



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

German David Yagi Moromisato

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA APLICADA AO  
CÁLCULO DA ENERGIA FIRME DE USINAS  
HIDRELÉTRICAS

Juiz de Fora - MG, Brasil

02 de agosto de 2012

German David Yagi Moromisato

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA APLICADA AO  
CÁLCULO DA ENERGIA FIRME DE USINAS  
HIDRELÉTRICAS

Dissertação de Mestrado apresentada para a  
obtenção do Grau de Mestre em Engenharia  
Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de  
Fora.

Orientador:

Prof. André Luís Marques Marcato, D. Sc.

Co-orientador:

Prof. Edimar José de Oliveira, D. Sc.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Juiz de Fora - MG, Brasil

02 de agosto de 2012

Yagi Moromisato, German David.

Programação dinâmica aplicada ao cálculo da energia firme de usinas hidrelétricas / German David Yagi Moromisato. – 2012.

111 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)—Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

1. Usinas hidrelétricas. 2. Otimização não linear. 3. Planejamento energético. 4. Hidroeletricidade. I. Título.

CDU 621.3

German David Yagi Moromisato

## PROGRAMAÇÃO DINÂMICA APLICADA AO CÁLCULO DA ENERGIA FIRME DE USINAS HIDRELÉTRICAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:



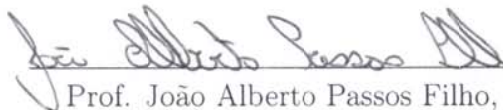
Prof. André Luís Marques Marcato, D.Sc.  
Orientador, UFJF



Prof. Edimar José de Oliveira, D.Sc.  
Co-Orientador, UFJF



Prof. Bruno Henriques Dias, D.Sc.  
UFF



Prof. João Alberto Passos Filho, D.Sc.  
UFJF



Prof. Ivo Chaves da Silva Júnior, D.Sc.  
UFJF

Juiz de Fora - MG, Brasil

02 de agosto de 2012

# *Resumo*

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma nova metodologia baseada em Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD) para o cálculo da Energia Firme de sistemas energéticos.

A Energia Firme tem uma relação direta com os certificados de energia garantida atribuídos às usinas hidráulicas, os quais representam o limite superior para os contratos de energia estabelecidos com os consumidores (distribuidores e consumidores livres). Neste contexto, este trabalho possui uma importância relevante para o cenário atual do Setor Elétrico Brasileiro (SEB).

Os resultados são comparados com aqueles obtidos pela metodologia em vigor no SEB, o qual é baseado em métodos heurísticos.

**Palavras-chave:** Energia Firme, Planejamento de Sistemas Hidrelétricos, Programação Dinâmica Dual Determinística, Decomposição de Benders, Otimização Não Linear.

# *Abstract*

The objective of this work is to introduce a new methodology based in The Deterministic Dual Dynamic Programming (DDDP) to calculate the firm energy of energetic systems.

The firm energy is directly related to the guaranteed energy certificates assigned to hydraulic power plants. These energy certificates represent the limits of energy contracts that can be established with consumers (energy distributors and free consumers). In this context, this work has a relevant importance to the current scenario of the Brazilian Electric Sector (BES).

The results are compared to those obtained by the BES approved computational model based in heuristic methods.

**Key-words:** Firm Energy, Hydroelectric System Planning, Deterministic Dual Dynamic Programming, Benders Decomposition, Non-linear Optimization.

# *Dedicatória*

Dedico este trabalho a  
minha esposa Mauricéia e  
aos meus pais German e  
Margarita que sempre  
estiveram ao meu lado...

# *Agradecimentos*

Em primeiro lugar a Deus por ter me dado esta oportunidade e iluminado o meu caminho.

À minha esposa, Mauricéia, pelo amor e apoio incondicionais, por todo o sacrifício, paciência e compreensão e por estar sempre ao meu lado.

Aos meus pais German e Margarita e irmãs Angie, Catty e Carol pela força, ainda que distantes, sempre acreditaram no meu sucesso nesta jornada.

Aos meus “pais brasileiros” Maurício e Aparecida, meus cunhados Maurílio e Marlon e meu sobrinho Marcos Vinícius, pela ajuda, incentivo e apoio sempre que precisei.

Ao meu orientador, Prof. Dr. André Luís Marques Marcato, por toda a paciência e apoio durante o mestrado e por sempre acreditar no meu potencial.

A todos os colegas do LABSPOT pelo incentivo e ajuda em todos os momentos, em especial a Cristiano Casagrande, Isabela Mendonça, Wesley Peres, Paula La Gatta, Felipe Brum, Jorge Giménez, Heverton Souza, Raphael Poubel, Gustavo Rosseti, Tales Pulinho, Rafael Brandi, José Bento, Pedro Loureiro, Wellington Conceição e Wander Gaspar.

Ao colega e amigo Marcus Augustus Alves Ferreira, pela amizade, ajuda e por compartilhar inúmeros finais de semana envolvidos em trabalhos e estudos.

Aos colegas e amigos que tive oportunidade de conhecer nas aulas de pós-graduação e nos diferentes laboratórios de pesquisa e que contribuíram de uma forma ou outra para alcançar o meu objetivo, dos quais destaco Arlei Lucas, Filipe Niquini, Eduardo Viana, Bruno Dias, João Batista Dutra, Juscelino Bertolato, Alessandro Souza, Eliano Burgarelli, Leonardo Barros, Lucas Oliveira, Renato Brasil.

Ao Sr. Anderson Iung, engenheiro da empresa Duke Energy International, Geração Paranapanema S. A. pela ajuda na execução das simulações do SUIHI dos testes realizados e pelo envio dos arquivos de saída com os resultados obtidos.

À CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro.



# *Sumário*

**Lista de Figuras**

**Lista de Tabelas**

<b>Lista de Abreviaturas e Siglas</b>	p. 15
<b>1 Introdução</b>	p. 17
1.1 Motivação e Objetivos . . . . .	p. 17
1.2 Revisão Bibliográfica . . . . .	p. 29
1.2.1 Geração de Energia Elétrica no Mundo . . . . .	p. 29
1.2.2 O Conceito de Energia Firme - O Método de Rippl . . . . .	p. 31
1.2.3 Energia Firme em Alguns Países do Mundo . . . . .	p. 32
1.3 Publicações Decorrentes do Trabalho . . . . .	p. 34
1.4 Organização do Trabalho . . . . .	p. 34
<b>2 Metodologia Atualmente Adotada para o Cálculo da Energia Firme</b>	p. 36
2.1 Introdução . . . . .	p. 36
2.2 O Modelo SUIISHI . . . . .	p. 36
2.3 O Modelo MSUI . . . . .	p. 40
<b>3 Programação Dinâmica</b>	p. 42
3.1 Introdução . . . . .	p. 42
3.2 Despacho Hidrotérmico . . . . .	p. 42
3.3 Programação Dinâmica Dual . . . . .	p. 44

3.3.1	Formulação de PDDD para Problemas com Dois Estágios . . . . .	p. 45
3.3.2	Algoritmo de PDDD para Problemas com Dois Estágios . . . . .	p. 53
3.3.3	Exemplo Didático do Algoritmo de PDDD para Problemas com Dois Estágios . . . . .	p. 55
3.3.4	Formulação de PDDD para Problemas com Múltiplos Estágios . . . . .	p. 66
3.3.5	Algoritmo de PDDD para Problemas com Múltiplos Estágios . . . . .	p. 68
<b>4</b>	<b>Metodologia para o Cálculo da Energia Firme Baseada em Progra- mação Não Linear</b>	p. 71
4.1	Introdução . . . . .	p. 71
4.2	Problema Único - Modelo Linear . . . . .	p. 72
4.3	Programação Dinâmica - Modelo Linear . . . . .	p. 76
4.4	Problema Único - Modelo Não Linear . . . . .	p. 79
4.4.1	Descrição do Cálculo da Função logística Sigmóide . . . . .	p. 84
4.5	Programação Dinâmica - Modelo Não Linear . . . . .	p. 86
4.6	Considerações Finais . . . . .	p. 87
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	p. 88
5.1	Introdução . . . . .	p. 88
5.2	Estudo de Caso 1 - Três Usinas Hidrelétricas . . . . .	p. 89
5.3	Estudo de Caso 2 - Dez Usinas Hidrelétricas . . . . .	p. 92
5.4	Considerações Finais . . . . .	p. 95
<b>6</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	p. 97
	<b>Referências</b>	p. 99
	<b>Apêndice A – Dados das Usinas Hidrelétricas</b>	p. 107
	<b>Apêndice B – Relação entre Energia Firme e Energia Assegurada</b>	p. 108



## *Lista de Figuras*

1	Capacidade Instalada de Geração de Energia Elétrica até 31/12/2011 . . . . .	p. 18
2	Dilema do Operador Nacional do Sistema Elétrico . . . . .	p. 19
3	Integração Eletroenergética entre as Bacias Hidrográficas do SIN . . . . .	p. 20
4	Média mensal de Energia Natural Afluente por Subsistema - Histórico de 1931 a 2009 . . . . .	p. 22
5	Parte do Diagrama Esquemático das Usinas Hidrelétricas do SIN . . . . .	p. 23
6	Maiores períodos críticos de um sistema teste . . . . .	p. 25
7	Maior período crítico de um sistema teste . . . . .	p. 25
8	Diagrama de Rippl para um Reservatório . . . . .	p. 31
9	Processo iterativo do modelo SUIISHI . . . . .	p. 39
10	Representação da Geração das Usinas Térmicas . . . . .	p. 44
11	Processo de Decisão da PDDD em Dois Estágios . . . . .	p. 46
12	Configuração do Caso Exemplo para o Algoritmo de PDDD . . . . .	p. 46
13	Interpretação Geométrica da Função Custo Futuro . . . . .	p. 53
14	Função de Custo Futuro PDDD Utilizada na 4 <sup>a</sup> Iteração . . . . .	p. 66
15	Fluxograma do Processo de “ <i>Forward</i> ” . . . . .	p. 78
16	Fluxograma do Processo de “ <i>Backward</i> ” . . . . .	p. 79
17	Polinômio Vazão-Nível Jusante da Usina A. S. Oliveira . . . . .	p. 85
18	Função Logística Sigmóide ajustada da Usina A. S. Oliveira . . . . .	p. 86
19	Topologia do Estudo de Caso 1 - 3 Usinas Hidrelétricas . . . . .	p. 89
20	Processo de Convergência da Metodologia PNL - PDDD - Estudo de Caso 1 . . . . .	p. 91
21	Comportamento da variável <i>def<sub>imes</sub></i> em cada iteração - Estudo de Caso 1 . . . . .	p. 91

22	Topologia do Estudo de Caso 2 - 10 Usinas Hidrelétricas . . . . .	p. 92
23	Processo de Convergência da Metodologia PNL - PDDD - Estudo de Caso 2	p. 95
24	Comportamento da variável $def_{imes}$ em cada iteração - Estudo de Caso 2	p. 95

## *Lista de Tabelas*

1	Capacidade Instalada de Geração de Energia Elétrica até 31/12/2011 . . . . .	p. 18
2	Crescimento Exponencial dos Cenários Discretizados . . . . .	p. 45
3	Dados da Usina Hidrelétrica de São Simão . . . . .	p. 47
4	Geração Térmica no Caso Exemplo . . . . .	p. 47
5	Cenários de Afluências por Estágio ao Reservatório de São Simão . . . . .	p. 47
6	Discretização do Reservatório de São Simão . . . . .	p. 47
7	Processo de Convergência do Algoritmo de PDDD com Dois Estágios . . . . .	p. 66
8	Energia Firme do Sistema com 3 Usinas Hidrelétricas . . . . .	p. 89
9	Energia Firme das Usinas Individualizadas (Sistema com 3 Usinas Hidrelétricas) . . . . .	p. 90
10	Energia Firme das Usinas Individualizadas em Valores Percentuais (Sistema com 3 Usinas Hidrelétricas) . . . . .	p. 90
11	Energia Firme do Sistema com 10 Usinas Hidrelétricas . . . . .	p. 92
12	Energia Firme das Usinas Individualizadas (Sistema com 10 Usinas Hidrelétricas) . . . . .	p. 93
13	Energia Firme das Usinas Individualizadas em Valores Percentuais (Sistema com 10 Usinas Hidrelétricas) . . . . .	p. 94
14	Dados das Usinas Hidrelétricas Relativos aos Casos Teste . . . . .	p. 107
15	Energia Assegurada por Usina Hidrelétrica . . . . .	p. 110

## *Lista de Abreviaturas e Siglas*

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CAR	Curva de Aversão ao Risco
CEA	Certificado de Energia Assegurada
CEPEL	Centro de Pesquisas em Energia Elétrica
CGH	Centrais Geradoras Hidrelétricas
EA	Energia Assegurada
EF	Energia Firme
ENA	Energia Natural Afluente
MRE	Mecanismo de Realocação de Energia
MSUI	Modelo de Simulação de Usinas Individualizadas
NEWAVE	Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Interligados
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PCH	Pequenas Centrais Hidrelétricas
PCV	Polinômio Cota-Volume
PDDD	Programação Dinâmica Dual Determinística
PDE	Programação Dinâmica Estocástica
PL	Programação Linear
PLD	Preço de Liquidação de Diferenças
PMO	Programa Mensal de Operação Eletroenergética
PNL	Programação Não Linear

PVNJ	Polinômio Vazão-Nível Jusante
SEB	Setor Elétrico Brasileiro
SIN	Sistema Interligado Nacional
SUSHI	Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidro-térmicos Interligados
UHE	Usinas Hidrelétricas
UTE	Usinas Termoelétricas
UTN	Usinas Termonucleares



# 1 *Introdução*

## 1.1 Motivação e Objetivos

O Brasil, pela sua extensão territorial e pela sua diversidade climática, oferece um amplo campo de estudo e pesquisas no setor energético no que diz respeito ao planejamento da operação das Usinas Hidrelétricas. Este planejamento é de fundamental importância, pois deve assegurar o fornecimento de energia elétrica de forma contínua, com qualidade e visando sempre o menor custo.

Atualmente, a capacidade instalada de geração de energia elétrica é predominantemente hidráulica, com aproximadamente 70% da geração total (esse valor inclui as Centrais Geradoras Hidrelétricas - CGH e as Pequenas Centrais Hidrelétricas - PCH). Geração das Usinas Termoelétricas - UTE representam 26,67% e a geração das Usinas Termonucleares - UTN Angra I e II representam apenas 1,71%. Outras fontes de geração de energia elétrica (tais como eólica e solar) representam um pouco mais de 1% [1]. A Tabela 1 apresenta a capacidade instalada de geração de energia elétrica por tipo, quantidade de usinas e potência instalada total de cada grupo de empreendimento até 31 de dezembro de 2011 [1]. A Figura 1 a seguir mostra a capacidade instalada de geração de energia elétrica até o dia 31 de dezembro de 2011.

Um fator relevante que dificulta o planejamento da operação é a estocasticidade das chuvas (quantidade e lugar onde essas chuvas caem) e, conseqüentemente, das vazões na-

Tabela 1: Capacidade Instalada de Geração de Energia Elétrica até 31/12/2011, fonte: [1].

<i>TIPO</i>	<i>QUANTIDADE</i>	<i>POTÊNCIA (kW)</i>	<i>%</i>
Usinas Hidrelétricas	181	78.371.279,00	66,91
Usinas Termoelétricas	1.539	31.243.818,00	26,67
Pequenas Centrais Hidrelétricas	433	3.870.302,00	3,30
Usinas Termonucleares	2	2.007.000,00	1,71
Usinas Eólicas	70	1.424.792,00	1,22
Centrais Geradoras Hidrelétricas	377	216.446,00	0,18
Usinas Solares	6	1.087,00	0,00
SUBTOTAL	2.608	117.134.724,00	100,0

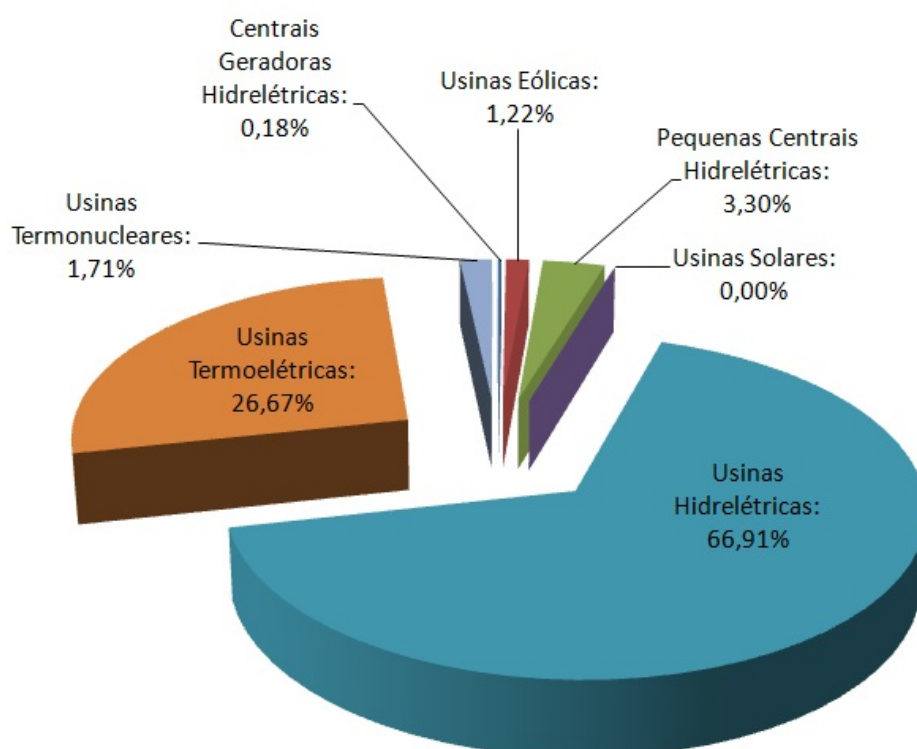


Figura 1: Capacidade Instalada de Geração de Energia Elétrica até 31/12/2011, fonte: [1].

turais nos rios. Essa irregularidade das vazões naturais (ou afluições), aliada à grande quantidade de usinas hidráulicas (usinas com reservatório e fio d'água), faz do sistema elétrico brasileiro único no mundo pelo seu tamanho e características. Devido à estocasticidade das afluições e ao fato de que a energia elétrica gerada não pode ser armazenada, a decisão de utilizar ou não a água dos reservatórios para gerar energia elétrica é um problema difícil de ser solucionado [2] e [3]. A Figura 2 mostra o dilema do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS): Utilizar ou não a água dos reservatórios.

A seguir são descritas resumidamente as decisões do ONS e as suas consequências

operativas:

- Se a decisão for utilizar a água dos reservatórios, o operador deverá esperar que as afluições futuras possam reencher os reservatórios (Decisão correta). Caso as afluições futuras não sejam as esperadas, a consequência operativa será um custo adicional pela utilização das usinas térmicas e também um risco de déficit de energia (com a possibilidade de racionamento de energia ou corte de carga); e
- Se a decisão for não utilizar a água dos reservatórios e utilizar as usinas térmicas, as afluições futuras esperadas deverão ser baixas para não ultrapassar o valor do armazenamento máximo (Decisão correta). Caso as afluições futuras forem maiores que os valores esperados, o armazenamento máximo dos reservatórios será ultrapassado e o operador será obrigado a verter água, desperdiçando energia.

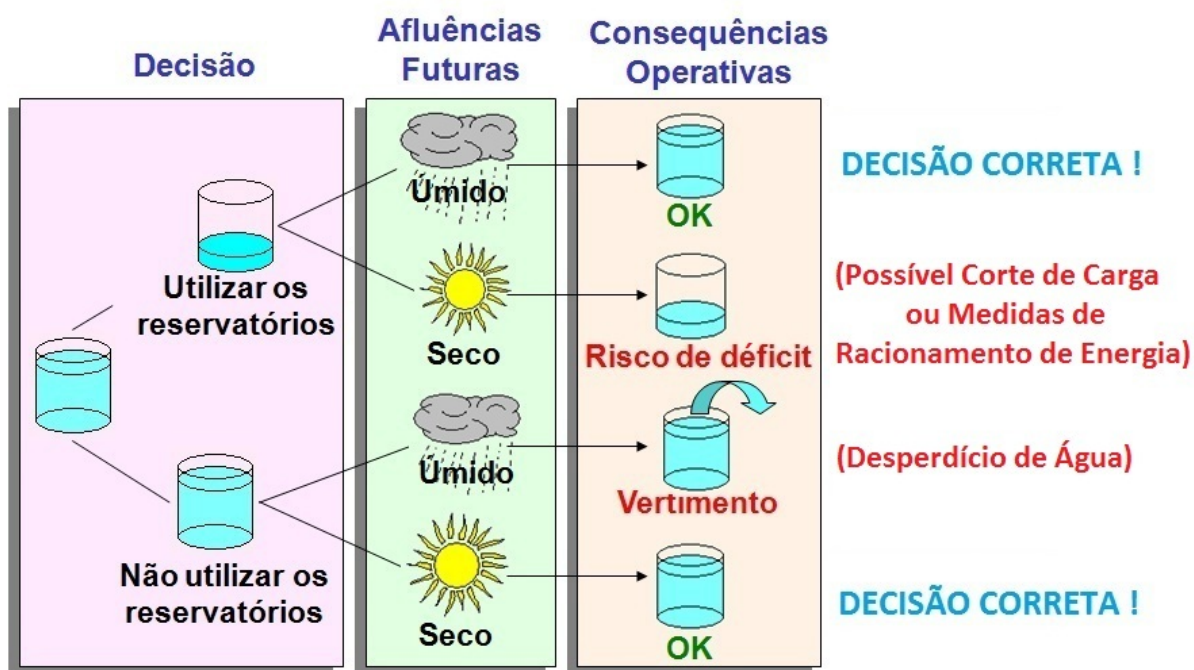


Figura 2: Dilema do Operador Nacional do Sistema Elétrico, fonte: [4] (Adaptado)

Outra característica intrínseca do sistema elétrico brasileiro é que o parque gerador hidrelétrico está distribuído em diferentes bacias hidrográficas. Na maioria delas, as usinas hidráulicas estão dispostas em forma de cascata, isso significa que todo o volume de água turbinado ou vertido numa usina a montante pode ser reaproveitado na usina que está imediatamente a jusante desta e assim, sucessivamente, até a última usina do curso do rio. Esta característica é chamada de acoplamento espacial da operação [5] e [6].

Esta modelagem é importante porque a energia gerada ao longo do tempo de um conjunto de usinas em um mesmo leito de um rio é sempre maior que a soma da energia gerada por cada usina neste mesmo período de tempo, se cada uma delas for considerada operando individualmente. Isto é, em médio/longo prazo, a maior energia possível de ser gerada pelo sistema terá sempre um valor superior que a soma da maior energia possível de ser gerada por cada usina operando individualmente.

A Figura 3 mostra a integração eletroenergética entre as diversas bacias hidrográficas do Brasil [7]. Nessa Figura pode ser observada a abrangência do Sistema Interligado Nacional (SIN) no território nacional. Apenas 3,4% da capacidade de produção de energia elétrica encontra-se fora do SIN (dados de 2008 [8]), em pequenos sistemas isolados que estão localizados, em sua maioria, na região amazônica [9].

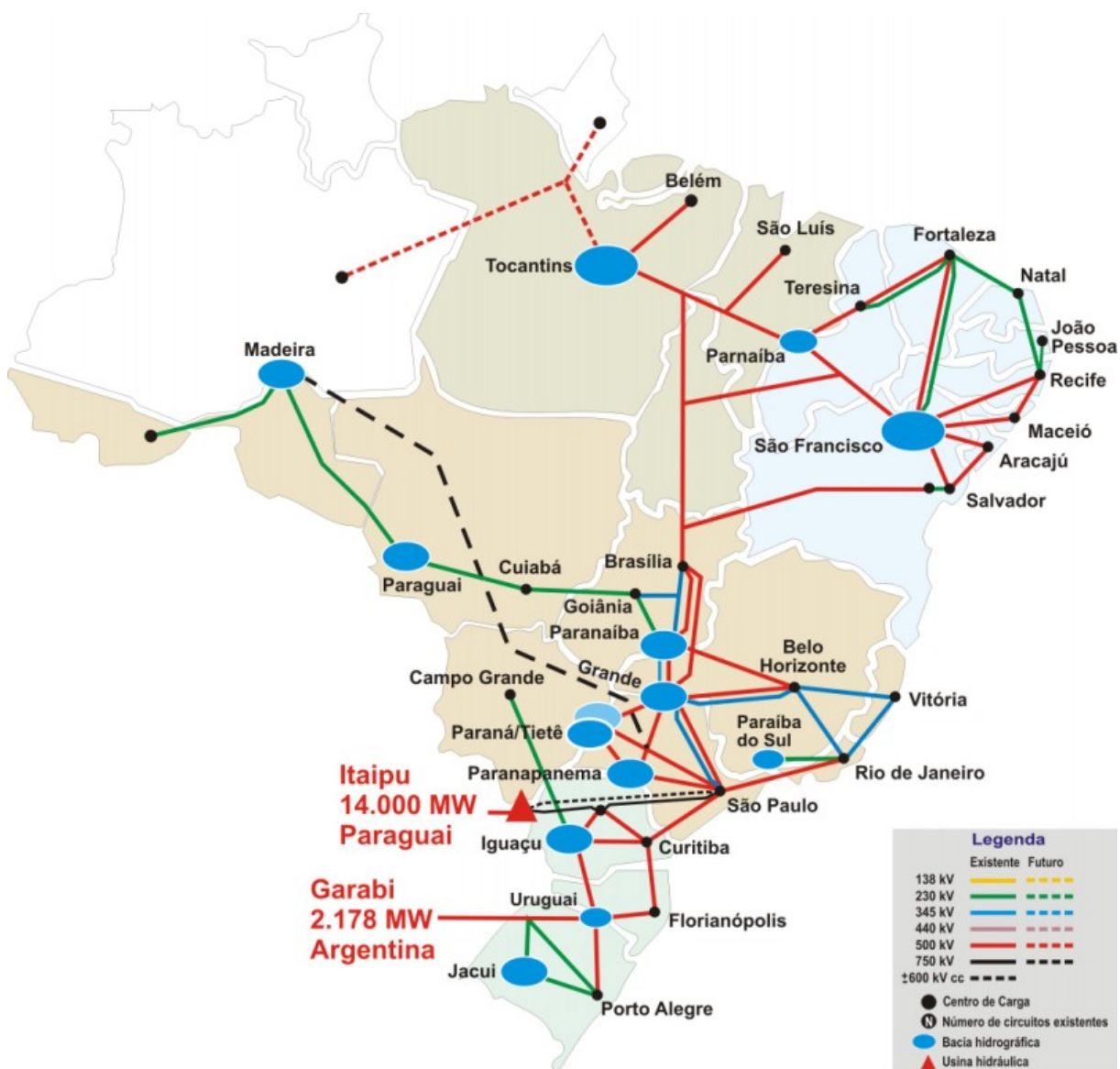


Figura 3: Integração Eletroenergética entre as Bacias Hidrográficas do SIN, fonte: [7].

O ONS é o órgão responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica do SIN, sob a fiscalização e regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) [9]. Essa operação centralizada e coordenada do SIN é baseada em três pilares [10], que são:

- Interdependência operativa entre as usinas, causada pelo aproveitamento conjunto dos recursos hidrelétricos, isto é, a construção e operação de várias usinas hidrelétricas em cascata em várias bacias hidrográficas. Assim, a operação de uma usina depende das vazões que usinas a montante liberarem e, analogamente, a operação dessa usina influi diretamente a operação das usinas a jusante;
- Interconexão dos sistemas elétricos, possibilitando a troca de energia entre regiões e obter benefícios pela diversidade de regime dos rios das diferentes bacias hidrográficas do Brasil; e
- Integração dos recursos de geração e transmissão que atendam à demanda, permitindo reduzir os custos operativos, minimizar a utilização de usinas termoeletricas (reduzindo o consumo de combustíveis) sempre que houver excedentes de energia em outras regiões do sistema.

Em outras palavras, essa operação centralizada e coordenada do SIN, executada pelo ONS permite um melhor aproveitamento das vazões naturais afluentes, gerando mais energia e/ou evitando o vertimento desnecessário de água.

Desta forma, são beneficiadas todas as usinas do sistema (e, conseqüentemente, beneficia o consumidor final também porque evita-se um gasto maior em combustíveis que seriam utilizados nas usinas térmicas derivando em um aumento na conta de energia elétrica), tendo em vista a diversidade climática, já que existe a possibilidade de que usinas, onde as condições hidrológicas são mais favoráveis, gerem mais energia e consigam suprir o déficit das usinas que estão numa época de falta de chuva.

A Figura 4 apresenta a média mensal de Energia Natural Afluente<sup>1</sup> (ENA) por Sub-sistema<sup>2</sup> - Histórico de 1931 a 2009 [13]. Observa-se que os subsistemas Sudeste/Centro-Oeste (SE/CO), Norte (N) e Nordeste (NE) têm uma ENA alta entre dezembro e abril

---

<sup>1</sup>Energia Natural Afluente: Energia elétrica que pode ser gerada a partir da vazão natural em um aproveitamento hidroelétrico [11].

