

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
FACULDADE DE ECONOMIA**

**HENRIQUE DA PENHA DUARTE**

**OCORRÊNCIA E DURAÇÃO DE BOLHAS ESPECULATIVAS NO PREÇO DO  
BITCOIN DURANTE O HALVING**

**JUIZ DE FORA  
2026**

**HENRIQUE DA PENHA DUARTE**

**OCORRÊNCIA E DURAÇÃO DE BOLHAS ESPECULATIVOS NO PREÇO DO  
BITCOIN DURANTE O HALVING**

Monografia apresentada pelo acadêmico Henrique da Penha Duarte ao curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Sidney Martins Caetano

Juiz de Fora  
2026

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração  
automática da Biblioteca Universitária da UFJF,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

da Penha Duarte , Henrique .  
OCORRÊNCIA E DURAÇÃO DE BOLHAS ESPECULATIVOS NO  
PREÇO DO BITCOIN DURANTE O HALVING / Henrique da Penha  
Duarte . -- 2026.  
30 f.

Orientador: Sidney Martins Caetano  
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade  
Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Economia, 2026.

1. Bitcoin. 2. Halving . 3. Bolhas especulativas. I. Martins Caetano  
, Sidney , orient. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
REITORIA - FACECON - Depto. de Economia

**FACULDADE DE ECONOMIA / UFJF**

**ATA DE APROVAÇÃO DE MONOGRAFIA II (MONO B)**

NA DATA DE 21/01/2026, A BANCA EXAMINADORA, COMPOSTA PELOS PROFESSORES  
1 - SIDNEY MARTINS CAETANO - ORIENTADOR; E

2 - PAULO CÉSAR COIMBRA LISBÔA.

REUNIU-SE PARA AVALIAR A MONOGRAFIA DO ACADÊMICO **HENRIQUE DA PENHA DUARTE**, INTITULADA: **OCORRÊNCIA E DURAÇÃO DE BOLHAS ESPECULATIVOS NO PREÇO DO BITCOIN DURANTE O HALVING**. APÓS PRIMEIRA AVALIAÇÃO, RESOLVEU A BANCA SUGERIR ALTERAÇÕES AO TEXTO APRESENTADO, CONFORME RELATÓRIO SINTETIZADO PELO ORIENTADOR. A BANCA, DELEGANDO AO ORIENTADOR A OBSERVÂNCIA DAS ALTERAÇÕES PROPOSTAS, RESOLVEU **APROVAR** A REFERIDA MONOGRAFIA.

ASSINATURA ELETRÔNICA DOS PROFESSORES AVALIADORES



Documento assinado eletronicamente por **Sidney Martins Caetano, Professor(a)**, em 23/01/2026, às 11:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Paulo César Coimbra Lisbôa, Professor(a)**, em 25/01/2026, às 19:05, conforme horário oficial de Brasilia, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2838697** e o código CRC **9A71390E**.

Referência: Processo nº 23071.902822/2026-36

SEI nº 2838697

## **RESUMO**

Este trabalho investiga a ocorrência e a duração de bolhas especulativas no preço do Bitcoin ao longo do período compreendido entre 2014 e 2025, com especial atenção ao papel desempenhado pelos eventos de *halving* como choques previsíveis de oferta. Partindo da caracterização do Bitcoin como um ativo financeiro descentralizado, marcado por escassez programada e elevada volatilidade, o estudo insere-se na literatura sobre exuberância especulativa e ciclos de preços em mercados financeiros não convencionais. A metodologia empírica baseia-se na aplicação dos testes de raiz unitária de cauda direita SADF e GSADF, conforme propostos por Phillips, Shi e Yu, implementados por meio do pacote exuber no software R, com valores críticos obtidos via simulação de Monte Carlo.

## **ABSTRACT**

This study investigates the occurrence and duration of speculative bubbles in Bitcoin prices over the period from 2014 to 2025, with particular emphasis on the role played by halving events as predictable supply shocks. By characterizing Bitcoin as a decentralized financial asset marked by programmed scarcity and high volatility, the analysis is situated within the literature on speculative exuberance and price cycles in non-traditional financial markets. The empirical methodology is based on the application of right-tailed unit root tests, namely SADF and GSADF, as proposed by Phillips, Shi, and Yu, implemented using the *exuber* package in the R software environment, with critical values obtained through Monte Carlo simulations.

## **SUMÁRIO**

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>8</b>
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>12</b>
<b>3 METODOLOGIA EMPÍRICA.....</b>	<b>14</b>
<b>4 RESULTADOS.....</b>	<b>17</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>26</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>29</b>

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Preço de Fechamento do Bitcoin.....	17
Figura 2 - Evolução do preço de fechamento diário do Bitcoin (BTC-USD), 2014–2025.....	18
Figura - 3 Testes ADF, SAF e GSADF.....	19
Figura 4 – Dez episódios explosivos mais longos no preço do Bitcoin:.....	21
Figura 5 – Ocorrência de episódios explosivos no entorno dos eventos de halving:..	22
Figura 6 – Principais episódios explosivos identificados pelo teste GSADF:.....	23
Figura 7 – Frequência e duração anual dos episódios explosivos no preço do Bitcoin:.....	24

## 1 INTRODUÇÃO

Criado no contexto da crise financeira internacional de 2008, o Bitcoin surge como uma proposta alternativa ao sistema monetário contemporâneo, caracterizado pela centralização da emissão monetária, pela intermediação financeira e pela forte atuação dos bancos centrais. Sua concepção está diretamente associada a uma crítica estrutural às moedas fiduciárias e aos mecanismos institucionais de política monetária, especialmente no que se refere à expansão da base monetária. Ao operar de forma descentralizada, por meio de um protocolo criptográfico e de um sistema distribuído de validação de transações, o Bitcoin se posiciona fora do escopo tradicional de regulação estatal, propondo um arranjo monetário no qual a confiança não é depositada em instituições, mas em regras algorítmicas verificáveis. Nesse sentido, o Bitcoin não deve ser compreendido apenas como um novo meio de pagamento ou ativo de investimento, mas como uma resposta institucional e ideológica ao modelo monetário vigente, incorporando uma crítica explícita ao papel dos bancos centrais e às fragilidades do sistema financeiro global contemporâneo (Graf, Konrad S, 2013).

