UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃ
MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATE

Kaio Cruz e Silva

Pensamento Proporcional na matemática esc

Kaio Cruz e Silva

Pensamento Proporcional na matemática esc

Dissertação
Graduação
Universidad
requisito par
em Educaçã
Área de conc

Kaio Cruz e Silva

Pensamento proporcional na Matemática escolar: a

Dissertação apr
de Pós- grad
Matemática da
de Juiz de Fora
à obtenção do
Educação Ma
concentração: E

Aprovada em 26 de setembro de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Rosana de Oliveira - Orienta

Universidade Federal de Juiz de For

Prof. Dr. Alexandre Krüger Zocolotti - Memb

Documento assinado eletronicamente por
Zocolotti, Usuário Externo, em 25/10/202
horário oficial de Brasília, com fundament
Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2

Documento assinado eletronicamente p
Usuário Externo, em 25/10/2024, às 12:0
de Brasília, com fundamento no § 3º do art
de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser
SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícon
Documentos, informando o código verificad
CRC A1A990D5.

Ficha catalográfica elaborada através do programa de
automática da Biblioteca Universitária da UF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Silva, Kaio Cruz e.
Pensamento Proporcional na matemática escolar : a noc
/ Kaio Cruz e Silva. -- .
103 f.

Orientadora: Rosana de Oliveira
Coorientador: Amarildo Melchiades Silva
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Fed
de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós
em Educação Matemática, 2024.

1. Educação Matemática. 2. Modelo dos Campos Semâ
Ensino e Aprendizagem. 4. Noção de Razão. 5. Educação
I. Oliveira, Rosana de, orient. II. Silva, Amarildo Melchiad
III. Título

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo investigar a produç
a noção de razão, referenciadas teorica e metodologican
Fundamental, de modo que promova o processo de
proporcional. O estudo insere-se no Programa de Investi
Linsiano", em que uma de suas diretrizes, ao qual este traba
uma reestruturação da matemática escolar fundamenta
significados. A pesquisa caracteriza-se como uma abordage
foi desenvolvida utilizando uma pesquisa de campo, funda
Semânticos. Enquanto projeto de desenvolvimento associ
produto educacional constituído por uma sequencia didática
sala de aula de matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelo dos
Aprendizagem. Noção de razão. Matemática Escolar.

ABSTRACT

The present research aims to investigate the producti
reason, theoretically and methodologically referenced, for el
that promotes the process of developing proportional thin
Research Program entitled “Linsiano Program”, in which o
work is part, is the investigation of a restructuring of schoo
production of meanings. The research is characterized as a qu
was developed using field research, based on the Semantic
project associated with research, an educational product wa
sequence on reason for use in the mathematics classroom.

Keywords: Mathematics Education. Model of Semantic Fie

LISTA DE ABREVIATURAS E

LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Naciona
MCS	Modelo dos Campos Semântico
NIDEEN	Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Ma
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa surge do interesse em refletir sobre qu
de matemática, uma vez que, no primeiro contato com a sala
como estagiário, constatei[1] que minha visão como estagiário
aluno. E que, naquele espaço, existiam relações sociais, hun
aquele ambiente, as quais influenciavam diretamente no pı
daquelas pessoas. No entanto, tais fatos fugiam ao meu contı
potencial docente.

A relação entre professores e alunos que presenciei, c
era uma visão tradicional estabelecida a partir da transmissã
mero receptor (acumulador de informações). A resoluçã
respostas certas ou consideradas erradas. Não se vislumbrav

Por isso, comecei a refletir qual papel desempenhar
relação que ali estava posta não funcionava, visto que os alu
saber, sendo meros reprodutores do que era ensinado atravé
diferente: não sei se melhor, mas tentaria fazer algo que func
esse movimento não é algo fácil. Logo, cheguei à conclusão c
fossem em mim, enquanto profissional, na minha formação,

Dessa forma, iniciei um movimento na busca po
ingressando no Programa Profissional de Pós-graduação em

Este projeto possui duas frentes de pesquisas: Ma
Professores. No caso, o foco desta pesquisa é a Matemática
investigar uma reestruturação da matemática escolar, uma
sido efetivo no âmbito Ensino Fundamental, com a inten
estudantes na Educação Básica. O projeto de pesquisa em t
que apresentaremos para esta dissertação, é um subprojeto d

Nossa parte, no Programa Linsiano, será participar c
pensar em matemática, denominado de Pensamento Propor
ensino da matemática tradicional, está relacionado aos co
Assim, nosso projeto aborda a noção de razão (um objeto
ensino fundamental anos finais).

Em nossa avaliação inicial, constatamos que este é u
pouco contato. E, naquilo que estudam, o ensino é direcion
baseados apenas em cálculos, ou seja, reduzem todo o ens
ajudam no desenvolvimento de um pensamento proporciona

O Pensamento Proporcional, na perspectiva da noçã
importância, uma vez que este possui interseção com o pe
temos observado até então que há uma redução de razão a
Pensamento Proporcional é um modo de pensar que não s
operar (pensar), pois faz interseções com o pensamento esta

No nosso caso, olharemos para o Pensamento fundamentação e orientação das ações desta pesquisa, que s

deste, será elaborado, analisado e investigado um conjunto d

educacional.

No capítulo 4, descrevemos o caminho traçado ao l

métodos e ações realizadas, de maneira que fundamente os

Por sua vez, no último capítulo, apresentamos as p

dadas pelos alunos para as tarefas que serão propostas, as quai

desta pesquisa com as respectivas leituras que serão realizada

Destarte, esperamos que o trabalho possa contrib

aprendizagem de razão de modo que potencialize e ampl

alunos para que ocorram neste espaço a interação e aprendiz

2 PENSAMENTO PROPORCIONAL

Neste capítulo, abordamos a importância do Pensamen

bem como a maneira por meio da qual alguns estudiosos vis

pensar com suas respectivas implicações nos cotidianos. A

como tal objeto é constituído no ambiente escolar e seus n

Para isso, analisamos materiais que fazem parte do cotidian

didáticos, que serão analisados apartir do que temos hoje

nossa contraproposta.

2.1 CONCEPÇÕES DE PENSAMENTO PROPORCIONAL

Nesta seção, apresentamos as respectivas con

Proporcional. Para isso, detalhamos o que trazem alguns li

matemática acerca do tema, bem como algumas concepções

que, assim, possamos analisar o modo com o qual tal mod

mesmo ocorre através da noção de razão.

De acordo com Lamon (1999 *apud* Walle, 2009, p. 3

se que mais da metade da população adulta [nos Estados

pensador proporcional (Lamon 1999). Isso significa qu

habilidades de raciocínio proporcional simplesmente cresce

Destarte, trouxemos tal reflexão para nossa pesquis

Segundo Carraher (2003), o Pensamento Proporcion

e proporção. Além disso, esta ideia foi considerada pelo a

pensamento algébrico. No livro *As ideias da álgebra*, escrito

(1995), no capítulo 8, intitulado como *A proporcionalidade e*

álgebra, Post, Behr e Lesh (1995) observam:

> O raciocínio e o conhecimento algébr
> diferentes de representação. Tabelas, gr
> e diagramas) são maneiras importantes
> ideias algébricas. A capacidade de cr
> modos e de um para outro é um elemento
> em todas as áreas, e não apenas em álg
> raciocínios que as acompanham fornece
> essas associações multiformes (Post; Be
> 1995, p. 92)

Ou seja, os autores acreditam que Pensamento Propor

modos de pensar. No entanto, nesta passagem, refrem-se ap

De acordo com Lins e Gimenez (1997) no livro *Pe*

para o século XX e XXI, o Pensamento Proporcional é assim

> Chamamos pensamento proporcional ao
> de comparação entre partes ou entre to
> como um esquema instrumental que re
> comparação em forma multiplicativa o
> que existem tipos de problemas que, im

Desenvolvem uma ampla variedade de e
comparar razões, a maioria baseadas
algoritmos prescritos.
Compreendem razões como entidades
diferente das quantidades que elas comp

Como recorda Walle (2009), o qualitativo desperta
crítico. Ou seja, ele analisa, produz hipóteses, experimenta
produz uma pluralidade de ideias e modos de produzir tal co

Essas são algumas das características que, enquanto p
despertar em nossos alunos, pois constituem elementos que
espera, uma vez que esperamos que a matemática escolar d
que lhes possibilitem viver, pensar, refletir de forma crítica

Já as características quantitativas existem para enten
sobre a relação que está ocorrendo ou sendo produzida no
números geralmente representam algo, não somente a resp
ambas são complementares, uma necessita da outra para que

Nossa participação no projeto de pesquisa citado diz
Proporcional a partir da noção de razão. Nossa proposta é que
discutido no 6º ano do Ensino Fundamental anos finais.

O tema tratado nesta dissertação é permeado de bas
dos autores citados no início desta seção referenciam de algu
na matemática escolar, quais sejam: 1) parte-todo, que seria

> Uma razão é um número que relaciona d
> uma dada situação ou medidas dentro d
> relação multiplicativa (em contraste com
> Uma razão pode ser aplicada a outra s
> quantidades ou medidas sejam os mesm
> (Walle, 2009, p. 383, grifo no original).

Neste trecho, o autor define o que é razão. Ou seja
medem essas grandezas, que Walle (2009) reconhece como
Sendo assim, calculamos a razão com o objetivo de co
possamos analisar, pois nessa perspectiva não teremos apen
do que apenas isso.

No entanto, é necessário reafirmar que tal definição f
como pontua Walle (2009, p. 384), "[...] O uso prematuro
aplicar regras sem pensar e, desse modo, a habilidade de ra
desenvolve".

Nessa direção, Smith (2002, p. 15, grifo no original
afirmar que "[...] O desafio central no desenvolvimento d
pensar com razões (a pensar proporcionalmente) é ensina
caminho rápido para a computação".

2.2 O PENSAMENTO PROPORCIONAL NO LIVRO DID

o Pensamento Proporcional para o 7º ano no capítulo 11 d
explicações que abordam os seguintes temas descritos no su

- Razão;
- Proporção;
- Grandezas e medidas em nosso cotidiano;
- Grandezas diretamente proporcionais;
- Grandezas Inversamente proporcionais;
- Regra de três;
- Porcentagem;
- Juros simples.

