileiro de Qualidade de Energia Elétrica - CBQEE, 2009, Blumenau/SC.

VIANELLO, R. ; FERREIRA, Danton D.; DUQUE, Carlos A.; CERQUEIRA, Augusto S.; RIBEIRO, Moisés Vidal. Classificação de Múltiplos Distúrbios de Qualidade de Energia Baseado em Transformada Wavelet, EOS e Redes Neurais. In: VIII Congresso Brasileiro de Qualidade de Energia Elétrica - CBQEE, 2009, Blumenau/SC.

### 1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este capítulo apresentou uma introdução a cerca do que será proposto neste trabalho e de alguns métodos que vêm sendo utilizados para solução dos problemas de estimação mencionados.

No Capítulo 2, é apresentado todo arcabouço teórico a cerca dos métodos utilizados nesta dissertação. São apresentados tanto os métodos que fundamentarão os propostos aqui, quanto os que serão utilizados nas comparações com os mesmos.

No Capítulo 3, é apresentado o primeiro método proposto baseado em DFT de meia janela. Este capaz de estimar a componente fundamental de um sinal na presença do decaimento CC exponencial em aproximadamente meio ciclo. No processo de validação, simulações e comparações são realizadas para validar o método proposto.

No Capítulo 4, é apresentado o segundo método proposto baseado em Redes Neurais Artificiais (RNA). Este é capaz de estimar a componente fundamental de um sinal na presença simultânea do decaimento CC exponencial e de oscilações sub-síncronas (sub-harmônicos exponencialmente amortecidos) em aproximadamente 2 ciclos. Neste capítulo são apresentadas validações realizadas em dois níveis. Sendo que no primeiro é avaliado a interação entre as redes neurais, e no segundo nível, a validação do processo como um todo, ou seja, na validação das estimações realizadas no tempo.

Finalmente, no Capítulo 5, as conclusões e observações finais são apresentadas.

## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS - REVISÃO TEÓRICA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma breve revisão teórica acerca dos métodos que fundamentaram este trabalho. Nesta revisão, são apresentados métodos não-paramétricos de estimação de fasores, sendo eles os filtros *Least Error Squares* (LES) e filtros DFT. Também serão apresentados métodos paramétricos, sendo eles o de Prony (com suas variações) e o ESPRIT (*Estimation of Signal Properties through Rotational Independent Transformation*).

### 2.2 MÉTODO LEAST ERROR SQUARES

O método *Least Error Squares* tradicional, chamado de mínimos quadrados, é projetado para estimar o fasor da componente fundamental de um sinal que apresenta componentes harmônicas e de decaimento CC exponencial. O modelo do sinal suportado por esta metodologia é apresentado em (2.1).

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} + \sum_{h=1}^M I_h \sin(\omega_h t + \phi_h) \quad (2.1)$$

sendo  $I_0$  e  $\tau$  a amplitude e a constante de tempo do decaimento CC exponencial.  $I_k$ ,  $\omega_k$  e  $\phi_k$  são a amplitude, a frequência angular e a fase das componentes harmônicas, sendo que os parâmetros com  $k = 1$  referem-se à componente fundamental do sinal ( $\omega_1 = 2\pi f_1$  rad/s, sendo  $f_1 = 60$  Hz).

Visando uma representação linearizada do modelo apresentado anteriormente, o decaimento CC exponencial é substituído pelos dois primeiros termos de sua expansão em série de Taylor, dado em (2.2).

$$I_0 e^{-t/\tau} \approx I_0 - \frac{I_0}{\tau} t \quad (2.2)$$

Logo, substituindo (2.2) em (2.1) e fazendo algumas transformações trigonométricas, encontra-

se a seguinte expressão:

$$i(t) = I_0 - \frac{I_0}{\tau}t + \sum_{h=1}^M I_h \cos(\phi_h) \cdot \sin(\omega_h t) + \sum_{h=1}^M I_h \sin(\phi_h) \cdot \cos(\omega_h t) \quad (2.3)$$

Definindo  $Y_c = I_h \cos(\phi_h)$  e  $Y_s = I_h \sin(\phi_h)$ , e discretizando a equação anterior, tem-se:

$$i[n] = I_0 - \frac{I_0}{\tau}nT_s + \sum_{h=1}^M Y_c[h] \sin[h\theta n] + \sum_{h=1}^M Y_s[h] \cos[h\theta n] \quad (2.4)$$

sendo  $\omega_1$  a frequência angular fundamental,  $T_s$  o período de amostragem,  $\theta = \omega_1 T_s$  e  $n$  o índice da amostra.

Tomando um caso particular, onde  $M = 5$ , ou seja, o número de harmônicos levados em conta no modelo é 4, observa-se que a quantidade de parâmetros a serem estimados na modelagem é 12, sendo eles  $I_0$ ,  $-I_0/\tau$ ,  $Y_c[h]$  e  $Y_s[h]$ . Logo, são necessárias 12 ou mais amostras ( $N_1$ ), que levarão a um sistema de equações lineares, proporcionando assim a obtenção dos parâmetros. Considerando  $N_1$  o comprimento utilizado e  $M$  a ordem do modelo considerado, pode-se concluir que para a aplicação dos mínimos quadrados  $N > 2M + 2$ . Este método visa a estimação dos parâmetros do modelo através de um sistema de equações sobredeterminado.

Tomando também como caso específico, considere uma amostragem de  $f_s = 3840$  amostras por segundo, ou equivalentemente, 64 amostras por ciclo (pois  $f_1 = 60$  Hz). Seguindo a idéia descrita acima, pode-se escrever que:

$$\begin{aligned} i[0] &= I_0 - \frac{I_0}{\tau}0T_s + \sum_{h=1}^5 Y_c[h] \sin[h\theta \cdot 0] + \sum_{h=1}^5 Y_s[h] \cos[h\theta \cdot 0] \\ i[1] &= I_0 - \frac{I_0}{\tau}1T_s + \sum_{h=1}^5 Y_c[h] \sin[h\theta \cdot 1] + \sum_{h=1}^5 Y_s[h] \cos[h\theta \cdot 1] \\ &\vdots \\ i[N_1] &= I_0 - \frac{I_0}{\tau}N_1 \cdot T_s + \sum_{h=1}^5 Y_c[h] \sin[h\theta N_1] + \sum_{h=1}^5 Y_s[h] \cos[h\theta N_1] \end{aligned} \quad (2.5)$$



Reescrevendo (2.5) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} i[0] \\ i[1] \\ i[2] \\ \vdots \\ i[N_1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin[\theta] & \sin[2\theta] & \cdots & \sin[5\theta] \\ \sin[2\theta] & \sin[4\theta] & \cdots & \sin[10\theta] \\ & & \ddots & \\ \sin[N_1\theta] & \sin[2N_1\theta] & \cdots & \sin[10N_1\theta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_c[1] \\ Y_c[2] \\ \\ Y_c[5] \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \cos[\theta] & \cos[2\theta] & \cdots & \cos[5\theta] \\ \cos[2\theta] & \cos[4\theta] & \cdots & \cos[10\theta] \\ & & \ddots & \\ \cos[N_1\theta] & \cos[2N_1\theta] & \cdots & \cos[10N_1\theta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_s[1] \\ Y_s[2] \\ \\ Y_s[5] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & N_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ -\frac{I_0 T}{\tau} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Pode-se reescrever o sistema (2.6) como se segue:

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_s & \mathbf{W}_c & \mathbf{W}_d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_c \\ \mathbf{Y}_s \\ \mathbf{I}_d \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \mathbf{i} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{Y}$$

sendo todas as variáveis matrizes, facilmente identificáveis a partir de (2.6).

Multiplicando pela esquerda ambos os lados da equação anterior por  $\mathbf{W}^T$  e, em seguida, por  $(\mathbf{W}^T \cdot \mathbf{W})^{-1}$ , tem-se a solução do sistema matricial:

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{W}^T \cdot \mathbf{W})^{-1} \cdot \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{i}$$

Na literatura (JR, 1987) a matriz  $\mathbf{W}^+ = (\mathbf{W}^T \cdot \mathbf{W})^{-1} \cdot \mathbf{W}^T$  é definida e denominada de pseudoinversa. Desta forma o sistema pode ser escrito simplesmente como:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W}^+ \cdot \mathbf{i}$$

Os coeficientes dos filtros de interesse, definidos como  $Z_c^h$  e  $Z_s^h$ , que proporcionarão a estimação de amplitude e fase da componente senoidal  $h$  do modelo são obtidos mediante inspeção na matriz  $\mathbf{W}^+$ . O filtro  $Z_c^h$  é dado pela linha  $h$  da matriz  $\mathbf{W}^+$ , e  $Z_s^h$  pela linha  $h + M$ . Dessa forma, para encontrar os filtros que estimarão a componente fundamental ( $h = 1$ ) de um modelo em que  $M = 5$ , para  $Z_c^1$  pega-se a primeira linha da matriz  $\mathbf{W}^+$  e  $Z_s^1$  a sexta linha ( $h + M = 1 + 5 = 6$ ).

As deduções realizadas nesta seção foram feitas considerando os filtros  $Z_c^h$  e  $Z_s^h$  de janela inteira. Para encontrar os de meia janela, basta fazer o número de amostras igual a  $N_1/2$ .

Um filtro FIR ser de janela inteira significa que ele possui o número de coeficientes igual ao número de pontos que possui um ciclo da onda fundamental. Ou seja, se a onda considerada possui 64 amostras por ciclo da onda fundamental (que implica  $64 \times 60 = 3840$  amostras por segundo) significa que o filtro de janela inteira possui 64 coeficientes. Seguindo este mesmo raciocínio o filtro de meia janela possui então metade de 64 amostras, ou seja, 32 coeficientes.

Os gráficos da Figura 1 e Figura 2 apresentam as respostas em frequência dos filtros *Least Error Squares* de janela inteira e meia janela, respectivamente, projetados para estimar a componente fundamental e rejeitar os harmônicos até a quinta ordem (o que equivale a  $M = 5$ ).

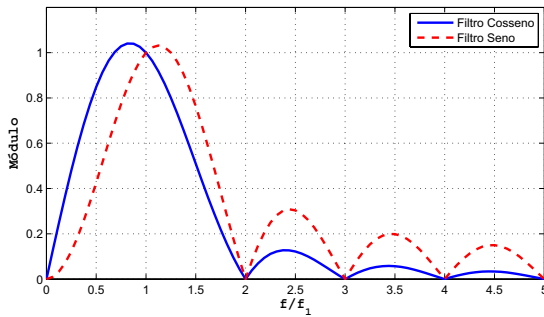


Figura 1: Filtros LES de janela inteira.

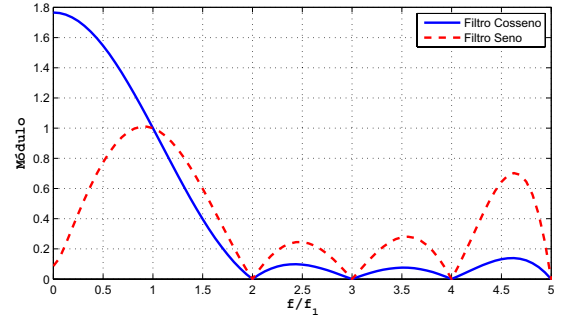


Figura 2: Filtros LES de meia janela.

Observe que em ambos os gráficos, todos os harmônicos são atenuados. Nessa metodologia o comprimento da janela utilizada modifica apenas o formato da resposta em frequência, sendo os zeros dos filtros não modificados.

### 2.3 MÉTODO DFT

Este método é baseado na aplicação da Discrete Fourier Transform (DFT) na estimação de fasores. Dessa forma, as estimativas das partes real e imaginária do fasor, de frequência  $f_h = h \cdot f_1$ , sendo  $h$  a ordem do harmônico de interesse e  $f_1 = 60$  Hz, são dadas pelas equações abaixo, como em (BENMOUYAL, 1995).

$$\hat{Y}_{real}^h = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}n \cdot h\right) \quad (2.7)$$

$$\hat{Y}_{imag}^h = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{N}n \cdot h\right) \quad (2.8)$$

As equações acima descritas também podem ser representadas pela operação de produto interno, ou seja:

$$\hat{Y}_{real}^h = \langle x[n], Y_C^h[n] \rangle \quad e \quad \hat{Y}_{imag}^h = \langle x[n], Y_S^h[n] \rangle, \quad (2.9)$$

sendo que:

$$Y_C^h[n] = \frac{2}{N} \cos\left(\frac{2\pi}{N}n \cdot h\right) \quad e \quad Y_S^h[n] = \frac{2}{N} \sin\left(\frac{2\pi}{N}n \cdot h\right). \quad (2.10)$$

O resultado obtido com a utilização das duas equações anteriores também pode ser obtido através de dois processos de filtragem, sendo os filtros FIR deste novo processo  $\mathbf{Y}_C^h$  e  $\mathbf{Y}_S^h$ . Sendo,

$$\mathbf{Y}_C^h = \begin{bmatrix} Y_C^h[0] & \dots & Y_C^h[N-1] \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

e

$$\mathbf{Y}_S^h = \begin{bmatrix} Y_S^h[0] & \dots & Y_S^h[N-1] \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Note que, diferentemente do método *Least Error Squares*, o número de harmônicos a serem rejeitados pelo filtro não é dado como variável de entrada. É característica deste método rejeitar todas as frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental com exceção da  $f_h = h \cdot f_1$ , para o filtro de janela inteira. Já no caso dos filtros de meia janela, as frequências rejeitadas são múltiplas inteiras de  $(h+1) \cdot f_1$ .

Para facilitar a compreensão do método, um exemplo será realizado considerando  $\mathbf{Y}_C^h$  e  $\mathbf{Y}_S^h$  de janela inteira, com 64 amostras, e meia janela, com 32 amostras. Sendo que  $h = 1$ , ou seja, não atenuando a componente da frequência fundamental. Os filtros obtidos de janela inteira e meia janela são mostrados nas Figuras 3 e 4, respectivamente.

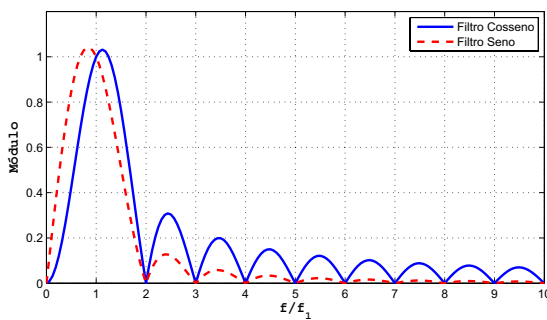


Figura 3: Filtros DFT de janela inteira.

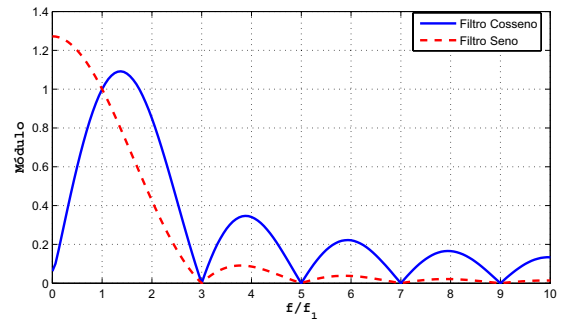


Figura 4: Filtros DFT de meia janela.

## 2.4 MÉTODO DE PRONY

O método de Prony é uma técnica que se propõe a modelar dados amostrados, de forma síncrona, como uma combinação linear de exponenciais complexas (JR, 1987). Este método visa ajustar aos dados amostrados um modelo determinístico, diferentemente dos métodos AR e ARMA (AGUIRRE, 2000) que visam ajustar aos dados um modelo estocástico utilizando estatísticas de segunda ordem.

No conceito original do método desenvolvido pelo Barão de Prony (JR, 1987) o modelo de exponenciais amortecidas é ajustado aos dados apenas com a utilização de  $2p$  amostras, sendo  $p$  a ordem do modelo. A versão mais moderna do método faz uso do método dos mínimos quadrados (*Least Squares*) (JR, 1987). Neste caso, são usadas mais amostras do que o necessário para o ajuste do modelo, ou seja, uma quantidade maior do que  $2p$  amostras.

A metodologia pode ser descrita sucintamente através de três passos, como pode ser observado abaixo (JR, 1987):

**1º Passo:** Determinar os coeficientes de um modelo de predição linear que modela as amostras;

**2º Passo:** Determinação das raízes do polinômio característico associado à equação de predição linear. Através deste processo as estimações dos fatores de amortecimento e frequências de cada termo exponencial são realizadas.

**3º Passo:** Estimação das amplitudes e fase inicial de cada termo exponencial.

### 2.4.1 Conceito Original de Prony

Representando o sinal amostrado  $x[n]$ , com  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ , sendo  $N$  o número de amostras, como combinação linear de exponenciais complexas, tem-se:

$$x[n] = \sum_{k=1}^p A_k \exp[(\alpha_k + j2\pi f_k)(n-1)T_s + j\theta_k], \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.13)$$

sendo que  $T_s$  representa o período de amostragem,  $A_k$  as amplitudes das exponenciais complexas,  $\alpha_k$  as constantes de tempo em  $[s^{-1}]$ ,  $f_k$  as frequências em [Hz],  $\theta_k$  as fases iniciais em [rad] e  $p$  a ordem do modelo.

A Eq.2.13 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$x[n] = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad (2.14)$$

sendo que as constantes complexas são definidas como

$$h_k = A_k \exp(j\theta_k) \quad (2.15)$$

$$z_k = \exp[(\alpha_k + j2\pi f_k) T_s] \quad (2.16)$$

Observando (2.14) pode-se notar que os parâmetros a serem determinados são  $h_1, h_2, \dots, h_p$  e  $z_1, z_2, \dots, z_p$ , representando um total de  $2p$  parâmetros. Reescrevendo (2.14) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_p^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_p^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{p-1} & z_2^{p-1} & \cdots & z_p^{p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[1] \\ x[2] \\ \vdots \\ x[p] \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Note que a matriz de coeficientes  $z$  é estruturada na forma clássica de Vandermonde (BJÖRCK; PEREYRA, 1970). A equação matricial possui apenas  $p$  linhas e  $2p$  parâmetros a serem determinados, logo apenas com a utilização de (2.17) torna-se impossível estimar todos os parâmetros desejados. Neste ponto crucial é que entra a contribuição do Barão de Prony.

A idéia de Prony foi reconhecer que (2.14) é solução de alguma equação a diferenças homogênea de coeficientes constantes. Para encontrar a forma dessa equação a diferenças, primeiramente é definido o polinômio  $\phi(z)$ , (2.18), que tem como suas raízes as exponenciais  $z_k$ , definidas em (2.16).

$$\phi(z) = \prod_{k=1}^p (z - z_k) = \sum_{m=0}^p a[m] z^{p-m}, \quad (2.18)$$

sendo que  $a[m]$  são coeficientes complexos e  $a[0] = 1$ .

