

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Letícia Freitas Fernandes

Pensamento proporcional nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Juiz de Fora (MG)

2024

Letícia Freitas Fernandes

Pensamento proporcional nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Dr. Professor Amarildo Melchiades da Silva

Juiz de Fora (MG)

2024

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Fernandes, Leticia Freitas.

Pensamento proporcional nos anos iniciais do Ensino Fundamental / Leticia Freitas Fernandes. -- 2024.
91 f.

Orientador: Amarildo Melchiades da Silva

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2024.

1. Educação Matemática. 2. Modelo dos Campos Semânticos. 3. Ensino e Aprendizagem. 4. Pensamento Proporcional. 5. Ensino Fundamental I. I. Silva, Amarildo Melchiades da, orient. II. Título.

LETÍCIA FREITAS FERNANDES**Pensamento Proporcional nos anos iniciais do Ensino Fundamental**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 28 de setembro de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Alexandre Kruger Zocolotti - Membro externo
Instituto Federal do Espírito Santo

Profa. Dra. Rosana de Oliveira - Membro interno
Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 27/09/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Amarildo Melchiades da Silva, Professor(a)**, em 11/10/2024, às 20:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Krüger Zocolotti, Usuário Externo**, em 16/10/2024, às 09:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rosana de Oliveira, Usuário Externo**, em 19/10/2024, às 18:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2008828** e o código CRC **F27AC0FF**.

Aos meus professores e familiares...

AGRADECIMENTOS

A Deus e à Nossa Senhora, por me ajudarem a vencer todos os obstáculos que surgiram ao longo desta caminhada. Também por me dar forças e coragem nos momentos em que pensei em desistir pelo cansaço e pelos problemas do dia a dia.

À minha família, principalmente à minha filha, que, mesmo com toda a ausência ao longo deste processo, me deu todo apoio necessário para continuar.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e a todos os professores e professoras, pela oportunidade e pelo privilégio de nos proporcionar tantos momentos de aprendizagem.

Ao grupo de estudo denominado Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática (NIDEEM – UFJF), um espaço acolhedor de troca de saberes e experiências.

Deixo também um agradecimento especial ao meu orientador, Prof. Dr. Amarildo Melchades da Silva, pois sem ele este trabalho não seria possível. Gostaria de agradecê-lo por todo incentivo, aprendizado e paciência ao longo deste período.

A teoria só faz sentido quando deixa de ser uma mera formalidade e passa a nos ajudar a ver o mundo com mais clareza do que víamos anteriormente (Lins, 2020. p. 19).

RESUMO

Esta pesquisa objetiva investigar a introdução do Pensamento Proporcional para alunos dos anos iniciais como parte da sua formação matemática e analisar a produção de um conjunto de tarefas, referenciadas teoricamente, para o ensino de temas sobre proporcionalidade como parte do projeto de educá-los matematicamente. O estudo caracteriza-se como uma abordagem qualitativa de investigação, utilizando a pesquisa bibliográfica na busca pelo desenvolvimento do produto educacional. O referencial teórico adotado no estudo e na produção das tarefas foi o Modelo dos Campos Semânticos e aspectos da Teoria Histórico-Cultural. Como um dos resultados da pesquisa, foi produzido um produto educacional caracterizado por uma sequência didática para aplicação nas salas de aula do Ensino Fundamental I.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelo dos Campos Semânticos. Ensino e Aprendizagem. Pensamento Proporcional. Ensino Fundamental I.

ABSTRACT

The purpose of this research was to introduce Proportional Thinking to students in the early years as part of their mathematical training and aimed to investigate the production of a set of tasks, theoretically referenced, for teaching themes about proportionality as part of the project educate them mathematically. The study is characterized as a qualitative research approach using bibliographical research in the search for the development of the educational product. The theoretical framework adopted in the study and production of the tasks was the Semantic Fields Model and aspects of Historical-Cultural Theory. As one of the results of the research, an educational product was produced characterized by a didactic sequence for application in Elementary School I classrooms.

Keywords: Mathematics Education. Semantic Fields Model. Teaching and Learning. Proportional thinking. Elementary Education I.

LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DM	Dissertação de Mestrado
MCS	Modelo dos Campos Semânticos
NIDEEN	Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática
PE	Produto Educacional
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Atividade 1 do livro didático Vida Criança - página 80	23
Figura 2 – Atividade 5 do livro didático Vida Criança - página 81	24
Figura 3 – Atividade 4 do livro didático Vida Criança - página 127	25
Figura 4 – Atividade 10 do livro didático Vida Criança - página 133	26
Figura 5 – O problema do suco de laranja, baseado em Noelting (1980)	35
Figura 6 – O problema do bolo de chocolate e baunilha, baseado em Spinillo e Bryant (1999)	36
Figura 7 – Dividindo uma pizza	37
Figura 8 – Tarefa 1	52
Figura 9 – A família desenhada por Ana	54
Figura 10 – A família desenhada por Luiz	55
Figura 11 – A família desenhada por Luiza	56
Figura 12 – A família desenhada por Kaio	57
Figura 13 – A família desenhada por Bia	58
Figura 14 – A família desenhada por Lara	59
Figura 15 – A família desenhada por Lucca	60
Figura 16 – Tarefa 1: Teste piloto	62
Figura 17 – A fotografia	63
Figura 18 – Diferenças de tamanhos	64
Figura 19 – Tarefa “Observando as alturas”	65
Figura 20 – Tarefa “Observação”	67
Figura 21 – O Menino Alto	68
Figura 22 – Tarefa “Dobro”	69
Figura 23 – Tarefa “O que a palavra dobro significa para você”	71
Figura 24 – Tarefa “Triplo”	72

Figura 25 – Tarefa “O que a palavra triplo significa para você”	73
Figura 26 – Parte V	74
Figura 27 – Tarefa 2: “A Minhoca e a Coruja”	76

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Artigos com o tema Pensamento Proporcional	34
---	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	PENSAMENTO PROPORCIONAL	17
2.1	O QUE É PENSAMENTO PROPORCIONAL?	17
2.2	O PENSAMENTO PROPORCIONAL NOS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS	21
3	REVISÃO DA LITERATURA	32
4	REFERENCIAL TEÓRICO E PROBLEMA DE PESQUISA	40
4.1	O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS	40
4.2	O PROBLEMA DE PESQUISA	46
5	METODOLOGIA	47
5.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA	47
5.2	DESIGN DAS TAREFAS E TOMADAS DE DECISÃO	48
5.3	A PRODUÇÃO DAS TAREFAS	52
5.3.1	Aplicação do teste piloto	53
5.3.1.1	<i>Momento 1: A conversa sobre o desenho</i>	53
5.3.1.2	<i>Momento 2: A construção do desenho</i>	54
6	AS TAREFAS: CONCEPÇÕES E OBJETIVOS PARA A SALA DE AULA	21
6.1	APRESENTAÇÃO DAS TAREFAS	62
6.1.1	Segundo momento: a fotografia	63
6.1.2	Terceiro momento: construção coletiva do cartaz	63
6.1.3	Quarto momento: Observação	64
6.1.4	Quinto momento: A noção de dobro	68
6.1.5	Sexto momento: A noção de triplo	72
6.1.6	Sétimo momento: Produção de significado	74
6.1.6.1	<i>Primeiro momento</i>	77
6.1.6.2	<i>Segundo momento</i>	77

6.1.6.3	<i>Terceiro momento</i>	80
6.1.6.4	<i>Quarto momento</i>	81
6.1.6.5	<i>Quinto momento</i>	82
6.2	O PRODUTO EDUCACIONAL	83
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
	REFERÊNCIAS	87
	ANEXO A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	89

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho é um subprojeto de pesquisa que integra o Programa de Investigação intitulado *Programa Linsiano de Investigação* em homenagem ao educador matemático Romulo Campos Lins (1955-2017) e faz parte do macroprojeto de pesquisa intitulado *Educação Matemática Escolar no Século XXI: a formação de estudantes e professores da Educação Básica*, desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

Nosso subprojeto/trabalho se insere na vertente do referido projeto de pesquisa na frente de investigação que tem como objetivo elaborar um *design* para o currículo da matemática escolar no Ensino Fundamental para os anos iniciais.

A proposta tanto do programa de investigação como do projeto de pesquisa envolve um currículo de Matemática para a Educação Básica em modos de pensar, isto é, em modos de produção de significados para a matemática escolar. Entre esses modos de pensar está o Pensamento Proporcional, o qual caracterizaremos ao longo da dissertação. Neste empreendimento, nosso objetivo estará centrado na fase em que surgem, nos anos iniciais, as primeiras noções do processo de pensar proporcionalmente.

Essa ideia de currículo se coloca em oposição a um currículo baseado em conteúdos matemáticos como no ensino da matemática tradicional e nas perspectivas que fundamentam o ensino da matemática a partir de habilidades e competências conforme proposto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

O anteprojeto deste trabalho surgiu durante as aulas da disciplina denominada Pensamento Comparativo em Matemática, cursada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), e no âmbito das discussões do grupo de pesquisa denominado Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática (NIDEEM/UFJF). A partir dos estudos e pesquisas desenvolvidos, foram promovidos questionamentos e reflexões sobre as demandas da sala de aula.

Durante as reuniões do grupo de pesquisa do NIDEEM, ao compartilhar experiências das nossas vivências da sala de aula e das demandas dos nossos alunos, concluímos ser relevante focar nosso trabalho nessa temática. As discussões permitiram perceber a relevância do tema no processo de formação dos estudantes

na Educação Básica, quer seja pela sua importância em diferentes áreas do conhecimento e, em particular, para a matemática escolar.

O meu¹ interesse em desenvolver uma pesquisa junto aos anos iniciais está diretamente relacionado à minha formação e atuação profissional. Sou graduada em Pedagogia pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), tendo concluído a faculdade no ano de 2018. Logo no início da minha atuação, pude perceber a necessidade de investir na minha formação. Dessa forma, iniciei a Especialização em Ensino de Ciências e Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, também na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Este aprofundamento foi importante para a minha formação acadêmica, porém ainda sentia falta de uma formação mais sólida, que me preparasse de verdade para o chão da sala de aula, que conseguisse alinhar teoria e prática. Foi a partir dessa necessidade que busquei o Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFJF.

Esta dissertação está dividida, a partir da introdução em tela, em sete capítulos. No segundo capítulo, analisamos alguns estudos de referência acerca do Pensamento Proporcional e discutimos a abordagem feita por livros didáticos sobre o tema.

No terceiro capítulo, apresentamos uma revisão da literatura no tocante aos estudos desenvolvidos sobre o tema de acordo com as delimitações relativas ao nosso interesse de pesquisa.

No quarto capítulo, trazemos nosso referencial teórico, bem como o problema de pesquisa e a proposta de produto educacional fruto de nossa investigação

No quinto capítulo, detalhamos a metodologia de pesquisa e os procedimentos metodológicos que orientarão todo o estudo e a produção de um conjunto de tarefas.

No sexto capítulo, apresentamos as tarefas e o produto educacional.

Por fim, no sétimo e último capítulo, apresentamos a conclusão de uma proposta de continuidade da pesquisa.

¹ Faz-se oportuno esclarecer que, embora se tenha optado nesta pesquisa pela voz de discurso representada pelo plural impessoal, converterei a escrita para a 1ª pessoa do singular quando houver referência à minha trajetória profissional, bem como a aspectos da pesquisa que registrem maior grau de pessoalidade.

2 PENSAMENTO PROPORCIONAL

Neste capítulo, além de apresentar caracterizações para o Pensamento Proporcional, também discutimos o desenvolvimento desse pensamento, bem como suas consequências para a formação matemática dos estudantes, a partir da visão dos pesquisadores em Educação Matemática.

2.1 O QUE É PENSAMENTO PROPORCIONAL?

Nesta seção, apresentamos algumas caracterizações acerca do que é o pensamento proporcional segundo o entendimento de diferentes educadores(as) matemáticos(as), o que nos ajudará a entender a importância deste assunto para a formação matemática dos estudantes na matemática escolar ao longo da educação básica.

Para tanto, iniciamos trazendo a caracterização do Pensamento Proporcional proposto por Lins e Gimenez (1997):

Chamamos de pensamento proporcional aquele que corresponde a uma estrutura de comparação entre partes ou entre todos, ou entre as partes em um todo, ou como um esquema instrumental que resolve algumas situações especiais de comparação em forma multiplicativa e não aditiva (Lins; Gimenez, 1997, p. 52).

Assim, os referidos autores caracterizam o “Pensamento Proporcional” como uma forma de pensar que envolve a comparação de quantidades de maneira multiplicativa em vez de aditiva. Isso implica uma produção de significados que compara partes de um todo entre si ou com o todo, utilizando uma lógica de proporção.

Lins e Gimenez (1997) concluem que o Pensamento Proporcional está geralmente relacionado às operações de multiplicação e divisão. Eles trazem que o “esquema instrumental” em situações de proporcionalidade utiliza quatro técnicas fundamentais: redução à unidade, modelagem proporcional, modelagem fracionária e modelagem algébrica. Por exemplo, se 6 balas custam 15 moedas, a redução à unidade determina que uma bala custa 2,5 moedas, e 10 balas custam 25 moedas. Utilizando a modelagem proporcional, pode-se identificar que a proporção de 6 para 10 é equivalente à de 15 para o valor desconhecido, que é 25 moedas. Por meio de

modelagem fracionária, o problema é reduzido a uma equivalência com um termo desconhecido, que deve ser 25.

Essas técnicas utilizadas ajudam a solucionar problemas de proporcionalidade de maneira estruturada, de forma eficiente. Porém, é essencial que o aluno saiba como aplicá-la dentro e fora da escola.

A caracterização feita por Lins e Gimenez (1997) nos leva a refletir sobre a importância e a necessidade de começar a ensinar o Pensamento Proporcional ainda nos anos iniciais e discutir como este tema vem sendo abordado nas escolas e de que forma ele deveria ser ensinado.

Destarte, desenvolver o Pensamento Proporcional ainda no Ensino Fundamental I é essencial para ampliar o raciocínio matemático dos alunos. É crucial que esse ensino seja ofertado desde os primeiros anos de escolarização.

A caracterização proposta pelo educador matemático estadunidense Van de Walle (2009), além de confirmar, introduz um elemento na caracterização anterior quando sugere que os pensadores proporcionais possuem um senso de covariação. A covariação refere-se à capacidade de perceber e compreender como duas quantidades variam em conjunto. Quando uma quantidade muda, a outra também muda de uma maneira previsível e proporcional. Dessa forma, o autor destaca o senso de covariação como característica fundamental do Pensamento Proporcional.

Nas palavras de Van de Walle (2009, p. 382), o Pensamento Proporcional é uma pedra fundamental para o currículo:

O pensamento proporcional é desenvolvido por atividades que envolvem comparar e determinar a equivalência de razões e resolver proporções em uma ampla variedade de contextos e situações baseadas em resolução de problemas sem recurso a regras ou fórmulas.

Portanto, segundo o autor, o Pensamento Proporcional não é apenas uma habilidade matemática simples, mas uma forma de raciocínio que envolve conhecimentos complexos das inter-relações e das mudanças paralelas entre diferentes quantidades.

Na ótica de Van de Walle (2009, p. 384), “[...] O raciocínio proporcional é difícil de definir em uma ou duas frases simples. Não é algo que você possa fazer ou não. É um processo tanto qualitativo como quantitativo”. Ou seja, que o aluno adquira ao

longo da sua vida, com conhecimentos de dentro e de fora da escola, partindo das suas vivências.

O autor tem a preocupação em trazer exemplos de como levar o Pensamento Proporcional para a sala de aula de maneira clara, simples e objetiva. Com foco na compreensão do aluno, tenta desmistificar a matemática que foi ensinada durante anos nas escolas, o que também é o objetivo central desta pesquisa, assim como do programa.

Portanto, não construímos o pensamento proporcional a partir de um conhecimento empírico, que parte das experiências das pessoas, mas sim que precisamos do conhecimento científico sistematizado para atingir este raciocínio, sendo que o ensino pode ter um efeito positivo nesse sentido. Van de Walle (2009) destaca que o aluno precisa de uma média de três anos de ensino valiosos para desenvolver adequadamente o raciocínio proporcional e começar a pensar proporcionalmente.

Ademais, observa que “[...] O uso prematuro de regras encoraja os estudantes a aplicá-las sem pensar e, desse modo, a habilidade de raciocinar proporcionalmente geralmente não se desenvolve” (Van de Walle, 2009, p. 384). Dessa forma, existe a necessidade de um trabalho estruturado e com estratégias de ensino bem elaboradas que construam o Pensamento Proporcional para que comece a ser desenvolvido a partir dos primeiros anos de escolarização.

Nesse sentido, temos também a caracterização trazida por Lamon (2012), que, usando o termo raciocínio proporcional, afirma:

[...] o raciocínio proporcional se refere à capacidade de aumentar e diminuir a escala em situações apropriadas e de fornecer justificativas para afirmações feitas sobre relacionamentos em situações que envolvem proporções diretas simples e proporções inversas (Lamon, 2012, p. 3).

A pesquisadora sugere ainda que o raciocínio proporcional se refere a compreender e explicar como e por que as quantidades se relacionam de forma proporcional em diversos contextos, argumentando que o aluno que está pensando proporcionalmente saberá explicar as operações que realizou, não simplesmente apenas resolver mecanicamente um problema.

Lamon (2012) chama a atenção para um fato importante acerca da população estadunidense quando observa que mais da metade da população adulta não pode

ser considerada como possuidora de Pensamento Proporcional. A partir dessa observação, Van de Walle (2009, p. 384) comenta: “[...] Isso indica que as habilidades e hábitos de raciocínio proporcionais não são adquiridos automaticamente com o crescimento”.

