

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Victor Ferreira Junqueira

A produção de significados de estudantes do Ensino Médio
para as medidas de posição por meio de boxplots e tabelas

Juiz de fora
2026

Victor Ferreira Junqueira

A produção de significados de estudantes do Ensino Médio
para as medidas de posição por meio de boxplots e tabelas

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Educação Matemática
da Universidade Federal de Juiz de Fora
como requisito parcial à obtenção do título
de Mestre em Educação Matemática.
Área de Concentração: Educação
Matemática.

Orientador: Prof. Lupércio França Bessegato.

Juiz de fora
2026

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Junqueira, Victor Ferreira.

A produção de significados de estudantes do Ensino Médio para as medidas de posição por meio de boxplots e tabelas / Victor Ferreira Junqueira. -- 2026.

234 p. : il.

Orientador: Lupércio França Bessegato

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2026.

1. Educação Matemática. 2. Ensino de Estatística. 3. Raciocínio Estatístico. 4. Letramento Estatístico. 5. Pensamento Estatístico. I. Bessegato, Lupércio França, orient. II. Título.

Victor Ferreira Junqueira

A produção de significados de estudantes do Ensino Médio
para as medidas de posição por meio de boxplots e tabelas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de Concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 12 de janeiro de 2026.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Lupércio França Bessegato - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva - Membro interno

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Alexandre Krüger Zocolotti - Membro externo

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Juiz de Fora, 09/01/2026.



Documento assinado eletronicamente por **Lupercio Franca Bessegato, Professor(a)**, em 14/01/2026, às 13:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Amarildo Melchades da Silva, Professor(a)**, em 15/01/2026, às 20:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Krüger Zocolotti, Usuário Externo**, em 22/01/2026, às 14:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2819466** e o código CRC **BE6B2294**.

Dedico este trabalho à minha mãe, Norma, ao meu pai, Carlos, e ao meu irmão, Caio, pelo amor incondicional e pelo incentivo constante que me impulsionaram a alcançar este objetivo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus e toda a Espiritualidade Divina, por terem me guiado, dando-me força e sabedoria ao longo desta jornada, sustentando-me, cuidando de mim e concedendo-me discernimento durante o curso, não permitindo que eu tropeçasse nas dificuldades encontradas.

Aos meus pais, Norma e Carlos, e ao meu irmão, Caio, por todo o amor, apoio incondicional e incentivo constante.

Ao meu professor e orientador, Lupércio França Bessegato, por ter aceitado a me orientar, pela sua disponibilidade, pelos ensinamentos, incentivo, apoio, bem como pelas discussões e reflexões em seu gabinete que foram fundamentais ao longo da minha formação no programa.

Aos professores Alexandre Krüger Zocolotti, por compor as bancas de qualificação e defesa deste trabalho; Ronaldo Rocha Bastos, que compôs a banca do exame de qualificação e, por motivos de saúde, não pôde participar da banca de defesa; e Amarildo Melchiades da Silva, por suprir a ausência e participar da banca de defesa de dissertação, bem como pela orientação relativa ao Modelo dos Campos Semânticos. Todas as orientações e sugestões foram fundamentais para a realização deste trabalho.

Aos professores do PPGEM e aos convidados, que muito contribuíram ao longo da minha jornada.

Aos professores Lucas Ribeiro Ferraz, pelo auxílio na articulação do local de pesquisa, bem como pelo apoio e incentivo; e Fábio Ferreira de Araújo, por permitir a aplicação da pesquisa em suas aulas.

Aos alunos do IFRJ que gentilmente aceitaram ser os participantes do nosso ambiente de investigação e contribuíram com essa pesquisa.

Aos meus colegas do PPGEM, pelo carinho e por todas as risadas, em especial a Alessandra, ao seu marido, Marcelo, e às suas filhas, Laura e Letícia, que me receberam em sua casa e em seu coração.

Ao professor Mauricio Matos, pela correção do português na versão final deste trabalho.

À minha amiga, Vitoria Lycurgo, pela revisão do resumo em inglês.

Ao meu primo, Gustavo, e amigo, Mateus, por ter me escutado em momentos difíceis e pelo apoio e incentivo.

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho e fizeram parte dessa história.

*"Somos o que pensamos. Tudo o que
somos surge com nossos
pensamentos. Com nossos
pensamentos fazemos o nosso
mundo". (Buda)*

RESUMO

A Estatística está presente ao nosso redor o tempo todo. A Educação Estatística desempenha um papel crucial na compreensão de conceitos estatísticos do cotidiano para os estudantes. Diante disso, torna-se cada vez mais urgente formar cidadãos críticos, capazes de interpretar informações e dados estatísticos divulgados pelas mídias. Com base nessa necessidade, esta pesquisa tem como propósito potencializar o Raciocínio Estatístico de estudantes do Ensino Médio com as medidas de posição por meio de boxplots e tabelas explorando a compreensão crítica dos dados, principalmente no contexto socioeconômico. Para o Produto Educacional, foi desenvolvido um conjunto de tarefas e perguntas. Além disso, foi utilizado o apoio de tabelas com temas extraídos do cotidiano e apoiados em microdados do Censo de 2010 do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), permitindo aos alunos analisar e avaliar criticamente os dados apresentados. Um dos referenciais teóricos adotado foi o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), que proporcionou aos participantes serem motivados a produzirem significados relacionados aos conceitos abordados e o tema em estudo. A partir dessa produção de significados, os dados foram analisados com ênfase a potencializar o Raciocínio Estatístico, promovendo simultaneamente a compreensão de conceitos estatísticos. O estudo também discutiu estratégias elaboradas pelos estudantes, no sentido de minimizar possíveis confusões entre as medidas de posição e favorecer a articulação das tarefas com outras áreas do conhecimento. Além disso, destaca-se a aplicabilidade das propostas em contextos reais e com dados autênticos e de livre acesso, fortalecendo a interdisciplinaridade e a transversalidade do processo de Ensino e Aprendizagem em Estatística. A partir da análise das respostas e das falas dos estudantes, foi desenvolvido um aplicativo para o Ensino de Estatística utilizando a plataforma R Shiny, que é apresentado no Produto Educacional e nas Considerações Finais desta pesquisa, com o objetivo de fortalecer o processo de compreensão das medidas de posição.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Estatística. Raciocínio Estatístico. Letramento Estatístico. Pensamento Estatístico. Tecnologias Digitais. Modelo dos Campos Semânticos.

ABSTRACT

Statistics is present in our daily lives at all times. Statistical Education plays a crucial role in students' understanding of everyday concepts, as there is an increasing urgency to foster critical citizens capable of interpreting statistical information and data disseminated by the media. Based on this need, this research aims to enhance the Statistical Reasoning of high school students regarding measures of position through the use of boxplots and tables, exploring a critical understanding of data, particularly within socioeconomic contexts. As for the Educational Product, a set of tasks and questions was developed, supported by tables featuring everyday themes derived from the 2010 Census microdata of the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE). This approach allowed students to analyze and critically evaluate the data presented. The Semantic Fields Model (SFM) was adopted as one of the theoretical frameworks, encouraging participants to produce meanings related to the concepts and topics under study. From this production of meaning, the data were analyzed with an emphasis on enhancing Statistical Reasoning while simultaneously promoting the comprehension of statistical concepts. The study also discusses strategies developed by the students to minimize potential confusion between measures of position and to foster the articulation of tasks with other fields of knowledge. Furthermore, the applicability of these proposals in real-world contexts using authentic, open-access data is highlighted, strengthening the interdisciplinarity and transversality of the Statistics teaching and learning process. Based on the analysis of students' responses and discourse, a statistics education application was developed using the R Shiny platform. This tool is presented in the Educational Product and the Final Considerations of this research, aiming to strengthen the understanding of measures of position.

Keywords: Mathematics Education. Statistics Education. Statistical Reasoning. Statistical Literacy. Statistical Thinking. Digital Technologies. Semantic Fields Model.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Metas traçadas para o Ensino de Estatística proposto por Gal e Garfield (1999).....	44
Quadro 2 - Descrição dos níveis de Letramento Estatístico proposto por Watson e Callingham (2003).....	60
Quadro 3 - Descrição dos estágios/níveis de Letramento Estatístico proposto por Sharma, et al. (2011).....	62
Quadro 4 - Tipos de Raciocínio Estatístico proposto por Garfield e Gal (1999).....	67
Quadro 5 - Descrição do modelo geral dos níveis de Raciocínio Estatístico proposto por Garfield (2002).....	68
Quadro 6 - Tipos de Pensamento Estatístico fundamental proposto por Wild e Pfannkuch (2004).....	73
Quadro 7 - Termos que podem distinguir os três domínios proposto por Delmas (2002).....	80
Quadro 8 - Lista de níveis básicos de entendimento em relação ao Letramento de Dados proposto por Gould (2017).....	81

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo proposto por Gal (2002) para Letramento Estatístico.....	58
Figura 2 - Modelo PPDAC proposto por Wild e Pfannkuch (1999).....	72
Figura 3 - Dimensões do Pensamento Estatístico proposto por Wild e Pfannkuch (1999).....	73
Figura 4 - Raciocínio e Pensamento Estatísticos dentro do Letramento Estatístico proposto por Delmas (2002).....	77
Figura 5 - Relações entre Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatísticos proposto por Delmas (2002).....	78
Figura 6 - Modelo empírico proposto por Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021).....	79
Figura 7 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 1.....	104
Figura 8 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 1.....	104
Figura 9 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 1.....	105
Figura 10 - Registro escrito do aluno D (Casca de Bala) - pergunta 1.....	105
Figura 11 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 1.....	105
Figura 12 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 1.....	106
Figura 13 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 1.....	106
Figura 14 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 1.....	106
Figura 15 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 1.....	107
Figura 16 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 1.....	107
Figura 17 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 1.....	107
Figura 18 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 1.....	108

Figura 19 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 1.....	108
Figura 20 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 2.....	109
Figura 21 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 2.....	110
Figura 22 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 2.....	110
Figura 23 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 2.....	110
Figura 24 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 2.....	110
Figura 25 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 2.....	111
Figura 26 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 2.....	111
Figura 27 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 2.....	111
Figura 28 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 2.....	111
Figura 29 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 2.....	112
Figura 30 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 2.....	112
Figura 31 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 2.....	112
Figura 32 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 2.....	113
Figura 33 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 3.....	114
Figura 34 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 3.....	114
Figura 35 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 3.....	115
Figura 36 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 3.....	115
Figura 37 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 3.....	115
Figura 38 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 3.....	115
Figura 39 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 3.....	116
Figura 40 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 3.....	116

Figura 41 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 3.....	116
Figura 42 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 3.....	117
Figura 43 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 3.....	117
Figura 44 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 3.....	117
Figura 45 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 3.....	118
Figura 47 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 4.....	119
Figura 48 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 4.....	119
Figura 49 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 4.....	119
Figura 50 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 4.....	120
Figura 51 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 4.....	120
Figura 52 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 4.....	120
Figura 53 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 4.....	121
Figura 54 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 4.....	121
Figura 55 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 4.....	121
Figura 56 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 4.....	122
Figura 57 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 4.....	122
Figura 58 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 4.....	122
Figura 59 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 5.....	124
Figura 60 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 5.....	124
Figura 61 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 5.....	124
Figura 62 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 5.....	124

Figura 63 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 5.....	125
Figura 64 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 5.....	125
Figura 65 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 5.....	125
Figura 66 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 5.....	125
Figura 67 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 5.....	126
Figura 68 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 5.....	126
Figura 69 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 5.....	127
Figura 70 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 5.....	127
Figura 71 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 5.....	127
Figura 72 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 6.....	129
Figura 73 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 6.....	129
Figura 74 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 6.....	129
Figura 75 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 6.....	130
Figura 76 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 6.....	130
Figura 77 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 6.....	130
Figura 78 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 6.....	131
Figura 79 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 6.....	131
Figura 80 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 6.....	131
Figura 81 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 6.....	132
Figura 82 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 6.....	132

Figura 83 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 6.....	132
Figura 84 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 6.....	133
Figura 85 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 7.....	134
Figura 86 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 7.....	134
Figura 87 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 7.....	135
Figura 88 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 7.....	135
Figura 89 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 7.....	135
Figura 90 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 7.....	135
Figura 91 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 7.....	136
Figura 92 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 7.....	136
Figura 93 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 7.....	136
Figura 94 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 7.....	137
Figura 95 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 7.....	137
Figura 96 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 7.....	137
Figura 97 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 7.....	138
Figura 98 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 8.....	140
Figura 99 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 8.....	140
Figura 100 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 8.....	140
Figura 101 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 8.....	140
Figura 102 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 8.....	141
Figura 103 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 8.....	141

Figura 104 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 8.....	141
Figura 105 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 8.....	142
Figura 106 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 8.....	142
Figura 107 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 8.....	142
Figura 108 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 8.....	143
Figura 109 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 8.....	143
Figura 110 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 8.....	143
Figura 111 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 9.....	145
Figura 112 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 9.....	145
Figura 113 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 9.....	146
Figura 114 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 9.....	146
Figura 115 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 9.....	146
Figura 116 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 9.....	146
Figura 117 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 9.....	147
Figura 118 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 9.....	147
Figura 119 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 9.....	147
Figura 120 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 9.....	147
Figura 121 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 9.....	148
Figura 122 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 9.....	148

Figura 123 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 9.....	148
Figura 124 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 10.....	149
Figura 125 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 10.....	150
Figura 126 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 10.....	150
Figura 127 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 10.....	150
Figura 128 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 10.....	150
Figura 129 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 10.....	151
Figura 130 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 10.....	151
Figura 131 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 10.....	151
Figura 132 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 10.....	151
Figura 133 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 10.....	152
Figura 134 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 10.....	152
Figura 135 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 10.....	152
Figura 136 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 10.....	152
Figura 137 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 11.....	154
Figura 138 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 11.....	154
Figura 139 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 11.....	154
Figura 140 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 11.....	154
Figura 141 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 11.....	155
Figura 142 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 11.....	155
Figura 143 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 11.....	155
Figura 144 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 11.....	155

Figura 145 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 11.....	156
Figura 146 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 11.....	156
Figura 147 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 11.....	156
Figura 148 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 11.....	157
Figura 149 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 11.....	157
Figura 150 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 12.....	158
Figura 151 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 12.....	159
Figura 152 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 12.....	159
Figura 153 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 12.....	159
Figura 154 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 12.....	159
Figura 155 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 12.....	160
Figura 156 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 12.....	160
Figura 157 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 12.....	160
Figura 158 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 12.....	160
Figura 159 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 12.....	161
Figura 160 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 12.....	161
Figura 161 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 12.....	161
Figura 162 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 12.....	162
Figura 163 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 13.....	163
Figura 164 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 13.....	164

Figura 165 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 13.....	164
Figura 166 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 13.....	164
Figura 167 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 13.....	164
Figura 168 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 13.....	165
Figura 169 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 13.....	165
Figura 170 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 13.....	165
Figura 171 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 13.....	166
Figura 172 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 13.....	166
Figura 173 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 13.....	166
Figura 174 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 13.....	166
Figura 175 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 13.....	167
Figura 176 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 14.....	169
Figura 177 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 14.....	169
Figura 178 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 14.....	169
Figura 179 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 14.....	170
Figura 180 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 14.....	170
Figura 181 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 14.....	170
Figura 182 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 14.....	170
Figura 183 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 14.....	171
Figura 184 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 14.....	171
Figura 185 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 14.....	171

Figura 186 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 14.....	172
Figura 187 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 14.....	172
Figura 188 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 14.....	172

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Renda Média x Mesorregiões.....	99
Gráfico 2 - Renda Média x Mesorregiões (Municípios Atípicos).....	100
Gráfico 3 - Renda Média x Sexo (Todos os municípios do estado do RJ).....	101
Gráfico 4 - Porcentagem de dom. com saneamento inadequado x Classe populacional (Todos os municípios do estado do RJ).....	102
Gráfico F1 - Gráfico de pontos da média aritmética da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais (Apêndice F).....	219
Gráfico F2 - Gráfico de pontos da média aritmética e mediana da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais (Apêndice F).....	221
Gráfico F3 - Comparando a média aritmética e a mediana em distribuições simétricas e assimétricas (Apêndice F).....	222
Gráfico F4 - Gráfico de pontos interativos, com a entrada de registro errôneo no valor de 900 mg de sódio, ao invés de 340 (Apêndice F).....	223
Gráfico F5 - Representação gráfica dos quartis da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais (Apêndice F).....	225
Gráfico F6 - Representação gráfica de percentis da pontuação de um aluno em um vestibular (Apêndice F).....	227
Gráfico F7 - Representação gráfica dos possíveis outliers da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais (Apêndice F).....	229
Gráfico F8 - Gráfico de pontos da quantidade ideal de filhos para uma família classificada por gênero de cada estudante (Apêndice F).....	231

LISTA DE TABELAS

Tabela F1 - Quantidades de sódio e açúcar em 20 alimentos matinais (Apêndice F).....	218
Tabela F2 - Quantidades de sódio dos 20 alimentos matinais em lista ordenada de ordem crescente (Apêndice F).....	220
Tabela F3 - Quantidade ideal de filhos para uma família classificada por gênero de cada estudante (Apêndice F).....	231

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASA	<i>American Statistical Association</i>
ABE	Associação Brasileira de Estatística
ACEG	<i>Advisory Council on Economic Growth</i>
AED	Análise Exploratória em Dados
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CODAP	<i>Common Online Data Analysis Platform</i>
CBC	<i>Conference Board of Canada</i>
COVID-19	Doença do Coronavírus 2019
EM	Educação Matemática
ETV	Ensino Tradicional Vigente
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
EJA	Educação de Jovens e Adultos
GT12	Grupo de Trabalho 12 de Educação Estatística da SBEM
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IFRJ	Instituto Federal do Rio de Janeiro
IASE	<i>International Association for Statistical Education</i>
ICOTS	<i>International Conference on Teaching Statistics</i>
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MCS	Modelo dos Campos Semânticos
NCTM	<i>National Council of Teachers of Mathematics</i>
ODI	<i>Oceans of Data Institute</i>
ONGs	Organizações não governamentais

<i>PPDAC</i>	<i>Problem, plan, data, analysis, conclusions</i>
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
TCL	Teorema Central do Limite
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
<i>UNESCO</i>	<i>United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization</i>
<i>VIT</i>	<i>Visual Inference Tools</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

n	Observação/Tamanho
X	Variável aleatória quantitativa
$x_{(1)}$	Primeiro valor da observação
$x_{(2)}$	Segundo valor da observação
$x_{(n)}$	N-ésimo valor da observação
\bar{x}	Média aritmética
\sum	Somatório de todos os valores
x_i	Índice de observação
\tilde{x}	Mediana
$x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$	Ponto de posicionamento
$x_{\left(\frac{n}{2}\right)}$	Ponto de posicionamento
$x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}$	Ponto de posicionamento
%	Porcentagem
q_1	Primeiro quartil
q_2	Segundo quartil
q_3	Terceiro quartil
R	Amplitude
IQ	Distância Interquartil
LS	Limite superior

LI	Limite inferior
s^2	Variância
s	Desvio padrão
m_0	Moda
cv	Coefficiente de variação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	32
1.1	A ESCOLHA DO TEMA DE PESQUISA E A AMPLIAÇÃO DO OLHAR FORMATIVO.....	32
1.2	OS CAMINHOS PERCORRIDOS AO DESPERTAR DO PROBLEMA DE PESQUISA.....	35
2	REVISÃO DE LITERATURA E APORTE TEÓRICO.....	38
2.1	REVISÃO DE LITERATURA.....	38
2.1.1	Educação Estatística e Ensino de Estatística.....	39
2.1.2	Currículo de Estatística na Educação Básica.....	48
2.1.3	Tecnologias Digitais no Ensino de Estatística.....	51
2.2	APORTE TEÓRICO.....	57
2.2.1	Letramento Estatístico.....	57
2.2.2	Raciocínio Estatístico.....	66
2.2.3	Pensamento Estatístico.....	70
2.2.4	Relações entre Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatísticos.....	77
2.2.5	Letramento de Dados.....	80
2.2.6	Modelo dos Campos Semânticos.....	84
3	O PROBLEMA DE PESQUISA E O PRODUTO EDUCACIONAL.....	90
3.1	O PROBLEMA DE PESQUISA.....	90
3.2	O PRODUTO EDUCACIONAL.....	90
4	METODOLOGIA DA PESQUISA.....	92
4.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	92
4.2	O UNIVERSO DA PESQUISA E OS PARTICIPANTES.....	93
4.3	OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	94
4.4	ETAPAS DA PESQUISA DE CAMPO E A APRESENTAÇÃO DAS TAREFAS.....	97
5	ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS PRODUZIDOS NAS TAREFAS.....	104

5.1	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 1 DO QUESTIONÁRIO.....	104
5.2	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 2 DO QUESTIONÁRIO.....	109
5.3	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 3 DO QUESTIONÁRIO.....	114
5.4	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 4 DO QUESTIONÁRIO.....	118
5.5	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 5 DO QUESTIONÁRIO.....	123
5.6	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 6 DO QUESTIONÁRIO.....	128
5.7	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 7 DO QUESTIONÁRIO.....	134
5.8	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 8 DO QUESTIONÁRIO.....	139
5.9	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 9 DO QUESTIONÁRIO.....	145
5.10	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 10 DO QUESTIONÁRIO.....	149
5.11	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 11 DO QUESTIONÁRIO.....	153
5.12	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 12 DO QUESTIONÁRIO.....	158
5.13	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 13 DO QUESTIONÁRIO.....	163
5.14	ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 14 DO QUESTIONÁRIO.....	168
6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	174
	REFERÊNCIAS.....	179
	APÊNDICES.....	189
	APÊNDICE A - SLIDES UTILIZADOS NA PESQUISA DE CAMPO.....	190
	APÊNDICE B - GRÁFICOS DAS TAREFAS.....	192
	APÊNDICE C - TABELAS UTILIZADAS NA PESQUISA DE CAMPO.....	196
	APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO COM AS PERGUNTAS.....	208
	APÊNDICE E - TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA GRAVAÇÃO DE VOZ E/OU REGISTRO DE IMAGENS.....	213
	APÊNDICE F - MEDIDAS RESUMO.....	215
	F.1 MÉDIA ARITMÉTICA.....	217
	F.2 MEDIANA.....	219
	F.3 QUARTIS.....	223
	F.4 PERCENTIS.....	226
	F.5 AMPLITUDE E A DISTÂNCIA INTERQUARTIL.....	227

F.6 VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO.....	229
F.7 MODA.....	232
F.8 COEFICIENTE DE VARIAÇÃO.....	233

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, consideramos importante apresentar a introdução deste trabalho de pesquisa a partir de duas seções: a primeira refere-se à escolha do tema de pesquisa e à ampliação do olhar formativo¹, tendo como foco o processo de Ensino e Aprendizagem; a segunda, aos caminhos percorridos ao despertar do problema de pesquisa.

1.1 A ESCOLHA DO TEMA DE PESQUISA E A AMPLIAÇÃO DO OLHAR FORMATIVO

A escolha do tema de pesquisa deve-se à presença constante da Estatística em nosso dia a dia. Constantemente nos deparamos com dados estatísticos nas mídias tais como: telejornais, revistas, livros didáticos, redes sociais. No contexto de telejornais, frequentemente divulgam informações estatísticas a respeito de economia (taxa de desemprego), saúde (taxa de vacinação), segurança pública (índices de criminalidade), entre outros. No contexto das redes sociais, os dados estatísticos são usados em postagens para chamar atenção, embasar opiniões ou divulgar resultados de pesquisas de opinião. Além disso, observa-se a dificuldade de parte da população em interpretar e compreender as informações transmitidas pelos dados, mesmo com medidas que buscam resumir aspectos dos conjuntos de dados. Portanto, torna-se essencial que as pessoas compreendam os significados dos dados para além do que é apresentado, aplicando o conhecimento estatístico em diferentes contextos e exercendo plenamente sua cidadania.

Ao longo da prática docente como Professor de Matemática, atuando com diversos conteúdos da área e também de Estatística, observa-se que, de modo geral, os alunos apresentam dificuldades na compreensão de conceitos estatísticos. Verifica-se que os estudantes, frequentemente, se preocupam mais em encontrar uma solução por meio de fórmulas. Além disso, muitas vezes não entendem o que o resultado realmente significa. Alguns, por exemplo, se confundem ao interpretar dados e misturam conceitos estatísticos, tentando aplicar uma fórmula qualquer para

¹ O olhar formativo refere-se a uma perspectiva pedagógica voltada ao desenvolvimento contínuo, que concebe o processo de Ensino e Aprendizagem como formativo e reflexivo, buscando compreender as trajetórias individuais dos alunos e do professor, a fim de ajustar e aprimorar as práticas educativas, em vez de apenas classificar ou punir.

resolver o problema proposto, sem refletir sobre o assunto. Tais constatações indicam que apenas expor algum conteúdo é diferente de realmente ensinar a compreender o tema em estudo, pois muitos alunos operam mecanicamente, sem desenvolver uma reflexão crítica² sobre o problema proposto. Sendo assim, essas observações suscitam questionamentos acerca de como o Ensino de Estatística vem sendo desenvolvido no Brasil. Pode ser que a Estatística venha sendo tratada apenas como mais um conteúdo da Matemática propriamente dita, em detrimento de abordagens que enfatizem a análise, a interpretação e a discussão de informações estatísticas com conceitos estatísticos. Nesse sentido, não parece fazer sentido ensinar conceitos como média aritmética ou mediana de forma isolada, desvinculados de contextos, sem estimular a criticidade. A partir dessas reflexões oriundas da prática docente e considerando que a Estatística está presente praticamente em todos os aspectos de nosso cotidiano, como, por exemplo, em contextos de telejornais, redes sociais e livros didáticos, evidenciou-se a necessidade de dar continuidade à formação acadêmica, com foco na Educação Matemática (EM).

Com a minha chegada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), pude me relacionar com os colegas e os professores e conhecer um pouco mais sobre o programa. Isso me ajudou a estruturar respostas a essas inquietudes mencionadas anteriormente, além de criar outros questionamentos. Afinal, o que é Educação Matemática? O que os Educadores Matemáticos fazem? O que constitui fazer Pesquisa em Educação Matemática? A Educação Matemática é um campo científico ou profissional? Quais são as diferenças entre o campo científico e o profissional? Com essas indagações, fiz leituras de artigos, revistas, capítulos de livros na disciplina de Concepções em Educação Matemática, que é obrigatória no PPGEM da UFJF. Esse apoio me trouxe maior compreensão do campo, possibilitando-me a construção de reflexões próprias como Educador Matemático, vendo o porquê do surgimento desta área e como se deu sua consolidação como área de investigação científica no Brasil.

² Ao chamar de reflexão crítica, estou pensando como o estudante pode ser mais questionador em processos de análise e avaliação de ideias referente ao tema em questão.

As leituras propostas da revista *Temas & Debates*, publicada pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em 1991, mostraram-se particularmente relevantes para a consolidação das reflexões que fundamentam esta pesquisa. A revista se divide em seis artigos que discutem o processo de Ensino e Aprendizagem, com preocupações em sala de aula de Matemática que perpetuam até os dias atuais.

Esses textos ampliaram as reflexões acerca das metodologias de Ensino e Aprendizagem utilizadas usualmente na Educação Básica, em que os alunos operam sem uma reflexão aprofundada. Tal cenário evidencia fragilidades nas práticas pedagógicas, pois, dessa maneira, as definições e os teoremas são aplicados sem uma reflexão crítica. A seguir, apresentamos citações de alguns autores, referentes a alguns textos que estão na revista citada anteriormente. De acordo com D'Ambrosio (1991):

O conteúdo que tentamos passar adiante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil. Não que a Matemática seja inútil, e de fato ela é utilizada em praticamente todos os setores da sociedade, inclusive por indivíduos que foram reprovados e, na sua própria percepção, jamais foram bons em Matemática. Mas utilizam e manejam, mesmo sem perceber, elementos de Matemática (D'Ambrosio, 1991, p. 10-11).

Portanto, percebe-se que a mera repetição de exercícios e de aplicações de fórmulas pode estar predominando nas salas de aula. Assim, os alunos não conseguem perceber a Matemática presente em outras áreas de conhecimento e na vida cotidiana. Diniz (1991) salienta ainda que:

Acredito que o aprender Matemática só está realizado no momento em que o aluno é capaz de transformar o que lhe ensinamos e de criar a partir do que ele sabe. Caso essa autonomia de transformação e criação não exista, o que se tem é o aluno meramente adestrado, repetindo processos e resoluções criados por outros. [...] No caso da Matemática, o aprendizado está completo quando o aluno é capaz de resolver problemas e de propor seus próprios problemas, entendendo como problema todo obstáculo que mereça ser analisado e ultrapassado (Diniz, 1991, p. 36).

Com base neste pensamento, torna-se necessário investir em metodologias que avancem em relação aos aspectos didáticos, que são todos os elementos que envolvem o planejamento, organização e execução do processo de Ensino e Aprendizagem, neste caso, investir na criatividade do aluno e não em seu

adestramento. Assim, de acordo com D'Ambrosio (1991), uma postura de investigação elimina a transmissão de conteúdos metódicos e obsoletos, potencializando o processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática com uma abordagem mais crítica e reflexiva. Deve-se desenvolver, portanto, um raciocínio lógico, que é a capacidade de analisar informações e chegar a conclusões de forma estruturada e fundamentada, ou seja, em que o aluno responda às questões propostas, questione as respostas dadas e até consiga criticar as questões propostas. De acordo com Baldino (1991, p.52): "O discurso do Ensino da Matemática traz em si um silêncio explícito sobre a aprendizagem. Nosso objetivo, aqui, é desvendar a natureza e a função desse silêncio." Ou seja, compreende-se que este formato, baseado na repetição de fórmulas sem aplicação na vida cotidiana e reflexão crítica do tema em estudo, está obsoleto, uma vez que os alunos veem cada vez menos utilidade no que aprendem para suas vidas. Essa falta de percepção sobre a utilidade nos temas faz com que os alunos se desinteressem cada vez mais pela Matemática e Estatística. Sendo assim, não se mostra coerente conceber um Ensino desvinculado dos processos de Aprendizagem.

Por conta disso, essas leituras contribuíram para o aprofundamento teórico desta investigação e possibilitaram uma compreensão mais ampla da EM e sua influência nas diferentes áreas do conhecimento, como Geografia, Ciências da Natureza, Educação Física, entre outras, bem como nas vivências do dia a dia, por exemplo: no planejamento financeiro, na importância de saber interpretar dados em mídias ou analisar informações estatísticas presentes na sociedade, etc. Diante dessas reflexões expostas, com a intenção de pesquisar na área da Educação Estatística e o propósito de promover uma postura crítica³ dos alunos em relação aos conteúdos aprendidos, foram se constituindo os fios condutores da Revisão de Literatura [[capítulo 2](#)].

1.2 OS CAMINHOS PERCORRIDOS AO DESPERTAR DO PROBLEMA DE PESQUISA

Nesta seção, apresentamos os caminhos percorridos ao despertar do problema de pesquisa, a partir da Revisão de Literatura, com concepções ligadas ao

³ Ao chamar de postura crítica, estou pensando como o estudante pode analisar informações, fatos e situações de forma reflexiva, questionadora e fundamentada, em vez de aceitar tudo de forma passiva.

Ensino de Estatística na visão dos pesquisadores em Educação Estatística. A seguir, expomos um breve histórico da evolução da pesquisa acadêmica em Educação Estatística e em Ensino de Estatística, com foco em um Ensino que busque estimular constantemente a consciência crítica do sujeito [\[subseção 2.1.1\]](#). Em função disso, exploramos estudos de pesquisadores da área que discutem a importância do Ensino de Estatística nos documentos curriculares estrangeiros, no Currículo da Educação Básica e nas propostas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [\[subseção 2.1.2\]](#). Observando-se sua disponibilidade crescente, discute-se também o uso das Tecnologias Digitais no Ensino de Estatística, descrevendo principalmente a relevância das tecnologias e dos *softwares* educacionais no processo de Ensino e Aprendizagem [\[subseção 2.1.3\]](#).

O Aporte Teórico desta pesquisa fundamenta-se nas ideias, discussões e reflexões dos principais autores da área de Educação Estatística. Inicialmente, são abordadas algumas definições, assim como os modelos, os estágios, as dimensões e os três níveis dos domínios estatísticos: Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatísticos [\[subseção 2.2.1\]](#), [\[subseção 2.2.2\]](#) e [\[subseção 2.2.3\]](#). Em seguida, são apresentadas discussões a respeito das relações e interligações entre eles [\[subseção 2.2.4\]](#). Por sua importância e atualidade, destacamos o Letramento de Dados, que é apresentado como um conceito estendido do Letramento Estatístico [\[subseção 2.2.5\]](#). Por fim, na [subseção 2.2.6](#), apresentamos a estrutura e os elementos do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), elaborado pelo Educador Matemático Rômulo Campos Lins (1955-2017). Esse referencial teórico foi adotado para leitura e análise das tarefas na pesquisa de campo.

Essa Revisão de Literatura conduziu a uma indagação que associa o processo de Ensino e Aprendizagem de Estatística com a formação de uma consciência mais crítica dos alunos. Desta forma, surge o problema de pesquisa: **Investigar a produção de tarefas para o processo de ensino de medidas de posição para estudantes do Ensino Médio, por meio de boxplots e com o apoio de tabelas.** O objetivo principal é potencializar o Raciocínio Estatístico dos estudantes ao analisar significados produzidos por alunos do Ensino Médio a respeito das medidas de posição, ao realizarem um conjunto de tarefas didáticas por meio de boxplots, com o apoio de tabelas, buscando a compreensão e a aplicação das medidas de posição. Tal ação tem o intuito de explorar o conteúdo curricular de

maneira mais dinâmica e interativa, buscando também que o aluno desenvolva uma reflexão crítica sobre o tema abordado e que provoque a aplicação desse conhecimento em outros contextos sociais. Partindo dessas considerações, esta pesquisa fundamenta-se como qualitativa e exploratória relacionada à área da Educação Estatística. Os objetivos específicos são: i) Buscar o desenvolvimento do Raciocínio Estatístico dos estudantes no aprendizado das medidas de posição ao interagirem com os boxplots, com o apoio de tabelas; ii) Investigar a produção de significados dos estudantes, com base no Modelo dos Campos Semânticos, por meio de boxplots, com o apoio de tabelas no ensino das medidas de posição, considerando a leitura e a interpretação sobre o conjunto de dados.

No [capítulo 4](#) é apresentada a metodologia desta pesquisa, a qual está dividida em quatro partes: i) caracterização da pesquisa; ii) o universo da pesquisa e os participantes; iii) os procedimentos metodológicos da pesquisa; iv) etapas da pesquisa de campo e a apresentação das tarefas. Por sua vez, no [capítulo 5](#), foi apresentada a leitura dos significados produzidos pelos alunos nas tarefas na pesquisa de campo, fundamentados na teoria do Modelo dos Campos Semânticos (MCS). No [capítulo 6](#), as suas conclusões e considerações finais acerca de todo o investigativo da pesquisa de campo. Por fim, apresentamos os Apêndices desta Dissertação: os materiais utilizados na pesquisa de campo que estão disponíveis em: [Apêndice A](#), [Apêndice B](#), [Apêndice C](#) e [Apêndice D](#). O termo de autorização para gravação de voz e/ou registro de imagens (fotos e/ou vídeos) dos alunos para o desenvolvimento da pesquisa de campo, encontra-se disponível em: [Apêndice E](#). Já o [Apêndice F](#) é destinado aos professores e tem como propósito a conceituação do conteúdo de medidas resumo, tema pertencente à área da Estatística.

2 REVISÃO DE LITERATURA E APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, apresentamos a Revisão de Literatura com concepções ligadas ao Ensino de Estatística, na visão dos pesquisadores em Educação Estatística, e o Aporte Teórico que fundamenta nossa pesquisa. A seguir, expomos um breve histórico da evolução da pesquisa acadêmica em Educação Estatística e em Ensino de Estatística, com foco em um Ensino que busca estimular constantemente a consciência crítica do sujeito [[subseção 2.1.1](#)]. Em função disso, exploramos estudos de pesquisadores da área que discutem a importância do Ensino de Estatística nos documentos curriculares estrangeiros, no Currículo da Educação Básica e nas propostas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [[subseção 2.1.2](#)]. Devido à sua disponibilidade crescente, discute-se também o uso das Tecnologias Digitais no Ensino de Estatística, descrevendo principalmente a relevância das tecnologias e dos *softwares* educacionais no processo de Ensino e a Aprendizagem [[subseção 2.1.3](#)].

O Aporte Teórico desta pesquisa fundamenta-se nas ideias, discussões e reflexões dos principais autores da área de Educação Estatística. Inicialmente, são abordadas algumas definições, assim como os modelos, os estágios, as dimensões e os três níveis dos domínios estatísticos: Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatísticos [[subseção 2.2.1](#), [subseção 2.2.2](#) e [subseção 2.2.3](#)]. Em seguida, são apresentadas discussões a respeito das relações e interligações entre eles [[subseção 2.2.4](#)]. Por sua importância e atualidade, destacamos o Letramento de Dados, que é apresentado como um conceito estendido do Letramento Estatístico [[subseção 2.2.5](#)]. Por fim, na [subseção 2.2.6](#), apresentamos a estrutura e os elementos do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), elaborado pelo Educador Matemático Rômulo Campos Lins (1955-2017). Esse referencial teórico foi adotado para leitura e análise das tarefas na pesquisa de campo.

2.1 REVISÃO DE LITERATURA

Nesta seção, apresentamos a Revisão de Literatura com concepções ligadas ao Ensino de Estatística, na visão dos pesquisadores em Educação Estatística.

2.1.1 Educação Estatística e Ensino de Estatística

Ben-Zvi e Garfield (2004) salientam que a Estatística está ligada intrinsecamente ao cotidiano de toda a sociedade, embora, muitas vezes, seja vista apenas como um conjunto de fórmulas, com muitos conceitos complexos ou contraintuitivos, os quais dificultam bastante a tarefa de motivar o empenho dos alunos no aprendizado da Estatística. Esses autores apontam que estamos sujeitos inevitavelmente a uma profusão contínua e crescente de dados em todas as mídias, principalmente aquelas que estão presentes em nosso dia a dia. Assim nos tornamos involuntariamente receptores de uma avalanche de dados, os quais exigem constantemente atenção, discernimento e visão crítica para conseguirmos transformá-los em informações e em conhecimentos contextualizados. Nesse sentido, dados são entendidos como medidas ou observações que são coletadas como fonte de informação. Há diferentes formas de representar simbolicamente os dados, tais como números, texto, imagem, etc. Por outro lado, os autores também destacam que o conceito de dado na Estatística vai além da simples definição de sua representação. Os dados têm uma abrangência muito mais ampla, englobando: a compreensão de como eles representam a realidade; o modo como eles são coletados e organizados; a análise e a interpretação de seus significados; a maneira como eles podem ser utilizados para gerar conhecimento. Ao questionar os dados e as interpretações apresentadas pela mídia e por outras fontes, a Estatística, segundo os autores, permite que os alunos compreendam o mundo ao seu redor de forma mais crítica e informada. Dessa maneira, percebe-se que é importante que as pessoas sempre compreendam o significado além daquilo que é apresentado. Por outro lado, Ben-Zvi e Garfield (2004) salientam que muitos estudantes equiparam equivocadamente Estatística com Matemática, esperando que a atenção esteja focada em números, em cálculos, em fórmulas e em uma única resposta correta. Assim, a dificuldade que muitos alunos têm com os conceitos e os objetos matemáticos subjacentes (como frações, decimais, fórmulas algébricas, etc.) interfere no aprendizado do conteúdo estatístico relacionado. Para os autores, em muitos problemas estatísticos, o contexto pode levar os alunos a se basearem apenas em suas intuições e experiências, induzindo-os a erros. Destaca-se também que os alunos se sentem desconfortáveis com a profusão de dados nos problemas

estatísticos, com os distintos pressupostos e com as diferentes interpretações possíveis a partir deles. Além disso, a necessidade de uso abrangente de habilidades de leitura, de escrita e de comunicação impõe dificuldades adicionais na Aprendizagem.

Moore (1990, p.134) estabelece que “A Estatística tem alguma pretensão de ser um método fundamental de investigação, uma maneira geral de pensar que é mais importante do que qualquer uma das técnicas específicas que compõem a disciplina.” Neste sentido, Cobb e Moore (1997, p.801) salientam que na Estatística “os dados não são apenas números, são números com um contexto.” Assim, é necessário pensar estatisticamente sobre questões importantes e que permeiam as nossas vidas. Por sua vez, Cabriá (1994) aponta que:

A Estatística estuda o comportamento dos chamados fenômenos coletivos. Está caracterizado por informações sobre um coletivo ou universo, que constitui seu objeto material; próprio modo de raciocínio, o método estatístico, que constitui o seu objeto formal e algumas previsões para o futuro, o que implica um ambiente de incertezas, que constituem seu objeto ou causa final (Cabriá, 1994, p.22).

Vale também acrescentar que Wild, Utts e Horton (2018, p.7) afirmam que “A Estatística é uma metadisciplina, na medida em que pensa sobre como pensar em transformar dados em percepções do mundo real.” Ao se trabalhar com temas reais, é necessário refletir sobre o que será coletado e sobre qual será o processo dessa coleta, para depois verificar a consistência da informação obtida. Em outras palavras, segundo os autores, “Qualquer aprendizado substancial com os dados envolve extrapolar o que você pode ver nos dados que você tem sobre como isso pode se relacionar com algum universo mais amplo.” (Ibidem, p.11). Percebe-se, assim, que essa definição abrange amplamente os elementos do modelo *PPDAC*, proposto por Wild e Pfannkuch (1999) [[subseção 2.2.3](#)]. Por sua vez, a Associação Americana de Estatística [*American Statistical Association (ASA)*] define que a Estatística é “a ciência de aprender com dados e de medir, controlar e comunicar incertezas.” (Ibidem, p.6).

Segundo Batanero (2001), houve um crescente interesse nos problemas de Ensino e Aprendizagem de Estatística, refletido em uma extensa variedade de publicações, de projetos curriculares e de pesquisas relacionadas a esse tema. A

autora ressalta que, por volta do final do século XX, a Estatística foi amplamente incorporada nos currículos de Matemática para a Educação Básica além de estar em muitos currículos de Ensino Superior em diferentes países. Ela aponta também que esse interesse não é exclusivo da comunidade de Educação Matemática. As preocupações sobre as questões didáticas e a formação de profissionais e usuários de Estatística têm sido constantes. Ela cita, por exemplo, que as pesquisas sobre Raciocínio Estatístico tiveram um grande impacto no campo da Psicologia. Para a autora, especificamente no âmbito da Educação Matemática, o interesse pelo Ensino de Estatística está ligado ao rápido desenvolvimento da Estatística como ciência e de sua utilização crescente em pesquisa científica, na transformação das metodologias e técnicas de análise de dados, etc. Esse desenvolvimento acelerado foi impulsionado pela (à época) expansão da computação, com um crescimento significativo e vertiginoso da capacidade de armazenamento, da velocidade de cálculo e das possibilidades de comunicação. Todos esses elementos facilitaram a utilização crescente da Estatística, aumentando significativamente a demanda por qualificação e formação nessa área, exigindo, portanto, uma preparação maior dos Professores de Matemática para ministrarem aulas no Ensino de Estatística. Conforme apresentado também pela autora, os novos currículos da Educação Básica precisaram conter recomendações amplas sobre o Ensino de Estatística, embora, na prática, poucos professores abordassem ou incorporassem esse tema em suas aulas de Matemática

Outro ponto importante a ser abordado refere-se às situações em que o Ensino de Estatística é tratado de maneira muito breve ou de forma extremamente formalizada e algorítmica. Pfannkuch e Wild (2004) apontaram que a maioria dos métodos de ensino em uso se concentram no desenvolvimento de habilidades e falham em discutir a capacidade de pensar estatisticamente. Batanero, Burril e Reading (2011) destacam que o currículo de Estatística em muitas escolas foi reduzido a atividades nas quais os alunos recebem pequenos conjuntos de dados organizados e são solicitados a produzir gráficos estatísticos específicos, sem levar a uma reflexão crítica. Os autores salientam que esse Ensino de Estatística, baseado na aplicação de fórmulas, não estimula uma aprendizagem relevante dos alunos. Como resultado, os estudantes ficam mal preparados para entender conceitos estatísticos, principalmente em outros contextos sociais, além de terem

dificuldades em entender Estatística no nível superior, mantendo-os como adultos estatisticamente analfabetos. Os autores recomendam, mesmo para os níveis básicos de ensino, uma abordagem orientada para dados, ou seja, espera-se que os alunos possam: (i) conceber a estrutura de estudos estatísticos; (ii) formular questões de pesquisa; (iii) coletar dados usando observações; (iv) realizar pesquisas e experimentos; (v) descrever e comparar conjuntos de dados; (vi) propor e justificar conclusões e previsões baseadas em dados. Espera-se sempre que os estudantes lidem com dados conectados a contextos sociais, assumindo uma postura crítica na análise e interpretação dos dados. Além disso, os autores enfatizam a questão do abuso de dados em Estatística, em que a análise do contexto do problema auxilia na verificação da veracidade da informação. Os autores realçam a importância de desenvolver o Pensamento e o Raciocínio Estatísticos ligados a uma perspectiva mais crítica e não apenas ao conhecimento estatístico por meio de aplicação de fórmulas. O Ensino de Estatística com uma abordagem orientada a dados vem sendo enfatizado em muitos documentos curriculares em nível mundial, conforme exposto por Sharma (2017) [[subseção 2.2.1](#)]. Bargagliotti (2019) explica ainda que é necessário desenvolver o Letramento de Dados dos estudantes para poder responder ao crescente interesse pela Estatística na sociedade e para estimular a reflexão crítica e a capacidade de análise dos estudantes. Gehrke, *et al.* (2021), ressaltam também que o Ensino de Estatística deve adotar uma abordagem centrada em dados, incentivando o pensamento crítico dos estudantes e promovendo o Letramento de Dados. Além disso, Ridgway (2016, p. 529) enfatiza “a necessidade de criar currículos que dediquem mais atenção à interpretação de grandes conjuntos de dados”, lembrando que “a Estatística é sobre resolver problemas reais” (Ibidem, p. 531). Esse autor confirma que a ideia de previsão é conceitualmente simples, devendo ser introduzida desde cedo no currículo. Ele destaca que um currículo ampliado, com escopo voltado para a aprendizagem com dados, garante o envolvimento dos alunos em todas as fases da resolução de problemas estatísticos e permite também a conscientização dos alunos sobre os usos atuais dos conceitos e métodos estatísticos que permeiam diretamente suas vidas. Por outro lado, Gómez-Blancarte (2015) mostra, em geral, que os currículos programam a apresentação dos tópicos estatísticos apenas para o final de uma unidade ou nos últimos semestres/bimestres. Além disso, a dissertação de Mota

(2019) realizou uma análise em larga escala sobre o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM⁴), investigando o desempenho dos alunos nas questões relacionadas ao tema de Estatística. A autora constatou que os alunos apresentam baixo desempenho nas questões e enfatiza a necessidade de se trabalharem pesquisas na área de Educação Estatística, de modo que os pesquisadores possam potencializar o Ensino de Estatística por meio de abordagens metodológicas mais investigativas, fortalecendo o desenvolvimento do Letramento, do Raciocínio e do Pensamento Estatísticos. Assim, muitos professores e pesquisadores da área incentivam uma aprendizagem mais procedimental e fragmentada, em detrimento de uma abordagem conceitual e holística da Estatística.