<sup>2</sup>Os subsistemas são simplificações que são realizadas nas simulações do planejamento da operação de médio-longo prazo. Nessas simulações todas as usinas hidráulicas do SIN são agrupadas convenientemente para formar 4 subsistemas equivalentes de energia, que representam as regiões Sul (S), Sudeste/Centro-Oeste (SE/CO), Norte (N) e Nordeste (NE) [12].

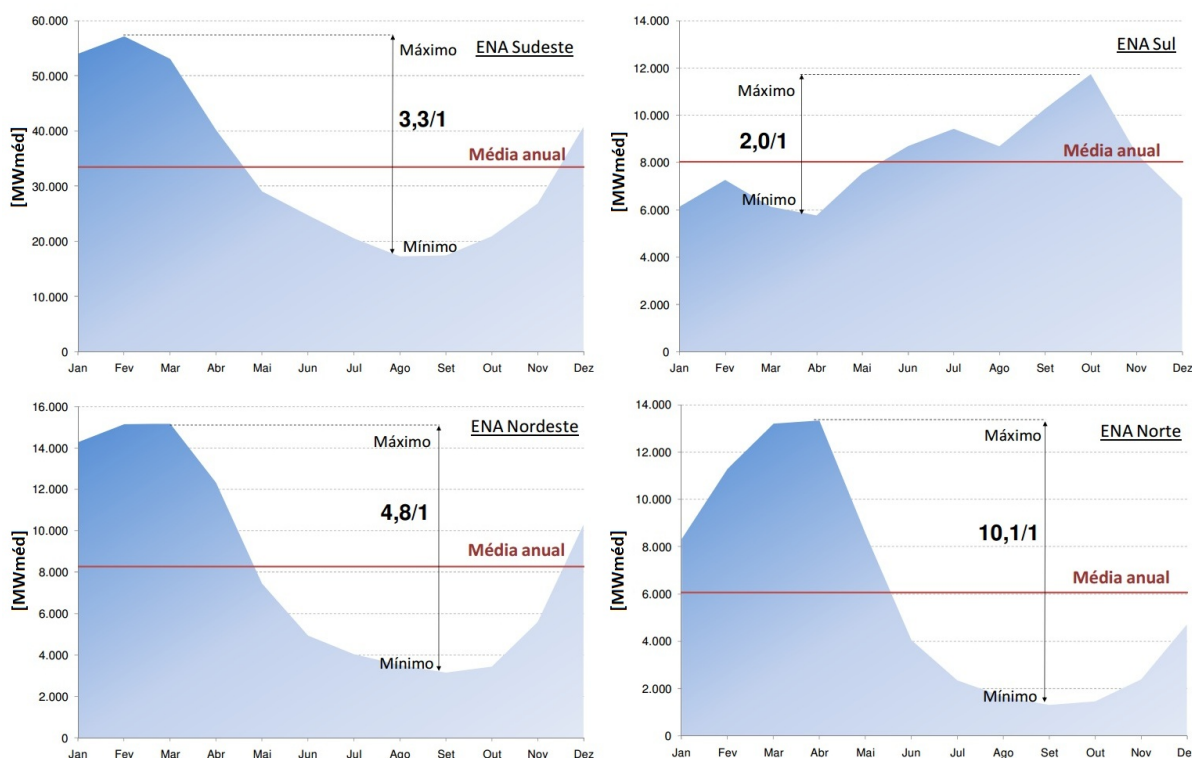


Figura 4: Média mensal de Energia Natural Afluente por Subsistema - Histórico de 1931 a 2009, fonte: [13].

e o subsistema Sul (S) apresenta uma ENA baixa no mesmo período. Entre maio e novembro, a situação se inverte, com o subsistema Sul tendo uma alta ENA e os outros três subsistemas tendo baixa ENA. Em situações como esta é que o ONS atua e coordena a troca de energia entre todos os subsistemas.

Como foi escrito anteriormente, existem dois tipos de usinas hidráulicas: Usinas com reservatório e usinas a fio d'água.

As usinas com reservatório, chamadas também de usinas de reservatório de acumulação, são importantes porque regulam as vazões naturais afluentes próprias (armazenando a água nos períodos úmidos ou de chuvas e utilizando-a nos períodos secos ou de estiagem) e ajudam também na regularização das afluições das usinas a jusante.

Atualmente, o armazenamento de água disponível nos reservatórios, além de permitir a regularização do sistema, proporciona proteção contra a eventualidade de séries de anos secos, caracterizando-se a chamada regularização plurianual do sistema [14].

As usinas a fio d'água, chamadas também de usinas de reservatórios de compensação, são utilizadas somente para a regulação de pequenas quantidades de água. Isso significa que toda a vazão afluente é deplecionada, mantendo o armazenamento de água pratica-



mente constante.

Este tipo de usina produz uma energia “Firme” baixa, pois depende totalmente das suas vazões naturais afluentes. Contudo, ela seria beneficiada se houvesse uma usina com reservatório a montante (que regule as suas vazões afluentes) possibilitando que esta usina aumente o valor da sua energia “Firme”. Esse benefício é conhecido também por Benefício Indireto e é calculado pela diferença entre o somatório da energia firme das usinas a jusante na cascata com e sem a usina em questão [15] e [16].

A Figura 5 mostra uma parte do Diagrama Esquemático das Usinas Hidrelétricas, onde aparecem as Bacias do Rio Paranaíba e do Rio Grande [17] do subsistema SE/CO do SIN. Nessa figura podem ser observadas várias usinas fio d’água no curso do Rio Grande (L. C. Barreto, Jaguará, Igarapava, Volta Grande e Porto Colômbia) que se beneficiam diretamente das usinas com reservatório que se encontram a montante delas (Furnas e Mascarenhas de Moraes).

A seguir serão apresentadas algumas definições importantes que são necessárias para o entendimento do presente trabalho.

- **Energia Firme do Sistema** [11]: De acordo com o ONS, a Energia Firme do

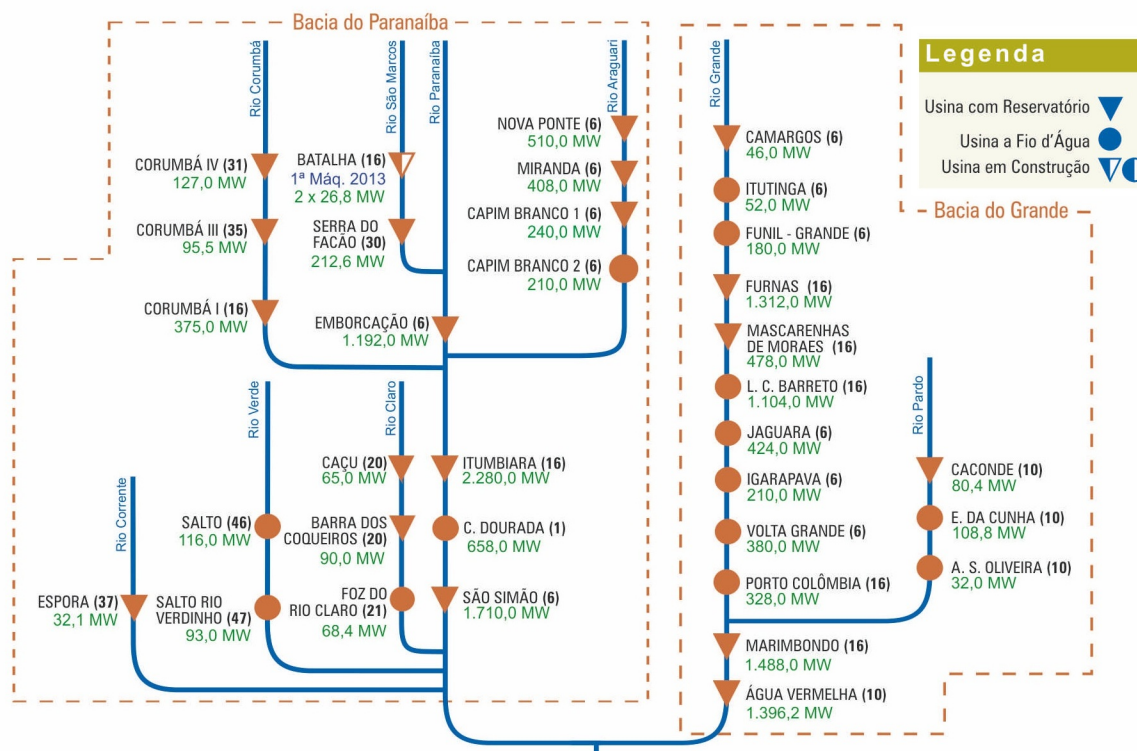


Figura 5: Parte do Diagrama Esquemático das Usinas Hidroelétricas do SIN, fonte: [17].

sistema pode ser definida como sendo o maior valor possível de energia capaz de ser fornecido de forma contínua pelo sistema sem que haja nenhum déficit e considerando a sua configuração e as características do mercado constantes, para o caso de repetição das vazões do registro histórico;

- **Energia Firme de uma Usina Hidrelétrica** [11]: É definida como sendo a contribuição dessa usina à Energia Firme do sistema que corresponde à sua produção média ao longo do período crítico;
- **Período Crítico** [11]: É o maior intervalo de tempo em que os reservatórios do conjunto de usinas do sistema, partindo cheios (armazenamento superior a 98% da Energia Armazenável Máxima [12]) e sem reenchimentos totais intermediários, são deplecionados ao máximo, estando o sistema submetido à sua energia firme, considerando constantes a configuração de seus geradores, de suas interligações e de seu conjunto de reservatórios de armazenamento;
- **Energia Armazenável Máxima** [12] e [18]: É definida como sendo a capacidade total de armazenamento de todos os reservatórios que compõem o sistema e ela pode ser avaliada como sendo toda a energia produzida quando os reservatórios do sistema são esvaziados por completo (desde o armazenamento máximo até o mínimo).

De acordo com os parâmetros da simulação, o período crítico é calculado, no entanto, para o SIN, o período crítico é tipicamente encontrado no intervalo de tempo entre junho de 1949 e novembro de 1956 [19].

A estratégia de expansão do SIN adotada atualmente, na qual estão sendo priorizados grandes empreendimentos a fio d'água (Santo Antônio e Jirau, no rio Madeira, e Belo Monte, no rio Xingu, totalizando mais de 8 mil MW médios de energia firme [20]), deve ocasionar deslocamentos e alterações no período crítico típico.

A Figura 6 mostra a Energia Armazenada Máxima de um sistema teste onde são destacados os quatro maiores períodos críticos. Pode-se observar nesta Figura que todos os quatro períodos críticos começam no armazenamento máximo e terminam no armazenamento mínimo. O maior período crítico tem 68 meses e está destacado na cor vermelha. O segundo maior período crítico, destacado na cor verde, tem 48 meses. O terceiro e quarto períodos críticos, destacados nas cores marrom e rosa, têm, respectivamente, 39 e 23 meses.

A Figura 7 é uma ampliação da Figura 6 e mostra o maior período crítico que é o intervalo de tempo entre junho de 1935 e janeiro de 1941.



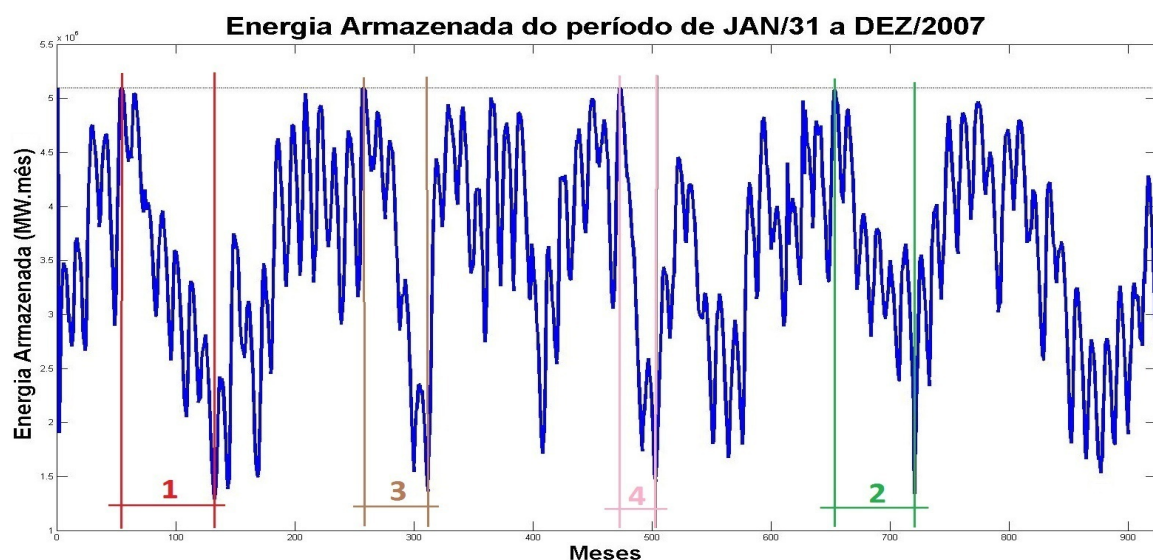


Figura 6: Maiores períodos críticos de um sistema teste

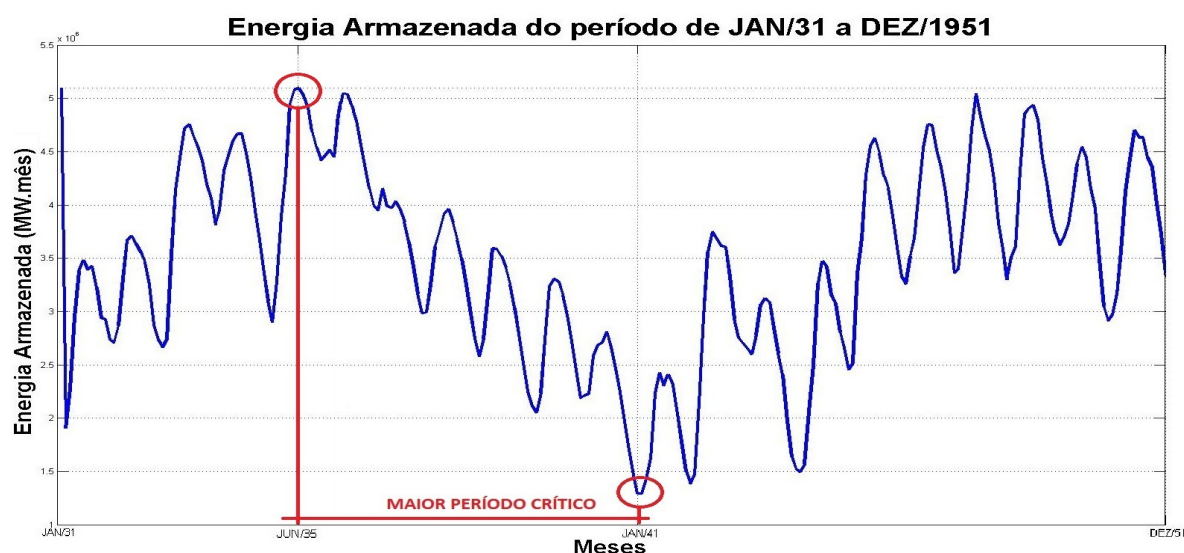


Figura 7: Maior período crítico de um sistema teste

O cálculo da Energia Firme individualizada tem influência direta na remuneração das usinas hidrelétricas, pois a energia firme de cada uma delas é utilizada como fator de rateio para alocar a garantia física global entre as usinas individualizadas.

O valor da Garantia Física [21] (ou Energia Assegurada<sup>3</sup>) de cada usina representa o

<sup>3</sup>Energia Assegurada é a máxima produção de energia que pode ser mantida quase que continuamente pelas usinas hidrelétricas ao longo dos anos, simulando a ocorrência de cada uma das milhares de possibilidades de sequências de vazões criadas estatisticamente (ou conforme outra metodologia aprovada pela ANEEL), admitindo certo risco de não atendimento à carga, ou seja, em determinado percentual dos anos simulados, permite-se que haja racionamento dentro de um limite considerado aceitável pelo sistema. Na regulamentação atual, esse risco pré-fixado é de 5%. A Energia Assegurada de uma usina hidrelétrica é a fração, a ela alocada, da energia assegurada do sistema [22] e [23].

lastro para os contratos bilaterais de compra e venda de energia nos Ambientes de Contratação Livre e Regulado [24]. Em outras palavras, se uma usina possuir um certificado de energia firme mais elevado, ela poderá negociar um montante maior de energia.

A energia gerada acima da Garantia Física é negociada no mercado de Curto Prazo ou “*spot*” ao preço da semana, o qual é denominado Preço de Liquidação de Diferenças (PLD). O PLD é calculado por modelos computacionais e ao longo dos últimos anos tem apresentado características de volatilidade, pois depende da condição hidrológica momentânea do sistema.

Portanto, em linhas gerais, os agentes de geração diminuem sua exposição ao risco se tiverem condições de celebrar contratos de longo prazo envolvendo montantes maiores de energia.

Dentro deste contexto, uma das principais contribuições deste trabalho é apresentar uma alternativa ao cálculo da Energia Firme das usinas individualizadas, o que pode impactar de forma significativa o fluxo de caixa dos agentes (vendedores e compradores) do mercado de energia elétrica.

Para otimizar os recursos hidrelétricos das usinas pertencentes ao SIN foi criado um mecanismo financeiro chamado Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) que tem como objetivo administrar e compartilhar os riscos hidrológicos que afetam os geradores [25].

A intenção do MRE é garantir que todos os geradores que participam dele possam comercializar a Energia Assegurada que lhes foi atribuída, independente de sua produção real de energia, desde que as usinas integrantes do MRE, como um todo, tenham gerado energia suficiente para tal [26]. Assim, por meio do MRE, a energia produzida é contabilmente distribuída, transferindo o excedente das usinas hidrelétricas que geraram acima de sua energia assegurada para aqueles que geraram abaixo, por imposição do despacho centralizado do ONS.

A energia gerada pelo MRE pode ser maior, menor ou igual ao total de energia assegurada das usinas participantes desse mecanismo [23]:

- Se a soma da energia gerada pelas usinas for **maior ou igual** à soma das suas energias asseguradas haverá uma Energia Secundária <sup>4</sup>, que será também realocada

---

<sup>4</sup>Energia Secundária é a diferença positiva entre a soma de toda a energia produzida por todos os geradores do MRE e a soma das suas energias asseguradas [27]. Energia Secundária = Geração Total - Energia Assegurada do Sistema.

entre os geradores. Essa Energia Secundária poderá ser liquidada no mercado de curto prazo, ao preço “spot” [28];

- Se a soma da energia gerada pelas usinas for **menor** que a soma das suas energias asseguradas não haverá energia suficiente para que todos os geradores recebam a totalidade de sua energia assegurada. Será então calculado para cada gerador, na proporção de sua energia assegurada, um novo valor de energia disponível, apenas para efeito do MRE.

O Apêndice B mostra como são calculadas as Energias Firmes e Asseguradas do sistema de uma forma bem resumida e a Tabela 15 do Apêndice C apresenta os valores das energias asseguradas por usina hidrelétrica com vigência entre 2004 e 2014 [15] e [23].

Atualmente, o cálculo da energia firme das usinas hidrelétricas do SIN é realizado por meio de modelos de simulação, como por exemplo o Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados (SUIISHI), desenvolvido pelo Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL) e o Modelo de Simulação de Usinas Individualizadas (MSUI), desenvolvido pela Eletrobras.

Ambos os modelos foram programados para simular as heurísticas operativas do sistema, respeitando-se a topologia das usinas, procurando a operação em paralelo dos reservatórios, considerando a série histórica de vazões desde janeiro de 1931 [29] e representando as não linearidades inerentes ao problema.

A seguir serão apresentados resumidamente os dois modelos e uma abordagem mais detalhada será mostrada no Capítulo 2.

O modelo SUIISHI: O modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados (SUIISHI), desenvolvido pelo CEPEL na década de 1990 e recentemente validado pela ANEEL para ser utilizado pelo ONS em agosto de 2010 [30], é um modelo que simula a operação energética mensal de sistemas hidrotérmicos interligados com as usinas sendo representadas de forma individualizadas.

O modelo MSUI: O Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas (MSUI), desenvolvido pela Eletrobras, é um programa computacional que simula a operação de um sistema cujas usinas são todas hidráulicas considerando as características individuais de cada uma delas e cujo principal objetivo é maximizar a energia produzida, minimizando os vertimentos, isto é, atender a carga solicitada com o menor custo [31].

Neste trabalho foi utilizado programa computacional *LINGO*<sup>®</sup> (de propriedade da

empresa Lindo Systems). O *LINGO*<sup>®</sup> é uma ferramenta de otimização linear, não-linear (convexa e não convexa) e de programação inteira capaz de formular e resolver problemas de grande porte. A sintaxe de programação que o *LINGO*<sup>®</sup> utiliza permite escrever grandes problemas de uma forma bem concisa e eficiente.

Uma das vantagens da utilização do solver de otimização *LINGO*<sup>®</sup> é que o usuário deve ocupar-se apenas com a sintaxe e modelagem do problema a ser resolvido. Isto permite que o usuário economize tempo de implementação computacional associado a uma série de complicações advindas do tratamento matemático e computacional exigidos. De acordo com a modelagem fornecida, o *LINGO*<sup>®</sup> identifica automaticamente a técnica de solução mais adequada para ser utilizada, entre os algoritmos de programação linear, não-linear, inteira, “multi-start”. No entanto, o usuário pode interferir neste processo, por exemplo, escolhendo a técnica de solução desejada, ajustando parâmetros de convergência entre outros.

Por outro lado, uma das desvantagens do *LINGO*<sup>®</sup> é que, por ser um programa comercial, não é possível ter acesso ao código-fonte, impossibilitando conhecer a estrutura do programa. Numa fase posterior da pesquisa, pretende-se substituir o solver *LINGO*<sup>®</sup> por algoritmos próprios utilizando o método de pontos interiores [29] e [32].

O *LINGO*<sup>®</sup> pode ser integrado a diversos programas computacionais como, por exemplo, *MATLAB*<sup>®</sup> (Linguagem de Computação Técnica de Alto Nível de propriedade da empresa MathWorks), C++, C#, entre outros. Os valores das variáveis da solução do problema podem ser escritos diretamente no programa *EXCEL*<sup>®</sup> (planilha de cálculos de propriedade da empresa Microsoft Corporation) ou arquivos texto.

Esta metodologia é capaz de representar as mesmas restrições operativas do problema de operação a usinas individualizadas incorporadas no SUSHI. Contudo, não é baseada na operação em paralelo dos reservatórios.

O presente trabalho apresenta uma metodologia alternativa para o cálculo da Energia Firme das usinas hidrelétricas do SIN baseada em programação não-linear através do pacote computacional de otimização *LINGO*<sup>®</sup> e que poderá ser utilizada em conjunto com modelos homologados para a avaliação da energia firme do sistema, de suas usinas e do período crítico [33], [34], [35] e [36].

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Nesta Seção será analisado o conceito de Energia Firme e seu impacto no mercado de energia em alguns países do mundo para comparação com o SIN. Para esta revisão bibliográfica foram focados países onde a geração hidrelétrica fosse predominante, para que a comparação pudesse ser feita entre sistemas energéticos que operassem em bases semelhantes. Adicionalmente, são ressaltados países que não possuem predominância hidrelétrica na sua geração, mas são importantes do ponto de vista econômico e geopolítico.

### 1.2.1 Geração de Energia Elétrica no Mundo

Nesta Subseção serão pesquisados países nos quais a geração hidrelétrica é predominante em relação à geração total. Alguns outros países também foram pesquisados devido a sua importância no cenário mundial e outros pelas suas características peculiares de geração de energia elétrica.

Nos Estados Unidos da América, a geração de energia elétrica é predominantemente térmica, com aproximadamente 89% da geração total em 2010. A geração de usinas termelétricas a carvão representam 44,8%, usinas a gás natural 23,9% e usinas term nucleares 19,6%. A geração hidráulica representa apenas 6,3% da geração total de energia elétrica. Geração elétrica de outras fontes renováveis, tais como energia eólica e solar representam 6,4% [37].

Na China, a geração de usinas térmicas representa 82,6% da geração total em 2009. A geração hidrelétrica representa 16,65% (615.640 GWh), sendo o maior produtor de energia hidrelétrica no mundo, seguida pelo Brasil, com 390.988 GWh; Canadá, com 363.960 GWh; Estados Unidos de Norte América, 298.410 GWh e a Federação Russa, com 176.118 GWh [38].

No Canadá, a geração de energia elétrica predominante é hidrelétrica, com 61,0% da geração total em 2010. A geração das usinas térmicas representam aproximadamente 37,8% (incluídas as usinas term nucleares). Outras fontes de geração representam um pouco mais de 1% [39]. Para o ano de 2011, houve uma pequena variação na geração hidrelétrica e ela agora representa 62,9% do total gerado. A geração das usinas térmicas diminuiu e agora representam 35,7% [40].

No Reino Unido (Inglaterra, Escócia, País de Gales e Irlanda do Norte), a geração de energia elétrica é predominantemente térmica, com 92,5% da geração total em 2011.

Geração de usinas termoelétricas a gás natural representam 46,3%, usinas a carvão representam 28,5% e usinas termonucleares representam 16,4%. A geração hidrelétrica representa menos de 1% e geração de outras fontes renováveis representam 6,1% [41].

Na França, a geração de energia elétrica predominante é de usinas térmicas, com 88% da geração total em 2011. Ressalta-se que, apesar da geração das usinas termonucleares representar 78% do total gerado (421.075 GWh), esse valor é ainda baixo se comparado à geração termonuclear dos Estados Unidos da América, com 790.291 GWh [42].

Na Alemanha, a geração hidrelétrica é pequena, com apenas 4% da geração total de energia elétrica em 2011. Geração de usinas termoelétricas representam 66,9% e a geração de usinas termonucleares é de 17,7%. Geração de outras fontes renováveis representam 11,4% com 65.516 GWh, perdendo apenas para os Estados Unidos da América, que conseguiu gerar 140.158 GWh em 2011. Se fosse feita uma comparação em valores percentuais da geração de outras fontes renováveis em relação à geração total, a Alemanha ficaria atrás de países como Espanha (18%), Portugal (18,6%), Islândia (27%) e Dinamarca (29,3%) [42].

A Islândia é um dos poucos países onde a geração térmica de fontes não renováveis é praticamente inexpressiva (apenas 0,01%). Do total gerado em 2011, quase 73% é gerado por usinas hidrelétricas e, como foi escrito anteriormente, a geração de fontes renováveis representa 27%. Essa geração vem de usinas geotérmicas onde a energia é obtida a partir do calor proveniente da terra [43].

No Japão, a geração termoelétrica representa 80,5% da geração total de energia elétrica em 2011. Usinas termonucleares contribuem com 9,5% (96.854 GWh gerados, perde inclusive para a Coreia do Sul, com 143.431 GWh gerados, que representam 28,8% da geração total em 2011) e geração hidrelétrica um pouco menos, contabilizando 8,9%. Geração de outras fontes renováveis representam apenas 1% [42].

Outros países no mundo onde predomina a geração hidráulica são: Áustria (56,8%), Nova Zelândia (57,5%), Noruega (95,3%), Suécia (44,2%) e Suíça (54%). Os dados coletados são do ano de 2011 para os países anteriormente citados [42].

Na América Central e do Sul, países como Colômbia (59,3%) [44], Equador (53,5%) [45], Panamá (56,1%) [46], Paraguai (92,8%) [47], Peru (55,8%) [48], Uruguai (59%) [49] e Venezuela (67,8%) [50] têm na geração hidráulica a sua principal fonte de geração de energia elétrica. Embora no Chile (32,9%) [42] e na Argentina (28,05%) [51] a geração hidrelétrica não seja predominante, esses países são de interesse pelos seus mercados de energia. Os

dados de geração de energia elétrica são referentes ao ano de 2010, com exceção dos dados da Argentina, Equador, Panamá e Uruguai, que são do ano de 2009 e do Chile, do ano de 2011.

### 1.2.2 O Conceito de Energia Firme - O Método de Rippl

No final do século XIX, estudos para o dimensionamento de reservatórios de água para o atendimento às cidades foram realizados no mundo todo e surge o conceito de suprimento firme. O estudo feito por Rippl [52] destacou-se pela elaboração de um método que estimava graficamente a capacidade mínima de armazenamento que um reservatório deveria possuir para garantir o atendimento a uma demanda constante, se o histórico de afluições ocorresse novamente [53]. Esse método ficou conhecido como Diagrama de Rippl ou também Diagrama de Massas.

Utilizando esse método para um determinado reservatório sucessivas vezes para diferentes demandas é possível construir um gráfico (como mostrado na Figura 8) onde pode-se estimar qual seria a maior demanda “ $d$ ” que é atendida por um determinado volume armazenado “ $v$ ”. Nessa figura, observa-se que a maior demanda que é garantida pelo reservatório cujo tamanho tende ao infinito é a média das vazões afluentes do histórico. Por outro lado, a maior demanda que um reservatório de tamanho muito pequeno (particularmente usinas a fio d’água) pode atender seria a menor vazão afluente do histórico.

