

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Departamento de Energia Elétrica

Mateus de Lima Filomeno

**Análise Estatística da Capacidade de Canais PLC Residenciais Cooperativos
Baseada no Modelo Single Relay Channel.**

Juiz de Fora

2016

Mateus de Lima Filomeno

**Análise Estatística da Capacidade de Canais PLC Residenciais Cooperativos
Baseada no Modelo Single Relay Channel.**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos requisitos para a obtenção do título de bacharel em Engenharia Elétrica - Habilitação em Telecomunicações.

Orientador: Moisés Vidal Ribeiro

Juiz de Fora

2016

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da
UFJF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Filomeno, Mateus.

Análise Estatística da Capacidade de Canais PLC Residenciais Cooperativos Baseada no Modelo Single Relay Channel. / Mateus de Lima Filomeno. – 2016.

41 f. : il.

Orientador: Moisés Vidal Ribeiro

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Departamento de Energia Elétrica, 2016.

1. *Power Line Communication*. 2. Comunicação Cooperativa. 3. Análise Estatística. I. Vidal Ribeiro, Moisés. II. Título.

Mateus de Lima Filomeno

**Análise Estatística da Capacidade de Canais PLC Residenciais Cooperativos
Baseada no Modelo Single Relay Channel.**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos requisitos para a obtenção do título de bacharel em Engenharia Elétrica - Habilitação em Telecomunicações.

Aprovado em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Moisés Vidal Ribeiro - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Antônio Ângelo Missiaggia Picorone
Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora

Prof. Dr. Thiago Rodrigues Oliveira
Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

*Dedico este trabalho aos meus amigos e a toda minha família, em especial a minha mãe
Roseny e a minha avó Neide.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me guiado durante todo o curso e, principalmente, por ser meu maior refúgio nos momentos difíceis.

Agradeço aos meus pais Roseny e Moisés Filomeno, pelo amor que sempre demonstraram e também pelo sustento. Ao meu irmão Lucas e a minha avó Neide, por sempre estarem ao meu lado. Aos meus demais familiares, por me apoiarem sempre que necessário. E aos meus irmãos da igreja, pelas orações.

Agradeço a todos os meus amigos, pelo companheirismo e pelos momentos de descontração. Aos companheiros de laboratório que nunca hesitaram em me ajudar, em especial a Michelle por todo suporte dado no desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, agradeço a todos os professores e outros profissionais que de alguma forma contribuíram para minha formação. Em especial ao professor Moisés Ribeiro, pelo apoio e por me fazer melhorar a cada dia, e ao professor Silva, por me incentivar e ser o primeiro a acreditar no meu potencial.

“Prossigo para o alvo, pelo prêmio da soberana vocação de Deus em Cristo Jesus”
(Filipenses 3:14)

RESUMO

Este trabalho tem como principal objetivo analisar, estatisticamente, o desempenho de sistemas *Power Line Communication* (PLC) *indoor* operando com comunicação cooperativa. Baseado em demonstrações matemáticas e num banco de dados com mais de 32000 amostras de canais e ruídos PLC coletados durante uma campanha de medição, busca-se calcular a capacidade teórica de sistemas PLC com comunicação cooperativa e, através desses valores de capacidade, avaliar os ganhos e/ou prejuízos desses sistemas. Para realizar essa avaliação alterna-se o protocolo de cooperação entre *amplify-and-forward* (AF) e *decode-and-forward* (DF), a posição do *relay*, a potência de transmissão e as faixas de frequência. As conclusões obtidas mostram a superioridade do protocolo DF e a relevância da posição do *relay* para um sistema com cooperação, mostram ainda que o aumento da potência de transmissão diminui os ganhos da cooperação e que a comunicação cooperativa pode ser vantajosa para diferentes faixas de frequência.

Palavras-chave: *Power Line Communication*. Comunicação Cooperativa. Análise Estatística.

ABSTRACT

The main objective of this work is to statistically analyze the performance of cooperative in-home Power Line Communication (PLC) systems. Based on mathematical proofs and a database with more than 32,000 PLC channels and noises measurements obtained from a measurement campaign, we calculate the achievable data rate of cooperative in-home PLC systems, which is used for evaluating the system gains and/or losses. In order to obtain the achievable data rate, we alternate the cooperation protocol between amplify-and-forward (AF) and decode-and-forward (DF), as well as the relay position, the transmission power and the frequency bandwidth. The attained results show the superiority of the DF protocol and the significant influence of the relay position on cooperative PLC systems. Furthermore, a trade-off between transmission power and the gains of cooperation is pointed out. Finally, we show that the cooperative communication can be beneficial for PLC systems in different frequency bands.

Key-words: Power Line Communication. Cooperative Communication. Statistical Analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Magnitude da resposta em frequência de um canal PLC.	14
Figura 2 – Cooperação cooperativa para sistemas sem fio [7].	15
Figura 3 – Modelo <i>single relay channel</i>	17
Figura 4 – Transmissão do sinal durante os dois <i>time slots</i>	18
Figura 5 – Modelo sem cooperação.	19
Figura 6 – Casos abordados.	25
Figura 7 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso #1.	26
Figura 8 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso #1.	26
Figura 9 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso #1.	27
Figura 10 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso #2.	28
Figura 11 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso #2.	28
Figura 12 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso #2.	29
Figura 13 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso #3.	30
Figura 14 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso #3.	30
Figura 15 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso #3.	31
Figura 16 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso #4.	31
Figura 17 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso #4.	32
Figura 18 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso #4.	32
Figura 19 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso Genérico.	33
Figura 20 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso Genérico.	34
Figura 21 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso Genérico.	34
Figura 22 – Magnitude da resposta em frequência dos canais <i>SD</i> , <i>SR</i> e <i>RD</i> , Caso #1.	38
Figura 23 – Magnitude da resposta em frequência dos canais <i>SD</i> , <i>SR</i> e <i>RD</i> , Caso #2.	38
Figura 24 – Magnitude da resposta em frequência dos canais <i>SD</i> , <i>SR</i> e <i>RD</i> , Caso #3.	39
Figura 25 – Magnitude da resposta em frequência dos canais <i>SD</i> , <i>SR</i> e <i>RD</i> , Caso #4.	39
Figura 26 – PSDs de ruído dos canais <i>SD</i> , <i>SR</i> e <i>RD</i> , Caso #1.	40
Figura 27 – PSDs de ruído dos canais <i>SD</i> , <i>SR</i> e <i>RD</i> , Caso #2.	40
Figura 28 – PSDs de ruído dos canais <i>SD</i> , <i>SR</i> e <i>RD</i> , Caso #3.	41
Figura 29 – PSDs de ruído dos canais <i>SD</i> , <i>SR</i> e <i>RD</i> , Caso #4.	41

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AF	Amplify-and-forward
AM	Amplitude Modulation
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BER	Bit Error Rate
eCDF	empirical Cumulative Distribution Function
CF	Compress-and-forward
CSI	Channel State Information
DF	Decode-and-forward
DFT	Discrete Fourier Transform
DSL	Digital Subscriber Line
FCF	Fountain-code-and-Forward
FM	Frequency Modulation
IoT	Internet of Things
IP	Internet Protocol
LGRC	Linear Gaussian Relay Channel
LTI	Linear and time-invariant
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
PLC	Power Line Communication
PSD	Power Spectral Density
SNR	Signal-to-Noise Ratio
VOIP	Voice Over IP

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	OBJETIVOS	12
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1	SISTEMAS PLC	13
2.2	COMUNICAÇÃO COOPERATIVA PARA SISTEMAS PLC	15
3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	17
4	CAPACIDADE TEÓRICA	19
4.1	COMUNICAÇÃO PONTO-À-PONTO	19
4.2	COMUNICAÇÃO COOPERATIVA - PROTOCOLO AF	21
4.3	COMUNICAÇÃO COOPERATIVA - PROTOCOLO DF	22
5	RESULTADOS NÚMERICOS	24
5.1	COLETA DE DADOS	24
5.2	CÁLCULO DAS eCDFs	25
5.2.1	Caso #1	25
5.2.2	Caso #2	27
5.2.3	Caso #3	29
5.2.4	Caso #4	31
5.2.5	Caso Genérico	33
6	CONCLUSÕES	35
6.1	TRABALHOS FUTUROS	35
	REFERÊNCIAS	36
	APÊNDICE A – Estimativas	38
A.1	Respostas em Frequência de Canais PLC	38
A.2	PSDs de Ruídos	40

1 INTRODUÇÃO

No decorrer dos últimos anos, os avanços das tecnologias de comunicação de dados tem sido notórios para atender as demandas da sociedade e das máquinas (*internet, machine-to-machine, internet of things, smart grids, smart cities* e etc). Para atender essas demandas existem diversos tipos de tecnologias, dentre as quais destacam-se a comunicação sem fio, a comunicação por cabos telefônicos, a comunicação por fibra óptica e a comunicação via cabos de energia elétrica, mais conhecida como *Power Line Communication* (PLC). Cada uma dessas tecnologias possui suas vantagens e desvantagens que impõem desafios a um projetista de sistemas de telecomunicações, por isso em cada situação existem diversos fatores que definem a melhor tecnologia a ser utilizada.

Neste trabalho a tecnologia a ser estudada é a PLC. Sabe-se que a idéia de utilizar os cabos da rede de energia elétrica para a comunicação de dados vem do início do século XX. Porém, apesar de seus primeiros relatos de utilização serem do início do século passado, a tecnologia PLC começou a ser profundamente estudada apenas no final desse mesmo século, principalmente após o início da década de 90. Desde então, os estudos realizados mostraram o potencial, as limitações e os problemas do uso da infraestrutura de distribuição de energia elétrica para fins de comunicação de dados.

O conhecimento das limitações e problemas incentivou a realização de pesquisas que resultaram em consideráveis avanços na área de PLC. Por exemplo, foram desenvolvidas técnicas de modulação multi-portadora, de alocação de recursos, de comunicação *multiple-input multiple-output* (MIMO) e de comunicação cooperativa, dentre outras. A comunicação cooperativa há algum tempo vem recebendo uma considerável atenção das pesquisas da área de comunicação sem fio, por conseguinte pesquisadores da área de PLC também enxergaram potencial nela e seus primeiros resultados mostraram que ela pode ser bastante benéfica para sistemas PLC.

Na comunicação cooperativa um ou mais nós são inseridos entre o *source* e o *destination* para auxiliar na comunicação entre esses terminais. Além de aumentar a confiabilidade de um sistema de transmissão de dados, ela pode aumentar de forma significativa a capacidade de um enlace de comunicação de dados.

Em um dos estudos mais recentes avalia-se o desempenho da comunicação cooperativa em sistemas PLC utilizando dados medidos em várias residências [1]. Para a coleta desses dados foi feita uma campanha de medição que gerou milhares de estimativas de canais PLC e ruídos aditivos. Basicamente, [1] apresentou resultados relacionados com o aumento da capacidade obtidos quando o modelo *single relay channel* é adotado e os protocolos *Amplify-and-Forward* (AF) e *Decode-and-Forward* (DF) são utilizados. Entretanto, apesar da quantidade de dados coletados com a campanha de medição, os resultados foram obtidos considerando-se a média das respostas em frequência das estimativas dos

canais PLC considerando-se os seguintes casos: o nó *relay* (R) está localizado em torno da metade da distância entre os nós *source* (S) e *destination* (D), o nó R está localizado próximo do nó S , o nó R está localizado próximo do nó D e, finalmente, o nó R está localizado longe de ambos os nós S e D .

Os resultados apresentados em [1] são de grande valor para a área de PLC, entretanto a análise estatística dos ganhos obtidos com a cooperação, a partir de todos os dados, permite oferecer mais subsídios para uma análise completa do potencial da cooperação para sistemas PLC residenciais.

1.1 OBJETIVOS

Baseando-se nas discussões e motivações supracitadas, o presente trabalho tem os seguintes objetivos:

- Analisar estatisticamente os benefícios da comunicação cooperativa para sistemas PLC residenciais banda larga. Para isso, busca-se calcular a capacidade teórica de canais PLC cooperativos quando o modelo *single relay channel* é adotado e, através desses valores de capacidade, avaliar ganhos e/ou prejuízos da comunicação cooperativa.
- Analisar estatisticamente a capacidade teórica quando os protocolos de cooperação são o AF e o DF, e a faixa de frequência e a potência total de transmissão variam.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

- Capítulo 2: apresenta uma breve revisão da literatura, em que os principais conceitos sobre sistemas PLC e sobre comunicação cooperativa são apresentados.
- Capítulo 3: desenvolve a formulação matemática necessária à compreensão dos equacionamentos desenvolvidos durante o trabalho.
- Capítulo 4: sugere e/ou adapta expressões matemáticas para o cálculo da capacidade teórica de canais PLC e também do modelo de cooperação adotado.
- Capítulo 5: apresenta os resultados computacionais e as suas respectivas análises.
- Capítulo 6: contempla as conclusões finais e os trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo os principais assuntos a serem abordados neste trabalho são brevemente apresentados. Aborda-se nessa revisão os principais conceitos sobre sistemas PLC e também como o estudo da comunicação cooperativa para esses sistemas evoluiu até chegar ao ponto que este trabalho aborda.

Desta forma, esse capítulo está dividido da seguinte maneira: a seção 2.1 discute, resumidamente, os sistemas PLC e a seção 2.2 se concentra na comunicação cooperativa para sistemas PLC.

2.1 SISTEMAS PLC

Os sistemas PLC utilizam uma infraestrutura projetada e implantada para a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica como meio de comunicação de dados. Isso significa que os custos de implementação dessa tecnologia são relativamente baixos quando comparados às outras tecnologias de comunicação. Além disso, devido a infraestrutura de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica já instalada, sistemas PLC podem alcançar cerca de 98% da população mundial [2]. Pode-se afirmar também que sistemas PLC são tecnologias com grande potencial para a implantação das *Smart Grids* e *Internet of Things* (IoT) [3].

Sabe-se que os condutores de uma rede de energia elétrica são projetados para operarem em baixas frequências (60 Hz, Brasil) e alta potência. Por isso quando operam em altas frequências e baixa potência apresentam características prejudiciais à comunicação de dados, tais como fortes atenuações e a presença de ruídos que degradam o sinal. Devido a ausência de blindagem eletromagnética, tais condutores podem sofrer interferência ou produzir interferências em outros serviços de comunicação de dados que operam na mesma faixa de frequência, tais como *digital subscriber line* (DSL), rádio amador e estações de rádio *amplitude modulation* (AM) e *frequency modulation* (FM) [4].

O espectro de amplitude da resposta em frequência de um canal PLC possui algumas características peculiares. Por exemplo, à medida que a frequência aumenta o valor do módulo da resposta em frequência diminui. Além disso, o valor do módulo da resposta em frequência também diminui com o aumento da distância entre *source* e *destination*, vide Figura 1.