Nessa busca para contemplar um Ensino de Estatística contextualizado a problemas, orientado por dados e com reflexão crítica, surgem iniciativas tais como a da Associação Internacional para Educação Estatística [*International Association for Statistical Education (IASE)*], da Conferência Internacional sobre Educação Estatística [*International Conference on Teaching Statistics (ICOTS)*], de seções específicas de Educação Estatística na Associação Americana de Estatística [*American Statistical Association (ASA)*], de revistas voltadas para professores que ensinam Estatística, tais como o *Journal of Statistical Education*, *Teaching Statistics*, *The American Statistician*, dentre outras. No Brasil, diversos grupos de estudo têm se dedicado ao Ensino de Estatística. Há o Grupo de Trabalho 12 (GT12) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), que foi criado durante o primeiro Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), em 2000. Este grupo é composto por pesquisadores e professores que atuam no campo da Educação Estatística com o objetivo de estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Probabilidade e Estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do processo de Ensino e Aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos. O GT12 também se dedica ao desenvolvimento de métodos e materiais didáticos, visando fortalecer o Letramento, o Raciocínio e o Pensamento Estatísticos, além de promover a divulgação de pesquisas, trabalhos e eventos científicos, contribuindo para o avanço da Educação

⁴ É um exame aplicado pelo governo federal que avalia o desempenho escolar dos estudantes ao término do Ensino Médio. Além de avaliar o conhecimento, o ENEM serve como porta de entrada para o ensino superior no Brasil, permitindo o acesso a universidades públicas e bolsas de estudo de até 100% em instituições privadas.

Estatística. Atualmente, há no Brasil em torno de 20 grupos de pesquisa oficialmente vinculados ao GT12, que trazem grandes contribuições para a área.

De acordo com Samá (2019, p.2), “desde a criação do GT12, a produção científica em Educação Estatística tem contribuído para as reflexões sobre o ensinar e aprender Estatística”, dando maior ênfase a essa importante área de pesquisa com foco no Ensino de Estatística. Ademais, há a Comissão de Assuntos Educacionais, da Associação Brasileira de Estatística (ABE), cujo foco é promover e atuar na elaboração de ações voltadas para a melhoria da qualidade do Ensino e Aprendizagem da Estatística em todos os níveis de ensino. Para tanto, essa comissão busca atuar de forma articulada com os órgãos governamentais, a sociedade e a comunidade científica, com o objetivo de se tornar uma referência nacional na área de Educação Estatística e na formação de recursos humanos.

No entanto, há uma ampla gama de associações, conferências e revistas compostas por pesquisadores de diversas partes do mundo, com o objetivo de fomentar o debate e a pesquisa, visando investigar e criar estratégias e ações para o processo de Ensino e Aprendizagem de Estatística em diversos níveis.

Para alcançar esses objetivos, Gal e Garfield (1997) propõem metas a serem estabelecidas no desenvolvimento do Ensino de Estatística, as quais são estendidas pelos mesmos autores em (1999). O Quadro 1, a seguir, apresenta essas metas e as descrições almejadas a serem desenvolvidas em cada uma delas.

Quadro 1 - Metas traçadas para o Ensino de Estatística proposto por Gal e Garfield (1999).

Metas	Descrição
-------	-----------

<p>Compreender o propósito e a lógica dos estudos estatísticos</p>	<p>Os alunos devem entender por que os estudos estatísticos são conduzidos e quais são as “grandes ideias” subjacentes às abordagens de estudos baseados em dados. Algumas dessas ideias incluem: a existência de variação, a necessidade de descrever populações por meio de coleta de dados e a necessidade de resumir numérica e graficamente os dados brutos, observando suas tendências e características principais. À medida que os alunos progredem na realização de estudos estatísticos, eles devem compreender a necessidade de: (i) estudar as amostras em vez das populações; (ii) inferir das amostras para as populações; (iii) entender a lógica subjacente aos processos de amostragem; (iv) compreender a noção de erro na medição e na inferência; (v) perceber a necessidade de encontrar formas de estimar e controlar erros. Algumas ideias adicionais importantes incluem a necessidade de identificar os processos ou os fatores causais e entender a lógica por trás dos métodos para determinar processos causais.</p>
<p>Entender o processo de estudos estatísticos</p>	<p>É importante que os alunos comecem a compreender a natureza e os processos envolvidos em um estudo estatístico e os fatores que afetam a concepção de um plano para a coleta dos dados. Isso inclui reconhecer como, quando e por que as ferramentas estatísticas existem e podem ser usadas para ajudar num processo investigativo. Os alunos precisam se familiarizar com as fases específicas de um estudo estatístico, incluindo: formulação de perguntas de pesquisa; planejamento do estudo; coleta, organização e análise dos dados; interpretação no contexto do problema; discussão das conclusões, das implicações das descobertas e das questões para um estudo futuro mais aprofundado.</p>
<p>Dominar o processo do estudo estatístico</p>	<p>Os alunos precisam dominar as habilidades utilizadas no processo de estudo estatístico, sendo capazes de: organizar dados, calcular os resumos pertinentes (média, mediana, moda, intervalo de confiança, etc.) e construir e apresentar tabelas e gráficos.</p>
<p>Entender as relações matemáticas</p>	<p>Os alunos devem desenvolver uma compreensão, intuitiva e formal, das principais ideias matemáticas que fundamentam os conceitos, os métodos e as apresentações gráficas. Isso inclui compreender a conexão entre os dados brutos e seus resumos (numéricos ou gráficos). Por exemplo, os alunos precisam ser capazes de explicar o que acontece com a média e a mediana quando os valores de dados são alterados.</p>

<p>Entender a probabilidade e o acaso</p>	<p>Os alunos devem compreender vários conceitos e interpretações relacionados com probabilidade e acaso. Por exemplo, eles precisam compreender conceitos e palavras da vida cotidiana relacionados com: o acaso, a incerteza e a probabilidade. Outras ideias importantes incluem o entendimento de que: a probabilidade é uma medida de incerteza; os modelos probabilísticos são úteis em simulações para estimar probabilidades; nossas intuições podem estar incorretas, levando a conclusões erradas sobre probabilidade de ocorrência de eventos.</p>
<p>Desenvolver o Letramento Estatístico e habilidades de contextualização e interpretação</p>	<p>Ao realizar um estudo estatístico, os alunos aprendem a interpretar os resultados e a ter consciência das limitações e de possíveis vieses nas generalizações que podem ser extraídas dos dados. Durante a realização desse processo, os alunos devem aprender a interpretar os resultados de um estudo estatístico e a apontar questões críticas e reflexivas sobre argumentos que se referem à análise e conclusões do estudo estatístico.</p>
<p>Desenvolver a capacidade de comunicar a análise e as conclusões de estudo estatístico.</p>	<p>Os alunos devem se tornar comunicadores eficazes para: discussão e apresentação de resultados de estudos estatísticos; crítica de hipóteses estatísticas ou probabilísticas que afirmam ser verdadeiras, com base em uma amostra de dados. Isso envolve ser capaz de usar adequadamente a terminologia estatística e probabilística, transmitindo os resultados de forma convincente e sendo capaz de construir argumentos baseados em dados ou observações. À medida que os alunos adquirem mais conhecimento sobre a Estatística, eles também se tornarão capazes de desafiar as interpretações de outras pessoas sobre generalizações baseadas em dados.</p>

Fonte: Gal e Garfield (1999), p.3-5.

Ben-Zvi e Garfield (2008, 2009) salientam que os alunos, muitas vezes, veem o conteúdo como um conjunto sequencial de ferramentas e procedimentos isolados, embora a maioria dos livros didáticos estejam estruturados com base em uma análise lógica do conteúdo, sem perceber as interconexões entre os conceitos. Para exemplificar, os autores apontam que, em cursos de Estatística, o aprendizado inicial sobre distribuição raramente está relacionado com as distribuições amostrais que são apresentadas posteriormente. Nesse caso, eles sugerem maneiras de apresentar as distribuições ao longo de um curso: revisitando-as em diferentes contextos, ilustrando suas múltiplas representações e inter-relações, auxiliando os alunos a reconhecerem a estrutura de formação do conhecimento estatístico. Percebe-se, portanto, que é crucial que as pessoas adquiram a habilidade de

identificar, explicar e aplicar o significado estatístico em diferentes contextos sociais, analisando as suas múltiplas representações.

A Educação Estatística deve direcionar seus esforços para o aprimoramento combinado do Letramento, do Raciocínio e do Pensamento Estatísticos de maneira que estudantes possam ser críticos com seus problemas cotidianos e com as informações que recebem pela mídia. Nesse sentido, Gal e Garfield (1997) recomendam que um dos objetivos principais da Educação Estatística é tornar os alunos cidadãos capazes de:

Compreender e lidar com incerteza, variabilidade e informações estatísticas no mundo ao seu redor e participar efetivamente de uma sociedade carregada de informação e contribuir ou participar na produção, interpretação e comunicação de dados relacionados aos problemas que encontram em sua vida profissional (Gal e Garfield, 1997, p.3).

Por sua vez, Ben-Zvi e Garfield (2008) reforçam que a Educação Estatística é uma área interdisciplinar focada no processo de Ensino e Aprendizagem de Estatística, evoluindo a partir do campo da Educação Matemática, que fornece teorias valiosas de aprendizagem, modelos de desenvolvimento e mudança conceitual, além de métodos de pesquisa quantitativa ligados ao contexto educacional. Os autores ainda mostram que a Educação Estatística emergiu como uma área independente de investigação, com seus próprios periódicos, conferências, organizações, sites e padrões curriculares conforme já salientado por Batanero (2001), entre outros autores.

Por outro lado, Wild, Utts e Horton (2018) entendem que,

as disciplinas de Estatística e, mais especificamente, as de Educação Estatística são, por sua própria natureza, pensar no “futuro”. A missão da Educação Estatística é fornecer estruturas conceituais (formas estruturadas de pensar) e habilidades práticas para equipar melhor nossos alunos para suas vidas futuras em um mundo de rápida mudança [...]. O universo de dados no mundo está se expandindo e evoluindo tão rapidamente que os educadores precisam focar mais no futuro do que no passado. É claro que também devemos olhar para trás, mas principalmente para investigar os conhecimentos de sabedoria da nossa história e assim traçar uma direção mais eficaz para o que está por vir. (Wild, Utts, Horton, 2018, p.6).

Já Cazorla, *et al.* (2017) apontam que:

A Educação Estatística está centrada no estudo da compreensão de como as pessoas aprendem Estatística envolvendo os aspectos cognitivos e afetivos e o desenvolvimento de abordagens didáticas e de materiais de ensino. Para isso, a Educação Estatística precisa da contribuição da Educação Matemática, da Psicologia, da Pedagogia, da Filosofia, da Matemática, além da própria Estatística. (Carzola, *et al.* 2017, p. 15).

Dessa forma, espera-se que uma pessoa alfabetizada em Estatística seja capaz não apenas de ler e interpretar os dados ao seu redor, mas também de fazer previsões, tomar decisões, explicar e avaliar resultados estatísticos, além de replicar e aplicar os conceitos estatísticos em outros contextos. Essa compreensão abrangente facilita a interdisciplinaridade, permitindo a integração da Estatística com diversas áreas do conhecimento e da vida. Essa integração envolve uma boa compreensão da Estatística, seus conceitos e métodos, e de como usá-los adequadamente em diferentes situações. Dessa forma, o importante é que o estudante seja sempre estimulado a ter uma reflexão crítica sobre o contexto dos problemas em estudo.

2.1.2 Currículo de Estatística na Educação Básica

Por meio da análise de alguns documentos curriculares e através das reflexões de diversos pesquisadores da área, discutiremos a relevância do Currículo de Estatística na Educação Básica, tratando o assunto com foco em uma perspectiva mais crítica no Ensino de Estatística. Serão priorizados os métodos que favoreçam a compreensão e a aplicação prática de conceitos estatísticos no cotidiano e em contextos sociais, em contraste com o Ensino Tradicional Vigente (ETV), que é centrado no uso de fórmulas e tarefas sem contextos, em que a memorização é tomada como medida de Aprendizagem. Biehler (1993) e Moore (1997) destacam que, no final do século passado, houve um amplo debate para reformar o Currículo de Estatística e aprimorar a metodologia do Ensino de Estatística, considerando as mudanças no processo de Ensino e Aprendizagem dessa área. Esses autores já enfatizavam a importância de sinergias fortes entre o conteúdo, a pedagogia e a tecnologia. Essa perspectiva busca integrar o conhecimento estatístico com métodos pedagógicos e com o uso de novas tecnologias, de forma a tornar o Ensino de Estatística mais relevante, buscando a

reflexão crítica dos assuntos que permeiam a sociedade. Assim, Moore (1997) alertou os professores sobre a importância de “Ensinar nosso assunto e não a ferramenta” (Moore, 1997, p. 135). O tema foi discutido amplamente por outros autores, tais como: Burril e Biehler (2011), Cobb (2015), Burril e Pfannkuch (2023). Seguindo essa tendência internacional, Cazorla e Utsumi (2010) discutem como o Ensino de Estatística foi incluído nos currículos da Educação Básica no Brasil, rompendo com a cultura determinista nas aulas de matemática. Tal perspectiva reconhece a importância da contribuição da Estatística para a formação de cidadãos críticos. Essa tendência da promoção do pensamento crítico nos estudantes tem sido destacada tanto em documentos curriculares estrangeiros quanto em organizações profissionais, conforme mencionado na [subseção 2.2.1](#).

No Brasil, tanto as pesquisas quanto os documentos oficiais sobre o Ensino de Estatística convergem em suas recomendações com esta temática. A Associação Brasileira de Estatística (ABE) e a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), por exemplo, têm demonstrado sua preocupação com o Ensino de Estatística nas escolas e sugerem diretrizes para a inclusão de conteúdos relacionados à Probabilidade e Estatística no currículo escolar de forma mais crítica, conforme mencionado na [subseção 2.1.1](#).

Desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (Brasil, 1997, 1998, 2002), estabelecidos pela Lei de Diretrizes e Bases (LDB) (Brasil, 1996), o Ensino de Estatística passou a integrar a Educação Básica desde seus anos iniciais, assim, os temas de Estatística ganharam maior espaço no currículo escolar. No entanto, estes documentos apresentam algumas fragilidades em relação à abordagem dos conceitos estatísticos, visto que a diferença entre o Pensamento Matemático e o Estatístico não está bem evidenciada, provocando ainda um estudo com ênfase em cálculos e na aplicação de fórmulas, como frequentemente tem se apresentado em livros didáticos, omitindo a criticidade dos conceitos, com pouca ênfase em estratégias de ensino baseadas na argumentação e na tomada de decisão. A inclusão da criticidade dos conceitos reforça o reconhecimento de sua relevância no contexto atual da Educação Matemática e Estatística no Brasil, enfatizando a participação crítica e autônoma dos estudantes na construção de sua cidadania, conforme delineado na LDB e nos PCNs (Brasil, 1996, 1997, 1998, 2002).

Já a Base Nacional Comum Curricular é um documento normativo que estabelece o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver ao longo das etapas da Educação Básica. Elaborado sob coordenação do Ministério da Educação, sua formulação contou com a participação dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, além de uma ampla consulta à comunidade educacional e à sociedade em geral (Brasil, 2018).

A BNCC (Brasil, 2018) propõe o aprofundamento da aprendizagem dos conceitos estatísticos, desenvolvida no Ensino Fundamental, e sua ampliação para toda a Educação Básica. As orientações propostas nesse documento reforçam a relevância do desenvolvimento do Letramento, do Raciocínio e do Pensamento Estatísticos, associado a uma aprendizagem mais crítica em todos os níveis da Educação Básica.

Por sua vez, Oliveira, Bastos e Bessegato (2024) analisam a trajetória da inserção da Estatística na Matemática escolar no Brasil, considerando as mudanças curriculares promovidas pelo governo e expressas nos documentos oficiais. A investigação identifica três fases principais no processo de inclusão do Ensino de Estatística na Educação Básica. Elas são:

i) Fase anterior aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Antes da criação de normativas nacionais, não havia orientação explícita sobre o Ensino de Estatística na Educação Básica. O tema era abordado de forma limitada, apenas nos últimos anos do Ensino Fundamental e Médio, ou seja, quase nunca era ensinado.

ii) Fase dos PCNs. Com a introdução deles, a Estatística passou a integrar o currículo escolar, por meio do bloco "tratamento da informação" no Ensino Fundamental e do eixo "análise de dados" no Ensino Médio. Apesar de seu reconhecimento, a abordagem ainda era limitada à Estatística descritiva, sem aprofundar suficientemente conceitos como variabilidade e inferência estatística.

iii) Fase da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Estabeleceu-se a Estatística como uma grande área da Matemática, abrangendo todos os anos da Educação Básica. Embora o documento apresente retrocessos, ele trouxe contribuições importantes para a continuidade da inserção da Estatística no currículo da Educação Básica. O documento destacou habilidades relacionadas à coleta, organização, análise e interpretação de dados, com foco no desenvolvimento do pensamento crítico e na tomada de decisões baseadas em dados, porém, este

documento não menciona o termo Letramento Estatístico. Carvalho, Carvalho e Carvalho (2021, p.196) destacam essa síntese também na seguinte passagem: “Este documento, que atualmente regulamenta o currículo brasileiro, utiliza os termos Letramento Matemático e Letramento Científico, mas não menciona explicitamente o termo Letramento Estatístico.”

Portanto, esses autores ressaltam ainda que o Ensino de Estatística no Brasil tem evoluído de forma gradual, acompanhando as transformações nas políticas educacionais. Embora a BNCC tenha trazido avanços, ainda persistem desafios, tais como a necessidade de formação adequada de professores e aspectos relacionados ao Ensino que sejam apresentados de forma explícita nas políticas públicas em Educação. Além disso, deve ocorrer a continuidade curricular com a aplicação prática dos conceitos estatísticos em sala de aula, promovendo uma perspectiva mais crítica, dada a importância do Letramento Estatístico na leitura e compreensão do mundo.

2.1.3 Tecnologias Digitais no Ensino de Estatística

A crescente presença de dados no cotidiano está fortemente correlacionada com os avanços globais das tecnologias. Conforme Watson (2002), as pessoas estão constantemente expostas a dados por meio dos veículos de comunicação, redes sociais, etc., sendo primordial o desenvolvimento do Letramento, o Raciocínio e o Pensamento Estatísticos, tornando-os críticos e alfabetizados estatisticamente. Vale também ressaltar que Garfield e Ben-Zvi (2008) enfatizam que os dados estão sendo cada vez mais usados para adicionar ou sugerir credibilidade, ou seja, os autores sugerem que as escolas preparem os cidadãos para serem capazes de analisar, interpretar e avaliar criticamente afirmações baseadas em dados. Além disso, eles salientam que a disponibilidade de ferramentas tecnológicas de alta qualidade para a Aprendizagem de Estatística permite alavancar as metodologias da Aprendizagem do Raciocínio Estatístico, permitindo que o campo da Educação Estatística integre e compreenda mais facilmente os progressos relacionados ao Ensino de Estatística (o Letramento, o Raciocínio e o Pensamento Estatísticos). Para Biehler, *et al.* (2013) o desenvolvimento da Estatística sempre esteve interligado com o desenvolvimento da tecnologia. Tukey (1965), Yates (1971) e Chambers (1980) foram pioneiros em prever a natureza das mudanças futuras na

elaboração de resultados estatísticos, que surgiriam como consequência dos avanços tecnológicos. Além disso, eles imaginaram a natureza das novas ferramentas que deveriam ser desenvolvidas e necessárias para apoiar a Estatística Aplicada.

Gould, *et al.* (2018) refletiram sobre os desenvolvimentos recentes e futuros no currículo de Estatística e nas formas de Ensino e Aprendizagem da Estatística, destacando-se as tecnologias digitais como um elemento com presença no Ensino da Estatística, sendo também essencial na formação de cidadãos críticos e alfabetizados estatisticamente. A Base Curricular do Chile (*Ministerio de Educación Chile, 2016*) e os autores, Hsu e Chen (2020), enfatizam que vários estudos sugerem que a integração eficaz de tecnologias digitais inovadoras pode melhorar a experiência e o envolvimento dos alunos no processo de Aprendizagem. As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) constituem-se em um conjunto de recursos tecnológicos que podem ser utilizados no Ensino para potencializar o processo de Aprendizagem. Para Quinõnes, *et al.* (2024), as TIC podem melhorar significativamente a compreensão de conteúdos e conceitos estatísticos de forma interativa ou dinâmica. No entanto, esses autores realçam que muitas das plataformas disponíveis atualmente, as quais oferecem novas metodologias de comunicação (TIC), podem não ser adequadas no contexto da Educação Básica. Eles apontam, ainda, que existem barreiras linguísticas, ou que a forma de apresentação do conteúdo é confusa, muitas vezes com explicações limitadas ou com a falta de contexto nos problemas abordados, priorizando equivocadamente os cálculos em vez dos conceitos estatísticos. Quinõnes, *et al.* (2024) salientam ainda que é fundamental enfrentar os desafios de desenvolver uma plataforma centrada no aluno e que ofereça um suporte técnico adequado, garantindo uma experiência de aprendizagem mais eficaz e eficiente. Por outro lado, Samá e Silva (2024) enfatizam que o uso da tecnologia digital pode contribuir no processo do aprendizado estatístico, portanto os professores precisam refletir sobre o que, como e por que ensinar determinados conceitos. Os autores concluem que uma abordagem pedagógica mais abrangente, permeada pela tecnologia digital, é um caminho importante na atualização dos métodos do Ensino de Estatística. Eles pontuam também que a formação de professores, focada em uma pedagogia que integre as tecnologias digitais no Ensino, possibilita abordagens inovadoras, mais alinhadas às

demandas atuais dos estudantes, proporcionando a aprendizagem dos conceitos estatísticos de uma maneira mais consistente.

Ainda em relação ao processo de Ensino e Aprendizagem de Estatística, vale ressaltar a Análise Exploratória de Dados (AED), proposta por Tukey (1977), que é uma abordagem Estatística poderosa utilizada para analisar e investigar conjuntos de dados. Seu objetivo é resumir as principais características dos dados, baseando-se fortemente na utilização de métodos visuais. Biehler, *et al.* (2013) destacam que o uso de AED no Ensino de Estatística foi largamente facilitado, devido à simplicidade em trabalhar com dados reais e em construir visualizações aprimoradas de dados, aproveitando-se de recursos computacionais cada vez mais eficazes. Isso contribui extensamente para o desenvolvimento do Raciocínio Estatístico, de acordo com o que foi apontado por Garfield e Ben-Zvi (2008). Além disso, Biehler, *et al.* (2013) também enfatizam que a AED foi um passo inicial em direção a um relato mais realista da aplicação da Estatística, com uma abordagem de “aprender com os dados” no decorrer do processo de análise estatística. Esses autores destacam que as novas ferramentas tecnológicas apoiam a verificação cuidadosa de pressupostos mais complexos de procedimentos tradicionais, podendo assim desenvolver e implementar métodos mais robustos. Eles apontam também que as TIC permitem ao usuário localizar mais facilmente padrões na associação entre as variáveis, na seleção e na validação de modelos funcionais adequados, realçando ainda que esse processo representa um aspecto do Raciocínio Estatístico que é muito mais desafiador do que simplesmente aplicar fórmulas. No contexto do Ensino de Estatística, Wild e Pfannkuch (1999) e Wild, Utts e Horton (2018) [[subseção 2.2.3](#) e [subseção 2.1.1](#)], dentre outros autores, afirmam que “aprender com os dados” é essencial para o desenvolvimento do Pensamento Estatístico. A partir das discussões sobre o uso de tecnologia no Ensino de Estatística, Olive, *et al.* (2010) apontam para duas perspectivas de utilização das TIC. A primeira sugere o desenvolvimento de um processo de Ensino e Aprendizagem de Estatística baseado no apoio contínuo dessas tecnologias, refletindo tanto a teoria quanto a prática dos *softwares* estatísticos. A segunda perspectiva propõe o uso da tecnologia como uma ferramenta eventual para aprimoramento do aprendizado de Estatística. O foco está em explorar também outras possibilidades que a tecnologia oferece, como por exemplo, a visualização interativa ou dinâmica dos resultados estatísticos. Essa

abordagem valoriza a compreensão dos conceitos, em vez de se concentrar apenas em cálculos axiomáticos, além de proporcionar aos alunos a oportunidade de explorar e experimentar os dados, tornando o aprendizado mais envolvente e significativo. Por outro lado, Batanero e Borovcnik (2016) ressaltam que os professores podem usar essas novas tecnologias para o Ensino de Estatística, mas recomendam que não se enfatize excessivamente o uso desta ferramenta, em detrimento da compreensão dos conceitos estatísticos. Caso contrário, as metas de aprendizagem podem ser limitadas à mera manipulação de técnicas, sem a devida atenção aos conceitos estatísticos ou à construção do Raciocínio Estatístico subjacente ao método aplicado.

Constata-se também que a tecnologia expandiu profundamente as técnicas gráficas e de visualização, proporcionando aos estudantes novas formas de explorar e analisar os dados, além de incentivar a reflexão crítica sobre ideias estatísticas. Isso permite que os alunos foquem mais na interpretação dos resultados e na compreensão dos conceitos, em vez de se concentrarem apenas no cálculo de fórmulas e nos procedimentos computacionais.

Para Wild, Utts e Horton (2018), os métodos estatísticos apoiados por recursos computacionais são amplamente aplicados em diversas áreas do conhecimento e estão cada vez mais presentes nas práticas de empresas, governos, profissionais de saúde, entre outros, auxiliando nas tomadas de decisões mais assertivas. Além disso, os autores destacam a importância de que todas as pessoas compreendam ideias estatísticas e as suas conclusões. Por exemplo, a ampla disponibilidade de grandes conjuntos de dados públicos e o acesso facilitado a *softwares* de visualização e análise permitem que os dados sejam explorados e compreendidos, de maneira que sejam formuladas e respondidas todas as perguntas importantes no contexto do problema em análise e que permeiam o nosso cotidiano.

Segundo Batanero (2000),

tradicionalmente, no aprendizado da estatística, tem sido dada grande importância ao cálculo e aos aspectos atuativos, que hoje perdem importância devido às novas tecnologias. Em vez de praticar cálculos e gráficos com lápis e papel, o aluno deve aprender a usar calculadoras gráficas e programas de computador, como planilhas. As novas tecnologias também introduzem novos elementos atuativos

e ostensivos, uma vez que a gama de representações disponíveis é muito maior (Batanero, 2000, p.10).

Além disso, Chance, Delmas e Garfield (2004) verificaram que o uso de simulações computacionais em sala de aula atua significativamente no desenvolvimento do Raciocínio Estatístico em tópicos fundamentais, tais como probabilidade, variabilidade, amostragem, distribuições amostrais, etc. Os autores apontam que essas atividades devem ser cuidadosamente planejadas para garantir o envolvimento dos alunos em todo o processo, garantindo o desenvolvimento efetivo do Raciocínio Estatístico. Sharma (2013) aponta também que os avanços no uso de novas tecnologias no Ensino de Estatística ampliam a quantidade de dados disponíveis, coletados por meio da web e das mídias. Ele destaca a importância de iniciar o Ensino com contextos familiares aos alunos, além de utilizar temas de interesse dos estudantes, com o intuito de estimular e consolidar o Letramento Estatístico.

De acordo com Burrell e Pfannkuch (2023), a evolução contínua da tecnologia amplia o oferecimento de novos contextos, para que os alunos se envolvam em estudos estatísticos e desenvolvam a compreensão dos fundamentos e conceitos subjacentes ao problema. Para esses autores, os dados do mundo real são multivariados e podem consistir em uma variedade de formatos como: imagens, texto, sons, datas, símbolos locais e codificados, categorias, medidas, etc. Eles realçam ainda que vários pesquisadores reconhecem o potencial da tecnologia para criar novas formas de visualização dos dados. Seguindo esta perspectiva, Andre e Lavicza (2019) identificaram possibilidades metodológicas com o uso das tecnologias, oferecendo ainda exemplos de como conduzir a integração da visualização de dados na Educação Básica. Engel, *et al.* (2020) também sugerem como as tecnologias podem fornecer ferramentas para visualização de dados que não exijam um conhecimento estatístico profundo para as pessoas explorarem os dados. Esses autores ainda mostram como as visualizações interativas ou dinâmicas de dados podem ser usadas para proporcionar uma compreensão conceitual muito além do que apenas as representações gráficas usuais. Eles descrevem esse tipo de visualização de dados como uma combinação entre a ciência e a arte, abrindo novos caminhos para a comunicação, por meio de uma abordagem diferente de análise de dados. Sob esta perspectiva, Rubel, Nicol e

Chronaki (2021) analisaram o uso de tecnologias nas representações de dados, de maneira a permitir uma popularização da leitura e da interpretação das análises estatísticas. Esses autores usam exemplos relacionados à pandemia (Covid-19), ressaltando dimensões, o que é importante para uma leitura crítica dos dados, que descrevem como:

visualização de dados inter-relacionada com a formulação, o enquadramento e a narração inter-relacionados pode ter ressonância em interpretações privilegiadas, na sustentação de certas hierarquias de poder, na perpetuação de determinados valores em detrimento de outros e na orientação para decisões estabelecidas (Rubel, Nicol e Chronaki, 2021, p. 265).

Burril (2000) realçava que as TIC estavam transformando a forma como se vivia e como os negócios eram efetivados. Alertavam também que ocorreriam mais mudanças nos anos seguintes. No contexto educacional, o autor apontava que as tecnologias impactariam a Educação Estatística, pois poderia ser mudada a natureza do Ensino de Estatística, influenciando significativamente o desenvolvimento do Raciocínio Estatístico dos alunos.

Desta forma, muitas das mudanças na conceituação e na interpretação de resultados estatísticos são hoje possíveis graças às inovações das novas TIC, alterando tanto as metodologias estatísticas quanto os procedimentos para o Ensino de Estatística. Nesse sentido, os *softwares* estatísticos possuem uma vasta história de utilização no Ensino de Estatística. Wild, Utts e Horton (2018) destacam, dentre outros, os seguintes *softwares* gratuitos para o Ensino de Estatística: *Visual Inference Tools (VIT)*; *iNZight*; *GeoGebra* e *R*. Dentre os *softwares* comerciais, os autores citam: o *Tableau*; o *Minitab*; o *Fathom* e o *TinkerPlots*. Além disso, eles destacam algumas plataformas gratuitas da web, tais como: *Common Online Data Analysis Platform (CODAP)*; *iNZight Lite* e *TuvaLabs*.

Com essa perspectiva, Samá e Silva (2024) salientam a importância de uma abordagem mais abrangente do processo de Ensino e Aprendizagem em Estatística, a qual contemple os aspectos pedagógicos e didáticos, além dos aspectos tecnológicos. Isso implica explorar as estratégias de análise que envolvam o uso de tecnologias digitais e identificar as melhores práticas para o processo e para os desafios enfrentados pelos professores. Além disso, devem-se buscar soluções, em todos os níveis de ensino, que permitam a integração eficaz da tecnologia com o

currículo de Estatística. Para os autores, esse procedimento integrado potencializa o uso das TIC no Ensino de Estatística, proporcionando oportunidades para uma abordagem participativa, envolvente e contextualizada, preparando nossos estudantes para um mundo em que a tecnologia seja um auxílio ao pensamento crítico, à resolução de problemas e à tomada de decisões. Destaca-se, assim, a necessidade de a Educação Estatística direcionar seus esforços para o uso de recursos tecnológicos digitais no processo de Ensino e Aprendizagem de Estatística.

2.2 APORTE TEÓRICO

Nesta seção, apresentamos o Aporte Teórico que fundamenta nossa pesquisa, o qual se baseia nas ideias, discussões e reflexões dos principais autores da área de Educação Estatística.

2.2.1 Letramento Estatístico

Diversos autores definem Letramento Estatístico. Segundo Wallman (1993), o Letramento Estatístico é definido como a capacidade de compreender e avaliar criticamente os resultados estatísticos que estão presentes no nosso dia a dia, junto ao reconhecimento das contribuições que o Pensamento Estatístico pode fornecer para as decisões profissionais e pessoais, tanto em contextos públicos quanto privados.

Por sua vez, Garfield, Delmas e Zieffler (2010) ampliam os conceitos apresentados por Rumsey (2002). Para Rumsey (2002), o Letramento Estatístico vai além do domínio de cálculos, envolvendo a capacidade de entender, interpretar, questionar e avaliar informações baseadas em dados no cotidiano. Já Garfield, Delmas e Zieffler (2010) afirmam que o Letramento Estatístico envolve compreender e usar a linguagem e as ferramentas básicas da estatística, saber o que significam os termos estatísticos básicos, compreender o uso de símbolos estatísticos simples, reconhecer e ser capaz de interpretar diferentes representações de dados.

Já Gal (2002) entende Letramento Estatístico como:

A capacidade das pessoas de interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, argumentos relacionados a dados [...]. Para discutir ou comunicar suas reações a informações estatísticas, como sua compreensão do significado da informação, suas opiniões sobre as implicações desta informação, ou as suas preocupações

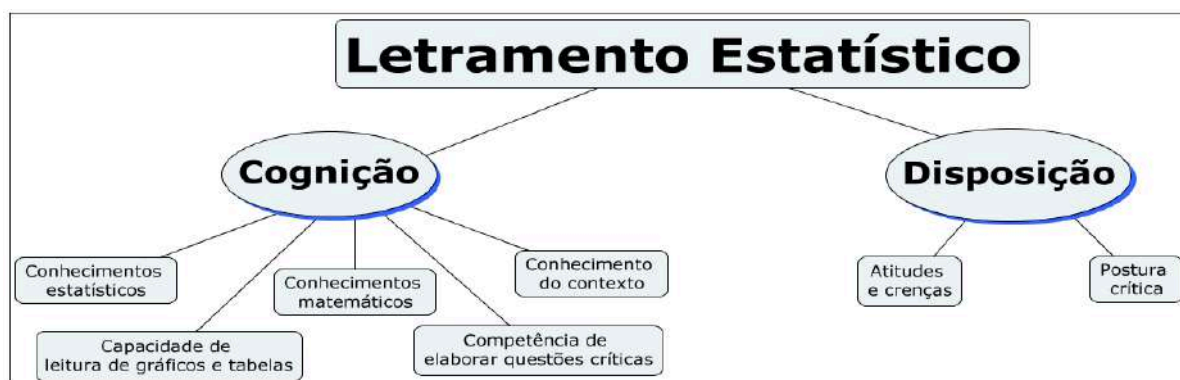
relativamente à aceitabilidade de determinadas conclusões (Gal, 2004, p.2-3).

Ressalta-se também que Gal (2002) propõe um modelo de Letramento Estatístico, sugerindo uma estrutura dividida em componentes cognitivos e de disposição. Os conhecimentos relacionados com a cognição abrangem conhecimentos estatísticos, matemáticos e dos contextos, além da capacidade de ler gráficos e tabelas e ter domínio de elaborar questões críticas no contexto do problema. Já as atitudes, crenças e uma postura crítica são componentes disposicionais, também fundamentais no desenvolvimento do Letramento Estatístico (veja o diagrama do modelo na Figura 1).

Gal (2002) também lembra que os componentes cognitivos e de disposição não devem ser considerados de forma isolada, uma vez que estão interligados de várias maneiras, variando de acordo com a dinâmica e o contexto, por isso o autor reforça que:

As componentes no modelo proposto não devem ser vistas como entidades fixas e separadas, mas como um modelo dinâmico e dependente do contexto, conjunto de conhecimentos e disposições que juntos permitem um comportamento estatisticamente alfabetizado. Entendimento e a interpretação da informação estatística requer não apenas conhecimento estatístico em si, mas também a disponibilidade de outras bases de conhecimento: habilidades de alfabetização, conhecimento matemático e conhecimento do contexto. No entanto, a avaliação crítica da informação estatística (depois de ela ter sido entendida e interpretada) depende também de elementos adicionais: a capacidade de acessar questões críticas e de ativar uma postura crítica, que por sua vez é apoiada por certas crenças e atitudes (Gal, 2002. p. 4).

Figura 1 - Modelo proposto por Gal (2002) para Letramento Estatístico.



Fonte: Síntese do autor a partir do modelo proposto por Gal (2002), p.4.

Seguindo nessa linha de raciocínio, segundo Gal (2002), contextos de leitura surgem quando as pessoas estão assistindo à televisão, lendo jornais, navegando pelas redes sociais, explorando opções durante as compras ou participando de atividades comunitárias. Assim, o autor destaca que quando o indivíduo adquire as bases de conhecimento e o pensamento crítico, ele tem maior possibilidade de atingir um verdadeiro nível de Letramento Estatístico, ou seja, não se limitando apenas às bases de conhecimento, mas dependendo também, fundamentalmente, da construção de bases conceituais aliadas ao desenvolvimento do pensamento crítico. Chance (2002), por sua vez, afirma que o Letramento Estatístico pode ser visto de forma restrita como a compreensão e interpretação de informações estatísticas apresentadas, por exemplo, na mídia.

Batanero (2002), sugere que, em nível de macroanálise, o modelo de Gal (2002) pode ser útil para compreender os componentes relacionados com o Letramento Estatístico. Nesse sentido, esse modelo macro pode auxiliar na tomada de decisões sobre as ideias que devem ser ensinadas em diferentes níveis curriculares. Entretanto, a autora salienta a importância de elaborar modelos micro para analisar conceitos estatísticos específicos.

Batanero (2013) ressalta também que estudos indicam que muitos alunos, incluindo os universitários, têm concluído seus estudos com concepções equivocadas ou incompletas, sendo incapazes de efetuar uma interpretação adequada de resultados estatísticos. Assim, esses educandos são incapazes de analisar os conceitos estatísticos de forma adequada, apesar de a Estatística estar presente no currículo em todos os níveis de ensino e de seu reconhecimento como uma ferramenta fundamental tanto na vida pessoal quanto profissional.

Já Watson (1997) vê o Letramento Estatístico como a capacidade de compreender textos e extrair informações fundamentais da terminologia estatística básica, quando esta é apresentada principalmente em contextos sociais, juntamente à capacidade de questionar as afirmações feitas dentro deste contexto. Para Watson e Callingham (2003), há seis níveis de Letramento Estatístico. A construção do modelo de Letramento Estatístico desses autores é embasada em trabalhos anteriores de Watson (1997). Os níveis de Letramento Estatístico propostos por esses autores podem ser observados no Quadro 2.

Quadro 2 - Descrição dos níveis de Letramento Estatístico proposto por Watson e Callingham (2003).

Níveis	Designação	Descrição
1	Idiossincrático	Envolvimento com o contexto, uso tautológico da terminologia e habilidades matemáticas básicas associadas à contagem (um a um) e leitura de tabelas com valores.
2	Informal	Apenas envolvimento coloquial ou informal com o contexto, muitas vezes refletindo crenças intuitivas não estatísticas, elementos únicos de terminologia e configurações complexas e cálculos básicos simples de uma etapa, gráficos e cálculos aleatórios.
3	Inconsistente	Envolvimento seletivo com o contexto, muitas vezes em formatos favoráveis, reconhecimento apropriado de conclusões, mas sem justificativa e uso qualitativo em vez de quantitativo de ideias estatísticas.
4	Consistente não crítico	Envolvimento apropriado, mas não crítico, com o contexto, múltiplos aspectos do uso da terminologia, apreciação da variação apenas em configurações de acaso e habilidades estatísticas associadas à média, probabilidades simples e características gráficas.
5	Crítico	Envolvimento crítico e questionador em contextos familiares e desconhecidos que não envolvem leitura proporcional, mas que envolvem uso apropriado de terminologia, interpretação qualitativa do acaso e apreciação da variação.
6	Matematicamente crítico	Envolvimento crítico e questionador com o contexto, usando raciocínio proporcional, especialmente em contextos mediáticos ou casuais, mostrando apreciação da necessidade de incerteza ao fazer previsões e interpretando aspectos sutis da linguagem.

Fonte: Watson e Callingham (2003), p.14.

No Quadro 2, percebe-se também que, ao longo desse processo, as interpretações dos conteúdos estatísticos vão sendo aperfeiçoadas à medida que avançam em cada nível. Os autores acreditam que as perguntas tradicionais dos livros didáticos poderiam preencher os requisitos dos níveis 1 e 2, mas que os mesmos tipos de perguntas dificilmente atenderiam à necessidade de fornecer contextos motivadores para desafiar o pensamento crítico dos alunos. Assim, professores poderiam procurar contextos, como reportagens da mídia, para motivar e envolver os estudantes.

Para Sharma (2017), tanto o modelo de Gal (2002), com suas atitudes e crenças, quanto o modelo de Watson e Callingham (2003), com seus níveis de Letramento Estatístico, descrevem a necessidade de disposições semelhantes. O autor destaca que a validação da escala do modelo de Watson e Callingham (2003) foi realizada com um grande número de estudantes australianos, o que possibilitou a investigação sobre como e quando ocorre a estruturação dos níveis de Letramento Estatístico. Já Gal (2002) apresenta uma definição completa de Letramento Estatístico, cujos componentes são cognitivos e disposicionais. Assim, o modelo de Watson e Callingham (2003) estabelece níveis hierárquicos de Letramento Estatístico, enquanto que o modelo de Gal (2002) é estruturado em termos de seus componentes. Assim, Sharma (2017) ressalta que essas diferenças na estrutura desses dois modelos podem ser explicadas pela abordagem de seus estudos. Enquanto Gal (2002) propõe seu modelo num contexto da sociedade em geral, Watson e Callingham (2003) conduziram sua pesquisa em ambiente escolar. A essência das descrições de Gal e de Watson e Callingham são muito semelhantes, pois ambos os modelos enfatizam a necessidade de: possuir conhecimentos e domínios estatísticos; manter continuamente o foco no contexto; ser crítico e questionador; possuir capacidade de comunicação eficiente de suas ideias.

Por outro lado, Sharma (2013) já alertava que os educadores podem necessitar de conceitos práticos e de atividades de aprendizagem interativas, com o intuito de fortalecer o Letramento Estatístico na sala de aula. Ele destaca a importância de iniciar o Ensino com contextos familiares aos alunos antes de explorar os desconhecidos, além de utilizar temas de interesse dos estudantes. Continuando nessa linha de raciocínio, Sharma (2017) destaca que as abordagens tradicionais para Letramento Estatístico se concentram no desenvolvimento de habilidades práticas, com ênfase em fórmulas. A ausência de reflexão crítica no desenvolvimento do Letramento Estatístico, sem a utilização de contextos cotidianos ou sociais, tem demonstrado ser insuficiente na promoção efetiva da capacidade dos educandos de raciocinar ou argumentar com embasamento estatístico. Assim, Sharma, *et al.* (2011) propõem uma estrutura de quatro estágios ou níveis para diagnosticar o entendimento dos alunos em relação ao Letramento Estatístico. A estrutura é baseada no modelo de Watson e Callingham (2003), estendido por Watson (2006), o qual inclui seis níveis. Os quatro estágios do modelo de Sharma, *et*

al. (2011) estão apresentados resumidamente no Quadro 3. Ao analisá-lo, percebe-se que, no estágio 4 (crítico avançado), os alunos demonstram habilidades de pensamento crítico relacionados à amostragem, às medidas centrais e à representação de dados. O sucesso nesse quarto estágio está associado ao entendimento de conceitos estatísticos, especialmente em contextos midiáticos.

Quadro 3 - Descrição dos estágios/níveis de Letramento Estatístico proposto por Sharma, *et al.* (2011).

Estágios/níveis	Designação	Descrição
1	Informal/Idiossincrático	Os alunos nesta fase apresentam características de pensamento pré-estrutural ou, no máximo, uniestrutural. Há apenas um envolvimento informal com o contexto, muitas vezes refletindo ideias e crenças intuitivas não estatísticas, a qual os alunos fornecem informações aleatórias ou explicações inadequadas. Neste caso, ao fazer inferências, os alunos se concentram em narrativas imaginativas ou aspectos inadequados. As perguntas feitas não são baseadas nos dados ou são focadas sobre questões contextuais irrelevantes. Contudo, os alunos têm sucesso em alguma leitura básica de tabelas e gráficos mas fornecendo explicações inadequadas.
2	Não crítico	Os alunos nesta fase apresentam características de pensamento uniestrutural e multiestrutural. Eles focam em um aspecto único e relevante, ou tenta atender a um ou mais aspectos relevantes dos dados, mas têm dificuldade em integrar os aspectos. Há um envolvimento apropriado, mas não crítico, com contexto. Há um uso preciso de habilidades estatísticas associadas com estatísticas simples e características gráficas. Com isso, as questões solicitadas são válidas, mas baseadas em apenas um aspecto dos dados.
3	Crítico inicial	Os alunos nesta fase estão começando a exibir características de pensamento relacional. Eles podem atender mais de um aspecto relevante dos dados e estão começando a integrar os aspectos. Há um envolvimento crítico em contextos familiares. Há um envolvimento seletivo com contextos desconhecidos com alguma justificativa. Os estudantes demonstram consciência das características relevantes de exibições e medidas de posição e de dispersão, mas estas são baseadas apenas nos dados ou no contexto, não em ambas.

4	Crítico avançado	Os alunos nesta fase estão integrando dados estatísticos e conhecimento contextual que exhibe pensamento abstrato estendido. Há um envolvimento crítico e questionador com o contexto. Há uma compreensão da finalidade dos dados, exibições de dados, medidas de posição e de dispersão, além de inferências feitas. Há uma avaliação crítica dos métodos de coleta de dados, escolha de medidas resumo e validade dos resultados que mostram uma apreciação da variação e a necessidade de indicar o nível de incerteza ao fazer previsões. As perguntas feitas são baseadas em características relevantes dos dados e do contexto usando múltiplas perspectivas.
---	------------------	---

Fonte: Sharma, *et al.* (2011), p.47-48.

De acordo com Watson e Callingham (2017), o Letramento Estatístico inclui habilidades essenciais que podem ser utilizadas para compreender informações estatísticas ou resultados de pesquisas. Essas habilidades abrangem o manuseio de diversas formas e organização de dados, além da geração e apresentação de tabelas/gráficos. Contribuindo com esse pensamento, Sharma (2017) também destaca a importância da Estatística nas atividades cotidianas e no ambiente de trabalho, gerando apelos por uma maior ênfase do Letramento Estatístico no currículo de Matemática. Ao se concentrar em definições e modelos de Letramento Estatístico, esse autor aponta também que, nas diretrizes curriculares, o Letramento Estatístico deveria ter como foco uma perspectiva crítica. O autor conclui analisando as características, domínios estatísticos e procedimentos utilizados para fomentar o Letramento Estatístico. Seguindo esta perspectiva, Gal (2019) salienta que contextos autênticos, ou seja, baseados em dados reais e não fictícios, favorecem a Aprendizagem em conceitos estatísticos e estimulam a reflexão crítica. Ademais, as articulações entre os elementos do conhecimento e os aspectos disposicionais contribuem para a compreensão do Letramento Estatístico. Ao redor do mundo, organizações profissionais, como o *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, (2000), nos Estados Unidos, e o documento curricular da Nova Zelândia (*Ministry of Education, 2007*), promovem uma perspectiva crítica em relação à Estatística no currículo da Educação Básica. O documento curricular da Nova Zelândia, por exemplo, aponta que as escolas devem preparar os alunos para serem pensadores flexíveis, para aprenderem ao longo da vida e para gerirem as complexidades de um mundo incerto. No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular

(BNCC) (Brasil, 2018) é um documento curricular de referência obrigatória, cujos detalhes serão apresentados na [subseção 2.1.2](#).

