UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MARIA EDUARDA ALVIM PEDROSA

PENSAMENTO PROPORCIONAL NA MATEMÁTICA ESCOLAR: O ENSINO DA NOÇÃO DE PROPORÇÃO

Juiz de Fora
2025

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO

Caro(a) professor(a),

Este Produto Educacional integra uma Dissertação de Mestrado intitulada: "Pensamento Proporcional na Matemática Escolar: O ensino da noção de proporção", fazendo parte de um dos subprojetos do macroprojeto de pesquisa intitulado *Educação Matemática Escolar no Século XXI: a formação de estudantes e professores da Educação Básica,* desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora e no Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática/NIDEEM, que compõe um programa interinstitucional denominado *Programa Linsiano de Investigação* em homenagem ao educador matemático Romulo Campos Lins (1955-2017).

Com este produto, buscamos romper a apresentação tradicional trazida pelos livros didáticos, apresentando algumas tarefas que acreditamos desenvolver o pensamento proporcional nos estudantes de uma forma mais natural e reflexiva, tendo como foco principal a enunciação dos participantes e os significados que produzirem. É valioso salientar a importância da utilização destas tarefas juntamente com a metodologia fundamentada pelo Modelos dos Campos Semânticos.

As tarefas sobre a noção de proporção, tema de nosso estudo, foram elaboradas com o objetivo de dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento proporcional no ensino fundamental I, iniciado com a pesquisa de Fernandes (2024) e, na sequência, no ensino fundamental II com a proposta de Cruz (2024) com a noção de razão, seguido de Schincariol (2025), sobre a noção de taxa e posteriormente a nossa proposta de tarefas noção de proporção, o trabalho de Santos (2024) – sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Recomendamos que utilizem todas as tarefas desde a noção de razão - mencionada nos trabalhos acima - até a noção de grandezas inversamente proporcionais, para que o processo de produção de significados e a construção dessas noções possa direcionar os objetos centrais do pensamento proporcional no Ensino Fundamental. Além disso, as tarefas podem e devem ser adaptadas conforme a necessidade e realidade em que o professor e os alunos se encontram.

Apresentaremos no próximo tópico a caracterização do pensamento proporcional e da noção de proporção. Depois, você encontrará as tarefas juntamente com algumas sugestões para sua aplicação. Esperamos e desejamos que este trabalho possa enriquecer e trazer excelentes experiências para sua sala de aula.

Maria Eduarda e Amarildo.

2 O PENSAMENTO PROPORCIONAL E A NOÇÃO DE PROPORÇÃO

O presente capítulo dedica-se à apresentação das concepções de pensamento proporcional, apresentadas por pesquisadores da área de Educação Matemática que buscaram caracterizar este modo de pensar. O objetivo é oferecer ao leitor uma introdução fundamentada nesta temática.

O capítulo se divide em três seções; na primeira seção, são listadas e analisadas as concepções sobre raciocínio e pensamento proporcional presentes na literatura em Educação Matemática, discutindo e destacando as perspectivas de diferentes pesquisadores.

Observaremos que não existe um consenso para o termo utilizado - raciocínio ou pensamento - , podendo variar de acordo com cada pesquisador. Como buscamos construir um currículo baseado em modos de pensar, optamos pelo termo pensamento proporcional.

A segunda seção expõe alguns pontos importantes a respeito na nossa proposta sobre o ensino de proporção, tema específico de nossa investigação.

Na terceira seção analisa-se como a noção de proporção é apresentada frequentemente nos livros didáticos, como forma de ilustrar a perspectiva recorrente nessas obras.

2.1 CONCEPÇÕES DE PENSAMENTO PROPORCIONAL – ALGUMAS PERSPECTIVAS

A primeira concepção que apresentaremos é a do pesquisador estadunidense John A. Van de Walle. Em sua obra *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (Matemática do Ensino Fundamental e Médio: Ensinando em Termos de Desenvolvimento), Van de Waller (2019) alinha-se ao pensamento de Susan Lamon,. Nele, o autor dedica um capítulo - o capítulo 19 - para apresentar suas concepções, tarefas e discussões sobre o raciocínio proporcional.

Van de Walle (2009) sugere que os pensadores proporcionais dispões das seguintes características: possuem um senso de covariação; reconhecem relações proporcionais como distintas de relações não-proporcionais em contextos do mundo real; desenvolvem uma ampla variedade de estratégias para resolver proporções ou comparar razões e compreendem razões como entidades distintas representando uma relação diferente das quantidades que elas comparam.

Lamon (2012) comenta sobre o termo raciocínio proporcional:

> O termo raciocínio proporcional tem sido um termo genérico, uma frase abrangente que se refere a uma certa facilidade com conceitos e contextos de números racionais. O termo é mal definido e os pesquisadores têm sido melhores em determinar quando um estudante ou um adulto não raciocina proporcionalmente em vez de definir as características de quem o faz.” (Lamon, 2012, p.3, tradução nossa)[1]

[1] No original: “For too long, proportional reasoning has been an umbrella term, a catch-all phrase that refers to a certain facility with rational number concepts and contexts. The term is illdefined and researchers have been better at determining when a student or an adult does not reason proportionally rather than defining the characteristics of one who does.”

Além disso, a autora apresenta como podemos preparar as crianças no desenvolvimento do raciocínio proporcional:

> Parte da preparação para o raciocínio proporcional é ajudar as crianças a desenvolver a capacidade de olhar para uma situação, discernir as características quantificáveis importantes, e observar se as quantidades estão ou não mudando nessa situação e, se estiverem, observar as direções de mudança em relação umas às outras. (Lamon, 2012, p.70, tradução nossa)[2].

Ainda em seu livro, Van de Walle (2009) apresenta algumas informações relevantes ao mencionar sobre a população adulta estadunidense:

> Estima-se que mais da metade da população adulta não pode ser considerada um pensador proporcional. Isso significa que não adquirimos os hábitos e habilidades de raciocínio proporcional simplesmente crescendo. Por outro lado, as pesquisas de Lamon e de outros indicam que o ensino pode ter um efeito positivo, especialmente se as regras e algoritmos formais para o cálculo de frações, para comparar razões e para resolver proporções forem retardadas [para o momento certo]. Os estudantes podem precisar em torno de três anos valiosos de oportunidades para raciocinar em situações multiplicativas de modo a desenvolver adequadamente as habilidades de raciocínio proporcional. (Van de Walle, 2009, p.384)

Ressalta-se que a estimativa apresentada pela autora sobre a quantidade de pessoas adultas que pensam proporcionalmente é, possivelmente, baseada no lugar onde reside (Estados Unidos). Entretanto, essa afirmação nos faz questionar sobre o que acontece nos outros lugares, como no Brasil e, mais especificamente, na cidade de Juiz de Fora. Diante disso, emergem as seguintes problematizações que norteiam a pesquisa: os adultos brasileiros, e além deles, os alunos da Educação Básica podem ser considerados pensadores proporcionais? O que a escola apresenta aos estudantes para que possam desenvolver esse tipo de pensamento? Tais questões serão discutidas nas próximas seções.