O ruído presente num canal PLC, diferentemente da maioria dos outros canais de comunicação, não pode ser modelado como *Additive White Gaussian Noise* (AWGN). De fato, [5] mostra que o ruído presente nos cabos de energia elétrica pode ser considerado uma soma de três tipos de ruído. O primeiro tipo é um ruído de fundo colorido que possui baixa densidade espectral de potência em quase todo espectro, exceto para frequências

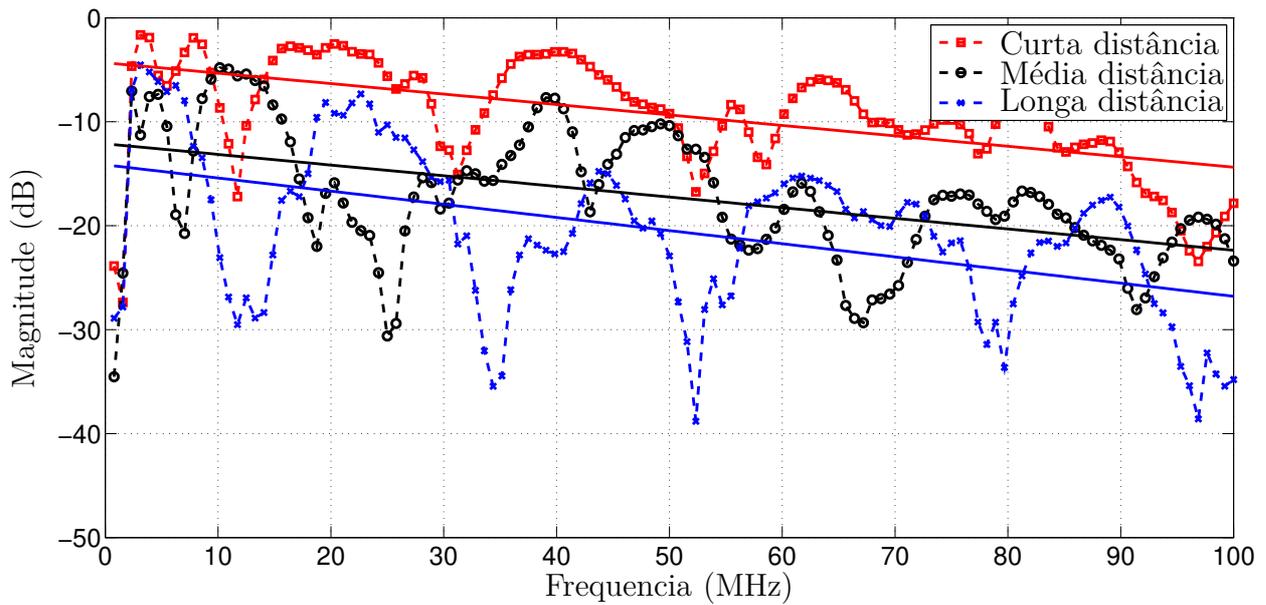


Figura 1 – Magnitude da resposta em frequência de um canal PLC.

mais baixas. O segundo é um ruído de banda estreita, originário de estações de rádio. E o terceiro são ruídos impulsivos de mais forte intensidade, gerado por comutações dos dispositivos conectados à rede de energia elétrica, entrada e saída de cargas e etc.

Os sistemas PLC podem operar em diferentes faixas de frequências. Na Europa, tais sistemas são regulamentados para utilizarem a faixa de frequência que se estende de 1,7 a 30 MHz. Já no Brasil, os sistemas PLC são regulamentados para utilizarem a faixa de frequência de 1,7 a 50 MHz. Os estudos envolvendo sistemas PLC abordam ainda uma terceira faixa de frequência que se estende de 1,7 a 100 MHz, isso porque existe uma previsão de que essa faixa de frequência seja regulamentada para operação num futuro próximo.

No que tange os sistemas elétricos de potência, os canais PLC são convenientemente divididos em *indoor* e *outdoor*. Os canais PLC *indoor* contemplam os circuitos elétricos entre os medidores de consumo de energia e as tomadas em residências, prédios, indústrias e comércios. Por outro lado, os canais PLC *outdoor* referem-se aos circuitos elétricos de transmissão e distribuição de energia elétrica a partir dos medidores de consumo de energia [6]. Assim sendo, os sistemas PLC *outdoor* podem ser utilizados como *backbones* de *internet* e para comunicação entre subestações, por exemplo. Já os sistemas PLC *indoor* podem possuir infinitas finalidades industriais ou dentro de uma casa, como por exemplo aplicações de voz sobre *internet protocol* (VOIP) e acesso à *internet* [5].

2.2 COMUNICAÇÃO COOPERATIVA PARA SISTEMAS PLC

Na seção 2.1 foi dito que a magnitude da resposta em frequência de um canal PLC pode ser muito baixa, dependendo da distância entre *source* e *destination* e também da faixa de frequência. De acordo com a literatura, a comunicação cooperativa é uma alternativa que atua de forma a minimizar esse efeito, posto que viabiliza o uso de nós R (*relays*) para compensar a longa distância entre os nós S (*source*) e D (*destination*). A Figura 2 mostra como a comunicação cooperativa funciona. Basicamente, um ou mais *relays* são introduzidos entre os nós S e R e, através desses nós cria-se novas alternativas para o sinal chegar ao destino.

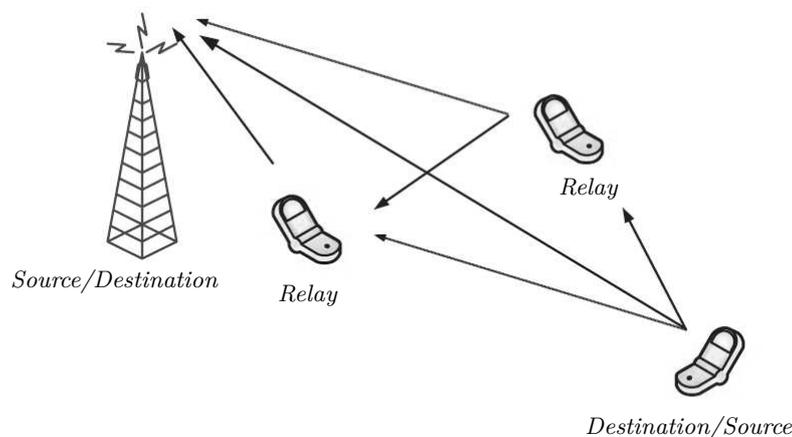


Figura 2 – Cooperação cooperativa para sistemas sem fio [7].

Na comunicação cooperativa um importante ponto a ser discutido é qual o protocolo a ser utilizado nos nós R . Os protocolos de comunicação cooperativa são definidos pela forma como os *relays* processam o sinal recebido do nó S para reenviá-lo ao nó D . Dentre os mais conhecidos, destacam-se o *Amplify-and-Forward* [8], o *Decode-and-Forward* [9] e o *Compress-and-Forward* (CF) [10].

O protocolo AF tem como característica um baixo custo de implementação de *hardware*. Nesse protocolo o sinal recebido do nó S pelo *relay* é amplificado para ser retransmitido ao nó D , nenhum outro tipo de processamento é realizado no nó R . Essa característica define o AF como um protocolo não-regenerativo. Por sua vez, o protocolo DF é regenerativo [11], pois de acordo com esse protocolo o *relay* decodifica o sinal recebido do nó S e o codifica novamente para, em seguida, reenviá-lo ao nó D . Claramente, nota-se que o DF necessita de um *hardware* um pouco mais sofisticado no *relay*. Por fim, no protocolo CF o sinal recebido pelo nó R é comprimido e, em seguida, é enviado ao nó D .

Buscando mostrar vantagens da comunicação cooperativa para sistemas PLC banda larga, [12] realizou uma análise de protocolos de retransmissão e de transmissões com múltiplos saltos (*multihop*), baseando-se em trabalhos já existentes para sistemas de comuni-

cação sem fio. Essa contribuição constatou que, ao contrário do que é visto em sistemas sem fio, os ganhos proporcionados por protocolos de retransmissão não são significativos em sistemas PLC. Porém, o trabalho mostrou que a comunicação cooperativa apresenta ganhos quando aplicada em sistemas PLC.

Em [13] estudou-se o desempenho de sistemas PLC com comunicação cooperativa quando nos nós R é aplicado o protocolo DF e o canal está sob a ação de um desvanecimento log-normal e ruído impulsivo. Os resultados mostraram que o desempenho de sistemas com comunicação cooperativa é superior ao de sistemas sem cooperação. Além disso, os resultados também mostraram que o aumento do número de *relays* melhora a capacidade média do canal. No entanto a diminuição da *Bit Error Rate* (BER) não é proporcional ao crescimento do número de *relays*.

Uma análise similar à apresentada em [13] foi discutida em [14], porém com os *relays* operando com o protocolo AF. Os resultados mostraram que o desempenho do sistema PLC com cooperação continuou superior ao desempenho do mesmo sem cooperação. Mais uma vez, notou-se que o desempenho do sistema PLC melhora à medida que o número de *relays* aumenta.

O trabalho [15] apresentou o desempenho de um sistema PLC baseado no esquema *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM) com comunicação cooperativa (apenas um *relay*) para os protocolos AF, DF e FCF (*Fountain-code-and-Forward*). Esse trabalho mostrou que o valor da capacidade fim-à-fim pode aumentar de forma significativa com a inclusão de um *relay* e, além disso, mostrou que a posição do *relay* é um fator determinante no desempenho do sistema, sendo o melhor local para posicioná-lo a metade da distância entre *source* e *destination*.

Por fim, utilizando a mesma campanha de medição que este trabalho se baseia, [1] apresenta vários resultados que analisam o desempenho da comunicação cooperativa em sistemas PLC residenciais quando o modelo *single relay channel* é adotado. Nesse trabalho, desenvolve-se todo equacionamento matemático para o cálculo da capacidade teórica do modelo *single relay channel* aplicada às redes de energia elétrica residenciais. Para tanto, considerou-se os protocolos AF e DF no *relay*. Desenvolve-se ainda o equacionamento para o cálculo da vazão máxima quando um sistema PLC baseado no esquema OFDM é utilizado em conjunto com os protocolos AF e DF e técnicas de combinação. Além disso, os resultados contemplaram diferentes faixas de frequência, vários valores de potências totais de transmissão e diferentes posições do *relay* em relação ao nó S e ao nó D .

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O presente capítulo apresenta a formulação matemática envolvida nos cálculos de capacidade teórica do modelo *single relay channel*, tanto para o protocolo AF como para o DF, aplicado para canais PLC.

Para tal formulação considera-se que a comunicação de dados é feita em banda base e que a magnitude da resposta em frequência do canal e a *power spectral density* (PSD) do ruído são planas para cada um dos subcanais. Além disso, considera-se o modelo com apenas um *relay*, visto na Figura 3. Em que $\{h_{SD}[n]\}_{n=0}^{L_{SD}-1}$, $\{h_{SR}[n]\}_{n=0}^{L_{SR}-1}$ e $\{h_{RD}[n]\}_{n=0}^{L_{RD}-1}$ são representações no tempo discreto da resposta ao impulso dos canais *source-destination* (*SD*), *source-relay* (*SR*) e *relay-destination* (*RD*), respectivamente. L_{SD} , L_{SR} e L_{RD} são os respectivos comprimentos dos canais *SD*, *SR* e *RD*. Considera-se a resposta ao impulso dos canais linear e invariante no tempo (LTI) e, devido a essa consideração, pode-se encontrar também a resposta ao impulso equivalente ao canal *source-relay-destination* (*SRD*), representada por $h_{SRD}[n] = h_{SR}[n] \star h_{RD}[n]$, em que \star representa o operador convolução e cujo comprimento é $L_{SRD} = L_{SR} + L_{RD} - 1$. Considera-se ainda que $T_C \gg 2T_S$, em que T_C e T_S representam o tempo de coerência e o período de símbolo de um canal PLC linear, respectivamente.

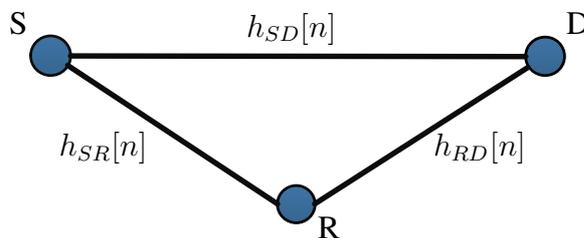


Figura 3 – Modelo *single relay channel*.

Os vetores que representam as respostas ao impulso dos canais *SD*, *SR* e *RD* no domínio do tempo podem ser escritos da seguinte maneira: $\mathbf{h}_{SD} = [h_{SD}[0]h_{SD}[1]\dots h_{SD}[L_{SD}-1]]^T$, $\mathbf{h}_{SR} = [h_{SR}[0]h_{SR}[1]\dots h_{SR}[L_{SR}-1]]^T$ e $\mathbf{h}_{RD} = [h_{RD}[0]h_{RD}[1]\dots h_{RD}[L_{RD}-1]]^T$, respectivamente. Logo, podemos definir também tais vetores no domínio da frequência: $\mathbf{H}_{SD} = (1/\sqrt{N})\mathbf{W}[\mathbf{h}_{SD}^T \mathbf{0}_{N-L_{SD}}^T]^T$, $\mathbf{H}_{SR} = (1/\sqrt{N})\mathbf{W}[\mathbf{h}_{SR}^T \mathbf{0}_{N-L_{SR}}^T]^T$ e $\mathbf{H}_{RD} = (1/\sqrt{N})\mathbf{W}[\mathbf{h}_{RD}^T \mathbf{0}_{N-L_{RD}}^T]^T$, em que N é a dimensão da matriz \mathbf{W} da transformada de Fourier discreta (*Discrete Fourier Transform*, DFT). Definidos os vetores de representação dos canais no domínio da frequência, pode-se definir as matrizes diagonais que serão utilizadas nos cálculos: $\mathcal{H}_{SD} = \mathbf{diag}\{H_{SD}[0]H_{SD}[1]\dots H_{SD}[N-1]\}$, $\mathcal{H}_{SR} = \mathbf{diag}\{H_{SR}[0]H_{SR}[1]\dots H_{SR}[N-1]\}$ e $\mathcal{H}_{RD} = \mathbf{diag}\{H_{RD}[0]H_{RD}[1]\dots H_{RD}[N-1]\}$, em que $H_{SD}[k]$, $H_{SR}[k]$ e $H_{RD}[k]$ denotam o k -ésimo coeficiente de \mathbf{H}_{SD} , \mathbf{H}_{SR} e \mathbf{H}_{RD} , respectivamente. E, devido a linearidade e invariância no tempo dos canais PLC, tem-se que $\mathcal{H}_{SRD} = \mathcal{H}_{SR}\mathcal{H}_{RD}$. Tam-

bém se define $\mathbf{\Lambda}_{|\mathcal{H}_{SD}|^2} = \mathbf{diag}\{|H_{SD}[0]|^2|H_{SD}[1]|^2\dots|H_{SD}[N-1]|^2\}$, $\mathbf{\Lambda}_{|\mathcal{H}_{SR}|^2} = \mathbf{diag}\{|H_{SR}[0]|^2|H_{SR}[1]|^2\dots|H_{SR}[N-1]|^2\}$ e $\mathbf{\Lambda}_{|\mathcal{H}_{RD}|^2} = \mathbf{diag}\{|H_{RD}[0]|^2|H_{RD}[1]|^2\dots|H_{RD}[N-1]|^2\}$.