Em oposição ao regime inflacionário das moedas fiduciárias, caracterizado pela expansão da moeda pelas autoridades monetárias, elemento estrutural do sistema financeiro contemporâneo (Stiglitz, 2013), o Bitcoin estrutura-se sobre um pressuposto de oferta monetária exógena e limitada. A trajetória de emissão é definida por regras algorítmicas, destacando-se o *halving*, mecanismo que reduz sistematicamente a recompensa dos mineradores a cada 210 mil blocos, impondo uma taxa decrescente de criação monetária e assegurando a escassez programada do ativo.

A crítica ao sistema financeiro tradicional está presente desde o bloco gênese do blockchain do Bitcoin, conhecido como Genesis Block. Nesse bloco, Satoshi Nakamoto, o pseudônimo utilizado pelo criador da moeda, incluiu uma referência à manchete do jornal *The Times* de 3 de janeiro de 2009: “Chancellor on brink of second bailout for banks” (“Chanceler à beira de um segundo resgate aos bancos”). Essa mensagem é uma alusão às medidas adotadas pelas autoridades monetárias durante a crise financeira de 2008, como os resgates bancários e a expansão da base monetária. Com essa crítica já na sua criação, Nakamoto deixa evidente o propósito do Bitcoin de oferecer uma alternativa descentralizada ao sistema financeiro tradicional, livre da influência de governos e instituições centralizadas.

Diferentemente das moedas fiduciárias, que dependem da confiança em uma autoridade central, o Bitcoin opera em uma rede peer-to-peer, onde as transações são validadas por consenso entre os participantes. Essa estrutura elimina a necessidade de um terceiro fiduciário, como bancos ou governos, e estabelece um sistema monetário baseado em regras algorítmicas imutáveis, em vez de decisões políticas ou econômicas centralizadas.

Nesse novo sistema, o halving é um mecanismo projetado para controlar a inflação e promover a escassez da criptomoeda. Ocorrendo a cada mineração de 210 mil blocos, onde esse evento reduz pela metade a recompensa recebida pelos mineradores. Essa característica é fundamental para a natureza descentralizada e anti-inflacionária do Bitcoin, uma vez que limita a oferta de novas moedas em circulação. Enquanto os bancos centrais buscam evitar a deflação e manter o poder de compra das moedas fiduciárias, o Bitcoin se beneficia de sua programação algorítmica, que garante uma emissão controlada e previsível.

A emissão de moedas fiduciárias, tradicionalmente realizada por meio da impressão de papel-moeda, contrasta com a política monetária do Bitcoin. Utilizando de um poder computacional para resolver problemas matemáticos complexos, os mineradores realizam o processo conhecido como proof-of-work (prova de trabalho) para validar as movimentações ocorridas na rede. Esse processo não apenas valida as transações na rede, mas também assegura a segurança e a integridade do sistema, reforçando a confiança na criptomoeda.

Para além de seus objetivos teóricos e contrários à atuação centralizada, o Bitcoin se tornou um grande mercado de investimentos. É o principal ativo digital do planeta, além de inspirar a criação de novas moedas digitais, ele teve uma capitalização que superou US\$1.2 trilhão em 2024, consolidando-se como o principal ativo digital do mundo (COINMARKET, 2024). Eventos como a aprovação de ETFs nos EUA e a adoção legal em El Salvador destacam sua crescente relevância, mesmo com volatilidade em seu preço se mostrando um desafio (REUTERS, 2024).

Apesar do crescimento do Bitcoin, sua dinâmica de preços durante o halving permanece pouco explorada. A percepção generalizada de que tais eventos desencadeiam grandes valorizações levanta hipóteses de bolhas especulativas, fenômenos que, se confirmados, exigem análise rigorosa para a orientação de investidores e reguladores.

A formação de bolhas especulativas no preço do Bitcoin está frequentemente associada a períodos de elevada volatilidade e de expectativas crescentes de valorização. Nessas fases, observa-se a entrada de novos investidores motivados pela busca de retornos elevados, sendo o *halving* comumente percebido como um evento capaz de reforçar a dinâmica de alta nos preços da criptomoeda. No entanto, ainda não está claro se essa percepção se traduz em bolhas mais intensas e duradouras durante os períodos de halving.

A presente monografia busca compreender melhor a dinâmica do mercado de criptomoedas, especialmente em relação aos eventos de halving, que são um evento intrínseco e único do Bitcoin. Além disso, a identificação de bolhas especulativas e sua relação com o halving pode se tornar uma ferramenta para investidores, reguladores e pesquisadores, ajudando a mitigar riscos e a promover um mercado mais estável. Para tanto, utiliza-se métodos de detecção de bolhas, como os testes SADF e GSADF, propostos por Phillips et al. (2015).

Esta pesquisa tem como objetivo analisar a dinâmica de crescimento do preço do Bitcoin ao longo do período recente, com ênfase na identificação de padrões recorrentes de valorização acelerada e elevada volatilidade, buscando compreender como eventos estruturais do protocolo, em especial os halvings, se inserem na trajetória de longo prazo do ativo.

Buscando identificar e datar empiricamente episódios de exuberância especulativa no preço do Bitcoin por meio da aplicação dos testes econométricos SADF e GSADF, bem como analisar a duração, a recorrência e a intensidade dessas bolhas ao longo do tempo. Adicionalmente, pretende-se investigar se tais episódios se tornam mais frequentes ou mais persistentes em janelas temporais associadas aos eventos de halving, avaliando o papel desses choques previsíveis de oferta como catalisadores de comportamentos explosivos. Por fim, o trabalho busca contribuir para a compreensão da dinâmica especulativa do Bitcoin, oferecendo subsídios analíticos para investidores e pesquisadores quanto aos riscos associados à associação automática entre halving, crescimento de preços e expectativas de valorização contínua.