Uma outra caracterização de pensamento proporcional é apresentada por Lins e Gimenez (1997):

> Chamamos pensamento proporcional aquele que corresponde a uma estrutura de comparação entre partes ou entre todos, ou entre as partes e um todo, ou como um esquema instrumental que resolve algumas situações especiais de

---

[2] No original: “Part of the preparation for later proportional reasoning is helping children to develop the ability to look at a situation, to discern the important quantifiable characteristics, to note whether or not quantities are changing in that situation, and if they are, to note the directions of change with respect to each other.”

> comparação em forma multiplicativa e não aditiva. (Lins; Gimenez, 1997, p.52)

Não obstante, os pesquisadores Post, Behr e Lesh (1995) comentam:

> O raciocínio com proporções é uma forma de raciocínio matemático. Ele envolve um senso de covariação, comparações múltiplas e a capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações. O raciocínio com proporções está muito ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos (Post; Behr; Lesh, 1995, p. 90)

De forma semelhante às concepções apresentadas acima, a pesquisadora brasileira Alina Galvão Spinillo (1997, p.41), em seu texto "Proporções nas séries iniciais do primeiro grau" declara que "o pensamento proporcional refere-se basicamente à habilidade em estabelecer relações.". A autora parece associar o pensamento proporcional à noção de proporção ao afirmar que "Dois tipos de relações estão envolvidas na resolução de tarefas e problemas de proporção: relações de primeira ordem e relações de segunda ordem." (Spinillo, 1997, p.41).

Para a pesquisadora, as relações de primeira ordem são divididas em dois tipos: relações do tipo parte-parte e relações do tipo parte-todo.

> As relações parte-parte (razão) são estabelecidas entre partes diretamente comparáveis (e.g., a parte de um retângulo pintada em branco com a parte pintada em azul; espaço com água e espaço vazio em um recipiente), enquanto que nas relações parte-todo (fração), a parte e o todo não são diretamente comparáveis, embora tenham que ser simultaneamente considerados (e.g., parte pintada em azul com a área total do retângulo; espaço com água e o volume total do recipiente). (Spinillo, 1997, p.41)

Já a relação de segunda ordem consiste em comparar as relações para verificar se são equivalentes ou não, isto é, relações entre relações de primeira ordem. Em seguida, Spinillo (1997) destaca a importância dessas relações para o pensamento proporcional:

> A importância das relações de segunda ordem para o pensamento proporcional é amplamente reconhecida e apontada como a causa das dificuldades das crianças. Entretanto, raramente tem-se atentado para a importância do ponto de partida desta relação - as relações de primeira ordem, que alguns estudiosos consideram como uma das possíveis causas destas dificuldades. (Spinillo, 1997, p.43)

Sendo assim, até o momento, o desenvolvimento deste trabalho acontecerá a partir das caracterizações expressas por Van De Walle (2009) e Lins e Gimenez (1997). Nos próximos capítulos, a noção de proporção será discutida e serão apresentadas algumas tarefas que irão nos ajudar a desenvolver nos alunos as características de pensadores proporcionais.

2.2 A NOÇÃO DE PROPORÇÃO

A proporcionalidade se faz importante e presente no nosso cotidiano, por isso, vem sendo objeto de estudo na Educação Matemática. Para Schliemann e Carraher (1997):

> Razão e proporção são conceitos extremamente ricos que surgem nos mais diversos contextos da vida: na compra e venda, na construção civil, no desenho gráfico, em todos os ramos de atividade da ciência e tecnologia. Entretanto, como ensinadas na escola, razão e proporção parecem ser extremamente limitados. (Schliemann; Carraher, 1997, p. 15)

Essa limitação se dá pelo fato de que, no caso da noção de proporção, ela é apresentada apenas como a "igualdade entre duas razões". Essa definição reduz a experiência dos alunos a uma aplicação mecânica de regras e símbolos desprovidos de significados, levando-os a negligenciar a habilidade de raciocinar proporcionalmente. Como consequência, a atividade é frequentemente transformada em um problema de frações equivalentes (conteúdo trabalhado de forma semelhante). Essa associação cria diversas barreiras no desenvolvimento do pensamento proporcional.

Sendo assim, nosso objetivo não se limita a ensinar os alunos a estudarem proporções pela definição, encontrar o quarto termo faltante em uma proporção, assim como fazem os livros didáticos, usando a regra de três como método de cálculo. Busca-se, em vez disso, que os estudantes possam partir da identificação de relações que são e não são proporcionais ao comparar as grandezas envolvidas no problema. Essa perspectiva é corroborada por Van de Walle (2012, p.384), "muitas das atividades mais valiosas para o desenvolvimento do raciocínio proporcional não envolvem resolver proporções de todo, mas em vez disso, comparar razões em situações semelhantes, mas não proporcionais".

3 TAREFAS

As tarefas, que versam sobre a noção de proporção, foram elaboradas pensando em aplicá-las numa turma do 8º ano do Ensino Fundamental II. O objetivo é dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento proporcional no Ensino Fundamental I, iniciado com a pesquisa de Fernandes (2024). A presente investigação se insere, portanto, em uma progressão que contempla a proposta de Cruz (2024), com a noção de razão, seguido de Schincariol (2024), sobre a noção de taxa e, posteriormente, a nossa proposta de tarefas noção de proporção, sendo complementado pela pesquisa de Santos (2024) – sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais – finalizando no 9º ano.

No conjunto destas pesquisas, nossa proposta diverge daquelas que constam nos livros didáticos, que iniciam a discussão do tema razão através de um exemplo introdutório, seguido de uma definição matemática. A partir dessa definição, os autores de livros didáticos apresentam uma lista variada de exercícios para treino e fixação das ideias. Em sentido contrário a essa perspectiva de ensino, nossa proposta parte de um conjunto de tarefas elaborado com o intuito de auxiliar no processo de produção de significados para razão. O foco reside na observação e reflexão dos alunos sobre as relações existentes entre as grandezas envolvidas, visando o desenvolvimento do pensamento proporcional.

O conjunto de tarefas foi desenvolvida em nosso grupo de pesquisa, NIDEEM, sob a coordenação do Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva, cujas potencialidades foram avaliadas, em testes pilotos na disciplina “Pensamento Comparativo em Matemática”, com professores, mestrandos e doutorandos, antes de serem levadas para as entrevistas com estudantes.

As produções de significados que serão apresentadas nas tarefas abaixo são respostas que pensamos que possam vir a aparecer - servindo de auxílio para o professor -, não excluindo, de forma alguma, novos modos de operar.