O símbolo transmitido pelo nó S (*source*), no domínio da frequência, é $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, tal que $\mathbb{E}\{\mathbf{X}\} = 0$ e $\mathbb{E}\{\mathbf{X}\mathbf{X}^\dagger\} = \mathbf{\Lambda}_{\sigma_{\mathbf{X}}^2} = \sigma_{\mathbf{X}}^2 \mathbf{I}_N$, no qual $\sigma_{\mathbf{X}}^2$ é a variância de $X[k]$ (k -ésimo elemento de \mathbf{X}) e \mathbf{I}_N é a matriz identidade de dimensão N , $\mathbb{E}\{\cdot\}$ representa o operador esperança e \dagger representa o conjugado transposto (operador hermitiano). Assume-se que os vetores de ruído no domínio da frequência para os canais SD , SR , RD e SRD são \mathbf{V}_{SD} , \mathbf{V}_{SR} , \mathbf{V}_{RD} e $\mathbf{V}_{SRD} = \mathbf{V}_{RD} + \mathcal{H}_{RD}\mathbf{V}_{SR}$, respectivamente. Assume-se ainda que $\mathbb{E}\{\mathbf{V}_i \odot \mathbf{V}_j\} = \mathbb{E}\{\mathbf{V}_i\} \odot \mathbb{E}\{\mathbf{V}_j\}$, $\forall i \neq j$, no qual \odot denota o produto de Hadamard e $\mathbb{E}\{\mathbf{V}_i\} = 0$, $i, j \in \{SD, SR, RD\}$. Logo, $\mathbb{E}\{\mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^\dagger\} = \mathbf{\Lambda}_{\sigma_{\mathbf{V}_i}^2} = \mathbf{diag}\{\sigma_{\mathbf{V}_i}^2[0]\sigma_{\mathbf{V}_i}^2[1]\dots\sigma_{\mathbf{V}_i}^2[2N-1]\}$ e $\mathbb{E}\{\mathbf{V}_{SRD} \mathbf{V}_{SRD}^T\} = \mathbf{\Lambda}_{\sigma_{\mathbf{V}_{SRD}}^2} = \mathbf{\Lambda}_{\sigma_{\mathbf{V}_{RD}}^2} + \mathbf{\Lambda}_{\sigma_{\mathbf{V}_{SR}}^2} \mathbf{\Lambda}_{|\mathcal{H}_{RD}|^2}$.

A potência total disponível é P . A parcela da potência disponível ao nó S denomina-se P_0 e a parcela da potência disponível ao nó R denomina-se P_1 . Logo, $P_0 + P_1 = P$. Sendo que cada uma das potências é disponibilizada em um *time slot* diferente, como pode-se ver na Figura 4. No primeiro *time slot* o nó S realiza sua transmissão, enquanto no segundo o nó R realiza a sua. Considera-se também que o primeiro *time slot* tem uma duração T_0 e o segundo uma duração T_1 e $T_0 = T_1$.

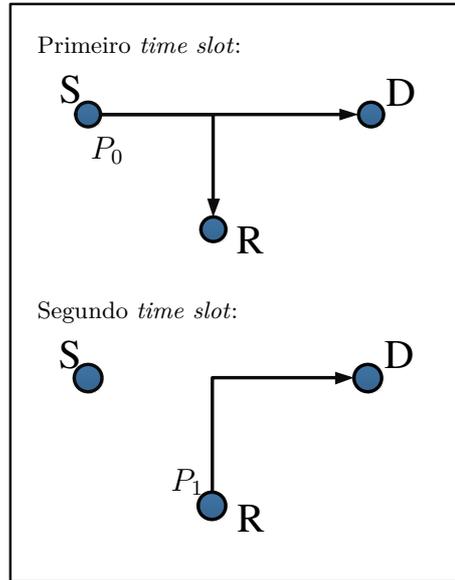


Figura 4 – Transmissão do sinal durante os dois *time slots*.

A partir de todas as considerações feitas, o problema é demonstrar expressões para a capacidade teórica de canais PLC cooperativos quando o modelo *single relay channel* é adotado. E assim, através dessas expressões de capacidade teórica, avaliar estatisticamente o desempenho de canais PLC residenciais cooperativos.

4 CAPACIDADE TEÓRICA

Neste capítulo são apresentadas as expressões para o cálculo da capacidade teórica de um canal PLC ponto-à-ponto e também do modelo *single relay channel*, mostrado na Figura 3. Para o modelo *single relay channel* considera-se os protocolos AF e DF.

Para demonstrar tais expressões considera-se o número de subcanais $N \rightarrow \infty$, desta forma o *single relay channel* pode ser modelado como um *Linear Gaussian Relay Channel* (LGRC) [16].

Este capítulo se divide em três seções: a seção 4.1 apresenta o desenvolvimento da expressão da capacidade teórica de um canal PLC ponto-à-ponto, a seção 4.2 apresenta o desenvolvimento das expressões da capacidade teórica do modelo *single relay channel* para o protocolo AF e a seção 4.3 apresenta a expressão da capacidade teórica para o modelo *single relay channel* para o protocolo DF.

4.1 COMUNICAÇÃO PONTO-À-PONTO

Nesta seção desenvolve-se a capacidade teórica de um canal PLC ponto-à-ponto como o da Figura 5. Essa etapa é essencial para quantificar qual é o ganho, em termos de capacidade, que o uso do *relay* pode oferecer num esquema de comunicação de dados que adota o modelo *single relay channel*.

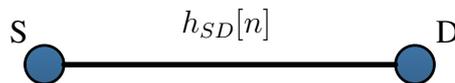


Figura 5 – Modelo sem cooperação.

Primeiramente, seja \mathbf{X} e $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ o símbolo enviado e recebido por S e D , respectivamente, tal que

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathcal{H}_{SD} \mathbf{\Lambda}_{\sqrt{P_0}} \mathbf{X} + \mathbf{V}_{SD} \\ &= \mathbf{A}_{SD} \mathbf{X} + \mathbf{V}_{SD} \end{aligned}$$

em que $\mathbf{\Lambda}_{\sqrt{P_0}} = \mathbf{diag}\{\sqrt{p_{0,0}}\sqrt{p_{0,1}}\dots\sqrt{p_{0,N-1}}\}$ e $p_{0,i} \geq 0$ para $i = 0, 1, \dots, N-1$, no qual $p_{0,i}$ representa a energia alocada ao subcanal de índice i no nó S . E, $\mathbf{A}_{SD} = \mathcal{H}_{SD} \mathbf{\Lambda}_{\sqrt{P_0}}$.

Sabe-se que a capacidade de um canal pode ser encontrada através do valor máximo da informação mútua entre o símbolo \mathbf{X} (enviado pelo nó S) e o símbolo \mathbf{Y} (recebido pelo nó D) [18]. Desta forma, a informação mútua entre \mathbf{X} e \mathbf{Y} é:

$$\begin{aligned}
I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) &= h(\mathbf{Y}) - h(\mathbf{Y}|\mathbf{X}) \\
&= h(\mathbf{Y}) - [h(\mathbf{A}_{SD}\mathbf{X}_S|\mathbf{X}) + h(\mathbf{V}_{SD}|\mathbf{X})] \\
&= h(\mathbf{Y}) - h(\mathbf{V}_{SD})
\end{aligned} \tag{4.1}$$

em que $h(\cdot)$ representa o operador entropia de uma variável aleatória. Agora, partindo do pressuposto que \mathbf{X} e \mathbf{V}_{SD} são vetores gaussianos complexos e independentes, [17] mostra que

$$h(\mathbf{Y}) = \log_2[(\pi e)^{2N} \mathbf{det}(\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}})],$$

no qual

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} &= \mathbb{E}\{\mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger\} \\
&= \mathbb{E}\{(\mathbf{A}_{SD}\mathbf{X} + \mathbf{V}_{SD})(\mathbf{A}_{SD}\mathbf{X} + \mathbf{V}_{SD})^\dagger\} \\
&= \mathbf{A}_{SD}\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}\mathbf{A}_{SD}^\dagger + \mathbf{R}_{\mathbf{V}_{SD}\mathbf{V}_{SD}}.
\end{aligned}$$

Como $\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} = \mathbf{I}_N$ e $\mathbf{R}_{\mathbf{V}_{SD}\mathbf{V}_{SD}} = \Lambda_{\sigma_{\mathbf{V}_{SD}}^2}$, então

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} = \Lambda_{|\mathcal{H}_{SD}|^2}\Lambda_{P_0} + \Lambda_{\sigma_{\mathbf{V}_{SD}}^2}.$$

Tem-se ainda que,

$$h(\mathbf{V}_{SD}) = \log_2[(\pi e)^{2N} \mathbf{det}(\mathbf{R}_{\mathbf{V}_{SD}\mathbf{V}_{SD}})].$$

Logo, reescrevendo a Equação (4.1), obtém-se:

$$\begin{aligned}
I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) &= \log_2[(\pi e)^{2N} \mathbf{det}(\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}})] - \log_2[(\pi e)^{2N} \mathbf{det}(\mathbf{R}_{\mathbf{V}_{SD}\mathbf{V}_{SD}})] \\
&= \log_2 \left[\frac{(\pi e)^{2N} \mathbf{det}(\Lambda_{|\mathcal{H}_{SD}|^2}\Lambda_{P_0} + \Lambda_{\sigma_{\mathbf{V}_{SD}}^2})}{(\pi e)^{2N} \mathbf{det}(\Lambda_{\sigma_{\mathbf{V}_{SD}}^2})} \right] \\
&= \log_2 \left[\mathbf{det} \left(\mathbf{I}_N + \frac{\Lambda_{|\mathcal{H}_{SD}|^2}\Lambda_{P_0}}{\Lambda_{\sigma_{\mathbf{V}_{SD}}^2}} \right) \right].
\end{aligned}$$

Desta forma, a equação para a capacidade teórica de um canal PLC linear e invariante no tempo é a seguinte:

$$C_{SD} = \max_{\Lambda_{P_0}} \frac{B_w}{N} \log_2[\mathbf{det}(\mathbf{I}_N + \Lambda_{\gamma_{SD}})] \tag{4.2}$$

sujeito à $\text{Tr}(\Lambda_{P_0}) \leq P_0$, em que $\Lambda_{\gamma_{SD}} = \frac{\Lambda_{|\mathcal{H}_{SD}|^2}\Lambda_{P_0}}{\Lambda_{\sigma_{\mathbf{V}_{SD}}^2}}$ é a relação sinal-ruído (*Signal-to-Noise Ratio*, SNR) do canal SD . B_w se refere a faixa de frequência e N ao número de subcanais utilizados.

4.2 COMUNICAÇÃO COOPERATIVA - PROTOCOLO AF

Nesta seção, considera-se $\mathbf{X}_1 \in \mathbb{C}^{2N \times 1}$, tal que $\mathbf{X}_1 = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}^T]^T$ e \mathbf{X} é o símbolo enviado pelo nó S através dos canais SD e SRD . Considera-se ainda que o símbolo $\mathbf{Y}_1 \in \mathbb{C}^{2N \times 1}$ recebido pelo nó D é dado por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{SD} \\ \mathbf{Y}_{SRD} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{SD} \Lambda_{\sqrt{P_0}} \mathbf{X} & + & \mathbf{V}_{SD} \\ \mathcal{H}_{SR} \mathcal{H}_{RD} \Lambda_{\sigma_{\mathbf{Y}_{SR}}}^{-1} \Lambda_{\sqrt{P_0}} \Lambda_{\sqrt{P_1}} \mathbf{X} & + & \mathcal{H}_{RD} \Lambda_{\sqrt{P_1}} \Lambda_{\sigma_{\mathbf{Y}_{SR}}}^{-1} \mathbf{V}_{SR} + \mathbf{V}_{RD} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{SD} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{H}_{SR} \mathcal{H}_{RD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_{\sqrt{P_0}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_{\sigma_{\mathbf{Y}_{SR}}}^{-1} \Lambda_{\sqrt{P_0}} \Lambda_{\sqrt{P_1}} \end{bmatrix} \mathbf{X}_1 + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{H}_{RD} \Lambda_{\sqrt{P_1}} \Lambda_{\sigma_{\mathbf{Y}_{SR}}}^{-1} & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \mathbf{V} \\
&= \begin{bmatrix} \Lambda_{\sqrt{P_0}} \mathcal{H}_{SD} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_{\sigma_{\mathbf{Y}_{SR}}}^{-1} \Lambda_{\sqrt{P_0}} \Lambda_{\sqrt{P_1}} \mathcal{H}_{SR} \mathcal{H}_{RD} \end{bmatrix} \mathbf{X}_1 + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{H}_{RD} \Lambda_{\sqrt{P_1}} \Lambda_{\sigma_{\mathbf{Y}_{SR}}}^{-1} & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \mathbf{V} \\
&= \mathbf{A} \mathbf{X}_1 + \mathbf{B} \mathbf{V},
\end{aligned}$$

em que \mathbf{Y}_{SD} é o símbolo recebido através do canal SD e \mathbf{Y}_{SRD} é o símbolo recebido através

do canal SRD , $\Lambda_{\sigma_{\mathbf{Y}_{SR}}} = \sqrt{\Lambda_{|\mathcal{H}_{SR}|^2} \Lambda_{P_0} \sigma_{\mathbf{X}}^2 + \sigma_{\mathbf{V}_{SR}}^2}$, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Lambda_{\sqrt{P_0}} \mathcal{H}_{SD} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_{\sigma_{\mathbf{Y}_{SR}}}^{-1} \Lambda_{\sqrt{P_0}} \Lambda_{\sqrt{P_1}} \mathcal{H}_{SR} \mathcal{H}_{RD} \end{bmatrix}$

e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{H}_{RD} \Lambda_{\sqrt{P_1}} \Lambda_{\sigma_{\mathbf{Y}_{SR}}}^{-1} & \mathbf{I}_N \end{bmatrix}$. Tem-se ainda que $\mathbf{V} = [\mathbf{V}_{SD}^T \mathbf{V}_{SR}^T \mathbf{V}_{RD}^T]^T$ e $\Lambda_{\sqrt{P_1}} = \text{diag}\{\sqrt{p_{1,0}} \sqrt{p_{1,1}} \dots \sqrt{p_{1,N-1}}\}$, em que $p_{0,i} \geq 0$ para $i = 0, 1, \dots, N-1$, no qual $p_{1,i}$ representa a energia alocada ao subcanal de índice i no nó R .