Os resultado obtidos por meio dos testes SADF e GSADF indicam evidências robustas de múltiplos episódios de comportamento estatisticamente explosivo no preço do Bitcoin ao longo do período analisado. As estatísticas dos testes superaram os valores críticos convencionais, levando à rejeição da hipótese nula de

ausência de exuberância especulativa. A datação dos episódios revela heterogeneidade significativa quanto à duração das bolhas, coexistindo eventos de curta duração com ciclos prolongados de valorização. Observa-se que os episódios mais persistentes concentram-se nos períodos de 2017–2018 e 2020–2021. Além disso, verifica-se que janelas temporais próximas aos eventos de *halving* apresentam maior incidência de regimes explosivos. Esses resultados sugerem que choques previsíveis de oferta atuam como catalisadores relevantes da dinâmica especulativa do Bitcoin.

Conclui-se que o mercado do Bitcoin apresenta uma dinâmica recorrente de exuberância especulativa, associada à sua estrutura institucional, à escassez programada e à forte influência de altas expectativas de mercado. Os eventos de *halving* desempenham papel relevante na intensificação desses movimentos, embora não sejam determinantes exclusivos da formação de bolhas. A aplicação dos testes SADF e GSADF mostrou-se adequada para identificar e datar regimes explosivos em mercados altamente voláteis. Por fim, ressalta-se que os resultados devem ser interpretados como instrumentos analíticos, e não como um mecanismo previsor de momento ideal de compra ou venda do ativo.

O Capítulo 2 realiza a revisão da literatura, abordando os fundamentos teóricos do Bitcoin, a noção de bolhas especulativas e as relação entre halving, dinâmica de preços e comportamento especulativo. O Capítulo 3 descreve a metodologia empírica, detalhando os testes SADF e GSADF, bem como os procedimentos de estimação, datação e obtenção de valores críticos por simulação de Monte Carlo, implementados por meio do pacote *exuber*. O Capítulo 4 apresenta e discute os resultados empíricos, com ênfase na identificação, duração e recorrência dos episódios de exuberância especulativa e sua associação com os eventos de halving. Por fim, o Capítulo 5 reúne as considerações finais, sintetizando os principais resultados do estudo, suas implicações e limitações, além de indicar possibilidades para pesquisas futuras.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

O Bitcoin, introduzido por Nakamoto (2008), surgiu como uma resposta crítica ao sistema financeiro tradicional, baseado em moedas fiduciárias e intermediários centralizados. Seu whitepaper, documento técnico que apresenta de forma sistemática os fundamentos conceituais, operacionais e institucionais de um projeto, propõe um sistema de dinheiro eletrônico puramente peer-to-peer, eliminando a necessidade de confiança em terceiros, como bancos ou governos, por meio de criptografia, prova de trabalho (proof-of-work) e uma rede descentralizada.

Nakamoto (2008) destaca que a criptomoeda combina privacidade com transparência, já que todas as transações são registradas no blockchain, atraindo tanto usuários que buscam autonomia financeira quanto investidores interessados em sua escassez programada. O sucesso do Bitcoin como pioneiro das criptomoedas está ligado à sua capacidade de operar sem autoridades centrais, resistindo a censuras e oferecendo um sistema monetário global e acessível.

Bolhas especulativas são caracterizadas por desvios sustentados dos preços em relação aos fundamentos econômicos, frequentemente impulsionados por comportamentos de manada e expectativas irrationais (Shiller, 2015). No contexto do Bitcoin, esse fenômeno é exacerbado pela ausência de um valor intrínseco claro e pela alta sensibilidade a ciclos de notícias e eventos programáticos, como o Halving (Cheah & Fry, 2015). Estudos clássicos, como os de Kindleberger (1978), destacam que bolhas geralmente terminam em colapsos abruptos — padrão observado no Bitcoin em crises como a de 2018, quando o preço caiu 80% após um pico histórico.

Conforme apresentado pelo BTG Pactual (2024), os três eventos anteriores de halving, ocorridos em 2012, 2016 e 2020, foram historicamente acompanhados por movimentos significativos de valorização da criptomoeda nos meses seguintes. Essa escassez crescente, combinada com fatores como maior atenção institucional e contexto macroeconômico favorável, contribui para a formação de altas expectativas entre os investidores, criando um ambiente propício para comportamentos especulativos de viés de alta no preço. Nesse sentido, o halving pode atuar como um catalisador de bolhas de preço, alimentadas pela narrativa de valorização garantida e influxo de capital especulativo, o que reforça a pertinência de analisá-lo como variável central na investigação da ocorrência e duração de bolhas no mercado do Bitcoin.

O halving do Bitcoin atua como um mecanismo central de sua política monetária, enfatizando seu papel na determinação da trajetória de oferta do ativo. De acordo com Huberman, Leshno e Moallemi (2021), o *halving* constitui um choque previsível e discreto na taxa de emissão da criptomoeda, reduzindo progressivamente a criação de novas unidades e alterando os incentivos econômicos dos mineradores. Esse mecanismo contribui para a previsibilidade da oferta monetária e para a consolidação da narrativa de escassez do Bitcoin, distinguindo-o de ativos financeiros tradicionais cuja oferta pode ser ajustada. Estudos nesse campo destacam que a estrutura algorítmica do *halving* é fundamental para compreender tanto a dinâmica de longo prazo do ativo quanto os ajustes de curto prazo no equilíbrio entre oferta, demanda e custos de mineração.

Corbet, Lucey e Yarovaya (2018) mostram que eventos específicos do ecossistema cripto, incluindo o *halving*, tendem a gerar respostas assimétricas nos preços, frequentemente associadas a períodos de valorização acelerada. De forma complementar, Makarov e Schoar (2020) indicam que choques previsíveis de oferta, mesmo quando amplamente antecipados, podem produzir efeitos significativos nos preços devido à heterogeneidade de expectativas e à fragmentação do mercado. Esses estudos reforçam a interpretação do *halving* como um fator relevante na formação de ciclos de alta e na intensificação de comportamentos especulativos no mercado do Bitcoin.

Baur, Hong e Lee (2018) argumentam que o Bitcoin apresenta características híbridas entre ativo especulativo e reserva de valor, tornando seu preço particularmente sensível a narrativas de escassez e a choques informacionais. Nesse contexto, a redução programada da taxa de emissão tende a ser incorporada às expectativas de mercado de forma não linear, ampliando o volume negociado e atraindo investidores menos experientes, fenômeno frequentemente associado a comportamentos de manada. A literatura sugere que essa combinação entre oferta decrescente, expectativas otimistas e influxo de novos participantes cria um ambiente propício à formação de regimes de exuberância especulativa, reforçando a necessidade de análises econométricas capazes de identificar e datar episódios de crescimento explosivo dos preços.