Aziz e Rosli (2021) apontam que o Letramento Estatístico é essencial na educação dos alunos, em especial aqueles das séries iniciais do Ensino Fundamental. Os autores apontam que a sociedade atual sofre um bombardeio constante de argumentos estatísticos que consolidam as tomadas de decisões que impactam a sociedade. De acordo com esses autores, o desenvolvimento do Letramento Estatístico desde os primeiros anos da Educação Básica forma, a longo prazo, cidadãos conscientes e críticos. Koga (2022) estabelece que o Letramento Estatístico é a capacidade de analisar e avaliar criticamente a informação estatística. Gonda, *et al.* (2022) salientam que, para participar ativamente na sociedade, os indivíduos devem ser capazes de avaliar criticamente os dados estatísticos. Para desenvolver essa habilidade, é necessário aprimorar o Letramento Estatístico entre os jovens em diferentes níveis educacionais. As concepções e importâncias do Letramento Estatístico variam de um autor para o outro. Dentre outros, Ben-Zvi e Garfield (2004) e Sharma (2017) ressaltam a importância de que o Letramento, o Raciocínio e o Pensamento Estatísticos tenham uma mesma definição, de maneira que todos os profissionais que atuam nessa área compartilhem da mesma linguagem. Além disso, Marchy e Juandi (2023) mostram que resultados de suas análises indicam que publicações sobre Letramento Estatístico tiveram um aumento em 2017, alcançando um maior impacto nessa área em relação aos anos anteriores. Perceberam também que os Estados Unidos e a Austrália se destacaram como os países mais influentes nesse campo de estudo. Os autores ainda destacam que o método de aprendizagem mais frequentemente utilizado em pesquisas relacionadas ao domínio do Letramento Estatístico dos alunos é a aprendizagem baseada em projetos. Gal (2021) ressalta, ainda, a necessidade de promover iniciativas de Letramento Estatístico em programas voltados à educação de jovens e adultos (EJA), em parceria com instituições diversas, como agências governamentais (a exemplo, no Brasil, do IBGE), organizações não governamentais (ONGs) e grupos filantrópicos⁵. Além disso, o autor destaca que a promoção do Letramento Estatístico

⁵ São organizações sem fins lucrativos (como ONGs, associações ou fundações) que buscam promover o bem-estar social em áreas como saúde, educação e assistência, sem visar o lucro, ajudando às necessidades da comunidade e da sociedade e apoiando pessoas em situações de vulnerabilidade.

deve receber bastante atenção, tanto no Ensino de Matemática quanto nas demais áreas do conhecimento, para que os estudantes consigam se envolver com informações estatísticas do mundo real, sendo capazes de lidar com elas, com argumentos e justificativas baseados em dados. O autor pontua também que os professores precisam ser letrados estatisticamente para que levem para sala de aula situações-problema que envolvam ciência e temas relacionados a “riscos” (questões sociais, finanças, saúde, cidadania), identificando as competências cognitivas e afetivas necessárias. Com essa postura, os docentes podem proporcionar discussões fundamentadas em situações reais. Um exemplo seria a problematização conjunta de dados apresentados em noticiários sobre a pandemia da Covid-19, assim como falas e textos de políticos e autoridades oficiais.

English e Watson (2016) já ressaltavam que as estatísticas sociais⁶ podem auxiliar os cidadãos a enfrentar uma diversidade de questões complexas, permitindo-lhes participar ativamente em debates públicos, reivindicando seus direitos com eficácia. Essa abordagem promoveria a participação ativa do cidadão em sua comunidade, pois ela possibilita que ele tome decisões e que questione criticamente, contribuindo para o seu desenvolvimento individual e para o exercício pleno de sua cidadania.

Desta forma, entendemos que Letramento Estatístico pode ser percebido como a capacidade de o indivíduo compreender e analisar criticamente textos estatísticos, apresentados por meio de tabelas e gráficos, assim como a representação de números e medidas resumo. De outra forma, o Letramento Estatístico pode ser entendido como a capacidade e habilidade de ler, interpretar conceitos, símbolos e vocabulários estatísticos, apresentando ideias de forma crítica. Para alcançar esses objetivos, é crucial que haja familiaridade com a terminologia estatística básica. Nesse sentido, Singer, Ellerton e Cai (2015) ressaltam ainda que, esse domínio pode ser desenvolvido por meio de atividades que envolvam notícias, reportagens, redes sociais ou atividades do nosso cotidiano. Se as crianças não forem expostas a diferentes aspectos do Letramento Estatístico durante sua experiência escolar, a argumentação baseada apenas em fórmulas e expressões

⁶ De acordo com o IBGE, as estatísticas sociais são dados e indicadores que medem a realidade e qualidade de vida da população, cobrindo aspectos como trabalho, renda, educação, saúde, moradia, gênero, pobreza e desigualdade, usadas para entender o bem-estar social e subsidiar políticas públicas, através de pesquisas como dados de Censos Demográfico do IBGE, ou seja, informações detalhadas coletadas sobre a população e seus domicílios.

pode ser uma experiência inútil, pois os alunos não formarão ideias claras sobre o contexto em que os dados estão inseridos.

2.2.2 Raciocínio Estatístico

Assim como no caso do Letramento Estatístico, há várias definições do que seja Raciocínio Estatístico. Garfield (2002) apresenta a seguinte:

O Raciocínio Estatístico pode ser definido como a forma como as pessoas raciocinam com ideias estatísticas e dão sentido à informação estatística [...]. Isto envolve fazer interpretações baseadas em conjuntos de dados, representações gráficas e resumos estatísticos. Grande parte do raciocínio estatístico combina ideias sobre os dados e o acaso, o que leva a fazer inferências e interpretar resultados estatísticos. Subjacente a esse raciocínio está uma compreensão conceitual de ideias importantes, como distribuição, centro, dispersão, associação, incerteza, aleatoriedade e amostragem (Garfield, 2002, p. 1).

Por outro lado, Delmas (2004) define o Raciocínio Estatístico como a capacidade de uma pessoa explicar por que um determinado resultado ocorreu ou é esperado. É também a capacidade de selecionar apropriadamente uma representação ou modelo, em detrimento de outros. Para Jauhari, *et al.* (2021), o Raciocínio Estatístico é a capacidade de dar sentido às informações estatísticas, dados e conceitos; combinando, interpretando e tirando conclusões com base nas informações obtidas.

Em seu trabalho, Azmay, *et al.* (2023), afirmam que o Raciocínio Estatístico,

é a capacidade dos indivíduos de compreender e dar sentido às informações estatísticas interpretando conjuntos de dados, representações ou resumos estatísticos de dados. Esse processo envolve o uso de conceitos estatísticos e a tomada de decisões com base em dados e no acaso. Isto abrange a capacidade de raciocinar, compreender e dar sentido às informações estatísticas e conectar vários conceitos e representações estatísticas (Azmay, *et al.* 2023, p. 10).

Por essa concepção, o Raciocínio Estatístico proporciona ao indivíduo a capacidade de responder perguntas oriundas de problemas reais, que são embasadas em ideias estatísticas abstratas. Esse domínio possibilita a compreensão de todo o processo envolvido na análise de dados.

Garfield e Gal (1999) propõem tipos de Raciocínio Estatístico. Esses tipos são raciocínios sobre: dados, representações de dados, medidas estatísticas, incertezas,

amostras e associações. O Quadro 4 contém um resumo dos tipos de Raciocínio Estatístico propostos pelos autores.

Quadro 4 - Tipos de Raciocínio Estatístico proposto por Garfield e Gal (1999).

Tipos de Raciocínio	Descrição
Raciocínio sobre dados	Reconhecer ou categorizar dados como quantitativos ou qualitativos, discretos ou contínuos; saber a razão de o tipo de dados levar a um tipo específico de tabela, gráficos ou medida estatística.
Raciocínio sobre representações de dados	Compreender a forma como um gráfico pretende representar uma amostra; compreender como os gráficos podem ser modificados para melhorar a representação de um conjunto de dados; ser capaz de, em uma distribuição, ver além aleatoriedade para reconhecer suas características gerais, tais como forma, medidas de posição, dispersão, assimetria.
Raciocínio sobre medidas estatísticas	Compreender por que as medidas de posição e de dispersão dizem coisas diferentes sobre um conjunto de dados; saber quais são as melhores medidas para usar em diferentes condições e por que resumem ou não um conjunto de dados; saber por que o uso de resumos para previsões será mais preciso para amostras grandes do que para amostras pequenas; saber por que um bom resumo de dados inclui uma medida de posição e uma medida de dispersão e porquê resumos de posição e de dispersão podem ser úteis para comparar conjuntos de dados.
Raciocínio sobre incertezas	Usar corretamente ideias de aleatoriedade, acaso e probabilidade para fazer julgamentos sobre eventos incertos; saber por que nem todos os resultados são igualmente prováveis; saber quando e por que a probabilidade de eventos diferentes pode ser determinada usando métodos diferentes (como uma probabilidade diagrama de árvore, uma simulação usando moedas ou programa de computador).
Raciocínio sobre amostras	Saber como as amostras estão relacionadas a uma população e o que pode ser inferido a partir de uma amostra; saber por que uma amostra bem escolhida representará com mais precisão uma população e por que existem formas de escolher uma amostra que a tornam não representativa da população; saber ser cético em relação às inferências feitas usando amostras pequenas ou tendenciosas.
Raciocínio sobre associações	Saber julgar e interpretar uma relação entre duas variáveis; saber como examinar e interpretar uma tabela bidimensional ou gráfico de dispersão ao considerar uma relação bivariada; saber por que uma forte correlação entre duas variáveis não significa que uma causa a outra.

Fonte: Garfield e Gal (1999), p.6-7.

Ao se observarem os diferentes tipos de Raciocínio Estatístico propostos pelos autores, verifica-se que, por exemplo, as decisões dos alunos em relação às ideias sobre medidas estatísticas devem ir além da simples capacidade de calcular essas medidas. Nessa situação, deve-se buscar compreender se os alunos são capazes de distinguir entre as diferentes medidas ou de diferenciar quando é mais apropriado aplicar uma medida em detrimento da outra, principalmente em relação ao que está sendo analisado no contexto. Os autores ressaltam que é essencial propor tarefas que incentivem os alunos a refletir sobre como e por que um determinado conceito estatístico foi utilizado em um contexto específico.

Posteriormente, Garfield (2002) propõe um modelo geral com cinco níveis progressivos de Raciocínio Estatístico, apresentados no Quadro 5:

Quadro 5 - Descrição do modelo geral dos níveis de Raciocínio Estatístico proposto por Garfield (2002).

Níveis	Designação	Descrição
1	Idiossincrático	O aluno(a) conhece algumas palavras e símbolos estatísticos, utilizando-os muitas vezes de forma incorreta, sem compreendê-los totalmente, podendo se embaralhar com informações não relacionadas entre si. Por exemplo, os alunos aprenderam os termos média, mediana e desvio padrão como medidas resumo, mas utilizam incorretamente (por exemplo, comparando a média com o desvio padrão ou fazendo julgamentos sobre uma boa média ou desvio padrão).
2	Verbal	O aluno(a) tem compreensão verbal de distribuições amostrais e do Teorema Central do Limite (TCL), mas não consegue aplicar esse conhecimento em situações reais. Por exemplo, o aluno pode apontar uma definição correta ou pode enunciar as implicações do TCL, mas não entende os conceitos-chave, tais como a integração entre variabilidade, média e forma..
3	Transicional	O aluno(a) é capaz de identificar corretamente uma ou duas dimensões de um processo estatístico sem entendê-las completamente de modo integrado, como, por exemplo, como um tamanho de amostra maior leva a um intervalo de confiança mais preciso (amplitude menor) do que com um erro padrão menor.
4	Processual	O aluno(a) é capaz de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não as percebe de modo integrado, nem compreende o processo. Por exemplo, o aluno sabe que a correlação não implica causalidade, mas não consegue explicar completamente o porquê.

5	Processual integrado	O aluno(a) tem uma compreensão completa de um processo de amostragem, das distribuições amostrais e é capaz de coordenar os princípios teóricos e o comportamento do processo de amostragem. O aluno pode explicar o processo por conta própria com palavras de confiança. O aluno pode explicar o procedimento em suas próprias palavras e pode fazer previsões corretas com confiança.
---	----------------------	--

Fonte: Garfield (2002), p.8.

Percebe-se que, conforme os educandos progredem em cada nível de Raciocínio Estatístico, a compreensão dos dados estatísticos torna-se mais apurada, sendo eles capazes de diferenciar e identificar corretamente os conceitos ou processos estatísticos. Por outro lado, Jauhari, *et al.* (2021), reforçam que a capacidade de Raciocínio Estatístico da maioria dos alunos ainda se encontra no nível 3 (transicional). Nesse nível, os estudantes conseguem identificar apropriadamente problemas reais, podem determinar conceitos envolvidos nas hipóteses de pesquisa, mas não compreendem o uso desses conceitos. Logo, o objetivo do processo de desenvolvimento do Raciocínio Estatístico é alcançar seu último nível (processual integrado), no qual os educandos atingem uma compreensão abrangente de todo o processo estatístico. Nesse estágio, eles são capazes de: (i) coordenar as regras e comportamentos; (ii) explicar com as suas palavras os conceitos estatísticos; (iii) identificar os aspectos da linguagem estatística; (iv) esclarecer os significados de cada conceito relacionado ao raciocínio sobre dados, às representações de dados, às medidas estatísticas, às incertezas, às amostras e às associações. Dentro dessa visão, é aparente que exercícios padronizados e mecanizados, nos quais as fórmulas são aplicadas sem uma reflexão crítica sobre o assunto, não proporcionam o desenvolvimento do Raciocínio Estatístico, pois o indivíduo opera sem compreender verdadeiramente os conceitos envolvidos.

Batanero (2001) indica ainda que o Raciocínio Estatístico refere-se à forma de raciocinar com dados estatísticos em relação às ideias. Sob essa óptica, o estudante é capaz de interpretar e apresentar informações estatísticas de maneira resumida e integrada.

Nessa mesma perspectiva, Ben-Zvi, *et al.* (2015) enfatizam a importância do Raciocínio Estatístico, focando nas propriedades e características que podem ser aplicadas a todos os dados, em vez de analisá-los individualmente, com uma

reflexão crítica dos conceitos estatísticos envolvidos. Posteriormente, Engledowl e Tarr (2020) destacaram a importância do Raciocínio Estatístico para compreender claramente os conceitos estatísticos e para usar raciocínio lógico, sendo válido para apoiar conclusões tiradas de dados estatísticos. Isso auxilia os cidadãos a enfrentar uma diversidade de questões complexas cotidianas, permitindo-lhes tirar conclusões de informações estatísticas, respondendo a perguntas de problemas reais.

Além disso, de acordo com Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021), o Raciocínio Estatístico está focado no desenvolvimento de ideias estatísticas, em vez de apresentar apenas um conjunto de ferramentas e procedimentos. Esses autores salientam que o Raciocínio Estatístico dos alunos pode ser melhorado por meio de um ambiente de ensino projetado para desenvolver a compreensão estatística. Por sua vez, Melgar, *et al.* (2022), afirmaram que o Raciocínio Estatístico utiliza o pensamento crítico e as habilidades analíticas na interpretação das informações estatísticas, incluindo representação de dados e seus resumos, podendo assim tirar conclusões e tomar decisões com maior embasamento no contexto do problema.

Percebe-se assim que, para ser um cidadão crítico⁷, compreendendo as informações do dia a dia, é necessário mais do que simplesmente aplicar fórmulas. Isso significa que os alunos devem ser capazes de explicar e tomar decisões com base nas informações estatísticas analisadas. Em outras palavras, entendemos que este domínio estatístico emprega conceitos e ferramentas estatísticas para argumentar, distinguir e tomar decisões baseadas em dados. Portanto, uma compreensão dos conceitos estatísticos por parte dos estudantes é crucial para adotar uma perspectiva crítica em suas decisões e conclusões dentro de variados contextos.

2.2.3 Pensamento Estatístico

O último domínio citado por Delmas (2002) é o Pensamento Estatístico. Assim, como no caso do Letramento e do Raciocínio Estatístico, há várias definições para o Pensamento Estatístico. Snee (1990) definiu o Pensamento Estatístico como:

Processos de pensamento, que reconhecem que a variação está ao nosso redor e presente em tudo o que fazemos, todo trabalho é uma

⁷ Ao chamar de cidadão crítico, estou pensando como o cidadão pode ter a capacidade de analisar/compreender informações, questionar ideias preconcebidas e formar opiniões próprias, com base em evidências e reflexões, assim, participando ativamente na sociedade.

série de processos interconectados, e identificar, caracterizar, quantificar, controlar e reduzir a variação proporcionam oportunidades de melhoria (Snee, 1990, p. 118).

Cobb e Moore (1997) afirmam que o Pensamento Estatístico oferece a outros campos de estudo um conjunto de ideias e ferramentas para lidar com dados. A necessidade de tal domínio surge da presença da variabilidade em todos os tipos de dados. Os indivíduos variam; medições repetidas no mesmo indivíduo variam; em algumas circunstâncias, encontram-se indivíduos incomuns em uma massa esmagadora de dados. Em outras palavras, o foco está na variação das medidas, ou seja, em geral, análises e modelos estatísticos buscam detectar efeitos sistemáticos, com um ruído de fundo relacionado com variação individual.

Por outro lado, Mallows (1998) entende o Pensamento Estatístico como sendo,

a capacidade de relacionar dados quantitativos, dados de um problema do mundo real, muitas vezes na presença de variabilidade e incerteza. Tentando tornar preciso e explícito o que os dados têm a dizer sobre o problema de interesse (Mallows, 1998, p. 3).

Para Wild e Pfannkuch (1999), o conceito de Pensamento Estatístico é fundamentado em quatro dimensões: o ciclo investigativo, os tipos de pensamento, o ciclo interrogativo e as disposições. A primeira dimensão, o ciclo investigativo, é uma adaptação do modelo básico *PPDAC* (*Problem, plan, data, analysis, conclusions*) proposto por Mackay e Oldford (1994). Conforme explicado pelos autores, o ciclo investigativo tem como objetivo abordar e resolver um problema da realidade, com a intenção de mudar um sistema, para melhoria de algum aspecto do processo de Aprendizagem. A investigação motivada pela curiosidade é geralmente justificada pela ideia de que o valor acumulado de compreensão terá benefícios práticos a longo prazo. Esta solução, baseada no conhecimento da realidade do problema, requer uma melhor compreensão de como um sistema funciona como um todo e de como ele reagirá às mudanças em seus fluxos de entrada, suas configurações ou em seu ambiente. Esta dimensão sugere a diversidade de domínios que contribuem para “aprender com os dados”, conforme apontado por Wild, Utts e Horton (2018) [[subseção 2.1.1](#)], cobrindo amplamente todos os elementos desse modelo *PPDAC*. A Figura 2 apresenta uma interpretação do modelo *PPDAC* proposto por Wild e Pfannkuch (1999).

Figura 2 - Modelo *PPDAC* proposto por Wild e Pfannkuch (1999).

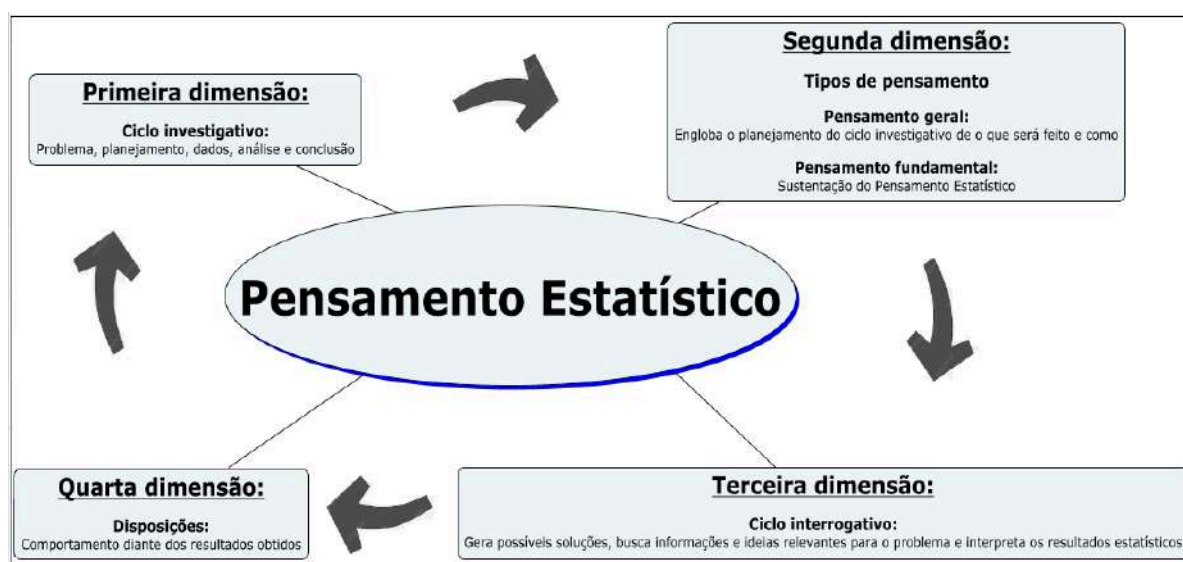


Fonte: Síntese do autor a partir do modelo *PPDAC* proposto por Wild e Pfannkuch (1999), p.226.

A segunda dimensão engloba o pensamento geral e o pensamento fundamental. O pensamento geral compreende o planejamento do ciclo investigativo, abordando questões como: (i) o que será realizado?; (ii) como será feita a atividade?; (iii) qual é o conhecimento prévio sobre o tema?; (iv) quais materiais serão necessários? Por sua vez, o pensamento fundamental refere-se: ao reconhecimento da necessidade de dados; à transnumeração, que se refere à capacidade de identificar a representação mais adequada a ser utilizada para compreender o problema; à percepção da variabilidade dos dados; ao raciocínio com modelos estatísticos; e à integração do contexto com o conhecimento estatístico. No Quadro 6, estão detalhados esses tipos de pensamento fundamental. A terceira dimensão é o ciclo interrogativo, que é conduzido pelo aluno durante a resolução de um problema, estando centrado na análise e investigação de questões. Nesta fase, o aluno gera possíveis soluções, busca informações e ideias relevantes para a solução do problema, interpretando posteriormente os resultados estatísticos obtidos. Além disso, verifica as informações obtidas, tanto internamente (com base no conhecimento prévio) quanto externamente (consultando literatura e outras fontes), e toma decisões sobre quais elementos manter ou descartar. Este processo é contínuo, incentivando o aluno a persistir na investigação para resolver o problema, discutindo e aplicando criticamente os conceitos estatísticos. A quarta e última dimensão, denominada de disposições, refere-se ao compromisso do aluno com o

problema em contexto. Segundo os autores, ele pode ser curioso e ter a vontade de investigar mais profundamente; ser imaginativo ao buscar visualizar o problema sob diversas perspectivas; adotar uma postura questionadora e, se as conclusões são adequadas ao contexto do problema, tentar entender se há novas fontes de dados para aquela ideia observada, permitindo que novas ideias sejam confrontadas com as suas. A Figura 3 apresenta uma interpretação da definição do Pensamento Estatístico conforme Wild e Pfannkuch (1999).

Figura 3 - Dimensões do Pensamento Estatístico proposto por Wild e Pfannkuch (1999).



Fonte: Síntese do autor a partir do modelo proposto por Wild e Pfannkuch (1999), p.226.

O Quadro 6 contém um resumo das componentes mencionadas do pensamento fundamental da Segunda Dimensão do Pensamento Estatístico, proposto por Wild e Pfannkuch (1999) e estendido pelos mesmos autores em (2004).

Quadro 6 - Tipos de Pensamento Estatístico fundamental proposto por Wild e Pfannkuch (2004).

Tipos de Pensamento	Descrição
---------------------	-----------

Reconhecimento da necessidade de dados	Os fundamentos do estudo estatístico baseiam-se no pressuposto de que muitas situações não podem ser julgadas sem que os dados sejam coletados e analisados adequadamente. Os dados coletados de maneira casual ou não sistemática, como as evidências anedóticas ou a experiência pessoal, podem ser enganosos nas tomadas de decisões. Portanto, a coleta de dados apropriada é considerada um requisito primordial para julgamentos confiáveis sobre situações reais.
Transnumeração	Uma ideia fundamental no Ensino de Estatística é elaborar representações dos dados de aspectos de um sistema para obter uma maior compreensão de todo ele. Dessa maneira os autores definem transnumeração como sendo a mudança de representações para gerar conhecimento. Nesse sentido, o pensamento de transnumeração ocorre quando: (1) são encontradas medidas que “capturam” características da situação real; (2) os dados brutos coletados são transformados em múltiplas representações gráficas, resumos estatísticos, etc, na busca de obter significados a partir dos dados; e (3) o significado dos dados deve ser comunicado de uma forma que possa ser compreendido pelos outros, em termos da situação real. Seja uma amostra de alunos, com medidas diferentes, como, por exemplo, altura, peso, idade, etc.. A visualização gráfica dos dados em um gráfico de barras mostrará a moda (ou modas) e o intervalo de variação dessas características dos alunos. Ao mudar a visualização para gráfico de caixa (<i>boxplot</i>), tornando visível a mediana, os quartis e os valores extremos. Uma mudança de representação pode revelar novas informações relevantes a partir dos dados.
Percepção da variabilidade dos dados	A coleta adequada de dados e a elaboração de julgamentos sólidos exigem uma compreensão da variabilidade dos dados, ou seja, conhecer as fontes de variação, o mecanismo de transmissão aos dados, a incerteza causada por fontes desconhecidas. É um tipo de pensamento que se inicia percebendo a variabilidade em uma situação da realidade. Essa percepção influenciará as estratégias que serão adotadas nos estágios de design e de gerenciamento de dados quando, por exemplo, tentamos eliminar ou reduzir as fontes conhecidas de variabilidade. A compreensão dos padrões de variabilidade é fundamental na análise e na interpretação dos dados. Essencialmente, a Estatística Aplicada é sobre prever, buscar explicações, encontrar causas ou apreender no contexto do problema. Portanto, trata-se de procurar e caracterizar padrões de variabilidade, tentando entendê-los nas circunstâncias da aplicação. É imprescindível considerar os efeitos da variação, pois eles influenciam todo o pensamento nas diversas etapas do ciclo investigativo.

<p>Raciocínio com modelos estatísticos</p>	<p>Os modelos estatísticos desenvolvidos para análise de dados são predominantes. Devem-se considerar como modelos estatísticos todas as ferramentas, ainda as mais simples. Por exemplo, os gráficos estatísticos podem ser considerados modelos estatísticos, uma vez que são formas estatísticas de representar e pensar a realidade. Ao usar modelos estatísticos para raciocinar, o foco estará mais na base agregada do raciocínio que na individual. Ao raciocinar individualmente, há uma tendência de concentrar-se em alguns aspectos isolados dos dados, inibindo seu relacionamento mais amplo com o conjunto de dados. Por outro lado, o raciocínio baseado em agregados se preocupa com os padrões e com suas relações no conjunto de dados como um todo. Estabelece-se um diálogo entre os dados e os modelos estatísticos. Os modelos podem nos permitir encontrar padrões nos dados, encontrar agrupamentos e visualizar os padrões de variação por meio da ideia de distribuição. Os modelos também permitem resumir os dados de várias maneiras, dependendo de sua natureza. Por exemplo, gráficos, locação e dispersão dos dados, agrupamentos, valores discrepantes, intervalos de confiança, etc. são lidos, interpretados e fundamentados na tentativa de encontrar evidências para embasar um julgamento.</p>
<p>Integração do contexto com o conhecimento estatístico</p>	<p>Os tipos de pensamento acima estão ligados ao conhecimento contextual do problema. A integração do conhecimento estatístico com o conhecimento contextual é um elemento fundamental do Pensamento Estatístico. Segundo Cobb e Moore (1997), o modelo estatístico deve capturar os elementos importantes da situação da realidade. O conhecimento contextual, tais como as informações sobre a situação da realidade, devem estar contidos nas visualizações gráficas ou nos resumos estatísticos. Os conhecimentos estatístico e contextual devem operar juntos de maneira a extrair uma síntese do que pode ser apreendido com os dados no contexto do problema. Essas ideias serão usadas para analisar e interpretar as diferentes perspectivas do Pensamento Estatístico.</p>

Fonte: Wild e Pfannkuch (2004), p. 18-20.

O Quadro 6 fundamenta-se no fato de que dados coletados adequadamente formam a base para análises baseadas em evidências. Isso significa que as interpretações derivadas desses dados têm uma forte fundamentação empírica, aumentando a confiança nas conclusões decorrentes delas. Caso a coleta de dados não seja realizada corretamente, a veracidade das informações estatísticas fica comprometida, resultando em conclusões que podem ser falsas. Além de uma coleta

de dados tecnicamente adequada, para alcançar conclusões e decisões corretas, é essencial haver uma ligação sólida entre o conhecimento contextual, como as informações sobre a realidade da situação, e o conhecimento estatístico. Eles devem atuar juntos para extrair uma síntese do que pode ser apreendido com os dados. Além disso, no decorrer da análise, é importante estabelecer um processo permanente de obtenção de significados a partir dos dados, ou seja, alterando as visualizações gráficas, os resumos estatísticos, etc. Segundo os autores, essa abordagem de alterar representação para gerar entendimento de um conceito estatístico específico é denominada transnumeração. Por sua vez, Chance (2002, p. 4) salienta que, “o pensador estatístico deve ser capaz de ir além do que é ensinado no curso, de questionar e investigar espontaneamente as questões e os dados envolvidos em um contexto específico.”

Segundo Suh, *et al.* (2020), o Pensamento Estatístico abrange a compreensão da forma como os estudos estatísticos são conduzidos, além do entendimento sobre quais são as grandes ideias que residem nesses estudos. De acordo com Kristanto (2018), este domínio implica não apenas a habilidade de compreender o propósito de um estudo estatístico, mas também a capacidade de conduzi-lo, de escolher o método de análise de dados mais apropriado e de avaliar e analisar criticamente os resultados da investigação. Por outro lado, Delmas (2004) define o Pensamento Estatístico como a capacidade de uma pessoa saber quando e como aplicar efetiva e eficientemente conhecimentos e procedimentos estatísticos. Essa aplicação envolve uma boa compreensão da Estatística, dos conceitos e métodos, além da capacidade de usá-los adequadamente em diferentes situações. Azmay, *et al.* (2023) apresentam ainda que a capacidade de integrar conclusões estatísticas com o contexto de um problema real é um elemento essencial do Pensamento Estatístico, garantindo que os resultados do estudo estatístico tenham veracidade e relevância. Além disso, Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021) também compartilham a visão de que o Pensamento Estatístico envolve uma compreensão abrangente dos conceitos e processos estatísticos, incluindo o raciocínio subjacente aos vários métodos de análise de dados, assim como conhecer o contexto no qual a pesquisa estatística é conduzida. Por sua vez, Abbiati, *et al.* (2021), destacam que o Pensamento Estatístico difere do Pensamento

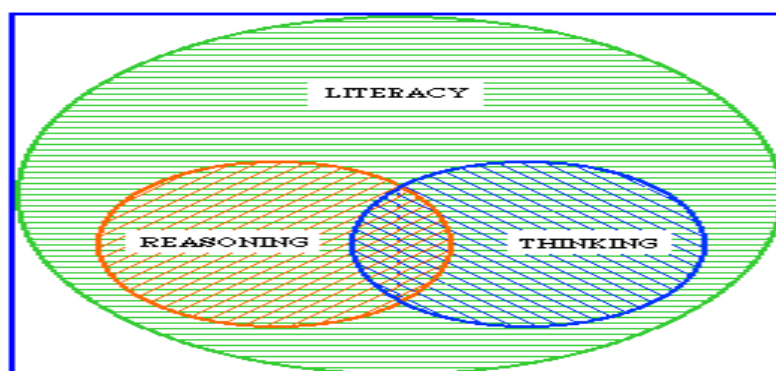
Matemático, porque ele se concentra na variabilidade e na produção de dados, dependendo muito de interpretação e de julgamento crítico.

Desta forma, compreendemos que o Pensamento Estatístico habilita uma pessoa a tomar decisões com base nos dados disponíveis, sendo visto mais como um procedimento do que simplesmente um consumo da informação estatística. Esses conceitos incluem a presença onipresente da variabilidade e o uso apropriado de métodos de análise de dados, como diferentes formas de resumo e de visualização de dados. Em resumo, o Pensamento Estatístico está ligado à capacidade de compreender as razões subjacentes à condução de estudos estatísticos, compreendendo e usando adequadamente os conceitos e métodos estatísticos em diferentes contextos.

2.2.4 Relações entre Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatísticos

Segundo Delmas (2002), é inegável que há relações entre o Letramento, o Raciocínio e o Pensamento Estatísticos. Para o autor, as relações entre esses três domínios podem variar de acordo como cada pesquisador as interpreta e define. Entretanto, o autor sugere duas interpretações para essas relações entre Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatísticos. A primeira delas considera que o Letramento Estatístico é mais abrangente que as demais, ou seja, o Raciocínio e o Pensamento Estatísticos são subconjuntos do Letramento Estatístico. Com essa perspectiva, o Letramento Estatístico é essencial para desenvolver os demais domínios. A Figura 4 sintetiza essa interpretação:

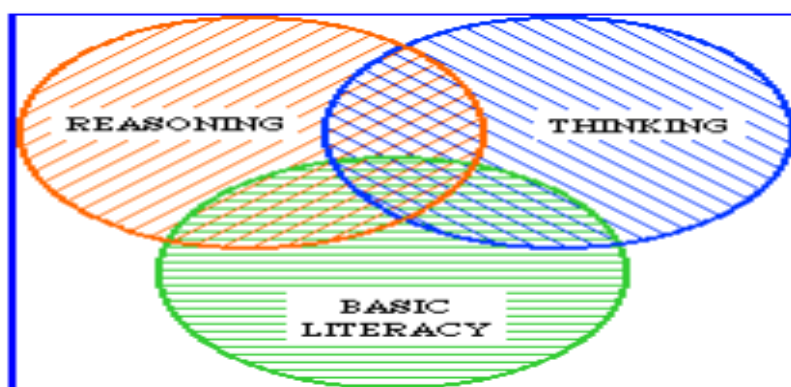
Figura 4 - Raciocínio e Pensamento Estatísticos dentro do Letramento Estatístico proposto por Delmas (2002).



Fonte: Delmas (2002), p. 5.

Considerando todo o processo cognitivo, Delmas (2002) sugere uma segunda interpretação, considerando no domínio elementos não relacionados entre si em cada um desses domínios, assim como outros elementos compartilhados aos pares e aqueles compartilhados entre todas as três. A Figura 5 a seguir, resume essa interpretação:

Figura 5 - Relações entre Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatísticos proposto por Delmas (2002).

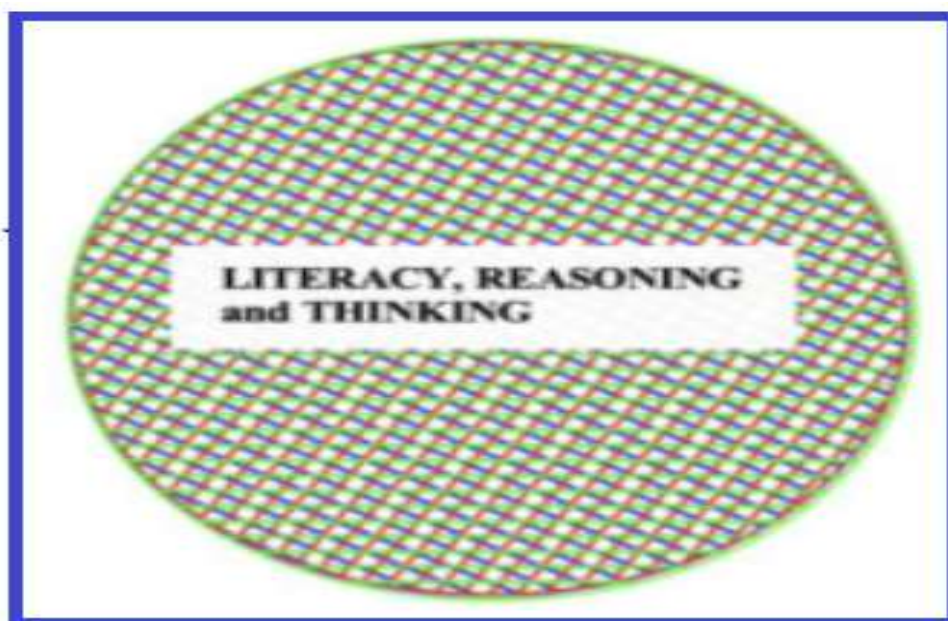


Fonte: Delmas (2002), p. 4.

Por sua vez, Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021), em pesquisa empírica, informam haver um modelo que indica, na perspectiva dos entrevistados, quais elementos dos três domínios (Letramento, Raciocínio e o Pensamento Estatísticos) são ensinados de maneira simultânea. Os autores sugerem assim uma representação unidimensional, apresentada na Figura 6. Neste caso, durante o ensino de elementos do Letramento, do Raciocínio e do Pensamento Estatísticos, alguns professores podem não perceber distinções entre os processos e trabalhar com apenas uma dimensão. Segundo esses autores, são necessárias entrevistas e observações em sala de aula, para determinar de que maneira os professores devem manusear e utilizar os elementos desses domínios. Nesse sentido, os autores concordam com o estabelecido por Delmas (2002, p. 6): "o que nos move de um dos três domínios para o outro não é tanto o conteúdo, mas sim o que pedimos aos alunos que façam com o conteúdo". Eles destacam que a própria experiência educacional, pesquisa documental e observações de campo nos ensinaram que alguns professores e programas educacionais tendem a equiparar problemas estatísticos a exercícios de livros didáticos tradicionais, focados apenas na aplicação

de fórmulas e não na reflexão crítica. Esse tipo de abordagem não fomenta o desenvolvimento do Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatísticos. Por exemplo, numa atividade, é a natureza do item que determina qual dos três domínios é avaliado, permitindo que mais de um domínio seja avaliado pelo mesmo item. Os autores ressaltam também que atividades baseadas em projetos estimulam o interesse em conduzir estudos estatísticos, conforme já indicado por Marchy e Juandi (2023) [subseção 2.2.1]. Gómez-Blancarte e Aguilar (2022) apontam que esta representação ajuda a exemplificar o comentário de Delmas (2002, p. 3) de que “sob uma perspectiva instrucional, a sobreposição sugere que uma única atividade instrucional pode ter o potencial de desenvolver mais de um desses resultados”.

Figura 6 - Modelo empírico proposto por Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021).



Fonte: Gomez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021), p. 10.

Por outro lado, Delmas (2002) considera uma perspectiva para distinguir os objetivos desses três domínios. O autor propõe uma lista, cujos termos estão apresentados no Quadro 7, os quais podem ajudar a compreender melhor as diferenças entre eles. Esses termos auxiliam bastante na diferenciação entre os domínios.

Quadro 7 - Termos que podem distinguir os três domínios proposto por Delmas (2002).

Letramento Estatístico	Raciocínio Estatístico	Pensamento Estatístico
Identificar Descrever Refrasear Transcrever Interpretar	Por quê ? Como ? Explicar (o processo)	Aplicar Crítico Avaliar Generalizar

Fonte: Delmas (2002), p. 6.

Nas seções anteriores, foram apresentadas diversas definições e características de cada domínio, além de modelos ou estruturas, com o objetivo de fomentar cada um deles. Nesse sentido, Delmas (2002) mostra que, na realidade, a maioria das recomendações consistentes para o Ensino de Estatística baseiam-se em: teorias de aprendizagem sólidas, experiência em sala e pesquisas educacionais. Assim, nesta seção, apresentamos as relações entre os três domínios estatísticos (o Letramento, o Raciocínio e o Pensamento Estatísticos) segundo professores e pesquisadores da área. O foco deste trabalho, portanto, é potencializar o Raciocínio Estatístico dos alunos, que é uma abordagem defendida por Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021). Há também a possibilidade de, nesse processo, fortalecer os outros dois domínios estatísticos (Letramento e Pensamento Estatísticos), cuja viabilidade também é preconizada por esses autores.

2.2.5 Letramento de Dados

O aumento na quantidade de dados disponíveis no dia a dia e a diversidade de formas de apresentá-los trazem benefícios e desafios. É importante que os indivíduos estejam cientes da quantidade de informações que geram e compartilham, além de se conscientizarem sobre os riscos e as oportunidades relacionadas à era digital, de forma que se tornem cidadãos conscientes e críticos. Para Watson (2002), as pessoas estão constantemente expostas a dados por meio dos veículos de comunicação, redes sociais, etc., sendo, por esse motivo, primordial o desenvolvimento do Letramento, do Raciocínio e do Pensamento Estatísticos, tornando-os críticos e alfabetizados estatisticamente, ou seja, cidadãos capazes de entender, compreender, interpretar e avaliar informações estatísticas apresentadas. No contexto do mercado de trabalho, Bakker, *et al.* (2009) afirmam que os dados

embasam a identificação de padrões, permitindo a antecipação de problemas. Assim eles são vitais, como por exemplo no monitoramento e controle de qualidade e na melhoria da produtividade. Por outro lado, Garfield e Ben-Zvi (2008) enfatizam que os dados estão sendo cada vez mais usados para adicionar ou sugerir credibilidade, ou seja, os autores sugerem que as escolas preparem para serem capazes de analisar, interpretar e avaliar criticamente afirmações baseadas em dados. Seguindo esta perspectiva, observamos a importância de cidadãos serem alfabetizados em dados para que tenham uma reflexão crítica mais ampla do mundo. Para Gould (2017), as definições de Letramento Estatístico devem ser atualizadas para levar em conta o papel cada vez mais amplo que os dados desempenham em nossas vidas. Segundo esse autor, em uma situação específica de currículo inovador do Ensino Médio que incorporou a ciência de dados, as experiências realizadas com os alunos mostraram que o ensino do Letramento Estatístico, estendido pelo conceito de Letramento de Dados, pode ser introduzido desde cedo na Educação Básica. Para este autor, esta noção ampliada é necessária e está em constante mudança devido à natureza, à estrutura e ao significado dos dados. O autor salienta ainda que os dados estão presentes em todos os aspectos da vida das pessoas, sendo então importante focar o nível mínimo de compreensão necessário em relação ao Letramento de Dados, para que o aluno possa exercer plenamente sua cidadania. Gould (2017) propõe no Quadro 8 uma lista que define os níveis mínimos necessários de compreensão em relação ao Letramento de Dados.

Quadro 8 - Lista de níveis básicos de entendimento em relação ao Letramento de Dados proposto por Gould (2017).

Lista de níveis básicos de entendimento em relação ao Letramento de Dados
Compreender quem coleta dados sobre nós, porque os coleta e como os coleta.
Saber analisar e interpretar dados provenientes de amostras aleatórias e não aleatórias.
Compreender questões de privacidade e propriedade de dados.
Saber como criar representações descritivas básicas de dados para responder perguntas sobre processos da vida real.
Compreender a importância da proveniência dos dados.
Compreender como os dados são armazenados.

Compreender como as representações em computadores podem variar e por que os dados devem às vezes ser alterados antes da análise.

Compreender alguns aspectos da modelagem preditiva.

Fonte: Gould (2017), p.22.

Para esse autor, o conceito de Letramento de Dados é fundamental para proporcionar ao indivíduo estatisticamente alfabetizado as habilidades e compreensão necessárias para participar de uma sociedade que coleta com frequência dados sobre ele e os utiliza para fazer previsões sobre seus hábitos de consumo, padrões sociais, etc. Para Gould (2017), o aprimoramento da noção de Letramento Estatístico, com a inclusão do conceito de Letramento de Dados, possibilita o desenvolvimento de cidadãos capazes de acessar e analisar a extensa gama de dados disponíveis para responder às suas próprias perguntas, dando-lhes, em uma sociedade democrática, uma voz poderosa.

Segundo o *Oceans of Data Institute (ODI)*, (2015), o Letramento de Dados pode ser visto como a capacidade para dar sentido aos dados, o qual abrange a coleta, o gerenciamento, a modelagem, a interpretação e a apresentação de dados. O cidadão alfabetizado em dados pode identificar, coletar, avaliar, analisar, interpretar, apresentar e proteger dados, encontrando significado nos dados e tomando decisões com base neles. Ridsdale, *et al.* (2015) compartilham a mesma perspectiva, ou seja, que o acesso e a compreensão dos dados são habilidades essenciais para a vida, possibilitando uma participação mais efetiva dos cidadãos na sociedade. Por outro lado, o *Advisory Council on Economic Growth (ACEG)*, (2017) e a *Conference Board of Canada (CBC)*, (2016) apontam que os dados desempenham um papel fundamental na tomada de decisões cotidianas, ou seja, aquelas relacionadas com: a escolha do que comprar, as empresas ou universidades para as quais se candidatar, o candidato em quem votar no âmbito político, etc. Em um mundo com a quantidade de dados crescente e com uma economia baseada no conhecimento, a falta de habilidades relacionadas ao Letramento de Dados não apenas dificulta a capacidade de um indivíduo se inserir no mercado de trabalho ou em uma universidade, mas também limita a compreensão e o uso de informações essenciais para decisões relacionadas à saúde, à política e às finanças (*UNESCO, 2006*). Seguindo essa perspectiva, podemos observar a importância do Letramento

de Dados para os alunos, a fim de capacitá-los para o mercado de trabalho e torná-los cidadãos questionadores, ampliando sua compreensão da realidade e dos problemas.

Nesse contexto, a revisão sistemática sobre o Letramento de Dados de educadores conduzida por Raffaghelli e Stewart (2020) aponta que a maioria dos estudos enfatizou fortemente os aspectos técnicos e mensuráveis deste domínio, relacionados com a extração, a análise estatística e a visualização de dados. Por sua vez, Koltay (2017) examinou também o Letramento de Dados na perspectiva específica dos pesquisadores e bibliotecários de dados. Ele define o Letramento de Dados como:

Um conjunto específico de habilidades e base de conhecimento, que capacita os indivíduos a transformar dados em informações e em conhecimentos acionáveis, permitindo-lhes acessar, interpretar, avaliar criticamente, gerenciar e usar dados de forma ética (Koltay, 2017, p.10).

Além disso, Carmi, *et al.* (2020) examinaram o Letramento de Dados para os cidadãos, tendo proposto uma estrutura de cidadania de dados que consiste em pensar com dados. Esses autores caracterizam a importância das iniciativas dos cidadãos com os dados e de sua consequente compreensão crítica.