Desta forma, a informação mútua entre o símbolo \mathbf{X}_1 , enviado pelo nó S , e o símbolo \mathbf{Y}_1 , recebido pelo nó D , pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
I(\mathbf{X}_1; \mathbf{Y}_1) &= h(\mathbf{Y}_1) - h(\mathbf{Y}_1 | \mathbf{X}_1) \\
&= h(\mathbf{Y}_1) - [h(\mathbf{A} \mathbf{X}_1 | \mathbf{X}_1) + h(\mathbf{B} \mathbf{V} | \mathbf{X}_1)] \\
&= h(\mathbf{Y}_1) - h(\mathbf{B} \mathbf{V})
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Novamente partindo do pressuposto que \mathbf{X} e \mathbf{V} são vetores gaussianos complexos e independentes, tem-se que:

$$h(\mathbf{Y}_1) = \log_2[(\pi e)^{2N} \det(\mathbf{R}_{\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_1})],$$

no qual

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_1} &= \mathbb{E}\{\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_1^\dagger\} \\
&= \mathbb{E}\{(\mathbf{A} \mathbf{X}_1 + \mathbf{B} \mathbf{V})(\mathbf{A} \mathbf{X}_1 + \mathbf{B} \mathbf{V})^\dagger\} \\
&= \mathbf{A} \mathbf{R}_{\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1} \mathbf{A}^\dagger + \mathbf{B} \mathbf{R}_{\mathbf{V} \mathbf{V}} \mathbf{B}^\dagger.
\end{aligned}$$

Como $\mathbf{R}_{\mathbf{x}_1\mathbf{x}_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_N \end{bmatrix}$ e $\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \Lambda_{\sigma_{\mathbf{v}_{SD}}^2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_{\sigma_{\mathbf{v}_{SR}}^2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Lambda_{\sigma_{\mathbf{v}_{RD}}^2} \end{bmatrix}$, encontra-se:

$$\mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_1\mathbf{x}_1}\mathbf{A}^\dagger = \begin{bmatrix} \Lambda_{P_0}\Lambda_{|\mathcal{H}_{SD}|^2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_{P_0}\Lambda_{P_1}\Lambda_{\sigma_{\mathbf{v}_{SR}}^2}^{-1}\Lambda_{|\mathcal{H}_{SRD}|^2} \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{B}\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\mathbf{B}^\dagger = \begin{bmatrix} \Lambda_{\sigma_{\mathbf{v}_{SD}}^2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_{|\mathcal{H}_{RD}|^2}\Lambda_{P_1}\Lambda_{\sigma_{\mathbf{v}_{SR}}^2}^{-1}\Lambda_{\sigma_{\mathbf{v}_{SR}}^2} + \Lambda_{\sigma_{\mathbf{v}_{RD}}^2} \end{bmatrix}.$$

Note que

$$h(\mathbf{B}\mathbf{V}) = \log_2[(\pi e)^{2N} \det(\mathbf{B}\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\mathbf{B}^\dagger)],$$

e, portanto,

$$\begin{aligned} I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) &= \log_2[(\pi e)^{2N} \det(\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}})] - \log_2[(\pi e)^{2N} \det(\mathbf{B}\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\mathbf{B}^\dagger)] \\ &= \log_2 \left[\frac{(\pi e)^{2N} \det(\mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}\mathbf{A}^\dagger + \mathbf{B}\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\mathbf{B}^\dagger)}{(\pi e)^{2N} \det(\mathbf{B}\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\mathbf{B}^\dagger)} \right] \\ &= \log_2 \left[\det[\mathbf{I}_{2N} + (\mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}\mathbf{A}^\dagger)(\mathbf{B}\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\mathbf{B}^\dagger)^{-1}] \right]. \end{aligned}$$

Finalmente, a equação para a capacidade teórica de um modelo *single relay channel* para PLC com o protocolo AF no nó R é a seguinte:

$$C_{AF} = \max_{\Lambda_P} \frac{B_w}{2N} \log_2[\det(\mathbf{I}_{2N} + \mathbf{C}\mathbf{D}^{-1})] \quad (4.4)$$

sujeito à $\text{Tr}(\Lambda_P) \leq P$, em que $\Lambda_P = \begin{bmatrix} \Lambda_{P_0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_{P_1} \end{bmatrix}$, $\text{Tr}(\Lambda_{P_0}) = P_0$, $\text{Tr}(\Lambda_{P_1}) = P_1$ e $P_0 + P_1 = P$. Note que $\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}\mathbf{A}^\dagger$, $\mathbf{D} = \mathbf{B}\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\mathbf{B}^\dagger$, B_w se refere a banda utilizada e, $2N$ ao número de subcanais multiplicado pelo número de *time slots* utilizados.

4.3 COMUNICAÇÃO COOPERATIVA - PROTOCOLO DF

A expressão da capacidade teórica do modelo *single relay channel* com o protocolo DF no nó R aplicado a canais PLC é, de acordo com [1], expressa por:

$$C_{DF} = \max_{\Lambda_P, \Lambda_\alpha} \min\{C_{1,DF}, C_{2,DF}\}, \quad (4.5)$$

no qual

$$C_{1,DF} = \frac{B_w}{2N} \log_2[\det(\mathbf{I}_N + \Lambda_\alpha \Lambda_{P_0} \Lambda_{|\mathcal{H}_{SR}|^2} \Lambda_{\sigma_{\mathbf{v}_{SR}}^2}^{-1})]$$

e

$$C_{2,DF} = \frac{B_w}{2N} \log_2[\mathbf{det}(\mathbf{I}_N + \mathbf{G})],$$

$$\mathbf{G} = \Lambda_{\sigma_{V_{SD}}^2}^{-1} (\Lambda_{|\mathcal{H}_{SD}|} \Lambda_{P_0} + \Lambda_{|\mathcal{H}_{RD}|^2} \Lambda_{P_1} + 2\sqrt{\Lambda_{\bar{\alpha}} \Lambda_{|\mathcal{H}_{SD}|^2} \Lambda_{P_0} \Lambda_{P_1}}).$$

Λ_{α} e $\Lambda_{\bar{\alpha}} = \mathbf{I}_N - \Lambda_{\alpha}$ são matrizes de correlação e correlação inversa entre os sinais enviados pelos nós S e R , respectivamente.

5 RESULTADOS NÚMERICOS

Neste capítulo são apresentados os resultados computacionais relacionados às expressões apresentadas no Capítulo 4. E, para analisar a capacidade do modelo *single relay channel*, os dados utilizados são medidos, ou seja, foram coletados durante uma campanha de medição.

Desta forma, esse capítulo está dividido da seguinte maneira: a seção 5.1 detalha a campanha de medição realizada para coletar os dados utilizados e a seção 5.2 apresenta os resultados computacionais.

5.1 COLETA DE DADOS

Para obter os dados necessários aos cálculos das capacidades, foi realizada uma campanha de medição na cidade de Juiz de Fora, Minas Gerais. Através de dois computadores, placas de aquisição e geração de sinais e acopladores, foram coletadas amostras de canais e ruídos PLC em sete residências. Em seguida, a partir dessas amostras e do método de estimação proposto em [19], as respostas em frequência dos canais e as PSDs dos ruídos foram estimadas. A Tabela 1 mostra os principais parâmetros adotados no setup de medição e no método de estimação de canais, baseado no esquema OFDM [20]-[21] e, o Apêndice A mostra algumas estimativas de respostas em frequência e PSDs de ruídos.

DESCRIÇÃO	VALOR
Frequência de amostragem	$f_s = 200$ MHz
Número de subcanais	$N = 2048$
Frequência de resolução	48.83 kHz
Modulação	BPSK
Período de símbolo	$T_S = 23.04$ μ s

Tabela 1 – Parâmetros do método de estimação.

Durante essa campanha foram feitas medições em várias residências e, essas medições podem ser organizadas em quatro casos diferentes de acordo com a localização do nó R , conforme ilustrado na Figura 6. Quando o nó R está no meio do caminho entre os nós S e D , classifica-se essa medição como pertencente ao Caso #1. Quando o nó R está próximo ao nó D classifica-se por Caso #2 e quando está próximo ao nó S classifica-se por Caso #3. E, quando o nó R está distante dos nós S e D , classifica-se por Caso #4.

A campanha de medição obteve mais de 36000 estimativas de canais e ruídos PLC, somando os canais SD , SR e RD . Porém, foi utilizado um número menor de amostras, pouco mais de 32000. Dessas amostras, 7380 (2460 por canal) são do caso #1, 9648 (3216 por canal) são do caso #2, 9648 (3216 por canal) são do caso #3 e 5586 (1862 por canal) são do caso #4.

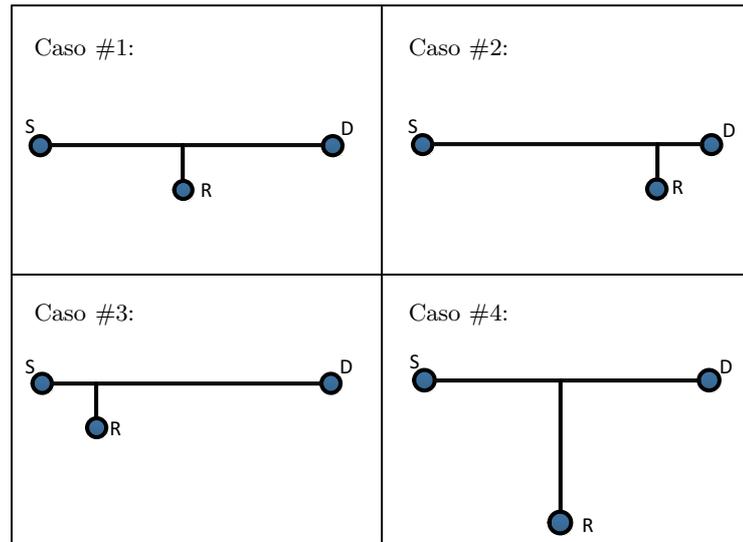


Figura 6 – Casos abordados.

5.2 CÁLCULO DAS eCDFs

Esta seção apresenta os resultados para os quatro casos mencionados na Seção 5.1, além de um caso genérico que considera todos os casos como um só. Como este trabalho trata de uma análise estatística da capacidade teórica, é coerente que esses resultados sejam apresentados utilizando a função cumulativa de probabilidade empírica (*empirical Cumulative Distribution Function*, eCDF). As potências totais de transmissão adotadas são 10 dBm, 20 dBm e 30 dBm, enquanto que as faixas de frequência compreendem a 1,7-30 MHz, 1,7-50 MHz e 1,7-100 MHz

Para gerar todos os resultados são feitas considerações de perfeita sincronização e da disponibilidade da *Channel State Information* (CSI) no transmissor (nós S e R). A partir do conhecimento da CSI por parte do transmissor utiliza-se a alocação ótima de potência, através da técnica *Water-filling* (WF) [17].

Para que os resultados sejam comparados de forma justa, eles são apresentados na forma normalizada, a partir do uso da expressão

$$\rho = \frac{C_a}{C_{SD}},$$

em que $a \in \{AF, DF\}$.

5.2.1 Caso #1

Analisando a Figura 7, que representa o resultado para a banda de 1,7 a 100 MHz, observa-se que o protocolo DF sempre apresenta ganho de cooperação para as potências totais de transmissão consideradas. Já o protocolo AF apresenta probabilidade de não

oferecer ganho em cerca de 10% das amostras. Nota-se também que a diferença entre as curvas é menor para o protocolo AF do que para o protocolo DF, ou seja, o aumento da potência impacta de forma mais significativa o protocolo DF.

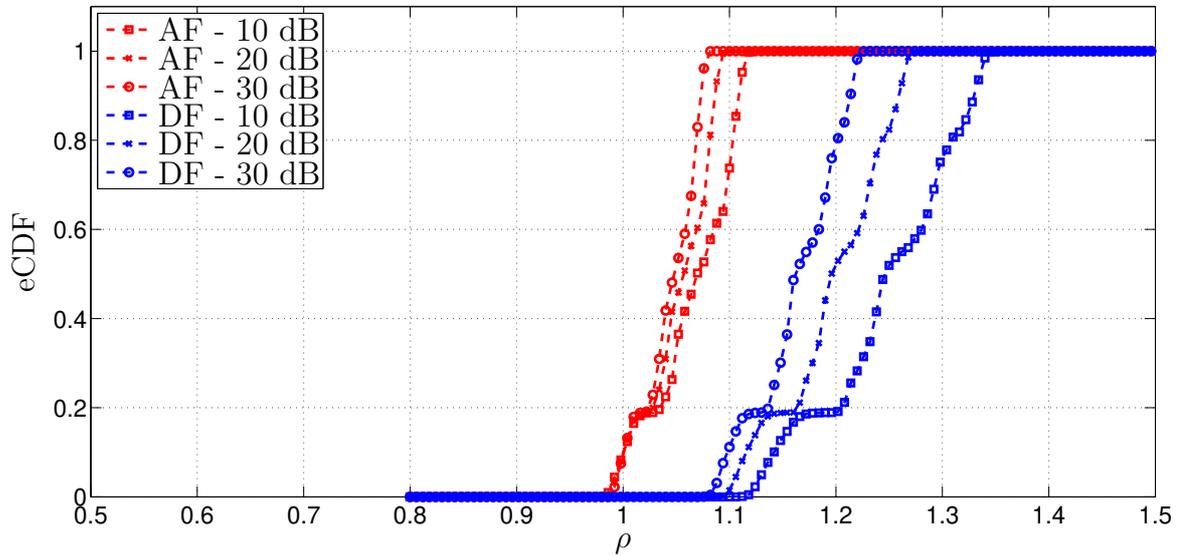


Figura 7 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso #1.

A Figura 8 mostra que para a banda de 1,7 a 50 MHz o protocolo DF novamente sempre apresenta ganho de cooperação e, as chances do protocolo AF não apresentar ganho são inferiores a 10% para as três potências totais de transmissão. Observa-se que a diferença entre as curvas é, novamente, menor para o protocolo AF nesse caso.

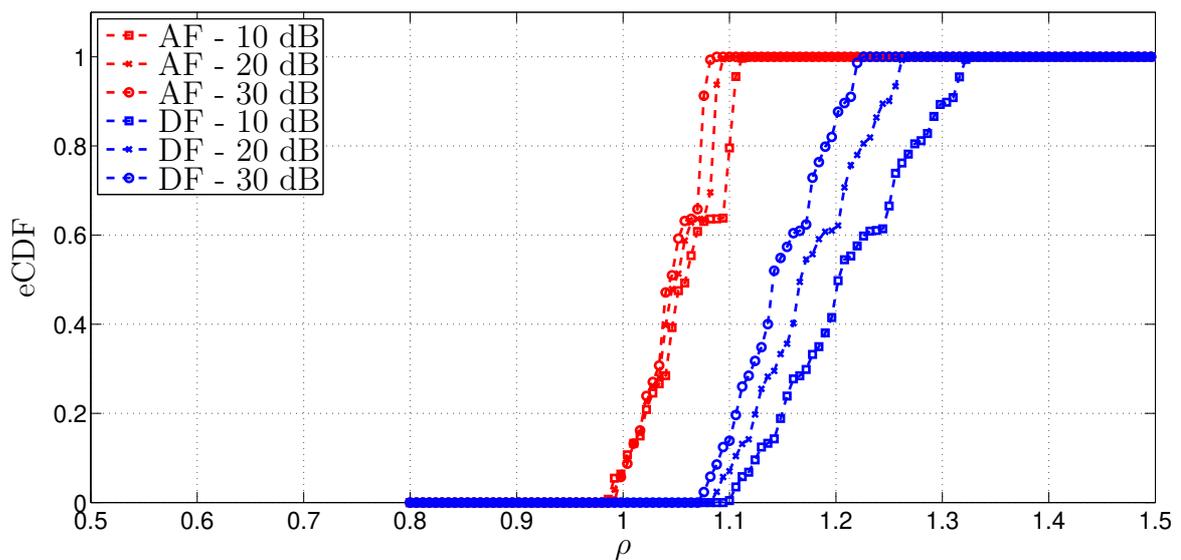


Figura 8 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso #1.

Os resultados observados para a banda de 1,7 a 30 MHz, através da Figura 9, não diferem muito das bandas já analisadas. Diferença pequena entre as curvas e probabilidade de não haver ganho de cooperação inferior a 20% são características do protocolo AF.