Assim, o Pensamento Proporcional é mais bem desenvolvido através de práticas educacionais que envolvem a resolução de problemas em diferentes contextos, focando na compreensão dos conceitos em vez da aplicação de fórmulas fixas, trabalhando com os alunos de forma mecanizada.

Por outro lado, para Post, Behr e Lesh (1995, p. 90), “[...] o raciocínio com proporções abarca um espectro mais complexo de faculdades cognitivas”. Os autores sugerem que o raciocínio com proporções envolve habilidades cognitivas complexas. Isso significa que pensar proporcionalmente não é apenas uma questão de realizar cálculos matemáticos simples, mas exige uma série de faculdades mentais que serão desenvolvidas no decorrer da vida através de diferentes estímulos que devem ser sistematizados.

Por sua vez, Spinillo (1997, p. 41-42) faz a seguinte ponderação:

O Pensamento Proporcional refere-se basicamente à habilidade em estabelecer relações. Para definir as relações de primeira e segunda ordem a autora utilizou em seu artigo vários exemplos fáceis, exemplo: As relações de primeira ordem seriam aquelas entre o espaço ocupado por água e o espaço vazio em cada recipiente. A relação de segunda ordem consistia em comparar as relações água/espaço vazio em cada recipiente.

Ainda a esse respeito, a pesquisadora observa:

A importância do conceito de proporção justifica esforços nesta direção, pois, o pensamento proporcional consolida o conhecimento matemático do ensino elementar; e, ao mesmo tempo, forma o alicerce para aquisição complexas futuras como probabilidade, porcentagem e álgebra, por exemplo. Na realidade, funções, variáveis, gráficos de equações lineares e vetores são a formalização de representações de relações proporcionais (Spinillo, 2003, p. 40).

Em resumo, podemos concluir que o Pensamento Proporcional não é fruto do avanço da idade e provém de experiência em diferentes contextos. Assim, observamos que há um consenso entre pesquisadores e pesquisadoras em educação matemática que, independentemente de suas perspectivas teóricas, entendem que

desenvolver o Pensamento Proporcional desde cedo não só fortalece o entendimento matemático básico, mas também prepara os alunos para enfrentar desafios mais complexos e aplicar seus aprendizados de maneira significativa em diversas áreas do conhecimento. Além disso, concordam que o caminho para isso não passa por ensinar apenas métodos e técnicas de resolução de problemas.

2.2 O PENSAMENTO PROPORCIONAL NOS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS

Nesta seção, analisamos um livro didático quanto ao tema Pensamento Proporcional e o desenvolvimento de tarefas proposta para esse tema.

A escolha pela análise de um livro deve-se ao fato de que a maioria dos livros didáticos segue um formato linear e padronizado. Portanto, ao examinar um único livro didático, estamos, na verdade, analisando uma estrutura padrão presente em muitos outros livros. Não podemos deixar de destacar que o livro didático tem um papel político. Segundo Imenes e Lellis (2005, p. 6), “[...] Atribuimos um papel político ao livro didático, ao entender que o mesmo é instrumento valioso para implementação de novas orientações curriculares”.

Assim, a análise do livro didático foi baseada no referencial teórico do Modelo dos Campos Semânticos e da psicologia soviética. A escolha do material se deu pelo ano de publicação, sendo a obra que foi trabalhada no 4º ano² do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação João XXIII na disciplina de matemática no ano de 2023, onde a autora desta dissertação atuou como docente. Não pretendemos com essa análise entrar na parte política, já que não é objetivo deste trabalho aprofundar-se nesse parâmetro.

Porém, cabe ressaltar que o tema pensamento proporcional está incluído no 4º ano do ensino fundamental na Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

Unidade Temática - números. Objetos de conhecimento - Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida - Habilidade - (EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e

² A identificação das séries escolares do Ensino Fundamental mencionadas no texto será grafada dessa forma em toda a dissertação.

proporcionalidade) utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos) [...] (Brasil, 2018, p. 291, grifos no original).

Ao analisarmos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), fica evidente que o tema “Pensamento Proporcional” é mencionado de forma limitada, aparecendo em apenas uma habilidade ao longo de todo o 4º ano do Ensino Fundamental anos iniciais. Isso indica que a BNCC aborda o ensino do Pensamento Proporcional de maneira superficial, sem dar a devida importância a um tema tão imprescindível. O conceito do Pensamento Proporcional é fundamental em diversos aspectos da matemática, sendo essencial para a resolução de problemas em muitas áreas do conhecimento. Além disso, por se tratar de um tema complexo, os alunos enfrentam dificuldades para compreendê-lo adequadamente. Sendo assim, a proporcionalidade merece uma abordagem mais adequada e consistente ao longo de todo currículo escolar. Spinillo (2003) destaca que é reconhecida a importância e a complexidade do conceito de proporção, bem como as dificuldades dos alunos em desenvolver uma compreensão apropriada do conceito.

Quanto ao livro, optamos por analisar as tarefas que envolvam o pensamento proporcional. Em nossas análises, o objetivo era verificar se estas favoreciam a produção de significados por parte dos alunos. Dessa forma, para que interlocutores o livro didático está falando, ou seja, em que direção? Para quem está falando? Por último, buscamos averiguar as possíveis contribuições que o livro didático pode trazer para a construção do raciocínio lógico matemático do aluno para pensar proporcionalmente.

Para identificar as tarefas a serem analisadas, inicialmente, foi realizada uma busca usando as palavras-chave: “pensamento proporcional” e “proporcionalidade”. Foi encontrada na unidade 5 e 7 a palavra “proporcionalidade”:

- Perímetro e proporcionalidade (p. 127) (Andrade, 2021, p. XVI).
- Reconhecer os diferentes significados da multiplicação: adição de parcelas iguais, organização retangular, proporcionalidade e quantidade de possibilidades (Andrade, 2021, p. 77).

No segundo momento, foram analisadas as demais atividades do livro didático, porém atividades relacionadas ao tema Pensamento Proporcional estão somente nas unidades 5 – multiplicação e na unidade 7 – medidas.

O livro, por ser uma versão para o professor, contém algumas orientações ao longo das suas unidades temáticas. Em relação à proporcionalidade, na unidade 5 – multiplicação –, traz o seguinte comentário:

[...] uma das maiores dificuldades dos professores é o fato de não compreenderem realmente o que se busca com o uso do campo multiplicativo. É preciso ter clareza de que trabalhar nessa linha é oferecer oportunidades de estabelecer mais relações matemáticas com as mesmas operações que são trabalhadas no ensino tradicional. Primeiro, o professor deve saber quais delas podem ser trabalhadas nas séries iniciais – a proporcionalidade (direta e inversa), a organização espacial e a combinatória. Quanto mais amplo for o conhecimento do professor sobre esses conceitos, maior facilidade ele terá para reconhecer os tipos de problema [...] (Andrade, 2021, p. 79, grifo no original).

Quanto às atividades, na **Unidade 5** do livro didático, o Pensamento Proporcional é usado como estratégia para o aluno compreender a multiplicação através da adição, ou seja, traz atividades de adição para o aluno converter em multiplicação. Na Figura 1 a seguir, trazemos a **Atividade 1** apresentada:

Figura 1 – Atividade 1 do livro didático Vida Criança - página 80



1. Complete os itens.

a. $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = \underline{20}$

b. $3 \times 0 = 0 + 0 + 0 = \underline{0}$

c. $\underline{5} \times \underline{7} = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = \underline{35}$

d. $5 \times \underline{0} = \underline{0} + \underline{0} + \underline{0} + \underline{0} + \underline{0} = 0$

e. $\underline{7} \times \underline{6} = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = \underline{42}$

Fonte: Andrade (2021, p. 80).

Na Figura 1, temos uma atividade multiplicativa que demanda pouco do aluno. Em seguida, há um exercício que aborda a proporcionalidade, usada para compreender conceitos como dobro e triplo. No entanto, entre essas atividades, existe uma lacuna, especialmente entre o exemplo e a questão 5, que também envolve proporcionalidade. O livro poderia explorar o tema, trazendo atividades mais desafiadoras para o aluno.

Além disso, a obra apresenta orientações para o professor na unidade 5, que são seguidas pelas atividades mencionadas. No entanto, ao analisar as orientações, percebemos que elas não correspondem adequadamente às atividades propostas, deixando a desejar na aplicação prática do conteúdo:

As ideias de dobro e de triplo são exploradas **na atividade 5**. Avalie a necessidade de retomar esse assunto em outras atividades, caso os alunos não se recordem imediatamente dessas noções. As atividades que envolvem a ideia de proporcionalidade são importantes nesta etapa da aprendizagem, pois esse conceito é fundamental em muitas situações cotidianas e de aplicação prática. Se achar conveniente, explore também a ideia de quádruplo com os alunos (Andrade, 2021, p. 81, grifo no original).

Por sua vez, a Figura 2 traz a **Atividade 5** apresentada:

Figura 2 – Atividade 5 do livro didático Vida Criança - página 81

5. Sofia tem a quantia representada ao lado.

a. Valéria tem o dobro da quantia de Sofia e Tatiane tem o triplo. Quantos reais Valéria tem? E Tatiane?



$2 \times 8 = 16$
Valéria tem R\$ 16,00.

$3 \times 8 = 24$
Tatiane tem R\$ 24,00.

Dica: Para calcular o **dobro** de uma quantidade, basta multiplicá-la por 2. Para calcular o **triplo**, basta multiplicá-la por 3.

b. Quantos reais têm, ao todo, as três meninas?

$16 + 24 + 8 = 48$

As três meninas têm, ao todo, R\$ 48,00.

Oitenta e um **81**

Fonte: Andrade (2021, p. 80).

O tema proporcionalidade também é usado na **Unidade 7 - medidas**. Em determinadas tarefas, o livro traz orientações para serem aplicadas em atividades, segue abaixo os exemplos para análise: “[...] **Na atividade 4**, verifique se os alunos utilizam a régua corretamente para medir o comprimento dos lados da representação do quadro e se realizam a multiplicação envolvendo a ideia de *proporcionalidade* para obter as medidas reais” (Andrade, 2021, p. 127). A Figura 3 a seguir traz a **Atividade 4** apresentada:

Figura 3 – Atividade 4 do livro didático Vida Criança - página 127

 **4.** Observe ao lado o quadro que Raul Garcia pintou.

a. Sabendo que, nesta representação, cada 1 cm equivale a 20 cm na realidade, utilize uma régua para determinar a medida do comprimento e da largura reais deste quadro.

Comprimento: 120 cm; largura: 80 cm.



Lírio, de Raul Garcia. Óleo sobre tela, 2008. Coleção particular.

b. Calcule a medida do perímetro desse quadro em seu tamanho real.

$120 + 120 + 80 + 80 = 400$

A medida do perímetro é 400 cm.

Cento e vinte e sete 127

Fonte: Andrade (2021, p. 80).

Neste trecho, podemos observar que, em comparação com as atividades anteriores do livro, que abordavam a proporcionalidade através de multiplicações como dobro e triplo, o exercício em questão muda abruptamente de assunto. Isso pode trazer dificuldade para a compreensão do aluno, que provavelmente se sentirá despreparado ao tentar resolver atividades como essa, já que o conteúdo trabalhado não foi introduzido nas atividades e nem nos exemplos anteriores do livro. Como o

tema principal é proporcionalidade, seria mais adequado que a atividade mantivesse a continuidade, explorando o conceito de diversas formas com tarefas disparadoras nas quais o aluno produziria significados que fossem também mais próximos da realidade de uma criança do quarto ano.

Mais adiante, é apresentada no livro a **Atividade 10** com a seguinte descrição:

A atividade 10 trabalha de modo informal a *proporcionalidade* no uso da escala do mapa para calcular a medida da distância, em linha reta, entre dois municípios do estado de Sergipe. Embora esse assunto seja trabalhado formalmente nos anos finais do Ensino Fundamental, a escala está presente no cotidiano e é usada para representar mapas, plantas baixas de imóveis e para a redução de figuras ou representação de elementos que, nas medidas reais, não caberiam em uma folha de papel (Andrade, 2021, p. 133, grifo no original).

Tal como nos exemplos anteriores, a Figura 4 a seguir traz a **Atividade 10** apresentada:

Figura 4 – Atividade 10 do livro didático Vida Criança - página 133

10. Maurício faz transportes semanais de Aracaju, no estado de Sergipe, para três municípios do mesmo estado. Veja no mapa a medida da distância, em linha reta, entre essas localidades.



Nesse mapa, cada centímetro corresponde a 12 km na realidade. Realize as medições necessárias com a régua. Depois, calcule e escreva a medida da distância aproximada em linha reta entre Aracaju e:

- Itabaiana. 48 km
 - Estância. 60 km
 - Tobias Barreto. 108 km
- Cento e trinta e três 133**

Fonte: Andrade (2021, p. 80).

Na atividade 10, a mesma abordagem da atividade anterior é utilizada, usando a régua para medir proporções por meio da multiplicação. No entanto, considerando

que a questão é destinada a uma turma de quarto ano, ela pode não despertar o interesse da criança pelo tema. Ademais, a estrutura da tarefa apresenta um nível de complexidade que, didaticamente, não corresponde ao preparo dos alunos, tendo como base as atividades anteriores apresentadas pelo livro.

Portanto, as atividades destacadas constituem exercícios que, segundo as orientações que o referido livro didático traz para os professores, teriam como objetivo principal ensinar a ideia de proporcionalidade para os estudantes. São tarefas que deveriam auxiliar o aluno na construção da estrutura do Pensamento Proporcional, ajudando-o no raciocínio matemático assim como o todo.

As tarefas propostas não trazem a ideia de proporção, como parte-todo e parte-parte, nem citam a ideia de grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Conforme atesta Spinillo (1997), as crianças, desde os 6 anos, possuem noções iniciais sobre proporção, sendo capazes de estabelecer relações de segunda ordem quando as relações de primeira ordem são acessíveis à sua compreensão (parte-parte).

O livro didático estudado trabalha de modo informal a proporcionalidade, introduzindo uma ideia muito básica e limitada do tema em questão. Assim, tais atividades não são desafiadoras para os alunos, as questões já estão dadas e acabadas. Cabe ao aluno responder dentro de um modelo de matemática puro que pouco exige do seu raciocínio, sendo extremamente escassas tarefas com o pensamento proporcional. Lins e Gimenez (1997) ressaltam que talvez as escolas estejam pensando demasiadamente em trazer conceitos prontos e acabados e se esquecendo da vivência de seus alunos. Na percepção de Lins e Silva (2020, p. 26), a escola deve ampliar suas discussões, “[...] levando-nos a ver o papel da educação fora dos muros da escola”.

Pensando nas vivências desse aluno, Vigotskii³ destaca o seguinte aspecto:

Tomemos como ponto de partida o fato de que a aprendizagem da criança começa muito antes da aprendizagem escolar. A aprendizagem escolar nunca parte do zero. Toda a aprendizagem da criança na escola tem uma pré-história (Vigotskii, 2006, p. 109).

³ Na dissertação, o nome Vigotski aparece escrito de várias formas por seguir as referências dos livros utilizados em cada citação.

Nesse sentido, Lins e Silva (2020, p. 24) defendem que as crianças devem fazer parte e entender para que e por que estão aprendendo certos conceitos. Ou seja, o processo deve ser discutido, o que, segundo os autores, acrescenta uma etapa que costumam chamar de crítica ou reflexiva ao ensino e à aprendizagem.

Portanto, partindo das premissas do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), foi possível observar que, com relação ao conteúdo proposto ao longo do capítulo, são poucos os esforços envolvendo o tema para que o aluno comece a desenvolver o raciocínio proporcional que o leve a produzir significado para tais conceitos.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), este tema começa a ser sistematizado a partir do 4º ano do Ensino Fundamental. Portanto, não é objeto de estudos nos anos anteriores. Sendo assim, na atual estrutura da educação, conforme a BNCC, somente no 4º ano o discente tem contato com este tipo de conteúdo. Essa realidade, segundo o Modelo dos Campos Semânticos, compromete a produção de significado do aluno, já que é essencial para a aprendizagem do aluno estudar o Pensamento Proporcional desde o começo do Ensino Fundamental.

Por sua vez, Spinillo (1997, p. 40), seguindo outra tradição teórica, ressalta que, “[...] em educação, proporção é a base para compreensão de conceitos diversos”.

A estrutura do livro atende ao modelo de educação vigente. Assim, temos uma configuração de livro didático que é estruturada para o matemático, ou seja, a criança aprende a matemática do matemático. Portanto, o livro não fala na direção do estudante, ele fala na direção do matemático, atendendo ao sistema, e não ao aluno.

Assim, destacamos que o livro didático analisado nesta pesquisa pode levar um conhecimento limitado para o discente, não ampliando seus conhecimentos e nem o desafiando. Para Lins e Silva (2020, p. 26), “[...] Essa atitude parece estar ligada, em grande parte, a certas rotinas de sala de aula, que privilegiam a apresentação de técnicas seguidas de exercícios nos quais essas técnicas devem ser aplicadas.

Leontiev *et al.* (2003) contribuem nessa direção ao observar o seguinte aspecto:

O ensino nas nossas escolas não pode limitar-se apenas a transmitir ao discípulo determinados conhecimentos, a formar um mínimo de aptidões e de hábitos. A sua tarefa é desenvolver o pensamento dos alunos, a sua capacidade de analisar e generalizar os fenômenos da realidade, de raciocinar corretamente; numa palavra, desenvolver “no todo” as suas faculdades mentais (Leontiev *et al.*, 2003. p. 25, grifo no original).