Substituindo os índices de (2.14), de  $n$  para  $n - m$ , e multiplicando os dois lados da equação por  $a[m]$ , tem-se:

$$a[m]x[n - m] = a[m] \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-m-1}. \quad (2.19)$$

Calculando o somatório dos produtos  $a[0]x[n], \dots, a[m - 1]x[n - m + 1]$ , tem-se:

$$\sum_{m=0}^p a[m]x[n - m] = \sum_{m=0}^p a[m] \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-m-1}, \quad (2.20)$$

sendo (2.20) somente válida para  $p + 1 \leq n \leq 2p$ . Fazendo  $z_k^{n-m-1} = z_k^{n-p} z_k^{p-m-1}$  e reorganizando a equação anterior, tem-se:

$$\sum_{m=0}^p a[m]x[n - m] = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-p} \sum_{m=0}^p a[m] z_k^{p-m-1} = 0. \quad (2.21)$$

Note que o lado direito de (2.21) é o polinômio definido por (2.18) avaliado em cada uma de suas raízes  $z_k$ , o que leva o somatório ter zero como resultado. Dessa forma, pode-se escrever (2.21) como:

$$\sum_{m=1}^p a[m]x[n-m] = -a[0]x[n] = -x[n], \quad (2.22)$$

sendo válida para  $p+1 \leq n \leq 2p$ . Matricialmente pode ser representada por:

$$\begin{bmatrix} x[p] & x[p-1] & \cdots & x[1] \\ x[p+1] & x[p] & \cdots & x[2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[2p-1] & x[2p-2] & \cdots & x[p] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a[1] \\ a[2] \\ \vdots \\ a[p] \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x[p+1] \\ x[p+2] \\ \vdots \\ x[2p] \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Note que a matriz quadrada formada pelos coeficientes  $x[n-m]$  está na forma clássica de Toeplitz (GRAY, 2000), e que essa equação matricial é um equação de predição linear onde os coeficientes  $a[m]$  podem ser determinados.

Em suma, o procedimento de Prony para ajustar um modelo exponencial complexo em  $p$  amostras utilizando  $2p$  amostras pode ser descrito em três etapas básicas.

Na primeira etapa, a solução de (2.23) é encontrada, obtendo-se então os coeficientes do polinômio dado por (2.18).

Na segunda etapa, as raízes da equação (2.18) são determinadas. De posse dessas raízes, os valores de  $\alpha_k$  e  $f_k$  são determinados utilizando (2.24) e (2.25).

$$\alpha_k = \frac{\ln |z_k|}{T} \quad (2.24)$$

$$f_k = \frac{1}{2\pi T} \arctg \left[ \frac{\text{Im}\{z_k\}}{\text{Re}\{z_k\}} \right] \quad (2.25)$$

Na terceira etapa, a partir das raízes obtidas na etapa anterior, monta-se o sistema (2.17). Resolvendo o sistema, obtém-se os coeficientes complexos  $h[1], h[2], \dots, h[p]$ . As amplitudes  $A_k$  e as fases iniciais  $\theta_k$  podem ser obtidas a partir de cada parâmetro  $h_k$  utilizando (2.26) e (2.27), abaixo descritas.

$$A_k = |h_k| \quad (2.26)$$

$$\theta_k = \arctg \left[ \frac{\text{Im}\{z_k\}}{\text{Re}\{z_k\}} \right] \quad (2.27)$$

### 2.4.2 Método de Prony *Least Squares*

O método de Prony Mínimos Quadrados (*Prony Least Squares*) (JR, 1987), é utilizado quando há a disposição um número maior de dados do que o necessário para a utilização do Conceito Original de Prony, ou seja, um número de amostras maior do que  $2p$ . Neste caso, os parâmetros são encontrados mediante a utilização de matrizes pseudo-inversas.

Com a utilização de  $N$  amostras, sendo  $N > 2p$ , a equação (2.17) fica da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_p^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_p^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \cdots & z_p^{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[1] \\ x[2] \\ \vdots \\ x[N] \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Note que a matriz de coeficientes  $z$  não é quadrada.

A equação (2.22), torna-se:

$$\begin{bmatrix} x[p] & x[p-1] & \cdots & x[1] \\ x[p+1] & x[p] & \cdots & x[2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[N-1] & x[N-2] & \cdots & x[N] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a[1] \\ a[2] \\ \vdots \\ a[p] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[p+1] \\ x[p+2] \\ \vdots \\ x[N] \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

O sistema acima pode ser representado sucintamente como  $\mathbf{X}\mathbf{a} = \mathbf{x}$ . Logo, sua solução pode ser encontrada utilizando-se a matriz pseudo-inversa, ou seja,  $\mathbf{a} = \mathbf{X}^+\mathbf{x}$ . De maneira análoga, a solução de (2.29) pode ser encontrada.

### 2.4.3 Método de Prony *Least Squares* - com frequências conhecidas

O método de Prony pode também ser aplicado a sinais onde algumas componentes de frequências são conhecidas a priori. Este método é apresentado em (JR, 1987) e apresenta um menor esforço computacional quando comparado com as versões do método de Prony apresentadas anteriormente (em que todas as componentes devem ser estimadas).

Considere que  $q$  componentes exponenciais,  $z_k$ , são conhecidas, ou seja,  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_q$ . Lembrando que o conhecimento de uma componente senoidal corresponde ao conhecimento de duas componentes exponenciais. O polinômio característico associado às  $q$  componentes

conhecidas é mostrado em (2.30).

$$\prod_{m=1}^q (z - z_k) = \sum_{k=0}^q c[m]z^k, \quad (2.30)$$

sendo  $c[q] = 1$ . Logo, o polinômio relacionando todas as componentes exponenciais do sinal pode ser escrito como:

$$\varphi(z) = \sum_{m=0}^p a[m]z^m = \left( \sum_{k=0}^q c[m]z^k \right) \left( \sum_{i=0}^{p-q} \alpha[m]z^i \right), \quad (2.31)$$

sendo  $\alpha[p - q] = 1$ . Dessa forma, os coeficientes  $a[m]$  são dados por:

$$a[m] = \sum_{k=0}^q c[m]\alpha[m - k], \quad (2.32)$$

sendo  $\alpha[i] = 0$  para  $i > p - q$  ou  $i < 0$ . Substituindo (2.32) em (2.21), tem-se

$$\sum_{m=1}^p a[m]x[n - m] = \sum_{m=1}^p \left( \sum_{k=0}^q c[m]\alpha[m - k] \right) x[n - m] = 0, \quad (2.33)$$

sendo definida para  $p + 1 \leq n \leq 2p$ . Note que o somatório em (2.33) inicia em  $m = 1$ , isto pelo fato de que  $a[0] = 0$ .

A equação (2.33) pode ser reescrita como:

$$\sum_{m=0}^{p-q} \alpha[m]y[n - m] = 0, \quad (2.34)$$

sendo definida para  $p + 1 \leq n \leq 2p$ , e a nova seqüência  $y[n]$  definida como:

$$y[n] = \sum_{k=0}^q c[k]x[n - k]. \quad (2.35)$$

Observe que (2.35) representa um processo de convolução, ou seja, um processo de filtragem. Dessa forma, a seqüência  $y[n]$  é obtida através da filtragem de  $x[n]$  por  $c[n]$ . Note que, de posse de  $y[n]$ , é possível encontrar os valores de  $\alpha[n]$  utilizando (2.34).

Em suma, o procedimento de cálculo é o seguinte. Primeiramente, a janela de dados de entrada é filtrada utilizando (2.35), onde o filtro é composto pelos pólos conhecidos. Utilizando os dados filtrados, são encontrados, através de (2.34), o polinômio característico referente aos  $q$  pólos desconhecidos. Encontrados esse pólos, eles são agrupados aos pólos desconhecidos ( $p - q$ ) e é aplicado sobre eles o procedimento de mínimos quadrados, utilizando a matriz de Vandermonde, a fim de encontrar os  $h_i$  e, a partir deles, estimar as amplitudes e as fases de



todas as  $p$  componentes.

## 2.5 MÉTODO ESPRIT

O método é baseado na decomposição do sinal em análise em uma soma de cossenos amortecidos mais um ruído aditivo branco. A metodologia visa mapear o sinal no subespaço do sinal, onde o ruído não está presente, e dessa forma realizar as estimações sem a influência deste. Considerando o sinal decomposto em uma soma de  $p$  cossenóides exponencialmente amortecidas somado a um ruído branco, tem-se:

$$x[n] = \sum_{i=1}^p A_i e^{-\alpha_i T_s \cdot n} \cos(2\pi f_i T_s \cdot n + \phi_i) + e[n]. \quad (2.36)$$

De acordo com (BOLLEN; GU, 2006), o sinal descrito por (2.36) pode ser representado na forma de exponenciais complexas (chamado de modelo harmônico), logo:

$$x[n] = \sum_{i=1}^p h_i z_i^n, \quad (2.37)$$

sendo que  $h_i = (A_i/2) e^{j\phi_i}$  e  $z_i = e^{-\alpha_i \Delta T + j2\pi f_i}$ .

O vetor de amostras  $\mathbf{x}[k]$  é definido como:

$$\mathbf{x}[k] = [x[k] + x[k+1] + \dots + x[k+(M-1)]]^T, \quad (2.38)$$

sendo  $M$  o número de amostras.

Os vetores  $\mathbf{z}[k]$  e  $\varepsilon[k]$ , e as matrizes  $\mathbf{Z}$  (retangular) e  $\mathbf{\Lambda}$  (diagonal), são definidos como:

$$\mathbf{z}[k] = \begin{bmatrix} z_1^k \\ \vdots \\ z_p^k \end{bmatrix}, \quad \varepsilon[k] = \begin{bmatrix} \varepsilon[k] \\ \vdots \\ \varepsilon[k+(M-1)] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}^T[0] \\ \vdots \\ \mathbf{z}^T[M-1] \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(A_1 \dots A_p).$$

O vetor de amostras  $\mathbf{x}[k]$  pode ser reescrito como  $\mathbf{x}[k] = \mathbf{Z}\mathbf{\Lambda}\mathbf{z}[k] + \varepsilon[k]$ . Desta forma, vetores de amostras deslocados de  $l$  amostras podem ser definidos por (2.39), considerando que  $\mathbf{z}[k+l] = \Phi^l \mathbf{z}[k]$ .

$$\mathbf{x}[k+l] = \mathbf{Z}\mathbf{\Lambda}\Phi^l \mathbf{z}[k] + \varepsilon[k], \quad (2.39)$$

sendo que  $\Phi^l = \text{diag}(z_1 \cdots z_p)$ .

A matriz de autocorrelação do vetor de parâmetros é definida como  $\mathbf{R} = \mathbb{E}\{\mathbf{x}[k]\mathbf{x}^H[k]\}$ , sendo  $\mathbb{E}$  o operador esperança e  $H$  o operador hermitiano. Como o ruído é branco (descorrelacionado e com média zero) a matriz de correlação pode ser escrita como:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Z}|\Lambda|^2\mathbf{Z}^H + \sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{R}_c + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (2.40)$$

sendo  $\mathbf{I}$  a matriz identidade e  $\mathbf{R}_c$  a matriz de correlação sem ruído, correspondendo ao espaço do sinal ( $\sigma^2 = 0$ ).

Os próximos passos visam obter uma estimativa da matriz  $\mathbf{R}_c$  através da matriz de correlação  $\mathbf{R}$ . Para tal, uma estimativa da matriz de autocorrelação é dada por (2.41).

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{x}[k]\mathbf{x}^H[k], \quad (2.41)$$

sendo  $N$  o número de sinais formados por todos os deslocamentos realizados variando-se  $l$  em (2.39).

A matriz de autocorrelação sem ruído  $\mathbf{R}_c$  pode ser representada através de sua decomposição em autovalores,  $\mathbf{R}_c = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^T$ , sendo  $\mathbf{U}$  uma matriz de transformação ortogonal e  $\mathbf{D}$  uma matriz quadrada que contém, na sua diagonal principal, os autovalores ( $\lambda_i$ ) da matriz  $\mathbf{R}_c$ . Da mesma forma, a matriz de autocorrelação com ruído,  $\mathbf{R}$ , pode ser representada por  $\mathbf{R} = \mathbf{U}(\mathbf{D} + \sigma^2\mathbf{I})\mathbf{U}^T$ . Desta forma, para cada autovalor  $\lambda_i$  de  $\mathbf{R}_c$ , existe um autovalor  $\lambda_i + \sigma^2$  de  $\mathbf{R}$ .

As matrizes  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{R}_c$  são simétricas, i.e,  $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T$  e  $\mathbf{R}_c = \mathbf{R}_c^T$ . Isto implica que seus autovalores são todos não-negativos e seus autovetores são todos reais e ortogonais. O rank de  $\mathbf{R}_c$  é  $p$ , sendo que sua dimensão é  $M \times M$ . Sendo assim, ela possui  $p$  autovalores diferentes de zero e  $M - p$  iguais a zero. Este resultado implica que  $p$  autovalores de  $\mathbf{R}$  sejam  $\lambda_i + \sigma^2, \dots, \lambda_p + \sigma^2$ , e que  $M - p$  possuam o valor  $\sigma^2$ . Portanto, é possível dizer que os autovetores associados aos  $p$  maiores autovalores abrangem o subespaço do sinal  $\mathbf{U}_s$  (onde  $\sigma^2 = 0$ ). Se  $\mathbf{D}_s$  é uma matriz diagonal que contém os autovalores de  $\mathbf{R}_c$ , então pode-se escrever:

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{Z}|\Lambda|^2\mathbf{Z}^H = \mathbf{U}_s\mathbf{D}_s\mathbf{U}_s^T. \quad (2.42)$$

Para obter as estimações dos parâmetros do modelo, inicialmente é necessário considerar as matrizes  $\mathbf{U}_{s1}$  e  $\mathbf{U}_{s2}$ , que são formadas pelas primeiras e últimas  $p - 1$  linhas de  $\mathbf{U}_s$ , respectivamente. Dessa forma, se essas matrizes forem quadradas, então calcula-se  $\tilde{\Phi} = \mathbf{U}_{s1}^{-1}\mathbf{U}_{s2}$ , se não,

utilizando mínimos quadrados calcula-se  $\tilde{\Phi} = (\mathbf{U}_{s1}^T \mathbf{U}_{s1})^{-1} \mathbf{U}_{s1}^T \mathbf{U}_{s2}$ . A matriz  $\tilde{\Phi}$  é mostrada abaixo:

$$\tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} e^{-\beta_1 + j\omega_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-\beta_2 + j\omega_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\beta_p + j\omega_p} \end{bmatrix}.$$

Considerando que  $c_1, c_2, \dots, c_p$  sejam os autovalores da matriz  $\tilde{\Phi}$ , as estimativas das frequências e dos fatores de decaimento exponencial são dados abaixo, de acordo com (BOLLEN; STYVAKTAKIS; GU, 2005):

$$f_i = \frac{\angle c_i}{2\pi}, \quad \alpha_i = -\frac{\ln(|c_i|)}{T_s} \quad (2.43)$$

sendo que o símbolo  $\angle$  significa que deve-se tomar o ângulo da variável indicada, e  $T_s$  representa o período de amostragem do sinal.

As estimativas de amplitude e fase, são dadas de acordo com (BOLLEN; STYVAKTAKIS; GU, 2005). Inicialmente é necessário definir a matriz  $\mathbf{V}$  e os vetores  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{H}$ :

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ c_1 & c_2 & \dots & c_p \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_1^{N-1} & c_2^{N-1} & \dots & c_p^{N-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_p \end{bmatrix}.$$

Fazendo  $\mathbf{H} = (\mathbf{V}^H \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^H \mathbf{X}$ , encontra-se os valores de  $h_1, h_2, \dots, h_p$ . Logo, pode-se encontrar os valores das amplitudes e fases:

$$A_i = 2|h_i| \quad e \quad \phi_i = \angle h_i. \quad (2.44)$$

## 2.6 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo, foi apresentada uma breve revisão acerca dos métodos que fundamentaram este trabalho. Nesta revisão, foram apresentados métodos não-paramétricos de estimação de fasores, sendo eles os filtros *Least Error Squares* (LES) e filtros DFT. Também foram apresentados métodos paramétricos, sendo eles o de Prony (com suas variações) e o ESPRIT (*Estimation of Signal Properties through Rotational Independent Transformation*).

### **3 NOVA TÉCNICA DE ESTIMAÇÃO DE FASORES NA PRESENÇA DE DECAIMENTO CC EXPONENCIAL E HARMÔNICOS**

#### **3.1 INTRODUÇÃO**

Neste capítulo, será apresentada uma metodologia de estimação do fasor da componente fundamental do sinal na presença de decaimento CC exponencial e de harmônicos ímpares no sinal. As estimações são realizadas em aproximadamente meio ciclo da componente fundamental do sistema. O método é baseado na estimação dos parâmetros do decaimento CC exponencial presentes no sinal. Para tal, são utilizadas algumas técnicas de processamento de sinais tais como o janelamento, modulação, a DTFT (*Discret Time Fourier Transform*) e buscas em tabelas (MITRA, 2001). O desempenho do novo método é avaliado frente a dois métodos de estimação tradicionais, o DFT e o *Least Error Squares* (os dois apresentados em (BENMOUYAL, 1995)), ambos de meio ciclo, e outros dois métodos mais atuais, sendo eles o proposto em (SIDHU; ZHANG; BALAMOIROUGAN, 2005), baseado em filtros LES de meio ciclo e um método proposto em (BALAMOIROUGAN; SIDHU, 2006), que foi modificado para trabalhar com filtros DFT de meio ciclo.

#### **3.2 METODOLOGIA PROPOSTA**

A presença do decaimento CC exponencial no sinal impede a convergência rápida das estimações realizadas com os filtros tradicionais. Desta maneira, torna-se necessário o desenvolvimento de uma metodologia capaz de quantificar a influência do decaimento CC exponencial no valor da estimação realizada pelos filtros tradicionais, permitindo assim a realização de correções nesta estimação.

A metodologia proposta neste artigo é apresentada na Figura 5. Como pode-se observar, a estimação do fasor da componente fundamental é realizada inicialmente pela aplicação dos filtros ortogonais DFT. Paralelamente a este processo é realizado o cálculo das correções. Todo o processo é terminado quando é descontada da estimação do fasor da componente fundamental a contribuição do decaimento CC exponencial, que proporciona a estimação do valor real do

fasor da componente fundamental do sinal sem a influência do decaimento CC exponencial.

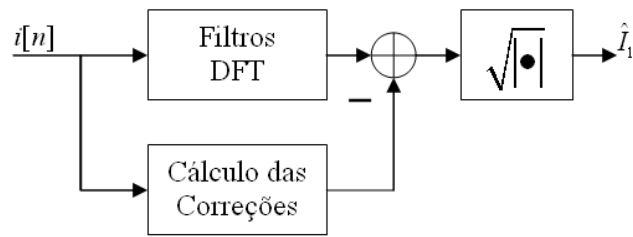


Figura 5: Diagrama global do método proposto.

