

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**Um estudo histórico do ensino de
geometria analítica no curso de
matemática da UFJF nas décadas de
1960 e 1970**

SUSANA RIBEIRO SOARES

Juiz de Fora (MG)

Março, 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

SUSANA RIBEIRO SOARES

Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970

Orientadora: Prof^a. Dra. Maria Cristina Araújo de Oliveira

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)

Março, 2013

SUSANA RIBEIRO SOARES

Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof^a. Dra. Maria Cristina Araújo de Oliveira - Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Prof. Dr. José Manuel Matos
Universidade Nova de Lisboa - Portugal

Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni
Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Juiz de Fora, 22 de março de 2013

A Deus, por tornar meus sonhos sempre possíveis e à minha família que sempre esteve ao meu lado.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, que sempre me deu forças e a confiança necessária para a realização de cada etapa deste mestrado.

Aos meus pais, Mauro e Therezinha que, apesar da simplicidade, me ensinaram a nunca desistir e por serem para mim sempre maravilhosos.

Ao meu esposo e companheiro Ademir, por ter me ajudado nesta jornada, principalmente nas longas viagens que fizemos juntos, nas madrugadas nas estradas. Nossa... pareciam intermináveis! Agradeço ao apoio de sempre, toda a dedicação e paciência. Eternamente, muito obrigada!

À minha filha Bárbara que irá nascer, pela felicidade que já me proporciona juntamente com o término deste mestrado. Obrigada meu amor!

Ao meu irmão Marcelo, pelos seus conhecimentos de informática que foram tão necessários a este trabalho.

À amiga Ágda, pela amizade e força que fizeram muita diferença para mim.

Meu muito obrigada a todos os professores citados e que me ajudaram direta ou indiretamente nesta pesquisa, em especial à professora Sonia Eunice Freitas Maciel, pelo carinho e gentileza de sempre, ao professor Lorival de Souza Lima, minha eterna admiração.

Agradeço ao professor Dr. José Manuel Matos e ao professor Dr. Adlai Ralph Detoni, pelas inúmeras contribuições dadas a este trabalho.

À minha orientadora, professora Doutora Maria Cristina Araújo de Oliveira, pela paciência e ajuda na elaboração deste texto e com quem aprendi muito neste mestrado.

Aos colegas de mestrado pela convivência.

E não poderia esquecer os colegas da área de matemática do Instituto Federal Sudeste de Minas Gerais – Campus Barbacena, que me apoiaram neste finalzinho, permitindo que eu dedicasse um maior tempo na conclusão deste trabalho. Obrigada a todos, de verdade!

*“...aprender não é um ato findo. Aprender é um
exercício constante de renovação...”*

(Paulo Freire)

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo histórico da disciplina geometria analítica como componente curricular do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, nas décadas de 1960 e 1970. O estudo histórico sobre a disciplina baseou-se na análise de apostilas adotadas e indicadas como referência bibliográfica por várias décadas, em entrevistas com professores e ex-alunos do autor deste material e em levantamento bibliográfico de obras de geometria analítica. Entre as questões que procuramos responder neste trabalho destacamos: *Como se estruturou a disciplina geometria analítica na UFJF?* No percurso da pesquisa verificou-se que as apostilas produzidas pelo ex-professor da UFJF, Hélio Siqueira Silveira, tiveram um papel importante na estabilização da disciplina de geometria analítica. Tal conclusão foi evidenciada graças a indícios de uso do referido material tanto por estar presente em indicações bibliográficas de outros professores de geometria analítica, quanto pela retirada do material da biblioteca até os dias atuais. Além disso, constatou-se a escassez de obras de geometria analítica em português neste período. Com o intuito de compreender esta disciplina em outro contexto, externo ao da UFJF, efetuamos levantamento de acervo bibliográfico do Instituto de Matemática e Estatística da USP, bem como realizamos entrevistas com professoras e ex-alunas de geometria analítica nesta instituição. A similaridade desses contextos se deu em torno da estabilização da disciplina a partir de um texto de referência. Entre as várias observações decorrentes das investigações, pudemos notar que as apostilas trazem conteúdos que vão se estabilizar no ensino superior, como o estudo de vetores, especialmente a partir da representação em coordenadas e outros que não se estabilizam, como é o caso da geometria vetorial no plano.

Palavras-chave: história da educação matemática, geometria analítica, história de disciplinas acadêmicas, história do ensino de geometria analítica, formação de professores de matemática.

ABSTRACT

This research presents a historical study of analytical geometry on a curricular component of teaching degree in Mathematics at Federal University of Juiz de Fora, in the 1960s and 1970s decades. The historical study on the subject was based on the analysis of supplementary material used and indicated as bibliographic reference during decades, in interviews with the author's professors and ex-students as well as in a research of analytical geometry work. Among the questions we tried to answer in this research we highlight: How was the analytical geometry course structured in UFJF? As the research developed, it was observed that the supplementary material produced by the ex-teacher of UFJF, Helio Siqueira Silveira, had an important role in the stabilization of analytical geometry subject. The conclusion was evidenced thanks to the fact that this material has been mentioned by other geometry professors in bibliographical references and also because the material is borrowed from the library even today. Besides this, we could see that there is not enough analytical geometry work published in Portuguese at the present moment. In order to understand this subject in another context outside UFJF, we compiled the bibliographic collection of Institute Mathematics and Statistics, USP, as well as interviews with professors and ex-students of analytical geometry in that institution. The similarity between these two contexts happened around the stabilization of the subject from a reference text. Among the various observations resulting from the researches, we could notice that the supplementary material presents contents that will be stabilized in the University teaching, as the study of vector, specially from the representation in coordinates and others that do not stabilize themselves such as vectorial and plane geometry.

Keywords: history of mathematics education, analytical geometry, history of academic subjects, history of analytical geometry teaching, maths teacher training.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

	p.
ILUSTRAÇÃO 1 – Ata – Julho de 1977	46
ILUSTRAÇÃO 2 – Caderno do professor Lorival	50
ILUSTRAÇÃO 3 – Notas de aula (Susana)	52
ILUSTRAÇÃO 4 – Planilha de empréstimo de livros da UFJF	54
ILUSTRAÇÃO 5 – Capa da apostila de geometria analítica plana – 1967	60
ILUSTRAÇÃO 6 – Prefácio da apostila – 1967	61
ILUSTRAÇÃO 7 – Teorema : primeiro caso	63
ILUSTRAÇÃO 8 – Teorema : segundo caso	64
ILUSTRAÇÃO 9 – Teorema : terceiro e quarto casos	65
ILUSTRAÇÃO 10 – Equações de um ponto	66
ILUSTRAÇÃO 11 – Item 10 da apostila	67
ILUSTRAÇÃO 12 – Item 10 da apostila, continuação	68
ILUSTRAÇÃO 13 – capa do livro do professor Hélio	69
ILUSTRAÇÃO 14 – Contra-capa da segunda apostila de geometria analítica no plano	70
ILUSTRAÇÃO 15 – Seções cônicas	72
ILUSTRAÇÃO 16 – Capítulo I	74
ILUSTRAÇÃO 17 – Capítulo I, continuação	75
ILUSTRAÇÃO 18 – Capítulo V, primeiro caso	77
ILUSTRAÇÃO 19 – Capítulo V, segundo caso	78
ILUSTRAÇÃO 20 – Capítulo V, continuação segundo caso	79
ILUSTRAÇÃO 21 – Capítulo X, curva - Cissóide de Diocles	81
ILUSTRAÇÃO 22 – Capítulo X, curva – Estrofóide	82
ILUSTRAÇÃO 23 – Capítulo X, curva - Conchóide de Nicomedes	83
ILUSTRAÇÃO 24 – Capítulo X, curva - Lemniscata de Bernoulli	84
ILUSTRAÇÃO 25 – Capítulo X, curva – Espirais	85
ILUSTRAÇÃO 26 – Histórico escolar – Susana	86
ILUSTRAÇÃO 27 – Capa da apostila de geometria analítica no espaço	87
ILUSTRAÇÃO 28 – Capítulo I, discussão da equação cartesiana de uma superfície	89
ILUSTRAÇÃO 29 – Capítulo I, notícia histórica	90

ILUSTRAÇÃO 30 – Capítulo V	91
ILUSTRAÇÃO 31 – Capa do livro de Joseph Carnoy	97
ILUSTRAÇÃO 32 – Contra-capas do livro de Benedito Castrucci	99
ILUSTRAÇÃO 33 – Contra-capas da apostila (UMG)	102
ILUSTRAÇÃO 34 – Programa da disciplina geometria analítica (UMG)	103
ILUSTRAÇÃO 35 – Índice da apostila de geometria analítica no plano – UMG	104
ILUSTRAÇÃO 36 – Continuação do índice da apostila geometria analítica no plano – UMG	105

LISTA DE TABELAS

	p.
TABELA 1 – Livros da década de 40 - UFJF	57
TABELA 2 – Livros da década de 50 - UFJF	58
TABELA 3 – Livros da década de 60 - UFJF	58
TABELA 4 – Livros da década de 70 - UFJF	58
TABELA 5 – Livros da década de 40 - IME	98
TABELA 6 – Livros escritos por autores brasileiros anteriores a década de 50 - IME	98
TABELA 7 – Livros da década de 50 escritos por autores brasileiros - IME	100
TABELA 8 – Livros da década de 50 traduzidos para o português - IME	100
TABELA 9 – livros da década de 60 - IME	100

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CES – Centro de Ensino Superior

CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

E.E.U.F.J.F. – Escola de Engenharia Universidade Federal de Juiz de Fora

FAFILE – Faculdade de Filosofia e Letras

FAPEMIG – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais

ICBG – Instituto de Ciências Biológicas e Geociências

ICE – Instituto de Ciências Exatas

ICHL – Instituto de Ciências Humanas e Letras

IME – Instituto de Matemática e Estatística

LDB – Lei de Diretrizes e Bases

MMM – Movimento da Matemática Moderna

POLI – Escola Politécnica de Engenharia da USP

SIGA – Sistema Integrado de Gestão Acadêmica

UFJF – Universidade Federal de Juiz de Fora

UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

UMG – Universidade de Minas Gerais

UNIBAN – Universidade Bandeirante de São Paulo.

USP – Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

	p.
1. INTRODUÇÃO	15
1.1 – Uma trajetória	15
1.2 – O ingresso no mestrado e a pesquisa	18
1.3 – Justificativa da pesquisa	19
2. CONSIDERAÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS	24
2.1 – A produção da história	24
2.2 – O trabalho com as fontes e a sua relação com os teóricos	27
3. A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO SABER MATEMÁTICO: UM POUCO DE HISTÓRIA	33
4. A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO DISCIPLINA DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFJF	42
4.1 – Criação da universidade	42
4.2 – Criação do departamento de matemática – UFJF	43
4.3 – Sobre o início da investigação	44
4.4 – A disciplina geometria analítica na visão de alguns professores e a relação com as apostilas do professor Hélio Siqueira Silveira	45
4.5 – Levantamento de livros nas bibliotecas da UFJF	57
4.6 – Análise da apostila do professor Hélio Siqueira Silveira	59
5. A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO DISCIPLINA EM OUTROS CONTEXTOS BRASILEIROS	93
5.1 – Entrevistas com as professoras da USP	93
5.2 – Levantamento de livros na biblioteca do IME-USP	95
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	107
REFERÊNCIAS	111

ANEXOS	114
ANEXO A – Transcrição da entrevista com a professora Sonia Eunice Freitas Maciel	114
ANEXO B – Transcrição da entrevista com o professor Lorival de Souza Lima	118
ANEXO C – Transcrição da entrevista com o professor Ricardo Bevilaqua Procópio	124
ANEXO D – Transcrição da entrevista com o ex-aluno	131
ANEXO E – Transcrição das entrevistas com as professoras Maria Elisa Esteves Lopes Galvão e Vera Helena Giusti de Souza - USP.	136

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 – Uma trajetória

O caminho que trilhei até chegar aqui se iniciou no ano de 2000, quando conclui o curso de matemática – Graduação em Licenciatura Plena – pela UFJF¹. O interesse por essa ciência surgiu em momento bastante anterior ao da escolha profissional, que se configurou como certa durante todo o curso. Como sempre senti grande motivação pela área de matemática, optei pela licenciatura por ter interesse especial em atuar no magistério, lecionando em colégios públicos e também na rede particular de ensino, na cidade de Juiz de Fora, convivendo, assim, com várias realidades.

Buscando melhorar cada vez mais como professora, em 2001 fiz o Curso de Especialização em Fundamentos de Matemática, oferecido pelo Centro de Ensino Superior – CES, de Juiz de Fora, o que veio aguçar ainda mais o meu interesse pelo ensino de matemática. A experiência de lecionar como professora substituta do departamento de matemática na UFJF (2001-2003 e 2005-2007) foi extremamente enriquecedora e de grande satisfação profissional. A interação com os alunos teve um reflexo bastante positivo, pois me certifiquei ainda mais das minhas aptidões e assim, posso afirmar com convicção, me senti muito mais motivada a aprimorar-me na área de Educação Matemática.

Em 2009, ao me efetivar como professora de ensino Básico, Técnico e Tecnológico do Instituto Federal Goiano, abriu-se um leque de possibilidades em minha carreira profissional. Percebi o quanto eu precisava investir em minha qualificação para que pudesse participar de projetos envolvendo alunos e professores, nos quais uma das exigências da CAPES² era o título de mestrado. Por conta de uma série de reformas e mudanças ocorridas na educação nestes últimos tempos e pela nova legislação, em particular a Lei de Diretrizes e Bases – LDB (1996), os sistemas de ensino têm permitido uma constante atualização do

¹ Universidade Federal de Juiz de Fora

² Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

professor. Ela é necessária para que o professor reveja a sua prática pedagógica e busque novas formas de auxiliar a aprendizagem dos discentes.

Aprendizagem vista como uma ação transformadora que perpassa todas as fases de desenvolvimento do aluno na tentativa também de superar necessidades e dificuldades, visto que este processo tem percurso e histórias próprias, fazendo com que a produção do conhecimento varie de aluno para aluno, não só pelas circunstâncias que envolvem cada momento, mas também e, principalmente, pelo ritmo e especificidades pessoais de cada indivíduo.

Não podemos ficar alheios às mudanças no processo educacional. As inúmeras transformações que se verificam levam o indivíduo, ao longo de sua vida, a reconstruir permanentemente conhecimentos e saberes. Por isto é importante a busca contínua de formação como possibilidade de atualizar o conhecimento e reestruturar a forma de conduzir o trabalho, uma vez que o nosso conceito de educação ainda encontra-se arraigado a concepções, por vezes, ultrapassadas e não adequadas às exigências do mundo atual.

O meu modo de pensar o ensino da matemática foi se modificando à medida que esta relação “ensino e aprendizagem” da disciplina tornava-se cada vez mais distante uma da outra. Aquela matemática muitas vezes desinteressante, inútil e acabada, mediada por modelos arcaicos, que não contribuem de maneira significativa para o desenvolvimento do indivíduo e de certa forma estressante, à qual fui condicionada enquanto aluna e que insistimos em transmitir agora, como professores, certamente já não fazia mais sentido para mim. A sensação de desconforto causada por esta matemática trabalhada no ensino superior, era visível em meus alunos, e os constantes questionamentos: “Para que estudar matemática?” “É muito difícil”, “Não consigo aprender”, “Onde irei aplicar isto?...” passaram a me incomodar bastante. Várias vezes ao deixar a sala de aula me sentia extremamente desanimada e preocupada com aquela situação de total desinteresse por parte deles.

O aluno é, muitas vezes, um mero expectador e não um sujeito partícipe, e isto agravado pelo fato de que a maior preocupação dos professores é a de cumprir o programa. Os conteúdos e a metodologia não se articulam com os objetivos de um ensino que sirva à inserção social do aluno, ao desenvolvimento do seu potencial, de sua expressão e interação com o meio. A percepção de que o ensino não

proporciona contextos favoráveis ao desenvolvimento da criatividade do aluno não é recente, já vem de longa data. Nas palavras de Diniz:

De fato, se se observar com cuidado o ensino tradicional, ver-se-á que ele se ocupa apenas das duas primeiras atividades³, sendo cada questão colocada respondida pelo aluno ou pelo próprio professor, passando-se rapidamente à próxima questão esperando-se que o aprendiz se faça pela repetição ou pela exaustão. No entanto, nesse sistema de ensino o que ocorre é o enfado dos alunos, a memorização das técnicas e a busca de modelos facilitadores, onde o aluno diante de um problema tem apenas duas alternativas de ação: ou ele reconhece um modelo ou fórmula a ser empregado ou, então, só lhe resta desistir, esperando a solução do professor ou a nota baixa (DINIZ, 1991, p. 29).

Diante do quadro no qual os resultados ainda se mostram avessos às propostas atuais em Educação Matemática, cujos objetivos, entre outros, são o de desenvolver o raciocínio lógico e criativo do aluno de modo a promover novas formas de conhecimento e compreensão, além de prepará-lo para a vida, é que precisava urgentemente rever a minha prática pedagógica e buscar respostas para minhas angústias. Devido às dificuldades existentes com relação ao estudo da matemática e o consenso que se estabelece de que a mesma é uma ciência abstrata e de difícil assimilação por grande parte das pessoas, percebe-se, sob esta ótica, que ela assume uma posição de destaque frente a outras disciplinas.

De forma ampla e crítica, os profissionais inseridos na Educação Matemática se dedicam às reflexões e ações sobre o ensino e a aprendizagem de matemática, sobre o que é relevante ensinar nos diversos níveis e, principalmente, como ela pode ser aplicada no dia a dia e também em outras disciplinas. Neste sentido, nos reportamos a Bicudo (1991):

Assim, a Educação Matemática se constrói fazendo-se e pensando, criticamente, sobre o que se faz. Portanto, os fundamentos do conhecimento que produz estão constantemente sendo criticados, mas a crítica faz parte de seus fundamentos; ela é essência do rigor da ciência contemporânea. E o que a Educação Matemática faz? Ela trabalha com a Matemática já construída e procura compreender essa produção no bojo do próprio processo de produção que é histórica e social. Ela trabalha com o aluno que aprende Matemática, aluno que é um ser humano concreto, que vive em uma realidade específica, que ao mesmo tempo já lhe é dada como produto de construções prévias e que ele constrói com seus companheiros. Ela trabalha com aprendizagem da Matemática desse aluno, que é aluno de uma escola, escola que é uma instituição social, que ensina Matemática. Trabalha, portanto, com ensino de Matemática, com a organização curricular da Matemática, com a relevância da Matemática no currículo do curso, da escola, da sociedade onde a escola está, da humanidade (BICUDO, 1991, p. 7-8).

³ Propor questões; responder às questões propostas;

Tais referências acrescentam elementos que nos fazem refletir e remodelar as formas de se ensinar a matemática, situações que permeiam as nossas práticas pedagógicas.

Em educação, parece haver um consenso de que a sala de aula é o espaço próprio e favorável à construção do conhecimento e onde o professor deve saber conduzir bem suas atividades. Tomada pelo desejo de entender como este “lugar” poderia ser melhor aproveitado e, devido a uma trajetória profissional que foi se descrevendo até aqui, percebi que um estudo situado no campo de conhecimento, denominado Educação Matemática, poderia complementar as minhas ações e ajudar a contornar as dificuldades que sempre estão presentes em nosso dia a dia.

1.2 – O ingresso no mestrado e a pesquisa

Sendo assim, certa de minhas convicções e de qual era o meu perfil como educadora, é que decidi ingressar, em 2011, no Mestrado Profissional em Educação Matemática, na Universidade Federal de Juiz de Fora. Esta oportunidade só veio me acrescentar profissionalmente além de permitir criar cada vez mais vínculos nesta instituição, pela qual possuo um enorme carinho.

Dentre as duas linhas de pesquisa oferecidas, identifiquei-me com a seguinte: **“Ensino e Aprendizagem da Matemática, Análise dos condicionantes da sala de aula e Intervenção Pedagógica em Matemática”**. Inserida nesta linha, optei por fazer um estudo histórico. Sempre tive um grande interesse por geometria analítica e, sendo professora substituta nesta mesma instituição, pude por várias vezes ministrar esta disciplina. Desta forma, a escolha do tema deste trabalho, além de instigador, foi para mim uma grande satisfação, pois indiretamente pude vivenciar algumas mudanças verificadas no curso de geometria analítica ora como aluna, ora como professora também da disciplina. E a opção em fazer este trabalho foi um desafio que me permitiu investigar historicamente como esta disciplina foi se delineando e ocupando a grade curricular do curso de matemática. O objetivo deste estudo pode ser sintetizado na formulação da seguinte questão: *Como se estruturou a disciplina geometria analítica na UFJF?* Em conversas informais com professores do departamento de matemática, foram aparecendo os primeiros vestígios para esta pesquisa. Passei a ter conhecimento da existência de umas apostilas de geometria analítica produzidas pelo professor Hélio Siqueira Silveira, que ministrou esta

disciplina na UFJF desde os primeiros cursos no final da década de 1970 e depois por muitos anos. Nessas conversas, o material do professor Hélio foi citado por vários professores do departamento de matemática da UFJF como uma referência sobre o ensino de geometria analítica nesta instituição. Assim, foi se delineando a importância dessas apostilas.

Nosso trabalho de pesquisa trata de um estudo histórico da trajetória da disciplina geometria analítica como componente curricular do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, na década de 1970, praticamente desde a sua criação na UFJF. Este estudo integra um projeto de pesquisa maior sobre a formação de professores de matemática nesta instituição intitulado: “A Formação de Professores de Matemática na Universidade Federal de Juiz de Fora: história das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica, Prática de Ensino de Matemática e História da Matemática” com financiamento do CNPq⁴ e da FAPEMIG⁵, coordenado pela professora Maria Cristina Araújo de Oliveira. A importância da geometria analítica no curso de formação de professores de matemática pode ser avaliada visto que a mesma integra os currículos desses cursos desde o primeiro na Universidade de São Paulo, criada em 1934. (OLIVEIRA, 2007). Na delimitação dessa temática, os planos de curso, os livros utilizados, cadernos de professores e alunos, bem como os docentes que ministraram a disciplina, são importantes fontes de pesquisa e entrelaçam-se em nossa investigação para a construção da história de um passado bastante significativo.

Não poderia deixar de registrar aqui, que graças às minhas angústias ocasionadas certamente pelas minhas vivências, às sensações de fracasso diante das dificuldades e à vontade de alguma forma ajudar a transformar a educação é que foi possível para mim envolver-me tanto na realização deste trabalho. Sem estes sentimentos, ele jamais teria existido.

1.3 – Justificativa da pesquisa

Mesmo com todo o desenvolvimento da matemática a questão do ensino e da aprendizagem da geometria ainda é uma dificuldade que não foi superada nos

⁴ Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

⁵ Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais

diversos níveis de ensino, se arrasta por décadas e perdura até os dias atuais. O raciocínio geométrico tem fundamental importância nos currículos de matemática, pois ele agrega ingredientes que auxiliam o aluno na construção do seu pensamento, possibilitando o desenvolvimento intelectual. Talvez sejam redundantes essas palavras, mas consideramos importante ressaltar que a quase ausência do ensino de geometria e a forma como é visto totalmente desvinculado da realidade ainda representa um desafio para os profissionais envolvidos nesta área.

As produções existentes sobre o ensino de geometria evidenciam uma preocupação com essa disciplina em épocas distintas e as transformações que seu ensino vem sofrendo ao longo dos tempos. Tais preocupações se estendem também ao ensino superior.

Nossos esforços neste trabalho são para a compreensão da importância e da contribuição dos materiais didáticos de geometria analítica produzidos pelo professor Hélio Siqueira Silveira na estabilização da disciplina no curso de matemática da UFJF. A análise deste material, além de enriquecedora nos permitirá compreender as ideias propostas para o ensino da geometria analítica na UFJF, as circunstâncias e as finalidades com as quais elas foram sendo desenvolvidas no curso de licenciatura em matemática.

A busca em responder à questão de pesquisa levou-nos a mergulhar numa diversidade de fatos históricos, procurando conhecer o passado por meio dos rastros que nos foram deixados. Para isso foram feitas consultas a documentos oficiais do departamento de matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, entrevistas com os docentes que ministraram a disciplina geometria analítica no curso de matemática, análises dos livros que foram referência para a constituição do curso de geometria analítica na referida universidade, textos dos historiadores e dos historiadores da Educação Matemática, enfim tudo o que nos remete a esta cultura.

O estudo da geometria analítica na UFJF é para nós uma oportunidade de mostrarmos a sua importância, bem como, num contexto histórico apresentar sua trajetória e as suas contribuições no curso de matemática.

No decorrer de nossas investigações procuramos fazer um levantamento com o intuito de encontrar trabalhos relativos ao nosso tema nos principais programas de pós-graduação de nosso país. Trabalhos que também investigam historicamente a trajetória de disciplinas acadêmicas foram utilizados como referência para o desenvolvimento dessa pesquisa.

Iniciamos nossas leituras pela dissertação de mestrado de Wagner da Cunha Fragoso, História da Matemática: uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, defendida na UFJF (MG) em 2011.

Para o pesquisador, a inclusão dessa disciplina contribui para a melhoria da prática docente, dando significado aos conteúdos matemáticos e, embora ela tenha uma abordagem diferente das outras do curso de licenciatura em matemática, não é menos importante. Ele constatou que esta disciplina tem um papel fundamental na formação dos futuros professores de matemática, tanto é que faz parte da grade curricular do curso de licenciatura em matemática de quase todas as Instituições Federais de Ensino Superior.

A investigação de Fragoso (2011) sobre a trajetória da disciplina história da matemática nesta instituição, nos mostra também que esta passa por vários períodos de mudança, configurando-se de maneira instável. Alguns fatores que explicam essa dificuldade de estabilização da disciplina são discutidos em Oliveira e Fragoso (2011): a própria natureza da disciplina que permite abordagens diversas; a formação dos professores responsáveis por ministrá-la em cada um dos períodos e a falta de um consenso maior sobre o rol de conteúdos.

Já com relação à trajetória de consolidação de uma disciplina, Marcos Ribeiro Raad em sua dissertação de mestrado, História do ensino de Cálculo Diferencial e Integral: a existência de uma cultura, analisa o ensino de cálculo diferencial e integral na UFJF. A pesquisa revela elementos de uma cultura de ensino dessa disciplina. O autor destaca que relativamente ao ensino de cálculo, a reprovação, o rigor, os pré-requisitos, as aplicações da matemática, a sequência didática função- limite-derivada-integral e a ênfase no treinamento da resolução de problemas fazem parte de uma cultura de ensino dessa disciplina.

Identificamos na pesquisa de Raad (2012) elementos comuns ao que usamos em nosso trabalho. Assim como ele, investigamos a trajetória de uma disciplina que compõe o currículo do curso de matemática desde o início de sua criação.

Outro resultado da pesquisa de Raad (2012) que evidenciamos é, como ele mesmo cita, a contribuição para os debates que giram em torno desta disciplina e que envolvem quase sempre as dificuldades de aprendizagem dos alunos.

No caso da pesquisa de Kátia Cristina Camargo (2009), O Ensino da Geometria nas Coleções Didáticas em tempos do Movimento da Matemática Moderna - MMM na capital da Bahia, esta teve o intuito de construir a história do ensino da geometria na referida capital e desta forma trouxe uma importante contribuição para a história do ensino no Brasil. Procurou-se entender como os autores de livros didáticos apropriaram-se do ensino da geometria frente ao ideário do MMM e quais propostas foram incorporadas em suas produções. Kátia teve como uma de suas preocupações analisar algumas coleções didáticas, visando não somente os conteúdos de geometria abordados, mas também a análise da proposta modernizadora para o ensino da geometria por meio de conteúdos novos inseridos, metodologia empregada, exercícios propostos, presença da axiomatização e outros. Uma das percepções da autora é que as coleções tiveram vida longa e mesmo após o declínio do MMM, mantiveram a proposta do ensino de geometria via transformações geométricas. Para a pesquisadora, a proposta de geometria da coleção investigada, trouxe inovações e possivelmente sofreu modificações à medida que foram sendo introduzidas no ambiente escolar. As investigações mostraram que a geometria passou por várias transformações ao longo do tempo e embora a pesquisa tenha buscado responder a uma questão específica ainda ficaram várias indagações que apontam que a construção da história da geometria na capital da Bahia ainda não teve um fim.

Neste sentido, a aproximação que vemos com a nossa pesquisa que, embora seja em nível de ensino superior, também se refere ao estudo e análise de um livro texto cuja produção é de um professor no nosso caso, não autor de livros didáticos, mas que igualmente tem preocupações com os métodos de ensino para a geometria analítica, e de certa forma em ambos os trabalhos, percebemos que eles trazem inovações para serem incorporadas num ambiente de ensino.

As leituras destes textos nos permitiram ter uma visão do que está sendo produzido em termos de história do ensino de disciplinas acadêmicas e de história do ensino da geometria.

De posse das várias informações, decidimos estruturar o nosso texto da seguinte forma:

No capítulo 2, apresentamos as considerações teórico-metodológicas ou seja, em que ideias/conceitos/autores nos apoiamos para a realização deste trabalho. Dividimos este capítulo em tópicos, onde, num primeiro momento,

mostramos como é fazer história na visão de alguns teóricos e, posteriormente, relacionamos o trabalho com as fontes, ideias e conceitos dos autores examinados.

No capítulo 3, apresentamos uma breve história da geometria, dando ênfase à geometria analítica, a partir da história da matemática.

No capítulo 4, onde a pesquisa propriamente dita se desenvolve, inicialmente relatamos sobre a criação da universidade e do departamento de matemática, buscamos também situar o leitor sobre como se deu o início de nossa investigação. Num outro tópico escrevemos sobre a disciplina geometria analítica na visão de alguns professores e sua relação com as apostilas do professor Hélio, outros materiais encontrados em nossa investigação, apresentamos um levantamento dos livros encontrados nas bibliotecas da UFJF, com publicações nas décadas de 1940, 1950, 1960 e 1970 e por fim, apresentamos uma análise detalhada destes textos.

No capítulo 5, apresentamos um panorama do ensino de geometria analítica em outros contextos em nível nacional, as entrevistas com duas professoras da USP⁶ além de um levantamento de alguns livros com publicações também nas décadas de 1940, 1950, 1960 e 1970 na biblioteca do IME⁷ – USP.

O capítulo 6, trata essencialmente das conclusões deste trabalho.

⁶ Universidade de São Paulo

⁷ Instituto de Matemática e Estatística

CAPÍTULO 2

CONSIDERAÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS

2.1 – A produção da história

Consideramos este tópico de suma importância, pois é a partir da leitura de alguns teóricos que encadeamos nossas discussões a fim de dar significado e fundamentação a este trabalho de pesquisa.

Reconhecemos que este dialoga com a comunidade de estudiosos que trata a história da educação matemática como história, tendência que vem se destacando entre outras existentes e que está se afirmando como promissora possibilidade de investigação dentro do campo da Educação Matemática. Esta vertente tem como prioridade produzir estudos sobre história da educação e não questões didáticas do ensino de matemática. Para Valente (2010), seu desafio maior é o do convencimento do campo da Educação Matemática de que representações sobre o passado de teorias e práticas do ensino de matemática devem ser elaboradas considerando as “lições dos historiadores”.

No entanto, como contar esta história? Como produzir esta escrita histórica? Segundo Valente (2007) existem muitas opiniões convergentes sobre a história, de que ela é feita de fatos históricos, e estes constituem o divisor de águas entre o ensino e a pesquisa histórica. Ele cita Prost (1996) que vem corroborar com este posicionamento:

Chegamos aqui, sem dúvida, à diferença maior entre o ensino e a pesquisa, entre a história que se expõe didaticamente e aquela que se elabora. No ensino, os fatos estão todos prontos, constituídos. Na pesquisa, é preciso construí-los (PROST, 2007, p. 30).

Ao nos apropriarmos do ofício do historiador, muitas questões são relevantes. Torna-se necessário então, compreendermos o que são os fatos históricos e como determiná-los. De acordo com Valente (2007):

Os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado. Assim, o trabalho do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos. Desse modo, um fato não é outra coisa que o resultado de uma elaboração, de um raciocínio, a partir das marcas do passado, segundo as regras de uma crítica (VALENTE, 2007, p. 31).

Mas é a partir dos documentos examinados do passado, do trabalho sistemático com as fontes que criamos estes fatos.

Para a construção de nossos fatos históricos, utilizamos dos estudos do historiador francês Marc Bloch (2002). Este autor discute a questão do tempo histórico e critica a busca acelerada de alguns historiadores pela “origem” dos fatos que na visão dele, precisam ser entendidos ao longo do tempo relacionando as causas em que se deram tais acontecimentos e os efeitos, com o tempo presente.

Aprendemos com Bloch (2002) para quem, antes de mais nada, toda investigação histórica precisa ter um horizonte, um norte e que, para explorar determinado acontecimento, precisamos encontrar tanto os testemunhos voluntários (documentos) quanto os involuntários (não ditos). Saber perguntar ao documento é muito mais importante do que simplesmente tentar encontrar as respostas.

É trabalho de todo historiador a seleção e organização das fontes. Para Bloch (2002):

Reunir os documentos que estima necessários é uma das tarefas mais difíceis do historiador. De fato, ele não conseguiria realizá-la sem a ajuda de guias diversos: inventários de arquivos ou de bibliotecas, catálogos de museus, repertórios bibliográficos de toda sorte (BLOCH, 2002, p. 82).

Concordamos com ele e acrescentamos ainda que a organização, a análise e a escolha destes documentos, apesar de laboriosas, constituem um dos momentos mais emocionantes e mais prazerosos em se fazer uma pesquisa histórica, uma vez que o pesquisador poderá envolver-se com as descobertas deste instante e usar de sua criatividade e de sua instrumentalização teórica para fazer seus próprios recortes. Trazer para a contemporaneidade tudo o que descobrimos acerca de nossos antepassados é fundamental para a nossa natureza humana, para a busca de nossa própria identidade.

Por outro lado, tomemos cuidado com a crítica aos documentos. Embora esta seja uma tarefa importante, ela pode ser bastante difícil, pois exige que se tenha um conhecimento amplo do assunto em questão. Valente (2007) novamente cita Prost (1996):

Qualquer que seja o objeto sobre o qual deva ser feita a crítica, isso não é coisa para debutante, como mostram bem as dificuldades que têm os estudantes ao considerarem um texto. É necessário, já ser historiador para criticar um documento, pois se trata, no essencial, de confrontá-lo com tudo que se conhece sobre o assunto que ele enseja, do lugar e do momento a que ele se refere. Numa palavra, a crítica é ela mesma, história; ela se lapida à medida que a história se aprofunda e se alarga (PROST, 1996, p. 59).

Tanto a passividade, quanto o seu “juízo de valor” podem produzir muitos danos. É preciso fazer a distinção entre julgar e compreender um fato histórico. E este é o nosso papel, a compreensão de um acontecimento, à luz do momento em que ele ocorreu.

Desta forma, como aprendizes que somos, assim como Bloch nos alerta, tivemos o cuidado de, na escolha dos documentos, fazer uma triagem não só das informações documentais, mas também de todo o contexto que as produziu. Reconstruir as trajetórias históricas, produzir fatos históricos, lidar com arquivos, com testemunhos é uma tarefa específica do historiador. Segundo Bloch (2002):

A diversidade dos testemunhos históricos é quase infinita. Tudo que o homem diz ou escreve, tudo que fabrica, tudo que toca pode e deve informar sobre ele. É curioso constatar o quão imperfeitamente as pessoas alheias a nosso trabalho avaliam a extensão dessas possibilidades. É que continuam a se aferrar a uma idéia obsoleta de nossa ciência: a do tempo em que não se sabia ler senão os testemunhos voluntários (BLOCH, 2002, p. 80).

O uso de depoimentos e a análise dos documentos neste trabalho são justificados pela riqueza de informações que deles podemos não somente obter, como extrair e resgatar. Concordando com o ensinamento de Bloch (2002), o historiador não deve aceitar cegamente todos os testemunhos históricos, uma vez que os vestígios materiais podem ser falsificados e estão sujeitos à memória, a subjetividade, entre outros fatores que os relativizam. Daí vem à importância de confrontar as fontes utilizadas em uma pesquisa.

Podemos dizer então, que este trabalho apoia-se em estudos como o de Bloch (2002), essencial para a construção desta pesquisa histórica, e de Valente (2007, 2010) no que diz respeito à metodologia para a produção de história da educação matemática. No próximo item detalharemos o uso dos teóricos que subsidiaram nosso trabalho com as fontes de pesquisa. São eles: Choppin (2004) com relação à pesquisa sobre os livros didáticos e Chervel (1990) e de Viñao (2008) relativamente à produção de história das disciplinas escolares.