Cui (2023) evidencia ainda que, independentemente da escolaridade, da área de estudo ou da classe social, para alfabetizar um indivíduo em dados é necessário que eles sejam capazes de: i) ler, compreender e avaliar dados e resultados quantitativos e qualitativos de análise quantitativa e qualitativa básica apresentada em jornais, revistas, sites, redes sociais, fóruns e documentos relacionados ao mercado de trabalho; ii) usar essas informações para apoiar pensamentos e tomadas de decisão baseados em evidências. Seguindo essa ideia, Wolf, *et al.* (2016) afirmam que, para construir uma sociedade alfabetizada em dados, é essencial que, desde a Educação Básica, sejam desenvolvidas as habilidades fundamentais de Letramento de Dados e de raciocínio inferencial. O raciocínio inferencial envolve a capacidade de chegar a reflexões críticas a partir de determinados dados que, por sua vez, está intrinsecamente ligado à aplicação de contextos reais. Esse processo de raciocínio envolve etapas como a formulação de um problema, a coleta e a análise de dados, seguidas da interpretação e tomada de

decisões relacionadas ao problema. Wolf, *et al.* (2016) sintetizam essa ideia desta maneira:

O Letramento de Dados é a capacidade de elaborar e responder perguntas do mundo real a partir de grandes ou de pequenos conjuntos de dados, por meio de um processo de investigação, considerando sempre o uso ético dos dados. Ele é baseado no núcleo de habilidades práticas e criativas, sendo capaz de estender o conhecimento e habilidades especializadas em tratamento de dados, de acordo com os objetivos. Esse conhecimento especializado inclui as habilidades de selecionar, limpar, analisar, visualizar, criticar e interpretar dados, bem como contar histórias a partir dos dados, usando-os como parte de um processo (Wolf, *et al.* 2016, p. 23).

Dessa forma, percebe-se que o Letramento Estatístico pode ser expandido pelo Letramento de Dados a fim de incluir pensamento crítico ligado ao contexto do problema de uma forma mais ampla. Isso ajudará os educandos a lidar com informações baseada em dados de uma forma mais geral.

2.2.6 Modelo dos Campos Semânticos

Para a leitura e análise das tarefas na pesquisa de campo, apresentamos o referencial teórico denominado o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), produzido pelo professor e pesquisador Romulo Campos Lins (1955-2017), e vamos nos apoiar em trabalhos do professor e pesquisador Amarildo Melchiades da Silva (2003, 2022). Lins, criador do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), começou a desenvolver sua tese de doutorado, de 1988 a 1992, intitulada “*A framework for understanding what algebraic thinking is*” (Um quadro de referência para entender-se o que é pensamento algébrico), na Universidade de Nottingham no Reino Unido [*University of Nottingham (UK)*]. Sua pesquisa focou em compreender o que os alunos estão pensando quando cometem erros, sem considerar o erro em si, e analisou as indagações e propostas dos alunos em relação às possíveis respostas para entender como eles produziram essas possíveis respostas. Em outras palavras, Lins investigou os motivos pelos quais os alunos escrevem e dizem o que escrevem e dizem em relação aos problemas propostos. A partir dessa análise, o pesquisador buscou compreender o pensamento algébrico dos alunos por meio de suas falas e registros escritos, adotando uma perspectiva de análise que, posteriormente, fundamentou a construção do Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Silva,

atualmente professor e pesquisador do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), também contribui para o campo com suas pesquisas e conhecimentos.

Para Lins (2002), não basta observar o erro e o acerto, e cada vez menos basta tentar eliminar o erro; é preciso, para o autor, buscar formas de caracterizar os processos que o educador presencia, muitas vezes como parte deles, de modo que possa dar uma explicação plausível para aquilo que está vendo acontecer. Esta explicação plausível, por outro lado, é necessária para guiar a intervenção em sala de aula feita pelo educador. Assim, o interesse se move sempre na direção de poder entender o que as pessoas dizem e com que objetos estão operando. O autor expressa perfeitamente o efeito dessa perspectiva:

[...] ao invés de apenas caracterizar o erro, a falta, eu queria mostrar que existe ali a possibilidade e a necessidade do que hoje chamo de uma leitura positiva do que o aluno fez/disse, que consiste em saber do que, de que objetos, ele estava efetivamente falando. E mais, desenvolver um referencial teórico que me permitisse fazer esta leitura positiva (Lins, 2002, p.18).

Nesse sentido, de acordo com Silva (2003), o uso de uma “leitura positiva” caracteriza-se por uma perspectiva que não enfatiza os erros cometidos pelas pessoas ao realizar uma atividade, mas sim com o interesse em buscar entender por que ele fez o que fez. Isso opõe-se à leitura pela falta, que é uma abordagem que analisa a produção do sujeito com base no que está “errado” ou “ausente” em relação a um padrão ideal (geralmente vinculado ao saber escolar). Nesse caso, a atenção recai sobre o que falta, o que não foi feito “corretamente”.

No entanto, os principais elementos do MCS incluem: significado, produção de significados, conhecimento, resíduos de enunciações, interlocutores, objetos, legitimidade, estipulações locais e núcleos. Além disso, o modelo também engloba outras noções fundamentais, como atividade, espaço comunicativo e texto.

A respeito do termo “significado”, Lins (1994) destaca que:

[...] quando se encontram com textos do matemático—livros-didáticos, por exemplo—as pessoas de fato produzem significados que não são os do matemático, mas que as

tornam capazes de falar a partir daquele texto (resolver equações, por exemplo). (Lins, 1994, p.37).

Silva (2022) reforça esta ideia dizendo que um aspecto importante, segundo a perspectiva linsiana, quando falamos de significado e produção de significados, principalmente quando estamos nos referindo a Matemática, é o de que os significados “não-matemáticos” estejam em discussão de maneira em geral e não apenas os significados matemáticos, pois, quando estamos falando de Matemática, produzimos significados “não-matemáticos”, e não há razão para evitar tal riqueza de informações advindas dessas enunciações.

Em relação ao processo de aprendizagem e produção de significados, Lins (1999, p.86) destaca que “O aspecto central de toda aprendizagem – em verdade, o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados.” Além disso, o mesmo autor, define que “o significado de algo é aquilo que digo deste algo. Grosso modo, significado, para mim, é o que a coisa é” (Ibidem, p.86).

Dito isso, a respeito do termo “resíduo de enunciação”, Lins (1999) evidencia que o que há nos livros didáticos é resíduo de enunciação, ou seja, por si só são apenas enunciados, seja pela escrita, justificações-afirmações, expressões, entre outros. Assim, a produção de significados se dará durante as ações, sejam elas: falas, expressões, escritas. Cabe ainda ressaltar que o autor também expressa que resíduo de enunciação é, em suas palavras, “algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém” (Lins, 2012, p.27). Assim, elementos como escritas, desenhos e gestos podem ser compreendidos como resíduos de enunciações.

Em Lins (1996), ao defender a ideia de que objetos estruturam o pensamento, o autor apresenta que objetos são coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos no interior de uma atividade. Em outras palavras, o autor expressa que o significado de um objeto “é o conjunto das coisas que efetivamente dizemos sobre o objeto” (Ibidem, p.140). Seguindo nessa linha de raciocínio, Lins (1999) vai além e sintetiza que os objetos são formados pela produção de significados que lhes atribuímos. Não se trata de “ali estão os objetos e aqui estou eu”, para a partir daí eu descobrir seus significados; é ao contrário, o cidadão se constitui enquanto ser cognitivo por meio da produção de significados que realiza, ao mesmo tempo em que constitui objetos por meio destas enunciações.

Seguindo nesta linha de raciocínio, de acordo com este autor, pode-se ver que, quando se fala de significados, não se está referindo a tudo o que, em uma dada situação, poderia ser dito sobre um objeto, mas sim ao que efetivamente se diz a respeito do objeto dentro daquela atividade. O termo “falar”, segundo Lins (2002), tem um significado muito mais amplo do que simplesmente exprimir-se por meio de palavras. Dessa forma, Silva (2003) explica que o termo “falar” implica que um sujeito produziu significado, ou seja, é dizer que ele produziu ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma determinada atividade. Com isso, podemos compreender que as ações enunciativas se referem a gestos, registros escritos, linguagem de sinais, desenhos, linguagem oral e qualquer forma de enunciação que possa botar a produção de significados do sujeito em ação.

Para Silva (2022), a importância de se observar o sujeito no contexto de uma atividade, reside na possibilidade de podermos compreender a sua produção de significados; entender, por exemplo, por que esse sujeito expressa o que expressa, e por que escolhe dizer determinadas coisas em vez de outras.

Lins (1996a, p.140) enfatiza que “os objetos são constituídos enquanto tais a partir do que o sujeito diz o que eles são”. A importância da leitura de produção de significado daqueles que queremos entender é que, para o mesmo autor, em Lins (1996b, p.5), “o ponto chave é que produzimos significados para pertencer a uma prática social ou, em escala maior, a uma cultura, tanto quando produzimos enunciações pela mesma razão”.

Ao produzirmos significados e constituirmos objetos, estamos nos movendo em uma direção na qual acreditamos ser legítimo dizer tudo o que dissemos. Para Lins (2012), essa direção corresponde à noção de interlocutor, entendida, em suas palavras, como “aquele com quem se conversa” ou “aquele que participa (conosco) de um diálogo (no sentido comum)” (Lins, 2012, p. 30). Nesse sentido, o interlocutor refere-se à direção do discurso. Assim, o professor fala a partir da idealização de um ou mais alunos, que ele próprio constitui como seus interlocutores.

Seguindo nessa mesma perspectiva, é possível compreender que as pessoas são diferentes e, portanto, podem produzir significados distintos sobre um mesmo objeto. Com base nas noções do MCS, Chaves, Sad e Zocolotti (2018) ressaltam que:

Quando tratados de forma adequada, o “erro”⁸, a dúvida, a incerteza constituem-se como pontos relevantes para que possamos produzir conhecimento, estabelecendo assim interlocuções a partir do compartilhamento de espaços comunicativos. Não é o resultado de uma questão, o “acerto” de uma demonstração, que nos leva à produção de conhecimento a respeito de um procedimento ou de uma teoria, mas o questionamento, a análise do processo, a justificação de uma crença-afirmação, o confronto com o erro que nos possibilita tal produção. (Chaves; Sad; Zocolotti, 2018, p. 25).

Partindo da ideia de que os indivíduos diferem em seus modos de pensar, o MCS propõe que o foco não esteja no que o aluno não sabe ainda, mas sim em compreender o lugar cognitivo em que ele se encontra, buscando assim que a Aprendizagem ocorra em relação ao objeto de estudo.

Além disso, o MCS traz a ideia das estipulações locais e núcleo, que, segundo Silva (2003), quando estamos

no processo de produção de significados, existem algumas afirmações que a pessoa faz e que, tomando-as como absolutamente válidas, não sente necessidade de justificá-las. A essas crenças-afirmações, chamaremos de estipulações locais; e ao conjunto das estipulações locais constituídas no interior de uma atividade denominaremos núcleo (Silva, 2003, p.75).

Nesta direção, em relação ao núcleo, Lins (1997) descreve em suas palavras que:

Os elementos de um núcleo funcionam como estipulações locais: localmente são “verdades absolutas”, coisas que assumimos sem que haja a necessidade de uma infinita cadeia regressiva de justificações. O que é importante e revelador é que esse “localmente” se refere ao interior de uma atividade, e que no processo dessa atividade esse núcleo pode se alterar pela incorporação de novas estipulações (elementos) ou pelo abandono de algumas estipulações até ali assumidas (Lins 1997, p.194).

No entanto, na observação da constituição das estipulações locais e um núcleo, podemos identificar a maneira que o estudante está operando, bem como a lógica das operações ligadas ao processo de produção de significados de uma atividade, observando o processo dinâmico podendo incorporar ou abandonar elementos. De acordo com Lins (1997), as operações são o que o sujeito faz com os objetos e a lógica das operações é o que garante que ele pode fazer.

⁸ Para o MCS não há erros, mas resíduos de enunciações que não necessariamente compartilham do mesmo espaço comunicativo que aqueles que desejamos elencar como interlocutores (ser cognitivo e não biológico).

A partir da elaboração desses elementos associada à atividade, constituíram-se os processos que permitiram a Lins elaborar a noção de Campo Semântico. O autor apresenta as seguintes redações para esta noção: “Campo Semântico é um processo de produção de significado, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade” (Lins, 2012, p.17). “Sendo um processo, ao ser colocado em marcha cria as condições para a sua própria transformação” (Ibidem, p.17).

Silva (2022) salienta que o MCS foi elaborado para Educadores Matemáticos e professores que ensinam Matemática, porém, ele se torna igualmente útil para todos os educadores que têm como objetivo entender seus alunos e auxiliá-los em seu processo de Aprendizagem, pois, apesar de apresentar alguns exemplos envolvendo Matemática, todo quadro teórico é geral e pode ser utilizado em qualquer assunto em discussão.

Portanto, no MCS, o conhecimento é concebido como algo ligado ao ato de enunciação, já que não existe conhecimento nos livros enquanto objetos, mas sim nos enunciados contidos neles. Para que esses enunciados contribuam efetivamente para a produção de conhecimento, é necessário que os aprendizes tomem parte da produção de conhecimento. Nessa perspectiva, a produção de significado vai além da simples transmissão de informação, envolvendo também a geração ativa de conhecimento. Diante dessa situação, esta produção de dados se torna interessante até mesmo para aqueles alunos que estão com receio de acertar ou errar em uma determinada atividade, pois o foco principal é o processo de Ensino e Aprendizagem focado na abordagem qualitativa, e não o resultado final para ser avaliado como uma nota. Este referencial teórico foi utilizado para a leitura e análise das atividades na pesquisa de campo.

3 O PROBLEMA DE PESQUISA E O PRODUTO EDUCACIONAL

Neste capítulo, apresentam-se o Problema de Pesquisa, que emerge das discussões decorrentes da Revisão de Literatura [[capítulo 2](#)], e o Produto Educacional, que foi desenvolvido a partir da pesquisa de campo.

3.1 O PROBLEMA DE PESQUISA

Nossa problemática tem como referência o que foi exposto no [capítulo 1](#). Assim, o problema de pesquisa intitula-se: **Investigar a produção de tarefas para o processo de ensino de medidas de posição para estudantes do Ensino Médio, por meio de boxplots e com o apoio de tabelas**. O objetivo principal é potencializar o Raciocínio Estatístico dos estudantes ao analisar significados produzidos por alunos do Ensino Médio a respeito das medidas de posição, ao realizarem uma sequência de tarefas didáticas por meio de boxplots, com o apoio de tabelas, buscando a compreensão e a aplicação das medidas de posição, com o intuito de explorar o conteúdo curricular de maneira mais dinâmica e interativa. Busca-se também que o aluno desenvolva uma reflexão crítica sobre o tema abordado e que isso o provoque a aplicar esse conhecimento em outros contextos sociais. Partindo dessas considerações, esta pesquisa fundamenta-se como qualitativa e exploratória, relacionada à área da Educação Estatística. Os objetivos específicos são: i) Buscar o desenvolvimento do Raciocínio Estatístico dos estudantes no aprendizado das medidas de posição ao interagirem com os boxplots, com o apoio de tabelas; ii) Investigar a produção de significados dos estudantes, com base no Modelo dos Campos Semânticos, por meio de boxplots, com o apoio de tabelas no ensino das medidas de posição, considerando a leitura e a interpretação, sobre o conjunto de dados.

3.2 O PRODUTO EDUCACIONAL

Para o Produto Educacional, foi desenvolvido um conjunto de tarefas e perguntas. Além disso, usamos o apoio de tabelas com temas extraídos do cotidiano e apoiados em microdados do Censo de 2010 do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). As tarefas foram aplicadas durante a pesquisa de campo, possibilitando que os alunos analisassem e avaliassem criticamente os dados

apresentados. Elas enfatizaram o uso e a compreensão das medidas de posição, conteúdo relacionado à área da Estatística. Além de potencializar o Raciocínio Estatístico, buscou-se fortalecer os outros dois domínios estatísticos (Letramento e Pensamento Estatísticos), conforme a sua viabilidade foi defendida por Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021). Ademais, Gal (2019, 2021), conforme já salientado na [subseção 2.2.1](#), ressalta, ainda, a necessidade de promover iniciativas de Letramento Estatístico em programas voltados à educação de jovens e adultos (EJA), em parceria com instituições diversas, como agências governamentais (a exemplo no Brasil, o IBGE), organizações não governamentais (ONGs) e grupos filantrópicos, pois essa abordagem favorece a Aprendizagem em conceitos estatísticos e estimula a reflexão crítica, impactando na compreensão do Letramento Estatístico. A partir da análise das respostas e das falas dos estudantes, foi desenvolvido um aplicativo para o Ensino de Estatística utilizando a plataforma R Shiny, que é apresentado no Produto Educacional e nas Considerações Finais desta pesquisa [[capítulo 6](#)], com o objetivo de fortalecer o processo de compreensão das medidas de posição.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos as nossas propostas metodológicas referentes ao conteúdo de medidas resumo para alunos do Ensino Médio, embasadas pelo MCS e no contexto da BNCC. A seguir, descrevemos a caracterização e o universo da pesquisa, seus participantes e o detalhamento dos procedimentos metodológicos utilizados, assim como foi o desenvolvimento da pesquisa de campo realizada.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa é de cunho qualitativo e exploratório, sendo assim, realizou-se uma análise qualitativa dos dados coletados, levando em conta os fatores que influenciam a leitura e a compreensão dos participantes da pesquisa diante das tarefas propostas. Gil (2002, p.41) expressa, com as próprias palavras, que a pesquisa exploratória tem como propósito “aprimorar ideias ou descobrir intuições. Assim, o planejamento da pesquisa é bastante flexível, permitindo a análise de diversos aspectos relacionados ao fenômeno em estudo.”

A respeito da abordagem metodológica, trata-se de uma pesquisa qualitativa, que, segundo Bogdan e Biklen (1994), consiste em compreender em detalhes como os sujeitos pensam, a partir de questões abertas que os permitam responder de acordo com as suas vivências pessoais, sem se moldar a questões previamente elaboradas e prontas. Os métodos qualitativos oferecem uma maneira eficaz de avaliar, pois “os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico.” (Ibidem, p. 16). Além disso, para os autores, há um modelo de investigação qualitativa que se destaca em cinco características:

- 1) Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
- 2) A investigação qualitativa é descritiva;
- 3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
- 4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
- 5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa (Bogdan e Biklen, 1994, p.47-51).

Sendo assim, os autores entendem que suas interações com o meio e os demais permitem construir seus repertórios de significados em relação ao objeto de estudo.

Os dados coletados em nosso estudo foram analisados a partir das premissas do MCS. Expectamos o desencadeamento do processo de produção de significados por parte dos alunos, o qual consideramos envolver as seguintes noções de categorias:

- i) A constituição de objetos - coisas sobre as quais aquele estudante sabe dizer algo e diz. Isto permite ao pesquisador observar tantos os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos;
- ii) a constituição e a transformação de um núcleo (processo de nucleação): suas estipulações locais, as operações e suas lógicas associadas ao núcleo;
- iii) A produção de conhecimento: enunciação de crenças-afirmação e suas respectivas justificações;
- iv) a fala na direção de um interlocutor;
- v) As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer (para que está produzindo significados) no interior daquela atividade (Silva, 2022, P. 133).

Esses elementos apresentados foram utilizados para a análise e leitura das tarefas na pesquisa de campo, o que permitiu ler a produção de significados dos sujeitos por meio de uma leitura positiva.

4.2 O UNIVERSO DA PESQUISA E OS PARTICIPANTES

As tarefas propostas foram aplicadas a 28 alunos do Ensino Médio integrado ao curso técnico de Eletrotécnica, em uma turma de terceiro período, no Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ). A estrutura curricular do Ensino Médio integrado ao curso técnico em Eletrotécnica do IFRJ totaliza oito períodos, sendo os seis primeiros correspondentes às três séries do Ensino Médio, 1ª, 2ª e 3ª séries, e os dois últimos destinados, exclusivamente, à formação técnica em Eletrotécnica. Os instrumentos utilizados foram: slides com gráficos estatísticos baseados em dados do Censo de 2010 do IBGE, as tarefas, as tabelas com dados reais do mesmo censo e um questionário com perguntas para que os alunos pudessem responder aos questionamentos feitos a respeito das tarefas. Os materiais utilizados na pesquisa de campo estão disponíveis em: [Apêndice A](#), [Apêndice B](#), [Apêndice C](#) e [Apêndice D](#). O termo de autorização para a gravação de voz e/ou registro de imagens (fotos e/ou

vídeos) dos alunos para o desenvolvimento da pesquisa de campo encontra-se disponível no [Apêndice E](#). Já o [Apêndice F](#) é destinado aos professores e tem como propósito a conceituação do conteúdo de medidas resumo, tema pertencente à área da Estatística. As tarefas foram realizadas em dois encontros: a primeira, no dia 26/05/2025 e a segunda, no dia 05/06/2025. Ambas com duração média de 1h40min, sendo que apenas 19 alunos participaram do segundo dia.

4.3 OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Nas tarefas, buscou-se adotar uma abordagem interdisciplinar e transversal, que incentivasse a reflexão crítica dos alunos. Para isso, foram propostos problemas baseados em dados reais, obtidos de bases públicas, cujo contexto tivesse aderência ao cotidiano dos alunos. Nessa perspectiva, as tarefas desenvolvidas buscaram integrar o processo de Ensino e Aprendizagem da Estatística, buscando correlacionar com os conteúdos da disciplina de Geografia. Os temas trabalhados foram extraídos do cotidiano e apoiados em microdados do Censo de 2010 do IBGE, permitindo aos alunos analisar e avaliar criticamente os dados apresentados. As tarefas enfatizaram o uso e a compreensão das medidas de posição, conteúdo relacionado à área da Estatística. Além de potencializar o Raciocínio Estatístico, buscou-se fortalecer os outros dois domínios estatísticos (Letramento e Pensamento Estatísticos), conforme a sua viabilidade foi defendida por Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021). Ademais, Gal (2019, 2021), conforme já salientado na [subseção 2.2.1](#), ressalta, ainda, a necessidade de promover iniciativas de Letramento Estatístico em programas voltados à educação de jovens e adultos (EJA), em parceria com instituições diversas, como agências governamentais (a exemplo no Brasil, o IBGE), organizações não governamentais (ONGs) e grupos filantrópicos, pois essa abordagem favorece a Aprendizagem em conceitos estatísticos e estimula a reflexão crítica, impactando na compreensão do Letramento Estatístico. A partir da análise das respostas e das falas dos estudantes, foi desenvolvido um aplicativo para o Ensino de Estatística utilizando a plataforma R Shiny, que é apresentado no Produto Educacional e nas Considerações Finais desta pesquisa, com o objetivo de fortalecer o processo de compreensão das medidas de posição.

Entretanto, para a leitura das tarefas, quanto aos procedimentos metodológicos, utilizamos os pressupostos teóricos do Modelo dos Campos

Semânticos (MCS), pois, para a produção dos dados nas tarefas, buscou-se analisar a produção de significados por parte dos estudantes, objetivando entender quando e como esses significados são produzidos. Na realização das tarefas, investigamos o que eles sabem a respeito do tema e do objeto de estudo. Posteriormente, com as indagações e perguntas através de um diálogo do qual o aluno participa sendo o ator da aprendizagem, por meio do método de uma leitura positiva, considerando os elementos do MCS abordados na [subseção 2.2.6](#), possibilitou-se a leitura das produções de significados dos sujeitos sobre os objetos constituídos no interior de uma atividade, fundamentando e orientando tanto a organização quanto a execução das tarefas, assim como sua análise, resultando em um conjunto de tarefas didáticas, que foi produzido como um Produto Educacional. Isso permitiu os participantes da pesquisa a serem motivados a produzirem significados e, a partir desses, tivemos nossos resultados para análise, com o foco no Raciocínio Estatístico, construindo o conhecimento das medidas de posição.

As tarefas de pesquisa de campo, como mencionado anteriormente, foram fundamentadas no Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e tiveram como propósito criar um espaço comunicativo que possibilitasse aos estudantes refletirem e expressarem suas compreensões acerca dos boxplots apresentados. A proposta centrou-se na Aprendizagem do conteúdo de Estatística, com ênfase nas medidas de posição.

A interação com os microdados do IBGE, obtidos a partir do Censo de 2010 e representados por meio de boxplots, permitiu analisar como os alunos produziram significados sobre o tema em estudo, estimulando a reflexão crítica e favorecendo o processo de Aprendizagem do conteúdo abordado.

As tarefas desenvolvidas abordaram temas como: renda média domiciliar per capita e condições de saneamento inadequado, ambas organizadas por mesorregiões do estado do Rio de Janeiro. De acordo com o IBGE, a renda média domiciliar per capita é calculada pela razão entre a soma dos rendimentos mensais dos moradores e o número de pessoas residentes no domicílio. Já as condições de saneamento inadequado referem-se à ausência ou insuficiência de serviços básicos como: abastecimento de água, esgotamento sanitário, coleta de lixo e drenagem de águas pluviais, em relação ao número de habitantes por mesorregião.

Por último, o IBGE define as mesorregiões como áreas intermediárias entre o estado e as microrregiões, compostas por municípios com características socioeconômicas semelhantes. Neste estudo, por terem sido utilizados dados do Censo de 2010, adotou-se a antiga divisão do estado do Rio de Janeiro, que compreendia seis mesorregiões: Baixadas Litorâneas, Centro Fluminense, Metropolitana do Rio de Janeiro, Noroeste Fluminense, Norte Fluminense e Sul Fluminense, conforme classificação vigente pelo IBGE até o ano de 2017. A escolha por essa regionalização se justifica pelo fato de que os dados utilizados foram coletados com base nessa estrutura territorial, ainda amplamente comum em estudos acadêmicos e documentos oficiais elaborados antes da nova proposta de regionalização do IBGE.

No primeiro momento, foram apresentados aos alunos um conjunto de slides ([Apêndice A](#)) e, em seguida, o questionário com as perguntas ([Apêndice D](#)) e as tabelas ([Apêndice C](#)). As tabelas serviram de apoio para responder ao questionário com as perguntas a respeito das tarefas ([Apêndice B](#)); o objetivo foi disparar o processo de produção de significados a partir dos dados apresentados em boxplots, a fim da compreensão dos dados como etapa fundamental para a geração de informações. Essas tarefas foram baseadas nos boxplots ([Gráfico 1](#), [Gráfico 2](#), [Gráfico 3](#) e [Gráfico 4](#)), acompanhadas das 14 perguntas do questionário ([Apêndice D](#)) e as tabelas ([Apêndice C](#)), as quais tiveram os seguintes objetivos: levar os alunos a iniciarem um processo de produção de significados em relação aos dados apresentados, baseado nos pressupostos teóricos do MCS, registrando suas interpretações sobre a situação por meio de suas respostas, além de despertar a percepção quanto à importância da análise crítica dos dados a respeito do tema em estudo. De acordo com Mallow (1998), a capacidade de relacionar dados quantitativos com um problema do mundo real, muitas vezes na presença de variabilidade e incerteza, é um processo fundamental do Pensamento Estatístico, que torna mais preciso e explícito o que os dados podem revelar sobre o problema apresentado.

As tarefas desenvolvidas tiveram como objetivo validar o conjunto de tarefas planejadas. Esta pesquisa de campo buscou investigar e entender, a partir da leitura dos resíduos de enunciações dos alunos, como e quando são produzidos os significados de informações estatísticas apresentadas nos boxplots, com foco na

Aprendizagem do conteúdo das medidas de posição. Destacamos que, por meio da análise das enunciações efetuadas pelos alunos que colaboraram para a pesquisa nas tarefas desenvolvidas, foram coletados registros escritos que possibilitaram a formulação de conclusões acerca do todo investigativo. Na [seção 4.4](#), apresenta-se o percurso das etapas da pesquisa de campo e as tarefas que foram realizadas com os alunos. No [capítulo 5](#), realizamos as análises mais detalhadas das produções dos significados produzidos pelos alunos no desenvolvimento das tarefas.

4.4 ETAPAS DA PESQUISA DE CAMPO E A APRESENTAÇÃO DAS TAREFAS

Nesta seção, apresentamos as etapas e as tarefas da pesquisa de campo, referentes a medidas de posição. Esse tema faz parte do conteúdo de medidas resumo, tendo sido especificamente discutidos e trabalhados os conceitos e uso da média aritmética e mediana, sendo estendido também para o conceito de quartis. Na pesquisa de campo, inicialmente, foi conceituado o gráfico de boxplot ([Apêndice A](#)) e, a seguir, foi apresentada a reportagem sobre desigualdade salarial ([G1. DESIGUALDADE NO BRASIL, 2024](#)), como um tema motivador da produção de significados pelos alunos. Posteriormente, foram expostos boxplots ([Apêndice B](#)), baseados em dados públicos do Censo de 2010 do IBGE, assim como tabelas com esse conjunto de dados ([Apêndice C](#)). O roteiro das quatorze perguntas para produção de significados sobre medidas de posição foi apresentado por meio de um questionário, para serem respondidos por cada aluno ([Apêndice D](#)). Vinte e oito alunos da 2ª série do Ensino Médio integrado ao curso técnico de Eletrotécnica participaram da pesquisa de campo. Em 26/05/25, todos eles responderam às questões de 1 a 7 e, em 05/06/25, dezenove desses alunos responderam às questões de 8 a 14. Dos questionários respondidos por completo, foram selecionados aqueles que apresentaram individualmente o mesmo nível de participação e de envolvimento na produção de significados proposta, perfazendo um total de treze questionários selecionados para análise. A pesquisa de campo demandou quatro tempos (200 minutos) das aulas de Matemática da grade horária desses alunos. Observa-se que o objetivo do questionário foi disparar o processo de produção de significados a partir dos dados apresentados em gráficos estatísticos, e que a disponibilização das tabelas serviu de apoio para as respostas aos questionários, já que a compreensão dos dados é uma etapa fundamental na

geração de informações. Para preservar a identidade dos alunos, seus nomes foram substituídos por codinomes escolhidos pelos próprios alunos. Além disso, utilizamos identificações como: aluno A, aluno B, aluno C, [...], aluno M, com o objetivo de facilitar a compreensão da transcrição das leituras dos alunos e das análises dos significados produzidos por eles em seus registros escritos.

A produção de significados pelos alunos foi analisada com base nas noções-categorias do MCS (Silva, 2022). Procedeu-se a uma leitura positiva das enunciações dos alunos, buscando compreender quando e como esses significados foram construídos. Nosso objetivo foi correlacionar essa produção de significados com a Aprendizagem das medidas de posição por meio de gráficos estatísticos e tabelas, possibilitando também identificar crenças, legitimidades, interlocutores e o espaço comunicativo compartilhado nas situações-problema.

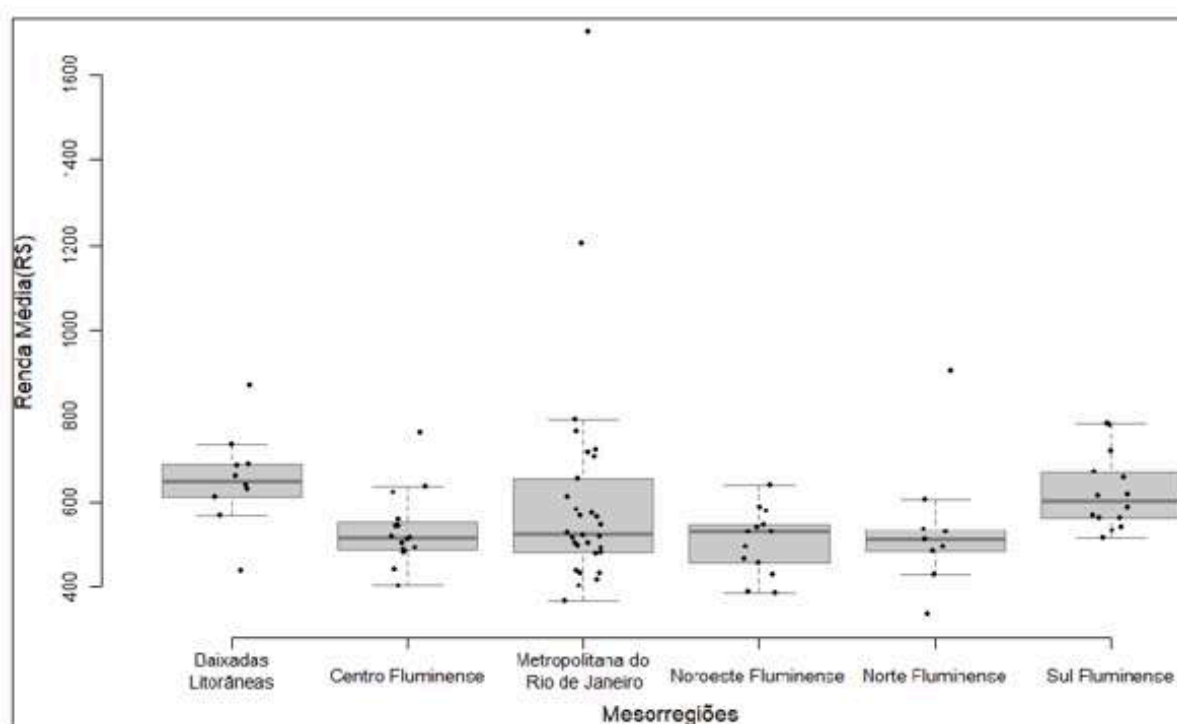
Antes da discussão dos significados produzidos, e para facilitar a compreensão, ressalta-se que todo o material utilizado como apoio para as respostas dos alunos estão disponíveis no final deste trabalho: as perguntas do questionário estão apresentadas no [Apêndice D](#); os gráficos estatísticos, no [Apêndice B](#); as tabelas dos dados, no [Apêndice C](#).

Com a tarefa 1, buscou-se analisar a renda média per capita nos municípios das mesorregiões do estado do Rio de Janeiro, com base nos dados do Censo de 2010 do IBGE. Foram apresentados aos alunos os boxplots das rendas médias dos municípios ([Gráfico 1](#)) e a Tabela 1 ([Apêndice C](#)), permitindo uma comparação da renda média nas várias mesorregiões do estado do Rio de Janeiro. Os objetivos dessa tarefa foram: (i) despertar nos alunos a percepção sobre como a forma de apresentação de dados estatísticos pode influenciar a interpretação dos dados e (ii) promover uma discussão sobre como ler e analisar os dados estatísticos apresentados, por meio da observação da relação da renda média de um município para o outro. As perguntas 1, 2, 3, 4, 5 e 10 do questionário ([Apêndice D](#)) referem-se a essa tarefa. Com a pergunta 1, esperávamos que os alunos pudessem identificar que as bolinhas pretas são as representações dos municípios de cada mesorregião em relação à renda média; com a pergunta 2, que os alunos pudessem identificar que Rio das Ostras é um município atípico, ou seja, aquele cuja renda média é a mais diferente da dos demais municípios da mesorregião das Baixadas Litorâneas; com a pergunta 3, que os alunos pudessem identificar os dois municípios atípicos da

mesorregião Metropolitana do Rio de Janeiro, em relação à renda média; com a pergunta 4, que os alunos pudessem identificar os municípios atípicos da mesorregião Norte Fluminense, com relação à renda média; com a pergunta 5, que os alunos identificassem a mediana das rendas médias na mesorregião Sul Fluminense, além de compreender o que representam os municípios com valores acima ou abaixo dessa mediana; com a pergunta 10, que os estudantes identificassem quais municípios da mesorregião Sul Fluminense apresentavam renda média superior à mediana das rendas médias.

Gráfico 1 - Renda Média x Mesorregiões

TAREFA 1 – RENDA MÉDIA x MESORREGIÕES

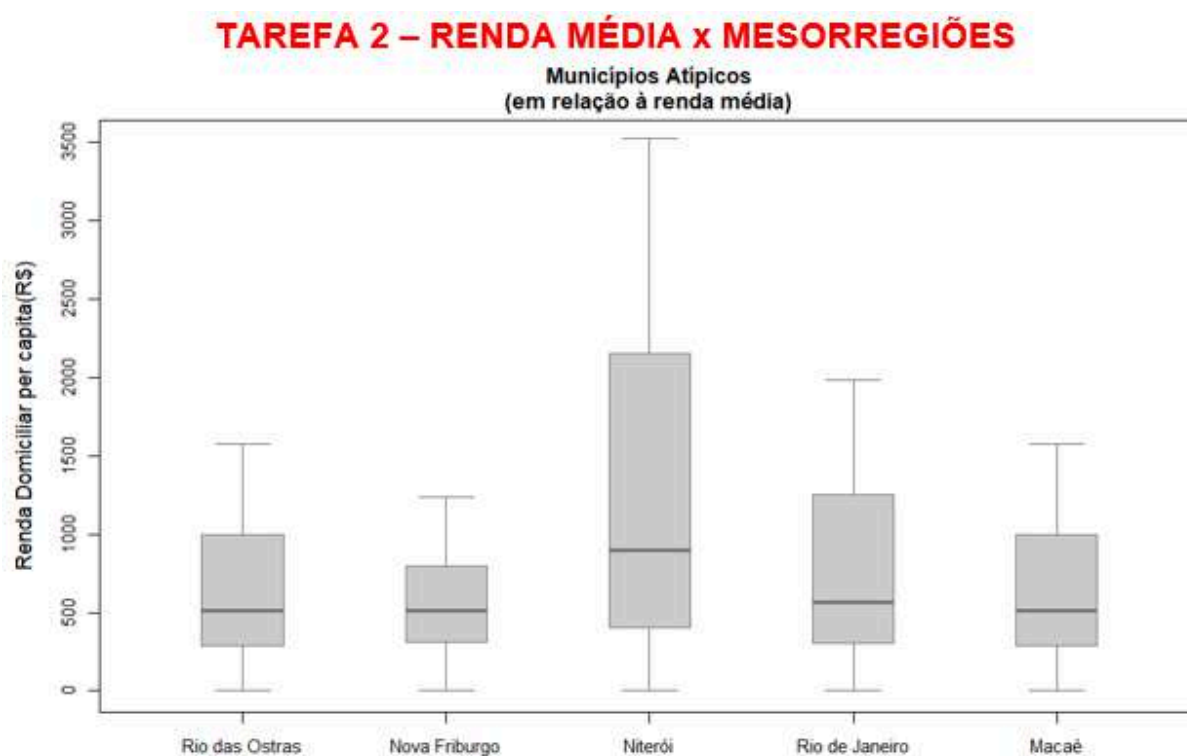


Fonte: Elaborado pelos autores a partir de dados do IBGE (Censo Demográfico 2010).

Por outro lado, com a tarefa 2, pretendeu-se analisar a renda domiciliar per capita de municípios atípicos de cada mesorregião, identificados no decorrer da tarefa 1. Foram apresentados aos alunos os boxplots (região típica do boxplot) das rendas médias de municípios com maiores rendas médias (atípico) de cada mesorregião ([Gráfico 2](#)), e a Tabela 1 ([Apêndice C](#)) permitiu uma comparação da distribuição da renda per capita desses municípios. O objetivo dessa tarefa foi compreender a localização do primeiro e do terceiro quartil em boxplots. As

perguntas 6 e 7 do questionário ([Apêndice D](#)) referem-se a essa tarefa. Com a pergunta 6, esperávamos que os alunos identificassem novamente o que representa a linha horizontal cinza do boxplot (mediana); com a pergunta 7, que os alunos identificassem que a mediana do município de Niterói estava acima da mediana dos outros cinco, proporcionando uma interpretação comparativa interessante sobre a mediana das rendas médias per capita desses cinco municípios.

Gráfico 2 - Renda Média x Mesorregiões (Municípios Atípicos)

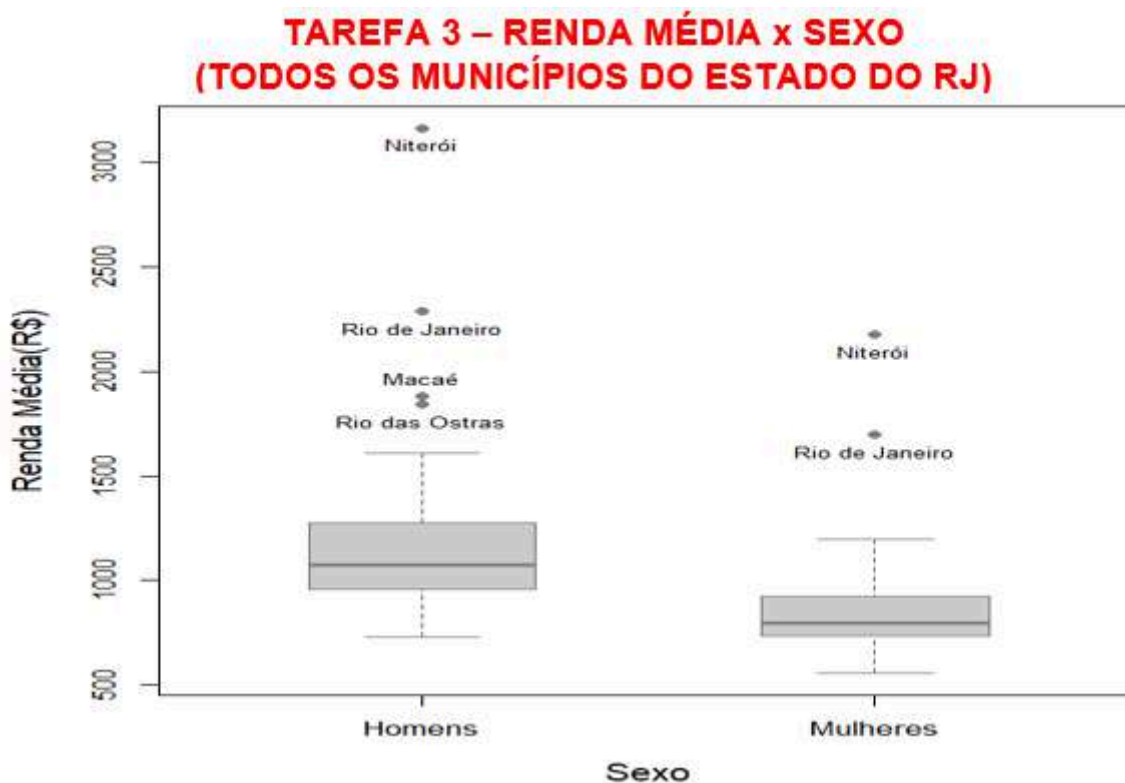


Fonte: Elaborado pelos autores a partir de dados do IBGE (Censo Demográfico 2010).

Por sua vez, com a tarefa 3, pretendeu-se analisar a renda domiciliar per capita de todos os municípios do estado do Rio de Janeiro por sexo. Foram apresentados aos alunos os boxplots das rendas médias de todos os municípios do estado do Rio de Janeiro, por sexo ([Gráfico 3](#)) e a Tabela 2 ([Apêndice C](#)), permitindo uma comparação da distribuição da renda per capita por sexo nesses municípios. O objetivo dessa tarefa foi entender as diferenças das rendas médias e perceber que os homens sempre ganharam mais do que as mulheres. A pergunta 8 do questionário ([Apêndice D](#)) refere-se a essa tarefa. Com essa pergunta, esperávamos

que os alunos identificassem que as rendas médias salariais apresentam diferenças quando comparadas entre os gêneros (Sexo).

Gráfico 3 - Renda Média x Sexo (Todos os municípios do estado do RJ)

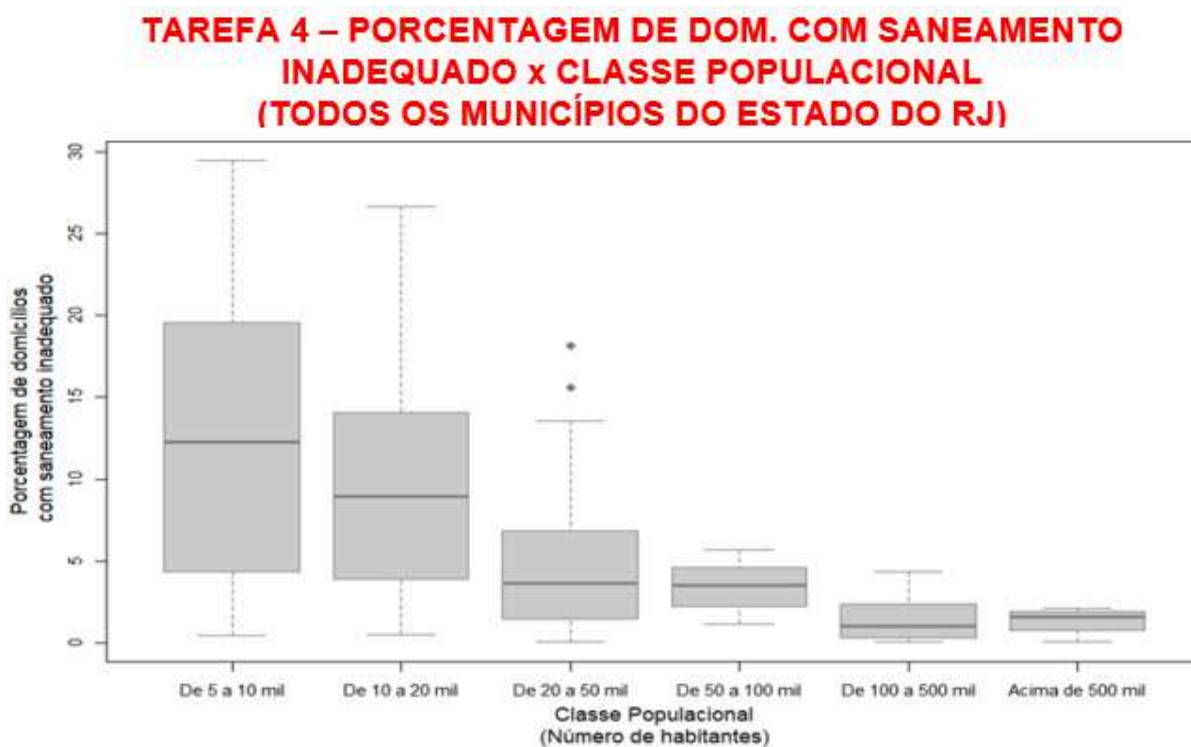


Fonte: Elaborado pelos autores a partir de dados do IBGE (Censo Demográfico 2010).

Com a tarefa 4, buscou-se analisar o percentual de domicílios com saneamento inadequado dos municípios do estado do Rio de Janeiro, por cada uma das classes populacionais. Foram apresentados aos alunos os boxplots dos domicílios com saneamento inadequado (%) de todos os municípios do estado do Rio de Janeiro, por classe populacional ([Gráfico 4](#)) e a Tabela 3 ([Apêndice C](#)), permitindo uma comparação da deficiência de saneamento básico com relação ao tamanho populacional dos municípios. O objetivo dessa tarefa foi explorar o conceito de valor atípico em um contexto diferente do que estava sendo trabalhado. A pergunta 13 do questionário ([Apêndice D](#)) refere-se a essa tarefa. Com essa pergunta, esperávamos que os alunos identificassem os municípios atípicos com saneamento mais inadequado em municípios de 20 a 50 mil habitantes. Salienta-se que, de acordo com o IBGE, um domicílio com saneamento inadequado é aquele

que não possui, ao mesmo tempo, um conjunto de três serviços básicos: abastecimento de água, esgotamento sanitário e coleta de lixo.