No processo de obtenção das correções, apresentado na Figura 6, o sinal é analisado utilizando uma janela adequada que contém zeros em locais estratégicos do espectro. Após o janelamento, neste sinal é aplicado a DTFT (*Discret Time Fourier Transform*) que é calculada na frequência de 53 Hz (o porquê deste valor será discutido posteriormente). A partir deste resultado os valores de  $\tau$  e  $I_0$  são estimados através da utilização de uma tabela, chamada de  $k_1$ , que foi previamente criada de forma *off-line*. Com os parâmetros da exponencial estimados, utilizando-se de uma segunda tabela (chamada de  $k_2$ ), também criada de forma *off-line*, é estimada a contribuição do decaimento CC exponencial na estimação da componente fundamental e, finalmente, geradas as correções.

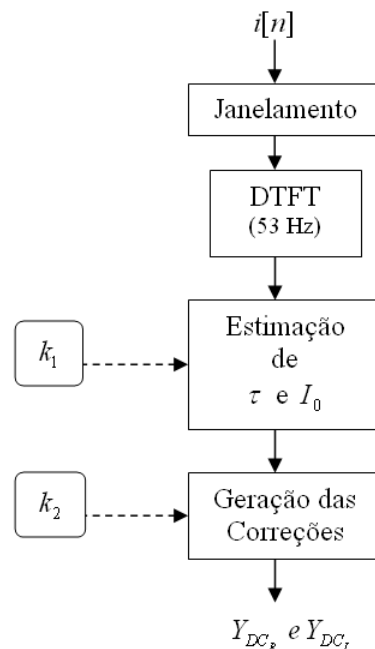


Figura 6: Diagrama do cálculo das correções.

As subseções seguintes mostram de maneira detalhada todo o processo descrito nos parágrafos anteriores.

### 3.2.1 Aplicação dos Filtros DFT

A fim de realizar-se uma análise matemática, defini-se o sinal de entrada  $i[n]$  representado por (3.1).

$$i[n] = I_0 e^{-\frac{nT_s}{\tau}} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ ímpar}}}^p I_k \cos(k\omega_1 nT_s + \theta_k), \quad (3.1)$$

sendo  $I_0$  a magnitude do decaimento CC exponencial,  $T_s$  o período de amostragem,  $\tau$  a constante de tempo do decaimento CC exponencial,  $I_k$  a magnitude do  $k$ -ésimo harmônico ímpar,  $\omega_1$  a frequência angular fundamental,  $\theta_k$  o ângulo de fase do  $k$ -ésimo harmônico ímpar e  $p$  a ordem do harmônico ímpar de maior frequência. Nesta modelagem supõe-se que o sinal contenha apenas harmônicos ímpares, embora a metodologia possa ser expandida para o caso geral (harmônicos pares e ímpares) a custo de um tempo maior de convergência.

As estimativas realizadas pelos filtros DFT são dadas por (3.2) e (3.3).

$$\hat{Y}_R^{dft} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} i[n] \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \quad (3.2)$$

$$\hat{Y}_I^{dft} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} i[n] \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right), \quad (3.3)$$

sendo  $\hat{Y}_R^{dft}$  e  $\hat{Y}_I^{dft}$  as estimativas das partes real e imaginária, respectivamente, do fasor da componente fundamental e  $N$  o comprimento da janela utilizada.

No caso aqui tratado, utiliza-se  $N$  igual à metade do número de pontos por ciclo da componente fundamental. Esta condição de meia janela limita a ação dos filtros DFT, que cancelarão apenas as componentes harmônicas ímpares presentes no sinal. A resposta em frequência dos filtros DFT, cosseno e seno de meia janela, são mostrados na Figura 7. Substituindo (3.1) em (3.2) e (3.3), e aplicando a propriedade da superposição, obtém-se

$$Y_R^{dft} = Y_{CC_R} + Y_R^{f1} \quad (3.4)$$

e

$$Y_I^{dft} = Y_{CC_I} + Y_I^{f1}, \quad (3.5)$$

sendo  $Y_{CC_R}$  e  $Y_{CC_I}$  as partes real e imaginária, respectivamente, da estimação referente ao decaimento CC exponencial, e,  $Y_R^{f1}$  e  $Y_I^{f1}$  as partes real e imaginária, respectivamente, da estimação referente à componente fundamental do sinal.

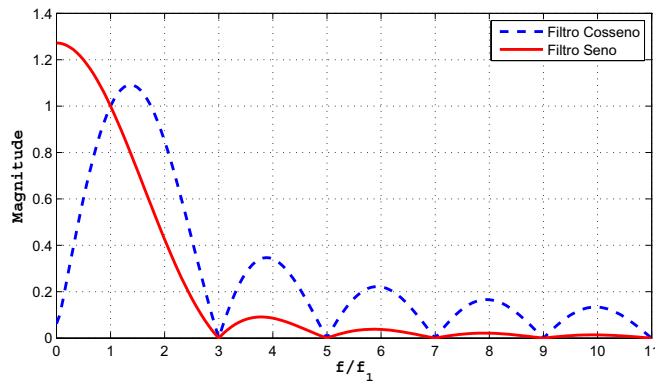


Figura 7: Resposta em frequência dos filtros DFT de meia janela.

### 3.2.2 Janelamento do Sinal

O janelamento do sinal é a parte fundamental da metodologia de estimação dos parâmetros do decaimento CC exponencial. Para que esses parâmetros possam ser estimados é necessário que a influência do decaimento CC no sinal de entrada seja mensurada sem a influência das demais componentes. Este processo não é tão simples, pois como pode ser observado em (3.1), o sinal considerado é composto por uma componente fundamental, um decaimento CC exponencial e vários harmônicos ímpares, que no domínio da frequência se superpõem (pois a representação do decaimento CC exponencial no domínio da frequência é contínua em todo o espectro). A solução proposta para o problema foi aplicar uma janela ao sinal de entrada, juntamente com a DTFT, para cancelar a influência dos harmônicos e da componente fundamental, o que propicia a estimação da influência do decaimento CC exponencial neste sinal.

#### 3.2.2.1 Janela Proposta

As Figuras 8 e 9 apresentam a resposta em frequência e ao impulso, respectivamente, da janela proposta. O processo utilizado para a obtenção desta janela é a amostragem na frequência (MITRA, 2001). Neste processo, os vetores de frequências positivas e negativas utilizados para a obtenção dos zeros são os seguintes:

$$f_n^+ = (n \cdot 60 + f') \quad (3.6)$$

e

$$f_n^- = -(n \cdot 60 - f'), \quad (3.7)$$

sendo que  $n = 1, 3, 5, \dots, J - 1$ ,  $J$  é o comprimento da janela desejada e  $f'$  a frequência em Hertz na qual a DTFT será calculada. Adicionalmente, na frequência zero, a janela é forçada

a ter magnitude unitária. No caso aqui tratado, foram utilizados  $J = 32 + 4$  (sendo que foi utilizado uma amostragem de 64 amostras por ciclo da componente fundamental) e  $f' = 53\text{Hz}$ . A escolha do valor de  $J$  foi pautada no comportamento apresentado pela resposta ao impulso da janela, logo este valor foi escolhido por resultar numa janela que produziu uma amplificação aceitável, ou seja, não muito grande, do ruído. Já o valor de  $f'$  foi escolhido baseado em uma análise de variabilidade realizada nos dados das tabelas  $k_1$  e  $k_2$ . Este processo será discutido mais à frente.

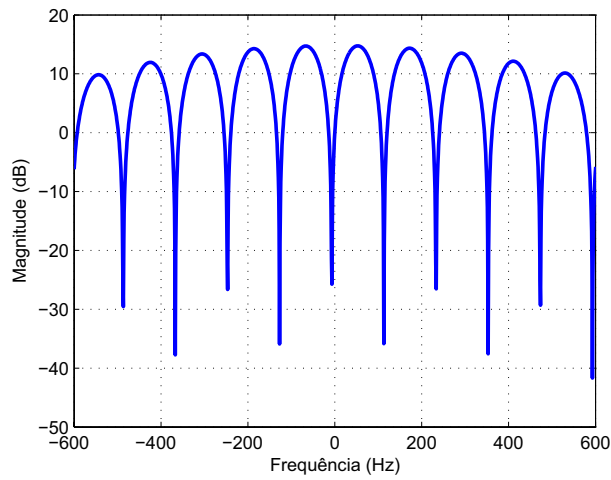


Figura 8: Resposta em frequência da janela proposta.

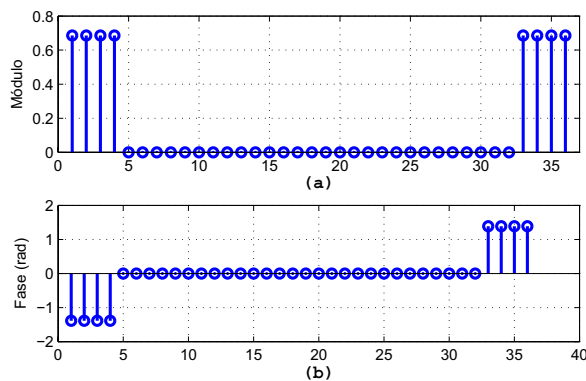


Figura 9: Resposta ao impulso da janela proposta.

Como pode ser observado em (3.6) e (3.7), os vetores de frequências são assimétricos, o que dará origem a um filtro com resposta ao impulso complexa, ou seja:

$$h[n] = h_R[n] + jh_I[n], \quad (3.8)$$

sendo  $h_R[n]$  e  $h_I[n]$  as partes real e imaginária, respectivamente, da janela  $h[n]$ .

A Figura 9 mostra as partes real e imaginária da resposta ao impulso do filtro  $h[n]$ . Note



que a resposta ao impulso apresenta vários coeficientes nulos e outros de iguais valores o que leva a um baixo esforço computacional.

Em suma, pode-se observar que a janela proposta,  $h[n]$ , é complexa e sua resposta em frequência possui zeros localizados nas seguintes frequências (em Hertz):

$$-(n \cdot 60 - f'), \dots, -247, -127, -7, 113, 233, 353, \dots, (n \cdot 60 + f'). \quad (3.9)$$

### 3.2.2.2 Aplicação da DTFT

Aplicando a DTFT no sinal janelado por  $h[n]$ , tem-se:

$$Y(e^{j\omega'}) = \sum_{n=0}^{J-1} i[n] \cdot h[n] \cdot e^{-j\omega'n} = \sum_{n=0}^{J-1} i[n] \cdot w[n]. \quad (3.10)$$

Na equação anterior, foi definido  $w[n] = h[n] \cdot e^{-j\omega'n}$ . Observe que esta expressão define a janela  $w[n]$  a partir da modulação da janela  $h[n]$  pelo fator  $-w'$ .

Representando (3.10) por componentes em quadratura, tem-se:

$$\begin{aligned} Y(e^{j\omega'}) &= \sum_{n=0}^{J-1} i[n] \cdot \{h_R[n] \cdot \cos(\omega'n) + h_I[n] \cdot \sin(\omega'n)\} + \\ &+ j \sum_{n=0}^{J-1} i[n] \cdot \{-h_R[n] \cdot \sin(\omega'n) + h_I[n] \cdot \cos(\omega'n)\}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Definindo  $a[n]$  e  $b[n]$ , como:

$$a[n] = h_R[n] \cdot \cos(\omega'n) + h_I[n] \cdot \sin(\omega'n) \quad (3.12)$$

e

$$b[n] = -h_R[n] \cdot \sin(\omega'n) + h_I[n] \cdot \cos(\omega'n). \quad (3.13)$$

Pode-se reescrever a Eq.3.10 como:

$$Y(e^{j\omega'}) = \sum_{n=0}^{J-1} i[n] \cdot \{a[n] + jb[n]\}, \quad (3.14)$$

sendo  $\omega' = 2\pi f'/F_s$ ,  $F_s$  a frequência de amostragem e  $w[n]$  a janela  $h[n]$  modulada pelo fator  $-w'$ .

É importante salientar algumas características da janela  $w[n]$ . Observe que ela é definida a partir da modulação da janela  $h[n]$  pelo fator  $\omega'$  (que foi definido como  $\omega' = 2\pi f' = 2\pi 53$  rad).

Desta forma, os zeros de  $w[n]$  são os zeros da janela  $h[n]$ , equação (3.9), deslocados de -53Hz. O que resulta em:

$$-(n \cdot 60), \dots, -300, -180, -60, 60, 180, 300, \dots, (n \cdot 60) \quad (3.15)$$

sendo todas essas frequências em Hertz.

Em suma, pode-se dizer que a janela  $w[n]$  possui zeros localizados em 60Hz e em todas as frequências ímpares múltiplas de  $\pm 60$ Hz, e ainda possui módulo unitário na frequência  $f' = 53$ Hz, pois a janela  $h[n]$  possui módulo unitário em 0Hz.

De posse dessas informações, substituindo o sinal, definido por (3.1), em (3.10) tem-se o seguinte resultado:

$$Y(e^{j\omega'}) = \sum_{n=0}^{J-1} \left\{ \left[ I_0 e^{-\frac{nT_s}{\tau}} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ mpar}}}^p I_k \cos(k\omega_1 nT_s + \theta_k) \right] \cdot w[n] \right\} \quad (3.16)$$

Como já foi mencionado, a janela  $w[n]$  possui zeros em 60Hz e em todas as frequências harmônicas ímpares. Logo, sua aplicação no sinal de entrada cancelará a influência de tais componentes, o que resultará em:

$$Y(e^{j\omega'}) = \sum_{n=0}^{J-1} \left\{ I_0 e^{-\frac{nT_s}{\tau}} \cdot w[n] \right\} = \sum_{n=0}^{J-1} \left\{ I_0 e^{-\frac{nT_s}{\tau}} \cdot (a[n] + jb[n]) \right\}, \quad (3.17)$$

ou seja, somente a influência do decaimento CC exponencial janelado é computado (lembrando que (3.17) só é válida para  $f' = 53$  Hz). Este é um resultado importante, pois a partir dele é que serão estimados os valores de  $I_0$  e  $\tau$ .

### 3.2.3 Criação das Tabelas $k_1$ e $k_2$

1. **Tabela  $k_1$ :** A tabela é criada *off-line* relacionando valores de  $\tau$ , e de  $K_1(\tau)$ , definida abaixo.

$$K_1(\tau) = \frac{\sum_{n=0}^{J-1} \left\{ e^{-\frac{nT_s}{\tau}} \cdot b[n] \right\}}{\sum_{n=0}^{J-1} \left\{ e^{-\frac{nT_s}{\tau}} \cdot a[n] \right\}}, \quad (3.18)$$

sendo que os valores de  $K_1(\tau)$  são calculados para valores de  $\tau$  variando no intervalo entre 0 ms à 100 ms, com passo de 0,1 ms. Os valores da tabela  $k_1$  são mostrados na Fig. 10.

Observe que a característica da curva é definida pelas partes real e imaginária,  $a[n]$

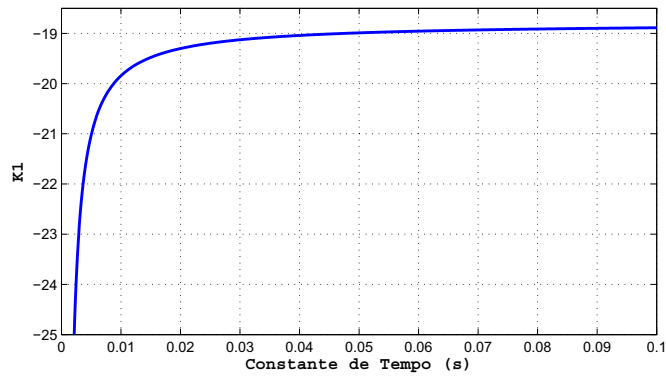


Figura 10: Tabela  $k_1$ .

e  $b[n]$ , respectivamente, da janela  $w[n]$ . Como mencionado anteriormente, esta janela possui um ponto em que a magnitude é feita unitária. Através de análises, foi observado que a localização deste ponto, ao longo do eixo das frequências, dominava a característica da curva definida pela tabela  $k_1$ , ou seja, para cada novo ponto uma nova curva era gerada.

A frequência -53 Hz foi escolhida pois foi a que gerou a curva ( $k_1$ ) que possuía o maior coeficiente angular entre os intervalos de tempo 20ms e 80ms. A Figura 11 mostra varias curvas  $k_1$  geradas para vários valores de frequências. O intervalo de tempo citado anteriormente é representado no gráfico por barras verticais tracejadas. Note que a curva relacionada à frequência -53 Hz é a que apresenta o maior coeficiente angular dentro deste intervalo. O objetivo da escolha da curva que possui o maior coeficiente angular é evitar erros por aproximação em sua implementação em hardware (FPGA - *Field Programmable Gate Array*), pois o coeficiente angular da curva está diretamente ligado à variabilidade dos valores de  $K_1$  contidos neste intervalo.

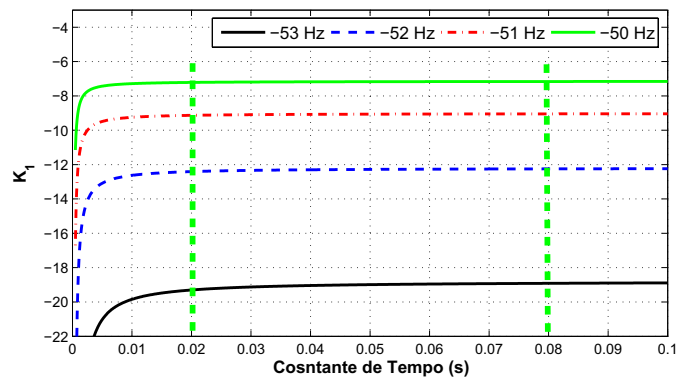


Figura 11: Curvas relativas às tabelas  $k_1$  para diferentes frequências.

2. **Tabela  $k_2$ :** A tabela é criada *off-line* relacionando valores de  $\tau$ , e de  $K_2(\tau)$ , definida

abaixo

$$K_2(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{\frac{-nT_s}{\tau}} \cdot e^{-j\left(\frac{2\pi f_1}{F_s}\right)n}, \quad (3.19)$$

sendo que os valores de  $K_2(\tau)$  são calculados para valores de  $\tau$  variando no intervalo entre 0 ms à 100 ms, com passo de 0,1 ms.

### 3.2.4 Estimação de $I_0$ e $\tau$

1. **Estimação de  $\tau$ :** A estimação de  $\tau$  é realizada por busca na tabela  $k_1$  do seguinte valor:

$$K_1(\hat{\tau}) = \frac{Y_I(e^{j\omega'})}{Y_R(e^{j\omega'})}, \quad (3.20)$$

sendo  $Y_R(e^{j\omega'})$  e  $Y_I(e^{j\omega'})$  as partes real e imaginária, respectivamente, de (3.10), e  $\hat{\tau}$  é a estimativa  $\tau$ .

2. **Estimação de  $I_0$ :** Partindo de (3.17), a estimação de  $I_0$  é obtida através de:

$$\hat{I}_0 = \frac{Y_R(e^{j\omega'})}{\sum_{n=0}^{J-1} \left\{ e^{\frac{-nT_s}{\hat{\tau}}} \cdot a[n] \right\}}, \quad (3.21)$$

sendo  $Y_R(e^{j\omega'})$  a parte real de (3.10), e  $\hat{I}_0$  a estimativa de  $I_0$ .