2.2 – O trabalho com as fontes e a sua relação com os teóricos

Apesar de a geometria analítica aqui investigada tratar-se de uma disciplina acadêmica, esta pesquisa respalda-se em Chervel (1990) e Viñao (2008), por entendermos existir uma dinâmica de funcionamento de disciplinas no ensino superior que possibilita estabelecer-se um paralelo entre esses ambientes de ensino, observando-se e respeitando-se as peculiaridades que lhe são próprias. Mais explicitamente Viñao (2008) aponta para a possibilidade de investigar historicamente disciplinas em nível superior:

A história, a análise dos livros de texto e do material de ensino como produtos pedagógicos e culturais, somente adquirem um sentido histórico pleno quando se inclui no âmbito mais amplo da história das disciplinas, especialmente quando se refere aos níveis secundário e superior de ensino (VIÑAO, 2008, p. 192).

A existência de um material de apoio, considerado importante para professores e alunos, como a apostila de geometria analítica do professor Hélio Siqueira Silveira, é um dos indícios contrários a uma visão de que o ensino superior se liga diretamente com o conteúdo, sem, por exemplo, a necessidade de intermediação do professor, o que descaracterizaria a ideia de disciplina nesse nível de ensino. Existem algumas outras evidências que nos permitem fazer uso desses conceitos de disciplina escolar procurando adaptá-los ao ambiente do ensino superior, tais como: os materiais do professor, os cadernos dos alunos, o sistema de avaliação, os exercícios e os métodos usados pelo professor.

Tanto para Viñao (2008) quanto para Chervel (1990), a história das disciplinas escolares ajuda a perceber as intenções sociais num dado momento histórico e como elas se traduzem no cotidiano das escolas. Pelo que temos observado, há algum tempo um crescente interesse por esse campo de pesquisa tem se manifestado por parte dos docentes ou comunidades disciplinares. Viñao (2008), destaca nesta pequena citação os questionamentos de Chervel (1990):

Tem algum sentido a noção das disciplinas escolares? Apresentam analogias ou nexos comuns a história das diferentes disciplinas? E para aprofundar um pouco mais, a observação histórica permite extrair normas de funcionamento ou inclusive, um ou vários modelos disciplinares ideais, cujo conhecimento e aplicação poderiam ser de alguma utilidade nos debates pedagógicos presentes e futuros? (CHERVEL, 1990, p. 59).

Ao fazer alusão a este trecho, Viñao (2008) considera que estas questões ainda ficam bem colocadas apesar do tempo em que se deram. Sobre as suas próprias concepções de disciplina escolar, Viñao (2008) afirma que:

Para o estudo das disciplinas escolares sugiro considerá-las como organismos vivos. As disciplinas não são, com efeito, entidades abstratas com uma essência universal e estática. Nascem e se desenvolvem, evoluem, se transformam, desaparecem, engolem umas às outras, se atraem e se repelem, se desgarram e se unem, competem entre si, se relacionam e intercambiam informações (ou as tomam emprestadas de outras) etc. Possuem uma denominação ou nome que as identifica frente às demais, ainda que em algumas ocasiões, como se tem advertido, denominações diferentes mostram conteúdos bastante similares e, vice-versa, denominações constituem, além disso, sua carta de apresentação social e acadêmica (VIÑAO, 2008, p. 204).

No entanto, este termo disciplina, nem sempre foi compreendido com o significado que lhe atribuímos atualmente e o qual nos interessa aqui, aparecendo somente nas primeiras décadas do século XX, com o sentido de conteúdos de ensino. Para Chervel (1990), estudar as disciplinas escolares pode trazer uma contribuição não somente na história da educação, mas para a história cultural.

Quanto ao uso de um determinado livro didático, este está estreitamente relacionado com a história da disciplina, pois ele deve conter elementos que contribuam para a eficácia do processo ensino-aprendizagem. A opinião de Viñao (2008), é que a história de uma disciplina não se reduz a análise de seus conteúdos, nem a dos manuais utilizados em seu ensino e que:

A história, a análise dos livros de texto e do material de ensino como produtos pedagógicos e culturais, somente adquirem um sentido histórico pleno quando se inclui no âmbito mais amplo da história das disciplinas, especialmente quando se refere aos níveis secundário e superior de ensino (VIÑAO, 2008, p. 192).

Os manuais didáticos são responsáveis por explicitar o currículo escolar. É de Valente (2007) a seguinte observação:

A dependência de um curso de matemática aos livros didáticos, portanto, é algo que ocorreu desde as primeiras aulas que deram origem à matemática hoje ensinada na escola básica. Fica assim, para a matemática escolar, desde os seus primórdios, caracterizada a ligação direta entre contemporâneos didáticos e desenvolvimento de seu ensino no Brasil. Talvez seja possível dizer que a matemática constitui-se na disciplina que mais tenha a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos. Das origens da disciplina, como saber técnico-militar, passando por sua ascendência a saber de cultura geral escolar, a trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática escolar no Brasil, pode ser lida nos livros didáticos. Mas, essa não será uma leitura qualquer. Antes

disso, trata-se de uma leitura que dará aos livros didáticos o *status* de fontes de pesquisa (VALENTE, 2007, p. 41).

Apesar de, no ensino superior, o livro didático não receber esta denominação, ainda hoje é um recurso muito utilizado no ensino de várias disciplinas, seja por parte dos professores na preparação de suas aulas ou dos alunos, que veem no livro texto uma importante fonte de pesquisa, um instrumento que, juntamente com outros materiais, os ajuda na complementação dos seus estudos. Ele faz parte da nossa cultura e, sua inserção em nosso meio, nos mostra as transformações pelas quais a sociedade passou, em suas diferentes épocas.

Algumas indagações feitas anteriormente por Choppin (2004) à respeito dos livros didáticos ainda continuam sendo pertinentes tais como:

[...] Que tipo de consumo se faz deles? Os educadores os seguem fielmente, passo a passo, ou tomam certas liberdades em relação à organização que eles propõem? E, nesse caso, quais e por quais razões? Como o aluno lê seu livro escolar, em voz alta, em silêncio? Ele o relê, em classe, em casa? O livro serve de consulta ou serve para “decoração” da matéria? Quanto tempo o aluno passa com seus livros? Qual a real influência exercida pelos livros didáticos sobre o comportamento das crianças e sobre o comportamento social em geral? Essa influência, que até bem pouco tempo era admitida como indubitável, foi questionada no início dos anos 1980, e várias pesquisas recentes levaram a relativizar sua importância (CHOPPIN, 2004, p. 565).

Apesar do inquérito listado por este autor, ele mesmo destaca algumas funções que os livros escolares assumem, conjuntamente ou não, que variam segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização. De forma resumida, destacamos:

1- Função referencial: o livro didático é um depositário de conhecimentos que precisam ser repassados a outras gerações.

2- Função instrumental: o livro coloca em prática métodos de aprendizagem favorecendo também a resolução de problemas;

3- Função ideológica e cultural: o livro é um instrumento privilegiado de construção de identidade assumindo um importante papel político;

4- Função documental: o livro pode fornecer um conjunto de documentos, textuais ou icônicos, cuja observação ou confrontação pode vir a desenvolver o espírito crítico do aluno.

Nesta pesquisa a análise do livro texto está relacionada com as duas primeiras funções. Nossa análise nos permitirá identificar a importância deste

material ao longo dos anos, bem como verificar em que medida a metodologia adotada pelo autor, se constituiu como um diferencial na sua forma ensinar a disciplina geometria analítica.

Choppin (2004) ressalta a imagem e a qualidade descrita pelo livro didático:

[...] a imagem da sociedade apresentada pelos livros didáticos corresponde a uma reconstrução que obedece a motivações diversas, segundo época e local, e possui como característica comum apresentar a sociedade mais do modo como aqueles que, em seu sentido amplo, conceberam o livro didático gostariam de que ela fosse, do que como ela realmente é. Os autores de livros didáticos não são simplesmente espectadores de seu tempo: eles reivindicam um outro status, o de agente. O livro didático não é um simples espelho: ele modifica a realidade para educar as novas gerações, fornecendo uma imagem deformada e esquematizada, modelada, frequentemente de forma favorável: as ações contrárias à moral são quase sempre punidas exemplarmente; os conflitos sociais, os atos defeituosos ou a violência cotidiana são sistematicamente silenciados (CHOPPIN, 2004, p. 557).

Em virtude das palavras de Choppin (2004), intuímos que o livro de geometria analítica e as apostilas investigados aqui, irão representar para nós, juntamente com outros materiais pedagógicos um dos traços marcantes deixados pelo passado. Os conceitos apresentados, qual a natureza das propostas e estratégias de ensino, a sequência dos conteúdos, a terminologia adotada, a explanação dos exercícios e o seu objetivo, o impacto das atividades propostas na produção do conhecimento, as ideias que foram produzidas a partir dele ou seja, a abordagem de aspectos diversos, tudo isto, justificado por uma época, caracteriza um momento histórico, ou seja, marca um período de um determinado saber. Ponderamos ser interessante nos reportarmos à metáfora usada pelo autor quando diz: “O livro didático não é um simples espelho”. Para nós, o livro didático e as apostilas se mostram como prova das circunstâncias em que o ensino de um lugar específico e período atravessaram e tem além de outras funções recuperar a identidade cultural deste mesmo lugar. Evidencia-se uma preocupação de Choppin (2004) em relação à análise de conteúdos,

O mesmo aconteceu, conseqüentemente, no domínio da pesquisa acadêmica. A análise científica dos conteúdos é marcada por duas grandes tendências: a primeira, por muito tempo privilegiada pelos pesquisadores e

que continua ainda na atualidade, refere-se à crítica ideológica e cultural dos livros didáticos; a segunda, mais recente, mas que tem sido cada vez mais considerada, desde o final dos anos 1970, analisa o conteúdo dos livros didáticos segundo uma perspectiva epistemológica ou propriamente didática (CHOPPIN, 2004, p. 555).

Chervel (1990) nos adverte que toda inovação e método chama a atenção dos mestres e promove um interesse maior dos alunos ao realizar as atividades. Conteúdos explícitos e uma variedade de exercícios constituem o núcleo da disciplina. A motivação e a estimulação aos estudos sempre foi e continua sendo uma constante na história dos ensinamentos.

Em Viñao (2008), reconhecemos o conceito de que a cultura escolar engloba tudo o que está inserido dentro da escola. Os estudos desenvolvidos por pesquisadores que tomam a cultura escolar como referência têm representado uma renovação nos estudos históricos da educação. Estes estudos são agrupados em três grandes eixos: os que se envolvem com as investigações acerca dos saberes escolares; os que se voltam para a análise das práticas da leitura e da escrita (escolares ou não), interrogando desde o seu ensino até a presença desses na estruturação dos saberes e poderes em nossa sociedade e os que referem-se à história do currículo e das disciplinas escolares.

Em outra vertente, alguns pesquisadores têm se preocupado com as práticas escolares, enfatizando o quanto os praticantes da cultura escolar desenvolvem suas práticas a partir de suas posições no interior de um sistema hierarquizado.

Estes estudos mostram que cada vez mais os historiadores são chamados a participar do debate sobre os problemas atuais da educação delimitando o lugar ocupado por eles.

Dessa maneira, os trabalhos que se voltam para a cultura escolar têm crescentemente utilizado as categorias de gênero, classe, raça, geração, etnia, entre outras, como instrumental teórico-metodológico a fim de entender as ações e os lugares ocupados pelos sujeitos envolvidos no contexto escolar.

A cultura escolar como temática e a história cultural contribuem para a criação de um lugar de comodidade para a educação no terreno da cultura, fixado nos estudos historiográficos.

Chervel (1990) acredita que as disciplinas escolares tomam parte igualmente na história cultural da sociedade. Além de preparar a aculturação dos alunos, vai mais além, transpondo os muros da escola penetrando na sociedade e se inscrevendo na dinâmica de uma outra natureza. De maneira bastante interessante, coloca que elas são o preço que a sociedade deve pagar pelos seus conhecimentos adquiridos como forma de poder transmiti-los no contexto da escola ou do colégio.

Reforçamos que as ideias e conceitos definidos por estes teóricos são importantes reflexões e, ao mesmo tempo, a “ponte” que une o nosso trabalho histórico à disciplina geometria analítica investigada na UFJF.

Retomando a questão que nos trouxe até aqui, podemos notar nas páginas seguintes que é praticamente impossível, nesta pesquisa, analisar um livro texto sem reconstituir os caminhos trilhados por um grupo de professores do departamento de matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, que colocaram todo o seu entusiasmo e dedicação na criação e constituição do curso de geometria analítica.

Apropriando-se do ofício do historiador, este trabalho de identificação e construção de fontes busca a legitimidade dos fatos do passado. Cabe salientar que, sem esquecer das palavras de Valente (2007): “Nada de fazer afirmação sem provas, isto é, não há história sem fatos.” (p. 31)

CAPÍTULO 3

A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO SABER MATEMÁTICO: UM POUCO DE HISTÓRIA

Neste capítulo, temos a intenção de fazer apenas um breve apanhado histórico das origens da geometria analítica, a fim de situarmos nosso trabalho e compreendermos um pouco mais sobre este domínio da matemática.

Entre os textos nos quais nos baseamos, destacamos inicialmente o de Edmund Husserl, a Origem da Geometria. Neste texto, Husserl se refere à geometria que já está pronta como sendo uma tradição à Galileu e afirma que nossa existência humana caminha dentro de uma infinidade de tradições. Husserl coloca sobre o tema da geometria que:

Com respeito à Geometria reconhece-se, agora, que temos apontado para o ocultamento dos seus conceitos fundamentais, que têm se tornado inacessíveis e que os tem tomado compreensíveis como tais, nos primeiros esboços básicos, que apenas a tarefa consciente de (descoberta) da origem histórica da geometria (dentro do problema total do a priori em geral) pode prover o método para uma geometria que é fiel às suas origens e ao mesmo tempo é para ser entendida numa maneira histórica universal (HUSSERL⁸ 1970, traduzido por BICUDO, 1980, p. 18).

Dentro das ponderações feitas por Husserl, podemos perceber que estas idealidades sobre geometria foram aos poucos se depositando na nossa realidade humana. Para ele, o conhecimento superficial que se tem das coisas pode passar a ser profundo, dependendo da busca constante dos nossos questionamentos, ou seja, a tradição pode dar lugar a novas discussões.

Buscamos na história fatos que nos levem a entender de que forma se tem um conhecimento da geometria e dessa forma interpretar como e porquê ela nos vem sendo transmitida.

⁸ Este material foi traduzido do inglês para o português pela professora Maria Aparecida Viggiani Bicudo, do departamento de Matemática e Estatística, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, UNESP em 1980, do livro *The Crisis of European Science; Apêndice VI: The Origin of Geometriy* escrito por Edmund Husserl e traduzido para o inglês por David Carr; Northwestern University Press; Evanston; Illinois; 1970.

Começamos então, com o surgimento da geometria anterior ao século XVII e terminamos no século XIX, destacando evidentemente como se deram as contribuições e o aparecimento da geometria na história da matemática.

Inicialmente citamos a era Neolítica, onde as pessoas começaram a abandonar a vida nômade e agruparam-se em pequenas comunidades. De acordo com Miorim (1998):

[...] desenvolveram-se a agricultura, a domesticação e criação de animais e a fabricação de novos instrumentos e armas. Isso fez com que já não existisse mais uma dependência total da natureza. As pinturas desse período não tentam reproduzir, com a maior perfeição possível, animais, objetos e pessoas, mas mostram representações esquemáticas, em que eram bastante utilizadas simetrias e congruências. Mas, por que teriam surgido essas pinturas geométricas? E por que o uso de simetrias e congruências? Seria outra forma de magia? Ou teria sido a observação da natureza, tão cheia de exemplos geométricos, que inspirou essas novas pinturas? (MIORIM, 1998, p.5).

Seja qual for a origem dessas pinturas e seus objetivos, identificamos a existência de certos conhecimentos que o homem já manifestava sobre as propriedades geométricas. Os desenhos e figuras do homem neolítico sugerem uma preocupação com relações espaciais e a visualização matemática abre caminho para a geometria, a mais antiga manifestação da atividade matemática que se conhece.

Para Heródoto a geometria se originara no Egito, como consequência da necessidade prática em se fazer novas medições de terras após as inundações anuais no vale do rio Nilo. Já Aristóteles acreditava que a existência de uma classe sacerdotal com lazeres no Egito é que pode ter impulsionado o estudo da geometria.

Existem registros de que os sacerdotes egípcios monopolizavam os conhecimentos e se dedicavam ao estudo da geometria e da aritmética, e que muitos desses saberes eram mantidos em segredo. Um dos documentos, talvez o mais importante, o *papiro de Ahme*⁹ (aprox. 1650 a.C) de acordo com alguns historiadores, contém vários problemas, dos quais muitos são de natureza geométrica, explora o cálculo de áreas e volumes de terras e grãos. Como os

⁹ Segundo Howard Eves, é um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo. É uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos.

egípcios demonstraram um grande conhecimento de geometria na construção de templos e pirâmides, são considerados os grandes construtores da Antiguidade.

Alguns pesquisadores acreditam que na Mesopotâmia, os problemas geométricos tenham sido utilizados como um meio de oferecer exemplos para aplicação de um determinado tipo de problema algébrico. Tudo leva a crer que esta cultura estava familiarizada com o cálculo de áreas de algumas figuras planas (de triângulos retângulos e isósceles, possivelmente de um triângulo qualquer, do retângulo e de um trapézio retângulo), de cálculo de volume (de um paralelepípedo reto-retângulo e de um prisma reto de base trapezoidal).

Para alguns historiadores os gregos utilizavam as “ordenadas” em relação a dois ou mais eixos no plano para o estudo da geometria e elaboravam mapas utilizando coordenadas para fixação de um ponto. (Santos; Laval, 2012, p.173)

Os primeiros séculos da matemática grega começam com os esforços de Tales por uma geometria demonstrativa (600 a.C), culminam com os *Elementos* de Euclides (300 a.C) e marcam um período de grandes realizações. Estima-se que nesse período, a história da matemática grega tenha sido obscurecida pela grandeza dos *Elementos*.

Os *Elementos* consistem de treze Livros, como são chamados, e a simples tradução do texto, sem comentários, formaria um grande volume impresso. Nestes treze livros, Euclides incorpora todo o conhecimento matemático acumulado em sua época, com algumas exceções notáveis, como as seções cônicas e a geometria esférica, e possivelmente algumas descobertas próprias. Seu grande feito é a apresentação do material sob uma bela forma sistemática e seu tratamento dele como de um todo orgânico (AABOE, 2004, p. 52).

Por reunir de forma bem organizada todo o conhecimento matemático acumulado por seus antecessores, esta obra produziu um efeito tão grande, que durou mais de 2000 anos.

Provavelmente o trabalho de Euclides sobre seções cônicas tenha sido superado pelo brilhante trabalho de Apolônio. Embora este tivesse escrito sobre diversos assuntos matemáticos, sua fama se deve à obra *Secções Cônicas*, o que lhe rendeu o cognome de “O Grande Geômetra” pelos seus contemporâneos.

Vincenzo Bongiovanni (2001) escreveu um capítulo em sua tese de doutorado sobre a história das cônicas. Para ele, as cônicas constituem um lugar privilegiado no saber matemático. De forma bastante detalhada, ele inicia com o

período grego entre 500 e 400 antes de Cristo, que marca o aparecimento de problemas que influenciaram o desenvolvimento da geometria. A busca em solucionar problemas como a duplicação do cubo, triseção do ângulo e a quadratura do círculo levaram a descobertas como as seções cônicas, as curvas cúbicas e quárticas e várias curvas transcendentais. O problema da duplicação do cubo segundo Bongiovanni (2001), consiste no centro da origem das cônicas.

Apolônio, grande estudioso das cônicas, em sua obra “*Seções Cônicas*”, mostrou que, dependendo da inclinação do plano, a interseção desse com um cone de duas folhas determina uma elipse ou uma parábola ou uma hipérbole. (SANTOS; LAVAL, 2012). Historiadores da matemática consideram que ele foi o primeiro estudioso a recorrer a um sistema de coordenadas. A obra de Apolônio permitiu que outros matemáticos chegassem a grandes descobertas. Temos registro que Euclides, Arquimedes e Apolônio são considerados os três gigantes do século III a.C.

A importância dada a Boécio, no período compreendido entre a metade do século V até o século XI, reside no fato de seus livros de geometria e aritmética terem sido adotados por muito séculos, nas escolas monásticas. (Eves, 2006). A *Geometria* de Boécio se resume aos enunciados das proposições do Livro I, III e IV dos *Elementos* de Euclides, juntamente com aplicações ligadas à mensuração.

Os séculos XIV, XV e XVI propiciaram o renascimento da cultura clássica, o impulso às grandes navegações, o desenvolvimento de novas ciências e técnicas, os movimentos da Reforma e da Contra-Reforma e a gênese de novas questões científicas, filosóficas e pedagógicas. (MIORIM, 1998, p. 40)

O século XVII é de particular importância na história da matemática pelo surgimento de uma nova geometria. Os trabalhos de Descartes e Fermat vão dar início ao que veio se configurar como a *geometria analítica*.

Assim como muitos outros conceitos em matemática, não podemos precisar a data de criação da geometria analítica, tampouco sobre quem a inventou, porém prosseguimos apresentando a trajetória de surgimento da geometria analítica ao longo da história, uma vez que grandes foram as mudanças, até chegarmos no formato que concebemos hoje.

[...] É óbvio, porém, que para responder a essas questões é preciso antes que haja um entendimento a respeito do que constitui a geometria analítica. Já vimos que os gregos antigos dedicaram-se consideravelmente à álgebra geométrica e que a ideia de coordenadas foi usada no mundo antigo pelos

egípcios os romanos na agrimensura e pelos gregos na confecção de mapas. Pesa particularmente a favor dos gregos o fato de que Apolônio deduziu o cerne de sua geometria das seções cônicas de equivalentes geométricos de certas equações cartesianas dessas curvas, uma ideia que parece ter-se originado com Menaecmo (EVES, 2006, p. 382).

Embora os matemáticos gregos associassem algumas retas a uma determinada curva usando proporções, essa relação entre grandezas era expressa como uma proporção geométrica e não, algebricamente, como uma equação.

Assim como Galileu, Descartes acreditava que a linguagem da natureza era matemática. Com a aplicação de relações numéricas a figuras geométricas, ele correlacionou álgebra e geometria estabelecendo, assim, um novo ramo da matemática que denominamos geometria analítica. O seu método de raciocínio é analítico e esta é talvez a sua maior contribuição à ciência.

Para Descartes, as deduções lógicas que permitem passar de uma proposição a outra devem ser substituídas por relações entre coisas quantificáveis, traduzidas por equações (igualdades entre quantidades) (ROQUE, 2012, p.316).

Passa-se a ter novos olhares sobre os objetos geométricos que são vistos então como úteis na resolução de problemas práticos. A análise do papel das curvas geométricas nos trabalhos de Descartes e Fermat pode mostrar como a crença na importância da técnica levou a um novo tipo de geometria. Para Descartes, essa geometria deveria estudar figuras usando proporções. A tradução dos problemas geométricos em linguagem algébrica, visava compreender as relações entre as grandezas do problema:

[...] O objetivo de Descartes era utilizar na geometria, para resolver problemas de construção, uma espécie de aritmética, em que regras simples de composição levassem de objetos simples a outros mais complexos. O método começa por exibir objetos mais simples de todos, as retas, e as relações simples que os relacionam, as operações aritméticas (ROQUE, 2012, p. 322).

É possível notar que quase todos os livros didáticos de matemática citam Descartes como o criador da geometria analítica. Parece que há um consenso entre os historiadores de que, só depois das contribuições de René Descartes e Pierre de Fermat à geometria analítica, esta ganhou os contornos iniciais da forma com a qual estamos acostumados.

La Géométrie se divide em três partes e trata-se da única publicação estritamente matemática de Descartes. Neste livro, estabelece-se um novo método:

a geometria das coordenadas ou geometria analítica. De acordo com Boyer (2006) e Eves (2006) a forma atual de apresentação da geometria analítica surgiu um século após a divulgação do trabalho de Descartes, por meio de inúmeras interpretações e incansáveis traduções. No entanto, a nomenclatura com a qual estamos acostumados, coordenadas, abscissas e ordenadas foi contribuição de Leibniz no século XVII. A primeira parte da obra *La Géométrie* contém alguns dos princípios da geometria algébrica, a segunda, uma classificação de curvas e um método para construir tangentes às curvas e a terceira parte trata da resolução de equações de grau maior que dois.

A utilização de um sistema de coordenadas foi fundamental na invenção da geometria analítica, porém Descartes não empregava necessariamente um sistema de eixos ortogonais. O sistema era escolhido de maneira conveniente, dependendo do problema.

Num trabalho sobre tangentes e quadraturas, concluído antes de 1637, Fermat definiu analiticamente outras curvas. Enquanto Descartes partia de um lugar geométrico e encontrava sua equação, Fermat contrariamente, partia de uma equação e estudava o lugar correspondente.

Fermat iniciou em 1629 um trabalho de recomposição das obras perdidas da Antiguidade e uma dessas obras reconstituída por ele foi *Lugares Planos*, de Apolônio. Acredita-se que, ao reconstruir essa obra, ele se inspirou para chegar ao princípio fundamental da geometria analítica. Em sua obra "*Introdução aos lugares planos e sólidos*" publicada somente em 1679, encontram-se reduções de equações de primeiro e segundo graus através de translações e rotações de eixos. Percebe-se ainda que Descartes e Fermat, por muitas vezes, chegaram a resultados próximos, porém, por meios diferentes.

Algumas diferenças entre a geometria de ambos são apontadas por Santos e Laval (2012) tais como: Descartes construiu a geometria em torno do problema de Pappus, enquanto Fermat limitou a sua geometria a lugares mais simples. Descartes começou com o lugar das três e quatro retas, usando uma delas como eixo das abscissas e enfatizava a construção de soluções algébricas. Já Fermat começou com a equação linear e escolheu um sistema de coordenadas arbitrárias e dava ênfase ao esboço de soluções indeterminadas.

O pano de fundo comum aos trabalhos de Descartes e Fermat, segundo Roque (2012), trata de um interesse crescente sobre tipos variados de curvas e o

uso da álgebra em problemas geométricos envolvendo o tratamento de equações indeterminadas.¹⁰

A nova geometria constituiu-se da introdução de novas curvas e de seu uso, tanto no estudo de problemas determinados, quanto na resolução de equações de grau mais elevado e de lugares geométricos, traduzidos por equações indeterminadas.

Quando jovem, Jan De Witt (1629-1672) escreveu “*Elementa curvarum*” onde a primeira parte trazia diversas definições cinemáticas e planimétricas das seções cônicas, num tratamento mais sintético, e a segunda parte abordava a geometria analítica fazendo o uso de coordenadas de uma forma sistemática. Por esse fato, sua obra passou a ser considerada por alguns, como o primeiro livro de geometria analítica. La Hire (1640-1718) escreveu três obras sobre cônicas, sendo que a segunda intitulada “*Nouveaux éléments des sections coniques*” deixa os métodos de Descartes em evidência. Apresentava um estudo sobre parábolas, elipses e hipérbolas, porém com o diferencial de que cada curva no plano era desvinculada do cone.

Ao que parece, acredita-se que a ideia do sistema de coordenadas polares tenha sido introduzida em 1691 por Jakob Bernoulli, apesar do trabalho realizado por Leonard Euler sobre coordenadas polares. Suas contribuições na consolidação do sistema de coordenadas polares foram tão significativas que muitos o consideram como criador desse sistema.

Assim também, como afirmam Santos e Laval (2012), Lagrange, no século XVIII deu sua contribuição ao promover a aplicação da álgebra a problemas da geometria elementar, com o trabalho sobre soluções analíticas de problemas relacionados à área de um triângulo e ao volume de um tetraedro, expressos por determinantes de terceira e quarta ordem. O cálculo, apoiado pela geometria analítica, foi o maior instrumento matemático, poderoso e eficiente, revelado no século XVII.

E finalmente, o século XIX caracteriza um momento profícuo em matemática: a consolidação da geometria analítica por meio do trabalho do então professor da École Polytechnique, Gaspard Monge. É interessante ressaltar que o

¹⁰ Segundo Roque (2012) há uma diferença entre as equações $x^2 - 4x + 3 = 0$ e $x^2 + y^2 = 1$. No primeiro caso trata-se de encontrar o valor da quantidade desconhecida x que, mesmo não sendo conhecida, pode ser determinada por uma das igualdades $x=3$ ou $x=1$. No segundo caso, x e y não possuem valores determinados, por isso dizemos que se trata de uma equação indeterminada.

efeito produzido pelo seu trabalho fez com que, na mesma época, a geometria analítica se tornasse uma disciplina, conquistando um lugar nas escolas. Concordamos com Santos e Laval (2012) que a geometria descritiva e analítica podem ter sido impulsionadas pela postura de Monge frente à educação, devido ao seu entusiasmo e inspiração na condução brilhante dos ensinamentos aos seus alunos. Lacroix, aluno e posteriormente colega de Monge, juntamente com ele deram um “toque final” à geometria analítica, deixando-a próxima das notações nos moldes atuais.

No que diz respeito ao avanço da geometria analítica, a partir da segunda metade do século XIX, atravessando o século XX, é que essa se mistura com a álgebra linear e a análise:

[...] Assim, como em um determinado momento da história já não era mais possível fazer avanços somente com a aritmética e a esta foram se agregando a geometria e a álgebra, o mesmo ocorre com a geometria analítica, que no desenvolvimento de uma matemática mais “apurada” passa a depender da álgebra linear, da análise e passa também a ter uma estreita relação com o cálculo, fazendo com que já não seja mais possível visualizar uma geometria analítica desconectada de outras áreas da matemática (SANTOS; LAVAL, 2012, p. 203).

Percebemos que muitas foram as etapas e contribuições dadas à geometria analítica, assim como os estudiosos envolvidos nos diversos momentos da história da matemática. A riqueza de detalhes nos é revelada a cada momento em que nos aprofundamos em nossos estudos.

De acordo com Edmund Husserl:

Se alguém pensar a respeito das nossas exposições (que ainda são, de certo, grotescas e por necessidade nos levarão mais tarde a novas profundas-dimensões), o que elas tornam óbvio é precisamente aquilo que sabemos – isto é, que a presente configuração cultural vital “geometria” é uma tradição e ainda está sendo transmitida – não é conhecimento concernente à uma causalidade externa que afeta a sucessão das configurações históricas, como se fosse conhecimento baseado na indução, pressuposição que contraria aqui como um absurdo; antes compreender a geometria ou qualquer fato cultural dado é estar consciente da sua historicidade, ainda que, “implicitamente” (HUSSERL 1970, traduzido por BICUDO, 1980, p. 16).

Fica assim a certeza de que uma história não se faz sem o conhecimento sobre o passado e o entendimento de uma ciência específica implica obrigatoriamente em compreender o momento vivo que a produziu.

Compreendemos a geometria analítica como sendo uma parte imprescindível da matemática, e, como qualquer outra disciplina, está sempre em desenvolvimento, inserida historicamente nos contextos que a determinam.

CAPÍTULO 4

A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO DISCIPLINA DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFJF

Neste capítulo inicialmente procuramos descrever o período que vai desde a construção da Universidade até a criação do departamento de matemática, ainda que de maneira sucinta. Revelamos o caminho que percorremos inicialmente e quais as pessoas que estiveram envolvidas direta ou indiretamente com a disciplina de geometria analítica, alguns dados obtidos nas bibliotecas da UFJF e, por fim, apresentamos o material estudado por nós nesta pesquisa, ou seja, as apostilas do professor Hélio, procurando fazer uma análise detalhada dos seus elementos.

Como autora desta pesquisa e, pelo fato de fazer parte da constituição desta história em algumas etapas dos acontecimentos, percebi que poderia contribuir também trazendo algumas informações sobre o estudo deste passado.

4.1 – Criação da universidade

Do levantamento feito por Fragoso (2011), extraímos algumas particularidades necessárias para a composição deste capítulo, tais como da criação da UFJF e do departamento de matemática. Estas informações nos permitem compreender algumas falas de nossos entrevistados que citaremos mais adiante, além de entender como tudo foi surgindo na UFJF.

Em Juiz de Fora, antes da criação da UFJF, funcionavam as seguintes Instituições de Ensino Superior: a Escola de Engenharia, fundada em 1914, a Faculdade de Direito fundada em 1934, a Faculdade de Ciências Econômicas fundada em 1947, a Faculdade de Medicina fundada em 1952 e a Faculdade de Farmácia e Odontologia fundada em 1955. Estas Instituições, segundo Yasbeck¹¹ (2002) se juntaram, em 1960, formando um condomínio que deu origem à Universidade de Juiz de Fora (FRAGOSO, 2011, p. 50).

¹¹ Yasbeck, Dalva Carolina (LOLA) de Menezes. O Perfil e a trajetória dos professores do Ensino Superior de Juiz de Fora (1914-1960). In: Educação em foco, v.7, set./fev, n.2, pp 173-189. Minas Gerais: UFJF, 2002

Segundo ainda as informações de Fragoso (2011), no ano de 2010 a UFJF comemorou os 50 anos de existência homenageando com a medalha Presidente Juscelino Kubitschek de Oliveira 50 personalidades que fizeram parte da história da instituição. Em 23 de dezembro de 1960 o presidente Juscelino Kubitschek de Oliveira assina o decreto-lei para a criação da UFJF. Mas, foi em 1965 que se iniciou a construção do seu projeto arquitetônico, o qual fora concluído em 1970.

Fundada em 1945, a Faculdade de Filosofia e Letras – FAFILE passa mais tarde a ser incorporada à Universidade Federal de Juiz de Fora. De acordo com Yasbeck (2002) citada por Fragoso (2011), antes da sua incorporação à UFJF, a FAFILE oferecia os cursos: Letras Clássicas, Jornalismo, História, Geografia, Ciências Sociais, Letras Neolatinas, Letras e Pedagogia, passando em 1966 a oferecer os cursos de Matemática, Ciências Físicas e Biológicas e o de Filosofia que foram reconhecidos em 1968. Já em março de 1969, os alunos aprovados nos vestibulares realizados pelas Faculdades foram matriculados nos Institutos básicos: Instituto de Ciências Humanas e Letras (ICHL), Instituto de Ciências Biológicas e Geociências (ICBG) e Instituto de Ciências Exatas (ICE).

No ano de 1970, com o término da construção da Cidade Universitária, os cursos oferecidos pela FAFILE foram distribuídos pelas várias unidades do Campus Universitário. Diversos cursos como: Geografia, Letras, Filosofia, Matemática e Ciências Biológicas, Ciências Sociais e História foram incorporados aos Institutos Básicos, recebendo a referência de Cursos de Licenciatura.

4.2 – Criação do departamento de matemática - UFJF

Sobre a criação do departamento de matemática, por meio dos mesmos levantamentos, inferimos que ele foi criado em novembro de 1968, lei nº 5540¹² e foi fruto da integração dos departamentos de matemática das Faculdades de Economia, Engenharia e FAFILE. Inicialmente esta integração teve como objetivo ministrar disciplinas de conteúdos matemáticos para outros cursos dentro da própria universidade.

¹² Conhecida como Lei da Reforma Universitária

Esta Lei foi concebida dentro dos acordos MEC-USAID¹³ que, juntamente com o Ato Institucional nº 5 (AI5), tolheram e amordaçaram o movimento estudantil brasileiro por longos anos. Em função do movimento crescente, aliado a outras reivindicações, as organizações estudantis foram postas na clandestinidade. Os líderes estudantis brasileiros discordavam da ingerência de um país estrangeiro nos assuntos educacionais de nosso país, o que originou diversos movimentos reivindicatórios, reprimidos pela máquina ditatorial brasileira. A repressão gerou, assim, uma violenta oposição, liderada por diversos setores, contra os acordos MEC/USAID, o que chamou a atenção da opinião pública mundial. Pressionado, o governo militar acabou criando, em 1968, um grupo de estudos encarregado de trabalhar na reforma com uma proposta abrasileirada. Desta forma, ainda em 1968, o Congresso Nacional aprovou a Reforma Universitária, pela Lei nº 5540, fixando normas de organização e funcionamento do ensino superior (FRAGOSO, 2011, p. 56).