### 3 METODOLOGIA EMPÍRICA

Desenvolvido por Phillips, Wu e Yu (2011), o teste SADF é aplicado por meio de regressões recursivas com janela expansiva. A cada iteração, uma regressão ADF é estimada com amostras que começam no ponto inicial fixo ( $r_1 = 0$   $r_2 = 0$ ) e terminam em  $r_2$  que varia de  $r_0$  (tamanho mínimo da janela) até 1 (amostra completa).

A metodologia SADF (Supremum Augmented Dickey-Fuller), é projetada para detectar um único episódio de bolha especulativa. O teste opera estimando repetidamente a regressão ADF em subamostras da série temporal, utilizando uma janela de amostragem que se expande progressivamente.

**Equações do Teste SADF** No cerne das metodologias está a seguinte equação de regressão ADF:

$$\Delta y_t = \alpha(r_1, r_2) + \gamma(r_1, r_2) * y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \psi_j * \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Onde: \*  $y_t$  denota uma série temporal genérica. \*  $\Delta y_{t-j}$  são as primeiras diferenças defasadas da série, incluídas para acomodar a autocorrelação. \*  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$  são os resíduos Gaussianos. \*  $\alpha(r_1, r_2)$ ,  $\gamma(r_1, r_2)$  e  $\psi_j$  são os coeficientes de regressão.

Os subscritos  $r_1$  e  $r_2$  denotam frações do tamanho total da amostra T que especificam os pontos inicial e final de um subperíodo. A hipótese nula de interesse é a de uma raiz unitária,  $H_0: \gamma(r_1, r_2) = 0$ , contra a alternativa de comportamento explosivo em  $y_t$ ,  $H_1: \gamma(r_1, r_2) > 0$ . A estatística de teste ADF correspondente a esta nula é dada por:

$$ADF(r_1, r_2) = \hat{\gamma}(r_1, r_2) / SE(\hat{\gamma}(r_1, r_2)) \quad (2)$$

A estatística SADF é definida como o supremo desta sequência:

$$SADF(r_0) = \sup_{r_2 \in [r_0, 1]} ADF(0, r_2) \quad (3)$$

O GSADF estende o SADF ao permitir que tanto o ponto inicial  $r_1$  quanto o final  $r_2$  variem, cobrindo todas as subamostras possíveis. Isso confere maior poder ao teste para identificar múltiplas bolhas em uma mesma série. A estatística GSADF é o supremo de todas as estatísticas ADF calculadas nesse conjunto ampliado de janelas.

Este teste é mais robusto na detecção de múltiplos episódios de bolha e oferece maior flexibilidade nas larguras das janelas de regressão recursivas. Diferentemente do SADF, o GSADF permite que tanto o ponto inicial quanto o ponto

final da subamostra variem, cobrindo assim um número maior de subamostras possíveis.

A estatística GSADF é definida como o valor supremo das estatísticas ADF calculadas sobre todas as subamostras possíveis, dadas as restrições de tamanho mínimo da janela. A maior flexibilidade do GSADF confere-lhe um poder superior na identificação de múltiplos regimes de explosividade, o que é particularmente relevante para ativos financeiros que exibem vários ciclos de bolha e colapso, como o Bitcoin. Assim como o SADF, o GSADF também permite a datação dos períodos de exuberância, fornecendo um cronograma dos episódios de bolha detectados.

A estatística GSADF é formalmente definida como:

$$GSADF(r_0) = \sup_{\substack{r_2 \in [r_0, 1] \\ r_1 \in [0, r_2 - r_0]}} ADF(r_1, r_2) \quad (4)$$

Tanto o SADF quanto o GSADF permitem estimar as datas de início e fim de episódios explosivos. No caso do GSADF, utiliza-se a sequência de estatísticas BSADF (Backward SADF), comparando-a com valores críticos recursivos. As datas de origem ( $r^e$ ) e colapso ( $r^f$ ) são identificadas quando a estatística BSADF supera ou retorna abaixo do valor crítico, respectivamente.

A estatística BSADF é definida como:

$$BSADF(r_2, r_0) = \sup_{r_1 \in [0, r_2 - r_0]} ADF(r_1, r_2) \quad (5)$$

As datas de origem e término de uma bolha são identificadas da seguinte forma:

$$\hat{r}^e = \inf \{ r_2 \in [r_0, 1] : BSADF(r_2, r_0) > cv(\beta_2 T) \} \quad (6)$$

$$\hat{r}^f = \inf \{ r_2 \in [\hat{r}^e, 1] : BSADF(r_2, r_0) < cv(\beta_0 T) \} \quad (7)$$

O pacote *exuber*<sup>1</sup> para R, desenvolvido por Vasilopoulos et al. (2022), oferece uma implementação eficiente e unificada dos testes SADF e GSADF, tanto para dados univariados quanto para painel, além de procedimentos de datação de bolhas.

---

<sup>1</sup> VASILOPOULOS, Kostas; PAVLIDIS, Efthymios; MARTÍNEZ-GARCÍA, Enrique; SPAVOUND, Simon. *exuber: Econometric analysis of explosive time series*. Journal of Statistical Software, v. 103, n. 10, p. 1–38, 2022. Disponível em: <https://www.jstatsoft.org/article/view/v103i10>

Este pacote é otimizado para velocidade computacional, utilizando o algoritmo de mínimos quadrados recursivos com a identidade de Sherman-Morrison-Woodbury e implementações em C++ via Rcpp e RcppArmadillo, o que resulta em ganhos de velocidade significativos.

Diferente de outras implementações, o exuber utiliza o *matrix inversion lemma* para atualizar recursivamente as estimativas de MQO, reduzindo significativamente o custo computacional. Isso é particularmente vantajoso em séries longas ou painéis grandes, onde o número de regressões recursivas é elevado, como é o caso das séries do Bitcoin.

O exuber também oferece funções para gerar valores críticos via simulação de Monte Carlo, wild bootstrap (univariado) e sieve bootstrap (painel). Além disso, inclui a função datestamp para identificar e datar períodos explosivos, com opções para filtrar episódios muito curtos.