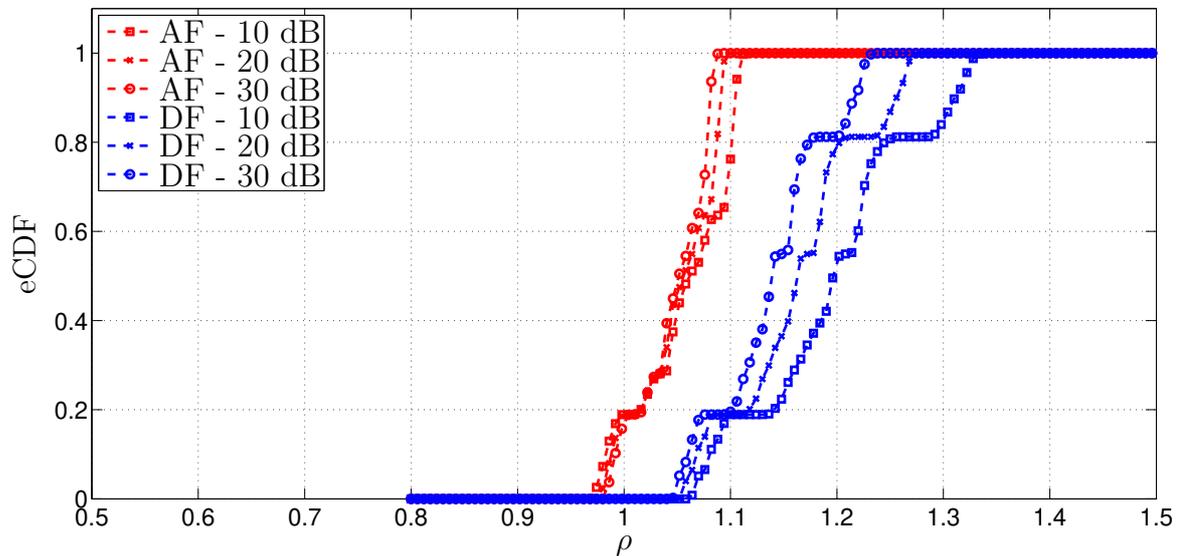


Figura 9 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso #1.

Ao analisar todas as figuras, pode-se dizer que as curvas que estão mais à direita dos gráficos apresentam os melhores resultados, pois apresentam um maior ganho de capacidade para uma mesma probabilidade de ocorrência. Seguindo essa linha de raciocínio, nota-se claramente que os resultados do protocolo DF são superiores. Além disso, quanto menor a potência de transmissão maiores são os ganhos de capacidade, o que está de acordo com [1]. Isso não significa que com uma potência de transmissão menor atinge-se uma taxa de transmissão de dados maior, pois os valores de capacidade estão normalizados. Mas isso indica que os ganhos da comunicação cooperativa aplicada à sistemas PLC residenciais são superiores para potências de transmissão mais baixas. Essa diferença entre as curvas de potências totais de transmissão é acentuada com o aumento da faixa de frequência.

5.2.2 Caso #2

A Figura 10 apresenta a eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz para o caso #2 e, observa-se que ambos os protocolos de cooperação apresentam ganho de cooperação. Porém, para o protocolo AF esse ganho não é muito expressivo para cerca de 80% das amostras, enquanto que para o protocolo DF o ganho não é expressivo para cerca de 60% das amostras. Observa-se também que a capacidade com cooperação para essa faixa de frequência é, na pior das hipóteses, igual à capacidade do canal PLC SD , pois os valores da eCDF são sempre maiores ou iguais a unidade.

Quando a banda analisada se estende de 1,7 a 50 MHz, a Figura 11 mostra que para o protocolo AF os ganhos de cooperação não são observados em cerca de 35% das amostras e para o protocolo DF os ganhos não são observados em cerca de 25% das amostras. Além disso, quando existe ganho em relação a capacidade do canal PLC SD ele não passa de 10% da capacidade do canal simples para os dois protocolos considerados.

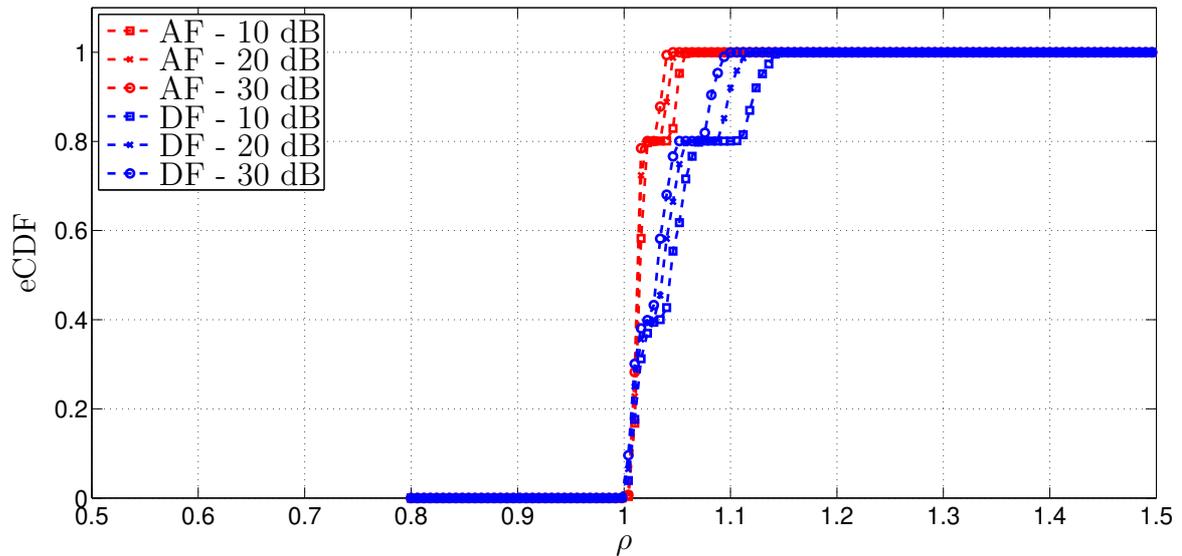


Figura 10 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso #2.

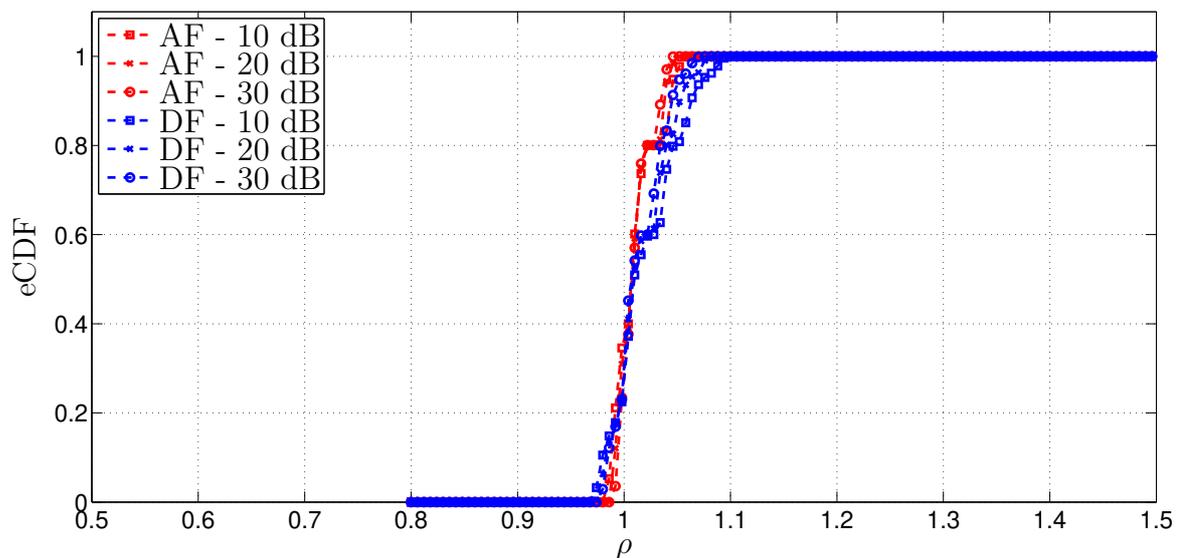


Figura 11 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso #2.

Nota-se através da Figura 12 que os resultados para a banda de 1,7 a 30 MHz são semelhantes aos resultados da banda de 1,7 a 50 MHz. Os ganhos em relação ao canal PLC SD não ultrapassam 10% para os dois protocolos de cooperação. Já a porcentagem

das amostras que não apresentam ganho de cooperação é diferente, nessa banda são cerca de 20% das amostras para o protocolo AF e 10% das amostras para o protocolo DF.

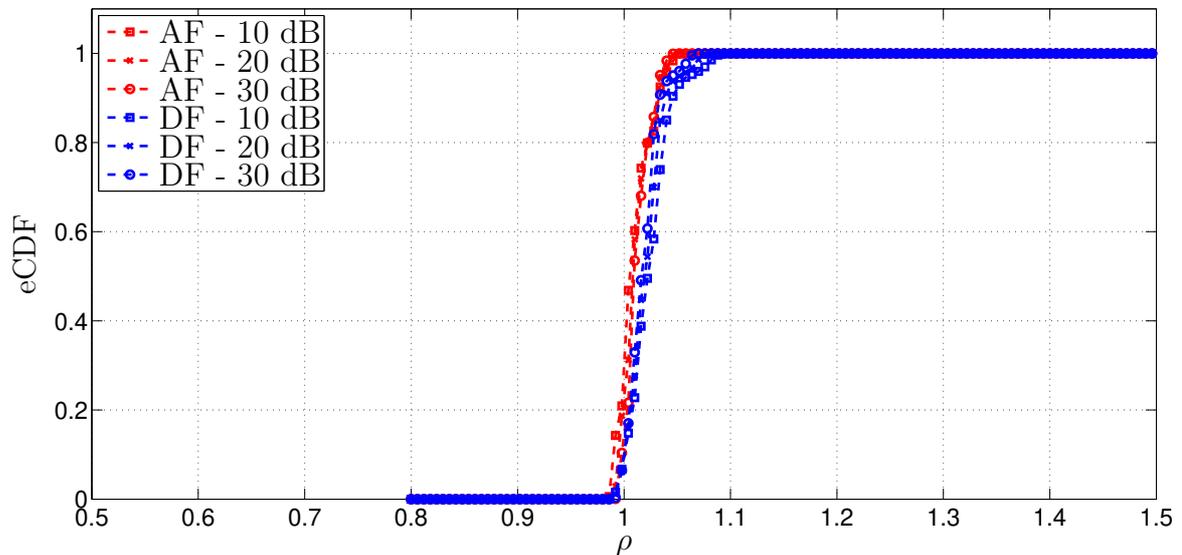


Figura 12 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso #2.

Assim como no caso #1, partindo do pressuposto que as curvas mais à direita são as que possuem os melhores resultados, o protocolo DF mantém sua superioridade sobre o AF, porém não de forma tão clara como no caso #1. Além disso, para o caso #2 a diferença entre as potências de transmissão não produz uma diferença significativa nos valores de capacidade normalizada, tanto para o AF como para o DF. Observa-se ainda que quanto maior a faixa de frequência maiores são os valores de capacidade normalizada e também maior é a diferença entre as curvas das potências totais de transmissão.

5.2.3 Caso #3

Pode-se notar na Figura 13 a superioridade do protocolo DF em relação ao AF na banda de 1,7 a 100 MHz. Observa-se ainda que para 80% das amostras o AF não é vantajoso. Por outro lado, o protocolo DF é vantajoso para 100% das amostras.

A Figura 14 mostra que para a banda de 1,7 a 50 MHz o protocolo DF apresenta ganho para todas as amostras, porém dependendo da potência total de transmissão esse ganho pode não ser significativo. Por exemplo, para 10 dBm todas as amostras apresentam ganho superior a 5%, enquanto que para 20 dBm 60% das amostras não apresentam esse ganho de 5% e para 30 dBm 75% das amostras não atingem 5% de ganho. Os resultados do protocolo AF mostram que menos de 20% das amostras apresentam ganho e esse ganho não passa de 3% para todas as potências totais de transmissão.

Para a banda de 1,7 a 30 MHz, a Figura 15 mostra resultados bem semelhantes aos da banda de 1,7 a 50 MHz. O protocolo DF apresenta ganho para todas as amostras,

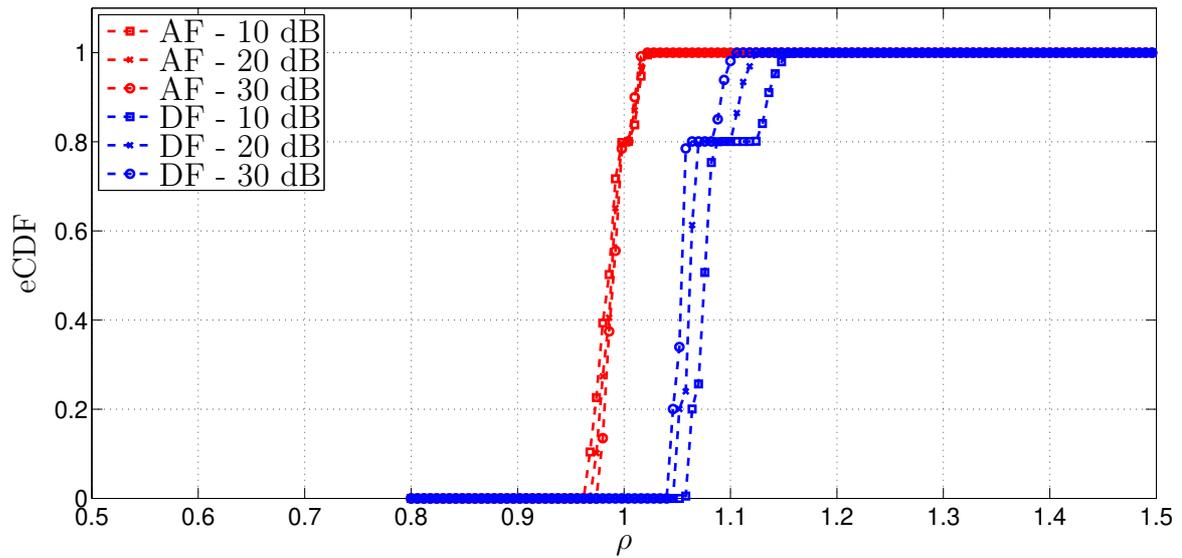


Figura 13 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso #3.

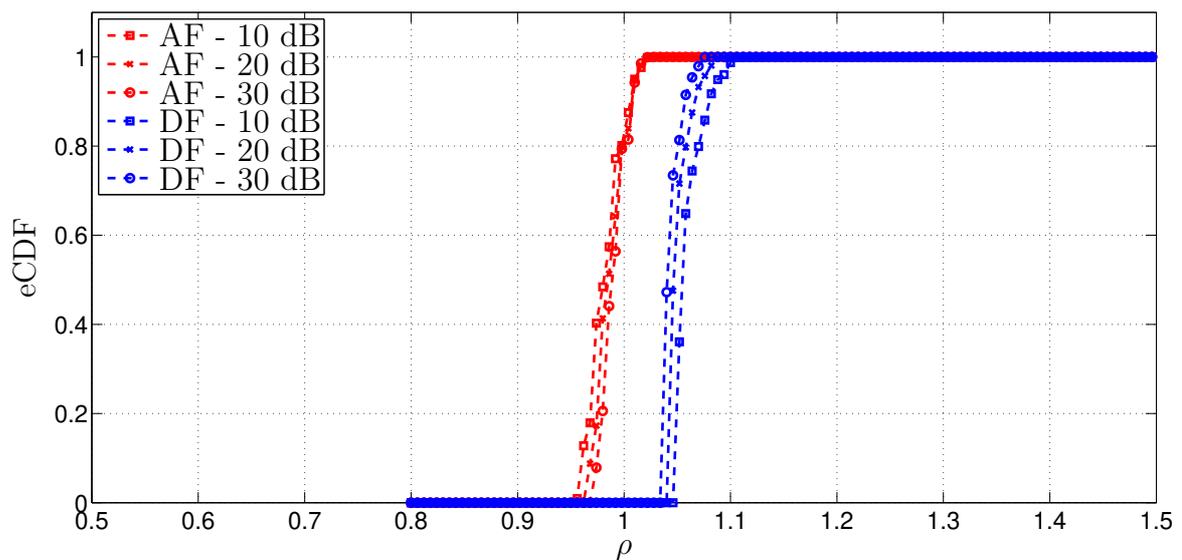


Figura 14 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso #3.

porém esse ganho é também influenciado pela potência total de transmissão. Nota-se que o ganho de cooperação não é superior a 5% para 50%, 65% e 80% das amostras analisadas quando a potência total de transmissão é igual a 10 dBm, 20 dBm e 30 dBm, respectivamente.