Segundo Frago (2011), ainda sobre a reforma:

Silveira e Paim (2005) nos informam que a reforma de 1968 fracassou, em parte por seus erros de concepção e porque foi implantada de forma autoritária e sem legitimidade. Entretanto, teve como produto o desaparecimento das cátedras ou cadeiras como unidades básicas do ensino e da pesquisa, substituídas pelos departamentos que aglutinariam os docentes pertencentes às disciplinas afins, gerando uma corrida pela titulação, que se traduziu numa produção acadêmica desvinculada das necessidades sociais; a integração das várias áreas que desenvolviam ensino e pesquisa comum; unificação do vestibular; criação dos assim chamados cursos básicos (primeiro ciclo) e profissionais (segundo ciclo); estabelecimento das matrículas por disciplina, em substituição às tradicionais matrículas por série, o que desfez os grupos de estudantes que caminhavam juntos na vida acadêmica; criação dos currículos mínimos, cuja prioridade é o cumprimento de determinado número de horas-aula, e não do conteúdo; e a extinção das Faculdades de Filosofia, Ciências e letras (FRAGOSO, 2011, p. 58).

Segundo informações obtidas na página eletrônica da UFJF e de acordo com os levantamentos realizados por Frago (2011), o curso de licenciatura em matemática foi criado em 1975, decreto nº 75512 de 19/03/1975 e, o curso de bacharelado em matemática, e a modalidade de informática dentro deste curso, foi criado em 1987.

4.3 – Sobre o início da investigação

O início de nosso trabalho como já dissemos anteriormente, se dá pelas conversas informais com professores do departamento de matemática das quais foram aparecendo os primeiros vestígios para nossa pesquisa. Passamos a ter

¹³ Representa a fusão das siglas Ministério da Educação (MEC) e United States Agency for International Development (USAID).

conhecimento de umas apostilas de geometria analítica produzidas pelo professor da instituição, Hélio Siqueira Silveira. Esta primeira informação nos foi dada pelo professor Ricardo Bevilaqua Procópio, que foi aluno das primeiras turmas de matemática da UFJF e logo depois de formado, tornou-se professor do departamento de matemática na mesma instituição. Com suas orientações procuramos pelos professores Alberto Hassen Raad e Lorival de Souza Lima, ambos ex-professores do departamento de matemática da UFJF que não só nos forneceram orientações sobre o professor Hélio, como também sobre as especificidades da disciplina geometria analítica daquela época (década de 1970). Porém foi o diálogo que tivemos com o professor Adlai Ralph Detoni, também do departamento de matemática, que nos possibilitou o acesso às apostilas, fontes essenciais para este trabalho.

No percurso da investigação, as apostilas do professor Hélio foram se configurando em importantes fontes para a introdução da disciplina geometria analítica no curso de matemática da UFJF, que teve início em 1969.

4.4 – A disciplina geometria analítica na visão de alguns professores e a relação com as apostilas do professor Hélio Siqueira Silveira

Hélio Siqueira Silveira foi professor da UFJF e da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, lecionou geometria analítica logo no início do curso de matemática na UFJF em 1969.

Segundo registro do professor e reconhecido autor de livros didáticos Roberto Peixoto, no prefácio de uma destas apostilas, Hélio Siqueira dedicou boa parte de seus estudos à matemática pura e no exercício do magistério se especializou em geometria analítica e cálculo vetorial. Seu compromisso com a educação fica evidente no trecho “Tendo sólidos conhecimentos do Cálculo Infinitesimal e acendrado espírito de pesquisador, foi-lhe fácil construir modelo muito pessoal da Geometria de Descartes, atualizada pelos recursos do Cálculo Vetorial, que consubstanciou em apostilas de indiscutível mérito e que muito tem servido aos estudantes das nossas Escolas de Engenharia” (SIQUEIRA, 1967, prefácio). Suas excelentes qualidades didáticas, competência, dedicação e seriedade são reconhecidas até hoje por seus ex-alunos e professores colegas de trabalho.

Temos registro de que o professor Hélio Siqueira Silveira esteve lotado por algum tempo no departamento de matemática, mas, em 1977, pede remoção para o departamento de Transportes da Faculdade de Engenharia da UFJF. De acordo com as atas do próprio departamento de matemática, este pedido veio a atender não somente ao seu desejo mas também ao interesse da instituição, pelo profissional capacitado que ele demonstrava ser.

comunica que, para atender ao Plano Institucional de Capacitação Docente, que impôs limitação de prazos, indicou, ad referendum do Departamento, pela ordem de prioridade os professores Waldemar Schmitt, Hirochi Ouchi e Aladim José Vieira Valverde para fazerem seus cursos de mestrado, no Brasil. Para tanto, o Chefe de Departamento solicitou ao Departamento que ratifique sua indicação. Aprovada, por unanimidade. (4) Processo 253/44. Prof Hélio Siqueira Silveira pede remoção para o Departamento de Transportes da Faculdade de Engenharia da U.F. J. F. Após vários pronunciamentos de professores do Departamento, todos de inteiro apoio ao prof Hélio Siqueira Silveira foi aprovado, por unanimidade, o seu pedido levando em conta os seguintes elementos: (1º) A remoção atende ao alto interesse do ensino na U.F. J. F. pois, representa a presença na Faculdade de Engenharia de uma especialidade que é a seqüência da atividade de profissional do prof Hélio (2º) Não obstante a tremenda lacuna que será deixada no ICE a remoção representa, ainda assim, um crescimento no contínuo de dignidade profissional que é atividade de ensino do prof Hélio (3º) A remoção é do seu desejo (4º) A U.F. J. F. deverá dar cobertura no Departamento de Matemática, as atividades que o prof Hélio deixará em aberto. Prof. Oscar Schmitz propõe e o Departamento aprova que o Chefe de Departamento envie carta ao prof Hélio Siqueira Silveira agradecendo os magníficos

Ilustração 1 - ATA - Julho de 1977

A fim de compreendermos então, como se deu o processo de estabilização da disciplina geometria analítica e, ao que tudo indica se iniciou pelas apostilas, realizamos entrevistas com professores e ex-professores do departamento de matemática.

Entendemos que a escolha dos depoentes se deve ao fato dos mesmos conviverem com o professor Hélio Siqueira Silveira, sejam como alunos e ou colegas de trabalho ou ainda terem vivido a experiência de lecionar a disciplina geometria analítica nesta instituição e, desse modo, poderiam trazer contribuições a este trabalho. Ponderamos que a investigação sobre como se deu a estruturação da disciplina passa por questões de ensino, de material didático e das discussões a respeito da disciplina com os professores.

Iniciamos nossas conversas de maneira mais formal, com a professora aposentada da UFJF, Sonia Eunice Freitas Maciel, que não só foi aluna do professor Hélio na disciplina geometria analítica, como também sua colega de trabalho ao ingressar para o departamento de matemática, em 1974. Como aluna, Sonia ingressou na FAFILE em 1968, juntamente com a primeira turma do curso de matemática, regime seriado. No início de 1969, o curso de licenciatura em matemática passa a funcionar no prédio da Faculdade de Engenharia e, mais tarde migra para o Campus Universitário. Devido às alterações sofridas nas grades curriculares, ela teve que retroceder um ano em seu curso, terminando a sua graduação portanto, em meados de 1972. No final deste mesmo ano, prestou vestibular para o curso de engenharia, concluindo em 1975, cursando assim duas graduações. Em 1983, Sonia concluiu o mestrado em Engenharia de Produção, área de concentração Pesquisa Operacional, na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

Questionada sobre as apostilas do professor Hélio Siqueira Silveira, a professora Sonia comenta:

[...] Com relação ao Dr. Hélio Siqueira, havia uma apostila de sua autoria com a qual trabalhávamos. Devemos ter complementado também com outros livros para exercícios, mas o Prof. Hélio adotava como texto básico, essa apostila (MACIEL, 2012).

Segundo ela, este professor adotava suas apostilas como livro texto:

Quando eu ingressei na universidade, as apostilas do Dr. Hélio já eram adotadas dentro do Curso de Engenharia e passou a ser adotada também

para o Curso de Matemática, a partir de 1969. O Prof. Hélio Siqueira já era professor da Faculdade de Engenharia e a Geometria Analítica, naquela época, era lecionada para os alunos do Curso de Engenharia e esse material produzido por ele já era adotado. Em 1969, com a inclusão da Geometria Analítica, a partir do primeiro período da nova grade curricular do curso de Matemática, nós passamos a cursá-la junto com os alunos da Engenharia. Praticamente todas as disciplinas dos dois primeiros anos do Curso de Engenharia também eram cursadas pelos alunos da Matemática (MACIEL, 2012).

A Professora Sonia não chegou a ministrar geometria analítica, mas como aluna, lembra-se que existia uma cobrança muito grande por parte dos professores. Eram bastante exigentes principalmente com relação às provas aplicadas.

Olhe, na nossa época, na Geometria Analítica, a cobrança era grande, os professores bastante rigorosos e o nível de exigência das provas era alto. Penso que o nível de exigência era um pouco maior até do que o de hoje, pelo menos eu acho, não posso afirmar com certeza, não é? Porque, principalmente hoje, não sei como é a cobrança lá na universidade. Na época, o índice de reprovação em Geometria Analítica não era muito inferior ao índice de reprovação nos Cálculos. Convém ressaltar que, embora ocorressem reprovações, o percentual não era tão grande quanto o que eu vejo hoje nos cursos de Cálculo I, por exemplo. Portanto, talvez devido ao perfil dos alunos ingressantes para o curso de Engenharia naquela ocasião, quando a relação candidato/vaga era alta, mesmo diante do nível de exigência da época, o índice de reprovação era bem menor (MACIEL, 2012).

Sonia não tem dúvidas quanto à influência das apostilas do professor Hélio no ensino de geometria analítica e relata que elas foram empregadas por um bom tempo e muitos professores as usavam pelo menos como um material complementar:

A apostila do Dr. Hélio foi uma referência dentro do ICE. Foi um material bastante utilizado por um bom tempo (MACIEL, 2012).

Os professores quando se dedicam por algum tempo à determinada disciplina e trazem consigo uma identificação com o tema, tendem a colocar em suas aulas características muito pessoais. O ex-professor da UFJF, Lorival de Souza Lima, considerado um professor experiente em geometria analítica, com o passar dos anos e de toda a sua dedicação ao ministrar a disciplina geometria analítica, elaborou um caderno que traz todo o conteúdo que considerava necessário para o aprendizado dessa disciplina no espaço. Seu caderno ficou bastante “famoso” tanto que ainda é lembrado por alguns de seus ex-alunos. E este foi um fato que nos levou à procurá-lo para realizar entrevistas. Suspeitamos, no início de nossa busca às fontes, que este seria um material muito significativo para nossa pesquisa.

Sobre este caderno ele nos diz:

Eu acho que a gente preparando a aula num caderno... Cada um tem um jeito de dar aula, eu respeito, mas o meu esquema, eu preparo a aula no caderno, aí a gente enxuga as coisas, você faz aquilo com objetividade, vê se o exemplo tá bom ou não. Você dá um curso e no segundo curso, você pode acertar algumas arestas, melhorar aquilo entendeu? Eu gosto de dar aula assim, acostumei a dar aula assim e os alunos gostam também (LIMA, 2012).

Gentilmente, ele nos possibilitou o acesso ao seu material de ensino: um caderno de geometria analítica II, que ficou algum tempo conosco para que pudéssemos analisá-lo. Mais tarde, também nos concedeu uma entrevista, onde pudemos esclarecer vários questionamentos com relação à disciplina geometria analítica.

De imediato verificamos que a apostila do professor Hélio Siqueira Silveira constava como uma referência bibliográfica em seu caderno. Esta sugestão bibliográfica colocada pelo professor Lorival, revela a influência das apostilas nos cursos de geometria analítica ministrados na UFJF.

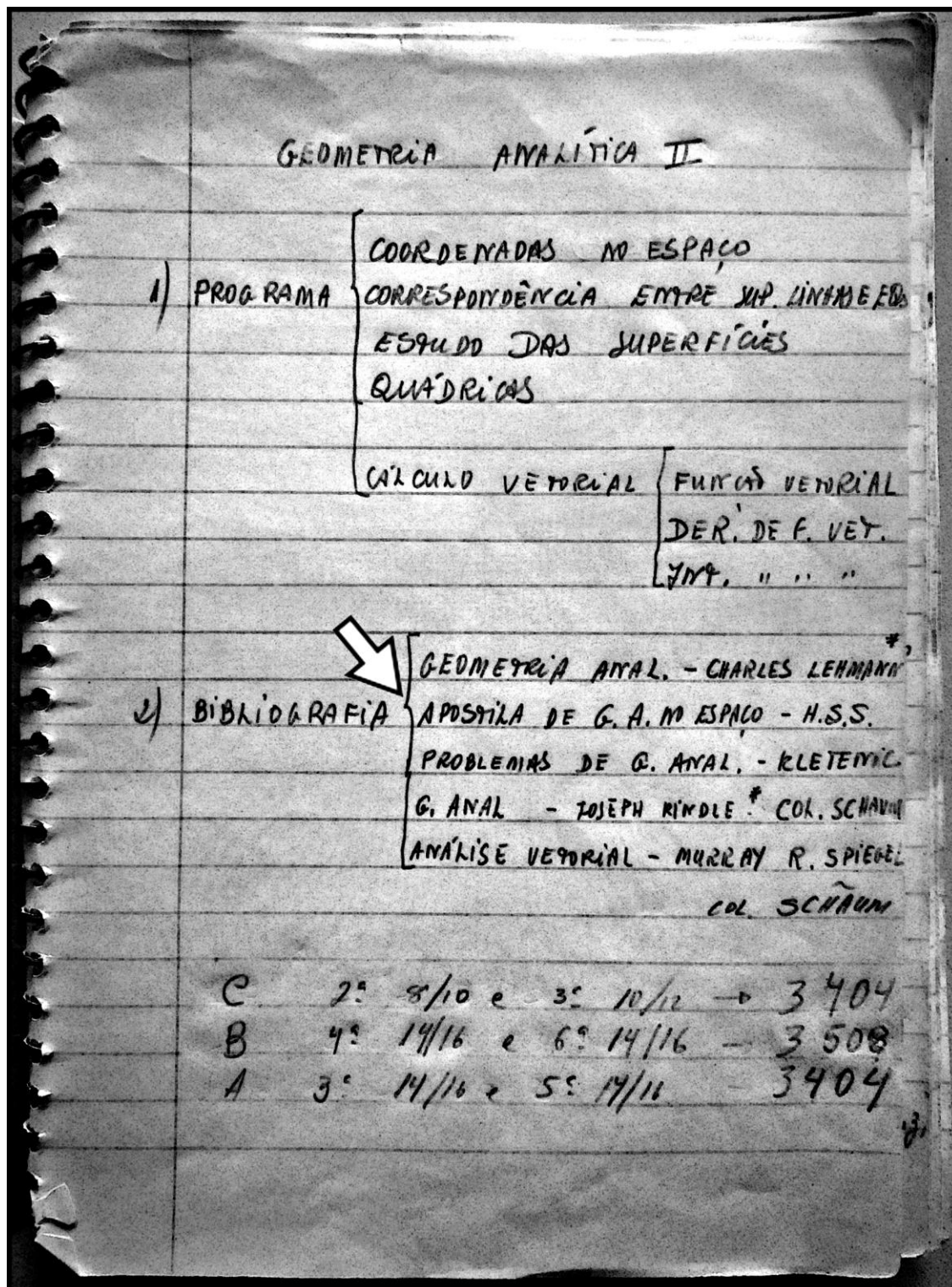


Ilustração 2 - caderno do professor Lorival

Esta descoberta foi para nós muito especial, porque entendemos que o trabalho do historiador é “alimentado” à medida que surgem novas pistas. Retomamos Bloch (2002): “Já o bom historiador se parece com o ogro da lenda. Onde fareja carne humana, sabe que ali está a sua caça”. (pág. 54)

Sobre este professor, destacamos a sua formação em matemática também nesta universidade em 1970. A sua tese de mestrado foi em Álgebra, cujo trabalho intitulado “Álgebra com Identidades Polinomiais”, foi defendido na Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. Ingressou em 1974 como professor do departamento. No início de sua carreira não trabalhou com a disciplina geometria analítica, isto veio a acontecer somente mais ao final. Lorival se descreve um “apaixonado” por esta disciplina.

[...] Depois mais no final da minha carreira, eu dei mais aula de Geometria Analítica. Eu gostava muito de Geometria Analítica. Eu era apaixonado pela Geometria Analítica e Cálculo Vetorial. Então eu fiquei dando esta matéria bastante tempo no final da carreira (LIMA, 2012).

O modo que conduzia as suas aulas de geometria analítica foi assim relatado por ele:

Eu indicava uma série de livros, mas eu sempre gostei de preparar a minha aula assim escrevendo a matéria do meu jeito, eu sempre gostei de escrever a matéria no quadro, os alunos anotavam, eu escrevia a teoria, os exercícios, os exemplos, os alunos anotavam e nunca reclamaram, sempre acharam interessante deste jeito. Sempre gostei de dar aula deste jeito (LIMA, 2012).

A conversa com este professor me fez lembrar dos momentos nos quais me foi dada a oportunidade de aprender geometria analítica e, desta forma, tomar gosto também pelo ensino desta disciplina. Sempre tive grande admiração pelas aulas do professor Lorival. Me lembro muito bem que ele era um professor muito querido. Como ele tinha a preocupação de nos transmitir todo o conteúdo de forma super organizada, guardei sempre com muito carinho as anotações da época em que fui sua aluna, no ano de 1997, na disciplina geometria analítica e cálculo vetorial II.

31/04
Geometria Analítica II

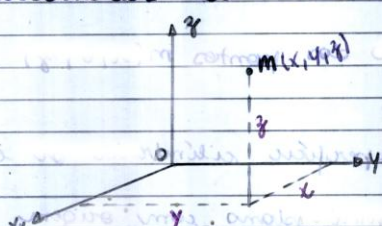
26 | maio - 1º TVC
 7 | julho - 2º TVC

G.A - BRUNO LOHMANN
 APOSTILA de G.A de Hélio S. SILVA
 Problemas de G.A - KLETENIC
 Análise Vetorial - MURRAY R. SPIEGEL.

Capítulo I

Coordenadas no Espaço

1 - Coordenadas cartesianas (Retangulares)



As coordenadas cartesianas de um ponto m , do espaço, são x, y e z , onde:

- x é a distância do ponto m ao plano yOz (abscissa)
- y " " " " " " " " m ao plano xOz (ordenada)
- z " " " " " " " " m ao plano xOy (cota)

Indica-se por $m(x, y, z)$.

Variação: $-\infty \leq x, y, z \leq \infty$

Exercício:
 Qual é o lugar geométrico dos pontos $m(x, y, z)$ do espaço para os quais:

- a) x cte e y e z variando: um plano \parallel ao plano yOz .
- b) y cte e x e z variando: um plano \parallel ao plano xOz .
- c) z cte e x e y variando: um plano \parallel ao plano xOy .
- d) x e y ctes e z variando: uma reta \parallel ao eixo z .
- e) x e z ctes e y variando: uma reta \parallel ao eixo y .
- f) y e z ctes e x variando: uma reta \parallel ao eixo x .

2 - Coordenadas cilíndricas:

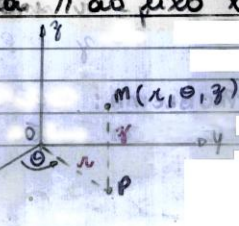


Ilustração 3 – Notas de aula (Susana)

Continuei me surpreendendo ainda mais, pois nesta busca pelo passado, vi que as apostilas do professor Hélio, além de outras indicações, estavam anotadas na bibliografia no cantinho superior direito da página, conforme a ilustração 3.

Soubemos que o professor Lorival assim como a professora Sonia, também foram alunos do professor Hélio e se lembram de ter estudado no material produzido por ele:

Era usado mais pelo Hélio Siqueira mesmo. Usava no curso de Engenharia. Depois a gente usou assim, não adotamos a apostila não, usamos a apostila para consulta. Era uma apostila boa, tinha muitos exercícios, e era uma apostila específica de Geometria Analítica, só de Geometria Analítica, apostila interessante. Mas usava outros livros também, ela foi usada mais por outros professores, assim adotada, ela não foi adotada não, só por ele mesmo. No curso de Engenharia (LIMA, 2012).

Com base em minha experiência docente, considero que a geometria analítica sempre foi uma disciplina com um alto nível de exigência. Quando lecionei esta disciplina como professora substituta na própria universidade, lembro-me que logo de início, foi-me atribuída uma turma enorme, os alunos mal cabiam na sala de aula. Devido a tantas reprovações, as turmas estavam com um número expressivo de alunos.

Na visão do professor Lorival, a geometria analítica no espaço era ministrada mais com o intuito de auxiliar no estudo do cálculo. Até mesmo quando lecionei esta disciplina, ela possuía esta finalidade. Para ele a geometria analítica:

Era ferramenta mesmo para o Cálculo. Era fundamental no Cálculo. Tinha uma vantagem também de abrir, eu acho, eu entendo, que ela tinha uma vantagem de abrir a mente do estudante. É uma matéria de muito raciocínio (LIMA, 2012).

Para ele, a falta de um estudo profundo de geometria analítica no espaço, principalmente das equações e gráficos das superfícies, torna desmotivador e difícil o entendimento de alguns assuntos do cálculo infinitesimal.

Tanto as apostilas do professor Hélio como o caderno do professor Lorival evidenciam produções que intentam responder às necessidades didáticas percebidas no ensino de geometria analítica. Neste sentido, pode aqui também ser identificada a originalidade das produções em nível superior com o objetivo de ensinar determinado conteúdo e não simplesmente reproduzir o que está posto em outros livros.

Nossa busca continuou, e conseguimos mais informações com o professor Ricardo Bevilaqua Procópio. Ele se formou na UFJF em matemática em 1974 e, desde 1977 é professor do departamento de matemática, tendo a geometria como uma das áreas que mais gosta de atuar. Quando ele cursou a geometria analítica, a mesma era dividida em analítica I e II, separadas em 4 créditos cada uma. Na sua

opinião, era o melhor formato. Não vê com bons olhos a compactação da geometria que existe hoje em um semestre principalmente, porque os alunos não entram com boa bagagem em analítica. Também compartilha a mesma opinião do professor Lorival de que estudar esta disciplina profundamente é necessário para o bom entendimento do cálculo.

Apesar de não se lembrar de quem foi seu professor nesta disciplina, sabe que fez uso assim como todos os alunos, da apostila do professor Hélio Siqueira. Acrescenta ainda que essa apostila era muito completa, era uma referência na universidade e que posteriormente virou um livro, o qual ele não teve a oportunidade de conhecer, embora este livro conste das bibliotecas do Instituto de Ciências Exatas e da Engenharia.

A referência na época pelo menos na Analítica Plana era um texto... uma apostila do Hélio Siqueira. Que era uma referência aqui na universidade. Eram notas de aula e que virou um livro, era muito completo. Me recorde desse texto na Analítica Plana, já na parte da Analítica Espacial eu não consegui me recordar como é que trabalhávamos não. Se foi também o Hélio Siqueira ou se foi um outro texto. Não consigo me lembrar (PROCÓPIO, 2011).

Averiguamos que o livro de geometria analítica do professor Hélio ainda continua sendo uma referência para vários alunos na UFJF como se pode constatar nos arquivos de empréstimos aos alunos, existentes na biblioteca dessa instituição.

	D	E	F	H	I	J
1	DATAHORADO EMPRESTIMO	TITULO	AUTOR	LOCAL PUBLICACAO	EDITORIA	DATA PUBLICACAO
2	08/09/2011 15:07:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
7	22/08/2011 11:12:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
76	22/06/2011 10:00:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
93	16/06/2011 08:12:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
124	07/06/2011 09:05:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
127	05/06/2011 15:33:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
143	31/05/2011 15:31:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
156	30/05/2011 10:14:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
157	30/05/2011 10:13:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
184	23/05/2011 09:59:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
220	10/05/2011 11:15:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
223	09/05/2011 15:27:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
224	09/05/2011 15:26:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
416	26/10/2010 16:49:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
417	26/10/2010 16:29:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
419	26/10/2010 16:25:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
420	26/10/2010 16:25:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
437	20/10/2010 11:24:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
442	18/10/2010 12:59:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
630	01/06/2010 17:43:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
671	24/05/2010 17:31:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
853	30/10/2009 16:32:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
951	28/06/2009 16:32:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
984	15/06/2009 12:15:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
996	04/06/2009 15:28:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968
1008	02/06/2009 09:28:00	Geometria analitica plana	Silveira, Helio Siqueira	Juiz de Fora	UFJF	1968

Ilustração 4 – planilha de empréstimo de livros

Por outro lado, Ricardo, como professor da disciplina e de outras com as quais ele trabalhou e trabalha atualmente, não acha necessário adotar um material específico. Não usa e nunca usou livro texto e justifica o motivo:

Eu acho interessante para o aluno o confrontamento de ideias, então é uma coisa que eu sempre procurei desenvolver com eles: ler mais de um livro, ver mais de uma notação, mais de um enfoque, a matemática apresenta ideias diferentes, demonstrações diferentes. Então eu sempre achei legal que o aluno tivesse essa leitura de mais de um autor, por isso que eu nunca adotei livro texto e coisa minha também, eu gosto de escrever...(PROCÓPIO, 2011).

Sobre sua experiência com a geometria analítica, acrescenta ainda:

[...] Eu traçava meu roteiro, sabia o que eu tinha que trabalhar, tinha encaminhado as demonstrações, as propriedades, a medida que dava para fazer. Então nunca fui muito rígido com esse roteiro, com essa sequência não. Mas claro que sempre tive notas de aula, sempre escrevi alguma coisa a respeito. A dificuldade da Geometria Analítica Plana é a pouca base da Geometria Euclidiana. Então na hora que a gente começa a resgatar uma teoria da Geometria Euclidiana pra poder aplicá-la analiticamente, os alunos se esbarram no conhecimento da Geometria. Na Geometria Espacial, a dificuldade de visualização. Eu acho que é o grande problema, quer dizer o cara que já superou o problema, que na época era separado I e II, os alunos que já tinham conseguido resolver o problema da Geometria Analítica Plana e da Euclidiana, estava na Espacial, aí era a questão da visualização e é um problema que a gente vê até hoje, por exemplo, quando eu trabalho com Cálculo III, integrais de superfície, integrais triplas, saiu daquela integral definida, integral de uma variável o aluno começa a ter dificuldade de fazer um desenho da região, de enxergar um domínio de definição, onde vai ser integrado. Por isso que eu estava dizendo no início que se a Geometria Analítica fosse melhor trabalhada teríamos menos dificuldade no Cálculo. Os alunos teriam uma condição melhor no Cálculo (PROCÓPIO, 2011).

Conseguimos o contato com um ex-aluno¹⁴, formado em engenharia, para quem o professor Hélio se mostrou “um mestre” na acepção da palavra, professor dedicado e sempre presente. Na opinião deste ex-aluno os conteúdos das apostilas eram sempre transmitidos pelo professor de forma muito clara, muito didática e os mesmos eram vistos em sua totalidade durante todo o curso.

Tinha que esgotar o assunto [...] Porque durante o ano ele passava a matéria transcrita no quadro, ele mesmo escrevia. [...] E ele passava aquilo tudo ali pra gente, ele tinha uma letra muito boa, muito clara, isso facilitava a gente acompanhar. (ex-aluno, 2012)

Mesmo com a apostila em mãos, os alunos podiam acompanhar as explicações do professor no quadro-negro. Era a prática ou didática que este professor gostava de usar.

¹⁴ Por motivo de doença o entrevistado não pode autorizar a divulgação de sua identidade nessa entrevista. Por esse motivo, iremos nos referir a ele simplesmente como ex-aluno.

A conversa com este nosso entrevistado nos permitiu compreender ainda sobre como era estudada a disciplina geometria analítica na apostila produzida pelo professor Hélio. Segundo o ex-aluno,

Ele passava porque sempre quando uma pessoa tinha uma dúvida numa sequência qualquer, nada como ele ter aquilo no quadro assim mostrando para todo mundo. Naturalmente que na apostila ele expandia um pouco mais, ali no quadro ele fazia uma espécie de resumo. Mas um resumo assim progressivo e entremeado de explicações, de explicações, responder às perguntas que eventualmente um aluno não entendesse. A gente fazia perguntas e ele respondia. Anexava alguns complementos, pra explicar e tirar a dúvida do aluno. Então, mas na realidade, o conteúdo geral era todo transmitido no quadro-negro e ali a gente conversava, e entendia... quando a gente fosse estudar na apostila em casa, já tinha sanado dúvidas que surgissem durante o aprendizado, você se informava diretamente com ele no dia da aula (ex-aluno, 2012).

Para este ex-aluno, o fato de possuir a apostila era um auxílio muito grande, principalmente para os estudantes mais interessados que desejavam estudar com antecedência os assuntos que seriam abordados na sala de aula.

[...] E às vezes a gente poderia até pela apostila, estudar antecipadamente a próxima aula. Já tinha o material, era só estudar. Naturalmente que com o professor falando sobre o assunto é mais fácil, porque qualquer dúvida ele explica aquela dúvida, explica aquela dúvida imediatamente, sem você perder tempo. Então quando você fosse estudar após a aula era muito mais fácil o entendimento, porque ele já tem todas as dúvidas eventuais que pudessem ocorrer, ele já teria explanado sobre aquele assunto na aula, mesmo porque os alunos perguntavam. Essa liberdade da gente interferir, fazer uma pergunta na aula, sempre existiu. Mas é uma recordação muito boa. Ele tinha um conceito muito elevado diante de todos os alunos, pelo menos da minha turma. Era considerado um mestre de alta competência (ex-aluno, 2012).

Apesar de todas as dificuldades que existiam e ainda parecem existir no aprendizado desta disciplina, o ex-aluno acredita que a didática do professor é um fator que influencia de maneira considerável nos resultados alcançados pelos alunos. E, neste caso, o professor Hélio não deixou a desejar.

4.5 – Levantamento de livros nas bibliotecas da UFJF

As apostilas constituíram-se referências relevantes para muitos professores e alunos, principalmente porque até o final da década de 1960 e mesmo no início da década de 1970 existiam poucos livros de ensino superior disponíveis, escritos por autores brasileiros e até mesmo traduzidos. Esta escassez de livros do ensino superior com tais características pode ser observada nas pesquisas realizadas nos arquivos das bibliotecas da UFJF.

Fizemos um levantamento dos livros publicados nas décadas de 1940, 1950, 1960 e 1970 que tiveram entrada nas bibliotecas: ICE – Instituto de Ciências Exatas, Biblioteca Universitária, Biblioteca da Economia, da Administração e da Engenharia da referida instituição, por meio da página eletrônica¹⁵ da UFJF. Apenas de alguns livros não nos foi possível visualizar a data de publicação.

São poucos os livros que constam da década de 1940. Destacamos um em língua estrangeira, uma obra traduzida do autor Charles H. Lehmann e os demais em português, inclusive a obra de Roberto Peixoto, autor do prefácio de uma das apostilas do professor Hélio.

Título do Livro	Autor	Publicação do Livro	Entrada na Biblioteca
Geometria analítica	Lehmann, Charles H.	1942	01/02/1999 (ICE)
Precis de geometrie analytique	Papelier, G	1947	01/02/1999 (Engenharia)
Problemas de geometria analítica de três dimensões	Peixoto, Roberto	1947	01/02/1999 (ICE)
Exercícios de álgebra e geometria analítica	Farinha, João	1948	19/07/2007 (ICE)
Lições de álgebra superior e geometria analítica	Madureira, Arnaldo	1948	18/07/2007 (ICE)

Tabela 1 – livros da década de 40

Da década de 1950 podemos observar que os livros de geometria analítica em língua portuguesa, que constam no acervo da UFJF em sua maioria, não são escritos por autores brasileiros como, por exemplo:

¹⁵ <http://siga.ufjf.br/>

Título do Livro	Autor	Publicação do Livro	Entrada na Biblioteca
Curso Moderno de Geometria Analítica	Pastor, Julio Rey	1955	01/02/1999 (ICE)
Lições de Geometria Analítica	Maurer, W. A	1957	30/05/2007 (Econ. Adm. e Bibl. Univ.)
Cálculo e Geometria Analítica	Phillips, H. B	1958	01/02/1999 (ICE, Engenharia)
Geometria Analítica plana e no espaço	Kindle, Joseph H	1959	01/02/1999 (ICE, Engenharia, Bibl. Univ.)

Tabela 2 – livros da década de 50

Na década de 1960, destacamos alguns autores brasileiros com suas publicações de geometria analítica, entre eles, o professor Hélio Siqueira Silveira:

Título do Livro	Autor	Publicação do Livro	Entrada na Biblioteca
Cálculo Vetorial	Caraça, Bento de Jesus	1960	01/02/1999 (ICE, Engenharia)
Elementos de Geometria Analítica Plana	Alencar Filho, Edgard de.	1964	01/02/1999 (Engenharia)
Matrizes, vetores, geometria analítica teoria e exercícios	Caroli, Alesio João de	1965	24/07/2007 (ICE)
Geometria Analítica Plana	Silveira, Hélio Siqueira	1968	01/02/1999 (ICE, Engenharia, Bibl. Univ.)

Tabela 3 – livros da década de 60

Na década de 1970 surgem outros livros de geometria analítica. Demos destaque para:

Título do Livro	Autor	Publicação do Livro	Entrada na Biblioteca
Elementos de geometria analítica	Efimov, Nikolai	1972	01/02/1999 (Bibl. Univ.)
Cálculo Vetorial e Geometria Analítica	Novais, Maria Helena	1973	01/02/1999 (Bibl. Univ.)
Elementos de Geometria Analítica Plana	Steinbruch, Alfredo	1975	01/02/1999 (Bibl. Univ.)
Vetores, Geometria Analítica e Álgebra Linear um tratamento moderno	Carvalho, João Pitombeira de	1975	01/02/1999 (ICE)
Geometria Analítica Plana e no espaço	Kindle, Joseph H	1976	19/04/2010 (ICE)
Geometria Analítica no Espaço com tratamento vetorial	Gonçalves, Zózimo Menna	1978	01/02/1999 (ICE, Bibl. Univ.)

Tabela 4 – livros da década de 70

De acordo com estes levantamentos, observamos que a quantidade de livros é mínima, os mesmos foram surgindo na biblioteca muito tardiamente. Um fato que nos chamou a atenção se refere às datas de registros constantes, que em sua maioria são de 1999. E antes, a biblioteca não possuía nenhum livro? Em conversa com uma das bibliotecárias, fomos informados de que esta data se refere ao ano de catalogação dos livros, em um sistema informatizado. Os registros inicialmente eram feitos de forma manual, utilizavam-se fichas para fazer o controle. Não é possível saber precisamente a data de entrada na biblioteca, pois estes dados, por algum motivo, foram perdidos. Em 2003, os livros novamente são cadastrados em um novo sistema – o SIGA (Sistema Integrado de Gestão Acadêmica) da UFJF, razão pela qual também muitos têm a sua entrada datando deste ano.

Enfim, mesmo não nos sendo possível saber exatamente a data de entrada dos livros nas bibliotecas da UFJF, tal contexto confere relevância às apostilas diante da cultura de ensino de geometria analítica nesta instituição.

4.6 – Análise da apostila do professor Hélio Siqueira Silveira

A análise das apostilas se dá por critérios próprios da pesquisadora, sem nenhuma intenção de julgar ou criticar o material. Apenas procuramos detalhar os itens que em nossa visão são mais importantes para a construção deste tema.

Tomamos por base, as afirmações de Choppin (2004) acerca do livro didático:

[...] O livro didático não é um simples espelho: ele modifica a realidade para educar as novas gerações, fornecendo uma imagem deformada, esquematizada, modelada, freqüentemente de forma favorável: as ações contrárias à moral são quase sempre punidas exemplarmente; os conflitos sociais, os atos delituosos ou a violência cotidiana são sistematicamente silenciados. E os historiadores se interessam justamente pela análise dessa ruptura entre a ficção e o real, ou seja, pelas intenções dos autores (CHOPPIN, 2004, p. 557).

Fazendo relação com as apostilas do professor Hélio, percebemos que estas tiveram a finalidade de organizar o estudo da geometria analítica e influenciaram também a dinâmica do curso ministrado por outros professores.

São seis apostilas encontradas que tratam do tema geometria: duas de geometria analítica plana, duas de análise vetorial, uma de geometria analítica no

espaço e uma de geometria diferencial. Porém, nossas análises se restringirão apenas às apostilas de geometria analítica plana e à de geometria analítica no espaço.