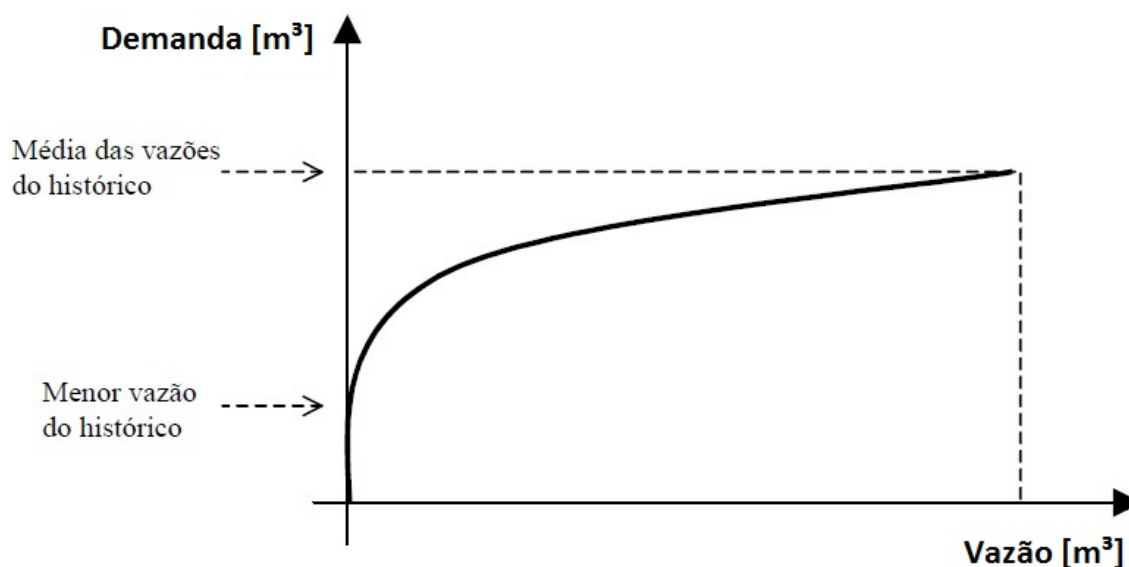


Figura 8: Aplicações Sucessivas do Diagrama de Rippl para um Reservatório, fonte: [53].

Este método foi posteriormente utilizado no setor elétrico e aplicado no dimensionamento de usinas hidrelétricas. Com esta ferramenta, para cada reservatório, era calculado o valor da Energia Firme de cada uma delas, ou seja, a maior demanda de energia que uma usina pode atender sem a presença de déficit simulando a sua operação para todo o histórico de vazões. Desta forma eram comparadas as diferentes alternativas de dimensionamento visando o melhor custo/benefício.

### 1.2.3 Energia Firme em Alguns Países do Mundo

Foi visto na Seção 1.1 deste Capítulo que a energia firme das usinas é utilizada como fator de rateio para alocar a garantia física global entre as usinas individualizadas. A capacidade de respaldo ou lastro de cada usina hidrelétrica é também conhecida como Certificado de Energia Assegurada (CEA) e esses certificados formam o limite máximo para os contratos bilaterais de compra e venda de energia elétrica [19].

Já na Colômbia, desde dezembro de 2006, existe o termo “Energia Firme para o Cargo por Confiabilidade” (ENFICC) e é definida como sendo a máxima energia elétrica que é capaz de entregar uma planta de geração continuamente, em condições de baixa hidrologia, em um período de um ano. O Cargo por Confiabilidade é a remuneração que é paga a um agente gerador pela disponibilidade de ativos de geração com características e parâmetros declarados para o cálculo da ENFICC, que garante o cumprimento da Obrigação de Energia Firme (OEF) que foi determinada em um leilão. A Obrigação de Energia Firme é o vínculo resultante do leilão que impõe a um gerador o dever de gerar uma quantidade diária de energia durante o período de contrato [54].

Para determinar quais usinas recebem o Cargo por Confiabilidade, dois mecanismos são aplicados [55]:

- Atribuição administrada a pro rata da demanda, a qual é aplicável ao período de transição que finaliza em 30 de novembro de 2012 ou durante os períodos em que não seja necessária uma nova oferta; e
- Mecanismo de subasta a partir de 1 de dezembro de 2012 e nos casos de necessidade de nova oferta no sistema. Nos leilões, os geradores apresentam os seus preços para assumir as OEF que são requeridas para atender a demanda do sistema nos anos futuros.

O primeiro leilão de Energia Firme nessas condições foi realizado em maio de 2008,



no qual, foram atribuídas as Obrigações de Energia Firme de 1º de dezembro de 2012 a 30 de novembro de 2013.

No Peru, a Energia Firme é definida como sendo a máxima produção esperada de energia elétrica, determinada para uma probabilidade de excedência de 95% para as unidades de geração hidrelétrica e de indisponibilidade programada e fortuita, para as unidades de geração térmica. Após a reforma e revisão do setor elétrico em 2007, é estabelecido que nenhum gerador pode contratar com os usuários livres e distribuidores mais Potência e Energia Firmes que as próprias e aquelas contratadas com terceiros. A Potência Firme é definida como sendo a potência que pode fornecer cada unidade geradora com alta segurança de acordo com a definição do regulamento. No caso de centrais hidrelétricas, a potência firme será determinada com uma probabilidade de excedência de 95%. No caso das centrais termelétricas, a potência firme deve considerar os fatores de indisponibilidade programada e fortuita [56]. Nos contratos de compra e venda de energia elétrica são negociados Potência e Energia Firmes.

Na Argentina, a Energia Firme é definida como sendo a energia mensal de probabilidade de excedência de 70% para a usina e ela deverá ser o valor máximo para os contratos anuais correspondentes às usinas hidrelétricas. No Chile, similar à Argentina, onde os geradores não podem contratar além da sua energia firme, ela é definida como a energia anual de uma condição hidrológica com probabilidade de excedência de 90% para o sistema [57]. Em ambos os países são comercializados a Potência e Energia Firmes.

Nos Estados Unidos da América, a “Bonneville Power Administration” (situada na costa oeste) define a Energia Firme como sendo a energia elétrica produzida pelo sistema hidrelétrico disponível com condições de água apenas para o seu período crítico e ela está disponível em quantidades que variam dependendo da estação e condições do clima. O período crítico é a parte do registro histórico de vazões na qual as vazões registradas combinadas com o armazenamento disponível do reservatório produziram a menor quantidade de energia [58].

Embora o termo “Energia Firme” seja comum em vários países, a sua definição nem sempre corresponde à definição usual do ONS. Talvez a definição mais próxima seja a do Peru, mas nela não informa se é utilizado um período crítico determinado ou, como no caso da Colômbia, que especifica a baixa hidrologia em um ano.

## 1.3 Publicações Decorrentes do Trabalho

Um trabalho completo foi submetido para publicação em anais de congressos:

- MARCATO, André L. M.; YAGI MOROMISATO, German David; PASSOS FILHO, João Alberto; SILVA JUNIOR, Ivo C.; DIAS, Bruno H.; OLIVEIRA, Edimar J. e IUNG, Anderson M. Modelo Não Linear para o Cálculo da Energia Firme. In: XLIII SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2011, Ubatuba - SP.

## 1.4 Organização do Trabalho

Este trabalho está dividido em seis capítulos.

O Capítulo II apresenta algumas das metodologias de cálculo da Energia Firme atuais. Aqui serão descritos de forma simplificada o modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados (SUISHI), desenvolvido pelo CEPEL e o modelo de Simulação a Usinas Individualizadas (MSUI), desenvolvido pela Eletrobras. Ambos os programas são os modelos homologados utilizados atualmente pelo ONS para diversas simulações.

O Capítulo III apresenta o algoritmo de Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD). Em primeiro lugar será descrito o problema do Despacho Hidrotérmico. Em seguida serão mostrados a formulação e o algoritmo de PDDD no problema de otimização hidrotérmica para dois estágios junto com um exemplo didático do algoritmo de PDDD para problemas com dois estágios. Por último, a formulação e o algoritmo de PDDD para múltiplos estágios serão mostrados.

O capítulo IV apresenta a metodologia proposta neste trabalho que consiste no cálculo da energia firme baseada em Programação Não Linear (PNL) utilizando Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD). Em primeiro lugar será apresentada uma abordagem linear com duas metodologias:

- A primeira delas sendo um problema único (PL - U) onde a resolução do cálculo da energia firme é realizada em um problema só. Uma desvantagem desta metodologia é que, conforme aumenta o número de usinas hidrelétricas no estudo, as dimensões do problema crescem exponencialmente; e
- A segunda metodologia utilizando programação dinâmica (PL - PDDD) e consiste

no particionamento do problema em subproblemas mensais.

Em segundo lugar será apresentada a abordagem não linear. Da mesma forma que na abordagem linear, duas metodologias serão mostradas: PNL - U e PNL - PDDD. Esta última é a metodologia proposta neste trabalho.

As diferenças entre as abordagens linear e não linear são:

- A consideração da produtibilidade ( $\rho$ ) como variável de decisão;
- A representação não linear da altura de queda, que é calculada utilizando-se os polinômios de quarto grau de Cota-Volume (PCV) e Vazão-Nível Jusante (PVNJ), este último substituído por uma função sigmóide; e
- A representação da restrição de volume mínimo para vertimento.

Esses polinômios (PCV e PVNJ) são responsáveis pela variação do valor da produtibilidade das usinas com reservatório e, conseqüentemente, do valor máximo de geração de cada uma delas. Garantir um valor maior da produtibilidade significa gerar mais energia elétrica com recursos hídricos utilizando menos as usinas térmicas e, com isso, reduzir o custo operacional do sistema elétrico brasileiro.

No Capítulo V serão apresentados dois casos teste. O primeiro com 3 usinas hidrelétricas e o segundo com 10 usinas hidrelétricas para a verificação e validação da metodologia proposta. Nesse Capítulo serão mostrados os resultados decorrentes das simulações realizadas pela metodologia proposta para ambos os casos teste e esses resultados serão comparados aos resultados obtidos com o modelo SUSHI.

O Capítulo VI apresenta as conclusões decorrentes deste trabalho bem como algumas propostas para a continuação e aprofundamento desta pesquisa.

## *2 Metodologia Atualmente Adotada para o Cálculo da Energia Firme*

### **2.1 Introdução**

Como foi descrito na Seção 1.1 do Capítulo 1, o cálculo da energia firme das usinas hidrelétricas do SIN é realizado por meio de modelos de simulação, cuja principal característica é utilizar heurísticas para obter os seus resultados. A seguir serão descritos sucintamente o modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados (SUIISHI) e o Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas (MSUI).

### **2.2 O Modelo SUIISHI**

O modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados (SUIISHI), desenvolvido pelo CEPEL na década de 1990 e homologado pela ANEEL em agosto de 2010 [30] para ser utilizado pelo ONS, é um modelo que simula a operação energética mensal de sistemas hidrotérmicos interligados com as usinas sendo representadas de forma individualizadas.

Algumas das características principais do modelo SUIISHI (versão 6.16) são [59]:

- Simulação de até dez subsistemas hidrotérmicos eletricamente interligados em malha, mas hidraulicamente independentes, considerando limites nas capacidades de intercâmbio de energia nos dois sentidos;
- Possibilidade de acoplamento a um modelo de decisão estratégica (como, por exemplo o NEWAVE - Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Equivalentes) que forneça uma função do valor esperado do custo futuro de operação para cada estágio da simulação;
- Consideração de restrições operativas locais decorrentes do uso múltiplo da água, tais como, vazão máxima para controle de cheias, vazão mínima para saneamento ou navegação e desvio de vazão do rio para irrigação;
- Simulação de múltiplas séries hidrológicas (históricas e sintéticas) em paralelo, permitindo a obtenção de índices probabilísticos de desempenho do sistema para cada estágio da simulação;
- Cálculo da energia garantida de um sistema hidrotérmico a um certo risco pré-fixado;
- Disponibilização de arquivo com potência disponível por aproveitamento, para utilização em balanço de ponta e estudos de confiabilidade;
- Adoção opcional de Racionamento Preventivo;
- Consideração do mecanismo de Aversão ao Risco (CAR) no módulo de otimização;
- Consideração de até 3 patamares de carga no módulo de otimização e patamar único no módulo de simulação;
- Cálculo do período crítico de um sistema puramente hidráulico, com as usinas consideradas em ponto único. Cálculo da energia firme do sistema e da participação de cada usina; e
- Cálculo da energia firme do sistema e da participação de cada usina para um período crítico informado pelo usuário.

As duas últimas características são as que possuem interseção com este trabalho. No Capítulo 5, a energia firme calculada pelo modelo SUIISHI para as usinas hidrelétricas será comparada com o valor obtido pela metodologia proposta.

O SUIISHI apresenta dois módulos funcionais que são o módulo de otimização e o módulo de simulação.

- O objetivo do módulo de otimização é encontrar uma solução que minimize o valor do custo atual e futuro utilizando programação linear [60] e subsistemas equivalentes de energia, sendo obtidos os valores ótimos das gerações hidráulicas por subsistema, gerações térmicas e intercâmbio entre subsistemas de cada mês;
- O objetivo do módulo de simulação é despachar individualmente as usinas dos subsistemas visando sempre a operação em paralelo dos reservatórios (tentar manter, na medida do possível, os reservatórios sempre nas mesmas faixas operativas), atendendo aos valores das metas de geração hidráulica do módulo de otimização obtidos anteriormente, segundo uma regra de operação pré-definida [59].

No módulo de simulação, se as metas de geração hidráulica forem atingidas, passa-se ao mês seguinte. Caso contrário, são verificadas quais metas não foram atendidas, retorna-se ao módulo de otimização e são acrescentadas restrições, agora com o limite de geração hidráulica máxima sendo substituído pela diferença entre a geração hidráulica obtida menos o déficit de geração e passa-se ao módulo de simulação com os novos valores das metas de geração. Este processo irá se repetir até que todos os meses do estudo sejam simulados e as metas de geração hidráulica tenham sido atendidas.

Para o cálculo de energia firme, como não são representadas as usinas térmicas, o modelo SUIISHI não utiliza o módulo de otimização, apenas o de simulação. Os dados de entrada são os mesmos fornecidos pelo Programa Mensal de Operação Eletroenergética (PMO), disponibilizado pelo ONS e que são lidos e convertidos por um programa chamado Conversor de Dados para o formato do SUIISHI. Dados de um estudo anterior do SUIISHI também podem ser importados para serem utilizados em um novo estudo de caso [59]. A Figura 9 mostra o fluxograma simplificado do funcionamento do SUIISHI.

No módulo de simulação existem quatro modos de simulação: dinâmica, estática, estática para cálculo de energia firme e estática para cálculo de energia garantida [61], [62].

Na simulação dinâmica, os dados do problema podem ser variados dinamicamente em todo o período de estudo, permitindo serem analisados: o efeito de crescimento de mercado, tempo de enchimento de volume morto de reservatórios, entre outros. Já na simulação estática, os dados permanecem constantes ao longo do tempo, exceto as vazões afluentes aos reservatórios. Na simulação estática são estudados, entre outros, o cálculo da energia firme e o cálculo da energia garantida<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>A energia garantida é definida como o maior mercado de energia que um sistema pode atender a um risco de déficit pré-fixado. Na legislação atual, esse risco de déficit pré-fixado não pode exceder a 5% em cada um dos subsistemas do SIN [63].

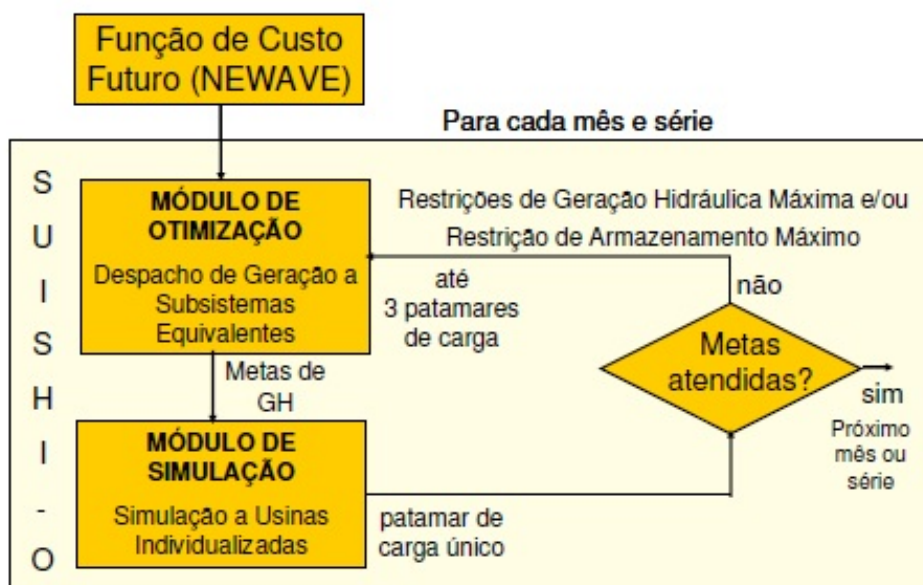


Figura 9: Processo iterativo do modelo SUIISHI, fonte: [59].

No módulo de cálculo da energia firme, são consideradas apenas as usinas hidrelétricas e o histórico de afluências (a partir de janeiro de 1931). O cálculo é realizado através do processo iterativo seguinte (resumido de [64]):

1. Define-se um valor inicial para a energia firme;
2. Simula-se a operação das usinas hidrelétricas para todo o histórico de vazões considerando o mercado igual ao valor atual de energia firme;
3. Caso não tenha sido encontrado nenhum déficit no passo 2, segue para o passo 4. Em função dos déficits encontrados durante o passo 2, o valor da energia firme é reduzido. Retornar ao passo 2;
4. O valor da energia firme do sistema já está calculado;
5. Calcula-se o período crítico;
6. Calcula-se a Energia Firme das usinas individualizadas como sendo as suas gerações médias durante o período crítico;
7. Fim do processo iterativo.

O valor inicial da energia firme deve ser escolhido convenientemente para que, na primeira vez que o passo 2 for executado, ocorra pelo menos um déficit durante o histórico.

Nas execuções seguintes do passo 2, não há necessidade de simulação de todo o histórico, mas apenas dos períodos críticos encontrados nas execuções prévias do passo 2.

Uma característica positiva do modelo SUIISHI é o esforço computacional necessário para a avaliação da energia firme, o qual é relativamente pequeno e varia de acordo com a condição inicial ou valor de energia firme inicial escolhido no início do processo iterativo [64].

## 2.3 O Modelo MSUI

O Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas<sup>2</sup> (MSUI), desenvolvido pela Eletrobras, é um programa computacional que simula a operação detalhada de um sistema cujas usinas são todas hidráulicas considerando as características individuais de cada uma delas e cujo principal objetivo é maximizar a energia produzida, minimizando os vertimentos, isto é, atender a carga solicitada com o menor custo [31].

Os testes que podem ser realizados com o MSUI, dependendo das configurações, parâmetros e dados de entrada são [65]:

- Convergência da carga máxima garantida de uma determinada configuração de usinas e cálculo do respectivo período crítico;
- Avaliação do comportamento de um sistema em expansão face a projeções de mercado e séries hidrológicas dadas;
- Avaliação do comportamento de uma usina individualizada através de seus parâmetros característicos; e
- Avaliação dos balanços de empresas decorrentes da operação integrada do sistema.

Os parâmetros e dados de entrada que representam as usinas hidrelétricas no MSUI são os seguintes:

- Curva de cota do reservatório em função do volume;
- Curva de área do reservatório em função da cota;
- Nível de montante e área no caso de usinas a fio d'água;

---

<sup>2</sup>Não foi possível a realização de simulações para os casos teste do Capítulo 5 devido ao alto valor deste “*software*” comercial e também à inexistência de uma versão acadêmica.



- Curva do nível de jusante em função da vazão defluente;
- Perda hidráulica média nas tubulações;
- Rendimento médio do conjunto turbina e gerador;
- Dados das turbinas e geradores;
- Fator de carga máximo para operação contínua; e
- Dados de evaporação.

A operação do conjunto de usinas é simulada mensalmente durante todo o período de estudo. O objetivo é atender aos requisitos de cada mês e é condicionada pelas vazões naturais afluentes às usinas hidráulicas. O MSUI tenta atender à demanda do mês, minimizando o vertimento e procurando manter o volume dos reservatórios entre as curvas de controle superiores e inferiores. Tenta ainda redistribuir a reserva hidráulica disponível de modo a recuperar o nível dos reservatórios de alta prioridade de enchimento, valorizando deste modo, as afluições futuras e aumentando a expectativa de geração hidráulica.

A operação dos reservatórios é controlada pelas seguintes variáveis:

- Prioridade de enchimento e esvaziamento;
- Curvas de controle superiores e inferiores dos reservatórios (ou através de faixas paralelas):
  - O esvaziamento, feito pela ordem de prioridade até as curvas de controle superiores e depois, até as inferiores (ou faixa por faixa); e
  - O enchimento, feito pela ordem de prioridade de enchimento até as curvas de controle inferiores e depois até as superiores (ou faixa por faixa).
- Coeficientes informados para manter esvaziamento proporcional abaixo das curvas de controle inferiores durante períodos muito secos;
- Vazões mínimas defluentes;
- Capacidades máximas de turbinamento das usinas.

O MSUI é utilizado em estudos energéticos de projetos básicos e estudos de viabilidade de usinas hidrelétricas. Esse modelo também é utilizado como ferramenta para realizar o rateio da garantia física (ou energia assegurada) do sistema, conforme Portaria n° 258, de 28 de julho de 2008, do Ministério de Minas e Energia [16] e [31].

## 3 *Programação Dinâmica*

### 3.1 Introdução

Neste Capítulo será apresentado e exemplificado o algoritmo de Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD) o qual será utilizado no Capítulo 4 para a avaliação de Energia Firme.

### 3.2 Despacho Hidrotérmico

O objetivo da operação ótima de sistemas hidrotérmicos é encontrar uma estratégia de operação para cada estágio do período de planejamento (No planejamento de médio/longo prazo, esse período é dado em meses) que minimize o custo de operação do sistema. O déficit de energia já está incluído nesse custo de operação [12].

Calculada a estratégia de operação, é possível determinar a meta de geração de cada usina hidrelétrica se o estado do sistema é conhecido no início do estudo.

O estado do sistema é dado pelas seguintes variáveis:

- Armazenamento no início do estágio. O armazenamento é dado pelo volume inicial de cada uma das usinas hidrelétricas,  $v_{t,iusi}$ ; e
- Afluências anteriores. São dadas pela vazão afluente incremental a cada uma das

usinas hidrelétricas nos estágios anteriores,  $AFL_{t-1,iusi}$ ,  $AFL_{t-2,iusi}$ , ...

$$\alpha_t(X_t) = E_{AFL_t|X_t} \left( \underset{U_t}{\text{Min}} C_t(U_t) + \frac{1}{\beta} \alpha_{t+1}(X_{t+1}) \right) \quad (3.1)$$

sendo:

$\alpha_t(X_t)$ , a função de custo futuro;

$U_t$ , a decisão operativa no estágio  $t$ ;

$C_t(U_t)$ , o custo de operação imediato associado à decisão  $U_t$ ; e

$\alpha_{t+1}(X_{t+1})$ , o custo de operação futuro associado à decisão  $U_t$ , uma vez que o estado  $X_{t+1}$  é uma consequência da decisão operativa  $U_t$ .

Na minimização da função objetivo, diversas restrições devem ser consideradas. Duas delas podem ser destacadas: As restrições de balanço hídrico e de atendimento à demanda.

O vetor  $U_t$ , que representa a decisão operativa no estágio  $t$ , é dado pelos vetores correspondentes aos volumes turbinados e vertidos ( $vt_t$  e  $vv_t$ , respectivamente) pelas usinas hidrelétricas e em função de  $U_t$  são calculados os montantes de geração térmica e déficit que compõem o custo de operação do estágio  $t$ .

Isso significa que o custo associado a um determinado estado  $X_t$  é função do custo de operação imediato representado por  $C_t(U_t)$  mais o custo de operação futuro associado ao estado  $X_{t+1}$ .

O custo de operação imediato  $C_t(U_t)$  representa o custo de geração térmica necessário para atender a carga própria no estágio  $t$ . Uma parte dessa carga própria é atendida pelas usinas hidrelétricas de acordo com a decisão operativa  $U_t$  e o restante é atendido pelas usinas térmicas associadas ao sistema. O déficit (ou corte de carga) é representado como sendo a usina térmica de custo unitário mais elevado do que a usina térmica de maior custo unitário.

A ordem de entrada em operação das usinas térmicas é dada pelos seus respectivos custos unitários. Assim, a usina térmica de menor custo unitário é despachada em primeiro lugar até a sua capacidade máxima. Uma vez realizado este procedimento, a segunda usina térmica de menor custo entrará em operação e assim, sucessivamente, até a usina térmica de maior custo unitário (Déficit). Portanto, o custo de operação imediato é função da geração das usinas térmicas e é representado por uma função linear por partes, como pode

ser visto na Figura 10 a seguir.

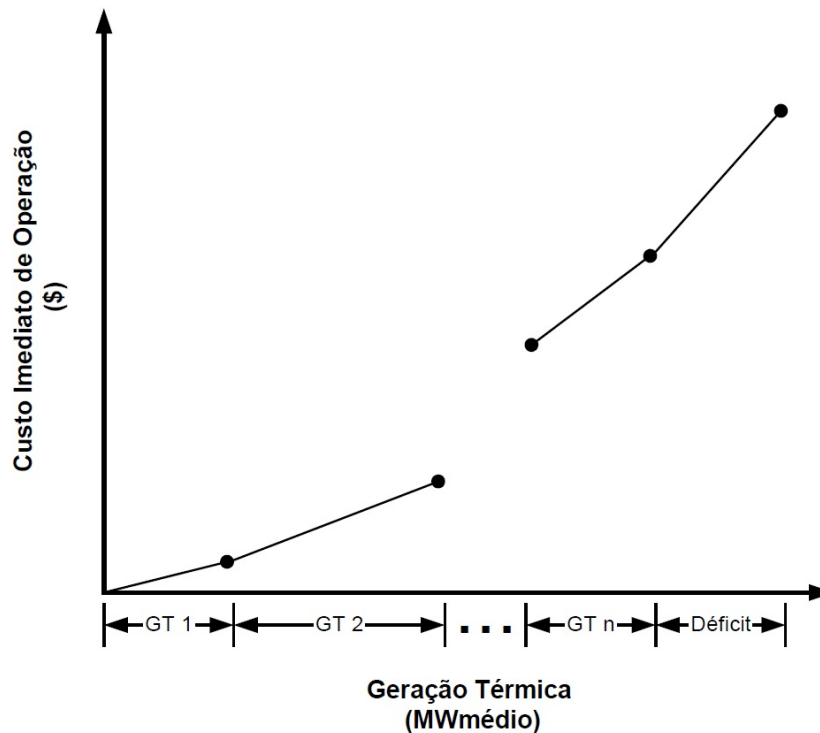


Figura 10: Representação da Geração das Usinas Térmicas, fonte: [12].

### 3.3 Programação Dinâmica Dual

Uma das vantagens na utilização da Programação Dinâmica Dual em relação à Programação Dinâmica é que nela não é necessário discretizar o espaço de estados do sistema, evitando-se, com isso, que o algoritmo cresça exponencialmente para cada usina hidrelétrica acrescentada ao problema. Esta limitação ou desvantagem é chamada de “Maldição da Dimensionalidade” [66] e [67].

Como exemplo, pode-se verificar que, para somente um estágio de simulação de um sistema, com “ $n$ ” usinas hidrelétricas ou “ $n$ ” volumes e que para cada usina hidrelétrica exista uma afluência, portanto, existem “ $n$ ” afluências. Se cada um dos “ $n$ ” volumes for discretizado em “ $d$ ” intervalos, então pode-se observar que existem “ $d^{2*n}$ ” estados (ou cenários) discretizados a serem simulados.

A Tabela 2 mostra o crescimento exponencial dos cenários discretizados em função do aumento unitário do número de usinas hidrelétricas, supondo 10 intervalos de discretização ( $d = 10$ ).

Tabela 2: Crescimento Exponencial dos Cenários Discretizados.

Número de Usinas Hidrelétricas	$(d^{2*n})$	Número de Estados Discretizados
1	$10^2$	100
2	$10^4$	10.000
3	$10^6$	1.000.000
4	$10^8$	100.000.000

A seguir, será descrito o problema de otimização hidrotérmica utilizando o método de Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD) para dois estágios e posteriormente será ampliado para múltiplos estágios.

### 3.3.1 Formulação de PDDD para Problemas com Dois Estágios

Para a solução do problema de otimização hidrotérmica, considera-se que a afluência a cada usina hidrelétrica é conhecida em todos os estágios do planejamento [12]. O conjunto de Equações (3.2), mostrado abaixo, descreve o problema de otimização hidrotérmica para dois estágios.

$$\begin{aligned}
 Z &= \text{Min } C_1x_1 + C_2x_2 \\
 &\text{sujeito a} \\
 A_1x_1 &\geq B_1 \\
 E_1x_1 + A_2x_2 &\geq B_2
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

sendo:

$x_1$  e  $x_2$ , os vetores que representam todas as variáveis de decisão, ou seja, os volumes armazenados finais das usinas hidrelétricas, as vazões turbinadas e vertidas, a geração térmica e o déficit no primeiro e segundo estágio, respectivamente;

$C_1$  e  $C_2$ , os custos relacionados aos estágios 1 e 2, respectivamente;

O objetivo é encontrar uma solução que minimize a soma das funções objetivo do primeiro e segundo estágios, como é mostrado na Figura 11 [68].

