

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA

Pedro Henrique Coutinho Conde

**Desenvolvimento de um Sistema de Controle de Cruzeiro para um Carro com
Motor a Combustão Interna**

Juiz de Fora

2025

Pedro Henrique Coutinho Conde

**Desenvolvimento de um Sistema de Controle de Cruzeiro para um Carro com
Motor a Combustão Interna**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Universidade Federal de Juiz de Fora como
requisito parcial para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Elétrica – Robótica
e Automação Industrial

Orientador: Prof. Dr. Daniel de Almeida Fernandes

Juiz de Fora

2025

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo L^AT_EX do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Conde, Pedro Henrique Coutinho.

Desenvolvimento de um Sistema de Controle de Cruzeiro para um Carro
com Motor a Combustão Interna / Pedro Henrique Coutinho Conde. – 2025.
47 f. : il.

Orientador: Daniel de Almeida Fernandes

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal de
Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia, 2025.

1. Análise de estabilidade. 2. Controle de cruzeiro. 3. Controle não
linear. 4. Controle PID. 5. Linearização por realimentação. I. Fernandes,
Daniel de Almeida, orient. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
REITORIA - FACENG - Depto. de Energia Elétrica

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (TCC)

Candidato: Pedro Henrique Coutinho Conde

Orientador: Prof. Dr. Daniel de Almeida Fernandes

Banca examinadora:

Presidente: Prof. Dr. Daniel de Almeida Fernandes

Membro 1: Prof. Dr. Ricardo Mota Henriques (UFJF)

Membro 2: Prof. Dr. Marco Aurélio da Cunha Alves (UFJF)

Membro 3: Eng. Jorge Kuntz Pyles (Mercedes-Benz)

Título: Desenvolvimento de um sistema de controle de cruzeiro para um carro com motor a combustão interna

Data: 24/03/2025

Hora: 9:00

Local: Auditório A3E2 (sala 4148)

Em seção pública, após exposição de cerca de 26 minutos, o candidato foi arguido oralmente pelos membros da banca examinadora, tendo como resultado sua:

(X) APROVAÇÃO.

() REPROVAÇÃO.

Na forma regulamentar, consta a presente ata, assinada pelo professor orientador, demais membros da banca examinadora e pelo candidato.



Documento assinado eletronicamente por **Daniel de Almeida Fernandes, Professor(a)**, em 24/03/2025, às 12:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Mota Henriques, Professor(a)**, em 24/03/2025, às 13:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Henrique Coutinho Conde, Usuário Externo**, em 24/03/2025, às 14:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marco Aurelio da Cunha Alves, Professor(a)**, em 24/03/2025, às 15:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **JORGE KUNTZ PYLES, Usuário Externo**, em 25/03/2025, às 09:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o



código verificador **2290457** e o código CRC **E21E3ACA**.

Referência: Processo nº 23071.911580/2025-91

SEI nº 2290457

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, pela força que me concedeu para superar todos os obstáculos enfrentados ao longo da graduação e durante a realização deste trabalho. Sem a Sua orientação, nada disso seria possível.

Aos meus pais, Fabrícia e Wilson, meu mais profundo agradecimento. Pelo apoio, pelas orientações e pelo amor constante. Vocês sempre estiveram ao meu lado, me dando força e me proporcionando as condições necessárias para que eu pudesse seguir em frente e buscar a realização dos meus objetivos.

Ao professor Daniel de Almeida Fernandes, meu orientador, pela dedicação, paciência e amizade ao longo de toda a minha graduação. Agradeço por sua orientação não apenas neste trabalho, mas em todas as fases do meu desenvolvimento acadêmico.

Aos meus colegas de curso, com quem compartilhei tantos momentos difíceis ao longo desses anos, agradeço pela amizade e pela troca de experiências.

RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um sistema de Controle de Cruzeiro — *Cruise Control* (CC) — para um veículo equipado com um Motor a Combustão Interna (MCI). A modelagem do sistema considera três principais pontos: i) a dinâmica longitudinal do veículo, incluindo o distúrbio provocado pela inclinação da via; ii) o MCI; e iii) a transmissão. Com base nesse modelo não linear e não autônomo, sintetizou-se primeiro uma lei de controle auxiliar de linearização por realimentação — *Feedback Linearization* (FL). Em seguida, sintonizou-se um controlador Proporcional-Integral (PI) utilizando duas metodologias: i) o Método do Lugar das Raízes (MLR) e ii) o algoritmo *Twiddle*. Além disso, uma análise de estabilidade baseada na teoria de Lyapunov assegura que o sistema de controle em Malha Fechada (MF) é estável. Por fim, simulações computacionais baseadas em Simulink®/MATLAB®, para diferentes velocidades de referência e massas, mostram a eficácia e a robustez do controle sintetizado, de forma a garantir o desempenho desejado para o sistema de CC. A sintonia do controlador PI obtida através do algoritmo *Twiddle* mostrou-se, neste caso, mais adequada do que aquela obtida através do MLR.

Palavras-chave: Análise de estabilidade; Controle de cruzeiro; Controle não linear; Controle PID; Linearização por realimentação.

ABSTRACT

This work presents the development of a Cruise Control (CC) system for a vehicle equipped with an Internal Combustion Engine (ICE). The system modeling considers three main points: i) the longitudinal dynamics of the vehicle, including disturbances caused by road inclination; ii) the ICE; and iii) the transmission. Based on the nonlinear and non-autonomous model, an auxiliary feedback linearization control law was first synthesized. Subsequently, a Proportional-Integral (PI) controller was tuned using two methodologies: i) the Root Locus Method (RLM) and ii) the Twiddle algorithm. Furthermore, a stability analysis based on Lyapunov theory ensures that the closed-loop control system is stable. Finally, computational simulations based on Simulink[®]/MATLAB[®], for different reference speeds and masses, demonstrate the effectiveness and robustness of the synthesized control, guaranteeing the desired performance for the CC system. The PI controller tuning obtained through the Twiddle algorithm proved, in this case, to be more suitable than that obtained through the RLM.

Keywords: Cruise control; Feedback linearization; Nonlinear control; PID control; Stability analysis.

SUMÁRIO

	LISTA DE ILUSTRAÇÕES	ix
	LISTA DE TABELAS	x
	LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xi
1	Introdução	1
1.1	Introdução e motivação	1
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Objetivo geral	2
1.2.2	Objetivos específicos	2
1.3	Organização do trabalho	2
2	Referencial teórico	3
2.1	Controle de cruzeiro	3
2.1.1	História	3
2.1.2	Funcionamento e utilização	6
2.1.3	Instalação de um CC	10
2.2	Análise de estabilidade segundo Lyapunov	10
2.2.1	Sistemas LITs	10
2.2.1.1	Critério de estabilidade de Routh-Hurwitz	11
3	<i>Cruise control</i>	13
3.1	Introdução	13
3.2	Modelagem da planta	13
3.2.1	Mercedes-Benz E350 Coupé V6	13
3.2.2	Dinâmica longitudinal do veículo	13
3.2.3	Força de tração do MCI	17
3.2.4	Motor M272 E35	20
3.3	Respostas da planta	22
3.4	Síntese do controlador	23
3.4.1	<i>Feedback linearization</i>	24
3.4.2	Modelo simplificado	25
3.4.3	Especificações de desempenho do sistema em MF	26
3.4.4	Controladores P e PI	26
3.4.5	Polos dominantes de MF desejados	27
3.4.6	Sistema em MA	28
3.4.7	Aplicação do MLR	28
3.4.8	Algoritmo <i>Twiddle</i>	31
3.5	Prova de estabilidade	32
4	Resultados e discussão	37
4.1	Introdução	37

4.2	Considerações iniciais sobre as simulações	37
4.2.1	Simulações com o controlador PI sintonizado pelo MLR	37
4.2.2	Simulações com o controlador PI sintonizado pelo <i>Twiddle</i>	40
5	Conclusão	43
5.1	Conclusões	43
5.2	Trabalhos futuros	44
	REFERÊNCIAS	45

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Patente de Ralph R. Teetor do dispositivo de controle de velocidade . .	3
Figura 2 – Interface de controle do CC modelo <i>Distronic</i>	7
Figura 3 – Cabos do acelerador	8
Figura 4 – Atuador a vácuo	8
Figura 5 – <i>Layout</i> de um sistema de CC eletrônico	9
Figura 6 – Diagrama de corpo livre do veículo	15
Figura 7 – Hipérbole de tração ideal	17
Figura 8 – Tração disponível sem as marchas	18
Figura 9 – Forças de tração disponíveis através das marchas	19
Figura 10 – Forças de tração discretizadas	20
Figura 11 – Motor M272 E35 Mercedes-Benz	21
Figura 12 – Resposta simulada da planta	23
Figura 13 – Diagrama de blocos do sistema em MF	24
Figura 14 – Aplicação do MLR para determinação dos ganhos do controlador PI . .	29
Figura 15 – Mapa de polos e zeros do sistema em MF	30
Figura 16 – Simulação do sistema de CC a 70 km/h em um aclave	38
Figura 17 – Simulação do sistema de CC a 70 km/h em um declive	38
Figura 18 – Simulação do sistema de CC a 100 km/h em um aclave	39
Figura 19 – Simulação do sistema de CC a 100 km/h em um declive	40
Figura 20 – Simulação do sistema de CC a 70 km/h em um aclave	40
Figura 21 – Simulação do sistema de CC a 70 km/h em um declive	41
Figura 22 – Simulação do sistema de CC a 100 km/h em um aclave	42
Figura 23 – Simulação do sistema de CC a 100 km/h em um declive	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Ficha técnica do Mercedes-Benz E350 Coupé V6 (2010)	14
Tabela 2	–	Relações de engrenagens do câmbio 7G-Tronic	19
Tabela 3	–	Relação entre valores de μ e faixas de velocidades do veículo	20
Tabela 4	–	Ganhos do controlador PI determinados para cada marcha	30
Tabela 5	–	Exemplos de valores das constantes k_1 , k_2 e k_3	36

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACC	<i>Adaptive Cruise Control</i> (Controle de cruzeiro adaptativo)
CACC	<i>Cooperative Adaptive Cruise Control</i> (Controle de cruzeiro adaptativo cooperativo)
CC	<i>Cruise Control</i> (Controle de cruzeiro)
CI	Circuito Integrado
CMOS	<i>Complementary Metal–Oxide–Semiconductor</i> (Metal-óxido-semicondutor complementar)
ECU	<i>Engine Control Unit</i> (Unidade de controle do motor)
ESP	<i>Electronic Stability Program</i> (Programa de estabilidade eletrônico)
FL	<i>Feedback Linearization</i> (Linearização por realimentação)
FLC	Função de Lyapunov Candidata
FT	Função de Transferência
FTMF	Função de Transferência de Malha Fechada
ITH	<i>Ideal Traction Hyperbola</i> (Hipérbole de tração ideal)
LEE	Localmente Exponencialmente Estável
LiDAR	<i>Light Detection And Ranging</i> (Sistema de varredura/perfilamento a laser)
LIT	Linear e Invariante no Tempo
MA	Malha Aberta
MCI	Motor a Combustão Interna
MF	Malha Fechada
MLR	Método do Lugar das Raízes
P	Proporcional
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
TL	Transformada de Laplace
TLI	Transformada de Laplace Inversa
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora

1 Introdução

1.1 Introdução e motivação

Desde a criação do primeiro automóvel por Karl Benz, a evolução da indústria automotiva tem sido constante e impressionante, com o surgimento de novas tecnologias que encantam entusiastas e revolucionam o setor a cada ano. Ao longo do tempo, os automóveis passaram por uma série de aprimoramentos, abrangendo tanto componentes mecânicos quanto eletrônicos, que tornaram a direção mais confortável e segura para motoristas, pedestres e demais usuários das vias. Com o avanço da eletrônica embarcada, os veículos tornaram-se mais inteligentes e autônomos, incorporando inovações que ampliam sua funcionalidade e eficiência. Entre essas melhorias, destaca-se o controle de cruzeiro — *Cruise Control* (CC) —, popularmente conhecido como piloto automático. Essa tecnologia, que explora os benefícios do controle automático, permite que o veículo mantenha uma velocidade constante escolhida pelo motorista. O sistema substitui a necessidade de pressionar continuamente o acelerador, aliviando o esforço físico e eliminando a necessidade de monitoramento constante do velocímetro. Além disso, o CC contribui para a economia de combustível ao evitar acelerações e frenagens desnecessárias, enquanto reduz significativamente o cansaço do motorista em viagens longas, proporcionando uma experiência de condução mais confortável, eficiente e relaxante.

A motivação para o presente trabalho surgiu em resposta ao crescente aumento da fiscalização eletrônica de velocidade em rodovias federais e estaduais, que exige maior atenção e esforço dos condutores para manter a velocidade dentro dos limites permitidos, especialmente em longas distâncias, onde a condução contínua pode ser exaustiva. Além disso, sabe-se que a adoção de um sistema de controle de velocidade contribui para a eficiência energética, reduzindo o consumo de combustível ao manter uma velocidade constante e minimizando acelerações e desacelerações desnecessárias. Paralelamente, o uso dessa tecnologia também melhora o conforto do motorista, reduzindo a fadiga e o esforço necessários para manter continuamente a velocidade do veículo, bem como aumenta a segurança no trânsito. O tema deste trabalho aborda não apenas a aplicação de tecnologia na automação veicular, mas também a promoção de uma condução mais segura, confortável e eficiente em rodovias. Além disso, o estudo enfatiza a relevância de desenvolver soluções tecnológicas acessíveis para veículos convencionais, contribuindo para a modernização do transporte automotivo e ampliando os benefícios da automação para um público mais abrangente.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem por objetivo geral o desenvolvimento de um sistema de CC para um veículo equipado com um Motor a Combustão Interna (MCI).

1.2.2 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral, deseja-se atingir os seguintes objetivos específicos:

- Estudar os conceitos fundamentais do sistema de CC, incluindo uma revisão histórica de sua evolução;
- Desenvolver um modelo dinâmico simplificado da planta a ser controlada;
- Implementar uma lei de controle auxiliar de linearização por realimentação;
- Sintonizar um controlador Proporcional-Integral (PI);
- Obter uma prova de estabilidade do sistema de controle em Malha Fechada (MF).

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho divide-se em cinco capítulos. O presente capítulo abre o trabalho.

O [Capítulo 2](#) apresenta uma breve revisão teórica de conceitos ligados ao desenvolvimento do CC, passando pela história do CC desde a idealização até os modelos atuais, descrição da operação do CC e seu funcionamento e finalizando com uma revisão sobre análise de estabilidade de sistemas Lineares e Invariantes no Tempo (LITs) e de sistemas não lineares e não autônomos.

O [Capítulo 3](#) apresenta informações sobre o CC, passando pela modelagem da planta e a síntese do controlador.

O [Capítulo 4](#) apresenta os resultados obtidos com o controlador projetado.

O [Capítulo 5](#) apresenta algumas observações finais, possíveis oportunidades de melhoria e trabalhos futuros.

2 Referencial teórico

2.1 Controle de cruzeiro

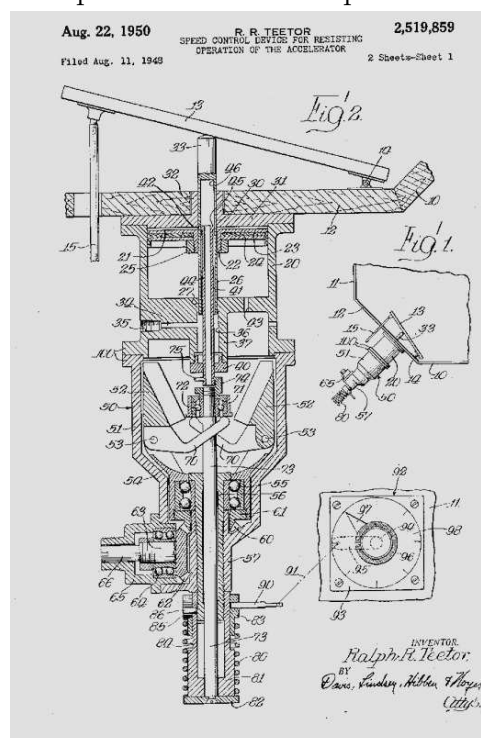
O CC é um dispositivo que permite que o motorista mantenha o carro a uma velocidade fixa. O carro deve manter a velocidade escolhida até que os pedais de freio ou aceleração sejam pressionados. Em veículos mais modernos, a velocidade pode ser ajustada dinamicamente pelo próprio veículo dependendo de seu posicionamento nas rodovias, com relação a outros veículos, mas sem ultrapassar o valor máximo determinado pelo motorista.

2.1.1 História

O primeiro carro a incorporar um sistema de regulador de velocidade foi um modelo da companhia Wilson-Plicher, no início dos anos 1900. Esse regulador de velocidade, uma versão primitiva do CC, ficava posicionado no meio do eixo de comando. O carro estava disponível com motores de quatro e seis cilindros e, por meio de uma alavanca na coluna de direção, o motorista podia ajustar a velocidade a ser mantida (Bober, 2016).

O CC, na época conhecido como “*Speedostat*”, foi desenvolvido em 1948 pelo engenheiro mecânico e inventor Ralph Teetor. A ideia surgiu como resposta à frustração causada pelo hábito do seu motorista de flutuar a velocidade do carro enquanto conversava (Sears, 2018).

Figura 1 – Patente de Ralph R. Teetor do dispositivo de controle de velocidade.



Fonte: Sears (2018).

Durante o desenvolvimento do CC, um fator importante foi a imposição, durante a Segunda Guerra Mundial, de um limite de velocidade de 56 km/h nos Estados Unidos da América, com o objetivo de reduzir o consumo de gasolina e de pneus (Sears, 2018). A proposta de Teetor era adicionar um seletor de velocidade no painel, conectado a um mecanismo no compartimento do motor, que operava a partir do eixo de transmissão. Quando a velocidade desejada pelo motorista era alcançada, o mecanismo regulador superava a tensão de uma mola para ativar um pistão acionado por vácuo, que empurrava o pedal do acelerador para trás. Como resultado, o motorista sentia uma resistência no acelerador como um aviso. Manter o pedal estável permitia ao motorista manter a velocidade ajustada, enquanto pressioná-lo mais fundo resultava em aceleração. O sistema só era desativado quando o motorista pressionava o pedal do freio ou desligava o dispositivo (Sears, 2018). A patente para esse sistema foi registrada em agosto de 1950. A Figura 1 mostra a patente registrada por Teetor (Teetor, 1950), assim como seu desenho técnico do dispositivo.

Outros inventores, como Frank J. Riley, em 1955, e Harold Exline, em 1951, também patentearam sistemas semelhantes de CC. No entanto, assim como os trabalhos e patentes posteriores, as invenções de Teetor não receberam royalties pelos dispositivos de CC. Embora o sistema desenvolvido por Riley tenha sido instalado em seu próprio carro em 1948, a patente foi registrada apenas em 1955.

O primeiro carro a utilizar o *speedostat* de Teetor foi um Chrysler Imperial, que adotou o nome “piloto automático” para o sistema. No painel do carro, havia um seletor rotativo. Esse sistema calculava a velocidade do solo a partir da rotação do cabo do velocímetro e utilizava um motor elétrico com parafuso de acionamento bidirecional para ajustar a posição do acelerador conforme necessário. A Cadillac, divisão da *General Motors* (GM), logo renomeou e comercializou o dispositivo como “*Cruise Control*” (Sears, 2018).

Em 1965, a *American Motors Corporation* (AMC) introduziu um controlador automático de velocidade para seus carros maiores com transmissão automática. Esse sistema de CC funcionava por meio de um botão no painel, ajustando automaticamente a posição do acelerador assim que a velocidade desejada era alcançada. O controle a vácuo regulava o acelerador, abrindo e fechando conforme um sinal proveniente do pedal do acelerador. Assim como o sistema de Teetor, o dispositivo era desativado quando o freio era acionado.

Daniel Aaron Winsner, engenheiro na divisão industrial e de sistemas de automação da *Radio Corporation of America* (RCA), foi responsável pela invenção do CC eletrônico para automóveis, em 1968. Sua invenção utilizava pulsos elétricos para manter o carro a uma velocidade constante, inclusive em aclives e declives (Niemeier, 2016).

No final dos anos 80, a Motorola passou a comercializar um Circuito Integrado (CI) de CC baseado no projeto de Winsner. O modelo MC14460, denominado “*Automotive Speed Control Processor*”, foi desenvolvido com base na tecnologia *Complementary Me-*

tal-Oxide-Semiconductor (CMOS), oferecendo uma grande vantagem sobre seu antecessor mecânico. Além de economizar combustível, esse modelo podia ser integrado aos sistemas de gerenciamento de motor — *Engine Control Unit* (ECU).