Iniciamos com a análise de alguns itens da apostila de geometria analítica plana datada de 1967 com a publicação do Diretório Acadêmico da E.E.U.F.J.F.¹⁶

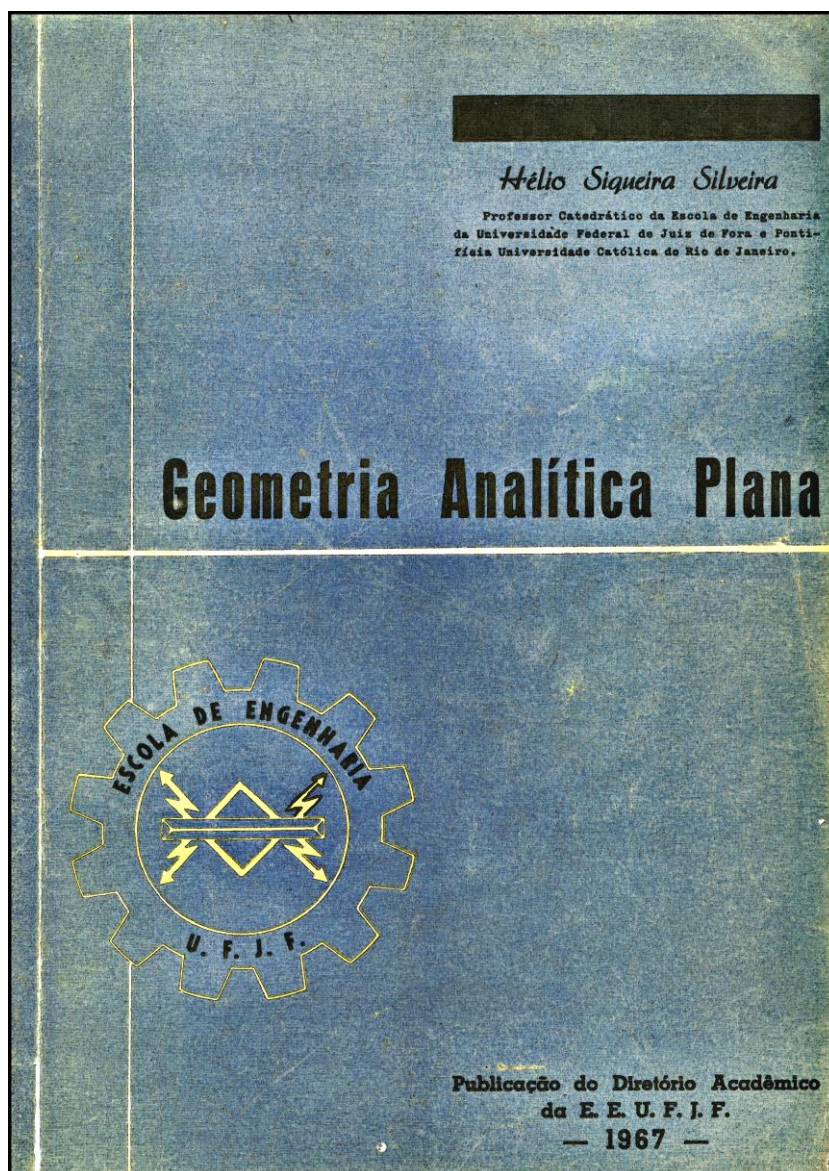


Ilustração 5 - Capa da apostila de geometria analítica plana – 1967

Este material de ensino é apontado pelo autor do prefácio como inovador ao propor o texto de geometria analítica plana enfatizando o tratamento vetorial. “Em vários encontros que tivemos, dizia-me o professor Hélio Siqueira que a Geometria

¹⁶ Escola de Engenharia Universidade Federal de Juiz de Fora

Analítica de duas dimensões deveria ter, também, tratamento acentuadamente vetorial [...]”. Estas palavras foram empregadas por Roberto Peixoto, ao compor o prefácio desta apostila como podemos verificar na página seguinte.

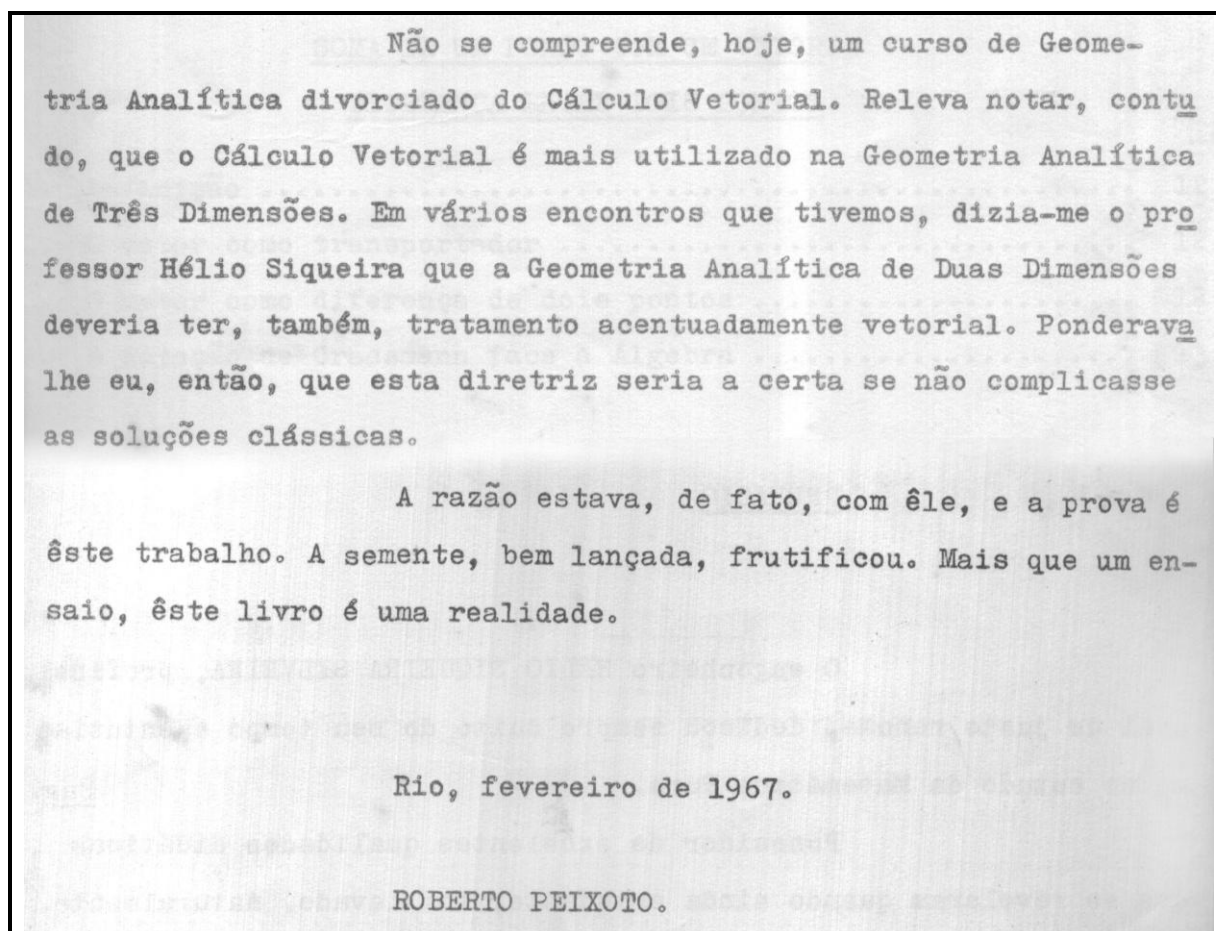


Ilustração 6 – prefácio – 1967

Nesta apostila, identificamos uma explanação bem distribuída em vinte e um capítulos que vão desde os conceitos básicos sobre vetores até o temas: Potência de um Ponto em Relação a um Círculo – Eixo radical e Centro radical.

Os assuntos abordados são assim intitulados:

CAPÍTULO I: Noções Preliminares;

CAPÍTULO II: Equipolências. Vetores com Denominações Especiais. Representação Analítica de um Vetor;

CAPÍTULO III: Soma de um Ponto com Um Vetor. Diferença Entre Dois Pontos;

CAPÍTULO IV: Soma e Diferença de Vetores;

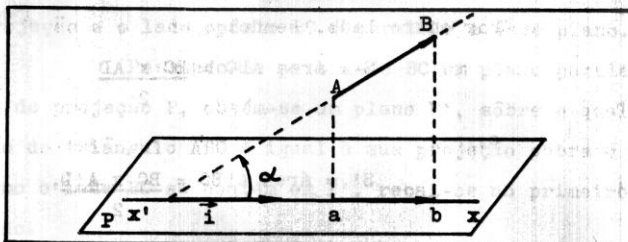
CAPÍTULO V: Projeções;

CAPÍTULO VI: Coordenadas Cartesianas;
CAPÍTULO VII: Determinação de um Vetor. Projeções;
CAPÍTULO VIII: Determinação de uma Direção;
CAPÍTULO XIX: Produto Escalar. Aplicações;
CAPÍTULO X: Divisão de Um Segmento de Reta numa razão Dada;
CAPÍTULO XI: Correspondência entre as Curvas e as Equações;
CAPÍTULO XII: Transformações de Coordenadas Cartesianas;
CAPÍTULO XIII: Equação Cartesiana da Linha Reta;
CAPÍTULO XIV: Diferentes Formas da Equação da Linha Reta;
CAPÍTULO XV: Inequação do Primeiro Grau com Duas Incógnitas;
CAPÍTULO XVI: Problemas Métricos-Distâncias e Ângulos;
CAPÍTULO XVII: Interseção e Feixe de Retas;
CAPÍTULO XVIII: Diversos Problemas de Posição;
CAPÍTULO XIX: Representação Analítica da Circunferência de Círculo;
CAPÍTULO XX: Problemas sobre a Circunferência de Círculo;
CAPÍTULO XXI: Potência de um Ponto em Relação a um Círculo. Eixo Radical. Centro Radical.

Os três primeiros capítulos são apenas teóricos. São apresentados uma série de pequenos itens, exemplificando os assuntos primordiais para o desenvolvimento do conteúdo do livro, como se fosse um dicionário. Figuras são sempre acrescentadas às explicações como forma de elucidar ainda mais o conteúdo. Uma bateria de exercícios começa a aparecer ao final do Capítulo IV. Não há repetição de exercícios.

Embora a teoria seja bastante consistente parece não ser o objetivo do professor propor exercícios demonstrativos. As demonstrações ficam para os teoremas mais importantes. Dos capítulos I ao X, que tratam de vetores, apenas no capítulo V tem-se o seguinte teorema enunciado e demonstrado: *“A projeção ortogonal da área de um triângulo sobre um plano é igual à área do triângulo multiplicada pelo cosseno do ângulo retilíneo do diedro formado pelos planos do triângulo com o plano de projeção”*. E posteriormente no capítulo XI: *“Toda curva plana, definida geometricamente, é representada analiticamente por uma equação com duas variáveis x e y ”*.

Como exemplo desse rigor e organização, mostramos o seguinte Teorema cuja demonstração compreende quatro casos:

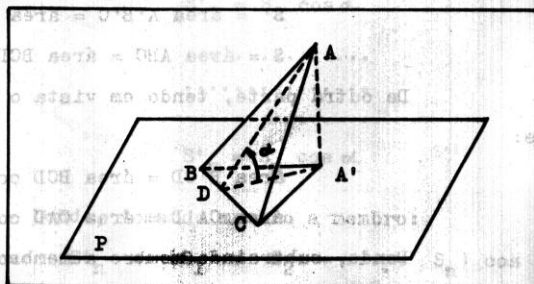


PROJEÇÃO DE UMA ÁREA PLANA SOBRE UM PLANO - Consideremos inicialmente a projeção de um triângulo, abordando os diferentes casos - que comporta.

I) Teorema - "A projeção ortogonal da área de um triângulo sobre um plano é igual à área do triângulo multiplicada pelo cosseno do ângulo retilíneo do diedro formado pelos planos do triângulo com o plano de projeção".

A demonstração desta proposição compreende quatro casos:

a) Primeiro caso - Um dos lados do triângulo está no plano de projeção. Seja ABC um triângulo cujo lado BC se encontra no plano de projeção P; A' a projeção ortogonal do vértice A; e α o ângulo retilíneo do triângulo com o plano de projeção.



Seja AD a altura do triângulo dado, temos:

$$AD = AD \cos \alpha \text{ ou } \frac{A'D}{AD} = \cos \alpha$$

Ilustração 7 - Teorema: primeiro caso, pág. 25

Por outro lado, sendo:

$$S = \text{área } ABC = \frac{BC \times AD}{2}$$

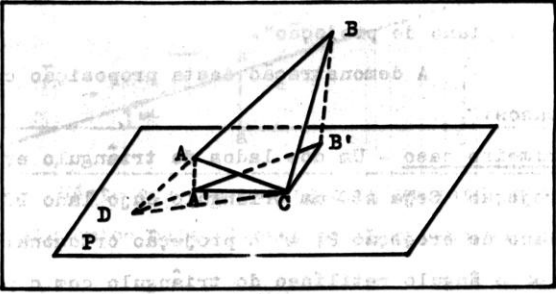
e,

$$S' = \text{área } A'BC = \frac{BC \times A'D}{2}$$

podemos escrever:

$$\frac{S'}{S} = \frac{A'D}{AD} = \cos \alpha \quad \therefore S' = S \cos \alpha$$

b) Segundo caso - Um dos vértices C do triângulo está no plano de projeção e o lado AB oposto a este vértice não é paralelo ao plano de projeção P.



A figura mostra que:

$$S' = \text{área } A'B'C = \text{área } B'CD - \text{área } CA'D$$

$$S = \text{área } ABC = \text{área } BCD - \text{área } CAD$$

De outra parte, tendo em vista o caso anterior, temos:

$$\text{área } B'CD = \text{área } BCD \cos \alpha$$

$$\text{área } CA'D = \text{área } CAD \cos \alpha$$

Donde, subtraindo membro a membro:

$$S' = S \cos \alpha$$

c) Terceiro caso - Um dos vértices A do triângulo está no plano de

projeção e o lado oposto BC é paralelo a esse plano.

Passando-se pelo lado BC um plano paralelo ao plano de projeção P, obtém-se um plano P', sobre o qual a projeção do triângulo ABC é igual à sua projeção sobre o plano P. - Como o lado BC se contém em P', recai-se no primeiro caso estudado.

d) Quarto caso - O triângulo ocupa uma posição qualquer em relação ao plano de projeção P.

Para provar o teorema, basta passar por um dos vértices do triângulo um plano P' paralelo a P, recaindo-se assim em caso já considerado, uma vez que a projeção do triângulo sobre P' é igual à sua projeção sobre P.

II) Generalização do teorema - O teorema demonstrado se estende facilmente ao caso de uma área poligonal, uma vez que o polígono pode ser decomposto em um certo número de triângulos de áreas S_1, S_2, \dots, S_n , cujas projeções são respectivamente S'_1, S'_2, \dots, S'_n . Portanto, se α é o ângulo do plano do polígono com o plano de projeção, temos:

$$S'_1 = S_1 \cos \alpha$$

$$S'_2 = S_2 \cos \alpha$$

.....

.....

.....

$$S'_n = S_n \cos \alpha$$

Donde, somando membro a membro:

$$S'_1 + S'_2 + \dots + S'_n = (S_1 + S_2 + \dots + S_n) \cos \alpha$$

É evidente ainda a extensão do teorema ao caso de uma área plana de perímetro curvilíneo, pois esta pode ser assimilada à área de um polígono, cujo número de lados cresce indefini-

Ilustração 9 - Teorema: terceiro e quarto casos, pág. 27

Observamos também que existem vários exercícios resolvidos, alguns exercícios de aplicação e muitos outros são propostos nos finais de cada capítulo a partir do capítulo IV, e não há respostas.

No tópico "Equações de um Ponto", no capítulo VI, o autor descreve como é encontrado o ponto, dizendo que o mesmo é dado pela intersecção de duas retas paralelas aos eixos coordenados e, desta forma, esclarece que as equações $x = a$ e

$y = b$ como o exemplo que aparece na figura, representam o ponto N. Ou seja, temos uma representação geométrica por meio de pares ordenados.

da da hipotenusa do triângulo retângulo OPM, cujos catetos medem x e y , teremos:

$$|\overline{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Este módulo representa a distância da origem ao ponto M.

Convém notar que as extremidades dos vetores de origem O e do mesmo módulo, estão sobre uma mesma circunferência de círculo cujo centro é O e de raio igual a esse módulo comum.

4. EQUAÇÕES DE UM PONTO - Consideremos o ponto $N(a, b)$. De acordo com o conceito e a definição de coordenadas cartesianas, o ponto resulta da interseção de duas retas respectivamente paralelas aos eixos coordenados. A primeira delas é a reta R paralela a $y'y$ e distanciada deste eixo a unidades, isto é, $x = a$; a segunda é a reta R' paralela a $x'x$ e distanciada deste eixo b unidades, isto é, $y = b$. Diz-se, então, que as equações do ponto N são

$$\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$$

É interessante observar que a equação $x = a$ é verificada pelas coordenadas de todos os pontos da reta R, dizendo-se então, que $x = a$ é a equação cartesiana de R. Análogamente

diz-se que $y = b$ é a equação cartesiana da reta R'. Em particular, se $x = 0$, a reta R se confunde com $y'y$; se $y = 0$, a reta R' se suerpõe ao eixo $x'x$. Isto mostra que a origem dos eixos coordenados é o único ponto do plano cujas coordenadas cartesianas são nu

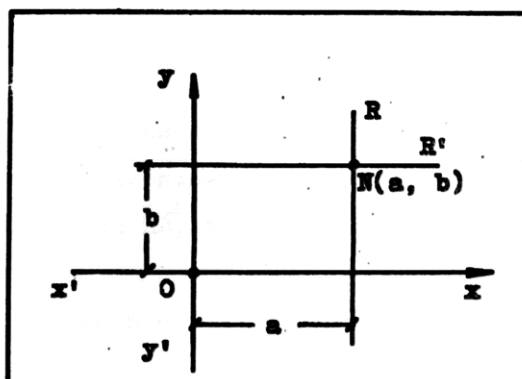


Ilustração 10 - Equações de um ponto, pág. 31

Embora as retas, planos e os pontos sejam considerados ideias primitivas sem definição, na explicação anterior, o professor faz uma construção do ponto de forma didática e interessante.

Antes de iniciar os exemplos resolvidos no capítulo XI, o autor coloca no item 10 o que denomina de "Síntese da Concepção Cartesiana". Nesta parte do texto percebemos que, de forma breve, ele pretende situar o aluno quanto às concepções da geometria analítica de Descartes e mostra a relação da geometria plana e da álgebra.

vas e das equações, estabelecendo as respectivas correspondências.

10. SÍNTESE DA CONCEPÇÃO CARTESIANA - Na Geometria Analítica Plana o estudo de uma linha e suas propriedades se realiza por um conjunto de cálculos executados na imagem algébrica dessa figura ou inversamente. Há, assim, como que uma tradução da linguagem geométrica para a algébrica, e vice-versa, que estabelece uma aliança lógica entre o abstrato e o concreto, exigindo que os três pensamentos da Geometria: grandeza, forma e posição ou situação, sejam na Geometria Analítica, reduzidos ao pensamento único da Álgebra, isto é; o de grandeza, expresso sempre por um número ou por uma relação numérica.

É aí que se acha, a rigor, a genial concepção de Descartes, que, na França, em 1636, lançou os fundamentos de Geometria Analítica, chamada também Geometria Cartesiana.

O ilustre filósofo e matemático gaulês notou - que, para a Álgebra se apoderar das questões geométricas, tornava-se indispensável uma dupla redução no seio da própria Geometria, de sorte que suas questões fôsem apenas de grandeza.

Esse problema fundamental foi assim resolvido : as questões de forma se reduzem imediatamente às de posição, porque a forma de uma linha depende da posição relativa dos seus pontos. Isso significa que, para integrar as questões geométricas ao domínio da Álgebra, basta operar uma redução única, isto é, das questões de posição às questões de grandeza; os pensamentos de posição ou situação então se convertem em pensamentos de grandeza - por meio das coordenadas, números algébricos com os quais se determina a posição de um ponto sobre um plano.

Na tabela seguinte, podemos verificar um pequeno “resumo” onde o autor apresenta a relação entre a geometria e a álgebra, fusão esta, como tratam os livros de História da Matemática, resultante na geometria analítica.

E interessante notar que a finalidade da Geometria Cartesiana é a mesma da Geometria Euclidiana - medida indireta da extensão, baseada no estudo das propriedades das figuras. Entre essas duas partes da Matemática existe apenas uma diferença - de método no estudo dos fenômenos geométricos. A segunda se caracteriza pela sua natureza especial, obrigando a instituição de um processo de solução para cada figura; a primeira, adota processos gerais de soluções, aplicáveis a todas as figuras, servindo, neste particular, como exemplo básico, o problema das tangentes, cuja solução se aplica indistintamente a qualquer curva, ao contrário do que ocorre na Geometria Euclidiana.

Fica, pois, claro, que a ciência geométrica é uma só. Estudada à luz desse ou daquele método, o seu fim é único.

Finalmente, para mais uma vez ressaltar a unidade lógica entre a Geometria e a Álgebra, atributo que caracteriza a Geometria Analítica e se torna presente em todos os problemas - de que se ocupa, organizamos o seguinte quadro ilustrativo:

CORRESPONDÊNCIA MÚTUA	
NA GEOMETRIA PLANA	NA ALGEBRA
Um ponto	Dois números (abscissa e ordenada).
Deslocamento de um ponto.	Variação de dois números (abscissa e ordenada)
Ponto médio de um segmento de reta	Cálculo das coordenadas pela média aritmética das coordenadas homônimas dos extremos do segmento.
Medida da distancia entre 2 ptos.	Cálculo da raiz quadrada da soma dos quadrados das diferenças das coordenadas homônimas dos pontos.
Deslocamento de um ponto sobre uma curva	Variação de dois números x e y (abscissa e ordenada), de modo a verificar certa equação.
Exame de 1 curva e suas props.	Estudo de sua equação.

78

Ilustração 12 - Item 10, pág. 78

No capítulo XIX, temos o estudo da representação analítica da circunferência. Neste capítulo, uma das questões mais relevantes é o reconhecimento da equação que representa a circunferência de círculo. O método

colocado pelo professor é somente o da comparação com a sua equação na forma geral $x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y + x_0^2 + y_0^2 - R^2 = 0$. Outros métodos de identificação da curva não são explorados. Quanto aos exercícios deste capítulo são diversificados e aumentam gradativamente o nível de dificuldade. No capítulo XX, tem-se inúmeros exercícios resolvidos, que o autor chama de “Problemas Clássicos” e outros que são propostos.

Esta apostila se transformou em um livro, como já referimos anteriormente e cuja capa ilustramos abaixo. Tanto a apostila quanto o livro mencionam os mesmos conteúdos. Existe apenas uma pequena diferença no capítulo IV do livro, onde a quantidade de exercícios propostos é muito maior.

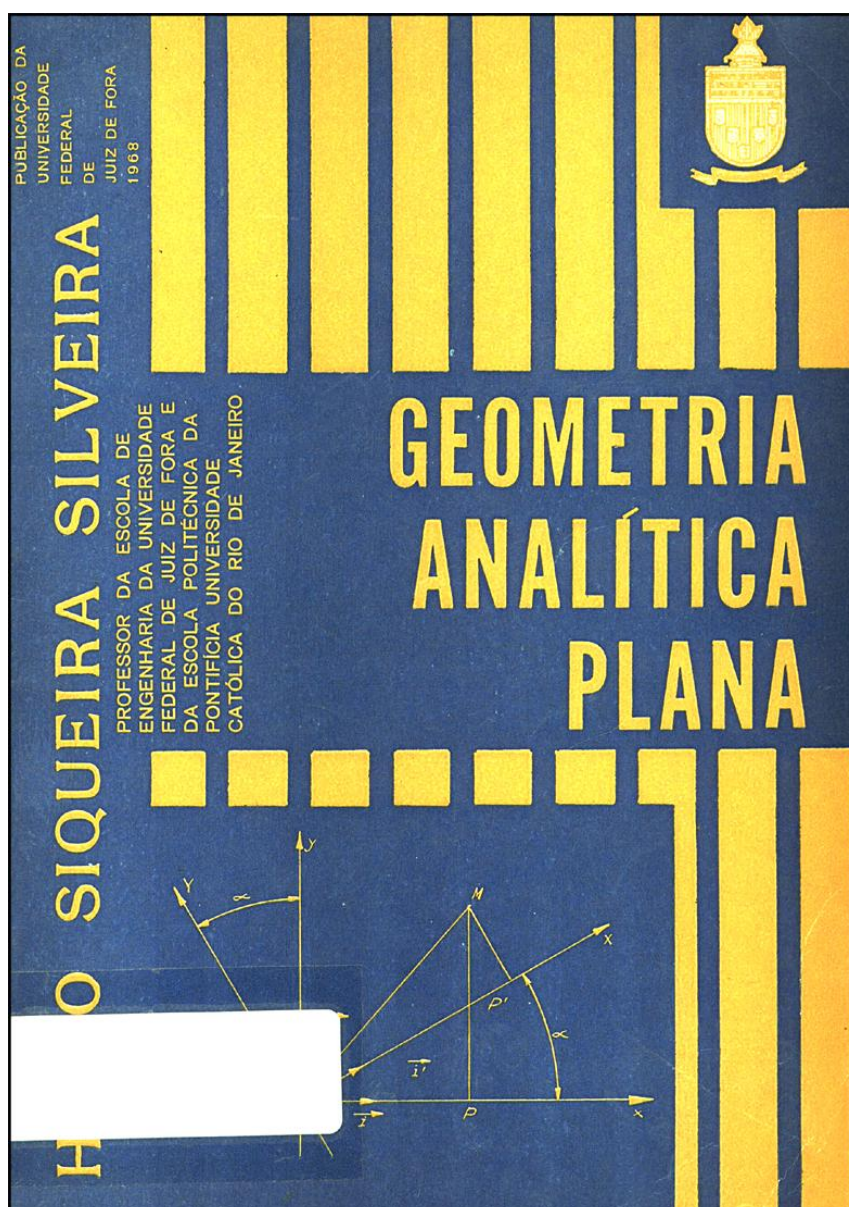


Ilustração 13 – capa do livro do professor Hélio

Vejam os uma segunda apostila de geometria analítica plana, um outro material separado que não traz prefácio, que trata das cônicas e das curvas clássicas datada de 1968.

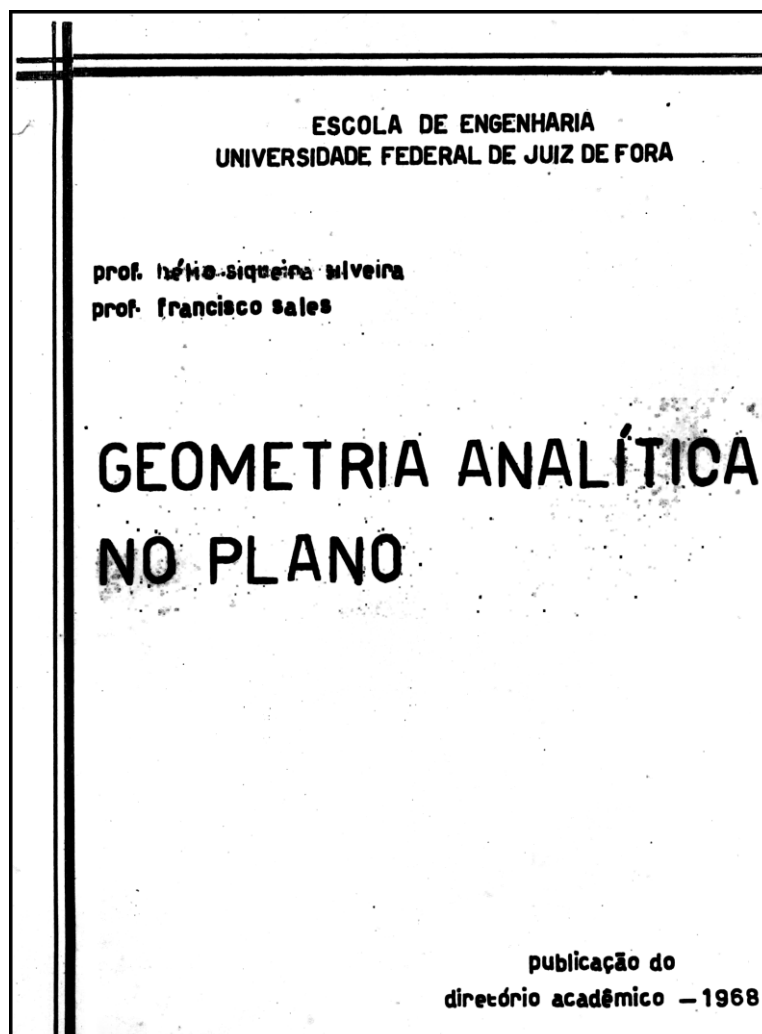


Ilustração 14 - Contra-capa da apostila

Nesta apostila, o autor dá um tratamento geral para as cônicas, trata-as como sendo resultantes da interseção do plano com o cone, as olha separadamente, levando em conta a questão da distância, dos focos, cada uma com suas propriedades e depois lhes dá um tratamento mais unificado.

Constituída por 10 capítulos que estão assim divididos:

CAPÍTULO I – Seções Cônicas;

CAPÍTULO II – Equações Paramétricas das Cônicas;

CAPÍTULO III – Redução da Equação Geral do 2º grau com duas variáveis;

CAPÍTULO IV – Gênero de Cônicas;

CAPÍTULO V - Cônicas: Princípio Geral;

CAPÍTULO VI – Feixe de Cônicas;

CAPÍTULO VII – Representação polar das Curvas Planas;

CAPÍTULO VIII – Elementos Imaginários;

CAPÍTULO IX – Equações de Graus Superiores que Representam a Linha Reta;

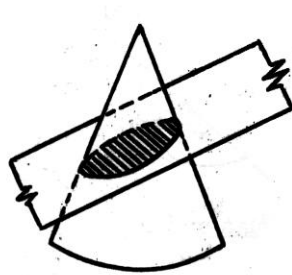
CAPÍTULO X – Curvas Clássicas;

O primeiro capítulo é bem extenso, aborda a elipse, parábola e hipérbole de maneira usual, mostrando-as como interseções de um cone por um plano.

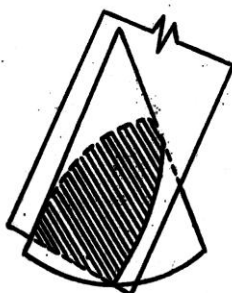
**-CAPÍTULO I-
SEÇÕES CÔNICAS**

A intersecção de uma superfície cônica de revolução por um plano pode ser uma circunferência de círculo, uma elipse, uma hipérbole ou uma parábola, curvas essas que por isso são chamadas seções cônicas.

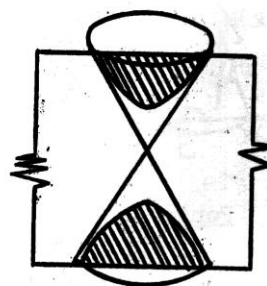
Quando o plano secante encontra tôdas as geratrizes da superfície cônica sôbre uma mesma fôlha, a curva obtida será uma circunferência de círculo ou uma elipse, conforme o plano seja ou não perpendicular ao eixo de revolução da superfície; se o plano encontra as duas fôlhas da superfície a curva é uma hipérbole; se o plano é paralelo a uma das geratrizes da superfície, a curva é uma parábola.



Elipse



Parábola



Hipérbole

Como se vê, a circunferência de círculo pode ser considerada como um caso particular da elipse, motivo pelo qual, correntemente, se indicam apenas as três seções; - elipse, hipérbole e parábola.

Convém notar que a situação parabólica é intermediária entre as situações elíptica e hiperbólica. De fato, se a superfície cônica de revolução for cortada por planos que façam com o seu eixo ângulos gradualmente variáveis - de 90° a 0° , surgirão primeiro a elipse, depois a parábola e ,

Ilustração 15 - seções cônicas, pág.1

O professor usa uma terminologia própria, que é bem realçada na parte conceitual. As seções cônicas são discutidas detalhadamente e logo em seguida são deixados vários exercícios.

Para se chegar às equações das cônicas, algumas etapas são omitidas, possivelmente para despertar no aluno a curiosidade e o desejo de entender cada linha da demonstração. A primeira cônica a ser estudada é a elipse. O autor aborda simetria, as várias formas das equações, mostra as equações das diretrizes da

elipse (que não são muito exploradas hoje em dia) e coloca as condições para que a equação represente esta curva. Aqui, percebemos que, para se chegar à equação da cônica, o autor usa a translação. Em nenhum momento ele comenta sobre o método de completar quadrado. Para a hipérbole e a parábola, segue o mesmo raciocínio. Após os conceitos de cada cônica, são propostos vários exercícios.

Para se ter uma clareza do que estamos falando, colocamos como exemplo, as condições para que a equação $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ represente uma elipse apresentada no texto.

Inicialmente, consideremos a equação -
mais simples $Ax'^2 + Cy'^2 + H = 0$, (7) que pode ser escrita:-

$$\frac{x'^2}{-\frac{H}{A}} + \frac{y'^2}{-\frac{H}{C}} = 1.$$

Comparando esta equação com a equação-
reduzida da elipse, verificamos que ela representa essa curva-
se os quocientes $-\frac{H}{A}$ e $-\frac{H}{C}$ são ambos positivos. -

Assim, se $H > 0$, devemos ter $A < 0$ e $C < 0$; se $H < 0$
é necessário que $A > 0$ e $C > 0$. Em resumo: A e C de-
vem ser de mesmo sinal e de sinal contrário ao do termo cons-
tante H .

Na hipótese de $H=0$, a elipse se reduz-
a seu centro, ou seja, degenera em um ponto; a origem dos ei-
xos coordenados. Quando A , C e H são de mesmo sinal, a
equação não admite soluções reais, dizendo-se convencionalmen-
te, que ela representa uma elipse imaginária.

Se fizermos uma translação de eixos, -
de modo que a nova origem seja o ponto (x_0, y_0) , a transfor-
mada da equação (7) é:

$$A(x + x_0)^2 + C(y + y_0)^2 + H = 0,$$

que desenvolvida e ordenada assume a forma:

$$Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$$

Em virtude do já exposto, e dêste re-
sultado, podemos concluir que toda equação algébrica do segundo
grau, com duas variáveis x e y , desprovida do termo re-
tângulo e cujos coeficientes dos termos quadrados x^2 e y^2 -
são de mesmo sinal, representa uma elipse real de eixos para-
lelos aos eixos coordenados, um ponto, ou uma elipse imaginá-

ria.

11 - **PROBLEMA** - Formar a equação da elipse, que referida a eixos paralelos aos de simetria, passa por quatro pontos dados

Sejam $M_i (x_i, y_i)$, com $i=1,2,3$ e 4 , os quatro pontos dados. A equação pedida é da forma:

$$Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

A passagem da curva pelos pontos dados acarreta as identidades:

$$Ax_i^2 + Cy_i^2 + 2Dx_i + 2Ey_i + F = 0 \quad (i = 1,2,3 \text{ e } 4)$$

Eliminando A, C, D, E e F nestas equações, obtemos a equação pedida:

$$\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2 & y_4^2 & x_4 & y_4 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

12 - **Exercícios:**

I) - Calcular os semi-eixos, a excentricidade e os focos das seguintes elipses:

a) $9x^2 + 25y^2 = 225$

R.: $5, 3, 4/5, (4, 0)$

b) $3x^2 + 4y^2 = 2$

R.: $\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, (\pm \frac{\sqrt{6}}{6}, 0)$

II) - Calcular a excentricidade da elipse

se $4x^2 + 2y^2 = 1.$

R.: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

III) - Calcular o centro, os vértices, a excentricidade e os focos das elipses:

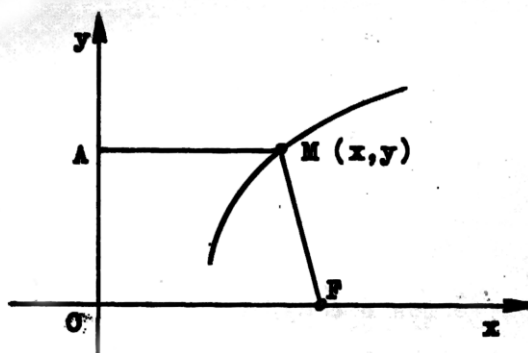
Ilustração 17 - Capítulo I, pág. 12

Ao explorar as equações paramétricas das cônicas no capítulo II, percebemos que o professor o faz pormenorizando alguns itens. Como muitos

textos, o entendimento completo será alcançado pelo aluno que se dispuser a efetuar os cálculos pausadamente.