É notado também avanços metodológicos, como ajustes para heteroscedasticidade (Harvey et al., 2016) e procedimentos baseados em bootstrap, que melhoram a precisão da datação. No entanto, ressalta-se que a presença de volatilidade não estacionária pode levar a falsos positivos, exigindo o uso de valores críticos robustos ou métodos de reamostragem.

No contexto da análise de bolhas no preço do Bitcoin, o pacote exuber é uma ferramenta de muita importância para análises de investidores. A alta volatilidade e a natureza não estacionária das séries de preços de criptomoedas exigem metodologias robustas, e os testes SADF e GSADF, com seus métodos bootstrap para valores críticos, são particularmente adequados. O exuber permite investigar a relação entre eventos programáticos, como o halving do Bitcoin, e a formação de bolhas especulativas, possibilitando a datação precisa de períodos de exuberância e a análise de múltiplas bolhas.

A metodologia baseada nos testes de raiz unitária de cauda direita SADF e GSADF, implementada de forma eficiente pelo pacote exuber em R, oferece uma ferramenta robusta e flexível para a detecção e datação de bolhas especulativas em séries temporais financeiras. Sua capacidade de lidar com múltiplos episódios de exuberância e sua robustez a características como heterocedasticidade e volatilidade não estacionária a tornam particularmente valiosa para a análise de mercados emergentes e voláteis, como o de criptomoedas.

## 4 RESULTADOS

A análise cobre o comportamento diário do preço de fechamento ajustado do Bitcoin (BTC-USD) entre janeiro de 2014 e outubro de 2025, abrangendo cerca de 4.061 observações. Esse intervalo contempla fases distintas do mercado de criptomoedas, desde períodos de consolidação inicial até fases de forte valorização e posterior correção, permitindo observar a dinâmica completa dos ciclos especulativos do ativo.

Figura 1 - Preço de Fechamento do Bitcoin



Fonte: Elaboração própria

Figura 2 - Estatísticas descritivas do preço de fechamento do Bitcoin (BTC-USD), 2014–2025

Estatísticas descritivas do preço do Bitcoin (USD)

Min	P1	P5	Q1	Mediana	Média	Q3	P95	P99	Máx	N
178.103	226.7938	257.4848	2572.203	10441.72	25923.55	40690.36	100904.3	116742.8	124752.5	4066

Fonte: Elaboração própria

A figura 1 apresenta a evolução do preço de fechamento do Bitcoin (BTC-USD) entre setembro de 2014 e novembro de 2025, em valores nominais de dólares americanos. Observa-se um crescimento expressivo do ativo ao longo do período, marcado por ciclos sucessivos de valorização acelerada e correções abruptas, característica típica de mercados altamente especulativos. A trajetória evidencia que, apesar das quedas recorrentes, o nível de preços atinge patamares progressivamente mais elevados ao longo do tempo, refletindo a consolidação do Bitcoin como ativo financeiro global.

Nota-se que os movimentos mais intensos de valorização concentram-se em períodos específicos, notadamente entre 2017–2018, 2020–2021 e a partir de 2023, quando o preço atinge novos máximos históricos. Esses episódios são seguidos por fases de correção acentuada, evidenciando a presença de elevada volatilidade e a alternância entre regimes de euforia e retração.

A figura 1 também revela que os ciclos de valorização tendem a ocorrer em janelas temporais próximas a eventos estruturais do protocolo do Bitcoin, como os halvings, períodos nos quais a criptomoeda recebe maior atenção midiática e de investidores. Embora a tabela, por si só, não permita inferir causalidade, a recorrência desses padrões sugere uma relação entre choques previsíveis de oferta, expectativas de mercado e movimentos abruptos de preços. Essa evidência visual motiva a aplicação de testes formais de explosividade para identificar estatisticamente a presença de bolhas especulativas (Corbet, Lucey e Yarovaya, 2018; Huberman, Leshno e Moallemi, 2021).

Assim, a análise gráfica cumpre o papel de contextualizar empiricamente a dinâmica do preço do Bitcoin, evidenciando a existência de ciclos especulativos e elevada instabilidade. A identificação precisa desses episódios, bem como sua datação e duração, é aprofundada nas seções subsequentes por meio da aplicação

dos testes SADF e GSADF, permitindo uma avaliação rigorosa da ocorrência de bolhas especulativas ao longo do período analisado.

Essa amplitude temporal garante que tanto movimentos de curto prazo quanto tendências estruturais sejam capturados, oferecendo uma base sólida para o diagnóstico estatístico da presença de bolhas. Além disso, o período coincide com a maturação do Bitcoin como ativo financeiro global, incorporando momentos de inovação tecnológica, adoção institucional e reações de mercado a choques externos.

O método empregado segue a estrutura desenvolvida por Phillips, Shi e Yu, operacionalizada no pacote *exuber* do RStudio. O objetivo central foi identificar momentos de comportamento explosivo na série de preços — isto é, períodos em que o crescimento se torna estatisticamente incompatível com uma trajetória estacionária.

Figura - 3 Estatísticas ADF, SADF e GSADF e respectivos valores críticos (90%, 95% e 99%):

Teste	Estatística	CV(90%)	CV (95%)	CV (99%)
ADF	0.265	-0.449	-0.114	0.502
SADF	<b>14.305</b>	1.329	1.609	2.117
GSADF	<b>14.305</b>	2.322	2.524	2.934

Fonte: Elaboração própria

Para isso, foram aplicados os testes SADF (*Supremum Augmented Dickey-Fuller*) e GSADF (*Generalized Supremum ADF*), que realizam estimativas recursivas sobre subamostras móveis, permitindo detectar múltiplos episódios de exuberância especulativa ao longo do tempo.

Os valores críticos foram gerados por simulação de Monte Carlo (1.000 repetições), com janela mínima ajustada conforme o tamanho da amostra ( $\approx 155$  observações), garantindo robustez estatística na comparação entre as estatísticas

observadas e os limiares teóricos de rejeição. Os resultados mostraram evidências fortes e consistentes de explosividade.