A partir da metade dos anos 1990, as inovações no setor automotivo começaram a proporcionar uma assistência mais inteligente aos motoristas, permitindo que os carros mantivessem uma distância segura do veículo à frente. O controle de cruzeiro adaptativo — *Adaptive Cruise Control* (ACC) —, foi uma das primeiras tecnologias que pavimentaram o caminho para a direção autônoma (Verpraet, 2018). O ACC deve manter uma distância relativa e segura entre o carro em que está instalado e os demais na rodovia, além de manter a velocidade desejada pelo motorista caso não tenha nenhum carro à frente ou o carro esteja acima ou abaixo da velocidade desejada.

Quatro anos após introduzir o primeiro sistema de aviso de distância baseado em sensores de profundidade a laser, a *Mitsubishi Motors* se tornou a primeira montadora a oferecer o ACC em um sedã. Esse sistema utilizava a tecnologia *Light Detection And Ranging* (LiDAR), capaz de realizar mapeamentos 3D precisos com pulsos de laser, embora ainda não conseguisse regular a velocidade de forma completa. O sistema podia reduzir a aceleração do carro e até mesmo trocar de marcha para controlar a velocidade e evitar colisões, mas não era capaz de acionar os freios automaticamente, exigindo que o motorista intervisse quando alertado (Verpraet, 2018).

Devido a limitações, como a velocidade máxima de operação de 108 km/h e o desempenho insatisfatório em condições de chuva, a *Mitsubishi Motors* optou por comercializar o sistema exclusivamente no mercado japonês, onde as rodovias e o clima eram mais adequados às suas capacidades. Seguindo a tendência do mercado japonês, a *Toyota Motor Corporation* desenvolveu um sistema que utilizava LiDAR para rastrear carros a até 100 metros de distância, mas que também não incluía controle sobre os freios do carro (Verpraet, 2018).

Em 1999, a Mercedes-Benz lançou o sistema “*Distronic*” no modelo Classe S, introduzindo duas inovações significativas. Primeiro, o sistema foi projetado para operar em altas velocidades, atendendo às demandas das autoestradas — *autobahns* — alemãs. Segundo, ele corrigiu a principal limitação dos sistemas japoneses ao incluir frenagem automática, viabilizada pela adoção do controle de estabilidade como recurso padrão em todos os carros da marca. Além disso, o sistema utilizava radar em vez de LiDAR, uma escolha estratégica, pois o radar não sofre interferências de chuva, tornando-o mais confiável em diferentes condições climáticas (Verpraet, 2018).

Entre 2000 e 2004, diversas montadoras desenvolveram seus próprios sistemas de ACC, incorporando avanços das inovações japonesas e alemãs, como o uso de radares e a inclusão do controle nos freios. A partir de 2005, o foco das fabricantes voltou-se para o aprimoramento dos controles adaptativos, ampliando o intervalo de velocidades que podiam ser gerenciadas pelo sistema e introduzindo novas assistências, como sistemas de

prevenção de colisões e frenagem de emergência.

O sistema ACC com *Stop-and-Go* e o sistema de *Cooperative Adaptive Cruise Control* (CACC) são extensões do ACC convencional. O sistema *Stop-and-Go* é projetado para ser utilizado em situações de condução urbana, onde o carro pode parar completamente. Nesse caso, o sistema *Stop-and-Go* deve ser capaz de parar completamente o veículo. Contudo, a política de intervalo de tempo constante, utilizada para determinar a distância relativa apropriada, causa movimentos indesejados durante uma parada completa (Kim, 2012).

2.1.2 Funcionamento e utilização

O CC é um sistema projetado para regular automaticamente a velocidade do veículo, eliminando a necessidade de o(a) motorista manter o pé no acelerador por períodos prolongados. Em veículos mais antigos, o CC operava mecanicamente, utilizando um *bypass* no pedal acelerador, conectado diretamente à válvula do pedal por meio de um cabo. Nos modelos mais recentes, o sistema funciona eletronicamente, ajustando a potência do motor para atingir e manter a velocidade de referência escolhida pelos motoristas.

Além de controlar a velocidade, o sistema de CC oferece funcionalidades adicionais. Por exemplo, alguns modelos permitem aumentar ou reduzir a velocidade em passos de 1 km/h com um único clique. Assim, pressionar o botão cinco vezes ajusta a velocidade em 5 km/h. O sistema é projetado para desativar automaticamente quando o pedal do freio é pressionado e, geralmente, só pode ser ativado quando o veículo está a velocidades superiores a 40 km/h (Nice, 2001b).

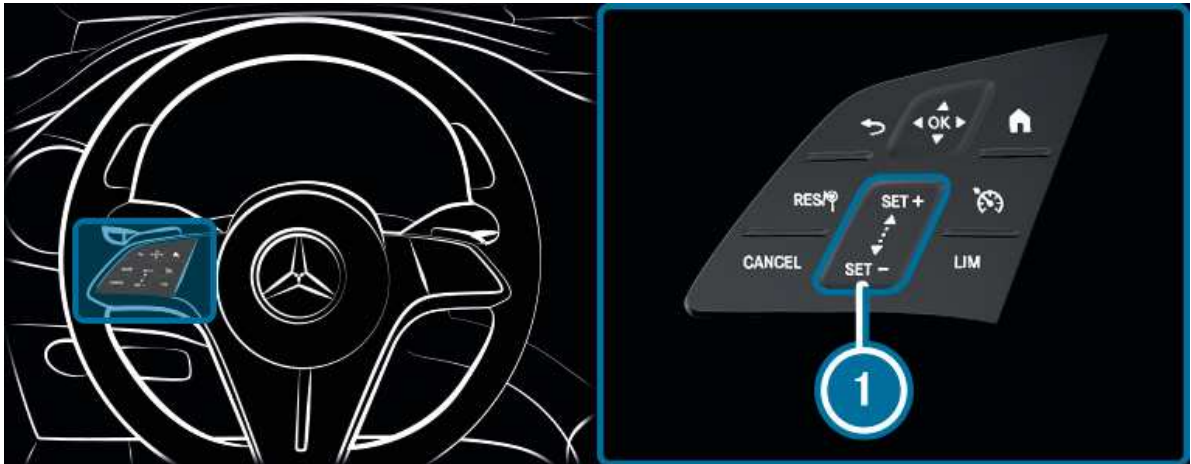
A Figura 2 mostra um exemplo dos botões de controles do CC disponíveis no volante do veículo: iii) *RES* — adota como referência a velocidade armazenada ou detectada; iv) *CANCEL* — desativa o CC; v) *SET+* e *SET-* — aumenta e diminui, respectivamente, a velocidade de referência; vi) botão com símbolo de velocímetro — seleciona o CC; e vii) *LIM* — seleciona o limitador variável de velocidade (Mercedes-Benz, 2024).

Para que o CC funcione corretamente em um veículo da Mercedes-Benz, alguns requisitos devem ser atendidos:

- A transmissão deve estar na posição D;
- A velocidade do veículo deve ser de pelo menos 20 km/h;
- O *Electronic Stability Program* (ESP) deve estar ativado, mas não em intervenção;
- O CC deve estar selecionado.

Além disso, em veículos equipados com a funcionalidade de armazenamento de velocidade de referência, como descrito nos manuais dos veículos, os motoristas devem considerar as condições de tráfego antes de ativar o CC. Caso a velocidade armazenada seja inferior à velocidade atual do veículo, ele poderá desacelerar de forma abrupta, o que pode causar acidentes (Mercedes-Benz, 2024).

Figura 2 – Interface de controle do CC modelo *Distronic*.



Fonte: [Mercedes-Benz \(2024\)](#).

Para ativar o CC, o(a) motorista deve pressionar o botão correspondente e, em seguida, um dos botões *SET*. Isso armazenará a velocidade atual do veículo, que será mantida automaticamente. Alternativamente, pode-se optar por pressionar o botão *RES*, que retomará a última velocidade de referência armazenada e a manterá. Se a última velocidade armazenada tiver sido apagada, o sistema armazenará a velocidade atual. Vale lembrar que, ao desligar o veículo, a última velocidade armazenada será excluída.

O ajuste da velocidade pode ser feito de diferentes maneiras:

- Para aumentar a velocidade em incrementos de 1 km/h, o(a) motorista deve deslizar o dedo de *SET-* para *SET+*; para reduzi-la, o(a) motorista deve fazer o movimento inverso;
- Pressionar o botão *SET+* aumenta a velocidade de referência em 10 km/h, enquanto pressionar *SET-* reduz a velocidade desse mesmo tanto.

Por fim, para desativar o CC, o botão *CANCEL* deve ser pressionado pelo(a) motorista ([Mercedes-Benz, 2024](#)).

Embora os comandos apresentados sejam padrão para os veículos da Mercedes-Benz, funcionalidades semelhantes podem ser encontradas em veículos de outras montadoras, com pequenas variações na interface de controle.

O CC controla a velocidade do veículo ajustando diretamente a posição da válvula do acelerador, em vez de atuar no pedal, como faria o motorista. Para isso, o sistema utiliza um cabo conectado à válvula do acelerador, que é responsável por regular a potência e a velocidade do motor ao limitar a quantidade de ar que entra no mesmo ([Kim, 2012](#)). Essa válvula funciona de maneira proporcional à pressão exercida no pedal do acelerador: quanto mais o pedal é pressionado, maior é o fluxo de ar permitido ao motor. Ao detectar a abertura da válvula do acelerador, a ECU antecipa a entrada de ar adicional e ajusta a injeção de combustível, garantindo a mistura ideal para o funcionamento do motor ([Nice, 2001a](#)).

Na [Figura 3](#), é possível observar dois cabos conectados a um pivô que movimenta a válvula do acelerador. Um cabo é proveniente do pedal do acelerador, enquanto o outro está ligado ao atuador. Quando o CC é ativado, o atuador movimenta o cabo conectado ao pivô. A maioria dos veículos utiliza atuadores a vácuo para abrir e fechar a válvula do acelerador. Esses sistemas contam com válvulas eletrônicas para regular o vácuo por meio de um diafragma, dispositivo ilustrado na [Figura 4](#) ([Kim, 2012](#)).

Figura 3 – Cabos do acelerador.



Fonte: [Nice \(2001b\)](#).

Figura 4 – Atuador a vácuo.



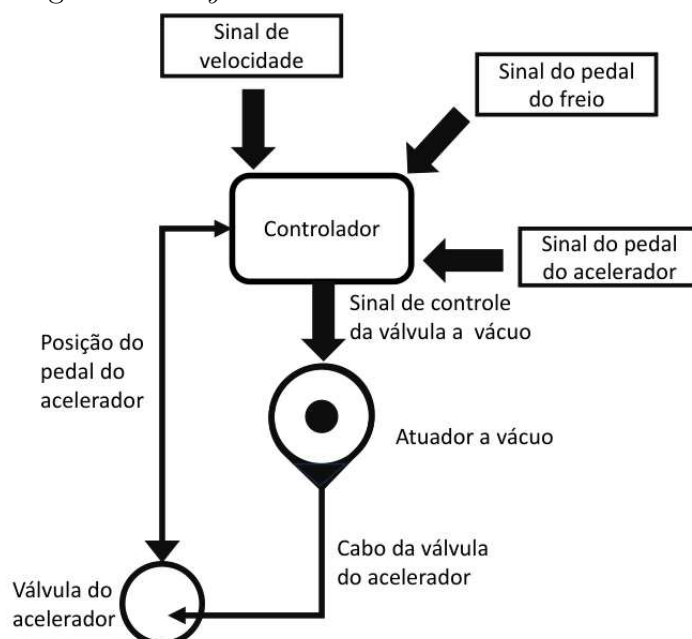
Fonte: [Nice \(2001b\)](#).

O sistema de CC é controlado por um computador, geralmente localizado atrás do painel do veículo, que se conecta ao atuador a vácuo e a outros sensores. Esse controlador deve ser capaz de acelerar de forma agressiva até a velocidade desejada, sem ultrapassá-la, ou seja, sem sobressinal, e manter essa velocidade com mínima variação, de preferência nula, independentemente do peso transportado ou da inclinação da via que o veículo precise enfrentar.

Como o CC ajusta a velocidade do veículo regulando a posição do acelerador, ele necessita de sensores para identificar a velocidade atual do carro e a posição do acelerador. Além disso, deve ser capaz de receber a velocidade desejada pelo motorista e desativar o sistema quando o pedal do freio for pressionado. O *layout* de um sistema de CC eletrônico pode ser observado na [Figura 5](#) ([Kim, 2012](#)).

O sinal mais importante que o CC recebe é a velocidade do carro. Com ele, o

Figura 5 – *Layout* de um sistema de CC eletrônico.



Fonte: Adaptado de [Kim \(2012\)](#).

controlador calcula o erro de velocidade, isto é, a diferença entre a velocidade desejada e a velocidade real do carro. Com um controle do tipo Proporcional (P), um dos tipos mais básicos de controladores, o CC ajusta a posição do acelerador em função do valor do erro, então, quanto mais próximo o carro chegar da velocidade desejada, menor aceleração ele terá, e menor será a abertura da válvula borboleta do acelerador ([Kim, 2012](#)).

A maioria dos sistemas de CC utiliza o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), que combina os controles do tipo Integral (I), Derivativo (D) e P ([Kim, 2012](#)). O controlador I trabalha com a diferença entre a distância que o carro percorreu na velocidade atual e a distância que teria percorrido caso estivesse na velocidade desejada, uma vez que a integral da velocidade é a distância. Esse controle é essencial para manter a velocidade desejada, especialmente em ladeiras, já que elimina o erro de regime permanente.

Por exemplo, se o carro começa a subir uma ladeira e desacelera, então a ação de controle P resulta em uma maior abertura da válvula, mas o carro pode continuar desacelerando após algum tempo. Nesse caso, a ação de controle I ajusta ainda mais a abertura da válvula, pois quanto mais tempo o carro ficar abaixo da velocidade desejada, maior a diferença em comparação com a velocidade desejada ([Kim, 2012](#)).

Já o controle D é baseado na derivada da velocidade, ou seja, na aceleração. Esse controle ajuda a responder rapidamente a mudanças bruscas. Se o carro começar a desacelerar, o controle D detecta essa variação na aceleração e ajusta a abertura da válvula borboleta antes que a desaceleração seja significativa ([Kim, 2012](#)).

2.1.3 Instalação de um CC

Para a instalação de um sistema de CC é necessário atender alguns critérios técnicos essenciais. Primeiramente, o veículo deve possuir um sinal de velocidade disponível. Esse sinal é indispensável para que o módulo de controle do sistema consiga monitorar a velocidade do veículo. Além disso, é necessário um ponto de conexão ao cabo do acelerador, pois o sistema atua diretamente sobre a válvula do acelerador para ajustar a velocidade do motor. Outra exigência fundamental é a presença de um interruptor de desengate na embreagem, que deve ser instalado no pedal da embreagem. Esse dispositivo garante que o CC seja desativado automaticamente sempre que o pedal for pressionado, prevenindo sobre-rotação ou aceleração descontrolada do motor. Por fim, o veículo precisa dispor de um sistema elétrico padrão, com pontos de alimentação e aterramento adequados para o funcionamento do referido módulo de controle.

Embora o CC normalmente seja instalado em carros automáticos, ele pode ser utilizado em veículos com transmissão manual também, mas há cuidados que devem ser tomados para evitar falhas no sistema ou danos ao motor. Ao dirigir com o CC ativado, os motoristas devem evitar mudar a alavanca de marchas para a posição neutra sem pressionar o pedal da embreagem, pois isso pode causar uma sobre-rotação do motor. Caso isso ocorra, é recomendado pressionar imediatamente o pedal da embreagem ou desligar o sistema. Como o CC será automaticamente desativado sempre que o pedal da embreagem for pressionado, isso permite aos motoristas realizarem trocas de marcha com segurança. Para reativar o sistema de CC após o desengate e reengate de marchas, é necessário que o veículo atinja uma velocidade mínima antes de reiniciar o sistema ([Rostra Accessories, 2024](#)).

2.2 Análise de estabilidade segundo Lyapunov

A primeira e mais importante questão quando se trata de sistemas de controle automático é a estabilidade. Um sistema de controle instável é normalmente inutilizável e potencialmente perigoso. Um sistema é descrito como estável se, ligando o sistema próximo ao ponto de operação desejado, ele se mantém em torno desse ponto para sempre. Desta forma, todo sistema de controle, seja ele linear ou não, envolve um problema de estabilidade que deve ser resolvido ([Castrucci et al., 2018](#); [Dorf & Bishop, 2018](#); [Franklin et al., 2009](#); [Khalil, 2002](#); [Nise, 2017](#); [Slotine & Li, 2005](#)).

2.2.1 Sistemas LITs

Apesar da pioneira teoria da estabilidade de sistemas dinâmicos desenvolvida no final do século XIX pelo matemático e físico russo A. M. Lyapunov (1857–1918), e complementada por muitas extensões desenvolvidas posteriormente, ser uma ferramenta matemática extremamente poderosa para análise da estabilidade de sistemas dinâmicos, no caso particular de sistemas LITs, ferramentas mais simples e diretas podem ser utilizadas

com igual sucesso. O estudo da localização dos polos de uma Função de Transferência de Malha Fechada (FTMF) ou, de maneira equivalente, o estudo dos autovalores da matriz de estados de um sistema dinâmico LIT em MF, permite determinar se o sistema é ou não estável. Para tanto, entre outras ferramentas disponíveis, o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz (Castrucci et al., 2018; Dorf & Bishop, 2018; Franklin et al., 2009; Nise, 2017) vem a ser uma ferramenta bastante útil.

Um sistema LIT é i) estável, se e somente se todas as raízes do denominador da FTMF — polos da FTMF — tiverem partes reais negativas, isto é, todos devem estar localizadas no semiplano esquerdo aberto do plano complexo s , e ii) instável, caso contrário (Castrucci et al., 2018; Dorf & Bishop, 2018; Franklin et al., 2009; Nise, 2017).

Sistemas LITs podem ser descritos por Funções de Transferência (FTs) — uma razão entre dois polinômios no domínio da frequência complexa —, tal que:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = T(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (2.1)$$

onde a_i e b_j são os coeficientes constantes dos polinômios $A(s)$ e $B(s)$, respectivamente, $i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$, $j \in \{0, 1, 2, \dots, m\}$, $m \leq n$ e, tipicamente, $a_0 = 1$. O critério de estabilidade de Routh-Hurwitz possibilita determinar o número de polos de MF localizados no semiplano direito do plano complexo s — polos instáveis — sem a necessidade de fatorar o polinômio denominador nem solucionar a equação característica do sistema:

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0. \quad (2.2)$$

A Transformada de Laplace Inversa (TLI) da FTMF (2.1), para um sinal de entrada do tipo impulso unitário, isto é, $R(s) = 1$, resulta no seguinte somatório de frações parciais:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{T(s)\} = \sum_{i=1}^n k_i \exp(p_i t), \quad (2.3)$$

onde os polos $p_i \in \mathbb{C}$ são as raízes da equação característica (2.2) e os coeficientes $k_i \in \mathbb{C}$ dependem das condições iniciais e da localização dos zeros z_j da FTMF (2.1) — raízes do numerador $B(s)$. Se um zero cancela um polo, o coeficiente k_i correspondente se anula. O sistema é estável, se e somente se todos os termos de (2.3) forem para zero enquanto o tempo tende ao infinito (Castrucci et al., 2018; Dorf & Bishop, 2018; Franklin et al., 2009).