Gráfico 4 - Porcentagem de dom. com saneamento inadequado x Classe populacional (Todos os municípios do estado do RJ)



Fonte: Elaborado pelos autores a partir de dados do IBGE (Censo Demográfico 2010).

Por fim, com as perguntas 9, 11, 12 e 14 do questionário ([Apêndice D](#)), buscou-se a reflexão crítica dos alunos com relação aos conceitos estatísticos, aos dados e aos temas discutidos anteriormente. O objetivo dessas perguntas foi explorar a compreensão das medidas de posição e estimular o pensamento crítico dos alunos aliado ao contexto que está sendo analisado.

As perguntas 9, 11, 12 e 14 do questionário ([Apêndice D](#)) referem-se aos temas discutidos anteriormente. Com a pergunta 9, esperávamos estimular a reflexão crítica dos estudantes em relação às análises gráficas nos boxplots e nas tabelas; com a pergunta 11, que os estudantes fossem capazes de argumentar se alguma das medidas de posição discutidas (média aritmética ou mediana) é sempre a mais adequada para resumir adequadamente os dados, ou seja, identificar se alguma delas é melhor para representar os dados; com a pergunta 12, que os alunos soubessem diferenciar a média aritmética da mediana, demonstrando compreensão

sobre o uso dessas diferentes medidas de posição em análise de dados; com a pergunta 14, que os alunos pudessem formular hipóteses para uma análise posterior, de modo que permitisse estimular uma reflexão crítica sobre o mundo, possibilitando questionar realidades.

5 ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS PRODUZIDOS NAS TAREFAS

Neste capítulo, expomos os materiais apresentados e fornecidos aos alunos, seus registros escritos e a análise de suas respostas a cada uma das perguntas do questionário referente às tarefas desenvolvidas.

5.1 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 1 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

1) Na tarefa 1, observando os **gráficos de boxplots e a tabela 1**, o que são as bolinhas pretas?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 1](#) e [Apêndice B](#)), slide 5/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 1 (Figuras 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19).

Figura 7 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

As bolinhas pretas são a Renda Média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 8 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

As bolinhas pretas são os valores estatísticos das variáveis no gráfico de Box plot.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 9 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

As bolinhas pretas na minha paróquia são as rendas médias por regiões, assim, se uniu os municípios juntos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 10 - Registro escrito do aluno D (Casca de Bala) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

As bolinhas pretas representam os municípios divididos em renda média e o rendimento domiciliar per capita pelas mesorregiões.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 10 está reproduzido literalmente a seguir: “As bolinhas pretas representam os municípios divididos em renda média e o rendimento domiciliar per capita pelas mesorregiões” (Aluno D).

Figura 11 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

Observando a tabela, as bolinhas pretas representam as rendas médias das localidades literárias, com alguns municípios de renda maior sendo representadas por bolinhas maiores.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 12 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

As bolinhas pretas representam a relação dos municípios com a renda média. O eixo x representa os municípios e o eixo y representa a renda média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 13 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

bolinhas pretas são os municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 14 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

O ~~maior~~ município com a maior renda média fica na cidade de Lima, o município mediano fica no meio, e a menor renda média fica na cidade de Braila.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 15 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

Cada bolinha preta é um município diferente com o seu rendimento per capita. A renda média

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 15 está reproduzido literalmente a seguir: “Cada bolinha preta é um município diferente com o seu rendimento per capita. A renda média” (Aluno I).

Figura 16 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

A de bolinhas com diferentes rendos médias separados por municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 17 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

Os pontos são a representação da relação dos rendos dos municípios

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 18 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

São as médias de cada município, em relação a média geral.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 19 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 1.

Resposta da questão 1)

Representam as médias de cada cidade dentro das mesorregiões. Cada bolinha está disposta no gráfico levando em consideração o valor das médias de cada cidade, em relação a da sua respectiva mesorregião.

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Conforme mencionado anteriormente, a expectativa com a pergunta 1 era de que os alunos pudessem identificar que as bolinhas pretas são as representações dos municípios de cada mesorregião, em relação à renda média.

Ao analisarmos as respostas dos alunos B, C, D, E, F, H, I, J, K, L e M, percebemos que há uma resposta em comum, com um padrão de concordância quanto à interpretação/leitura das bolinhas pretas. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. Por outro lado, os alunos A e G apresentaram uma compreensão um pouco distinta dos demais, podendo ser evidenciada ao serem analisados os seguintes comentários: “As bolinhas pretas são as rendas médias.” (Aluno A) e “bolinhas pretas são os municípios” (Aluno G). Esse fato parece indicar uma direção enunciativa diferente daquelas apresentadas pelos

demais colegas, pois as bolinhas pretas não representam apenas as rendas médias salariais e não apenas os municípios, mas sim as rendas médias salariais divididas por mesorregiões, indicando os municípios de cada uma delas. Isso aponta que os objetos constituídos no interior da tarefa pelos alunos B, C, D, E, F, H, I, J, K, L e M diferem do objeto constituído pelos alunos A e G. Esses constituem interlocutores diferentes e, portanto, não compartilham o mesmo espaço comunicativo. Com base nos resíduos de enunciação presentes nos registros escritos, é possível perceber que, embora todos os alunos tenham produzido significados, esses significados não se apoiam em interlocutores comuns. Em outras palavras, há divergência na leitura do gráfico estatístico da pergunta 1. Com isso, concluímos que os alunos A e G identificaram apenas uma das variáveis, não tendo percebido as duas variáveis conjuntamente.

5.2 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 2 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

2) Na tarefa 1, por que o município de **Rio das Ostras, da mesorregião da Baixadas Litorâneas**, está lá em cima?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 1](#) e [Apêndice B](#)), slide 6/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 2 (Figuras 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32).

Figura 20 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque possui a maior renda média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 21 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

O ponto referente ao município Rio das Ostras está mais acima em relação aos outros porque a Renda Per Capita é maior nesse município. Além disso é o valor atípico desta região.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 22 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque era a cidade que tinha a maior renda média em relação aos outros municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 23 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque a renda média do município do Rio das Ostras é maior que as demais municípios, sendo o valor atípico da região Baixada Litorânea.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 24 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque a renda média é maior em relação aos outros municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 25 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque a renda média de Rio das Ostras é a maior
comparada aos outros municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 26 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque tem uma renda média maior.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 27 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque a Renda média dos municípios que ficam na
parte de cima é muito maior do que os outros muni-
cipios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 28 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque a renda média dos municípios de Rio das Ostras é a maior comparada aos outros municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 28 está reproduzido literalmente a seguir: “Pois, na época o município de Rios das Ostras tinha o maior rendimento per capita nas Baixadas Litorâneas” (Aluno I).

Figura 29 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Pois o Rio das Ostras paga atipicamente alto em sua renda média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 29 está reproduzido literalmente a seguir: “Pois, o Rio das Ostras paga atipicamente alto em sua renda média” (Aluno J).

Figura 30 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque esse existe por o que tem a maior renda média da região

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 31 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque a renda média deles é muito maior que a dos outros municípios

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 32 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 2.

Resposta da questão 2)

Porque em relação a mediana da sua respectiva mesorregião ele possui valor consideravelmente maior (valor atípico).

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Conforme já mencionado, na pergunta 2, esperava-se que os alunos pudessem identificar que Rio das Ostras é um município atípico, ou seja, apresenta uma renda média significativamente distante daquelas dos demais municípios da mesorregião das Baixadas Litorâneas.

Ao analisarmos as respostas dos alunos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L e M, percebemos que eles têm uma resposta em comum, apresentando um padrão de concordância quanto à interpretação e leitura da situação da renda per capita do município de Rio das Ostras com relação aos demais municípios da mesorregião da Baixadas Litorâneas. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. O aluno M, porém, comentou que: “Porque em relação a mediana da sua respectiva mesorregião ele possui valor consideravelmente maior (valor atípico)”. Podemos assim observar que os objetos constituídos pelo aluno M diferiram daqueles de seus colegas, isso porque ele comparou a renda média de Rio das Ostras com a mediana da mesorregião correspondente, distanciando-se das abordagens adotadas pelos demais. Apesar disso, observa-se que ele compreendeu corretamente o conceito de valor atípico. Dessa forma, com base nos indícios presentes nos registros escritos dos alunos, é possível perceber que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção.

5.3 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 3 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

3) Na tarefa 1, por que os municípios do **Rio de Janeiro e de Niterói, na mesorregião Metropolitana do Rio de Janeiro**, estão lá em cima?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 1](#) e [Apêndice B](#)), slide 6/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 3 (Figuras 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45).

Figura 33 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

Porque ambos possuem as maiores rendas médias da região metropolitana.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 34 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

O ponto referente à região metropolitana, com os municípios Rio de Janeiro e Niterói, está mais acima porque a renda per capita destes é maior em relação aos outros.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 35 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

Porque são os municípios com maiores rendas médias em relação aos outros municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 36 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

Porque a renda média dos municípios do Rio de Janeiro e Niterói é maior que dos outros municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 37 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

Porque a renda média está maior.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 38 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

Porque a renda média é maior.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 39 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

também por uma renda média mais elevada.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 40 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

Porque a Renda média de Niterói e Rio De Janeiro é muito maior que as outras municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 41 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

Porque são os dois municípios com os maiores rendimentos per capita. Niterói com 1700 e Rio de Janeiro com 1200.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 41 está reproduzido literalmente a seguir: “Porque são os dois municípios com os maiores rendimentos per capita. Niterói com 1700 e Rio de Janeiro com 1200” (Aluno I).

Figura 42 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)
Pois ambos, Rio de Janeiro e Nilópolis, pagam muito mais (taxa das duas tipicas) do que outras cidades.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 43 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)
Porque os dois municípios tiveram as maiores rendas médias.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 44 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)
Pelq mesmo motivo. Eles tem a maior renda média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 45 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 3.

Resposta da questão 3)

Este que possuem renda média alta em relação a sua mesorregião. (valores atípicos)

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Conforme já mencionado, na pergunta 3, esperava-se que os alunos pudessem identificar os dois municípios atípicos, ou seja, aqueles cuja renda média mais se diferencia dos demais municípios da mesorregião Metropolitana do Rio de Janeiro.

Assim, ao analisarmos as respostas dos alunos, percebemos que há uma resposta em comum, com um padrão de concordância quanto à leitura e interpretação da situação de renda média per capita dos municípios do Rio de Janeiro e de Niterói, em relação aos demais da mesorregião Metropolitana do Rio de Janeiro. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo, podendo observar, então, que os alunos compreenderam corretamente o conceito de valor atípico.

5.4 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 4 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

4) Na tarefa 1, por que, **na mesorregião Norte Fluminense**, o município de **Macaé** está lá em cima? E o município de **São Francisco de Itabapoana** está lá embaixo?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 1](#) e [Apêndice B](#)), slide 6/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 4 (Figuras 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58).

Figura 46 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Macaé possui a maior renda média da região norte fluminense, enquanto São Francisco de Itabapana possui a menor renda.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 47 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Eles estão situados de acordo com os valores estatísticos da renda per capita. O município de Macaé tem valores elevados e o município de São Francisco de Itabapana tem valores baixos, sendo ele o valor atípico mínimo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 48 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Porque o município de Macaé é a maior renda média e São Francisco de Itabapana é a menor renda média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 49 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Pois o município de Macaé possui uma renda média maior que os outros municípios, e São Francisco de Itabapana possui uma renda média menor que as demais.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 49 está reproduzido literalmente a seguir: “Pois o município de Macaé possui uma renda média maior que os outros municípios. Já São Francisco de Itabapoana possui uma renda média menor que as demais” (Aluno D).

Figura 50 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Porque o município de São Francisco de Itabapoana tem uma renda muito menor do que o município de Macaé.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 51 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Porque a renda média das pessoas que moram em Macaé é muito alta e a renda média das pessoas de São Francisco é muito baixa.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 52 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Porque São Francisco de Itabapoana tem uma renda mais baixa e Macaé tem a renda média mais elevada.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 53 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Macaé está em lima país tem a melhor renda média, di-
ferente de São Francisco de Itabapoana.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 54 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Porque a renda média de Macaé é maior do que a do município de São Francisco de Itabapoana.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 54 está reproduzido literalmente a seguir: “Porque a renda média de Macaé é maior do que a do município de São Francisco de Itabapoana” (Aluno I).

Figura 55 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

O município de Macaé paga muito acima da média, e o município de São Francisco de Itabapoana abaixo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 56 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Parque a Cidade de São Francisco de Itaipava -
 tem a menor média de renda e Macaé a
 maior média

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 57 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Os dois são o extremo oposto, sendo um
 com renda muito alta e outra muito baixa

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 58 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 4.

Resposta da questão 4)

Par Macaé tem renda média superior a ^{mediana} de sua mesorregião
 e São Francisco de Itaipava tem renda média inferior
 (ambos são valores atípicos).

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Conforme já mencionado, na pergunta 4 do questionário, esperava-se que os alunos pudessem identificar os municípios atípicos, ou seja, aqueles cuja renda média mais se diferencia dos demais municípios da mesorregião Norte Fluminense.

Dessa forma, ao analisarmos as respostas dos alunos, percebemos que há uma resposta em comum, com um padrão de concordância quanto à leitura e interpretação da situação de renda média per capita dos municípios de Macaé e de São Francisco de Itabapoana, em relação aos demais da mesorregião Norte Fluminense. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. Vale ressaltar que, em seu comentário, o aluno B afirma que: “Eles estão situados de acordo com os valores estatísticos da renda per capita. O município de Macaé tem valores elevados e o município de São Francisco de Itabapoana tem valores baixos, sendo ele o valor atípico mínimo”. Podemos observar que um dos objetos constituídos durante a tarefa pelo aluno B diferiu daqueles obtidos pelos seus colegas, pois ele identifica o valor atípico mínimo (São Francisco de Itabapoana). Por outro lado, em seu comentário, o aluno M afirma que: “Pois Macaé tem renda média superior a mediana de sua mesorregião e São Francisco de Itaperuna tem renda média inferior (ambos são valores atípicos)”. O aluno M realiza, assim, a leitura do conceito de valor atípico em relação à mediana e não em relação aos demais municípios, diferindo da interpretação de seus demais colegas. Portanto, podemos observar, a partir dos objetos constituídos durante a tarefa pelos alunos, apesar dos comentários dos alunos B e M serem um pouco diferentes, que eles compreenderam corretamente o conceito de valor atípico.

5.5 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 5 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

5) Na tarefa 1, observando a **mesorregião Sul Fluminense**, o que seria a linha horizontal cinza dentro do retângulo? E o que se poderia dizer a respeito das bolinhas acima da linha cinza? E das que estão abaixo?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 1](#) e [Apêndice B](#)), slide 6/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 5 (Figuras 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71).

Figura 59 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)

A linha cinza é a mediana. As bolinhas acima da linha são as cidades com renda acima da mediana, as bolinhas abaixo são as cidades com renda abaixo da mediana.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 60 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)

A linha cinza traça a mediana entre os valores, os acima estão acima da mediana e os abaixo estão abaixo da mediana em valores de renda per capita domiciliar.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 61 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)

A linha cinza é a mediana, as bolinhas acima é ~~em~~ os municípios com maior renda média e as bolinhas abaixo são os municípios com menor renda média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 62 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)

Representa a mediana das rendas médias das regiões, as bolinhas acima da linha possuem uma renda média maior que a mediana e as abaixo possuem uma renda média menor que a mediana.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 63 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)

A linha seria a mediana das vendas, as que estão acima da linha são municípios que possuem venda de mediana, e as que estão abaixo menor do que o valor médio.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 64 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)

A mediana. As bolinhas cinzas que estão acima da linha mostram os valores que são maiores que a mediana de venda média. As bolinhas brancas mostram os valores que são menores que a mediana de venda média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 65 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)

Mediana. bolinhas acima da mediana são os municípios com maior vendas e abaixo são com menor vendas.

Fonte: Dados da pesquisa.

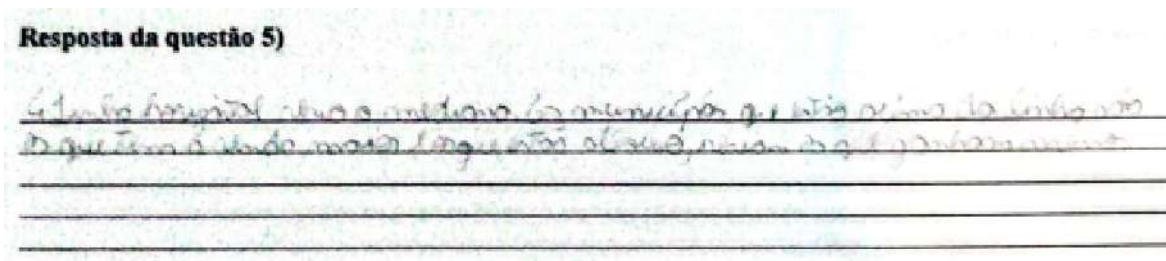
Figura 66 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)

Porque algumas bolinhas ultrapassam a venda média e outras bolinhas não conseguem ultrapassar a venda média.

Fonte: Dados da pesquisa.

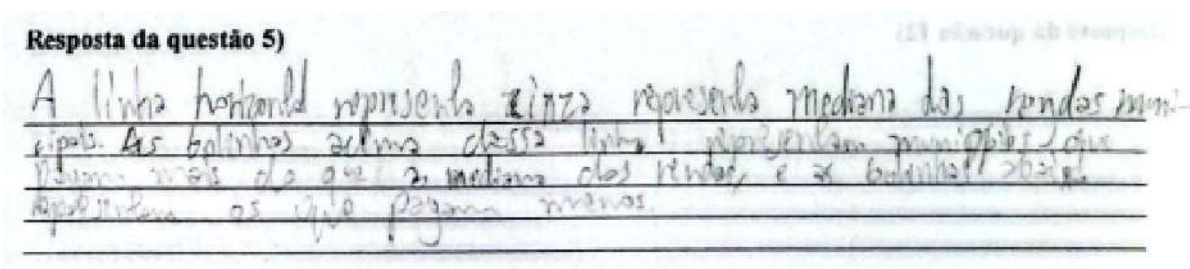
Figura 67 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 5.



Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 67 está reproduzido literalmente a seguir: “A linha horizontal seria a mediana. Os municípios que estão acima da linha são os que tem a renda maior e os que estão abaixo seriam os que ganham menos” (Aluno I).

Figura 68 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 5.



Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 68 está reproduzido literalmente a seguir: “A linha horizontal representa cinza representa a mediana das rendas municipais. As bolinhas acima dessa linha representam municípios que pagam mais do que a mediana das rendas, e as bolinhas abaixo representam os que pagam menos” (Aluno J).

Figura 69 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)
 A linha dentro do retângulo é a representa-
 ção de mediana de renda, as bolinhas mos-
 tram se tal cidade tem renda média maior
 ou menor do que a mediana

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 70 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)
 A mediana da região. As bolinhas acima
 indicam que a renda das cidades são maior que
 a média, as que estão abaixo, menor que a
 média

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 71 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 5.

Resposta da questão 5)
 A linha representa a mediana da mesoregião, as bolinhas
 em cima possuem renda média superior e as em baixo possuem
 renda média inferior

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Conforme mencionado anteriormente, na pergunta 5 do questionário, esperava-se que os alunos identificassem a mediana da mesorregião Sul Fluminense e que interpretassem o significado dos pontos com valores abaixo e acima da mediana.

Desse modo, ao analisarmos as respostas dos alunos, percebemos que há uma resposta em comum, com um padrão de concordância quanto à leitura e interpretação da linha horizontal cinza dos boxplots de renda média per capita da mesorregião Sul Fluminense e quanto aos significados da posição dos pontos no gráfico. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante esta tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. Vale ressaltar que os alunos F, H e L escreveram em seus registros, respectivamente: “A mediana. As bolinhas cinzas que estão acima da linha mostram os valores que são maiores que o valor da renda média. A bolinha abaixo mostra os valores que são menores que o valor da renda média” (Aluno F); “Porque algumas bolinhas ultrapassam a renda média e outras bolinhas não conseguem ultrapassar a renda média” (Aluno H) e “A mediana da região. As bolinhas acima indicam que a renda das cidades são maior que a media, já as que estão abaixo, menor que a media” (Aluno L). Por meio dos três comentários, podemos observar que os objetos constituídos durante a tarefa pelos alunos F, H e L apresentaram algumas diferenças em relação aos dos demais colegas. Apesar disso, não perderam o conceito principal esperado na questão. As divergências observadas com os termos usados nos comentários desses alunos (“valor da renda média”, “renda média”, “media”) aparentam estar relacionados com a compreensão abstrata dos conceitos estatísticos de média e de mediana. Constatamos assim que, embora os comentários desses alunos se diferenciem em alguns aspectos dos demais, eles compreenderam corretamente o conceito de mediana no gráfico de boxplot, bem como o significado dos valores situados acima e abaixo dessa medida.

5.6 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 6 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

6) Na tarefa 2, observando o município de **Niterói e a tabela 1**, o que seria a linha horizontal cinza no gráfico de boxplot? Além disso, onde se encontram o **1º quartil** e o **3º quartil** neste gráfico? Você entende a representação de seus valores no gráfico de boxplot?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 2](#) e [Apêndice B](#)), slide 7/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 6 (Figuras 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84).

Figura 72 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

A linha cinza representa a mediana. O 1º quartil é a última linha do retângulo cinza e o 3º quartil é a 1ª linha de cima. Os valores estão na esquerda.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 73 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

A linha horizontal é a mediana e o município de Niterói é o valor atípico em relação aos outros do mesmo grupo a serem analisados. Os quartis são os lados dos retângulo. O primeiro é o lado inferior e o superior é o terceiro quartil. Entendo a representação em relação à mediana.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 74 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

A linha cinza representa a mediana, o 1º quartil seria a linha abaixo da cinza e o 3º quartil acima da linha cinza.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 75 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

A linha horizontal representa a mediana da renda média do município de Niterói. O 1º quartil é a parte de baixo da linha da mediana e o 3º quartil é a parte de cima da mediana (valor atípico).

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 75 está reproduzido literalmente a seguir: “A linha horizontal representa a mediana da renda média do município de Niterói. O 1º quartil é a parte de baixo da linha da mediana e o 3º quartil é a parte de cima da mediana (valor atípico)” (Aluno D).

Figura 76 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

Seria a mediana, com o primeiro quartil seria em baixo, e o terceiro no topo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 77 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

O primeiro quartil seria a primeira linha na parte de baixo, o valor do primeiro quartil é entre a quarta e quinta linha. O terceiro quartil seria a última linha.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 78 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

A linha horizontal cinza é a mediana das rendas mensais de Niterói. O primeiro quartil fica entre 0 e 500 e o 3º quartil fica em cima. sim

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 79 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

A mediana fica no meio. 1º quartil fica abaixo, 3º quartil fica em cima.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 80 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

A linha cinza é a mediana de Niterói. O 1º quartil se encontra entre 0 e 500 e o 3º quartil se encontra entre 3000 e 3500 (per capita)

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 80 está reproduzido literalmente a seguir: “A linha cinza é a mediana de Niterói. O 1º quartil se encontra entre 0 e 500 e o 3º quartil se encontra entre 3000 e 3500 (per capita)” (Aluno I).

Figura 81 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

Seria a mediana dos pagamentos a linha horizontal cinza dentro do retângulo. O 1º quartil está na base do retângulo e o 3º quartil no topo do retângulo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 81 está reproduzido literalmente a seguir: “Seria a mediana dos pagamentos a linha horizontal cinza dentro do retângulo. O 1º quartil está na base do retângulo e o 3º quartil no topo do retângulo” (Aluno J).

Figura 82 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

O primeiro quartil seria a média máxima de salários e o terceiro quartil a média mínima. E a linha no meio do retângulo representa a mediana dos salários da cidade.

Fonte: Dados da pesquisa.

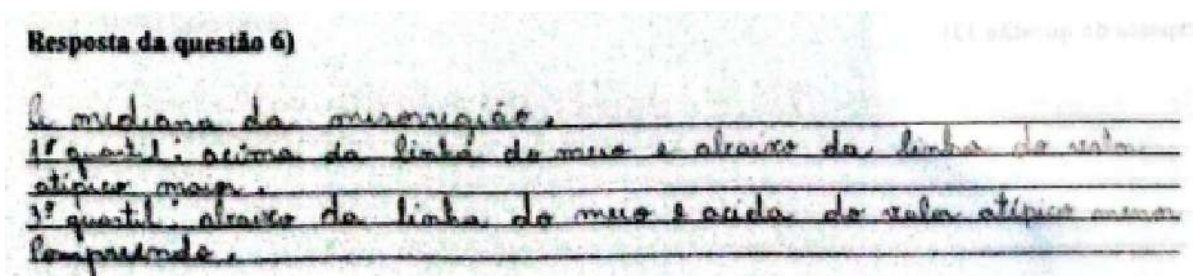
Figura 83 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 6.

Resposta da questão 6)

A mediana geral, o 1º quartil está a baixo e o 3º acima da linha da mediana.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 84 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 6.



Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Conforme mencionado anteriormente, na pergunta 6 do questionário, esperava-se que os alunos identificassem novamente o que representa a linha horizontal cinza do boxplot do município de Niterói. Além disso, esperava-se que compreendessem a localização do primeiro e do terceiro quartil desse boxplot.

Deste modo, ao analisarmos as respostas dos alunos (exceto os aluno E, K e M), percebemos que há uma resposta em comum, com um padrão de concordância quanto à leitura e interpretação da linha horizontal cinza do boxplot de renda média per capita de Niterói e da representação no gráfico do primeiro e do terceiro quartis. Por outro lado, os alunos E, K e M apresentaram compreensões distintas dos demais. Essas direções enunciativas diferentes estão evidenciadas pela análise de seus registros, apresentados a seguir: “Seria a media, com o primeiro Quartil seria embaixo, e o terceiro no topo” (Aluno E); “O primeiro quartil seria a média máxima de salário e o terceiro quartil a média mínima. E a linha no meio do retângulo representa a mediana dos salários da cidade” (Aluno K); “A mediana da mesorregião. 1º quartil: acima da linha do meio e abaixo da linha do valor atípico maior. 3º quartil: abaixo da linha do meio e acima do valor atípico menor compreendendo” (Aluno M). Percebe-se que os alunos K e M compartilham o mesmo espaço comunicativo da maioria dos alunos, constituindo-se em interlocutores diferentes. As divergências observadas em seus comentários parecem estar relacionadas à imprecisão conceitual em relação aos termos “primeiro quartil” e “terceiro quartil”, pois eles invertem seus significados, trocando a identificação de um pelo outro. Já o aluno E não confunde os conceitos de primeiro e terceiro quartil, mas confunde os conceitos de “média” e de “mediana”. Assim, com base nos resíduos de enunciações presentes nos registros dos alunos, é

possível perceber que, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, embora todos os alunos tenham produzido significados, esses significados não se apoiam em interlocutores comuns e, com isso, eles não produzem significados em uma mesma direção, assim, não compartilhando o mesmo espaço comunicativo.

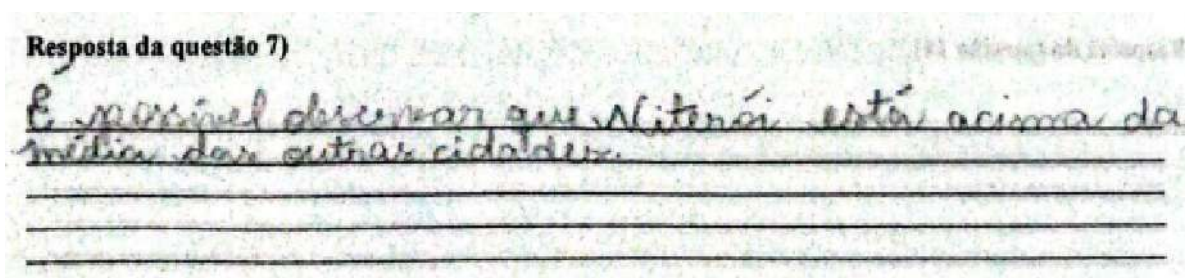
5.7 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 7 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

7) Na tarefa 2, em relação à **mediana**, qual relação você entende do gráfico de boxplot de **Niterói** com os **demais municípios**?

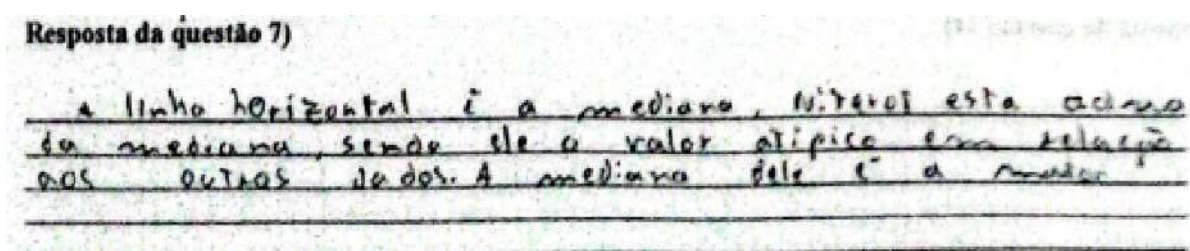
- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 2](#) e [Apêndice B](#)), slide 8/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 7 (Figuras 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97).

Figura 85 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 7.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 86 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 7.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 87 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)

Eu entendo que a mediana de Niterói é maior, logo meio rico.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 88 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)

A mediana do município do Niterói é maior que a demais medianas.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 89 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)

Que com a renda maior Niterói que tem uma renda grande está em cima, da média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 90 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)

A mediana de Niterói é acima da média, em comparação com outras medianas. A mediana mostra a heterogeneidade dos municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 91 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)

Possui um menor média maior que os demais municípios

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 92 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)

A mediana de Niterói está acima comparado com os outros quatro municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 93 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)

Entendo que o município de Niterói ganha na renda média bem mais que os demais municípios

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 93 está reproduzido literalmente a seguir: “Entendo que o município de Niterói ganha na renda média bem mais que os demais municípios” (Aluno I).

Figura 94 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)
 Niterói tem uma tendência ter rendas acima do normal e as outras cidades, porém, tem uma desigualdade econômica maior por conta da variabilidade de rendas possíveis.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 94 está reproduzido literalmente a seguir: “Niterói tem uma tendência de ter renda acima do normal entre outras cidades, porém, tem uma desigualdade econômica maior por conta da variabilidade de rendas possíveis” (Aluno J).

Figura 95 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)
 Niterói apresenta uma média salarial maior, por apresentar uma amplitude salarial grande, enquanto as outras municípios apresentam médias mais próximas.

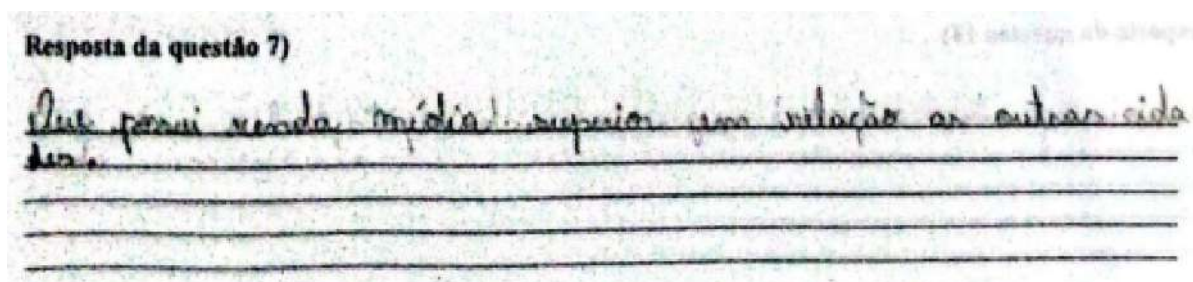
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 96 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 7.

Resposta da questão 7)
 A mediana do gráfico de boxplot de niterói é muito maior, do que as demais.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 97 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 7.



Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Conforme mencionado anteriormente, na pergunta 7 do questionário, esperava-se que os alunos identificassem que a mediana da renda média per capita do município de Niterói tem valor médio maior que a medianas dos demais municípios (Macaé, nova Friburgo, Rio das Ostras e Rio de Janeiro). A partir dessa comparação, existia a expectativa de que apareceriam interpretações interessantes sobre o tema.

Dessa forma, ao analisarmos as respostas dos alunos, percebemos que há uma resposta em comum, com um padrão de concordância quanto à leitura e interpretação da mediana do município de Niterói, em comparação com a mediana dos demais municípios. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. Vale ressaltar que os alunos A e I escreveram em seus registros, respectivamente: “É possível observar que Niterói está acima da média das outras cidades” (Aluno A); “Entendo que o município de Niterói ganha na renda média bem mais que os demais municípios” (Aluno I). Por meio dos dois comentários, podemos observar que os objetos construídos pelos alunos A e I, durante a tarefa, apresentaram algumas diferenças em relação aos dos demais colegas, pois eles utilizaram o termo “renda média” em vez do termo mais adequado, que seria “mediana das rendas médias”. Apesar disso, não perderam o conceito principal esperado na questão. As divergências observadas não prejudicam a interpretação buscada na comparação desses cinco municípios, pois entendemos que os estudantes interpretaram corretamente o gráfico, embora tenham utilizado

termo impreciso. Por outro lado, destacamos o registro do aluno B, transcrito a seguir: “A linha horizontal é a mediana. Niterói está acima da mediana, sendo ele o valor atípico em relação aos outros dados. A mediana dele é a maior”. Em seu comentário, ele constitui objeto diferente daqueles obtidos por seus colegas, pois percebe que a mediana de Niterói é maior que a dos demais municípios, mas qualifica esse fato como sendo uma “mediana atípica”. Ele foi impreciso ao qualificar a mediana como “atípica”, embora tenha compreendido o conceito de valor atípico nas respostas das perguntas anteriores. Por fim, destacamos os registros dos alunos J e K, que são: “Niterói tem uma tendência de ter renda acima do normal entre outras cidades, porém, tem uma desigualdade econômica maior por conta da variabilidade de rendas possíveis” (Aluno J); “Niterói apresenta uma média salarial maior, por apresentar uma amplitude salarial grande, enquanto os outros municípios apresentam médias mais próximas” (Aluno K). Diferindo das interpretações apresentadas pelos demais alunos, ambos indicam compreender o conceito da dispersão dos dados, pois o município de Niterói realmente apresenta renda domiciliar per capita com maior variabilidade em relação aos outros quatro municípios. Em outras palavras, a distância interquartílica de Niterói é maior que as dos demais municípios. Portanto, apesar de os objetos constituídos pelos alunos A, I, J e K serem ligeiramente diferentes dos demais, percebe-se que eles compararam corretamente a mediana de Niterói, em relação aos outros quatro municípios. Apesar desses apontamentos, todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo.

5.8 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 8 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

8) Observando os **boxplots da tarefa 3 e a tabela 2**, o que você consegue entender comparando os gráficos?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 3](#) e [Apêndice B](#)), slide 9/11 ([Apêndice A](#)), tabela 2 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 8 (Figuras 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110).

Figura 98 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

Que a renda média dos homens em todas as cidades é consideravelmente maior que a das mulheres.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 99 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

O gráfico de boxplot na atividade 7, tem-se visto como valor atípico em ambos os eixos, percebe-se que a média no gráfico de boxplot não necessariamente representa os pontos médios dos dados, apenas os dados.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 100 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

Que em comparação as outras cidades, Rio das Ostras está a frente em relação de rendimento em seus.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 101 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

Pessoas do sexo feminino possuem uma média bem menor que o sexo masculino em renda média mensal.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 102 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

Eu entendo que em algumas regiões tem mais mulheres
e em relação ao nível, homens possuem muito mais de
que as mulheres salários.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 103 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

a medicina mostra que a renda média de homens em
relação a renda média das mulheres é bem maior

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 104 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

Que a renda média é maior nos
homens, e as mulheres tem a renda
mais baixa.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 105 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

Eu entendo que tem uma grande diferença de ganhos por causa da questão de gênero, onde os homens ganham mais que as mulheres.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 106 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

Que desde os anos 2000 surgiu uma conta "machismo" em relação aos salários, que praticamente eu entendo em todos os países homens ganham mais que as mulheres, mesmo podendo ter o mesmo cargo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 107 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

As mulheres tendem a ser menos bem pagas que os homens ao ponto em que as mulheres em Niterói (a cidade que paga melhor entre todas) recebem em média R\$112 menos que os homens, em Rio de Janeiro (a segunda cidade que melhor paga), que recebem R\$ 2288,00.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 107 está reproduzido literalmente a seguir: "As mulheres tendem a ser menos bem pagas que os homens ao ponto em que as mulheres em Niterói (a cidade que paga melhor entre todas) recebem em média R\$112 menos que os homens, em Rio de Janeiro (a segunda cidade que melhor paga), que recebem R\$ 2288,00" (Aluno J).

Figura 108 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

O retângulo cinza representa o médio das salários de homens e mulheres, e os municípios fora desse retângulo seriam excessivos, que tem médias salariais maiores do que o médio.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 109 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

Que há uma grande diferença na renda, não só entre os municípios, mas também entre os sexos (feminino/masculino).

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 110 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 8.

Resposta da questão 8)

A renda média masculina é maior do que a feminina dentro das municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Na pergunta 8 do questionário, esperávamos que os estudantes identificassem que tanto as distribuições das rendas médias salariais quanto as medianas das rendas salariais apresentam diferenças quando comparadas entre os gêneros (Sexo). A expectativa era a de que, ao analisar o gráfico e a tabela, os

alunos entendessem as diferenças entre as distribuições de rendas mensais, percebendo que os homens ganharam mais do que as mulheres.

Dessa maneira, ao analisarmos as respostas dos alunos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L e M, percebemos que eles têm uma resposta em comum, apresentando um padrão de concordância quanto à interpretação e leitura dos dois boxplots (Renda média x Sexo - todos os municípios do estado do RJ), identificando que, em média, os homens ganharam mais que as mulheres. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. Vale destacar os registros escritos dos alunos J, I e B, que apresentaram os seguintes comentários, respectivamente: “As mulheres tendem a ser menos bem pagas que os homens ao ponto em que as mulheres em Niterói (a cidade que paga melhor entre todas) recebem em média R\$112 menos que os homens, em Rio de Janeiro (a segunda cidade que melhor paga), que recebem R\$ 2288,00” (Aluno J); “Que desde os anos 2000, surgia um certo “machismo” em relação aos salários que praticamente (ou em todas) as cidades, os homens ganham bem mais que as mulheres, mesmo podendo ter o mesmo cargo” (Aluno I) e “O gráfico de boxplot na atividade 3, tem-se Niterói como valor atípico em ambos os sexos. percebe-se que a média no gráfico de boxplot não necessariamente representa os pontos médios do polígono, apenas os dados” (Aluno B). Analisando esses três registros, observamos que os objetos constituídos durante a tarefa por esses alunos diferiram dos de seus colegas, embora compartilhando o mesmo espaço comunicativo, ou seja, produziram significados na mesma direção, mas com argumentos distintos. O Aluno J realizou uma análise comparando os salários, destacando que o melhor salário das mulheres era em Niterói (cidade localizada na região atípica do gráfico), o qual equivale ao melhor salário dos homens no município do Rio de Janeiro. Já o Aluno I, além de analisar os dois gráficos de boxplot e a tabela 2, ele enfatizou o contexto histórico, mencionando que, desde os anos 2000 até as décadas atuais, há essa diferença de salário. Por fim, o Aluno B analisou a diferença salarial considerando os valores atípicos, observando que, tanto no gênero masculino quanto no feminino, o município de Niterói se destaca, embora as rendas salariais apresentem diferenças. Percebe-se que a constituição de objetos distintos impactou seus níveis de

criticidade de formas diferentes. Essa análise foi importante para estimular uma reflexão crítica do sujeito, dada a importância de incentivar uma postura crítica em atividades de Ensino.

5.9 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 9 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

9) Na tarefa 3, o **rendimento médio em reais entre os sexos** é diferente dependendo **dos municípios**?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 3](#) e [Apêndice B](#)), slide 9/11 ([Apêndice A](#)), tabela 2 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 9 (Figuras 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123).

Figura 111 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 9.

Resposta da questão 9) 11/05/2019 13:43:57

Sim.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 112 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 9.

Resposta da questão 9) 11/05/2019 13:43:57

Sim, o rendimento médio em reais entre os sexos é atípico em todas as regiões, sobretudo no Norte, que é a menor região com mais diabetes.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 113 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

Sim, pois há uma desigualdade em relação a média mos-
culina para a média feminina.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 114 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

Sim

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 115 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

Sim, é diferente em todos eles

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 116 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

Sim.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 117 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

com certeza, sendo os municípios mais humildes os com a menor menor

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 118 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

Sim, é diferente em alguns municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 119 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

não. em todos os regiões e em todos os municípios, a rede municipal presalea com o mesmo valor, e ali hoje um bom trabalho de limpeza

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 120 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

As mulheres também é ser bom mais para as

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 120 está reproduzido literalmente a seguir: “As mulheres tendem a ser bem menos pagas que os homens” (Aluno J).

Figura 121 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

Sim. Municípios com médias maiores de natalidade têm mulheres recebendo mais, porém ainda ficam as mulheres, abaixo dos homens em todos os estados.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 122 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

Não, o rendimento feminino é menor independente dos municípios.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 123 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 9.

Resposta da questão 9)

Sim, os valores são diferentes.

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Na pergunta 9 do questionário, a expectativa era estimular a reflexão crítica dos estudantes em relação às análises gráficas nos boxplots e na tabela.

Assim, ao analisarmos as respostas dos alunos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L e M, percebemos que os alunos têm uma resposta em comum, tendo um padrão de concordância quanto à interpretação e leitura dos gráficos de boxplots e a tabela. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. Os estudantes reconhecem que os dados estatísticos são fundamentais para desenvolver uma visão mais crítica sobre o mundo. Dessa forma, observamos que os objetos construídos por todos eles convergem na mesma direção: formar um estudante mais crítico e reflexivo em relação ao seu cotidiano. Essa tarefa foi elaborada justamente com o propósito de dialogar com os referenciais teóricos que embasam nossa proposta. Dessa forma, com base nos indícios presentes nos registros escritos dos alunos, é possível perceber que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção.

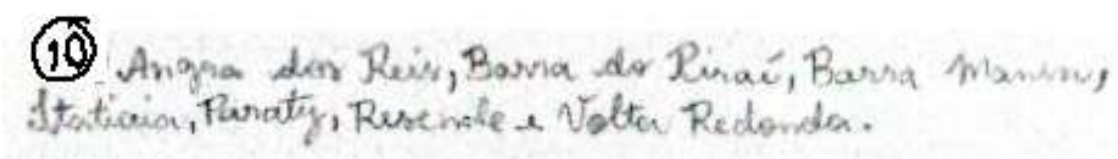
5.10 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 10 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

10) Na tarefa 1, observando a **mesorregião Sul Fluminense** e a **tabela 1**, quais os municípios que compõem a metade com **renda média superior** ?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 1](#) e [Apêndice B](#)), slide 6/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 10 (Figuras 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136).

Figura 124 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 10.



10 Angra dos Reis, Barra do Rioai, Barra Mansa, Itatiba, Paraty, Resende e Volta Redonda.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 125 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 10.

Resposta da questão 10)

são: Volta redonda, Resende; Itatiaia, Angra dos Reis;
Barra Mansa, Barra do Piraí; Pícheitai.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 126 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 10.

10) Volta redonda; Resende; Paraty; Itatiaia; Barra Mansa;
Barra do Piraí e Angra dos Reis.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 127 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 10.

Resposta da questão 10)

Resende, Volta Redonda, Itatiaia, Angra dos Reis, Paraty,
Barra Mansa e Barra do Piraí.

Fonte: Dados da pesquisa.

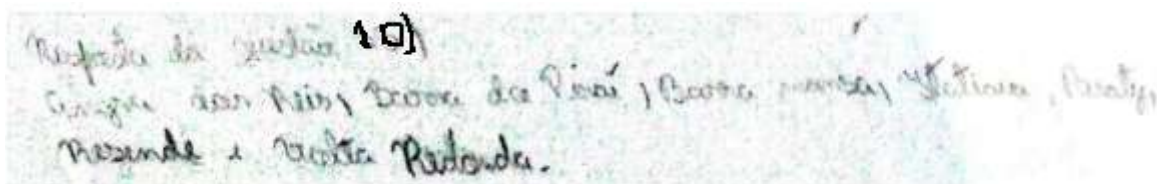
Figura 128 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 10.

Resposta da questão 10)

Angra dos Reis, Barra do Piraí, Barra Mansa, Itatiaia
Paraty, Resende, Volta Redonda

Fonte: Dados da pesquisa.

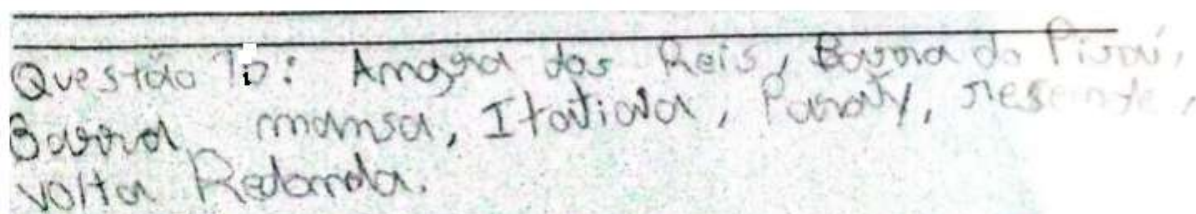
Figura 129 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 10.



Resposta da questão 10)
Amargos Reis, Barra da Piraí, Barra Mansa, Itatiba, Paraty,
Resende e Volta Redonda.

Fonte: Dados da pesquisa.

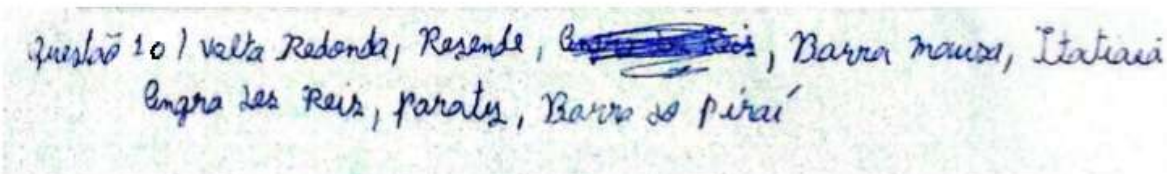
Figura 130 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 10.



Questão 10: Amargos Reis, Barra da Piraí,
Barra Mansa, Itatiba, Paraty, Resende,
Volta Redonda.

Fonte: Dados da pesquisa.

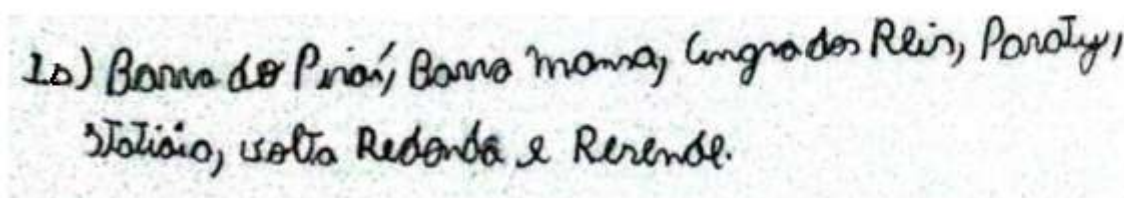
Figura 131 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 10.