### 3.2.5 Geração das Correções da Estimação

A geração das correções da estimação do fasor da componente fundamental é realizada mediante busca na tabela  $k_2$ . As correções são dadas por:

$$Y_{CC} \cong \hat{I}_0 \cdot K_2(\hat{\tau}) = \hat{Y}_{CC_R} - j\hat{Y}_{CC_I}, \quad (3.22)$$

sendo  $\hat{Y}_{CC_R}$  e  $\hat{Y}_{CC_I}$  as estimativas das partes real e imaginária, respectivamente, de  $Y_{CC}$ .

Logo, aplicando as correções, equação (3.22) em (3.4) e (3.5), e se  $\hat{Y}_{CC_R} = Y_{CC_R}$  e  $\hat{Y}_{CC_I} = Y_{CC_I}$ , pode-se escrever:

$$Y_R^{dft} = Y_{CC_R} + Y_R^{f1} - \hat{Y}_{CC_R} = Y_R^{f1} \quad (3.23)$$

e

$$Y_I^{dft} = Y_{CC_I} + Y_I^{f1} - \hat{Y}_{CC_I} = Y_I^{f1}. \quad (3.24)$$

Note que (3.23) e (3.24) representam as estimações da componente fundamental livres da influência do decaimento CC exponencial.

### 3.3 SIMULAÇÕES - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

O desempenho do método proposto será avaliado frente a dois métodos de estimação tradicionais, o DFT e o *Least Error Squares* (os dois apresentados em (BENMOUYAL, 1995)), ambos de meio ciclo. Ele também será comparado com um método proposto em (SIDHU; ZHANG; BALAMOUGAN, 2005), denominado Half-Cycle, sendo este uma metodologia de meio ciclo baseada em filtros LES.

O filtro LES foi projetado para eliminar todos os harmônicos até o 7°. O decaimento CC exponencial é modelado por este algoritmo utilizando os dois primeiros termos da expansão em Série de Taylor do decaimento CC exponencial.

As sensibilidades dos algoritmos à variação do parâmetro  $\tau$ , constante de tempo do decaimento CC exponencial, serão testadas considerando três valores distintos, 0,5, 2 e 5 ciclos da frequência nominal. Pois, de acordo com (SIDHU et al., 2003),  $\tau$  possui uma variação típica entre 0,5 e 5 ciclos.

As análises serão realizadas em duas etapas. Na primeira, será avaliado o desempenho dos métodos considerando um sinal de teste sem a presença de ruídos. Na segunda, o ruído será acrescentado no sinal.

#### 3.3.1 Avaliação sem Ruídos

O sinal de teste considerado é dado por (3.25).

$$i[n] = I_0 e^{-\frac{nT_s}{\tau}} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ ímpar}}}^7 I_k \cos(k\omega_1 nT_s + \theta_k), \quad (3.25)$$

sendo  $I_0 = 10$  pu,  $I_1 = 1$  pu,  $I_3 = 0,75$  pu,  $I_5 = 0,50$  e  $I_7 = 0,25$  pu. Os valores de  $\theta_k$  são gerados aleatoriamente entre 0 e  $2\pi$  rad.

É importante salientar que o uso apenas de harmônicos ímpares nas simulações é devido à característica da forma de onda do sinal advindo de faltas (curto-circuito) em linhas de transmissão, que é rico em componente fundamental e componente de decaimento CC exponencial.

##### 3.3.1.1 Sinal $i[n]$ com $\tau = 0,5$ ciclos

A Figura 12 apresenta as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental do sinal realizadas considerando o valor de  $\tau = 0,5$  ciclos. Observando a figura, nota-se

claramente que o desempenho do método proposto e do método Half-Cycle são superiores aos demais. É importante salientar que a convergência do método Half-Cycle é mais rápida do que a do método proposto, pois essa metodologia é baseada em filtros LES de meio ciclo, enquanto que o método proposto foi projetado para convergir em meio ciclo mais 4 amostras, i.e, em 36 amostras.

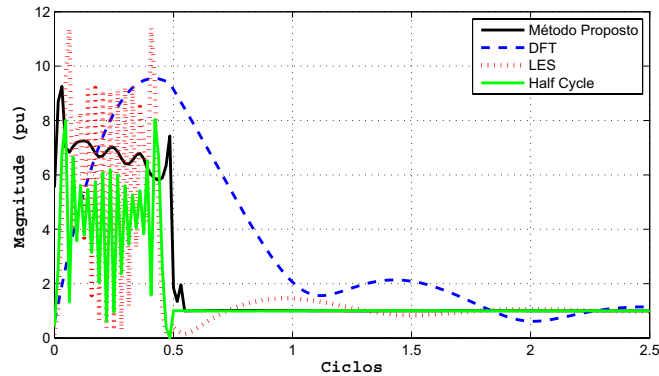


Figura 12: Simulação com  $\tau = 0,5$  ciclos.

O erro médio quadrático (EMQ), definido em (3.26), será utilizado para medir o desempenho dos métodos.

$$EMQ = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left( I_1[n] - \hat{I}_1[n] \right)^2} \times 100\%, \quad (3.26)$$

sendo  $I_1$  o valor real da amplitude do fasor da componente fundamental e  $\hat{I}_1$  sua estimação.  $N$  é o comprimento do vetor  $\hat{I}_1[n]$ .

O processo de cálculo do desempenho (EMQ) é realizado considerando o ponto de convergência teórico de cada metodologia. Por exemplo, é de conhecimento que o método proposto converge, teoricamente, em meio ciclo mais 4 amostras. Logo, o EMQ foi calculado a partir deste ponto até a última amostra do vetor de estimação referente à esta metodologia. Tais valores são apresentados na Tabela 1. Os resultados mostram que o método Half-Cycle apresentou um desempenho superior aos dos demais métodos. É importante salientar que a diferença de desempenho entre este método e o método proposto, que apresentou o segundo menor erro, foi de apenas  $4,8 \cdot 10^{-2}\%$ , o que mostra que na prática estes métodos são equivalentes, exceto pelo ponto de convergência. Quanto aos demais métodos, o LSE foi o terceiro melhor e o DFT o pior. Este é um resultado interessante, pois evidencia que o método LES não apresenta um bom desempenho na presença de decaimentos CC exponenciais com constantes de tempo pequenas.

A fim de evidenciar o funcionamento do algoritmo, os valores estimados de  $\tau$  e  $I_0$  são mostrados nas Figuras 13 e 14, respectivamente. Pode-se notar que o valor de  $I_0$  estimado,  $\hat{I}_0$ , é

Tabela 1: Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental - Sinal com  $\tau = 0,5$  ciclos.

	EMQ (%)
<b>Método Proposto</b>	$2,25 \cdot 10^{-1}$
<b>Método Half Cycle</b>	$1,77 \cdot 10^{-1}$
<b>DFT</b>	131,52
<b>LES</b>	13,86

exponencialmente decrescente. Isto é consequência do janelamento que considera a cada nova janela um valor de  $\hat{I}_0$  diferente. Já o valor de  $\tau$  estimado,  $\hat{\tau}$ , é constante.

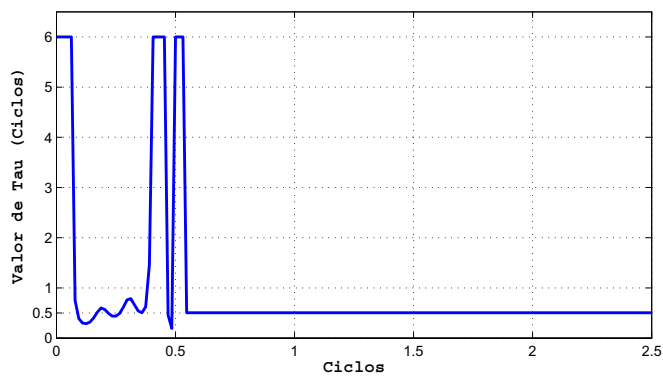


Figura 13:  $\tau$  estimado para  $\tau = 0,5$  ciclos.

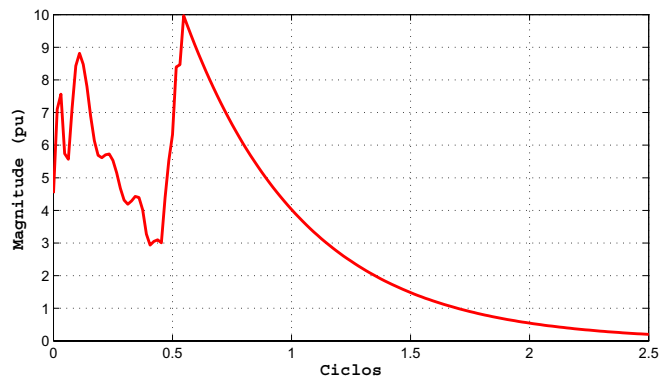


Figura 14:  $I_0$  estimado para  $\tau = 0,5$  ciclos.

### 3.3.1.2 Sinal $i[n]$ com $\tau = 2$ ciclos

A Figura 15 apresenta as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental do sinal realizadas considerando o valor de  $\tau = 2$  ciclos e a Figura 16 apresenta sua ampliação. Observando as figuras, nota-se claramente que o desempenho do método proposto e do método Half-Cycle são superiores aos demais.

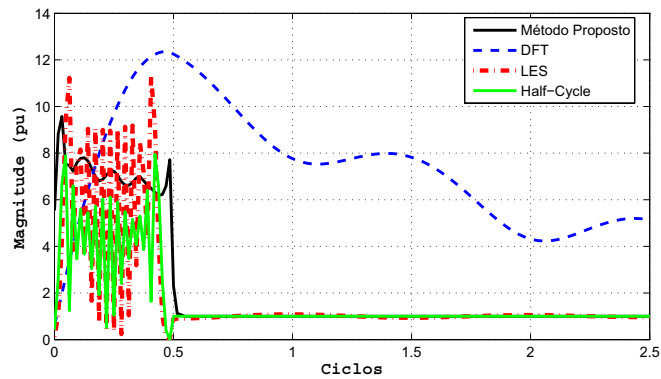


Figura 15: Simulação com  $\tau = 2$  ciclos.

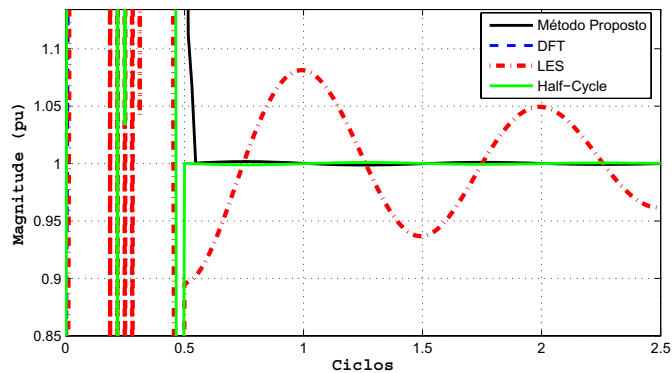


Figura 16: Detalhe ampliado da simulação com  $\tau = 2$  ciclos.

O desempenho dos métodos (EMQ) foram calculados e são apresentados na Tabela 2. Os resultados mostram que o método Half-Cycle apresentou um desempenho superior aos dos demais métodos. É importante salientar que a diferença de desempenho entre este método e o método proposto, que apresentou o segundo menor erro, foi de apenas  $1,5 \cdot 10^{-2}\%$ . O que mostra que na prática estes métodos são equivalentes, exceto pelo ponto de convergência. Quanto aos demais métodos, o LSE continuou o terceiro melhor e o DFT o pior dentre eles.

Comparativamente, os erros calculados para este caso,  $\tau = 2$  ciclos, são inferiores aos calculados para o caso anterior,  $\tau = 0,5$  ciclos, exceto para o método DFT. Este fato é explicado pelo tempo em que o decaimento CC exponencial permanece no sinal. Em outras palavras, pode-se dizer que quanto maior esse tempo, mais precisas são as estimativas dos parâmetros do decaimento exponencial e, por sua vez, mais precisas são as estimativas dos fasores. No caso do algoritmo LES, pode-se observar que o decaimento CC exponencial com a constante de tempo  $\tau = 2$  ciclos é bem representado pela aproximação utilizada no algoritmo (que são os dois primeiros termos de sua decomposição em série de Taylor), o que proporciona uma acurada estimativa. Obviamente o mesmo não acontece para os filtros DFT, pois este algoritmo não



prevê a presença de nenhuma componente além da fundamental.

Tabela 2: Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental - Sinal com  $\tau = 2$  ciclos.

	EMQ (%)
<b>Método Proposto</b>	$4,90 \cdot 10^{-2}$
<b>Método Half Cycle</b>	$3,38 \cdot 10^{-2}$
<b>DFT</b>	356,37
<b>LES</b>	2,73

### 3.3.1.3 Sinal $i[n]$ com $\tau = 5$ ciclos

A Figura 17 apresenta as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental do sinal realizadas considerando o valor de  $\tau = 5$  ciclos e a Figura 18 apresenta sua ampliação. Observando as figuras, nota-se mais uma vez que o desempenho do método proposto e do método Half-Cycle são superiores aos demais.

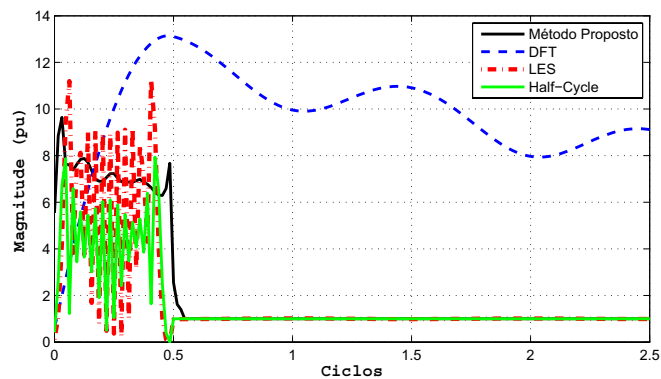


Figura 17: Simulação com  $\tau = 5$  ciclos.

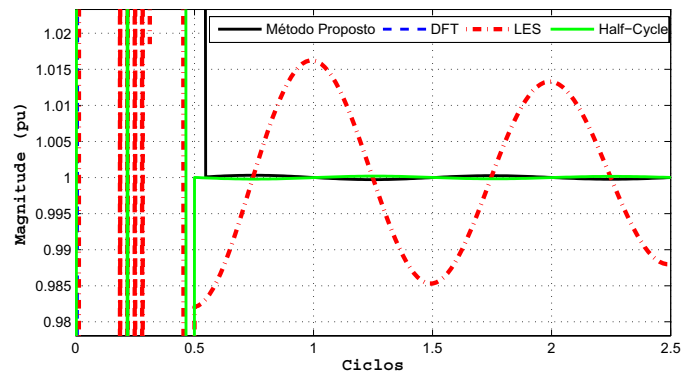


Figura 18: Detalhe ampliado da simulação com  $\tau = 5$  ciclos - Ampliada.

O desempenho dos métodos (EMQ) foram calculados e são apresentados na Tabela 3. Os resultados mostram que o método Half-Cycle apresentou um desempenho superior aos dos

demais métodos. É importante salientar que a diferença de desempenho entre este método e o método proposto, que apresentou o segundo menor erro, foi de apenas  $4,2 \cdot 10^{-3}\%$ . O que mostra que na prática estes métodos são equivalentes, exceto pelo ponto de convergência. Quanto aos demais métodos, o LSE continuou o terceiro melhor e o DFT o pior.

Comparativamente, os erros calculados para este caso,  $\tau = 5$  ciclos, são inferiores aos calculados para o caso anterior,  $\tau = 2$  ciclos, exceto para o método DFT.

Tabela 3: Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental - Sinal com  $\tau = 5$  ciclos.

	EMQ (%)
<b>Método Proposto</b>	$1,31 \cdot 10^{-2}$
<b>Método Half Cycle</b>	$8,90 \cdot 10^{-3}$
<b>DFT</b>	597,50
<b>LES</b>	$7,11 \cdot 10^{-1}$

#### 3.3.1.4 Síntese da Simulação sem Ruído

Um resumo dos erros ao longo da variação do parâmetro  $\tau$  do decaimento CC exponencial é mostrado na Tabela 4. Como pode ser observado, todos os erros, com exceção do DFT, diminuem quando o valor de  $\tau$  aumenta. Este fato vem evidenciar o que já foi mencionado anteriormente, que quanto maior o tempo em que o decaimento CC exponencial está presente no sinal, mais precisas são as estimativas dos parâmetros do decaimento exponencial e, por sua vez, mais precisas são as estimativas dos fasores. Para o LES, observa-se que quanto maior o valor de  $\tau$  melhor a influência do decaimento CC exponencial é detectada pelos filtros e, assim sendo, mais acuradas são as estimações realizadas. Quanto aos filtros DFT, observa-se que quanto maiores os valores de  $\tau$ , maiores são os valores dos erros. Isso evidencia que o algoritmo sofre grande influência do decaimento CC exponencial e que este algoritmo não deve ser empregado em situações em que haja a presença dessa componente no sinal.

É importante salientar que até o momento todas as análises foram realizadas em um meio ideal, ou seja, em sinais que não apresentavam nenhum nível de ruído.

Tabela 4: Evolução do Erro Médio Quadrático (%) para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental para todos os valores de  $\tau$ .

	$\tau = 0,5$ ciclos	$\tau = 2$ ciclos	$\tau = 5$ ciclos
<b>Método Proposto</b>	$2,25 \cdot 10^{-1}$	$4,90 \cdot 10^{-2}$	$1,31 \cdot 10^{-2}$
<b>Método Half Cycle</b>	$1,77 \cdot 10^{-1}$	$3,38 \cdot 10^{-2}$	$8,90 \cdot 10^{-3}$
<b>DFT</b>	131,52	356,37	597,50
<b>LES</b>	13,86	2,73	$7,11 \cdot 10^{-1}$

### 3.3.2 Avaliação com Ruídos

O sinal de teste considerado será semelhante ao sinal utilizado nas análises anteriores, porém com o acréscimo de um ruído branco gaussiano. Portanto, os parâmetros do sinal terão os mesmos valores do que no caso anterior. Este sinal é mostrado em (3.27).

$$i[n] = I_0 e^{\frac{-nT_s}{\tau}} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ ímpar}}}^7 I_k \cos(k\omega_1 nT_s + \theta_k) + e[n] \quad (3.27)$$

sendo  $I_0 = 10$  pu,  $I_1 = 1$  pu,  $I_3 = 0,75$  pu,  $I_5 = 0,50$  e  $I_7 = 0,25$  pu. Os valores de  $\theta_k$  são gerados aleatoriamente entre 0 e  $2\pi$  rad.  $e[n]$  é um ruído branco gaussiano com  $SNR = 40$  dB.