No capítulo V, o método colocado pelo professor para se obter as equações cartesianas das cônicas torna-se para nós um pouco trabalhoso, mas, com as explicações descritas na apostila, não ficam difíceis de entender. As discussões dependem do valor da excentricidade, da qual se verificam dois casos. Quando $e = 1$ ou quando $e \neq 1$. As substituições para se encontrar a cônica, são feitas na equação

$$(1-e^2)x^2 - 2px + y^2 + p^2 = 0$$



3 - Equação cartesiana

Na equação exponencial, substituindo $|\overline{MF}|$ e $|\overline{MA}|$ por suas expressões analíticas, obtemos:

$$\frac{\sqrt{(x-p)^2 + y^2}}{|x|} = e$$

Elevando ao quadrado ambos os membros da equação acima e transpondo os termos, obtemos:

$$(1-e^2)x^2 - 2px + y^2 + p^2 = 0 \quad , \quad (2)$$

equação cartesiana das cônicas.

4 - Discussão da equação cartesiana

A natureza da cônica representada pela equação (2) dependerá do valor da excentricidade e . - Existem dois casos gerais a considerar:

1º caso : $e = 1$

Neste caso, a equação (2) assume a forma:

$$- 2px + y^2 + p^2 = 0$$

que pode ser escrita:

$$y^2 = 2p(x-p/2) \quad ,$$

representando, portanto, uma parábola cujo vértice é o ponto $(p/2, 0)$ e cujo eixo coincide com o eixo dos x .

2º Caso

$$e \neq 1$$

Neste caso $1 - e^2 \neq 0$, e a equação (2) pode ser escrita na forma:

$$x^2 - \frac{2p}{1-e^2}x + \frac{y^2}{1-e^2} = -\frac{p^2}{1-e^2},$$

que transpondo os termos e completando o quadrado em x se escreve:

$$\left(x - \frac{p}{1-e^2}\right)^2 - \frac{p^2}{(1-e^2)^2} + \frac{y^2}{1-e^2} + \frac{p^2}{1-e^2} = 0,$$

ou, ainda:

$$\frac{\left(x - \frac{p}{1-e^2}\right)^2}{\frac{p^2 \cdot e^2}{(1-e^2)^2}} + \frac{\frac{y^2}{1-e^2}}{\frac{p^2 \cdot e^2}{1-e^2}} = 1 \quad (3)$$

A equação (3) representará uma elipse se $1 - e^2 > 0$, ou, $e < 1$. Neste caso temos:

$$a^2 = \frac{p^2 \cdot e^2}{(1-e^2)^2} \quad e \quad b^2 = \frac{p^2 \cdot e^2}{1-e^2}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 = \frac{p^2 \cdot e^2}{(1-e^2)^2} - \frac{p^2 \cdot e^2}{1-e^2} = \frac{p^2 \cdot e^4}{(1-e^2)^2}$$

Verifiquemos o valor da excentricidade:

$$\frac{c^2}{a^2} = \frac{\frac{p^2 \cdot e^4}{(1-e^2)^2}}{\frac{p^2 \cdot e^2}{(1-e^2)^2}} = e^2,$$

portanto, $e = \frac{c}{a}$, como já havíamos definido anteriormente.

A equação (3) representará uma hipérbole se $1 - e^2 < 0$, ou, $e > 1$. Neste caso, para que ambos

denominadores sejam positivos, devemos ter:

$$\frac{\left(x - \frac{p}{1-e^2}\right)^2}{\frac{p^2 e^2}{(1-e^2)^2}} - \frac{y^2}{\frac{p^2 e^2}{e^2-1}} = 1,$$

que é a equação de uma hipérbole. Como na elipse, podemos demonstrar que o valor e é idêntico ao já anteriormente definido como $\frac{c}{a}$.

Portanto, e em resumo: "uma cônica é uma parábola, uma elipse ou uma hipérbole, conforme sua excentricidade seja igual, menor ou maior que a unidade".

5 - Exercício

I) - Seja $\lambda x + \mu y - p = 0$ a equação normal da reta diretriz e $F(x_1, y_1)$ o foco de uma cônica. Baseado na definição 1, obtenha as equações cartesianas da parábola, da elipse e da hipérbole.

R.: A equação da cônica se escreve:

$$(e^2 \lambda^2 - 1)x^2 + 2\lambda\mu e^2 xy + (e^2 \mu^2 - 1)y^2 + 2(x_1 - \lambda p e^2)x + 2(y_1 - \mu p e^2)y + e^2 p^2 - x_1^2 - y_1^2 = 0$$

Para $e = 1$ (parábola), temos:

$$(\lambda^2 - 1)x^2 + 2\lambda xy + (\mu^2 - 1)y^2 + 2(x_1 - \lambda p)x + 2(y_1 - \mu p)y + p^2 - x_1^2 - y_1^2 = 0$$

Para $e < 1$ e $e > 1$, a equação da cônica se reduz, respectivamente, aos casos da elipse e da hipérbole

II) - A perpendicular baixada do foco

O capítulo VII é de extrema importância para o Cálculo. São trabalhadas as relações entre coordenadas cartesianas e polares. Nos exercícios, espera-se que, dada uma equação cartesiana, o aluno consiga escrevê-la na forma polar e vice-versa. São vistas as representações polares da linha reta e da circunferência.

Pelos conteúdos das apostilas, presume-se que muitos assuntos eram abordados e com um nível de exigência muito grande. Era necessário que o aluno tivesse uma boa base matemática. A preocupação do professor Hélio para que o aluno tivesse conhecimento de toda a matéria fica clara na forma como ele expõe os itens da disciplina, sempre muito detalhados.

Basta ver que, no último capítulo, o assunto abordado são as curvas clássicas. O autor mostra como se chega à equação cartesiana por meio das análises na figura. Ele apresenta as seguintes curvas:

1ª) Cissóide de Diocles

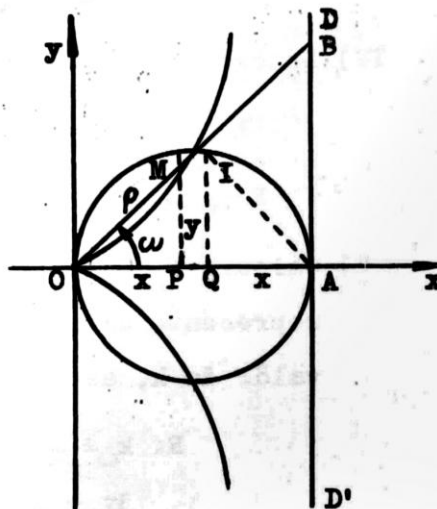
CAPÍTULO X

CURVAS CLÁSSICAS

=====

- CISSOIDE DE DIOCLES -

1.1 Definição - Sendo dadas uma circunferência de círculo C e uma tangente DD' a essa circunferência, pelo ponto O, extremidade do diâmetro OA que passa pelo ponto de contato, tira-se uma secante qualquer que encontre a circunferência em um ponto I, é a tangente em um ponto B; sôbre esta secante, a partir de O, marca-se OM = IB. O lugar geométrico dos pontos M é a cissoide de Diocles*.



1.2 - Equação Cartesiana - Para eixo dos x escolhemos o diâmetro OA e para eixo dos y a tangente em O. Seja M(x,y) o ponto descrevente da curva considerada.

Os triângulos semelhantes O P M e O Q I são:

$$\frac{PM}{OP} = \frac{QI}{OQ} \quad \text{donde} \quad \frac{PM^2}{OP^2} = \frac{QI^2}{OQ^2}$$

sendo $QI^2 = OQ \cdot QA$ vem:

$$\frac{PM^2}{OP^2} = \frac{OQ \cdot QA}{OQ^2} = \frac{QA}{OQ} \quad [1]$$

Mas de outra parte temos:

2ª) Estrofóide

-136-

lares do ponto descrevente M:

$$\rho = \overline{OM} = \overline{OB} - \overline{MB} = \overline{OB} - (\overline{MI} + \overline{IB}) = \overline{OB} - \overline{OI}$$

mas,

$$\overline{OB} = \frac{2r}{\cos \omega} \quad \text{e} \quad \overline{OI} = 2r \cos \omega$$

Substituindo estes valores na expressão de ρ ,

vem:

$$\rho = \frac{2r}{\cos \omega} - 2r \cos \omega = \frac{2r - 2r \cos^2 \omega}{\cos \omega} = \frac{2r(1 - \cos^2 \omega)}{\cos \omega}$$

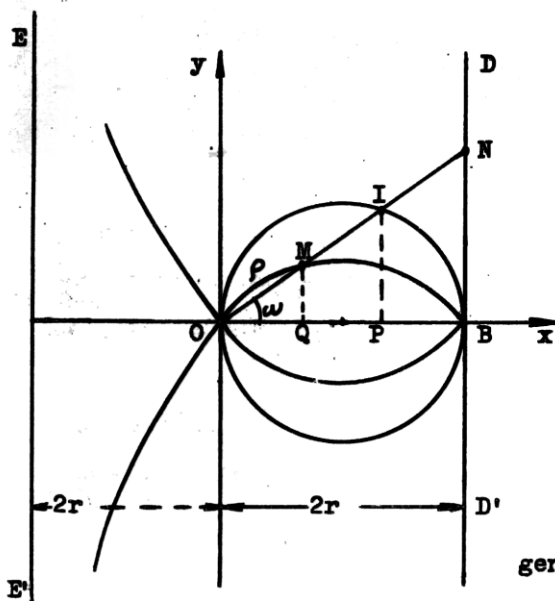
ou finalmente

$$\rho = \frac{2r \operatorname{sen}^2 \omega}{\cos \omega}$$

que é a equação polar da cissoide.

2. - ESTROFOIDE -

2.1 - Definição - Dadas uma circunferência de círculo C e uma tangente DD', pelo ponto O, extremidade do diâmetro OB que pas



sa pelo ponto de contato, tira-se uma secante qualquer que encontra a circunferência em I e a tangente em N sôbre essa secante, a partir de I, marca-se $\overline{IN} = \overline{IM}$. O lugar geométrico dos pontos M é chamado estrofoide.

2.2 - Equação cartesiana - Para eixo dos x escolhemos o diâmetro \overline{OB} e para eixo dos y a tangente à circunferência no ponto O, seja $M(x,y)$ o ponto descrevente do lugar.

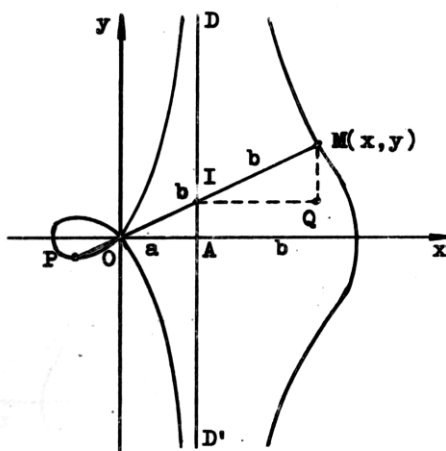
3ª) Conchóide de Nicomedes

-139-

3. - CONCHOIDE DE NICOMEDES -

3.1 - Definição - Uma reta DD' é perpendicular a reta OA a uma distância a de O . Sobre uma reta emanada de O , marcamos uma distância b de sua interseção com DD' para ambos os lados dessa reta, obtendo-se os pontos M e P . M e P traçam dois ramos de uma curva conhecida como conchoide de Nicomedes*.

3.2 - Equação cartesiana - Da figura temos



$$\frac{IA}{a} = \frac{y}{x}$$

donde

$$IA = \frac{ay}{x}$$

também

$$MQ = y - \frac{ay}{x} =$$

$$= \frac{y}{x} (x - a)$$

do triângulo IQM temos

$$(x - a)^2 + \frac{y^2}{x^2} (x - a)^2 = b^2$$

*Geômetra grego do século II A.C., que utilizou esta curva para resolver o problema da triseção do ângulo.

que se reduz a: $(x^2 + y^2) (x - a)^2 = x^2 b^2$

que é a equação da Conchoide de Nicomedes.

3.3 - Discussão da equação cartesiana - A curva é simétrica em relação ao eixo dos x como se depreende da sua equação pela substituição de y por $-y$: A reta DD' é assintota aos dois ramos da curva e tem por equação $x = a$.

3.4 - Equação polar - Tomando por polo o ponto O e por eixo polar o eixo Ox , temos então; sendo $I(\rho, \omega)$ o ponto descrevente da curva temos para equação da reta DD' :

$$\rho = \frac{a}{\cos \omega}$$

sendo $a = OA$, distância de O a DD' .

A equação da conchoide será então

$$\rho = \frac{a}{\cos \omega} \pm b$$

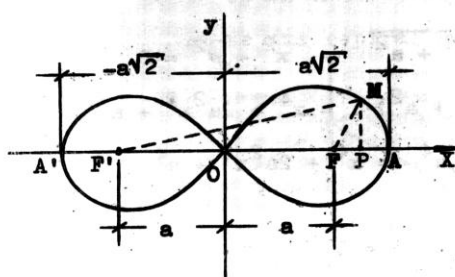
4ª) Lemniscata de Bernoulli

-141-

4.- LEMNISCATA DE BERNOULLI -

4.1 - Definição - A lemniscata é uma curva tal que o produto das distâncias de cada um de seus pontos a dois pontos fixos é constante e igual ao quadrado da metade da distância entre os dois pontos fixos.

4.2 - Equação cartesiana - Sejam F e F' os pontos fixos e $FF' = 2a$. Para eixo dos x escolhemos a reta que passa pelos pontos fixos F e F', e para eixo dos y a mediatriz do segmento FF',



Se $M(x, y)$ é um ponto qualquer da curva, temos:

$$MF' \cdot MF = a^2$$

Pela fórmula da distância entre dois pontos, teremos

$$\sqrt{(x+a)^2 + y^2} \cdot \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = a^2$$

Racionalizando e desolvendo, virá:

$$[(x+a)^2 + y^2] [(x-a)^2 + y^2] = a^4$$

$$(x^2 + y^2 + a^2 + 2ax)(x^2 + y^2 + a^2 - 2ax) = a^4$$

$$(x^2 + y^2 + a^2)^2 - 4a^2x^2 = a^4$$

$$(x^2 + y^2 + a^2)^2 = a^2(4x^2 + a^2)$$

O primeiro membro, sendo essencialmente positivo, teremos:

$$x^2 + y^2 + a^2 = a \sqrt{4x^2 + a^2}$$

donde tiramos:

$$y^2 = a \sqrt{4x^2 + a^2} - (x^2 + a^2)$$

que é a equação cartesiana da lemniscata de Bernoulli.

4.3 - Discussão da equação cartesiana - A equação não se altera quando substituímos x por -x; a curva por ela definida é simétrica em relação ao eixo dos y. Como a equação também não altera quando substituímos y por -y; a curva é simétrica em relação ao eixo dos x. Disso deduz-se a simetria da curva em relação a origem O.

Os pontos de interseção da curva com o eixo dos x

5ª) Espirais

-143-

5. - ESPIRAIS -

5.1 - Espiral de Arquimedes - esta é uma espiral, definida pela equação polar $\rho = a\omega$, onde a é uma constante. Se se consideram apenas valores positivos de ω tem-se uma espiral simples; para valores negativos de ω tem-se outra espiral simétrica da anterior em relação ao eixo polar pelo polo.

A espiral de Arquimedes pode ser considerada como gerada por um ponto que percorre com movimento uniforme o raio vetor, ao mesmo tempo que este gira também com movimento uniforme. Com efeito, se a velocidade com que o ponto gerador percorre o raio vetor é v teremos $\rho = v \cdot t$ e se a velocidade angular com que o raio vetor gira é w , teremos $\omega = w \cdot t$. Eliminando t entre estas duas equações obtemos a equação da trajetória do ponto gerador $\rho = (v/w)\omega$, daí se depreendendo significado cinemático da constante a .

5.2 - Espiral Logarítmica - Esta é definida pela equação $\rho = a e^{b\omega}$, onde a , b , e , são constantes ($e > 1$). Quando $\omega = 0$, $\rho = a$. Quando ω cresce, ρ cresce e a curva gira em torno do polo se afastando dele cada vez mais. Quando assume valores negativos e cresce numericamente sem limite, ρ tende para zero, isto é, a espiral tem a origem como ponto assintótico.

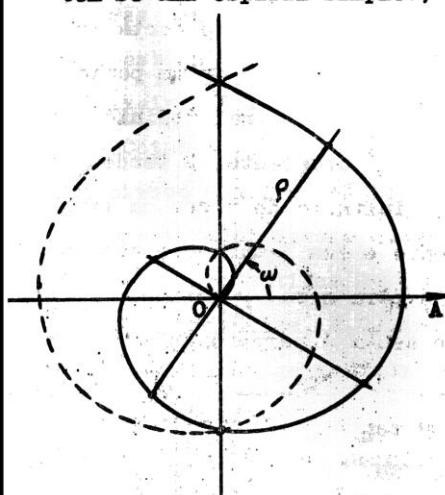
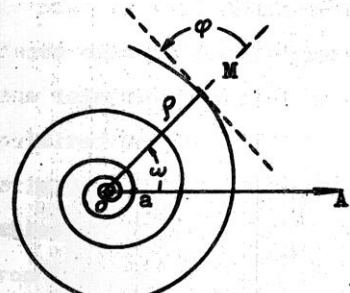




Ilustração 25 - Capítulo X, pág. 143

Logo após a teoria, encerrando o capítulo, são propostos apenas dois exercícios relativos a estas curvas clássicas.

Em uma análise mais geral das apostilas, nota-se que, dos dez capítulos que tratam de vetores, não há representação dos mesmos em forma de coordenadas até o capítulo VI, e tal representação, não necessariamente, torna-se uma constante nos capítulos seguintes.

O ensino de geometria analítica no plano se tornou uma referência na medida em que pode-se verificar a existência da disciplina pelo menos até o ano de 1996.



UNIVERSIDADE
FEDERAL DE JUIZ DE FORA

COORDENADORIA DE ASSUNTOS E REGISTROS ACADEMICOS - PROGRAD
CAMPUS UNIVERSITÁRIO - MARTELOS - JUIZ DE FORA - MG
CEP 36036-330 TEL. (032) 229-3733 FAX (032) 229-3737

PROGRAD - PRO-REITORIA DE GRADUAÇÃO PAG. 1
HISTÓRICO ESCOLAR Emitido em 21 03 2002

Aluno: 199514017 SUSANA RIBEIRO SOARES
Curso: 14A MATEMÁTICA

Data de Nascimento: 11/10/1972
Filiação: MAURO SOARES
THEREZINHA RIBEIRO SOARES
Naturalidade: JUIZ DE FORA MG BRASIL
Nacionalidade: BRASILEIRA

Curso: 14A MATEMÁTICA
Nível: GRADUAÇÃO Período: INTEGRAL
Unidade: Instituto de Ciências Exatas
Reconhecimento: DECRETO Nº 75.512, DE 19.03.1975 - D.O.U. DE 20.03.1975, PAG. 3.329

Ingresso em 1995 3 por Vestibular
Saída: 17/07/2000 por Conclusão
Total de Pontos: 83 Classificação: 17
Currículo: 001 Status Atual: Concluído

Curso Secundário: COLEGIO TECNICO UNIVERSITARIO - UFJF
Conclusão: 1991 Cidade: JUIZ DE FORA MG BRASIL

Ano	Sem.	Disciplina	Resultado	Cred.	Horas
1995	3	DES006 DESENHO GEOMETRICO I	Aprovado	4	60
1995	3	DES008 GEOMETRIA DESCRITIVA I	Aprovado	4	60
1995	3	LEC003 PORTUGUES I (RED.INTERPRETACAO)	Aprovado	4	60
1996	1	DCC009 COMPUTACAO I	Aprovado	5	75
1996	1	DES009 GEOMETRIA DESCRITIVA II	Aprovado	4	60
1996	1	MAT003 FUND.DE MATEMATICA ELEM. I	Aprovado	4	60
1996	3	DES007 DESENHO GEOMETRICO II	Aprovado	4	60
1996	3	MAT007 GEOM.ANAL.E CALC.VETORIAL I	Aprovado	4	60
1996	3	MAT048 ALGEBRA LINEAR I	Aprovado	4	60
1996	3	MAT050 FUNDAMENTOS DE MATEMATICA ELEMENTAR III	Aprovado	4	60
1996	3	MAT092 CALC.DIFERENCIAL E INTEGRAL I	Aprovado	6	90
1997	1	FIS077 LABORATORIO DE FISICA I	Aprovado	2	30
1997	1	MAT004 FUND.DE MATEMATICA ELEM. II	Aprovado	4	60
1997	1	MAT008 GEOM.ANAL.E CALC.VETORIAL II	Aprovado	4	60
1997	2	MTE069 DIDATICA V	Aprovado	4	60
1997	3	EDU003 FILOSOFIA DA EDUCACAO III	Aprovado	3	45
1997	3	FIS073 FISICA I	Aprovado	4	60
1997	3	MAT002 ALGEBRA II	Aprovado	4	60
1997	3	MAT023 CALC.DIFERENCIAL E INTEGRAL II	Aprovado	6	90
1997	3	MTE069 DIDATICA V	Aprovado	4	60
1998	1	DCC024 PROGRAMACAO LINEAR	Aprovado	4	60




Ilustração 26 – Histórico escolar – Susana

Esse contexto, ao que tudo indica, não é unanimidade. Em outras instituições, como na USP conforme será visto no próximo capítulo, não se verifica o ensino de geometria analítica no plano.

A seguir, apresentamos a análise da apostila de geometria analítica no espaço, cuja capa mostramos abaixo:

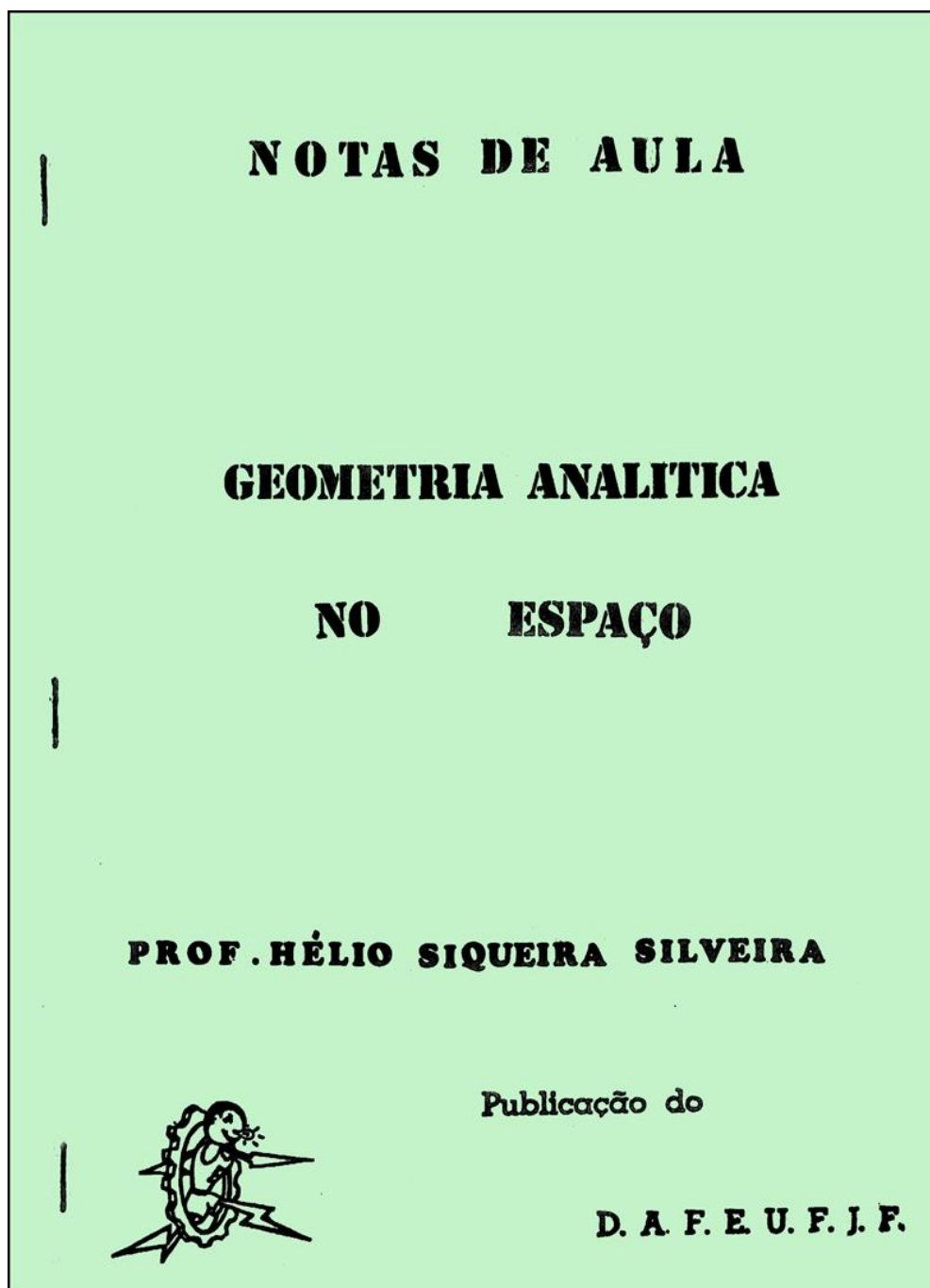


Ilustração 27 – Capa da apostila

Esta apostila é composta por 10 capítulos que estão assim intitulados:

CAPÍTULO I – Correspondências entre as Superfícies, Linhas e as Equações;

CAPÍTULO II – Classificação das Superfícies – Propriedades;

CAPÍTULO III – Equações no Plano;

CAPÍTULO IV – Posições Relativas de Dois Planos. Interseção de Três Planos;

CAPÍTULO V – Problemas sobre o plano;

CAPÍTULO VI – A Linha Reta e suas Equações;

CAPÍTULO VII – Posições Relativas de Duas Retas. Interseção de Duas Retas;

CAPÍTULO VIII – Problemas sobre a Linha Reta;

CAPÍTULO IX – Problemas sobre a Linha Reta e o Plano;

CAPÍTULO X – Teoria Analítica da Esfera.

No primeiro capítulo, no primeiro tópico, o autor enuncia e demonstra o seguinte Teorema I) *“Toda superfície definida geometricamente tem por representação analítica uma equação com três variáveis”* e o Teorema Recíproco II) *“Toda equação com três variáveis representa em geral uma superfície”*.

A demonstração deste último se desdobra em três casos. Também são abordadas a Representação Paramétrica de Uma superfície, a Representação Cartesiana das Linhas e Classificação e Traços de uma Superfície. Há uma discussão muito interessante da Equação Cartesiana de uma Superfície.

Os quatro tópicos que constam nesta discussão é um pequeno resumo dos principais itens que poderão ser observados e que facilitam o traçado do esboço do gráfico da superfície.

8 - DISCUSSÃO DA EQUAÇÃO CARTESIANA DE UMA SUPERFÍCIE:

Na discussão e estudo gráfico de uma superfície, deve-se ter em vista as seguintes propriedades de caráter imediato e intuitivo:

I) a superfície passa pela origem se sua equação for desprovida de termo constante;

II) se a equação não se altera pela troca do sinal de uma das variáveis, a superfície é simétrica em relação ao plano coordenado correspondente às outras variáveis;

III) se a equação não se modifica pela troca dos sinais de duas variáveis, a superfície é simétrica em relação ao eixo correspondente à terceira variável;

IV) se a equação não se altera pela troca simultânea dos sinais das três variáveis, a superfície é simétrica em relação à origem dos eixos.

Pelos traços da superfície nos planos coordenados, pode-se, muitas vezes, determinar algumas de suas propriedades. A forma geral da superfície se indica pelas curvas determinadas por planos paralelos aos planos coordenados, que permitem também se verificar se a superfície é fechada ou não.

Ilustração 28 - Capítulo I, pág. 07

Nos 14 itens constantes no capítulo, não existem exemplos, apenas definições. O item 13 traz uma "Notícia Histórica", onde, além de citar Descartes, Fermat, La Hire, Alexis Clairaut, aparece também Leonard Euler, quem faz um estudo analítico das superfícies de segunda ordem. E o uso da história nos textos aparece somente neste capítulo. Destacamos um trecho do texto a seguir.

Os princípios da nova ciência estão contidos nas obras "La Géométrie" (Descartes 1637) e "Ad locos planos et solidos isagoge" (Fermat 1636).

A aplicação da geometria analítica ao estudo das figuras a três dimensões, já esboçada por Descartes e Fermat e depois de modo mais preciso por de La Hire (1637), foi encetada, em 1700, por A. Parent que forneceu a equação de algumas superfícies, entre as quais a da esfera e a do hiperbolóide de revolução de uma folha. A primeira obra de conjunto consagrada a essa expansão da geometria analítica, as "Recherches sur les courbes à double courbure" (1731) de Alexis Clairaut, empreende uma investigação sistemática de numerosos tipos de curvas do espaço e de superfícies.

No último capítulo da "Introductio in analysin infinitorum" (1748), Leonarde Euler coordena estes diversos resultados analisando as mudanças de coordenadas no espaço, lança-se a um estudo analítico das superfícies de segunda ordem, por analogia com a das cônicas e elabora a primeira classificação completa dessas superfícies.

Ilustração 29 - Capítulo I, pág. 09

No item 14, após toda a teoria apresentada, o aluno é levado a concluir que toda a Geometria Analítica de três dimensões se resume apenas a três problemas que são: I) dada uma superfície definida geometricamente, achar a sua equação, e reciprocamente; II) dada uma linha definida geometricamente, achar as suas equações, e reciprocamente; III) estudar as relações existentes entre as propriedades das figuras e as propriedades analíticas das equações.

Já no item 15 são discutidos alguns exemplos e no item 16 e último item do capítulo, são deixados vários exercícios com suas respectivas respostas. Aliás é uma característica deste material, todos os capítulos apresentam ao final, exercícios propostos e as respectivas respostas.

O capítulo II é apenas teórico. No III abordam-se conceitos sobre planos e suas diferentes formas de equação, alguns teoremas são enunciados e demonstrados. As equações mostradas, todas são feitas de forma literal. Praticamente nem se trabalha com vetores. O capítulo IV traz apenas definições. Já o capítulo V é composto só por problemas, os quais apresentam suas soluções de forma literal. Como exemplo apresentamos um problema onde se pretende encontrar a equação do plano.

4º PROBLEMA:

Achar a equação do plano que passa por dois pontos $M_1(x_1, y_1, z_1)$ e $M_2(x_2, y_2, z_2)$, sendo perpendicular ao plano :

$$A_1x + B_1y + C_1z + D = 0$$

Solução: Seja $M(x, y, z)$ o ponto descrevente do plano pedido, os vetores:

$$\vec{M_1M} = (x - x_1)\vec{i} + (y - y_1)\vec{j} + (z - z_1)\vec{k}$$

$$\vec{M_1M_2} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

$$\vec{N} = A_1\vec{i} + B_1\vec{j} + C_1\vec{k}$$

são paralelos a um mesmo plano, decorrendo daí a nulidade do produto misto $\vec{M_1M} \wedge \vec{M_1M_2} \cdot \vec{N}$; donde a equação do plano será o desenvolvimento de:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ A_1 & B_1 & C_1 \end{vmatrix} = 0$$

conduzindo a uma equação do primeiro grau a três variáveis.

Ilustração 30 - Capítulo V, pág. 34

Neste problema, como em outros explorados no capítulo, é deixada a finalização do exercício para o aluno, ou seja, a conclusão do determinante encontrando a sua solução final.

Nos capítulos VI e VII apresenta-se a teoria, bastante completa, de forma literal e nos capítulos VIII e IX são estudados somente problemas, mas analogamente ao capítulo V, todos são tratados de forma literal. Destacamos que o uso de vetores aparece principalmente nas definições e nas demonstrações das fórmulas.

Na maioria dos capítulos, sempre que possível, há figuras ilustrativas.

No capítulo X último, no qual o tema é Esfera, são discutidos conceitos importantes, tais como definição de superfície esférica, sem esquecer de mencionar também o centro e raio da esfera.

Percebe-se que apesar de não muito extensa, esta apostila é bem detalhada, e o autor, Hélio Siqueira, tem uma preocupação de escrever uma teoria consistente, como em todos os materiais por ele produzidos.

CAPÍTULO 5

A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO DISCIPLINA EM OUTROS CONTEXTOS BRASILEIROS

5.1 – Entrevistas com as professoras da USP

Tanto a USP quanto o IME tiveram um papel fundamental no ensino de matemática no Brasil. Como já foi mencionado o curso de matemática da USP foi criado em 1934, com a participação de diversos professores estrangeiros, trazidos ao Brasil por iniciativa de Theodoro Ramos¹⁷ e com o objetivo de formar novos pesquisadores em matemática. Segundo Oliveira (2007):

A essência do curso de matemática da FFCLUSP, a partir de sua criação até a década de 50, consistiu, basicamente, no estudo de conteúdos matemáticos produzidos e divulgados por pesquisadores em Matemática. Havia uma proximidade cotidiana entre ensino e pesquisa, de modo que muitos cursos versavam sobre os temas de pesquisa dos professores ministrantes (OLIVEIRA, M. C. A. et al., 2010, p. 109).

Segundo informações obtidas na página do IME, a criação do instituto na década de 1970, por meio da Reforma Universitária, reuniu os docentes de matemática, estatística e ciência da computação dos vários estabelecimentos da USP. Seu acervo disponibiliza publicações, artigos, textos e imagens que são vestígios da história da matemática e do seu ensino no Brasil. Trata-se de um vasto patrimônio de alto valor cultural e histórico.

Utilizamos-nos de entrevistas para conhecer vivências de professoras dessa instituição em relação ao ensino de geometria analítica. Foram entrevistadas¹⁸ as

¹⁷ Matemático brasileiro que introduziu no Brasil a Análise Matemática moderna. Participou da Comissão nomeada pelo Ministro da Educação e Saúde Pública, Dr. Francisco Campos, para propor a reforma do ensino de engenharia no país (1931) e foi nomeado Diretor de Ensino Superior, do Ministério da Educação (1934). Foi comissionado pelo governador de São Paulo, Armando de Salles Oliveira (1887-1945), para chefiar a comitiva acadêmica que foi à Europa (1934) contratar pesquisadores para a recém criada Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP (1934), da qual foi o primeiro diretor. Neste programa vieram para a FFCL da USP, figuras de grande expressão no meio acadêmico europeu, dentre eles Luigi Fantappiè, Gleb Wataghin, Heinrich Rheinholdt, Giuseppe Occhialini, Ernest Breslau, Heinrich Rheinboldt, Emile Coonaert, Ettiene Borne, Fernand Braudel, Paul Arbousse-Bastides, Claude Lévy-Strauss, Ettore Onorato e Giacomo Albanese.

¹⁸ Estas entrevistas foram realizadas pela professora Maria Cristina Araújo de Oliveira em outubro de 2011

professoras Maria Elisa Esteves Lopes Galvão e Vera Helena Giusti de Souza que também foram alunas do curso da USP entre as décadas de 1960 e 1970.

A professora Maria Elisa se graduou em matemática pela Universidade de São Paulo em 1971. Fez mestrado e doutorado também na Universidade de São Paulo concluindo-os, respectivamente, em 1974 e 1984. Atualmente é professora colaboradora aposentada dessa mesma universidade e professora do programa de pós-graduação em Educação Matemática da UNIBAN¹⁹.

Quando a professora Maria Elisa cursou sua graduação, no final da década de 1960, não existia geometria analítica no curso de matemática, apenas na Escola Politécnica²⁰. Acrescenta ainda:

Existia G.A. na Poli, porque o cálculo além de ter tudo isso que eu te falei, continha G.A. no segundo semestre, eu acho, parte do segundo semestre, e era incorporado no cálculo (GALVÃO, 2011).

Só posteriormente e por influência dos cursos da Poli é que a geometria analítica foi introduzida como disciplina autônoma no curso de matemática, como se pode perceber no depoimento de Maria Elisa:

[...] Essa coisa da geometria analítica do livro do Boulos era coisa da engenharia que depois foi incorporado no currículo da matemática, não sei te dizer exatamente quando. Mas, foi depois, bem depois. Eles começaram um pouco a unificar as disciplinas. Essa coisa da geometria analítica veio da Poli. Foi importada da Poli pro IME. Modelo geometria analítica (GALVÃO, 2011).

Ao exercer suas atividades como docente, chegou a ministrar geometria analítica e aí já num modelo separado do cálculo:

[...] Quando eu dei aula de geometria analítica já era o modelo separado. Aliás eu aposentei dando geometria analítica. As últimas disciplinas que eu dei antes de aposentar foi geometria analítica e álgebra linear (GALVÃO, 2011).