Questão 10 / Volta Redonda, Resende, ~~Amargos Reis~~, Barra Mansa, Itatiba,
Amargos Reis, Paraty, Barra da Piraí

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 132 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 10.



10) Barra da Piraí, Barra Mansa, Amargos Reis, Paraty,
Itatiba, Volta Redonda e Resende.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 133 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 10.

Resposta da questão 10)

Em ordem decrescente:
 Resende, Volta Redonda, Itatira, Angra dos Reis, Paraty, Barra Mansa,
 Barra de Piraí.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 134 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 10.

10 - Resende, Volta Redonda, Itatira, Angra dos Reis, Paraty,
 Barra Mansa e Barra de Piraí

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 135 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 10.

10) Angra dos Reis, Barra de Piraí, Barra Mansa, Itatira,
 Paraty, Resende e Volta Redonda

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 136 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 10.

Resposta da questão 10)

Angra do Reis, Barra de Piraí, Barra Mansa, Itatira, Paraty,
 Resende, Volta Redonda

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Na pergunta 10 do questionário, esperávamos que os estudantes identificassem quais são os municípios da mesorregião Sul Fluminense que compõem a metade com renda média superior, a partir da análise do boxplot da tarefa 1 e da tabela 1.

Assim, ao analisarmos as respostas de todos os alunos, percebemos que eles têm uma resposta em comum, com um padrão de concordância quanto à interpretação e leitura dos gráficos e da tabela. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção, compartilhando o mesmo espaço comunicativo. Vale ressaltar que o aluno B apresentou o seguinte registro escrito: “São: Volta Redonda, Resende, Itatiaia, Angra dos Reis, Barra Mansa, Barra do Piraí e Pinheiral” (Aluno B). Percebe-se que ele cometeu um equívoco ao incluir “Pinheiral” em vez de “Paraty”, possivelmente por confusão fonética entre essas palavras iniciadas pela letra “P”. Apesar desse erro na identificação do município, de acordo com Silva (2003), o uso de uma “leitura positiva” caracteriza-se por uma perspectiva em que não se enfatizam os erros cometidos pelas pessoas ao realizar uma atividade, mas sim o interesse em buscar entender por que ele fez o que fez.

5.11 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 11 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

11) A partir das reflexões sobre **as medidas de posição**, você acha que alguma medida é melhor para resumir os dados?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 1](#), [Gráfico 2](#), [Gráfico 3](#) e [Apêndice B](#)), slide 9/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 e 2 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 11 (Figuras 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149).

Figura 137 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

A mediana resume os dados porém depende do objetivo dessa análise, quais informações se quer obter.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 138 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

Acho que a mediana da média dos garhos expressa melhor os dados, porque a percepção visual em ambientação ao meio é mais empírica do que estatística.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 139 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

Acredito que depende do meu objetivo quanto a isso, mas na minha visão a mediana é o melhor para representar esses dados.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 140 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

Depende do objetivo da análise, porém a mediana consegue comportar mais informações.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 141 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

A mediana representa melhor

x

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 142 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

A mediana é utilizada porque ela fornece dados mais específicos para determinadas situações que queremos saber.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 143 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

Acho que deve ser necessário ver o exemplo das mulheres, uma vez que geralmente é a melhor.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 144 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

Não, pois depende de qual você estiver observando uma ou outra pode omitir a verdade.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 145 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

Depende da informação que você quiser, as medidas de posição não são boas, por isso, não há uma medida melhor para explicar. Por isso entender o gráfico depende de que você quiser.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 146 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

Para evitar colocar informações demais (o que pode confundir o leitor) talvez usar médias para resumir os dados possa de um modo mais conciso dar dimensão da desigualdade de gênero em renda média por cidade. Vindo com uma proporção entre a média entre rendas médias municipais masculinas sobre femininas. Por exemplo: $F(\text{Niterói}) \approx 1,5$ renda masculina sobre feminina

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 146 está reproduzido literalmente a seguir: “Para evitar colocar informações demais (o que pode confundir o leitor) talvez usam médias para resumir os dados possa de um modo mais conciso dar dimensão da desigualdade de gênero em renda média por cidade. Vindo com uma proporção entre a média entre rendas médias municipais masculinas sobre femininas. Por exemplo: $F(\text{Niterói}) \approx 1,5$ renda masculina (renda feminina)” (Aluno J).

Figura 147 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

Não existe uma medida melhor, e sim mais precisa. É a mais precisa nesse caso entre a média entre homens e mulheres

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 148 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

~~Resposta~~ Resposta que depende do objetivo. Para uma análise superficial a média me seria a melhor opção. Já em um estudo mais profundo sobre o assunto a média seria uma escolha melhor.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 149 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 11.

Resposta da questão 11)

Resposta que depende do objetivo da análise.

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Na pergunta 11 do questionário, após a realização das dez perguntas anteriores, esperávamos que os estudantes fossem capazes de argumentar se existe alguma das medidas de posição discutidas (média aritmética ou mediana) que sempre será a mais adequada para resumir os dados, ou seja, identificar se alguma delas é melhor para representar.

Desse modo, ao analisarmos as respostas dos alunos A, B, C, E e F, observamos que eles consideram a mediana como a melhor medida para resumir os dados, baseando-se na visualização do boxplot. Entretanto, nos registros escritos desses estudantes, eles destacam que a escolha da medida depende das informações que o leitor deseja extrair dos dados estatísticos. O aluno D, por sua vez, demonstrou preferência pela média aritmética, argumentando que essa medida contém uma maior quantidade de informações. Já os alunos G, J, K, L elaboraram análises mais vinculadas ao contexto das rendas médias salariais entre homens e mulheres, alegando que a média revela maiores discrepâncias na análise desses

dados e que a mediana oferece uma visão mais superficial. Por conta disso, pode-se afirmar que a mediana é mais adequada na presença de valores extremos. Por fim, os alunos H, I, M não escolhem qualquer das medidas, afirmando que a escolha mais adequada deve-se basear no contexto e no tipo de informação que se pretende obter com a análise estatística. De modo geral, podemos concluir que os alunos têm uma resposta em comum, tendo um padrão de concordância quanto à interpretação e leitura dos gráficos de boxplots e das tabelas relacionadas às medidas de posição, onde a opção da mais adequada varia conforme o foco da análise. Assim, a partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo, ainda que sob perspectivas diferentes.

5.12 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 12 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

12) Há diferença entre a **média** e a **mediana**?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 1](#), [Gráfico 2](#), [Gráfico 3](#) e [Apêndice B](#)), slide 9/11 ([Apêndice A](#)), tabela 1 e 2 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 12 (Figuras 150, 151, 152, 153, 153, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162).

Figura 150 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

Sim, a média é calculada em cada cidade enquanto a mediana leva as outras cidades em consideração.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 151 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

Sim, a média é o quociente entre a soma dos dados pela sua quantidade (média aritmética). A mediana é o termo central caso haja um ou a média entre os dois termos centrais, caso a quantidade de dados seja par. Nos gráficos a mediana é o valor central das médias peçanitas dos dados.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 152 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

A média é feita uma certa conta específica que traz essa resolução e a mediana é o número que fica no meio.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 153 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

sim, há diferença

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 154 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

Sim, pois a mediana é a média, juntando os valores da média. Já a mediana com valores diferentes como se fosse um número de média média.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 155 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

Médiana é a terceira das médias, calcula a percentagem da cidade, média é a soma de todos os municípios, existe diferença.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 156 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

Média é a soma da porcentagem total dividida pela quantidade de cidades.
Mediana é 50% do valor.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 157 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

Sim pois a média é renda per capita enquanto a mediana é todas as médias juntas.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 158 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

A mediana é a menor que existe mais em relação aos outros, já a média é feita como certa taxa específica que não é uma conclusão.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 159 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

A mediana da renda média é a média entre os dois (ou um) termos centrais, como, 5 em (1,4,6,12), e a média é a média entre as rendas per capita, em (1000, 4000, 6000, 12000) a média é: 9200

$$\frac{5000 + 9200}{4} = 29.000$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 159 está reproduzido literalmente a seguir: “A mediana da renda média é a média entre os dois (ou um) termos centrais, como, 5 em (1,4,6,12), e a média é a média entre as rendas per capita, em (1000, 4000, 6000, 12000) a média é: 9200” (Aluno J).

Figura 160 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

A média refere-se em questão os números totais, e a mediana refere-se em conta os próprios meios para obter um resultado, levando em conta todos os dados.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 161 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

A média refere-se a cada município, ou seja a média salarial das cidades. Já a mediana refere-se ao estudo feito em todas os municípios juntos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 162 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 12.

Resposta da questão 12)

Sim, pois a mediana representa a renda total enquanto a média leva em consideração toda a renda pela quantidade de pessoas

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Na pergunta 12 do questionário, a expectativa era de que os alunos soubessem diferenciar a média aritmética da mediana, demonstrando compreensão sobre o uso dessas diferentes medidas de posição em análises de dados.

Dessa maneira, ao analisarmos as respostas dos alunos B, C, D, F, G, I, J e M, observamos em seus comentários registrados que eles já sabiam a definição de cada medida de posição. Já os alunos A, E, H, K e L ficam intrinsecamente ligados ao contexto do tema em estudo que está sendo analisado. Podemos ressaltar alguns registros escritos desses alunos respectivamente em: “Sim, a renda média é calculada em cada cidade enquanto a mediana leva as outras cidades em consideração” (Aluno A); “Sim, pois a mediana é a media juntando os valores da media tira uma mediana com valores diferentes como se fosse um estudo de renda media” (Aluno E); “Sim, pois a média é renda per capita enquanto a mediana é todas médias juntas” (Aluno H); “A média leva em questão os números totais, e a mediana leva em conta as próprias médias para obter um resultado, levando em conta todas as cidades” (Aluno K) e “A media refere-se a cada município, ou seja, a media salarial das cidades. Já a mediana refere-se ao estudo feito em todos os municípios juntos” (Aluno L). Ao analisarmos os registros escritos, constatamos que os alunos observaram atentamente os boxplots e as tabelas ao longo de todas as tarefas. Eles perceberam que a média aritmética já estava apresentada nas tabelas, representando a média salarial per capita de cada município, obtida pela divisão da soma das rendas das pessoas pela quantidade total de habitantes. Já a mediana, por sua vez, foi compreendida a partir do estudo das médias salariais dos

municípios, permitindo uma análise complementar à média aritmética ligada a esses dados estatísticos apresentados. Dessa forma, a partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo, ainda que sob algumas perspectivas diferentes. Independentemente de conhecimento prévio, os alunos souberam diferenciar cada medida de posição, embora os alunos A, E, H, K e L tenham registrado de maneira ligeiramente diferente dos demais, pois construíram sua compreensão a partir do contexto apresentado. Assim, esta pesquisa que está sendo desenvolvida, destaca a importância de o Ensino de Estatística ser aplicado a conceitos estatísticos no cotidiano, promovendo a transversalidade e a aplicabilidade prática desses conceitos. Logo, todos os alunos produziram significados em uma mesma direção, demonstrando a compreensão sobre essas diferentes medidas de posição e seus usos na análise de dados.

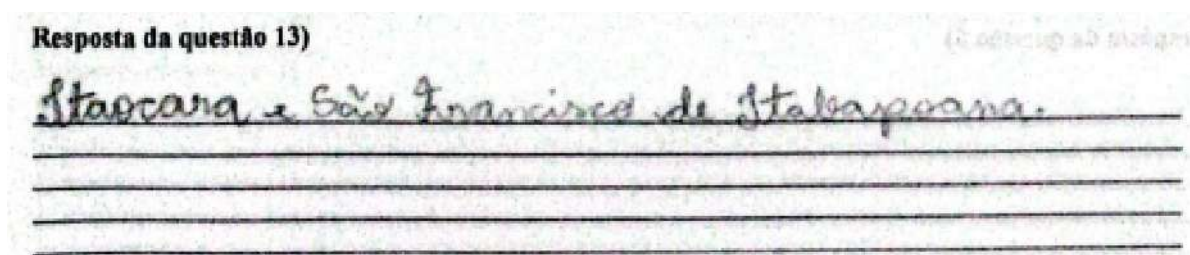
5.13 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 13 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

13) Na tarefa 4, observando o boxplot da **porcentagem de domicílios com saneamento inadequado em municípios de 20 a 50 mil habitantes**, quais seriam os municípios das duas bolinhas cinzas?

- Materiais utilizados: Gráfico ([Gráfico 4](#) e [Apêndice B](#)), slide 10/11 ([Apêndice A](#)), tabela 3 ([Apêndice C](#)).
- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 13 (Figuras 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175).

Figura 163 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 13.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 164 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)

Os municípios das bolinhas brancas seriam São Francisco de Itabapana e Itacaba

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 165 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)

Itacaba e São Francisco de Itabapana são os municípios das duas bolinhas brancas.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 166 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)

São Francisco de Itabapana e Itacaba

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 167 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)

~~Itacaba, Associação dos Juizes, Conselho do Poder Judiciário, Conselho do Poder Judiciário~~
São Francisco de Itabapana
Itacaba

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 168 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)
São Francisco de Itaberaba e Itacaramba.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 169 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)
São Francisco de Itaberaba e Itacaramba.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 170 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)
Itaberaba e São Fidélis

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 171 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)

A cidade mais próxima da 25ª é a municipalidade de Itapetina com 15,60%
e a cidade mais próxima da 20ª é a municipalidade de São Francisco de Itapetina
com 28,25%

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 172 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)

São Francisco de Itapetina e Itapetina.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 173 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)

São Francisco de Itapetina e Itapetina

Fonte: Dados da pesquisa.

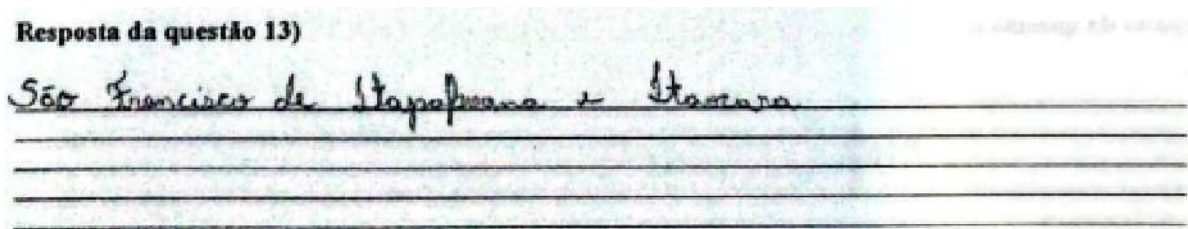
Figura 174 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 13.

Resposta da questão 13)

Itapetina e São Francisco de Itapetina

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 175 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 13.



Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Na pergunta 13 do questionário, esperávamos que os alunos identificassem os municípios de 20 a 50 mil habitantes com saneamento mais inadequado. Salienta-se que, de acordo com o IBGE, um domicílio com saneamento inadequado é aquele que não possui, ao mesmo tempo, um conjunto de três serviços básicos: abastecimento de água, esgotamento sanitário e coleta de lixo.

Assim, ao analisarmos as respostas de todos os alunos (exceto o aluno D), percebemos que eles têm uma resposta em comum, havendo um padrão de concordância quanto à interpretação e leitura dos gráficos de boxplots e da tabela. A partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. Vale ressaltar que os alunos E, H e I apresentaram, respectivamente, os seguintes registros escritos: “São Francisco de Itapapoana e São Fidélis” (Aluno E); “Itaocara e São Fidélis” (Aluno H); “A bolinha mais próxima do 15% é o município de Itaocara com 15,60% e a bolinha mais próxima do 20% é o município de São Francisco de Itapapoana com 18,25%” (Aluno I). Como pode ser observado, o aluno E equivocou-se ao indicar o município de “São Fidélis” em vez de “Itaocara”, possivelmente devido à aproximação entre as porcentagens de saneamento inadequado dos dois municípios: 13,57% em “São Fidélis” e 15,60% em “Itaocara”. Essa semelhança pode ter gerado confusão na análise dos dados, sobretudo ao relacionar a tarefa 4 ([Gráfico 4](#)) com a tabela 3 ([Apêndice C](#)), já que as porcentagens são muito próximas. Assim, o equívoco pode ter ocorrido no momento da leitura

conjunta do gráfico e da tabela com a dificuldade de visualizar o gráfico estatístico. De modo semelhante, o aluno H parece ter enfrentado a mesma dificuldade de visualização, registrando “São Fidélis” em vez de “São Francisco de Itabapoana”. Ambos, portanto, produziram significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo dos demais, não destacando o equívoco dos registros errados, nem a análise da dificuldade de visualização gráfica no ambiente escolar. Por sua vez, ressalta-se que o aluno H conseguiu, em seu registro escrito, apresentar uma análise coerente e precisa, demonstrando êxito na resposta à questão proposta. Por outro lado, o aluno D apresentou o registro: “São Francisco de Itabapoana e Italva” (Aluno D). Nesse caso, observa-se um equívoco na inclusão do município de “Italva”, em vez de “Itaocara”. Tal erro possivelmente ocorreu devido à confusão entre as escalas de classes populacionais, uma vez que o aluno não atentou também à porcentagem correta de saneamento inadequado. O município de Italva, com 10,58%, encontra-se no boxplot correspondente à faixa de 10 a 20 mil habitantes, enquanto o enunciado solicitava análise no intervalo de 20 a 50 mil habitantes, onde se localizava Itaocara, com 15,60%, tornando evidente o equívoco. Por conta disso, observa-se que os objetos constituídos no interior da tarefa por todos os alunos (exceto o aluno D) diferem-se. Esses constituem interlocutores diferentes e, portanto, não compartilham o mesmo espaço comunicativo. Com base nos resíduos de enunciação presentes nos registros escritos, é possível perceber que, embora todos os alunos tenham produzido significados, esses significados não se apoiam em interlocutores comuns. Em outras palavras, há divergência na leitura do gráfico estatístico da pergunta 13. Com isso, concluímos que todos os alunos (exceto o aluno D) produziram significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. Esse equívoco pode ter ocorrido no momento da análise da porcentagem de saneamento inadequado em relação à classe populacional considerada, evidenciando uma dificuldade em articular corretamente os dados percentuais com as faixas de população apresentadas.

5.14 ANÁLISE DOS REGISTROS DA PERGUNTA 14 DO QUESTIONÁRIO

Seu enunciado é:

14) Você acha que o **saneamento inadequado** pode estar associado à **renda média salarial de um domicílio**?

- Registros escritos dos alunos referentes à pergunta 14 (Figuras 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188).

Figura 176 - Registro escrito do aluno A (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

Sim, com uma renda média salarial menor, as pessoas não têm condições de morar em locais melhores.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 177 - Registro escrito do aluno B (Samurai) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

Percebe-se que o saneamento inadequado está relacionado à renda das pessoas que ali habitam. Há uma explicação social para esse fato, denominada também ambiental onde há uma incompatibilidade entre a renda e a infraestrutura.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 178 - Registro escrito do aluno C (Scarlet) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

Sim, pois muitas pessoas não tem muitas condições para morar em um lugar com saneamento adequado, por conta da sua renda salarial.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 179 - Registro escrito do aluno D (Casca de bala) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

Sim. Pois quem possui uma renda alta costuma
 a ter saneamento básico

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 180 - Registro escrito do aluno E (Amostradinha) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

Sim, pois um bome sendo a utrigação do município ter sanea-
 mento básico, a renda salarial implica muito nisso

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 181 - Registro escrito do aluno F (Pipoquinha do grau) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

Sim. Porque se a pessoa não possui recursos
 para morar em um lugar adequado, ela vai
 morar em lugares insalubres; como por exemplo:
 favelas, etc.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 182 - Registro escrito do aluno G (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

com certeza, pois pessoas com
 maiores salários moram em
 municípios com mais saneamento.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 183 - Registro escrito do aluno H (Damassa) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

Sim, pois quem tem o mesmo renda a tendência é não ter um saneamento adequado.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 184 - Registro escrito do aluno I (Giorgian de Arrascaeta) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

Sim. Pois que ganha mais, tem mais condições para pagar um saneamento melhor, e quem não tem não consegue isso, mas tem dinheiro para pagar um bom saneamento, e tem que viver com o saneamento que a municipalidade dá.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 185 - Registro escrito do aluno J (Caneta azul, azul caneta silva fialho) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)

A renda média salarial é proporcional de algum modo ao saneamento básico, mas não como uma proporcionalidade direta, mas como uma tendência, pois falamos como ganância de preconceito, pode influenciar massivamente a infraestrutura da cidade, e há cidades onde mesma zonas mais ricas tem problemas com saneamento básico, como a Dubai, que burla essa infraestrutura com dinheiro para transportar lixo de lugares até em lanchete.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Devido à sua ilegibilidade, o texto da Fig. 185 está reproduzido literalmente a seguir: “A renda média salarial é proporcional de algum modo ao saneamento básico (ou ao atendimento), mas não como na proporcionalidade direta, mas como na tendência, pois falamos como ganância de preconceito, pode influenciar massivamente a infraestrutura da cidade, e há cidades onde mesma zonas mais ricas tem problemas com saneamento básico, como o Dubai, que burla essas

limitações empregando caminhões para transportar cocô do esgoto (até onde eu lembro)” (Aluno J).

Figura 186 - Registro escrito do aluno K (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)
 Sim, porque uma pessoa que ganha mais pode ter condições para melhorar o saneamento do seu residência, não importando o local

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 187 - Registro escrito do aluno L (O aluno preferiu não se identificar por codinome) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)
 Sim

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 188 - Registro escrito do aluno M (Cirilo Rivera) - pergunta 14.

Resposta da questão 14)
 acredito que sim.

Fonte: Dados da pesquisa.

- Análise das respostas dos alunos.

Na pergunta 14 do questionário, esperávamos que os alunos pudessem formular hipóteses para uma análise posterior, de modo que permitisse estimular uma reflexão crítica sobre o mundo, possibilitando questionar realidades.

Assim, ao analisarmos as respostas de todos os alunos, percebemos que os alunos têm uma resposta em comum, tendo um padrão de concordância quanto à interpretação e leitura dos gráficos de boxplots e da tabela. Portanto, a partir da análise dos indícios presentes nos registros dos alunos, é possível perceber, pelos objetos constituídos durante essa tarefa, que todos conseguiram produzir significados em uma mesma direção e compartilham do mesmo espaço comunicativo. Vale ressaltar que, o aluno B, apresenta o seguinte registro escrito: “Percebe-se que o saneamento inadequado está relacionado à renda das pessoas que ali habitam. Há uma explicação social para esse fato, denominado racismo ambiental onde há uma inobservância estatal concreta” (Aluno B). Essa observação evidencia que o aluno tem uma reflexão crítica sobre a realidade social, ao reconhecer que o racismo ambiental consiste em uma forma de discriminação e injustiça social que afeta, de maneira desproporcional, minorias étnicas, como populações negras, indígenas, quilombolas e periféricas, em decorrência da degradação ambiental e dos impactos das mudanças climáticas. Isso ocorre quando esses grupos são forçados a viver em áreas de risco, como perto de lixões, indústrias poluentes ou encostas de morros, e não têm acesso adequado a saneamento básico, o que os torna mais vulneráveis a desastres ambientais. Por sua vez, o aluno J apresenta o seguinte registro escrito: “A renda média salarial é proporcional de algum modo ao saneamento básico (ou ao atendimento), mas não como na proporcionalidade direta, mas como na tendência, pois falamos como ganância de preconceito, pode influenciar massivamente a infraestrutura da cidade, e há cidades onde mesma zonas mais ricas tem problemas com saneamento básico, como o Dubai, que burla essas limitações empregando caminhões para transportar cocô do esgoto (até onde eu lembro)” (Aluno J). Dessa forma, o aluno J demonstra discordar da ideia de que a renda média salarial esteja fortemente correlacionada com o acesso ao saneamento básico, argumentando que, mesmo em contextos de alta renda média, não há necessariamente saneamento básico adequado, citando como exemplo Dubai. Assim, percebemos que o aluno apresenta uma reflexão crítica, constituindo objetos diferentes dos demais colegas, com ideias próprias sobre as relações socioeconômicas e a criticidade do mundo contemporâneo, compartilhando de um mesmo espaço comunicativo.

6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao discutirmos a respeito das considerações desta dissertação, nós buscávamos, em uma Revisão de Literatura [[seção 2.1](#)], as concepções ligadas ao Ensino de Estatística na visão dos pesquisadores em Educação Estatística, assim como o aporte teórico [[seção 2.2](#)] que fundamentava esta pesquisa. Assim, buscou-se fundamentação nas ideias, discussões e reflexões dos principais autores da área. Portanto, percebemos que essa área se mostra cada vez mais essencial para o pleno exercício da cidadania, em uma sociedade que está imersa em dados, na qual todos estão expostos a notícias de diversos contextos. Assim, compreender conceitos estatísticos a fim de distinguir a veracidade das informações apresentadas torna-se fundamental para as tomadas de decisão mais consistentes no dia a dia e, inclusive, no mercado de trabalho, seja por meio de análises gráficas, tabelas ou medidas resumo. Tal compreensão se torna possível por meio do entendimento sobre o uso e a interpretação dos dados, estimulando a criticidade das pessoas. Portanto, por meio de toda essa Revisão de Literatura, a pesquisa conduziu-se a uma indagação que associa o processo de Ensino e Aprendizagem de Estatística com a formação de uma consciência mais crítica dos alunos. Desta forma, surge o problema de pesquisa: **Investigar a produção de tarefas para o processo de ensino de medidas de posição para estudantes do Ensino Médio, por meio de boxplots e com o apoio de tabelas.**

Logo, no meio do processo desta pesquisa, era impossível não pensar em uma abordagem contextualizada aliada a dados. Por essa razão, começamos a pensar na possibilidade de trabalhar com dados do IBGE, uma vez que eles apresentam contextos socialmente relevantes, favorecendo o estudo de conceitos estatísticos, ao mesmo tempo em que estimulam a reflexão crítica dos alunos. Essa ideia é defendida pelo autor Gal (2019, 2021), entre outros. Aliando isso com a nossa proposta e com o desenvolvimento das tarefas - ([Gráfico 1](#), [Gráfico 2](#), [Gráfico 3](#) e [Gráfico 4](#)), as perguntas do questionário ([Apêndice D](#)) e as tabelas ([Apêndice C](#)) - optamos por adotar a teoria dos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) [[subseção 2.2.6](#)], elaborado pelo Educador Matemático Rômulo Campos Lins (1955-2017). Esse referencial teórico foi adotado para orientar a leitura e a análise das tarefas desenvolvidas.

Consideramos que tal escolha foi bastante produtiva, pois permitiu aos alunos expressarem, em seus registros escritos, as compreensões sobre quais objetos eles estavam pensando a respeito das tarefas [[capítulo 5](#)]. Vale ressaltar que realizamos gravações de voz durante toda a etapa investigativa da pesquisa de campo, porém optamos por utilizar apenas os registros escritos dos estudantes para fins de análise.

As tarefas tiveram como propósito, além do estímulo à produção de significados [[capítulo 5](#)], a disponibilização de materiais ([Apêndice A](#), [Apêndice B](#), [Apêndice C](#), [Apêndice D](#)) que dialogassem com situações reais, promovendo, assim, um ensino transversal e interdisciplinar a fim de potencializar o Raciocínio Estatístico, com a possibilidade de fortalecer os outros dois domínios estatísticos (Letramento e Pensamento Estatísticos), cuja viabilidade foi defendida por Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021).

Seguindo esta perspectiva, os resíduos de enunciação dos estudantes foram analisados a partir de uma leitura positiva, como sendo legítimos e revelando suas crenças-afirmações. Para que os significados fossem produzidos diante do item investigativo, é importante destacar que essas crenças estão sempre acompanhadas de justificativas, as quais destacam os modos de pensar e agir dos alunos diante das tarefas relacionadas aos boxplots e às perguntas do questionário, com apoio das tabelas. Partindo dessa concepção, a análise respaldada no MCS permitiu diagnosticar que o conjunto de tarefas, juntamente às perguntas e tabelas, atendeu às expectativas da pesquisa, pois esse conjunto de tarefas estimulou os alunos na produção de significados, inserindo-os em um processo de Aprendizagem sobre os conceitos estatísticos e a interpretação de dados representados por meio dos gráficos, além de estimular a reflexão crítica.

Entendemos que, na pesquisa de campo, além de ter sido reforçado o Raciocínio Estatístico, o conjunto de tarefas também favoreceu a mobilização de aspectos do Letramento e do Pensamento Estatísticos dos alunos, à medida em que eles foram conduzidos a interpretar dados representados em boxplots, com o apoio de tabelas, bem como a discutir e justificar conclusões fundamentadas por meio de registros escritos. A viabilidade dessa abordagem encontra respaldo em Gómez-Blancarte, Chávez e Aguilar (2021) [[subseção 2.2.4](#)]. Vale também ressaltar que as tarefas desenvolvidas foram analisadas de acordo com o Modelo dos Campos Semânticos (MCS).

As soluções apresentadas pelos alunos nas tarefas exigiram formulação de hipóteses para análises posteriores, de modo que permitisse estimular uma reflexão crítica sobre o mundo, além de compreensão e uso de conceitos estatísticos. Essa proposta contrapõe-se às aulas tradicionais que não estimulam a criticidade, nas quais os alunos podem estar acostumados com tarefas repetitivas, centradas em enunciados estritamente matemáticos, sem a devida exploração dos contextos temáticos envolvidos focada em dados reais aplicados ao contexto. Possivelmente, os alunos envolvidos nesta pesquisa de campo esperassem por aulas expositivas e tarefas baseadas na repetição de fórmulas, portanto, é possível que tenham se surpreendido com a proposta desenvolvida. De certa forma, essa reação também reflete nosso próprio exercício como Professor de Matemática, uma vez que, em grande parte de nossa prática docente, também fomos condicionados a seguir abordagens tradicionais de Ensino como já havíamos salientado no [capítulo 1](#).

Nesse sentido, as tarefas proporcionaram aos estudantes a produção de uma ampla gama de respostas, ideias e reflexões, evidenciando que o material pode ser relevante para o processo de Aprendizagem em Estatística. Assim, destacamos uma metodologia alternativa, em contraste com as práticas tradicionais de Ensino. Dessa forma, a metodologia proposta promove um aprendizado contínuo, ampliando as possibilidades de atuação docente e favorecendo uma dinâmica mais interativa, na qual o aluno assume o papel de protagonista do próprio processo de Aprendizagem.

Como resultado da pesquisa, consolidamos, assim, o Produto Educacional intitulado “Uma sequência de atividades de medidas de posição por meio de boxplots e tabelas, na perspectiva da Educação Estatística”. Após a pesquisa de campo, percebemos que a ordem de apresentação e a estrutura das tarefas não foram apropriadas. Por essa razão, o Produto Educacional foi elaborado orientando-se pelas tarefas desenvolvidas na pesquisa de campo ([Apêndice B](#)), assim como pelas tabelas ([Apêndice C](#)) e pelo questionário ([Apêndice D](#)). Dessa forma, o Produto Educacional foi desenvolvido com apresentação de tarefas distintas daquelas utilizadas na pesquisa de campo, assim como as tabelas de dados e o questionário sugerido, além de terem sido anexados materiais de apoio adaptados para o ensino das medidas de posição por meio de boxplots. Nesse sentido, esperamos que o material desenvolvido possa auxiliar Professores de Matemática do Ensino Médio, como forma de contribuir para o desenvolvimento do Letramento,

do Raciocínio e do Pensamento Estatísticos, respectivamente, na [subseção 2.2.1](#), na [subseção 2.2.2](#), na [subseção 2.2.3](#) e na [subseção 2.2.4](#).

Cabe ressaltar também que, durante a aplicação do Produto Educacional na pesquisa de campo, algumas sugestões e percepções foram destacadas pelos alunos, entre elas, a importância do uso de Tecnologias Digitais no Ensino de Estatística. Da mesma forma, o pesquisador também reconheceu o potencial das Tecnologias Digitais como recurso capaz de potencializar o processo de Ensino e Aprendizagem de Estatística, conforme discutido na [subseção 2.1.3](#).

Dessa forma, foi desenvolvido um recurso digital em conjunto com o projeto de iniciação científica “Ensino de Estatística e Probabilidade na Educação Básica por Projetos” (Freitas, 2025), com acesso livre e gratuito em: <https://milenapaz.shinyapps.io/Outliers/>. Esse aplicativo web tem como objetivo explorar a conceituação de medidas resumo por meio de boxplot, proporcionando uma maior interatividade e dinamismo no processo de Ensino e Aprendizagem. Entendemos que tal ferramenta possa favorecer tanto o trabalho docente, quanto a construção do conhecimento de conceitos estatísticos pelos alunos, tornando o estudo das medidas de posição envolvente.

Além disso, conforme apresentado e discutido na [subseção 2.1.3](#), foi destacada a existência de algumas plataformas gratuitas da web que se destacam na exploração de gráficos, tais como: *Common Online Data Analysis Platform (CODAP)*; iNZight Lite e TuvaLabs. O uso dessas plataformas possibilita práticas de Análise Exploratória de Dados, permitindo a visualização e comparação de informações por meio de diversos gráficos exibidos simultaneamente, assim, complementando o recurso digital que apresentamos anteriormente para Análise Exploratória de Dados com gráficos simultâneos. O *CODAP* está disponível em: <https://codap.concord.org/>; o iNZight Lite, em: <https://lite.docker.stat.auckland.ac.nz/>; e o TuvaLabs, em: <https://tuvalabs.com/>.

Por fim, desejamos que este estudo estimule uma nova forma de abordagem em relação ao processo de Ensino e Aprendizagem de Estatística e que sirva como mais uma metodologia alternativa para o Ensino de Estatística. Esperamos, ainda, que inspire professores e pesquisadores a desenvolver metodologias e reflexões integradas ao contexto educacional, capazes de impactar o aprendizado dos

estudantes e contribuir com uma formação de pessoas mais críticas e questionadoras.

Durante a pesquisa da dissertação, surgiram temas como a Interseccionalidade e a Estatística Cívica. Como continuidade desta pesquisa, pretendo aprofundar nesses temas.

REFERÊNCIAS

- ABBIATI, N. N. *et al.* Attitudes related to students' performance in statistics in university programs in Argentina. **Statistics Education Research Journal**, v. 20, n. 2, p. 8-8, 2021.
- ACEG. **The path to prosperity: Resetting Canada's growth trajectory**. Canada, 2017.
- AGRESTI, A.; FRANKLIN, C.; KLINGENBERG, B. **Statistics: The art and science of learning from data**. 5° eds. UK: Pearson, 2023.
- ANDRE, M.; LAVICZA, Z. Technology changing statistics education: Defining possibilities, opportunities and obligations. **Electronic Journal of Mathematics & Technology**, v. 13, n. 3, 2019.
- AZIZ, A. M.; ROSLI, R. A systematic literature review on developing students' statistical literacy skills. *In: Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2021.
- AZMAY, N. A. M. N. *et al.* Educational research trends on statistical reasoning and statistical thinking: A systematic literature review. **Journal of Academic Research in Progressive Education and Development**, v. 12, n. 2, p. 586-600, 2023.
- BAKKER, A. *et al.* Alternative representations of statistical measures in computer tools to promote communication between employees in automotive manufacturing. **Technology Innovations in Statistics Education**, v. 3, n. 2, 2009.
- BALDINO, R. R. Ensino de Matemática ou Educação Matemática?. *In: DANTE, L. R. et al. (orgs.). Temas & Debates: Matemática, ensino e educação: concepções fundamentais*. Rio Claro, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, ano IV, nº 3, 1991.
- BARGAGLIOTTI, A. Integrating Data Analysis and Statistics Across Disciplines. *In: HEAD' 19. 5th International Conference on Higher Education Advances*. Editorial Universitat Politècnica de València, 2019. p. 341-352.
- BATANERO, C. **Didáctica de la estadística**. Granada: Universidad de Granada, 2001.
- BATANERO, C. Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. **Revista de Didáctica de la Estadística**, n. 2, p. 55-61, 2013.
- BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 25, p. 41-58, 2000.
- BATANERO, C.; BOROVCNIK, M. **Statistics and probability in high school**. Springer, 2016.

BATANERO, C.; BURRIL, G.; READING, C. Ed(s). **Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study, the 18th ICMI study.** Dordrecht, NLD: Springer, 2011. p. ix -xvii.

BEN-ZVI, D.; BAKKER, A.; MAKAR, K. Learning to reason from samples. **Educational Studies in Mathematics**, v. 88, p. 291-303, 2015.

BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. *In*: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. Ed(s). **The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking.** Dordrecht, NLD: Springer, 2004. p. 3-15.

BIEHLER, R. *et al.* Technology for enhancing statistical reasoning at the school level. *In*: BISHOP A. J. *et al.* Ed(s). **Third international handbook of mathematics education, v27.** New York, EUA: Springer, 2013. p. 643-689.

BIEHLER, R. Software tools and mathematics education: The case of statistics. *In*: KEITEL C.; RUTHVEN K. Ed(s). **Learning from computers: Mathematics education and technology.** Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1993. p. 68-100.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.** Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **LDB - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Ministério da Educação, 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em 23 de jan. de 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base.** Brasília, DF: MEC. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em 20 de jan. de 2025.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília, DF: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12657%3Aparâmetros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series&catid=195%3Aseb-educacao-basica&Itemid=859. Acesso em 23 de jan. de 2025.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos PCNs.** Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12640:parâmetros-curriculares-nacionais-1o-a-4o-series>. Acesso em 23 de jan. de 2025.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/escola-de-gestores-da-educacao-basica/apresentacao/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211> Acesso em 23 de jan. de 2025.

- BURRILL, G. Statistics education and the role of technology. **Mathematical Sciences Education Board**, National Research Council, Washington, D.C. 2000.
- BURRILL, G.; BIEHLER, R. Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. *In*: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. Ed(s). **Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE study: The 18th ICMI study**, Dordrecht, NLD: Springer, 2011. p. 57-69, 2011.
- BURRILL, G.; PFANNKUCH, M. Emerging trends in statistics education. **ZDM–Mathematics Education**, v. 56, n. 1, p. 19-29, 2023.
- CABRIA, S. G. **Filosofía de la estadística**. Universitat de València, 1994.
- CALLINGHAM, R.; WATSON, J. M. The development of statistical literacy at school. **Statistics Education Research Journal**, v. 16, n. 1, p. 181-201, 2017.
- CARMI, E. *et al.* Data citizenship: Rethinking data literacy in the age of disinformation, misinformation, and malinformation. **Internet Policy Review**, v. 9, n. 2, p. 1-22, 2020.
- CARVALHO, L. M. T. L.; CARVALHO, C. F.; CARVALHO, R. N. Dados estatísticos e pandemia covid-19: reflexões sobre dimensões do letramento estatístico. *In*: MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. (Org.). **Temas emergentes em Letramento Estatístico**. Recife: Universitária UFPE, 2021.
- CAZORLA, I. *et al.* Estatística para os anos iniciais do ensino fundamental. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Biblioteca do Educador-Coleção SBEM**, v. 9, 2017.
- CAZORLA, I.; UTSUMI, M. Reflexões sobre o ensino de estatística na educação básica. *In*: CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Org.). **Do tratamento da informação ao letramento estatístico**. Itabuna: Via Litterarum, 2010. p. 9-21.
- CBC. **Aligning skills development with labour market needs**. Canada, 2016.
- CHAMBERS, J. M. Statistical computing: History and trends. **The American Statistician**, v. 34, n. 4, p. 238-243, 1980.
- CHANCE, B. L. Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002.
- CHANCE, B. L.; DELMAS, R.; GARFIELD, J. Reasoning about sampling distributions. *In*: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. Ed(s). **The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking**. Dordrecht, NLD: Springer, 2004. p. 295-323.
- CHAVES, R.; SAD, L. A.; ZOCOLOTTI, A. K. Algumas ideias do Modelo dos Campos Semânticos a partir de um episódio de uma aula de Trigonometria: colega e o chuveirinho. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática (RIDEMA)**, Juiz de Fora, v. 2, n. 2, p. 6-27, jul./dez. 2018.

CHILE. Ministerio de Educación. **Bases curriculares 7° a 2° medio**. Santiago: Ministerio de Educación, 2016. Disponível em: <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/654> . Acesso em 12 de out. de 2024.

COBB, G. Mere renovation is too little too Late: We need to rethink our undergraduate curriculum from the ground up. **The American Statistician**, v. 69, n.4, p. 266-282, 2015.

COBB, G. W.; MOORE, D. S. Mathematics, statistics, and teaching. **The American Mathematical Monthly**, v. 104, n. 9, p. 801-823, 1997.

CUI, Y. *et al.* Data literacy assessments: A systematic literature review. **Assessment in Education: Principles, Policy & Practice**, v. 30, n. 1, p. 76-96, 2023.

D'AMBROSIO, U. **Matemática, ensino e educação**: Uma proposta global. *In*: DANTE, L. R. *et al.* (orgs.). **Temas & Debates**: Matemática, ensino e educação: concepções fundamentais. Rio Claro, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, ano IV, nº 3, 1991.

DELMAS, R. C. A comparison of mathematical and statistical reasoning. *In*: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. Ed(s). **The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking**. Dordrecht, NLD: Springer, 2004. p. 79-95.

DELMAS, R. C. Statistical literacy, reasoning, and thinking: A commentary. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 2, 2002. p. 1-11.

DINIZ, M. I. V. S. Uma visão de ensino de matemática. *In*: DANTE, L. R. *et al.* (orgs.). **Temas & Debates**: Matemática, ensino e educação: concepções fundamentais. Rio Claro, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, ano IV, nº 3, 1991.

ENGEL, J. *et al.* Visualizing multivariate data: Graphs that tell stories. *In*: New skills in the changing world of statistics education. **Proceedings of the Roundtable Conference of the International Association for Statistical Education (IASE)**. 2020.

ENGLEDOWL, C.; TARR, J. E. Secondary teachers knowledge structures for measures of center, spread & shape of distribution supporting their statistical reasoning. **International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology**, v. 8, n. 2, p. 146-167, 2020.

ENGLISH, L. D.; WATSON, J. M. Development of probabilistic understanding in fourth grade. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 47, n. 1, p. 28-62, 2016.

FIFE, J. H.; JAMES, K.; PETERS, S. A learning progression for variability. **ETS research report series**, v. 2020, n. 1, p. 1-22, dez. 2020.

FREITAS, M. P. **Ensino de Estatística e Probabilidade na Educação Básica por Projetos**. Juiz de Fora: ProPP/UFJF, 2025.

GAL, I. Adults' Statistical Literacy: Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, Voorburg, v. 70, n. 1, p. 1-25, abr. 2002.

GAL, I. Promoting statistical literacy: challenges and reflections with a Brazilian perspective. *In*: MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. (org.). **Temas emergentes em Letramento Estatístico**. Recife: Universitária UFPE, 2021. p. 37-59.

GAL, I. Understanding statistical literacy: about knowledge of contexts and models. *In*: CONTRERAS, J. M. *et al.* (Eds.). **Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística**. 2019.

GAL, I.; GARFIELD, J. Curricular goals and assessment challenges in statistics education. **The assessment challenge in statistics education**, p. 1-13, 1997.

GARFIELD, J. The challenge of developing statistical reasoning. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002.

GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. **Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice**. New York: Springer, 2008.

GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. Helping students develop statistical reasoning: Implementing a statistical reasoning learning environment. **Teaching Statistics**, v. 31, n. 3, p. 72-77, 2009.

GARFIELD, J.; DELMAS, R.; ZIEFLER, A. assessing important learning outcomes in introductory tertiary statistics courses. *In*: JOLLIFFE, F.; HUNT, N.; BIDGOOD, P. Ed(s). **Assessment methods in statistical education: An international perspective**. United Kingdom: Wiley, 2010. p. 75-86.

GARFIELD, J.; GAL, I. Teaching and assessing statistical reasoning. **Developing mathematical reasoning in grades K-12**, 1999.

GEHRKE, M. *et al.* Statistics education from a data-centric perspective. **Teaching Statistics**, v. 43, p. S201-S215, 2021.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GÓMEZ-BLANCARTE, A. L. Aprendizaje de profesores en servicio para la enseñanza de la estadística. **Un análisis a partir del proceso de Negociación de Significados**. 2015.

GÓMEZ-BLANCARTE, A. L.; AGUILAR, R. D. C. The intersection of statistical literacy, reasoning, and thinking. *In*: Bridging the gap: empowering & educating today's learners in statistics, 11th., 2022. Rosario, Argentina. **Proceedings of the 11th International Conference on Teaching Statistics**. Rosario, Argentina: ICOTS11, 2022. p. 1-6.

GÓMEZ-BLANCARTE, A. L.; CHÁVEZ, R. R.; AGUILAR, R. D. C. A survey of the teaching of statistical literacy, reasoning and thinking: teachers classroom practice in Mexican high school education. **Statistics Education Research Journal**, v. 20, n. 2, p. 13-13, 2021.

GONDA, D. *et al.* Implementation of pedagogical research into statistical courses to develop students' statistical literacy. **Mathematics**, v. 10, n. 11, p. 1793, 2022.

GOULD, R. Data literacy is statistical literacy. **Statistics Education Research Journal**, v. 16, n. 1, p. 22-25, 2017.

GOULD, R. *et al.* Revolutions in Teaching and Learning Statistics: A Collection of Reflections. *In*: BEN-ZVI, D.; MAKAR, K.; GARFIELD, J. Ed(s). **International handbook of research in statistics education**. Cham: Springer, 2018. p. 457–472.

HSU, J. L.; CHEN, Y. Integrating big data in introductory statistics education-challenges for instructors and students. *In*: HUANG, T. *et al.* (Eds.). **Innovative Technologies and Learning: Third International Conference, ICITL 2020, Porto, Portugal, November 23–25, 2020, Proceedings**. Porto, Portugal: Springer International Publishing, 2020. p. 263-267.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo Demográfico 2010: Resultados**. Rio de Janeiro: IBGE, 2012. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/>. Acesso em 1 abr. de 2025.

ISODA, M.; CHITMUN, S.; GONZALEZ, O. Japanese and thai senior high school mathematics teachers' knowledge of variability. **Statistics Education Research Journal**, v. 17, n. 2, p. 196-215, nov. 2018.

JAUHARI, A. L. R. *et al.* Profile of students' statistical reasoning capabilities in introductory social statistics courses. *In*: **Journal of Physics: Conference Series**. IOP Publishing, 2021.

KOGA, S. Characteristics of statistical literacy skills from the perspective of critical thinking. **Teaching Statistics**, v. 44, n. 2, p. 59-67, 2022.

KOLTAY, T. Data literacy for researchers and data librarians. **Journal of Librarianship and Information Science**, v. 49, n. 1, p. 3-14, 2017.

KRISTANTO, Y. D. Pre-service mathematics teachers' statistical reasoning about mean. *In*: **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**. IOP Publishing, 2018.

LINS, R. C. Análise sistemática e crítica da produção acadêmica e da trajetória profissional 2002. 87p. **Tese** (Livre Docência) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP.

LINS, R. C. Luchar por la supervivencia: la producción de significado. **UNO - Revista de Didáctica de las Matemáticas**. Barcelona, Espanha, n. 9, Ano III, p. 39-46, octubre, 1997.