De acordo com nossa leitura a partir da perspectiva presente no MCS, as atividades da obra analisada, dentro do tema Pensamento Proporcional, não permitem que a criança produza significados nas tarefas propostas. Ou seja, não contribuem para a sua aprendizagem ao não permitir falar a partir daquele texto (Lins; Silva, 2020). Logo, não impulsionam o aprendizado, já que, segundo a teoria histórico-cultural de Lev Vigotski, a atividade não atua na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) do aluno:

Dito isto, não é necessário sublinhar que a característica essencial da aprendizagem é que engendra a área de desenvolvimento potencial, ou seja, que faz nascer, estimula e ativa na criança um grupo de processos internos de desenvolvimento no âmbito das inter-relações com outros, que, na continuação, são absorvidos pelo curso interior de desenvolvimento e se convertem em aquisições internas da criança (Vigotskii, 2006, p. 115).

Assim, segundo o MCS, a criança muitas vezes não produz significados para as tarefas, o que se constitui em um resíduo de enunciação apenas. Ela, então, consegue, no máximo, apenas reproduzir o que foi ensinado mecanicamente, de forma que, se o professor fizer qualquer alteração na tarefa proposta, o aluno provavelmente apresentará dificuldades para resolvê-la. Ou seja, ele não aprendeu a matéria, apenas está reproduzindo mecanicamente o que lhe foi passado, seu processo de produção de significado fica sendo um simples resíduo de enunciação.

Recordamos que Lins (2012) observou também que “[...] produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto”. E, ainda como decorrência, dizer que objeto é “[...] aquilo para que se produz significado” (Silva, 2022, p. 89).

Dessa forma, observamos que as tarefas estão ligadas a ideias básicas de proporcionalidade usando a multiplicação e adição, bem como às ideias de medida e comparação, não trabalhando outros conceitos fundamentais relacionados ao tema que são cruciais para seu desenvolvimento.

Na nossa opinião, o tema Pensamento Proporcional não foi explorado pelo livro com a devida importância que deveria ter para o desenvolvimento do raciocínio da criança. O que analisamos são atividades introdutórias ao tema, isto é, atividades pontuais para cumprir o currículo, pouco exploradas e rápidas, que não concedem tempo para a criança produzir significado. Também merece destaque o fato de que

estamos analisando um livro do 4º ano do Ensino Fundamental. Ou seja, a temática em questão poderia ser explorada com a devida importância.

Outro aspecto observado é que as atividades apresentadas na obra estudada e analisadas nesta pesquisa trazem a proposta de exercícios formais/padrão, que não fazem parte da vivência de todos os alunos, ficando muitas vezes longe da sua realidade, o que pode dificultar o processo de produção de significado dos conteúdos pelos estudantes:

Cada matéria escolar tem uma relação própria com o curso do desenvolvimento da criança, relação que muda com a passagem da criança de uma etapa para outra, isto obriga a examinar de novo todo o problema das disciplinas formais, ou seja, do papel e da importância de cada matéria no posterior desenvolvimento psicointelectual geral da criança. Semelhante questão não pode esquematizar-se numa fórmula única, mas permite compreender melhor como são vastos os objetivos de uma investigação experimental extensa e variada (Leontiev, 2003, p. 17).

Outro ponto importante é que o livro didático pesquisado não trabalha com a criatividade da criança, o que inclui as suas vivências prévias à escola:

Há aqui, portanto, duas idéias que deveriam ser levadas em conta pelos educadores, mormente os responsáveis pela elaboração das propostas curriculares: a de que a imaginação criativa é passível de desenvolvimento e a de que guarda estreita relação com a riqueza de experiências e conhecimentos previamente adquiridos pela pessoa (Moysés, 1997, p. 44).

Por fim, gostaríamos de destacar a importância de um trabalho sistemático que leve a criança a situações de aprendizagem com tarefas que desenvolvam o Pensamento Proporcional ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois essa iniciativa pode representar um avanço na educação dos discentes:

Vale salientar que em termos cognitivos o questionamento e a correção, por parte de quem ensina, desempenham um relevante papel na aprendizagem. Conhecendo a zona de desenvolvimento proximal do aluno, o professor bem preparado saberá fazer as perguntas que irão provocar o desequilíbrio na sua estrutura cognitiva fazendo-a avançar no sentido de uma nova e mais elaborada reestruturação (Moysés, 1997, p. 37).

Dessa forma, o programa Linsiano busca dar um novo significado para as tarefas que atualmente estão sendo desenvolvidas dentro das escolas. Começando nos anos iniciais com o tema Pensamento Proporcional, mais do que dar um novo significado à matemática dos anos iniciais, o que pretendemos é buscar exercícios desafiadores para o aluno, que valorizem suas capacidades intelectuais, e assim possamos desenvolver atividades que façam sentido para o estudante e busquem desenvolver seu raciocínio lógico-matemático.

O livro didático pode auxiliar o professor nas atividades desenvolvidas em sala, porém ele deve ir além, não limitando seu trabalho apenas a esse material.

Esta análise foi pautada no tema Pensamento Proporcional nos anos iniciais a partir da análise de um livro didático. Gostaríamos de destacar que serão realizadas outras avaliações e análises a partir desta visando ao objetivo principal deste trabalho, que é a reestruturação curricular da matemática. Sendo assim, a produção de tarefas significativas, contextualizadas e que levem o aluno a desenvolver o seu raciocínio matemático, produzindo significado para essas tarefas, é de suma importância para o desenvolvimento deste programa.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, apresentamos pesquisas desenvolvidas acerca do Pensamento Proporcional nos anos iniciais que trouxeram informações relevantes para o desenvolvimento de nosso estudo. No entanto, nossa busca não foi aleatória e partiu de algumas tomadas de decisão de cunho metodológico que podem ser descritas da seguinte maneira:

- (i) Levamos em consideração que nosso referencial teórico é o Modelo dos Campos Semânticos, que toma alguns pressupostos da Teoria Histórico-Cultural. Portanto, procuramos por pesquisas que tinham alinhamento teórico com nossos pressupostos;
- (ii) Não delimitamos um período específico para a busca das pesquisas desenvolvidas;
- (iii) Focamos nosso interesse em dissertações e teses das áreas de Educação Matemática e Educação, tanto em programas profissionais quanto acadêmicos; e também em livros nos quais identificamos resultados de pesquisas sobre o tema (alguns deles ligados à Psicologia Cognitiva);
- (iv) Nosso interesse tem como foco a discussão do Pensamento Proporcional e na sua interseção com o pensamento aritmético e algébrico. Com isso, queremos sugerir ainda que o Pensamento Proporcional possua interseção com o pensamento geométrico e estatístico, por exemplo, mas não nos debruçaremos sobre esse aspecto;
- (v) As palavras-chave para a nossa busca foram: ensino e aprendizagem, razão, proporção e matemática escolar anos iniciais.

A característica do nosso projeto, que envolve pesquisa e desenvolvimento de um produto educacional, nos leva a incluir na busca não apenas pesquisas que nos apresentem informações teóricas, mas que também contenham atividades que possam nos auxiliar na produção de novas tarefas para a sala de aula.

A busca por trabalhos e estudos na área se deu pelas principais plataformas de pesquisa, quais sejam: Google Acadêmico, SciELO e Portal Capes.

Durante o rastreamento nas três plataformas citadas, começamos a busca por palavras-chave mais genéricas, tais como “ensino e aprendizagem”. A pesquisa feita remeteu um grande número de trabalhos relacionados ao tema, mas que tratavam de assuntos educacionais mais gerais. Por esse motivo, grande parte fugia do tema central. Então, ao delimitar as palavras-chave, como “razão”, “proporção” e “matemática escolar anos iniciais”, os resultados foram um pouco mais específicos, porém alguns mais focados em formação de professores e outros que versavam sobre o Pensamento Proporcional no Ensino Fundamental anos finais ou Ensino Médio.

Nesse esmiuçar, a busca retornou uma tese cujo assunto tinha conexão com Pensamento Proporcional. Após essa verificação, ampliamos as buscas e incluímos artigos científicos, de modo que foram localizadas pesquisas relacionadas ao tema com foco no modelo piagetiano ligadas ao Modelo dos Campos Conceituais de Vergnaud. Essas correspondem a três artigos específicos do tema, que foram encontrados repetidamente nas três plataformas pesquisadas. No total, nove artigos específicos sobre Pensamento Proporcional nos anos iniciais foram localizados, sendo que esses textos foram encontrados na plataforma CAPES e no Google Acadêmico.

Vejamos a seguir o quadro que apresenta a relação dos artigos encontrados. Ressaltamos que, no que se refere a teses e dissertações, não localizamos na nossa busca nenhuma pesquisa com a temática Pensamento Proporcional no Ensino Fundamental I:

Quadro 1 – Artigos com o tema Pensamento Proporcional

TÍTULO	ANO	AUTOR	MATERIAL
Noções iniciais das crianças sobre probabilidade	1995	Alina Galvão Spinillo	ARTIGO
Proporção nas séries iniciais do primeiro grau	1997	Alina Galvão Spinillo	ARTIGO
Razões e Proporções na Vida Diária e na Escola	1997	Analúcia Dias Schliemann David William Carraher	ARTIGO
Ensinando Proporção a Crianças: Alternativas Pedagógicas em Sala de Aula	2003	Alina Galvão Spinillo	ARTIGO
Atividades Investigativas Autênticas para o Ensino de Razão e Proporção na Formação de Professores de Matemática para os Níveis Elementar e Médio.	2008	David Ben-Chaim Bat- Sheva Ilany Yaffa Keret	ARTIGO
Resolução de Problemas: O Pensamento matemático neles manifestados.	2013	Adriana Camejo da Silva Aroma Mariana Ibanez Carvalho	ARTIGO
Estratégias de resolução de situação problema de modelagem matemática e o pensamento proporcional: um estudo com estudantes de pedagogia	2020	Morgana Scheller Danusa de Lara Bonotto	ARTIGO
O raciocínio proporcional através da resolução de problemas: uma experiência de formação com professores que atuam nos anos iniciais	2022	Silvia Rocha Falvo Rosineide Sousa Jucá	ARTIGO
Modelagem Matemática nos Anos Iniciais no Contexto Remoto: uma análise do Raciocínio Proporcional	2022	Maria do Carmo Cardoso Bezerra, Nágela Martins, Adriana Helena Borssoi, Karina Alessandra Pessoa da Silva	ARTIGO

Fonte: Elaborado pela autora.

O Quadro 1 mostra os artigos encontrados nas três plataformas de pesquisa, trazendo o título e subtítulo do artigo, o ano de publicação, os(as) autores(as), e o tipo de material encontrado. Em todos os casos, temos artigos científicos que foram publicados em revistas científicas. Dissertações, teses e, conseqüentemente, produtos educacionais não foram localizados em nossa busca.

Em uma visão mais geral, “Pensamento Proporcional nos anos iniciais” não corresponde a um tema frequente nas pesquisas acadêmicas, principalmente quando o referencial teórico é o Modelo dos Campos Semânticos.

Dentre os artigos científicos pesquisados, foram selecionados três textos que atendem aos critérios mencionados.

Nesse sentido, destacamos que o objetivo desta pesquisa é discutir o Pensamento Proporcional nos anos iniciais a partir das contribuições do Modelo dos Campos Semânticos.

A partir das buscas, foram analisadas as partes teóricas tratadas nos estudos, assim como as tarefas relacionadas ao tema. O artigo de Spinillo (2003), *Ensinando Proporção a Crianças: alternativas pedagógicas em sala de aula*, traz em seu estudo diversos exemplos de tarefas para serem trabalhadas em sala de aula nos anos iniciais. Atividades com foco no modelo dos campos conceituais, mas que, com adaptações na forma de operar, podem ser significativas para os alunos.

A seguir, apresentamos dois exemplos de tarefas extraídas de Spinillo (2003):

Exemplo 1:

No quadro, é colocada a figura. Duas jarras são apresentadas: Jarra 1 preparada com 3 copos de suco de laranja e 5 copos de água; e a jarra 2 preparada com 3 copos de sucos de laranja e 3 de água. Qual das jarras tem gosto mais forte de laranja, ou ambas têm o mesmo gosto? (Spinillo, 2003, p. 25).

Figura 5 – O problema do suco de laranja, baseado em Noeiting (1980)

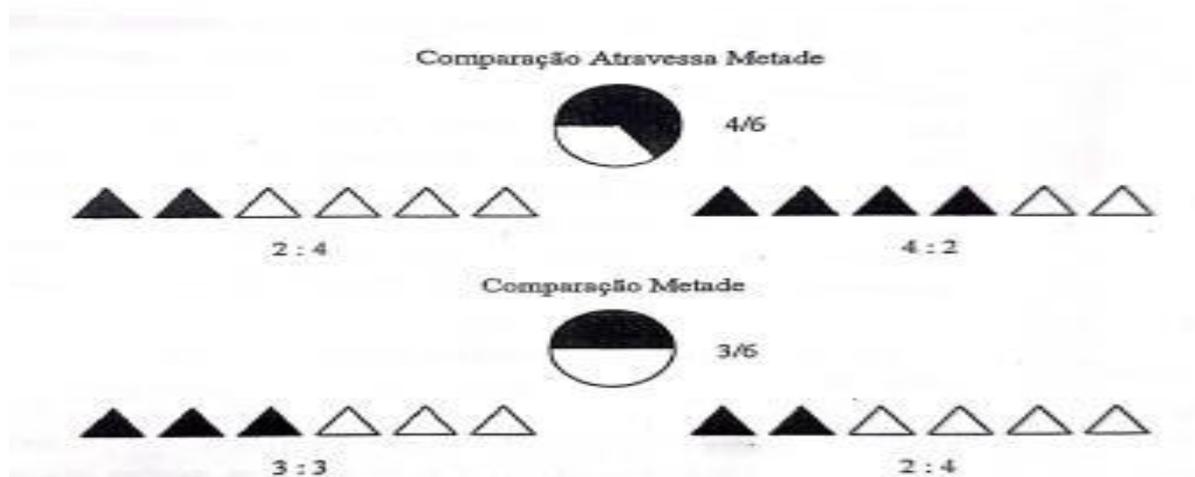


Fonte: Spinillo (2003) a partir de Noeiting (1980).

Exemplo 2:

No quadro, é colocada a figura. O círculo corresponde à foto de um bolo feito de chocolate (parte escura) e de baunilha (parte clara) antes de ter sido cortado em seis fatias. Qual dos dois conjuntos de fatias pertence à foto do bolo antes dele ter sido fatiado: o conjunto da esquerda ou o da direita? (Spinillo, 2003, p. 23)

Figura 6 – O problema do bolo de chocolate e baunilha, baseado em Spinillo e Bryant (1999)



Fonte: Spinillo (2003) a partir de Spinillo e Bryant (1999).

Os exemplos de atividades extraídos dos artigos de Spinillo (2003) trabalham com problemas relacionados ao pensamento proporcional sem utilizar cálculos numéricos, desenvolvidos para os anos iniciais do Ensino Fundamental, que têm “[...] como objetivo avaliar o raciocínio proporcional em crianças” (Spinillo, 2003, p. 23). A esse respeito, autora complementa:

Os exemplos discutidos no artigo apresentam uma prática de ensino conduzida em sala de aula voltada para o conceito de proporção com crianças de 2ª série do ensino fundamental. Apoiando-se em considerações teóricas e evidências empíricas derivadas de pesquisas na área, a experiência de ensino tomou por base o pressuposto de que a aprendizagem desempenha papel importante no desenvolvimento de formas mais elaboradas de raciocínio (Spinillo, 2003, p. 11).

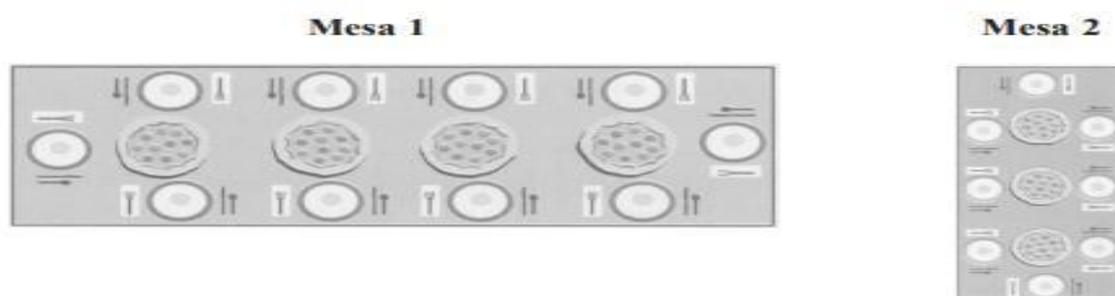
Na sequência, apresentamos outro exemplo de atividade, desta vez extraída de Ben-Chaim, Ilany e Keret (2008):

Exemplo 3:

Todo mês os amigos de Daniel encontram-se num restaurante para comer pizza. Daniel, como sempre, está atrasado, mas como seus amigos gostam muito dele, ficam esperando sua chegada. Eles reservaram para Daniel um lugar em cada uma das mesas (1 e 2) que o grupo de amigos ocupou no restaurante.

Finalmente, depois de um tempo, Daniel chegou e tinha que decidir em qual lugar sentar: ele deveria juntar-se aos amigos da mesa 1 (na qual havia 4 pizzas grandes e 9 pessoas) ou deveria sentar-se à mesa 2 (onde havia 3 pizzas grandes e 7 pessoas)? (Ben-Chaim; Ilany; Keret, 2008, p. 156, grifos no original).