#### 3.3.2.1 Sinal $i[n]$ com $\tau = 0,5$ ciclos

A Figura 19 apresenta as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental do sinal realizadas considerando o valor de  $\tau = 0,5$  ciclos. Observando a figura, nota-se claramente que o ruído afeta criticamente o método Half-Cycle e o LES. O motivo é bem claro e pode ser observado na resposta em frequência dos filtros LES, Figura 20, projetados para rejeitar os 7 primeiros harmônicos. De acordo com (MITRA, 2001), a amplificação do ruído branco gaussiano causado por um processo de filtragem utilizando o filtro genérico  $h[n]$ , com resposta em frequência  $H(e^{j\omega})$  pode ser expresso por

$$\sigma_v^2 = \frac{\sigma_e^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega, \quad (3.28)$$

sendo  $\sigma_v$  a variância do ruído de saída (amplificado) e  $\sigma_e$  a variância do ruído de entrada.

Desta forma, fica claro que os filtros LES, Figura 20, amplificam o ruído em uma ordem superior a  $10^5$ , o que inviabiliza a utilização de métodos baseados nessa metodologia, como é o caso do Half-Cycle e do próprio LES. Portanto, para fins de comparação com o algoritmo proposto, será utilizado uma versão modificada do algoritmo proposto em (BALAMOUROGAN; SIDHU, 2006). O método proposto neste artigo utiliza filtros DFT de janela inteira em uma metodologia similar a proposta em (SIDHU; ZHANG; BALAMOUROGAN, 2005), Half-Cycle. Portanto, no lugar de filtros DFT de janela inteira, será utilizado filtros DFT de meia janela. Este algoritmo modificado será chamado de Half-Cycle modificado. Desta forma, as análises subsequentes serão compostas pelas comparações entre o método proposto e o Half-Cycle modificado.

A Figura 21 apresenta as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental

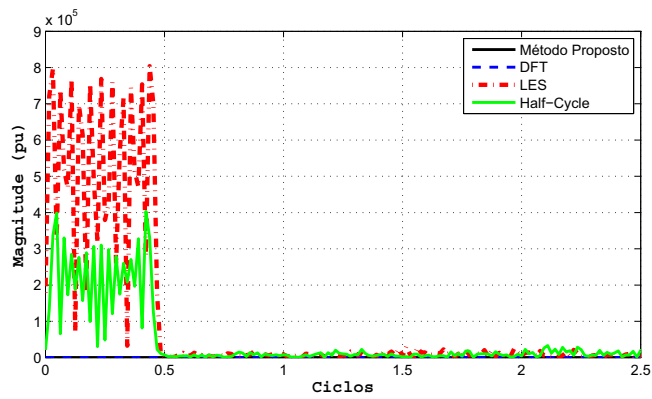


Figura 19: Simulação com  $\tau = 0,5$  ciclos.

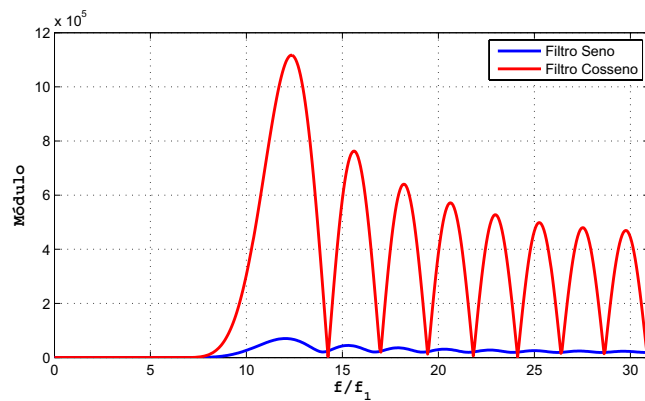


Figura 20: Resposta em frequência dos filtros LES.

do sinal realizadas considerando o valor de  $\tau = 0,5$  ciclos. Observando a figura, nota-se claramente que a curva do método proposto apresenta-se mais próxima da média, que é de 1 pu, do que o método Half-Cycle modificado. Este fato evidencia que o método proposto apresenta menor variabilidade, o que certamente implicará em um erro médio quadrático menor em relação ao método Half-Cycle modificado.

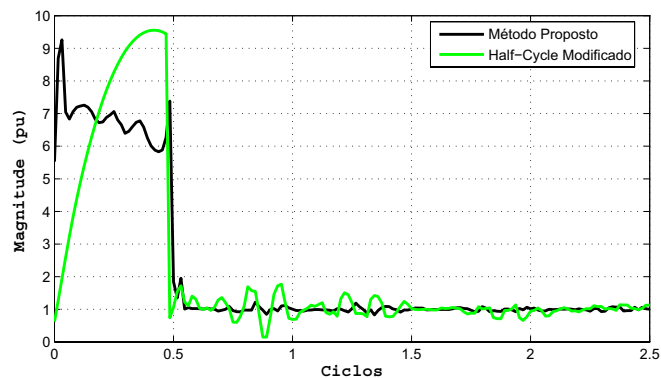


Figura 21: Simulação com  $\tau = 0,5$  ciclos - com Half-Cycle modificado.

O desempenho dos métodos (EMQ) foram calculados e são apresentados na Tabela 5. Os

resultados mostram que o método proposto apresenta um desempenho superior ao do método Half-Cycle modificado, sendo que os dois métodos possuem como base filtros DFT. Dessa forma, pode-se concluir que a metodologia proposta é mais robusta do que a Half-Cycle modificada e, obviamente também, do que a Half-Cycle, o LES de meio ciclo e a DFT de meio ciclo.

Tabela 5: Erro Médio Quadrático para as estimções da amplitude do fasor da componente fundamental - Sinal com ruído e  $\tau = 0,5$  ciclos.

	EMQ (%)
<b>Método Proposto</b>	3,1
<b>Método Half Cycle modificado</b>	24,7

### 3.3.2.2 Sinal $i[n]$ com $\tau = 2$ ciclos

A Figura 22 apresenta as estimções da amplitude do fasor da componente fundamental do sinal realizadas considerando o valor de  $\tau = 2$  ciclos. Observando a figura, nota-se mais uma vez que a curva do método proposto apresenta-se mais próximo da média, que é de 1 pu, do que o método Half-Cycle modificado. É importante salientar que a curva das estimções realizadas com a utilização do método Half-Cycle modificado apresenta oscilações. Esse fato evidencia que a energia do ruído somado a energia do decaimento CC exponencial interferem de maneira significativa na precisão das buscas em tabelas realizadas por esse algoritmo, sendo o método proposto mais robusto nesse sentido.

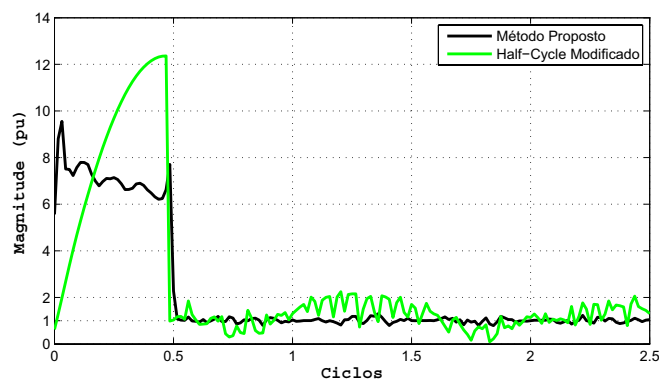


Figura 22: Simulação com  $\tau = 2$  ciclos - com Half-Cycle modificado.

O desempenho dos métodos (EMQ) foram calculados e são apresentados na Tabela 6. Os resultados mostram que o método proposto apresentou um desempenho superior método Half-Cycle modificado. Note que o EMQ do Half-Cycle modificado é aproximadamente 4 vezes maior que o do método proposto.

Tabela 6: Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental - Sinal com ruído e  $\tau = 2$  ciclos.

	EMQ (%)
<b>Método Proposto</b>	9,3
<b>Método Half Cycle modificado</b>	40,4

### 3.3.2.3 Sinal $i[n]$ com $\tau = 5$ ciclos

A Figura 23 apresenta as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental do sinal realizadas considerando o valor de  $\tau = 5$  ciclos. Observando a figura, nota-se mais uma vez que a curva do método proposto apresenta-se mais próximo da média, que é de 1 pu, do que o método Half-Cycle modificado. É importante salientar que ambos os métodos sofrem influência do ruído, mas no caso do Half-Cycle modificado essa influência é mais severa do que no método proposto. Observe que o método Half-Cycle modificado continua apresentando oscilações fortes, enquanto que o método proposto apresenta algumas irregularidades (picos e vales). No método proposto, este fato é explicado pela influência do ruído nas estimações dos parâmetros do decaimento CC exponencial, que influenciarão diretamente no resultado final da estimativa do fasor da componente fundamental.

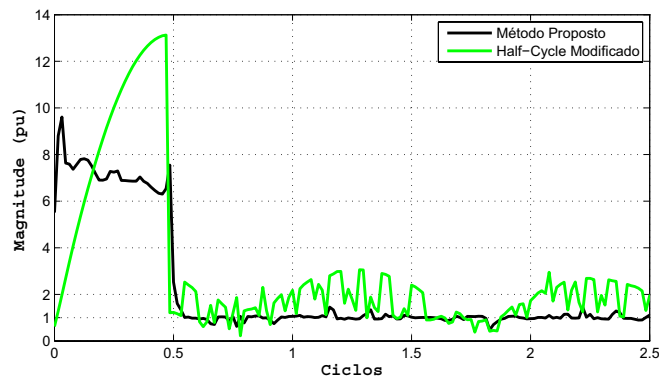


Figura 23: Simulação com  $\tau = 5$  ciclos - com Half-Cycle modificado.

O desempenho dos métodos (EMQ) foram calculados e são apresentados na Tabela 7. Os resultados mostram que o método proposto apresentou um desempenho superior método Half-Cycle modificado. Note que o EMQ do Half-Cycle modificado é aproximadamente 7 vezes maior que o do método proposto.

### 3.3.2.4 Síntese da Simulação com Ruído

Um resumo dos erros ao longo da variação do parâmetro  $\tau$  do decaimento CC exponencial é mostrado na Tabela 8. Como pode ser observado, os erros de ambos os métodos

Tabela 7: Erro Médio Quadrático para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental - Sinal com ruído e  $\tau = 5$  ciclos.

	EMQ (%)
<b>Método Proposto</b>	11,2
<b>Método Half Cycle modificado</b>	74,6

crecem com o aumento de  $\tau$ . Este comportamento vai em sentido contrário aquele observado nas análises do sinal sem a presença do ruído.

Tabela 8: Evolução do Erro Médio Quadrático (%) para as estimações da amplitude do fasor da componente fundamental para todos os valores de  $\tau$ .

	$\tau = 0, 5$ ciclos	$\tau = 2$ ciclos	$\tau = 5$ ciclos
<b>Método Proposto</b>	3,1	9,3	11,2
<b>Método Half Cycle</b>	24,7	40,4	74,6

Este fato vem evidenciar o que já foi mencionado anteriormente, que os dois métodos são altamente suscetíveis a influência do ruído, e são principalmente afetados quando a energia da componente CC exponencial é alta. Isto evidencia uma alta sensibilidade da estimação do fasor em relação às estimações das influências do decaimento, seja ela obtida indiretamente através das estimações dos parâmetros do decaimento exponencial (método proposto) ou mensurada através de filtros (Half-Cycle e Half-Cycle modificado).

### 3.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo foi apresentado uma metodologia de estimação do fasor da componente fundamental do sinal na presença de decaimento CC exponencial e de harmônicos ímpares no sinal. As estimações são realizadas em meio ciclo mais quatro amostras da componente fundamental do sistema. O método é baseado na estimação dos parâmetros do decaimento CC exponencial presentes no sinal. Para tal, foram utilizadas algumas técnicas de processamento de sinais tais como o janelamento, modulação, a DTFT (*Discret Time Fourier Transform*) e buscas em tabelas. O desempenho do método proposto foi avaliado em duas situações distintas, sendo que em ambas os desempenhos foram avaliados para três valores distintos da constante de tempo do decaimento CC exponencial.

Na primeira situação, foi avaliado o desempenho do método proposto frente a três outros métodos, sendo eles: o Half-Cycle, o LES e o DFT, todos de meio ciclo, sendo que o sinal utilizado nos testes não apresentava ruído. No decorrer dos testes, observou-se que todos os erros, com exceção do DFT, diminuíam quando o valor de  $\tau$  aumentava. Este fato vem evidenciar o que já foi mencionado anteriormente, que quanto maior o tempo em que o decaimento

CC exponencial está presente no sinal, mais precisas são as estimativas dos parâmetros do decaimento exponencial e, por sua vez, mais precisas são as estimativas dos fasores. Para o LES, observa-se que quanto maior o valor de  $\tau$  mais bem a influência do decaimento CC exponencial é detectada pelos filtros e, assim sendo, mais acuradas são as estimações realizadas. Quanto aos filtros DFT, observa-se que quanto maiores os valores de  $\tau$ , maiores são os valores dos erros. Isso evidencia que o algoritmo sofre grande influência do decaimento CC exponencial e que este algoritmo não deve ser empregado em situações tais que há a presença dessa componente no sinal. É importante salientar que essas análises foram realizadas em um meio ideal, ou seja, em sinais que não apresentavam nenhum nível de ruído.

Na segunda situação, o método proposto foi avaliado inicialmente frente a três métodos, sendo eles: o Half-Cycle, o LES e o DFT, todos de meio ciclo. Nessa análise inicial, ficou comprovado o quão suscetíveis são os filtros LES à presença de ruídos, inviabilizando a utilização dos métodos baseados nessa metodologia (Half-Cycle e LES). Sendo assim, utilizou-se nas comparações uma metodologia descrita em (BALAMOUGAN; SIDHU, 2006) que foi modificada, onde os filtros DFT de janela inteira foram substituídos por filtros DFT de meia janela. Os desempenhos foram calculados e observou-se que os erros de ambos os métodos, proposto e Half-Cycle modificado, crescem com o aumento de  $\tau$ . Fato este contrário ao acontecido nas análises sem ruído. Este fato vem evidenciar o que já foi mencionado anteriormente, que os dois métodos são altamente suscetíveis a influência do ruído e são principalmente afetados quando a energia da componente CC exponencial é alta. Isto evidencia uma alta sensibilidade da estimação do fasor em relação às estimações das influências do decaimento CC exponencial, seja ela obtida indiretamente através das estimações dos parâmetros do decaimento exponencial (método proposto) ou mensurada através de filtros (Half-Cycle e Half-Cycle modificado).

Contudo, conclui-se que o método proposto é eficiente quando comparado com os métodos DFT, LES, Half-Cycle e Half-Cycle modificado, todos de meio ciclo, na estimação do fasor da componente fundamental na presença simultânea de harmônicos e decaimento CC exponencial e ruído branco gaussiano.



## 4 NOVO MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DE FASORES NA PRESENÇA DE INTER-HARMÔNICOS

### 4.1 INTRODUÇÃO

O capítulo anterior abordou o desenvolvimento de uma metodologia capaz de estimar o fasor da componente fundamental do sinal na presença de decaimento CC exponencial e harmônicos. Neste processo, as estimações eram realizadas em menos de um ciclo da componente de 60 Hz.

O presente capítulo tem por objetivo apresentar uma nova metodologia capaz de estimar o fasor da componente fundamental do sinal na presença de harmônicos, inter-harmônicos exponencialmente amortecidos (oscilações sub-síncronas) e decaimento CC exponencial. A técnica é baseada na utilização de Redes Neurais Artificiais (RNA) (BISHOP, 1997) e técnicas de processamento de sinais.

### 4.2 METODOLOGIA PROPOSTA

Na Figura 24, é apresentado o diagrama esquemático da metodologia. Primeiramente, dois ciclos do sinal ( $J_1$  e  $J_2$ ) sob análise são modulados, por seno e cosseno, separadamente, e em seguida, são submetidos à filtragem através de um filtro média móvel de janela inteira (*full-cycle*). Após esse processo, o primeiro ciclo de cada sinal (transitório) é descartado, sendo utilizado apenas o segundo ciclo ( $J_2^C$  e  $J_2^S$ ) de cada um destes sinais.

Após a obtenção de  $J_2^C$  e  $J_2^S$ , dois processos são realizados em paralelo. No primeiro, uma média aritmética, indicada por  $E\{\bullet\}$ , é aplicada sobre  $J_2^C$  e  $J_2^S$  afim de auxiliar no processo futuro de obtenção das partes real e imaginária, respectivamente, do fasor da componente fundamental. No segundo, sobre as janelas  $J_2^C$  e  $J_2^S$  são obtidos os sinais característicos que serão as entradas das redes neurais artificiais. Os dois processos se fecham quando o resultado de ambos é somado, e então as partes real e imaginária do fasor são obtidas. Sendo que a parte real da estimação é referente à parte modulada por cosseno e a imaginária por seno.

Conforme será visto à diante, a saída das redes neurais são valores de correção que serão aplicados sobre as médias das partes real (sinal modulado por cosseno) e imaginária (sinal modulado por seno). A idéia básica consiste na premissa de que o valor médio de saída do filtro de média móvel é um bom estimador para o valor das partes real e imaginária no caso em que o sinal é composto apenas pela componente fundamental e harmônicos, porém quando outros termos estão presentes no sinal a média passa a não ser um bom estimador e um processo de correção deve ser aplicado.

Para tal, seja o sinal de interesse, apresentado em (4.1), composto pela componente fundamental, harmônicos, por inter-harmônicos exponencialmente amortecidos e por um ruído

$$s(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \sum_{i=1}^{N_I} \bar{A}_i e^{-t/\tau_i} \cos(\bar{\omega}_i t + \bar{\phi}_i) + \sum_{k=2}^{N_H} A_k \cos(\omega_k t + \phi_k) + I_0 e^{-t/\tau_0} + e(t), \quad (4.1)$$

sendo que  $A_0$ ,  $\bar{A}_i$  e  $A_k$  são as amplitudes do sinal fundamental, do  $i$ -ésimo harmônico e do  $k$ -ésimo inter-harmônico, respectivamente. Os  $\omega_0$  e  $\bar{\omega}_i$  são as frequências angulares do sinal fundamental e do  $i$ -ésimo inter-harmônico, respectivamente. Os  $\phi_0$ ,  $\bar{\phi}_i$  e  $\phi_k$  são as fases do sinal fundamental, do  $i$ -ésimo inter-harmônico e do  $k$ -ésimo harmônico, respectivamente.  $I_0$  e  $\tau_0$  são a magnitude e a constante de tempo do decaimento CC exponencial.  $\tau_i$  e  $e(t)$  são a constante de tempo do  $i$ -ésimo inter-harmônico e o ruído branco gaussiano, respectivamente.