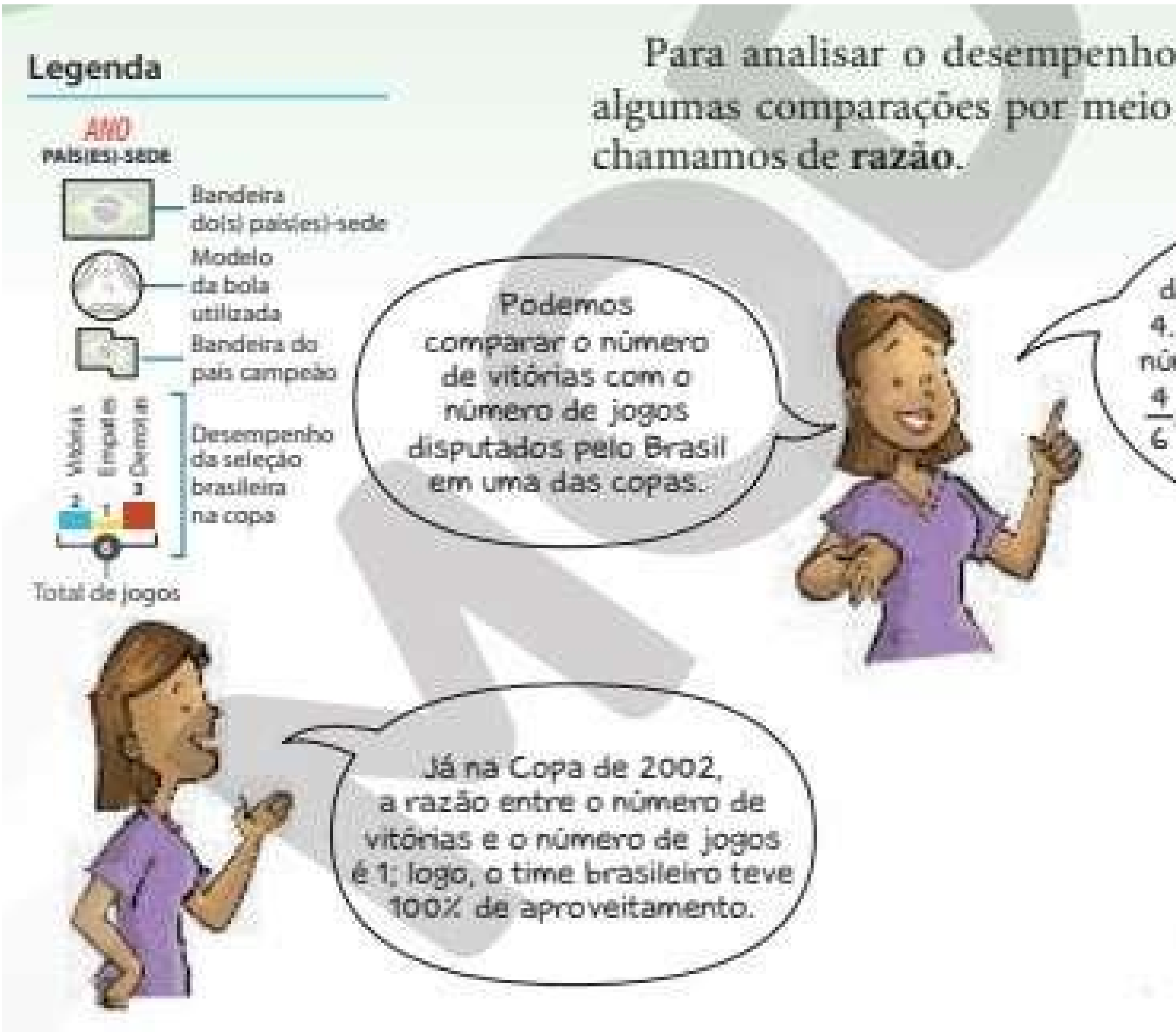
Observamos que, ao serem introduzidos, os itens de
estrutura que se repete ao longo do material didático. Este t
próximas aos alunos com o intuito de diminuir a distânc
conversa. No entanto, todo esse processo é direcionado de a
autor acha que os discentes irão pensar ou produzir. Ou s
situação e, em seguida, respondem conforme o modo de pens
pensar que existem outros modos de pensar ou construir tais

Os autores do livro analisado iniciam com o subcap
o conceito de razão atrvés de dados colhidos com relação à

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 2

Figura 2 – Quadro de medalha

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 2



Fonte: Gay e Silva (2018, p. 26

Em um primeiro momento, os autores ressaltam
instrumento de comparação das razões. Porém, no segundo b
de razão enquanto fração. Inclusive, apresenta a fração
apresentada inicialmente, como se fosse algo direto ou trivia

Ao analisar este início, podemos observar que a id
perspectiva da divisão e da fração. Ou seja, em uma página
modos de olhar para razão, sem uma preocupação quanto a

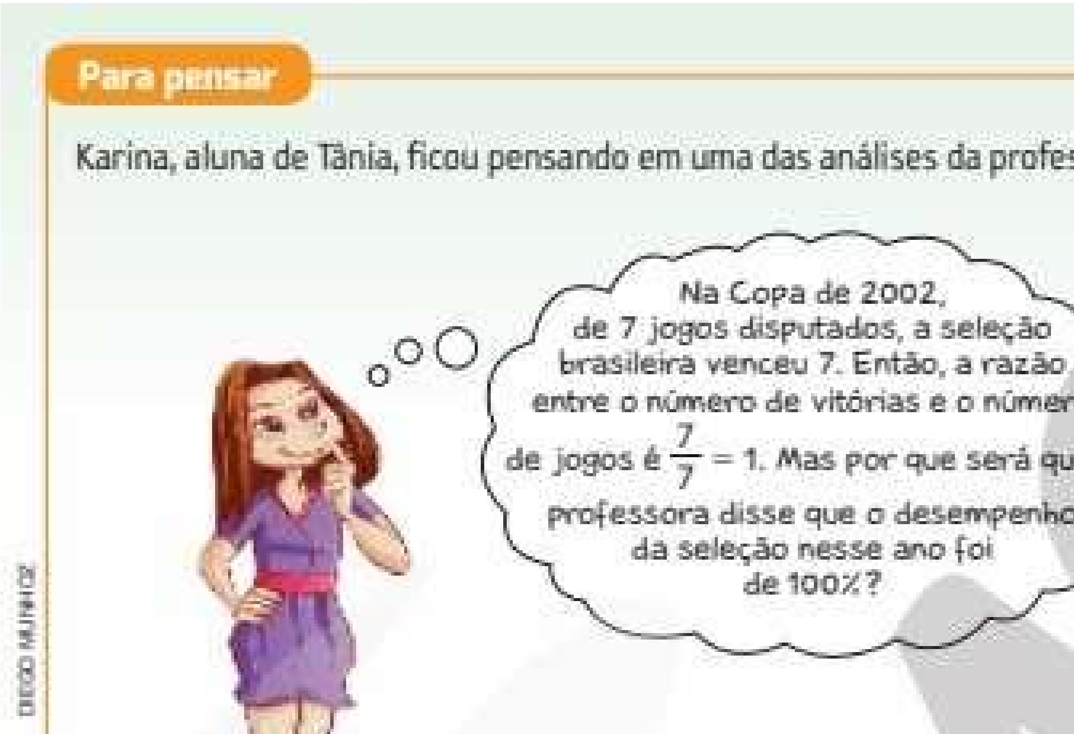
Figura 4 – Definição de razão pel

- A razão entre dois números a
com $b \neq 0$, nessa ordem, é
por $\frac{a}{b}$.
- Podemos expressar a raz
forma de fração, de número
mal ou de porcentagem.

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 2

Na página seguinte, foi proposta uma situação sobre
conforme verificamos na ilustração a seguir:

Figura 5 – Pensamento da estud



exercícios, partindo do pressuposto que o estudante compre

Figura 6 – Exercícios propostos pelo autor - pri

1 Mariana e Lucas estão preparand
com a seguinte receita: para ca
suco concentrado, são necessári
de água.

- Como podemos comparar, por m
razão, a quantidade de suco c
com a de água? $\frac{1}{2}$

2 Descubra os números de acordo
afirmação.

a) A razão entre um número e $\frac{2}{3}$ é

b) $\frac{1}{7}$ é a razão entre 14 e um núme

c) A razão entre 0,25 e um númer

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 2

O primeiro exercício é uma tentativa de buscar uma s

3 Camila e Fernanda estão no mesm
handebol. Na última partida, o tim
12 gols, dos quais 6 foram de Cami
Fernanda.

a) Escreva, na forma de fração irre
razão entre o número de gols mar
Camila e o número de gols m
por Fernanda. $\frac{3}{2}$

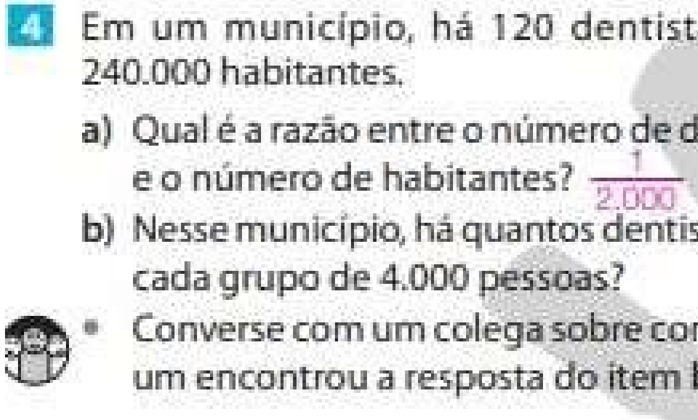
b) Escreva, na forma decimal, a raz
número de gols marcados por Fe
o número total de gols do time.

aproximadam

c) Escreva, na forma de porcentage
entre o número de gols marc
Camila e o número total de gols

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 26

A atividade acima é bastante interessante e convidati
questões são encaminhadas ao estudante, esse momento tor
possíveis discussões, bem como o surgimento de possíveis n
Nesta proposta, a cada item, o discente olha para razão por u
decimal e porcentagem:


4 Em um município, há 120 dentist
240.000 habitantes.
a) Qual é a razão entre o número de d
e o número de habitantes? $\frac{1}{2.000}$
b) Nesse município, há quantos dentis
cada grupo de 4.000 pessoas?
• Converse com um colega sobre co
um encontrou a resposta do item b