Figura 7 – Dividindo uma pizza



Fonte: Ben-Chaim, Ilany e Keret (2008).

Esta atividade busca trabalhar o Pensamento Proporcional através do raciocínio. A questão propõe a resolução do problema pensando em qual mesa Daniel deve se sentar para comer mais fatias de pizza.

No próximo exemplo, apresentamos uma tarefa extraída do artigo *Razões e Proporções na Vida Diária e na Escola*, dos autores Analúcia Dias Schliemann e David William Carraher (1997).

Exemplo 4:

Pedro tem dois anos e João tem 10 anos. Qual será a idade de João quando Pedro tiver seis anos?

Idade de Pedro	Idade de João
1	9
2	10
3	11
4	12
5	13
6	X

Fonte: Schliemann e Carraher (1997, p. 17).

Neste caso, Schliemann e Carraher (1997, p. 17) trabalham com o Pensamento Proporcional, onde a relação entre duas variáveis é aditiva, seguindo o modelo de Vergnaude (1983), que utiliza o Modelo dos Campos Conceituais. Lembramos que o referencial teórico desta pesquisa é o “[...] Modelo dos Campos Semântico, caracterizado, por seu autor, como um modelo epistemológico em oposição aos modelos cognitivistas existentes na comunidade de Educação Matemática” (Silva, 2022, p. 13).

Assim, os exemplos apresentados são tarefas que, potencialmente, poderiam ser usadas em sala de aula para trabalhar com o Pensamento Proporcional. Porém, para atender às premissas do Modelo dos Campos Semânticos, precisam de adaptações.

Nesse sentido, destacamos que o Pensamento Proporcional pode ser sistematizado desde os primeiros anos do Ensino Fundamental para que a criança já comece a pensar proporcionalmente, produzindo significado para tarefas relacionadas ao tema. Nas palavras de Spinillo (2003, p. 12),

[...] é possível ensinar proporção em séries iniciais do ensino fundamental. Esta instrução, contudo, precisa voltar-se para as noções iniciais que as crianças possuem e para as habilidades que já dominam, ao invés da forte ênfase no uso do algoritmo, do simbolismo matemático e de cálculos numéricos precisos.

Em trabalho anterior, Spinillo (1997) já afirmava que as crianças são capazes de fazer julgamentos proporcionais desde os 6-7 anos. Devemos, portanto, observar suas potencialidades.

Portanto, Pensamento Proporcional nos anos iniciais ainda é um tema pouco discutido e pesquisado no âmbito da educação, ainda com um foco educacional nos anos finais do ensino fundamental e médio. Pesquisas como esta contribuem para mudar tais concepções educacionais que limitam o ensino.

No próximo capítulo, intitulado Referencial Teórico, tratamos do nosso posicionamento quanto ao tema apresentando o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) com a teoria Histórico-Cultural e o nosso problema de pesquisa.

4 REFERENCIAL TEÓRICO E PROBLEMA DE PESQUISA

Este capítulo é voltado à exposição dos nossos posicionamentos teóricos. Na primeira parte, apresentamos o Modelo dos Campos Semânticos, teorização utilizada para a leitura dos significados dos alunos. Na sequência, finalizamos apresentando nosso problema da pesquisa.

4.1 O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

O Modelo dos Campos Semânticos (MCS) é um modelo epistemológico proposto pelo educador matemático Romulo Campos Lins no qual o autor compartilhou pressupostos com a psicologia soviética, em particular com os trabalhos de Vygotsky e Leontiev.

Nossa escolha por este referencial teórico se deu pelo fato de que o pesquisador citado, ao longo de seus estudos, ter se preocupado em entender o que seus alunos estavam dizendo e por que estavam dizendo. Assim, “[...] Seu foco esteve em entender com que objetos os estudantes estavam pensando e operando no interior de uma atividade, por exemplo, de resolução de problemas, em que acontecia uma demanda de produção de significados” (Silva, 2022, p. 99).

Na gênese de sua pesquisa, o autor, ao propor seu modelo teórico, buscou compreender as seguintes questões: (i) o que é conhecimento?; (ii) como o conhecimento é produzido?; (iii) como é que conhecemos o que conhecemos? O que, desde sua origem, se constituiu como um modelo epistemológico na busca por entender essas questões de cunho epistemológico.

Dessa forma, o que é conhecimento segundo o MCS? De acordo com Lins (2012, p. 12), “[...] Um conhecimento consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo em que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como autorizado a dizer o que diz)”. Assim, os três aspectos chave para conhecimento, segundo o MCS, são: a crença, a afirmação e a justificação. Esclarecidos, segundo o autor, da seguinte forma:

Primeiro, a pessoa deve acreditar em algo para constituir parte de um conhecimento que ela/ele produz, e isso implica que ela/ele está ciente de manter essas crenças. Segundo, a única maneira de termos certeza dessa conscientização é se a pessoa afirma, e aqui estou usando o

termo “afirma” livremente, significando alguma forma de comunicação aceita por um interlocutor; não precisa ser de forma linguística. Terceiro, não é suficiente considerar o que a pessoa acredita e afirma, pois diferentes justificações com a mesma crença-afirmação correspondem a conhecimentos diferentes. Além disso, as justificações estão relacionadas ao que pode ser feito com os objetos que um conhecimento tem a ver; no caso da criança dizer que ‘ $2+3=5$ ’, por exemplo, ‘ $2+3$ ’ é o mesmo que ‘ $3+2$ ’, uma vez que o arranjo dos dedos não faz diferença. Do ponto de vista de uma justificação baseada na teoria dos conjuntos, arranjos espaciais não têm nada a ver com ‘2’ e ‘3’ ou com sua adição, às justificações, portanto, desempenham um papel duplo em relação ao conhecimento. Primeiro, elas estão realmente relacionadas à concessão do direito de conhecer, e essa concessão é sempre feita por um interlocutor para quem esse conhecimento está sendo enunciado. Segundo elas estão relacionadas à constituição de objetos (Lins *apud* Silva, 2022, p. 102, grifos no original).

Outra noção central no MCS é a de significado, entendido como “[...] tudo que o sujeito pode efetivamente dizer sobre o objeto no interior de uma atividade” (Lins *apud* Silva, 2022, p. 92), em que objeto é compreendido como “[...] coisas sobre as quais aquele estudante sabe dizer algo e diz (Silva, 2022, p. 133). Isso permite ao professor observar, no interior de uma atividade, os objetos que estão sendo constituídos e quais significados estão sendo produzidos para esse objeto. Ou seja, “[...] São os objetos que estruturam nossa cognição” (Silva, 2022, p. 134). O objeto não é estático, “[...] podem sofrer mudanças em sua constituição com o passar do tempo” (Silva, 2022, p. 134).

O aspecto central de toda cognição humana é a produção de significado. Em outras palavras, “[...] dizer que um sujeito produziu significado é dizer que ele produziu ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade” (Lins, 2004 *apud* Silva, 2022, p. 89). Silva (2022) ainda destaca que o aluno pode produzir significados matemáticos e não matemáticos, mas essas enunciações também são importantes para a produção de significado.

Outro aspecto que devemos destacar do MCS é que ele opera sem juízo de valor. Não estabelece algo certo ou errado, pois considera que toda operação realizada pelo sujeito partiu de uma lógica, algo que para o sujeito era válido dizer naquela atividade. Dessa forma, o MCS busca compreender as formas de pensar dos alunos, valorizando sua maneira de operar e, a partir disso, buscar novas produções de significado para determinada atividade:

Assim, em sua origem, o que estamos chamando de leitura positiva é uma oposição a esse ponto de vista de leitura do outro focado na falta e, desse modo, o objetivo da leitura proposta pelo MCS não é olhar para o erro quando as pessoas realizam uma tarefa, ou para o que lhes falta para resolvê-la corretamente; o foco do pesquisador, nesse momento, está em entender por que ele/ela disse o que disse ou, fez o que fez na tarefa, tomando como demanda de produção de significados. Com isso estamos também dizendo, como consequência, que leitura positiva não tem juízo de valor (Silva, 2022, p. 130).

Lins (2012) destaca que o modelo deve ser observado em ação, permitindo ao docente compreender como seus alunos estão operando. O autor traz a compreensão de que os significados que são produzidos revelam onde o sujeito está. Assim, após uma análise do professor, este poderá trabalhar outras formas de operar, buscando que o aluno alcance novas produções de significado, impulsionando seu aprendizado, já que tudo é um processo, não sendo estático.

Outra noção importante do MCS é a de processo comunicativo. A partir de indagações sobre o processo comunicativo, Lins (*apud* Silva, 2022) formula uma terceira explicação, que evitasse as limitações das duas outras posições anteriores sobre processo comunicativo:

A partir desta perspectiva, Lins formula uma nova proposta para o processo comunicativo cujos elementos constitutivos são: autor, texto e leitor. O autor é aquele que, no processo, produz a enunciação: um professor em uma aula expositivo-explicativa, um artista plástico expondo seus trabalhos ou um escritor apresentando sua obra. O leitor é aquele que, no processo, se propõe a produzir significado para o resíduo das enunciações como por exemplo, o aluno que, assistindo a uma aula expositiva e explicativa, busca entender o que o professor diz: um crítico de arte, que analisa a obra de um artista plástico; ou uma pessoa que, lendo um romance, busca entender a história do autor. Já o texto, é entendido como qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado [...] (Silva, 2022, p. 93).

Nesse sentido, “[...] Lins, então propõe que este ‘um leitor’ chamemos de interlocutor” (Lins, 2004 *apud* Silva, 2022, p. 94, grifo no original). Assim, o interlocutor deve ser identificado como sendo uma direção na qual o autor fala. Não com pessoas, com “rostos” com quem falamos, mas com modos de produzir significados:

O interlocutor é uma direção na qual se fala, quando falo na direção de um interlocutor porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo (Silva, 2022, p. 94).

Assim, Lins (*apud* Silva, 2022, p. 95) enxerga o interlocutor como um ser cognitivo, trazendo as noções de autor, texto e leitor, que compõem o processo comunicativo. O seguinte diagrama representa o processo de comunicação de acordo com o MCS:



O pontilhado na representação acima indica, segundo Lins (*apud* Silva, 2022, p. 95), que “[...] O autor tem a expectativa de que a enunciação venha a se constituir em um texto para algum leitor”.

Dessa forma, o referido pesquisador aponta que, “[...] na perspectiva do leitor, ele sempre constitui um autor, e é em relação ao que este ‘um autor’ diria que o leitor produz significado para o resíduo de enunciação, e que neste momento se constitui (ou transforma) em texto” (Silva, 2022, p. 96, grifo no original). Logo, o esquema ficaria da seguinte forma:



Poderíamos dizer que, em uma situação de diálogo entre duas pessoas, por exemplo, o processo assim ficaria: “[...] O autor produz uma enunciação para cujo resíduo um leitor produziria significados. O leitor, através de uma outra enunciação, constitui aquilo que um autor disse em um texto, produzindo uma nova enunciação na direção de um autor, e assim sucessivamente” (Silva, 2022, p. 96).

No novo esquema, Lins (*apud* Silva, 2022, p. 97) destaca a visão tradicional de comunicação como transmissão de uma mensagem do emissor ao receptor:



Logo, entendemos que o que ocorre na comunicação não passa de uma sensação psicológica. Para o MCS, o significado de algo está relacionado com que o LEITOR pode dizer e efetivamente diz sobre um objeto em uma determinada atividade, seja na fala, na escrita ou em gestos corporais dentro de um espaço comunicativo:

Assim, Silva destaca que no MCS a noção de comunicação é substituída pela noção de espaço comunicativo, que é um processo de interação no qual (dizer isto, para o MCS é redundante) interlocutores são compartilhados. Numa inversão conceitual, “comunicação” não corresponde mais a algo do tipo “duas pessoas falando uma para a outra” e sim a dois sujeitos cognitivos falando na direção de um mesmo interlocutor (Silva, 2022, p. 97, grifos no original).

A partir deste estudo, podemos destacar que a escola tradicional, que deveria ampliar a produção de significado do estudante, age na contramão dessa perspectiva, estreitando as aprendizagens e seu espaço comunicativo.

O MCS traz uma nova perspectiva na educação matemática, tornando possível a leitura do professor sobre as legitimidades que os discentes trazem para a sala de aula sem juízo de valor, sem apontar o certo ou o errado.

Lins (2012) também destaca que é importante o professor levar o aluno a pensar, com atividades desafiadoras, levando-o a elaborar hipóteses e diferentes soluções para a mesma tarefa, possibilitando novas produções de significado. Sendo assim, “[...] A interação possibilita a intervenção [...]. Nesse momento, os processos de ensino e de aprendizagem se tornam interdependentes e com grande possibilidade de efetivação.” (Silva, 2022, p. 120).

Destarte, as noções trazidas e esmiuçadas neste capítulo serão norteadoras na elaboração das tarefas, pois são formuladas a partir desses pressupostos teóricos.

As tarefas apresentadas nesta dissertação foram produzidas considerando os pressupostos teóricos do MCS de modo que, ao estimularem os estudantes a falar, possam ser lidas pelas noções-categorias de acordo com a produção de significado desses sujeitos. Nesse sentido, como observa Silva (2022),

[...] este caminho nos leva a saber o que esses sujeitos podem dizer de uma noção matemática ou para investigar os significados matemáticos ou não matemáticos que surgem a partir das ações enunciativas desses sujeitos; ou ainda, para investigar o próprio processo de produção de significado e sua dinâmica (Silva, 2022, p. 137).

Nosso objetivo foi elaborar tarefas com o intuito de que o pesquisador ou professor possa observar a maneira de operar do sujeito numa determinada atividade [...] “para que ele tenha que despender um esforço cognitivo para resolvê-la e, nessa expectativa, produzir significado a partir das situações” (Silva, 2022, p. 137).

O professor, ao aplicar as tarefas, pode desenvolver uma leitura a partir dos resíduos de enunciações dos seus alunos, que são a fala, os gestos e os desenhos do sujeito durante a realização das tarefas. Neste momento, as seguintes orientações metodológicas são sugeridas ao professor ou pesquisador de acordo com Silva (2022, p. 138):

- Dar voz aos participantes da pesquisa;
- Estimular a produção de significados;
- Desenvolver uma escuta ativa;
- Realizar uma leitura plausível e/ou positiva;
- Identificar, a partir da produção de significados dos sujeitos, evidências que ajudem na análise das dificuldades de aprendizagem (obstáculo e limite epistemológicos e de possível processo de impermeabilização que possam estar ocorrendo).

As tarefas que visam a identificar “[...] as dificuldades de aprendizagem de nossos alunos só podem ser identificadas e trabalhadas no sentido de removê-las a partir da interação, dando espaço para que digam o que sabem” (Silva, 2022, p. 125). Assim, essas tarefas focam em dar espaço para que o aluno participe da aula, para que ele possa falar o que está pensando. Dessa forma, o professor conseguirá fazer uma leitura fina e aprofundada na direção de entender o que nossos alunos estão dizendo o que estão dizendo, isto é, sua produção de significado. Portanto, “[...] o processo de ensino e de aprendizagem se tornam interdependentes e com grande possibilidade de efetivação” (Silva, 2022, p. 125).

As tarefas apresentadas têm como finalidade última a mudança do processo de ensino e a compreensão da aprendizagem observando o que acontece em sala de aula. É através delas que conseguiremos olhar a produção de significado dos nossos alunos para compreender suas dificuldades e seu potencial, buscando entender de que “lugar” o outro está falando sem juízo de valor. O objetivo com essas tarefas é

olhar a matemática com um outro olhar. Assim, podemos resumir a finalidade das nossas tarefas com a seguinte contribuição trazida por Silva (2022):

Lins chegou a concluir que ensinar é sugerir modos de produzir significados e aprender é internalizar modos legítimos de produção de significados. Dito em outras palavras, o que se aprende não são conteúdos, técnicas, regras, e sim a legitimidade de certos modos de produção de significados (Silva, 2022, p. 165).

4.2 O PROBLEMA DE PESQUISA

Nosso problema de pesquisa está definido em investigar a produção de um conjunto de tarefas, referenciadas teoricamente pelas premissas do MCS sobre temas relacionados ao pensamento proporcional como parte de educar matematicamente os estudantes do Ensino Fundamental I com a finalidade de introduzi-los neste modo de pensar.

Dizer que as tarefas se fundamentam nas premissas do MCS significa dizer que elas têm como proposta promover e potencializar a produção de significados a partir do conjunto de tarefas proposto.

Ademais, este conjunto de tarefas resultará em uma sequência didática que constituirá o produto educacional decorrente da pesquisa empreendida nesta dissertação.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentamos a caracterização do nosso estudo, bem como os procedimentos metodológicos que serão utilizados na pesquisa de campo, além da proposta de elaboração das tarefas que se constituirão em uma sequência didática.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Esta pesquisa caracteriza-se como uma abordagem qualitativa de investigação, cujas especificidades são definidas por Bogdan e Biklen (2013, p. 47-51):

(i) Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; (ii) A investigação qualitativa é descritiva; (iii) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produto; (iv) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; (v) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Em nossa investigação, não chegamos a fazer uma pesquisa de campo. Como procedimento de ação, realizamos um teste piloto para orientar a elaboração das tarefas a partir da produção da primeira tarefa.

O teste piloto ocorreu em uma escola pública da cidade de Juiz de Fora com a participação de 18 estudantes do 1º ano do Ensino Fundamental na faixa etária dos 7 anos de idade. A escolha pela escola e do ano escolar se deu em razão de a autora lecionar nesta escola como docente da turma.