Serão utilizados os dados do caso exemplo da referência [12], cujo sistema contém apenas a Usina Hidrelétrica de São Simão e duas usinas térmicas (sem restrição de geração

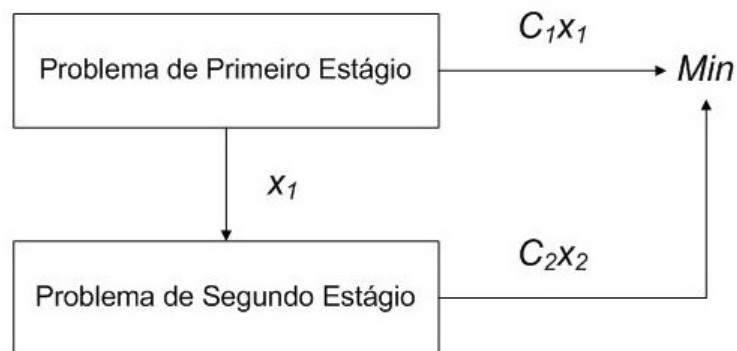


Figura 11: Processo de Decisão da PDDD em Dois Estágios, fonte: [68].

térmica mínima), como mostrado na Figura 12.

As Tabelas 3 e 4 apresentam os dados relativos da UHE São Simão e das usinas térmicas, respectivamente. A carga será considerada constante e igual a 1.200 MW médios

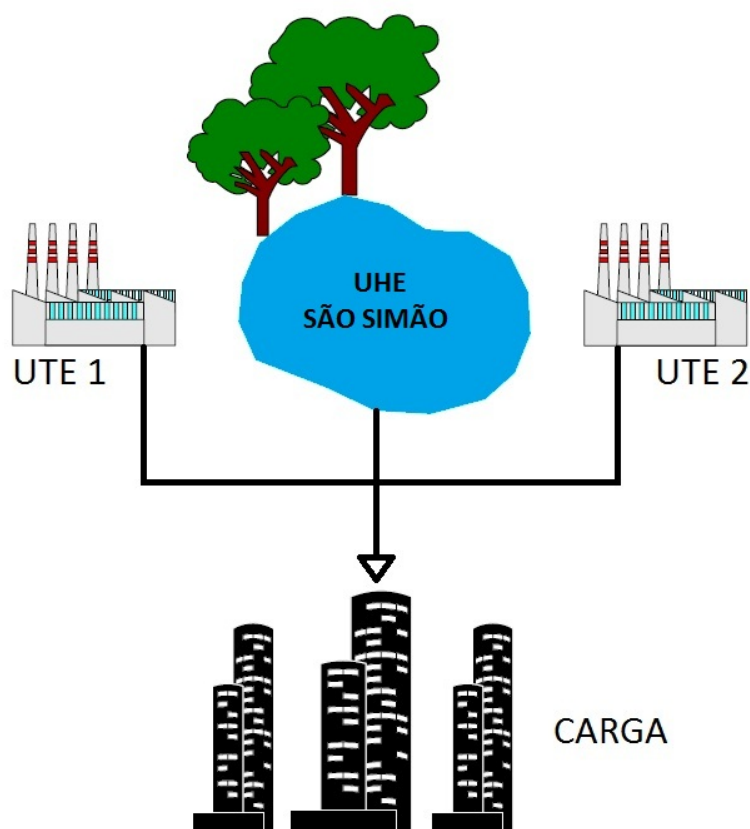


Figura 12: Configuração do Caso Exemplo para o Algoritmo de PDDD, fonte: [69] (Adaptado)

ao longo dos dois estágios.

Tabela 3: Dados da Usina Hidrelétrica de São Simão.

UHE	Volume Mínimo ( $hm^3$ )	Volume Máximo ( $hm^3$ )	Produtibilidade ( $\rho$ ) ( $MW/m^3/s$ )	Vazão Mínima ( $m^3/s$ )	Vazão Máxima ( $hm^3/s$ )	Potência Instalada ( $MW$ )
São Simão	7.000,00	12.540,00	0,6093	408	2.394,33	1.710

Tabela 4: Geração Térmica no Caso Exemplo.

Nome	Custo ( $R\$/MWh$ )	Capacidade ( $MW$ )
Térmica 1	35,91	300
Térmica 2	58,55	514

O custo de déficit apresenta um custo de 684,00  $R\$/MWh$ . As possibilidades de afluências ao reservatório de São Simão são mostradas na Tabela 5 e foram consideradas duas possibilidades com igual probabilidade de ocorrência: alta (cenário otimista) e baixa (cenário pessimista).

Tabela 5: Cenários de Afluências por Estágio ao Reservatório de São Simão.

Estágio	Afluência Alta ( $m^3/s$ )	Afluência Baixa ( $m^3/s$ )
1	1.300	650
2	1.000	580

Por simplificação, o estado do sistema será representado somente pelo armazenamento no início do estágio em 100%, 50% e 0% do volume útil do reservatório (Tabela 6).

Tabela 6: Discretização do Reservatório de São Simão.

Discretização	Volume do Reservatório ( $hm^3$ )
0%	7.000,00
50%	9.770,00
100%	12.540,00

Considerando-se a resolução para o primeiro e segundo estágios, tendo o reservatório da UHE São Simão um volume armazenado inicial de 9.770  $hm^3$  (50%) e somente cenário de afluências baixas, o conjunto de Equações (3.2) teria a seguinte forma:

$$Z = \text{Min} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 35,91 & 58,55 & 684,00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 35,91 & 58,55 & 684,00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix}$$

sujeito a

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0,2275 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.770 + 650 \cdot 2,6784 \\ 1200 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0,2351 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 580 \cdot 2,592 \\ 1200 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Logo, os vetores  $x_1$  e  $x_2$ , que contêm as variáveis de decisão do primeiro e segundo estágios, e  $B_1$  e  $B_2$  são dados por:

$$x_1 = \begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \end{bmatrix}; \quad x_2 = \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix}; \quad B_1 = \begin{bmatrix} 9.770 + 650 \cdot 2,6784 \\ 1200 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad B_2 = \begin{bmatrix} 580 \cdot 2,592 \\ 1200 \\ 0 \end{bmatrix}$$

No vetor  $B_1$  aparece o valor 9.770 que corresponde ao volume armazenado no início do primeiro estágio. Este valor é somado à vazão afluyente no primeiro estágio multiplicado pela constante  $FATOR_t$ . Como o valor do volume armazenado é uma variável de decisão que está no vetor  $x_1$ , no vetor  $B_2$  só aparece a vazão afluyente no segundo estágio



multiplicado pela constante  $FATOR_t$ .

As matrizes  $A_1$  e  $A_2$  são dadas por:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0,2275 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0,2351 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Os valores 2,6784 e 2,592, que aparecem nos vetores  $B_1$  e  $B_2$ , respectivamente e -0,2275 e -0,2351, que aparecem nos vetores  $A_1$  e  $A_2$ , respectivamente são diferentes pois a constante  $FATOR_t$  é diferente de um mês para outro.

Finalmente, a matriz  $E_1$ , que representa o acoplamento existente entre as variáveis de primeiro e segundo estágios, é dada por:

$$E_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Este problema (3.2) é resolvido através de um processo de decisão dividido em dois estágios:

- No primeiro estágio uma decisão  $x_1$  viável é escolhida e ela é representada por  $x_1^*$ , de tal forma que satisfaça a restrição  $A_1 x_1^* \geq B_1$ ; e
- No segundo estágio, uma vez feita a escolha de  $x_1^*$ , é resolvido o problema de otimização do segundo estágio. Como  $x_1^*$  é conhecido, este termo passa para o lado direito do conjunto de restrições do problema, dado por:

$$\begin{aligned} & \text{Min } C_2 x_2 \\ & \text{sujeito a} \\ & A_2 x_2 \geq B_2 - E_1 x_1^* \end{aligned} \tag{3.3}$$

Se  $x_1^*$  for a solução ótima do problema anterior, então  $C_2 x_2^*$  é uma função da decisão  $x_1^*$  que foi escolhida no primeiro estágio. Assim, o conjunto de Equações (3.3) pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
\alpha_1(x_1) &= \text{Min } C_2x_2 \\
&\text{sujeito a} \\
A_2x_2 &\geq B_2 - E_1x_1
\end{aligned} \tag{3.4}$$

E o problema original (3.2) é reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
&\text{Min } C_1x_1 + \alpha_1(x_1) \\
&\text{sujeito a} \\
A_1x_1 &\geq B_1
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Conclui-se que  $\alpha_1(x_1)$  é uma função que possui informações sobre as consequências da decisão  $x_1$  no futuro.

O princípio de Decomposição de Benders [70] é uma técnica que permite construir aproximações para a função  $\alpha_1(x_1)$ , de forma iterativa, baseada na solução do problema do 2º estágio.

Resumidamente, os problemas do primeiro e segundo estágios são resolvidos através do processo iterativo seguinte:

1. Uma aproximação de  $\alpha_1(x_1)$ , chamada de  $\hat{\alpha}_1(x_1)$  é escolhida;
2. Resolve-se o problema de 1º estágio, obtendo-se uma solução  $x_1^*$ ;
3. Com a solução  $x_1^*$ , resolve-se o problema de 2º estágio, obtendo-se a solução  $x_2^*$ ;
4. Associados à solução de 2º estágio existem os Multiplicadores de Lagrange<sup>1</sup>. Através destes multiplicadores é obtida uma aproximação mais precisa para  $\hat{\alpha}_1(x_1)$  [70];
5. Se a aproximação de  $\hat{\alpha}_1(x_1)$  não for suficientemente precisa, retorna-se ao passo 2;
6. Fim do processo iterativo.

Da teoria de Programação Linear (PL) sabe-se que, para todo problema (denominado problema primal), existe um problema dual associado. O valor da solução ótima do problema original (ou primal) e do problema dual associado coincidem [68].

<sup>1</sup>Os Multiplicadores de Lagrange medem as variações da função objetivo devido a variações marginais nas variáveis de estado.

Desta forma, o comportamento da função de custo futuro  $\alpha_1(x_1)$  do problema de 2º estágio pode ser representado pelo problema dual de (3.4):

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1) = \text{Max } & \pi(B_2 - E_1x_1) \\ \text{sujeito a} & \\ \pi A_2 \leq & C_2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

sendo:

$\pi$ , o vetor das variáveis duais associadas às restrições do problema (3.4), cujos elementos são negativos [71].

Como os valores das soluções ótimas das funções objetivo do problema primal (3.4) e do problema dual (3.6) coincidem, ambos podem ser utilizados para representar a função  $\alpha_1(x_1)$ . Porém, a região viável de soluções do problema primal é dependente da decisão de 1º estágio  $x_1$ , enquanto que a região viável do problema dual não depende.

Desta forma, o conjunto de soluções possíveis de (3.6), que corresponde aos vértices da região viável do problema dual (dada pela restrição  $\pi A_2 \leq C_2$ ), pode ser definido independentemente do valor de  $x_1$ .

Da teoria de PL, esta região viável de soluções possíveis é um poliedro convexo e pode ser descrita pelos seus vértices (ou pontos extremos)  $\pi = (\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^p)$ . Como a solução ótima sempre corresponde a um vértice dessa região viável, o problema (3.6) pode ser resolvido por enumeração:

$$\text{Max } \pi^i (B_2 - E_1x_1) \quad ; \quad \pi^i \in \pi \quad (3.7)$$

E, o problema (3.7) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } & \alpha \\ \text{sujeito a} & \\ \alpha \geq & \pi^1 (B_2 - E_1x_1) \\ \alpha \geq & \pi^2 (B_2 - E_1x_1) \\ & \vdots \\ \alpha \geq & \pi^p (B_2 - E_1x_1) \end{aligned} \quad (3.8)$$

sendo:

$\alpha$ , uma variável escalar.

Do problema (3.8), observa-se que  $\alpha$  é maior ou igual a cada um dos  $\pi^i (B_2 - E_1 x_1)$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ , logo  $\alpha$  será também maior ou igual ao maior deles. Como a função objetivo do problema (3.8) é minimizar  $\alpha$ , pelo menos uma restrição estará ativa na solução ótima. Desta forma, a solução deste problema é igual à solução ótima do problema (3.7) e também à solução ótima do problema (3.6).

Como o problema (3.8) é equivalente ao problema (3.6), é possível concluir que as restrições  $\alpha \geq \pi^i (B_2 - E_1 x_1)$  do problema (3.8) definem a função  $\alpha_1(x_1)$  do problema original (3.5). Assim, pode-se reescrever o problema (3.8) como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } C_1 x_1 + \alpha \\
 & \text{sujeito a} \\
 & A_1 x_1 \geq B_1 \\
 & \pi^1 (B_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0 \\
 & \pi^2 (B_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0 \\
 & \vdots \\
 & \pi^p (B_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

E onde  $\alpha$  tem o valor de uma função convexa definida pelas “ $p$ ” restrições lineares  $\pi^i (B_2 - E_1 x_1)$ . Ou seja,  $\alpha$  é uma função linear por partes e cada hiperplano  $\pi^i (B_2 - E_1 x_1)$  representa uma parte de  $\alpha$ . E os  $\pi^i$  são os coeficientes dos hiperplanos suporte (vértices do problema dual). A Figura 13 abaixo mostra algumas das restrições lineares  $\pi^i (B_2 - E_1 x_1)$  e a função linear por partes  $\alpha$ .

Assim, é possível escrever o problema original (3.2) como sendo função das variáveis de 1º estágio mais a variável escalar  $\alpha$ .

O conjunto de restrições  $\pi^i (B_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0$  do problema (3.9) pode ter grandes dimensões, mas apenas algumas delas (as que limitam o poliedro convexo) estarão ativas na solução ótima. As demais não terão influência na solução do problema. Assim, uma maneira de obter-se o subconjunto desses vértices ativos é utilizar algum tipo de técnica de relaxação como, por exemplo, a Decomposição de Benders e, a cada nova iteração, ter uma aproximação mais precisa da função de custo futuro.

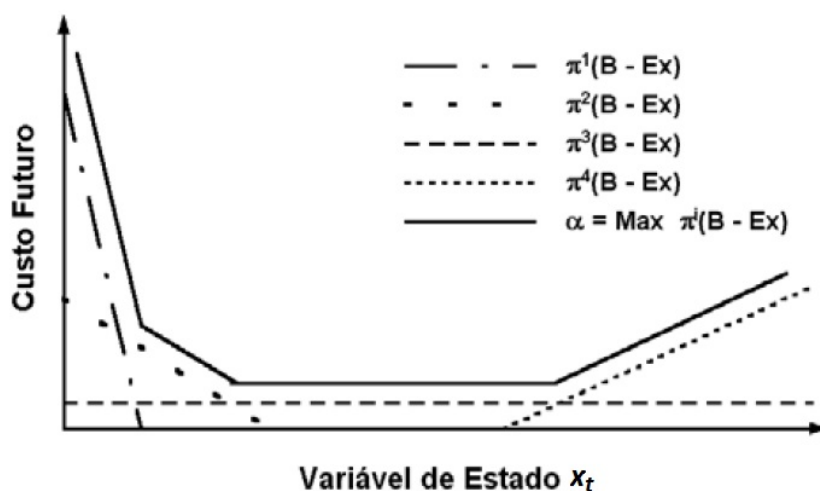


Figura 13: Interpretação Geométrica da Função Custo Futuro, fonte: [12]

### 3.3.2 Algoritmo de PDDD para Problemas com Dois Estágios

O algoritmo de PDDD para dois estágios pode ser descrito através do processo iterativo seguinte [12]:

1. Faz-se  $J = 0$ ;  
 Limite superior  $\bar{z} = +\infty$ ;  
 Aproximação para a função de custo futuro  $\hat{\alpha}(x_1) = 0, \forall x_1$  (não há, neste momento, nenhuma informação sobre o conjunto de vértices  $\pi$ ).
2. Resolve-se o problema relaxado:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } C_1 x_1 + \hat{\alpha} \\
 & \text{sujeito a} \\
 & A_1 x_1 \geq B_1 \\
 & \pi^j (B_2 - E_1 x_1) - \hat{\alpha} \leq 0 ; j = 1, \dots, J
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

3. Seja  $(x_1^*, \alpha^*)$  a solução ótima do problema (3.10). Define-se:

$$z = C_1 x_1^* + \hat{\alpha}^* \tag{3.11}$$

Conclui-se que  $z$  é um limite inferior para a solução do problema original (3.5), pois o problema (3.10) é uma versão relaxada do problema (3.9).

4. Com a solução  $x_1^*$ , resolve-se o problema de 2º estágio.

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1^*) &= \text{Min } C_2x_2 \\ \text{sujeito a} & \\ A_2x_2 &\geq B_2 - E_1x_1^* \end{aligned} \quad (3.12)$$

5. Do problema (3.12) é obtida a solução ótima  $x_2^*$ . O par de soluções do primeiro e segundo estágios  $(x_1^*, x_2^*)$  é uma solução viável do problema (3.5), mas talvez não seja a solução ótima. Assim, o limite superior da solução ótima é dado por:

$$\bar{z} = \text{Min} \{ \bar{z}, C_1x_1^* + C_2x_2^* \}$$

6. Seja  $TOL$  uma tolerância com valor pré-estabelecido. Verifique se  $\bar{z} - \underline{z} \leq TOL$ .

- Se a inequação anterior for verdadeira, a solução ótima é o par  $(x_1^*, x_2^*)$  associado a  $\bar{z}$ ; ou
- Se a inequação anterior for falsa, continuar no passo 7.

7. Seja  $\pi^*$  o vetor de multiplicadores simplex [72] associado às restrições do problema (3.12). Esse vetor de multiplicadores simplex é uma solução viável do problema dual (3.6) e, portanto, um dos vértices da região viável  $\pi^*(B_2 - E_1x_1) - \alpha \leq 0$ , denominada de Corte de Benders e que será adicionada ao problema (3.10).

Seja  $w^*$  o valor da solução ótima do problema de 2º estágio (3.12) e  $\pi^*$  o vetor de multiplicadores simplex que correspondem a esta solução. Como a solução ótima é igual para os problemas primal e dual, tem-se a seguinte igualdade:

$$w^* = \pi^*(B_2 - E_1x_1^*) \quad (3.13)$$

E, colocando-se  $\pi^*B_2$  em evidência, tem-se:

$$\pi^*B_2 = w^* + \pi^*E_1x_1^* \quad (3.14)$$

Substituindo o valor de  $\pi^*B_2$  na equação  $\pi^*(B_2 - E_1x_1) - \alpha \leq 0$ , tem-se uma outra expressão para o Corte de Benders:

$$w^* + \pi^* E_1 (x_1^* - x_1) - \alpha \leq 0 \quad (3.15)$$

8. Faz-se  $J = J + 1$ ;  
 $\pi^J = \pi^*$ ;  
 Retorna-se ao passo 2;
9. Fim do processo iterativo.

Vale ressaltar que, neste algoritmo de PDDD, não é necessário discretizar o espaço de estados  $x$  do sistema. A cada iteração, uma nova aproximação da função de custo futuro  $\alpha_1(x_1)$  é obtida a partir da solução de primeiro estágio  $x_1^*$ . Isso quer dizer que, a cada iteração, uma nova restrição linear  $\pi^*(B_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0$  é adicionada à aproximação  $\hat{\alpha}(x_1)$ .

### 3.3.3 Exemplo Didático do Algoritmo de PDDD para Problemas com Dois Estágios

Na Subseção 3.3.1 foram definidos os vetores  $x_1, x_2, B_1$  e  $B_2$  e as matrizes  $A_1, A_2$  e  $E_1$ . O objetivo é mostrar todos os passos do algoritmo de PDDD para a resolução de problemas com dois estágios. Será utilizado o exemplo didático da referência [12].

#### PASSO 1 - 1ª Iteração:

$$J = 0;$$

$$\bar{z} = +\infty;$$

$$TOL = 1,0$$

e aproximação inicial para  $\hat{\alpha}(x_1) = 0, \forall x_1$  (função de custo futuro).

#### PASSO 2 - 1ª Iteração:

Em primeiro lugar, é resolvido o problema relaxado (3.10)

$$\text{Min } C_1 x_1 + \hat{\alpha}$$

sujeito a

$$A_1 x_1 \geq B_1$$

$$\pi^j (B_2 - E_1 x_1) - \hat{\alpha} \leq 0 ; j = 1, \dots, J$$

Considerando-se um volume armazenado inicial de  $9.770 \text{ hm}^3$  (50%) para o reservató-

rio da UHE São Simão com cenário de afluências baixas,  $J = 0$  e  $\hat{\alpha}(x_1) = 0$ . Substituindo os vetores  $x_1$ ,  $C_1$ ,  $B_1$  e  $B_2$  e matrizes  $A_1$  e  $E_1$  por valores numéricos, o problema é apresentado como segue:

$$Z = \text{Min} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 35,91 & 58,55 & 684,00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \end{bmatrix} + 0,00$$

sujeito a

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0,2275 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.510,96 \\ 1200 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cuja solução ótima é dada por:

$$\begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.000,00 \\ 4.510,96 \\ 0,00 \\ 1.026,24 \\ 173,76 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix} \text{ e } \alpha^* = 0$$

**PASSO 3 - 1ª Iteração:**

Calcula-se o limite inferior  $z = C_1 x_1^* + \hat{\alpha}^*$  ou:



$$\underline{z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 35,91 & 58,55 & 684,00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7.000,00 \\ 4.510,96 \\ 0,00 \\ 1.026,24 \\ 173,76 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix} + 0,00 = R\$ 6.239,60$$

**PASSO 4 - 1ª Iteração:**

Com a solução  $x_1^*$ , resolve-se o problema de 2º estágio:

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1^*) &= \text{Min } C_2x_2 \\ \text{sujeito a} \\ A_2x_2 &\geq B_2 - E_1x_1^* \end{aligned}$$

Substituindo os vetores  $x_2$ ,  $C_2$  e  $B_2$  e matrizes  $A_2$  e  $E_1$  por valores numéricos, o problema pode ser reescrito como segue:

$$\alpha_1(x_1^*) = \text{Min } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 35,91 & 58,55 & 684,00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix}$$

sujeito a

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0,2351 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.503,36 \\ 1200 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7.000,00 \\ 4.510,96 \\ 0,00 \\ 1.026,24 \\ 173,76 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Cuja solução ótima é dada por:

$$\begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.000,00 \\ 1.503,36 \\ 0,00 \\ 353,44 \\ 300,00 \\ 514,00 \\ 32,56 \end{bmatrix}, \text{ com custo de operação igual a: } R\$ 63.138,74$$

#### PASSO 5 - 1ª Iteração:

Uma solução viável do problema (3.5) foi encontrada com o par de soluções do primeiro e segundo estágios ( $x_1^*, x_2^*$ ), mas talvez não seja a solução ótima. Assim, o limite superior da solução ótima é dado por:

$$\bar{z} = \text{Min} \{ \bar{z}, C_1 x_1^* + C_2 x_2^* \} = \text{Min} \{ +\infty, 6.239,60 + 63.138,74 \} = R\$69.378,34$$

#### PASSO 6 - 1ª Iteração:

Verifica-se a diferença entre os limites superior e inferior. Esta diferença é comparada à tolerância pré-estabelecida no PASSO 1 ( $TOL = 1,0$ ):

$$\bar{z} - \underline{z} = 69.378,34 - 6.239,60 = R\$63.138,74 > TOL$$

Assim, o processo iterativo deve continuar no PASSO 7.

#### PASSO 7 - 1ª Iteração:

O vetor de multiplicadores simplex associado às restrições do problema (3.12) resolvido no PASSO 4, é dado por:

$$\pi^* = [-160,8084 \quad -684,00 \quad -684,00]$$

e esse vetor é colocado na expressão para o Corte de Benders (3.15), sabendo-se que  $w^* = R\$63.138,74$  (valor da solução ótima de 2º estágio):

$$w^* + \pi^* E_1 (x_1^* - x_1) - \alpha \leq 0$$

Assim, a expressão anterior pode ser reescrita como:

$$63.138,74 + [-160,8084 \quad -684,00 \quad -684,00] \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 7.000,00 \\ 4.510,96 \\ 0,00 \\ 1.026,24 \\ 173,76 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \end{bmatrix} \end{pmatrix} - \alpha \leq 0$$

Simplificando, tem-se a seguinte restrição que será incluída na segunda iteração:

$$160,8084 \cdot va_{1+1} + \alpha \geq 1.188.797,54$$

Faz-se  $J = 1$  e  $\pi^1 = [-160,8084 \quad -684,00 \quad -684,00]$  e volta-se ao PASSO 2 e inicia-se a 2ª iteração.

### PASSO 2 - 2ª Iteração:

É resolvido novamente o problema de 1º estágio adicionando-se a restrição calculada no PASSO 7.

$$\text{Min } C_1 x_1 + \hat{\alpha}$$

sujeito a

$$A_1 x_1 \geq B_1$$

$$160,8084 \cdot va_{1+1} + \alpha \geq 1.188.797,54$$

A solução ótima é dada por:

$$\begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \\ \hat{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.392,63 \\ 4.118,33 \\ 0,00 \\ 936,92 \\ 263,08 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

**PASSO 3 - 2ª Iteração:**

$$\underline{z} = C_1 x_1^* + \hat{\alpha}^* = 35,91 * 263,08 + 0,00 ; \underline{z} = R\$9.447,20$$

**PASSO 4 - 2ª Iteração:**

Com a solução  $x_1^*$ , resolve-se o problema de 2º estágio:

$$\alpha_1(x_1^*) = \text{Min} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 35,91 & 58,55 & 684,00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix}$$

sujeito a

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0,2351 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.503,36 \\ 1200 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7.000,00 \\ 4.118,33 \\ 0,00 \\ 936,92 \\ 263,08 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Cuja solução ótima é dada por:

$$\begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.000,00 \\ 1.896,00 \\ 0,00 \\ 445,75 \\ 300,00 \\ 454,25 \\ 0,00 \end{bmatrix}, \text{ com custo de operação igual a: } R\$ 37.369,34$$

**PASSO 5 - 2ª Iteração:**

$$\bar{z} = \text{Min} \{ \bar{z}, C_1 x_1^* + C_2 x_2^* \} = \text{Min} \{ 69.378,34 \ 9.447,20 + 37.369,34 \} = R\$46.816,54$$

**PASSO 6 - 2ª Iteração:**

Verifica-se a diferença entre os limites superior e inferior:

$$\bar{z} - \underline{z} = 46.816,54 - 9.447,20 = R\$37.369,34 > TOL$$

Assim, o processo iterativo deve continuar no PASSO 7.

**PASSO 7 - 2ª Iteração:**

O novo vetor de multiplicadores simplex resolvido no PASSO 4 da 2ª iteração, é dado por:

$$\pi^* = [-13,7651 \quad -58,55 \quad -58,55]$$

E a nova expressão para o Corte de Benders é dada por:

$$37.369,34 + [-13,7651 \quad -58,55 \quad -58,55] \cdot \begin{bmatrix} -7.392,63 + va_{1+1}^7 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix} - \alpha \leq 0$$

A nova restrição que deve ser acrescentada na terceira iteração é:

$$13,7651 \cdot va_{1+1} + \alpha \geq 139.129,63$$

Faz-se  $J = 2$  e  $\pi^2 = [-13,7651 \quad -58,55 \quad -58,55]$  e volta-se ao PASSO 2 e inicia-se a 3ª iteração.

**PASSO 2 - 3ª Iteração:**

É resolvido novamente o problema de 1º estágio adicionando-se a restrição calculada no PASSO 7 da 2ª iteração.

$$\text{Min } C_1 x_1 + \hat{\alpha}$$

sujeito a

$$A_1 x_1 \geq B_1$$

$$160,8084 \cdot va_{1+1} + \alpha \geq 1.188.797,54$$

$$13,7651 \cdot va_{1+1} + \alpha \geq 139.129,63$$

A solução ótima é dada por:

$$\begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \\ \hat{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.814,26 \\ 1.696,70 \\ 0,00 \\ 386,00 \\ 300,00 \\ 514,00 \\ 0,00 \\ 4.035,55 \end{bmatrix}$$

**PASSO 3 - 3ª Iteração:**

$$\underline{z} = C_1 x_1^* + \hat{\alpha}^* = 35,91 * 300,00 + 58,55 * 514,00 + 4.035,55 ; \underline{z} = R\$44.903,25$$

**PASSO 4 - 3ª Iteração:**

Com a solução  $x_1^*$ , resolve-se o problema de 2º estágio:

$$\alpha_1(x_1^*) = \text{Min} \left[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 35,91 \ 58,55 \ 684,00 \right] \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix}$$

sujeito a

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0,2351 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.503,36 \\ 1200 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9.814,26 \\ 1.696,70 \\ 0,00 \\ 386,00 \\ 300,00 \\ 514,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Cuja solução ótima é dada por:

$$\begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ g_{T1,1,1,2} \\ g_{T1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.000,00 \\ 4.317,62 \\ 0,00 \\ 1.015,07 \\ 184,93 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}, \text{ com custo de operação igual a: } R\$ 6.640,84$$

**PASSO 5 - 3ª Iteração:**

$$\bar{z} = \text{Min} \{ \bar{z}, C_1 x_1^* + C_2 x_2^* \} = \text{Min} \{ 46.816,54 \quad 40.867,70 + 6.640,84 \} = R\$47.508,54$$

**PASSO 6 - 3ª Iteração:**

Verifica-se a diferença entre os limites superior e inferior:

$$\bar{z} - \underline{z} = 47.508,54 - 44.903,25 = R\$2.605,29 > TOL$$

Assim, o processo iterativo deve continuar no PASSO 7.