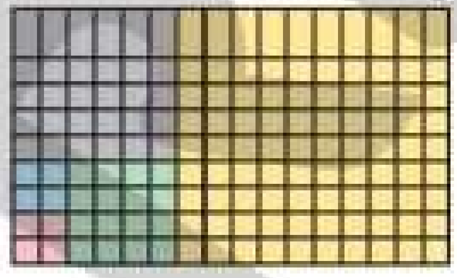
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 26

Este exercício está presente nas nossas tarefa
modificações com relação ao conteúdo de modo que o alu
aberto e com o qual tivesse mais facilidade ou afinidade:

Figura 9 – Exercícios propostos pelo autor - pri

5 De 32 crianças que foram acampar, 1
meninas. Qual é a porcentagem de me
em relação ao número total de crianças

6 Observe a figura e responda às questõe

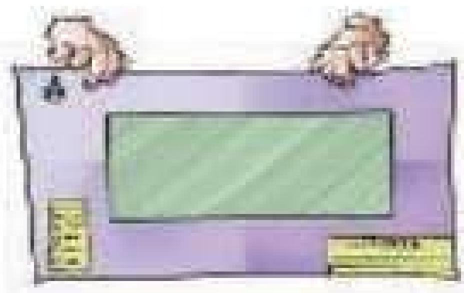


a) O retângulo está decomposto em qu
dos. Qual é a porcentagem da ár
quadrado rosa em relação à área do qu
do amarelo? 4%

b) Qual é a razão entre a área do qua
verde e a área do quadrado cinza? $\frac{4}{9}$

c) Escreva, na forma de fração irredut
razão entre a área do quadrado ama
a área total do retângulo. $\frac{5}{8}$

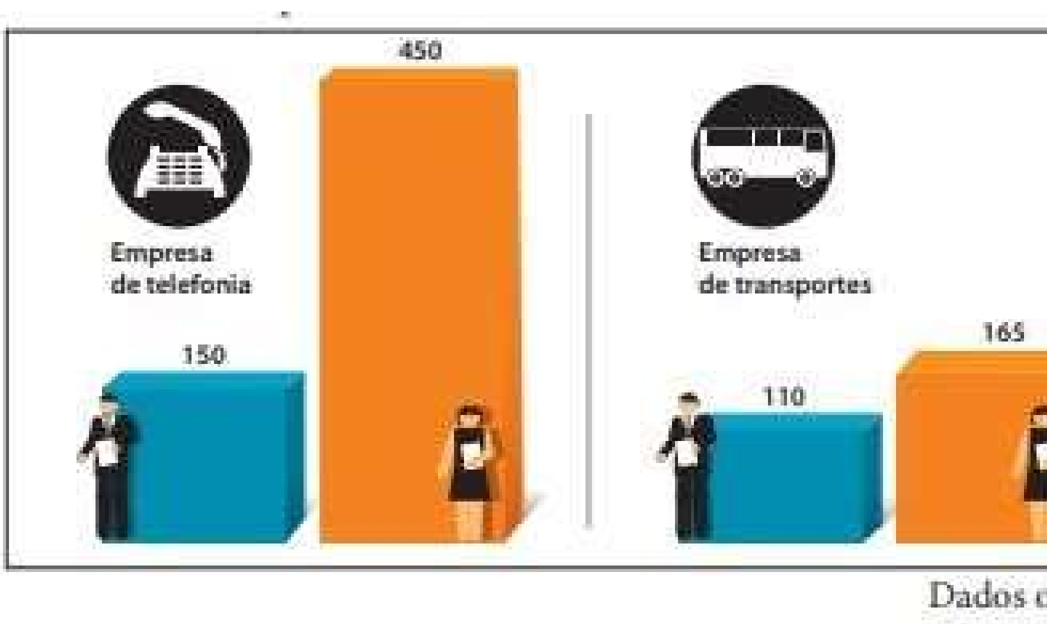
7 O terreno que Débora pretende com
representado na planta por um retângu



- O perímetro do terreno é 42 m e u
lados mede 15 m. Escreva, na forma d
centagem, a razão entre a medida d
maior e a do lado menor desse terren
250

8 Reúna-se com um colega para responde
tão a seguir.

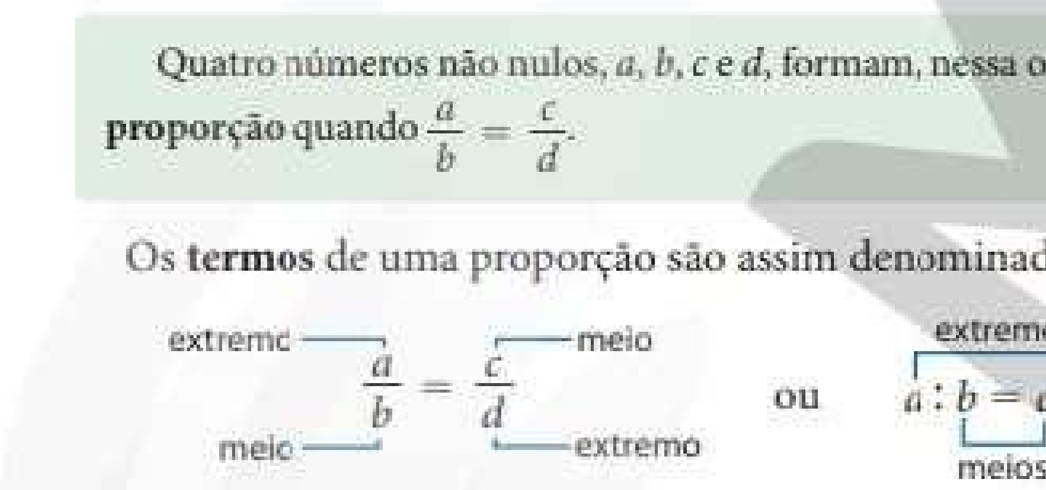
A razão entre os números negativos *a* e
Qual desses números é o menor? *b*



Fonte: Gay e Silva (2018, p. 26

Como se observa, foram escolhidas razões iguais setores de serviço para que se pudesse introduzir a discus apresentada a definiçao, trazida inclusive como observação Ou seja, o novo modo simbólico surge ao se trabalhar propo

Figura 11 – Definição de proporç

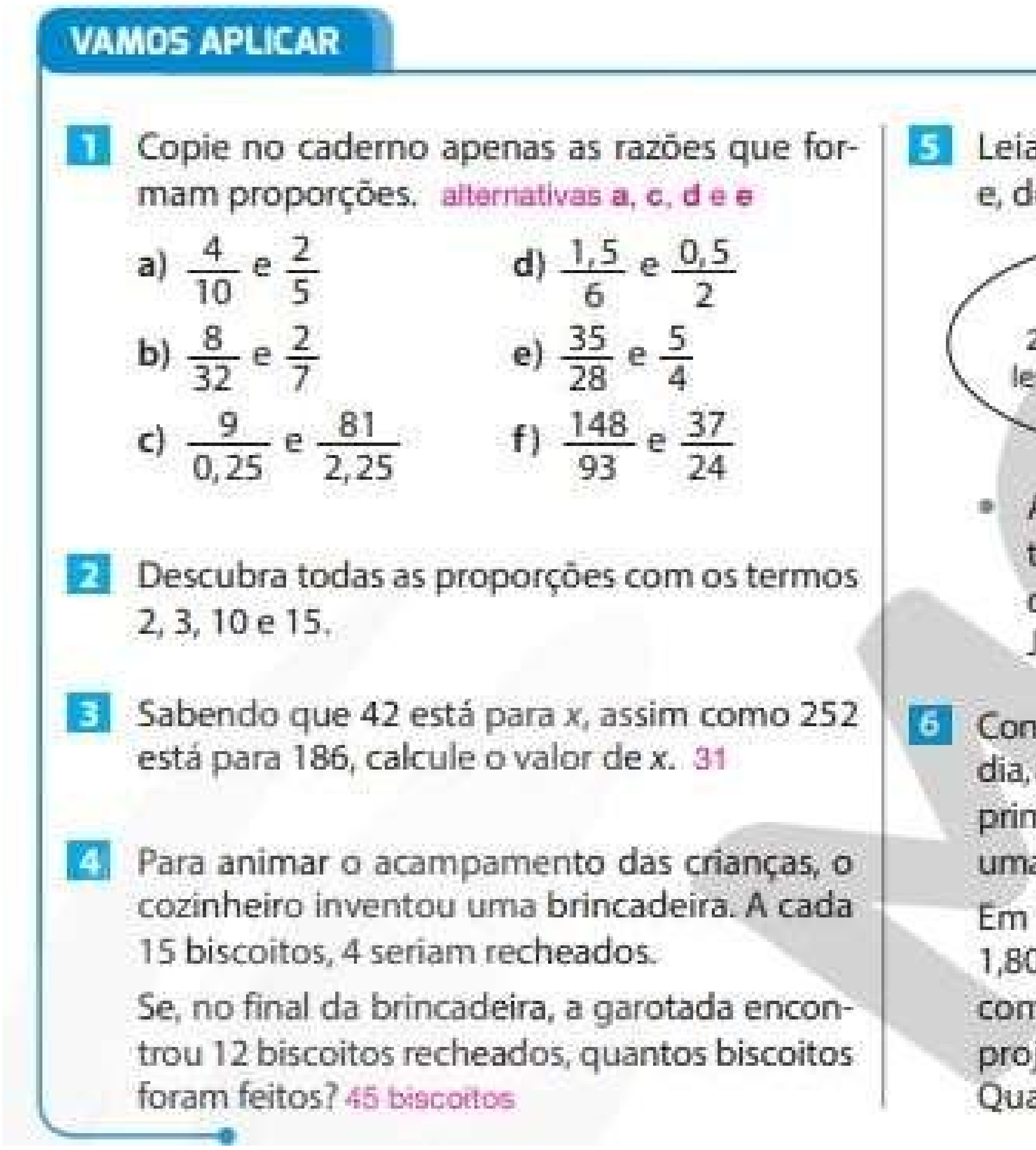


Gay e Silva (2018, p. 267).