LINS, R. C. Notas sobre o uso da noção de conceito como unidade estruturante do pensamento. *In: Escola Latino-Americana sobre pesquisa em Ensino de Física - ELAPEF. Anais da III Escola Latino-Americana sobre pesquisa em Ensino de Física - ELAPEF*. Canela, RS, p.137-141, jul., 1996a.

LINS, R. C. O Modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. *In: ANGELO, C. L. et al. (orgs.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história*. São Paulo: Midiograf, 2012.

LINS, R. C. O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. *Revista Dynamis*. Blumenau, v.1, n.7, p. 29-39, abr/jun, 1994.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. *In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora da UNESP, p.75-94, 1999.

LINS, R. C. Struggling for survival: the production of meaning. *In: British society for research into learning mathematics day conference, 1996b, Sheffield, UK. Proceedings Of The Day Conference*. Sheffield, UK: BSRLM, 1996b. p. 1-6.

MACKAY, R. J.; OLDFORD, W. **Stat 231 course notes fall 1994**. Waterloo: University of Waterloo, 1994.

MAGALHÃES, M. N. ; LIMA, A. C. P. **Noções de probabilidade e estatística**. 7ª. edição. São Paulo: Edusp, 2023.

MALLOWS, C. The zeroth problem. *The American Statistician*, v. 52, n. 1, p. 1-9, 1998.

MARCHY, F.; JUANDI, D. Student's statistical literacy skills (1980-2023): A systematic literature review with bibliometric analysis. *Journal of Education and Learning Mathematics Research (JELMaR)*, v. 4, n. 1, p. 31-45, 2023.

MELGAR, Á. S. *et al.* Infographics in the literacy of statistical skills in university students. *Journal of Pharmaceutical Negative Results*, p. 474-481, 2022.

MOORE, D. S. New pedagogy and new content: The case of statistics. *International statistical review*, v. 65, n. 2, p. 123-137, 1997.

MOORE, D. S. Uncertainty. *In: STEEN, L. A. Ed(s). On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*. Washington. D.C: National Academy Press, 1990. p. 95-137.

MOORE, D. S.; MCCABE, G. P. **Introdução à prática da estatística**. Tradução: FARIAS, A. A. 3º ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística básica**. 9º edição. São Paulo: Saraiva, 2017.

MOTA, M. das M. C. **O uso de objetos de aprendizagem para o ensino e aprendizagem de Estatística no Ensino Médio**. 2019. 112 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de fora, 2019.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA:NCTM, 2000.

NEW ZEALAND. Ministry of Education. **The New Zealand curriculum**. Wellington: Learning Media, 2007.

NOVAES, D. V.; COUTINHO, C. Q. S. **Estatística para educação profissional e tecnológica**. 2º ed. São Paulo: Atlas, 2013.

ODI. **Building global interest in data literacy: A dialogue**. Waltham, MA: Educational Development Center. 2015.

OLIVE, J. *et al.* Mathematical knowledge and practices resulting from access to digital technologies. *In*: HOYLES C.; LAGRANGE J. B. Ed(s). **Mathematics education and technology-rethinking the terrain: the 17th ICMI study**, p. 133-177, 2010.

OLIVEIRA, H. M. P.; BASTOS, R. R.; BESSEGATO, L. F. O Processo de Inserção da Estatística no Currículo da Educação Básica no Brasil. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, v. 8, n. 1, 2024.

QUIÑONES, D. *et al.* Innovating statistics education: The design of a novel app using design thinking. **Applied Sciences**, v. 14, n. 18, p. 8515, 2024.

RAFFAGHELLI, J. E.; STEWART, B. Centering complexity in 'educators' data literacy' to support future practices in faculty development: A systematic review of the literature. **Teaching in Higher Education**, v. 25, n. 4, p. 435-455, 2020.

RIDGWAY, J. Implications of the data revolution for statistics education. **International Statistical Review**, v. 84, n. 3, p. 528-549, 2016.

RIDSDALE, C. *et al.* Strategies and best practices for data literacy education: Knowledge synthesis report. Canada: **Dalhousie University**, 2015. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/284029915_Strategies_and_Best_Practices_for_Data_Literacy_Education_Knowledge_Synthesis_Report?channel=doi&linkId=564b2fc808ae9cd9c8282d5a&showFulltext=true. Acesso em 04 dez. de 2024.

RUBEL, L. H.; NICOL, C.; CHRONAKI, A. A critical mathematics perspective on reading data visualizations: Reimagining through reformatting, reframing, and renarrating. **Educational Studies in Mathematics**, v. 108, n. 1, p. 249-268, 2021.

RUMSEY, D. J. Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002.

SAMÁ, S. Caminhos trilhados pelo GT12 nas pesquisas em Educação Estatística no Brasil, no período de 2016 a 2018. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 14, p. 1-18, 2019.

SHARMA, S. Definitions and models of statistical literacy: a literature review. **Open Review of Educational Research**, v. 4, n. 1, p. 118-133, 2017.

SHARMA, S. Developing statistical literacy with Year 9 students: A collaborative research project. **Research in Mathematics Education**, v. 15, n. 2, p. 203-204, 2013.

SHARMA, S. *et al.* Developing statistical literacy with Year 9 students. **Set: Research Information for Teachers**, n. 1, p. 43-50, 2011.

SHAUGHNESSY, J. M. Missed opportunities in research on the teaching and learning of data and chance. *In*: BIDDULPH, F.; CARR, K. (Eds.). **People in mathematics education: Proceedings Of The 20th Annual Conference of The Mathematics Education Research Group of Australasia**. Rotorua, NZ: Merga, 1997, v.1, p. 6-22.

SHAUGHNESSY, J. M. Research on statistics' reasoning and learning. *In*: Frank K. Lester, Jr. (Eds.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics**. Charlotte, NC: Information Age Publishing, 2007, p. 957-1009.

SILVA, A. M. **O Modelo dos Campos Semânticos**: Um modelo epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2022.

SILVA, A. M. Sobre a Dinâmica da produção de significados para a matemática. 2003. 243 p. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática) - IGCE, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SILVA, B.; SAMÁ, S. Tecnologia digital no ensino de estatística: Perspectivas para uma abordagem pedagógica abrangente a partir da ICOTS. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 9, n. 1, p. 129–149-129–149, 2024.

SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. **Mathematical problem posing**: From research to effective practice. New York: Springer, p. 1-569, 2015.

SNEE, R. D. Statistical thinking and its contribution to total quality. **The American Statistician**, v. 44, n. 2, p. 116-121, 1990.

SOUSA, E. P.; CAZORLA, I. M.; MONTEIRO, C. E. F. Abordagens conceituais sobre variabilidade estatística em pesquisas brasileiras: Uma revisão sistemática de literatura. **Ensino em Re-Vista**, v.31, p. 1-24, 2024.

SUH, H. *et al.* Enhancing preservice teachers' key competencies for promoting sustainability in a university statistics course. **Sustainability**, v. 12, n. 21, p. 9051, 2020.

TUKEY, J. W. Exploratory data analysis. **Reading/Addison-Wesley**, 1977.

TUKEY, J. W. The technical tools of statistics. **The American Statistician**, v. 19, n. 2, p. 23-28, 1965.

UNESCO. **Educational for all: Literacy for life Summary Report**. Paris: UNESCO, 2007.

WALLMAN, K. K. Enhancing statistical literacy: Enriching our society. **Journal of the American Statistical Association**, v. 88, n. 421, p. 1-8, 1993.

WATSON, J. M. Assessing statistical thinking using the media. **The assessment challenge in statistics education**, v. 12, p. 107-121, 1997.

WATSON, J. M. Doing research in statistics education: More than just data. *In: Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics: Developing a Statistically Literate Society*. Voorburg, NLD: International Statistical Institute. 2002.

WATSON, J. M. *et al.* The measurement of school students' understanding of statistical variation. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 34, n. 1, p. 1-29, 2003.

WATSON, J. M. **Statistical Literacy at School: Growth and Goals**. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum, 2006.

WATSON, J. M.; CALLINGHAM, R. Statistical literacy: A complex hierarchical construct. **Statistics Education Research Journal**, v. 2, n. 2, p. 3-46, 2003.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International statistical review**, v. 67, n. 3, p. 223-248, 1999.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Towards an understanding of statistical thinking. *In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. Ed(s). The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Dordrecht, NLD: Springer, 2004. p. 17-46.

WILD, C. J.; UTTS, J. M.; HORTON, N. J. What is statistics? *In: BEN-ZVI, D.; BAKKER, A.; MAKAR, K. Ed(s). International handbook of research in statistics education*. Cham, CHE: Springer, 2018. p. 4-36.

WOLFF, A. *et al.* Creating an understanding of data literacy for a data-driven society. **The Journal of Community Informatics**, v. 12, n. 3, 2016.

YATES, F. The use of computers for statistical analysis: A review of aims and achievements. **Bulletin-International Statistical Institute**, v. 44, n. 1, p. 39-53, 1971.

APÊNDICES

APÊNDICE A - SLIDES UTILIZADOS NA PESQUISA DE CAMPO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUÍZ DE FORA

CONCEITUAÇÃO

Da top: $21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-34-35-36-37-38-39-40$
Da bot: $1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20$

$\mu_1 = 23,33$ $\mu_2 = 26,67$ $\mu_3 = 29,99$
 $\sigma_1 = 2,31$ $\sigma_2 = 2,31$ $\sigma_3 = 2,31$

Relações de Desvio Padrão

$\frac{\sigma_1}{\mu_1} = \frac{2,31}{23,33} = 9,9\%$ $\frac{\sigma_2}{\mu_2} = \frac{2,31}{26,67} = 8,66\%$ $\frac{\sigma_3}{\mu_3} = \frac{2,31}{29,99} = 7,7\%$

$\frac{\sigma_1}{\mu_1} > \frac{\sigma_2}{\mu_2} > \frac{\sigma_3}{\mu_3}$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUÍZ DE FORA

DESIGUALDADE SALARIAL

ECONOMIA

Desigualdade no Brasil: rendimento mensal do 1% mais rico é 40 vezes maior que dos 40% mais pobres

Em 2022, o rendimento mensal médio real dos brasileiros foi de R\$ 20,664, um aumento de 13,2% em relação ao valor observado em 2021 (R\$ 18.257).

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUÍZ DE FORA

DESIGUALDADE SALARIAL

GT ECONOMIA

Desigualdade no Brasil: rendimento mensal do 1% mais rico é 40 vezes maior que dos 40% mais pobres

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUÍZ DE FORA

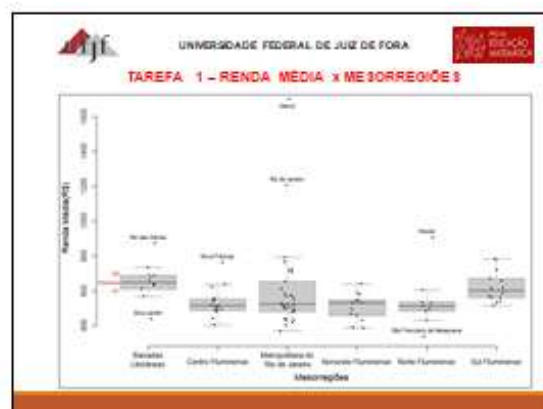
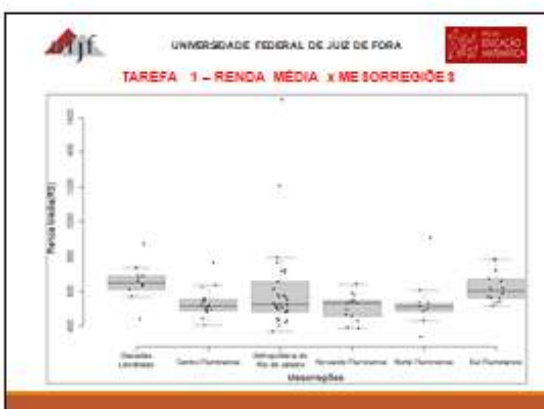
DESIGUALDADE SALARIAL

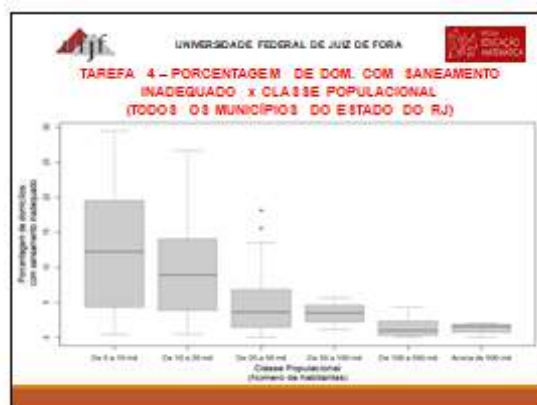
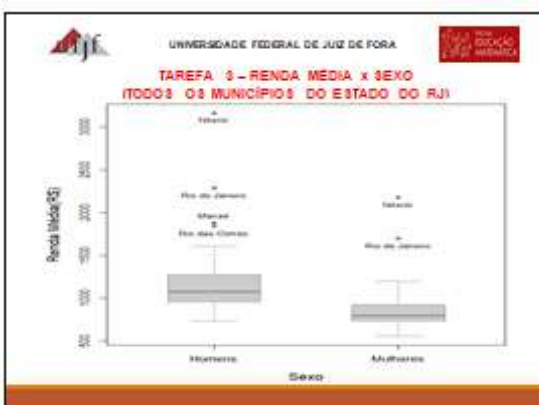
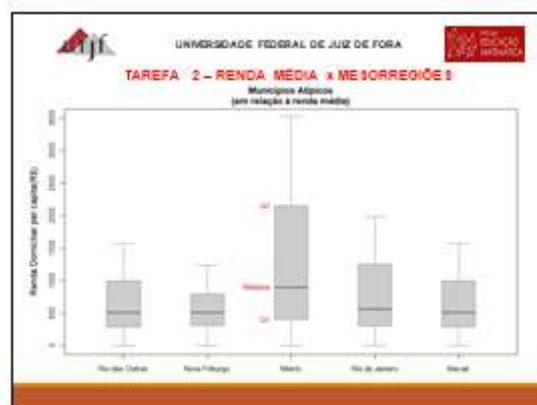
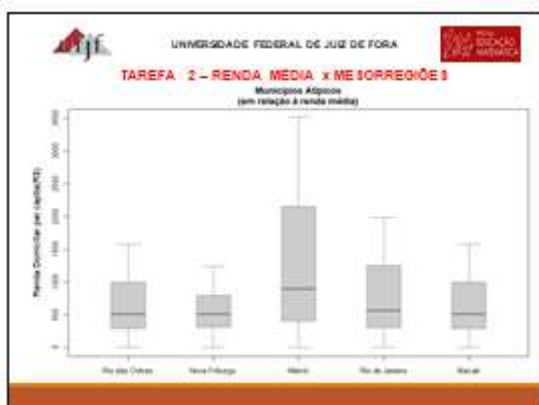
O grupo dos 1% mais ricos do Brasil tem um rendimento médio mensal de R\$ 20,664, com um aumento de 13,2% em relação ao valor observado em 2021 (R\$ 18.257).

O rendimento médio mensal real dos brasileiros foi de R\$ 20,664 em 2022, um aumento de 13,2% em relação ao valor observado em 2021 (R\$ 18.257).

O rendimento médio mensal dos 40% mais pobres foi de, em média, R\$ 5,17 no ano passado. O valor representa uma alta de 12,6% em relação ao número registrado em 2021 (R\$ 4,60).

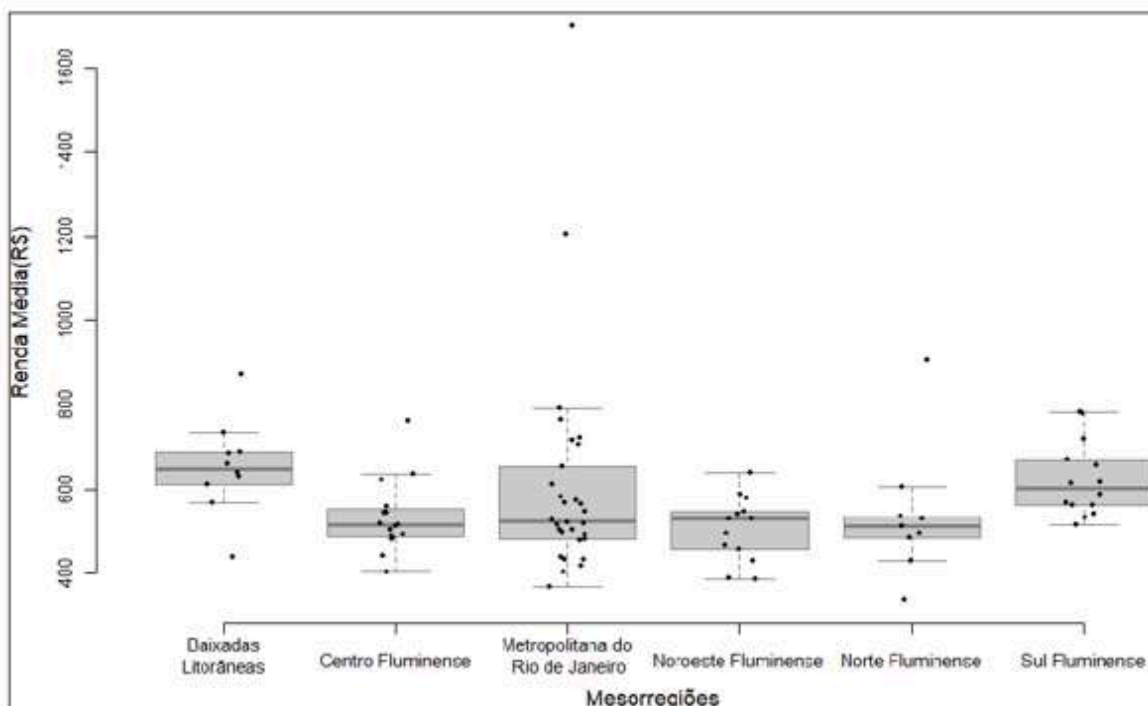
Fonte: <https://www.bcb.gov.br/indicadores/indicadores-de-desigualdade-salarial>



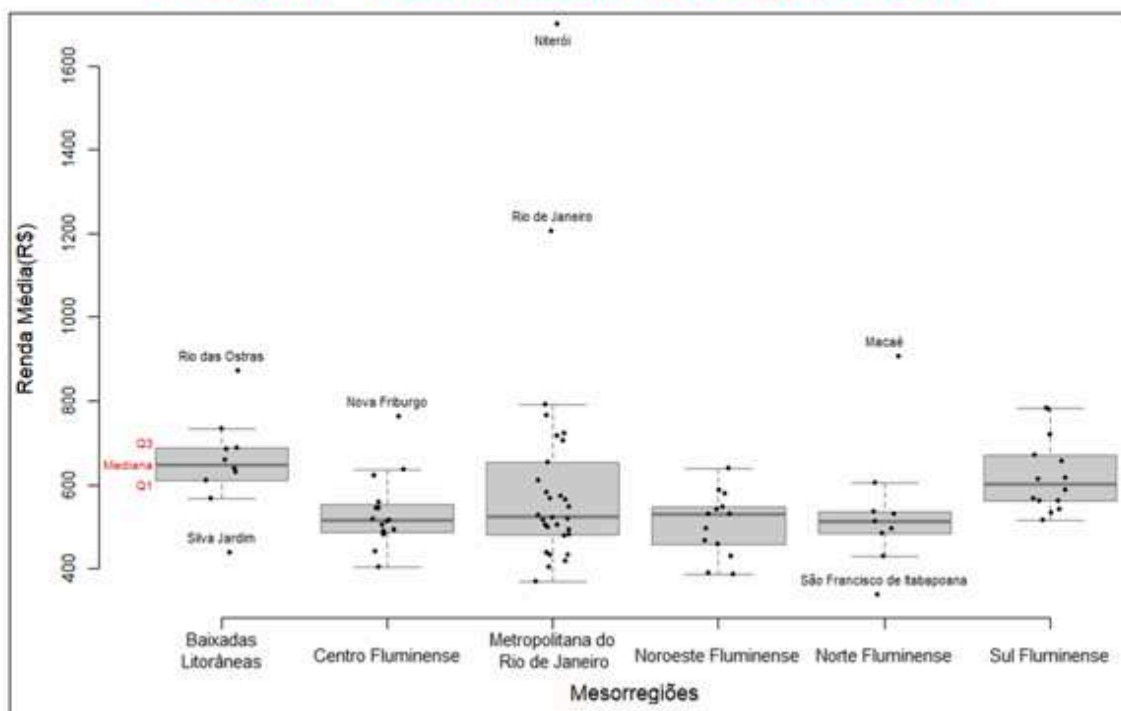


APÊNDICE B - GRÁFICOS DAS TAREFAS

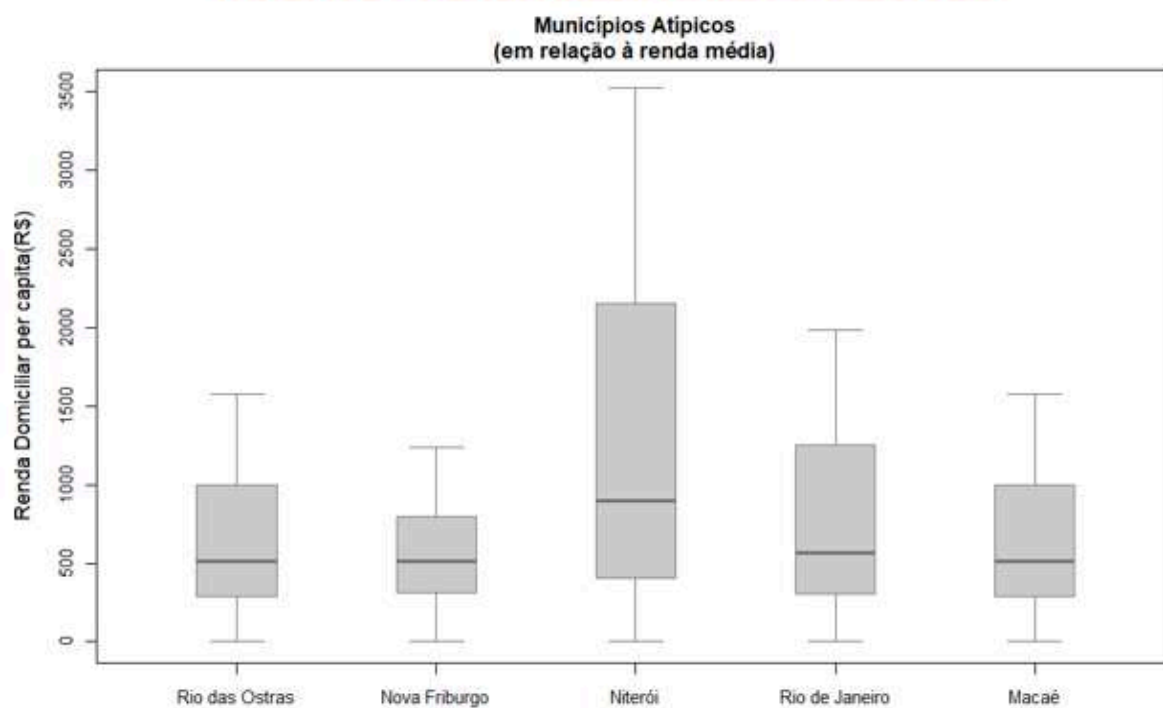
TAREFA 1 – RENDA MÉDIA x MESORREGIÕES



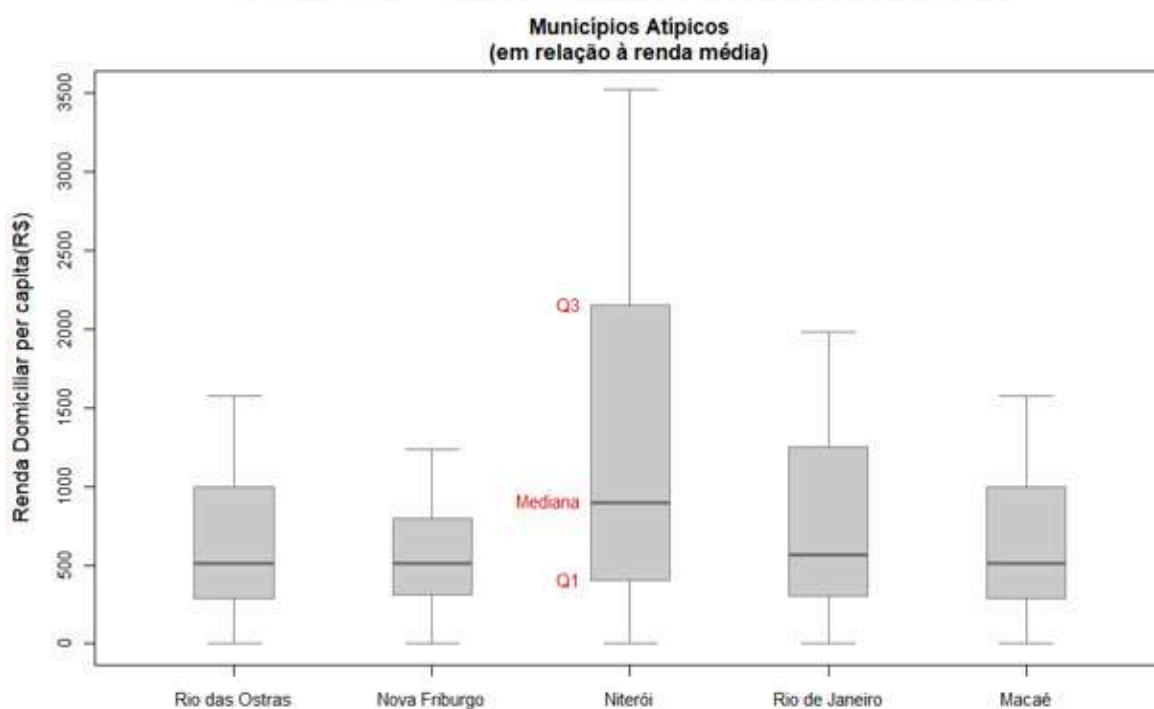
TAREFA 1 – RENDA MÉDIA x MESORREGIÕES



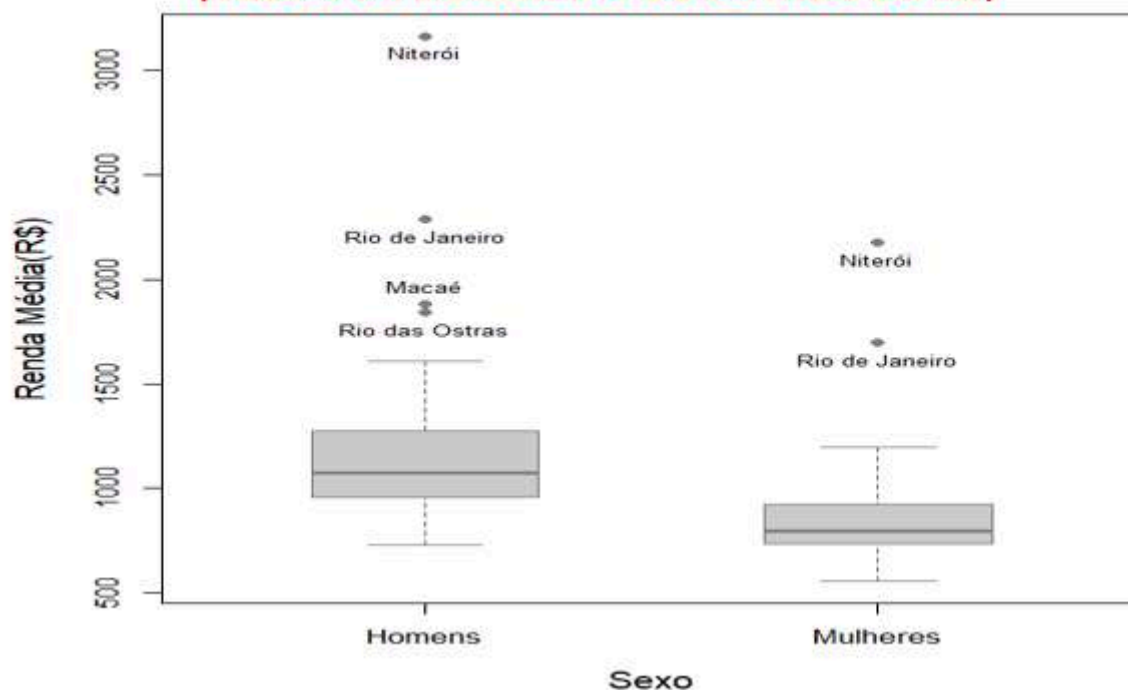
TAREFA 2 – RENDA MÉDIA x MESORREGIÕES



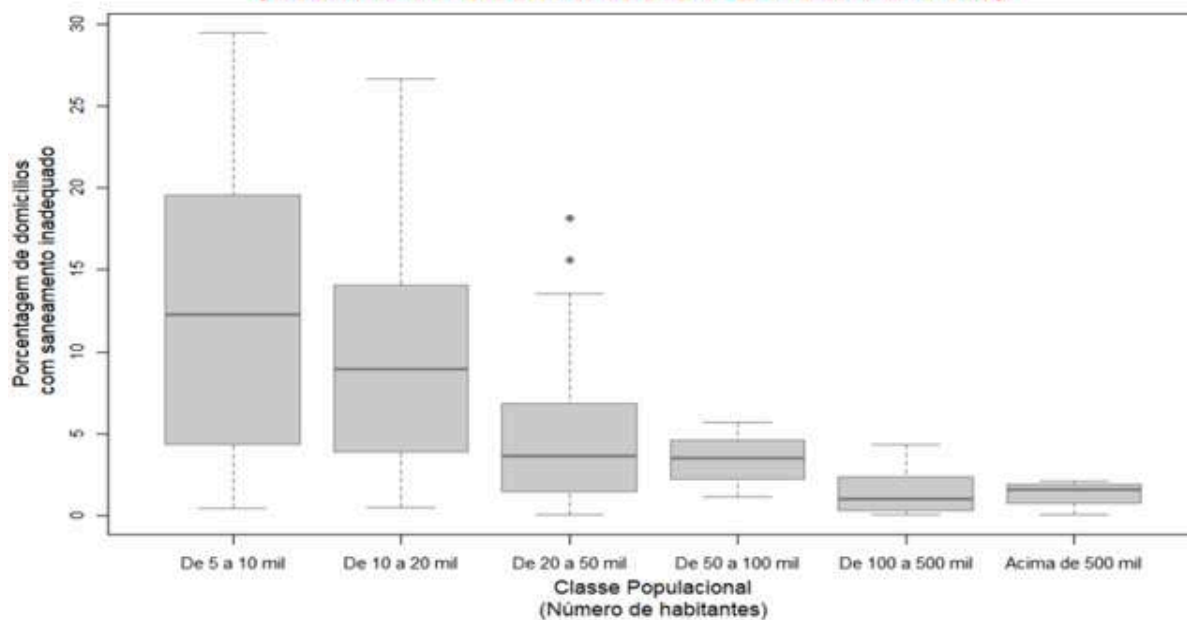
TAREFA 2 – RENDA MÉDIA x MESORREGIÕES



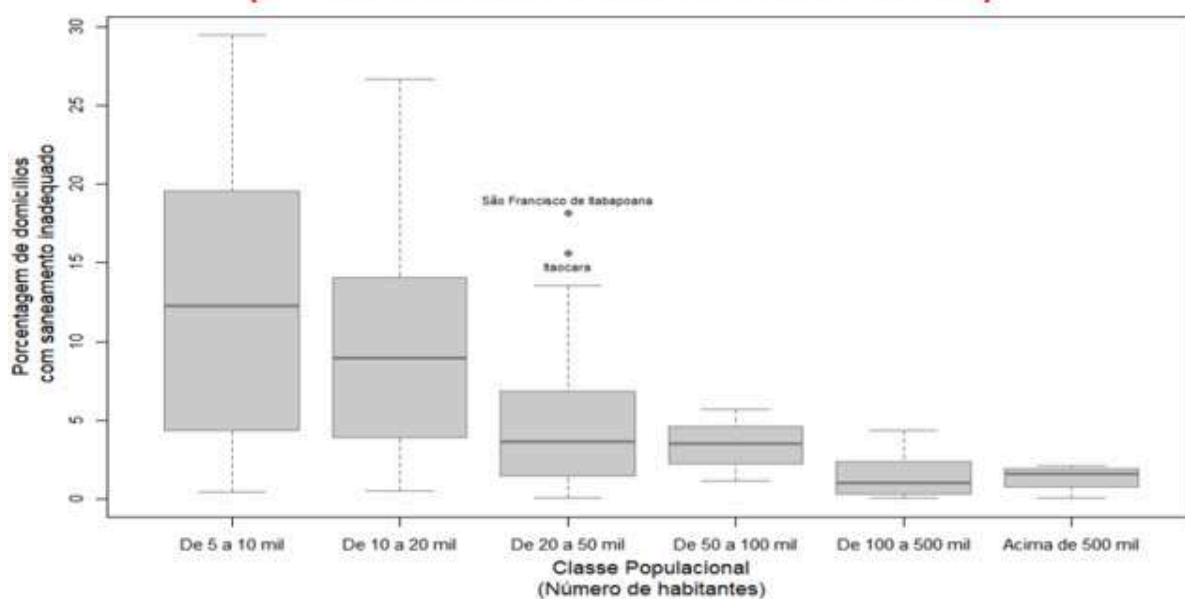
TAREFA 3 – RENDA MÉDIA x SEXO (TODOS OS MUNICÍPIOS DO ESTADO DO RJ)



TAREFA 4 – PORCENTAGEM DE DOM. COM SANEAMENTO INADEQUADO x CLASSE POPULACIONAL (TODOS OS MUNICÍPIOS DO ESTADO DO RJ)



**TAREFA 4 – PORCENTAGEM DE DOM. COM SANEAMENTO
INADEQUADO x CLASSE POPULACIONAL
(TODOS OS MUNICÍPIOS DO ESTADO DO RJ)**



APÊNDICE C - TABELAS UTILIZADAS NA PESQUISA DE CAMPO

Tabela 1: Rendimento domiciliar per capita nos municípios das mesorregiões do estado do Rio de Janeiro

Baixas Litorâneas

Município	Renda Média	1º Quartil	Mediana	3º quartil
Araruama	609	203	368	666
Armação dos Búzios	734	272	466	765
Arraial do Cabo	638	254	425	740
Cabo Frio	688	233	402	750
Casimiro de Abreu	600	255	440	765
Iguaba Grande	686	253	426	767
Rio das Ostras	871	290	510	1000
São Pedro da Aldeia	630	224	400	690
Saquarema	566	220	350	594
Silva Jardim	439	170	293	510

Centro Fluminense

Município	Renda Média	1º Quartil	Mediana	3º quartil
Areal	514	208	357	600
Bom Jardim	559	242	400	625
Cozendo de Levy Gasparian	493	230	364	564
Castagalo	543	200	350	600
Carma	516	204	342	550
Cordeiro	636	255	443	703

(continuada)

Município	Renda Média	1º Quartil	Mediana	3º quartil
Duas Barras	483	204	345	510
Macuco	503	195	350	550
Nova Friburgo	762	314	510	800
Paraiíba do Sul	545	210	360	583
Santa Maria Madalena	491	192	340	540
São Sebastião do Alto	403	166	255	510
Sapucaia	517	200	352	560
Sumidouro	442	167	300	510
Trajano de Moraes	481	170	315	510
Três Rios	622	242	400	667

Metropolitana do Rio de Janeiro

Município	Renda Média	1º Quartil	Mediana	3º quartil
Belford Roxo	418	200	327	510
Cachoeiras de Macacu	520	204	340	570
Duque de Caxias	498	204	360	600
Engenheiro Paulo de Frontin	505	228	345	528
Guapimirim	505	200	340	533
Itaboraí	482	200	340	553
Itaguaí	546	230	380	634
Japeri	368	170	278	483
Magé	478	200	340	550
Mangaratiba	704	255	475	800
Maricá	792	283	510	933
Mendes	583	250	400	638
Mesquita	566	237	400	667
Miguel Pereira	718	250	407	746
Nilópolis	652	267	496	770
Niterói	1700	400	900	2153
Nova Iguaçu	493	200	340	565
Paracambi	517	233	383	612
Paty do Alferes	432	170	299	503
Petrópolis	766	264	475	770
Quemados	432	186	325	510

(continuada)

Município	Renda Média	1º Quartil	Mediana	3º quartil
Rio Bonito	563	224	375	605
Rio de Janeiro	1204	300	563	1250
São Gonçalo	572	255	425	674
São João de Meriti	515	240	388	623
São José do Vale do Rio Preto	437	184	318	510
Seropédica	528	204	358	600
Tanguá	404	175	300	510
Teresópolis	723	255	416	702
Vassouras	609	204	375	630

Noroeste Fluminense

Município	Renda Média	1º Quartil	Mediana	3º quartil
Aperibé	467	233	340	510
Bom Jesus do Itabapoana	580	200	357	618
Cambuci	459	178	326	510
Italva	496	208	350	570
Itaocara	529	210	365	566
Itaperuna	640	255	423	680
Laje do Muriaé	429	170	278	510
Miracema	530	177	337	545
Natividade	588	204	370	600
Porciúncula	540	170	340	592
Santo Antônio de Pádua	547	204	340	553
São José de Ubá	389	150	255	489
Varre-Sai	386	170	262	473

Norte Fluminense

Município	Renda Média	1º Quartil	Mediana	3º quartil
Carapebus	537	241	400	650
Campos dos Goytacazes	604	189	340	625
Cardoso Moreira	429	170	290	510

(continuada)

Município	Renda Média	1º Quartil	Mediana	3º quartil
Conceição de Macabu	530	204	355	600
Macaé	907	290	510	1000
Quissamã	512	193	328	543
São Francisco de Itabapoana	338	128	251	407
São Fidélis	496	204	340	524
São João da Barra	485	188	310	510

Sul Fluminense

Município	Renda Média	1º Quartil	Mediana	3º quartil
Angra dos Reis	672	255	452	755
Barra do Piraí	614	250	407	680
Barra Mansa	615	255	432	700
Itatiua	719	250	425	720
Paraty	655	244	465	706
Pinheiral	561	225	383	650
Piraí	567	233	390	643
Porto Real	534	242	390	625
Quatis	516	213	370	605
Resende	784	270	500	850
Rio Claro	541	216	383	625
Rio das Flores	561	190	306	510
Valença	587	216	378	630
Volta Redonda	781	300	510	900

Tabela 2: Rendimento em reais médio e mediano por sexo nos municípios do estado do Rio de Janeiro

Baixas Litorâneas

Município	Média	Média	Mediana	Mediana
	Masculina	Feminina	Masculina	Feminina
Araruama	1229	934	700	510
Arraço do Bozó	1441	1063	900	650
Arraial do Cabo	1331	899	800	510
Cabo Frio	1417	1033	800	600
Casimiro de Abreu	1310	936	800	550
Iguaba Grande	1367	1020	800	510
Rio das Ostras	1843	1188	1000	700
São Pedro da Aldeia	1351	917	800	510
Saquarema	1145	870	700	510
Silva Jardim	921	672	580	510

Centro Fluminense

Município	Média	Média	Mediana	Mediana
	Masculina	Feminina	Masculina	Feminina
Areal	1020	778	700	510
Boim Jardim	994	823	600	510
Comendador Levy Gasparian	941	670	600	510
Cantagalo	1049	800	600	510

(continuada)

Município	Média Masculina	Média Feminina	Mediana Masculina	Mediana Feminina
Carmo	978	759	550	510
Cordéiro	1208	891	800	510
Duas Barras	866	681	510	510
Macuco	1023	767	600	510
Nova Friburgo	1343	996	800	600
Paralba do Sul	1035	822	600	510
Santa Maria Madalena	893	750	510	510
São Sebastião do Alto	734	697	510	510
Sapucaia	1002	784	650	510
Sumidouro	785	634	510	510
Trajano de Moraes	849	776	510	510
Três Rios	1181	918	700	510

Metropolitana do Rio de Janeiro

Município	Média Masculina	Média Feminina	Mediana Masculina	Mediana Feminina
Belfor Roxo	924	673	700	510
Cachoeiras de Macara	1047	753	650	510
Duque de Caxias	1079	774	800	510
Engenheiro Paulo de Frontin	942	733	510	510
Guapimirim	1079	787	700	510
Itaboraí	1025	721	700	510
Itaguaí	1193	798	900	510
Japeri	835	606	600	510
Magé	1000	735	710	510
Mangaratiba	1449	982	900	600
Maricá	1563	1101	1000	600
Menzes	1064	833	600	510
Mesquita	1199	853	800	530
Miguel Pereira	1342	1031	700	510
Nilópolis	1319	952	973	600
Niterói	3166	2176	1500	1020
Nova Iguaçu	1072	791	750	510

(continuada)

Município	Média	Média	Mediana	Mediana
	Masculina	Feminina	Masculina	Feminina
Paracambi	1020	747	700	510
Paty do Alferes	864	682	510	510
Petrópolis	1456	1060	800	600
Queimados	962	700	700	510
Rio Bonito	1122	826	650	510
Rio de Janeiro	2288	1698	1000	800
São Gonçalo	1162	822	800	510
São João de Meriti	1073	767	800	510
São José do Vale do Rio Preto	871	625	600	510
Seropédica	1111	803	800	510
Tanguá	829	630	600	510
Teresópolis	1394	1046	765	510
Vassouras	1146	928	600	510

Noroeste Fluminense

Município	Média	Média	Mediana	Mediana
	Masculina	Feminina	Masculina	Feminina
Aperibé	865	671	600	510
Bom Jesus do Itabapoana	1116	850	510	510
Cambuci	851	700	510	510
Italva	954	688	600	510
Itaocara	928	763	510	510
Itaperuna	1199	876	700	510
Laje do Muriaé	788	721	510	510
Miracema	1026	790	510	510
Natividade	1052	857	510	510
Porciúncula	1030	835	510	510
Santo Antônio de Pádua	1037	796	510	510
São José de Ubá	728	629	510	510
Varre-Sai	771	651	510	510

Norte Fluminense

Município	Média Masculina	Média Feminina	Mediana Masculina	Mediana Feminina
Carapebus	1105	775	800	510
Campos dos Goytacazes	1275	964	700	510
Cardoso Moreira	877	676	510	510
Conceição de Macabu	1063	801	700	510
Macaé	1884	1195	1000	700
Quissamã	1074	775	650	510
São Francisco de Itabapoana	742	556	510	510
São Fidélis	924	758	510	510
São João da Barra	990	721	600	510

Sul Fluminense

Município	Média Masculina	Média Feminina	Mediana Masculina	Mediana Feminina
Angra dos Reis	1424	981	1000	600
Barra do Piraí	1227	875	800	510
Barra Mansa	1272	854	900	510
Itaízia	1470	931	800	510
Paraty	1325	971	800	600
Pinheiral	1199	758	800	510
Piraí	1145	822	700	510
Porto Real	1121	746	800	510
Quatis	1053	753	720	510
Resende	1607	1062	1000	600
Rio Claro	1096	759	750	510
Rio das Flores	1217	710	510	510
Valença	1096	883	600	510
Volta Redonda	1595	1024	1000	600

Tabela 3: Domicílios com saneamento inadequado e classe populacional nos municípios do estado do Rio de Janeiro

Baixadas Litorâneas

Município	Saneamento Inadequado(%)	Classe Populacional (número de habitantes)
Araruama	2.76	[100 mil, 500 mil)
Armação dos Búzios	0.03	[20 mil, 50 mil)
Arraial do Cabo	0.26	[20 mil, 50 mil)
Cabo Frio	1.29	[100 mil, 500 mil)
Casimiro de Abreu	1.24	[20 mil, 50 mil)
Iguaba Grande	0.32	[20 mil, 50 mil)
Rio das Ostras	0.28	[100 mil, 500 mil)
São Pedro da Aldeia	1.95	[50 mil, 100 mil)
Saquarema	4.02	[50 mil, 100 mil)
Silva Jardim	8.49	[20 mil, 50 mil)

Centro Fluminense

Município	Saneamento Inadequado(%)	Classe Populacional (número de habitantes)
Areal	2.80	[10 mil, 20 mil)
Bom Jardim	5.38	[20 mil, 50 mil)
Comendador Levy Gasparian	2.62	[5 mil, 10 mil)
Cantagalo	8.81	[10 mil, 20 mil)

(continuada)

Município	Saneamento Inadequado(%)	Classe Populacional (número de habitantes)
Carmo	3.95	[10 mil, 20 mil)
Cordéiro	1.62	[20 mil, 50 mil)
Daas Barras	3.89	[10 mil, 20 mil)
Macuco	0.42	[5 mil, 10 mil)
Nova Friburgo	0.74	[100 mil, 500 mil)
Paraiíba do Sul	4.44	[20 mil, 50 mil)
Santa Maria Madalena	13.29	[10 mil, 20 mil)
São Sebastião do Alto	29.49	[5 mil, 10 mil)
Sapucaia	14.55	[10 mil, 20 mil)
Sunadouro	14.07	[10 mil, 20 mil)
Trajano de Moraes	26.68	[10 mil, 20 mil)
Três Rios	1.25	[50 mil, 100 mil)

Metropolitana do Rio de Janeiro

Município	Saneamento Inadequado(%)	Classe Populacional (número de habitantes)
Belford Roxo	2.58	[100 mil, 500 mil)
Cachoeiras de Macacu	5.66	[50 mil, 100 mil)
Duque de Caxias	1.53	>500 mil
Engenheiro Paulo de Frontin	0.50	[10 mil, 20 mil)
Guapimirim	3.51	[50 mil, 100 mil)
Itaboraí	4.32	[100 mil, 500 mil)
Itaguaí	1.42	[100 mil, 500 mil)
Japet	2.46	[50 mil, 100 mil)
Magé	3.02	[100 mil, 500 mil)
Mangaratiba	0.97	[20 mil, 50 mil)
Maricá	2.33	[100 mil, 500 mil)
Mendes	1.74	[10 mil, 20 mil)
Mesquita	0.32	[100 mil, 500 mil)
Miguel Pereira	1.63	[20 mil, 50 mil)
Nilópolis	0.02	[100 mil, 500 mil)
Niterói	0.12	[100 mil, 500 mil)
Nova Iguaçu	1.69	>500 mil

(continuado)

Município	Saneamento Inadequado(%)	Classe Populacional (número de habitantes)
Paracambi	3.11	[20 mil, 50 mil]
Paty do Alferes	9.27	[20 mil, 50 mil]
Petrópolis	0.28	[100 mil, 500 mil]
Queimados	1.60	[100 mil, 500 mil]
Rio Bonito	5.56	[50 mil, 100 mil]
Rio de Janeiro	0.04	>500 mil
São Gonçalo	2.11	>500 mil
São João de Meriti	0.23	[100 mil, 500 mil]
São José do Vale do Rio Preto	2.75	[20 mil, 50 mil]
Seropédica	2.49	[50 mil, 100 mil]
Tanguá	5.88	[20 mil, 50 mil]
Teresópolis	2.31	[100 mil, 500 mil]
Vassouras	2.10	[20 mil, 50 mil]

Noroeste Fluminense

Município	Saneamento Inadequado(%)	Classe Populacional (número de habitantes)
Aperibé	10.05	[10 mil, 20 mil]
Bom Jesus do Itaboraia	7.78	[20 mil, 50 mil]
Cambuci	19.65	[10 mil, 20 mil]
Italva	10.58	[10 mil, 20 mil]
Itaocara	15.60	[20 mil, 50 mil]
Itaperuna	5.12	[50 mil, 100 mil]
Laje do Muriaé	15.62	[5 mil, 10 mil]
Miracema	2.52	[20 mil, 50 mil]
Natividade	8.74	[10 mil, 20 mil]
Pocinhos	15.56	[10 mil, 20 mil]
Santo Antônio de Pádua	8.12	[20 mil, 50 mil]
São José de Ubá	12.25	[5 mil, 10 mil]
Varre-Sai	23.49	[5 mil, 10 mil]

Norte Fluminense

Município	Saneamento Inadequado(%)	Classe Populacional (número de habitantes)
Carapetus	9.08	[10 mil, 20 mil]
Campos dos Goytacazes	2.76	[100 mil, 500 mil]
Cardoso Moreira	14.04	[10 mil, 20 mil]
Conceição de Macabu	3.85	[20 mil, 50 mil]
Miracé	1.34	[100 mil, 500 mil]
Quissamã	3.53	[20 mil, 50 mil]
São Francisco de Itabapoana	18.15	[20 mil, 50 mil]
São Fidélis	13.57	[20 mil, 50 mil]
São João da Barra	5.77	[20 mil, 50 mil]

Sul Fluminense

Município	Saneamento Inadequado(%)	Classe Populacional (número de habitantes)
Angra dos Reis	0.42	[100 mil, 500 mil]
Barra do Piraí	1.16	[50 mil, 100 mil]
Barra Mansa	0.63	[100 mil, 500 mil]
Itaízia	0.42	[20 mil, 50 mil]
Paraty	3.79	[20 mil, 50 mil]
Pinheiral	0.89	[20 mil, 50 mil]
Piraí	3.89	[20 mil, 50 mil]
Porto Real	0.52	[10 mil, 20 mil]
Quatis	5.19	[10 mil, 20 mil]
Resende	0.50	[100 mil, 500 mil]
Rio Claro	8.00	[10 mil, 20 mil]
Rio das Flores	6.11	[5 mil, 10 mil]
Valença	4.10	[50 mil, 100 mil]
Volta Redonda	0.13	[100 mil, 500 mil]

APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO COM AS PERGUNTAS

Questionário:

- 1) Na tarefa 1, observando os **gráficos de boxplots e a tabela 1**, o que são as bolinhas pretas?
- 2) Na tarefa 1, por que o município de **Rio das Ostras, da mesorregião da Baixadas Litorâneas**, está lá em cima?
- 3) Na tarefa 1, por que os municípios do **Rio de Janeiro e de Niterói, na mesorregião Metropolitana do Rio de Janeiro**, estão lá em cima?
- 4) Na tarefa 1, por que, **na mesorregião Norte Fluminense**, o município de **Macaé** está lá em cima? E o município de **São Francisco de Itabapoana** está lá embaixo?
- 5) Na tarefa 1, observando a **mesorregião Sul Fluminense**, o que seria a linha horizontal cinza dentro do retângulo? E o que se poderia dizer a respeito das bolinhas acima da linha cinza? E das que estão abaixo?
- 6) Na tarefa 2, observando o município de **Niterói e a tabela 1**, o que seria a linha horizontal cinza no gráfico de boxplot? Além disso, onde se encontram o **1º quartil** e o **3º quartil** neste gráfico? Você entende a representação de seus valores no gráfico de boxplot?
- 7) Na tarefa 2, em relação à **mediana**, qual relação você entende do gráfico de boxplot de **Niterói** com os **demais municípios**?
- 8) Observando os **boxplots da tarefa 3 e a tabela 2**, o que você consegue entender comparando os gráficos?
- 9) Na tarefa 3, o **rendimento médio em reais entre os sexos** é diferente dependendo **dos municípios**?
- 10) Na tarefa 1, observando a **mesorregião Sul Fluminense e a tabela 1**, quais os municípios que compõem a **metade com renda média superior** ?
- 11) A partir das reflexões sobre **as medidas de posição**, você acha que alguma medida é melhor para resumir os dados?
- 12) Há diferença entre a **média e a mediana**?