**PASSO 7 - 3ª Iteração:**

O novo vetor de multiplicadores simplex resolvido no PASSO 4 da 3ª iteração, é dado por:

$$\pi^* = [-8,44 \quad -35,91 \quad -35,91]$$

E a nova expressão para o Corte de Benders é dada por:

$$6.640,84 + [-8,44 \quad -35,91 \quad -35,91] \cdot \begin{bmatrix} -9.814,26 + va_{1+1} \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix} - \alpha \leq 0$$

A nova restrição que deve ser acrescentada na terceira iteração é:

$$8,44 \cdot va_{1+1} + \alpha \geq 89.473,19$$

Faz-se  $J = 3$  e  $\pi^3 = [-8,44 \quad -35,91 \quad -35,91]$  e volta-se ao PASSO 2 e inicia-se a 4ª

iteração.

**PASSO 2 - 4ª Iteração:**

É resolvido novamente o problema de 1º estágio adicionando-se a restrição calculada no PASSO 7 da 3ª iteração.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } C_1 x_1 + \hat{\alpha} \\
 & \text{sujeito a} \\
 & A_1 x_1 \geq B_1 \\
 & 160,8084 \cdot va_{1+1} + \alpha \geq 1.188.797,54 \\
 & 13,7651 \cdot va_{1+1} + \alpha \geq 139.129,63 \\
 & 8,44 \cdot va_{1+1} + \alpha \geq 89.473,19
 \end{aligned}$$

A solução ótima é dada por:

$$\begin{bmatrix} va_{1+1} \\ vt_{1,1} \\ vv_{1,1} \\ ghidru_{1,1} \\ gT_{1,1,1,1} \\ gT_{1,2,1,1} \\ def_{1,1,1} \\ \hat{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.324,80 \\ 2.186,16 \\ 0,00 \\ 497,35 \\ 300,00 \\ 402,65 \\ 0,00 \\ 10.773,00 \end{bmatrix}$$

**PASSO 3 - 4ª Iteração:**

$$\underline{z} = C_1 x_1^* + \hat{\alpha}^* = 35,91 * 300,00 + 58,55 * 402,65 + 10.773,00 ; \underline{z} = R\$45.121,16$$

**PASSO 4 - 4ª Iteração:**

Com a solução  $x_1^*$ , resolve-se o problema de 2º estágio:



$$\alpha_1(x_1^*) = \text{Min} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 35,91 & 58,55 & 684,00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix}$$

sujeito a

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0,2351 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.503,36 \\ 1200 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9.324,80 \\ 2.186,16 \\ 0,00 \\ 497,35 \\ 300,00 \\ 402,65 \\ 0,00 \end{bmatrix}$$

Cuja solução ótima é dada por:

$$\begin{bmatrix} va_{1+2} \\ vt_{1,2} \\ vv_{1,2} \\ ghidru_{1,2} \\ gT_{1,1,1,2} \\ gT_{1,2,1,2} \\ def_{1,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.000,00 \\ 3.828,16 \\ 0,00 \\ 900,00 \\ 300,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}, \text{ com custo de operação igual a: } R\$ 10.773,00$$

**PASSO 5 - 4ª Iteração:**

$$\bar{z} = \text{Min} \{ \bar{z}, C_1 x_1^* + C_2 x_2^* \} = \text{Min} \{ 47.508,54 \ 34.348,16 + 10.773,00 \} = R\$45.121,16$$

**PASSO 6 - 4ª Iteração:**

Verifica-se a diferença entre os limites superior e inferior:

$$\bar{z} - \underline{z} = 45.121,16 - 45.121,16 = R\$0,00 \leq TOL$$

Assim, o processo iterativo convergiu!

A Figura 14 mostra a função de custo futuro utilizada na 4<sup>ª</sup> iteração, após a colocação das três restrições adicionais ao problema original de primeiro estágio (Vide: PASSO 2 - 4<sup>ª</sup> iteração).

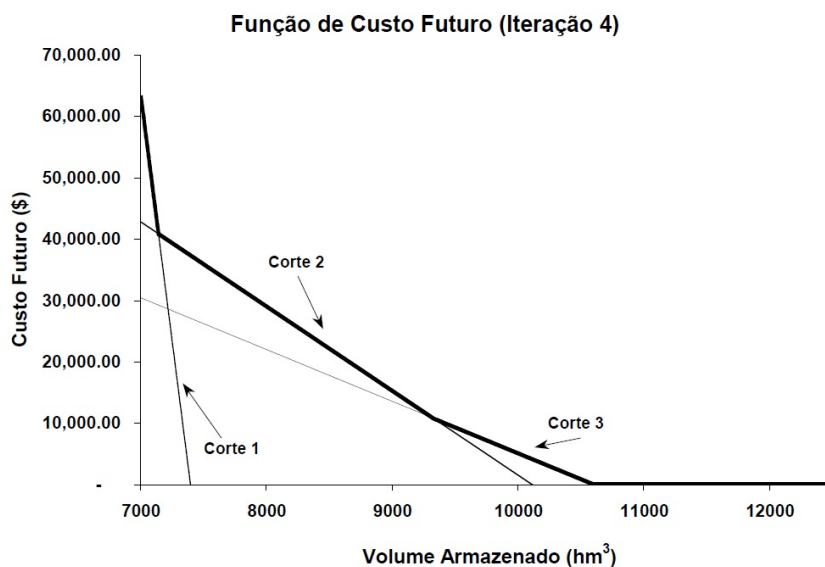


Figura 14: Função de Custo Futuro PDDD Utilizada na 4<sup>a</sup> Iteração, fonte: [12]

A Tabela 7 mostra um resumo com os valores dos limites inferior e superior durante o processo iterativo.

Tabela 7: Processo de Convergência do Algoritmo de PDDD com Dois Estágios.

Iteração	$\underline{z}$ (R\$)	$\bar{z}$ (R\$)
1	6.239,60	69.378,34
2	9.447,20	46.816,54
3	44.903,25	47.508,54
4	45.121,16	45.121,16

### 3.3.4 Formulação de PDDD para Problemas com Múltiplos Estágios

A formulação do algoritmo de PDDD para o caso de problemas com múltiplos estágios pode ser estendida da seguinte forma [12]:

$$\begin{aligned} \text{Min } & C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_Tx_T \\ & \text{sujeito a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1x_1 &\geq B_1 \\
E_1x_1 + A_2x_2 &\geq B_2 \\
E_2x_2 + A_3x_3 &\geq B_3 \\
&\vdots \\
E_{T-1}x_{T-1} + A_Tx_T &\geq B_T
\end{aligned} \tag{3.16}$$

onde  $T$  é o número total de estágios do problema.

O problema anterior (3.16) também pode ser representado como:

$$\begin{aligned}
&Min C_1x_1 + \alpha_1(x_1) \\
&sujeito a \\
&A_1x_1 \geq B_1
\end{aligned} \tag{3.17}$$

onde a função de custo futuro,  $\alpha_1(x_1)$ , representa as consequências da decisão de primeiro estágio,  $x_1$ , nas decisões dos demais estágios. Essa função  $\alpha_1(x_1)$  é calculada como segue:

$$\begin{aligned}
\alpha_1(x_1) = &Min C_2x_2 + \dots + C_Tx_T \\
&sujeito a \\
&A_2x_2 \geq B_2 - E_1x_1 \\
&E_2x_2 + A_3x_3 \geq B_3 \\
&\vdots \\
&E_{T-1}x_{T-1} + A_Tx_T \geq B_T
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\tag{3.19}$$

Se este procedimento for repetido  $(T-2)$  vezes, isto é, até o penúltimo estágio, tem-se:

$$\begin{aligned}
\alpha_{T-2}(x_{T-2}) = &Min C_{T-1}x_{T-1} + \alpha_{T-1}(x_{T-1}) \\
&sujeito a \\
&A_{T-1}x_{T-1} \geq B_{T-1} - E_{T-2}x_{T-2}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

sendo  $\alpha_{T-1}(x_{T-1})$  em função do  $T$ -ésimo estágio:

$$\begin{aligned} \alpha_{T-1}(x_{T-1}) &= \text{Min } C_T x_T \\ \text{sujeito a} & \\ A_T x_T &\geq B_T - E_{T-1} x_{T-1} \end{aligned} \quad (3.21)$$

### 3.3.5 Algoritmo de PDDD para Problemas com Múltiplos Estágios

O algoritmo de PDDD para problemas com múltiplos estágios pode ser descrito nos passos a seguir [12]:

1. Faz-se  $J = 0$ ;  
Limite superior  $\bar{z} = +\infty$ ;  
Aproximação para a função de custo futuro  $\hat{\alpha}_t(x_t) = 0, t = 1, \dots, T; \forall x_t$  (não existe nenhuma informação disponível sobre o conjunto de vértices  $\pi$ ) associados a cada estágio;
2. Resolve-se o problema relaxado para o primeiro estágio:

$$\begin{aligned} \text{Min } C_1 x_1 + \hat{\alpha}_1 \\ \text{sujeito a} \\ A_1 x_1 &\geq B_1 \\ \pi_2^j (B_2 - E_1 x_1) - \hat{\alpha}_1 &\leq 0; j = 1, \dots, J \end{aligned} \quad (3.22)$$

e cuja solução ótima é o par  $(x_1^*, \hat{\alpha}_1^*)$ .

3. Calcula-se o limite inferior  $\underline{z}$  pela equação (3.11).
4. Repete-se para  $t = 2, \dots, T$  (simulação “forward”)  
Dado  $x_{t-1}^*$ , resolve-se o problema aproximado do  $t$ -ésimo estágio:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{t-1}(x_{t-1}) &= \text{Min } C_t x_t + \hat{\alpha}_t \\ \text{sujeito a} & \end{aligned}$$

$$A_t x_t \geq B_t - E_{t-1} x_{t-1}^* \quad (3.23)$$

$$\pi_{t+1}^j (B_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0$$

ou

$$w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j E_t (x_t^* - x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0$$

Do problema anterior tem-se que:

$A_t x_t \geq B_t - E_{t-1} x_{t-1}^*$ , representam as restrições do estágio  $t$ ; e

$$\pi_{t+1}^j (B_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0 \text{ ou}$$

$w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j E_t (x_t^* - x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0$ , representam a aproximação para a função de custo futuro  $\hat{\alpha}_t(x_t)$ , exceto para  $t = T$ , onde  $\hat{\alpha}_t$  é sempre igual a zero.

e cuja solução ótima é o par  $(x_t^*, \hat{\alpha}_t^*)$ .

5. Uma solução viável do problema (3.16) é o conjunto de vetores  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_T^*)$ , mas talvez não seja a solução ótima. Assim, o novo limite superior da solução ótima é dado por:

$$\bar{z} = \text{Min} \left\{ \bar{z}, \sum_{t=1}^T C_t x_t^* \right\}$$

6. Seja  $TOL$  uma tolerância com valor pré-estabelecido. Verifique se  $\bar{z} - \underline{z} \leq TOL$ .

- Se a inequação anterior for verdadeira, a solução ótima é o conjunto de vetores  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_T^*)$  associado a  $\bar{z}$ ; ou
- Se a inequação anterior for falsa, continuar no passo 7.

7. Faz-se  $J = J + 1$ ;

Repete-se para  $t = T, T - 1, \dots, 2$  (regressão “backward”)

Resolve-se o problema seguinte:

$$\text{Min } C_t x_t + \hat{\alpha}_t$$

sujeito a

$$A_t x_t \geq B_t - E_{t-1} x_{t-1}^*$$

$$\pi_{t+1}^j (B_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0 \quad (3.24)$$

ou

$$w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j E_t (x_t^* - x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0 ; j = 1, 2, \dots, J$$

exceto para  $t = T$ , onde  $\hat{\alpha}_t = 0$

Seja  $\pi_t^J$  o vetor de multiplicadores simplex [72] associado às restrições do problema (3.24) na solução ótima. Esse vetor de multiplicadores simplex mede a variação do custo de operação do estágio  $t$  até o último estágio  $T$  pelas pequenas variações nos níveis de armazenamento dos reservatórios no início do estágio  $t$  (ou início do estágio  $t - 1$ ), que são representados por  $x_{t-1}^*$ . Esses multiplicadores serão utilizados para formar uma nova restrição do tipo  $\pi_t^J (B_2 - E_{t-1}x_{t-1}) - \alpha_{t-1} \leq 0$  denominada de Corte de Benders e que será adicionada à função  $\alpha_{t-1}(x_{t-1})$ , obtendo-se uma nova aproximação.

8. Retorna-se ao passo 2;
9. Fim do processo iterativo.

O passo 4 do algoritmo de PDDD para problemas com múltiplos estágios (simulação “*forward*”) tem dois objetivos:

1. Cálculo de um limite superior para  $\bar{z}$ ; e
2. Seleção dos pontos  $(x_t^* ; t = 1, 2, \dots, T)$  em torno dos quais serão geradas as novas aproximações para a função de custo futuro.

## *4 Metodologia para o Cálculo da Energia Firme Baseada em Programação Não Linear*

### **4.1 Introdução**

Este Capítulo tem como objetivo descrever o modelo de otimização baseado em programação dinâmica para o cálculo da energia firme do sistema e das usinas hidráulicas individualizadas.

Para tanto, inicialmente será apresentado um modelo linear formalizado através de um problema único. Sabendo-se que, para o caso brasileiro, considerando-se um histórico de aflúências de 80 anos e aproximadamente 130 usinas hidrelétricas, as dimensões do problema único elevam demasiadamente o esforço computacional, será proposta uma alternativa baseada em programação dinâmica com o objetivo de particionar o problema em multi-estágios.

Finalmente, nas duas últimas Seções deste Capítulo, o cálculo da energia firme será modelado através de um problema único não linear e através de programação dinâmica não linear, respectivamente.

## 4.2 Problema Único - Modelo Linear

No problema único linear, o processo de otimização é realizado uma vez só, para todo o histórico de afliências e abrangendo todas as usinas hidrelétricas que compõem o sistema. Neste primeiro modelo, todas as variáveis de estado são lineares. Neste trabalho a convenção adotada será a de utilizar letras maiúsculas para parâmetros e letras minúsculas para variáveis de decisão.

A função objetivo é minimizar a soma dos déficits mensais de energia durante os *NMESES* do estudo e minimizar também o vertimento de água em todas as usinas *iusi*. A Equação (4.1) mostra a função objetivo do problema único linear.

$$\text{Min} \sum_{imes=1}^{NMESES} \left[ (def_{imes} + P_1 * folga_{imes}) + \sum_{iusi=1}^{NUSI} P_2 * vv_{imes,iusi} \right] \quad (4.1)$$

sendo:

<i>NMESES</i>	Número de meses do estudo;
<i>def<sub>imes</sub></i>	Déficit de energia (ou demanda não atendida) no mês <i>imes</i> , em <i>MW</i> ;
<i>folga<sub>imes</sub></i>	Variável de folga do sistema no mês <i>imes</i> , em <i>MW</i> ;
<i>NUSI</i>	Número de usinas hidrelétricas do sistema;
<i>vv<sub>imes,iusi</sub></i>	Vazão vertida no período <i>imes</i> da usina <i>iusi</i> , em <i>m<sup>3</sup>/s</i> .
<i>P<sub>1</sub></i>	Constante de penalização para a variável <i>folga<sub>imes</sub></i> . Neste trabalho o seu valor é de <i>P<sub>1</sub> = 1000</i> .
<i>P<sub>2</sub></i>	Constante de Penalização para a variável <i>vv<sub>imes,iusi</sub></i> . Neste trabalho o seu valor é de <i>P<sub>2</sub> = 0,001</i> .

sujeito a

- Uma restrição para cada mês *imes* e para cada usina *iusi*:

Para cada período *imes* e para cada usina hidrelétrica *iusi*, deve existir uma restrição de balanço hídrico. Esta restrição estabelece que o volume armazenado no final do mês deve ser igual ao volume armazenado no início do mês, acrescido da vazão natural



afluente<sup>1</sup> que chega na usina e da vazão defluente (soma das vazões turbinada e vertida) das usinas a montante e descontado da vazão defluente da própria usina. O parâmetro 2,592 é utilizado para converter vazão mensal média em volume, já que nesta restrição são utilizados parâmetros dados em  $hm^3$  (volumes) e  $m^3/s$  (vazões mensais médias).

A série histórica de vazões naturais médias mensais afluentes às usinas hidrelétricas, desde janeiro de 1931 até dezembro do ano anterior ao corrente, pode ser encontrado nas referências [73] e [74]. A Equação (4.2), a seguir, mostra a restrição de balanço hídrico para as usinas hidrelétricas.

$$\begin{aligned}
 &vf_{imes,iusi} + 2,592 * (vt_{imes,iusi} + vv_{imes,iusi}) - \\
 &- \sum_{jusi \in M_{iusi}} 2,592 * (vt_{imes,jusi} + vv_{imes,jusi}) = \\
 &= vi_{imes,iusi} + 2,592 * VNA_{imes,iusi}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

sendo:

$vf_{imes,iusi}$	Volume armazenado final da usina hidrelétrica $iusi$ , em $hm^3$ , no período $imes$ ;
$vt_{imes,iusi}$ ou $vt_{imes,jusi}$	Vazão turbinada da usina $iusi$ ou $jusi$ , em $m^3/s$ , no período $imes$ ;
$vv_{imes,iusi}$ ou $vv_{imes,jusi}$	Vazão vertida da usina $iusi$ ou $jusi$ , em $m^3/s$ , no período $imes$ ;
$M_{iusi}$	Conjunto de usinas hidrelétricas imediatamente a montante de $iusi$ ;
$vi_{imes,iusi}$	Volume armazenado inicial da usina hidrelétrica $iusi$ , em $hm^3$ , no período $imes$ ;
$VNA_{imes,iusi}$	Vazão natural afluente da usina $iusi$ , em $m^3/s$ , no período $imes$ .

Observação: Quando  $imes = 1$ ,  $vi_{imes,iusi} = VMAX_{iusi}$ .

Para o caso das usinas hidrelétricas serem fio d'água, a Equação anterior (4.2) deve ser modificada, já que os volumes iniciais e finais de cada período têm o mesmo valor.

<sup>1</sup>A vazão natural é aquela que seria observada no local onde a usina hidrelétrica está situada sem considerar a regularização de vazões feitas por reservatórios a montante, desvios de água, evaporações em reservatórios e outros usos [73] e a vazão incremental é a vazão lateral que ocorre entre aproveitamentos consecutivos. Nos reservatórios de cabeceira, a vazão natural é igual à incremental.

- Uma restrição para cada mês  $imes$ :

A restrição de atendimento à demanda, mostrada na Equação (4.3) abaixo, indica que a geração de energia de todas as usinas (dada pela vazão turbinada vezes a produtibilidade) mais o déficit do mês  $imes$  deve ser maior ou igual a um dado valor de energia firme máxima.

$$\left[ \sum_{iusi=1}^{NUSI} \rho_{iusi} * vt_{imes,iusi} \right] + def_{imes} \geq EFIRME\_MAXIMA \quad (4.3)$$

sendo:

$\rho_{iusi}$  Produtibilidade da usina  $iusi$ , em  $\frac{MW}{m^3/s}$ ;  
 Constante igual ao limite superior para a energia firme.  
 $EFIRME\_MAXIMA$  Neste estudo a  $EFIRME\_MAXIMA$  foi considerada como sendo a soma das potências instaladas de todas as usinas hidrelétricas.

- Uma restrição para cada mês  $imes$  (exceto para o mês 1):

$$def_{imes} - folga_{imes} = def_{imes-1} \quad (4.4)$$

Como a variável  $folga_{imes}$  é altamente penalizada na função objetivo, espera-se que o seu valor ótimo será igual a zero para todo mês  $imes$ .

- Restrições de canalização para todo mês  $imes$  e toda usina  $iusi$ :

Para cada mês  $imes$ , devem existir as restrições de canalização (4.5) e (4.6) das variáveis de decisão referentes ao volume armazenado no final do período das usinas  $iusi$  com reservatório e à vazão turbinada de todas as usinas  $iusi$ , respectivamente:

$$VMIN_{iusi} \leq vf_{imes,iusi} \leq VMAX_{iusi} \quad (4.5)$$

$$vt_{imes,iusi} \leq ENGOLIM_{iusi} \quad (4.6)$$

sendo:

$VMIN_{iusi}$	Volume mínimo da usina $iusi$ , em $hm^3$ ;
$VMAX_{iusi}$	Volume máximo da usina $iusi$ , em $hm^3$ ;
$ENGOLIM_{iusi}$	Engolimento (ou turbinamento máximo) da usina $iusi$ , em $m^3/s$ .

Considerando-se que o valor ótimo de  $folga_{imes}$  será zero para todo mês  $imes$ , a Equação (4.4) tornar-se-á:

$$def_{imes} = def_{imes-1} \quad (4.4)$$

Logo o déficit de todos os meses será igual ao déficit ocorrido no mês 1 (que não possui a restrição dada pela Equação (4.4)).

Como a variável de decisão  $def_{imes}$  aparece na função objetivo de problema, ela será minimizada e, por conseguinte, a energia firme real pode ser calculada como:

$$EFIRME = EFIRME\_MAXIMA - def_1 \quad (4.7)$$

sendo:

$EFIRME$	Energia firme do sistema, em $MWmédios$ .
----------	---

A estratégia de utilização das variáveis de decisão  $def_{imes}$  e  $folga_{imes}$  não seria necessária no modelo único, no entanto, permitirá o desacoplamento do problema em diversos estágios mensais, como será apresentado na Seção 4.3

A restrição (4.3) é do tipo  $\geq$  (maior ou igual) para relaxar o problema, no entanto, no ponto de ótimo, ela poderia ser do tipo  $=$  (igualdade). Isto ocorre pois o  $def_{imes}$  está penalizado na função objetivo do problema e, também, um aumento no turbinamento causa um aumento indireto no déficit.

### 4.3 Programação Dinâmica - Modelo Linear

A técnica de Programação Dinâmica Dual Determinística através de processo iterativo constituído de “*forwards*” e “*backwards*” apresentado no Capítulo 3 será utilizada. Para cada subproblema mensal (*imes*), o seguinte modelo de otimização linear será considerado:

$$\text{Min } def_{imes} + P_1 * folga_{imes} + \left[ \sum_{iusi=1}^{NUSI} P_2 * vv_{imes,iusi} \right] + \alpha \quad (4.8)$$

sendo:

$\alpha$  A função de custo futuro.

sujeito a

- Uma restrição para cada usina *iusi*:

Restrição de balanço hídrico:

$$\begin{aligned} &vf_{imes,iusi} + 2,592 * (vt_{imes,iusi} + vv_{imes,iusi}) - \\ &- \sum_{jusi \in M_{iusi}} 2,592 * (vt_{imes,jusi} + vv_{imes,jusi}) = \\ &= vi_{imes,iusi} + 2,592 * VNA_{imes,iusi} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Observação: Para o primeiro mês o  $vi_{imes,iusi}$  é sempre igual a  $VMAX_{iusi}$

$$def_{imes} - folga_{imes} = def_{imes-1} \quad (4.10)$$

A Equação (4.10) não é considerada no subproblema associado ao mês 1.

Restrição de atendimento à demanda:

$$\sum_{iusi=1}^{NUSI} \rho_{iusi} * vt_{imes,iusi} + def_{imes} \geq EFIRME\_MAXIMA \quad (4.11)$$

- Uma equação para cada “Corte de Benders”  $icor$ :

$$\left[ \sum_{iusi=1}^{NUSI} -COEF_{iusi,icor,imes} * vf_{iusi} \right] - COEF\_DEF_{icor,imes} * def_{imes} + \alpha \geq \geq B\_COEF_{icor,imes} \quad (4.12)$$

- Restrições de canalização para cada usina  $iusi$ :

$$VMIN_{iusi} \leq vf_{imes,iusi} \leq VMAX_{iusi} \quad (4.13)$$

$$vt_{imes,iusi} \leq ENGOLIM_{iusi} \quad (4.14)$$

A Figura 15 mostra como é realizado o processo de “forward”. O algoritmo é iniciado e os parâmetros  $NCOR$  e  $ITER$  são estabelecidos iguais a 0 (zero) e 1 (um), respectivamente. No primeiro mês todos os reservatórios têm seus volumes fixados em 100% (“Volumes Máximos”).

Após a resolução do subproblema do mês 1, o valor do limite inferior  $ZINF$  é calculado de acordo com a Equação (4.15), a seguir.

$$ZINF = \underbrace{def_{imes} + P_1 * folga_{imes} + \sum_{iusi=1}^{NUSI} P_2 * vv_{iusi}}_{CI} + \underbrace{\alpha}_{CF} \quad (4.15)$$

Para cada mês posterior ao primeiro, o volume inicial de cada reservatório é igual ao volume final calculado no mês anterior.

Ao final de cada mês, a variável  $ZSUP$  (limite superior) é incrementada do valor correspondente ao custo imediato (CI) (na Equação (4.15)).

Após o último mês, se os valores de  $ZINF$  e  $ZSUP$  estão próximos, de acordo com uma tolerância pré-estabelecida, o processo converge. Caso contrário, o algoritmo da Figura 16 (“backward”) será invocado. O algoritmo da Figura 16 remeterá novamente ao ponto “forward” da Figura 15, iniciando uma nova iteração.

A Figura 16 detalha o processo de “backward” que é responsável pela adição das restrições dadas pela Equação (4.12), denominadas neste trabalho de “Cortes de Benders”.

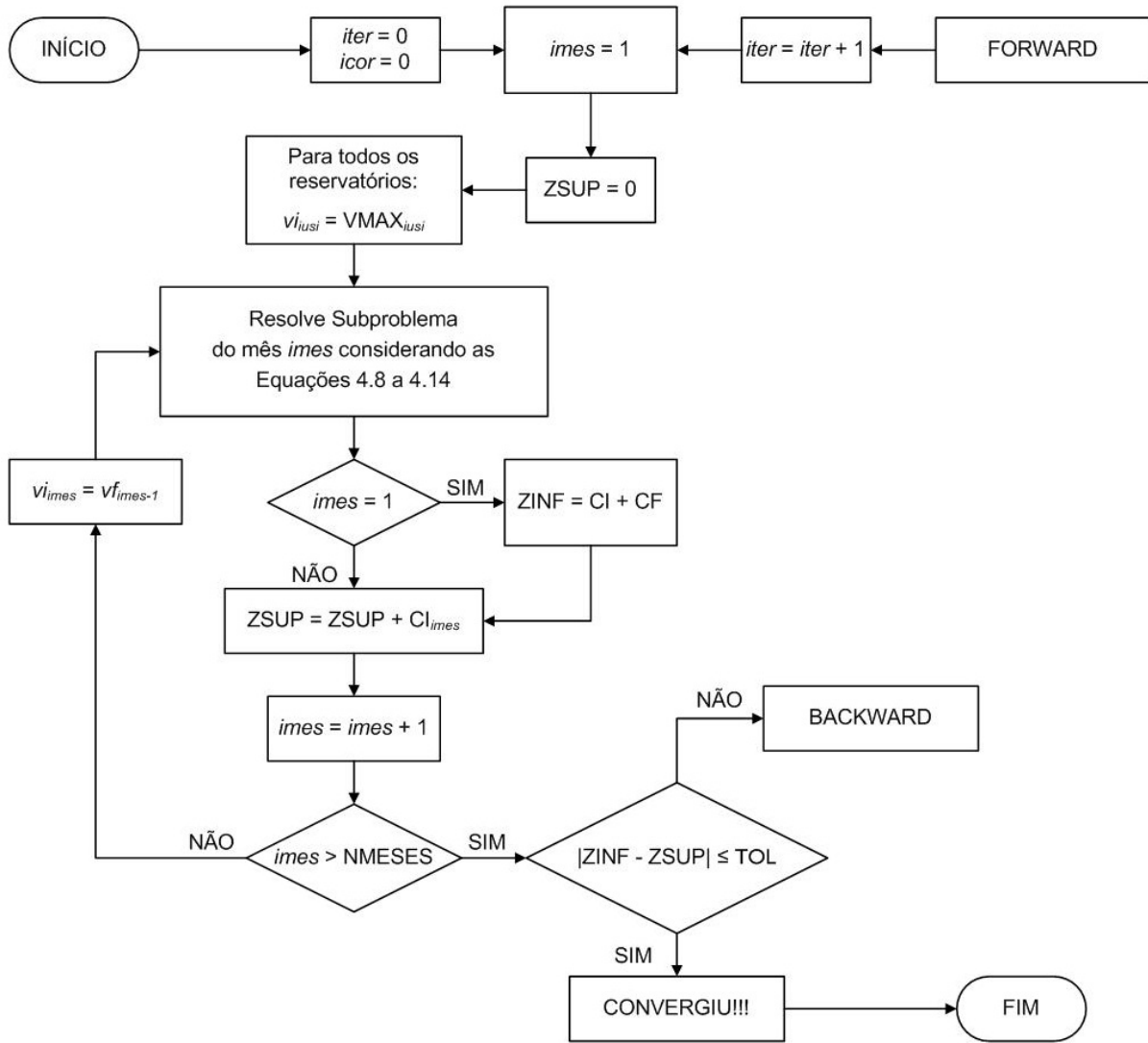


Figura 15: Fluxograma do Processo de “Forward”

No início do processo o parâmetro  $icor$  é incrementado e, ressalta-se que, no início do processo o parâmetro  $imes = NMESES$ .