2.2.1.1 Critério de estabilidade de Routh-Hurwitz

Com o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz, é possível aferir se existem raízes instáveis na solução de uma equação polinomial sem precisar resolvê-la. Quando aplicado a um sistema de controle LIT, a estabilidade pode ser estudada a partir dos coeficientes da equação característica do sistema (Castrucci et al., 2018; Dorf & Bishop, 2018; Franklin et al., 2009). O procedimento é o seguinte:

1. Se algum(ns) dos coeficientes do polinômio característico de MF — denominador da FTMF — for(em) nulo(s) ou tiver(em) sinal(is) algébrico(s) diferente(s) da maioria deles, existirá pelo menos um polo imaginário puro ou com parte real positiva, resultando em um sistema não estável em MF. É importante notar que todos os coeficientes serem positivos ou negativos não é garantia de um sistema estável, já que essa é uma condição apenas necessária, porém não suficiente, para estabilidade; portanto, se todos os coeficientes do polinômio característico de MF forem não nulos e de mesmo sinal algébrico, a aplicação deste procedimento deve continuar;
2. Se todos os coeficientes do polinômio característico tiverem sinal algébrico negativo, mudar todos eles para positivo;
3. Organizar os coeficientes do polinômio característico de acordo com a seguinte tabela de Routh:

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6	\cdots
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7	\cdots
s^{n-2}	α_1	α_2	α_3	α_4	\cdots
s^{n-3}	β_1	β_2	β_3	β_4	\cdots
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots
s^2	γ_1	γ_2	γ_3	0	\cdots
s^1	δ_1	δ_2	0	0	\cdots
s^0	η_1	0	0	0	\cdots

onde os coeficientes α_i devem ser calculados da seguinte forma:

$$\alpha_1 = \frac{-1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \quad \alpha_2 = \frac{-1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}, \quad \alpha_3 = \frac{-1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_6 \\ a_1 & a_7 \end{vmatrix}, \quad \text{etc.},$$

enquanto os coeficientes β_i devem ser calculados da seguinte forma:

$$\beta_1 = \frac{-1}{\alpha_1} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{vmatrix}, \quad \beta_2 = \frac{-1}{\alpha_1} \begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ \alpha_1 & \alpha_3 \end{vmatrix}, \quad \beta_3 = \frac{-1}{\alpha_1} \begin{vmatrix} a_1 & a_7 \\ \alpha_1 & \alpha_4 \end{vmatrix}, \quad \text{etc.},$$

e assim sucessivamente até o último deles, que é η_1 ;

4. Se o coeficiente da primeira coluna de uma linha qualquer for nulo, enquanto os demais coeficientes dessa linha forem diferentes de zero ou inexístirem, o coeficiente nulo deve ser substituído pelo valor positivo muito pequeno $\epsilon \in \mathbb{R} \mid \epsilon \rightarrow 0^+$. O restante da tabela de Routh deve então ser preenchido normalmente;
5. O critério de estabilidade de Routh-Hurwitz afirma que o número de raízes da equação característica do sistema com parte real positiva é igual ao numero de mudanças de sinal algébrico nos coeficientes da primeira coluna da tabela de Routh;
6. Caso os coeficientes imediatamente acima e imediatamente abaixo de ϵ sejam ambos positivos, isso indica que há um par de raízes imaginárias na equação característica do sistema.

3 *Cruise control*

3.1 Introdução

Como descrito no [Capítulo 2](#), o CC é responsável por controlar a velocidade do veículo, mantendo-a o mais próximo possível do valor de referência e evitando desvios indesejados. Para isso, o controlador compara a velocidade atual do carro com a de referência e, a partir desse erro, gera um sinal que atua diretamente na válvula do acelerador.

O objetivo deste trabalho é sintetizar um controlador que faça isso. Para garantir que funcione corretamente, é essencial contar com um modelo simplificado do veículo com MCI, que permita simular e validar o desempenho do sistema de CC por meio de simulações computacionais. Neste capítulo, serão apresentados modelos simplificados da dinâmica longitudinal do carro, do sistema de transmissão e do MCI, além da síntese do controlador e a análise da estabilidade do sistema em MF.

3.2 Modelagem da planta

O primeiro passo para a modelagem do carro é escolher um veículo de referência e reunir todas as especificações técnicas necessárias. Em posse desses dados, é possível analisar as curvas típicas de resposta do carro e do MCI, facilitando a comparação e a aproximação do modelo teórico ao comportamento real do veículo.

3.2.1 Mercedes-Benz E350 Coupé V6

O Mercedes-Benz E350 Coupé V6 é um veículo de duas portas que combina desempenho robusto com o luxo característico da marca. Equipado com um motor V6 de 3,5 litros, ele entrega potência máxima de 272 cavalos¹ e torque máximo de 35,7 kgf·m. Essa configuração permite que o E350 Coupé atinja uma velocidade máxima de 250 km/h e, em uma arrancada, alcance 100 km/h em aproximadamente 6,4 segundos ([Alterman, 2010](#)).

A [Tabela 1](#) apresenta as especificações técnicas do veículo escolhido. Com elas, o primeiro passo para a modelagem é entender quais partes são necessárias para que o modelo matemático faça sentido para o projeto do sistema de CC.

3.2.2 Dinâmica longitudinal do veículo

A primeira etapa da modelagem é entender como a planta interage com o mundo físico. Assim, é trivial pensar no equilíbrio de forças postulado pelo físico inglês Isaac Newton no século XVII, o princípio fundamental da dinâmica — segunda lei de Newton

¹ Um cavalo de potência mecânica corresponde a aproximadamente 745,7 W.

Tabela 1 – Ficha técnica do Mercedes-Benz E350 Coupé V6 (2010).

Característica	Especificação
Motor	
Cilindros	6 em V
Código do motor	M272 E35
Peso/potência	5,98 kg/cv
Peso/torque	45,5 kg/kgf·m
Rotação máxima	6500 rpm
Potência máxima	272 cv a 6000 rpm
Torque máximo	35,7 kgf·m a 2400 rpm
Transmissão	
Tração	Traseira
Código do câmbio	7G-Tronic
Câmbio	Automático de 7 marchas
Pneus	
Dianteiros	235/45 R17
Traseiros	255/40 R17
Altura do flanco dianteiro	106 mm
Altura do flanco traseiro	102 mm
Dimensões	
Comprimento	4698 mm
Distância entre-eixos	2760 mm
Largura	1786 mm
Altura	1372 mm
Tanque de combustível	66 L
Peso	1626 kg
Carga útil	444 kg
Aerodinâmica	
Área frontal (A_f)	2,08 m ²
Coeficiente de arrasto aerodinâmico (C_d)	0,28 (adimensional)
Desempenho	
Velocidade máxima	250 km/h
Aceleração 0–100 km/h	6,4 s

Fonte: [Carros na web \(2001\)](#).

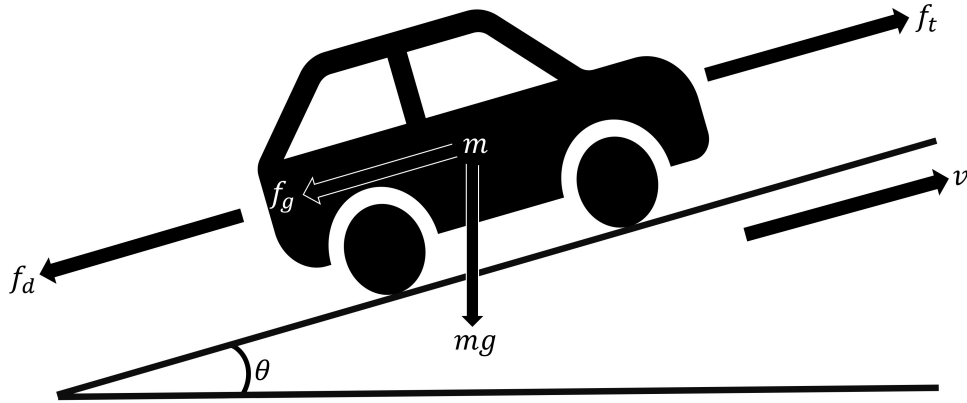
—, em que o somatório das forças que atuam em um corpo é igual ao produto de sua massa pela aceleração resultante ([Serway & Jewett, Jr., 2008](#)).

A [Figura 6](#) apresenta um diagrama de corpo livre do veículo. Com base nesse diagrama, obtém-se a seguinte equação:

$$f_{res} = m \dot{v} \quad \implies \quad f_t - f_d - f_g = m \dot{v} \quad (3.1)$$

onde f_{res} [N] representa a força resultante, isto é, o somatório de todas as forças atuantes ao longo do eixo longitudinal do veículo, m [kg] representa a massa total do veículo, incluindo

Figura 6 – Diagrama de corpo livre do veículo.



Fonte: Autor (2025).

ocupantes e bagagens, v [m/s] representa a velocidade do veículo, tal que $\dot{v} = dv/dt$ [m/s²] seja sua aceleração, f_t [N] representa a força de tração ou propulsiva que é gerada pelo MCI e transmitida às rodas, f_d [N] representa a força de arrasto aerodinâmico, a resistência ao movimento do veículo imposta pelo ar, e, por último, f_g [N] representa a componente longitudinal da força exercida pela ação da gravidade em função da inclinação θ [°] da via.

Neste modelo, algumas forças foram desprezadas, como a inércia e as forças normais nos pneus, as forças laterais no veículo e a resistência ao rolamento. Para aplicações de controle automático, essas considerações são dispensáveis, pois suas contribuições ou são irrelevantes para a dinâmica longitudinal do veículo em um nível de abstração adequado ao CC ou podem figurar como mais uma fonte de distúrbio a ser compensada pelo controle automático. Esses efeitos se tornam expressivos apenas em estudos mais específicos da engenharia mecânica, como análises de estabilidade veicular, comportamento em curvas e otimização da dinâmica de rolamento (Salvo & Grande, 2017; Cunha, 1998; Duarte et al., 2016).

A inércia dos pneus, por exemplo, influencia a dinâmica rotacional das rodas e pode ter um impacto transitório na resposta do veículo a variações bruscas de torque. No entanto, no contexto do controle de velocidade, as mudanças na aceleração são relativamente suaves, tornando esse efeito desprezível. Da mesma forma, as forças laterais, responsáveis pela aderência do veículo ao solo durante curvas e manobras, não afetam diretamente o controle longitudinal e, portanto, não são consideradas. As forças normais nos pneus, que variam conforme a distribuição de peso e a inclinação da via, impactam a capacidade de tração, mas já estão implicitamente incorporadas no modelo através da resistência ao rolamento (Salvo & Grande, 2017; Cunha, 1998; Duarte et al., 2016).

Além disso, no modelo, a massa do carro pode variar devido à presença de passageiros, combustível e carga no porta-malas. No entanto, essas variações geralmente são desprezadas porque a massa total do veículo se mantém dentro de uma faixa limitada, e seu impacto na manutenção da velocidade constante é pequeno em comparação com outros fatores (Salvo & Grande, 2017; Cunha, 1998; Duarte et al., 2016).

O modelo de carro escolhido pesa cerca de 1.626 kg, e a adição de um passageiro médio (70 kg) ou o tanque cheio de combustível (66 L \approx 50 kg) representa menos de 5% dessa massa. Essa variação, embora exista, tem pouca influência na dinâmica do sistema. A massa se torna um fator mais relevante em situações de aceleração ou frenagem, mas, como o CC tem a função principal de manter uma velocidade constante, a influência da inércia do veículo é reduzida.

Outro fator determinante é que o CC se baseia mais na compensação de forças resistentes ao movimento como a resistência aerodinâmica e a força gravitacional oriunda de aclives da via, bem como na compensação de forças potentes como a força gravitacional oriunda de declives da via, do que na massa do carro em si. Considerar a massa variável no modelo de controle tornaria os cálculos mais complexos, sem trazer benefícios práticos significativos. Ademais, a redução da massa total devido ao consumo de combustível ocorre muito lentamente em comparação com as demais constantes de tempo do sistema CC.

É importante notar que, em veículos pesados como caminhões, a variação de massa é muito maior do que em um carro. Nesses casos, os sistemas de controle podem levar essa variação em conta para otimizar o desempenho e a economia de combustível. No entanto, para veículos leves, o controlador já compensa essas pequenas diferenças de massa, tornando desnecessário incorporá-las diretamente ao modelo (Valadão, 2022; Barbosa, 2022).

A força de arrasto aerodinâmico experimentada pelo veículo (Serway & Jewett, Jr., 2008) é dada por:

$$f_d = 0,5 \rho C_d A_f |v|v \quad (3.2)$$

onde $\rho \approx 1,184 \text{ kg/m}^3$ representa a densidade do ar atmosférico, C_d é um coeficiente adimensional de arrasto aerodinâmico, $A_f [\text{m}^2]$ representa a área frontal do veículo e v é a velocidade do veículo (Kim, 2012). Os valores das constantes constam na Tabela 1. Cabe salientar que: i) o produto $|v|v$ representa a velocidade elevada ao quadrado com sinal algébrico; e ii) assume-se como hipótese simplificadora do modelo que a velocidade com que o veículo se desloca através do ar atmosférico é aproximadamente igual a v , ou seja, assume-se equivalentemente que $v_{ar} \approx 0 \text{ m/s}$.

Substituindo f_d em (3.1) pela expressão dada em (3.2), e organizando no lado esquerdo os termos envolvendo a velocidade, obtém-se:

$$m \dot{v} + 0,5 \rho C_d A_f |v|v = f_t - m g \sin(\theta) \quad (3.3)$$

onde $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ representa a aceleração da gravidade (Serway & Jewett, Jr., 2008).

A equação diferencial (3.3) é não linear devido à presença da função velocidade elevada ao quadrado com sinal algébrico.

3.2.3 Força de tração do MCI

A grande maioria dos veículos atuais é movida por MCIs, motores de ignição por centelha (gasolina e álcool) ou de ignição por compressão (diesel) (X-engineer, 2025b).

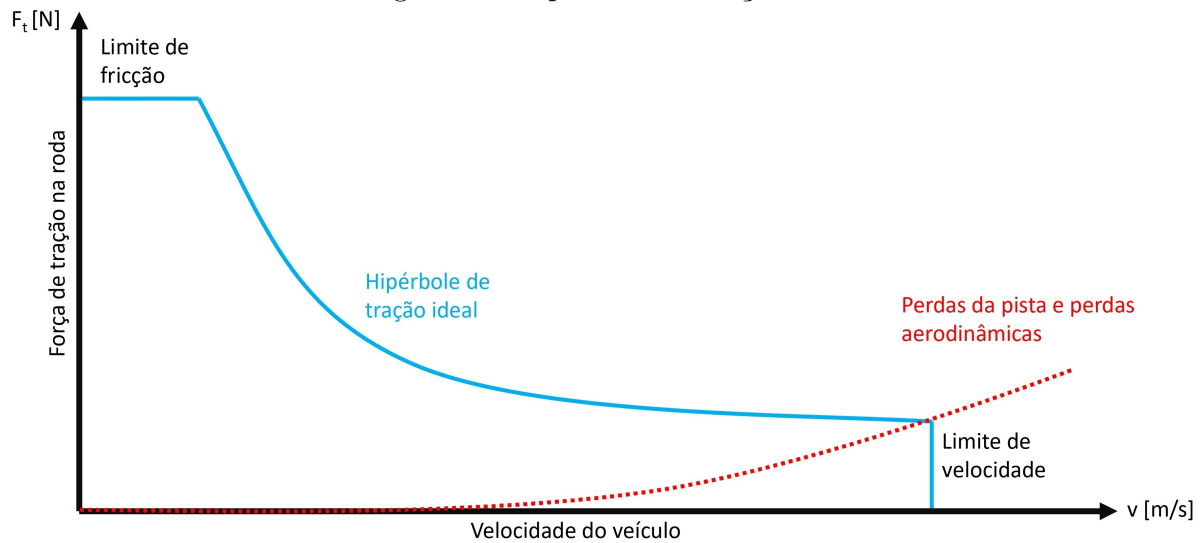
Do ponto de vista de tração, a aceleração máxima acontece quando a máxima potência do motor é aplicada constantemente às rodas (X-engineer, 2025a), tal que:

$$P_{\text{máx}} = f_t v \implies f_t = P_{\text{máx}}/v \quad (3.4)$$

onde $P_{\text{máx}}$ [W] representa a potência máxima do motor aplicada às rodas, f_t [N] representa a força de tração nas rodas e v [m/s] representa a velocidade tangencial das rodas, igual à velocidade do veículo.

Assim, se a potência máxima do motor pudesse ser transmitida às rodas ao longo de toda a faixa de velocidades do veículo, isso resultaria na hipérbole de tração ideal — *Ideal Traction Hyperbola* (ITH) — apresentada na Figura 7. Na prática, em baixas velocidades, a força de tração é limitada pelo atrito dos pneus, e, em altas velocidades, pelas perdas aerodinâmicas e de contato com o solo (X-engineer, 2025a).

Figura 7 – Hipérbole de tração ideal.



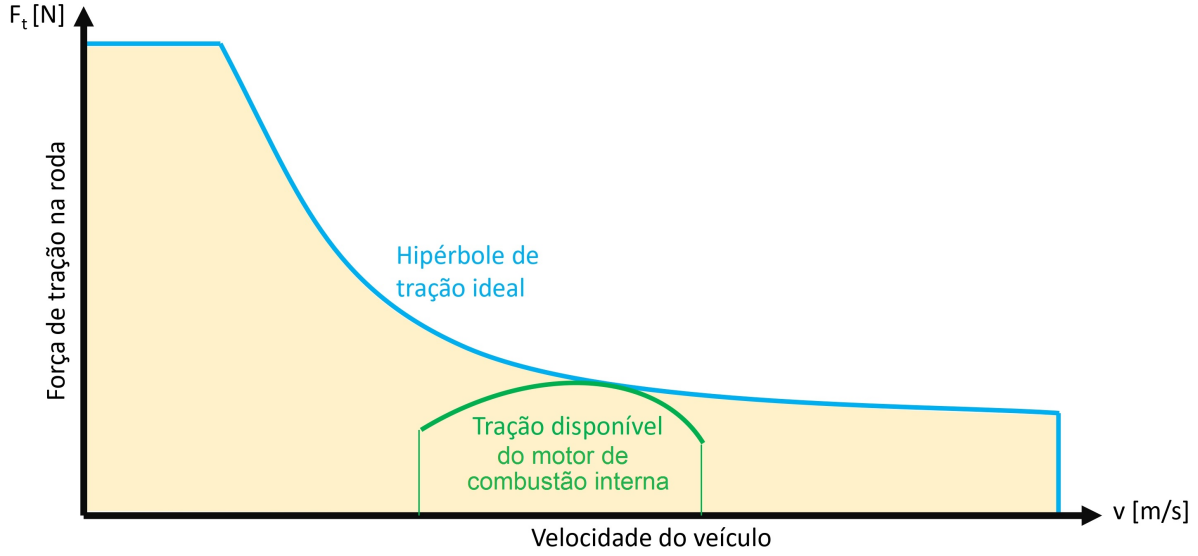
Fonte: Adaptada de X-engineer (2025a).

Supondo que o carro não possuísse câmbio nem transmissão e diferencial, o torque produzido pelo motor seria convertido diretamente em força aplicada às rodas e, portanto, em força de tração, tal que:

$$f_t = f_m = T_m/r_r \quad (3.5)$$

onde f_m [N] representa a força gerada pelo motor e aplicada às rodas, T_m [N·m] representa o torque produzido pelo motor e $r_r \approx 0,32$ m representa o raio das rodas (X-engineer, 2025a). A partir dessa equação e da curva de torque do motor, obtém-se a curva de tração disponível nas rodas, resultado ilustrado através da Figura 8.

Figura 8 – Tração disponível sem as marchas.



Fonte: Adaptada de [X-engineer \(2025a\)](#).

Como se observa na [Figura 8](#), a curva de tração do motor cobre apenas uma pequena parte da tração ideal necessária (área amarelada). Sem um mecanismo para converter a saída de tração do motor, o veículo não conseguiria cobrir essa área toda. Isto significa que ele teria dificuldade ou não seria capaz de arrancar. Além disso, teria um desempenho de aceleração muito ruim; seria a mesma sensação de engrenar a quinta marcha de um veículo que está a 20 km/h e tentar acelerá-lo até a velocidade máxima. Eis que entra em jogo a caixa de transmissão. A transmissão escalonada — *multi-step gearbox* — é um conversor de torque e velocidade que converte a saída de tração do MCI para atender as necessidades de tração do veículo. Uma transmissão escalonada significa que há pelo menos duas marchas à frente e uma marcha à ré. Maiores detalhes podem ser encontrados, por exemplo, em [X-engineer \(2025a\)](#).

O torque produzido pelo motor depende diretamente de sua velocidade de rotação ω [rad/s] e, em [Sreepriya & Krishnan \(2017\)](#), encontra-se a seguinte relação simplificada:

$$T_m(\omega) = T_{\text{máx}} \left(1 - 0,4 \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{máx}}} - 1 \right)^2 \right) \quad (3.6)$$

onde $T_{\text{máx}}$ [N·m] representa o torque máximo que pode ser produzido pelo motor a uma determinada rotação $\omega_{\text{máx}}$ [rad/s] específica.