13) Na tarefa 4, observando o boxplot da **porcentagem de domicílios com saneamento inadequado em municípios de 20 a 50 mil habitantes** e a **tabela 3**, quais seriam os municípios das duas bolinhas cinzas?

14) Você acha que o **saneamento inadequado** pode estar associado à **renda média salarial de um domicílio**?

Resposta da questão 1)

Resposta da questão 2)

Resposta da questão 3)

Resposta da questão 4)

Resposta da questão 5)

Resposta da questão 6)

Resposta da questão 7)

Resposta da questão 8)

Resposta da questão 9)

Resposta da questão 10)

Resposta da questão 11)

Resposta da questão 12)

Resposta da questão 13)

Resposta da questão 14)

APÊNDICE E - TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA GRAVAÇÃO DE VOZ E/OU REGISTRO DE IMAGENS

Esclarecimentos

Este é um convite para você participar da pesquisa: “A produção de significados de estudantes do Ensino Médio para as medidas de posição por meio de boxplots e tabelas”, que tem como pesquisador responsável Victor Ferreira Junqueira, orientado pelo professor doutor Lupércio França Bessegato. A proposta desta pesquisa é **investigar a produção de tarefas para o processo de ensino de medidas de posição para estudantes do Ensino Médio, por meio de boxplots e com o apoio de tabelas** por meio de um conjunto de tarefas sobre Estatística e situações relacionadas a ela. O motivo que nos leva a fazer este estudo é possibilitar aos docentes mais uma metodologia que pode ser utilizada nas salas de aula de Matemática e Estatística, permitindo desenvolver por meio de analogias e investigações conhecimentos acerca do objeto de estudo em questão. Gostaríamos de solicitar sua autorização para efetuar a gravação de voz e/ou o registro de fotos e/ou vídeos, concedida mediante o compromisso dos pesquisadores acima citados com os seguintes direitos:

1. Ter acesso às fotos e/ou vídeos e/ou à gravação e transcrição dos áudios;
2. Ter a garantia que as fotos e/ou vídeos e/ou áudios coletadas serão usadas exclusivamente para gerar informações para a pesquisa aqui relatada e outras publicações dela decorrentes, quais sejam: revistas e eventos científicos;
3. Não ter a identificação revelada em nenhuma das vias de publicação das informações geradas, utilizando mecanismos para este fim (tarjas, distorção da imagem, distorção da voz, entre outros).
4. Ter as fotos e/ou vídeos e/ou áudios obtidos de forma a resguardar a privacidade e minimizar constrangimentos;

5. Ter liberdade para interromper a participação na pesquisa a qualquer momento e/ou solicitar a posse das fotos e/ou vídeos.

Você não é obrigado a permitir o uso das suas fotos e/ou vídeos e/ou áudios, porém, caso aceite, será de forma gratuita mesmo que imagens sejam utilizadas em publicações de livros, revistas ou outros documentos científicos.

A gravação de vídeo, juntamente com o áudio, será realizada durante a pesquisa de campo.

Consentimento de Autorização de Uso de Imagens (fotos e/ou vídeos)

Após ter sido esclarecido sobre as condições para a minha participação no estudo, eu, _____ autorizo o uso de:

- () Minhas imagens (fotos e/ou vídeos)
- () minha voz
- () minhas imagens (fotos e/ou vídeos) e minha voz

Paracambi, 26 de maio de 2025.

Assinatura do participante da pesquisa

Assinatura do pesquisador responsável

APÊNDICE F - MEDIDAS RESUMO

Magalhães e Lima (2023) salientam que as medidas resumo, tanto de tendência central quanto de dispersão, são utilizadas para sumarizar os dados disponíveis visando obter uma síntese de informações sobre o comportamento de uma variável⁹ a partir de um conjunto de dados qualquer. O objetivo é caracterizar esse conjunto por meio de medidas que resumam a informação, por exemplo, representando principalmente a posição dos dados e sua dispersão ou variabilidade. Alguns autores denominam as medidas de posição por medidas de tendência central ou por medidas de locação. Moore e McCabe (2002) apresentam como medidas resumo de posição as seguintes funções dos dados observados: a média aritmética, ou apenas média, a moda e a mediana. Por outro lado, a amplitude, a variância, o desvio padrão e o intervalo interquartilico são medidas resumo da dispersão dos dados, ou seja, o quanto seus valores estão dispersos ou concentrados. As medidas resumo são consideradas de grande importância na interpretação contextualizada e crítica dos dados. Todas as medidas citadas anteriormente serão definidas e exemplificadas no presente capítulo.

Garfield e Ben-Zvi (2008) destacam que é importante entender o conceito de centro de uma distribuição de dados como um “sinal” em meio a “ruído” (variação). Ele é um componente chave na compreensão do conceito de distribuição, sendo essencial para interpretar gráficos e explorar um conjunto de dados. Os autores recomendam que os alunos desenvolvam, inicialmente, atividades com ideias informais de locação e dispersão, interpretando, descrevendo e representando graficamente o padrão de distribuição dos dados. Mais tarde, eles constroem a ideia de centro de uma maneira mais formal, desenvolvendo diferentes medidas de posição e de dispersão, apresentando como calculá-las, detalhando as informações que elas fornecem e suas aplicações. Além disso, esses autores enfatizam que é impossível analisar as medidas de posição sem considerar também as medidas de dispersão, pois ambas as ideias são necessárias para dar sentido à interpretação dos dados. Cobb e Moore (1997), Fife, James e Peters (2020), Watson, *et al.* (2003), dentre outros, ressaltam a importância da variabilidade na exploração de dados. Eles

⁹ É qualquer característica, atributo ou quantidade que pode assumir diferentes valores em um conjunto de dados. Em outras palavras, é aquilo que você observa, mede e registra em uma pesquisa ou experimento, e que varia de um indivíduo para outro ou de uma situação para outra.

ênfatizam que se não houvesse variabilidade, não haveria análise estatística, pois essa está baseada na variação dos dados. A variabilidade ajuda a estabelecer uma clara distinção entre a Estatística e outras áreas de conhecimento, como por exemplo a Matemática. Para Shaughnessy (1997), o conceito de variabilidade é complexo e difícil de definir, reforçando a necessidade de ampliar a sua compreensão. Ele é primordial para que os estudantes desenvolvam adequadamente o Pensamento Estatístico. Por sua vez, Burril e Biehler (2011), Shaughnessy (2007), Isoda, Chitmun e Gonzalez (2018), dentre outros, salientam que a ideia de variabilidade vai além do simples cálculo matemático das várias medidas de variação, tais como amplitude, variância, desvio padrão e intervalo interquartil. Segundo esses autores, para entender as perspectivas teóricas de variabilidade e suas aplicações, é preciso superar a preocupação centrada apenas no simples tratamento matemático, a qual faz os estudantes realizarem cálculos mecanicamente, dos quais muitas vezes não entendem seu significado real. Seguindo essa perspectiva, Souza, Cazorla e Monteiro (2024) alertam para a importância da variabilidade nas análises estatísticas, sendo necessário estimular o estudante a questionar e criticar a informação que está sendo gerada. Os autores reforçam que o foco na matematização do conhecimento estatístico dificulta a percepção do fenômeno da variabilidade como componente importante dos dados, o qual está intimamente relacionado com o Letramento Estatístico. Por conta disso, as medidas resumo podem auxiliar bastante na análise estatística de dados, permitindo assim que os cidadãos elaborem análises e interpretações com mais consistência, assimilando as informações do mundo com uma perspectiva mais crítica.

Moore e McCabe (2002) destacam ainda que a descrição de um padrão de distribuição dos dados quase sempre inclui uma medida de posição. As duas medidas de posição mais comuns são a média e a mediana. Para esses autores, a média representa o “valor médio”, enquanto a mediana é o “valor central”. Esses dois conceitos refletem ideias diferentes para a posição de uma distribuição, e as duas medidas se comportam de maneira diferente. Batanero (2000) salienta que é necessário um trabalho específico para que os estudantes possam compreender os distintos significados dos conceitos de média e mediana. Por outro lado, Novaes e Coutinho (2013) reforçam que a análise das medidas de posição e de dispersão complementa as interpretações das representações gráficas e tabulares dos dados,

levando a uma análise mais detalhada. Para Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), uma medida de posição não é suficiente para descrever adequadamente a distribuição de uma variável, pois ela não fornece informações sobre a variabilidade dos dados. Por isso, os autores destacam a importância de considerar tanto as medidas de posição quanto as de dispersão, já que ambas são essenciais para uma interpretação completa e significativa dos dados.

A partir desse ponto, consideramos um conjunto de dados com n medidas de uma variável aleatória quantitativa X . Os valores observados dessa amostra podem ser contínuos ou discretos e são denotados por $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$. A seguir, definiremos as medidas de posição e de dispersão utilizadas nesse trabalho, e utilizaremos como exemplos os conjuntos de dados apresentados por Agresti, Franklin e Klingenberg (2023) para apresentar as aplicabilidades das medidas resumo.

F.1 MÉDIA ARITMÉTICA

A média aritmética, ou simplesmente média, de um conjunto de observações será denotada por \bar{x} . Sua expressão é dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_{(1)} + x_{(2)} + \dots + x_{(n)}}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Para explicar o conceito de média aritmética, utilizaremos a [Tabela F1](#) de Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), apresentando 20 alimentos matinais populares, indicando as quantidades de sódio e açúcar contidas em uma porção. Ambas as variáveis, sódio e açúcar, são quantitativas e contínuas, pois medem quantidades que podem assumir quaisquer valores de números reais positivos, incluindo o valor zero. No entanto, na tabela, os valores foram arredondados para o inteiro mais próximo, em gramas para o açúcar e miligramas para o sódio. Isso faz com que os dados aparentem ser discretos, mas são analisados e interpretados como dados contínuos.

Exemplo 2.1:

Tabela F1 - Quantidades de sódio e açúcar em 20 alimentos matinais (Apêndice F).

Alimentos	Sódio (mg)	Açúcar (g)	Tipo¹⁰
Alimento A	0	11	Adulto
Alimento B	340	18	Adulto
Alimento C	70	5	Adulto
Alimento D	140	14	Criança
Alimento E	200	12	Criança
Alimento F	180	1	Criança
Alimento G	210	10	Criança
Alimento H	150	16	Adulto
Alimento I	100	0	Adulto
Alimento J	130	12	Criança
Alimento K	140	14	Criança
Alimento L	180	7	Adulto
Alimento M	190	9	Criança
Alimento N	160	6	Criança
Alimento O	290	3	Criança
Alimento P	50	15	Adulto
Alimento Q	220	4	Adulto
Alimento R	180	4	Adulto
Alimento S	200	3	Adulto
Alimento T	210	11	Criança

Fonte: Síntese do autor a partir do exemplo de Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.67.

Aplicando a eq. (1), a quantidade do valor médio de sódio dos 20 alimentos consumidos no período da manhã, pelos dados da [Tabela F1](#), é:

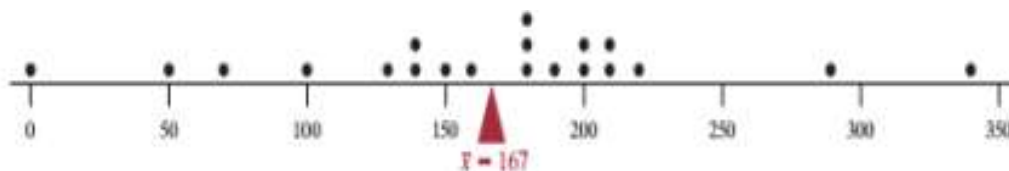
$$\bar{x} = \frac{0 + 340 + 70 + \dots + 210}{20} = \frac{3340}{20} = 167$$

Essa média aritmética é o ponto de equilíbrio dos dados. Se distribuíssemos pesos iguais ao longo de uma linha representando as observações dos 20 alimentos

¹⁰ A variável categórica (Tipo) classifica os alimentos como sendo popular para adultos ou crianças.

matinais, essa linha se equilibraria ao posicionar o ponto de apoio exatamente na média aritmética. O [Gráfico F1](#), a seguir, ilustra essa ideia de forma visual:

Gráfico F1 - Gráfico de pontos da média aritmética da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais (Apêndice F).



Fonte: Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.84.

Além disso, a média aritmética pode ser entendida como o “valor da ação”. Por exemplo, ao analisarmos os 20 alimentos, a média de 167 mg pode ser interpretada como a quantidade de sódio presente, aproximadamente, em cada porção de alimento que contém todos os 20 alimentos que têm a mesma quantidade. Dessa forma, compreendemos que a média aritmética é exatamente a soma dos valores observados dividido pela quantidade de observações. Com isso, a média leva em conta os valores numéricos reais de todas as observações analisadas.

F.2 MEDIANA

A mediana, que iremos denotar por \tilde{x} , é o ponto médio de uma distribuição na análise de dados (um valor da variável, tal que metade das observações é inferior a ele, e a outra metade é superior). Conforme Moore e McCabe (2002), para determinar a mediana de uma distribuição, devemos seguir os seguintes passos:

- i) Disponha todas as observações em ordem de tamanho, do menor para o maior (lista ordenada de ordem crescente).
- ii) Se o número n de observações é ímpar, a mediana \tilde{x} é a observação central na lista ordenada de ordem crescente.
- iii) Se o número n de observações é par, a mediana \tilde{x} é a média das duas observações centrais na lista ordenada de ordem crescente.

Em notação matemática, os itens ii) e iii) são apresentados da seguinte forma:

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}, & \text{se } n \text{ é ímpar;} \\ \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}, & \text{se } n \text{ é par;} \end{cases} ; \text{ em que: } x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}. \quad (2)$$

Sendo os valores de quantidade de sódio apresentados na [Tabela F1](#), os quais estão apresentados ordenadamente na [Tabela F2](#) (passo i). Para encontrar a mediana da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais, deve-se utilizar o procedimento descrito (passo iii).

Exemplo 2.2:

Tabela F2 - Quantidades de sódio dos 20 alimentos matinais em lista ordenada de ordem crescente (Apêndice F).

Sódio (mg)																			
0	50	70	100	130	140	140	150	160	180	180	180	190	200	200	210	210	220	290	340

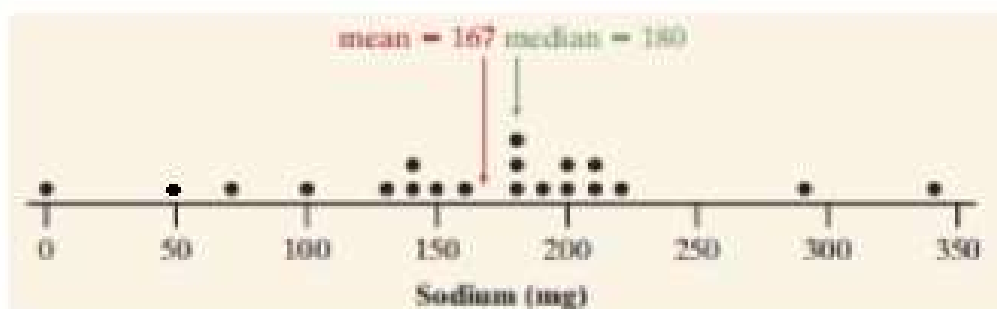
Fonte: Síntese do autor a partir do exemplo de Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.83.

Na [Tabela F2](#), é possível perceber que há nove observações à esquerda, e nove à direita dos números em negrito. Aplicando a eq. (2), temos:

$$\tilde{x} = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_{(10)} + x_{(11)}}{2} = \frac{180 + 180}{2} = 180$$

Portanto, existem 10 observações menores ou iguais a 180, e outras 10 observações maiores ou iguais a 180. Assim, a mediana é um valor que divide o conjunto de dados, organizados de forma crescente, em dois subconjuntos com iguais quantidades de elementos. Desta forma, no caso em que a quantidade de observações for par, a mediana não é uma das observações. No [Gráfico F2](#), apresentamos a mediana e a média aritmética:

Gráfico F2 - Gráfico de pontos da média aritmética e mediana da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais (Apêndice F).



Fonte: Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.88

Observe que a média aritmética e a mediana assumem valores diferentes. A mediana representa o centro dos dados, dividindo-os em duas partes iguais, independentemente dos valores numéricos das observações acima ou abaixo dela.

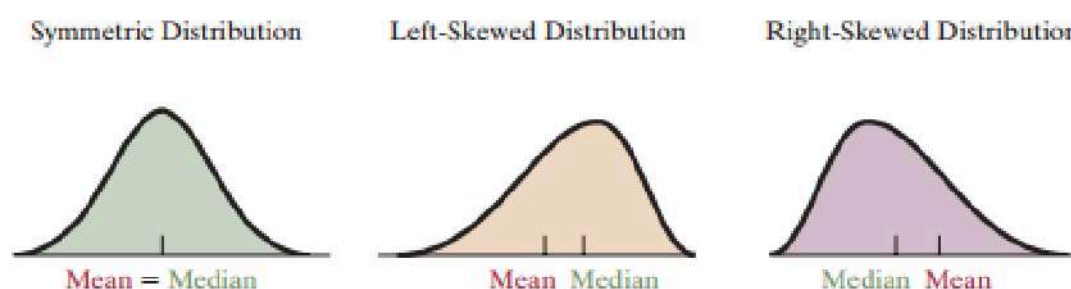
Convém considerar o caso de termos um número ímpar de observações, como 21, em vez das 20 usadas como no exemplo 2.2. Nesse caso, haverá um único valor que ocupa a função central quando os dados são organizados de forma crescente (11ª observação), com dez valores menores à esquerda e dez maiores à direita dele. Dessa forma, quando o conjunto de dados possui um número ímpar de observações, a mediana coincide necessariamente com um dos valores observados, ou seja, a mediana é simplesmente o valor central.

Note-se, ainda, que a mediana, diferentemente da média aritmética, é uma medida robusta¹¹ de valores extremos. No exemplo 2.2, apresentado no [Gráfico F2](#), o último alimento possui uma quantidade de 340 mg de sódio. Caso esse valor tivesse sido registrado erroneamente como 900 mg, a mediana permaneceria inalterada, enquanto a média aritmética seria significativamente afetada. Para Agresti, Franklin e Klingenberg (2023, p.87), “Um resumo numérico das observações é chamado resistente se observações extremas tiverem pouca ou nenhuma influência no seu valor.” Nesse exemplo hipotético, percebe-se que a mediana é resistente ao valor extremo registrado no conjunto de dados, ou, em outras palavras, ela é robusta a valores atípicos (veja no [Gráfico F4](#)).

¹¹ É uma medida pouco sensível a valores extremos. Em outras palavras, resiste a distorções causadas por dados atípicos.

Conforme destacado por Moore e McCabe (2002), a mediana e a média aritmética são as medidas de posição mais comuns de uma distribuição e, dependendo dos seus valores, podemos discutir a simetria da distribuição¹². Quando a distribuição de um conjunto de dados é simétrica, a média aritmética e a mediana praticamente coincidem. Em distribuições assimétricas, como no caso ilustrado no [Gráfico F2](#), a média aritmética tende a se afastar da mediana na direção da cauda mais longa da distribuição¹³. Esta síntese a respeito das formas de uma distribuição de dados em relação à média aritmética e a mediana pode ser ilustrada no [Gráfico F3](#):

Gráfico F3 - Comparando a média aritmética e a mediana em distribuições simétricas e assimétricas (Apêndice F).



Fonte: Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.86

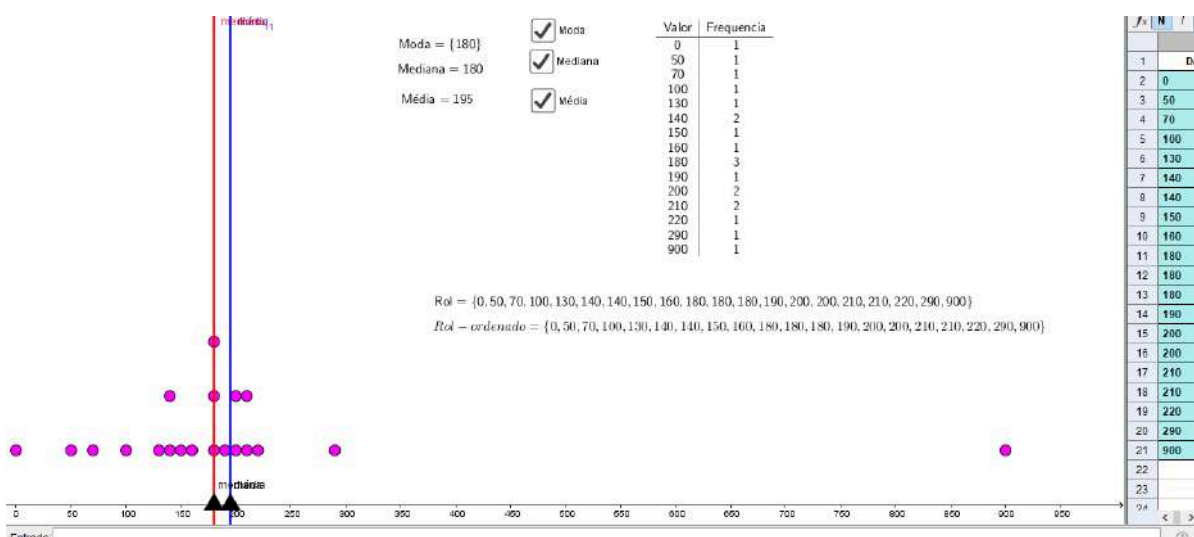
Isso reforça o que afirmamos anteriormente, que a média aritmética é mais sensível à influência de valores atípicos, conhecidos como *outliers*, que são observações excepcionalmente pequenas ou extremamente grandes em relação ao restante dos dados. Para Agresti, Franklin e Klingenberg (2023, p.84), “Um *outlier* é uma observação que fica bem acima ou bem abaixo da massa geral dos dados”. Essa síntese é apresentada no [Gráfico F2](#), com destaque para o alimento que possui 0 mg de sódio, identificado como um potencial *outlier*. Nesse caso, a média aritmética se afasta da mediana na direção da cauda mais longa à esquerda. Além disso, incluímos o exemplo hipotético, em que uma observação foi registrada

¹² De acordo com o IBGE, a simetria da distribuição refere-se ao equilíbrio na forma como os dados estão distribuídos em torno das medidas de posição, ou seja, em torno de seus valores centrais.

¹³ Uma distribuição com uma "cauda mais longa" indica que os dados não seguem uma distribuição normal (curva de sino), ou seja, simétrica. Em vez disso, a distribuição possui uma assimetria, onde os dados se estendem mais para um dos lados (direita ou esquerda), indicando a presença de possíveis valores atípicos. (veja no [Gráfico F3](#) está síntese)

erroneamente como 900 mg, em vez de 340 mg. No [Gráfico F4](#), observa-se que a média aritmética foi influenciada por esse erro, deslocando-se na direção da cauda mais alongada à direita.

Gráfico F4 - Gráfico de pontos interativos, com a entrada de registro errôneo no valor de 900 mg de sódio, ao invés de 340 (Apêndice F).



Esses autores salientam ainda que a identificação de *outliers* e a investigação de suas causas geralmente requerem uma análise mais aprofundada. Isso pode incluir a revisão de possíveis erros na entrada de dados, a análise de eventos inesperados ou a compreensão de ocorrências incomuns. Nesses casos, é fundamental dedicar atenção especial para garantir a precisão dos dados e sua consistência.

Nesses casos, pode-se pensar que a mediana seria uma melhor escolha em comparação à média aritmética, devido à sua resistência a *outliers*. Destaca-se que a escolha entre a mediana e a média aritmética depende do contexto e do objetivo da análise do conjunto de dados.

F.3 QUARTIS

Os quartis são os valores que dividem um conjunto de dados em quatro partes iguais, ou seja, cada uma delas subdivide o conjunto dos dados em quatro novos subconjuntos, de modo que cada um represente 25% dos dados.

Denotaremos os quartis por (q_1) , (q_2) e (q_3) . De acordo com Moore e McCabe (2002), para calcular os quartis, devemos seguir os seguintes passos:

- i) Dispomos as observações em ordem crescente e localizamos a mediana global na lista ordenada de observações.
- ii) O primeiro quartil (q_1) é a mediana das observações situadas à esquerda da mediana global.
- iii) O segundo quartil (q_2) é a própria mediana global.
- iv) O terceiro quartil (q_3) é a mediana das observações situadas à direita da mediana global.

Aplicando nos dados do exemplo 2.2 ([Tabela F2](#)), determinaremos os quartis da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais, apresentados na [Tabela F2](#). Seguindo os passos i), ii), iii) e iv), temos:

Exemplo 2.3:

1. O segundo quartil (q_2) é a própria mediana global encontrada no exemplo 2.2:

$$\tilde{x} = q_2 = \frac{x_{(10)} + x_{(11)}}{2} = \frac{180 + 180}{2} = 180$$

2. O primeiro quartil (q_1) é a mediana das dez observações à esquerda da mediana global. Como essa quantidade é par, (q_1) é a média aritmética das 5ª e 6ª observações (em negrito na [Tabela F2](#)):

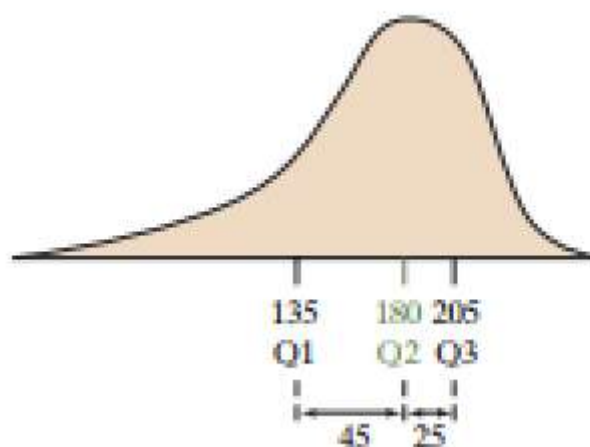
$$q_1 = \frac{x_{(5)} + x_{(6)}}{2} = \frac{130 + 140}{2} = 135$$

3. O terceiro quartil (q_3) é a mediana das dez observações à direita da mediana global, que é a média aritmética das 15ª e 16ª observações (em negrito na [Tabela F2](#)):

$$q_3 = \frac{x_{(15)} + x_{(16)}}{2} = \frac{200 + 210}{2} = 205$$

O [Gráfico F5](#) apresenta uma visualização gráfica desses quartis, considerada a distribuição dos valores da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais.

Gráfico F5 - Representação gráfica dos quartis da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais (Apêndice F).



Fonte: Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.100.

Os quartis informam os intervalos de valores da variável em questão que contém cada uma das quatro partes. Assim, o intervalo entre 0 mg e 135 mg contém os 25% dos menores valores de sódio; o intervalo entre 205 mg e 340 mg contém os 25% dos maiores; as quartas partes restantes estão contidas nos intervalos entre 135 mg e 180 mg e entre 180 mg e 205 mg. Percebe-se assim que o intervalo entre 135 mg e 205 mg contém metade dos dados (porção interna do conjunto de dados). Ao dividir a distribuição em quatro partes, podemos observar que alguns desses intervalos são maiores que os outros e podemos ter uma primeira ideia sobre a forma da distribuição e sobre a dispersão dos dados (veja no [Gráfico F3](#) algumas possíveis formas de distribuição e dispersão dos dados¹⁴). A diferença de 45 mg entre o primeiro quartil e a mediana é maior do que a diferença de 25 mg entre a

¹⁴ A dispersão dos dados indica o quão espalhados ou concentrados os dados estão em relação às medidas de posição.

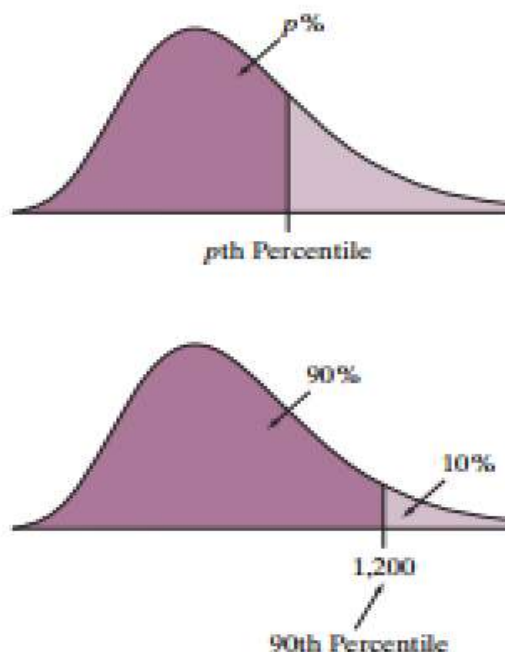
mediana e o terceiro quartil. Isso geralmente ocorre quando a distribuição é assimétrica à esquerda. Em outras palavras, a cauda mais longa em relação à mediana refere-se aos menores valores (assimetria à esquerda), como ilustrado no [Gráfico F5](#). Embora cada um desses intervalos possa ser diferente (indicando diferentes quantidades de variabilidade na dispersão dentro dos quartis), cada um deles contém a mesma quantidade de observações, ou seja, 25% dos dados.

F.4 PERCENTIS

A mediana e os quartis são casos especiais de um conjunto mais geral de medidas de posição denominado percentis. Para Agresti, Franklin e Klingenberg (2023, p.99), “O p-ésimo percentil é um valor tal que p por cento das observações caia nesse valor ou abaixo dele”. Desta forma, podemos ter outros percentis além da mediana e dos quartis. Para estes autores, as tecnologias digitais podem ser ferramentas aliadas para fazer cálculos de percentis, especialmente para os conjuntos de dados grandes. A seguir, apresentamos um exemplo de Agresti, Franklin e Klingenberg (2023) para explicar o conceito de percentis. Suponha que um aluno seja informado de que sua pontuação foi de 1.200 (de 1.600) em um vestibular. Essa pontuação cai no 90° percentil ($p = 90$). Então, 90% dos que fizeram o exame obtiveram pontuação de 1.200 ou menos. Apenas 10% das pontuações foram superiores às deles. Essa síntese é exemplificada na representação do [Gráfico F6](#) a seguir:

Exemplo 2.4:

Gráfico F6 - Representação gráfica de percentis da pontuação de um aluno em um vestibular (Apêndice F).



Fonte: Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.99.

F.5 AMPLITUDE E A DISTÂNCIA INTERQUARTIL

Para Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), a distância interquartil é a diferença entre o terceiro e o primeiro quartis, que é:

$$IQ = q_3 - q_1. \quad (3)$$

Já a amplitude é a diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados, que é:

$$R = x_{(n)} - x_{(1)}. \quad (4)$$

Vale ressaltar que o maior e o menor valor de um conjunto de dados podem influenciar na média aritmética e mediana ([Gráfico F2](#), [Gráfico F3](#) e [Gráfico F4](#)).

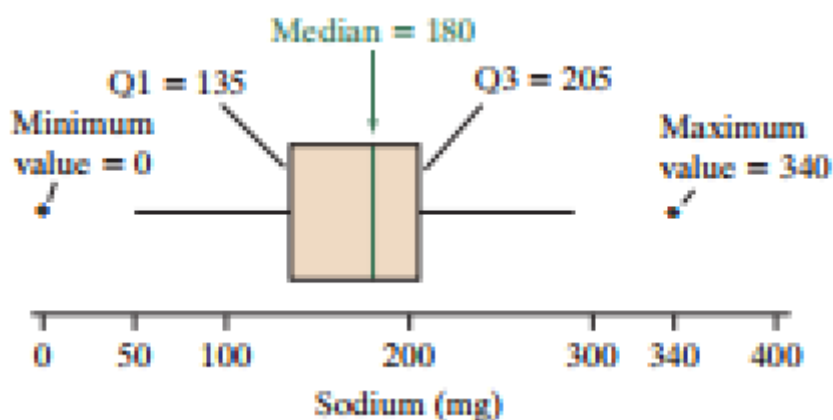
Como exemplo, utilizaremos os dados da [Tabela F2](#) para determinar a amplitude (R) e a distância interquartil (IQ). Do exemplo 2.2 e 2.3, sabe-se que os

valores do máximo, do mínimo, do primeiro e do terceiro quartil desse conjunto de dados são, respectivamente: $X_{(n)} = 340$, $X_{(1)} = 0$, $q_1 = 135$, $q_3 = 205$.

Assim, aplicando a eq. (4), a amplitude é $R = 340 - 0 = 340$ e aplicando a eq. (3), a distância interquartil é $IQ = 205 - 135 = 70$, o que indica que os 50% dos valores de sódio situados entre o primeiro e o terceiro quartil se estendem por uma faixa de 70 mg. Assim como no caso da amplitude, quanto maior a distância interquartil, maior variabilidade nas observações. No entanto, ao contrário da amplitude, a distância interquartil não é afetada por quaisquer observações abaixo do primeiro quartil ou acima do terceiro quartil; em outras palavras, não é afetada por eventuais valores extremos do conjunto de dados. A amplitude depende exclusivamente dos valores mínimo e máximo, ou seja, dos extremos do conjunto de dados, e varia à medida que qualquer valor extremo se altera. Por exemplo, se o maior valor de sódio fosse 900 mg, em vez de 340 mg, a amplitude mudaria drasticamente, mas a distância interquartil permaneceria inalterada. Por isso, muitas vezes é mais indicado usar o intervalo interquartil em vez da amplitude, para comparar a variabilidade em distribuições altamente distorcidas ou que apresentam discrepâncias significativas.

A distância interquartil pode ser usada para estabelecer regras a fim de identificar valores suspeitos de serem atípicos (*outliers*). Nesse sentido, Agresti, Franklin e Klingenberg (2023, p.101) propõem a seguinte regra: “Uma observação é considerada um potencial *outlier* se está a uma distância de $(1,5)IQ$ abaixo do primeiro quartil ou a uma distância de $(1,5)IQ$ acima do terceiro quartil”. Segundo esses autores, uma observação é identificada como um potencial *outlier*, em vez de ser definida como um *outlier* definitivo, mesmo quando uma distribuição é significativamente assimétrica, pois algumas observações podem estar a mais de $(1,5)IQ$ abaixo do primeiro quartil ou acima do terceiro quartil, sem serem verdadeiramente discrepantes. Isso ocorre porque essas observações podem não estar suficientemente distantes da maior parte dos dados. Por exemplo, em uma distribuição com cauda longa, a maior observação pode não estar tão distante das observações restantes, e não há uma lacuna suficiente para chamá-lo de *outlier*. Essa síntese sobre potenciais *outliers* é exemplificada no [Gráfico F7](#).

Gráfico F7 - Representação gráfica dos possíveis *outliers* da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais (Apêndice F).



Fonte: Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.103.

Desta forma, aplicando a regra descrita acima nos dados ordenados do exemplo 2.2 ([Tabela F2](#) e [Gráfico F7](#)), podem-se identificar potenciais *outliers*. Como já sabemos, $q_1 = 135$ mg, $q_3 = 205$ mg e $IQ = 70$ mg. Assim, os limites inferior e superior são, respectivamente, $LI = 135 - 1,5 \times 70 = 30$ mg e $LS = 205 + 1,5 \times 70 = 310$ mg. Com base nesses limites, a quantidade de sódio de 0 mg para o alimento A está abaixo de 30 mg, e a quantidade de 340 mg para o alimento B está acima de 310 mg. Portanto, ambas as quantidades de alimentos A e B são potenciais *outliers* e devem ser estudados no contexto do problema para serem qualificados como valores atípicos ou não.

F.6 VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

Moore e McCabe (2002) afirmam que os desvios $x_i - \bar{x}$ mostram a dispersão dos valores x_i em torno de sua média \bar{x} , havendo desvios positivos e negativos. A soma desses desvios das observações é sempre zero. Uma maneira de estabelecer uma medida resumo considerando esses desvios é elevá-los ao quadrado, tornando-os todos positivos. Dessa forma, as observações muito distantes da média (de um ou de outro lado) têm grandes desvios quadráticos positivos, e as observações próximas da média, desvios quadráticos mais próximos de zero. A variância poderia ser considerada como a média aritmética desses desvios quadráticos, significando uma quantidade média de dispersão de cada observação. Por razões técnicas, calcula-se uma quantidade média de desvios quadráticos

considerando o valor de $n - 1$ no denominador. Dessa maneira, considerando as observações x_1, x_2, \dots, x_n , temos que a variância é:

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (5)$$

Salienta-se que a média dos desvios quadráticos é obtida dividindo o total por $n - 1$, pois apenas $n - 1$ quadrados de desvios podem variar livremente, já que a soma dos desvios é sempre zero, ou seja, pode-se obter o último desvio, desde que conheçamos os outros $n - 1$. De acordo com Moore e McCabe (2002), a quantidade $n - 1$ é denominada de graus de liberdade da variância ou do desvio padrão.

Percebe-se que a unidade da variância é o quadrado da unidade original da variável. Uma saída para obter uma medida resumo de dispersão na mesma unidade da variável, é calcular a raiz quadrada da variância. Essa medida de dispersão é denominada desvio padrão (s). Essa transformação mantém a mesma ordem de dispersão dos dados, estabelecida pela variância. Em uma notação matemática, temos:

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (6)$$

Os conceitos de variância e desvio padrão serão exemplificados por meio de conjunto de dados apresentado em Agresti, Franklin e Klingenberg (2023). Imagine o seguinte cenário: Os alunos de uma turma responderam a uma pergunta feita pelo Professor de Matemática no início da aula: “Quantos filhos você acha que são ideais para uma família?” As respostas foram registradas e classificadas de acordo com o gênero (masculino ou feminino) dos estudantes. A [Tabela F3](#) apresenta qual seria o tamanho ideal de família indicado por cada estudante, estratificado por gênero.

Exemplo 2.5:

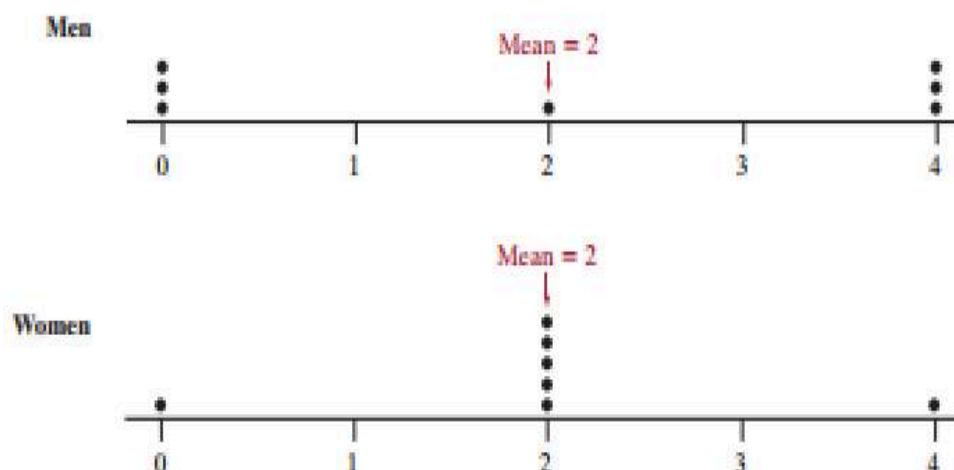
Tabela F3 - Quantidade ideal de filhos para uma família classificada por gênero de cada estudante (Apêndice F).

Gênero do estudante	Quantidade ideal de filhos						
Masculino	0	0	0	2	4	4	4
Ferminino	0	2	2	2	2	2	4

Fonte: Síntese do autor a partir do exemplo de Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.92.

Baseando-se na [Tabela F3](#), a quantidade média ideal de filhos em uma família é dois em ambos os gêneros. A amplitude das respostas é quatro, que é também a mesma em ambos os estratos. Assim, percebe-se que tanto o gênero masculino quanto o feminino apresentam uma média dois e uma amplitude quatro. O [Gráfico F8](#) apresenta uma síntese visual dos dados por meio de um gráfico de pontos. Percebe-se, entretanto, que, em cada grupo, a dispersão das respostas é bastante distinta.

Gráfico F8 - Gráfico de pontos da quantidade ideal de filhos para uma família classificada por gênero de cada estudante (Apêndice F).



Fonte: Agresti, Franklin e Klingenberg (2023), p.92.

O desvio padrão pode perceber essa diferença de dispersão entre os dois grupos. Aplicando a eq. (5), a variância dos dados referentes ao gênero masculino é determinada pela expressão abaixo:

$$s_m^2 = \frac{(0 - 2)^2 + (0 - 2)^2 + \dots + (4 - 2)^2}{7 - 1} = \frac{24}{7 - 1} = 4$$

Aplicando a eq. (6), seu desvio padrão é:

$$s_m = \sqrt{4} = 2$$

Similarmente, aplicando a eq. (5), a variância para o gênero feminino é:

$$s_f^2 = \frac{(0 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + \dots + (4 - 2)^2}{7 - 1} = \frac{8}{7 - 1} \approx 1,333\dots$$

E aplicando a eq. (6), seu desvio padrão é:

$$s_f = \sqrt{1,333\dots} \approx 1,2$$

Verifica-se que, para o gênero masculino, o desvio padrão é maior que para o gênero feminino. Isso mostra que as observações para o gênero masculino tendem a estar mais distantes da média do que as do gênero feminino. Em outras palavras, elas têm uma dispersão maior em torno da média, indicando uma variação maior no tamanho ideal de família. Entretanto, no caso das estudantes do gênero feminino, percebe-se que elas foram mais consistentes em seus pontos de vista sobre o número ideal de filhos para uma família, pois apresentou um valor menor.

F.7 MODA

A moda m_o é definida como “a realização mais frequente do conjunto de valores observados” (Bussab e Morettin, 2017, p. 43). Para estes autores, quando houver duas modas, dizemos que a distribuição é bimodal. Da mesma forma, quando houver três modas, dizemos que a distribuição é trimodal e, quando houver

mais de três modas, dizemos que a distribuição é multimodal. O termo amodal é quando não temos uma realização mais frequente do conjunto de dados observados.

Utilizaremos o exemplo 2.2 da [Tabela F2](#) apresentada anteriormente, e determinamos a moda da quantidade de sódio dos 20 alimentos matinais. Podemos verificar que a moda é $m_o = 180$, que é o valor mais frequente do conjunto de dados. A representação gráfica desse conceito pode ser visualizada no [Gráfico F1](#).

F.8 COEFICIENTE DE VARIAÇÃO

O coeficiente de variação (cv) é definido como a razão entre o desvio padrão, s , e a média amostral, \bar{x} , e usualmente expresso em porcentagem para comparar a variabilidade de um conjunto de dados. Em uma notação matemática, temos:

$$cv = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (7)$$

Portanto, utilizando os dados do exemplo 2.5 de variância e desvio padrão e aplicando a eq. (7), o coeficiente de variação para o gênero masculino é:

$$cv = \frac{s_m}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{2}{2} \cdot 100\% = 100\%$$

Analogamente, aplicando a eq. (7) para o gênero feminino, temos:

$$cv = \frac{s_f}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,333...}{2} \cdot 100\% \approx 66,66\%$$

Esses resultados evidenciam que o grau de variabilidade nas opiniões é menor para o gênero feminino, indicando opiniões mais consistentes em comparação ao gênero masculino.