Após esses materiais, trazem uma sequencia de 6

analisados e observados na imagem a seguir:

Figura 13 – Exercícios propostos pelos autor


VAMOS APLICAR

1 Copie no caderno apenas as razões que formam proporções. alternativas a, c, d e e

a) $\frac{4}{10}$ e $\frac{2}{5}$

b) $\frac{8}{32}$ e $\frac{2}{7}$

c) $\frac{9}{0,25}$ e $\frac{81}{2,25}$

d) $\frac{1,5}{6}$ e $\frac{0,5}{2}$

e) $\frac{35}{28}$ e $\frac{5}{4}$

f) $\frac{148}{93}$ e $\frac{37}{24}$

2 Descubra todas as proporções com os termos 2, 3, 10 e 15.

3 Sabendo que 42 está para x, assim como 252 está para 186, calcule o valor de x. 31

4 Para animar o acampamento das crianças, o cozinheiro inventou uma brincadeira. A cada 15 biscoitos, 4 seriam recheados.

Se, no final da brincadeira, a garotada encontrou 12 biscoitos recheados, quantos biscoitos foram feitos? 45 biscoitos

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 26

1 Observe no quadro o número de camisetas que a empresa Ciranda Confecções produziu em determinado tempo.

Tempo (horas)	Número de camisetas
5	400
10	800
15	1.200

a) O que aconteceu com o número de camisetas produzidas quando o tempo passou de 5 para 10 horas? E de 5 para 15 horas? dobrou; triplicou

b) Podemos afirmar que os números que expressam a quantidade de camisetas e o tempo de produção delas são diretamente proporcionais? sim

2 Observe as duas sequências de números diretamente proporcionais e descubra mentalmente os números que estão faltando.

S_1 →	1	2	3	4
S_2 →	0,2		0,6	

MODELO

0,4 0,8

- Agora, faça no caderno um quadro como o do modelo e complete-o com os números que estão faltando.

3 Observe as duas sequências de números diretamente proporcionais e descubra a constante de proporcionalidade. 6

(24, 12, 6, 3)

(4; 2; 1; 0,5)

4 A professora
o número 6(
porcionais a
ela começou

Vou dividir
x
Os núme
proporci

Agora, vou subs
x
3

Continue a
quanto vale

5 Reúna-se co
dividir o nú
proporciona
a resposta o
proporcionais

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 27

Nos dois subcapítulos seguintes, os professores que trabalham grandezas diretamente e inversamente propor situações para ilustrar tais situações – no exemplo em que para resolução e visualização dos problemas. No caso, são e dois subcapítulos, seguidos das respectivas resoluções:

Situação 1

Um funcionário de uma indústria automo
tar se a velocidade indicada no velocímetro d
precisa. Para isso, verificou a distância perc
durante 1 minuto, mantendo a mesma velocida
ele manteve a velocidade média do veículo em
a distância percorrida em 1 minuto. Em segui
locidades. Veja os resultados do teste no quad

$\times 2$

Velocidade média (km/h)	60
Distância percorrida em 1 minuto (km)	1

$\times 2$

Observe que a razão entre o valor da veloci
correspondente à distância percorrida será se

$$\frac{60}{1} = \frac{120}{2} = \frac{30}{0,5} = \frac{90}{1,5} = \dots$$

Nesse caso, podemos dizer que as grandeza
distância percorrida são **diretamente propor**

Duas grandezas são **diretamente proporcio**
sempre na mesma razão. Ou seja, duas grande
proporcionais quando, se o valor de uma dobra,
bém dobra; se é reduzido pela metade o valor de
também se reduz pela metade; e assim por diant

Gay e Silva (2018, p. 270).

Figura 17– Situações com exercícios sobre grandezas di

Situação 1

No quadro abaixo, está representado o tem
moto para percorrer certa distância variando a

Neste contexto específico, pensamos se não seria m
tabelas sem a resolução ou então a situação sem a soluçã
refletir, traçar respectivos modos de entender ou produzir
assunto, inclusive seriam instigados a identificar as diferen
sem configurar algo direcionado.

No subcapítulo seguinte, é apresentado o conceito d
de resolver problemas diretamente e inversamente proporci
ser desenvolvido em um novo capítulo, sendo que tais
subcapítulos anteriores. Mas nele foram apresentadas duas s
de proporção e, em seguida, uma sequência de exercícios.

No penúltimo capítulo, foi desenvolvido o assunto
seguinte exemplo:

Figura 18 – Situações envolvendo p

7. Porcentagem

Deixe que os alunos resolvam em dup
detergente, para que haja uma discus
tempo, peça a algumas duplas que ex

Quando fazemos compras, é muito comum encontrarmo
ções em que se oferecem descontos na aquisição de certas qu
de produtos. Para verificar se uma promoção é vantajosa,
calcular a porcentagem de desconto. Observe a situação a s

Paula e Caio foram ao mercado, gostaram de uma prom
viram e compraram 5 detergentes pelo preço de 4. Ou s
5 detergentes saiu de graça.

De quanto foi o desconto, em porcentagem, oferec
promoção? de 20% (a)

Para tanto, apresentaram a seguinte situação: "Uma loja de
vender mais 950 bicicletas por mês. No mês passado, a loj
que estavam no estoque. A meta do mês foi atingida?" (Gay

Figura 19 – Alguns modos de resolver po

descreve o exemplo introdutório:

Figura 20 – Juros simp

8. Juro simples

Pagamento à vista e

Acompanhe a situação

Raul quer comprar uma
pagamento: R$ 930,00 à vi

Por que o preço a prazo
(R$ 930,00)?

Nessa situaçã
brado **juro** (rem
sobre o preço à v

Vamos calcu
dessa dívida:

R$ 1.11

Portanto, se R
R$ 186,00 de jur

Para encontra

O juro (R$ 18
(R$ 930,00).

Dividindo 20% por 8 (
é a **taxa de juro ao mês** no

Neste capítulo, estudar
sistema de juro simples.

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 28

Em seguida, os autores apresentam uma lista cor

relaçõe que podem ser expressas por meio de sentenças algé
havia sido falado anteriormente, trazem os seguintes cená
diretamente proporcional e a outra como inversamente prop

Figura 21 – Situação envolvendo gra

1. Grandezas diretar inversamente pro

Situação 1

Uma feirante cobra R$ 5,0
quadro a seguir.

Preço cobrado (R$)	
Número de dúzias de ovos vendidas	

A razão entre o valor cob
vendidas é sempre a mesma:

O valor cobrado é, então, d
de dúzias de ovos vendidas.

A relação entre o valor cob
zias de ovos vendidas (n) poc
algébrica:

Para pensar

Na sentença algébrica ao lado, a letra n é uma incógnita ou uma variável? Por quê?

Recorde

A razão entre a distância percorrida por um corpo móvel e o tempo que esse corpo gasta para percorrê-la é definida como **velocidade média**.

Situação 2

Observe no quadro aba
motociclista para percorrer
que ele percorre essa distâ

Velocidade média
Tempo (h)

A razão entre o valor d
correspondente ao tempo

$$\frac{40}{\frac{1}{6}} = $$

Fonte: Gay e Silva (2018, p

Figura 23 – Conclusão do

Então, podemos dizer que as grandezas velocidade m
são **inversamente proporcionais**.

A relação entre velocidade média (v) e o tempo
expressa pela seguinte sentença algébrica:

$$v = \frac{240}{t}$$

Fonte: Gay e Silva (2018, p

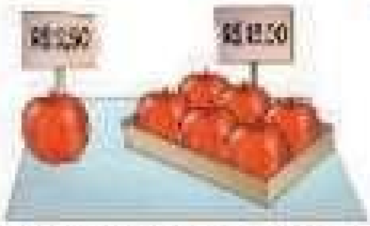
Destarte, os autores apresentam uma lista com

Figura 24 – Situações não prop

2. Situações em que não proporcionalidade

Para pensar

Observe a situação a seguir.



GEORGE TUTUMI

Nessa situação, há proporcionalidade entre o número de maçãs e o preço cobrado por elas?

Espera-se que os alunos percebam que não há proporcionalidade. Pergunte qual deveria ser o preço das 6 maçãs para que as grandezas número de maçãs e preço fossem diretamente proporcionais. A resposta é: R$ 15,00.

Há situações em que as grandezas n nais nem inversamente proporcionai

Situação 1

Não é possível prever esse resultad de gols marcados e tempo não são d proporcionais.

Situação 2

Observe a altura e a massa de alg

1,80 m e e 85 kg

1,65 m e 68 kg

1,70 m e 92 kg

Agora, vamos calcular as razões:

$$\frac{1{,}80}{85} \neq \frac{1{,}65}{68} \neq \frac{1{,}70}{92}$$

$$\frac{1{,}80}{\frac{1}{85}} \neq \frac{1{,}65}{\frac{1}{68}} \neq \frac{1{,}70}{\frac{1}{92}}$$

Note que a altura e a massa de um

Figura 25 – Situações e suas co

Situação 1

Considere um quadrado de lado de medida maior que ou igual
O perímetro desse quadrado é diretamente proporcional à med
do lado correspondente. Veja no quadro abaixo como essas gr
dezas se relacionam.

PERÍMETRO DO QUADRADO DE ACORDO COM A MEDIDA DO LADO				
Medida do lado do quadrado (cm)	1	2	2,5	4
Perímetro (cm)	4	8	10	1

Podemos considerar que a medida do lado do quadrado
perímetro correspondente formam um par ordenado. Nesse ca
o primeiro número do par ordenado indica a medida do lad
o segundo, o perímetro correspondente. No sistema cartesi
ao lado, os pares ordenados do quadro estão representados
pontos.

Note que os pontos representados no plano cartesiano ao lado es
alinhados. Como a medida do lado do quadrado pode assumir qualq
valor real maior ou igual a 1, o gráfico que representa a relação e
essas grandezas será uma linha contínua que parte do par orden
(1, 4), passa pelo par ordenado (2, 8) e continua infinitamente.

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 2

Para finalizar o capítulo, é apresentada uma lista de a
edições, notamos que toda a seção é introduzida por algum
autores consideram contextualizadas. Mas, neste caso, ela

professores da Educação Básica.

Neste projeto, o currículo é construído a partir de mo

pensamento matemático se constitui em um conjunto de mo

aritmético, algébrico, geométrico, estatístico, pensamento p

pensamento financeiro (Silva; Oliveira; Bastos, 2024, p. 99)

Na ótica de Silva e Oliveira (2024), no caso partic

este se apresenta como transversal aos modos de pensar d

nosso caso particular de investigação envolvendo razão

aritmético na sua totalidade.