Sejam n_i , $i \in \mathbb{N} | i \leq 7$, as relações (adimensionais) de engrenagens das marchas. A velocidade de rotação do motor pode ser relacionada à velocidade do veículo através da seguinte expressão geral ([Sreepriya & Krishnan, 2017](#)):

$$\omega = \frac{n_i}{r_r} v = \alpha_i v \quad (3.7)$$

onde $\alpha_i = n_i/r_r := i_0 i_j/r_r$ [m⁻¹], $j \in \mathbb{N} | j \leq 7$, em que i_0 representa a relação de engrenagens do diferencial, enquanto i_j representam as relações de engrenagens das marchas. Os

valores das constantes são apresentados na [Tabela 1](#) e na [Tabela 2](#).

Tabela 2 – Relações de engrenagens do câmbio 7G-Tronic.

Constante	i_0	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
Relação	2,65	4,377	2,859	1,921	1,368	1,000	0,820	0,728

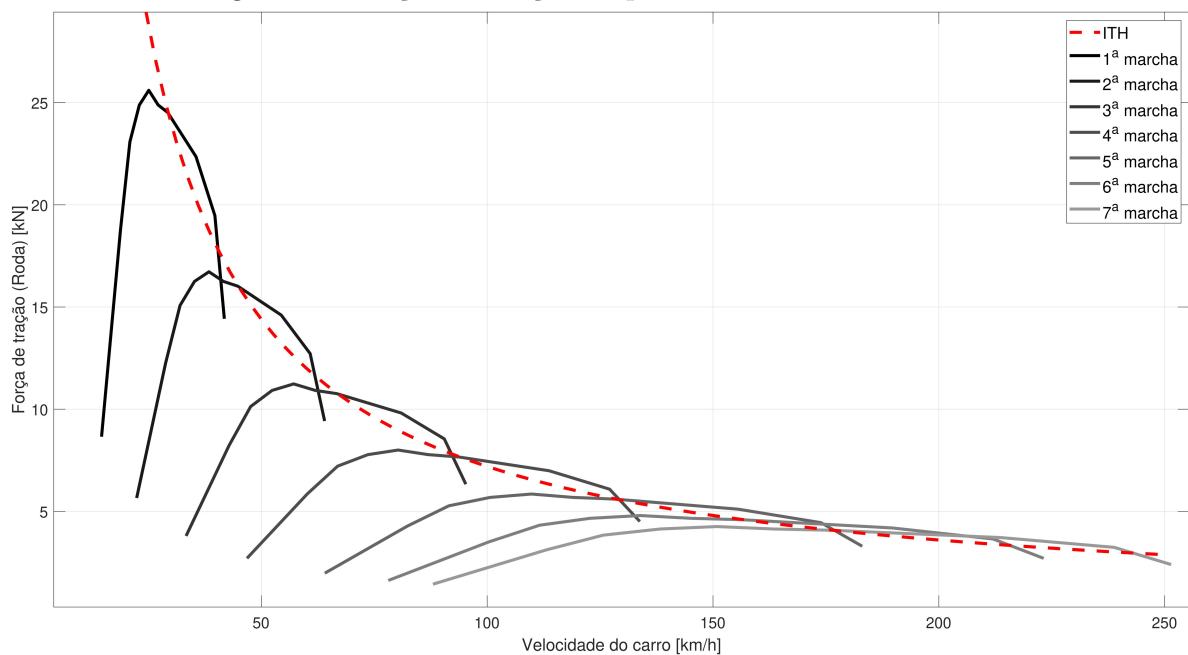
Fonte: [Carros na web](#) (2001).

Então a força de tração pode ser reescrita como:

$$f_t = \frac{n_i}{r_r} T_m(\omega) = \alpha_i T_m(\alpha_i v) \quad (3.8)$$

A partir das relações de engrenagens apresentadas na [Tabela 2](#), e em posse de (3.4)–(3.8), pode-se obter as curvas de força de tração disponíveis através das marchas. As curvas são mostradas na [Figura 9](#). A figura mostra que a inserção das marchas permite que o carro parta desde a inércia e atinja a velocidade máxima declarada na [Tabela 1](#).

Figura 9 – Forças de tração disponíveis através das marchas.



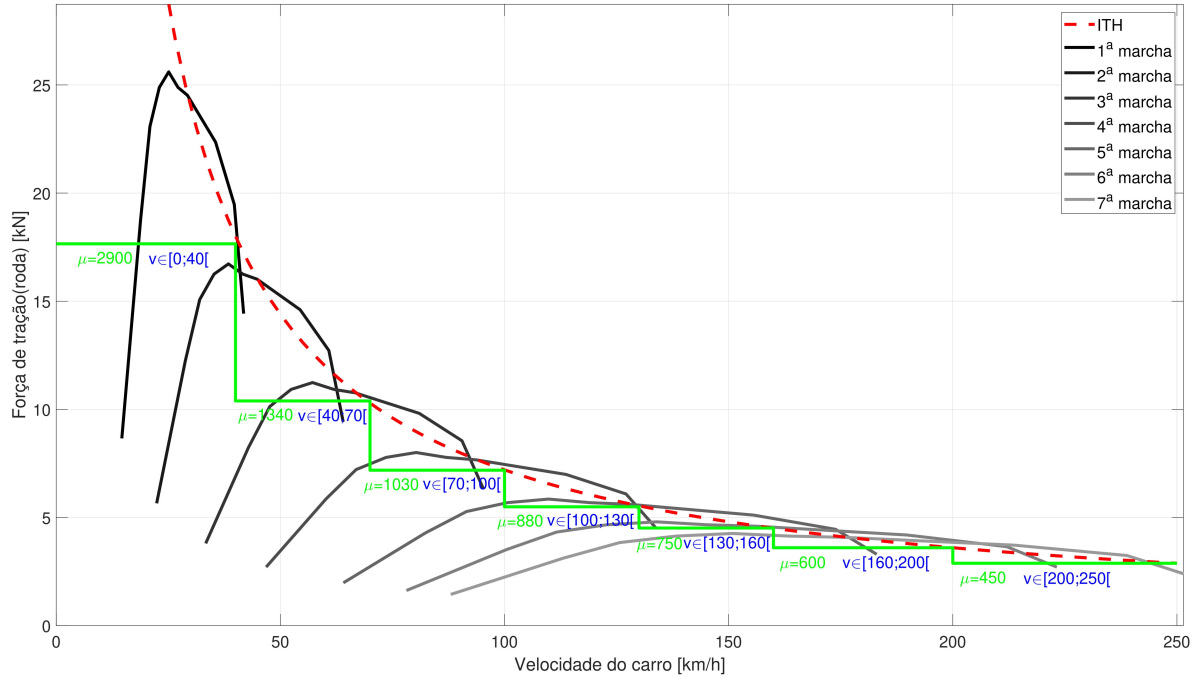
Fonte: Autor (2025).

Outra hipótese simplificadora do modelo foi assumida neste trabalho: (3.8) foi discretizada de forma que a cada faixa de valores de $\alpha_i T(\alpha_i v)$ corresponde um valor constante, como mostrado na [Figura 10](#), ou seja, para cada faixa de velocidades do veículo será utilizado um único valor μ [N]. A [Tabela 3](#) relaciona cada faixa de velocidades com os valores constantes de μ . Desta forma, como a transmissão é responsável por acoplar a dinâmica do MCI à dinâmica do carro, obtém-se finalmente a seguinte discretização de (3.8):

$$f_t = \mu k_m f_m \quad (3.9)$$

onde a constante $k_m \approx 48,5 \text{ N}^{-1}$ foi ajustada através de métodos numéricos para representar satisfatoriamente o comportamento dinâmico do carro como um todo, incluindo motor e transmissão, resultando em sete diferentes modelos, um para cada marcha, todos estruturalmente idênticos, porém com valores diferentes de μ .

Figura 10 – Forças de tração discretizadas.



Fonte: Autor (2025).

Tabela 3 – Relação entre valores de μ e faixas de velocidades do veículo.

Marcha	Faixa de velocidades	μ
1 ^a	0–40 km/h	2900
2 ^a	40–70 km/h	1340
3 ^a	70–100 km/h	1030
4 ^a	100–130 km/h	880
5 ^a	130–160 km/h	750
6 ^a	160–200 km/h	600
7 ^a	200–250 km/h	450

Fonte: Autor (2025).

3.2.4 Motor M272 E35

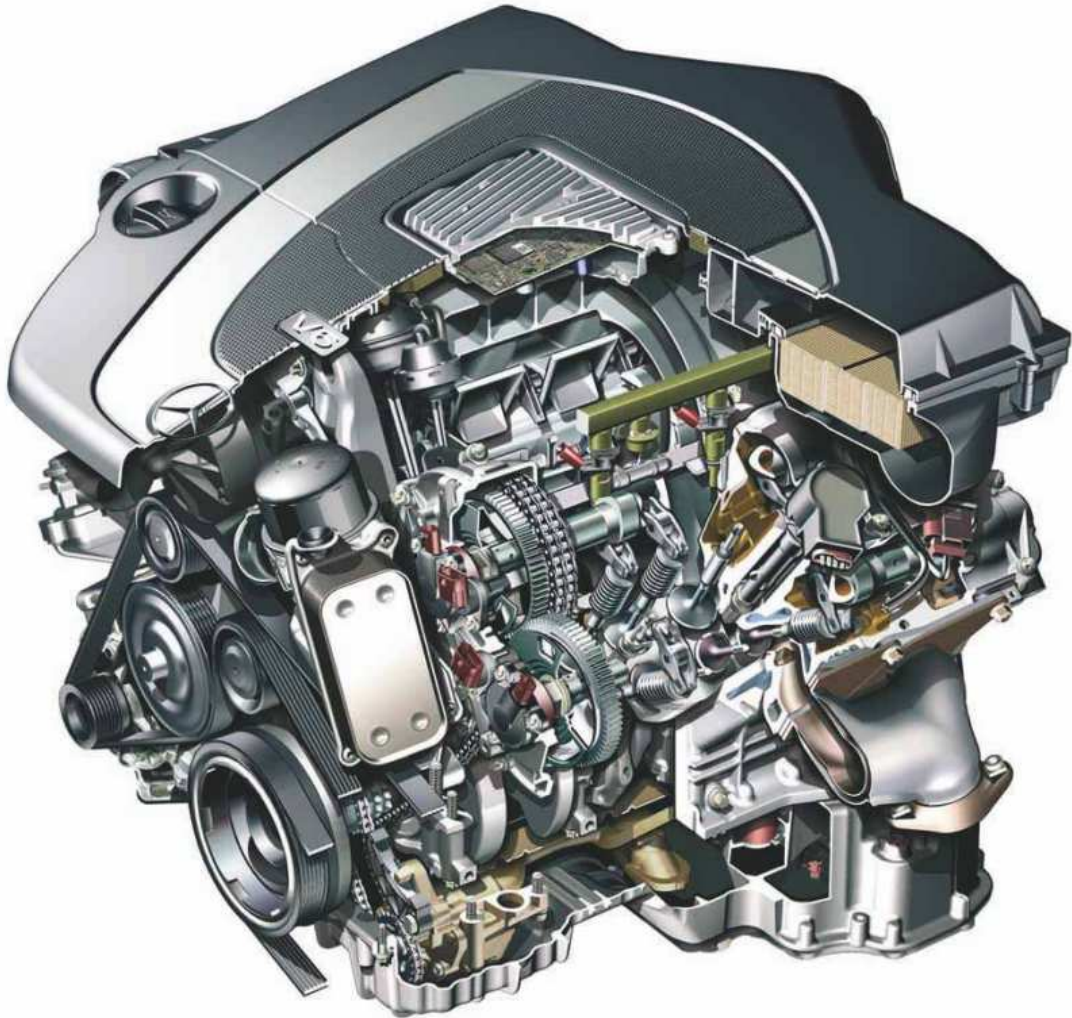
A modelagem analítica da dinâmica de um MCI, utilizando métodos estruturalistas, que são baseados em mecanismos fundamentais de ação, sejam eles mecânicos, químicos, térmicos, etc., é uma tarefa relativamente complexa. Alternativamente, recorre-se a técnicas de modelagem como a identificação de sistemas, que permite construir modelos de sistemas dinâmicos a partir de dados medidos (Aguirre, 2015; Franklin et al., 2009;

[Åström & Wittenmark, 1997](#)). Neste trabalho, a dinâmica do motor M272, apresentado na [Figura 11](#), foi convenientemente aproximada através de um modelo linear de primeira ordem, cuja equação diferencial ordinária é:

$$\dot{f}_m + \tau_m f_m = \tau_m a \quad (3.10)$$

onde $\dot{f}_m = df_m/dt$ [N/s] representa a taxa de variação no tempo da força gerada pelo motor, $a \in \mathbb{R} \mid 0 \leq a \leq 1$ representa a posição da válvula do acelerador (vide [Subseção 2.1.2](#)), e a constante $\tau_m \approx 0,7 \text{ s}^{-1}$ também foi ajustada através de métodos numéricos para representar satisfatoriamente o comportamento dinâmico do carro como um todo. Através dessa modelagem, foi possível garantir que o tempo de aceleração de 0 a 100 km/h e a velocidade máxima, ambos declarados na [Tabela 1](#), fossem devidamente contemplados.

Figura 11 – Motor M272 E35 Mercedes-Benz.



Fonte: [Mercedes Assistance \(2024\)](#).

3.3 Respostas da planta

O modelo não linear (3.3), apresentado e detalhado nas subseções anteriores, pode agora ser representado no espaço de estados da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{f}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\rho C_d A_f}{2m}\right)|v| & \frac{\mu k_m}{m} \\ 0 & -\tau_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_m \end{bmatrix} a - \begin{bmatrix} g \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Substituindo em (3.11) os valores de todas as constantes, assim como os valores correspondentes definidos para a constante μ , obtêm-se os sete modelos desejados, um para cada marcha engrenada, tal que:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_j(v) \mathbf{x} + \mathbf{B} a - \mathbf{g}(\theta) \quad (3.12)$$

onde as sete matrizes de estados $\mathbf{A}_j(v)$ são:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1(v) &\approx \begin{bmatrix} -2,12 \times 10^{-4} |v| & 86,50 \\ 0 & -0,7 \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_2(v) &\approx \begin{bmatrix} -2,12 \times 10^{-4} |v| & 39,97 \\ 0 & -0,7 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_3(v) &\approx \begin{bmatrix} -2,12 \times 10^{-4} |v| & 30,72 \\ 0 & -0,7 \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_4(v) &\approx \begin{bmatrix} -2,12 \times 10^{-4} |v| & 26,25 \\ 0 & -0,7 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_5(v) &\approx \begin{bmatrix} -2,12 \times 10^{-4} |v| & 22,37 \\ 0 & -0,7 \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_6(v) &\approx \begin{bmatrix} -2,12 \times 10^{-4} |v| & 17,90 \\ 0 & -0,7 \end{bmatrix} \quad \text{e} \\ \mathbf{A}_7(v) &\approx \begin{bmatrix} -2,12 \times 10^{-4} |v| & 13,42 \\ 0 & -0,7 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

e a matriz constante de entrada de aceleração é:

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0,7 \end{bmatrix}^T, \quad (3.14)$$

e os vetores de estados e de distúrbio devido à inclinação da via são, respectivamente:

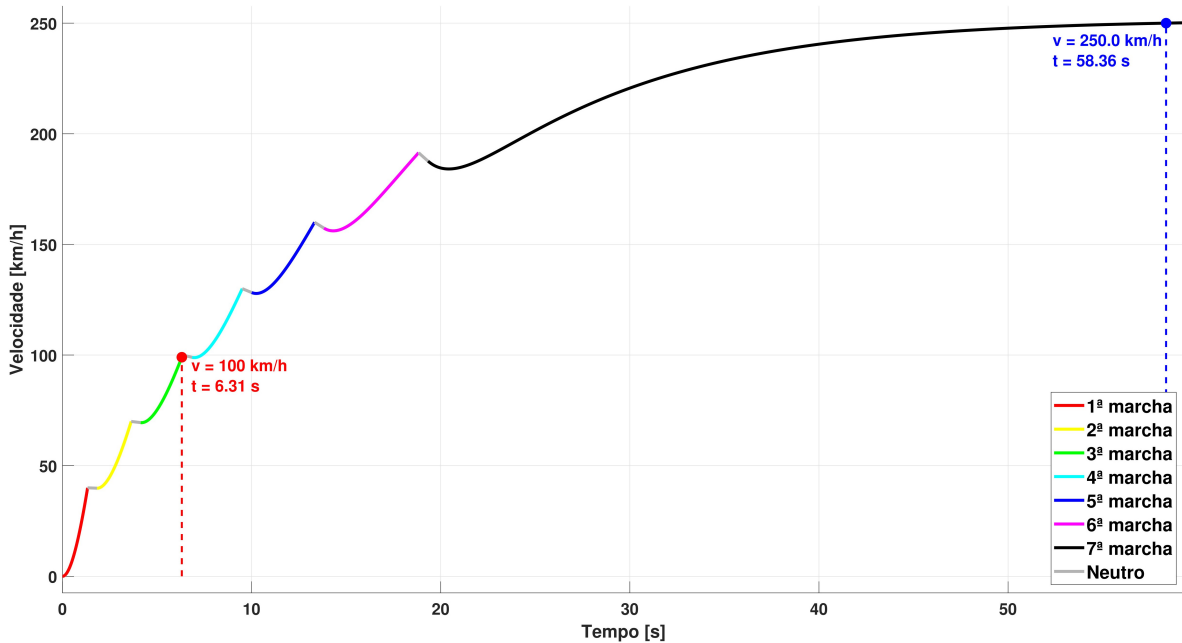
$$\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} v & f_m \end{bmatrix}^T \quad \text{e} \quad \mathbf{g}^T(\theta) = \begin{bmatrix} 9,81 \sin(\theta) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.15)$$

A dinâmica da planta transita entre sete diferentes modelos dinâmicos que compõem uma família de modelos, definidos um para cada uma das marchas. Isso significa que, à medida que a velocidade atinge determinados valores, há “saltos” de um modelo correspondente a uma marcha para outro modelo correspondente a uma marcha adjacente.

Por se tratar de um modelo não linear, o Simulink®/MATLAB® foi selecionado como ferramenta de simulação devido à confiabilidade e à praticidade que oferece. Por meio dele, e das constantes retiradas do manual do veículo, inicialmente, foi possível ajustar convenientemente os valores das constantes τ_m e k_m , de forma a atingir as especificações do veículo, tanto no regime transitório quanto no permanente (vide Subseção 3.2.4).

A Figura 12 mostra as curvas de resposta simuladas da planta a degraus sucessivos de aceleração máxima ($a = 1$), em uma via sem inclinação ($\theta = 0^\circ$) e com as devidas trocas de marchas realizadas sempre nas velocidades máximas de cada faixa declarada na Tabela 3. Salienta-se que ambos os pontos assinalados na figura concordam com as especificações declaradas na Tabela 1. Durante cada transição entre as marchas, ocorre uma pequena perda momentânea de velocidade, causada principalmente pela força de arrasto aerodinâmico descrita em (3.2). Tal perda pode ser comparada, em um carro com transmissão manual, ao tempo necessário para o motorista soltar o acelerador, acionar a embreagem, trocar a marcha, soltar a embreagem e voltar a acelerar. Essa perda tende a aumentar progressivamente porque a força de arrasto aerodinâmico cresce com o aumento da velocidade do carro.

Figura 12 – Resposta simulada da planta.



Fonte: Autor (2025).

3.4 Síntese do controlador

Entre a modelagem não linear da planta e o início do projeto do controlador, é essencial definir a abordagem que será adotada para o tratamento do sistema dinâmico em MF. Existem essencialmente duas estratégias (Castrucci et al., 2018; Dorf & Bishop, 2018; Franklin et al., 2009): a primeira consiste na linearização do modelo não linear em torno de um ponto de operação, permitindo a aplicação de técnicas de controle clássico, entre outras, baseadas na consolidada teoria de sistemas lineares; a segunda mantém as não linearidades do modelo ao longo do processo de síntese do controlador, explorando metodologias que lidam diretamente com as dinâmicas não lineares. Neste trabalho, optou-se por preservar a natureza não linear do modelo desenvolvido, viabilizando um projeto de controle que considera as características dinâmicas da planta sem prévia linearização.