As estatísticas SADF e GSADF, ambas em torno de 14,3, ultrapassam amplamente os valores críticos de 1%, situados próximos de 2,1 e 2,9, respectivamente. Essa diferença acentuada implica rejeição inequívoca da hipótese nula de ausência de comportamento explosivo, confirmando que o preço do Bitcoin apresentou múltiplos episódios de bolhas especulativas no período analisado, em consonância com a metodologia proposta por Vasilopoulos et al. (2022).

O diagnóstico global (`diagnostics(radf_obj, cv)`) reforçou a rejeição de  $H_0$  tanto para a dimensão temporal (*Date*) quanto para a de preço (*Price*), o que evidencia que a série contém subperíodos de crescimento anormalmente acelerado, incompatíveis com uma trajetória estacionária.

Os resultados apresentados indicam a ocorrência recorrente de episódios de comportamento explosivo nos retornos do Bitcoin ao longo do período analisado. A datação realizada pelo procedimento GSADF identifica múltiplas fases de exuberância especulativa com duração variável, desde eventos muito curtos, de um a três dias, até episódios prolongados que ultrapassam cem dias. A predominância de sinais positivos em todos os episódios indica que os testes detectam exclusivamente fases de crescimento explosivo, compatíveis com a definição econométrica de bolhas especulativas.

Observa-se que a maioria dos episódios identificados possui curta duração, com valores inferiores a dez dias, o que indica movimentos especulativos rápidos e reversões frequentes, típicos de ativos altamente voláteis. No entanto, coexistem com esses episódios curtos alguns ciclos mais longos, concentrados principalmente nos períodos de 2017–2018 e 2020–2021. Esses episódios prolongados correspondem a fases de valorização nas quais a dinâmica explosiva se mantém por semanas ou meses, sugerindo não apenas movimentos especulativos pontuais, mas regimes persistentes de exuberância no mercado.

A comparação temporal dos resultados evidencia que os episódios mais longos tendem a ocorrer em períodos próximos ou posteriores aos eventos de halving, reforçando a hipótese de que esses choques previsíveis de oferta atuam como catalisadores da formação de bolhas. Embora nem todos os ciclos explosivos estejam diretamente associados ao halving, os maiores e mais duradouros coincidem com janelas em que a redução da emissão de novas moedas amplifica

expectativas de escassez futura. Assim, o halving não pode ser interpretado como causa única das bolhas, mas como um elemento estrutural relevante que intensifica movimentos especulativos já presentes no mercado.

Por fim, a recorrência de episódios explosivos mesmo fora dos períodos de halving indica que a dinâmica de bolhas no Bitcoin é inerente à própria estrutura do ativo, marcada pela ausência de fundamentos tradicionais, elevada incerteza e forte influência de expectativas.

Figura 4 – Dez episódios explosivos mais longos no preço do Bitcoin:

<b>Episódio</b>	<b>Início</b>	<b>Fim</b>	<b>Duração (dias)</b>
1	set/2017	jan/2018	<b>106</b>
2	jan/2021	mai/2021	<b>104</b>
3	mai/2017	jul/2017	75
4	jul/2017	set/2017	49
5	dez/2020	jan/2021	42
6	fev/2024	mar/2024	21
7	dez/2016	jan/2017	11
8	fev/2017	mar/2017	10
9	jun/2016	jun/2016	9
10	nov/2016	nov/2020	9

Fonte: Elaboração própria

Episódios ordenados por duração decrescente. Todos apresentaram sinal positivo de explosividade e não estavam em andamento ao final da amostra.

A Tabela 2 apresenta os dez episódios explosivos mais longos identificados pelo teste GSADF. Os resultados evidenciam que os ciclos mais duradouros concentram-se nos períodos de 2017–2018 e 2020–2021, coincidentes com as maiores valorizações históricas do Bitcoin. Observa-se ainda que episódios recentes tendem a ser mais curtos, sugerindo mudanças na dinâmica de persistência das bolhas ao longo do tempo.

Esses achados são coerentes com a natureza descentralizada e especulativa dos mercados de criptoativos.

A ausência de um valor fundamental fixo torna o preço fortemente sensível a expectativas, liquidez e narrativas.

Do ponto de vista econométrico, o padrão observado revela que as bolhas não são fenômenos isolados, mas sim eventos recorrentes que surgem e colapsam cicличamente, em resposta à dinâmica de confiança e incerteza dos investidores.

A função de datação (`datestamp(radf_obj, cv)`) permitiu identificar com precisão os períodos de exuberância especulativa.

Os episódios de maior períodos de extensão ocorreram entre 2017–2018 e 2020–2021, correspondendo aos ciclos de valorização mais expressivos da história do ativo.

Figura 5 – Ocorrência de episódios explosivos no entorno dos eventos de halving:

Halving	Data	Janela Analisada	Bolha	Dias	Fração
2º	09/07/2016	-90 a +180	Sim	45	0.25
3º	11/05/2020	-90 a +180	Sim	73	0.40
4º	20/04/2024	-90 a +180	Não	0	0.00

Fonte: Elaboração própria

A fração da janela corresponde à proporção de dias classificados como explosivos dentro da janela de 270 dias analisada em torno de cada evento de halving.

Figura 6 – Principais episódios explosivos identificados pelo teste GSADF:

Início	Pico	Fim	Duração (dias)
03/11/2015	04/11/2015	05/11/2015	2
27/09/2017	07/12/2017	11/01/2018	<b>106</b>
28/01/2021	21/02/2021	12/05/2021	<b>104</b>
27/02/2024	13/03/2024	19/03/2024	21

Fonte: Elaboração própria

Todos os episódios apresentados possuem sinal positivo de explosividade e foram encerrados antes do final da amostra.

O primeiro coincide com o grande aumento que levou o Bitcoin à marca de US\$ 20 000; o segundo, com a valorização que superou os US\$ 60 000. A partir de

2023, observou-se o surgimento de episódios menores, mais curtos, mas ainda classificados como explosivos pelo modelo.

Esses resultados indicam que o Bitcoin segue um padrão recorrente de aceleração e reversão, típico de mercados especulativos.

Figura 7 – Frequência e duração anual dos episódios explosivos no preço do Bitcoin:

Ano	Episódios iniciados	Dias em bolha
2015	2	3
2017	<b>5</b>	<b>244</b>
2020	3	52
2021	3	<b>106</b>

Fonte: Elaboração própria

A coluna “Dias em bolha” corresponde à soma anual da duração dos episódios classificados como explosivos pelo teste GSADF.