Walle (2009) define que o Pensamento Proporciona

de ideias importantes, a saber:

> *1.* Uma razão é uma comparação *mul*
> medidas. Uma marco-chaveno seu des
> estudante começara pensar sobre uma
> diferente das duas medidas que a compu
> *2.* As razões e proporções envolvem c
> aditivas. Razões iguais resultam da mul
> ou subtração.
> *3.* O pensamento proporcional é desen
> comparar e determinar equivalência de
> ampla variedade de contextos e situaçõe
> sem recurso à regras (Walle, 2009, p. 3

No mesmo estudo, o autor determina que tal modo

Uma razão é um número que relaciona
de uma dada situação através de uma rel
uma relação de diferença ou aditiva).
situação onde os valores relativos da
mesmos que na primeira situação (Smit
variedade de contextos diferentes. Pa
habilidade de reconhecer razões nesses
está apenas começando a desenvolver u
ou contextos diferentes podem perfei
embora elas sejam essencialmente as
matemática (Walle, 2009, p. 383, grifo

Na concepção do nosso referencial teórico, propor
possibilita que ele produza seus respectivos significados de
justificações para o objeto.

De acordo com Walle (2009), razão pode ser vista en
desta dissertação, serão apresentadas duas; outra será aprese
a última na pesquisa de Alves e Silva acerca do conceito d
razão, o autor traz a seguinte reflexão:

As razões podem expressar compara
exemplo, a relação entre o número de n
alunos. Como as frações também são r
fração também é uma razão. Da mesma
e de fato, as porcentagens são algumas v
.
Uma relação também pode expressar u
mesmo todo. Por exemplo, o número de

3 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, buscamos identificar as pesquisas d
Proporcional relacionadas ao tema razão que podem nos tr
desenvolvimento de nosso estudo. Para isso, utilizamos t
voltados aos alunos. Porém, tal procura não se realizou de f
tomadas de decisão de cunho metodológico, que podem ser

(i) Nossa busca foi efetivada considerando nosso r
Campos Semânticos – e a sua relação com a Teoria
pressuposto, procuramos por pesquisas que tenha
referenciais de estudo;

(ii) Para efeito de análise de artigos científicos, d
Matemática, delimitamos um período especí
desenvolvidas, com retorno de 20 anos – de 1994

(iii) Focamos nossa atenção em dissertações e teses c
tanto em programas profissionais da área de ensi
em livros nos quais identificarmos como sendo re
(alguns deles ligados à Psicologia Cognitiva);

(iv) Nosso interesse está centrado na discussão do P
que esse conceito tem de "interseção" com o
queremos sugerir que o Pensamento Proporciona

conteúdo e estratégias de ensino para professores” .

No decorrer da pesquisa, utilizamos palavras-chave c “pensamento proporcional”. É importante salientar que ti materiais que abordassem Pensamento Proporcional, mai noção de razão, pois, conforme já mencionado, quando encor o referido tema, estes logo escapavam do assunto interessado como proporção por exemplo.

Pelas questões explicitadas no parágrafo anterior, teórica. No entanto, divergimos quanto a alguns aspectos proposto por estes. O tópico “Pensamento Proporcional: noç relevância. Através desta pesquisa, esperamos contribuir proporcional, no âmbito da sala de aula, através da noção de

3.1 LEITURAS

Nesta seção, tratamos da leitura de dois artigos, uma os livros indicam trabalhos com estudos sobre o tema inv como revisão, visto que nos mostraram algo sobre e nos fize no decorrer da nossa investigação e aplicação dos respectiv possuissem abordagens distintas, contribuíram de algum mo

O primeiro artigo, intitulado “Compreensão do

Educadores e Professores dos Primeiros Anos de Escola

> densidade etc. Além disso, estes concei
> conceitos matemáticos, como fração
> inclinação do gráfico de uma função, p
> Entretanto, com ensinadas na escola,
> extremamente limitados (Schliemann; C

Logo, os autores trazem a informação da diferença d
matemática escolar e da matemática da rua. Embora seja u
nos questionamos o porquê de tantos déficits como resulta
Para Schliemann e Carraher (1993), o aluno, quando expos
que o convidem a refletir, pensar ou discutir sobre
compreender melhor os conceitos. Conforme defendem
matemática, existe um reducionismo a manipulações de sím
há uma comprenssão do que se está fazendo, das simbolog
justifica os respectivos resultados obtidos no primeiro artigo

Destarte, com o intuito de encurtar ou aproximar os
foi proposto o contexto de transação comercial para introduz
tanto, foi utilizada uma tabela, com duas colunas, cada uma

Figura 26 – Tabela

Número de itens	Preç
1	

relação é de cunho multiplicativo, contudo o personagem
aditivo. Nesta passagem, pretendem demarcar a diferenç
aditiva.

Em seguida, Schliemann e Carraher (1993) trazem
jovem vendedor de coco com o objeivo de identificar o mo
como ele lidava com problemas de seu cotidiano em que
presente. Na ilustração a seguir, dispõe-se a imagem da situ

Figura 27 – Diálogo de um

Freguês: Quanto é um coco?
Vendedor: Trinta e cinco.
Freguês: Quero 10 cocos. Quanto é dez coco
Vendedor: (Pausa) Três são 105, com mais
quatro. É... (pausa) 315... parece que é 3

Fonte: Schliemann e Carraher (19

Esse tipo de atividade é um espelho de exercícios qu
Pensamento Proporcional, pois o garoto do exemplo trazi
legítima e própria, embora tenha utilizado a adição como in
da proporcionalidade.

De acordo com Vergaud (1983), ao resolver problem

Para discutir tais temas, a autora lançou mão de algu
e investigação sobre o assunto, que já haviam sido aplicad
modos de pensar e resolver, talvez com o intuito de const
professores interessados no processo de ensino e aprendizage
para formação de docentes e eventuais formuladores de curr

Nesse sentido, Lamon (2012) traz a seguinte definiçã

> For the purposes of this book, proportio
> to scale up and down in appropriate situ
> assertions made about relationships i
> proportions and inverse proportions.
> reasoning is reasoning up and down i
> invariant (constant) relationship betwe
> varying together. As the word reasoni
> and explanation beyond the use of symb

Nesta passagem, a autora considera como raciocin
diminuir e aumentar no caso em que essas variações se dão
qual os americanos se referem ao que conhecemos nos textos
relações estão ligadas entre si de modo que, quando uma mo
forma precisa com a primeira quantidade, sendo que existe
não varia. No entanto, afirmar que duas quantidades diminue
de ambas serem proporcionais.

Destarte, Lamon (2012) apresenta a constante de madeiras empilhadas, quocientada pelo altura da pilha em p

$$k=\frac{Número\ de\ cubos\ empilhados}{Altura\ da\ pilha\ em\ polegadas}=\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}=\frac{5}{15}$$

Ou seja, há a constante de proporcionalidade, que, exposto acima é o que chamamos de relações diretamente constante for inversamente proporcional, será obtida através k=yx. Lamon (2012) considera a constante de proporciona importância durante a análise. Contudo, de acordo com as fator é abandonado ou esquecido durante o ensino. Essa ques como desenvolver um modo de pensar que propcie e/ou conv dessa natureza.

O fator k não seria um valor fixo para toda e qualqu de acordo com o problema exposto em relações considera autora ressalta que esse fator não aparece de forma explícita problema, ou seja, cabe à pessoa que o estiver resolvendo id acreditamos que identificar essa constante exija alguns teste proposta.

A constante de proporcionalidade de uma função line de forma geométrica como a declividade do gráfico que tal

Para introduzir tais discussões, a autora trouxe com
em uma imagem, e, em outra, o barco reduzido, onde suas pr
Em outra ilustração, apresentou um barco pequeno e outr
foram conservadas. Através dos dois exemplos, pretende-
primeiro exemplo não se trata de uma proporção, enquanto
dimensões foram preservadas, o que nos permite classificá-l
traz consigo a palavra semelhança, que, empregada, no dia
matemática.

Acompanhando esta linha, Lamon (2012) realça qu
que um processo técnico ou mecanizado. É um processo de
que consiste em apresentar e informar evidências que af
interior da atividade é de caráter proporcional. Ou seja, tra
nós caracteristicas investigativas, uma interpretação da tare
modo de operar requer uma análise das relações existentes e
se comportam. Nesse sentido, a autora caracteriza que, ao re
considerar sua respectiva experiência e bom senso para disti
compartilham uma relação daquelas que não compartilham.

De modo geral, dificilmente pensamos nos casos e
ou nos casos imperfeitos. Por essa razão, torna-se necessári
avaliação. No caso, identificar se tal atividade é propor
importância, pois em boa parte dos estudos parte-se do

conhecimentos intuitivos, o que, diante de sua concepção,

de tal raciocínio.

Lamon (2012) carrega consigo algumas marcas de c
os alunos discutam relações entre quantidades em situaçõe
seja, a autora acredita que a criança possa imaginar ou oper
defende que a primeira compreensão de proporção acontece
nos tamanhos, distâncias, entre outros aspectos. Assim
interessante abordar ideias de situações visuais que remeten
encolher, distorcer, se está ou não dentro de uma proporção,

Mais adiante, Lamon (2012) traz algumas atividade
crianças. Uma proposta é composta por 36 fichas, sendo 24
solicita que os estudantes dividam as fichas em 3 grupos, c
brancas e pretas sejam os mesmos em cada um. Em seguida
sequência, sugere que se subdividam em 4 grupos, onde
quantidades de fichas, preservando as respectivas quantida
discussões para com os alunos, arguindo-lhes quais foram
modo e outras questões.

Outra proposta apresentada foi a Tira de Cusinaire
adaptações conforme a necessidade e contexto escolar. Po
proposta no livro. Em geral, são madeiras ou plást
tridimentsional. A Tira de Cuisenaire tem comprimento gr
(vermelha), 2 cm (verde), de 5 cm (amarela) e 10 cm (la

materiais concretos na sala de aula de matemática, pois ac
não deve ser o único e nem mesmo que seja o suficiente p
desenvolver um raciocínio. Sendo assim, a autora defende
analisar qual será a duração do processo de execussão e a
criança o pensamento multiplicativo. Destarte, sugere respe
aprendam a utilizar as ferramentas e entendam seu res
contrário, é possível que se perca tempo, pois haverá uma
por consequência, pode ser que ocorra um esquecimento
tramite. Por fim, Lamon (2012) ressalta que toda ferrament
ferramenta não pode ser utilizada como uma única estraté
como a salvadora dos problemas que envolvem o processo

No entanto, nossa pesquisa admite um posicionamen
alguns pontos, uma vez que carregamos concepções Vygots
ato de aprender é uma tarefa da cognição. Isso significa qu
possivel desenvolver o cognitivo do aluno, pois, a partir
estruturas que lhe possibilite a pensar e falar sobre o objeto.