Sobre a sua experiência didática em geometria analítica, a professora ressalta o uso de livros, em especial o livro do professor Paulo Boulos e um livro de exercícios da professora Renate Watanabe.

Quanto à professora Vera Helena Giusti de Souza, licenciou-se em matemática em 1969 pela USP e concluiu o mestrado em 1976 em matemática, também pela Universidade de São Paulo. Seu doutorado é em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, concluído em 2008.

¹⁹ UNIBAN – Universidade Bandeirante de São Paulo.

²⁰ Poli – Escola Politécnica de Engenharia da USP.

É professora aposentada pela USP e atua no programa de pós-graduação em Educação Matemática da UNIBAN.

A professora Vera também tem lembranças de quando foi aluna na USP e principalmente da disciplina geometria analítica. Para ela era muito melhor trabalhar com vetores geometricamente, porém, sua opinião divergia da dos colegas, que preferiam trabalhar algebricamente.

[...] O que eu me lembro de vetores é que eu me encantei com os vetores e eu queria fazer tudo com vetores. O que não acontecia com a turma. A turma não queria usar vetores, queria usar coordenadas. Eu quando descobri os vetores foi assim...[...] Você pensa geometricamente com vetores, eu achava aquilo genial (SOUZA, 2011).

E ao trabalhar com a disciplina, agora já como professora, insistia no pensamento geométrico:

E aí quando eu fui dar aula de vetores, aí já era o livro do Paulo Boulos que também começa com vetores e os alunos tinham muita dificuldade. Também queriam passar para coordenadas. Eu dizia: vocês estão aprendendo uma nova ferramenta, vamos aprender a usar essa ferramenta. Que é a ferramenta vetores. Vocês vão ter que começar a pensar com vetores. Mas eles tinham muita dificuldade. A tendência era ir para a álgebra (SOUZA, 2011).

As características dos cursos de geometria analítica da época ressaltadas por estas professoras mostram: a trajetória que revela o período em que a disciplina não é autônoma, importância do livro do Boulos para o curso, assim como houve as apostilas do professor Hélio na UFJF e dificuldades dos alunos especialmente com o tratamento geométrico.

Além disso, um ponto salientado pela professora Maria Elisa enquanto aluna do curso de matemática era a bibliografia em língua estrangeira. Para ela e as colegas mais próximas isso não era dificuldade:

Não tinha ninguém que tivesse problema de língua, bom pelo menos nas minhas vizinhanças de estudo, me virara bem, a Carmem que entrou comigo, também se virava bem, tinha outra amiga da gente que já tinha morado um ano nos EUA que tinha feito intercâmbio, todo mundo, língua estrangeira não era problema (GALVÃO, 2011).

5.2 – Levantamento de livros na biblioteca do IME – USP

Neste momento, apresentamos um levantamento de alguns livros de geometria analítica existentes na biblioteca do IME – Instituto de Matemática e

Estatística da USP, publicados entre o início do século XX até a década de 1970. A pesquisa foi realizada inicialmente de forma presencial pela professora Maria Cristina Araújo de Oliveira e estendida por meio de consulta à página da referida biblioteca²¹.

Embora a maioria dos livros consultados apresente uma data de tombo da década de 1970, há fortes indícios de que estas obras já estavam disponíveis para consulta muito antes disso. Questionada sobre as datas de tombos dos livros, a bibliotecária chefe nos informou que a catalogação deve ter ocorrido somente quando da inauguração do prédio novo da biblioteca. Mas há evidências de circulação no Brasil de obras em língua estrangeira, muito anteriores à década de 1970.

²¹ <http://www.ime.usp.br/>

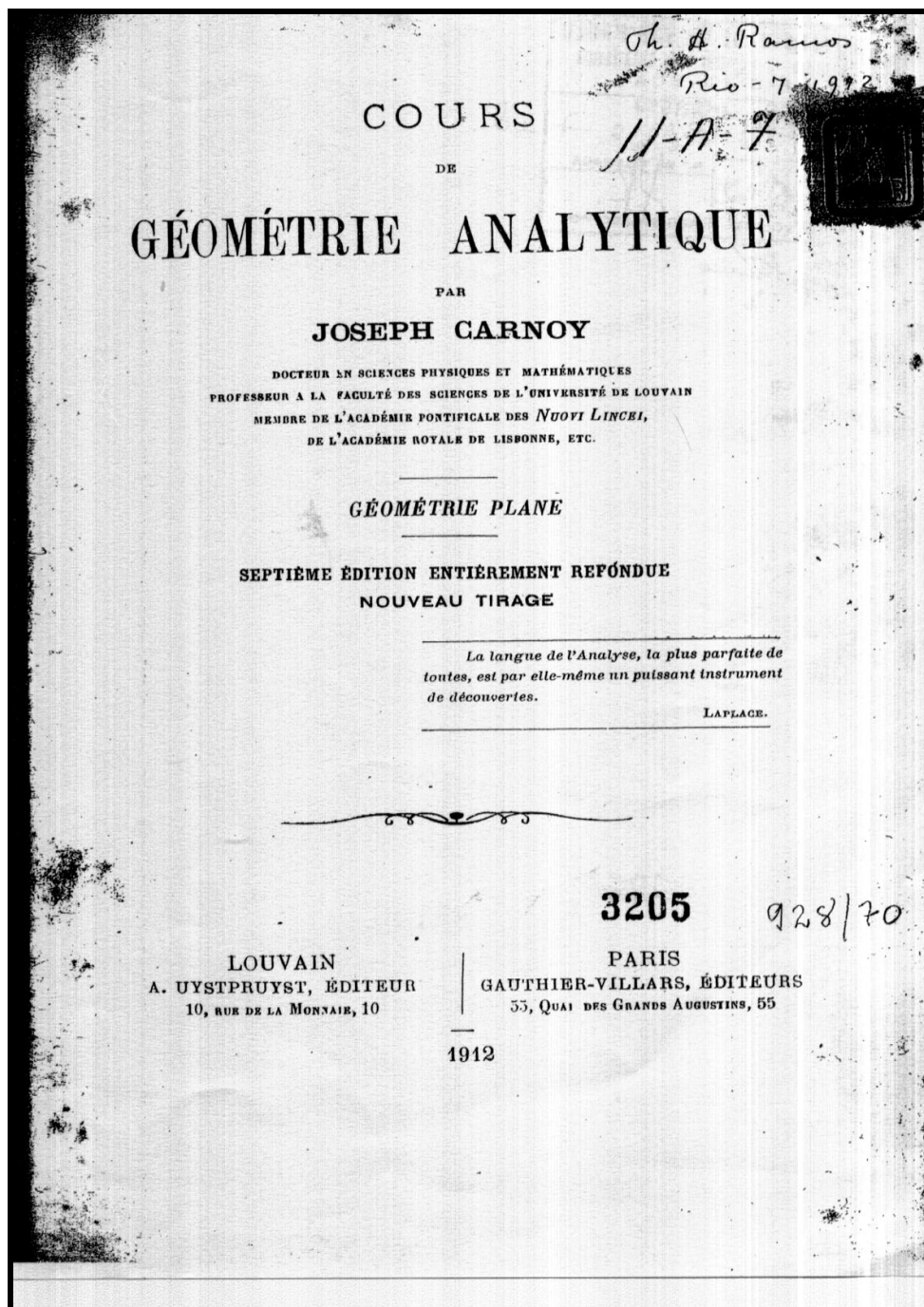


Ilustração 31 - Capa do livro de Joseph Carnoy

Pesquisamos alguns livros das décadas de 1940, 1950, 1960 e 1970. Verificou-se na consulta ao acervo a existência de obras de geometria analítica em francês, inglês e, sobretudo, em italiano, provavelmente dada a característica do corpo docente que integrou o curso de matemática na sua criação sob a influência

dos professores italianos que nele atuaram: Luigi Fantapié e Giacomo Albanese²². As obras de geometria analítica em língua estrangeira, que circularam no Brasil, constituíram a grande maioria, pelo menos até a década de 1940. Alguns exemplos dessas obras são:

Título do Livro	Autor	Publicação do Livro
Vorlesungen ueber analytische geometrie des raumes	Kommerell, Karl	1940
Analytical geometry of three dimensions	McCrea William Hunter; McCrea William H.	1942
Esercitazioni di geometria analítica proiettiva	Campedelli, Luigi; Notari, V.	1943
Lecciones de geometria analítica geometria analítica del plano y del espacio conceptos fundamentales de geometria proyectiva curvas y superficies de segundo orden	Castelnuovo, Guido	1943
Lezioni di geometria analítica	Conforto, Fábio	1947
Lecciones de geometria analítica y analysis vectorial	Rodriganez, Eduardo	1947
Complementi Ed esercizi di geometria analítica per il primo biennio universitário	Conforto, Fábio	1947
Lezioni di geometria analítica e proiettiva	Fano, Gino; Terracini, Alessandro	1948
Esercizi di geometria analítica e proiettiva	Chisini, Oscar	1948

Tabela 5 – livros da década de 40

Foram encontrados alguns poucos livros publicados sob a rubrica geometria analítica, escritos por autores brasileiros, anteriores à década de 1950 voltados para o ensino secundário como é o caso de, por exemplo:

Título do Livro	Autor	Publicação do Livro
Geometria analítica	Souza, Júlio César de Melo	1936
Compêndio de geometria	Schrader, Godofredo	1936
Elementos de geometria analítica com 450 exercícios	Sonnino, Sérgio	1944

Tabela 6 – livros escritos por autores brasileiros anteriores a década de 50

Somente a partir da década de 1950 é que são encontrados livros de geometria analítica voltados ao ensino superior e escritos por autores brasileiros.

²² Estes dois professores estrangeiros, respectivamente, um analista e um geômetra foram contratados e passaram a ingressar o corpo docente do curso de matemática da FFCLUSP nas primeiras décadas de sua criação.

Por exemplo, o livro de Benedito Castrucci²³ que em sua 3ª edição foi publicado em 1952.

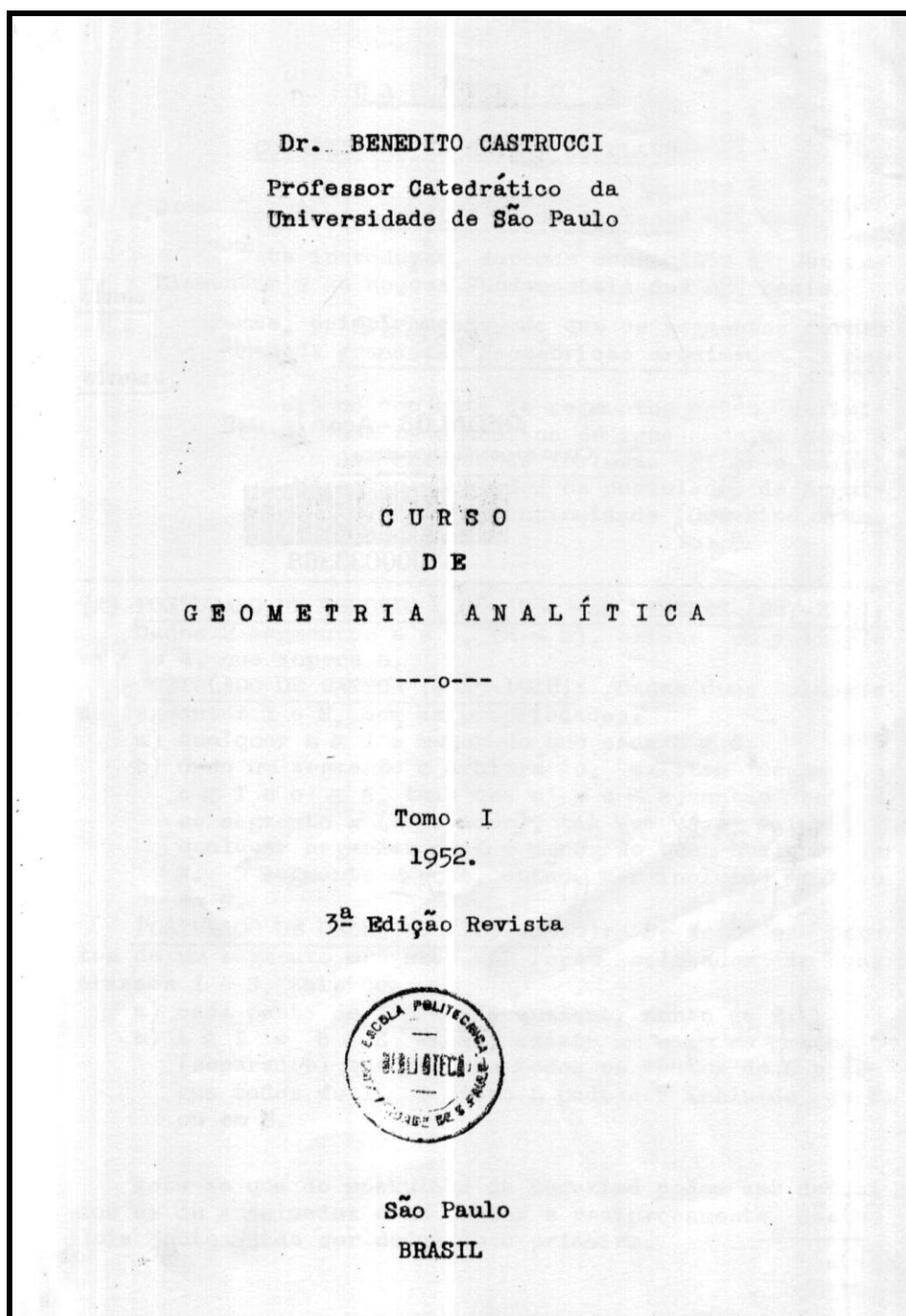


Ilustração 32- Contra-capa do livro de Benedito Castrucci

Listamos como exemplo ainda outros autores brasileiros tais como:

²³ Ex- professor aposentado da universidade de São Paulo, autor de inúmeros livros de matemática. Com diversos artigos publicados em periódicos científicos, várias participações em congressos nacionais e internacionais foi eleito membro titular da Academia de Ciências de São Paulo e da Academia Paulista de Educação.

Título do Livro	Autor	Publicação do Livro
Súmulas de cálculo infinitesimal e geometria analítica	Dacorso Neto, César	1952
Noções de representação cônica	Andrade, Manuel Caetano Queiroz de	1956

Tabela 7 – livros da década de 50

Ainda na década de 1950, começam também a surgir as traduções para o português, como por exemplo:

Título do Livro	Autor	Publicação do Livro
Geometria Analítica	Smith, Percy Francklyn; Gale, Arthur Sullivan; Neelley, John Haven	1957
Geometria analítica plana e no espaço resumo da teoria, 345 problemas resolvidos, 910 problemas propostos	Kindle, Joseph Henry	1959

Tabela 8 – livros da década de 50 traduzidos para o português

Na década de 1960 outros autores brasileiros passam a integrar o rol das publicações de geometria analítica. Entre eles destacamos:

Título do Livro	Autor	Publicação do Livro
Curso de Geometria Analítica	Rodrigues, Antônio	1963
Vetores, geometria analítica Teoria e exercícios	Callioli, Carlos Alberto; Feitosa, Miguel Oliva	1968

Tabela 9 – livros da década de 60

Destacamos também o livro “Geometria Analítica com Introdução Simultânea à Programação Linear” do autor Ruy Madsen Barbosa publicado em 1965, por este apresentar um caráter diferenciado. Traz um estudo de geometria analítica como trampolim para programação linear. Ou como afirma o autor:

[...] com base preparada, introduz-se e faz-se a programação linear a duas variáveis; não fazendo desta forma, matemática pela matemática; mas, matemática aplicada para as aplicações, para a vida, para as ciências; procurando despertar o interesse e munir o estudante de recursos hábeis para um rápido desenvolvimento e utilização imediata inclusive, em alguns casos (BARBOSA, 1965).

Na década de 1970 muitos outros autores vão escrever livros de geometria analítica. Destacamos especialmente Paulo Boulos que foi citado nas entrevistas pelas professoras Maria Elisa e Vera Helena, mencionadas inicialmente neste capítulo.

Nesta trajetória que construímos a começar pela década de 1940, verificamos que os livros eram em sua maioria estrangeiros ou voltados para o ensino secundário. Nas décadas de 1950 e 1960 havia alguns poucos livros escritos em português, sejam de autores brasileiros ou traduzidos. Finalmente na década de 1970 constata-se uma quantidade maior de livros em português. Esse contexto, de carências de obras escritas em língua portuguesa só vem reforçar a importância dada à apostila do professor Hélio Siqueira Silveira no âmbito do curso de matemática da UFJF.

Ao consultarmos o acervo Benedito Castrucci da biblioteca do IME, tivemos acesso a uma apostila da UMG²⁴. Observamos nesta algumas similaridades com as apostilas do professor Hélio Siqueira. O autor desta apostila, Christovam Colombo dos Santos, era engenheiro e lecionava na escola de engenharia. A apostila foi também publicada pelo diretório dos estudantes de engenharia.

²⁴ Universidade de Minas Gerais, atual UFMG



Ilustração 33 – contra-capa da apostila (UMG)

O programa da Escola de Engenharia da UFMG²⁵ consta de duas partes: geometria analítica e geometria projetiva.

Destacamos apenas a primeira parte por ser o que nos interessa. Dessa forma, ilustramos os itens que eram considerados importantes no estudo da disciplina geometria analítica.

²⁵ Universidade Federal de Minas Gerais

- UNIVERSIDADE DE MINAS GERAIS -

ESCOLA DE ENGENHARIA

- PROGRAMA DA CADEIRA DE "GEOMETRIA ANALÍTICA E PROJETIVA"
PARA O ANO DE 1956 -

I - GEOMETRIA ANALÍTICA

- 1) Sistema de coordenadas. Lugares geométricos.
- 2) Estudo analítico da linha reta.
- 3) Transformação de coordenadas.
- 4) Estudo analítico da circunferência.
- 5) Curvas algébricas. Classificação. Tangente. Pontos singulares.
- 6) Segmentos notáveis. Curvas definidas por equações diferenciais.
- 7) Estudo especial da Elipse.
- 8) Estudo especial da Hiperbole.
- 9) Estudo especial da Parábola.
- 10) Cônicas em geral. Equação geral. Equação focal. Equação polar. Equação trinômia.
- 11) Estudo sumário das curvas do 2º grau. Sua identificação com as cônicas.
- 12) Invariantes nas cônicas. Redução da equação.
- 13) Estudo analítico da Polaridade.
- 14) Coordenadas no espaço e sua transformação.
- 15) Estudo analítico do Plano e da Linha Reta.
- 16) Estudo analítico da Esfera. Polaridade.
- 17) Superfícies em geral. Superfícies cilíndricas, cônicas, conoidais, desenvolvíveis e de revolução.
- 18) Quadricas: Elipsóides, Hiperboloides e Paraboloides.
- 19) Curvas reversas.
- 20) Plano tangente e normal a uma superfície.

Ilustração 34 – programa da disciplina geometria analítica (UMG)

O conteúdo desta apostila é tratado de forma bem detalhada, remetendo-nos à apostila de geometria analítica plana do professor Hélio Siqueira Silveira.

I N D I C E

INTRODUÇÃO:	Sistema Lógico dedutivo. Conjuntos, sistemas, anéis e corpos. Correspondência entre pontos e numeros. Contínuo geométrico. Equivalência entre contínuos n -dimensionais e p -dimensionais. Teorema de Cantor. Correspondências biunívocas e bicontínuas. Teorema de Luroth.....	1
CAPITULO I	Sistema de referencia . Coordenadas. Espaços.....	12
CAPITULO II	Representação analítica de uma função. Imagem geométrica de uma função. Equação natural de um Lugar Geométrico. Equação Cartesiana. Equações paramétricas.....	23
	Exemplos de lugares geométricos no sistema bipolar.....	24
	Exemplos de lugares geométricos no sistema polo-diretriz.....	28
	Sistemas de coordenadas polares.....	29
	Equações paramétricas de um lugar geométrico.....	32
CAPITULO III	Estudo particular da linha reta.....	37
	Equação punctual da Reta, Coordenadas cartesianas do ponto . Diversas formas da equação punctual da Reta.....	37
	Equação pluckeriana de um ponto. Coordenadas pluckerianas da reta.....	40
	Equações paramétricas da Reta.....	44
	Ângulo de duas retas. Paralelismo e Perpendicularismo.....	45
	Reta genérica passando por um ponto dado. Equação da reta indistiguada por dois pontos. Intersecção de duas retas.....	46
CAPITULO IV	Noções sôbre matrizes. Matriz nula. Característica. Sistemas de equações lineares. Dependência e independência linear. Combinação linear de retas.....	48
CAPITULO V	Aplicações ao estudo da reta no plano e no espaço. Área de um triângulo. Feixe de retas e equação complexiva.....	54
CAPITULO VI.	Transformações de coordenadas. Transformações puntuais.....	62
	Translação de eixos coordenados.....	63
	Rotação de eixos cartesianos ortogonais.....	65
	Produto de uma translação por uma rotação.....	66
	Transformações puntuais.....	67
CAPITULO VI-A	Estudo d Circunferência.....	69
	Equação da curva.....	69
	Tangente por um ponto da curva.....	70
	Tangente por um ponto exterior.....	71
	Determinação de uma circunferencia.....	72
	Intersecção de duas circunferências.....	73
	Potência de um ponto em relação a uma circunferência.....	74
	Eixo radical. Combinação linear. Feixe de circunferências. Circunferências ortogonais.....	75
	Feixes de circunferências ortogonais.....	77
CAPITULO VI-B	Curvas planas; algébricas e transcendentes. Classificação . Tangente às curvas planas. Pontos singulares.....	81
CAPITULO VIII	Lugar Geométrico.....	100

Ilustração 35 – índice da apostila de geometria analítica no plano - UMG

CAPITULO IX	Estudo especial das três cônicas. Elipse.....	104
	Circunferencia principal. Anomalia excêntrica. Equações paramétricas da elipse. Transformação afim da elipse. Homologia afim.....	105
	Problemas gráficos.....	106
	A elipse como projeção da circunferência.....	107
	Área da elipse. Invariância da razão simples.....	108
	Diâmetros conjugados. Fórmulas de Chasles. Teoremas de Apolônio. Equação da Elipse referida a dois diâmetros conjugados.....	109
	Problemas.....	112
	Equação polar da elipse.....	116
	Equação trinômia das cônicas.....	117
	Normal à elipse. Equação tangencial da evoluta da Elipse	
	Hipérbole de Apolônio. Equação cartesiana da evoluta.....	118
	Aplicação da teoria das envoltórias.....	123
CAPITULO X	Focos e diretrizes nas cônicas.....	127
	Teorema.....	129
	Equação das cônicas confocais.....	131
	Equação focal das cônicas.....	134
	Conceito do foco segundo Euler.....	135
	Nova definição de foco, segundo Plucker.....	136
	Pesquisa dos focos de uma cônica dada por sua equação....	137
CAPITULO XI	Assíntotas.....	141
	Hipérbole conjugada.....	144
	Assíntota paralela ao eixo dos yy	144
	Equação geral das Hipérbolas equiláteras.....	148
CAPITULO XII	Estudo sumário das curvas do 2º grau.....	149
	Classificação. Os três gêneros de curvas do segundo grau	149
	Redutibilidade.....	151
	Cônica passando por 5 pontos.....	152
	Centro.....	153
	Referir uma cônica ao seu centro.....	154
	Lugar geométrico do centro das cônicas de um parâmetro..	155
	Diâmetro das cônicas.....	157
	Eixo e vértices nas cônicas.....	159
	Lugar geométrico do vértice das cônicas com um parâmetro	161
CAPITULO XIII	Invariantes nas cônicas.....	163
	Definição de invariante.....	164
	Pesquisa dos invariantes.....	164
	Redução da equação da cônica pelo uso dos invariantes...	167
	Caso de uma curva desprovida de centro.....	168
CAPITULO XIV	Polaridade. Aplicação especial à elipse.....	172
	Triângulo Autopolar - Teorema.....	177
CAPITULO XV	Coordenadas homogêneas . Coordenadas punctuais homogêneas.....	181
	Coordenadas pluckerianas homogêneas.....	183

Ilustração 36 – continuação do índice da apostila de geometria analítica no plano - UMG

Observamos que a maioria dos itens deste programa é semelhante aos abordados na apostila do professor Hélio que comentamos no capítulo anterior. Os títulos por vezes são escritos de forma diferente, embora tratem do mesmo assunto.

Porém, cabe ressaltar que esta apostila de 1956 é anterior às do professor Hélio, contudo apresenta um tratamento que pode ser considerado moderno. Entendo esta qualificação no sentido da incorporação das estruturas algébricas, dado, por exemplo, na utilização das matrizes para a resolução de sistemas lineares e pela apresentação dos conceitos de dependência e independência linear, fundamentais para o estudo da álgebra linear.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ponderamos que para este trabalho seria muito importante investigar como a disciplina geometria analítica, inicialmente sob a “guarda” de um determinado professor no início de sua criação no final da década de 1960, foi formatada dentro do currículo do curso de licenciatura em matemática.

Procuramos identificar nesta pesquisa traços de uma cultura de ensino de geometria analítica, que nos foram revelados com ajuda de depoimentos e materiais diversos de ensino e de aprendizagem da disciplina.

No que se refere às apostilas que foram produzidas pelo professor da UFJF, Hélio Siqueira Silveira, concluímos que estas tiveram um papel importante na estabilização da disciplina de geometria analítica.

Os esforços empreendidos por este professor, na organização da apostila resultaram em um material de indiscutível êxito, o qual permitiu a muitos professores e alunos direcionarem, por um longo tempo, suas aulas e estudos.

O professor Hélio Siqueira Silveira comprovadamente teve um importante papel no início da década de 1970, pois além da produção do seu material, foi responsável por ministrar esta disciplina e, como propõe Chervel (1990), dos diversos componentes de uma disciplina escolar, e aqui adaptamos para o meio acadêmico, o primeiro na ordem cronológica, senão na ordem de importância, é a exposição pelo professor ou pelo manual de um conteúdo de conhecimentos.

Mesmo se tratando de ensino superior, percebe-se que o material produzido, as apostilas do ex-professor Hélio Siqueira e o caderno do professor Lorival, são criações próprias para responder a uma “economia” intrínseca a esse nível de ensino.

Os depoimentos reforçam essa evidência, destacando a influência destes textos principalmente no início do curso, o que contribuiu para a estruturação da disciplina geometria analítica na UFJF.

Pode-se dizer que o caderno do professor Lorival e as apostilas produzidas pelo professor Hélio Siqueira assumem o papel de depositários de conhecimentos que precisam ser repassados a outras gerações, exercendo uma função referencial. (Choppin, 2004)

A pesquisa nos permitiu analisar a trajetória da geometria analítica no curso de matemática, em particular, verificar o movimento que reduz a geometria analítica plana no ensino superior a um pequeno tópico desta disciplina. É possível afirmarmos que pelo menos até o ano de 1996 a geometria analítica plana ainda era considerada disciplina na UFJF.

Entre as várias observações decorrentes das investigações, pudemos notar que as apostilas trazem conteúdos que vão se estabilizar no ensino superior, como o estudo de vetores, especialmente a partir da representação em coordenadas e outros que não se estabilizam como é o caso da geometria vetorial no plano.

Existe uma terminologia peculiar em suas apostilas, que é caracterizada por sua preocupação com a nomenclatura para realçar objetos matemáticos que apresentam diferenças, às vezes, até sutis.

Numa observação mais geral dos conteúdos das apostilas, destacamos os aspectos teóricos, a preocupação com as definições, a presença constante de figuras como forma de ilustrar as explicações, o aparecimento de alguns teoremas e eventualmente algumas notas históricas que situam os alunos em relação ao contexto que está sendo estudado.

A apostila foi produzida para atender aos alunos da escola de engenharia e, posteriormente, tornou-se uma referência também para outros cursos. Por isto talvez, se justifique a abordagem de tantos conteúdos.

Como consequências de observações, foram feitas algumas comparações com outras pesquisas sobre o ensino de disciplinas acadêmicas que nos permitem afirmar que:

I) A disciplina geometria analítica na UFJF possui uma característica de maior estabilidade quando comparada à disciplina história da matemática. Mesmo que alguns conteúdos, como o tratamento vetorial, dado por muito tempo à geometria analítica plana e considerado como relevante, tenham, mais recentemente, perdido espaço na disciplina, a maior parte dos conteúdos se mantém desde o início do curso: vetores no espaço, produtos vetoriais, estudo vetorial da reta e do plano e cônicas;

II) A trajetória da geometria analítica em termos da cultura de seu ensino se parece mais com a da disciplina de cálculo, como se pode verificar pelo trabalho de Raad (2012).

A cultura de ensino de geometria analítica, muitas vezes, se alinha com a de cálculo, especialmente pela estabilidade de alguns conteúdos como os anteriormente mencionados. Embora se possa observar que por um dado período na USP a geometria analítica tenha sido incorporada ao cálculo.

Também se pode identificar, em comum com o ensino de cálculo, a dificuldade dos alunos nessa disciplina, relatada, sobretudo, nas entrevistas.

A disciplina geometria analítica era ensinada mais com a finalidade de dar suporte à disciplina de cálculo. As dificuldades sentidas pelos alunos também tinham como consequências muitas vezes a reprovação. Se o conteúdo não fosse bem compreendido, certamente os alunos teriam problemas com as disciplinas que dependessem dela.

Os dados obtidos nas bibliotecas da UFJF reforçam a nossa hipótese sobre a escassez de obras escritas principalmente em português nas décadas de 1940, 1950, 1960 e 1970 e conferem às apostilas do professor Hélio uma importância ainda maior diante do cenário bibliográfico que se apresentava.

Ao buscarmos outros vestígios do ensino de geometria analítica fora da UFJF na mesma época, concluímos que estes revelam elementos muito similares. Estas similaridades podem ser percebidas tanto por meio das entrevistas com as professoras da USP, quanto a partir do levantamento bibliográfico no acervo da biblioteca do IME - USP. Em relação às entrevistas, ficou clara a importância de livro texto para o ensino de geometria analítica e o papel do livro do Paulo Boulos como uma referência importante para a organização da disciplina por um longo tempo. A escassez de livros na língua portuguesa também foi constatada nas pesquisas do acervo desta biblioteca.

Num outro contexto, a apostila da UFMG revela igualmente similaridades com a apostila do professor Hélio. Para além do contexto de produção das apostilas o conteúdo e o papel das mesmas no ensino de geometria analítica localmente revelam as aproximações.

Esperamos que este trabalho possa interessar e ajudar a futuros pesquisadores, para além de sua própria contribuição, entendemos que este deixa ainda, outras perspectivas de investigações.

Nosso estudo sobre a estruturação da geometria analítica na Universidade Federal de Juiz de Fora poderia focar, além das temáticas já tratadas neste trabalho, outros aspectos tais como: alterações na ementa e na grade curricular no curso de matemática e ainda um detalhamento em termos dos conteúdos da disciplina ao longo do tempo.

As dificuldades tanto no ensino como na aprendizagem de geometria analítica podem e devem ser ainda tema de pesquisa no âmbito da educação matemática.

No entanto a pesquisa histórica sobre o ensino de uma disciplina acadêmica deve contribuir para a reflexão sobre o ensino a partir das seguintes questões:

Como as disciplinas funcionam? De que maneira elas realizam, sobre o espírito dos alunos, a “formação” desejada? Que eficácia real e concreta se lhes pode reconhecer? Ou, mais simplesmente, quais são os resultados do ensino? (CHERVEL, 1990, p. 184).

Enfim, nossa intenção é que este trabalho contribua para o diálogo e a reflexão sobre os constantes questionamentos que surgem concernentes à formação do professor de matemática.

REFERÊNCIAS

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2ª edição, 2002.

BICUDO, M. A. V. **Sobre educação matemática. Segunda Jornada de Educação Matemática**. Universidade Santa Úrsula, 13-17 de maio, 1991.

BLOCH, Marc. **Apologia da História ou o ofício de historiador**. Rio de Janeiro: Zahar, 2002.

BONGIOVANNI V. **Caractérisations des coniques avec Cabri-géomètre: étude d'activité et conception d'un hyperdocument interactif**. Tese (Doutorado), Université Joseph Fourier, 2001.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 2006

CAMARGO, K. C. **O Ensino da Geometria nas Coleções Didáticas em Tempos do Movimento da Matemática Moderna na Capital da Bahia**. Dissertação (Mestrado), UNIBAN, São Paulo, 2009.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. In: Teoria & Educação. Porto Alegre: Pannonica, 1990. n2, p. 117-229.

CHOPPIN, A. **História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 30, n.3, p. 549-566, set./dez.2004.

DINIZ, M. I. S. V. **Uma visão do ensino de matemática**. In: TEMAS & DEBATES. Matemática, ensino e educação: concepções fundamentais. Rio Claro, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, ano IV, nº 3, 1991.

EDMUND, H. **A Origem da Geometria**. Tradução: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. Rio Claro, UNESP, 1980.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: UNICAMP, 2006.

Ex-aluno, **Entrevista pessoal**, 2012.

FISCHER, M. C.; SILVA, M. C. L.; OLIVEIRA, M. C. A.; BERTONI, N. P. **História do Movimento da Matemática Moderna no Brasil: arquivos e fontes**. Guarapuava: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2007. v. 01. 36p

FRAGOSO, W. C. **História da Matemática: uma disciplina do curso de Licenciatura do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora**. Dissertação (Mestrado), UFJF, Juiz de Fora, 2011.

GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **Entrevista pessoal**, 2011.

MACIEL, Sônia Eunice Freitas. **Entrevista pessoal**, 2012.

MIORIM, Maria A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

OLIVEIRA, M. C. A.; DUARTE, A. R. S.; PINTO, N. B. **A relação conhecimento matemático versus conhecimento pedagógico na formação do professor de Matemática: um estudo histórico**. In: Zetetiké, Unicamp, v. 18, n. 33 – jan/jun – 2010, p.103-134.

OLIVEIRA, M. C. A.; FRAGOSO, W.C. **História da Matemática: história de uma disciplina**. Diálogo Educacional. Curitiba: Universitária Champgnat, PUCPR, v. 11, N.3, 2011.

PROCÓPIO, Ricardo Bevillaqua. **Entrevista pessoal**, 2011.

RAAD, M.R. **História do ensino de Cálculo Diferencial e Integral: a existência de uma cultura**. Dissertação (Mestrado), UFJF, Juiz de Fora, 2012.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, D. L.; LAVAL, A. **Uma história concisa da geometria analítica**. In: Ocsana Sônia Danyluk. (Org.). História da Educação Matemática – escrita e reescrita de histórias. Porto Alegre: Sulina, 2012, p. 170-207.

SOUZA, Vera Helena Giusti. **Entrevista pessoal**, 2011.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. In: REVMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática, v.2.2, p. 28-49, UFSC, 2007.

_____. **Tendências da História da Educação Matemática no Brasil**. In: ZDM Mathematics Education, 2010.

VIÑAO FRAGO, A. **A História das disciplinas escolares**. In: Jan./jun, n.18 set/dez 2008.

\

ANEXOS

Anexo A

Transcrição da entrevista com a Professora Sonia Eunice Freitas Maciel (Realizada pela autora deste trabalho)

Nos depoimentos que seguem, usamos a letra **E** para designar a entrevistadora e para a resposta, optamos pela letra inicial do entrevistado.

E: Sonia, para darmos início à nossa entrevista gostaria que falasse um pouco sobre sua formação, em qual instituição, o ano e falasse um pouco a respeito de você.

S: Eu ingressei na universidade em 1968, juntamente com a primeira turma do curso de Matemática na Faculdade de Filosofia e Letras (FAFILE), onde o curso foi criado. No início de 1969, o Curso de Licenciatura em Matemática deixou de ser ministrado pela FAFILE e passou a ter uma nova grade curricular, passando a funcionar no prédio da Faculdade de Engenharia tendo, em seguida, mais ou menos um ano mais tarde, sido deslocado para o Campus Universitário, recém-inaugurado. Em meados de 1972, concluí o curso de Licenciatura Plena em Matemática. No final desse mesmo ano, prestei vestibular para o Curso de Engenharia Civil, o qual foi concluído por mim em 1975. As duas graduações foram realizadas na UFJF.

Dando continuidade à minha formação, no início de 1983, concluí o curso de mestrado em Engenharia de Produção, área de concentração Pesquisa Operacional, na UFRJ.

E: E você se lembra de ter cursado geometria analítica?