Em nosso primeiro procedimento metodológico, na construção do conjunto de tarefas, optou-se por organizá-las em grupos com objetivos específicos, que discutiremos a seguir. O primeiro grupo, foi denominado “tarefas disparadoras”, no sentido de que se espera que elas iniciem o processo de produção de significados dos alunos para o que eles constituirão, no final, como o objeto proporção.

3.1 TAREFA 1A - GRUPO 1

OBJETIVOS E SUGESTÕES: Uma das características desta tarefa é que ela apresenta uma problemática aberta e o aluno poderá iniciar o processo de comparar, correlacionar as grandezas envolvidas, ou caso, não opere assim, o professor poderá trazer a discussão a ideia de covariação entre as grandezas. A segunda característica, é permitir ao professor e/ou pesquisador observar a maneira de operar e a lógica das operações utilizadas pelo aluno, neste caso, se ele está operando segundo uma lógica aditiva - quando disser que ambas cresceram iguais (3cm) ou multiplicativa - quando compararem o crescimento com a altura original.

Tarefa 1a

Um agricultor plantou uma muda de laranja e outra de pêssego. Duas semanas atrás foram medidas suas alturas, a laranjeira tinha 8 cm e o pessegueiro tinha 12 cm. Hoje a laranjeira está com 11 cm e o pessegueiro está com 15 cm de altura. Quem cresceu mais, a laranjeira ou o pessegueiro?

3.2 TAREFA 1B - GRUPO 1

OBJETIVOS E SUGESTÕES: Queremos agora, colocar o aluno frente a uma situação parecida à anterior, só que agora, a proporcionalidade acontece. O professor deve observar se ele vai operar de maneira aditiva ou multiplicativa, depois de toda a discussão que tiveram na tarefa anterior.

Tarefa 1b:

Um biólogo simulou no computador uma situação desejável de crescimento de dois tipos de eucaliptos para serem vendidos como madeira para a construção civil. A simulação começa com o primeiro tipo de eucalipto tendo 10 cm de comprimento e o segundo tipo tendo 12 cm de comprimento. Ao final do primeiro mês o primeiro tipo estaria com 15 cm de comprimento e o segundo tipo com 18 cm. Comparando os dois tipos de eucaliptos, o que você pode dizer sobre seus crescimentos?

3.3 TAREFA 1C - GRUPO 1

OBJETIVOS E SUGESTÕES: O objetivo da terceira tarefa é iniciar o processo de fazer os estudantes olharem para situações em que há proporcionalidade e situações não proporcionais e saber diferenciá-las. A vagueza desta tarefa é proposital, para que os alunos apresentem todas as diferenças encontradas. Neste momento, caso seja necessário, o professor pode dar pistas dos que eles devem olhar, auxiliando-os para o desejado.

Tarefa 1c:

Compare as duas tarefas anteriores e observe como as grandezas estão relacionadas no crescimento das plantas indicando o que você observa de diferente em cada caso.

<u>3.4 TAREFA 2 - GRUPO 1</u>

OBJETIVOS E SUGESTÕES: Nesta tarefa, espera-se que os alunos operem buscando a taxa unitária - pizzas por pessoa, facilitando assim a comparação entre as turmas. No entanto, eles podem apresentar outras formas de operar, o que pode gerar uma discussão muito rica na sala.

Tarefa 2

Duas turmas de uma escola estavam reunidas para fazer um trabalho para a feira de ciências. Para a hora do lanche, a turma A encomendou 2 pizzas para cada 3 membros do grupo e a turma B encomendou 3 pizzas para cada 5 membros do grupo. Em qual das duas turmas, seus membros têm mais pizza para comer?

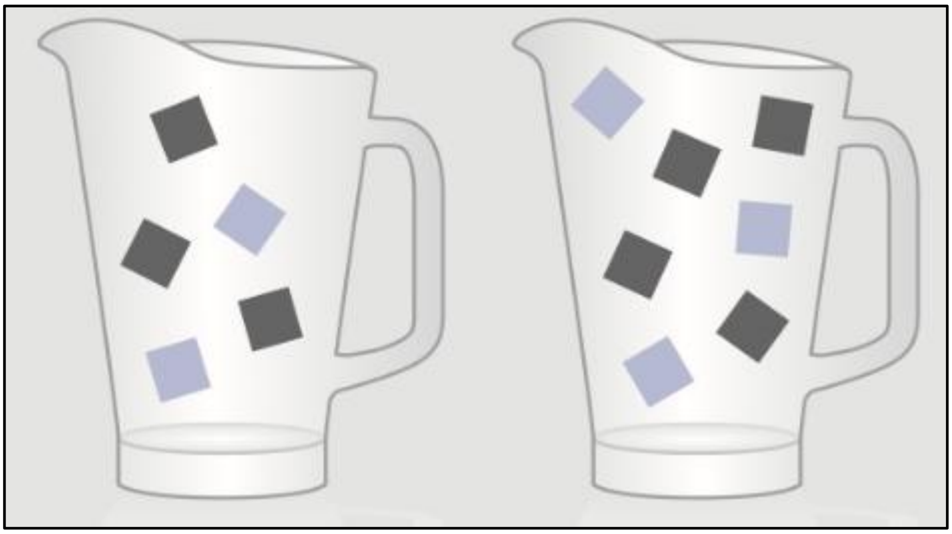
<u>3.5 TAREFA 3A - GRUPO 1</u>

OBJETIVOS E SUGESTÕES: A tarefa 3 é bem semelhante à tarefa 1, também possuirá a parte b e a parte c, com a mesma ideia. A tarefa 3a, pelas aplicações já feitas, pode ser considerada uma tarefa um pouco mais complexa. Sendo assim, iremos deixar aqui algumas das possíveis soluções, evidenciando que podem surgir outros modos de operar. Sugerimos que o professor dê um tempo maior - podendo, talvez, levar para casa - para discussão nesta tarefa e intervenha, se necessário.

Tarefa 3a

Numa festa duas mães fizeram jarras com a mesma quantidade de limonada para as crianças com diferentes quantidades de limão. Considere, na figura abaixo, que os quadrados indicam a receita usada em cada jarra do seguinte modo: um quadrado escuro representa uma xícara de limonada concentrada e o quadrado branco representa uma xícara de água. A primeira mãe usou 3 xícaras de suco de limão concentrado e duas de água. A segunda mãe usou 4 xícaras de suco de limão concentrado e 3 xícaras de água.

Qual das duas jarras tem o sabor de limão mais forte? Ou eles terão o mesmo sabor? [Explicações são exigidas].



Fonte: Van de Walle, J. A., 2009, p.389.