#### 4.2.1 Entradas da Rede: Sinal Característico

As entradas da rede neural são encontradas mediante a realização do processo de modulação por cosseno e por seno do sinal, conforme apresentado em (4.2) e (4.3), respectivamente. Dessa forma, através da propriedade da modulação, as componentes de frequência de 60 Hz são realocadas para a frequência zero, transformando-se nas componentes CC dos sinais modulados.

$$s_{MC}(t) = \cos(\omega_1 t) \cdot s(t) \quad (4.2)$$

$$s_{MS}(t) = \sin(\omega_1 t) \cdot s(t) \quad (4.3)$$

Substituindo o sinal, dado por (4.1), em (4.2), e utilizando algumas identidades trigonomé-

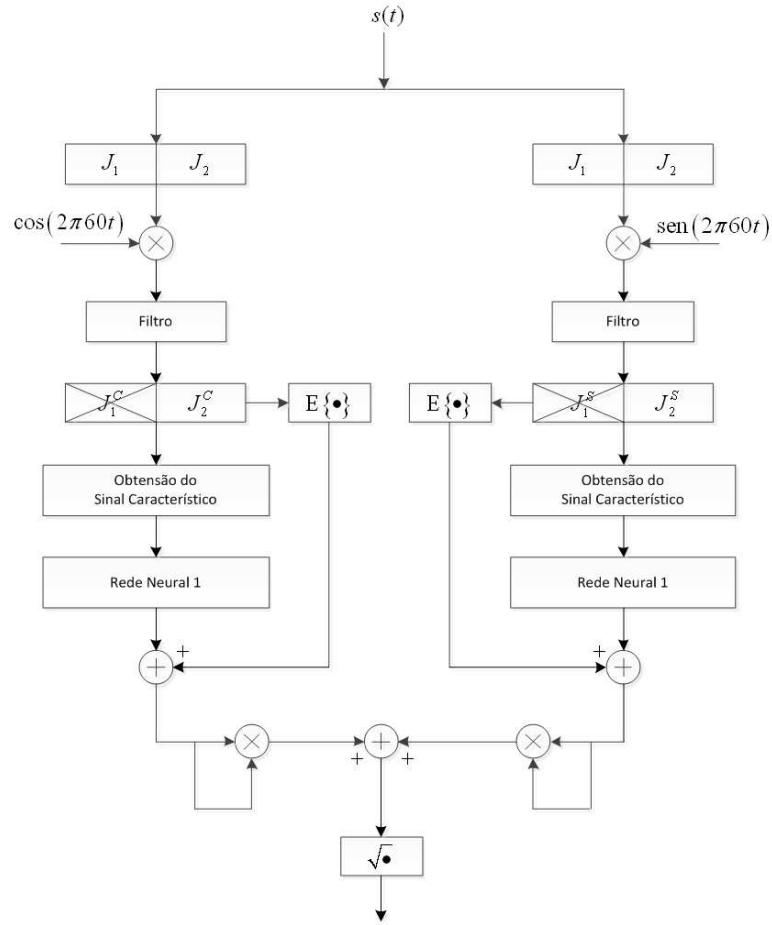


Figura 24: Diagrama esquemático da metodologia proposta.

tricas, tem-se a equação para o Sinal Modulado por Cosseno ( $s_{MC}(t)$ ):

$$\begin{aligned}
 s_{MC}(t) &= \frac{A_1}{2} \cos(\phi_1) + \frac{A_1}{2} \cos(2\omega_1 t + \phi_1) + \\
 &+ \left\{ \sum_{i=1}^{N_I} \frac{\bar{A}_i}{2} e^{-t/\tau_i} \left( \cos[(\bar{\omega}_i + \omega_1)t + \bar{\phi}_i] + \cos[(\bar{\omega}_i - \omega_1)t + \bar{\phi}_i] \right) \right\} + \\
 &+ \left\{ \sum_{k=1}^{N_H} \frac{A_k}{2} \left( \cos[(k+1)\omega_1 t + \phi_k] + \cos[(k-1)\omega_1 t + \phi_k] \right) \right\} + \\
 &+ I_0 e^{-t/\tau_0} \cos(\omega_1 t)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Substituindo o sinal, dado por (4.1), em (4.3), e utilizando algumas identidades trigonométricas, tem-se a equação para o Sinal Modulado por Seno ( $s_{MS}(t)$ ):

$$\begin{aligned}
 s_{MS}(t) &= -\frac{A_1}{2} \sin(\phi_1) + \frac{A_1}{2} \sin(2\omega_1 t + \phi_1) + \\
 &+ \left\{ \sum_{i=1}^{N_I} \frac{\bar{A}_i}{2} e^{-t/\tau_i} \left( \sin[(\bar{\omega}_i + \omega_1)t + \bar{\phi}_i] - \sin[(\bar{\omega}_i - \omega_1)t + \bar{\phi}_i] \right) \right\} + \\
 &+ \left\{ \sum_{k=1}^{N_H} \frac{A_k}{2} \left( \sin[(k+1)\omega_1 t + \phi_k] - \sin[(k-1)\omega_1 t + \phi_k] \right) \right\} + \\
 &+ I_0 e^{-t/\tau_0} \sin(\omega_1 t)
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Após o processo de modulação, o sinal é filtrado com a utilização de um filtro média móvel (MITRA, 2001). Através deste processo, as componentes de frequências harmônicas do sinal são filtradas e as inter-harmônicas são atenuadas. Dessa forma, são encontradas as equações para o Sinal Modulado por Cosseno e Filtrado ( $s_{MCF}$ ) e para o Sinal Modulado por Seno e Filtrado ( $s_{MSF}$ ), apresentadas nas equações abaixo:

$$s_{MCF}(t) = \frac{A_1}{2} \cos(\phi_1) + \left\{ \sum_{i=1}^{N_I} \frac{\bar{A}_i}{2} e^{-t/\tau_i} (B_{i1} \cdot \cos[(\bar{\omega}_i + \omega_1)t + \bar{\phi}_i] + B_{i2} \cdot \cos[(\bar{\omega}_i - \omega_1)t + \bar{\phi}_i]) \right\} + I_0 C_1(t) e^{-t/\tau_0} \cos(\omega_1 t) \quad (4.6)$$

$$s_{MSF}(t) = -\frac{A_1}{2} \text{sen}(\phi_1) + \left\{ \sum_{i=1}^{N_I} \frac{\bar{A}_i}{2} e^{-t/\tau_i} (B_{i1} \cdot \text{sen}[(\bar{\omega}_i + \omega_1)t + \bar{\phi}_i] + B_{i2} \cdot \text{sen}[(\bar{\omega}_i - \omega_1)t + \bar{\phi}_i]) \right\} + I_0 C_2(t) e^{-t/\tau_0} \text{sen}(\omega_1 t) \quad (4.7)$$

sendo  $B_{i1}$  e  $B_{i2}$  constantes de atenuação do filtro de média móvel de janela inteira (*full-cycle*) para as funções periódicas.  $C_2(t)$  é uma função de atenuação, também referente ao filtro de média móvel para o decaimento CC exponencial (que é contínuo no tempo e na frequência).

Com a utilização de (4.6) e (4.7), são encontrados o Sinal Característico do Cosseno ( $s_{CC}$ ) e o Sinal Característico do Seno ( $s_{CS}$ ), conforme mostrado pelas equações seguintes:

$$s_{CC}(t) = s_{MCF}(t) - E\{s_{MCF}(t)\} \quad (4.8)$$

$$s_{CS}(t) = s_{MSF}(t) - E\{s_{MSF}(t)\} \quad (4.9)$$

sendo  $E\{s_{MCF}(t)\}$  e  $E\{s_{MSF}(t)\}$  as médias aritméticas de  $s_{MCF}(t)$  e  $s_{MSF}(t)$ , respectivamente.

Note que os valores de  $s_{CC}$  e  $s_{CS}$  não dependem dos parâmetros da componente fundamental presente no sinal dado por (4.1), i.e,  $A_1$  e  $\phi_1$ . Por esse motivo é que recebem o nome de sinais característicos, sendo uma maneira de representar apenas as influências das imperfeições presentes no sinal de entrada dado representado em (4.1).

O sinal  $s_{CC}$  é a entrada da rede neural referente à modulação por cosseno, e  $s_{CS}$  a entrada da rede neural referente à modulação por seno.

### 4.2.2 Alvos da Rede

Para o treinamento destas redes neurais foram considerados os seguintes alvos:

$$Corr_{\cos} = \frac{A_1}{2} \cos(\phi_1) - E\{s_{MCF}(t)\} \quad (4.10)$$

$$Corr_{\text{sen}} = -\frac{A_1}{2} \text{sen}(\phi_1) - E\{s_{MSF}(t)\}, \quad (4.11)$$

sendo que  $Corr_{\cos}$  é o alvo da rede referente à modulação por cosseno e  $Corr_{\text{sen}}$  é o alvo da rede referente à modulação por seno.

É importante salientar que os sinais de entrada utilizados para cálculo dos alvos possuem o comprimento de dois períodos da componentes fundamental, ou seja, 128 amostras.

### 4.2.3 Estimação de Amplitude e Fase da componente Fundamental do Sinal

De posse dos valores de correção encontrados pelas redes neurais (saídas das redes,  $\hat{Corr}_{\cos}$  e  $\hat{Corr}_{\text{sen}}$ ) em seno e cosseno, as equações (4.10) e (4.11) são utilizadas para encontrar o valor estimado de  $A_0$  e  $\phi_0$ . Ou seja, a partir das saídas das redes e das estimativas de  $E\{s_{MCF}(t)\}$  e  $E\{s_{MSF}(t)\}$ , pode-se encontrar as estimativas dos parâmetros da componente fundamental, da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} & \left( \hat{Corr}_{\cos} + E\{s_{MCF}(t)\} \right)^2 + \left( \hat{Corr}_{\text{sen}} + E\{s_{MSF}(t)\} \right)^2 \\ & = \left( \frac{\hat{A}_1}{2} \cos(\hat{\phi}_1) \right)^2 + \left( -\frac{\hat{A}_1}{2} \text{sen}(\hat{\phi}_1) \right)^2 = K \end{aligned} \quad (4.12)$$

Desta forma, as estimativas de amplitude e fase da componente fundamental são dadas por:

$$\hat{A}_1 = 2\sqrt{K} \quad e \quad \hat{\phi}_1 = \text{tg}^{-1} \left\{ -\frac{\hat{Corr}_{\text{sen}} + E\{s_{MSF}(t)\}}{\hat{Corr}_{\cos} + E\{s_{MCF}(t)\}} \right\}. \quad (4.13)$$

## 4.3 SIMULAÇÕES

As simulações aqui realizadas são compostas primeiramente pelo treino e teste das redes neurais. Nestes dois processos os desempenhos são medidos confrontando as saídas das redes neurais com seus respectivos alvos.

A validação é realizada em dois níveis distintos. No primeiro, são utilizados vários sinais, gerados aleatoriamente, com o comprimento de 2 períodos da forma de onda da componente fundamental, ou seja, 128 amostras ou 2/60 segundos. Neste nível o desempenho é medido

no final do processo de estimação, mostrado na Figura 24. No segundo nível, a validação é realizada no decorrer do tempo com a utilização de um sinal contínuo.

#### 4.3.1 Treinamento e teste das Redes Neurais Artificiais

A rede neural utilizada é uma *feedforward* totalmente conectada (BISHOP, 1997) utilizando treinamento supervisionado.

Para o treinamento e o teste foram utilizados sinais gerados a partir de (4.14), sendo que todos os parâmetros, com exceção da amplitude da componente fundamental ( $A_0 = 10$  pu), foram gerados aleatoriamente. A taxa de amostragem utilizada foi de 64 amostras por ciclo da componente fundamental. A Tabela 9 apresenta o intervalo de variação de cada parâmetro.

$$s(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \sum_{i=1}^2 \bar{A}_i e^{-t/\tau_i} \cos(\bar{\omega}_i t + \bar{\phi}_i) + I_0 e^{-t/\tau_0} + e(t), \quad 0 \leq t \leq 2/60s \quad (4.14)$$

Tabela 9: Variação dos Parâmetros.

Parâmetro	Varição
Fases $\phi_1$ e $\phi_i$	0 a $2\pi$ rad
Frequências $f_i$	10 a 50 Hz
Constantes de Tempo $\tau_i$	10 a 100 ms
Amplitudes $\bar{A}_i$	0 a 30% do valor de $A_1$
Amplitude $I_0$	1 a 10 pu
Constantes de Tempo $\tau_0$	10 a 100 ms
$e(t)$	ruído branco com SNR igual a 40 dB

Note que não foram utilizadas em (4.14) componentes harmônicas pois é de prévio conhecimento que o filtro de média móvel, que virá a ser utilizado no processo de obtenção do Sinal Característico (entradas das redes neurais), atenuam fortemente as componentes harmônicas.

Foram utilizados 600 sinais para treino e 600 para teste. As entradas das redes são obtidas de acordo com o que foi apresentado na Subseção 4.2.1.

No que se refere ao desempenho, os melhores valores foram encontrados utilizando uma rede neural com 16 neurônios na camada de entrada, 16 na camada escondida e 1 na camada de saída, para a rede neural referente à modulação por cosseno, e 16 neurônios na camada de entrada, 20 na camada escondida e 1 na camada de saída, para a rede neural referente à modulação por seno. As funções de ativação utilizadas na camada escondida foram sigmoidais do tipo tangente hiperbólica e na camada de saída foram utilizadas funções lineares. O algoritmo de treinamento foi o *backpropagation* resiliente (RIEDMILLER; BRAUN, 1993). Note que

são utilizados 16 neurônios na camada de entrada, sendo que a taxa de amostragem utilizada é de 64 amostras por ciclo da componente fundamental. Dessa forma, tornou-se necessário a decimação do sinal. O objetivo foi melhorar o desempenho global, que foi medido em relação à quantidade de saídas, no processo de teste, que estavam abaixo de um erro percentual máximo (em relação aos alvos) de 5%. As redes neurais referentes à modulação cosseno e seno obtiveram desempenhos de 24,33% e 21,33%, respectivamente.

É importante salientar que, como mencionado anteriormente, o comportamento das redes neurais frente aos dados modulados por seno e cosseno se mostrou diferente. Maiores dificuldades de generalização da rede neural foram encontrados utilizando os dados modulados por seno, o que levou a utilização de um número maior de neurônios na camada escondida da rede neural associada. O motivo até o momento é desconhecido, mas será objeto de estudo antes da implementação desta metodologia em hardware.

As Figuras 25 e 26 apresentam o resultado do teste e do treino para as duas redes neurais consideradas nesta metodologia, e seus erros médios quadráticos (EMQ) são apresentados na Tabela 10. Pelos gráficos pode-se observar o bom desempenho obtido tanto para o conjunto de treino quanto para o conjunto de teste, demonstrando a capacidade de generalização das redes neurais.

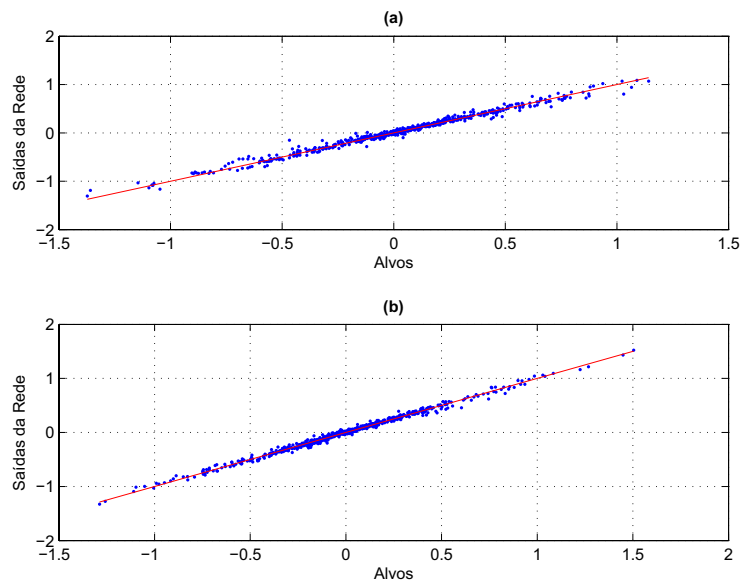


Figura 25: Curvas TargetXResultado para rede referente à modulação cosseno(a) Teste e (b) Treino.

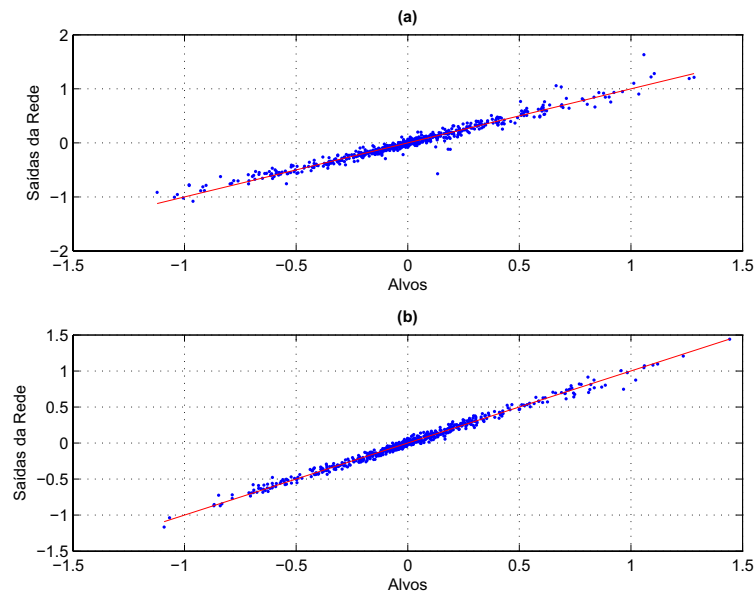


Figura 26: Curvas TargetXResultado para rede referente à modulação seno(a) Teste e (b) Treino.

Tabela 10: Erro Médio Quadrático para o Treino e Teste das Redes Neurais.

	<b>Rede Cosseno</b>	<b>Rede Seno</b>
<b>Treino</b>	3,3%	3,9%
<b>Teste</b>	4,7%	7,4%

### 4.3.2 Validação NÍVEL 1

Na validação nível 1, foram utilizados 200 sinais, aleatórios, gerados de acordo com (4.14), com os parâmetros variando conforme indicado na Tabela 9. Somente a amplitude da componente fundamental foi mantida constante, sendo igual a 10 pu.

Conforme mostrado na Subseção 4.2.3, cada rede neural é responsável por uma parte da estimação do fasor da componente fundamental do sinal. Desta maneira, torna-se necessário o estudo de como as redes interagem no decorrer do processo de estimação, logo o objetivo da utilização de sinais contendo apenas 2 ciclos nesta validação é verificar, qualitativamente, o quão bom está a interação entre elas.

Diferentemente do teste e do treino, em que os desempenhos foram medidos confrontando as saídas das redes neurais com seus respectivos alvos, na validação o desempenho é medido no final do processo de estimação, ou seja, a partir dos valores das estimações dos parâmetros da componente fundamental do sinal.

As Figuras 27 e 28 apresentam o resultado da estimação da magnitude e fase, respectivamente, do fasor da componente fundamental para os 200 sinais considerados. Como pode ser



observado nos gráficos, o transitório do processo de estimação referente à cada sinal foi desconsiderado, sendo representado então apenas a primeira estimação após o transitório, que é de 128 amostras (2 ciclos).