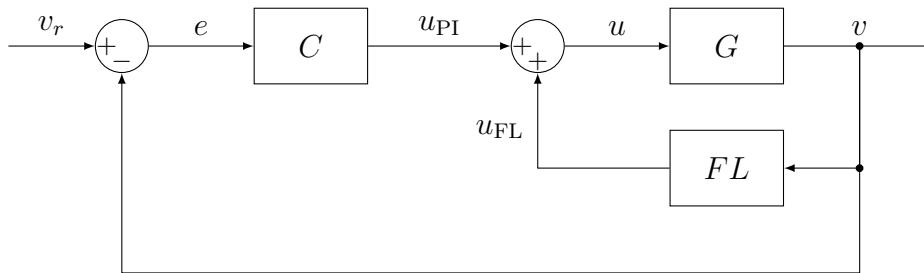
3.4.1 Feedback linearization

Diante da necessidade de lidar com modelos não lineares, existe uma técnica chamada de *Feedback Linearization* (FL) — linearização por realimentação —, uma ferramenta poderosa para converter, por meio de transformações de estado ou leis de controle, uma dinâmica originalmente não linear em linear ou quase linear (Franklin et al., 2009; Khalil, 2002). Diferentemente das técnicas de linearização via aproximação local, a FL busca uma transformação que preserve as características essenciais do sistema, mas que, ao mesmo tempo, permita a aplicação de métodos clássicos de análise e projeto de controladores.

Dado o modelo não linear apresentado em (3.11), a técnica de FL possibilita a busca de uma lei de controle capaz de cancelar a não linearidade da planta de forma que a dinâmica de MF se torne praticamente linear. Sabe-se, contudo, ser impossível cancelar perfeitamente uma não linearidade porque isso exige que o modelo seja capaz de descrever exatamente a dinâmica da planta modelada, um objetivo impossível de atingir na prática (Castrucci et al., 2018; Dorf & Bishop, 2018; Aguirre, 2015; Franklin et al., 2009; Khalil, 2002).

A Figura 13 mostra um diagrama de blocos do sistema em MF, onde v_r [m/s] é a entrada de referência de velocidade, ou seja, a velocidade que o veículo deve alcançar ou manter, $e := v_r - v$ é o sinal de erro atuante, C é um controlador do tipo PI, u_{PI} é a ação de controle determinada pelo controlador PI, u_{FL} é a ação de controle produzida através da estratégia de FL e, por último, $u = u_{PI} + u_{FL}$ é a ação de controle total, isto é, o sinal de controle aplicado à entrada da planta controlada G .

Figura 13 – Diagrama de blocos do sistema em MF.



Fonte: Autor (2025).

Definindo-se a ação de controle como:

$$a := u = u_{PI} + u_{FL} \quad (3.16)$$

De (3.11), tem-se as duas equações de estados a seguir:

$$\dot{v} = -\left(\frac{\rho C_d A_f}{2m}\right)|v|v + \left(\frac{\mu k_m}{m}\right)f_m - g \sin(\theta) \quad (3.17)$$

$$\dot{f}_m = -\tau_m f_m + \tau_m a \quad (3.18)$$

Isolando f_m em (3.18) primeiro, e aplicando (3.16) em (3.18) em seguida, obtém-se:

$$f_m = -\frac{\dot{f}_m}{\tau_m} + u_{PI} + u_{FL} \quad (3.19)$$

E aplicando (3.19) em (3.17), obtém-se:

$$\dot{v} = -\left(\frac{\rho C_d A_f}{2m}\right)|v|v + \frac{\mu k_m}{m} \left(-\frac{\dot{f}_m}{\tau_m} + u_{PI} + u_{FL}\right) - g \sin(\theta)$$

de modo que, após algumas manipulações algébricas, obtém-se então:

$$\dot{v} + \left(\frac{\rho C_d A_f}{2m}\right)|v|v = -\left(\frac{\mu k_m}{m \tau_m}\right)\dot{f}_m + \left(\frac{\mu k_m}{m}\right)u_{PI} + \left(\frac{\mu k_m}{m}\right)u_{FL} - g \sin(\theta)$$

mas, como se deseja que a parcela da ação de controle relacionada à FL seja capaz de anular a parcela não linear da planta, pode-se concluir que:

$$\left(\frac{\rho C_d A_f}{2m}\right)|v|v = \left(\frac{\mu k_m}{m}\right)u_{FL} \implies u_{FL} = \left(\frac{\rho C_d A_f}{2\mu k_m}\right)|v|v \quad (3.20)$$

3.4.2 Modelo simplificado

Baseando-se na simplificação obtida através da aplicação da FL, pode-se desconsiderar a parcela não linear da planta. Assim, para o projeto dos controladores PI, pode-se utilizar o modelo linearizado:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{f}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{48,5\mu}{1626} \\ 0 & -0,7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,7 \end{bmatrix} a - \begin{bmatrix} 9,81 \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

O modelo em (3.21) pode ser representado de forma aproximada através das FTs:

$$G(s) = \frac{V(s)}{A(s)} = \mu \left(\frac{\tau_m k_m}{m} \right) \frac{1}{s(s + \tau_m)} = \frac{0,02087945\mu}{s(s + 0,7)} \quad (3.22)$$

e

$$G_g(s) = \frac{V(s)}{\Theta(s)} = -\left(\frac{g}{s}\right) = -\left(\frac{9,81}{s}\right) \quad (3.23)$$

tal que:

$$V(s) \approx G(s) A(s) + G_g(s) \Theta(s) \quad (3.24)$$

em que $V(s)$ representa a velocidade do veículo, $A(s)$ representa a posição da válvula do acelerador e $\Theta(s)$ representa o ângulo de inclinação da via, onde foi utilizada a aproximação $\sin(\theta) \approx \theta$, válida apenas para pequenos valores do ângulo θ . A título de exemplo, tem-se numericamente: $\sin(0^\circ) = \sin(0) = 0$ e $\sin(10^\circ) \approx \sin(0,1745) \approx 0,1736$.

3.4.3 Especificações de desempenho do sistema em MF

Na prática, a maneira mais direta de melhorar o desempenho de um sistema é por meio da modificação dos parâmetros da própria planta, ou seja, realizando ajustes internos em seus elementos. Contudo, na maioria dos casos, essa abordagem é inviável ou impossível devido a limitações físicas, econômicas ou operacionais. Nesses casos, torna-se necessário utilizar um sistema de controle para garantir que o sistema atenda às especificações de desempenho exigidas. Para isso, é fundamental compreender as necessidades do sistema com base em suas especificações conhecidas, analisando parâmetros como tempo de resposta, velocidade e sobressinal, a fim de assegurar que a resposta final seja segura, eficiente e adequada à aplicação desejada (Ogata, 2010; Dorf & Bishop, 2018).

Neste trabalho, o sistema de CC deve manter a velocidade definida pelo motorista, atuando como um regulador que mantém a referência constante eliminando possíveis variações causadas por distúrbios externos. O sistema deve também permitir ajustes incrementais ou decrementais na velocidade do veículo, como variações de 1 ou 5 km/h em relação ao valor atual. Para novos *setpoints*, o sistema deve apresentar erro nulo em regime permanente e mitigar sobressinais que ultrapassem a tolerância estabelecida pela legislação de trânsito, considerando a presença de radares em rodovias.

Dessa forma, o sistema deve ser capaz de atingir e manter uma velocidade de referência com erro de regime permanente nulo e apresentar o mínimo possível de sobressinal. Não há necessidade de um tempo de acomodação curto, visto que o sistema é aplicado a um veículo em uma rodovia percorrendo longas distâncias. Assim, uma variação de 10 ou 50 segundos é irrelevante quando comparada à duração total da viagem. Além disso, um tempo de subida (tempo necessário para atingir a referência pela primeira vez) excessivamente curto pode resultar em efeitos indesejáveis, devido às limitações físicas da válvula do acelerador, uma vez que ela pode ter que operar com aberturas de até 100%.

3.4.4 Controladores P e PI

Um controle do tipo P consiste simplesmente em um ganho multiplicado pelo erro atuante, tal que:

$$u_P(t) = k_P e(t) \quad \xleftrightarrow{\mathcal{L}} \quad U_P(s) = k_P E(s) \quad (3.25)$$

onde k_P é o ganho proporcional do controlador e t [s] é o tempo. Por não adicionar polos nem zeros ao sistema, ele apenas ajusta o ganho da MF. Um ganho mais alto, aumenta a velocidade da resposta, mas geralmente ao custo de um maior sobressinal e menor amortecimento da resposta. Assim, ele pode reduzir o erro em regime permanente e melhorar a resposta de regime transitório, tornando-a mais rápida. Para sistemas de ordem elevada, o aumento do ganho proporcional geralmente leva à instabilidade, se o ganho for suficientemente alto (Castrucci et al., 2018; Dorf & Bishop, 2018; Franklin et al., 2009).

O controle do tipo PI combina a ação proporcional com uma ação integral, tal que:

$$u_{PI}(t) = k_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau \right) \quad \xleftrightarrow{\mathcal{L}} \quad u_{PI}(s) = \left(k_P + \frac{k_I}{s} \right) E(s) \quad (3.26)$$

onde $k_I := k_P/T_I$, e k_I e T_I [s] são o ganho integral e o tempo integral do controlador, respectivamente. A ação integral corresponde à variação acumulada do sinal de erro atuante. Dessa forma, a ação integral influencia a resposta em regime permanente, eliminando o erro estacionário para sinais de referência ou de distúrbio em degrau. Portanto, essa característica significa que distúrbios podem ser levados a zero, já que o erro não precisa ter um valor finito para gerar um sinal de controle capaz de eliminá-los. A combinação das duas ações de controle melhora a resposta do sistema em MF tanto no regime permanente, devido à ação integral, quanto no regime transitório, pela ação proporcional. Esse tipo de controle é frequentemente utilizado quando a resposta transitória é aceitável, mas a resposta em regime permanente é insatisfatória por apresentar um erro perene. No entanto, deve-se ter atenção a dois detalhes: i) aumentar a ordem do sistema pode introduzir risco de instabilidade; e ii) para sistemas com atuadores que sofrem saturação, um cuidado extra deve ser tomado já que a ação de controle pode chegar ao máximo possível, mas o erro persistir (Castrucci et al., 2018; Dorf & Bishop, 2018; Franklin et al., 2009).

Dessa forma, para atender aos requisitos de projeto, optou-se pelo controlador PI, visto que uma ação de controle derivativa não é essencial para a aplicação. Como o veículo apresenta uma resposta relativamente lenta devido à sua inércia, a inclusão do termo derivativo poderia amplificar ruídos e oscilações desnecessariamente. Além disso, o sistema de CC deve garantir um erro nulo de regime permanente e um comportamento suave ao ajustar a velocidade, minimizando sobressinais que poderiam comprometer a segurança e o conforto dos ocupantes, além de eventualmente provocar alguma infração de trânsito como trafegar em velocidade superior à permitida na via. Outro fator relevante é a maior simplicidade na implementação e na sintonia do controlador PI, tornando-o uma solução prática e eficiente para o sistema de CC.

3.4.5 Polos dominantes de MF desejados

A tolerância dos radares de velocidade é de 7 km/h para velocidades até 100 km/h. Para velocidades acima de 100 km/h, a tolerância é de 7% da velocidade registrada. Assim, deseja-se limitar o sobressinal em no máximo 1%, pois este valor permite uma segurança alta com relação à tolerância dos radares tanto para baixas como altas velocidades.

Para um sobressinal máximo de 1%, tem-se que:

$$\zeta = \sqrt{\frac{\ln^2(0,01)}{\pi^2 + \ln^2(0,01)}} \approx 0,8261$$

mas, por segurança, eleva-se um pouco o coeficiente de amortecimento, tal que $\zeta := 0,9$, e, para um tempo de acomodação de 12 s, critério de $\pm 2\%$, tem-se que:

$$t_{2\%} \approx \frac{4}{\zeta \omega_n} \iff 12 \approx \frac{4}{0,9 \omega_n} \implies \omega_n = 0,370 \text{ rad/s}$$

de modo que o par de polos dominantes de MF desejado é:

$$p_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_d = -\zeta \omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \approx -0,3 \pm j0,1614$$

3.4.6 Sistema em MA

Como detalhado na [Subseção 3.2.3](#), devido às sete marchas do veículo, existem sete variações de modelo da planta. E como descrito no [Capítulo 2](#), o CC só pode ser ativado a partir de 40 km/h. Dessa forma, a ativação ocorre apenas a partir da segunda marcha, reduzindo para seis o número de modelos que precisam ser considerados.

Com base em [\(3.22\)](#), tem-se para a segunda marcha:

$$G_2(s) = \frac{27,9784747}{s(s + 0,7)} \quad (3.27)$$

e, com base em [\(3.26\)](#), tem-se o controlador PI correspondente:

$$C_2(s) = k_P + \frac{k_I}{s} = \frac{k_P s + k_I}{s} = \frac{k_2(s + z_2)}{s} \quad (3.28)$$

de modo que a FT do ramo direto ou de Malha Aberta (MA), considerado o uso da lei de controle auxiliar FL descrita na [Subseção 3.4.1](#), se torna:

$$L_2(s) = C_2(s) G_2(s) = \frac{27,9784747 k_2 (s + z_2)}{s^2 (s + 0,7)} \quad (3.29)$$

Naturalmente, o raciocínio estabelecido para obter [\(3.27\)–\(3.29\)](#) pode ser estendido para contemplar todas as demais marchas.

3.4.7 Aplicação do MLR

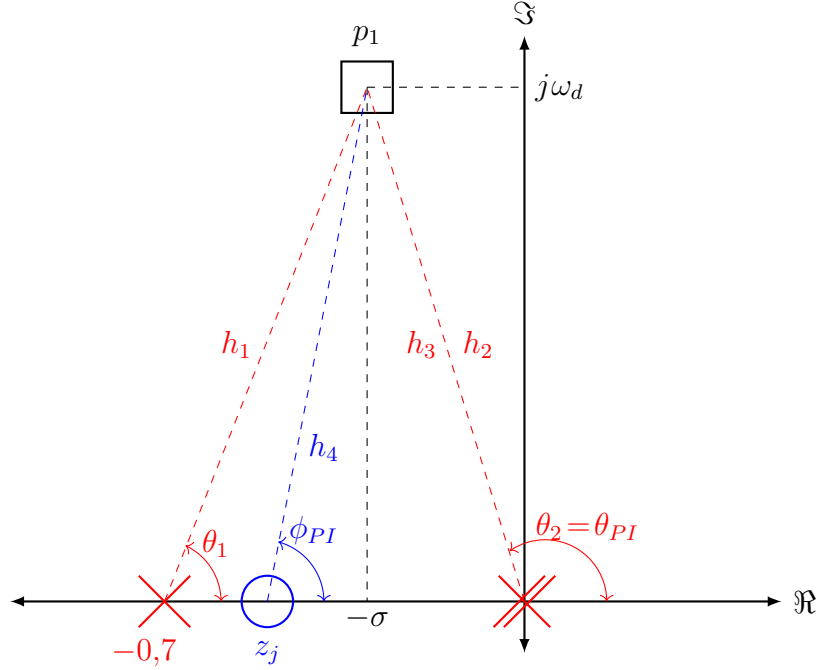
Nesta subseção, o par de ganhos do controlador PI correspondente a cada marcha é determinado com base na aplicação do Método do Lugar das Raízes (MLR).

A partir do formato encontrado em [\(3.29\)](#), infere-se que a FT do ramo direto pode sempre ser escrita na forma:

$$1 + k'_j L'_j(s) = 1 + k'_j \left(\frac{s + z_j}{s^2 (s + 0,7)} \right) = 0, \quad (3.30)$$

que é a forma exigida para a aplicação do MLR ([Castrucci et al., 2018](#); [Dorf & Bishop, 2018](#); [Franklin et al., 2009](#)), onde $k'_j := (\mu k_m \tau_m / m) k_j = (0,02087945 \mu) k_j$ e $2 \leq j \leq 7$

Figura 14 – Aplicação do MLR para determinação dos ganhos do controlador PI.



Fonte: Autor (2025).

(vide [Subseção 3.2.3](#) e [Subseção 3.4.6](#)). Por exemplo, para $j = 2$, tem-se que: $z_j = z_2$, $k_j = k_2$ e $k'_j = k'_2 = 27,9784747 k_2$, tal qual ocorre em [\(3.29\)](#).

A partir da aplicação do MLR montada na [Figura 14](#), determina-se os ganhos do controlador, tal que:

- Critério de módulo:

$$k'_j \left(\frac{h_4}{h_1 h_2 h_3} \right) = (0,02087945 \mu) k_j \left(\frac{h_4}{h_1 h_2 h_3} \right) = 1 \quad \Rightarrow \quad k_j = \frac{h_1 h_2 h_3}{0,02087945 \mu h_4}$$

- Critério de fase:

$$\begin{aligned} \sum \angle \text{zeros de } L'_j(s) - \sum \angle \text{polos de } L'_j(s) &= \pm 180^\circ \\ \phi_{PI} - \theta_{PI} - \theta_2 - \theta_1 &= \pm 180^\circ \quad \Rightarrow \quad \phi_{PI} = \theta_1 + \theta_2 + \theta_{PI} \pm 180^\circ \\ &\Rightarrow \quad z_j = \omega_d / \tan(\phi_{PI}) - \sigma \end{aligned}$$

- Ganhos do controlador PI (vide [\(3.26\)](#) e [\(3.28\)](#)):

$$k_P = k_j \quad \text{e} \quad k_I = k_j z_j \quad (3.31)$$

A [Tabela 4](#) apresenta os ganhos do controlador PI, bem como as FTs, determinados para cada marcha. Sempre que o carro atinge uma velocidade de troca de marcha, o modelo é alterado para o correspondente à nova marcha, assim como o controlador PI ou, mais especificamente, os ganhos do controlador PI são alterados correspondentemente.

Todos os controladores PI sintonizados pelo MLR conseguem posicionar o par de polos de MF supostamente dominantes exatamente onde desejado (vide [Subseção 3.4.5](#)).

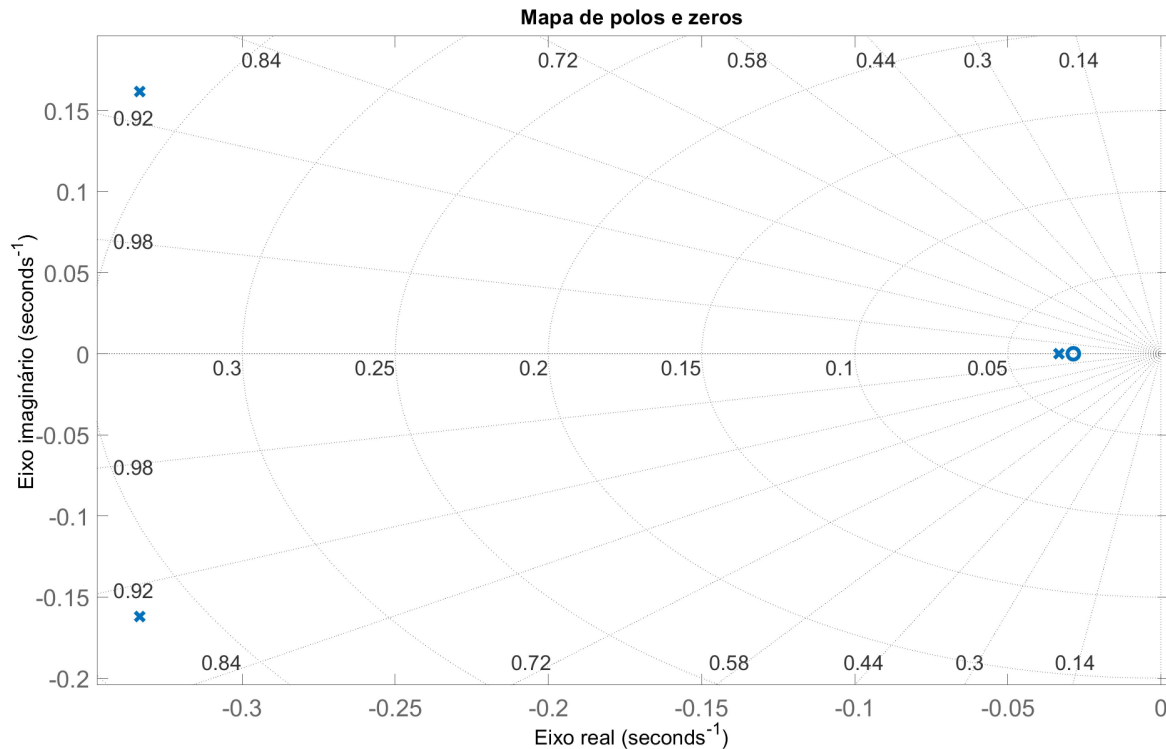
Tabela 4 – Ganhos do controlador PI determinados para cada marcha.