POSSÍVEIS RESOLUÇÕES:

1) Análise

1ª Jarra	2ª Jarra
água + limão	água + limão
água + limão	água + limão
limão	Água + limão
	limão

2) Comparar a limonada com as xícaras de água:

Jarra 1: $\dfrac{xícaras\ de\ água}{xícaras\ de\ limão} = \dfrac{2}{3} = \dfrac{2.3}{3.3} = \dfrac{6}{9}$

Jarra 2: $\dfrac{xícaras\ de\ água}{xícaras\ de\ limão} = \dfrac{3}{4} = \dfrac{3.2}{4..2} = \dfrac{6}{8}$ e $\dfrac{6}{9} < \dfrac{6}{8}$

3) Comparar a limonada com as xícaras de água:

Jarra 1: $\dfrac{xícaras\ de\ água}{limonada} = \dfrac{2}{5}$

Jarra 2: $\dfrac{xícaras\ de\ água}{limonada} = \dfrac{3}{7}$

4) Comparar as xícaras de limão com a limonada:

Jarra 1: $\frac{xícaras\ de\ limão}{limonada} = \frac{3}{5}$

Jarra 2: $\frac{xícaras\ de\ limão}{limonada} = \frac{4}{7}$

5) Vamos supor que cada xícara possui 100 mL. Isso quer dizer que a primeira jarra tem 300mL de limão e 200mL de água, dando um total de 500mL. Já a segunda jarra tem 400mL de limão e 300mL de água, totalizando 700mL. Como as jarras possuem a mesma quantidade de limonada, podemos supor que elas possuem 3500mL. Sendo assim a primeira jarra possui 300 x 7 = 2100mL de limão e 1400mL de água, e a segunda jarra possui 400 x 5 = 2000 mL de limão e 1500mL de água. Ou seja, a primeira jarra tem o sabor mais forte.

6) 1ª jarra: 3 xícaras de limões e 2 xícaras de água

Temos, nessa jarra, 1,5 xícaras de limão para cada xícara de água.

2ª jarra: 4 (3+1) xícaras de limões e 3 (2+1) xícaras de água

A diferença entre essa jarra e a 1ª é que temos uma xícara de limão e uma de água a mais, ou seja, 1 xícara de limão para 1 xícara de água. Sendo assim, essa jarra possui o sabor mais forte.

3.6 TAREFA 3B - GRUPO 1

Tarefa 3b

Numa festa duas mães fizeram jarras com a mesma quantidade de limonada para as crianças com diferentes quantidades de limão. A primeira mãe usou 2 xícaras de suco de limão concentrado e 4 xícaras de água. A segunda mãe usou 4 xícaras de suco de limão concentrado e 8 xícaras de água.

Qual das duas jarras tem o sabor de limão mais forte? Ou eles terão o mesmo sabor? [Explicações são exigidas]

3.7 TAREFA 3C - GRUPO 1

Tarefa 3c:

Compare as duas tarefas anteriores e observe como as grandezas estão relacionadas na quantidade de suco e de água e o que você observa de diferente em cada caso.

3.8 TAREFA 1 - GRUPO 2

OBJETIVOS E SUGESTÕES: Nesta tarefa, nosso objetivo é reforçar a noção de situações que são proporcionais através da inserção da noção de constante de proporcionalidade. Aqui só há uma tarefa. Caso venha a ser necessário, o professor pode adicionar.

Tarefa 1

O time de futebol da escola está disputando um torneio em um clube fora da cidade e você, como representante dos estudantes, foi designado(a) para organizar a saída das Vans que levarão os atletas, a comissão técnica e a torcida para o clube, num total de 264 pessoas. A informação que recebeu da direção da escola é que a empresa contratada para fazer o transporte disponibilizou Vans, todas com capacidade de 12 passageiros, e que só partirão para o destino com a sua capacidade máxima de lotação. No dia do jogo, você foi informado(a), ao chegar na escola, que às 6h da manhã partiram 3 vans com 36 passageiros levando os atletas e a comissão técnica do time e que as próximas Vans sairão com capacidade máxima de acordo com a seguinte tabela:

Horários	Nº de Vans	Nº total de passageiros
7h	5	
7h30	4	
8h	10	

(a) Complete a tabela com o número total de passageiros que partirão nos horários determinados.

(b) Qual a relação que podemos observar quando comparamos o número de passageiros pelo número de Vans em cada horário de partida das Vans?

3.9 TAREFA 1 - GRUPO 3

OBJETIVOS E SUGESTÕES: Neste terceiro grupo de tarefas o objetivo é discutir os problemas envolvendo proporções. Neste momento, acontece o pensamento proporcional e a inserção do elemento desconhecido, em que são dadas três informações sobre a proporção e o aluno deve encontrar a quarta, que é dada por uma incógnita.

Tarefa 1

Texto para leitura e discussão

Neste grupo, estudaremos problemas que serão resolvidos a partir da ideia de proporção que discutimos anteriormente. A partir de agora será importante analisar as grandezas envolvidas e como elas se relacionam no que diz respeito ao que o crescimento ou decrescimento de uma delas leva ao crescimento ou decrescimento da outra. Uma boa estratégia é fazer uma simulação com as grandezas para saber como a mudança em uma delas implica na mudança da outra grandeza. Vejamos um exemplo:

A turma do 9º está produzindo os convites para a festa de primavera na escola. Eles esqueceram de mandar fazer a impressão dos convites que precisam ser entregues até o final das aulas daquela manhã. O pessoal da gráfica da escola informou que todas as cópias do convite utilizando 4 impressoras levarão 60 minutos para serem impressas, mas que seria possível usar 6 impressoras iguais para fazer os convites, mas o custo seria maior. Como eles estão com pressa, tentaram calcular com as informações que tinham qual o tempo que seis impressoras levarão para produzir os convites?

POSSÍVEL RESOLUÇÃO: Note que as duas grandezas envolvidas são número de impressoras e o tempo (em minutos) gasto para a impressão dos convites.

Uma boa estratégia de simulação que podemos utilizar é dobrar (ou triplicar ou dividir pela metade) uma grandeza a fim de verificar o que acontece com a outra grandeza.

Nossa opção neste exemplo é dobrar o número de impressoras e verificar o que acontece com o tempo de impressão. Uma boa ideia é fazer isso utilizando uma tabela para visualizar:

N° de impressoras	Tempo (m)
4	60
8	**30**

O que podemos concluir com as informações que estão na tabela? Os números da tabela nos informam que se o número de impressoras dobra, o tempo de impressão cai pela metade.

3.10 TAREFA 2 - GRUPO 3

TEXTO AUXILIAR

Nos problemas que estudaremos a seguir **três** situações que podem acontecer:

1ª) O crescimento de uma grandeza tem como consequência o crescimento da outra grandeza; ou, o decrescimento de uma grandeza tem como consequência o decrescimento da outra grandeza;

2ª) O crescimento de uma grandeza tem como consequência o decrescimento da outra grandeza (caso que analisamos no problema acima); ou decrescimento de uma grandeza tem como consequência o crescimento da outra grandeza;

3ª) Não ocorre nenhuma das duas situações anteriores ou não é possível, pelo enunciado do problema, garantir que nenhuma delas pode ocorrer.