Para as três bandas, percebe-se que o protocolo DF continua superior ao AF. Além disso, apenas para uma pequena parcela das amostras analisadas nota-se algum benefício proporcionado pelo AF. Nota-se também certa influência da potência total de transmissão no valor da capacidade normalizada para o protocolo DF, enquanto que para o protocolo

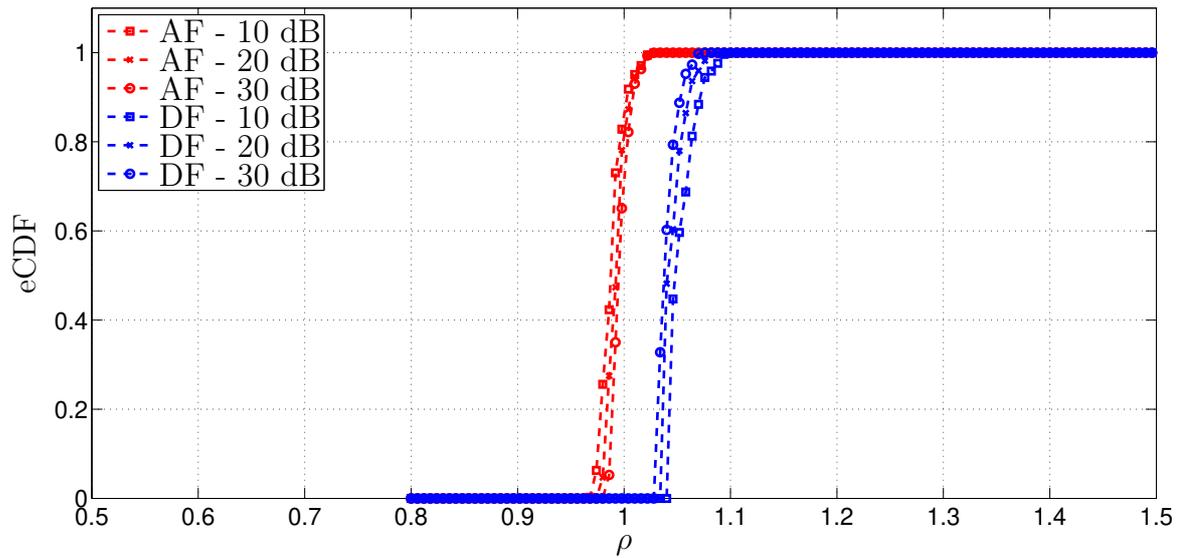


Figura 15 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso #3.

AF essa influência não é significativa. Finalmente, observa-se que os valores de capacidade normalizada para as bandas de 1,7 a 50 MHz e 1,7 a 100 MHz são próximos, enquanto que para a banda de 1,7 a 100 MHz esses valores são superiores.

5.2.4 Caso #4

A Figura 16 mostra a eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz e, através dela, pode-se notar que para 100% das amostras os dois protocolos abordados não possuem valores maiores que 1, indicando que ambos não oferecem ganho de cooperação.

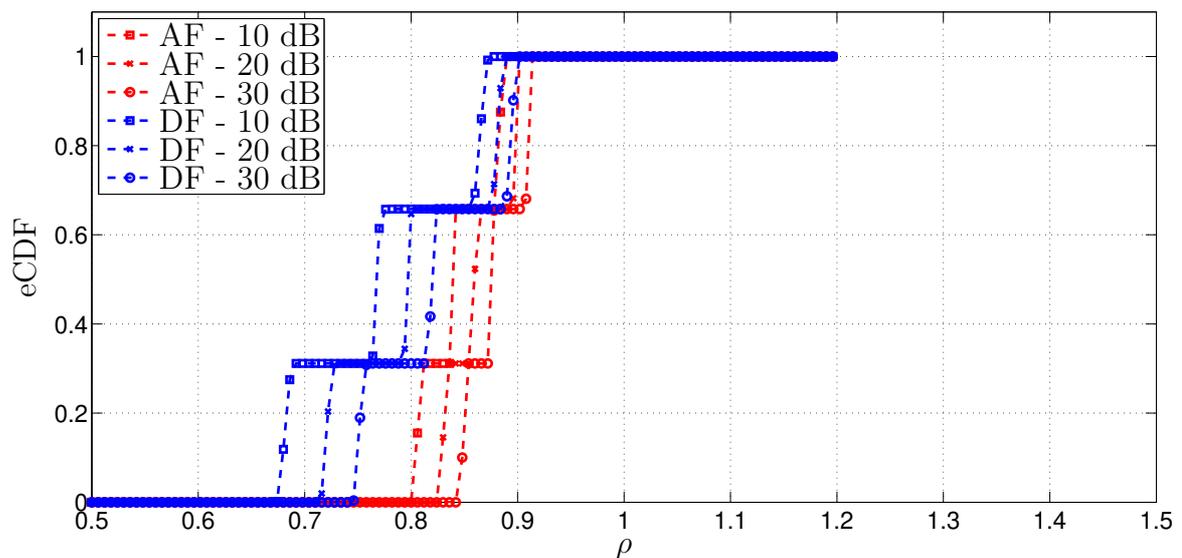


Figura 16 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso #4.

As Figuras 17 e 18 mostram que os resultados para as bandas de 1,7 a 50 MHz e 1,7 a 30 MHz são semelhantes entre si e também com os resultados da banda de 1,7 a 100 MHz, pois para as três bandas os dois protocolos de cooperação abordados não apresentaram ganho para todas as amostras analisadas.

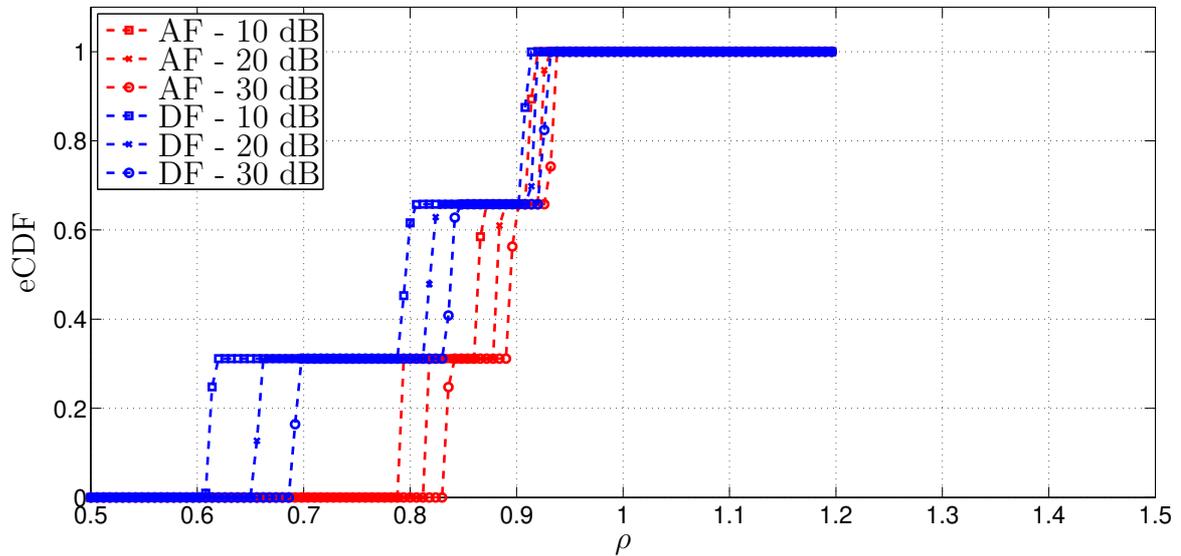


Figura 17 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso #4.

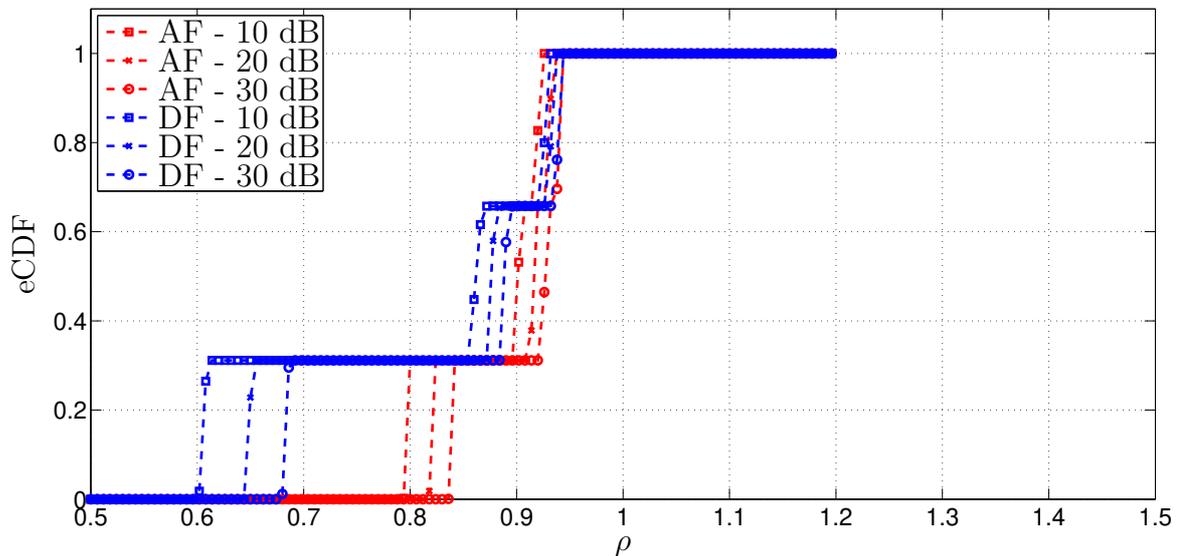


Figura 18 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso #4.

Nota-se que o caso #4 é o mais crítico, pois apresenta os piores resultados. Esse é o único caso em que os resultados do protocolo AF são superiores aos do DF. Apesar disso, para as três bandas de frequência, nenhum dos protocolos de cooperação abordados proporciona ganho.

5.2.5 Caso Genérico

Por fim, esta seção apresenta os resultados para um caso genérico em que as mais de 32000 amostras são consideradas como um único caso, daí o nome genérico. Nesse caso, supõe-se o desconhecimento da localização do nó R . Isso é interessante, posto que indica, de uma forma geral, se o emprego do modelo *single relay channel* é interessante em ambientes residenciais.

Mediante a análise das Figuras 19, 20 e 21, pode-se notar que para as três bandas abordadas os resultados são muito parecidos. Por isso é mais conveniente fazer uma análise conjunta delas. Observa-se que todas as eCDFs deste caso apresentam certa simetria, para todas as potências e para os dois protocolos de cooperação. Sobre isso, é interessante notar que para o protocolo AF essa simetria ocorre nos eixos em que a eCDF é igual a 0.5 e a capacidade normalizada é igual a 1. Isso indica que, de uma forma geral, metade das amostras apresentam ganho, enquanto a outra metade não. Para o DF, o eixo de simetria da capacidade normalizada é um pouco deslocado para direita, indicando que a maior parte das amostras geram ganho através deste protocolo. Além de tudo isso, a diferença entre as curvas de potências de transmissão são pequenas e as potências mais baixas oferecem maiores ganhos, confirmando [1].

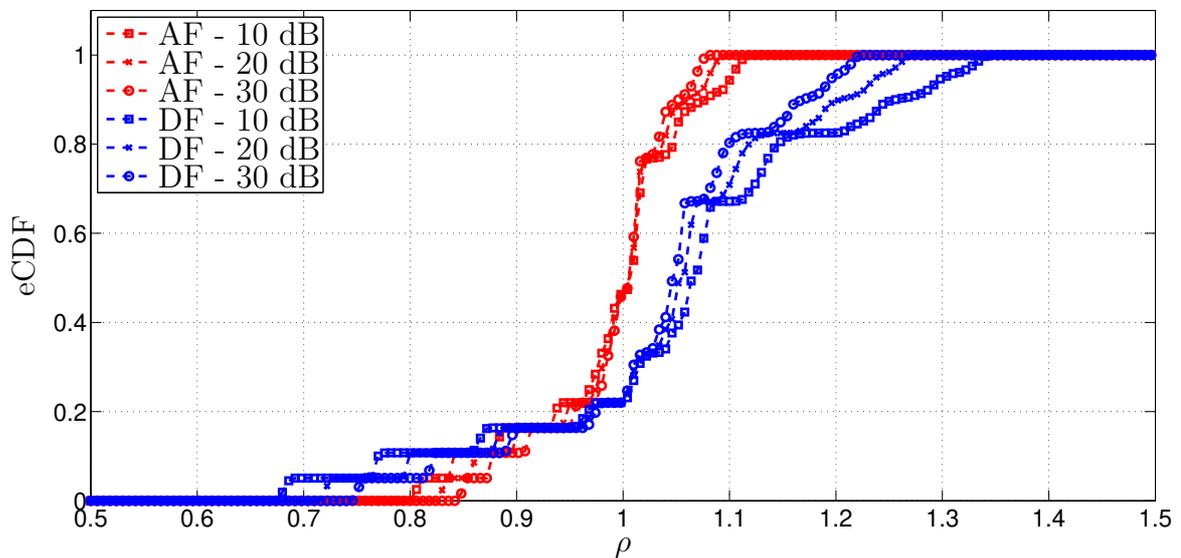


Figura 19 – eCDF para a banda de 1,7 a 100 MHz, Caso Genérico.

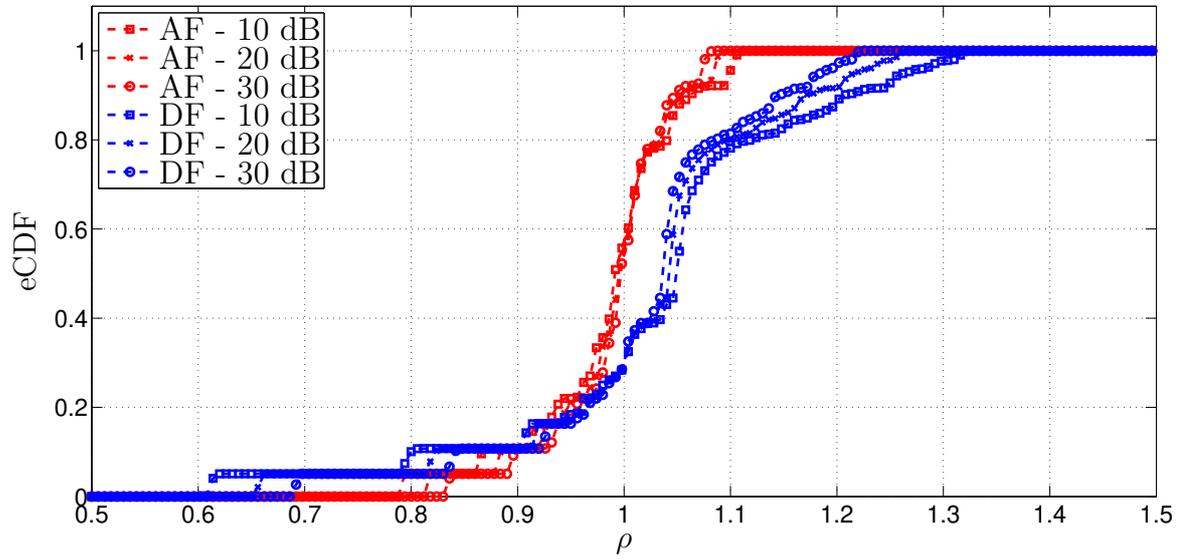


Figura 20 – eCDF para a banda de 1,7 a 50 MHz, Caso Genérico.