A seguir, trazemos na Tabela 1 a relação dos respect

Tabela 1 – Dissertações produzidas pelo

Título	Ano	
Razão como taxa: Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática	2012	

estes conhecessem e pudessem desenvolver atividades c
referencial teórico metodológico o Modelo dos Campos Sem
enquanto produto educacional, alguns modelos de tarefas. I
ela desenvolvido. Nesse sentido, Paula (2012) fez uma desc
tarefas em suas turmas, fazendo inclusive recortes de alg
contexto que, na sua visão, correspondeu a um mome
significados dos alunos, o que possibilitou uma reflexão
Destarte, a pesquisadora-autora conclui que o tema proposto
Ademais, sua proposta foi diferente, pois observou que os e
resolução, o que não foi idealizado na elaboração de suas at

No livro do Walle (2009), *Matemática no ensino fun*
e aplicação em sala de aula, o autor destinou um capítulo par
proporcional". Conforme postulado na obra do refeido peso
raciocínio proporcional são: razões e proporções, c
multiplicativas,. Essa forma de pensar é desenvolvida atra
comparação e a razão enquanto uma comparação de caráter
chamou de quantidade.

No próximo capítulo, apresentamos o referencial teo
e investigação foi realizada, sustentando e fundamentando n
Proporcional: a noção de razão.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, o qual se estrutura dividido em du
posicionamentos teóricos e fazemos a proposição de nosso
parte, apresentamos o Modelo dos Campos Semânticos, te
significados dos alunos. Na sequência, finalizamos detalhan

4.1 O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

A pesquisa tomará como referencial teórico o Mode
elaborado pelo educador matemático Romulo Campos Lins,
particular, alguns constructos teóricos dos psicólogos russos

De acordo com o MCS, o conhecimento é entendido
sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto, c
que o sujeito considera ser uma justificação para sua crença-a
no original). Segundo o MCS, a crença, afirmação e a
conhecimento.

Apesar de não ser necessária, a justificação, nest
afirmação, ou seja, o sujeito acreditar não é o suficiente. S
aquilo que acredita. No entanto, o modelo propõe que som
do desenvolvimento cognitivo. Logo, temos que, para uma
ser apresentadas diferentes justificações, ou seja, os conhe

O processo de produção de significados é denominad

produção ocorre no interior de atividades. A noção de ativid

Oliveira (1995, p. 96) ao afirmar que "[...] As atividades hum

como formas de reação do homem com o mundo, dirigid

alcançados. A ideia de atividade envolve a noção de que o h

meio de ações planejadas".

De acordo com o modelo, o campo semântico de

relações entre "produção de conhecimento", "significado

significado" e objeto (Oliveira, 1995, p. 18).

Nas palavras de Lins (1994b, p. 30), "[...] significado

uma crença-afirmação e uma justificação para ela no mome

pressupõe-se a produção de conhecimento.

Já produção de significados é tudo aquilo que o alu

entanto, para Lins, falar não era o simples fato de comunicar

Silva (2003, p. 9) apresentou uma reformulação do que for

que um sujeito produziu significado é dizer que ele produzi

um objeto no interior de uma atividade". Ou seja, ações enu

gesto escrito, seja ele falado, sinalizado e linguagem corpora

Consequentemente, esse tipo de interação ocorre no

trata como observar o processo em ação significa que o pro

observador no intuito de entender o modo de operar do seu na direção de um leitor que é composto pelo autor:

> Quando o autor fala, ele sempre fala p
> autor esteja diante de uma platéia, este
> pessoas nessa platéia e, sim, ao leitor c
> leitor' que 'o autor' fala (Lins, 1999, p.

Ou seja, o interlocutor não é um ser biológico, mas sin
de enunciação com o interlocutor ocorre do seguinte modo:

> O sujeito cognitivo se encontra com
> enunciação, isto é, algo que acredita qu
> coloca uma demanda de produção de si
> que é atendida (esperançosamente) pela
> que se tornou o leitor. O autor-leitor fa
> constitui; o um autor é o interlocutor (u
> grifos no original).

Nesse sentido, a imagem a seguir representa o pro
MCS:

Neste esquema, o símbolo em pontilhado indica que

pela sobreposição dos dois últimos esquemas, o que gerari
tracejados desapareceriam. Esse novo esquema corres
comunicação como transmissão de uma mensagem do emiss

O entendimento da comunicação efetiva, que é aque
considerada uma sensação psicológica. Segundo Lins (201
que ele denominou como espaço comunicativo, o que alt
tradicional:

> No MCS, a noção de comunicação
> comunicativo, que é um processo de int
> é redundante) interlocutores são compa
> "comunicação" não corresponde mais
> uma para a outra", e sim a "dois sujeito
> mesmo interlocutor" (Lins, 2012, p. 24,

Ou seja, conforme prevê o MCS, o espaço com
interação. A comunicação ocorre quando dois sujeitos cogn
seja, não é considerada a simples ação de falar.

O processo de estranhamento, de acordo com o M
interação entre os membros participantes (aluno e prof

consegue resolver a questão.

O segundo modo de entender a dificuldade
Epistemológico. Este ocorre quando um aluno opera dentro
seu modo de operar não suprirá outras situações ou proc
situações semelhantes. Um exemplo seria o contexto en
negativos, os professores recorrem ao dinheiro para fazer u
adição e subtração nos números inteiros. No entanto, quan
analogia cai por terra, pois o seu modo de operar "não funci

Durante o processo, o educador, no espaço comunica
que se busque compreender a dificuldade do estudante:

> Não sei como você é; preciso saber.
> apenas que está em algum lugar); prec
> possa ir até lá falar com você e para qu
> um projeto no qual eu gostaria que esti
> a novos lugares (Silva, 2022, p. 125).

Neste movimento, o professor poderá, através de um
seu aluno está operando para que, assim, possa atuar no
Desenvolvimento Proximal (ZDP).

Destarte, apresentamos nesta seção o MCS, o qual c
pode ser realizado na sala de aula, auxiliando com que o pro
e, através dessa leitura, proponha atividades e discussões qu

Com nossa afirmação anterior de que as tarefas se fun
queremos sugerir que estas devem, em conjunto, promov
significados dos estudantes sobre o que vem a ser a noçã
Pensamento Proporcional. Nesse sentido, este conjunto
sequência didática que representará o produto educacional.

No capítulo a seguir, discorremos acerca da pesqui
metodológicos utilizados em nosso estudo, em consonânc
pautar.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo, cuja estrutura se divide em
posicionamentos metodológicos que orientam nossa invest
Pensamento Proporcional e a noção de razão.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Esta pesquisa caracteriza-se como de cunho qual
Bogdan e Biklen (2013), podemos classificar as pesquisas q

> 1) Na investigação qualitativa a fonte
> constituindo o investigador o instru
> qualitativa é descritiva. Os dados reco
> imagens e não de números. 3) Os inv
> processo do que simplesmente pel
> investigadores tendem a analisar os
> recolhem dados ou provas com o objeti
> construídas previamente. 5) O significad
> qualitativa. Os investigadores que faze
> interessados no modo como diferente
> (Bogdan; Biklen, 2013, p. 47-51).

Através da abordagem qualitativa, abandonamos a
que não é nosso foco saber a quantidade de pessoas ou de r
propomos a trabalhar com significados, nos interessa o que d

sociais presentes no espaço escolar, uma vez que esta pesquis
assim, devemos levar em conta os elementos e situações que

Durante o processo de execução das tarefas, pret
significado para aquelas, sem juízo de valor, ou seja,
errado. Vale considerar que, neste ponto, constarão, alé
atitudes que sejam consideradas importantes para a pesquis
de dados, objetivamos avaliar as tarefas a partir dos signific

No processo de coleta de dados, utitlizamos o texto e
diário de anotações, com as respectivas interpretações e obs

Em seguida, buscamos utilizar o recurso da videogra
com o objetivo de sermos fidedignos ao que possa surgir
situações passam desapercebidas ou caem em esquecime
analisamos toda a situação para que, assim, possa ser feita
produzidas sobre as respectivas produções de significado
contribua para a reflexão sobre a produção de tarefas e
Proporcional.

5.2 LEITURA EPISTEMOLÓGICA

Nesta seção, trazemos nossos embasamentos teóric
respectivas tarefas. De acordo com o MCS, trata-se de uma
no interior de uma atividade, pois se torna possível, no ato

5.3 A PRODUÇÃO DE TAREFAS

As tarefas sobre a noção de razão, tema de nosso estu
aplicá-las em uma turma do 6º ano do Ensino Fundan
continuidade ao desenvolvimento do Pensamento Proporcior
com a pesquisa de Fernandes (2024) em nosso grupo de pe
trabalho, seguido pelas pesquisas de Alves (2024) acerca
Pedrosa (2024) sobre a noção de proporção; e de Sinai (20
inversamente proporcionais, finalizando tal desenvolviment

Nessas pesquisas, nossa proposta diverge daquelas
que iniciam a discussão do tema razão através de um exer
definição matemática do seguinte tipo: “[...] Dados dois núm
a **razão** de x para y pode ser indicada pela fração x/y ou pelo
x está para y” (Balestri; Rosa Neto, 2012, p. 178).

A partir dessa definição, os autores de livros didático
exercícios para treino e fixação das ideias. Em sentido cont
nossa proposta parte de um rol de tarefas que, em conjunto,
produção de significados para razão a partir da observação e
existente entre as grandezas envolvidas para o desenvolvime

O conjunto de tarefas foi desenvolvido em nosso gru
do Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva e testad
potencialidades antes de serem levadas para as entrevistas

aula.

Como os alunos serão inseridos em um novo modo
envolve uma nova maneira de operar segundo uma lógica esp
eles operem tomando o quociente entre o número total de es
número de meninos.

Experiências feitas por professores, discentes da di
em Matemática do PPGEM, que levaram esta tarefa para sua
como as seguintes:

- Têm 5 meninos a mais que meninas;
- Tem menos meninas;
- A sala é desigual;
- A turma tem 35 alunos;
- Um número é par o outro é ímpar;
- O 15 e o 20 fazem parte da tabuada de 5;
- 15, 20 e 35 são múltiplos de 5.