Os períodos de bolha variam em duração de poucas semanas a mais de cem dias e tendem a ocorrer em blocos temporais concentrados, sugerindo a presença de ciclos autossustentáveis de valorização e correção.

A estrutura recursiva do teste permite visualizar o surgimento e o colapso desses regimes de exuberância, oferecendo um retrato empírico da volatilidade característica do ativo.

Durante o intervalo de 2014 a 2025, ocorreram três eventos programados de *halving* do Bitcoin, com o primeiro em 9 de julho de 2016, o segundo em 11 de maio de 2020 e o terceiro em 20 de abril de 2024.

Cada *halving* reduz pela metade a emissão de novas unidades da criptomoeda, atuando como um choque previsível de oferta.

Para avaliar sua influência, foram analisadas janelas de 270 dias em torno de cada evento, divididos em 90 dias antes e 180 dias depois, permitindo assim observar como o mercado reage à expectativa e à concretização da redução de oferta.

Em todos os três casos analisados, observou-se pelo menos um intervalo explosivo dentro da janela do *halving*, geralmente concentrado após o evento.

Em 2016, o processo de valorização foi gradual e prolongado, culminando no ciclo explosivo de 2017–2018.

Em 2020, o impacto foi mais imediato foi o preço reagindo rapidamente, alcançando novos máximos históricos no período seguinte.

Já o *halving* de 2024, ainda recente, apresentou sinais iniciais de comportamento explosivo logo nos meses subsequentes, sugerindo a repetição do padrão observado nos ciclos anteriores.

No conjunto, esses resultados apontam que o *halving* atua como gatilho estatístico de valorização, não sendo o único causador, mas um elemento central na formação das bolhas.

A frequência e a intensidade das explosões pós-halving reforçam a ideia de que as mudanças de oferta influenciam diretamente as expectativas de preço, sobretudo em um ativo cuja escassez é parte fundamental de sua narrativa tanto existencial quanto econômica.

A análise confirma que o Bitcoin apresentou múltiplos episódios de exuberância especulativa entre 2014 e 2025, todos estatisticamente significativos pelos testes SADF e GSADF.

Os resultados mostram que o comportamento explosivo é recorrente, persistente e fortemente associado a eventos estruturais do protocolo, que é o caso do *halving*, os diagnósticos indicam que o preço do Bitcoin responde de maneira sistemática a choques previsíveis de oferta, intensificados por fatores externos de liquidez e confiança.

## 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando a dinâmica de crescimento do preço do Bitcoin e investigando a ocorrência de episódios de exuberância especulativa, como discutido nos capítulos anteriores, com especial atenção ao papel desempenhado pelos eventos de *halving* como choques previsíveis de oferta. Obtendo-se de modelos e análises empíricas implementados por meio do pacote *exuber*, é notório a existência de regimes de comportamento explosivo ao longo do período compreendido entre 2014 e 2025.

Os resultados empíricos obtidos indicam, de forma robusta, que o mercado do Bitcoin apresentou múltiplos episódios de explosividade estatística, rejeitando de maneira inequívoca a hipótese nula de ausência de comportamento explosivo. A magnitude das estatísticas SADF e GSADF, amplamente superior aos valores críticos convencionais, reforça a evidência de que tais episódios não constituem flutuações aleatórias, mas sim regimes específicos de crescimento acelerado do preço, compatíveis com a noção econométrica de exuberância especulativa. Esses achados corroboram a literatura que aponta o Bitcoin como um ativo caracterizado por elevada volatilidade, sensível a expectativas, narrativas de escassez e mudanças abruptas no comportamento dos investidores.

A análise de datação realizada pelo procedimento GSADF revelou que os episódios explosivos variam significativamente em duração, coexistindo eventos muito curtos, de poucos dias, com ciclos prolongados que se estendem por semanas ou meses. Essa heterogeneidade temporal sugere que o mercado de criptoativos é capaz de gerar tanto movimentos especulativos rápidos quanto regimes mais duradouros de exuberância, reforçando a complexidade de sua dinâmica de preços.

Um dos principais resultados do trabalho diz respeito à relação entre os episódios de explosividade e os eventos de *halving*. A análise das janelas temporais em torno dos *halvings* de 2016, 2020 e 2024 indica que, embora o *halving* não seja a causa única das bolhas especulativas, ele atua como um elemento estrutural relevante na intensificação desses movimentos. Em especial, os resultados mostram que os episódios explosivos mais longos tendem a ocorrer após o *halving*, período em que a redução da emissão de novas unidades amplifica expectativas de escassez futura e atrai maior atenção de investidores e da mídia especializada.

Mesmo sendo um choque previsível, o *halving* produz efeitos significativos sobre o comportamento dos preços, o que sugere que a previsibilidade do evento não elimina seu potencial de gerar movimentos especulativos. Esse resultado

reforça a ideia de que, em mercados como o de criptomoedas, a formação de preços é fortemente influenciada por fatores comportamentais, assimetrias de informação e pela entrada recorrente de novos investidores.

Outro aspecto relevante evidenciado pela análise é que a ocorrência de episódios explosivos não se restringe exclusivamente aos períodos de *halving*. A presença de regimes de explosividade fora dessas janelas indica que a formação de bolhas no Bitcoin é um fenômeno inerente à própria estrutura do ativo, caracterizada pela ausência de fundamentos tradicionais de valuation, pela elevada incerteza quanto ao seu valor de longo prazo e pela forte dependência de expectativas elevadas dos agentes. Nesse sentido, o *halving* deve ser interpretado como um catalisador estatístico e narrativo, e não como um determinante exclusivo da dinâmica especulativa.

Do ponto de vista metodológico, a aplicação dos testes SADF e GSADF mostrou-se particularmente adequada para o estudo do Bitcoin, dada a capacidade desses métodos de identificar múltiplos episódios de explosividade em séries longas e altamente voláteis. A utilização de valores críticos obtidos por simulação de Monte Carlo e a implementação eficiente fornecida pelo pacote *exuber* garantem robustez estatística aos resultados, reduzindo o risco de falsos positivos associados à volatilidade não estacionária. Assim, o trabalho contribui para a literatura empírica ao demonstrar a utilidade desses testes na análise de mercados emergentes e não convencionais, como o de criptoativos.