Quando ocorrer a primeira situação diremos que as *grandezas* são *diretamente proporcionais* ou, simplesmente, *proporcionais*. Quando ocorrer a segunda situação diremos que as *grandezas* são *inversamente proporcionais* (O porquê dessa diferenciação ficará clara mais adiante). Caso não ocorra nenhuma das duas situações anteriores, diremos que as *grandezas não são proporcionais*.

Tarefa 2

Os seis problemas seguintes envolvem situações diferentes entre si para você analisar. A proposta é que você:

(a) Identifique quais são as grandezas envolvidas em cada problema;

(b) Faça uma simulação que permita identificar como será a relação entre as grandezas envolvidas com respeito ao crescimento e decrescimento das grandezas; [sugestão: fixe sua simulação em dobrar ou dividir pela metade uma das grandezas e observe o que ocorre com a outra. Monte a tabela com os dados obtidos]

(c) Determine em cada caso se (i) as grandezas são diretamente proporcionais; ou (ii) se são inversamente proporcionais, ou (iii) se não são proporcionais, apresentando os argumentos de maneira bem explicada no seu texto escrito.

Importante: O objetivo da tarefa, ainda, **não é resolver o problema**.

Problema 1:

Um professor lê aproximadamente 30 páginas de um livro em duas horas. Mantendo esse ritmo, de quanto tempo ele precisa para ler um livro de 225 páginas?

Problema 2:

Um veterinário cuida, em sua clínica, de filhotes de gatos abandonados na rua. Ele tem 4 gatos e o saco de ração que ele compra para alimentá-los, cada um deles, com a mesma quantidade de ração, dura 3 dias. Ao terminar mais um saco de ração, 2 gatos foram adotados e foram embora com seus novos donos. Agora, com esse novo número de gatos, quantos dias vai durar o saco de ração?

Problema 3:

Em um supermercado, o preço do pacote de açúcar de 1 kg da marca "Mais Doce" custa R$ 2,50 quanto custará o preço de um pacote de 5kg de açúcar da mesma marca?

Problema 4:

Os pais de Camila, registraram sua altura aos 5 e aos 10 anos como mostra a tabela abaixo e querem saber quanto será sua altura quando tiver 15 anos. O que você pode dizer a eles?

Idade (em anos)	5	10	15
Altura (em metros)	1,12	1,60	?

Problema 5:

Um motorista dirigindo seu carro a uma velocidade média de 60 km por hora leva cinco horas para ir de uma cidade a outra. Qual deveria ser sua velocidade média para ele fazer essa viagem na metade do tempo?

Problema 6:

Um pesquisador, preocupado com o gasto de água no período da seca, concluiu que uma torneira gotejando desperdiça 92 litros de água em dois dias. Suponha que em uma casa tem uma torneira gotejando, gastando a mesma quantidade de água observada pelo pesquisador. Sabendo que a família que mora nessa casa saiu de férias, quantos litros de água foram desperdiçados pela torneira nos 30 dias em que estiveram fora?

RESOLUÇÕES DESEJÁVEIS:

Problema 1:

(a) As duas grandezas envolvidas são número de páginas e o tempo gasto na leitura.

(b) Consideremos dobrar o número de páginas para ver o que acontece com o tempo gasto na leitura. A tabela abaixo, representa a simulação:

Nº de páginas	tempo
30	2
60	**4**

Notamos que, se o número de páginas dobra, o tempo de leitura também dobra. Assim, o crescimento de uma grandeza implica no crescimento da outra.

(c) Logo, as grandezas são diretamente proporcionais.

Obs.: Observe que se triplicarmos o número de páginas para ver o que acontece, concluiremos que o tempo de leitura também triplicará. Reforçando a análise anterior que fizemos ao dobrar o número de páginas. A tabela abaixo, representa a simulação:

Nº de páginas	tempo
30	2
90	**6**

Problema 2:

(a) As duas grandezas envolvidas são número de gatos e número de dias da ração.

(b) O que queremos verificar é a duração do saco de ração em dias. A questão que precisamos checar é: se 4 gatos comem um saco de ração em três dias, o que acontece quando só 2 gatos comem a mesma quantidade de ração. Faremos a simulação considerando 2 gatos, ou seja, simulando para a metade de gatos. A tabela abaixo, representa a simulação:

Nº de gatos	dias
4	3
2	**6**

Notamos que, quando o número de gatos cai para a metade, o número de dias da ração dobra. Assim, a diminuição de uma grandeza implica no crescimento da outra.

(c) As grandezas são inversamente proporcionais.

Obs. Se fizermos a simulação para um gato, isto é, a quarta parte de gatos em relação ao número inicial de gatos, o número de dias da ração quadruplica. Veja a tabela:

Nº de gatos	dias
4	3
1	**12**

O que esta observação e a anterior indicam é que basta fazer uma única simulação para checar o que está ocorrendo.

Problema 3:

(a) As duas grandezas envolvidas são quilogramas de açúcar (massa) e preço de compra.

(b) Uma pessoa pode pensar assim: se um quilo de açúcar custa R$ 2,50, um pacote de 5 quilos de açúcar da mesma marca seria 5 vezes o preço do quilo, gerando a seguinte tabela:

Kg de açúcar	Preço
1	2,50
5	**12,50**

Nossa discussão com os alunos seria no seguinte sentido:

Matematicamente, as contas não estariam erradas e a resposta estaria correta. Porém pensar assim sugere que estamos considerando que as grandezas envolvidas são proporcionais. Mas, na verdade, não temos essa informação e na prática o comércio não opera assim. Em situações que envolvem produtos e preço os comerciantes não praticam a proporcionalidade das grandezas. No dia a dia eles optam, para tentar vender a maior quantidade do produto usando como estratégia manter o preço mais barato de o consumidor levar maior quantidade do produto em relação ao preço unitário. Assim, o preço por cinco quilos de açúcar poderia ser vendido, por exemplo, por R$10,00 ao invés de R$12,50 e estimular o comprador a levar maior quantidade do produto.

(c) Com base na letra (b) vamos propor à turma, a resolver esta questão assumindo que as grandezas quilos de açúcar e preço não são proporcionais.

Problema 4:

(a) As duas grandezas envolvidas são idade (em anos) e altura (em metros). O que observamos analisando a tabela é que quando a idade dobra de 5 para 10 anos, a altura não dobra (de 1,12m para 2,24m), nem fica pela metade (de 1,12m para 0,56m). Logo, não há como prever a altura de Camila aos 15 anos.

Problema 5:

As duas grandezas envolvidas são velocidade (em km/h) e tempo (em horas).