Logo, os coeficientes da Equação (4.12) são calculados pelas Equações (4.16), (4.17) e (4.18) a seguir:

$$COEF_{i,usi,icor,imes-1} = \Pi_{imes,i,usi}^{BH} \quad (4.16)$$

$$COEF\_DEF_{icor,imes-1} = \Pi_{imes}^{DEF} \quad (4.17)$$

$$B\_COEF_{icor,imes-1} = def_{imes} * \Pi_{imes}^{DEF} + \sum_{i,usi=1}^{NUSI} v_{imes,i,usi} * \Pi_{imes,i,usi}^{BH} \quad (4.18)$$

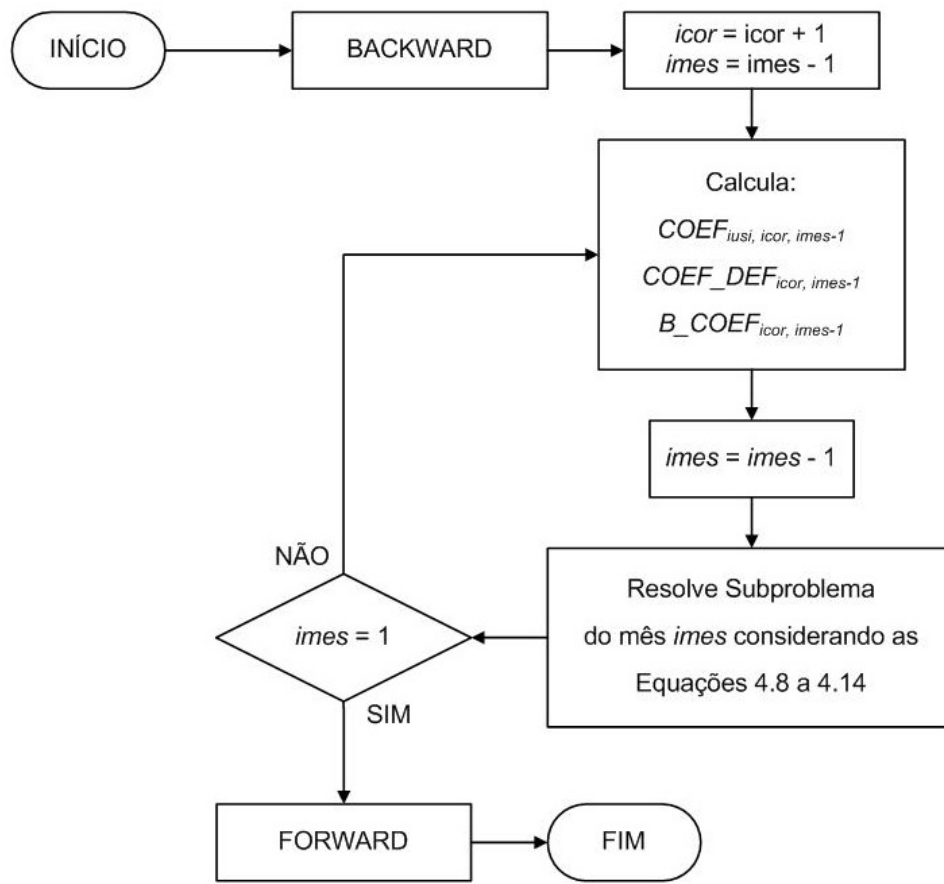


Figura 16: Fluxograma do Processo de “Backward”

sendo:

$\Pi_{imes,iusi}^{BH}$

O multiplicador de Lagrange da Equação (4.9) (Balanço Hídrico da usina *iusi* do subproblema associado ao mês *imes*).

$\Pi_{imes}^{DEF}$

O multiplicador de Lagrange da Equação (4.10) (Restrição de Déficit do subproblema associado ao mês *imes*).

## 4.4 Problema Único - Modelo Não Linear

Esta Seção tem o objetivo de descrever o modelo não linear proposto para o cálculo de energia firme através de um único problema contemplando todo o histórico de afluições.

A Equação (4.19), que corresponde à função objetivo, é exatamente igual à Equação (4.1) utilizada na abordagem linear.

$$\text{Min} \quad \sum_{imes=1}^{NMESES} \left[ (def_{imes} + P_1 * folga_{imes}) + \sum_{iusi=1}^{NUSI} P_2 * vv_{imes,iusi} \right] \quad (4.19)$$

sujeito a

- Uma restrição para cada mês  $imes$  e para cada usina  $iusi$ :

Restrição de balanço hídrico:

$$\begin{aligned} & v_{imes,iusi} + 2,592 * (vt_{imes,iusi} + vv_{imes,iusi}) - \\ & - \sum_{jusi \in M_{iusi}} 2,592 * (vt_{imes,jusi} + vv_{imes,jusi}) = \\ & = v_{imes,iusi} + 2,592 * VNA_{imes,iusi} \end{aligned} \quad (4.20)$$

- Uma restrição para cada mês  $imes$ :

Restrição de atendimento à demanda:

$$\left[ \sum_{iusi=1}^{NUSI} \rho_{iusi} * vt_{imes,iusi} \right] + def_{imes} \geq EFIRME\_MAXIMA \quad (4.21)$$

As restrições dadas pelas Equações (4.20) e (4.21) também são idênticas às restrições dadas pelas Equações (4.2) e (4.3) na abordagem linear. No entanto, o  $\rho$  da Equação (4.21) é uma variável de decisão na abordagem não linear.

As restrições (4.22) a (4.27) a seguir representam o cálculo do  $\rho$  seguindo a formulação não linear.

- Uma restrição para cada mês  $imes$  e para cada usina  $iusi$ :

A cota de jusante é a cota do nível do canal de fuga em relação ao nível do mar. A cota de jusante é função do Polinômio Vazão-Nível Jusante (PVNJ) e da vazão defluente e é calculada na Equação (4.22) a seguir:



$$\begin{aligned}
cota_{jus_{imes,iusi}} &= a_{iusi}^{PVNJ} + b_{iusi}^{PVNJ} * qdef_{imes,iusi} + \\
&+ c_{iusi}^{PVNJ} * qdef_{imes,iusi}^2 + d_{iusi}^{PVNJ} * qdef_{imes,iusi}^3 + \\
&+ e_{iusi}^{PVNJ} * qdef_{imes,iusi}^4
\end{aligned} \tag{4.22}$$

sendo:

$cota_{jus_{imes,iusi}}$  Cota de jusante da usina  $iusi$ , em *metros*, no período  $imes$ . No caso de usinas fio d'água, o valor desta cota não pode variar durante o estudo;

$a_{iusi}^{PVNJ} \dots e_{iusi}^{PVNJ}$  Coeficientes do Polinômio Vazão-Nível Jusante da usina  $iusi$ ;

$qdef_{imes,iusi}$  Vazão defluente média da usina  $iusi$ , em  $m^3/s$ , no período  $imes$ .

A vazão defluente é a soma das vazões turbinada e vertida de cada usina  $iusi$  em cada período  $imes$ , como é mostrado na Equação (4.23).

$$qdef_{imes,iusi} = vt_{imes,iusi} + vv_{imes,iusi} \tag{4.23}$$

A cota de montante é a cota do nível do reservatório em relação ao nível do mar. O cálculo da cota de montante envolve os coeficientes do Polinômio Cota-Volume (PCV) e o volume inicial do reservatório, ou seja, a cota de montante é função do volume do reservatório. O valor dos coeficientes do PCV são disponibilizados em [74] e a Equação (4.24) mostra como é calculada a cota de montante.

$$\begin{aligned}
cotamontante_{imes,iusi} &= \\
&= a_{iusi}^{PCV} + b_{iusi}^{PCV} * vi_{imes,iusi} + c_{iusi}^{PCV} * vi_{imes,iusi}^2 + \\
&+ d_{iusi}^{PCV} * vi_{imes,iusi}^3 + e_{iusi}^{PCV} * vi_{imes,iusi}^4
\end{aligned} \tag{4.24}$$

sendo:

$cotamontante_{imes,iusi}$  Cota de montante da usina  $iusi$ , em *metros*, no período  $imes$ ;

$a_{iusi}^{PCV} \dots e_{iusi}^{PCV}$  Coeficientes do Polinômio Cota-Volume da usina  $iusi$ .

A altura de queda é função das cotas de montante e de jusante de cada usina hidrelétrica  $iusi$  em cada mês  $imes$  e também do efeito da perda hidráulica<sup>2</sup>. A altura de queda contempla a não linearidade ocasionada pelos polinômios Cota-Volume (PCV) e Vazão-Nível Jusante (PVNJ). A seguir, são mostradas duas formas diferentes de cálculo da altura de queda.

Para as usinas  $iusi$  com perda hidráulica dada em porcentagem (%), utiliza-se a Equação (4.25):

$$\begin{aligned} alt\_queda_{imes,iusi} &= \\ &= (cotamontante_{imes,iusi} - cota_jus_{imes,iusi}) * \left(1 - \frac{PERDHIDR_{iusi}}{100}\right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Para as usinas  $iusi$  com perda hidráulica dada em metros ( $m$ ), utiliza-se a Equação (4.26):

$$\begin{aligned} alt\_queda_{imes,iusi} &= \\ &= (cotamontante_{imes,iusi} - cota_jus_{imes,iusi} - PERDHIDR_{iusi}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

sendo:

$alt\_queda_{imes,iusi}$       Altura de queda líquida da usina  $iusi$ , em metros ( $m$ ), no mês  $imes$ ;

$PERDHIDR_{iusi}$       Constante de perda hidráulica da usina hidrelétrica  $iusi$ . Essa constante pode ser dada em porcentagem (%) ou em metros ( $m$ ).

A produtibilidade ( $\rho$ ) de cada usina hidrelétrica  $iusi$  em cada mês  $imes$  é função da produtibilidade específica que é um parâmetro associado a cada usina hidrelétrica  $iusi$ , dada em  $\frac{MW}{\frac{m^3}{s}}$  e da altura de queda líquida da usina  $iusi$ , dada em metros ( $m$ ), em cada mês  $imes$ . A Equação (4.27) mostra como é calculada a produtibilidade ( $\rho$ ).

$$\rho_{imes,iusi} = \rho_{iusi}^{ESP} * alt\_queda_{imes,iusi} \quad (4.27)$$

<sup>2</sup>A perda hidráulica é o decréscimo na carga hidráulica total, causado pela dissipação de energia no circuito hidráulico de uma turbina [11].

sendo:

$\rho_{imes,iusi}$	Produtibilidade da usina $iusi$ , em $\frac{MW}{m^3/s}$ , no mês $imes$ ;
$\rho_{iusi}^{ESP}$	Produtibilidade específica da usina $iusi$ , em $\frac{MW}{\frac{m^3/s}{m}}$ .

Da mesma forma que na abordagem linear, considera-se a restrição dada pela Equação (4.28) para toda usina  $iusi$  e todo mês  $imes$  (exceto  $imes = 1$ ):

$$def_{imes} - folga_{imes} = def_{imes-1} \quad (4.28)$$

A restrição de vazão mínima obrigatória tem por objetivo garantir a vazão mínima de água no rio.

Esta vazão mínima é necessária porque ela é utilizada no abastecimento de água nos municípios próximos ao curso do rio para o consumo urbano, na captação de água para irrigação das plantações, para a pesca, a navegabilidade, a preservação do meio ambiente, entre outros. O valor da vazão mínima a jusante é normalmente determinado com base em estudos ambientais.

Assim, a restrição (4.29) é responsável pela garantia de vazão mínima obrigatória:

$$vt_{imes,iusi} + vv_{imes,iusi} + folgaqmin_{imes,iusi} \geq QMIN_{iusi} \quad (4.29)$$

sendo:

$folgaqmin_{imes,iusi}$	Variável de folga de vazão mínima da usina $iusi$ , em $m^3/s$ , no mês $imes$ ;
$QMIN_{iusi}$	Vazão mínima obrigatória da usina $iusi$ , em $m^3/s$ .

Finalmente, a restrição que é responsável pela garantia de não violação do volume mínimo para o vertimento. Isso significa que, em determinadas condições operativas, pode ser necessário realizar vertimento de água mesmo que o reservatório não esteja no seu volume armazenado máximo. E isso só pode acontecer se o nível do reservatório estiver acima da sua cota de vertedouro. Então, se o volume mínimo para vertimento for maior que o seu volume mínimo, a Inequação (4.30) será utilizada.

$$\begin{aligned}
2,592 * vv_{imes,iusi}^2 &\leq \\
&\leq [vf_{imes-1,iusi} + \sum_{jusi \in M_{iusi}} 2,592 * qdef_{imes,jusi} + \\
&+ 2,592 * (VNA_{imes,iusi} - vt_{imes,iusi}) - VMINVERT_{iusi}] * vv_{imes,iusi} \quad (4.30)
\end{aligned}$$

sendo:

$VMINVERT_{iusi}$  Volume mínimo para vertimento da usina  $iusi$ , em  $hm^3$ ;

De forma análoga à abordagem linear, as restrições de canalização para todo mês  $imes$  e para toda usina  $iusi$ :

$$VMIN_{iusi} \leq vf_{imes,iusi} \leq VMAX_{iusi} \quad (4.31)$$

$$vt_{imes,iusi} \leq ENGOLIM_{iusi} \quad (4.32)$$

Convergido o processo, a energia firme do sistema será calculada pela Equação (4.7).

$$EFIRME = EFIRME\_MAXIMA - def_1 \quad (4.7)$$

#### 4.4.1 Descrição do Cálculo da Função logística Sigmóide

A Equação (4.22) mostra o cálculo da Cota de Jusante. O valor da Cota de Jusante, dada em metros, relaciona o Polinômio Vazão-Nível Jusante (PVNJ) com a Vazão Defluente, dada em  $m^3/s$ .

Os coeficientes do PVNJ representam características individuais de cada reservatório. Estes coeficientes são obtidos através de medições realizadas a jusante do reservatório para diversas condições de operação. Em outras palavras, essas medições foram realizadas observando-se a vazão defluente e sua respectiva cota de jusante [75].

Como as defluências mínima e máxima utilizadas para a obtenção desses pontos de ajuste nem sempre correspondem ao intervalo real de operação do reservatório, o PVNJ ajustado pode ter um comportamento indesejado fora desses limites. Esse comportamento interfere diretamente no processo de otimização e, em algumas situações, faz com que o

processo de convergência fique comprometido [76].

Um exemplo desse comportamento indesejado pode ser visto na Figura 17, que corresponde à usina Armando de Salles Oliveira. O PVNJ deveria comportar-se como uma função crescente entre as defluências mínima e máxima, mas observa-se que a partir da defluência  $900 \text{ m}^3/\text{s}$ , a função passa a ser decrescente.

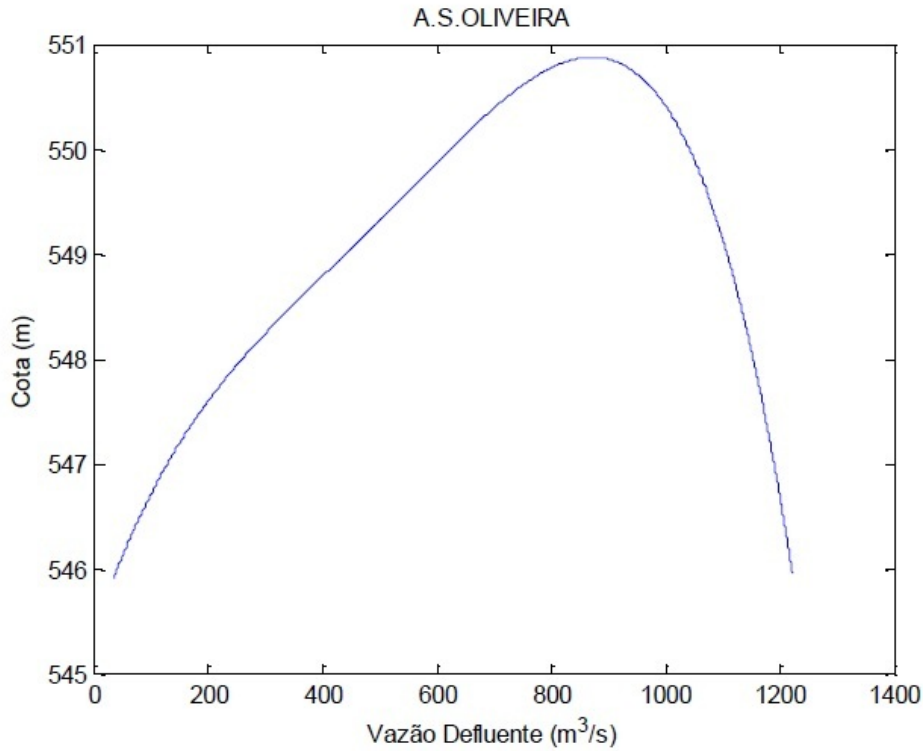


Figura 17: Polinômio Vazão-Nível Jusante da Usina A. S. Oliveira, fonte: [76].

Neste trabalho será utilizada a função logística sigmóide da referência [5] para o cálculo da Cota de Jusante. Essas funções podem ser descritas pela Equação (4.33), onde é representada a função logística sigmóide [77] e elas substituem, de forma satisfatória, o Polinômio Vazão-Nível Jusante ajudando no processo de convergência do modelo de otimização não linear.

$$\begin{aligned}
 cota_{jus_{iusi,t}} &= \\
 &= C_{iusi}^{SIGM} + (C_{iusi}^{SIGM} - A_{iusi}^{SIGM}) * \frac{1}{1 + e^{[-B_{iusi}^{SIGM} * (qdef_{iusi,t} - M_{iusi}^{SIGM})]}} \quad (4.33)
 \end{aligned}$$

Os coeficientes  $A^{SIGM}$ ,  $B^{SIGM}$ ,  $C^{SIGM}$  e  $M^{SIGM}$  foram calculados para cada usina  $iusi$  utilizando-se métodos de otimização não linear com função objetivo de minimizar

o erro quadrático médio entre a função logística sigmóide e o polinômio de quarto grau original [5]. Desta forma, a Equação (4.22) foi substituída pela Equação (4.33) na formulação do problema não linear. A Figura 18 mostra a função logística sigmóide ajustada para a usina Armando de Salles Oliveira.

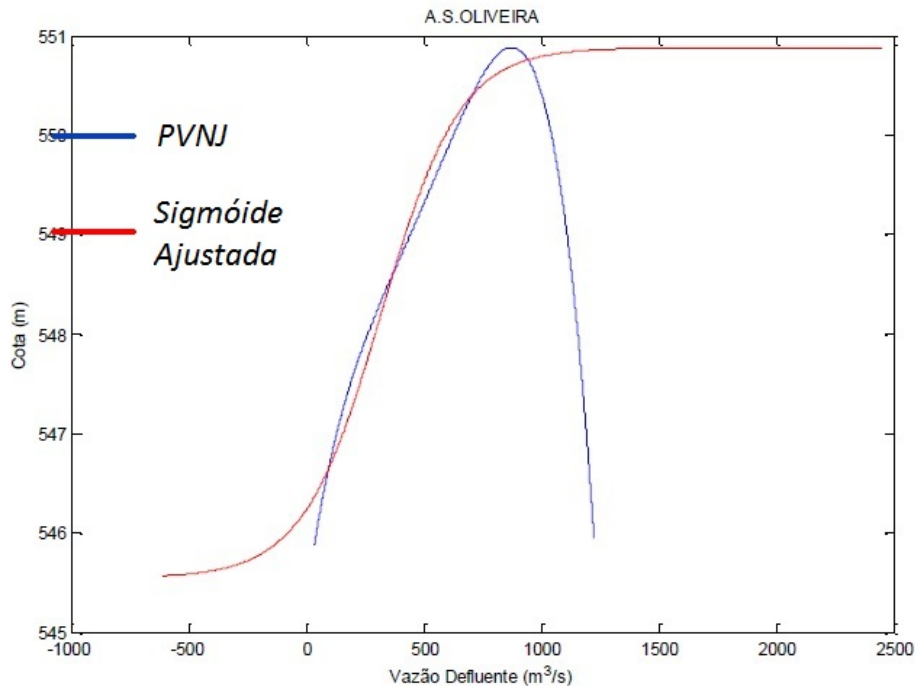


Figura 18: Função Logística Sigmóide ajustada da Usina A. S. Oliveira, fonte: [76].

## 4.5 Programação Dinâmica - Modelo Não Linear

Esta Seção representa a principal contribuição do presente trabalho, onde a técnica de Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD) propicia o particionamento do problema único não linear em diversos problemas mensais - abordagem multi-estágios.

O algoritmo de PDDD apresentado através dos fluxogramas das Figuras 15 e 16 é utilizado.

Para cada problema mensal será considerado o seguinte modelo de otimização:

$$\text{Min } def_{imes} + P_1 * folga_{imes} + \left[ \sum_{iusi=1}^{NUSI} P_2 * vv_{imes,iusi} + folgaqmin_{imes,iusi} \right] + \alpha \quad (4.34)$$

O problema de otimização de cada estágio (ou subproblema) deverá ser sujeito às

mesmas restrições dadas pelas Equações (4.20) a (4.33), com a diferença que somente deverá ser incorporada a restrição referente ao mês *imes* relativo ao subproblema. O acoplamento entre os subproblemas dar-se-á pela restrição descrita pela Inequação (4.35) a seguir:

$$\left[ \sum_{iusi=1}^{NUSI} -COEF_{iusi,icor,imes} * v f_{iusi} \right] - COEF\_DEF_{icor,imes} * def_{imes} + \alpha \geq \geq B\_COEF_{icor,imes} \quad (4.35)$$

O processo iterativo constituído por “*Forwards*” e “*Backwards*” com atualização dos limites inferior *ZINF* e superior *ZSUP* até que estes estejam próximos o suficiente de acordo com uma tolerância pré-estabelecida é realizado de forma idêntica à descrita na Seção 4.3.

## 4.6 Considerações Finais

Este Capítulo apresentou a sequência da abordagem utilizada para o cálculo da energia firme de um conjunto de empreendimentos hidráulicos. Logo, este Capítulo descreve os passos seguidos no processo de pesquisa inerentes a este trabalho.

A abordagem linear não consegue capturar corretamente a variação da produtividade ( $\rho$ ) das usinas durante a reprodução do histórico de vazões. A resolução através de um problema único é a mais eficaz quando o número de usinas hidrelétricas que compõem o sistema é pequeno. Para um número maior de usinas, a abordagem através da PDDD é a mais recomendada.

Para capturar corretamente a variação do volume e defluência dos reservatórios e o seu impacto no cálculo da produtividade das usinas, a abordagem não linear foi implementada.

Neste trabalho foi utilizada a função sigmóide para corrigir inconsistências do polinômio vazão-nível jusante e também foi incluída uma restrição não linear capaz de garantir que o volume mínimo para vertimento fosse respeitado.

O problema único - não linear é a abordagem recomendada para um pequeno número de usinas e a PDDD não linear deve ser utilizada para uma grande quantidade de usinas.

O Capítulo seguinte apresentará os resultados obtidos através de alguns sistemas teste.

## 5 *Resultados*

### 5.1 Introdução

Este Capítulo apresentará os resultados obtidos para dois casos teste comparando as seguintes metodologias:

- SUISHI<sup>1</sup>, que é o modelo homologado adotado pelo ONS (**SUISHI**);
- PL - Problema Único (**PL - U**);
- PL - Programação Dinâmica Dual Determinística (**PL - PDDD**);
- PNL - Problema Único (**PNL - U**); e
- PNL - Programação Dinâmica Dual Determinística (**PNL - PDDD**).

Os casos teste são descritos nas Seções a seguir. O período crítico foi obtido através do modelo SUISHI com o objetivo de diminuir o número de meses do histórico a ser considerado nos modelos de otimização (PL - U; PL - PDDD; PNL - U e PNL - PDDD). Esta estratégia permitiu reduzir o esforço computacional dos modelos de otimização. Em futuras implementações, depreende-se que não será necessária a execução prévia do modelo SUISHI para a obtenção do período crítico.

---

<sup>1</sup>Este modelo foi executado pela Duke Energy International, Geração Paranapanema S. A. que possui os direitos de uso deste “*software*”. O Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - PPEE da UFJF registra os devidos agradecimentos pelo envio dos resultados obtidos.



Os dados relativos aos casos teste estão na Tabela 14 do Apêndice A

## 5.2 Estudo de Caso 1 - Três Usinas Hidrelétricas

Imaginando-se um sistema contendo apenas 3 usinas, o período crítico determinado pelo SUIISHI foi de 07/1970 a 10/1971. A Figura 19 mostra a topologia do sistema [17]. A Tabela 8 mostra a energia firme do sistema e a Tabela 9 mostra a energia firme por usinas através das diferentes metodologias.



Figura 19: Topologia do Estudo de Caso 1 - 3 Usinas Hidrelétricas, fonte: [17]

Tabela 8: Energia Firme do Sistema com 3 Usinas Hidrelétricas.

Metodologia	Energia Firme ( $MW_{\text{médio}}$ )
SUIISHI	1.863,83
PL - U	1.795,3291
PL - PDDD	1.795,3291
PNL - U	1.913,8915
PNL - PDDD	1.912,3313

Percebe-se na Tabela 9 que na abordagem linear o valor da energia firme para o sistema foi idêntico no problema único e utilizando-se a PDDD, como era esperado. Entretanto, a energia firme individualizada das usinas não foi a mesmo. Este fato se deve à ocorrência de duas soluções de mesmo custo visto que a função objetivo é maximizar o valor global da energia firme. Em problemas maiores e também na abordagem não linear este fato é minimizado visto que diminuem as possibilidades de ocorrência de soluções diferentes para o mesmo valor de energia firme global.

Tabela 9: Energia Firme das Usinas Individualizadas (Sistema com 3 Usinas Hidrelétricas).

CÓD.	USINA	SUISHI (MWméd)	PL - U (MWméd)	PL - PDDD (MWméd)	PNL - U (MWméd)	PNL - PDDD (MWméd)
31	ITUMBIARA	644,47	625,36	363,88	644,36	642,67
32	CACH. DOURADA	280,39	285,26	290,35	292,03	290,11
33	SÃO SIMÃO	938,97	884,70	868,09	977,49	979,678
	TOTAL	1.863,83	1.795,3291	1.795,3291	1.913,8915	1.912,3313

Na abordagem não linear percebe-se que a utilização de PDDD gerou uma energia firme global aproximadamente igual à abordagem através de um problema único. Esta observação comprova a eficácia da metodologia. Na abordagem não linear percebe-se que os valores individualizados de energia firme são muito próximos entre as metodologias problema único e PDDD.

Destaca-se também a importância dos resultados encontrados no que tange à distribuição percentual de energia firme entre as usinas individualizadas. Neste problema com três usinas hidrelétricas, tanto o SUISHI quanto a abordagem PNL - PDDD apresentaram valores percentuais semelhantes de energia firme para as 3 usinas, como pode ser visto na Tabela 10. Ou seja, a energia assegurada das usinas não seria afetada se houvesse uma mudança metodológica.

Tabela 10: Energia Firme das Usinas Individualizadas em Valores Percentuais (Sistema com 3 Usinas Hidrelétricas).

CÓD.	USINA	SUISHI (%)	PL - U (%)	PL - PDDD (%)	PNL - U (%)	PNL - PDDD (%)
31	ITUMBIARA	34,58%	34,83%	35,47%	33,67%	33,61%
32	CACH. DOURADA	15,04%	15,89%	16,17%	15,26%	15,17%
33	SÃO SIMÃO	50,38%	49,28%	48,35%	51,07%	51,23%

Finalmente, percebe-se que o valor global de energia firme é cerca de 3% maior quando utilizada a metodologia proposta.

A Figura 20 mostra o processo de convergência da metodologia PNL - PDDD. No início do processo de otimização, o valor do limite superior  $ZSUP$  é alto e o do limite inferior  $ZINF$  é bem pequeno. Conforme o processo iterativo avança, o valor do  $ZSUP$  vai diminuindo e o valor do  $ZINF$  aumenta pouco, até que a diferença entre eles seja menor que a tolerância pré-especificada ( $ZSUP - ZINF < TOL$ ). Nesse momento o processo iterativo finaliza. A convergência ocorreu na sétima iteração.