Marcha	k_P	k_I	$G_j(s)$
2 ^a	$5,70 \times 10^{-3}$	$1,63 \times 10^{-4}$	$G_2(s) = \frac{27,9784747}{s(s+0,7)}$ (vide (3.27))
3 ^a	$7,41 \times 10^{-3}$	$2,13 \times 10^{-4}$	$G_3(s) = \frac{21,5058425}{s(s+0,7)}$
4 ^a	$8,68 \times 10^{-3}$	$2,49 \times 10^{-4}$	$G_4(s) = \frac{18,3739237}{s(s+0,7)}$
5 ^a	$1,02 \times 10^{-2}$	$2,92 \times 10^{-4}$	$G_5(s) = \frac{15,6595940}{s(s+0,7)}$
6 ^a	$1,27 \times 10^{-2}$	$3,65 \times 10^{-4}$	$G_6(s) = \frac{12,5276752}{s(s+0,7)}$
7 ^a	$1,70 \times 10^{-2}$	$4,87 \times 10^{-4}$	$G_7(s) = \frac{9,3957564}{s(s+0,7)}$

Fonte: Autor (2025).

No entanto, há um polo e um zero adicionais, sempre localizados próximos à origem, como a Figura 15 mostra para o caso da segunda marcha (vide Subseção 3.4.6). Esse par polo/zero extra assume papel importante na dinâmica do sistema em MF, impactando negativamente na resposta aos distúrbios. Assim, apesar do sucesso obtido na sintonia dos controladores, eles não satisfazem plenamente as especificações de desempenho. Portanto, torna-se necessário um novo projeto, ou a aplicação de mais um compensador que possa cancelar a influência desse par polo/zero indesejado, algo que não será feito neste trabalho.

Figura 15 – Mapa de polos e zeros do sistema em MF.



Fonte: Autor (2025).

3.4.8 Algoritmo *Twiddle*

Por se tratar de um sistema não linear, a sintonia dos controladores pode se tornar uma tarefa desafiadora, já que não é possível determinar diretamente os polos do sistema. Nesse contexto, para sintonizar o controlador frequentemente recorre-se a métodos como de tentativa e erro, o que demanda tempo e não garante resultados satisfatórios. Assim, o uso de métodos computacionais baseados em simulações surge como uma abordagem eficiente para otimizar o desempenho do sistema em MF ([Åström & Wittenmark, 2006](#); [Saraiva, 2011](#)).

O algoritmo *Twiddle* replica o processo de tentativa e erro que um ser humano realizaria na busca pelos ganhos (sub)ótimos do controlador ([Thoma, 2014](#); [Thrun et al., 2006](#)). A estratégia consiste em ajustar iterativamente os ganhos, avaliando o desempenho do sistema em MF a cada iteração.

O procedimento pode ser descrito pelas seguintes características:

1. **Inicialização:** Define-se um vetor de parâmetros iniciais: $\mathbf{par} = [par_1, par_2, \dots, par_n]$ e um vetor de variações: $\Delta\mathbf{par} = [\Delta par_1, \Delta par_2, \dots, \Delta par_n]$. Calcula-se o erro inicial $erro_{melhor}$ associado à configuração inicial de parâmetros.
2. **Critério de parada:** O laço de otimização continua enquanto a função de custo não possuir um resultado menor que um limiar de precisão definido.
3. **Ajuste de parâmetros:** Para cada parâmetro par_i , o seguinte processo é realizado:
 - a) Incrementa-se o parâmetro: $par_i = par_i + \Delta par_i$;
 - b) Recalcula-se o erro. Se o erro diminuir, o ajuste é mantido e Δpar_i é aumentado: $\Delta par_i = \Delta par_i (1 + \varepsilon)$;
 - c) Caso contrário, o parâmetro é ajustado na direção oposta: $par_i = par_i - 2\Delta par_i$, e o erro é recalculado;
 - d) Se o erro diminuir, o ajuste é aceito e Δpar_i também é aumentado;
 - e) Se nenhuma das mudanças reduzir o erro, o parâmetro retorna ao valor original e Δpar_i é reduzido: $\Delta par_i = \Delta par_i (1 - \varepsilon)$.
4. **Convergência:** A execução do algoritmo termina quando a função de custo resultar menor que o limiar definido ou quando o número máximo permitido de iterações for atingido. A principal vantagem do algoritmo é a simplicidade. Entretanto, sua desvantagem é que não há garantia de convergência.

Buscou-se então sintonizar o controlador PI com o auxílio do algoritmo *Twiddle*, de forma a satisfazer as especificações de desempenho apresentadas na [Subseção 3.4.3](#). Para tanto, a função de custo do processo de otimização levou em consideração as seguintes especificações de desempenho: i) máximo sobressinal inferior a 1%; ii) tempo de acomodação inferior a 12 segundos; iii) abertura da válvula do acelerador inferior a 0,8 (80%); e iv) erro nulo de regime permanente. Além disso, a fim de assegurar a estabilidade da MF, a função de

custo levou em consideração também a condição $\tau_m k_P > k_I$, justificada na [Seção 3.5](#).

O resultado foi o controlador PI:

$$C(s) = C_{Twiddle}(s) = 0,16 + \frac{0,04}{s} = \frac{0,16s + 0,04}{s} \quad (3.32)$$

único para todas as marchas do veículo. Este resultado, ou seja, uma única sintonia, é mais satisfatório do que os resultados obtidos na [Subseção 3.4.7](#) e, por isso, foi preferido.

3.5 Prova de estabilidade

A partir de [\(3.16\)–\(3.20\)](#) e [\(3.26\)](#), obtém-se as seguintes equações de estados:

$$\begin{cases} \dot{v} = -\left(\frac{\rho C_d A_f}{2m}\right)|v|v + \left(\frac{\mu k_m}{m}\right)f_m - g \sin(\theta) \\ \dot{f}_m = -\tau_m f_m + \tau_m a \end{cases} \quad (3.33)$$

as ações de controle u_{FL} e u_{PI} , e as seguintes relações entre os sinais de erro:

$$\begin{cases} e := v_r - v \implies \dot{e} = de/dt = -\dot{v}, \quad \text{uma vez que } v_r \text{ é constante} \\ e_I := \int_0^t e(\tau) d\tau + e(0) \implies \dot{e}_I = de_I/dt = e \end{cases} \quad (3.34)$$

de modo que, após realizadas as devidas substituições de variáveis e manipulações algébricas, resulta o seguinte sistema de controle em MF:

$$\begin{cases} \dot{f}_m = -\tau_m f_m + \left(\frac{\tau_m \rho C_d A_f}{2\mu k_m}\right)|v|v - (\tau_m k_P) v + (\tau_m k_I) e_I + (\tau_m k_P) v_r \\ \dot{v} = +\left(\frac{\mu k_m}{m}\right)f_m - \left(\frac{\rho C_d A_f}{2m}\right)|v|v - g \sin(\theta) \\ \dot{e}_I = -v + v_r \end{cases} \quad (3.35)$$

Pode-se escrever [\(3.35\)](#) na seguinte forma vetorial-matricial:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}(\mathbf{z}) \mathbf{z} + \mathbf{B}_r v_r - \mathbf{g}(\theta) = [\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2(\mathbf{z})] \mathbf{z} + \mathbf{B}_r v_r - \mathbf{g}(\theta) \quad (3.36)$$

onde os vetores de estados e de distúrbio devido à inclinação da via são, respectivamente:

$$\mathbf{z}^T = [f_m \quad v \quad e_I]^T \quad \text{e} \quad \mathbf{g}^T(\theta) = [0 \quad g \sin(\theta) \quad 0]^T, \quad (3.37)$$

este último ligeiramente modificado em relação a [\(3.15\)](#), e a matriz de estados é:

$$\mathbf{A}(\mathbf{z}) = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} -\tau_m & \left(\frac{\tau_m \rho C_d A_f}{2\mu k_m}\right)|v| - \tau_m k_P & \tau_m k_I \\ \frac{\mu k_m}{m} & -\left(\frac{\rho C_d A_f}{2m}\right)|v| & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

onde

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\tau_m & -\tau_m k_P & \tau_m k_I \\ \frac{\mu k_m}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

e

$$\mathbf{A}_2(\mathbf{z}) = \mathbf{A}_2(v) = \begin{bmatrix} 0 & \left(\frac{\tau_m \rho C_d A_f}{2 \mu k_m}\right)|v| & 0 \\ 0 & -\left(\frac{\rho C_d A_f}{2 m}\right)|v| & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\tau_m \rho C_d A_f}{2 \mu k_m} & 0 \\ 0 & -\left(\frac{\rho C_d A_f}{2 m}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} |v| = \mathbf{A}_2 |v| \quad (3.40)$$

e, por fim, a matriz constante de entrada de referência é:

$$\mathbf{B}_r^T = [\tau_m k_P \quad 0 \quad 1]^T. \quad (3.41)$$

O sistema (3.36) é não linear e não autônomo, porém uma análise atenta das matrizes em (3.38)–(3.40), permite interpretá-lo sob o ponto de vista de um sistema linear perturbado (Slotine & Li, 2005; Khalil, 2002).

A matriz \mathbf{A}_1 é formada apenas pelos elementos constantes de $\mathbf{A}(\mathbf{z})$, e seus autovalores podem ser determinados da seguinte forma:

$$\det(s \mathbf{I}_3 - \mathbf{A}_1) = s^3 + \tau_m s^2 + \left(\frac{\mu k_m \tau_m k_P}{m}\right)s + \left(\frac{\mu k_m \tau_m k_I}{m}\right) = 0 \quad (3.42)$$

onde \mathbf{I}_3 representa a matriz identidade de ordem 3. Nenhum dos coeficientes da equação característica (3.42) é nulo e todos eles possuem o mesmo sinal algébrico, uma condição necessária, mas não suficiente, para que a matriz \mathbf{A}_1 seja Hurwitz (Castrucci et al., 2018; Dorf & Bishop, 2018; Franklin et al., 2009).

A aplicação do critério de estabilidade de Routh-Hurwitz:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & \frac{\mu k_m \tau_m k_P}{m} \\ s^2 & \tau_m & \frac{\mu k_m \tau_m k_I}{m} \\ \hline s^1 & \alpha_1 & 0 \\ s^0 & \frac{\mu k_m \tau_m k_I}{m} & \end{array}$$

onde o coeficiente α_1 vale:

$$\alpha_1 = -\left(\frac{1}{\tau_m}\right) \left| \begin{array}{cc} 1 & \frac{\mu k_m \tau_m k_P}{m} \\ \tau_m & \frac{\mu k_m \tau_m k_I}{m} \end{array} \right| = \left(\frac{k_m}{m \tau_m}\right) (\tau_m k_P - k_I)$$

indica que:

$$\alpha_1 > 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \tau_m k_P > k_I \quad (3.43)$$

para que a matriz \mathbf{A}_1 seja Hurwitz, pois, respeitada a condição de sintonia do controlador PI estabelecida em (3.43), não haverá troca de sinal algébrico na primeira coluna da matriz

de Routh ([Castrucci et al., 2018](#); [Dorf & Bishop, 2018](#); [Franklin et al., 2009](#)). Vide também as informações apresentadas na [Subsubseção 2.2.1.1](#).

Assumindo que \mathbf{A}_1 é Hurwitz, então $\exists \mathbf{P}_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid \mathbf{P}_1^T = \mathbf{P}_1 > 0$, solução única da equação de Lyapunov ([Slotine & Li, 2005](#); [Khalil, 2002](#)):

$$\mathbf{A}_1^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_1 = -\mathbf{Q}_1 \quad (3.44)$$

onde $\mathbf{Q}_1^T = \mathbf{Q}_1 := \text{diag}(1, 1, \eta)$, em que $\eta \in \mathbb{R} \mid 0 < \eta < 1$ é uma constante cujo valor pode ser definido arbitrariamente, de modo que a matriz \mathbf{Q}_1 seja simétrica e definida positiva.

Como a matriz \mathbf{P}_1 é simétrica e definida positiva, então consequentemente $\lambda_{\min}\{\mathbf{P}_1\}$, $\lambda_{\max}\{\mathbf{P}_1\} \in \mathbb{R} \mid 0 < \lambda_{\min}\{\mathbf{P}_1\} \leq \lambda_{\max}\{\mathbf{P}_1\}$, onde $\lambda_{\min}\{\mathbf{P}_1\}$ e $\lambda_{\max}\{\mathbf{P}_1\}$ representam o mínimo e o máximo autovalores de \mathbf{P}_1 , respectivamente.

Definindo a Função de Lyapunov Candidata (FLC):

$$V(t, \mathbf{z}) := (1 + \exp(-t)) \mathbf{z}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{z} \quad (3.45)$$

e definindo o par de funções contínuas em \mathbb{R}^3 e definidas positivas:

$$W_1(\mathbf{z}) = 2 \lambda_{\max}\{\mathbf{P}_1\} \|\mathbf{z}\|_2^2 \quad \text{e} \quad W_2(\mathbf{z}) = \lambda_{\min}\{\mathbf{P}_1\} \|\mathbf{z}\|_2^2,$$

tal que:

$$W_2(\mathbf{z}) \leq V(t, \mathbf{z}) \leq W_1(\mathbf{z})$$

pode-se concluir que a FLC em (3.45) é positiva definida, radialmente ilimitada e decrescente ([Slotine & Li, 2005](#); [Khalil, 2002](#)).

A derivada da FLC ao longo da trajetória dos estados de $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}(\mathbf{z}) \mathbf{z}$ é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, \mathbf{z}) &= \frac{\partial V(t, \mathbf{z})}{\partial t} + \frac{\partial V(t, \mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{A}(\mathbf{z}) \mathbf{z} \\ &= -\exp(-t) \mathbf{z}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{z} + (1 + \exp(-t)) \dot{\mathbf{z}}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{z} + (1 + \exp(-t)) \mathbf{z}^T \mathbf{P}_1 \dot{\mathbf{z}} \\ &\leq (1 + \exp(-t)) \left[\mathbf{z}^T \mathbf{A}^T(\mathbf{z}) \mathbf{P}_1 \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{A}(\mathbf{z}) \mathbf{z} \right] \\ &= (1 + \exp(-t)) \left[\mathbf{z}^T \left[\mathbf{A}_1^T + \mathbf{A}_2^T(\mathbf{z}) \right] \mathbf{P}_1 \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{P}_1 \left[\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2(\mathbf{z}) \right] \mathbf{z} \right] \\ &= (1 + \exp(-t)) \left[\mathbf{z}^T \mathbf{A}_1^T \mathbf{P}_1 \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{A}_2^T(\mathbf{z}) \mathbf{P}_1 \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_1 \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_2(\mathbf{z}) \mathbf{z} \right] \\ &= (1 + \exp(-t)) \left[\mathbf{z}^T \left(\mathbf{A}_1^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_1 \right) \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \left(\mathbf{A}_2^T(\mathbf{z}) \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_2(\mathbf{z}) \right) \mathbf{z} \right] \\ &= (1 + \exp(-t)) \left[-\mathbf{z}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{Q}_2(\mathbf{z}) \mathbf{z} \right] \end{aligned} \quad (3.46)$$

conclui-se a esta altura que $\dot{V}(t, \mathbf{z}) < 0$, $\forall t \geq 0$, $\forall \mathbf{z} \in \mathbb{R}^3 \setminus (0, 0, 0)$, se e somente se o termo sempre positivo $\mathbf{z}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{z}$ domina (3.46), isto é, se e somente se o módulo do termo $\mathbf{z}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{z}$ é sempre maior que o módulo do termo $\mathbf{z}^T \mathbf{Q}_2(\mathbf{z}) \mathbf{z}$, cujo sinal algébrico é indefinido, onde $\mathbf{Q}_2(\mathbf{z}) = \mathbf{A}_2^T(\mathbf{z}) \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_2(\mathbf{z}) = (\mathbf{A}_2^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_2) |v| = \mathbf{Q}_2 |v|$. Vide detalhes em (3.40).

Prosseguindo com a análise a partir de (3.46), obtém-se:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t, \mathbf{z}) &\leq (1 + \exp(-t)) \left[-\lambda_{\min}\{\mathbf{Q}_1\} \|\mathbf{z}\|_2^2 + \lambda_{\max}\{\mathbf{Q}_2(\mathbf{z})\} \|\mathbf{z}\|_2^2 \right] \\
&= (1 + \exp(-t)) \left[-\lambda_{\min}\{\mathbf{Q}_1\} \|\mathbf{z}\|_2^2 + \lambda_{\max}\{\mathbf{Q}_2\} |v| \|\mathbf{z}\|_2^2 \right] \\
&= -(1 + \exp(-t)) \left[\lambda_{\min}\{\mathbf{Q}_1\} - \lambda_{\max}\{\mathbf{A}_2^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_2\} |v| \right] \|\mathbf{z}\|_2^2 \\
&\leq -(1 + \exp(-t)) \left[\lambda_{\min}\{\mathbf{Q}_1\} - \lambda_{\max}\{\mathbf{Q}_2\} v_{\max} \right] \|\mathbf{z}\|_2^2 \\
&= -(1 + \exp(-t)) \delta \|\mathbf{z}\|_2^2 \\
&\leq -\delta \|\mathbf{z}\|_2^2 < 0,
\end{aligned}$$

$\forall t \geq 0, \forall \mathbf{z} \in \mathbb{R}^3 \setminus (0, 0, 0)$, exigindo, conservadoramente, que $\lambda_{\min}\{\mathbf{Q}_1\} > \lambda_{\max}\{\mathbf{Q}_2\} v_{\max}$, onde v_{\max} corresponde à máxima velocidade de cada marcha (vide Tabela 3) e $\delta \in \mathbb{R} \mid \delta := \lambda_{\min}\{\mathbf{Q}_1\} - \lambda_{\max}\{\mathbf{Q}_2\} v_{\max} > 0$.

Portanto, i) se a sintonia do controlador PI respeita a condição estabelecida em (3.43) para que \mathbf{A}_1 seja Hurwitz; ii) se, em posse da matriz \mathbf{A}_1 , obtém-se a matriz \mathbf{P}_1 através da equação de Lyapunov e, a partir de \mathbf{P}_1 , define-se a FLC positiva definida, radialmente ilimitada e decrescente declarada em (3.45); e iii) se o valor de η em (3.44) é tal que o módulo do termo $\mathbf{z}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{z}$ resulta maior que o do termo $\mathbf{z}^T \mathbf{Q}_2(\mathbf{z}) \mathbf{z}$ em (3.46) e, consequentemente, a derivada da FLC ao longo da trajetória dos estados do sistema $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}(\mathbf{z}) \mathbf{z}$ é negativa definida, então a origem do \mathbb{R}^3 , único ponto de equilíbrio de $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}(\mathbf{z}) \mathbf{z}$, é localmente estável, mas não globalmente estável, porque $v_{\max} < \infty$, isto é, v_{\max} deve ser finita.

Mais particularmente, as condições descritas ao longo desta seção, quais sejam objetivamente a existência das constantes reais positivas $k_1 := \lambda_{\min}\{\mathbf{P}_1\}$, $k_2 := 2 \lambda_{\max}\{\mathbf{P}_1\}$ e $k_3 := \delta$, bem como do expoente real positivo $a := 2$, satisfazem todas as condições do teorema 4.10 enunciado em Khalil (2002, p. 154), o que permite concluir que a origem do \mathbb{R}^3 é Localmente Exponencialmente Estável (LEE).

Apenas a título de informação, para a sintonia do controlador PI aplicada em (3.32), obtida por meio do algoritmo *Twiddle*, que respeita a condição estabelecida em (3.43), e para $\eta := \sqrt{2}/2$, resultam os valores indicados na Tabela 5. A matriz \mathbf{P}_1 correspondente a cada marcha foi determinada com o auxílio da função `lyap` do MATLAB®.

Uma consequência fundamental dos resultados apresentados nesta seção é que, segundo se pode inferir com base em (3.34), $e \rightarrow 0$ (exponencialmente) à medida que o tempo cresce e $\mathbf{z} \rightarrow \mathbf{0}$ (exponencialmente). Isto implica que $v \rightarrow v_r$ (exponencialmente) à medida que o tempo cresce, mesmo com a presença de um distúrbio persistente devido à inclinação da via.

Outra consequência muito importante dos resultados apresentados acima é a robustez da estratégia de controle utilizada, uma vez que, dadas a sintonia do controlador PI

Tabela 5 – Exemplos de valores das constantes k_1 , k_2 e k_3 .