Façamos a simulação para verificar o que acontece se dobrarmos a velocidade o que acontece com o tempo de viagem, como mostra a tabela:

Velocidade (km/h	Tempo (h)
60	5
120	**2,5**

Note que se dobramos a velocidade o tempo de viagem cai para a metade. Vejamos agora o que acontece se a velocidade cair pela metade:

Velocidade (km/h	Tempo (h)
60	5
30	**10**

Observamos que se o motorista alterar sua velocidade para 30 km/h o tempo de viagem será o dobro.

Assim, aumentando a velocidade, o tempo de viagem diminui. Mas observe que não é só isso que acontece: enquanto uma grandeza duplica, a outra fica pela metade.

<u>*Problema 6:*</u>

As duas grandezas envolvidas são litros de água desperdiçados e o tempo gasto de desperdício (em dias).

Façamos a simulação para verificar o que acontece se dobrarmos e triplicarmos o tempo da água gotejando, como mostra a tabela:

Tempo (dias)	Água desperdiçada (litros)
2	92
4 (dobro)	184
6 (triplo)	276

A tabela indica que a quantidade de água desperdiçada varia de acordo com o tempo em que a torneira ficou gotejando, de modo que, duplicando o tempo, a quantidade de água desperdiçada dobra; triplicando o tempo, a quantidade de água desperdiçada também triplicará.

3.11 TAREFA 3 - GRUPO 3

OBJETIVOS E SUGESTÕES: As resoluções desejáveis na perspectiva do professor e do pesquisador para cada problema serão apresentadas a seguir. Além disso, não sabemos se o(a) aluno(a)s chegarão a exibir as propriedades, mas, neste caso, é importante estarmos preparados para fazer a inserção na direção de discutir o que foi proposto.

Tarefa 3

Nos seis problemas anteriores desconsidere aquelas situações em que as grandezas não são proporcionais e reúna as que sobrarem em grupos de grandezas diretamente proporcionais e em grandezas inversamente proporcionais.

Tente descobrir **duas importantes propriedades que podem ser observadas**, uma em cada caso, que vai indicar como elas se distinguem.

RESOLUÇÕES DESEJÁVEIS:

Nos problemas 1 e 6 as grandezas são diretamente proporcionais. No problema 1, dobrando os valores das grandezas, a tabela encontrada foi:

Nº de páginas	tempo
30	2
60	**4**

Notamos que, se as grandezas são diretamente proporcionais, os valores correspondentes da tabela formam a seguinte proporção:

$$\frac{30}{2} = \frac{60}{4} \quad [= 15\ ]$$

No problema 6, a tabela encontrada foi:

Água desperdiçada (litros)	Tempo (dias)
92	2
46	1

Daí os valores da tabela indicam também a proporção:

$$\frac{92}{2} = \frac{46}{1} \quad [= 46\ ]$$

Estes dois casos particulares são exemplos da propriedade geral: se as grandezas a, b, c e d **são diretamente proporcionais então formam uma proporção**:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Daí, podemos aplicar a **propriedade fundamental das proporções**:

$$\text{Se } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ então } a.d = b.c. \qquad \text{(I)}$$

Nos problemas 2 e 5 verificamos que as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais. No problema 2 a tabela produzida foi:

Nº de gatos	dias
4	3
2	**6**

Note que se tentarmos repetir o que fizemos para grandezas proporcionais encontramos:

$$\frac{4}{2} \# \frac{3}{6}$$

Porque a primeira razão é igual a 2 e a segunda é igual a $\frac{1}{2}$.

Porém, podemos escrever a proporção

$$\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$$

ou

$$\frac{4}{2} = \frac{1}{3/6}$$

Isto é, a razão entre dois valores da primeira grandeza é igual a razão inversa dos valores correspondentes da outra.

Assim, aplicando a propriedade fundamental das proporções à proporção anterior, obtemos:

$$4.\,3 = 2.6$$

Note, observando a tabela, que os *fatores dos produtos* são os pares de valores correspondentes das duas grandezas.

Esse exemplo particular sugere que, na prática, quando as grandezas forem inversamente proporcionais, os produtos dos pares de valores correspondentes são iguais.

De maneira análoga, no problema 5, se dobramos a velocidade o tempo de viagem cai para a metade como mostra a tabela:

Velocidade (km/h	Tempo (h)
60	5
30	**10**

Temos então que:

$$\frac{60}{30} \# \frac{5}{10}$$

Porque a primeira razão é igual a 2 e a segunda é igual a $\frac{1}{2}$.

Porém, podemos escrever a proporção

$$\frac{60}{30} = \frac{10}{5}$$

Isto é, tomamos o inverso da segunda razão, isto é.,

$$\frac{60}{30} = \frac{1}{5/10}$$

Isto é, a razão entre dois valores da primeira grandeza é igual a razão inversa dos valores correspondentes da outra.

Assim, aplicando a propriedade fundamental das proporções à proporção anterior, obtemos:

$$60.\,5 = 10.30$$

Note, observando a tabela, que os *fatores dos produtos* são os pares de valores correspondentes das duas grandezas.

Esse exemplo particular sugere que, na prática, quando as grandezas forem inversamente proporcionais, os produtos dos pares de valores correspondentes são iguais.

Estes dois casos particulares, são exemplos, de uma propriedade geral: se as grandezas a, b, c e d são *inversamente proporcionais* e

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Então, a propriedade fundamental é **o produto das grandezas correspondente são iguais**, isto é,

$$a.c = b.d. \qquad \text{(II)}$$

CONCLUSÃO: Em problemas que envolvem situações que relacionam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, **os valores desconhecidos podem ser determinados** a partir das propriedades (I) ou (II).

Em resumo, na resolução dos problemas 1 a 6, na tarefa seguinte a estratégia é:

(a) verificar as grandezas envolvidas no problema;
(b) Simular para um caso particular para verificar se as grandezas são diretamente, inversamente proporcionais ou se não são proporcionais;
(c) Resolver o problema utilizando as propriedades (I) ou (II).

Tanto no caso das grandezas diretamente quanto inversamente proporcionais, a fração irredutível encontrada como simplificação das grandezas envolvidas e chamada de **constante de proporcionalidade**.

3.12 TAREFA 4 - GRUPO 3

OBJETIVOS E SUGESTÕES: Agora os alunos encontram-se, potencialmente, em condições de resolver os problemas com as informações anteriores. Com esta tarefa, nosso objetivo é verificar se eles efetivamente conseguirão resolver os problemas. Pode acontecer deles já terem resolvido anteriormente, sendo possível agora tentar observar se eles irão operar com a ideia da constante de proporcionalidade.

Tarefa 4

Resolva os seis problemas propostos com base nas informações obtidas nas tarefas 1 e 2.

4 SUGESTÕES DE LEITURAS

As obras abaixo são sugestões de leituras de obras que inspiraram este trabalham e que podem ampliar nossa visão a respeito do pensamento proporcional e as tarefas para a sala de aula:

- CRUZ, Kaio S. **Pensamento proporcional na matemática escolar: a noção de razão.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora. 2024.