Neste ponto, consideramos válido esclarecer que, como a turma na qual o teste piloto foi aplicado tem a pesquisadora-autora deste estudo como professora, por vezes usaremos como voz discursiva a primeira pessoa do singular no momento da apresentação dos dados dessa etapa da pesquisa, haja vista a experiência ter sido realizada direta e pessoalmente pela pesquisadora-autora.

Como instrumento de coleta de dados, utilizamos na primeira etapa das tarefas anotações em um diário de bordo. Posteriormente, os dados obtidos foram analisados observando a aplicação da tarefa e as anotações do diário de bordo, possibilitando uma reflexão mais fidedigna sobre a produção de significado dos participantes.

Quanto ao diário de bordo, trata-se de um caderno para as anotações, onde foi possível registrar as ações dos estudantes, assim como seus comportamentos, expressões, falas ou até mesmo as dificuldades encontradas para aplicação da referida tarefa.

Gostaríamos de destacar que, para a realização do teste piloto com garantia da ética de todo o processo, foi entregue para ciência e assinatura aos pais e responsáveis pelos estudantes o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que visa a esclarecer informações pertinentes à pesquisa e permite o uso dos registros desenvolvidos, além de garantir o sigilo da identidade dos envolvidos na pesquisa através de pseudônimos. Optamos por não realizar o registro com fotos dos alunos durante a aplicação da tarefa, justamente para preservar a imagem dos envolvidos e da escola onde foi realizado o estudo.

Como consequência de nossa pesquisa, desenvolvemos a proposta de um Produto Educacional, que resultou em uma sequência didática para os professores aplicarem com os alunos, apresentando um conjunto de tarefas sobre Pensamento Proporcional para estudantes do Ensino Fundamental anos iniciais, que visa a trabalhar as potencialidades dos alunos através das atividades elaboradas.

5.2 DESIGN DAS TAREFAS E TOMADAS DE DECISÃO

Conforme mencionamos, o propósito de nosso estudo foi desenvolver um conjunto de tarefas para alunos dos anos iniciais escolares. Assim, selecionamos como foco alunos do 2º ou 3º ano do Ensino Fundamental I.

A ideia era iniciar o processo de desenvolvimento do Pensamento Proporcional, o qual, segundo a proposta do Programa Linsiano, acontecerá a partir desse período até o final do Ensino Médio. No entanto, iniciamos com tarefas que discutem com os alunos as noções de *“maior do que”* e *“menor do que”* a fim de prepará-los para a discussão acerca do Pensamento Proporcional.

Considerando que os estudantes para os quais projetamos as tarefas nesta pesquisa estão em fase de alfabetização, tivemos que tomar nossa primeira decisão metodológica: usar o desenho como forma de representar, tornando-o uma forma de esses estudantes produzirem significados para proporcionalidade.

Essa decisão foi tomada a partir da experiência da pesquisadora-autora como docente nesta etapa do ensino. Destacamos que os estudantes, nessa fase de

formação geral, ainda estão em processo de desenvolvimento da leitura e da escrita, ou seja, ainda não dominam este sistema. Em relação à coordenação motora fina, estão também em processo de desenvolvimento e aprimoramento.

Ademais, desenhar é algo que os discentes adoram fazer. Assim, decidimos que o foco estaria em levá-los a desenhar como forma de estimular sua produção de significados de modo que eles sejam estimulados a iniciar no processo de pensar proporcionalmente, isto é, em situações que envolvam a noção de covariação.

Outra decisão metodológica é a opção pelo desenho da família por corresponder a algo próximo à realidade deles. Desde já, gostaríamos de destacar que, quando citamos família, não estamos aqui enfatizando um padrão preestabelecido constituído por pai, mãe e filhos, mas sim aquela família que cada um tem, independentemente de padrões.

Ainda sobre o desenho, a escolha se deu também pela facilidade da criança se identificar, já que, até este momento da vida, trata-se da figura com maior aproximação e interesse do mundo delas. Como lembra Vygotsky (2014, p. 101), “[...] as características dos quatro estágios de desenvolvimento dos desenhos infantis são mais nítidas nas representações da figura humana ou de um animal, que são os dois temas favoritos dos desenhos infantis”.

O desenho é uma das primeiras formas de comunicar do ser humano. Ainda na antiguidade, na época das cavernas, escrevíamos com tinta improvisada nas paredes das cavernas gravuras que até hoje são estudadas por grandes pesquisadores. Com as crianças, não é diferente. Logo na pré-escola, elas começam o seu processo de ensino e aprendizagem pelos desenhos. Neles, conseguimos trabalhar diversos aspectos, tais como a coordenação motora, cor, espaço, tempo e proporção, entre outros.

Quando trabalhamos com desenho, estamos falando também de proporção. Planejar, por exemplo, o tamanho da folha e o tamanho do desenho, ou seja, este tem que ser planejado para caber naquele espaço determinado. Além desse aspecto, quando pensamos no desenho especificamente, estamos pensando em proporção. Por exemplo, ao desenhar uma casa com algumas pessoas próximas à casa, planejamos que esta será maior, e as pessoas, conseqüentemente, menores, já que no desenho projetamos o mais próximo do real em uma escala proporcional.

Dessa forma, Vygotsky (2014) estudou as etapas do desenvolvimento do desenho da criança em relação à apropriação/construção desse desenho em quatro estágios, classificando essas etapas em:

- Estágio do esquema;
- Estágio da Forma e da linha;
- Representação Realista;
- Estágio da representação plástica.

Podemos considerar que os estudantes, participantes da pesquisa, estão no terceiro estágio, qual seja o de “Representação Realista”, o qual é caracterizado da seguinte forma segundo Vygotsky (2014, p. 100):

[...] da representação realista, na qual o esquema desaparece totalmente. O desenho tem agora a forma de uma silhueta ou contorno. A criança não dá ainda a ideia da perspectiva, a plasticidade do objeto, o objeto é desenhado no plano, mas, em geral, a criança o representa de modo semelhante à sua imagem real.

Oliveira (1997, p. 30) também estudou a noção de signos ou instrumentos psicológicos. Para a autora, “[...] na sua forma mais elementar, o signo é uma marca externa, que auxilia o homem em tarefas que exigem memória ou atenção”. Ademais, “[...] são formas de recorrer a signos que ampliam a capacidade do homem em sua ação no mundo”. Dessa forma, um estudante, ao elaborar um desenho sobre sua família, recorre a signos que assumem um papel crucial na forma como a criança expressa e organiza suas ideias em uma determinada atividade.

A construção do desenho não seria possível se a criança não tivesse memórias para acessar. Trabalhar com desenhos aproxima o estudante das suas vivências. Vigotskii (2006, p. 109) ressalta que “[...] a aprendizagem escolar nunca parte do zero e que toda aprendizagem da criança na escola tem uma pré-história”, [...] “sendo que o sujeito é constituído na e pela relação com a sua cultura, sendo ele próprio membro constituinte dessa cultura” (Silva, 2022, p. 67). Ainda a esse respeito, Silva (2022, p. 71) destaca o fato assinalado por Vigotski de “[...] que a aprendizagem e o desenvolvimento não são processos cujo primeiro contato se dá somente na idade escolar, mas estão ligados entre si desde os primeiros dias de vida”.

Portanto, as tarefas envolvendo desenhos foram planejadas observando esses aspectos centrais, sem perder de vista que a pesquisa foi desenvolvida para estudantes do Ensino Fundamental anos iniciais, sendo no caso específico desta dissertação voltada a crianças com idade média entre 7 e 8 anos, que acabaram de sair da educação infantil. Nesse contexto, o desenho é uma forma de acessar sua produção de significado, já que, a partir dessa tarefa, os estudantes conseguem falar sobre as atividades, e podemos trabalhar diretamente com a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) desses alunos, impulsionando seu aprendizado para constituir objeto sobre o Pensamento Proporcional, mais especificamente sobre dobro e triplo, maior que e menor que.

Outro aspecto central a ser ressaltado: trabalhar com Pensamento Proporcional por meio de desenhos sem envolver cálculo numérico é o ponto chave dessas tarefas. Não precisamos de tarefas com lista de exercícios intermináveis para que haja aprendizado. Spinillo (1997) ressalta que é possível trabalhar comparações entre parte-parte e parte-todo sem usar cálculo numérico e que as crianças entendem melhor a proporcionalidade quando é possível fazer comparações.

A terceira opção metodológica foi seguir as premissas do MCS, que entendem o desenho como uma maneira de produzir significados. Além disso, em nossa elaboração das tarefas, consideramos fortemente a maneira como os pesquisadores fazem a leitura epistemológica das ações enunciativas dos alunos e a perspectiva Linsiano de processo comunicativo.

Recordamos, como assinalam Silva e Lins (2020), que, quando uma pessoa se propõe a produzir significados para o resíduo de uma enunciação, observa-se, da perspectiva do MCS, o desencadeamento de um processo de produção de significado que envolve:

- 1) A constituição de objeto – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos que nos permitem observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos;
- 2) A formação de um núcleo: processo que envolve as estipulações locais, as operações e suas lógicas;
- 3) A fala na direção dos interlocutores;

4) “As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade” (Silva; Lins, 2012, p. 13)

É com essas noções e categorias que os pesquisadores e professores analisam a produção de significados de nossos estudantes. E foi considerando esses aspectos que as tarefas foram elaboradas.

5.3 A PRODUÇÃO DAS TAREFAS

Os estudos que vêm sendo desenvolvidos pelo grupo de pesquisadores ligados ao Programa Linsiano têm proposto o uso de tarefas para o ensino da matemática como opção a aulas expositivas e explicativas. Essas tarefas têm o propósito de estimular a produção de significados dos discentes e ser o instrumento de mediação entre o diálogo entre eles e com o professor.

A primeira tarefa é usualmente denominada tarefa disparadora por deflagrar o processo de produção de significados dos alunos. Ela possibilita que o estudante se expresse, indicando o que ele/ela pode dizer sobre o que lhes foi questionado.

Destarte, decidimos pela proposição da seguinte tarefa conforme disposto na Figura 8 a seguir:

Figura 8 – Tarefa 1 (teste piloto)

TAREFA 1

Faça um lindo desenho de uma família com seu bichinho de estimação.

Fonte: Elaborada pela autora.

Nossa expectativa era que a “Tarefa 1” nos indicasse o caminho na construção das tarefas subsequentes de modo que, quando a professora a propusesse aos alunos, solicitando-lhes que façam um desenho sobre o seu núcleo familiar, fosse possível observar se eles/elas possuem algum senso de proporcionalidade.

Assim, esperávamos que essa tarefa fosse desdobrada em várias subtarefas as quais denominamos “momentos” a partir da enunciação dos alunos, pois, em nossa

vivência em sala de aula, sabemos que crianças desta idade ainda possuem dificuldade com escalas. Por exemplo, em relação à altura das pessoas, ou em relação ao tamanho dos membros superiores e inferiores, bem como das mãos e dos pés.

Após a decisão de confecção, pareceu-nos oportuno um teste piloto para que pudéssemos dar continuidade à elaboração das outras tarefas que dariam continuidade à primeira.

Como apresentaremos na seção seguinte, o material coletado indicava a nossa expectativa inicial de que os alunos e as alunas ainda não faziam uma distinção entre a diferença de altura das pessoas, entre adultos e crianças, bem como entre crianças e o bichinho de estimação.

5.3.1 Aplicação do teste piloto

5.3.3.1 Momento 1: A conversa sobre o desenho

A aplicação da tarefa foi realizada em 01 de agosto de 2024. Inicialmente, apresentei⁴ às crianças a proposta do desenho, cuja finalidade era levar a refletir sobre a noção da proporcionalidade nos anos iniciais.

Em seguida, disse a elas que se tratava de um projeto de pesquisa da professora, e elas se mostraram dispostas a ajudar. Quando a proposta do desenho foi dita, a turma ficou bem animada, já que desenho para o 1º ano do Ensino Fundamental passa a ser algo esporádico em razão da quantidade de conteúdos do ano escolar.

Inicialmente, expliquei que se tratava de um desenho da família, que poderia ser a sua ou qualquer outra, pois o objetivo era não se prender a padrões, já que existem na turma diferentes constituições de família. Além disso, orientei que os alunos fizessem um desenho de um bichinho de estimação, e a turma ficou bem animada. Algumas crianças relataram que fariam o desenho de algum bichinho de estimação que já haviam tido ou que gostariam de ter. Também ficaram bem entusiasmadas com a possibilidade de usar canetinha hidrocor. Para esses alunos, que a usam pouco, trata-se de algo bastante interessante.

⁴ Conforme explicado no início da seção 5.1, usaremos como voz discursiva a primeira pessoa do singular nesta seção da pesquisa, haja vista que a turma na qual o teste piloto foi aplicado tem a pesquisadora-autora deste estudo como professora.

Assim, entreguei a folha e solicitei que eles colocassem a data e o nome. O nome seria apenas para controle da pesquisadora, já que seria trocado por pseudônimos como parte de preservar a identidade dos participantes da pesquisa.

5.3.1.2 Momento 2: A construção do desenho

Neste segundo momento, os estudantes iniciaram a construção do desenho. Coloquei-me a observar e a realizar algumas perguntas de acordo com a demanda do desenho, deixando os alunos à vontade para falar e contribuir com o processo.

Destarte, trazemos na Figura 9 a seguir o desenho feito pela aluna Ana:

Figura 9 – A família desenhada por Ana



Fonte: Arquivos da pesquisa.

Após observar o desenho de Ana, tive a seguinte interação com ela:

Professora: Ana, a mamãe está grávida?

[Perguntei quando observei que na barriga da mãe tinha um desenho de uma criança]

Ana: Não tia, é o meu irmão que vem me buscar todos os dias com ela.

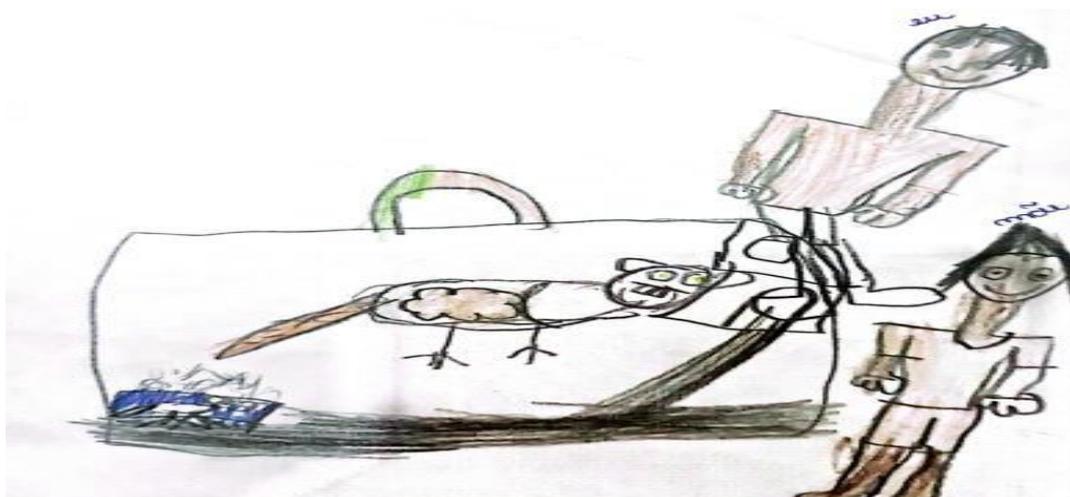
(Fonte: Arquivos da pesquisa da autora).

Comentário: O irmão de Ana deve ter aproximadamente 3 anos. No desenho, não existe proporcionalidade quanto ao tamanho do irmão. Portanto, Ana já consegue falar produzir algum tipo de significado sobre proporcionalidade, já que o pai e a mãe têm uma certa proporcionalidade. No caso da estudante, se agirmos na ZDP, conseguiremos que ela olhe nessa direção e produza significado.

Quando perguntei para Ana o que estava dentro da “mala”, ela me respondeu que era um gatinho. Explicou que ele estava dentro de uma caixa de presente e era um bichinho que ela gostaria de ter, mas ainda não tem.

A próxima ilustração traz, na Figura 10, o desenho feito pelo discente Luiz:

Figura 10 – A família desenhada por Luiz



(Fonte: Arquivos da pesquisa da autora).

Luiz desenhou a mãe e ele próprio, além de seu bichinho de estimação dentro de uma caixa de viagem.

Após observar o desenho de Luiz, perguntei a ele:

Professora: — *Quem é esta pessoa com você no desenho?*

Luiz: — *Minha mãe.*

Professora: — *A sua mãe é baixinha?*

Luiz: — *Não, ela é bem grande.*

(Fonte: Arquivos da pesquisa da autora).

Comentário: quando perguntei a Luiz a altura de sua mãe, procurei verificar em que direção ele estava falando. A princípio, pensei na possibilidade de ela ter a estatura mais baixa, tendo altura próxima à do estudante, porém este ainda não produziu significado para a proporcionalidade. Podemos concluir essa análise quando observamos o tamanho da mala e do cachorro. A proporcionalidade desses em relação ao tamanho de Luiz e da sua mãe não existe. Logo, o discente não produziu significado para esse conceito.

A ilustração seguinte traz o desenho feito pela estudante Luiza na Figura 11:

Figura 11 – A família desenhada por Luiza



Fonte: Arquivos da pesquisa da autora.

O desenho da Luiza foi o que mais chamou a atenção no teste piloto. A aluna desenhou a sua irmã de 18 anos menor do que ela própria, que tem 7 anos:

Após observar o desenho do Luiza, fiz a seguinte pergunta a ela:

Professora: — Luiza, quem é esta? [Apontando para o desenho]

Luiza: — É minha irmã.