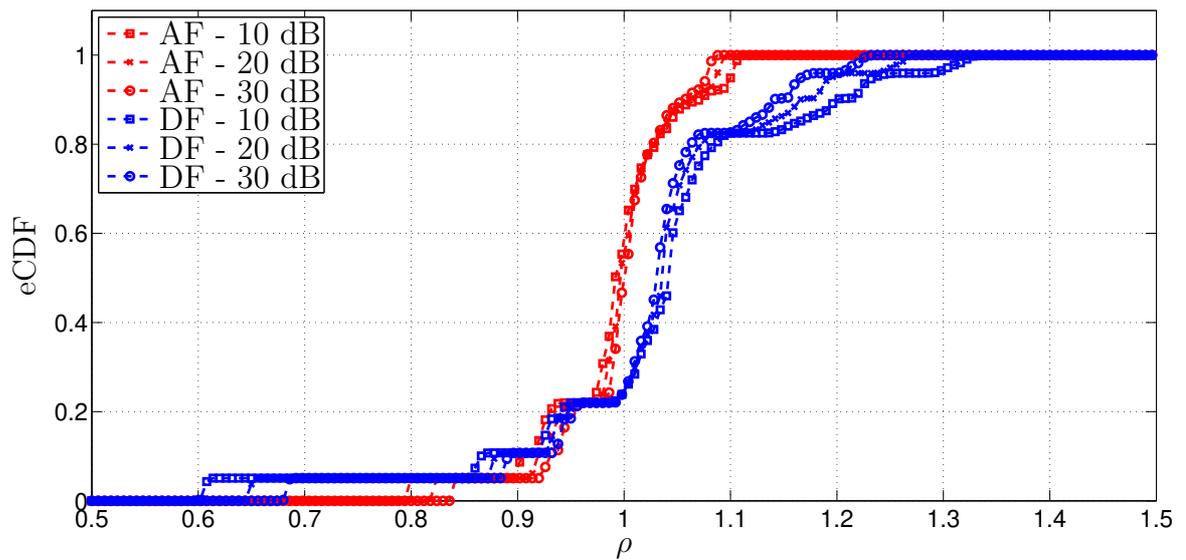


Figura 21 – eCDF para a banda de 1,7 a 30 MHz, Caso Genérico.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma análise estatística da capacidade teórica de modelos *single relay channel* aplicados à sistemas PLC residenciais. Entendendo o que já foi feito em [1] para analisar a capacidade teórica, este trabalho analisa os resultados de capacidade teórica para mais de 32000 amostras de canais PLC residenciais. E para realizar esta análise, 4 fatores foram variados: a posição do *relay*, a banda de frequência, o protocolo de cooperação e a potência total de transmissão.

Quando o objeto em questão é a posição do *relay*, foi confirmado que os resultados de capacidade são bem diferentes, indicando que a localização desse nó influencia bastante na capacidade. [15] já havia concluído que a posição intermediária entre *source* e *destination* seria a melhor localização para o *relay* e, a partir dos quatro casos analisados, essa conclusão foi reforçada nesse trabalho. Além disso, os resultados do caso #4 mostraram que quando o nó R está muito distante dos nós S e D é preferível inutilizá-lo e adotar a comunicação sem cooperação.

Para as três faixas de frequência abordadas, os resultados são bem parecidos apesar de serem superiores para a banda de 1,7 a 100 MHz. Desta forma, pode-se concluir que uma possível regulamentação dessa banda pode ser benéfica aos sistemas PLC residenciais quando esses fizerem uso de estratégias de cooperação.

Analisando os protocolos de cooperação, foi notável a superioridade dos resultados do protocolo DF sobre os resultados do AF, o que já era esperado mediante a característica de regeneração do DF. A única exceção dessa superioridade ocorreu no caso #4, porém nesse caso nenhum dos protocolos ofereceu ganho.

Finalmente, as análises de diferentes potências de transmissão permitem concluir que a medida que a potência total de transmissão aumenta os ganhos da comunicação cooperativa diminuem, ou seja, quanto menor a potência de transmissão maiores são os ganhos da comunicação cooperativa.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

Alguns tópicos que podem ser examinados no futuro encontram-se a seguir:

- Realizar a mesma análise feita no presente trabalho para um sistema que utiliza a melhor relação entre os *time slots* T_1 e T_2 .
- Estender a análise realizada neste trabalho para um sistema híbrido PLC-wireless.

REFERÊNCIAS

- [1] FACINA, M.S.P.; LATCHMAN, H.A.; POOR, H.V.; RIBEIRO, M.V. Cooperative In-Home Power Line Communication: Analyses Based on a Measurement Campaign. *IEEE Transactions on Communications*, v. 64, n. 2, p. 778-789, fev. 2016.
- [2] HRASNICA, H.; HAIDINE, A.; LEHNERT, R. *Broadband Powerline Communications: Network Design*. New York: John Wiley & Sons, 2005.
- [3] ZANELLA, A. et al. Internet of Things for Smart Cities. *IEEE Internet of Things Journal*, v. 1, n. 1, p. 22-32, fev. 2014.
- [4] FACINA, M.S.P. Cooperative In-home Power Line Communication: Analyses Based on a Measurement Campaign. *Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Juiz de Fora*, Juiz de Fora, 2015.
- [5] GÖTZ, M.; RAPP, M.; DOSTERT, K. Power Line Channel Characteristics and Their Effect on Communication System Design. *IEEE Communications Magazine*, v. 42, n. 4, p. 78-86, abr. 2004.
- [6] ENGELENDER, D. et al. Análise do Uso de Bloqueadores em Sistemas Power Line Communication. *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, 33., 2015, Juiz de Fora. Anal. Disponível em: <<http://www.sbrt.org.br/sbrt2015/en/technical-program/>>. Acesso em: 18 fev. 2016.
- [7] DOHLER, M.; LI, Y. *Cooperative Communications: Hardware, Channel and PHY*. Cambridge: John Wiley & Sons, 2010.
- [8] VIEN, N.H.; NGUYEN, H.H. Performance Analysis of Fixed-Gain Amplify-and-Forward Relaying with MRC. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 59, n. 3, p. 1544-1552, mar. 2010.
- [9] SELVARAJ, M.; MALLIK, R. Performance Analysis of a Multi-Relay Cooperative Diversity Network with Decode-and-Forward Relaying. *National Conference on Communications*, p. 1-5, 29-31 jan. 2010, Chennai.
- [10] JIANG, J. et al. Performance Assessment of Virtual Multiple-Input Multiple Output Systems with Compress-and-Forward Cooperation. *IET Communications*, v. 6, n. 11, p. 1456-1465, 24 jul. 2012.
- [11] HONG, Y.P.; HUANG, W.; KUO, C.J. *Cooperative Communications and Networking*. New York: Springer, 2010.
- [12] LAMPE, L.; HAN VINCK, A.J. Cooperative Multihop Power Line Communications. *IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications*, 16., p. 1-6, 27-30 mar. 2012.
- [13] DUBEY, A.; MALLIK, R.K.; SCHOBBER, R.S. Performance Analysis of a Multi-hop Power Line Communication System Over Log-normal Fading in Presence of Impulsive Noise. *IET Communications*, v. 9, n. 1, p. 1-9, 1 fev. 2015.
- [14] DUBEY, A.; MALLIK, R.K. PLC System Performance with AF Relaying. *IEEE Transactions on Communications*, v. 63, n. 6, p. 2337-2345, jun. 2015.

- [15] EZZINE, S. et al. Capacity Analysis of an OFDM-based Two-hops Relaying PLC Systems. IEEE Vehicular Technology Conference, 81., p. 1-5, 11-14 maio 2015.
- [16] CHOUDHURI, C.; MITRA, U. Capacity Bounds for Relay Channels with Intersymbol Interference and Colored Gaussian Noise. IEEE Transactions on Information Theory, v. 60, n. 9, p. 5639–5652, set. 2014.
- [17] COVER, T.M.; THOMAS, J.A. Elements of Information Theory. 2. ed. Rio de Janeiro: John Wiley & Sons, 2006.
- [18] LATHI, B.P.; DING, Z. Sistemas de Comunicações Analógicas e Digitais Modernos. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- [19] OLIVEIRA, T.R. et al. A Methodology for Estimating Frequency Responses of Electric Power Grids. Journal of Control, Automation and Electrical Systems, v. 25, n. 6, p. 720–731, dez. 2014.
- [20] PAYÁN, J.D.V. Powerline Communications Channel Characterization: In-home Case. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.
- [21] OLIVEIRA, T.R. The Characterization of Hybrid PLC-wireless and PLC Channels in the Frequency Band Between 1.7 and 100 MHz for Data Communication. Tese de doutorado - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

APÊNDICE A – Estimativas

A.1 Respostas em Frequência de Canais PLC

As Figuras 22, 23, 24 e 25 apresentam, para amostras aleatórias, espectros de magnitude da respostas em frequência dos canais SD , SR e RD para cada um dos casos abordados.

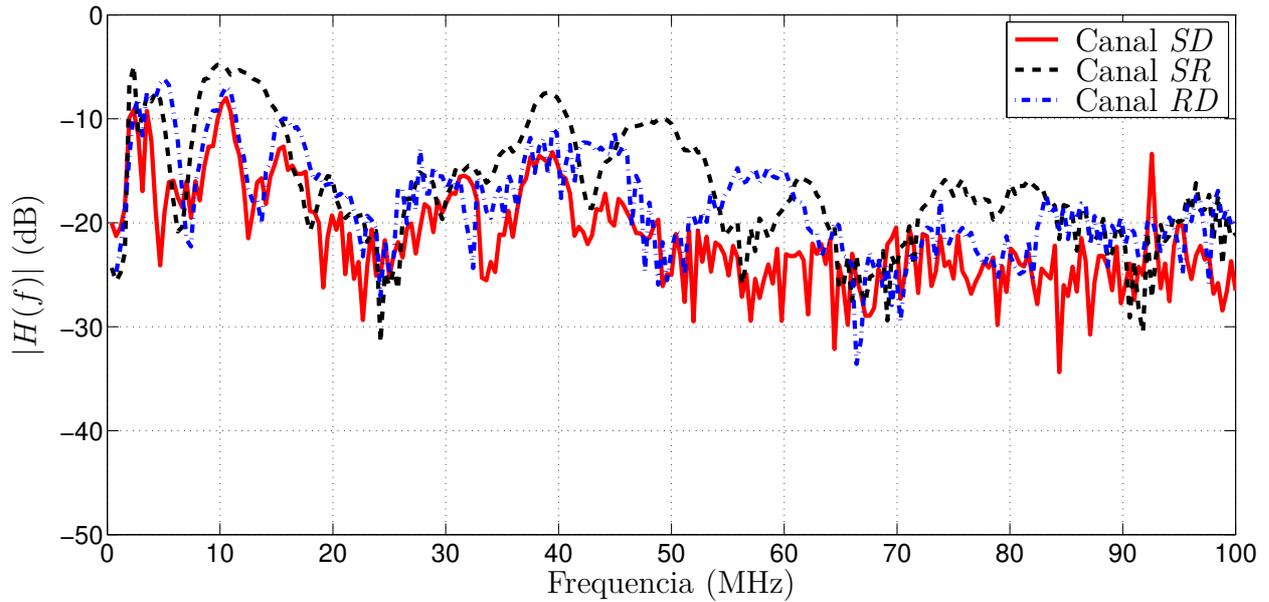


Figura 22 – Magnitude da resposta em frequência dos canais SD , SR e RD , Caso #1.

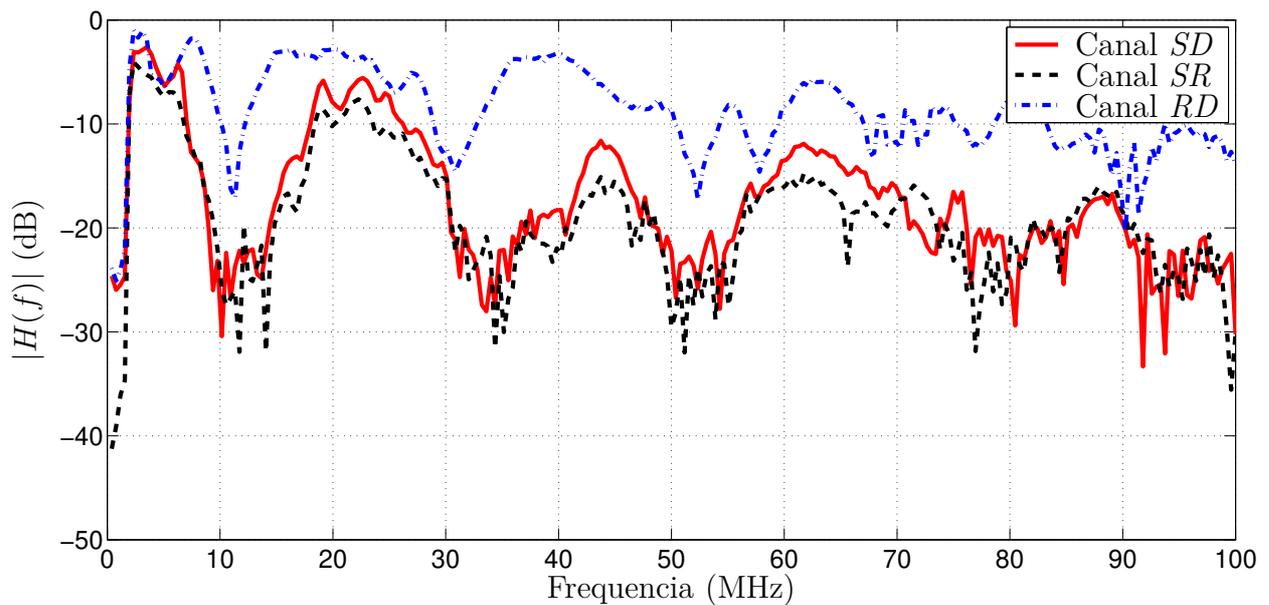


Figura 23 – Magnitude da resposta em frequência dos canais SD , SR e RD , Caso #2.