S: Cursei Geometria Analítica em 1969, em dois períodos letivos: Geometria Analítica I com o Prof. André Pedro Hallack e Geometria Analítica II com o Prof. Hélio Siqueira da Silveira.

E: E você usou livro, apostila, algum material?

S: Não me lembro exatamente, mas acho que com o Prof. André nós utilizamos alguns textos indicados, notas de aula por ele elaborada além de textos de exercícios, como, por exemplo, da coleção Schaum. Com relação ao Dr. Hélio Siqueira, havia uma apostila de sua autoria com a qual trabalhávamos. Devemos ter complementado também com outros livros para exercícios, mas o Prof. Hélio adotava como texto básico, essa apostila.

E: Você disse antes, que quando entrou lá para fazer o curso, o Prof. Hélio Siqueira já era professor da universidade.

S: Sim.

E: E essas apostilas, uma das apostilas já existia não é? Não foi no tempo que ele estava lá que surgiu essa apostila.

S: Sim, quando eu ingressei na universidade, as apostilas do Dr. Hélio já eram adotadas dentro do Curso de Engenharia e passou a ser adotada também para o Curso de Matemática, a partir de 1969. O Prof. Hélio Siqueira já era professor da Faculdade de

Engenharia e a Geometria Analítica, naquela época, era lecionada para os alunos do Curso de Engenharia e esse material produzido por ele já era adotado. Em 1969, com a inclusão da Geometria Analítica, a partir do primeiro período da nova grade curricular do curso de Matemática, nós passamos a cursá-la junto com os alunos da Engenharia. Praticamente todas as disciplinas dos dois primeiros anos do Curso de Engenharia também eram cursadas pelos alunos da Matemática.

E: Como era visto o curso de geometria analítica pelos alunos, eles tinham dificuldade?

S: Olhe, na nossa época, na Geometria Analítica, a cobrança era grande, os professores bastante rigorosos e o nível de exigência das provas era alto. Penso que o nível de exigência era um pouco maior até do que o de hoje, pelo menos eu acho, não posso afirmar com certeza, não é? Porque, principalmente hoje, não sei como é a cobrança lá na universidade. Na época, o índice de reprovação em Geometria Analítica não era muito inferior ao índice de reprovação nos Cálculos. Convém ressaltar que, embora ocorressem reprovações, o percentual não era tão grande quanto o que eu vejo hoje nos cursos de Cálculo I, por exemplo. Portanto, talvez devido ao perfil dos alunos ingressantes para o curso de Engenharia naquela ocasião, quando a relação candidato/vaga era alta, mesmo diante do nível de exigência da época, o índice de reprovação era bem menor.

E: Só para confirmar mesmo, qual foi a data que você começou a lecionar na universidade?

S: Em fevereiro de 1974, passei a integrar o corpo docente do Departamento de Matemática do ICE da UFJF, tendo em vista que eu já havia concluído, em 1972, o curso de Licenciatura Plena em Matemática, embora fosse ainda aluna do curso de Engenharia.

E: E você, como professora, lecionou geometria analítica?

S: Não no Departamento de Matemática. Eu lecionei de 8 a 10 disciplinas no Departamento de Matemática, mas Quanto à Geometria Analítica I e II, eu não cheguei a assumi-las em nenhum momento. Havia trabalhado com a Geometria Analítica em nível de segundo grau, quando lecionava no Colégio Estadual Sebastião Patrus de Souza.

E: Sonia, você disse que foi aluna do prof. Hélio Siqueira e depois passou a ser colega de trabalho dele no departamento de matemática?

S: Sim.

E: O Prof. Hélio Siqueira lecionava geometria analítica? E essa geometria analítica era direcionada para o curso de matemática?

S: Nós cumpríamos a mesma ementa e o mesmo programa que eram ministrados para o Curso de Engenharia. Não havia nenhuma distinção, pois cursávamos as disciplinas juntos.

E: A geometria analítica precisava de pré-requisito?

S: Não. A Geometria Analítica I era uma disciplina do primeiro período do Curso de Matemática, a partir de 1969. Era lecionada, também, no primeiro período do Curso de Engenharia.

E: Você pode falar como era visto o Prof. Hélio Siqueira pelos alunos? Os alunos o achavam muito rígido?

S: O Prof. Hélio foi uma pessoa bastante respeitada pelos alunos. Ele era muito exigente, extremamente exigente também com a questão da disciplina, da postura dos alunos em sala de aula e, quanto ao conteúdo ele sempre ministrou todo o conteúdo, sempre cumpriu o programa, enfim, era uma pessoa bastante responsável. Ele não residia em Juiz de Fora e, apesar de ser um professor que vinha de fora, ele sempre foi um professor presente, não faltava às aulas na época em que eu fui sua aluna, o que seria mais fácil de acontecer, por ele não residir na cidade.

E: Então, ele era um professor bastante influente na universidade?

S: Sim. Era, profissionalmente, um engenheiro muito respeitado e um professor também respeitado.

E: Você se lembra de outro professor de geometria analítica?

S: Bem, conforme mencionei anteriormente, eu cursei Geometria Analítica I com o Prof. André Hallack, portanto, eu o conheci como professor e depois, com o fato de ter ingressado no Departamento de Matemática, passamos então a ser colegas de trabalho. Os professores Alberto Hassen Raad, Waldir Baptista Vieira, Lorival de Souza Lima, Antonio Carlos Dias da Silva (Prof. Naga) e José Márcio Paschoalino são nomes dos quais me lembro de que, em algum momento, trabalharam com a Geometria Analítica.

E: Sonia então, retomando a pergunta, você disse que vocês usavam a apostila do prof. Hélio Siqueira. Essa apostila constava na bibliografia? Vocês usavam realmente essa apostila?

S: Sim, o Dr. Hélio se baseava nesse material por ele produzido. Obviamente, talvez ele não se restringisse ao mesmo, complementava com outros textos, mas o curso era baseado nessa apostila. Na verdade, ela era o retrato do curso, vamos dizer assim.

E: Então essa apostila não era referência assim para todos os professores no curso?

S: Olhe, posteriormente, eu acho que ela ainda foi utilizada por algum tempo como um material complementar. Agora, eu não sei te dizer, por exemplo, se o Prof. Lorival ou o Prof. José Márcio Paschoalino ou qualquer outro professor se baseava exclusivamente no texto do Dr. Hélio. É difícil dizer, quem o adotava como complementar e quem o adotava como bibliografia básica. O Dr. Hélio Siqueira o adotava como livro texto. Os demais professores usavam a apostila como material complementar, pelo menos.

E: Talvez também como não existiam muitos livros, com certeza pode ter sido uma referência não é?

S: A apostila do Dr. Hélio foi uma referência dentro do ICE. Foi um material bastante utilizado por um bom tempo.

E: O número de aulas era suficiente para cumprir as ementas, ou sempre tinha que deixar alguma teoria de lado?

S: Olhe, eu me lembro de que nas disciplinas Geometria Analítica I e II, na época em que as cursei, de um modo geral, todo o conteúdo era dado. Tanto o Prof. André quanto o Prof. Hélio Siqueira da Silveira varriam todo o conteúdo programático da disciplina.

E: Essa disciplina de geometria analítica, ela era mais voltada para auxiliar a formação do professor ou serviu como pré-requisito para cálculo?

S: Olhe, as disciplinas de Geometria Analítica I e II eram lecionadas, respectivamente, em paralelo com os Cálculos I e II. Muitos de seus tópicos estão relacionados a conteúdos dos Cálculos bem como de outras disciplinas, mas não era pré-requisito para Cálculo, ela é uma disciplina que complementa a formação do aluno.

E: Os alunos tinham muito dificuldades que você me falou. Eles tinham interesse por essa disciplina?

S: Olhe, em se tratando do aluno do Curso de Engenharia, o interesse por essa disciplina é de um modo geral o mesmo que ele tem para com as demais do Departamento de Matemática do ICE. Não têm aquela paixão pela Geometria Analítica nem pelo Cálculo. Na realidade, sem ter a intenção de generalizar é claro, o aluno da Engenharia não vê o ICE com bons olhos, ele fica ansioso para cursar as disciplinas do ciclo profissionalizante. O aluno fica louco para sair do ICE e ir para a Faculdade de Engenharia. Os alunos da Engenharia, de um modo geral, cursam todas essas disciplinas para cumprir uma exigência para poderem, posteriormente, cursar as demais disciplinas do ciclo profissionalizante da Engenharia. Naquela época, não era diferente. Mas havia alunos do Curso de Engenharia que se interessaram e apresentavam excelente desempenho em disciplinas do ciclo básico, muitos dos quais se tornaram membros do corpo docente do Departamento de Matemática, alguns em dedicação exclusiva e outros em tempo parcial, compatibilizando a atividade profissional com o magistério. Naquela época, o corpo docente desse departamento era formado basicamente de engenheiros e que eram excelentes professores.

Além do mais, se o egresso for cursar uma pós-graduação, dependendo da área escolhida, ele irá utilizar mais dos conteúdos que aprendeu dentro do ICE do que dentro do ciclo profissionalizante do Curso de Engenharia.

E: Analisando as atas do departamento de matemática existe um registro que em Julho de 1977, o prof. Hélio Siqueira pede remoção para o departamento de transportes na engenharia. Você se lembra desse fato?

S: Olhe, eu me lembro de que, quando eu entrei no Departamento de Matemática em 1974, o prof. Hélio Siqueira era membro do departamento e ali se manteve por algum tempo. Eu não tinha essa data como um marco, eu me lembro de que ele tinha num dado momento se afastado do Departamento de Matemática e ido para a Faculdade de Engenharia, mas não há nada que eu possa acrescentar com relação a essa informação. Eu me lembro do fato, mas não me lembro dos motivos que o levaram a pedir remoção para a Engenharia, o que o levou a abandonar o Departamento de Matemática e passar para a área de transportes. É possível que essa área fosse pertinente à sua atividade como engenheiro e, provavelmente, isso pode ter contribuído? Sim, mas são hipóteses, simplesmente.

E: Fosse de mais interesse dele.

S: Dele mesmo!

E: Sonia, gostaria de acrescentar mais alguma coisa em relação ao curso de geometria analítica, do que você lembra, como era o curso, da criação do curso de matemática?

S: Mencionei, rapidamente, no início da nossa conversa, mas talvez valha a pena detalhar. O Curso de Licenciatura Plena em Matemática, no início, foi criado na forma de um curso seriado dentro da Faculdade de Filosofia em Letras. A proposta inicial do curso de Matemática, em 1968, pretendia fazer um nivelamento com os alunos ingressantes de modo a prepará-los para o aprendizado das disciplinas da área de Cálculo e Geometria Analítica e das demais de escopo mais avançado. Mas não se chegou a realizar isso dentro da Faculdade de Filosofia, pois apenas um ano depois esse perfil foi totalmente alterado e, em 1969, uma nova grade curricular foi implantada dentro do sistema de créditos. Aqueles que ingressaram em 1968 passaram, no ano seguinte, em 1969, a cursar as disciplinas dessa nova grade junto com os alunos que fizeram vestibular para a Licenciatura em Matemática em 1969. Ou seja, as turmas de 1968 e 1969 se juntaram numa só turma e começaram a fazer todo o curso no sistema de créditos. Nessa época, tomamos contato com a Geometria Analítica e com os Cálculos do Curso de Matemática juntamente com os alunos do Curso de Engenharia. É, basicamente, do que eu me lembro desta época. Fomos para a Faculdade de Engenharia, onde permanecemos por um período de um ano aproximadamente e depois, em 1970, assim que o Campus Universitário ficou em condições de nos abrigar, mesmo que em condições precárias, o Curso de Matemática passou a funcionar nas instalações do atual ICB até que as plataformas do ICE e da Engenharia acabassem de ser construídas. Então, nós participamos dessa transição na Universidade Federal de Juiz de Fora, com relação à criação do Campus Universitário e das faculdades passarem a ali se instalar.

Ok Sonia, foi ótimo te entrevistar. Muito obrigada. Você me ajudou bastante.

Anexo B

Transcrição da entrevista com o Professor Lorival de Souza Lima (Realizada pela autora deste trabalho)

E: Inicialmente, gostaria que o sr. me falasse sobre sua formação, em qual ano, qual universidade...

L: Formei-me em Matemática na Universidade Federal de Juiz de Fora, em 1970. Fui da primeira turma com doze alunos. Trabalhei um ano nesta Universidade e fui fazer Mestrado na Universidade Federal do Rio de Janeiro. Meu trabalho de dissertação foi em Álgebra.

E: E o sr. posteriormente foi professor da universidade?

L: Sim.

E: O sr. lembra o ano que começou?

L: Comecei na Universidade em 1974.

E: Então o sr. iniciou mesmo na universidade....

L: Sim, iniciei na Universidade em 1974, trabalhei um ano, me afastei para fazer mestrado. Voltei, continuei dando aulas de Cálculo, Introdução às Variáveis Complexas e depois no final da minha carreira dei aula de Geometria Analítica. Gostava muito de Geometria Analítica.

E: No início assim, o sr. não começou com a geometria analítica?

L: Não. No início dei Cálculo, Álgebra Linear, Introdução à Variáveis Complexas. Todos os Cálculos. Era Cálculo I e II. Cálculo Avançado I e Cálculo Avançado II.

E: E se lembra dos professores que lecionaram geometria analítica, mais ou menos assim quando o sr. começou?

L: Lembro. Os professores eram Wilson Adolfo, professor também apaixonado pela Geometria Analítica, bom professor, os alunos gostavam muito dele. Tinha o professor André Hallack também deu Geometria Analítica.

E: Se lembra do prof. Hélio Siqueira?

L: O Hélio Siqueira, foi meu professor de Geometria Analítica. Ele escreveu uma apostila de Geometria Analítica, ele e o André Hallack eram professores de Geometria Analítica depois ficaram o Wilson Adolfo e eu.

E: Se lembra desse material que o prof. Hélio Siqueira usava no início, quando o sr. foi aluno?

L: Ele fez várias apostilas: de Cálculo Vetorial, de Geometria Analítica.

E: Seriam essas?

L: Essas aí. Geometria Analítica, Geometria Analítica no Espaço, Geometria Analítica Plana, acho que tinha mais.

E: É tem mais apostilas sim, mas é que as principais...Na verdade eu trouxe estas apostilas, porque assim como no início, a gente tem uma referência de que era esse material que o professor usava. O sr. como aluno, então, se lembra desse material? Ele era usado por muitos professores?

L: Não, era usado mais pelo Hélio Siqueira mesmo. Usava no curso de Engenharia. Nós usamos a apostila para consulta. Era uma apostila boa, tinha muitos exercícios, e era uma apostila só de Geometria Analítica. Mas usava outros livros também.

E: E mais no início né?

L: É.

E: O sr. tinha um material, livro que adotava?

L: Eu indicava uma série de livros, mas sempre gostei de preparar a minha aula escrevendo a matéria do meu jeito, sempre gostei de escrever a matéria no quadro, os alunos anotavam e nunca reclamaram, Sempre gostei de dar aula deste jeito.

E: Inclusive, o sr. foi meu professor como lhe falei, tenho seu material tudo organizado, e é um professor muito querido. Eu encontro com outros colegas que foram alunos do sr. e eles fazem referência ao seu material, eles falavam que o sr. tinha um caderno mesmo...

L: Acho que a gente preparando a aula num caderno... Cada um tem um jeito de dar aula, eu respeito, mas o meu esquema, é preparar a aula em um caderno. A gente enxuga o que quer e com objetividade, vê se o exemplo tá bom ou não. Você dá um curso e no segundo curso, você pode aparar algumas arestas. Gosto de dar aula assim, acostumei a dar aula assim e os alunos gostam também.

E: Eu percebi naquele material que me emprestou o caderno, que na bibliografia o sr. colocou algumas referências, entre elas, a dessa apostila do Hélio Siqueira. O sr. a colocou porque realmente esperava que os alunos consultassem esta apostila ou fez uso também dessa apostila em seu material?

L: Fiz uso dela no meu material.

E: Então essa apostila de uma certa forma foi uma referência...

L: Sim, ela fazia parte da bibliografia.

E: E como era o curso de geometria analítica? Ele era dividido em geometria analítica I e II?

L: Tinha Geometria Analítica no Plano, Geometria Analítica I e tinha Geometria Analítica II. Na verdade era Geometria Analítica e Cálculo Vetorial I. Geometria Analítica e Cálculo Vetorial II. A Geometria Analítica pode ser trabalhada com aspecto vetorial e pode ser trabalhada com aspecto algébrico. Ela trabalhada com aspecto vetorial é mais interessante. Neste caso o estudante tem que saber cálculo vetorial. A geometria analítica é muito importante, porque o estudante tem a oportunidade de pensar as coisas no espaço, imaginar e trazer aquilo para resolver algebricamente.

E: E o sr. se lembra se nesta apostila de geometria analítica do Hélio Siqueira, ele dava um tratamento vetorial, parece que foi uma das inovações assim da apostila dele não foi?

L: É isto foi, o tratamento vetorial.

E: Se lembra se para cursar a geometria analítica, precisava de algum pré-requisito?

L: O da Geometria Analítica e Cálculo Vetorial I, o pré-requisito é álgebra básica.. A Geometria Analítica e Cálculo Vetorial II precisa da Geometria Analítica e Cálculo Vetorial I. Outra coisa que precisa ter é noção de função. Por exemplo, você vai fazer gráfico de uma superfície no espaço, você tem uma função de duas variáveis: $z = f(x,y)$. Você faz, por exemplo, os traços, o que são os traços? São as interseções da superfície com os planos coordenados. Vão dar linhas, parábolas, elipses, circunferências, vai cair na Geometria Analítica plana então, para estudar Geometria Analítica no espaço é fundamental que o estudante saiba no plano..

E: E a geometria analítica, ela era pré-requisito para outra disciplina?

L: Para o Cálculo. Você vai estudar funções de várias variáveis por exemplo, aparece nas funções de várias variáveis, derivada direcional, na derivada direcional aparece o gradiente, aparece aplicações do gradiente. E uma das aplicações do gradiente é você escrever a equação de um plano tangente a uma superfície. Você tem que ter o conceito do que é um plano, que um plano fica definido por um ponto e um vetor normal ao plano. Enfim, você usa muito fortemente lá. Para você escrever as equações de uma reta normal a uma superfície, você precisa das equações da reta na forma simétrica. Isto é tudo Geometria Analítica. Isso é pré-requisito, mas é muito pré-requisito mesmo. Quando o prof. pega uma turma de Cálculo e não tem estes pré-requisitos, fica difícil. Já aconteceu comigo, você tem que parar e fazer um estudo de plano e de reta para então prosseguir no estudo de funções de várias variáveis.

E: E o sr. lecionava geometria analítica no curso de matemática ou para outros cursos também?

L: Matemática, Física e Engenharia.

E: E provavelmente, eles às vezes entravam na faculdade, já tinham esta disciplina. Alguns cursos, né? talvez...

L: Um pouco de Geometria Analítica Plana era dada no segundo grau.

E: Mas, talvez eles chegassem na faculdade, já tendo esta disciplina no primeiro período. Alguns cursos...

L: Ah sim, entravam e já tinham a Geometria Analítica Plana no primeiro ano, no primeiro período.

E: E o sr. achava que o número de aulas era suficiente para cumprir a ementa, ou sempre ficava alguma coisa?

L: Eu dava quatro aulas por semana. É um número ideal para dar um curso de Geometria Analítica e Cálculo Vetorial I ou de Geometria Analítica e Cálculo Vetorial II. É o suficiente.

E: E esta disciplina, era mais voltada no caso para matemática, ela era mais voltada para auxiliar o professor ou ela servia mesmo mais como pré-requisito para o cálculo?

L: Era pré-requisito para o Cálculo. Era fundamental para o Cálculo. Tinha uma vantagem também de abrir a mente do estudante. É uma matéria de muito raciocínio. Tem muito tempo que não dou Geometria Analítica. Tem muitos problemas que você tem que ficar imaginando as coisas no espaço para montar algebricamente.

E: No caso da geometria analítica, os alunos tinham interesse por essa disciplina? Quando lecionou, o sr. se lembra se eles tinham interesse, se tinham muitas dificuldades, se tinha muita reprovação?

L: Não. Os alunos gostavam da matéria. Eles tinham interesse. Felizmente também eu gostava. Igual o Wilson Adolfo que trabalhava comigo, também era um ótimo professor. Isto tudo ajudava. Porque, em qualquer disciplina, não só em Geometria Analítica, o professor tem influência. Eles gostavam. E houve um tempo também que eu trabalhava com Cálculo e o Wilson Adolfo trabalhava com Geometria Analítica. A gente precisava muito rapidamente

da matéria que o Wilson Adolfo dava e eu aplicava imediatamente no Cálculo. Então eles entendiam, eles percebiam a utilidade da matéria. Depois, tem muita matéria que a gente estuda em matemática... Aliás esses dias nós fizemos um trabalho de iniciação científica lá em Muriaé, de máximos e mínimos, tem muitos assuntos em Matemática que você não tem aplicação imediata, pode até acontecer isso com a Geometria Analítica. Você não tem aplicação imediata. O aluno às vezes faz uma pergunta para gente... professor para que serve isso? Eu até passo isso muito para meus alunos. Tem assunto que não tem aplicação imediata. Mas, isto pode ser pré-requisito para outros assuntos que vão ter aplicações imediatas. Cito um problema de máximos e de mínimos, por exemplo, construindo uma lata de forma cilíndrica. Quais devem ser as dimensões do raio da base e da altura, para que se gaste o mínimo de material para fabricar a lata, uma lata com tampa. Então, a gente demonstra usando o cálculo que o raio da base vai ser a metade da altura. Você vê uma panela de cozinha, por exemplo, repare que a altura dela é do mesmo tamanho do diâmetro. Isto é para economizar material para fabricar a lata. Às vezes não respeitam muito isso, porque tem outros fatores que são levados em consideração, como por exemplo, embalar as latas numa caixa. Outro problema interessante é: um navio sai de um país A para um país B com mantimento para a tripulação e combustível. Se ele aumentar a velocidade vai gastar mais combustível, ele chega mais depressa e gasta menos alimentação. Se ele diminuir a velocidade, ele demora mais, gasta mais alimentação. Então, pode-se montar uma função para ver qual a velocidade que ele deve viajar e haver economia, combinando combustível-alimentação. Isto pode ser falado para qualquer menino de 8ª série, de 7ª série. Estou falando isto para você, você é professora, um aluno te faz uma pergunta: professora para que serve isso? Não sei. O aluno fala, então para que eu vou estudar? Se você fala, o problema do navio, você pode falar para um menino de 8ª série, não tem problema nenhum. Ele vai entender, puxa que bacana! Porque é bacana, você entendeu? Você aumenta a velocidade, vai chegar mais depressa, mas, gasta mais combustível e menos alimentação. Ao contrário, se você vai mais devagar, economiza combustível, mas demora mais, então aumenta o consumo de alimento.

E: E os alunos querem muito saber isto mesmo. Querem aplicação.

L: Querem aplicação imediata. Na Geometria Analítica, às vezes você não tem uma aplicação imediata, mas ela é ferramenta para outros assuntos, onde você vai ter aplicação. Isto vale em tudo. Vale em um modo geral.

E: Então, como falou em seu curso quando o sr. lecionava, não tinha tantas reprovações...

L: Não. Não tinham tantas. Era razoável.

E: E quando o sr. foi aluno do Hélio Siqueira, se lembra se os alunos tinham mais dificuldades? Se haviam mais reprovações?

L: Do Hélio Siqueira... não me lembro. Ele era bom professor. Mas, convivi com professores que não tinham muita preocupação. O professor às vezes cobrava demais do aluno. O que cabe na cabeça do estudante? Eu estava acabando até de escrever um discurso para uma turma de Muriaé, e falava isto. Posso até mostrar para você o que falei. Que o professor tem que saber o que cabe na cabeça do estudante. Ele não pode traumatizar o estudante com cobranças fortes demais. Depois eu li um pedacinho do que escrevi. Infelizmente tinha mais reprovações que hoje. A gente quando está começando a dar aula, tem um pouco de

medo de avaliar. Depois a gente vai ficando mais seguro. Já passei um menino, que estudava no Estadual à noite. Ele não aprendia nada de Matemática. Arrumei um jeito de passar o cara. E ele se deu bem. Na área de Português, ele era muito bom. Escrevia muito bem e se deu bem na vida. Quer dizer, se eu travo esse cara, não ia resolver nada. Então, a gente tem que ter jogo de cintura, ficar muito atento. Sempre cobre. O estudante de Engenharia por ex. tem que ter um mínimo de conhecimento, de aprendizado, para ele poder prosseguir o curso. Tanto é que não tinha muita reclamação, os alunos sempre gostavam de mim. Uns aprendem mais, outros aprendem menos. Mas aprendem. Também a gente não tem que pensar que o aluno vai aprender tudo sempre na primeira vez. Não aprende tudo. Mas aprende bastante. Uns mais outros menos, dependendo do tempo, dependendo da disponibilidade dependendo da capacidade dele.

E: Avaliar é muito difícil.

L: Muito difícil.

E: E a gente só vai adquirindo isto mesmo com a experiência, com a prática que a gente vai vendo.

L: Isto.

E: Eu estou perguntando do material do Hélio Siqueira, não assim querendo saber do prof. Hélio Siqueira, o que interessa mais é, porque como a gente tem a referência assim que ele foi um dos primeiros professores de geometria analítica, ele era professor da engenharia, mas ele também estava no departamento e depois acho que ele saiu.

L: O material usado pelo Hélio Siqueira era bom, didático, tinha a teoria bem detalhada e muitos exercícios e aplicações, mas a aula do professor Hélio, no meu entendimento, era muito ditada. Lembro-me que ele costumava ditar “dois pontinhos, na mesma linha”

E: Ah, isto foi falado por outros professores também.

L: Numa aula de Geometria, você pode vibrar mais, você põe o problema no quadro. Vamos ver como é isso aqui e tal. Por exemplo, achar a interseção de uma reta com uma superfície esférica. O aluno tem que pensar. Uma equação do 2º grau com delta positivo, então a reta intercepta a esfera em dois pontos. Deu delta igual a zero, a reta tangencia a esfera. Deu delta negativo, a reta não toca a esfera. Estou pegando um problema simples que dá pra você entender o que eu quero falar. Quando ele resolve algebricamente, ele vai pensando o que está acontecendo no espaço. Por isto eu falo que ele raciocina.

E: No início, não tinham muitos livros em português. Então talvez o professor tenha iniciado com esta apostila.

L: Isto, a apostila dele foi muito importante neste sentido.

E: E os professores acabaram fazendo uso dela, até porque era o material naquela época que era completo, que atendia.

L: Era sim um material objetivo e completo.

E: E o sr. me falou, acho que já me respondeu que gostava da geometria analítica.

L: Demais. Apaixonado.

E: Tanto é que o sr. ficou muitos anos lecionando esta disciplina.

L: Gostava e gosto de dar aula de qualquer assunto que estudei, em Matemática, mas prefiro Geometria Analítica.

E: E o material que o sr. foi construindo, ele foi ao longo do tempo tornando-se um material mais completo ou o sr. sempre usou o material? Ele foi ficando mais refinado não é?

L: Vai ficando mais refinado, mais apurado, mas sempre a gente pode inovar alguma coisa.

E: Mas ele é fruto de sua experiência toda, do sr. lecionando...

E: Professor, gostaria de acrescentar mais alguma coisa?

L: Não é isso aí. **E: Então, muito obrigada.**

Anexo C

Transcrição da entrevista com o professor Ricardo Bevilaqua Procópio

(Esta entrevista foi realizada por Élide Teixeira da Silva, aluna de iniciação científica da professora Maria Cristina Araújo de Oliveira).

E: Pra gente começar eu queria primeiro que você falasse da sua formação, qual universidade, que curso você fez, em que ano você fez...

R: Eu me formei em 1974 aqui em Juiz de Fora, Licenciatura de Matemática. Fui pro Rio, fiz uma especialização em 75 e 76 e em 77 eu retornei a Juiz de Fora pra trabalhar na universidade. Então eu estou desde 1977 como professor aqui na universidade.

E: Como você fez o curso aqui na UFJF, quais as disciplinas relacionadas à Geometria Analítica você fez?

R: Eu fiz Analítica I e II nesse formato que está aqui. Era separado, 4 créditos a I e 4 créditos a II. Eu já adianto pra mim era o melhor formato que tem, provavelmente você vai querer fazer essa pergunta mais adiante, mas foi uma pena ter mudado porque os alunos não entram com uma bagagem boa em Analítica. Então eu acho que não é pertinente essa mudança, essa compactação da Geometria. Eu acho que faz muita falta para um bom entendimento do Cálculo, uma boa noção da Analítica. Acho que os alunos penam muito no Cálculo em função da deficiência da Analítica.

E: Você lembra quem foram seus professores?

R: Não. Eu sei que fui aluno do André Hallack, mas eu não me lembro se foi no Cálculo ou na Analítica. Fiquei pensando nisso e minha dúvida foi essa, se foi com o André Hallack. Eu me lembro dos professores, mas não consigo situar em qual disciplina que foi. Então não me recordo não.

E: Quais os livros que os professores adotavam, se vocês usavam?

R: A referência na época pelo menos na Analítica Plana era um texto... uma apostila do Hélio Siqueira. Que era uma referência aqui na universidade. Eram notas de aula e que virou um livro, era muito completo. Me recordo desse texto na Analítica Plana, já na parte da Analítica Espacial eu não consegui me recordar como é que trabalhávamos não. Se foi também o Hélio Siqueira ou se foi um outro texto. Não consigo me lembrar.

E: Mas você utilizava esse livro ou ele só estava na bibliografia?

R: Eu usava como aluno, o texto era recomendado e de fato a gente usava. Já como professor eu não gosto, nunca gostei de trabalhar com livro texto. Esse tipo de pergunta você pode até pular porque eu não tenho livro texto, não gosto.

E: Você já falou que se tornou professor do Departamento a partir de 1977. Nós temos essas ementas... quais dessas disciplinas você já lecionou?

R: Eu trabalhei Analítica I, trabalhei Analítica II, quando o formato era divisão: I pra Plana e a II para a Espacial. Depois juntaram numa disciplina só, Geometria Analítica Plana e Espacial com 4 créditos que eu também cheguei a trabalhar com ela. E agora esse formato atual do Sistema Linear e Geometria Analítica.

E: Esta também você já trabalhou com ela?

R: Inclusive esse período estou com uma turma de Geometria Analítica.

E: Você gostava de lecionar essas disciplinas?

R: Tudo que diz respeito à Geometria é a parte que eu mais gosto de trabalhar. Eu gosto da Geometria Plana, Espacial, da Geometria Analítica, tudo que fala dessa parte geométrica me interessa bastante trabalhar. Eu gosto.

E: Nós sabemos que GA e Geometria Analítica e Sistemas Lineares fazem parte da grade do curso de licenciatura em Matemática. As demais também faziam?

R: Sim.

E: Todas eram?

R: Se não me falha a memória, o único momento que houve uma disciplina específica foi esse Cálculo com Geometria Analítica, que se eu não estou enganado foi feito para a licenciatura de Matemática, direcionado para a Matemática. No mais eram disciplinas comuns: Matemática, Física, Química, as Engenharias.

E: Você lembra se Geometria Analítica e Cálculo Vetorial I e Geometria Analítica e Cálculo Vetorial II precisavam de algum pré-requisito?

R: A I não. Era primeiro período e a II precisava da I.

E: E elas eram pré-requisitos para outras disciplinas?

R: Para o Cálculo com certeza, se tinha mais alguma coisa eu não sei.

E: Então, como você falou elas eram lecionadas nos primeiros períodos...

R: Analítica I era primeiro e Analítica II era segundo, evidentemente para quem estava com a grade bonitinha, o que a gente sabe que não é muito comum.

E: Você falou que não usava e não gosta de adotar livro texto, então eu queria que você contasse um pouquinho da sua experiência como professor dessas disciplinas, como os alunos lidavam com elas, qual era a parte que eles tinham mais dificuldade...

R: Então primeiro o livro texto. Eu acho interessante para o aluno o confronto de ideias, então é uma coisa que eu sempre procurei desenvolver com eles: ler mais de um livro, ver mais de uma notação, mais de um enfoque, a matemática apresenta ideias diferentes, demonstrações diferentes. Então eu sempre achei legal que o aluno tivesse essa leitura de mais de um autor, por isso que eu nunca adotei livro texto e coisa minha também, eu gosto de escrever...

E: Mas você tinha suas próprias notas de aula?

R: Sim, mas também nunca muito elaborado não. Eu traçava meu roteiro, sabia o que eu tinha que trabalhar, tinha encaminhado as demonstrações, as propriedades, a medida que dava para fazer. Então nunca fui muito rígido com esse roteiro, com essa sequência não. Mas claro que sempre tive notas de aula, sempre escrevi alguma coisa a respeito. A dificuldade da Geometria Analítica Plana é a pouca base da Geometria Euclidiana. Então na hora que a gente começa a resgatar uma teoria da Geometria Euclidiana pra poder aplicá-la analiticamente, os alunos se esbarram no conhecimento da Geometria. Na Geometria Espacial, a dificuldade de visualização. Eu acho que é o grande problema, quer dizer o cara que já superou o problema, que na época era separado I e II, os alunos que já tinham

conseguido resolver o problema da Geometria Analítica Plana e da Euclidiana, estava na Espacial, aí era a questão da visualização e é um problema que a gente vê até hoje, por exemplo, quando eu trabalho com Cálculo III, integrais de superfície, integrais triplas, saiu daquela integral definida, integral de uma variável o aluno começa a ter dificuldade de fazer um desenho da região, de enxergar um domínio de definição, onde vai ser integrado. Por isso que eu estava dizendo no início que se a Geometria Analítica fosse melhor trabalhada teríamos menos dificuldade no Cálculo. Os alunos teriam uma condição melhor no Cálculo.

E: O número de aulas era suficiente para cumprir as ementas, ou sempre tinha que deixar algum conteúdo de lado?

R: Enquanto separado era excelente, dava pra gente trabalhar e aprofundar tanto a Geometria Analítica Plana quanto a Espacial. A partir do momento que juntou numa disciplina só começou a ficar mais difícil claro, você trabalhar o que antes era visto em oito créditos em quatro é uma coisa meio complicada. A gente tem que restringir um pouco do conteúdo e eu não gosto muito desse formato atual não, fica meio exagerado o conteúdo e acaba que alguma coisa a gente tem que deixar de lado. Por exemplo, a parte da Geometria Analítica Plana, a parte de rotação eu vejo muito superficialmente com os alunos, mostro pra eles como é que surgem as expressões de transformação de um sistema para outro, mas não me aprofundo muito não porque acaba não usando muito no Cálculo então a gente tem que direcionar. Mas eu acho que dá, a gente sabendo o tempo que tem pra desenvolver uma teoria cabe a gente ajeitar isso dentro do tempo. Essa questão de tempo não me preocupa muito não. É claro que quanto mais tempo mais aprofundamento teórico a gente dá.

E: Essas disciplinas eram mais voltadas para auxiliar a formação do professor ou serviam mais como pré-requisitos para Cálculo?

R: Ela nunca foi voltada para a formação de professores. As disciplinas de Matemática que tem uma multiplicidade de cursos trabalhando quando é voltada para algum curso acho que é mais voltada para as Engenharias que são mais predominantes, até por questão numérica, é uma questão conceitual. Você entra na sala e tem 40 alunos da Engenharia e 2 da Matemática, se você vai direcionar pra alguém você vai direcionar pra Engenharia. Então nunca houve um foco de matemática voltado para educação nessas disciplinas não. Exceto quando o professor poderia aproveitar um momento ou outro e a gente faz claro, mas a ideia é mais tratar conteúdo.

E: Os alunos tinham interesse por essas disciplinas? Tinham muitas reprovações?

R: Não é muito diferente do que é hoje, se você for buscar aí no tempo, fazer um resgate como era antes, acho que sim... tinham muitas reprovações, aprovações como você queira tratar isso. Não mudou muito não, a gente continua com os mesmos problemas, com os mesmos índices altos de reprovação hoje como era nos formatos antigos. Então não creio que esse formato novo tenha provocado problema nesse sentido de melhorar ou piorar o aproveitamento, a aprovação na disciplina. Eu não associo uma coisa com a outra não.

E: O próximo assunto seria a disciplina Cálculo e Geometria Analítica, mas que você falou que não...

R: Essa eu não tive a oportunidade de trabalhar com ela.

E: Em 2000, saiu de carga Geometria Analítica e Cálculo Vetorial I e Geometria Analítica e Cálculo Vetorial II e entrou Geometria Analítica.