Marcha	$v_{\text{máx}}$ [km/h]	$\lambda_{\text{máx}}\{\mathbf{Q}_2\}$	$\lambda_{\text{mín}}\{\mathbf{Q}_1\}$	k_1	k_2	k_3
2 ^a	70	$1,30 \times 10^{-5}$	$\sqrt{2}/2$	0,9466	1146,92	0,7062
3 ^a	100	$1,48 \times 10^{-5}$	$\sqrt{2}/2$	0,9270	963,71	0,7056
4 ^a	130	$1,62 \times 10^{-5}$	$\sqrt{2}/2$	0,9127	875,13	0,7050
5 ^a	160	$1,79 \times 10^{-5}$	$\sqrt{2}/2$	0,8962	798,42	0,7042
6 ^a	200	$2,09 \times 10^{-5}$	$\sqrt{2}/2$	0,8703	710,05	0,7029
7 ^a	250	$2,60 \times 10^{-5}$	$\sqrt{2}/2$	0,8337	622,01	0,7006

Fonte: Autor (2025).

aplicada em (3.32) e a escolha $\eta := \sqrt{2}/2$, pode-se notar que $\delta \approx \eta$ na última coluna da Tabela 5, o que implica que $\lambda_{\text{máx}}\{\mathbf{Q}_2\} |v| \leq \lambda_{\text{máx}}\{\mathbf{Q}_2\} v_{\text{máx}} \ll \lambda_{\text{mín}}\{\mathbf{Q}_1\}$, assegurando margens confortáveis de estabilidade da MF para cada marcha do veículo que é engrenada, e sustentando a possibilidade de interpretar $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}(\mathbf{z}) \mathbf{z}$ como um sistema linear perturbado.

4 Resultados e discussão

4.1 Introdução

Como apresentado no [Capítulo 3](#), dois métodos de sintonia foram utilizados para projetar o controlador PI aplicado ao sistema de CC. O primeiro método baseia-se em técnicas analíticas para sistemas LITs. Esse método permite uma abordagem sistemática e direta, garantindo um desempenho previsível e alinhado as especificações de projeto para sistemas LITs. O segundo método é computacional, empregando uma abordagem empírica baseada em tentativa e erro. Esse procedimento explora a resposta do sistema em MF para diferentes combinações de ganhos, buscando otimizar a resposta transitória, enquanto assegura a anulação do erro em regime permanente.

Neste capítulo, serão apresentados e analisados os resultados obtidos com ambos os métodos de sintonia, destacando as principais diferenças entre as abordagens, suas vantagens e desvantagens. Além disso, serão comparados critérios como tempo de acomodação, sobressinal, erro estacionário e robustez, a fim de avaliar qual técnica proporciona melhor desempenho para o sistema de CC.

4.2 Considerações iniciais sobre as simulações

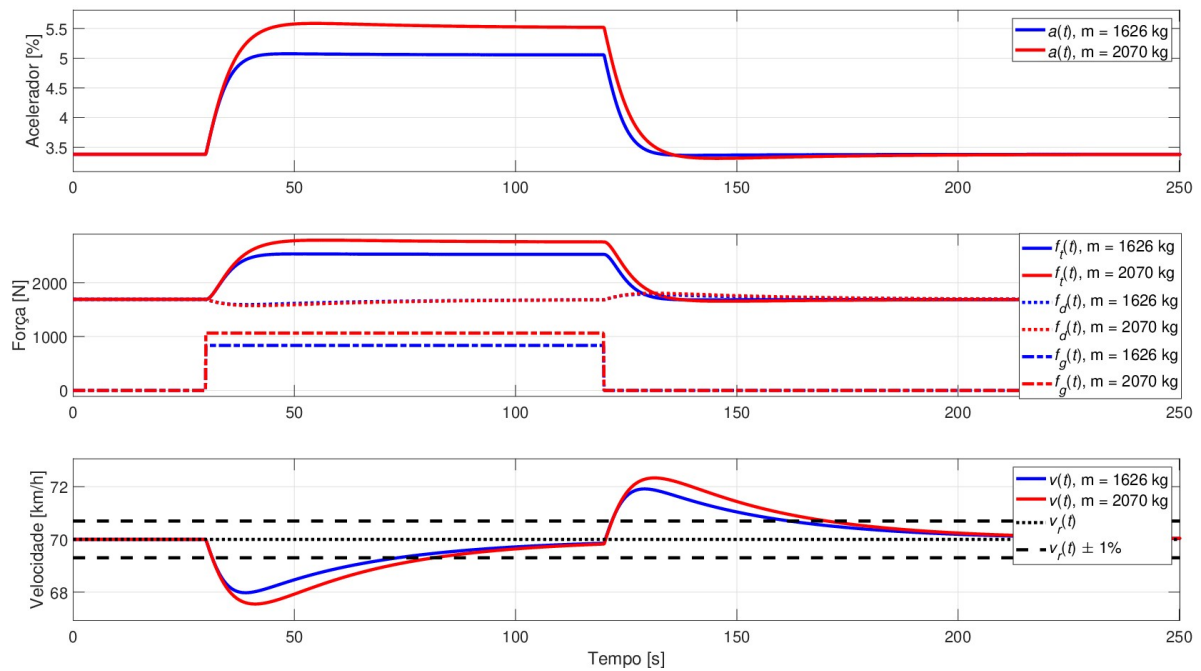
Simulações do CC foram realizadas para velocidades de referência de 70 km/h e 100 km/h, considerando duas condições de carga do veículo. A primeira condição corresponde ao veículo sem passageiros ou carga adicional, ou seja, apenas com sua massa de 1626 kg. Na segunda condição, foi considerada a presença de cinco passageiros de 70 kg cada e mais 94 kg no porta-malas, totalizando uma massa de 2070 kg. Essa configuração representa a capacidade máxima de carga útil do veículo (vide [Tabela 1](#)).

Além disso, foi adotada uma inclinação da via de 3° tanto para aclives quanto para declives, valor estabelecido como o limite máximo recomendado para rodovias de classe 0, as BRs ([Silveira, 2013](#)). Essa inclinação permite avaliar o desempenho do sistema de controle de cruzeiro em condições realistas de variação de terreno, simulando situações encontradas em rodovias brasileiras.

4.2.1 Simulações com o controlador PI sintonizado pelo MLR

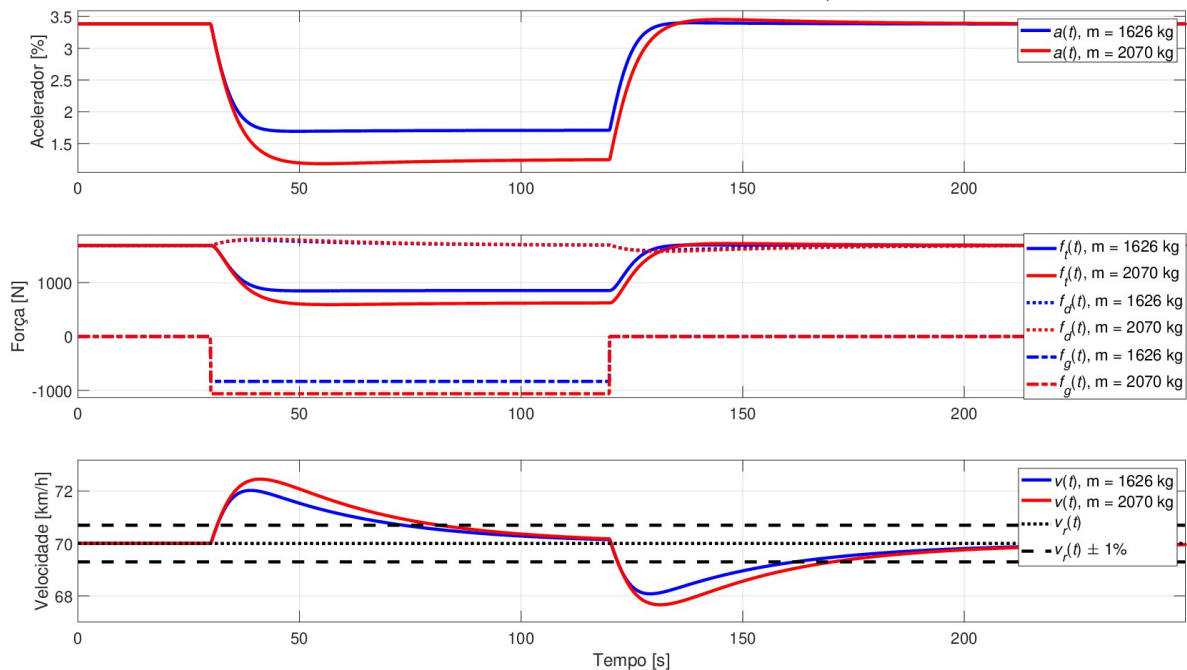
No cenário de aclive apresentado na [Figura 16](#), para a massa de 1626 kg, o tempo de acomodação foi de aproximadamente 22,69 segundos, enquanto o máximo sobressinal foi de cerca de 2,71%. Na condição de carga máxima, o tempo de acomodação aumentou para aproximadamente 31,83 segundos, com sobressinal percentual de cerca de 3,33%. Nesse caso, a variação máxima do acelerador foi maior, atingindo aproximadamente 5,55%.

Figura 16 – Simulação do sistema de CC a 70 km/h em um aclive.



Fonte: Autor (2025).

Figura 17 – Simulação do sistema de CC a 70 km/h em um declive.



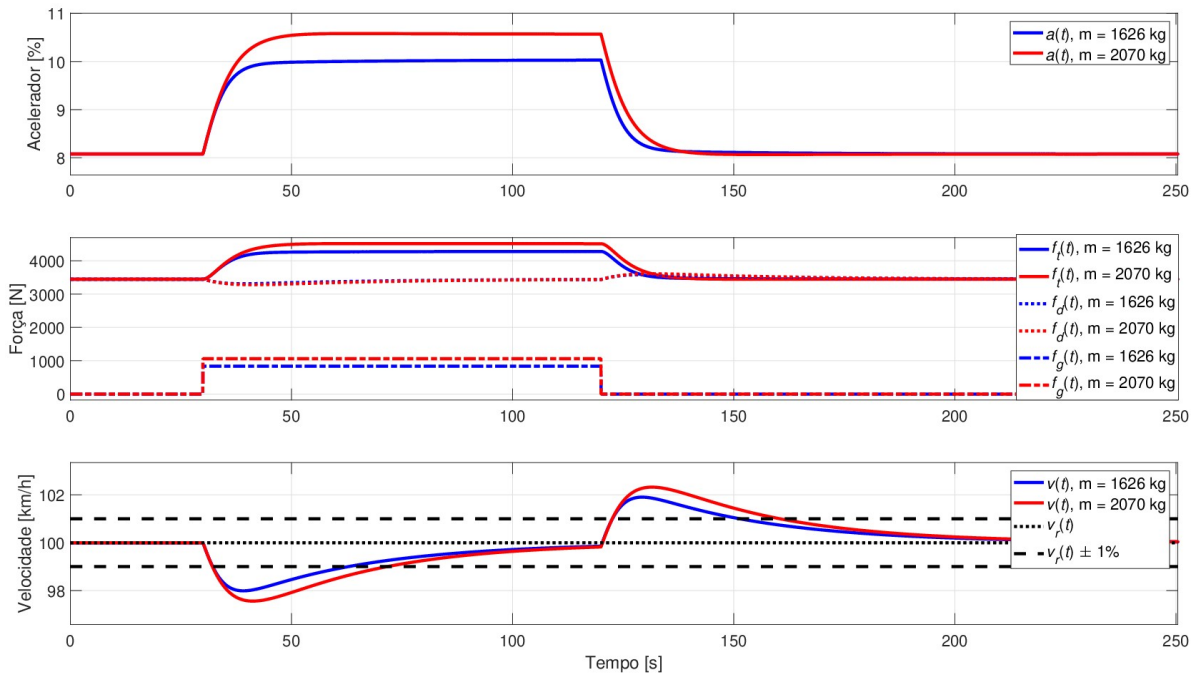
Fonte: Autor (2025).

No cenário de declive apresentado na Figura 17, para a massa de 1626 kg, o tempo de acomodação, considerando o critério de 2%, foi de cerca de 22,69 segundos e o sobressinal máximo de aproximadamente 2,89%. Com o acréscimo de carga, o tempo de acomodação foi afetado, aumentando para cerca de 31,83 segundos, assim como o sobressinal máximo, que aumentou para aproximadamente 3,5%. Além disso, a variação máxima do acelerador

foi de cerca de 3,45%.

No cenário de aclave com velocidade desejada de 100 km/h, apresentado pela [Figura 18](#), os resultados seguiram o comportamento mostrado na [Figura 16](#). Para a massa de 1626 kg, foi obtido um tempo de acomodação de 10,05 segundos aproximadamente. Na condição de carga máxima, o tempo de acomodação aumentou para cerca de 21,34 segundos. Nesse caso, a variação máxima do acelerador foi maior, atingindo por volta de 10,02%. Além disso, os valores de sobressinal percentual foram de 1,9% aproximadamente, para a massa de 1626 kg, e de 2,3% aproximadamente, para a condição de carga máxima.

Figura 18 – Simulação do sistema de CC a 100 km/h em um aclave.

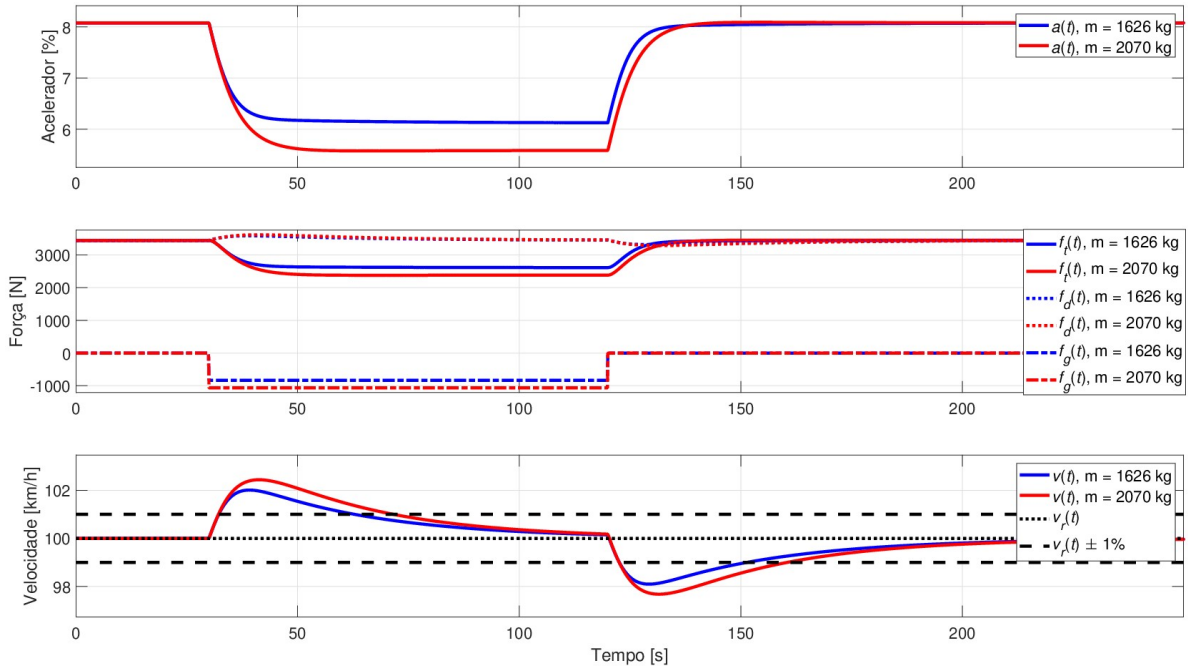


Fonte: Autor (2025).

No cenário de declive apresentado na [Figura 19](#), para a massa de 1626 kg, o tempo de acomodação, considerando o critério de 2%, foi de 0 segundos, ou seja, sempre se manteve dentro de 2% da velocidade de referência. Com o acréscimo de carga, o tempo de acomodação foi afetado, aumentando para aproximadamente 20,81 segundos. Além disso, a variação máxima do acelerador foi de cerca de 8,78%. Os valores de sobressinal percentual foram de 2%, para a massa de 1626 kg, e 2,4%, para a condição de carga máxima, aproximadamente.

Em resumo, as simulações realizadas para o sistema de CC com os controladores sintonizados através do MLR revelaram que eles não atenderam as especificações de desempenho definidas para o sistema. Além de apresentarem sobressinal superior a 1%, conforme observado nas balizas de $\pm 1\%$ incluídas nas [Figuras 16–19](#), os tempos de acomodação também foram elevados, ficando aquém do desempenho desejado.

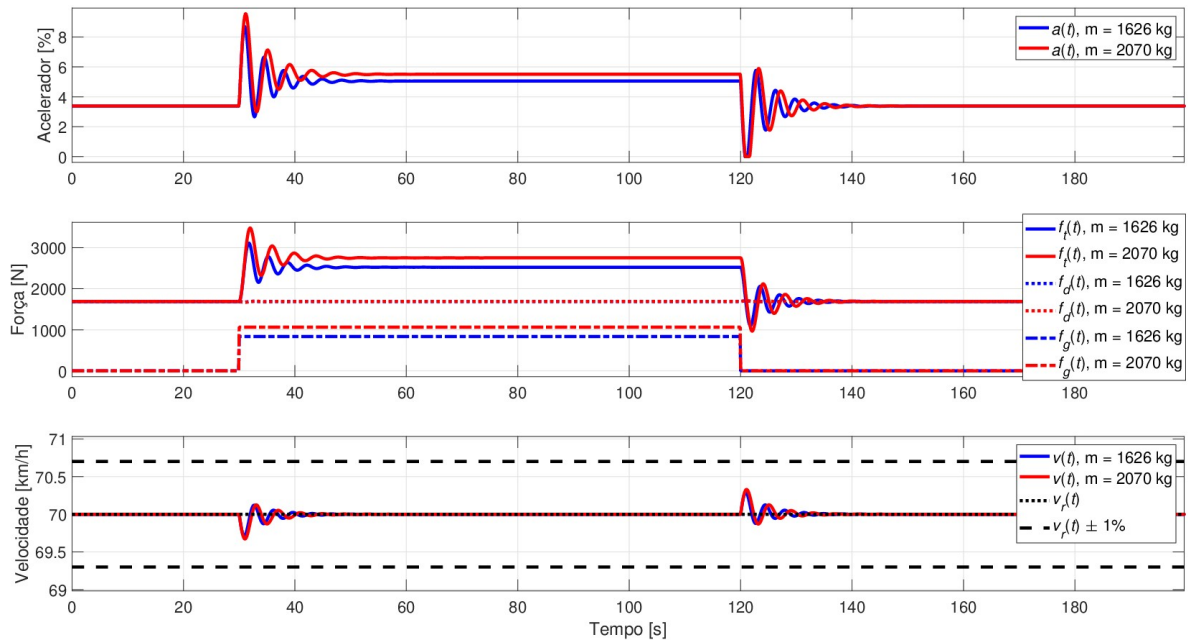
Figura 19 – Simulação do sistema de CC a 100 km/h em um declive.



Fonte: Autor (2025).

4.2.2 Simulações com o controlador PI sintonizado pelo *Twiddle*

Figura 20 – Simulação do sistema de CC a 70 km/h em um aclave.

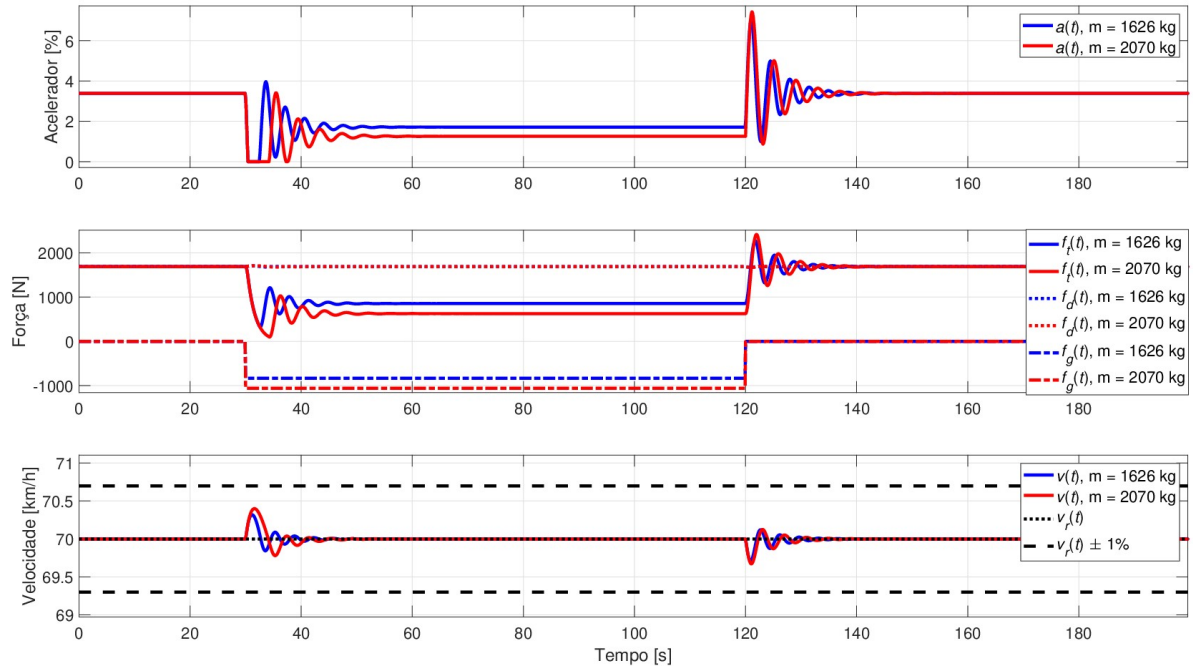


Fonte: Autor (2025).