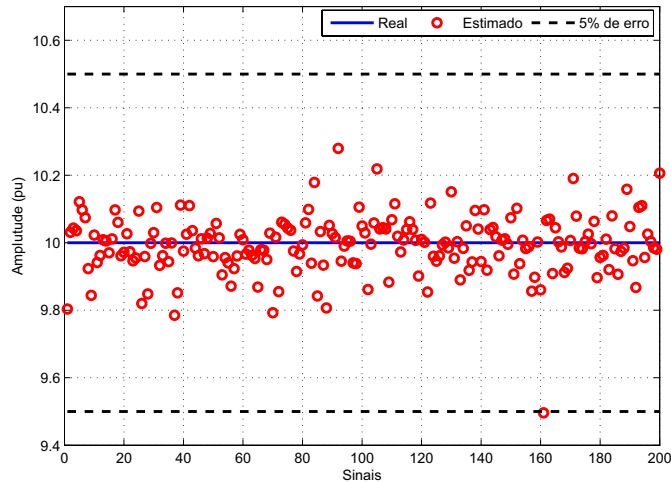


Figura 27: Resultado da validação na estimação da Magnitude da componente fundamental.

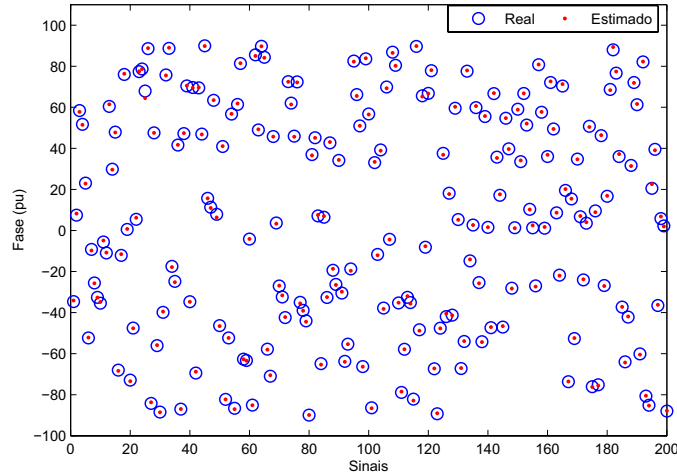


Figura 28: Resultado da validação na estimação da Fase da componente fundamental.

No que se refere ao desempenho do processo de estimação, pode-se notar, nas figuras mencionadas acima, que a estimação da amplitude da componente fundamental é realizada com um erro máximo percentual de 5% e que as estimações das fases são bem próximas aos valores reais. O EMQ também foi calculado para as estimações, e apresentou valores de 9%, para a amplitude, e de 1% para a fase. Estes números indicam que a estimação da fase não é tão suscetível ao ruído quanto a amplitude.

### 4.3.3 Validação NÍVEL 2

Na validação Nível 2 as estimações são realizadas em um processo de janelamento deslizante no tempo utilizando uma janela de 128 amostras (2 ciclos de onda da componente fundamental do sinal). Na Figura 29, pode-se observar o funcionamento deste processo, que foi baseado na metodologia apresentada em (GU; BOLLEN, 2008).

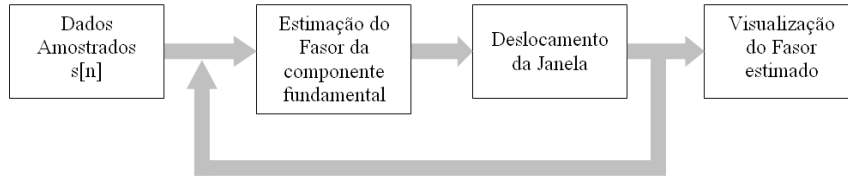


Figura 29: Diagrama de Validação com deslocamento da janela.

Para fins de simulação, será considerado o sinal descrito por (4.15),

$$s(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \sum_{i=1}^{N_I} \bar{A}_i e^{-t/\tau_i} \cos(\bar{\omega}_i t + \bar{\phi}_i) + \sum_{k=2}^{N_H} A_k \cos(\omega_k t + \phi_k) + I_0 e^{-t/\tau_0} + e(t), \quad (4.15)$$

sendo que para a componente de frequência fundamental ( $\omega_1 = 60\text{Hz}$ ) será considerado  $A_1 = 10$  pu e  $\phi_1 = \pi/3$ . Para os inter-harmônicos serão considerados duas componentes ( $N_I = 2$ ), sendo que os seus parâmetros são  $\bar{\omega}_{i=1} = 2\pi 30$  rad/s,  $\bar{\omega}_{i=2} = 2\pi 20$  rad/s,  $\bar{A}_{i=1} = 3$  pu,  $\bar{A}_{i=2} = 3$  pu,  $\tau_{i=1} = 30\text{ms}$ ,  $\tau_{i=2} = 50\text{ms}$ ,  $\bar{\phi}_{i=1} = \pi/4$  rad e  $\bar{\phi}_{i=2} = \pi/6$  rad. Para os harmônicos serão considerados seis componentes ( $N_H = 6$ ), sendo que seus parâmetros são  $A_{k=2} = 0,75$  pu,  $A_{k=3} = 0,50$  pu,  $A_{k=4} = 0,35$  pu,  $A_{k=5} = 0,25$  pu,  $A_{k=6} = 0,15$  pu,  $A_{k=7} = 0,10$  pu e com fases escolhidas aleatoriamente entre 0 e  $2\pi$  rad. Os parâmetros do decaimento CC exponencial são  $I_0 = 10$  pu e  $\tau_0 = 50$  ms. O ruído é aditivo branco com SNR igual a 40 dB. A taxa de amostragem é de 64 amostras por ciclo de componente fundamental (60 Hz). Na Figura 30, é mostrado o sinal aqui descrito contendo 7 ciclos da componente fundamental.

As estimações de amplitude e fase da componente fundamental são apresentadas na Figura 31. Note que, como foi dito anteriormente, o transitório do método é de 2 ciclos.

No que se refere ao desempenho das estimações, foram calculados os erros percentuais relativos utilizando (4.16).

$$Ep(t) = \left( \frac{A_1 - \hat{A}_1(t)}{A_1} \right) \cdot 100\% \quad (4.16)$$

A Figura 32 apresenta os erros calculados para a estimação da amplitude e fase da componente fundamental descartando o transitório. Observe que os erros, tanto para a estimação da

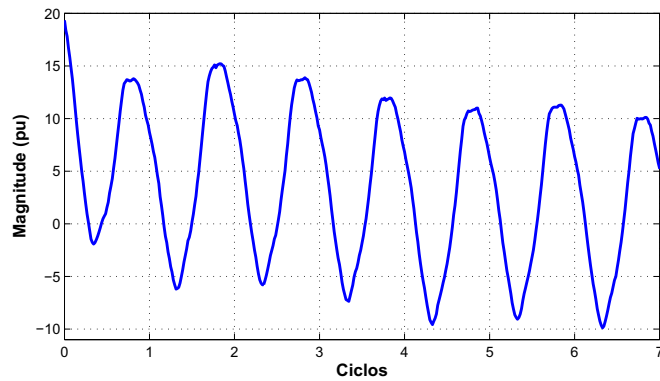


Figura 30: Sinal para validação Nível 2.

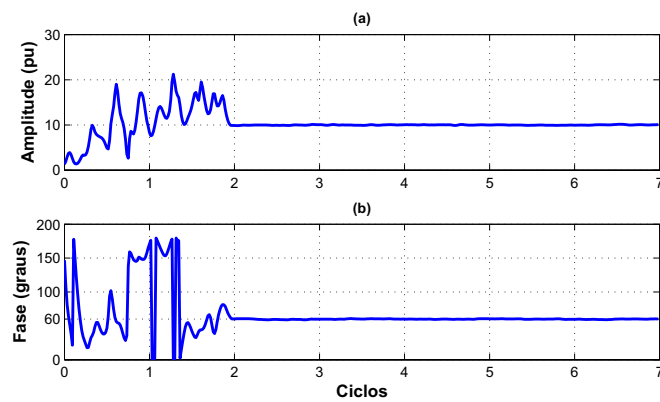


Figura 31: Estimações de (a) Amplitude e (b) Fase da componente fundamental do sinal.

amplitude quanto para a fase, não excedem 1,6%. Um estudo mais aprofundado foi realizado e observou-se que este erro é devido a presença de ruídos inerentes ao sistema.

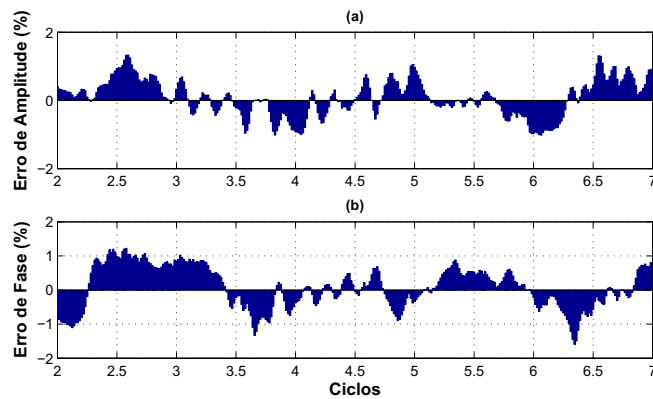


Figura 32: Erros de estimação de (a) Amplitude e (b) Fase da componente fundamental do sinal.

## 4.4 COMPARAÇÕES

Serão apresentadas comparações entre a metodologia proposta e métodos não-paramétricos e paramétricos, descritos no Capítulo 2. Quanto aos métodos não-paramétricos utilizar-se-ão os filtros LES de 2 ciclos e DFT de 1 e 2 ciclos. Quanto aos paramétricos utilizar-se-ão o método ESPRIT e o de Prony adaptado para componentes conhecidas. O sinal utilizado nas comparações é mesmo utilizado na validação NÍVEL 2.

### 4.4.1 Comparações com métodos não-paramétricos

As estimações, de amplitude e fase, realizadas com os métodos não-paramétricos são apresentadas nas Figuras 33 e 34. Como pode-se observar, o método que apresenta o transitório com maiores picos é o método proposto. A resolução deste problema não foi foco deste trabalho, mas é de conhecimento que ele pode ser contornado com a utilização de melhores métodos para a inicialização do algoritmo.

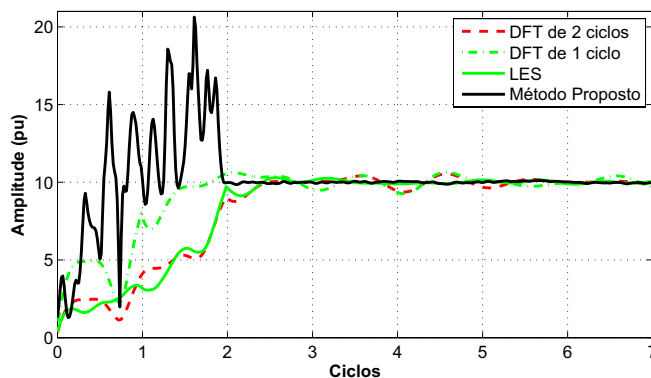


Figura 33: Comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Amplitude.

As Figuras 35 e 36 apresentam uma ampliação das Figuras 33 e 34, respectivamente. Através delas pode-se ver mais claramente o ponto de convergência dos algoritmos e observar que o método proposto é claramente melhor do que os outros três métodos. O desempenho (EMQ) dos métodos foram calculados considerando os valores estimados a partir do terceiro ciclo até o final do sétimo, ou seja, desconsiderando os transitórios (2 primeiros ciclos). Tais desempenhos são apresentados na Tabela 11. Os resultados mostram que o desempenho do algoritmo proposto é o melhor dentre os métodos comparados, tanto para a estimativa da amplitude quanto para a da fase. É importante salientar que o erro de amplitude do algoritmo proposto é quase 3 vezes menor do que o do algoritmo LES, que apresentou o segundo melhor desempenho. Os piores resultados foram obtidos com a utilização dos filtros DFT, o que ilustra bem como os

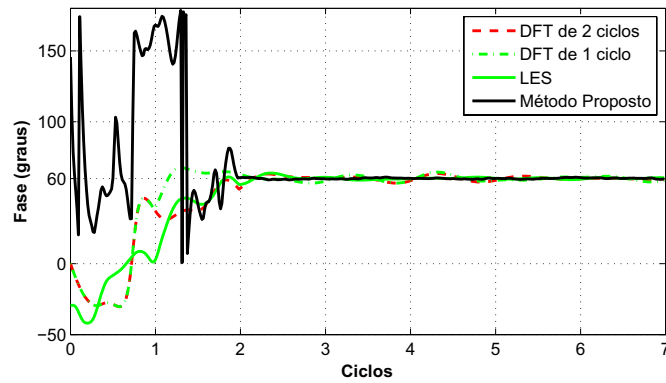


Figura 34: Comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Fase.

resultados de estimções utilizando filtros DFT são fortemente afetados pelas componentes CC e inter-harmônicas.

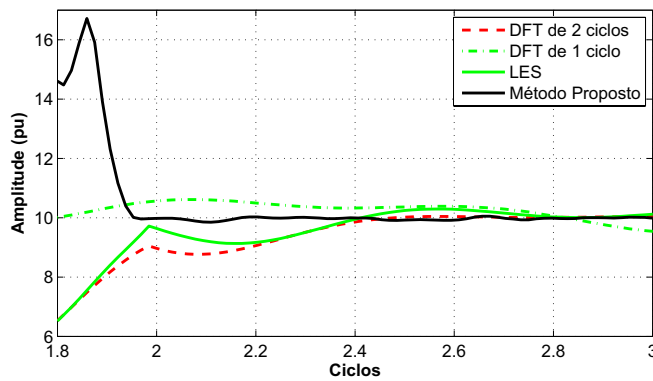


Figura 35: Detalhe ampliado da comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Amplitude.

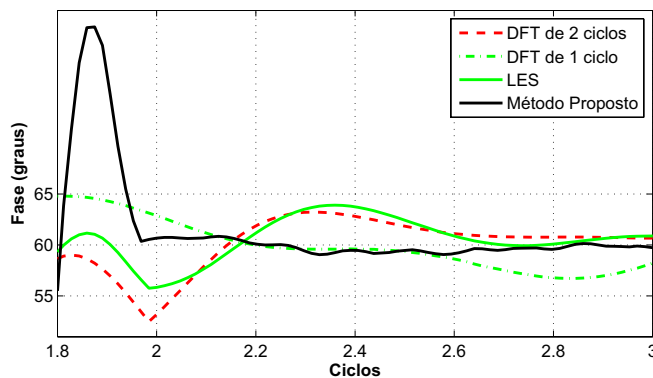


Figura 36: Detalhe ampliado da comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Fase.

Cabe também uma breve análise de estimções realizadas em sinais sem ruídos. Para tal,

Tabela 11: Erro Médio Quadrático para as estimações do fasor da componente fundamental.

	<b>Amplitude</b>	<b>Fase</b>
<b>Método Proposto</b>	7,60%	0,75%
<b>DFT de 1 Ciclo</b>	34,44%	3,22%
<b>DFT de 2 Ciclo</b>	34,84%	2,93%
<b>LES</b>	21,07%	1,91%

considerar-se-á o sinal apresentado em (4.15) sem a presença do ruído  $e(t)$ . É importante salientar que o sistema foi treinado utilizando um banco de dados que também não continha nenhum tipo de ruído, sendo que cada rede foi projetada com 16 neurônios na camada escondida. As estimações de amplitude e fase são apresentadas nas Figuras 37 e 38, respectivamente. Note que as estimações realizadas pelo método proposto são muito mais acuradas do que as realizadas pelos outros métodos utilizados na comparação. Outro ponto, que é claro, é que o método proposto apresenta um melhor desempenho ao estimar sinais sem a presença de ruídos.

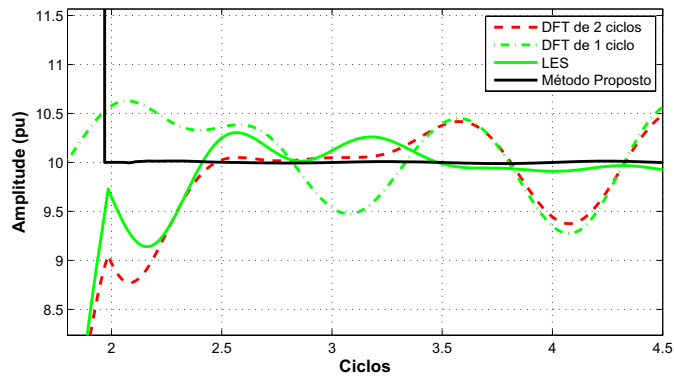


Figura 37: Comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Amplitude - Sinal sem ruído.

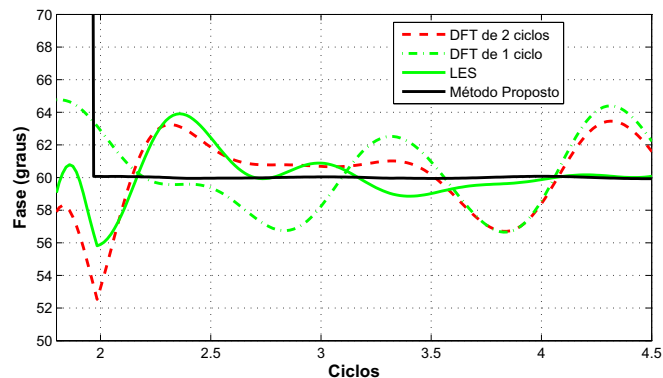


Figura 38: Comparação da metodologia proposta com métodos não-paramétricos - Estimação da Fase - Sinal sem ruído.

#### 4.4.2 Comparações com métodos paramétricos

Diferentemente dos métodos não-paramétricos, os métodos paramétricos tentam ajustar aos dados um modelo, de ordem previamente definida, em que seus parâmetros são ajustados de tal forma a melhor representar esses dados. A complexidade dos modelos é dada pela ordem dos mesmos, pois a ordem é diretamente proporcional a quantidade de parâmetros a serem estimados.

As estimações, de amplitude e fase, realizadas com os métodos paramétricos de Prony e ESPRIT são apresentadas nas Figuras 39 e 40. É importante salientar que o sinal de entrada considerado foi previamente filtrado com a utilização de um filtro cosseno. O objetivo foi a atenuação dos harmônicos.

Como pode-se observar, dentre os métodos apresentados nas figuras acima citadas o que apresenta o transitório com maiores picos continua sendo o método proposto. Como mencionado anteriormente, este problema pode ser contornado com a utilização de melhores métodos para a inicialização do algoritmo.

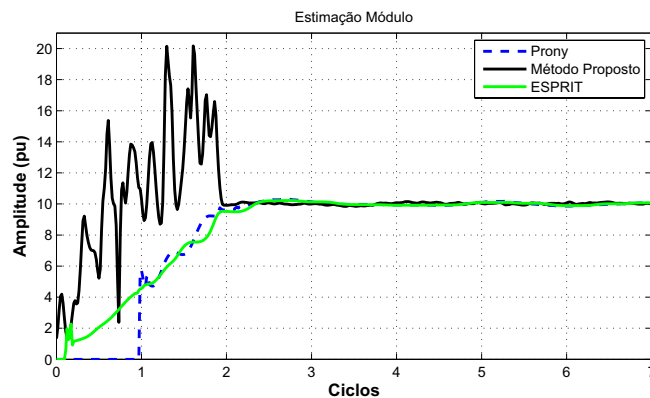


Figura 39: Comparação da metodologia proposta com métodos paramétricos - Estimação da Amplitude.