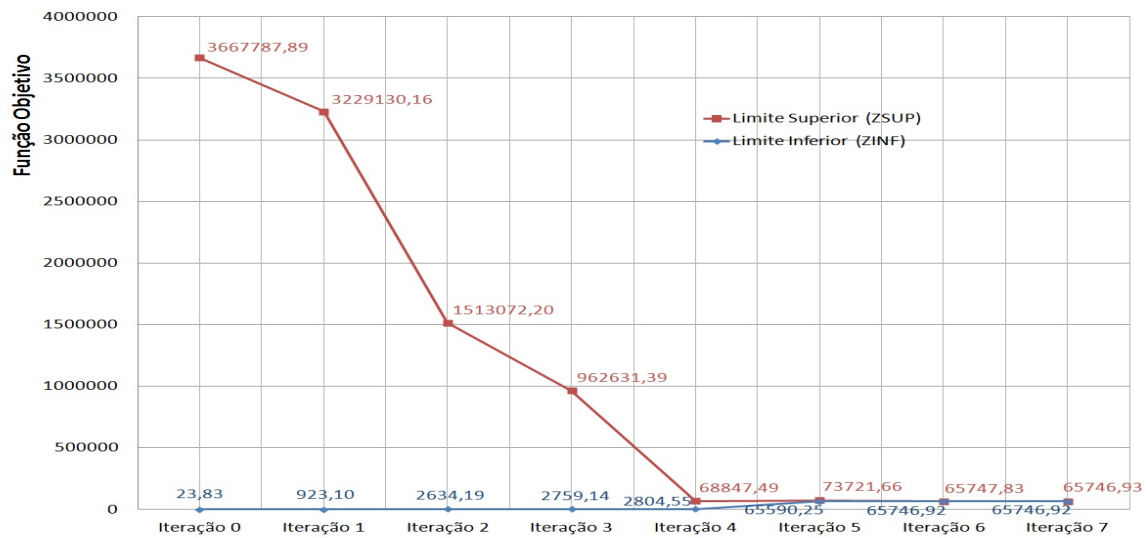


Figura 20: Processo de Convergência da Metodologia PNL - PDDD - Estudo de Caso 1

A Figura 21 mostra como se dá o comportamento da variável  $def_{imes}$  em cada iteração. Percebe-se que na primeira iteração o déficit possui um acentuado crescimento ao longo do estudo, o qual vai sendo atenuado até que na última iteração, o valor do déficit fica estabilizado ao longo de todo o período.

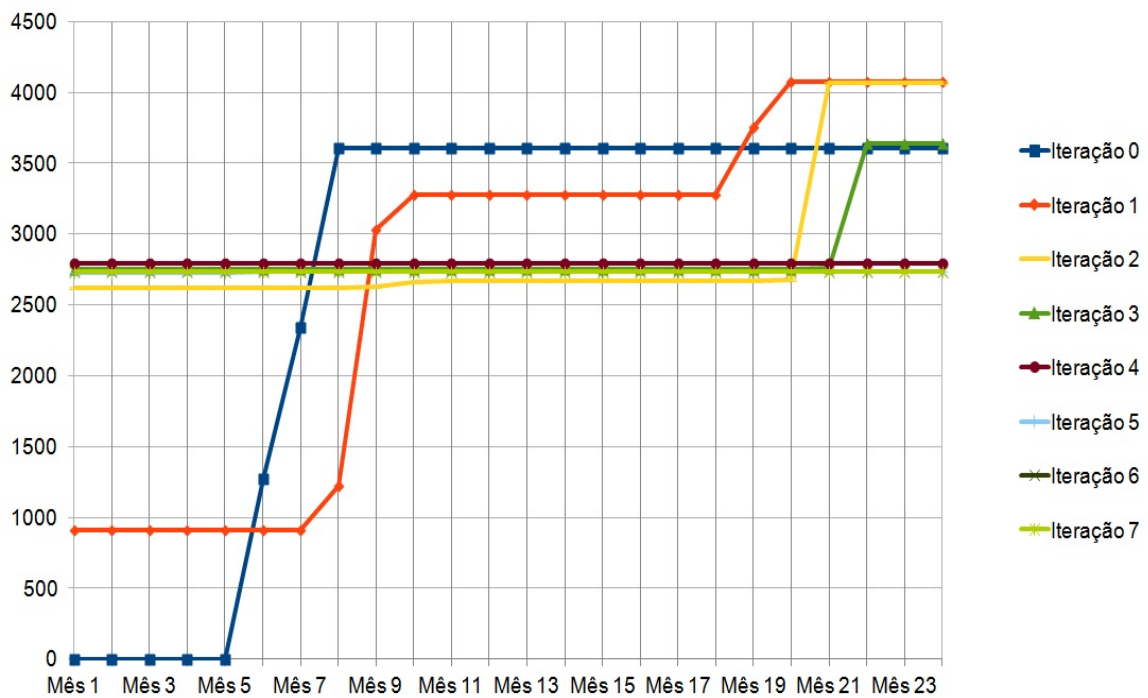


Figura 21: Comportamento da variável  $def_{imes}$  em cada iteração - Estudo de Caso 1

### 5.3 Estudo de Caso 2 - Dez Usinas Hidrelétricas

Para este segundo caso teste, foi considerado um sistema contendo 10 usinas hidrelétricas. O SUSHI determinou o intervalo do período crítico entre 06/1936 e 11/1941, perfazendo 66 meses o número de meses a serem simulados. A Figura 22 mostra a topologia do sistema [17] (adaptado).

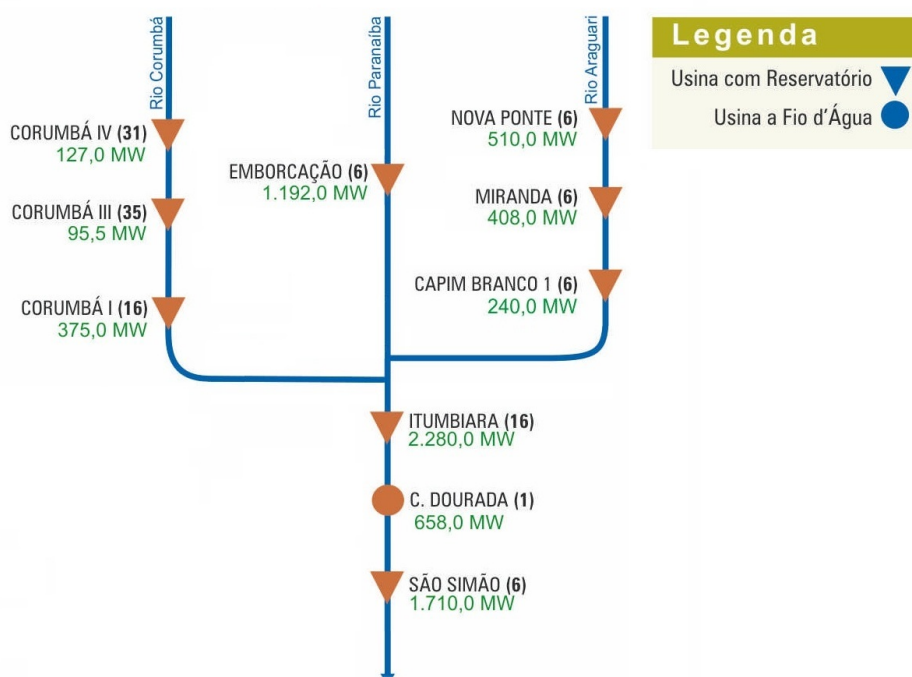


Figura 22: Topologia do Estudo de Caso 2 - 10 Usinas Hidrelétricas, fonte: [17]

A Tabela 11 mostra a energia firme do sistema e a Tabela 12 apresenta a energia firme individualizada por usinas através das diferentes metodologias.

Tabela 11: Energia Firme do Sistema com 10 Usinas Hidrelétricas.

Metodologia	Energia Firme ( <i>MW</i> médio)
SUSHI	3.741,597
PL - U	3.664,56
PL - PDDD	3.664,56
PNL - U	3.853,42
PNL - PDDD	3.853,51

Observa-se das Tabelas 8 e 11 que as abordagens dos problemas lineares único e PDDD tiveram os mesmos valores para a energia firme dos seus respectivos sistemas (1.795,3291

$MWmédios$  para o sistema com 3 UHEs e 3.664,56  $MWmédios$  para o sistema com 10 UHEs). Mas, pela metodologia ser linear, os valores de energia firme calculados foram menores que o valor calculado pelo SUIISHI (3,6% menor para o Caso Teste 1 e 2,1% menor para o Caso Teste 2). Isso é devido a que na formulação do problema, a variável  $\rho$  não é uma variável de decisão e ela é calculada com um valor médio da altura de queda.

Com relação à energia firme do sistema para as abordagens dos problemas não lineares único e PDDD, os valores calculados foram quase iguais (diferença de apenas 0,002%). O valor da energia firme do sistema calculado pela metodologia PNL - PDDD foi 2,99% melhor que o resultado obtido pelo SUIISHI. Isto mostra que a abordagem por PDDD consegue representar o problema de forma satisfatória.

Tabela 12: Energia Firme das Usinas Individualizadas (Sistema com 10 Usinas Hidrelétricas).

CÓD.	USINA	SUIISHI ( $MWméd$ )	PL - U ( $MWméd$ )	PL - PDDD ( $MWméd$ )	PNL - U ( $MWméd$ )	PNL - PDDD ( $MWméd$ )
33	SÃO SIMÃO	1.157,513	1.099,21	1.084,31	1.237,46	1.236,81
32	CACH. DOURADA	393,721	399,36	392,35	399,44	399,33
31	ITUMBIARA	885,473	870,66	854,78	971,47	970,92
30	CORUMBÁ I	185,422	178,22	178,22	211,48	212,16
27	CAPIM BRANCO 1	151,768	162,55	163,19	148,6	148,58
26	MIRANDA	186,294	195,33	196,11	184,4	184,54
25	NOVA PONTE	257,091	262,1	264,08	212,75	212,92
24	EMBORCAÇÃO	432,465	400,45	434,84	393,11	392,13
203	CORUMBÁ III	38,641	40,94	40,94	40,55	41,01
29	CORUMBÁ IV	53,209	55,74	55,74	54,16	55,11
	TOTAL	3.741,597	3.664,56	3.664,56	3.853,42	3.853,51

Da Tabela 12, pode ser visto que, apesar dos valores de energia firme do sistema serem iguais, as abordagens lineares única e PDDD apresentam valores diferentes para a energia firme calculada de cada usina (semelhante ao caso de 3 usinas), com exceção das usinas de Corumbá I, Corumbá III e Corumbá IV. Já em relação à abordagem dos problemas não lineares único e PDDD, as diferenças não foram significativas. A maior delas foi na usina de Corumbá IV com 1,75%. Comparando-se a metodologia proposta com o modelo SUIISHI, observa-se uma grande diferença entre a energia firme das usinas Itumbiara, Nova Ponte e Emborcação.

A Tabela 13 é uma variação da Tabela 12, onde os valores da energia firme individualizados das usinas, dados em  $MWméd$ , foram substituídos pelos seus valores percentuais respectivos. Esses valores percentuais representam a contribuição que cada usina aporta

à energia firme do sistema. Nesta Tabela, tem-se uma melhor visão das diferenças entre a metodologia proposta e o SUIISHI.

Tabela 13: Energia Firme das Usinas Individualizadas em Valores Percentuais (Sistema com 10 Usinas Hidrelétricas).

CÓD.	USINA	SUIISHI (%)	PL - U (%)	PL - PDDD (%)	PNL - U (%)	PNL - PDDD (%)	PNL - PDDD vs SUIISHI
33	SÃO SIMÃO	30,94%	30,00%	29,59%	32,11%	32,10%	1,16%
32	CACH. DOURADA	10,52%	10,90%	10,71%	10,37%	10,36%	-0,16%
31	ITUMBIARA	23,67%	23,76%	23,33%	25,21%	25,20%	1,53%
30	CORUMBÁ I	4,96%	4,86%	4,86%	5,49%	5,51%	0,55%
27	CAPIM BRANCO 1	4,06%	4,44%	4,45%	3,86%	3,86%	-0,20%
26	MIRANDA	4,98%	5,33%	5,35%	4,79%	4,79%	-0,19%
25	NOVA PONTE	6,87%	7,15%	7,21%	5,52%	5,53%	-1,35%
24	EMBORCAÇÃO	11,56%	10,93%	11,87%	10,20%	10,18%	-1,38%
203	CORUMBÁ III	1,03%	1,12%	1,12%	1,05%	1,06%	0,03%
29	CORUMBÁ IV	1,42%	1,52%	1,52%	1,41%	1,43%	0,01%

Observa-se da Tabela 13 que 5 das 10 usinas tiveram um ganho percentual entre a metodologia proposta em relação ao SUIISHI. O maior ganho percentual foi na usina Itumbiara (1,53%) e o pior resultado foi o da usina Emborcação (-1,38%). Nesta configuração haveria uma variação na energia assegurada das usinas influenciando diretamente na remuneração das usinas hidrelétricas.

A Figura 23 mostra o processo de convergência da metodologia proposta (PNL - PDDD). Inicialmente, o valor do limite superior  $ZSUP$  é alto e valor do limite inferior  $ZINF$  é pequeno. Conforme o processo iterativo avança, observa-se que o  $ZSUP$  tem variação brusca e alterna valores maiores e menores entre as iterações e o valor do  $ZINF$  aumenta pouco. Nas iterações finais o valor de  $ZSUP$  diminui e, na última iteração, o valor do  $ZSUP$  iguala-se ao valor do  $ZINF$ . Como a diferença entre os dois limites é menor que a tolerância pré-especificada, o processo iterativo finaliza. Nesta simulação, a convergência ocorreu na décima terceira iteração.

Na Figura 24 observa-se o comportamento da variável  $def_{imes}$  ao longo de todo o período de estudo. Na primeira iteração, o déficit apresenta um acentuado crescimento nos primeiros meses do estudo, o qual vai sendo atenuado nas seguintes iterações até que na última iteração, o valor do déficit fica estabilizado ao longo de todo o período de estudo.

Embora, na Figura 24, o gráfico apresente a simulação com 72 meses de estudo, foram

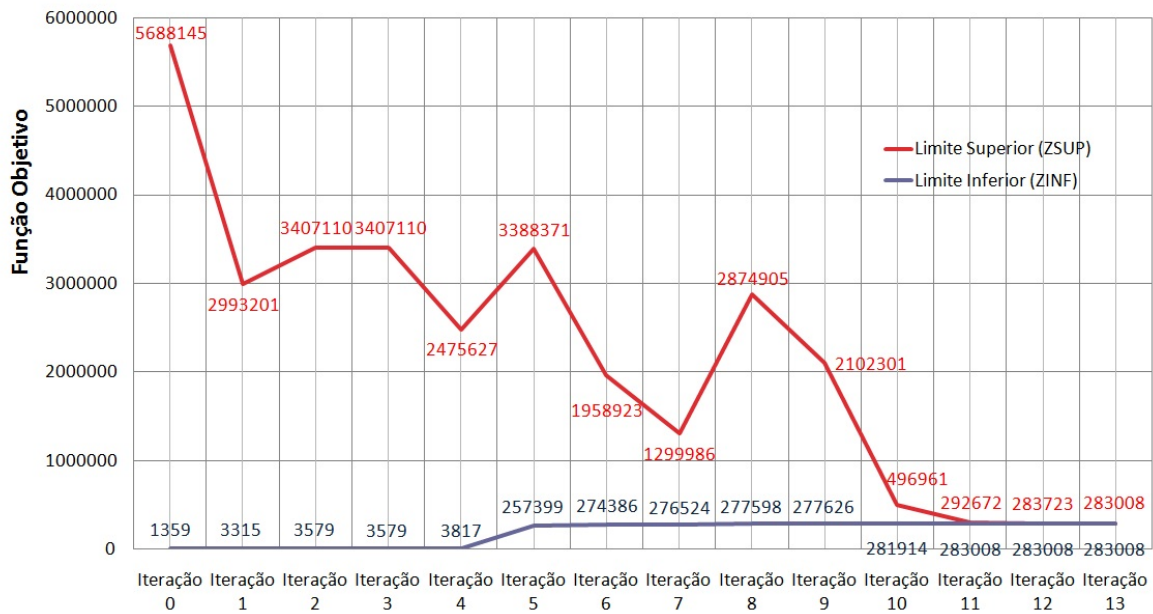


Figura 23: Processo de Convergência da Metodologia PNL - PDDD - Estudo de Caso 2

considerados somente 66 meses para efeito do cálculo da energia firme, que é o intervalo de meses do período crítico determinado pelo SIUSHI.

## 5.4 Considerações Finais

Este Capítulo apresentou dois estudos de caso para testar e avaliar a metodologia proposta (PNL - PDDD) e compará-la a outras metodologias, inclusive com o SIUSHI,

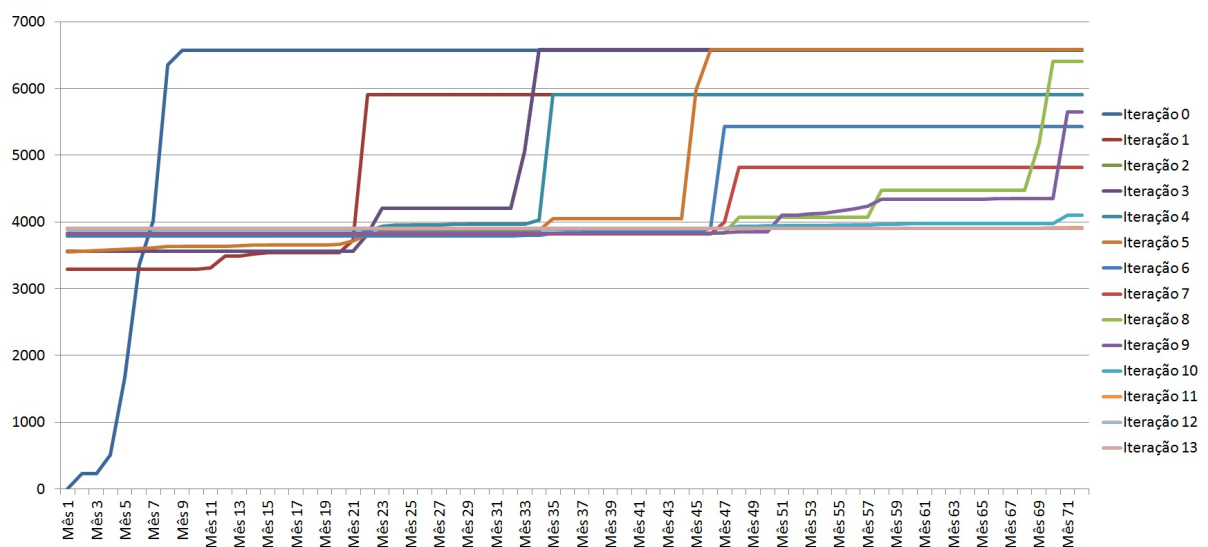


Figura 24: Comportamento da variável  $defimes$  em cada iteração - Estudo de Caso 2

que é o modelo homologado utilizado atualmente pelo ONS.

No primeiro caso teste foram consideradas apenas 3 usinas hidrelétricas (Itumbiara, Cachoeira Dourada e São Simão). Os resultados mostraram que a metodologia proposta obteve um valor de energia firme global maior (aproximadamente de 3%) que o valor calculado pelo SUIISHI. A outra metodologia não linear (PNL - U) obteve um valor de energia firme global 0,08% maior que a metodologia utilizando a PDDD, mas esse resultado já era esperado, uma vez que o caso teste considerou apenas 3 usinas hidrelétricas. As metodologias lineares única e através da PDDD não obtiveram resultados bons para a energia firme global quando comparadas ao SUIISHI.

No caso da energia firme individualizada das usinas, os valores obtidos (em porcentagem) são aproximadamente iguais tanto na metodologia proposta, quanto no SUIISHI. Isso significa que a energia assegurada das usinas não influenciaria na remuneração das usinas se a metodologia PNL - PDDD fosse adotada.

Já no segundo caso teste foram consideradas 10 usinas hidrelétricas. Os resultados de energia firme globais foram similares aos resultados encontrados no primeiro caso teste, tendo as abordagens não lineares única e PDDD valores maiores de energia firme do sistema, se comparados ao modelo SUIISHI. As abordagens lineares única e PDDD tiveram valores de energia firme do sistema abaixo do SUIISHI. A metodologia proposta obteve um valor de energia firme global aproximadamente 3% maior que o valor obtido pelo SUIISHI (Semelhante ao resultado do primeiro caso teste).

Em relação aos valores de energia firme individualizados, as abordagens lineares única e PDDD tiveram os seus valores de energia firme bem próximos entre elas e as abordagens não lineares única e através da PDDD tiveram resultados praticamente iguais (a maior diferença percentual foi encontrada na usina Emborcação com 0,03%).

Os resultados apresentados levam à conclusão de que é possível a utilização da metodologia PNL - PDDD para sistemas maiores, como o brasileiro, nos quais não é possível a abordagem pelo problema único.



## 6 *Conclusões e Trabalhos Futuros*

Este trabalho teve como objetivo construir uma plataforma de otimização para o cálculo da energia firme de um sistema de usinas hidráulicas e a energia firme individualizada de cada usina.

Atualmente, os estudos de energia firme são realizados através dos *softwares* MSUI (Eletrobras) e SUIISHI (CEPEL), os quais são baseados em heurísticas que reproduzem as regras de operação em paralelo dos reservatórios.

Na abordagem proposta, as heurísticas são substituídas por modelos de otimização.

Para viabilizar as comparações, foram implementadas 4 metodologias:

- PL - ÚNICO;
- PL - PDDD;
- PNL - ÚNICO; e
- PL - PDDD.

A representação através de um problema único só se aplica a sistemas com um número reduzido de usinas hidráulicas, mas neste trabalho foi importante para validar a implementação baseada em PDDD (Programação Dinâmica Dual Determinística).

De maneira análoga, sabe-se que este problema possui não linearidades impostas pela variação na produtibilidade das usinas geradas pelos polinômios de cota-volume (PCV) e vazão-nível jusante (PVNJ). Logo, a implementação linear não é a mais adequada, mas foi importante para validar os resultados e comparar o desempenho das metodologias.

Foi utilizada a função logística sigmóide em substituição do polinômio vazão-nível jusante e também foi adicionada a restrição não linear para a representação do volume mínimo para vertimento.

Todas as implementações foram realizadas em C++ integrado com o pacote de otimização *LINGO*<sup>®</sup>.

Os resultados obtidos mostraram robustez metodológica. Os valores obtidos pela metodologia PNL - PDDD foram razoavelmente semelhantes aos obtidos pelo SUSHI. No entanto, deve-se ressaltar que uma alteração de 1% na Energia Garantida de uma usina hidrelétrica do porte de São Simão representa cerca de 12 *MW* méd. Considerando-se um PLD médio de 50 *R\$/MWh*, isto representa uma possibilidade de contratação em leilões de energia de cerca de *R\$ 5.265.000,00/ano*. Este fato mostra a importância de buscar o avanço metodológico nos procedimentos de cálculo de energia firme para o Sistema Interligado Nacional.

Em relação aos trabalhos futuros, pretende-se ajustar as implementações computacionais realizadas bem como os dados para permitir a simulação com todas as usinas hidrelétricas do sistema brasileiro utilizando-se a metodologia PNL - PDDD e comparar os resultados obtidos com os gerados pelos modelos SUSHI e MSUI.

Pretende-se avaliar o tempo computacional em confronto com os métodos baseados em heurísticas e avaliar a possibilidade de paralelização do algoritmo.

Finalmente, pretende-se avaliar a possibilidade de incorporar o cálculo da energia assegurada ou garantida na mesma plataforma computacional.

## *Referências*

- 1 Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. *Fiscalização dos Serviços de Geração - Resumo Geral dos Novos Empreendimentos de Geração*. Junho 2012. Pesquisa na internet. Acesso em 20/06/2012. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/arquivos/zip/Resumo\\_Geral\\_das\\_Usinas\\_jun\\_2012.zip](http://www.aneel.gov.br/arquivos/zip/Resumo_Geral_das_Usinas_jun_2012.zip)>.
- 2 FORTUNATO, L. A. M.; ARARIPE NETO, T. A.; ALBUQUERQUE, J. C. R.; PEREIRA, Mario V. F. *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*. [S.l.]: Editora Universitária - Universidade Federal Fluminense, 1990.
- 3 SILVA, Edson Luiz. *Formação de Preço em Mercados de Energia Elétrica*. [S.l.]: Editora Sagra Luzzatto, 2001.
- 4 MATHIAS, Sergio. *Dilema do Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS*. 2006. Pesquisa na internet. Acesso em 30/05/2012. Disponível em: <[http://www.nuca.ie.ufrj.br/gesel/eventos/seminariointernacional/2006/artigos/ppt/Sergio\\_Mathias.ppt](http://www.nuca.ie.ufrj.br/gesel/eventos/seminariointernacional/2006/artigos/ppt/Sergio_Mathias.ppt)>.
- 5 RAMOS, Tales Pulinho. *Modelo Individualizado de Usinas Hidrelétricas Baseado em Técnicas de Programação Não Linear Integrado com o Modelo de Decisão Estratégica*. 95 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF, 2011.
- 6 TERRY, L. A.; PEREIRA, Mario V. F.; ARARIPE NETO, T. A.; SILVA, L. F. C. A.; SALES, P. R. H. Coordinating the energy generation of the brazilian national hydrothermal electrical generating system. *Interfaces*, v. 16, n. 1, p. 16–38, January/February 1986. Disponível em: <<http://interfaces.journal.informs.org/content/16/1/16.abstract>>.
- 7 Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS. *Mapas do SIN - Integração Eletroenergética*. Pesquisa na internet. Acesso em 28/05/2012. Disponível em: <[http://www.ons.org.br/conheca\\_sistema/pop/pop\\_integracao\\_eletroenergetica.aspx](http://www.ons.org.br/conheca_sistema/pop/pop_integracao_eletroenergetica.aspx)>.
- 8 Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. *Atlas de Energia Elétrica do Brasil - 3ª Edição*. 2008. Pesquisa na internet. Acesso em 22/05/2012. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/visualizar\\_texto.cfm?idtxt=1689](http://www.aneel.gov.br/visualizar_texto.cfm?idtxt=1689)>.
- 9 Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS. *O ONS*. Pesquisa na internet. Acesso em 19/05/2012. Disponível em: <[http://www.ons.org.br/institucional/o\\_que\\_e\\_o\\_ons.aspx](http://www.ons.org.br/institucional/o_que_e_o_ons.aspx)>.
- 10 Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. *Atlas de Energia Elétrica do Brasil - 2ª Edição*. 2005. Pesquisa na internet. Acesso em 22/05/2012. Disponível em: <[http://www3.aneel.gov.br/atlas/atlas\\_2edicao/download.htm](http://www3.aneel.gov.br/atlas/atlas_2edicao/download.htm)>.