De acordo com a pergunta formulada, todas as res
comunicado à turma. E poderemos fazer uma leitura de c
como usar da estratégia de perguntar para alguns por que d

A expectativa é que essa possibilidade se torne o
passarão a fazer as contas e com auxílio do professor e/ou
respostas:

$$\frac{número\ de\ meninas}{número\ de\ total\ de\ estudantes} = \frac{15}{35} =$$

$$\frac{número\ de\ meninos}{número\ total\ de\ estudantes} = \frac{20}{35} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{número\ de\ meninas}{número\ de\ meninos} = \frac{15}{20} = \frac{15:5}{20:5}$$

$$\frac{número\ de\ meninos}{número\ de\ meninas} = \frac{20}{15} = \frac{20:5}{15:5}$$

Porém, não temos expectativa que todos os estuda
considerando tantos para quantos. Destarte, a proposta é abr
a resposta que foi encontrada.

Neste momento, sugerimos uma nova intervenção
leitura da letra (a) a fim de que os discentes considerem
encontrados nos seguintes termos:

Os números querem dizer que na tu

Após a análise da turma, podemos questioná-los aind

a mesma coisa a ponto de podermos excluir uma delas nos p

Na sequência, discutimos com os estudantes a pos

notação a qual todos vão usar para ajudar a pensar sobre o a

$$\frac{número\ de\ meninas}{número\ de\ total\ de\ estudantes} = \frac{15}{35} =$$

$$\frac{número\ de\ meninos}{número\ total\ de\ estudantes} = \frac{20}{35} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{número\ de\ meninas}{número\ de\ meninos} = \frac{15}{20} = \frac{15:5}{20:5}$$

$$\frac{número\ de\ meninos}{número\ de\ meninas} = \frac{20}{15} = \frac{20:5}{15:5}$$

As duas tarefas seguintes têm o objetivo de

internalizaram (no sentido proposto por Vigotski) da disc

maneira de operar e segundo uma lógica das operaçõ

mantivemos a mesma "estrutura" da tarefa anterior nas duas

Tarefa 2

***Análise**: A cada 5 estudantes 3 são me*

$$\frac{número\ de\ meninos}{total\ de\ estudantes} = \frac{14}{35} = \frac{2}{5} \longrightarrow (2\!:$$

***Análise**: A cada 5 estudantes 2 são me*

$$\frac{número\ de\ meninas}{número\ de\ meninos} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2} \longrightarrow (3$$

***Análise**: Nesta sala de aula tem-se 3 m*
grupo de 5 alunos, 3 são meninas e 2 s

Fonte: Arquivos da pesquisa do autor.

Tarefa 3

Na turma C há 36 estudantes dos quais
verdadeiras que informe nessa sala de
(a) A relação entre o número de menin
(b) A relação entre o número de menin
(c) A relação entre o número de menin

Fonte: Arquivos da pesquisa do autor.

A resolução do professor, que poderá ser apr

discussão como proposta de fechamento das falas, é seguin

Fonte: Arquivos da pesquisa do autor.

Após discutir as três tarefas, introduziremos mais u
observar que alteração pode acontecer quando uma nova inf
de significados dos alunos, que são as noções de *parte-todo*

Tarefa 4

Vamos olhar novamente para as contas
uma coisa que vocês não observaram
perguntamos:

Quando falamos de total de estudantes
e meninos; quem é o todo e quais são a
Quando vocês fizeram as contas:

$$\frac{número\ de\ meninas}{número\ de\ total\ de\ estudantes}$$

$$\frac{número\ de\ meninos}{número\ total\ de\ estudantes}$$

$$\frac{número\ de\ meninas}{número\ de\ meninos}$$

$$\frac{número\ de\ meninos}{número\ de\ meninas}$$

Em quais casos temos uma relação pa
relação parte/parte?

Você conseguiria fazer um desenho d

Assim, passaremos a observar o quanto essa ideia ser
seguintes.

As sessões de entrevistas com o(a) s aluno(a)s per
nossas expectativas pode se confirmar, já que, da perspectiva
antecipar o que acontecerá nas entrevistas clínicas nem na
posterior as suas enunciações.

Passamos agora às tarefas **do Grupo 2**, cujo objetivo
razão, sem ainda defini-la, em diferentes contextos:

Tarefa 1

Uma cidade com 120.000 habitantes po
a 60 anos e 5.000 com 60 anos ou mais
o número de habitantes na faixa de
habitantes?

O número de habitantes com 60 anos ou

O número de habitantes na faixa de 50
com 60 anos ou mais?

o número de habitantes com 60 anos o
faixa de 50 a 60 anos?

Em todos os casos, diga o que informa

Fonte: Arquivos da pesquisa do autor.

O resultado nos diz que, na cidade, temos que, a cad

ou mais; ou que existe um habitante com 60 anos ou mais e

$$\frac{n^{\underline{o}}\ habitantes\ na\ faixa\ de\ 50\ a\ 60}{n^{\underline{o}}\ habitantes\ de\ 60\ ou\ mais.} = \frac{30.0}{5.0}$$

Fonte: Arquivos da pesquisa do autor.

Os resultados encontrados nos dizem que o número

50 a 60 anos é 6 vezes maior do que o de habitantes de 60 a

afirmar que, para cada habitante com 60 anos ou mais, há n

a 60 anos.

Tarefa 2

Em uma cidade de 240.000 habitantes,
para atender a população.

a) Qual é a relação de números de ha
número de habitantes por médico?
b) Nessa cidade há quantos dentistas p
c) Numa pequena cidade de 6.000 habi
para atender a população. Esta cida
médicos que a cidade de 240 mil habit

Tarefa 3

Em sua festa de aniversário, Lucas con

$$\frac{n^{\underline{o}}\ de\ meninas}{n^{\underline{o}}\ total\ de\ estudantes},$$

$$\frac{n^{\underline{o}}\ habitantes\ \ldots}{número\ tot\ldots}$$

Assim, número de meninas, número tota
temperatura, entre outros, são chamad
Logo, definimos grandeza ou quantidad

***Grandeza** ou **Quantidade** é tudo aquilo*
números para isso.

Além disso, pedimos a vocês que ca
tarefas: a relação entre o número de
relação entre o número de dentistas e o
Neste caso, como essa relação é feita d
informações importantes, usamos ch
agora deixaremos para você definir o q
Com essas informações, vocês devem:

-*Exibir 5 exemplos de coisas que são g*

-*Definir com suas palavras o que é raz*

Fonte: Arquivos da pesquisa do autor.

Nossa expectativa é que os estudantes tentarão apr *meninos é de 3/5. Quantas são as menin*

Tarefa 2

*Numa classe de 36 alunos, a **razão** entr*
de alunos é de 3/4. Quantas são as men

Fonte: Arquivos da esquisa do autor.

Já as tarefas do **Grupo 5** visam a introduzir mais um
sobre razões entre grandezas: a noção de porcentagem, enter

Tarefa 1

Alice estava olhando o álbum de fotog
das 80 fotos colocadas lá, 32 são colori
então perguntou: - qual a relação entr
total de fotos do álbum?

Ela então apresentou a seguinte resolu

A razão entre o número de fotos colori

$$\frac{número\ de\ fotos\ coloridas}{número\ total\ de\ fotos} = \frac{32}{80} =$$

Logo, concluímos que, a cada 5 fotos, a

Uma outra pergunta que podemos fazer
Alice é: como podemos interpretar de u
32 fotos coloridas em um total de 80 fo

$$\frac{número\ de\ fotos\ coloridas}{número\ total\ de\ fotos} = \frac{32}{80} = 0,4$$

Que se lê: de um total de 80 fotos, que e
fotos, 40% (32 fotos) são coloridas.

Assim, para saber qual a porcentagem
100% - 40% = 60%.

Podemos verificar isso observando que
de todas as 80 fotos).

De fato, as contas nos informam a mesm

$$\frac{número\ de\ fotos\ preta\ e\ branca}{número\ total\ de\ fotos} = \frac{48}{80} =$$

Com base no que você acabou de ler re

Você concorda com a afirmação da A
contas que a cada 5 fotos, duas são col

Você pode explicar com suas palavras o

O que você pode dizer desta razão: $\frac{}{núm}$

Você pode usar porcentagem no cálcul

Tarefa 2

Uma escola planeja fazer uma festa j
quadrilha para decidir qual será a me

possível fazer uma leitura do valor encontrado.

A segunda e a terceira situações pretendem aprofu
situação anterior e verificar o que foi internalizado na discus

Na turma B, há 14 meninos e 21 meninas
informem a relação entre o número de
número de meninos nessa sala de aula.

Na turma C, há 36 estudantes dos quais
verdadeiras que informem a relação en
de meninas e o número de meninos ness

Fonte: Arquivos da pesquisa do autor.

Após uma longa discussão com a turma observando o
incorporando a noção de tomar o quociente e para fazer a
introduzida a noção de todo-parte e parte-parte, bem como
parte pela via da porcentagem.

Em geral, essas tarefas foram extraídas dos livros di
diferente daquelas propostas pelos autores. Aqui, os estuda
ainda fazer uso de uma definição ou da palavra razão.

A proposta que se seguirá é a de que o estudante, ao f
a uma caracterização de razão, construída a partir de sua viv

6 A PESQUISA DE CAMPO

A pesquisa de campo foi desenvolvida em uma
munícipio de Juiz de Fora, na zona leste do município. Os pa
do Ensino Fundamental, com idades entre 12 e 13 anos.

O convite foi direcionado para todos os estudantes
escola. Nesse sentido, apenas 5 alunos demonstraram intere
autorizações dos responsáveis para participarem da pesquisa

As tarefas foram desenvolvidas em 5 encontros prese
em que o pesquisador foi o proponente das tarefas aplicadas
na sala de laboratório de informática nos seguintes dias: 28
2024.