- FERNANDES, Letícia F. **Pensamento proporcional nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora. 2024.

- LAMON, S. J. **Teaching Fractions and Rations for Understanding.** 3ed. Nova Iorque: Routledge, 2012.

- LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

- SANTOS, Sinai. E. F. **Pensamento proporcional na matemática escolar: o ensino da noção de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora. 2025.

- SCHINCARIOL, Taynara **A. Pensamento proporcional na matemática escolar: o ensino da noção de taxa.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora. 2025.

- SILVA, A. M. **O Modelo dos Campos Semânticos:** Um modelo epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2022.
.
- VAN DE WALLE, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental:** Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

REFERÊNCIAS

BALDINO, Roberto R. **Assimilação Solidária**. Rio Claro, SP: Notas do Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática – GPA, IGCE – Departamento de Matemática, 1995.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação Matemática:** Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 2013.

LAMON, S. J. **Teaching Fractions and Rations for Understanding.** 3ed. Nova Iorque: Routledge, 2012.

LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemática**:** tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista em Educação Matemática**. SBEM - São Paulo, Campinas, SP, Ano 1, n 1, p.75-91, set., 1993.

LINS, R. C. Epistemologia e Matemática. Bolema. Rio Claro, S.P.,Unesp/RC. Ano 9, Especial 3, p.35 - 46,1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 1997.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 75-94. (Seminários DEBATES Unesp).

LINS, R. C. The production of meaning for algebra: a perspective based on a theorical model of semantic fields. In.: SURTHERLAND, R.; ROJANO, T.; BELL, A.; LINS, R. C. (Eds.). **Perspectives on school algebra**. London: Kluwer Academic Publishers, p.37-60, 2001.

LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

POST, T. R., BEHER, M. J. e LESH, R. A Proporcionalidade o Desenvolvimento de Noções Pré-Álgebra. Coxford, Arthur F. e Schulte, Albert P. (org.). **As Idéias da Álgebra**, 89-103, Atual Ed., São Paulo, 1995.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W. Razões e proporções na vida diária e na escola. In: SCHLIEMANN, A.D.; CARRAHER, D. W., et al. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. 2 ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.

SILVA, A. M. **O Modelo dos Campos Semânticos:** Um modelo epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2022.

SILVA, A. M; OLIVEIRA, V. C. A.; ALMEIDA, V. R. **O Modelo dos Campos Semânticos:** teorização e desdobramentos para a pesquisa e para o ensino. In: Processos cognitivos e Linguísticos na Educação Matemática. Orgs. Sandra Maria Pinto Magina, Sintria Labres Lautert, Alina Galvão Spinillo. Brasília, DF: SBEM Nacional, 2022.

SILVA, A. M.; BASTOS, R. R.; OLIVEIRA, R. (2024) **Educação Matemática Escolar no século XXI:** a formação de estudantes e professores da educação básica. In: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática: perspectiva de pesquisa e implicações no ensino e na aprendizagem de matemática. Silva, A.M.; Rodrigues, C.K; Cruz, W.J. (orgs.). Juiz de Fora: Editora da UFJF, p. 92-109.

SOUZA, J. R. **Panoramas Matemática** 7. 1. ed. - São Paulo: FDT, 2019.

SPINILLO, A. G. **Proporções nas séries iniciais do primeiro grau.** In: SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W., et al. Estudos em Psicologia da Educação Matemática. 2a ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.

VAN DE WALLE, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental:** Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICE

A Noção de Proporção

Tarefa 1

a) Um agricultor plantou uma muda de laranja e outra de pêssego. Duas semanas atrás foram medidas suas alturas, a laranjeira tinha 8 cm e o pessegueiro tinha 12 cm. Hoje a laranjeira está com 11 cm e o pessegueiro está com 15 cm de altura. Quem cresceu mais, a laranjeira ou o pessegueiro?

b) Um biólogo simulou no computador uma situação desejável de crescimento de dois tipos de eucaliptos para serem vendidos como madeira para a construção civil. A simulação começa com o primeiro tipo de eucalipto tendo 10 cm de comprimento e o segundo tipo tendo 12 cm de comprimento. Ao final do primeiro mês o primeiro tipo estaria com 15 cm de comprimento e o segundo tipo com 18 cm. Comparando os dois tipos de eucaliptos, o que você pode dizer sobre seus crescimentos?

c) Compare as duas tarefas anteriores e observe como as grandezas estão relacionadas no crescimento das plantas indicando o que você observa de diferente em cada caso. Observe as duas tarefas anteriores e analise o que você observou de diferente em cada caso.

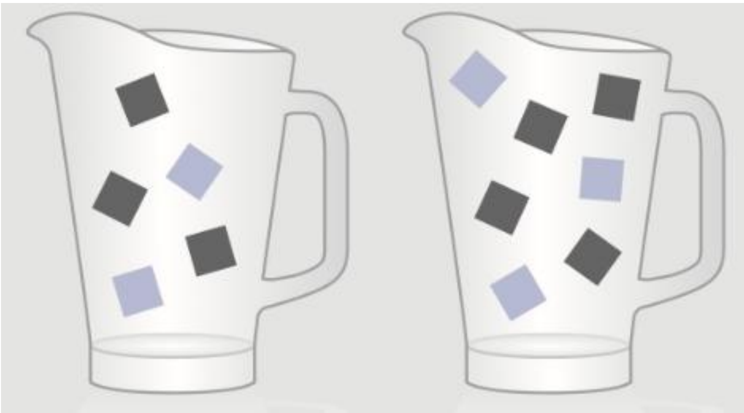
Tarefa 2

Duas turmas de uma escola estavam reunidas para fazer um trabalho para a feira de ciências. Para a hora do lanche, a turma A encomendou 2 pizzas para cada 3 membros do grupo e a turma B encomendou 3 pizzas para cada 5 membros do grupo. Em qual das duas turmas, seus membros têm mais pizza para comer?

Tarefa 3

a) Numa festa duas mães fizeram jarras com a mesma quantidade de limonada para as crianças com diferentes quantidades de limão. Considere, na figura abaixo, que os quadrados indicam a receita usada em cada jarra do seguinte modo: um quadrado escuro representa uma xícara de limonada concentrada e o quadrado branco representa uma xícara de água. A primeira mãe usou 3 xícaras de suco de limão concentrado e duas de água. A segunda mãe usou 4 xícaras de suco de limão concentrado e 3 xícaras de água.

Qual das duas jarras tem o sabor de limão mais forte? Ou eles terão o mesmo sabor?



Tarefa 3

b) Numa festa duas mães fizeram jarras com a mesma quantidade de limonada para as crianças com diferentes quantidades de limão. A primeira mãe usou 2 xícaras de suco de limão concentrado e 4 xícaras de água. A segunda mãe usou 4 xícaras de suco de limão concentrado e 8 xícaras de água.