R: É. Tem mais tempo não? É 2000?

E: Eu acho que é. No site tem mais ou menos quando elas entraram em carga.

R: Eu acho que tem algum lugar que fala mesmo.

E: Foi em 2000. Aí em 2009, por causa do REUNI, saiu Geometria Analítica...

(Ele olha a ementa de Cálculo e Geometria Analítica e diz:)

R: Anterior a 93?

E: É, pois Cálculo e Geometria Analítica é da mesma época que tinha Geometria Analítica e Cálculo Vetorial I e Geometria Analítica e Cálculo Vetorial II, elas andavam juntas por isso que a gente quer achar algum professor que realmente se lembre porque tinha essas matérias já que elas tinham até tópicos em comum.

R: É tem.

E: A gente queria saber justamente isso porque tinha as duas, para que alunos eram, para que cursos eram essas disciplinas, pois elas caminhavam juntas.

R: Eu acho que esse Cálculo e Geometria Analítica foi pensado no curso de Matemática, eu tenho essa lembrança, de que ela foi criada com esse objetivo.

E: Só pra gente enfatizar, você falou das mudanças, das perdas, que você prefere o modelo antigo, mas o que você acha que foram as mudanças mais drásticas?

R: Veja bem é uma preferência pessoal, eu acho que o aluno tem um aproveitamento melhor e é fundamental pro Cálculo um bom entendimento da Analítica então eu acredito que seria melhor para o aluno o formato antigo I e II. Fala-se muito que Analítica I era dada no Ensino Médio, mas a verdade é que os alunos entram sem um conhecimento, sem uma base legal para enfrentar o Cálculo.

E: Mas assim teve perdas de conteúdos que você acha que era importante e com a mudança esses conteúdos deixaram de ser dados?

R: Teve. Claro. Na Analítica I, formato antigo, víamos curvas que nem se menciona hoje, cicloides, hipocicloides e hoje a gente nem fala que existe esse tipo de curva. Não sei se isso é perda. Eu acho que ela é vista muito superficial, a verdade é essa. Nesse formato que ela está o aluno não tem uma condição legal pra ir pro Cálculo não. Acho que o grande problema não é a Analítica em si é que ela não está preparando bem o aluno para o Cálculo. Então se tivéssemos mais tempo pra preparar o aluno pro Cálculo eu acho que seria benéfico. Pessoalmente eu prefiro as coisas mais limpas “Eu vou entrar ali pra estudar o quê? Geometria Analítica. Eu vou entrar ali pra estudar Cálculo, Álgebra Linear”. Eu gosto das coisas mais direcionadas, então começa misturar muito numa mesma disciplina, um pouco do Cálculo, um pouco da Analítica, isso deixa o aluno meio perdido, pelo menos nas disciplinas iniciais eu achava que devia ser mais direcionado. Depois de um ano, dois anos de universidade mistura tudo, faz de qualquer jeito, mas até o aluno ter uma maturidade eu acho que seria mais interessante deixar claro para o aluno o que ele vai estudar naquela disciplina. A Geometria Analítica hoje não deixa, a gente começa estudando um pouco de sistemas, depois passa pra cálculo vetorial, vê analítica plana, vê só um pouquinho da espacial que depois vai ser vista no Cálculo II, então o aluno fica meio perdido.

E: Mas o pessoal fala que talvez essas novas mudanças foram justamente porque o aluno via Geometria Analítica e quando ele chegava no Cálculo ele tinha esquecido o que tinha visto e com essa nova reforma eles estavam tentando passar para o Cálculo porque aí via um pouquinho no Cálculo e...

R: Eu acho que o problema não era bem por aí não, eu tenho uma leitura um pouco diferente. Eu entendo, entendia na época e discutia isso que a Geometria Analítica I deveria ser pré-requisito para o Cálculo I, porque na época no Cálculo I já se dava derivada, na época que Geometria Analítica era separada em I e II, no Cálculo I via-se integral, então no Cálculo I usava equações de curvas que os alunos estavam ainda estudando. Eu acho que o problema na minha leitura é esse. Não é porque o aluno esquecia, aluno esquece tudo. Eu esqueço. A gente esquece as coisas que estuda mesmo. Então eu acho que a dificuldade é que ela era dada meio que em paralelo. Você estava dando o pré-requisito real, Analítica I,

junto com o Cálculo. Interesse dos cursos em não atrasar o Cálculo, em trabalhar rapidamente a matemática. Eu credito à essa questão: de serem dadas em paralelo.

E: Tem mais alguma consideração que você queira fazer em relação às disciplinas que você acha que pode colaborar com a nossa pesquisa?

R: Eu acho que poderíamos ter. Isso é uma coisa que eu falo sempre no Departamento, as disciplinas mais voltadas para os cursos. Então a Geometria Analítica ela deveria ser direcionada ao curso. Hoje a gente trabalha com essas turmas de 100 alunos que mistura tudo, então o curso não tem uma cara, não tem uma definição e fica estritamente um curso de conteúdo. Aí fica difícil de você motivar um aluno, de trazer aplicações, quer dizer, “Que tipo de aplicações eu vou levar para a sala de 100 alunos? Uma aplicação para a Matemática, para a Física, para a Química, para a Computação?”. A coisa fica muito perdida, acho muito difícil motivar o aluno a estudar aquilo.

E: Ricardo, obrigada.

R: Só isso?

E: Só isso. Você colaborou muito, porque o que a gente precisava, o nosso enfoque maior é na formação de professores e isso você deixou bem claro que os cursos não eram e não são até hoje voltados para a formação de professores. E assim, infelizmente é isso que a gente está tentando pesquisar, ver porque não é assim.

R: O Departamento de Matemática alguns anos atrás eu acho que ele tinha uma preocupação até maior com isso do que tem hoje. Hoje o departamento claramente, na sua maioria, entende que Cálculo pra Licenciatura, pra Engenharia, pra Física, pra Bacharelado, pra Economia, é Cálculo. É tudo igual, você pode juntar todo mundo que é a mesma coisa. Eu me lembro que alguns anos atrás tínhamos uma leitura um pouco diferente. Quando não era feito uma disciplina voltada para o aluno, não era por uma questão conceitual, era uma questão de praticidade, não era possível dividir porque não tínhamos professores em número suficiente para dividir. Hoje aumentou-se muito o número de professor, a carga horária dos professores diminuiu, então a coisa é bem conceitual mesmo. As disciplinas são juntas porque entende-se que não é diferente.

E: Mas também aumentou muito o número de alunos. Aumentou o número de professores, mas aumentou a demanda, você vê turmas enormes, coisas que antes não tinha.

R: Exatamente. Pelo contrário, antes a gente brigava pra diminuir o número de alunos das turmas. Hoje parece que se briga pra aumentar o número de alunos e diminuir a carga

didática dos professores porque é uma forma de você dar menos aulas. Ao invés de dar duas turmas de 50, dá uma turma de 100 e aí fica impossível você direcionar isso, ainda mais na formação de professor que são cursos de baixa demanda. Os cursos de maior demanda eles ainda têm uma atenção maior quanto a isso.

E: Mas esse curso noturno que abriu de Licenciatura em Matemática, a gente olha a grade e vê matérias didáticas, você acha que aí nesse caso pode ser que essas disciplinas valorizem...

R: Acredito que sim. As que são específicas para o curso, não só de formação didática, mas também a...

E: Por que a noite só tem alunos...

R: Não. Eu estou dando Geometria Analítica à noite e é uma turma mista. Apesar de ser no mesmo horário, são duas turmas de Geometria Analítica noturna, eu pedi ao departamento que colocasse uma turma só com alunos de licenciatura e a outra colocasse Engenharia. Mas já que tínhamos 30 da Matemática, 30 da Física e 30 da Química, poderíamos montar uma turma de 90 alunos só para as Licenciaturas, o que já seria mais interessante na minha visão, mas nem isso o departamento se interessou apesar de ser no mesmo horário. Era só trocar, tirava daqui e colava lá, por isso que eu digo é uma questão hoje de conceito mesmo. Pensa-se que não há diferença, que não vai mudar nada se você direcionar o aluno pra formação profissional. Eu penso totalmente diferente, eu acho que deveríamos ter uma atenção maior pra isso.

Anexo D

Transcrição da entrevista com o ex-aluno (Realizada pela autora deste trabalho)

E: Então ex-aluno, gostaria de saber da sua formação, poderia me falar...

e: Eu nasci em 1934. Com 18 anos eu terminei o científico. Antigamente a gente fazia quatro anos de primário, depois quatro de ginásio, depois três de científico ou clássico, dependendo da atuação. Então, entrava pra escola com 6 anos. Hoje entra-se muito mais cedo. Eu vejo as minhas netinhas aí entrando com 4 anos, já estão frequentando aula. Entrava com 6 anos. Fazia 4 de primário, depois 4 de ginásio, depois 3 de científico. Então, seriam 6 e 4, 10, com 7, 17 anos você entrava não é? você estava em condições de fazer o vestibular. Aí a gente fazia o vestibular. Eu passei na primeira vez, no primeiro concurso e aí fiz 5 anos de Engenharia. 7, 17 com 5 são 22 anos. Foi mais ou menos, eu me formei com 23 por causa do meu aniversário em novembro, praticamente no fim do ano, então minha

formatura foi praticamente com 23 anos. Bem, a geometria analítica era uma das matérias básicas do curso de engenharia. Ela não era propriamente uma matéria da engenharia, era uma matéria mais ou menos básica pra você estudar depois a engenharia. Então, no primeiro ano da escola de engenharia a gente estudava muito essas noções básicas, essas disciplinas básicas: geometria analítica, cálculo integral, física, entendeu? Todas essas matérias. E algumas matérias mais relacionadas a engenharia a gente ia progressivamente...

E: Matérias específicas. e: Matérias específicas. Mas, no primeiro ano da escola, exatamente eram quase todas as matérias assim mais básicas não é isso mesmo? Inclusive matemática. E ele, o professor. de geometria analítica era o Hélio Siqueira: autor dessas apostilas, que aqui estão.

E: Hélio Siqueira Silveira. e: Hélio Siqueira Silveira.

e: Ele foi meu professor durante um ano. **E: Um ano.** Primeiro Ano. **E: Mas era por período a geometria analítica?** e: Não, na verdade ele deu durante o ano inteiro.

E: Então não foi só a geometria analítica, tinha outra disciplina também que ele lecionou?

e: É, Exato. **E: Ah, certo!**

e: Ele morava no Rio e as aulas dele em geral eram mais no final de semana entendeu? Ele viajava sempre do Rio pra vir aqui dar as aulas e, eu tive um relacionamento pouco mais próximo dele que os demais colegas meus, porque, ele morava muito perto da minha casa. Eu morava em São Mateus na Rua Tavares Bastos e ele morava na rua..., e ele ficava quando vinha aqui na casa de um outro professor João Simon, que era casado com uma irmã da esposa dele. Então eles pertenciam praticamente a uma mesma família. Então, quando ele vinha a Juiz de Fora, ele hospedava-se na casa do prof. João Simon que era na rua Luiz de Camões, lá em São Mateus, pertinho de onde eu morava. Morava na rua Tavares de Bastos, que são perpendiculares. Mesmo antes de ser o meu professor porque era o meu vizinho lá. Então eu tinha uma certa liberdade com ele, certo? E, qualquer dúvida que eu tinha eu o procurava pra me esclarecer. E quando eu comecei a ter aulas com o Dr. Hélio Siqueira Silveira, muitas vezes me surgiam dúvidas também, eu procurava o João Simon. E o João Simon, às vezes me encaminhava a ele, nas épocas em que ele viria aqui em Juiz de Fora. Sexta, sábado, ele ficava por aqui. E voltava para..., porque ele trabalhava no Rio de Janeiro. Mas, eu sempre admirava muito o conhecimento que ele tinha daquela área sabe? Geometria Analítica. Era um prof. muito, muito competente, muito assíduo. Não..., de jeito nenhum você podia tá tranquilo que ele não falhava de jeito nenhum, nenhum dia apesar de morar fora, ele sistematicamente naquele horário ele estava lá, estaria sempre na aula. A escola de engenharia ainda era num prédio antigo na avenida Rio Branco, ali pertinho do Parque Halfeld, defronte daquela rua, uma ruazinha que sai ali paralela à Marechal Deodoro, descendo a rua Halfeld, Marechal Deodoro. Faltou o nome dela aqui agora. Mas, a escola de engenharia era ali naquele prédio e, então os alunos tinham um respeito muito grande exatamente pela competência dele na área. Ele abordava qualquer dificuldade com extrema tranquilidade, com absoluta competência. Era um professor que tinha um conceito muito bom, muito alto perante quase todos os alunos entendeu? E, como ele dava um curso completo, dava essa apostila completa aqui, o pessoal tinha uma certa preocupação de estudar aquilo, porque senão era reprovado mesmo. Porque nesse aspecto ele era positivo. Se a pessoa não resolvesse as questões para a prova, não tinha saída não. Era reprovação. Ficava na dependência. Tinha muito aluno que ficava na dependência. Se fosse reprovado, uma ou poucas disciplinas, acho que

no máximo duas parece não me lembro bem, ele poderia passar pro ano seguinte, mas ficando com a dependência daquela disciplina, entendeu?

E: Ex- aluno, o sr se lembra dessas apostilas aqui. Chegou a estudar numa dessas apostilas? e: Mais ou menos.

E: Estudava toda ela, era visto todos os exercícios? e: Tinha que esgotar o assunto. **E: Esgotar o assunto.** e: Porque durante o ano ele passava toda a matéria transcrita no quadro ele mesmo escrevia, ele escrevia praticamente essa apostila no quadro. **E: Ah, escrevia no quadro...** e: Quadro negro, antigamente tinha um quadro negro. E ele passava aquilo tudo ali pra gente, ele tinha uma letra muito boa, muito clara, isso facilitava a gente acompanhar.

E: Mesmo com esse material ele escrevia? Mesmo tendo esse material ele passava no quadro?

e: Ele passava porque sempre quando uma pessoa tinha uma dúvida numa sequência qualquer, nada como ele ter aquilo no quadro assim mostrando para todo mundo. Naturalmente que na apostila ele expandia um pouco mais, ali no quadro ele fazia uma espécie de um resumo. Mas um resumo assim progressivo e entremeado de explicações, de explicações, responder a perguntas que eventualmente um aluno não entendesse. A gente fazia perguntas e ele respondia. Anexava alguns complementos pra explicar e tirar a dúvida do aluno. Então, mas na realidade, o conteúdo geral era todo transmitido no quadro negro e ali a gente conversava, e entendia... quando a gente fosse estudar na apostila em casa, já tinha sanado dúvidas que surgissem durante o aprendizado, você se informava diretamente com ele no dia da aula. E às vezes a gente poderia até pela apostila, estudar antecipadamente a próxima aula. Já tinha o material, era só estudar. Naturalmente que com o professor falando sobre o assunto é mais fácil, porque qualquer dúvida ele explica aquela dúvida, explica aquela dúvida imediatamente, sem você perder tempo. Então quando você fosse estudar após a aula era muito mais fácil o entendimento, porque ele já tem todas as dúvidas eventuais que pudessem ocorrer, ele já teria explicado sobre aquele assunto na aula, mesmo porque os alunos perguntavam. Essa liberdade da gente interferir, fazer uma pergunta na aula, sempre existiu. Mas é uma recordação muito boa. Ele tinha um conceito muito elevado diante de todos os alunos, pelo menos da minha turma. Era considerado um mestre de alta competência.

E: E, deixa eu fazer uma pergunta. Se lembra da geometria analítica, se ela era dividida em geometria analítica I e II ou foi só apenas uma geometria analítica?

e: Não, no meu período eu tenho impressão que eu não me lembro, se foi separado não, depois foi, depois nos cursos, porque antigamente era assim, eram 5 anos que você fazia. Não eram períodos não. **E: Ah, certo.** e: Depois que eu já tinha formado, muito tempo, depois que meus filhos foram estudar engenharia, aí já era por período, então todas as disciplinas foram subdivididas em períodos. Então tinha a analítica I e o período de analítica II. Mas, no meu tempo era um ano que você estudava, o primeiro ano você estudava a geometria analítica, toda ela.

E: Ah, então quando o sr. falou que ele ficou um ano ministrando uma disciplina, o sr. acha que deve ter sido a geometria analítica, que ele ficou o ano inteiro ministrando?

e: Não tinha..., depois até, até recentemente por exemplo, o prof. de uma mesma disciplina tem dois professores, um dá a parte I e o outro dá a parte II, com professores diferentes. Mas antigamente não, antigamente o ano era corrido, a gente fazia o vestibular e o primeiro ano, era o primeiro ano todinho, compreendeu? Depois vieram essas subdivisões de ano

para períodos. Primeiro semestre era o primeiro período, segundo semestre era o segundo período. Às vezes até mudava de professor pra mesma disciplina, mas tinham dois professores. Um dava a parte I e o outro dava a parte II.

E: Os alunos tinham dificuldade com essa disciplina. O sr. se lembra assim, o que eles achavam da geometria analítica?

e: Não, eu acho que justamente pela qualidade do professor ele era muito explícito sabe, a gente começava com ele logo depois do vestibular. O vestibular então a gente estudava todas aquelas matérias importantes que são básicas para você entender as subsequentes. Não é isso mesmo? Então, quando ele começava estudar com a gente geometria analítica, a gente tinha conhecimento sobre geometria e já tinha conhecimento sobre matemática não é isso mesmo? Então era fácil. Agora, fazer a análise da geometria matematicamente, que a geometria analítica é exatamente isso, a interpretação matemática dos conceitos geométricos de geometria. Por ex. a gente estuda equação da reta. No ginásio, no científico, a gente aprende o desenho da reta, o desenho da circunferência, o desenho da elipse. Na geometria analítica, você vai estudar a equação da reta, a equação da circunferência, a equação da elipse. Quer dizer, você já vai fazer uma análise matemática da formação daquela figura geométrica não é? Então, como a gente tinha feito o vestibular já, passos de álgebra, de matemática, a gente já tinha conhecimento razoável sobre aquilo. Então não havia muita dúvida quanto a isso. E a parte básica da geometria analítica era ensinada por ele, como é que se analisava por ex. teoricamente, matematicamente, como é que se chegava a equação daquela figura geométrica. Isso é exatamente a essência da geometria analítica. É a análise matemática da geometria do conceito geométrico.

E: O sr estudou com Hélio Siqueira e depois assim tinham outros professores que lecionavam a geometria analítica?

e: No meu tempo, no meu tempo, eu acho que era só o professor, geometria analítica era só o Hélio Silveira. Tinham dois professores nestas partes básicas, um era a geometria analítica e o outro era o cálculo diferencial e integral. A geometria analítica era com o Hélio Silveira e o cálculo diferencial e integral era com outro professor também daquela época, também todos dois já falecidos hoje. O que eu sei sobre ele é mais ou menos isso entendeu? Agora quem poderia falar bem mais, falar bem mais sobre a filosofia do professor Hélio Silveira e da vida particular dele, eu acho que ele nasceu no nordeste entendeu? A impressão que eu tenho, a ideia que eu tenho se não me falha a memória, ele era nordestino e veio trabalhar no Rio e do Rio que ele depois conheceu Juiz de Fora e veio dar aula aqui. Mas, quem conhece bem sobre essa vida particular dele, é o professor João Simon, que era professor de Portos, Rios e Canais, era um professor do último ano da escola de engenharia, do quinto ano, na época em que a gente já estava se formando e os dois eram praticamente parentes, casados com duas irmãs. Um dava a geometria analítica para o primeiro ano e o outro dava a disciplina de Portos, Rios e Canais pro quinto ano pra escola de engenharia. Mas esse professor eu encontrava com ele até poucos dias aí na rua Halfeld entendeu? Ainda era vivo. Talvez, se você conseguisse um contato com ele, conheceria mais detalhes específicos da atuação do professor Hélio Silveira, não só aqui em Juiz de Fora, como também no Rio.

E: Eh seria bom.

E: Mas, só fazer uma outra pergunta, o sr. se lembra se o prof. Hélio Siqueira ele era prof. da engenharia mesmo ou ele era do departamento de matemática ?

e: Não, não ele era professor da escola de engenharia. Antigamente não existia Universidade Federal de Juiz de Fora, então não existia esses departamentos. Era escola

de engenharia, independente das outras entendeu? Ela não pertencia a universidade, não existia universidade. Aqui tinha escola de engenharia, tinha a escola de medicina, tinha escola de odontologia. Não tinha universidade e ele era da escola de engenharia, simplesmente da escola de engenharia.

E: O sr. gostou dessa disciplina? Gostou de ter estudado?

e: Gostei. E ela realmente era uma disciplina importante porque depois subsequentemente as outras disciplinas dependiam sempre dela entendeu? Volta e meia lá na frente a gente tinha que ter conhecimento dela pra poder entender as subsequentes entendeu? Mesma coisa acontecia com o cálculo diferencial e integral, o resto da engenharia toda a gente..., todas as disciplinas tinham expressões de cálculo integral. Que a gente tinha que conhecer do cálculo integral e diferencial. Por isso elas eram dadas no primeiro ano, que vamos dizer é o alicerce pra engenharia entendeu? Do estudo da engenharia. São essas ciências matemáticas.

E: Na ementa quando vinha bibliografia, se lembra se vinha essa apostila dele na bibliografia, se constava a apostila dele ou não, o sr. se lembra de ter outros livros? e: Na bibliografia?

e: Não, eu acho que você podia desfrutar também geometria analítica sem ser através da apostila do Hélio Silveira, porque muitas vezes alguns alunos, alguns colegas meus, conseguiam inclusive exemplos de apostilas da faculdade lá do Rio de Janeiro entendeu? Da Universidade Federal lá do Rio de Janeiro. Eles traziam as apostilas às vezes do Rio, mas não tinha muita, muita diferença entre uma e a outra não, eram mais ou menos similares. A redação era diferente. Mais, não tinha muito o que mudar não, você fala sobre a equação de uma reta ela é, tem que ser a mesma equação em qualquer universidade, com qualquer professor, e dentro de qualquer apostila, não pode sair daquilo.

E: Mas, muda um pouco às vezes a abordagem do autor, aí essa abordagem aqui o sr. achava uma abordagem tranquila, a dessa apostila?

e: Muito boa, muito boa, muito compreensível, muito didática, e era o que mais se usava realmente aqui entendeu? Embora tivesse algum, um ou outro colega que viesse lá do Rio, e trouxesse uma apostila diferente, porque às vezes ele tem uma dúvida daqui, ele vai recorrer a uma outra bibliografia qualquer e, às vezes tinham colegas que tinham publicações de geometria analítica de outras universidades.

E: E essa apostila, ela é de geometria analítica plana, aquela lá é no espaço e essa aqui é análise vetorial. O sr lembra de ter visto todas essas apostilas, ou era apenas só a de geometria analítica plana que o sr. estudou? (verificando apostilas)

e: Não, eu lembro dessa aqui entendeu, essa aqui, essa análise vetorial, eu não lembro dele falar sobre isso não. Eu estudava mais por essa aqui, e geometria analítica no espaço, eh... a gente estudava também mais sempre com a apostila dele. Daquele tempo, elas são mais ou menos contemporâneas, 1968 oh, essa é 67 então, foram publicadas mais ou menos na mesma época e, mais pela bibliografia apresentada pelo próprio professor que lecionava a disciplina. Ele fazia a seleção do que era importante não é? No entender dele, e realmente a gente sentia que nas ocasiões em que no futuro em outras disciplinas, a gente precisava de algum conhecimento de geometria analítica, o que já se sabia aqui era perfeitamente suficiente para o entendimento subsequente. Não havia dificuldade para nós quanto a isso não, tanto que eu nunca comprei um livro de geometria analítica. Estudava pela própria disciplina do mestre Hélio Silveira.

E: Depois essas apostilas elas viraram um livro, não sei se o sr. conhece o livro está vendo?

e: Ah certo, essa aqui é a plana.

E: Eh, isso. Aqui é a plana também. Mas é que no começo era essa apostila, depois está vendo? Virou um livro? Já em... (verificando no livro)

e: Foi publicado um livro. Isso, é isso aqui já nem era do meu tempo!

E: Já é mais a frente. e: É, mais recente um pouco.

E: Então é isso, ex-aluno, tem alguma coisa que queira acrescentar?

e: Não, eu praticamente não me lembro de mais nada não. Eu me lembro apenas, mas não sei nem quanto tempo agora, quando eu soube da morte dele, que ele tinha morrido lá no Rio. Fiquei sabendo entendeu? Mas, não me recordo nem que ano que foi mais. Mas, não foi há muito tempo não. Ele morreu há cinco ou seis anos atrás que eu soube que ele tinha morrido.

E: Eh, não faz tanto tempo assim. Mas tá ótimo.

e: Mas, era um professor muito querido, muito querido, muito admirado. Ele era assim positivo sabe.

E: Os alunos pelo menos da sua turma, como o sr. falou...

e: responsável, muito...disponível, quando você precisava de uma explicação após uma aula, ele estava sempre disposto a permanecer com você dentro da sala, o tempo que você precisasse, para elucidar as questões, as dúvidas entendeu? Era de uma disponibilidade muito grande e isso é bom e enriquece muito a memória do professor perante o aluno. O aluno fica realmente impressionado com a disponibilidade dele. Realmente quando ele vinha do Rio, e permanecia aqui, ele não tinha outra coisa a fazer, senão atender aos alunos e dar a aula dele entendeu? Mas a gente sentia que tem outros professores que não davam aula e queriam logo ir embora. Tinham outros compromissos e ele não, ele parece que nasceu com o espírito de quem realmente tivesse um grande interesse pelo magistério.

E: Então, tá ótimo. Muito obrigada,

Anexo E

Transcrição das entrevistas com as professoras Maria Elisa Esteves Lopes Galvão e Vera Helena Giusti de Souza da USP

Obs: Estas entrevistas foram realizadas pela professora Maria Cristina Araújo de Oliveira e envolvem também outras disciplinas. Desta forma, apresentamos um pequeno fragmento que diz respeito somente à disciplina geometria analítica.

Maria Elisa Esteves Lopes Galvão

E: Fala um pouquinho da geometria analítica Como era a disciplina de geometria analítica? Era vetores e geometria analítica, como era o título se lembra?

M: Geometria analítica não existia. Quando eu fiz graduação, não existia geometria analítica.

E: Ah, quando você fez graduação não tinha?

M: Existia geometria analítica na Poli. Porque o cálculo além de ter tudo isso que eu te falei, continha geometria analítica. no segundo semestre eu acho, parte do segundo semestre e era incorporado no cálculo. O segundo semestre começava com um pouco de geometria analítica ou terminava com um pouco de geometria analítica, não me lembro ou era um pouco misturado e Equações Diferenciais.

E: Então foi a Iracema que deu?

M: A Iracema que deu.

E: A geometria analítica também?

M: A geometria analítica. pra quem, para o aluno que tem uma boa formação, você faz geometria analítica em duas semanas. A gente faz todo esse trili com a geometria analítica hoje, mas quando você tem alunos que estão preparados não tem nada.

E: E usava qual livro?

M: A Iracema usava, acho que o Schwarz. Um livro em inglês que aliás tinha uma parte de geometria analítica. bem feita viu?

E: Esse Schwarz tinha cálculo e vetores?

M: Eu acho que o Thomas tinha uma parte legal de geometria analítica. Eu uso às vezes o Thomas até hoje. A parte de vetores dele é muito boa, muito bem feita e muito bem integrada com o cálculo. Inclusive ele deduz o movimento planetário. Belíssimo livro de geometria analítica. Eu fui olhar, quando eu dei aula na Poli, eu fui olhar lá e terminei refazendo inclusive umas coisas que o Thomas fazia lá para alunos, muito bem feito. Ele tem uma cara assim e a versão nova dele ficou muito melhor ainda. Então, o próprio livro texto tinha já essa coisa dos vetores, geometria analítica incorporados no cálculo. Funções vetoriais, as curvas.

E: Não usava o livro do Boulos não?

M: Não. O livro do Boulos, essa coisa da geometria analítica e livro do Boulos era coisa da engenharia que depois foi incorporado no currículo da matemática, não sei te dizer exatamente quando. Mas, foi depois, bem depois. Eles começaram um pouco a unificar as disciplinas. Essa coisa da geometria analítica veio da Poli. Foi importado da Poli pro IME. Modelo geometria analítica.

E: Migrou.

M: Migrou. Uma migração da turma da Poli. A gente ganhou num pacote a mudança das disciplinas, aí entrou geometria analítica. A gente tinha cálculo I, II, III com tudo que tinha direito e mais geometria analítica incorporada.

E: E mais geometria analítica incorporada, depois que separou.

M: Depois que separou e aí a gente do bacharelado, retomava coisa inicial da geometria analítica. quando ia fazer geometria diferencial. Que aí você tinha lá as... com tratamento vetorial E aí foi o Hallly que deu que justamente entra a Poli, era da área. Aliás ele era professor de geometria analítica. da Poli eu acho.

E: E daí você chegou a dar aula de geometria analítica também?

M: Dei. Dei geometria analítica muitas vezes.

E: E aí neste modelo separado já.

M: Neste modelo separado. Quando eu dei aula geometria analítica já era o modelo separado. Muitas vezes. Aliás, eu aposentei dando geometria analítica. As últimas disciplinas que eu dei antes de aposentar foi geometria analítica e álgebra linear.

E: E que livro você usava Maria Elisa?

M: Eu usei o Boulos muito tempo. No finzinho tinha um livro de exercícios da Renate, do Mackenzie que era bastante bom. Ajudava bastante os alunos, que tinha mais exercícios. A última vez que eu dei álgebra linear, já era álgebra linear, eu usei um livro de álgebra linear interessante, tinha acabado de sair, era da springer, só não me lembro o nome, mas aí já era álgebra linear para a licenciatura. A última disciplina que eu dei. Era vetores e álgebra linear para a licenciatura.

E: Da springer?

M: Livro da Springer muito bem feito. Que fazia inclusive até diagonalização de um jeito bem simples. Porque ele só trabalhava com dimensões 2 e 3 que é o que os licenciados precisam. Um livro bem interessante. Depois eu perdi o contato com ele. Não trabalhei mais na álgebra linear na licenciatura. Só olhei este livro um semestre. Era um livro bem interessante. Mas aí já era com essa ênfase específica para a licenciatura. Não dava para fazer uma coisa mais geral. Tinha que fazer aquele tradicional que a gente tinha lá que funcionava certamente bem melhor. Porque licenciado não precisava tanto.

Vera Helena Giusti de Souza

E: Fala um pouco de geometria analítica, Vera. Você trabalhou com geometria analítica também não trabalhou?

V: Chamava vetores e geometria. Porque era com vetores desde o começo. No 1º semestre. Era o livro do Paulo Boulos. Quando eu trabalhei era o livro do Paulo Boulos.

E: Quando você foi aluna como é que foi geometria analítica?Tinha geometria analítica?

V: Era anual. Eu tive aula com o professor Geraldo que era parceiro do professor Benedito Castrucci. Eles trabalhavam com essa parte. E foi com vetores desde o começo.

E: E no plano ou no espaço?

V: No espaço.

E: No espaço.

V: Direto no espaço

E: Tinha livro ou tinha apostila quando você foi aluna lá.

V: Era o livro do Castrucci. Era vetores e geometria. Este livro eu devo ter lá em algum lugar.

E: Eu não conheço este livro.

V: Não sei se eu dei, eu acho que eu acabei passando este livro para a biblioteca.

E: Eu preciso ir lá de novo. Eu fui lá um outro dia. Da próxima vez que eu vier eu vou lá de novo.

V: Eu acho que chama vetores e geometria. Ele era branquinho assim. Mas era o livro do Castrucci. Junto com o professor Geraldo. Acho que nesta altura, era junto com o Geraldo.

E: Geraldo de?

V: Geraldo...Como é que é o nome dele? Ele era só mestre. E aí teve uma época lá na USP que eles mandaram embora quem não fazia o doutorado. Gente que era mestre há muito tempo e não se encaixava no doutorado, aí eles... e o professor Geraldo foi um. Ele era didata muito bom. Ao contrário do Castrucci né. O Castrucci era péssimo. Mas ele não. O que eu me lembro de vetores é que eu me encantei com os vetores e eu queria fazer tudo com vetores. O que não acontecia com a turma. A turma não queria usar vetores, queria usar coordenadas. Eu quando descobri os vetores foi assim...

E: Eles queriam trabalhar na perspectiva algébrica. E você queria trabalhar numa perspectiva geométrica.

V: Você colocava as coordenadas no vetor, você pensa geometricamente com vetores, eu achava aquilo genial. Com a ideia de produto escalar, produto vetorial, produto misto. E a turma queria passar para as coordenadas.

E: Fazer contas.

V: É, fazer contas.

E: A turma daí você fala quando eram os seus alunos.

V: Não, quando eu era aluna.

E: Ah, os seus colegas.

V: E aí quando eu fui dar aula de vetores, aí já era o livro do Paulo Boulos que também começa com vetores e os alunos tinham muita dificuldade. Também queriam passar para

coordenadas. Eu dizia: vocês estão aprendendo uma nova ferramenta. Vamos aprender a usar essa ferramenta. Que é a ferramenta vetores. Vocês vão ter que começar a pensar com vetores. Mas eles tinham muita dificuldade. A tendência era ir para a álgebra. Mas era no espaço, era num semestre. E no segundo semestre era álgebra linear.

E: No primeiro ano já?

V: Primeiro ano.

E: Então primeiro semestre era toda a geometria analítica inclusive superfícies.

V: A gente começava pelas cônicas, numa certa época.

E: Ah, começava pelas cônicas.

V: Numa certa época começamos pelas cônicas. Eu não me lembro se era a própria Iracema. Acho que foi a Iracema sim. Nós fomos trabalhar e ela disse assim, olha, os alunos aprendem a trabalhar com a parábola e com a circunferência, com círculo no ensino médio então, vamos começar com a parte algébrica das cônicas, porque ela sempre ficava para o final e quase sempre não dava tempo. Então, vamos pegar um assunto do ensino médio e vamos trabalhar o que era a hipérbole, a parábola, aí com coordenadas e depois a gente entrava com a parte de vetores numa certa época.

E: E aí tudo seis meses...

V: Tudo tridimensional.

E: Tudo no espaço.

V: A única coisa que era no plano eram as quádricas. Porque a ideia era voltar no final com as cônicas e voltar no final com as quádricas. E essas quádricas quase sempre ficavam meio que prejudicadas porque a gente não dava conta. Mas os alunos continuavam tendo problema. Quer dizer a tendência era trabalhar com coordenadas mesmo. Mas era o mesmo esquema, chegava lá, colocava exercício na lousa, pedia para algum aluno para dar alguma sugestão, mas era tipo giz e lousa. Papel e lápis. Então, aí já tinha mudado, porque chamava de vetores e geometria já era semestral.

E: E antes quando você fez chamava como?

V: Vetores e geometria. Só que era anual. Mas eu acho que incluía álgebra linear no segundo semestre. Vetores e geometria, acho que incluía um pedaço de álgebra.. não me lembro.

E: Porque a tendência no cálculo foi diminuir um pouco os conteúdos. Aí na geometria analítica. como era isso? De um ano virou seis meses...

V: A gente fazia tudo.

E: Então aumentou a quantidade de conteúdos.

V: É, primeiro semestre dava conta da parte de vetores até produto misto, depois os alunos iam pra álgebra linear. Eu não me lembro, quando eu fiz se o tal do ano incluía a álgebra linear. Talvez viu? Chamava de vetores e geometria mas, incluía álgebra linear. Porque

quando entrei como eu falei, eu tinha aula com a Física e então o que acontecia, na aula de vetores e geometria a turma da Matemática saía da turma da Física, a turma da Física tinha álgebra linear enquanto a gente tinha vetores e geometria. Então capaz de ter sido semestral. Também foi semestral só que no segundo ano a gente tinha a parte de álgebra linear que foi também com o Geraldo entendeu? Os alunos da Física não tinham vetores e geometria, eles tinham álgebra linear, ao mesmo tempo que a turma da Matemática tinha vetores e geometria.

E: Eles já tinham álgebra linear de cara.

V: De cara. Primeiro semestre. Eles sofriam pra caramba. Era com o da Mato. Milton da Mato. A física. A física era com o Milton da Mato. E nós tínhamos vetores e geometria com o Geraldo no caso. Eh, acho que foi álgebra mesmo, preciso olhar no meu histórico então se está separado ou se é anual.

E: Você tem este histórico?

V: Tenho. Porque não consigo me lembrar de fazer álgebra linear no segundo semestre. Porque a gente tinha lógica, a gente fez mais disciplinas do que se faz agora. Bem mais.