Professora: — Ela é bebê?

Luiza: — Não, ela é minha irmã mais velha, ela tem 18 anos e já namora.

Fonte: Arquivos da pesquisa da autora.

Comentário: Luiza já produz significado de que sua irmã é mais velha. No entanto, em relação à altura, a aluna não conseguiu produzir significado quanto à proporcionalidade de altura entre elas.

Na próxima ilustração, apresentamos na Figura 12 o desenho feito pelo estudante Kaio:

Figura 12 – A família desenhada por Kaio



Fonte: Arquivos da pesquisa da autora.

Kaio torce pelo Flamengo. O discente externalizou no desenho a sua paixão pelo seu time. Todos do seu núcleo familiar estavam vestidos com as cores vermelha e preta. Mas, ao observar o desenho do aluno, percebi que sua mãe tem a mesma altura que ele.

Quando perguntei quem era ela, respondeu que era a sua mãe. Quando tentei verificar se ele produzia algum significado para a questão da altura da mãe, o estudante falou em outra direção, comentando sobre a roupa e explicando que ela não torce para o Flamengo. Kaio estava verbalizando rumo a outro direcionamento.

A próxima ilustração traz o desenho feito pela estudante Bia na Figura 13:

Figura 13 – A família desenhada por Bia



Fonte: Arquivos da pesquisa da autora.

Bia desenhou todos que moram na sua casa. Ao verificar seu desenho, notei que a estudante desenhou praticamente todos os membros da sua família com o mesmo tamanho. Apenas sua irmã caçula foi desenhada menor, já que é um bebê de aproximadamente 1 ano de idade.

Após observar o desenho da Bia, fiz a seguinte pergunta a ela:

Professora: — Bia quem é esta? Apontando para o desenho.

Bia: — É minha irmã

Professora: — Quantos anos ela tem?

Bia: — Ela é bebê, pequenininha, nem anda.

Professora: — Você sabe quantos aninhos ela tem?

Bia: — Não sei tia, mas ela ainda não fez aniversário de 1 aninho.

Comentário: Observei que, ao desenhar sua irmã caçula, Bia não produziu significado para a proporcionalidade. A estudante desenhou todos do seu núcleo familiar pequenos em relação ao cachorro, ficando desproporcional, porém é legítimo para ela falar da altura da irmã mais nova.

Na ilustração seguinte, temos o desenho feito pela estudante Lara na Figura 14:

Figura 14 – A família desenhada por Lara



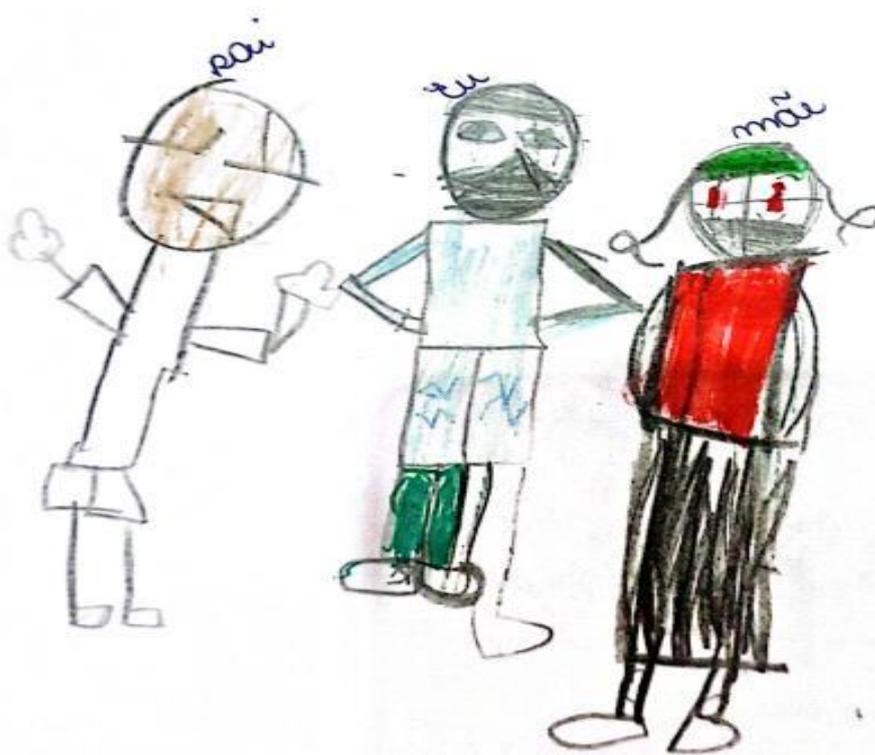
Fonte: Arquivos da pesquisa da autora.

Comentário: Numa primeira percepção da imagem, observei que Lara conseguiu produzir significado para a proporcionalidade para o seu núcleo familiar. Porém, ao analisar o desenho, verifiquei que não há proporcionalidade ao observar o

tamanho das pernas e dos braços. Dessa forma, a estudante produziu significado para a proporcionalidade em parte, sendo necessário continuar desenvolvendo o processo de ensino e aprendizagem.

Na Figura 15 a seguir, temos o desenho feito pelo estudante Lucca:

Figura 15 – A família desenhada por Lucca



Fonte: Arquivos da pesquisa da autora.

Lucca desenhou a sua família todos da mesma altura. Após observar o desenho do aluno, fiz a seguinte pergunta:

Professora: — Quem são estes no desenho?

Lucca: — É meu pai, minha mãe e eu

Professora: — Por que os olhos da sua mãe estão vermelhos?

Lucca: — Porque são todos super-heróis.

Professora: — Então por que estão todos da mesma altura?

Lucca: — Porque os super-heróis são grandes.

Fonte: Arquivos da pesquisa da autora.

Comentário: Neste caso, Lucca está falando em uma direção diferente do que esperávamos com a tarefa do desenho. Seriam necessárias outras tarefas para analisar se ele produziu ou não significado para a proporcionalidade. Nessa tarefa específica, o discente está no mundo da fantasia, onde tudo é possível.

Destarte, após a aplicação e análise do teste piloto, observamos que a Tarefa 1 veio confirmar nossa expectativa de trabalhar com desenho como tarefa disparadora. A partir dos desenhos produzidos pelos alunos, não observamos nenhum tipo de escala relativamente à diferença de altura entre seus familiares, assim como em relação aos membros (superiores e inferiores) do corpo.

Com esta análise, ficou claro para nós que a continuidade da Tarefa 1 deveria considerar, em primeiro plano, a discussão com os(as) alunos(as) a partir do desenho sobre a relação “maior do que” e “menor do que”, sugerindo que a turma observasse, no momento de fazer o desenho, que os pais eram maiores que as crianças e que os animais de estimação que os discentes apresentaram eram menores do que as crianças. Logo, deveriam levar isso em consideração ao desenhar.

Assim, quando os alunos internalizaram a comparação entre diferentes alturas e expressaram, na medida do possível, em seus desenhos, seria o momento de se iniciar a discussão sobre noções de proporcionalidade, tais como a relação entre o tamanho dos pés e de outros membros.

Logo, a partir daí, optamos por produzir tarefas que, na continuação, pudessem tratar da noção de dobro e de triplo.

Considerando esses aspectos, as tarefas seguintes que apresentaremos a seguir e que não foram aplicadas em sala de aula, foram formuladas.

Como será apresentado na sequência, produzimos duas tarefas, e cada uma delas foi dividida em momentos que pretendiam respeitar o tempo dos alunos na confecção dos desenhos na discussão com a turma e na internalização de novos modos de produção de significados propostos pelo(a) professor(a).

6 AS TAREFAS: CONCEPÇÕES E OBJETIVOS PARA A SALA DE AULA

Neste capítulo, apresentamos as duas tarefas propostas para uso em sala de aula do 2º ou 3º anos do Ensino Fundamental I.

Conforme mencionamos anteriormente, a Tarefa 1 (teste piloto), denominada disparadora do processo de produção de significados dos alunos, é assim enunciada:

Figura 16 – Tarefa 1: Teste piloto

TAREFA 1

Faça um lindo desenho de uma família com seu bichinho de estimação.

O objetivo com a referida tarefa é verificar se os estudantes tinham ou não noção de proporção e quais significados eles produziram, observando a altura dos familiares e como também a proporcionalidade em relação aos membros do corpo humano.

Sugerimos que esta atividade seja realizada individualmente para que os discentes possam se expressar livremente.

6.1 APRESENTAÇÃO DAS TAREFAS

Considerando nossa experiência com o teste piloto, para a aula seguinte, sugerimos que a professora peça que os alunos tragam fotografias de seus familiares, sendo que a docente deixará que os alunos apresentem as fotografias para a turma. Nesse momento, o ideal é que os estudantes falem e sejam provocados a falar sobre a altura dos familiares, mas sem pronunciar nada sobre dobro e triplo, focando nas noções de maior que é menor que. Por exemplo, fazer a pergunta “quem é maior na sua casa?”.

6.1.1 Segundo momento: a fotografia

Iniciamos esta seção com a apresentação da Figura 14 a seguir:

Figura 17 – A fotografia



Fonte: <https://br.freepik.com/vetores/quadro-familiar> .

Este segundo momento aconteceria após a tarefa do desenho da família. O(A) professor(a) pedirá para que os estudantes apresentem as suas fotografias para a turma. Nesse instante, questionará alguns aspectos das imagens, tais como: “quem é o menor da família?”, ainda sem falar em proporcionalidade, mas questionando quem é maior e quem é menor. Assim, o(a) docente terá a oportunidade de observar em que direção os estudantes estão falando.

No terceiro momento, propomos uma atividade em que os alunos irão construir um cartaz coletivo para expor no mural da escola com o objetivo de refletir sobre as diferenças de estatura entre as pessoas.

6.1.2 Terceiro momento: construção coletiva do cartaz

Em outro momento da aula, o(a) professor(a) disponibiliza revistas para que os alunos recortem imagens de pessoas de diferentes alturas. Essa atividade visa a promover uma reflexão sobre as variações de estatura entre os indivíduos, destacando a diversidade de alturas, com alguns sendo mais baixos e outros mais altos. Após os recortes, o(a) docente irá organizar um cartaz coletivo com os trabalhos da turma para ser exposto no mural da escola.

Uma sugestão é que o(a) professor(a) leve barbante a fim de criar uma linha vertical ao lado de cada imagem, permitindo que os estudantes visualizem claramente as diferenças de altura.

No quarto momento, sugerimos iniciar a aula com a leitura de um livro de literatura infantil para retomar o tema da aula anterior. Em seguida, os alunos começariam a refletir sobre o conceito de dobro por meio das tarefas propostas.

6.1.3 Quarto momento: Observação

Para abordar a noção de pessoas de diferentes alturas e retomar o assunto da aula anterior, o(a) professor (o) poderá iniciar a aula com a leitura deleite ⁵ do livro de literatura infantil: “Tamanhos”, escrito por Ruth Rocha e Anna Flora e publicado pela editora Melhoramentos. O livro retrata a história de um menino que compara a sua altura com a de seus familiares:

Figura 18 – Diferenças de tamanhos



Fonte: Rocha e Fora (2017).
Figura 19 – Tarefa “Observando as alturas”

⁵ A leitura deleite é um tipo de leitura feita por prazer. Sua essência está na apreciação do texto, na conexão com a narrativa e na experiência proporcionada pela leitura.

 Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Universidade Federal de Juiz de Fora



PARTE II

1. Lucas, de 6 anos, fez uma atividade na escola em que desenhou ele e sua mãe. Observe o desenho.



a) O que você observou no desenho do Lucas?

b) Lucas tem 6 anos. É possível que ele tenha a mesma altura que a mãe? Explique sua resposta

Fonte: Elaborada pela autora.

No quarto momento, após observar a produção de significado dos estudantes para a proporcionalidade através das tarefas anteriores, pediremos para que eles comparem a altura da mãe em relação a seu filho de 6 anos. No desenho, mãe e filho têm a mesma estatura. Na imagem dos personagens, há uma linha vermelha na vertical que ajudará o aluno a comparar as alturas e verificar que ambos são da mesma altura. Dessa forma, deixaremos que as crianças falem a respeito. Sobre esse aspecto, Silva (2022, p. 89) traz a seguinte reflexão:

A importância de se observar o sujeito no interior de uma atividade - participando ou não dela - é a possibilidade de podermos entender de maneira mais efetiva a sua produção de significados; entender, por exemplo, por que esse sujeito diz o que diz, e por que diz certas coisas e não outras (Silva, 2022, p. 89).

Assim, os objetivos desta tarefa são a observação, a comparação e a fala dos estudantes, participantes da pesquisa.

Na letra “a” da atividade número 1, pediremos para que o estudante escreva o que ele observou no desenho que Lucas fez. Gostaríamos de verificar se é legítimo para o aluno a mãe ser da mesma altura do filho e quais significados eles produzem para a tarefa.

Na letra “b”, vamos questionar se é possível ambos terem a mesma altura a fim de verificar em que direção o estudante está falando e contribuir para a sua produção de significado sobre o tema.

Primeiramente, é importante frisar que, no MCS, não existe resposta certa ou errada. Nesse modelo, analisamos o que é legítimo para o aluno falar. Ou seja, “[...] As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade” (Silva; Lins, 2013, p. 10).

Gostaria de destacar que, se a tarefa for aplicada em uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental, onde as crianças ainda estão em processo de alfabetização e aquisição do sistema de leitura e escrita, o(a) professor(a) poderá atuar como escriba, conduzindo a escrita coletiva para realizar as duas tarefas (a e b). Nesse processo, os alunos poderão expressar suas ideias enquanto o(a) docente escreve na lousa. Essa técnica é extensamente utilizada no contexto da alfabetização e letramento, permitindo que as crianças produzam significados por meio da produção coletiva em sala de aula, com a interação ativa do professor com os alunos. Silva (2022, p. 125) destaca que “[...] “é muito importante a interação do professor com os alunos, dando-lhe voz, pois assim a possibilidade de intervenção em sua dificuldade pode ser alterada por alguém mais experiente, como Vigotski sugeriu”.

Outra maneira de conduzir essa atividade é por meio da escrita espontânea das crianças, onde elas produzirão suas respostas com o auxílio do(a) professor(a). Soares (2023) destaca a importância da escrita espontânea das crianças no processo de desenvolvimento do ensino e da aprendizagem com estudantes nesta etapa do ensino.

Uma sugestão é a iniciativa por parte da professora de convidar alguns alunos para irem até a frente da sala e, com o auxílio de uma fita métrica, demonstrar as diferenças de altura entre eles, mostrando quem é o maior e quem é o menor da turma.

Mais adiante, apresentamos a tarefa “observação” como mostra Figura 19:

Figura 20 – Tarefa “Observação”

The image shows a worksheet with the following content:

Logo of Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) on the left and a red box with the text 'Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática' on the right.

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Universidade Federal de Juiz de Fora

Vamos ajudar o Lucas na sua atividade?

2. Pensando na sua altura e na altura da sua mãe, como você representaria isso no seu desenho?

Below the question is a large empty rectangular box for drawing.

Fonte: elaborada pela autora.

Em seguida, após observar a altura da mãe e do filho, a tarefa convida o estudante a ajudar o personagem. O desafio consiste em representar a mãe, levando em conta a altura de Lucas. Embora a tarefa não mencione explicitamente conceitos de proporcionalidade, como dobro ou triplo, ela incentiva o estudante a refletir sobre a altura de Lucas em relação à da mãe. Assim, o(a) professor(a) tem mais uma oportunidade de observar a produção de significado do aluno, verificando em que direção eles estão falando e a partir destas observações desenvolver a noção de menor e maior.

Portanto, essas tarefas têm como objetivo dar voz ao aluno, permitindo verificar como ele está operando, buscando compreender o porquê de suas respostas, ou seja, quais significados estão sendo produzidos em relação a um núcleo. O propósito é avaliar o conhecimento dos estudantes sobre o tema para que possamos desenvolver seu aprendizado trabalhando sua Zona de Desenvolvimento Potencial (ZDP) a partir das tarefas:

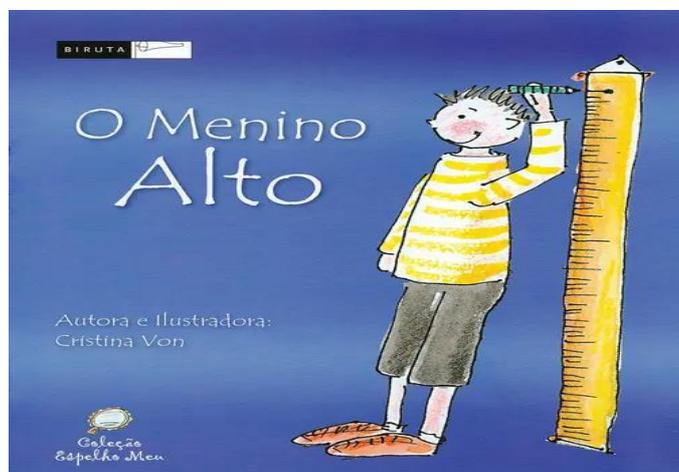
O que uma criança é capaz de fazer com o auxílio dos adultos chama-se zona de desenvolvimento potencial. Isto significa que, com o auxílio deste método, podemos medir não só o processo de desenvolvimento até o presente momento e os processos de maturação que já se produziram, mas também os processos que estão ainda ocorrendo, que só agora estão amadurecendo e desenvolvendo-se (Vigotskii, 2006, p. 112).

A partir dessas tarefas, avançamos para o quinto momento, que começa a abordar o conceito de dobro, sempre considerando as experiências prévias dos estudantes.