- 11 Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS. *Submódulo 20.1 - Glossário de termos técnicos*. [S.l.], Agosto 2009. Acesso em 20/06/2012. Disponível em: <[http://extranet.ons.org.br/operacao/prdocme.nsf/videntificadorlogico/B61B477F90C89771832576310049D911/\\$file/Subm%C3%B3dulo%2020.1\\_Rev\\_1.0.pdf?openelement](http://extranet.ons.org.br/operacao/prdocme.nsf/videntificadorlogico/B61B477F90C89771832576310049D911/$file/Subm%C3%B3dulo%2020.1_Rev_1.0.pdf?openelement)>.
- 12 MARCATO, André Luís Marques. *Representação Híbrida de Sistemas Equivalentes e Individualizados para o Planejamento da Operação de Sistemas de Potência de Grande Porte*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC - Rio, 2002.
- 13 SILVA, Hermes Trigo Dias da. *Análise dos Impactos da Utilização das Curvas de Aversão a Risco no Modelo de Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo*. 112 p. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC - Rio, 2012.
- 14 COSTA, Fernanda S.; MACEIRA, Maria E. P.; DAMÁZIO, Jorge M. Modelos de previsão hidrológica aplicados ao planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 12, p. 21–30, 2007. Acesso em 30/05/2012. Disponível em: <[http://www.ons.org.br/download/previsao\\_vazoes/artigos\\_sessao/AT\\_Sess%C3%A3o02.pdf](http://www.ons.org.br/download/previsao_vazoes/artigos_sessao/AT_Sess%C3%A3o02.pdf)>.
- 15 Ministério de Minas e Energia - MME. *Define, nos termos do § 2º do art. 2º e do § 1º do art. 4º do Decreto nº 5.163, de 2004, conforme critérios gerais de garantia de suprimento, os montantes da garantia física dos empreendimentos de geração de energia elétrica*. Novembro 2004. Pesquisa na internet. Acesso em 28/05/2012. Disponível em: <[http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/legislacao/portaria/Portaria\\_no\\_303-2004.pdf](http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/legislacao/portaria/Portaria_no_303-2004.pdf)>.
- 16 Ministério de Minas e Energia - MME. *Define a metodologia de cálculo da garantia física de novos empreendimentos de geração de energia elétrica do Sistema Interligado Nacional - SIN, conforme metodologia constante do Anexo I*. Julho 2008. Pesquisa na internet. Acesso em 26/05/2012. Disponível em: <<http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/legislacao/portaria/258.pdf>>.
- 17 Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS. *Diagrama Esquemático das Usinas Hidrelétricas do SIN*. Janeiro 2012. Pesquisa na internet. Acesso em 01/06/2012. Disponível em: <[http://www.ons.org.br/conheca\\_sistema/pop\\_diagrama\\_esquemat\\_usinas.aspx](http://www.ons.org.br/conheca_sistema/pop_diagrama_esquemat_usinas.aspx)>.
- 18 ARVANITIDITS, Nicolaos V.; ROSING, Jakob. Composite representation of a multireservoir hydroelectric power system. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-89, n. 2, p. 319–326, February 1970. ISSN 0018-9510.
- 19 Ministério de Minas e Energia - MME. *Nota Técnica MME/SPD/05, Garantia Física de Energia e Potência - Metodologia, Diretrizes e Processo de Implantação*. [S.l.], Outubro 2004. Acesso em 24/05/2012. Disponível em: <[www.aneel.gov.br/cedoc/nota2004282mme.pdf](http://www.aneel.gov.br/cedoc/nota2004282mme.pdf)>.
- 20 BEZERRA, Bernardo; ÁVILA, P. L.; BARROSO, L. A.; ROSENBLATT, J.; PEREIRA, Mario V. F. Impacto de usinas hidrelétricas a fio d'água no mecanismo de

- realocação de energia. In: *XII Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica*. [s.n.], 2012. p. 9. Acesso em 24/06/2012. Disponível em: <[http://www.psr-inc.com/psr/download/saveas.php?downfile=papers/MRE\\_xiisepe\\_pe\\_Final.pdf](http://www.psr-inc.com/psr/download/saveas.php?downfile=papers/MRE_xiisepe_pe_Final.pdf)>.
- 21 Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. *Nota Técnica nº 128/2009-SEM / ANEEL - Aprovação das Regras de Comercialização de Energia Elétrica, versão 2010*. [S.l.], Novembro 2009. Acesso em 27/05/2012. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/nren2009385.pdf>>.
- 22 Mercado Atacadista de Energia Elétrica - MAE. *Descritivo das Regras - Capítulo 7 - Mecanismo de Realocação de Energia*. 2002. Pesquisa na internet. Acesso em 28/05/2012. Disponível em: <[http://www.ccee.org.br/StaticFile/Arquivo/biblioteca\\_virtual/Regras/explicativo\\_07\\_2.pdf](http://www.ccee.org.br/StaticFile/Arquivo/biblioteca_virtual/Regras/explicativo_07_2.pdf)>.
- 23 Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. *Cadernos Temáticos ANEEL - Energia Assegurada*. Abril 2005. Pesquisa na internet. Acesso em 28/05/2012. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/arquivos/pdf/caderno3capa.pdf>>.
- 24 Diário Oficial da União - DOU. *Decreto Nº 5163 - Regulamenta a comercialização de energia elétrica, o processo de outorga de concessões de autorizações de geração de energia elétrica, e dá outras providências*. 2004. Pesquisa na internet. Acesso em 12/05/2012. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2004-2006/2004/decreto/D5163.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/decreto/D5163.htm)>.
- 25 Diário Oficial da União - DOU. *Decreto Nº 2655 - Regulamenta o Mercado Atacadista de Energia Elétrica, define as regras de organização do Operador Nacional do Sistema Elétrico, de que trata a Lei nº 9.648, de 27 de maio de 1998, e dá outras providências*. 1998. Pesquisa na internet. Acesso em 28/05/2012. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/decreto/D2655.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/D2655.htm)>.
- 26 GASTALDO, Marcelo M.; BERGER, Pablo. *Direito em Energia Elétrica - Capítulo VIII - Bases Regulatórias da Energia Assegurada das Usinas Hidroelétricas*. Agosto 2009. Pesquisa na internet. Acesso em 28/05/2012. Disponível em: <[http://www.oseletrico.com.br/web/documentos/fasciculos/fasc\\_direito\\_em\\_energia\\_eletrica\\_cap8\\_ed43.pdf](http://www.oseletrico.com.br/web/documentos/fasciculos/fasc_direito_em_energia_eletrica_cap8_ed43.pdf)>.
- 27 ENERTRADE - EDP Comercialização. *Mercado Livre - Dicionário do Setor Elétrico*. 2008. Pesquisa na internet. Acesso em 28/05/2012. Disponível em: <<http://www.enertrade.com.br/mercadolivre/?sessao=Glossário&contentID=540>>.
- 28 TUCCI, Carlos E. M. - Blog do Tucci. *Entrevista com Dr. Kelman, presidente da ANEEL*. Março 2008. Pesquisa na internet. Acesso em 26/05/2012. Disponível em: <<http://rhama.net/wordpress/?p=28>>.
- 29 ROCHA, Rafael Santos. *Ferramenta para Avaliação da Energia Firme Baseada em Técnica de Pontos Interiores*. 74 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF, 2008.
- 30 Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. *Nota Técnica nº 054/2010-SRG / ANEEL - Resultado da consulta pública para aprovação do uso do modelo de simulação*

- SUISHI*. [S.l.], Agosto 2010. Acesso em 02/06/2012. Disponível em: <[http://www.an.eel.gov.br/aplicacoes/consulta\\_publica/documentos/Nota\\_Tecnica\\_no\\_054\\_2010\\_SRG\\_ANEEL.pdf](http://www.an.eel.gov.br/aplicacoes/consulta_publica/documentos/Nota_Tecnica_no_054_2010_SRG_ANEEL.pdf)>.
- 31 Centrais Elétricas Brasileiras S.A. - Eletrobras. *Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas (MSUI)*. Pesquisa na internet. Acesso em 03/06/2012. Disponível em: <<http://www.eletrobras.com/ELB/data/Pages/LUMISD28EA113PTBRIE.htm>>.
- 32 GRANVILLE, Sergio. Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, p. 136–146, February 1994. ISSN 0885-8950.
- 33 OLIVEIRA, Edimar J.; ROCHA, Rafael S.; SILVA Jr, Ivo C.; MARCATO, André L. M.; OLIVEIRA, Leonardo W.; PEREIRA, José L. R. Influência da Variação da Produtividade das Usinas Hidroelétricas no Cálculo da Energia Firme. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, scielo, v. 20, p. 247 – 255, 06 2009. ISSN 0103-1759. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-17592009000200011&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-17592009000200011&nrm=iso)>.
- 34 DIAS, Bruno H.; MARCATO, André L. M.; SOUZA, Reinaldo C.; SOARES, Murilo P.; SILVA Jr, Ivo C.; OLIVEIRA, Edimar J.; BRANDI, Rafael B. S.; RAMOS, Tales P. Stochastic Dynamic Programming Applied to Hydrothermal Power Systems Operation Planning Based on the Convex Hull Algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2010, p. 20, 2010. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/mpe/2010/390940/>>.
- 35 MARCATO, André L. M.; SOARES, Murilo P. Otimização Linear Sequencial para o Cálculo da Energia Firme das Usinas Hidrelétricas do Sistema Interligado Nacional. In: *XVI Congresso Brasileiro de Automática*. [S.l.: s.n.], 2006.
- 36 ROSA, Renato B. V.; MARCATO, André L. M.; BRANDI, Rafael B. S.; RAMOS, Tales P.; IUNG, Anderson M. Metodologia Não-Linear para o Cálculo da Energia Firme das Usinas Hidrelétricas do SIN. In: *XVIII Congresso Brasileiro de Automática*. [S.l.: s.n.], 2010.
- 37 U.S. Energy Information Administration. *Electric Power Annual 2010*. Novembro 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 26/05/2012. Disponível em: <<http://www.eia.gov/electricity/annual/pdf/epa.pdf>>.
- 38 International Energy Agency - IEA. *Electricity/Heat in China, People's Republic of in 2009*. Pesquisa na internet. Acesso em 29/06/2012. Disponível em: <[http://www.iea.org/stats/electricitydata.asp?COUNTRY\\_CODE=CN](http://www.iea.org/stats/electricitydata.asp?COUNTRY_CODE=CN)>.
- 39 National Energy Board. *Canadian Energy Overview 2010*. Julho 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 22/05/2012. Disponível em: <<https://www.neb-one.gc.ca/clf-nsi/rnrgynfntn/nrgyrprt/nrgyvrvw/cndnrgyvrvw2010/cndnrgyvrvw2010-eng.pdf>>.
- 40 Canadian Electricity Association. *Key Canadian Electricity Statistics*. Março 2012. Pesquisa na internet. Acesso em 26/05/2012. Disponível em: <<http://www.electricity.ca/media/Industry%20Data%20and%20Electricity%20101%20May%202012/ElectricitygenerationinCanadabyFuelType2011.pdf>>.

- 41 Department of Energy & Climate Change. *Digest of United Kingdom Energy Statistics 2010*. Julho 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 28/05/2012. Disponível em: <<http://www.decc.gov.uk/assets/decc/11/stats/publications/dukes/2307-dukes-2011-chapter-5-electricity.pdf>>.
- 42 Organization for Economic Cooperation and Development - OECD / International Energy Agency - IEA. *Monthly Electricity Statistics*. Março 2012. Pesquisa na internet. Acesso em 11/06/2012. Disponível em: <<http://www.iea.org/stats/surveys/mes.PDF>>.
- 43 The National Energy Authority - ORKUSTOFNUN. *Generation of Electricity in Iceland*. Pesquisa na internet. Acesso em 28/06/2012. Disponível em: <<http://www.nea.is/the-national-energy-authority/energy-statistics/generation-of-electricity/>>.
- 44 Unidad de Planeación Minero Energética - UPME / Ministerio de Minas y Energía. *Boletín Estadístico de Minas y Energía 1990 - 2010*. 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 29/06/2012. Disponível em: <<http://www1.upme.gov.co/images/stories/boletin.pdf>>.
- 45 International Energy Agency - IEA. *Electricity/Heat in Ecuador in 2009*. 2010. Pesquisa na internet. Acesso em 30/06/2012. Disponível em: <[http://www.iea.org/stats/electricitydata.asp?COUNTRY\\_CODE=EC](http://www.iea.org/stats/electricitydata.asp?COUNTRY_CODE=EC)>.
- 46 Autoridad Nacional de los Servicios Públicos - ASEP. *Estadísticas de Electricidad Año 2011*. 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 30/06/2012. Disponível em: <[http://www.asep.gob.pa/electric/Anexos/Estadisticas/2011%20II%20Semestre/oferta\\_elec\\_2011.pdf](http://www.asep.gob.pa/electric/Anexos/Estadisticas/2011%20II%20Semestre/oferta_elec_2011.pdf)>.
- 47 Administración Nacional de Electricidad - ANDE. *Compilación Estadística 1990 - 2010*. 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 30/05/2012. Disponível em: <[www.andegov.py/documentos\\_contables/157/compilacion\\_estadistica\\_1990-2010.pdf](http://www.andegov.py/documentos_contables/157/compilacion_estadistica_1990-2010.pdf)>.
- 48 Ministerio de Energía y Minas. *Anuário Estadístico de Electricidad 2010 - Capítulo 3*. Setembro 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 29/05/2012. Disponível em: <[www.minem.gob.pe/descripcion.php?idSector=6&idTitular=3903](http://www.minem.gob.pe/descripcion.php?idSector=6&idTitular=3903)>.
- 49 International Energy Agency - IEA. *Electricity/Heat in Uruguay in 2009*. 2010. Pesquisa na internet. Acesso em 30/05/2012. Disponível em: <[http://www.iea.org/stats/electricitydata.asp?COUNTRY\\_CODE=UY](http://www.iea.org/stats/electricitydata.asp?COUNTRY_CODE=UY)>.
- 50 Ministerio del Poder Polular para la Energía Eléctrica - MPPEE. *Memoria 2010*. 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 29/05/2012. Disponível em: <[http://www.mppee.gob.ve/extras/MYC/Memoria\\_MPPEE\\_2010.pdf](http://www.mppee.gob.ve/extras/MYC/Memoria_MPPEE_2010.pdf)>.
- 51 International Energy Agency - IEA. *Electricity/Heat in Argentina in 2009*. 2010. Pesquisa na internet. Acesso em 30/05/2012. Disponível em: <[http://www.iea.org/stats/electricitydata.asp?COUNTRY\\_CODE=AR](http://www.iea.org/stats/electricitydata.asp?COUNTRY_CODE=AR)>.
- 52 RIPPL, W. Capacity of storage reservoirs for water supply. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - ICE*, v. 71, p. 270–278, January 1883. ISSN 1753-7843.
- 53 FARIA, Eduardo Thomaz. *Aplicação de Teoria dos Jogos à Repartição da Energia Firme de um Sistema Hidrelétrico*. 167 p. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC - Rio, 2004.

- 54 Comisión de Regulación de Energía y Gas - CREG / Ministerio de Minas y Energía. *Resolución N° 071 de 2006*. 2006. Pesquisa na internet. Acesso em 02/07/2012. Disponível em: <[http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/2b8fb06f012cc9c245256b7b00789b0c/243937481e5177820525785a007a6f75/\\$FILE/Creg071-2006.pdf](http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/2b8fb06f012cc9c245256b7b00789b0c/243937481e5177820525785a007a6f75/$FILE/Creg071-2006.pdf)>.
- 55 Comisión de Integración Energética Regional - CIER. *Señales Regulatorias para la Rentabilidad e Inversión en el Sector Eléctrico / Generación, Transmisión y Distribución - Documento de Análisis y Discusión*. Setembro 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 02/07/2012. Disponível em: <<https://sites.google.com/site/regulacionsectorelectrico/archivos>>.
- 56 Ministerio de Energía y Minas. *Ley N° 28832 - Ley para Asegurar el Desarrollo Eficiente de la Generación Eléctrica - Anexo de la Ley de Concesiones Eléctricas*. 2006. Pesquisa na internet. Acesso em 29/05/2012. Disponível em: <<http://intranet2.mine.m.gob.pe/web/archivos/dge/publicaciones/compendio/L28832.pdf>>.
- 57 ZAPATA, Carlos M.; SAN MARTÍN, José M. M. *Contratos de Suministro Eléctrico - Realidad Chilena, Boliviana y Argentina. Realidad, estímulo al desarrollo de contratos. Contratos y confiabilidad*. 2000. Pesquisa na internet. Acesso em 02/07/2012. Disponível em: <<http://web.ing.puc.cl/power/alumno%2000/contratos/trabajo.htm>>.
- 58 Bonneville Power Administration - BPA. *2011 Pacific Northwest Loads and Resources Study*. Maio 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 02/07/2012. Disponível em: <[http://www.bpa.gov/power/pgp/whitebook/2011/WhiteBook2011\\_SummaryDocument\\_Final.pdf](http://www.bpa.gov/power/pgp/whitebook/2011/WhiteBook2011_SummaryDocument_Final.pdf)>.
- 59 Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS. *Relatório de Validação do Modelo SUISHI*. [S.l.], Janeiro 2010. Acesso em 01/06/2012. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/consulta\\_publica/documentos/Relatorio%20de%20Valida%C3%A7%C3%A3o%20SUISHI%20-%2014%2001%2010.pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/consulta_publica/documentos/Relatorio%20de%20Valida%C3%A7%C3%A3o%20SUISHI%20-%2014%2001%2010.pdf)>.
- 60 FAVORETO, Rafael de Souza. *Estratégias de Planejamento Empresarial: Tratamento de Incertezas de uma Empresa de Geração no Sistema Elétrico Brasileiro*. 96 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná - UFPR, 2005.
- 61 Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. *Nota Técnica n° 037/2010-SRG / ANEEL - Proposta de consulta pública para aprovação do uso do modelo de simulação SUISHI*. [S.l.], Junho 2010. Acesso em 27/05/2012. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/consulta\\_publica/documentos/NT%20037.2010\\_SRG.pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/consulta_publica/documentos/NT%20037.2010_SRG.pdf)>.
- 62 Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS. *Submódulo 18.2 - Relação dos Sistemas e Modelos Computacionais*. [S.l.], Agosto 2009. Acesso em 20/05/2012. Disponível em: <[http://extranet.ons.org.br/operacao/prdocme.nsf/videntificadorlogico/1973dffceb84efbb83257631004ac8d3/\\$file/subm%3dulo%2018.2\\_rev\\_1.0.pdf?openelement](http://extranet.ons.org.br/operacao/prdocme.nsf/videntificadorlogico/1973dffceb84efbb83257631004ac8d3/$file/subm%3dulo%2018.2_rev_1.0.pdf?openelement)>.
- 63 Ministério de Minas e Energia - MME. *Resolução N° 1, de 17 de novembro de 2004. Define o critério geral de garantia de suprimento aplicável aos estudos de expansão da oferta e do planejamento da operação do sistema elétrico interligado, bem como ao cálculo das garantias físicas de energia e potência de um empreendimento de geração de energia elétrica*. [S.l.], Novembro 2004. Acesso em 01/06/2012. Disponível em: <[http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/conselhos\\_comite/CNPE/resolucao\\_2004/Resolucao01.pdf](http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/conselhos_comite/CNPE/resolucao_2004/Resolucao01.pdf)>.



- 64 Centro de Pesquisas em Energia Elétrica - CEPEL. *Manual de Referência do Programa SUIHI-O 6.10 - Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados*. [S.l.], 2007. Relatórios Técnicos DP/DEA 51566/07 e 51572/07.
- 65 Centrais Elétricas Brasileiras S.A. - Eletrobras. *Manual de Metodologia MSUI - Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas - Versão 3.2*. [S.l.], Outubro 2009.
- 66 BELLMAN, Richard E. *Dynamic Programming*. [S.l.]: Princeton University Press, 1957.
- 67 PEREIRA, Mario V. F. Optimal stochastic operations scheduling of large hydroelectric systems. *International Journal of Electric Power and Energy Systems*, v. 11, n. 3, p. 161–169, July 1989.
- 68 MARZANO, Luiz Guilherme Barbosa. *Otimização de Portfólio de Contratos de Energia em Sistemas Hidrotérmicos com Despacho Centralizado*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC - Rio, 2004.
- 69 SILVA, Edson L.; FINARDI, Erlon C. *Planejamento e Regulação de Sistemas de Energia Elétrica - Curso de Especialização em Sistemas de Energia Elétrica*. Florianópolis - SC. 2006. Pesquisa na internet. Acesso em 21/06/2012. Disponível em: <[http://www.labplan.ufsc.br/ftp/CESEE\\_2006/Modulo\\_III/Apostilas/Apostila\\_PRSEE\\_P1\\_2006.pdf](http://www.labplan.ufsc.br/ftp/CESEE_2006/Modulo_III/Apostilas/Apostila_PRSEE_P1_2006.pdf)>.
- 70 BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, v. 4, n. 3, p. 238–252, December 1962.
- 71 SILVA Jr, Ivo C.; CARNEIRO Jr, Sandoval; OLIVEIRA, Edimar J.; PEREIRA, José L. R.; GARCIA, Paulo A. N.; MARCATO, André L. M. Determinação da operação de unidades térmicas para o estudo de Unit Commitment através de uma análise de sensibilidade. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, sciELO, v. 17, p. 300 – 311, 09 2006. ISSN 0103-1759. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-17592006000300005&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-17592006000300005&nrm=iso)>.
- 72 DANTZIG, George Bernard. *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, 1963. (Rand Corporation Research Study). Acesso em 02/07/2012. Disponível em: <<http://www.rand.org/pubs/reports/R366.html>>.
- 73 Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS. *Séries Históricas de Vazões*. Novembro 2011. Pesquisa na internet. Acesso em 30/05/2012. Disponível em: <[http://www.ons.com.br/operacao/vazoes\\_naturais.aspx](http://www.ons.com.br/operacao/vazoes_naturais.aspx)>.
- 74 Câmara de Comercialização de Energia Elétrica - CCEE. *Download Deck de Preços*. Maio 2012. Pesquisa na internet. Acesso em 11/06/2012. Disponível em: <[http://www.ccee.org.br/portal/faces/pages\\_menu\\_header/biblioteca\\_virtual?tipo=Deck%20de%20Pre%C3%A7os&\\_afLoop=18723746315000&\\_afWindowMode=0&\\_afWindowId=fc06taq0q\\_85#%40%3F\\_afWindowId%3Dfc06taq0q\\_85%26\\_afLoop%3D18723746315000%26tipo%3DDeck%2Bde%2BPre%25C3%25A7os%26\\_afWindowMode%3D0%26\\_adf.ctrl-state%3Dfc06taq0q\\_113](http://www.ccee.org.br/portal/faces/pages_menu_header/biblioteca_virtual?tipo=Deck%20de%20Pre%C3%A7os&_afLoop=18723746315000&_afWindowMode=0&_afWindowId=fc06taq0q_85#%40%3F_afWindowId%3Dfc06taq0q_85%26_afLoop%3D18723746315000%26tipo%3DDeck%2Bde%2BPre%25C3%25A7os%26_afWindowMode%3D0%26_adf.ctrl-state%3Dfc06taq0q_113)>.

- 75 HIDALGO, Ieda Geriberto. *Ferramentas e Metodologia para Consolidação de Dados de Usinas Hidrelétricas Brasileiras*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, 2009.
- 76 MARCATO, André L. M.; YAGI MOROMISATO, German D.; PASSOS FILHO, João A.; SILVA Jr, Ivo C.; DIAS, Bruno H.; OLIVEIRA, Edimar J.; IUNG, Anderson M. Modelo não-linear para o cálculo da energia firme. In: *XLIII SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Ubatuba - SP. [S.l.: s.n.], 2011. p. 12.
- 77 HAYKIN, S. *Neural Networks - A Comprehensive Foundation*. [S.l.]: McMillan - New York, 2004.
- 78 KELMAN, Jerson; KELMAN, Rafael; PEREIRA, Mario V. F. Energia firme de sistemas hidrelétricos e usos múltiplos dos recursos hídricos. *Revista da Associação Brasileira de Recursos Hídricos - ABRH*, p. 9, 2003. Acesso em 30/06/2012. Disponível em: <<http://www.kelman.com.br/pdf/Energia%20firme%20de%20sistemas%20hidrel%C3%A9tricos%20e%20usos%20m%C3%BAltiplos%20dos%20recursos%20h%C3%ADdricos%20-%20ABRH.pdf>>.

## *APÊNDICE A – Dados das Usinas Hidrelétricas*

A Tabela 14 a seguir apresenta os dados das usinas hidrelétricas relativos aos casos teste. Os dados mostrados nessa Tabela e todos os demais dados, tais como Perda Hidráulica, Coeficientes dos Polinômios Cota-Volume, Vazão-Nível Jusante e Cota-Área, Coeficientes de Evaporação, etc. estão disponíveis em [74].

Tabela 14: Dados das Usinas Hidrelétricas Relativos aos Casos Teste.

USINA	CÓD.	VMIN ( $hm^3$ )	VMAX ( $hm^3$ )	QMIN ( $m^3/s$ )	$\rho^{ESP}$ ( $10^{-2}$ ) ( $MW/m^3/s/m$ )
CORUMBÁ IV	29	2.936,60	3.624,40	22	0,9123
CORUMBÁ III	203	709,00	972,00	27	0,9086
EMBORCAÇÃO	24	4.669,00	17.725,00	73	0,8731
NOVA PONTE	25	2.412,00	12.792,00	53	0,9223
MIRANDA	26	974,00	1.120,00	64	0,9117
CAPIM BRANCO 1	27	228,27	241,13	65	0,8829
CORUMBÁ I	30	470,00	1.500,00	74	0,8928
ITUMBIARA	31	4.573,00	17.027,00	261	0,8829
CACH. DOURADA	32	460,00	460,00	273	0,8730
SÃO SIMÃO	33	7.000,00	12.540,00	450	0,9025

sendo:

$V_{MIN}$  Volume mínimo da usina, em  $hm^3$ ;

$V_{MAX}$  Volume máximo da usina, em  $hm^3$ ;

$Q_{MIN}$  Vazão mínima obrigatória da usina, em  $m^3/s$ ; e

$\rho^{ESP}$  Produtibilidade específica da usina, em  $\frac{MW}{\frac{m^3/s}{m}}$ .

## *APÊNDICE B – Relação entre Energia Firme e Energia Assegurada*

Como foi escrito no Capítulo 1.1, a Energia Firme do sistema é o maior valor de energia que pode ser fornecido continuamente pelo sistema sem a ocorrência de déficits no caso de repetição das vazões registradas no histórico [11]. Um processo iterativo resumido para calcular a energia firme seria [53]:

**PASSO 1:** Definir um valor de energia firme inicial - EF;

**PASSO 2:** Simular a operação do sistema para atender à EF;

**PASSO 3:** Verificar se houve déficit ou não:

- Se houve déficit, diminuir EF e voltar ao PASSO 2;
- Se não houve déficit, aumentar EF e voltar ao PASSO 2;
- Se a tolerância foi atendida, o processo iterativo finalizou e EF é a Energia Firme do sistema.

Já no caso do cálculo da Energia Assegurada, que é o montante hipotético de energia que pode ser produzida pelo sistema admitindo-se um risco pré-fixado de 5% de déficit empregando-se 2.000 séries sintéticas de vazões afluentes [19], o processo iterativo resumido seria [53]:

**PASSO 1:** Definir um valor de energia assegurada inicial - EA;

**PASSO 2:** Simular a operação do sistema para atender continuamente à EA;

**PASSO 3:** Verificar se houve 5% dos anos simulados com déficit (2.000 séries sintéticas de vazões):

- Se o déficit for maior que 5%, diminuir EA e voltar ao PASSO 2;
- Se o déficit for menor que 5%, aumentar EA e voltar ao PASSO 2;
- Se a tolerância foi atendida, o processo iterativo finalizou e EA é a Energia Assegurada do sistema.

Desta forma, observa-se que a Energia Assegurada é uma versão probabilística da Energia Firme [78]. E, se na definição da Energia Firme existe um período crítico que corresponde ao intervalo em que os reservatórios partem cheios e são deplecionados até serem esvaziados, no caso da Energia Assegurada, tendo 5% de probabilidade de déficit, existiriam vários períodos críticos, definidos da mesma forma. Assim, uma definição de Energia Assegurada de uma usina seria dada como a sua geração média ao longo dos vários períodos críticos.

## *APÊNDICE C – Energia Assegurada por Usina Hidrelétrica*

A Tabela 15 a seguir apresenta os valores de energia assegurada por usina hidrelétrica vigente em 2004 [23]. Esses valores têm vigência até 31 de dezembro de 2014 [15]:

Tabela 15: Energia Assegurada por UHE

<i>UHE</i>	<i>MW</i> <sub>médio</sub>	<i>UHE</i>	<i>MW</i> <sub>médio</sub>
PASSO REAL	68	CACHOEIRINHA	23,2
JACUÍ	123	SÃO JOÃO	30,7
ITAÚBA	190	SALTO CAXIAS	605
D. FRANCISCA	78	G. P. SOUZA	109
PONTE DE PEDRA	131,6	SALTO PILÃO	104,4
PAI QUERÊ	186,6	A. A. LAYDNER	47
BARRA GRANDE	380,6	PIRAJU	42,5
CAMPOS NOVOS	377,9	CHAVANTES	172
MACHADINHO	529	L. N. GARCIA	55
ITÁ	720	CANOAS II	48
PASSO FUNDO	119	CANOAS I	57
MONJOLINHO	43,1	SÃO JERÔNIMO	165,5
MONTE CLARO	59	CAPIVARA	330
14 DE JULHO	50	TAQUARUÇU	201
QUEBRA QUEIXO	59,7	ROSANA	177
FOZ DO CHAPECÓ	432	OURINHOS	23,7
CASTRO ALVES	64	JAURU	66
SEGREDO	603	OLHO D'ÁGUA	26,1
G. B. MUNHOZ	576	CAÇU	42,9
STA. CLARA PR	69,6	B. COQUEIROS	57,3
FUNDÃO	65,8	ITAGUAÇU	82,9
SALTO SANTIAGO	723	SALTO	63,8
SALTO OSÓRIO	522	SLT. VERDINHO	58,2

Tabela 15: Energia Assegurada por UHE (continuação)

<i>UHE</i>	<i>MWmédio</i>	<i>UHE</i>	<i>MWmédio</i>
HENRY BORDEN	108	JAGUARI	14
ITUMIRIM	36,87	FUNIL	121
ESPORA	23,5	FONTES	104
BARRA BONITA	45	NILO PEÇANHA	335
A. S. LIMA	66	PEREIRA PASSOS	51
IBITINGA	74	PICADA	27
PROMISSÃO	104	SOBRAGI	38
NAVANHANDAVA	139	ILHA DOS POMBOS	115
I. SOLT. EQV	1949	ITAOCARA	110
JUPIÁ	886	BARRA DO BRAÚNA	22
SÃO DOMINGOS	36,9	ROSAL	30
PORTO PRIMAVERA	1017	BAÚ I	48,9
MANSO	92	CANDONGA	64,5
ITIQUEIRA I	42,19	GUILMAN-AMORIM	65,9
ITIQUEIRA II	65,09	SÁ CARVALHO	58
CAMARGOS	21	SALTO GRANDE	75
ITUTINGA	28	PORTO ESTRELA	55,8
FUNIL-GRANDE	89	BAGUARI	85,1
FURNAS	598	AIMORÉS	172
M. DE MORAES	295	MASCARENHAS	103,1
JAGUARA	336	STA. CLARA MG	28,1
IGARAPAVA	136	IRAPÉ	206,3
VOLTA GRANDE	229	MURTA	58
PORTO COLÔMBIA	185	ITAPEBI	196,5
CACONDE	33	TRÊS MARIAS	239
E. DA CUNHA	49	QUEIMADO	58
A. S. OLIVEIRA	15	SOBRADINHO	531
MARIMBONDO	726	ITAPARICA	959
ÁGUA VERMELHA	746	COMP. PAF-MOX	2225
SERRA DO FACÃO	182,4	XINGÓ	2139
EMBORCAÇÃO	497	BOA ESPERANÇA	143
CORUMBÁ III	50,9	PEDRA DO CAVALO	56,4
NOVA PONTE	276	LAJEADO	510,1
CORUMBÁ IV	76	COUTO MAGALH.	90,3
MIRANDA	202	SÃO SALVADOR	147,8
CAPIM BRANCO 1	155	SERRA DA MESA	671
CAPIM BRANCO 2	131	PEIXE ANGICAL	271
CORUMBÁ I	209	SANTA ISABEL	532,7
ITUMBIARA	1015	ESTREITO TOC.	584,9
CACH. DOURADA	415	TUCURUÍ 1/2.	4140
SÃO SIMÃO	1281	CANA BRAVA	273,5
PARAIBUNA	50	GUAPORÉ	60,2
SANTA BRANCA	32	CURUÁ-UNA	24