Ampliações das Figuras 39 e 40 são apresentadas nas Figuras 41 e 42, onde pode-se observar claramente que o método proposto possui um desempenho superior aos outros dois métodos. O desempenho (EMQ) dos métodos foram calculados semelhantemente ao dos métodos não-paramétricos e são apresentados na Tabela 12.

Observando a tabela acima citada pode-se concluir que o método proposto é superior aos outros dois métodos tanto para a estimação da amplitude quanto para a da fase. É importante salientar também que os métodos paramétricos aqui apresentados quando comparados com os não-paramétricos apresentam um desempenho superior. Salvo a exceção para a estimação da fase realizada pelo método ESPRIT, que obteve o maior EMQ nesta estimação.

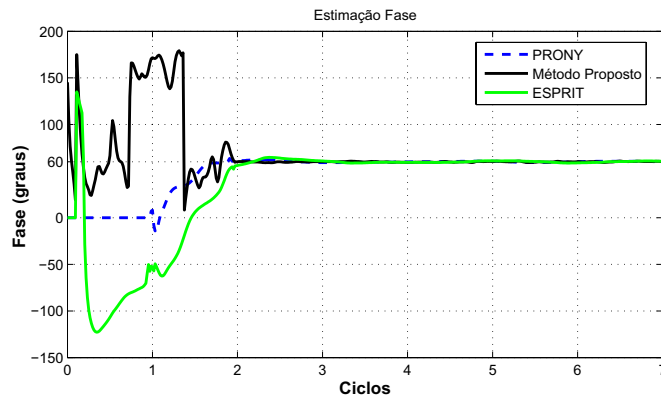


Figura 40: Comparação da metodologia proposta com métodos paramétricos - Estimação da Fase.

O fato dos métodos paramétricos apresentarem um melhor desempenho é explicado pela robustez dos mesmos. Eles, como mencionado anteriormente, não trabalham filtrando os dados, mas sim ajustando um modelo (de ordem pré definida) aos dados que melhor os represente. Nos dois casos aqui tratados, método de Prony e ESPRIT, esta melhor representatividade dos dados por parte do modelo é garantida com a utilização do algoritmo dos mínimos quadrados através de operações matriciais utilizando a matriz pseudo-inversa.

O método original de Prony, como mencionado na Seção 2.4 deste trabalho, é fortemente afetado pela presença de ruído nos dados de entrada. Uma versão um pouco mais robusta capaz de lidar melhor com este problema é o Prony associado com os mínimos quadrados. O algoritmo aqui utilizado é do Prony com componentes conhecidas associado com os mínimos quadrados. Comparativamente, dentre os três métodos de Prony aqui citados, este é o que apresenta a melhor imunidade ao ruído.

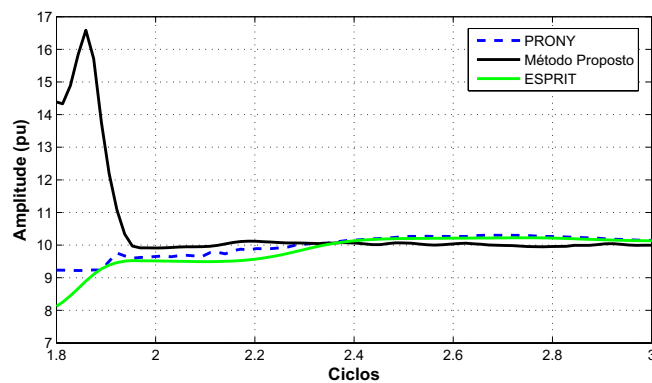


Figura 41: Detalhe ampliado da comparação da metodologia proposta com métodos paramétricos - Estimação da Amplitude.



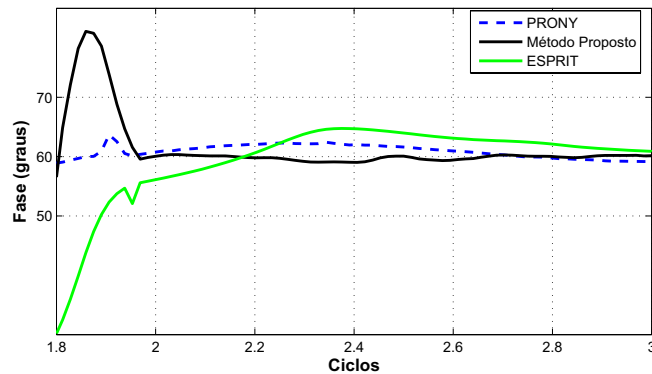


Figura 42: Detalhe ampliado da comparação da metodologia proposta com métodos paramétricos - Estimação da Fase.

Tabela 12: Erro Médio Quadrático para as estimações do fasor da componente fundamental - modelos paramétricos.

	<b>Amplitude</b>	<b>Fase</b>
<b>Método Proposto</b>	7,60%	0,75%
<b>Método de Prony</b>	12,88%	1,36%
<b>ESPRIT</b>	14,44%	209,96%

#### 4.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Foi apresentada uma nova técnica que propõe a utilização de Redes Neurais Artificiais (RNA) para a estimativa da amplitude e fase da componente fundamental de sinais senoidais na presença simultânea de harmônicos, inter-harmônicos exponencialmente amortecidos e decaimento CC exponencial.

A metodologia é baseada na modulação do sinal de entrada por seno e por cosseno, separadamente, e em seguida, são submetidos à filtragem através de um filtro média móvel de janela inteira (*full-cycle*). Após esse processo, o primeiro ciclo (transitório) do sinal é descartado, e com o segundo ciclo são encontradas as entradas das redes neurais. Estas entradas são denominadas de Sinal Característico.

No processo de treinamento das redes neurais, baixos desempenhos foram encontrados para as redes referentes à modulação cosseno e para a referente à modulação seno. No entanto, resultados satisfatórios foram encontrados nas duas validações realizadas, o que nos leva a intuir que há uma boa interação entre as redes neurais no processo global de estimativa do fasor da componente fundamental.

Comparações foram realizadas entre o algoritmo proposto e métodos não-paramétricos e paramétricos. Constituem os não-paramétricos o LES, DFT de 1 ciclo e DFT de 2 ciclos, e os

paramétricos o método de Prony e ESPRIT. Em ambos os casos o algoritmo proposto obteve o melhor desempenho na estimação do fasor da componente fundamental na presença de ruídos aditivos.

## 5 CONCLUSÃO

### 5.1 CONCLUSÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou duas metodologias inovadoras no campo da estimação fasorial. A primeira metodologia propõe a estimação do fasor da componente fundamental na presença de harmônicos e decaimento CC exponencial e é baseada na aplicação de filtros DFT e de alguns métodos de processamento de sinais. A segunda metodologia, por sua vez, propõe a estimação do fasor da componente fundamental na presença simultânea de harmônicos, decaimento CC exponencial e oscilações sub-síncronas (subharmônicos exponencialmente amortecidos). Esta metodologia é baseada na aplicação de redes neurais e de alguns pré-processamentos utilizando processamento de sinais.

É importante salientar que ambos os métodos de estimação não foram avaliados quanto à variação da frequência da componente fundamental, caso típico de oscilações de potência, e também quanto à variações da amplitude desta no decorrer do tempo.

O desempenho do primeiro método proposto foi avaliado em duas situações distintas, sendo que em ambas os desempenhos foram avaliados para três valores distintos da constante de tempo do decaimento CC exponencial.

Na primeira situação, as análises foram realizadas em um meio ideal, ou seja, em sinais que não apresentavam nenhum nível de ruído. Nesta situação, o método proposto apresentou um desempenho superior aos métodos LES e DFT, e inferior ao método Half-Cycle. É importante salientar que a diferença de desempenho encontrada entre o método proposto e o Half-Cycle foi, no pior caso, da ordem de  $10^{-6}$ . Evidenciando, que na prática, estes dois métodos são equivalentes quanto ao desempenho.

Na segunda situação, as análises foram realizadas em presença de ruídos brancos gaussianos com SNR de 40 dB. Nesta situação, ficou claro o quão suscetíveis são os filtros LES à presença de ruídos, inviabilizando a utilização dos métodos baseados nessa metodologia (Half-Cycle e LES). Sendo assim, utilizou-se nas comparações o método Half-Cycle modificado,

onde os filtros DFT de janela inteira foram substituídos por filtros DFT de meia janela. Os desempenhos foram calculados e observou-se que o método proposto foi superior em todos os casos simulados.

No segundo método, duas validações foram realizadas, NÍVEL 1 e NÍVEL 2. A validação NÍVEL 1 foi motivada pelos baixos desempenhos apresentados pelas redes neurais individualmente no processo de treino, o que gerou dúvidas quanto ao desempenho de todo o conjunto. Logo, esta validação teve como objetivo medir o desempenho final do processo, e por sua vez, atestar que os maus desempenhos individuais das redes neurais são superados com a interação entre as mesmas no processo global. A validação NÍVEL 2, por sua vez foi utilizada para verificar o funcionamento do algoritmo implementado com uma janela deslizando no tempo. Ambas as validações apresentaram resultados satisfatórios e encorajadores.

Comparações foram realizadas entre o algoritmo proposto (segundo método) e métodos não-paramétricos e paramétricos. Constituem os não-paramétricos o LES, DFT de 1 ciclo e DFT de 2 ciclos, e os paramétricos o método de Prony e ESPRIT. Os desempenhos foram calculados e observou-se que o algoritmo proposto obteve os melhores desempenhos frente a todos os outros métodos utilizados.

Desta forma, conclui-se que o primeiro método proposto é eficiente (mais acurado) quando comparado com os métodos DFT, LES, Half-Cycle e Half-Cycle modificado, todos de meio ciclo, na estimação do fasor da componente fundamental na presença de harmônicos e decaimento CC exponencial e ruído branco gaussiano. E que o segundo método é mais acurado e possui um menor tempo de convergência do que os outros métodos paramétricos e não-paramétricos utilizados na estimação do fasor da componente fundamental na presença simultânea de harmônicos, decaimento CC exponencial, oscilações sub-síncronas e ruído branco gaussiano.

## 5.2 TRABALHOS FUTUROS

A fim de dar continuidade aos estudos apresentados nesta dissertação, os seguintes temas de trabalhos futuros são apresentados a seguir:

- Aprimoramento da resposta em frequência da janela proposta na primeira metodologia a fim de reduzir os efeitos do ruído na estimação fasorial realizada.
- Aprimoramento das redes neurais e aplicação de novas metodologias de treinamento, no segundo método proposto, com o objetivo de reduzir a susceptibilidade do método a presença de ruído branco gaussiano.

- Implementação das duas metodologias em DSP (*Digital Signal Processor*) ou em FPGA (*Field Programmable Gate Array*).
- Desenvolver metodologias capazes de estimar não só a componente fundamental, mas também as componentes inter-harmônicas presentes no sinal.

## REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. [S.l.]: Editora UFMG, 2000.
- BALAMOUGAN, V.; SIDHU, T. A new filtering technique to eliminate decaying dc and harmonics for power system phasor estimation. 2006.
- BENMOUYAL, G. Removal of dc-offset in current waveforms using digital mimic filtering. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 10, n. 2, p. 621–630, Apr 1995.
- BISHOP, C. M. *Neural Networks for Pattern Recognition*. 2nd. ed. [S.l.]: Oxford University Press, 1997.
- BJÖRCK, k.; PEREYRA, V. Solution of vandermonde systems of equations. *Mathematics of Computation*, American Mathematical Society, v. 24, n. 112, p. 893–903, 1970.
- BOLLEN, M.; STYVAKTAKIS, E.; GU, I. Y.-H. Categorization and analysis of power system transients. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 20, n. 3, p. 2298–2306, July 2005. ISSN 0885-8977.
- BOLLEN, M. H. J.; GU, I. Y.-H. *Signal Processing of Power Quality Disturbances*. [S.l.]: IEEE Press, 2006.
- BRACALE, A. et al. Spectrum estimation of non-stationary signal in traction systems. In: *INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEMS, ICPS2004, KATHMANDU, NEPAL (P158)*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 821–826.
- CHEN, C.; CHANG, G. An efficient time-domain approach based on prony's method for time-varying power system harmonics estimation. p. 1–6, July 2009.
- CHEN, C.-I.; CHANG, G. An efficient prony's method for time-varying power system harmonic estimation. p. 1701–1704, May 2009.
- CHEN, C.-S.; LIU, C.-W.; JIANG, J.-A. Application of combined adaptive fourier filtering technique and fault detector to fast distance protection. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 2, p. 619–626, April 2006.
- CHO, Y.-S. et al. An innovative decaying dc component estimation algorithm for digital relaying. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 24, n. 1, p. 73–78, Jan. 2009. ISSN 0885-8977.
- COSTA, F.; CARDOSO, A. Harmonic and interharmonic identification based on improved prony's method. p. 1047–1052, Nov. 2006.
- COSTA, F. F.; CARDOSO, A. J. M.; FERNANDES, D. A. Harmonic analysis based on kalman filtering and prony's method. April 2007.

- EISA, A.; RAMAR, K. Removal of decaying dc offset in current signals for power system phasor estimation. p. 1–4, Sept. 2008.
- GIRGIS, A.; BROWN, R. Application of kalman filtering in computer relaying. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-100, n. 7, p. 3387–3397, July 1981.
- GRAY, R. M. *Toeplitz and circulant matrices: A review*. Stanford Univ., Stanford, CA, 2000.
- GU, I.-H.; BOLLEN, M. Estimating interharmonics by using sliding-window esprit. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 23, n. 1, p. 13–23, Jan. 2008.
- GUO, Y.; KEZUNOVIC, M.; CHEN, D. Simplified algorithms for removal of the effect of exponentially decaying dc-offset on the fourier algorithm. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 18, n. 3, p. 711–717, July 2003.
- H.C., W.; JOHNSON, N.; SACHDEV, M. Kalman filtering applied to power system measurements relaying. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-104, n. 12, p. 3565–3573, Dec. 1985.
- HENG-XU, H. et al. A novel phaselet based fast distance relay. p. 1–6, 2005.
- HU, Z. et al. The studies on power system harmonic analysis based on extended prony method. p. 1–8, Oct. 2006.
- ISAKSSON, A. Digital protective relaying through recursive least-squares identification. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings C*, v. 135, n. 5, p. 441–449, Sep 1988.
- JR, S. L. M. *Digital Spectral Analysis*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1987.
- KANG, S.-H. et al. Fourier transform-based modified phasor estimation method immune to the effect of the dc offsets. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 24, n. 3, p. 1104–1111, July 2009.
- LEE, D.-G.; KANG, S.-H.; NAM, S.-R. New modified fourier algorithm to eliminate the effect of the dc offset on phasor estimation using dft. p. 1–6, April 2008.
- LI, D. hu; CAO, Y.; WANG, G. Online identification of low-frequency oscillation in power system based on fuzzy filter and prony algorithm. p. 1–5, Oct. 2006.
- LIN, T.; DOMIJAN, A. On power quality indices and real time measurement. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 20, n. 4, p. 2552–2562, Oct. 2005.
- LOBOS, T.; REZMER, J.; KOGLIN, H.-J. Analysis of power system transients using wavelets and prony method. v. 4, p. 4 pp. vol.4–, 2001.
- MITRA, S. K. *Digital Signal Processing - A Computer Based Approach*. 2nd. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 2001.
- NAM, S.-R. et al. Phasor estimation in the presence of dc offset and ct saturation. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 24, n. 4, p. 1842–1849, Oct. 2009.

- OTTERSTEN, B.; VIBERG, M.; KAILATH, T. Performance analysis of the total least squares esprit algorithm. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 39, n. 5, p. 1122–1135, May 1991.
- PENG, J.-H.; NAIR, N.-K. Comparative assessment of kalman filter and prony methods for power system oscillation monitoring. p. 1–8, July 2009.
- REN, J.; KEZUNOVIC, M. Elimination of dc offset in accurate phasor estimation using recursive wavelet transform. p. 1–5, 28 2009–July 2 2009.
- RIEDMILLER, M.; BRAUN, H. A direct adaptive method for faster backpropagation learning: the rprop algorithm. In: *Neural Networks, 1993., IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1993. p. 586–591 vol.1.
- ROSOLOWSKI, E.; IZYKOWSKI, J.; KASZTENNY, B. Adaptive measuring algorithm suppressing a decaying dc component for digital protective relays. *Electric Power Systems Research*, v. 60, n. 2, p. 99 – 105, 2001.
- ROY, R.; KAILATH, T. Esprit-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 37, n. 7, p. 984–995, Jul 1989.
- SACHDEV, M.; NAGPAL, M. A recursive least error squares algorithm for power system relaying and measurement applications. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 6, n. 3, p. 1008–1015, Jul 1991.
- SERNA, J. A. de la O. Reducing the error in phasor estimates from phasorlets in fault voltage and current signals. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, v. 56, n. 3, p. 856–866, June 2007.
- SIDHU, T. et al. Discrete-fourier-transform-based technique for removal of decaying dc offset from phasor estimates. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, v. 150, n. 6, p. 745–752, Nov. 2003. ISSN 1350-2360.
- SIDHU, T.; ZHANG, X.; BALAMOUGAN, V. A new half-cycle phasor estimation algorithm. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 20, n. 2, p. 1299–1305, April 2005.
- TAWFIK, M.; MORCOS, M. A fault locator for transmission lines based on prony method. v. 2, p. 943–947 vol.2, 1999.
- TJADER, A. et al. Performance evaluation for frequency estimation of transients using the esprit: Measured noise versus white noise. In: *Harmonics and Quality of Power, 2008. ICHQP 2008. 13th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–8.
- XIAO, J. et al. Dynamic tracking of low-frequency oscillations with improved prony method in wide-area measurement system. p. 1104–1109 Vol.1, June 2004.
- XUE, X. et al. Improved fourier algorithm applied in the high-voltage complex protection apparatus. p. 1442–1446, Sept. 2008.
- YU, C.-S. A discrete fourier transform-based adaptive mimic phasor estimator for distance relaying applications. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 4, p. 1836–1846, Oct. 2006.



YU, C.-S. A reiterative dft to damp decaying dc and subsynchronous frequency components in fault current. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 4, p. 1862–1870, Oct. 2006.

YU, C.-S. A reiterative dft to damp decaying dc and subsynchronous frequency components in fault current. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 4, p. 1862–1870, Oct. 2006.

YU, C.-S.; CHEN, W.-H. Removing decaying dc component in fault currents via a new modify discrete fourier algorithm. p. 728–733 Vol. 1, June 2005.

YU, C.-S. et al. New fourier filter algorithm for series compensated transmission lines. v. 4, p. 2556–2560 vol.4, 2002.

ZHANG, Y. et al. A novel method based on wavelet threshold de-noising technology and prony analysis for flicker measurement. p. 1–4, Sept. 2008.

ZHAO, Y. et al. A new method of identifying the low frequency oscillations of power systems. v. 2, p. 19–22, Oct. 2009.