6.1.4 Quinto momento: A noção de dobro

Para abordar a noção de altura, a professora poderá iniciar a aula com a leitura deleite do livro de literatura infantil: "O Menino Alto", escrito por Cristina Von e publicado pela editora Biruta. O livro retrata a história de um menino que se considerava muito alto e os desafios diários que enfrentava por causa da sua altura:

Figura 21 – O Menino Alto



Fonte: Von (2010).

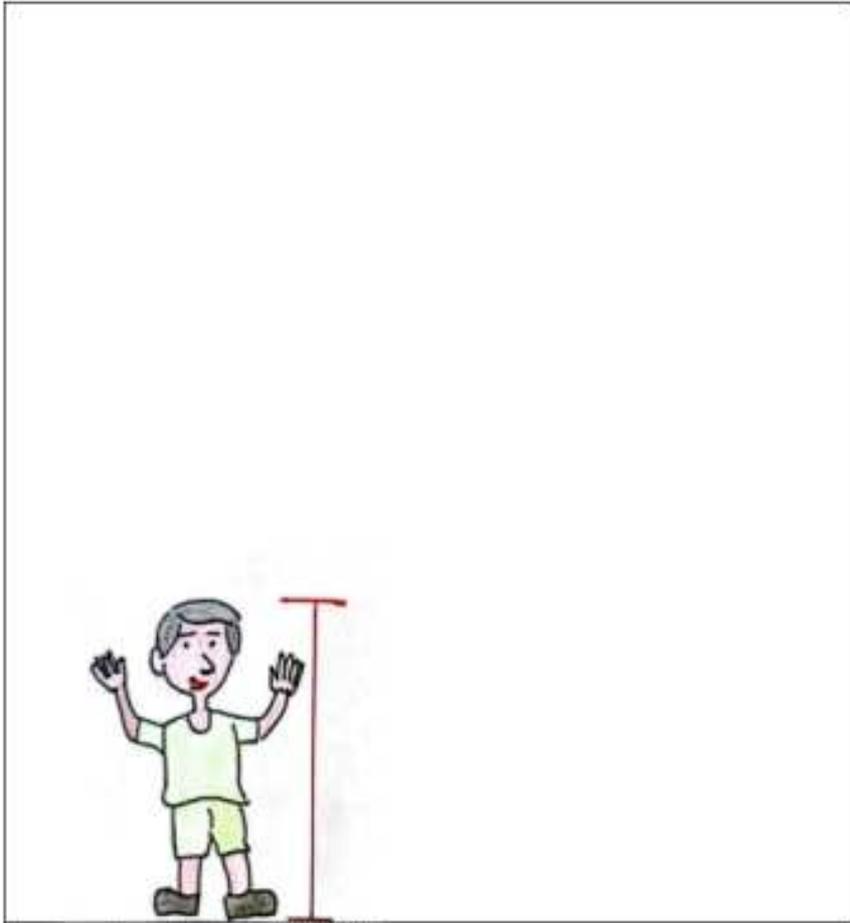
Figura 21 – Tarefa “Dobro”

 Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática 
Universidade Federal de Juiz de Fora

PARTE III

1. Observe o desenho que mostra a altura de Lucas:

a) Daqui a alguns anos, Lucas terá o dobro da sua altura atual. Faça um desenho de como você imagina que ele ficará com esta altura.



Fonte: Elaborada pela autora.

A partir de toda produção de significado propiciada pelas tarefas do primeiro, segundo, terceiro e quarto momentos, onde levamos os estudantes a comparar e a produzir significado para a proporcionalidade, partiremos para as tarefas do quinto momento. Agora, o objetivo é que os estudantes comecem a produzir significado para o “dobro” a partir das discussões e reflexões das tarefas anteriores.

No desenho, há uma linha vermelha na vertical que possibilita ao aluno ver a altura atual do menino e, a partir de tal estatura, desenhar Lucas com o dobro dessa altura, pensando no crescimento de Lucas e como ele possivelmente estará daqui a algum tempo.

Assim, vamos escutar primeiramente tudo que o aluno é capaz de dizer e quais significados estão sendo produzidos naquele momento. Nesse sentido, Silva (2022, p. 90) discorre sobre a noção de significado:

A segunda consideração que desejamos explicar sobre a noção de significado é que produzir significado não se refere a tudo o que o sujeito poderia ou deveria dizer de um objeto numa dada situação e, sim, o que ele efetivamente diz sobre aquele objeto no interior daquela atividade. Assim, os objetos são constituídos enquanto tais a partir do que o sujeito diz que eles são (Silva, 2022, p. 90).

A questão do crescimento das crianças faz parte de um processo natural, todas elas passam por esse momento. Quando trabalhamos a proporcionalidade longe da realidade do estudante, estamos dificultando o processo de ensino e aprendizagem, assim como vimos nos livros didáticos que trabalham a questão da proporcionalidade usando medidas, porém de uma forma distante da realidade de muitas crianças. Quantas delas tiveram a oportunidade de conhecer outros estados? Dessa forma, o estudante tem dificuldade de produzir significado para tais atividades por não se identificar com elas.

Buscamos com essa tarefa aproximar a criança das suas vivências. Provavelmente, elas se imaginam mais altas, não tendo a exata noção do quanto irão crescer e como irão ficar na adolescência ou até mesmo na vida adulta. Assim, podemos não só trabalhar a noção de dobro como também de maior e menor. Antes mesmo de entrar na escola, a criança já tem contato com objetos que são maiores e outros objetos que são menores. Na brincadeira, ela já aplica a ideia de proporcionalidade sem perceber. Por exemplo, ao dividir um biscoito durante um piquenique com os colegas, ela tenta repartir em partes iguais, verificando quem fica com o maior ou menor pedaço, sem saber que isso envolve proporcionalidade. Quando jogam futebol, é comum formarem dois times com o número igual de jogadores em cada lado do campo, e o tamanho pode influenciar na escolha do goleiro, geralmente o mais alto do grupo. O objetivo é levar o estudante a produzir significado para a proporcionalidade partindo das suas vivências e experiências

diárias. Assim, o aprendizado começa antes mesmo da escola, e cabe ao professor ajudar o aluno a enriquecer estas vivências, produzindo significado para elas. Vigotskii (2006, p. 110) dá ampla importância para todo conhecimento que as crianças já trazem para a escola.

Pela sua importância, este processo de aprendizagem, que se produz antes que a criança entre na escola, difere de modo essencial do domínio de noções que se adquirem durante o ensino escolar. Todavia, quando a criança, com as suas perguntas, consegue apoderar-se dos nomes dos objetos que a rodeiam, já está inserida numa etapa específica de aprendizagem. Aprendizagem e desenvolvimento não entram em contato pela primeira vez na idade escolar, portanto, mas estão ligados entre si desde os primeiros dias de vida da criança (Vigotskii, 2006, p. 110).

A tarefa busca essa aproximação com a realidade dos estudantes, levando-os a produzir significado para a sua estatura atual e sua estatura no futuro. Tarefas simples, mas que levam o aluno a refletir sobre o pensamento proporcional e que ampliam as possibilidades de outras tarefas a partir desta. Essa atividade também abre novas possibilidades para ser trabalhada em qualquer ano escolar, e de diferentes formas e em vários contextos de acordo com a necessidade do professor.

Figura 23 – Tarefa “O que a palavra dobro significa para você”

Refletindo sobre a atividade anterior, diga o que a palavra "dobro" significa para você?

Fonte: elaborada pela autora.

Na continuidade da tarefa, o estudante ficará livre para falar o que ele entendeu sobre dobro. Assim, o professor poderá verificar em que direção o estudante está falando e poderá analisar qual o melhor caminho para chegar a sua Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) a fim de impulsionar seu aprendizado para proporcionalidade. Como afirma Vigotskii (2006, p. 104), “[...] O curso do desenvolvimento precede sempre o da aprendizagem. A aprendizagem segue sempre o desenvolvimento”.

A partir dessas tarefas, avançaremos para o “6º momento”, que aborda o conceito de triplo.

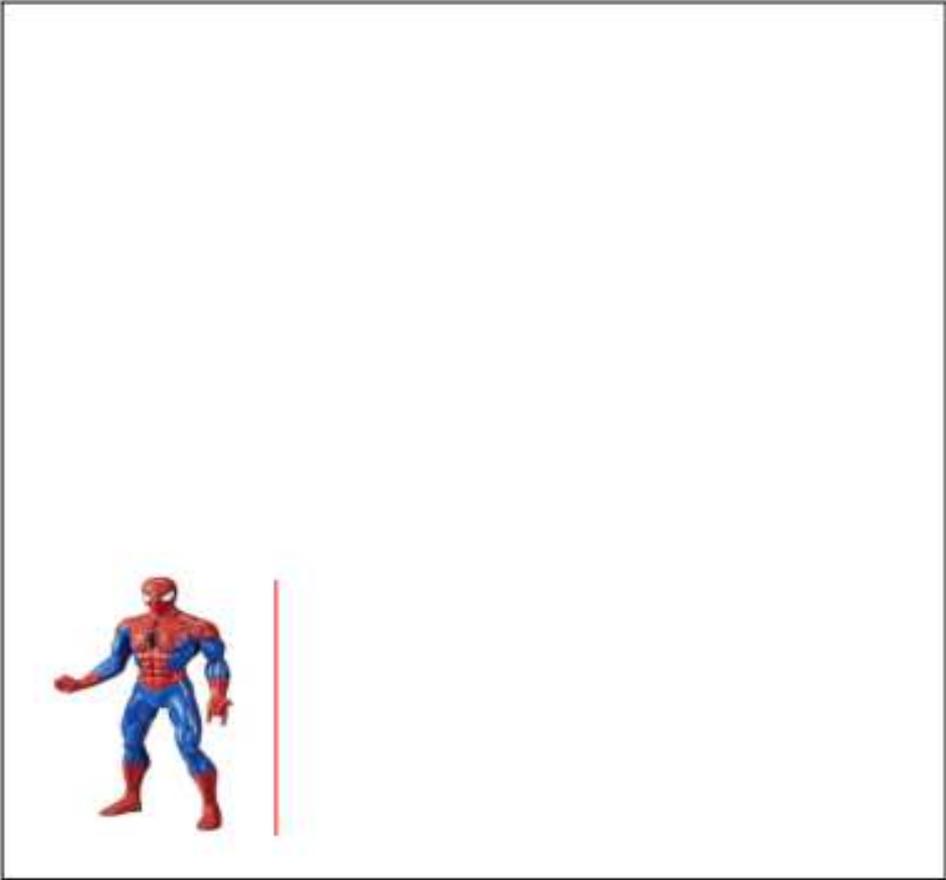
6.1.5 Sexto momento: A noção de triplo

Antes de começar a trabalhar o conceito de triplo com a turma, a professora poderá levar para a escola uma caixa de papelão. Com essa caixa, ela pode demonstrar aos alunos o que cabe e o que não cabe dentro dela, utilizando essa atividade para explorar a noção de maior e menor e, com isso, os conceitos de proporção e tamanho:

Figura 24 – Tarefa “Triplo”

PARTE IV

1- Lucas pediu á sua mãe um boneco do Homem-Aranha com altura três vezes maior do que ele já tem. Usando o desenho do super-herói que Lucas já possui como referência, faça um novo desenho de como você imagina que esse super-herói ficará em tamanho triplo.



The image shows a worksheet titled "PARTE IV" with a task instruction. Below the text is a large empty rectangular box for drawing. At the bottom left of this box, there is a small illustration of Spider-Man in his classic red and blue suit, standing next to a thin vertical red line that indicates his height.

Fonte: Elaborada pela autora.

A partir de toda produção de significado das tarefas do primeiro ao quarto momentos, por meio das quais levamos os estudantes a comparar e a produzir significado para a proporcionalidade, bem como da tarefa do quinto momento, cujo objetivo foi levar os estudantes a produzirem significado para o “dobro”, a tarefa do sexto momento busca levar os estudantes a produzirem significado para “TRIPLA” a partir das discussões e reflexões das tarefas anteriores.

No desenho, há uma linha vermelha na vertical que possibilita ao aluno visualizar a altura do brinquedo e, a partir dessa medida, fazer o Homem-Aranha com o triplo desta altura. Ou seja, três vezes o tamanho da linha.

Ao trazer tarefas com brinquedos, pensamos em algo que se aproxime da realidade das crianças. Toda criança tem algum tipo de brinquedo, alguns mais sofisticados e outros mais simples, que têm ou gostariam de ter. Essa atividade vai no sentido da imaginação da criança em criar um boneco do Homem-Aranha três vezes maior que o original. Lins e Silva (2020) destacam que não podemos apresentar um problema para o estudante fora de um contexto.

Assim, buscamos mais uma vez partir da vivência das crianças para que elas produzam significado, a partir da noção de objeto, sobre a tarefa e a questão do triplo. Como salientam Lins e Silva (2020, p. 88), “[...] é durante a atividade que surgem condições de caracterizar o conhecimento que o aluno apresentou durante determinada atividade”:

Figura 25 – Tarefa: “O que a palavra triplo significa para você”

Refletindo sobre a atividade anterior, diga o que a palavra “triplo” significa para você?

Fonte: Elaborada pela autora.

Na continuidade da tarefa, o estudante ficará livre para falar o que ele entendeu sobre o conceito de triplo. Dessa forma, o(a) professor(a) poderá analisar o processo de produção de significado, verificar se os objetivos foram alcançados e se poderá passar para a próxima etapa, ou se será necessária mais alguma intervenção.

Considerando tudo o que foi abordado até agora, avançamos para a última atividade dessa sequência de tarefas.

6.1.6 Sétimo momento: A Produção de significado

A partir de toda a produção de significado das tarefas do primeiro, segundo, terceiro e quarto momentos, quando levamos os estudantes a comparar e a produzir significado para a proporcionalidade, além da tarefa do quinto momento, cujo objetivo foi levar os estudantes a produzirem significado para o “dobro”, a tarefa do sexto momento teve como objetivo levar os estudantes a produzirem significado para o “triplo” a partir das discussões e reflexões das tarefas anteriores.

Por sua vez, a tarefa referente sétimo momento busca concluir o que foi trabalhado e verificar em que direção os estudantes estão falando depois de todas as tarefas e reflexões:

Figura 26 – Parte V



The slide features the logo of the Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) in the top left corner and a red square logo in the top right corner. The text is centered and reads: 'Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática' and 'Universidade Federal de Juiz de Fora'. Below a horizontal line, the title 'PARTE V' is displayed in bold. The main instruction, 'Agora é com você!', is written in a larger, bold, purple font. At the bottom, the task description is provided: 'Com base em tudo o que aprendemos, refaça o desenho da sua família, considerando a altura de cada pessoa.'

Fonte: Elaborado pela autora.

Na última tarefa, o estudante irá desenhar novamente a sua família, agora com a noção de proporcionalidade, e a professora poderá usar a primeira parte desta sequência de tarefas para verificar se os alunos produziram significados para tais tarefas, ou seja, o que elas conseguem falar a partir de agora.

Lembramos que o Modelo dos Campos Semânticos não faz juízo de valor. Ou seja, não existe o certo e o errado, o que existe e o que o sujeito conseguiu dizer naquele momento no interior de uma atividade, o que é legítimo ou não dizer. Acerca das noções de legitimidade/verdade, Lins (2012, p. 21) esclarece:

Para o MCS, “verdadeiro” não é um atributo daquilo que se afirma (quando há produção de conhecimento), mas sim um atributo do conhecimento produzido. Já legitimidade aplica-se (ou não) a modos de produção de significado (Lins, 2012, p. 21, grifo no original).

Portanto, as tarefas apresentadas foram propostas pensando na legitimidade, ou seja, se elas levariam ou não à produção de significado a partir das atividades propostas.

Se os estudantes conseguiram produzir significado às tarefas propostas, atingimos a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). A esse respeito, Lins (2012, p. 20) elucida:

O que se internaliza não é conteúdo, não são conceitos, e sim legitimidades: a pessoa já era capaz de fazer, mas não sabia que nesta ou naquela situação aquilo era legítimo, que nesta ou naquela situação aquele modo de produção de significado era legítimo.

Portanto, buscamos trabalhar com que é legítimo para os estudantes dentro das suas vivências, levando o aluno a produzir significado a partir das tarefas propostas.

Na sequência do Produto Educacional, vamos apresentar as tarefas a partir de uma história mágica entre uma coruja e uma minhoca. Esta nova tarefa busca estimular a produção de significado para as noções de dobro, triplo, quádruplo e quádruplo de uma forma lúdica que busca despertar a curiosidade dos estudantes. O(A) professor(a) terá a oportunidade de verificar em que direção os estudantes estão falando em relação aos conceitos de dobro e triplo trabalhados anteriormente e

introduzir a noção de quádruplo e quádruplo a partir das tarefas propostas. A proposta das tarefas estão em relacionar a variação do comprimento de uma minhoca (uma grandeza unidimensional) de acordo com as situações que acontecerão com ela:

Figura 27 – Tarefa 2: “A Minhoca e a Coruja”

TAREFA 2: A CORUJA, A MINHOCA E AS FOLHAS MÁGICAS



Fonte: Elaborada pela autora.

6.1.6.1 Primeiro momento

No fantástico mundo dos animais, a coruja é considerada uma criatura que sabe tudo, sendo muito inteligente e observadora.

Um dia, ela viu uma minhoca deitada na grama, sentindo-se muito triste. Preocupada com o que poderia estar acontecendo, voou para junto da minhoca para conversar.