Qual das duas jarras tem o sabor de limão mais forte? Ou eles terão o mesmo sabor?

Tarefa 3

c) Compare as duas tarefas anteriores e observe como as grandezas estão relacionadas na quantidade de suco e de água e o que você observa de diferente em cada caso.

Tarefa 4

O time de futebol da escola está disputando um torneio em um clube fora da cidade e você, como representante dos estudantes, foi designado(a) para organizar a saída das Vans que levarão os atletas, a comissão técnica e a torcida para o clube, num total de 264 pessoas. A informação que recebeu da direção da escola é que a empresa contratada para fazer o transporte disponibilizou Vans, todas com capacidade de 12 passageiros, e que só partirão para o destino com a sua capacidade máxima de lotação. No dia do jogo, você foi informado(a), ao chegar na escola, que às 6h da manhã partiram 3 vans com 36 passageiros levando os atletas e a comissão técnica do time e que as próximas Vans sairão com capacidade máxima de acordo com a seguinte tabela:

Horários	Nº de Vans	Nº total de passageiros
7h	5	
7h30	4	
8h	10	

a) Complete a tabela com o número total de passageiros que partirão nos horários determinados.

b) Qual a relação que podemos observar quando comparamos o número de passageiros pelo número de Vans em cada horário de partida das Vans?

Tarefa 5

A turma do 9º está produzindo os convites para a festa de primavera na escola. Eles esqueceram de mandar fazer a impressão dos convites que precisam ser entregues até o final das aulas daquela manhã. O pessoal da gráfica da escola informou que todas as cópias do convite utilizando 4 impressoras levarão 60 minutos para serem impressas, mas que seria possível usar 6 impressoras iguais para fazer os convites, mas o custo seria maior. Como eles estão com pressa, tentaram calcular com as informações que tinham qual o tempo que seis impressoras levarão para produzir os convites. Ajude-os a calcular esse tempo.

Nos problemas que estudaremos a seguir **três** situações que podem acontecer:

1ª) O crescimento de uma grandeza tem como consequência o crescimento da outra grandeza; ou, o decrescimento de uma grandeza tem como consequência o decrescimento da outra grandeza;

2ª) O crescimento de uma grandeza tem como consequência o decrescimento da outra grandeza (caso que analisamos no problema acima); ou decrescimento de uma grandeza tem como consequência o crescimento da outra grandeza;

3ª) Não ocorre nenhuma das duas situações anteriores ou não é possível, pelo enunciado do problema, garantir que nenhuma delas pode ocorrer.

Quando ocorrer a primeira situação diremos que as *grandezas* são *diretamente proporcionais* ou, simplesmente, *proporcionais*. Quando ocorrer a segunda situação diremos que as *grandezas* são *inversamente proporcionais* (O porquê dessa diferenciação ficará clara mais adiante). Caso não ocorra nenhuma das duas situações anteriores, diremos que as *grandezas não são proporcionais*.

Tarefa 6

Os seis problemas seguintes envolvem situações diferentes entre si para você analisar. A proposta é que você:

(a) Identifique quais são as grandezas envolvidas em cada problema;

(b) Faça uma simulação que permita identificar como será a relação entre as grandezas envolvidas com respeito ao crescimento e decrescimento das grandezas; [sugestão: fixe sua simulação em dobrar ou dividir pela metade uma das grandezas e observe o que ocorre com a outra. Monte a tabela com os dados obtidos]

(c) Determine em cada caso se (i) as grandezas são diretamente proporcionais; ou (ii) se são inversamente proporcionais, ou (iii) se não são proporcionais, apresentando os argumentos de maneira bem explicada no seu texto escrito.

Importante: O objetivo da tarefa, ainda, **não é resolver o problema**.

Problema 1:

Um professor lê aproximadamente 30 páginas de um livro em duas horas. Mantendo esse ritmo, de quanto tempo ele precisa para ler um livro de 225 páginas?

Problema 2:

Um veterinário cuida, em sua clínica, de filhotes de gatos abandonados na rua. Ele tem 4 gatos e o saco de ração que ele compra para alimentá-los, cada um deles, com a mesma quantidade de ração, dura 3 dias. Ao terminar mais um saco de ração, 2 gatos foram adotados e foram embora com seus novos donos. Agora, com esse novo número de gatos, quantos dias vai durar o saco de ração?

Problema 3:

Em um supermercado, o preço do pacote de açúcar de 1 kg da marca “Mais Doce” custa R$ 2,50 quanto custará o preço de um pacote de 5kg de açúcar da mesma marca?

Problema 4:

Os pais de Camila, registraram sua altura aos 5 e aos 10 anos como mostra a tabela abaixo e querem saber quanto será sua altura quando tiver 15 anos. O que você pode dizer a eles?

Idade (em anos)	5	10	15
Altura (em metros)	1,12	1,60	?

Problema 5:

Um motorista dirigindo seu carro a uma velocidade média de 60 km por hora leva cinco horas para ir de uma cidade a outra. Qual deveria ser sua velocidade média para ele fazer essa viagem na metade do tempo?

Problema 6:

Um pesquisador, preocupado com o gasto de água no período da seca, concluiu que uma torneira gotejando desperdiça 92 litros de água em dois dias. Suponha que em uma casa tem uma torneira gotejando e gastando a mesma quantidade de água observada pelo pesquisador e a família viajou em férias. Quantos litros de água foram desperdiçados pela torneira nos 30 dias em que a família esteve na viagem?

Tarefa 7

Nos seis problemas anteriores desconsidere aquelas situações em que as grandezas não são proporcionais e reúna as que sobrarem em grupos de grandezas diretamente proporcionais e em grandezas inversamente proporcionais.

Tente descobrir **duas importantes propriedades que podem ser observadas**, uma em cada caso, que vai indicar como elas se distinguem.

Se as grandezas a, b, c e d **são diretamente proporcionais então formam uma proporção**:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Daí, podemos aplicar a **propriedade fundamental das proporções**:

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ então a.d = b.c. **(I)**

Se as grandezas a, b, c e d são *inversamente proporcionais* e

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Então, a propriedade fundamental é **o produto das grandezas correspondente são iguais**, isto é,

a.c = b.d. **(II)**

CONCLUSÃO: Em problemas que envolvem situações que relacionam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, **os valores desconhecidos podem ser determinados** a partir das propriedades (I) ou (II).

Em resumo, na resolução dos problemas 1 a 6, a estratégia é:

(a) verificar as grandezas envolvidas no problema;
(b) Simular para um caso particular para verificar se as grandezas são diretamente, inversamente proporcionais ou se não são proporcionais;
(c) Resolver o problema utilizando as propriedades (I) ou (II).

TENTE!!