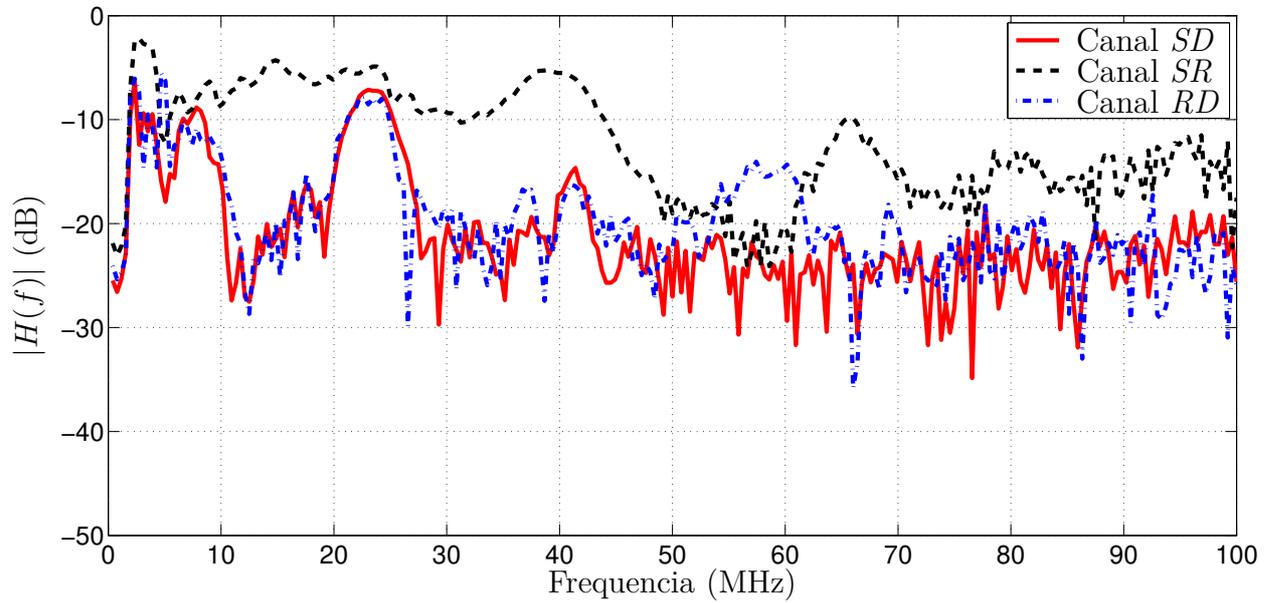


Figura 24 – Magnitude da resposta em frequência dos canais *SD*, *SR* e *RD*, Caso #3.

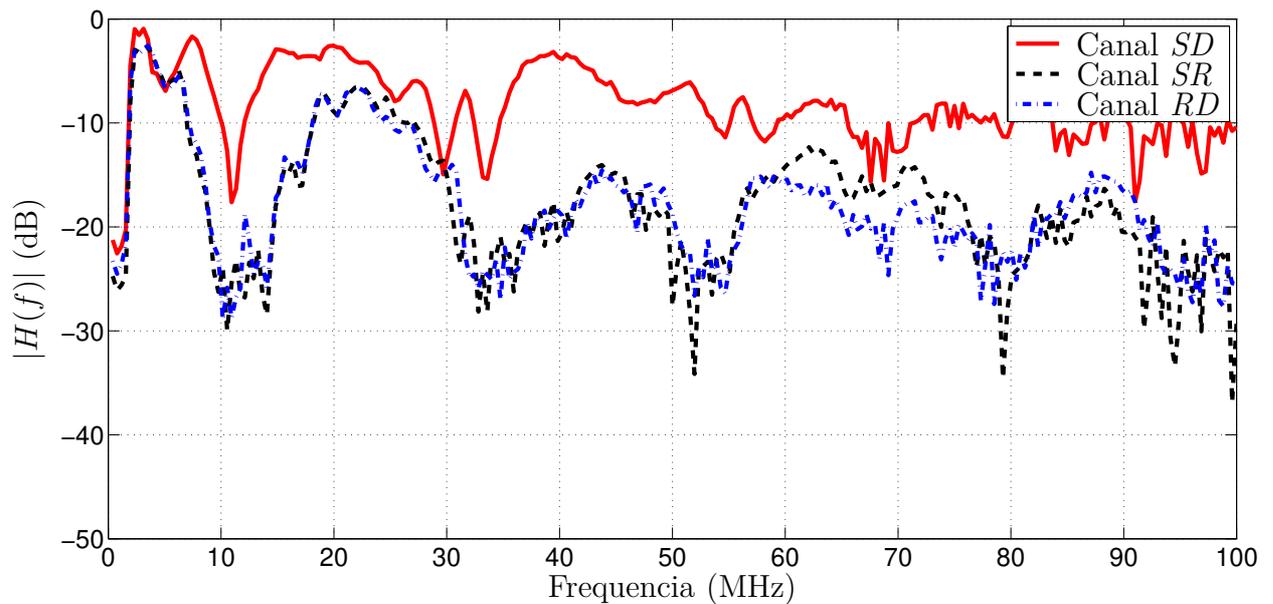


Figura 25 – Magnitude da resposta em frequência dos canais *SD*, *SR* e *RD*, Caso #4.

A.2 PSDs de Ruídos

As Figuras 26, 27, 28 e 29 apresentam, para amostras aleatórias, PSDs de ruídos dos canais SD , SR e RD para cada um dos casos abordados.

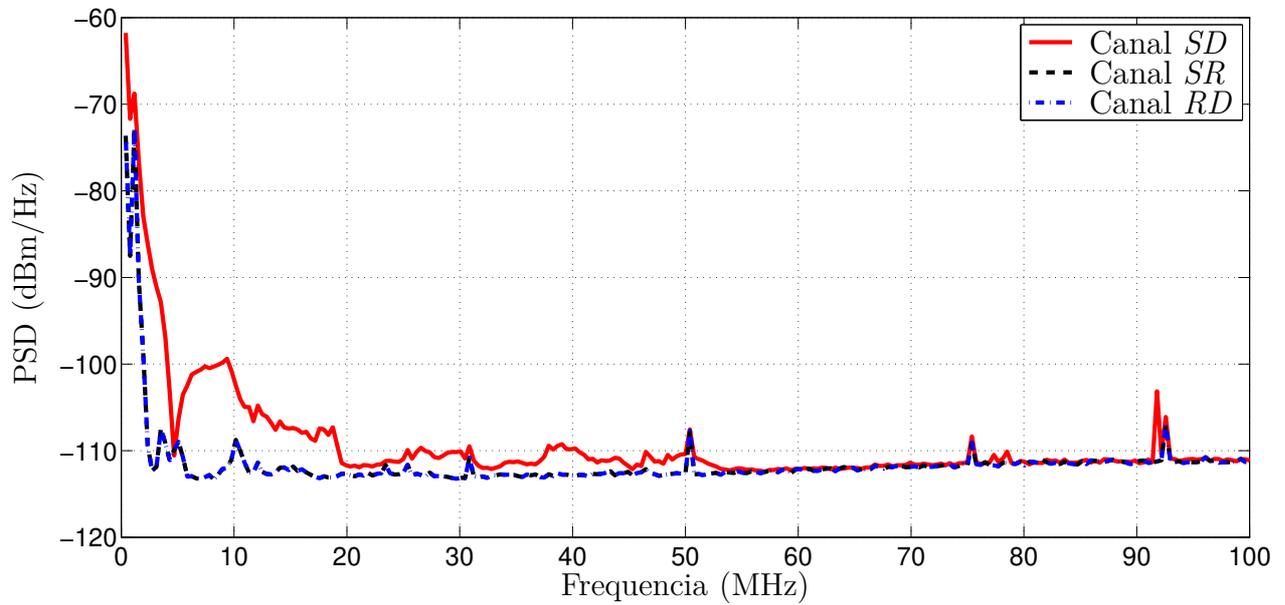


Figura 26 – PSDs de ruído dos canais SD , SR e RD , Caso #1.

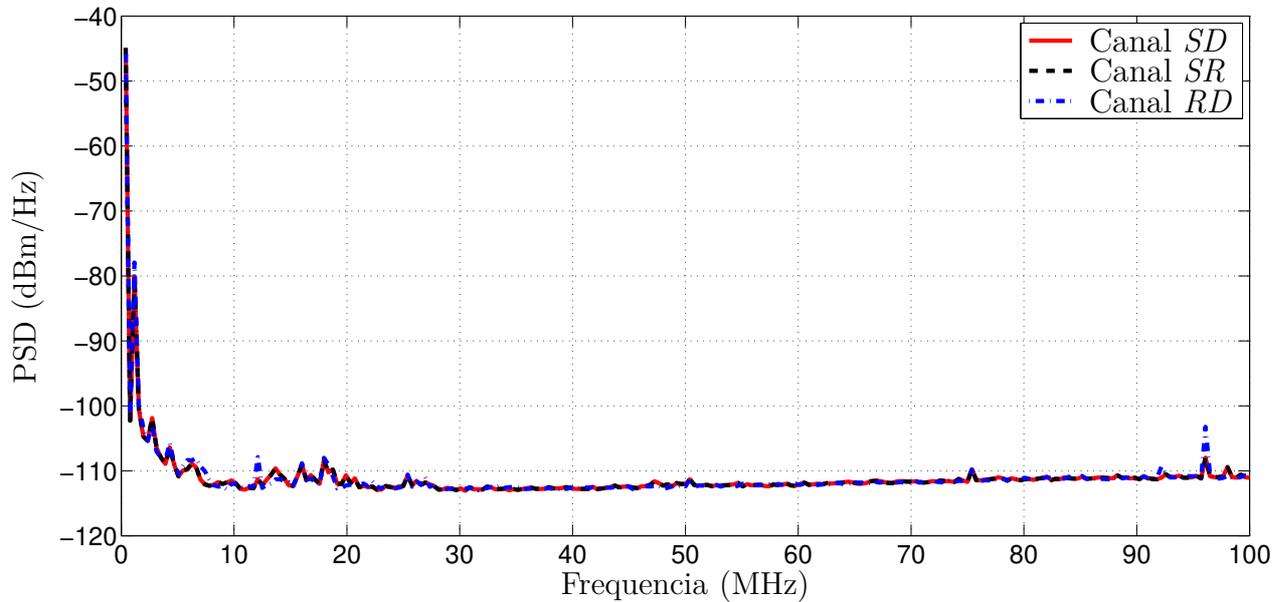
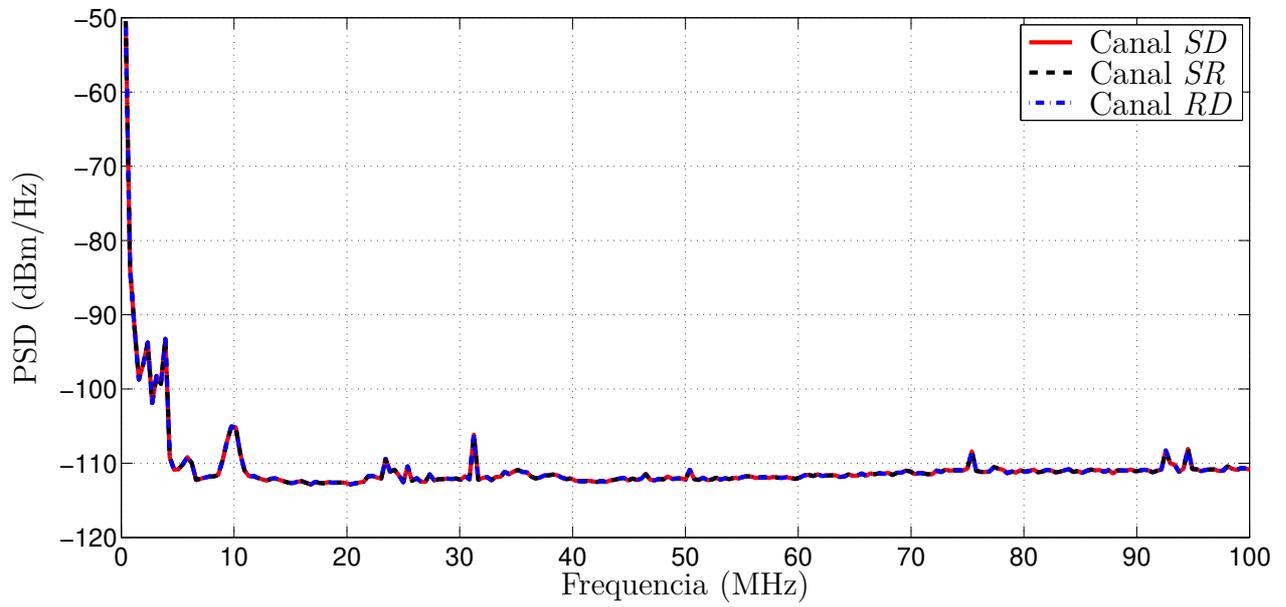
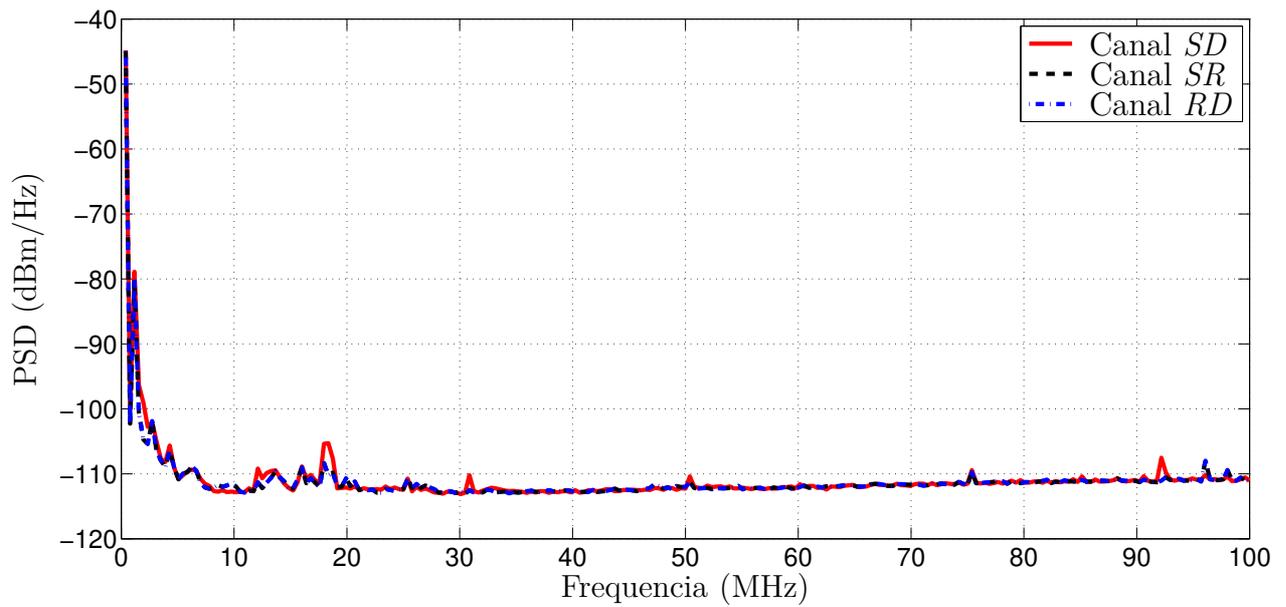


Figura 27 – PSDs de ruído dos canais SD , SR e RD , Caso #2.

Figura 28 – PSDs de ruído dos canais *SD*, *SR* e *RD*, Caso #3.Figura 29 – PSDs de ruído dos canais *SD*, *SR* e *RD*, Caso #4.