Coruja: *Oi, amiguinha!! Por que você está tão triste?*

Minhoca: *Ah, coruja... Eu queria tanto ser mais comprida. Dizem que as minhocas mais bonitas são as mais compridas, mas eu sou curtinha...*

A coruja sorriu com ternura e respondeu:

Coruja: *Eu sei de um segredo mágico que pode te ajudar! Quer saber? A minhoca se levantou rapidamente cheia de curiosidade:*

Minhoca: *Sério? Qual é o segredo? Conta pra mim! A coruja se aproximou e cochichou:*

Coruja: *Se você comer as folhas daquela planta ali, coisas mágicas acontecem:*



Se você comer a folha verde, você dobra de comprimento original na mesma hora.



Se você comer a folha amarela, você triplica seu comprimento original.



Se você comer a folha vermelha, você quadruplica o seu comprimento original.

A minhoca, muito animada, exclamou:

Minhoca: *Ah, que incrível! Mas, coruja, o que significa dobrar, triplicar e quadruplicar?*

Coruja: *Ah, essa é a parte mais importante do segredo: você só vai crescer se souber o que essas palavras significam. E lembre-se: no final do dia, você volta ao seu comprimento normal.*

(Fonte: Arquivos da pesquisa da autora).

Vamos aprender juntos?



Situação 1 - Pesquisa

Para a próxima aula, você deve conversar com seus familiares sobre o que eles entendem por **dobrar**, **triplicar** e **quadruplicar**. Em seguida, explique com suas próprias palavras.

Situação 2

A minhoca estava com este comprimento:



[] (observe seu comprimento)



Se ela comeu a folha amarela, com que comprimento ela ficou?

Situação 3

Escolha uma outra cor de folha para a minhoca comer.



Como será o comprimento que ela ficaria? Dê uma justificativa para sua resposta.



[_____] (observe seu comprimento)

Fonte: Arquivos da pesquisa da autora.

6.1.6.2 Segundo momento

Depois de alguns dias, a minhoca voltou a encontrar a coruja e, dessa vez, estava ainda mais animada.

Minhoca: Coruja, eu descobri uma coisa incrível! Se eu comer duas folhas da mesma cor, eu cresço ainda mais!

Coruja: Que legal! Como você descobriu isso?

Minhoca: Eu estava com muita fome e decidi comer duas folhas verdes.

Minhoca: Que fantástico! Vamos ver o que acontece quando você come duas folhas de cada cor



[_____] (observe seu comprimento)

Se a minhoca comeu duas folhas verdes, com que comprimento ela ficou?

Explique como você chegou à sua afirmação.

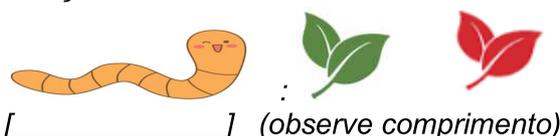
6.1.6.3 Terceiro momento

Depois de mais algumas semanas, a minhoca estava muito curiosa sobre o que aconteceria se ela comesse folhas de cores diferentes no mesmo dia. Ela foi até a coruja para pedir conselhos.

Minhoca: *Coruja, eu já sei o que acontece se eu comer duas folhas da mesma cor. Mas o que acontece se eu comer folhas de cores diferentes no mesmo dia?*

Coruja: *Ótima pergunta! Vamos descobrir juntas. Tente comer combinações de folhas e veja como isso afeta seu comprimento.*

Situação 1:



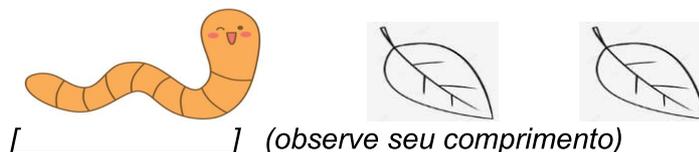
[] (observe comprimento)

Se a minhoca comesse uma folha vermelha e uma folha verde, com que comprimento ela ficaria?

Situação 2

Você pode sugerir uma combinação de duas folhas para a minhoca comer?

Escolha duas cores e tente descobrir com que comprimento a minhoca ficará depois de comer essas folhas. Pinte as folhas da cor que você escolheu.



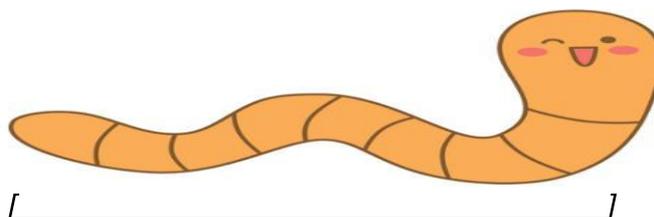
6.1.6.4 Quarto momento

A Minhoca estava se acostumando a comer sempre duas folhas por dia.

Em um dia, sem prestar atenção nas cores, ela comeu duas folhas e cresceu.



Ficando do seguinte comprimento:



(observe seu comprimento)

Vendo a minhoca grande, a coruja perguntou:

Coruja: Minhoca, quais foram as cores das folhas que você comeu para ficar com este comprimento?

Minhoca: Hummm, eu acho que comi as folhas... Não tenho certeza!

Você consegue ajudar a minhoca a responder à coruja e dizer quais foram as cores das duas folhas que ela comeu para ficar do comprimento da figura?



6.1.6.5 Quinto momento

Depois de mais alguns dias, a minhoca decidiu experimentar combinações diferentes de folhas em dias consecutivos. No primeiro dia, ela comeu uma folha azul e uma folha amarela. No segundo dia, ela comeu primeiro a folha amarela e depois a azul.

Coruja: Oi, minhoca! Notei que você tem experimentado combinações diferentes de folhas. Como se sente?

Minhoca: Estou me divertindo muito, coruja! Ontem comi uma folha azul e uma folha amarela, e hoje comi primeiro a folha amarela e depois a azul. Mas fiquei com uma dúvida...

Coruja: Que dúvida, minhoca?

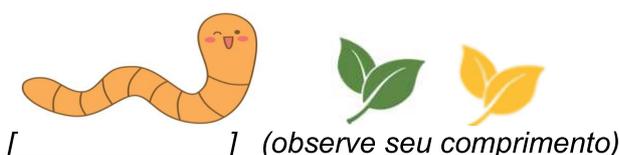
Minhoca: Eu fiquei com o mesmo comprimento nos dois dias ou acabei com comprimentos diferentes?

Coruja: Ótima pergunta! Vamos descobrir juntas.

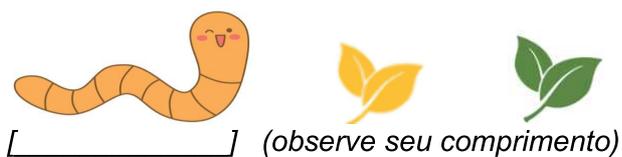
Situação 4:

A lagarta comeu uma folha azul e uma folha amarela em um dia, e no outro dia comeu primeiro a folha amarela e depois a azul. Ela ficou com o mesmo comprimento ou com comprimentos diferentes em cada dia? Dê sua justificativa para sua resposta.

1º dia:



2º dia:



Portanto, procuramos trabalhar com que é legítimo para os estudantes dentro das suas vivências, buscando levar o aluno a produzir significado a partir das tarefas propostas.

6.2 O PRODUTO EDUCACIONAL

Os mestrados profissionais têm como objetivo o desenvolvimento de um Produto Educacional, composto por materiais didáticos direcionados para a sala de aula, destinados tanto a estudantes quanto aos professores. Para tanto, este Produto Educacional tem como base o tema central da nossa pesquisa, qual seja o Pensamento Proporcional para o Ensino Fundamental anos iniciais.

O Produto Educacional desenvolvido durante esta pesquisa está organizado em três partes. Na primeira parte, apresentamos o embasamento teórico que envolve o desenvolvimento das tarefas, as concepções de Pensamento Proporcional e a importância desse assunto para o ensino e aprendizagem das crianças. Na segunda parte, revelamos as tarefas propostas, detalhando como estas se desenvolvem ao longo da sua aplicação com os participantes da pesquisa. Na terceira parte, trazemos

a tarefa disparadora que foi aplicada em sala de aula, esmiuçando como foi sua aplicação com os participantes da pesquisa. O objetivo é apresentar ao professor uma proposta de como abordar a temática do Pensamento Proporcional com as crianças, bem como algumas sugestões de adaptações de acordo com o interesse da turma.

Portanto, buscamos desenvolver uma proposta de ensino para o professor do Ensino Fundamental anos iniciais, tendo como mote o Pensamento Proporcional. No entanto, frisamos que as tarefas podem e devem ser adaptadas de acordo com a demanda da turma.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A temática do Pensamento Proporcional ainda é um assunto pouco explorado nos anos iniciais do Ensino Fundamental segundo o que foi levantado por este estudo. Porém, vimos que ele está presente em várias atividades corriqueiras de sala de aula, assim como o constatamos nos desenhos que as crianças nos apresentaram.

Frente a tudo que discutimos, esta pesquisa objetiva o desenvolvimento de tarefas referenciadas teoricamente pelo Modelo dos Campos Semânticos (MCS), proposto pelo educador matemático Romulo Campos Lins, bem como pelas contribuições advindas da teoria Histórico-Cultural, dos trabalhos da psicologia soviética de Lev Semenovich Vygotsky e de Leontiev.

Ressaltamos que o Modelo dos Campos Semânticos esteve presente em toda a nossa análise. Foi ele que nos deu os pressupostos teóricos que nos permitiram elaborar e analisar as tarefas aplicadas, onde buscamos estimular a produção de significados dos estudantes, dando-lhes voz, buscando entender cada observação feita e cada posicionamento de forma a compreender suas maneiras de operar cognitivamente no interior das tarefas.

Para compor este estudo, elaboramos uma sequência de tarefas a fim de inserir as crianças no Pensamento Proporcional associado às noções de dobro, triplo, entre outras. Porém, durante a elaboração das tarefas, tornou-se necessário iniciar a discussão a partir das noções de “maior do que” e “menor do que” de modo a introduzir, via desenho, a noção de comparação de grandezas (medidas).

As tarefas foram elaboradas com o objetivo de sugerir aos professores que é possível introduzir o Pensamento Proporcional sem a necessidade de cálculos numéricos. Além disso, com a aplicação das tarefas, a(o) docente terá a oportunidade de ler a produção de significado dos alunos de modo a interagir com eles e intervir em suas dificuldades de aprendizagem.

Chamamos a atenção dos(as) colegas docentes quanto ao fato de que objetivo das tarefas não é apenas o de verificar se os(as) alunos(as) acertaram ou erraram a sua resolução, mas fazer uma leitura positiva das suas potencialidades, buscar entender eles/elas dizem, que objetos está constituindo, procurar olhar para a produção de significado de cada um deles no interior daquela atividade, do que é legítimo para eles/elas dizerem naquele momento.

Portanto, é possível trabalhar a matemática em sala de aula partindo das enunciações dos estudantes e de suas vivências a partir das tarefas e de algo que pode ser prazeroso para as crianças. Nesse sentido, o desenho, que tende a ser deixado de lado pelos conteúdos intermináveis do Ensino Fundamental, pode ser um bom caminho para o ensino de crianças dos anos iniciais.

Com esta proposta, é possível que as crianças aprendam com prazer, principalmente na disciplina de matemática, que é cercada de mitos, tais como ser chata e monótona, cercada de regras e técnicas. Com tarefas desafiadoras e estimulantes, surge a oportunidade de sugerir às crianças como a matemática pode ser divertida e como pode ser interessante aprendê-la.

Diante de todas as reflexões apresentadas no desenvolvimento deste estudo e da análise dos dados, torna-se possível enfatizar a importância de um novo *design* de currículo para a matemática escolar em oposição ao ensino baseado exclusivamente em conteúdo.

Em suma, o programa Linsiano, do qual o nosso subprojeto faz parte, tem como objetivo elaborar um *design* para o currículo da matemática escolar no Ensino Fundamental, em particular para os anos iniciais. A proposta envolve um currículo estruturado em modos de pensar, isto é, em modos de produção de significados para a matemática escolar, em que o Pensamento Proporcional é um desses modos.

A continuidade da aplicação das tarefas dará prosseguimento a esta pesquisa. Assim como no teste piloto, as demais atividades serão realizadas em campo, dando continuidade ao estudo empreendido.

Neste caminho, esta investigação sugere que é possível uma nova metodologia de ensino da matemática escolar, em que o trabalho com desenhos é um bom caminho. Para tanto, imbuídos desse espírito, apresentamos o produto educacional anexo, direcionado a professores dos anos iniciais da Educação Básica. Ressaltamos que o material disponibilizado pode e deve sofrer as alterações necessárias de acordo com as demandas de cada turma.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Vida Criança**. São Paulo: Saraiva, 2021. 308 p. (Vida Criança). Disponível em: <https://onedrive.live.com/?authkey=%21AKwe4cLSA4M1oQI&id=13141AC58DBFC0C2%2122906&cid=13141AC58DBFC0C2&parId=root&parQt=sharedby&o=OneUp>. Acesso em: 27 set. 2023.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em Educação Matemática**: Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

COXFORD, Arthur F; SHULTE, Albert P. (Orgs). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

IMENES, Luiz M; LELLIS, Marcelo. Livro didático, porcentagem, proporcionalidade: uma crítica da crítica. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 18, n. 24, 2005.

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding**: essential knowledge and instructional strategies for teachers. New York: Routledge Taylor & Francis Group, 2012.

LEONTIEV, Aléxis *et al.* **Psicologia e pedagogia**: bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento. Tradução de Rubens Eduardo Frias. São Paulo: Centauro, 2003.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra no século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

LINS, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus *et al.* (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 75-94. (Seminários DEBATES Unesp).

LINS, Romulo Campos; SILVA, Amarildo Melchiades da. Como as crianças aprendem matemática? In: OLIVEIRA, Viviane Cristina Almada de; LINARDI, Patricia Rosana; SILVA, Amarildo Melchiades da; CHAVES, Rodolfo. **O modelo dos Campos Semânticos na Educação Básica**. Curitiba: Appris Editora, 2020.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicação de Vygotsky à educação matemática**. Campinas: Editora Papirus, 1997. 176 p.

OLIVEIRA, Marta Kohl. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento - um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1997.

POST, Thomas R; BEHR, Merlyn J; LESH, Richard. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In: COXFORD, Arthur F; SHULTE, Alberto P. (Org.). **As idéias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p. 89-103.

ROCHA, Ruth; FORA, Anna. **Tamanhos**. São Paulo: Editora Melhoramentos, 2017.

SCHLIEMANN, Ana Lúcia D *et al.* **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993.

SCHLIEMANN, Ana Lúcia D. *et al.* **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. 2. ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.

SILVA, Amarildo Melchiades da; FRANT, Janete Bolite; CHAVES, Rodolfo. Uma pesquisa translacional em educação matemática em perspectiva. **Boletim GEPEM - Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática**, n. 80, p. 249-272, 2022.

SILVA, Amarildo Melchiades da. **O Modelo dos Campos Semânticos**: um modelo epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2022.

SILVA, Amarildo Melchiades da; OLIVEIRA, Viviane C. A; ALMEIDA, Vitor R. O modelo dos campos semânticos: teorização e desdobramentos para a pesquisa e para o ensino. In: MAGINA, Sandra Maria Pinto *et al.* **Processos Cognitivos e Linguísticos na Educação Matemática**: teoria, pesquisa e sala de aula. Brasília: Sbem Nacional, 2022. p. 8-336.

SOARES, Magda. **Alfabetrar**: toda criança pode aprender a ler e a escrever. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2023.

SPINILLO, Alina Galvão. Ensinando proporção a crianças: alternativas pedagógicas em sala de aula. **Boletim GEPEM**, n. 43, p. 11-47, 2003.

SPINILLO, Alina Galvão. Proporções nas séries iniciais do primeiro grau. In: SCHLIEMANN, Ana Lúcia D. (Ed.). **Estudos em psicologia da educação matemática**. 2. ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997. p. 40-61.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA FILHO. “Atividades investigativas autênticas” para o ensino de razão e proporção na formação de professores de matemática para os níveis elementar e médio. **Bolema**, v. 21, n. 31, 2008. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.ao?id=291221883000> 8. Acesso em: 29 jan. 2024.

VIGOTSKI, León S. **Imaginação e criatividade na infância**. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2014.

VIGOTSKI, León S; LURIA, Alexander R; LEONTIEV, Alex N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 7. ed. São Paulo: Ícone, 2001.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática para o ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VON, Cristina. **O Menino Alto**. São Paulo: Editora Biruta, 2010.

ANEXO A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Firmamos este termo de compromisso com a finalidade de esclarecer os procedimentos que envolvem a pesquisa, a utilização dos dados coletados e deixar transparente a relação entre os envolvidos e o tratamento e uso das informações coletadas.

As atividades e os áudios gravados servirão como material para pesquisas que procuram entender melhor o processo de produção de significados na sala de aula. Este material será parte integrante de nossa dissertação de mestrado, realizado na Universidade Federal de Juiz de Fora. O acesso aos registros escritos e em áudio, serão exclusivos do grupo de pesquisa, que assume o compromisso de não os divulgar, e os registros escritos das mesmas serão feitos preservando-se a identidade dos sujeitos em sigilo, através dos pseudônimos por eles escolhidos. Nas pesquisas que utilizarem o material coletados não será feita a menção a instituição onde a pesquisa foi realizada para preservação da identidade do grupo.

As informações provenientes da análise dessas atividades poderão ser utilizadas pelos pesquisadores em publicações e eventos científicos e divulgadas a todos aqueles que se interessarem pelas pesquisas, na forma acima indicada.

Letícia Freitas Fernandes

- () Autorizo a participação do estudante
- () Não autorizo a participação do estudante

Assinatura do responsável: _____