No cenário de aclave com velocidade desejada de velocidade em 70 km/h, apresentado na Figura 20, os resultados seguiram um comportamento semelhante ao caso anterior. Para as massas de 1626 kg e 2070 kg, o tempo de acomodação pelo critério de 2% foi sempre atendido e, além disso, mantendo-se dentro das balizas de $\pm 1\%$ da

velocidade de referência, atendendo também o requisito de desempenho definido na [Seção 3.4.5](#). A variação máxima do acelerador nesse cenário foi de cerca de 9,51%. Além disso, o sobressinal percentual foi de 0,41%, para 1626 kg, e de 0,47% para 2070 kg.

Figura 21 – Simulação do sistema de CC a 70 km/h em um declive.



Fonte: Autor (2025).

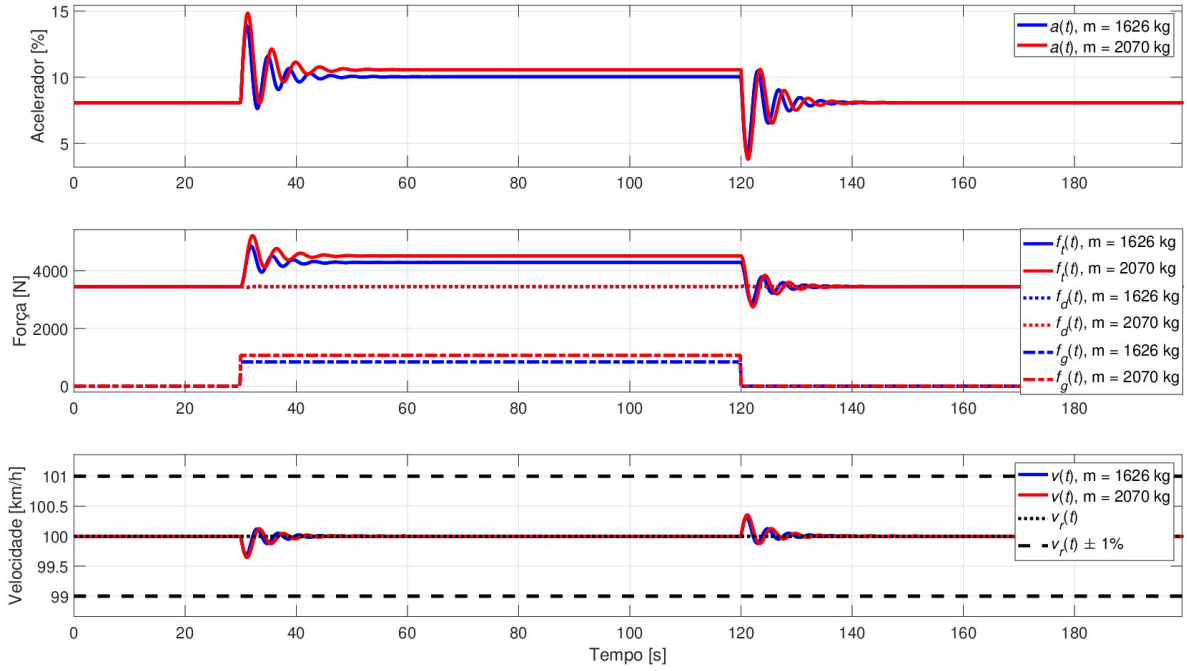
No cenário de declive apresentado na [Figura 21](#), o comportamento também permaneceu dentro dos limites esperados, mantendo-se dentro das balizas de $\pm 1\%$ da velocidade de referência. O sobressinal percentual foi de aproximadamente 0,46%, para 1626 kg, enquanto foi de cerca de 0,54% para 2070 kg. A variação máxima do acelerador nesse caso foi por volta de 7,02%.

No cenário de aclave com referência de velocidade em 100 km/h, apresentado na [Figura 22](#), os resultados seguiram um comportamento semelhante ao caso anterior. Para as massas de 1626 kg e 2070 kg, o tempo de acomodação pelo critério de 2% foi sempre atendido e, além disso, mantendo-se dentro das balizas de $\pm 1\%$ da velocidade de referência, atendendo também o requisito de desempenho definido na [Seção 3.4.5](#). A variação máxima do acelerador nesse cenário foi de cerca de 14,7%. Além disso, o sobressinal percentual foi de aproximadamente 0,3%, para 1626 kg, bem como de cerca de 0,4% para 2070 kg.

No cenário de declive apresentado na [Figura 23](#), o comportamento também permaneceu dentro dos limites esperados, mantendo-se dentro das balizas de $\pm 1\%$ da velocidade de referência. O sobressinal percentual foi de aproximadamente 0,3%, para 1626 kg, e de 0,4% para 2070 kg. A variação máxima do acelerador nesse caso foi de cerca de 12,35%.

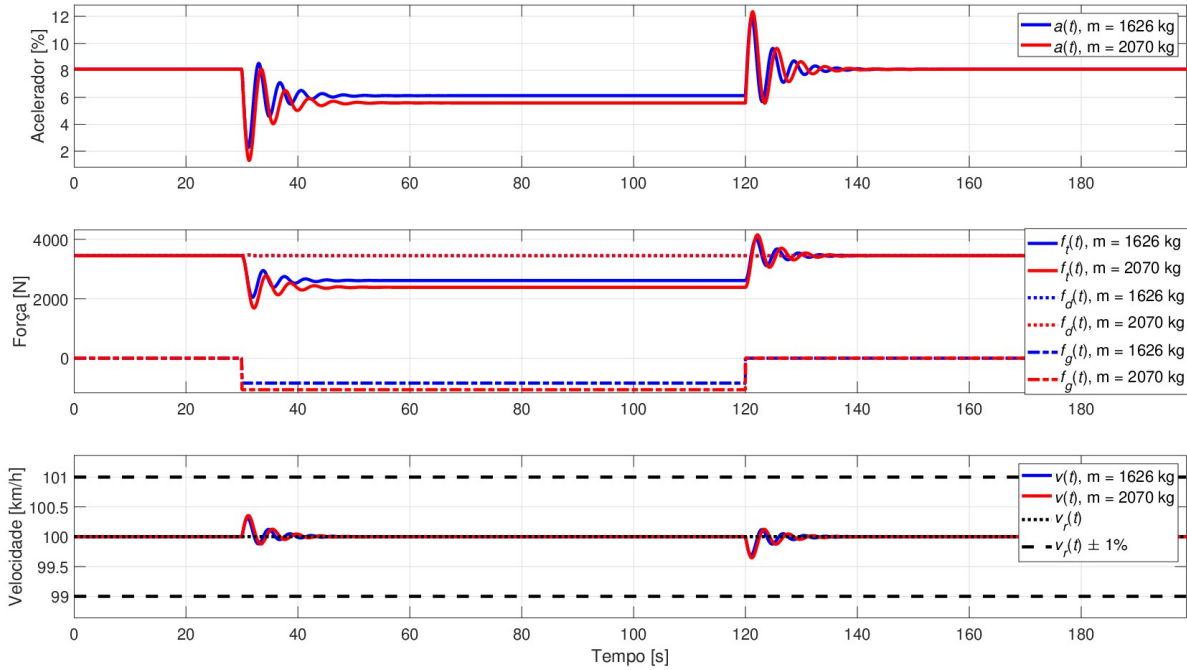
Diferentemente dos controladores sintonizados através do MLR, os controladores sintonizados através do algoritmo *Twiddle* conseguiram atender as especificações de

Figura 22 – Simulação do sistema de CC a 100 km/h em um active.



Fonte: Autor (2025).

Figura 23 – Simulação do sistema de CC a 100 km/h em um declive.



Fonte: Autor (2025).

desempenho. A velocidade permaneceu dentro da margem de $\pm 1\%$ da velocidade de referência em todas as simulações, garantindo que o motorista permanecesse sempre dentro do limite de 1% da velocidade que estabeleceu.

5 Conclusão

5.1 Conclusões

Projetar um sistema de controle é uma tarefa complexa que envolve mais do que apenas a síntese de um controlador. É necessário compreender o funcionamento da planta a controlar, realizar uma modelagem suficientemente precisa para representá-la matematicamente, definir especificações de desempenho realistas para o sistema em MF e analisar de forma crítica os resultados obtidos através de simulações computacionais e/ou ensaios práticos.

No contexto deste trabalho, foram apresentados os conceitos fundamentais do CC, desde sua invenção por Ralph R. Teetor, até suas modernas aplicações nos sistemas de ACC e de CACC, que contribuem significativamente para a autonomia e segurança dos veículos no trânsito.

Foi desenvolvido um modelo dinâmico simplificado para o Mercedes-Benz E350 Coupé V6, considerando os seguintes três pontos principais: i) a dinâmica longitudinal do veículo, incluindo explicitamente o distúrbio provocado pela inclinação da via; ii) o MCI; e iii) a transmissão. Apesar i) da discretização da dinâmica da transmissão, ii) das aproximações para uma resposta linear no modelo do MCI e iii) da não consideração de algumas forças de menor relevância na dinâmica longitudinal do veículo, consideradas genericamente como distúrbios apenas, o modelo mostrou-se capaz de representar satisfatoriamente a dinâmica longitudinal do veículo. Os resultados obtidos mostraram uma resposta semelhante à dinâmica real, i) atingindo a aceleração de 0 a 100 km/h dentro do tempo especificado no manual do proprietário e ii) alcançando a velocidade máxima de 250 km/h. Além disso, foi possível realizar com sucesso as trocas de marchas no *sprint* em MA.

O trabalho envolveu a sintonia de seis controladores PI utilizando o MLR e de um controlador PI por meio do algoritmo *Twiddle*. Além disso, foi empregada a técnica de FL, essencial para a aplicação do MLR, uma vez que este requer o conhecimento de uma FT da planta, além de ter sido importante para a sintonia do controlador PI pelo algoritmo *Twiddle*. Embora os controladores sintonizados pelo MLR tenham sido capazes de posicionar corretamente os polos de MF desejados do sistema linearizado, eles não satisfizeram as especificações de desempenho quando aplicados diretamente ao sistema não linear. Em contrapartida, o controlador sintonizado pelo *Twiddle* apresentou um desempenho superior, atendendo satisfatoriamente as especificações de desempenho. O controle manteve a velocidade do veículo dentro das margens de $\pm 1\%$ da velocidade de referência, com tempos de acomodação sempre inferiores a 12 segundos. Desta forma, o controlador PI sintonizado com o auxílio do algoritmo *Twiddle* foi identificado como a solução mais eficaz para o sistema de CC no presente trabalho.

Outro ponto relevante é a oscilação, talvez excessiva, na força de tração, causada pela sintonia agressiva do controlador PI sintonizado com o auxílio do algoritmo *Twiddle*. Esse tipo de oscilação pode comprometer o conforto na direção do veículo, pois o torque excessivo aplicado repentinamente às rodas pode resultar na perda de aderência dos pneus à pista — causar “patinação”, como se diz coloquialmente. No entanto, esse fenômeno só ocorreria diante de uma variação abrupta na carga do sistema, algo que não acontece naturalmente. Quando o veículo encontra uma inclinação na via, a mudança na angulação ocorre de forma gradual, e não instantânea como os degraus aplicados nas simulações computacionais realizadas. Assim, na prática, esse tipo de oscilação não se manifestaria.

Finalmente, uma prova de estabilidade do sistema de controle em MF foi apresentada para o caso do controlador PI sintonizado com o auxílio do algoritmo *Twiddle*. O sistema em MF resultou LEE, confirmando aquilo que os resultados simulados indicaram, ou seja, que o sistema de controle é estável e satisfaz os critérios de desempenho estabelecidos.

5.2 Trabalhos futuros

Uma melhoria possível para o sistema de CC apresentado neste trabalho é desenvolver controladores não lineares empregando técnicas tais como a de modos deslizantes — *sliding mode* —, entre outras, que é uma técnica robusta e muito útil para sistemas cujos distúrbios são difíceis de serem modelados e imprevisíveis. Além disso, destaca-se a possibilidade de realizar um *upgrade* no sistema de CC para um sistema de ACC, tornando o veículo cada vez mais próximo de tornar-se um veículo totalmente autônomo. O modelo adotado para descrever a dinâmica do veículo não captura toda a complexidade de um carro real. Assim, uma importante melhoria para o sistema de CC seria o desenvolvimento de um modelo mais realista, com ênfase na representação do MCI e do sistema de transmissão.

REFERÊNCIAS

- L. A. Aguirre. *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas: teoria e aplicação*. Editora UFMG, Belo Horizonte, MG, 4a ed., 2015.
- E. Alterman. Mercedes-Benz E350 Coupé, julho de 2010. Disponível em: <https://www.caranddriver.com/reviews/a15129942/mercedes-benz-e-class-review-2010-mercedes-e350-coupe-test/>. Acesso em: 22/03/2025.
- K. J. Åström & B. Wittenmark. *Computer-controlled systems: theory and design*. Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, EUA, 2a ed., 1997.
- K. J. Åström & B. Wittenmark. *Advanced PID control*. The Instrumentation, Systems and Automation Society (ISA), 2006.
- F. M. Barbosa. *Desenvolvimento de uma metodologia para avaliação objetiva dos parâmetros do sistema de direção elétrica a partir da avaliação subjetiva do piloto em um simulador de dinâmica veicular*. Tese de doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), 2022.
- I. Bober. *What is cruise control and how does it work?* Practical Motoring, Austrália, 2016. Disponível em: <https://practicalmotoring.com.au/car-advice/what-is-cruise-control-how-does-it-work/>. Acesso em: 22/03/2025.
- Carros na web. Mercedes-Benz E350 Coupé 3.5 V6 (2010), janeiro de 2001. Revisado em abril de 2024. Disponível em: <https://www.carrosnaweb.com.br/fichadetalhe.asp?token=dfa10c8fe5bd7e1272e1ac60afe7ac20&codigo=14057>. Acesso em: 22/03/2025.
- P. B. d. L. Castrucci, A. Bittar, & R. M. Sales. *Controle automático*. LTC Editora Ltda., Rio de Janeiro, RJ, 2a ed., 2018.
- R. H. Cunha. *Modelagem e análise da dinâmica longitudinal de veículos automotivos*. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, 1998.
- R. C. Dorf & R. H. Bishop. *Sistemas de controle modernos*. LTC Editora Ltda., Rio de Janeiro, RJ, 13a ed., 2018.
- B. Duarte, J. Barreto, & P. Amaral. *Análise de dinâmica veicular do protótipo baja SAE*. Tese de doutorado, CEFET/RJ, 2016.
- G. F. Franklin, J. D. Powell, & A. Emami-Naeini. *Feedback control of dynamic systems*. Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, EUA, 6a ed., 2009.
- H. K. Khalil. *Nonlinear systems*. Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, EUA, 3a ed., 2002.
- S. Kim. *Design of the adaptive cruise control systems: an optimal control approach*. Tese de doutorado, University of California, Berkeley, 2012.
- Mercedes Assistance. Motor M272: solução para todos os problemas, julho de 2024. Disponível em: https://en-mercedesassistance-com.translate.goog/m272-engine-mercedes-maintenance-tips/?_x_tr_sl=en&_x_tr_tl=pt&_x_tr_hl=pt&_x_tr_pto=tc. Acesso em: 22/03/2025.

- Mercedes-Benz. *Operating cruise control or the variable limiter*, 2024. Disponível em: <https://www.mercedes-benz.com.do/en/services/manuals/eqs-sedan-2024-03-v297-mbox/cruise-control-and-limiter/operating-cruise-control-or-the-variable-limiter/>. Acesso em: 22/03/2025.
- K. Nice. How fuel injector systems work, janeiro de 2001a. Revisado em abril de 2024. Disponível em: <https://auto.howstuffworks.com/fuel-injection.htm>. Acesso em: 22/03/2025.
- K. Nice. How cruise control systems work, janeiro de 2001b. Revisado em fevereiro de 2021. Disponível em: <https://auto.howstuffworks.com/cruise-control.htm>. Acesso em: 22/03/2025.
- H. Niemeier. *Hillsdale alumnus inventor of cruise control*. Hillsdale College – The Collegian, Hillsdale, Michigan, 2016.
- N. S. Nise. *Engenharia de sistemas de controle*. LTC Editora Ltda., Rio de Janeiro, RJ, 7a ed., 2017.
- K. Ogata. *Modern control engineering*. Prentice Hall, 2010.
- Rostra Accessories. How does electronic cruise control work?, 2024. Disponível em: <https://www.rostra.com/how-does-electronic-cruise-control-work.php>. Acesso em: 22/03/2025.
- M. P. Salvo & P. C. Grande. O raio-x das forças físicas que atuam sobre o carro em curvas, 2017. Disponível em: <https://quatorrodas.abril.com.br/auto-servico/o-raio-x-das-forcas-fisicas-que-atuam-sobre-o-carro-em-curvas>. Acesso em: 22/03/2025.
- F. Saraiva. *Métodos de sintonia em controladores PID*. Tese de doutorado, UNISALLE, 2011.
- D. Sears. *The sightless visionary who invented cruise control*. Smithsonian, United States, 2018. Disponível em: <https://www.smithsonianmag.com/innovation/sightless-visionary-who-invented-cruise-control-180968418/>. Acesso em: 22/03/2025.
- R. A. Serway & J. W. Jewett, Jr. *Physics for scientists and engineers with modern physics*. Thomson Learning, Inc., Belmont, EUA, 7a ed., 2008.
- F. L. Silveira. Por que a inclinação máxima nas BRs não deve exceder 3 graus?, 2013. Disponível em: <https://cref.if.ufrgs.br/?contact-pergunta=por-que-a-inclinacao-maxima-nas-brs-nao-deve-exceder-3-graus>. Acesso em: 22/03/2025.
- J.-J. E. Slotine & W. Li. *Applied nonlinear control*. Pearson Education Taiwan Ltd., Taipei, Taiwan, 2005.
- D. Sreepriya & S. Krishnan. Vehicle dynamics and drive control for adaptive cruise vehicles. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, 2017.
- R. R. Teetor. Speed control device for resisting operation of the accelerator, 1950. Disponível em: <https://patents.google.com/patent/US2519859A/en>. Acesso em: 22/03/2025.

M. Thoma. The Twiddle algorithm, 2014. Disponível em: <https://martin-thoma.com/twiddle/>. Acesso em: 22/03/2025.

S. Thrun, W. Burgard, & D. Fox. *Probabilistic robotics*. MIT Press, Cambridge, EUA, 2006.

D. Valadão. A modelagem dinâmica longitudinal de veículos articulados, 2022. Disponível em: https://www.trabalhosgratuitos.com/Exatas/Engenharia/A-MODELAGEM-DIN%C3%82MICA-LONGITUDINAL-DE-VE%C3%8DCULOS-ARTICULADOS-1737768.html?utm_source=chatgpt.com. Acesso em: 22/03/2025.

I. Verpraet. *The history of adaptive cruise control*. Autonomous vehicle international, 2018. Disponível em: <https://www.autonomousvehicleinternational.com/features/adas-3.html>. Acesso em: 22/03/2025.

X-engineer. Why do we need gears, 2025a. Disponível em: <https://x-engineer.org/need-gears/>. Acesso em: 22/03/2025.

X-engineer. How an internal combustion engine works, 2025b. Disponível em: <https://x-engineer.org/internal-combustion-engine/>. Acesso em: 22/03/2025.