Em termos práticos, os resultados obtidos possuem implicações relevantes para investidores, pesquisadores e formuladores de política. A identificação de padrões recorrentes de explosividade associados a eventos estruturais do protocolo pode auxiliar investidores na avaliação de riscos e na compreensão dos ciclos especulativos do mercado. Para pesquisadores, o estudo reforça a importância de abordagens econometrísticas capazes de lidar com não linearidades e múltiplos regimes. Já para reguladores, os achados evidenciam que, mesmo em um mercado descentralizado, choques previsíveis de oferta podem gerar dinâmicas especulativas relevantes, com potenciais impactos sistêmicos.

Por fim, reconhecem-se algumas limitações do estudo, que abrem espaço para pesquisas futuras. Entre elas, destacam-se a possibilidade de incorporar variáveis macroeconômicas globais, indicadores de liquidez e medidas de sentimento de mercado, bem como a extensão da análise para dados intradiários ou

para outras criptomoedas. Apesar da robustez estatística dos testes SADF e GSADF na identificação de regimes de comportamento explosivo, é importante destacar que tais métodos não devem ser interpretados como instrumentos de previsão ou de *timing* preciso para decisões de investimento. Assim, os resultados devem ser compreendidos como ferramentas analíticas voltadas à caracterização de padrões e à compreensão da dinâmica especulativa do mercado de Bitcoin, e não como mecanismos determinísticos de antecipação de movimentos de mercado. Os resultados apresentados fornecem evidências consistentes de que o Bitcoin exibe um padrão recorrente de exuberância especulativa, fortemente associado à sua estrutura institucional e, em particular, aos eventos de *halving*.

## REFERÊNCIAS

- BAUR, Dirk G.; HONG, KiHoon; LEE, Adrian D. Bitcoin: medium of exchange or speculative assets? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, v. 54, p. 177–189, 2018. DOI: 10.1016/j.intfin.2017.12.004.
- BLANCHARD, Olivier J. Speculative bubbles, crashes and rational expectations. *Economics Letters*, Amsterdam, v. 3, n. 4, p. 387–389, 1979.
- BORIO, Claudio. The financial cycle and macroeconomics: What have we learnt? *Journal of Banking & Finance*, Amsterdam, v. 45, p. 182–198, 2014.
- BTG PACTUAL. *Halving explicado: entenda o que é e os efeitos para o bitcoin*. São Paulo: BTG Pactual, 2024.
- CHEAH, Eng-Tuck; FRY, John. Speculative bubbles in Bitcoin markets? An empirical investigation into the fundamental value of Bitcoin. *Economics Letters*, Amsterdam, v. 130, p. 32–36, 2015.
- COINMARKETCAP. *Bitcoin historical data*. Disponível em: <https://coinmarketcap.com/currencies/bitcoin/historical-data/>. Acesso em: \_\_\_\_.
- CORBET, Shaen; LUCEY, Brian; YAROVAYA, Larisa. Datestamping the Bitcoin and Ethereum bubbles. *Finance Research Letters*, Amsterdam, v. 26, p. 81–88, 2018.
- EVANS, George W. Pitfalls in testing for explosive bubbles in asset prices. *The American Economic Review*, Nashville, v. 81, n. 4, p. 922–930, 1991.
- GRAF, Konrad S. On the origins of Bitcoin: stages of monetary evolution. *Journal of Prices & Markets*, Auburn, v. 1, n. 1, p. 87–97, 2013.
- HARVEY, David I.; LEYBOURNE, Stephen J.; ZHOU, A. M. Robert. Testing for explosive financial bubbles using right-tailed unit root tests: some further results. *Journal of Empirical Finance*, Amsterdam, v. 41, p. 144–154, 2017.
- HU, Yang. A review of Phillips-type right-tailed unit root bubble detection tests. *Journal of Economic Surveys*, Hoboken, v. 37, n. 1, p. 141–158, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1111/joes.12524>.
- HUBERMAN, Gur; LESHNO, Jacob; MOALLEMI, Ciamac C. An economic analysis of the Bitcoin payment system. *Journal of Economic Perspectives*, Nashville, v. 35, n. 2, p. 217–238, 2021.
- KINDLEBERGER, Charles P. *Manias, panics and crashes: a history of financial crises*. New York: Basic Books, 1978.

MAKAROV, Igor; SCHOAR, Antoinette. Trading and arbitrage in cryptocurrency markets. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, v. 135, n. 2, p. 293–319, 2020.

NAKAMOTO, Satoshi. Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system. 2008. Disponível em: <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>. Acesso em: \_\_\_\_.

PHILLIPS, Peter C. B.; SHI, Shuping; YU, Jun. Testing for multiple bubbles: historical episodes of exuberance and collapse in the S&P 500. *International Economic Review*, Hoboken, v. 56, n. 4, p. 1043–1078, 2015.

PHILLIPS, Peter C. B.; WU, Yangru; YU, Jun. Explosive behavior in the 1990s Nasdaq: when did exuberance escalate asset values? *International Economic Review*, Hoboken, v. 52, n. 1, p. 201–226, 2011.

REUTERS. El Salvador announces more bitcoin purchases, gives IMF assurances. *Reuters*, 5 mar. 2025. Disponível em: <https://www.reuters.com/technology/el-salvador-announces-more-bitcoin-purchases-gives-imf-assurances-2025-03-05/>. Acesso em: \_\_\_\_.

SHILLER, Robert J. *Irrational exuberance*. 3. ed. Princeton: Princeton University Press, 2015.

STIGLITZ, Joseph E. Money, credit, and business fluctuations. *The Economic Journal*, Oxford, v. 123, n. 571, p. 1–30, 2013.

VASILOPOULOS, Kostas; PAVLIDIS, Efthymios; MARTÍNEZ-GARCÍA, Enrique; SPAVOUND, Simon. exuber: Recursive right-tailed unit root testing with R. *Journal of Statistical Software*, Vienna, v. 103, n. 10, p. 1–38, 2022. DOI: <https://doi.org/10.18637/jss.v103.i10>.

WOODFORD, Michael. *Interest and prices: foundations of a theory of monetary policy*. Princeton: Princeton University Press, 2003.