No primeiro encontro, o pesquisador retomou a dis
havia juízo de valor. Ou seja, não havia certo e errado na
naquele ambiente para ouví-los. Ademais, explicou que, em
seriam auxiliados por ele. Em seguida, foi solicitado aos a
nomes fictícios para que não pudessem ser identificados q
tendo sido definidos sem nenhuma interferência do pesqu
foram escolhidos: Léo Jardim, Léo Pereira, Pérola, Neymar

Em seguida, apresentamos aos discentes a primeir
potencialmente dispadora do processo de produção de seus

Por se tratar de uma dinâmica diferente daquela qu
aula, notamos que os alunos apresentaram dificuldades em fa
a discussão proposta, uma vez que tinham receio de respon
que não tinham relação com a atividade. Destarte, enquan
processo, foi realizada a seguinte intervenção:

Pesq: Alunos, escrevam o que entende
certo ou errado. Quero saber o que ent

CR7: O que é para fazer ? Conta?

Fonte: Arquivos da pesquisa do a

A fala deste aprendiz nos convida à seguinte reflexão
foram propostas a este envolvendo matemática, terminan
refletem ou avaliam as respectivas questões ou situações a
preocupação em achar a resposta "certa". Dessa forma, con
dificuldade na realização desta primeira tarefa estava ligado
habituados a trabalhar.

Tal fato reforça nossa teoria de que essa dinâmic
estudantes desde o início de seu processo, pois, uma vez fa
estudantes não sentirão tanta diferença[3]:

Léo Pereira: Professor, pode fazer as c

Uma especulação que podemos fazer a partir do r

que,na visão da discente, "contas pequenas" não necessitam

em uma estipulação local.

Neste momento, obtive a evidência de que contas "g

registro importante a ser feito. Por outro lado, aquelas que

são necessárias.

Ao iniciarem o processo de escrita, a primeira coisa

total de alunos da sala. Dois estudantes não tinham exibid

resultado. Assim, o pesquisador os questionou como havi

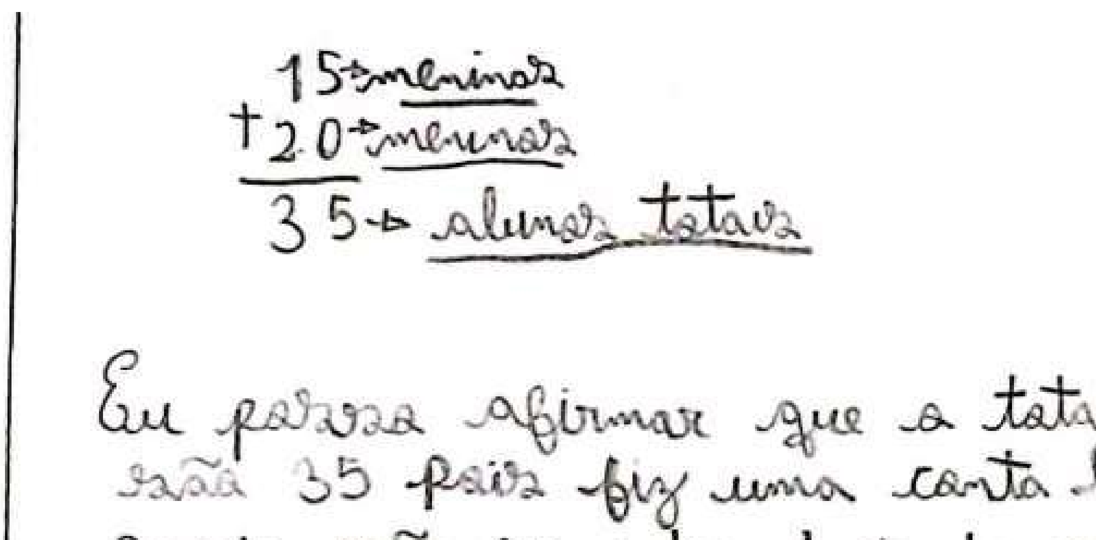
houve por parte dele uma necessidade de indagá-los a fim d

pois os discentes eram bem sucintos.

Após provacações realizadas pelo pesquisador n

escrevessem ou falassem mais, a aluna Pérola, apresentou a

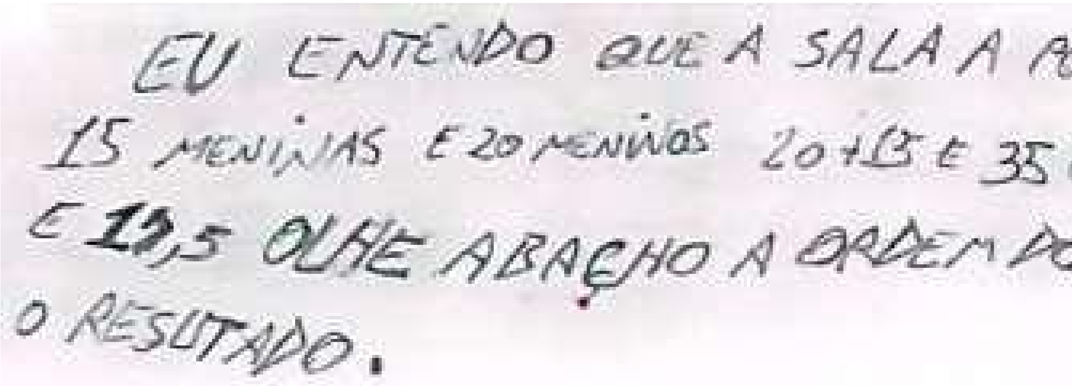
Figura 30 - Tarefa 1 - aluna Pé



altera o resultado. Ademais, exibiu que, caso tenha o total de
meninas, é possível descobrir o outro através da subtração.

Destarte, propusemos aos estudantes que apresentas
resolvido a tarefa. Então, um aluno – Leo Jardim – foi o pri

Figura 31 – Tarefa 1 – aluno L


EU ENTENDO QUE A SALA A P
15 MENINAS E 20 MENINOS 20+15 E 35
E 17,5 OLHE ABAÇHO A ORDEM PO
O RESUTADO.

Fonte: Arquivos da pesquisa

Após a leitura do aluno, outro discente questionou:

Neymar: Você dividiu por 2?

CR7: Ele queria que a sala tivesse o me

Léo Pereira: Mas tem como dividir uma

Léo Jardim: Nossa! Eu ia ter que dividi

conjunto, onde os educandos expunham suas opiniões. A úl
foi, uma negociação a qual partiu do pesquisador de com
introdução da notação (a : b) (a está para b). Em seguida, f
proposto na referida tarefa.

Na continuação, apresentamos a tarefa 2 aos alunos:

Figura 32 – Apresentação da

Na turma B há 14 meninos e 21 meninas. Prod informe, nessa sala de aula:

(a) A relação entre o número de meninas e o númer

(b) A relação entre o número de meninos e o númer

(c) A relação entre o número de meninas e o númer

Fonte: Elaborada pelo autor

Na tarefa 2, os discentes identificaram que a quant
mesma que da atividade anterior. No entanto, o número de
atividade anterior. Os estudantes tiveram dificuldade em
identificado o que era para ser realizado,. Assim, foi esclarec
as razões que haviam sido discutidas.

Neste caso, os estudantes optaram por utilizar o segur

com este, pois já haviam tido um contato em momentos ante produzia sentido algum para aqueles alunos. Tal situação pr a cerca de fração e sua ideia de parte-todo e parte-parte.

Em seguida, um aluno questionou se havia divisã concepção, não sabia realizar tal operação. Então, o ap necessidade de se preocupar, pois caminhariam juntos naqu momento, ninguém havia ficado para trás.

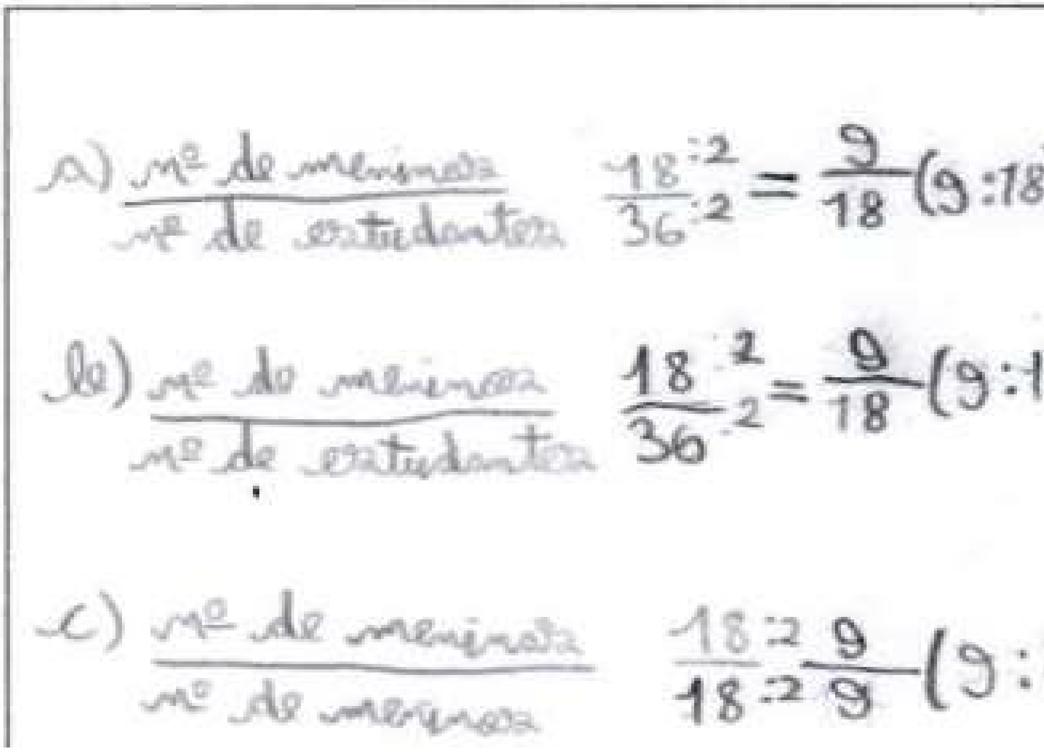
Destarte, o pesquisador começou a atender os estu começamos a identificar que o processo de simplificação constatamos que seria necessária a realização de uma interve seguissem tal direção. No entanto, não obtivemos suces optamos passsar para a próxima tarefa no intuito de visualiz estudantes não conseguiram desenvolver a notação nessa at eram grandes.

Essa ficha de trabalho foi realizada no segundo enco de desenvolver as três atividades propostas. Na tarefa 3, os a que o número de meninos e meninas era o mesmo. A internalizado as respectivas relações estabelecidas na ficha foi proposto a eles uma tentativa de simplificar. Logo questionamento:

Ao tomar a decisão de retornar no material ante
estudantes a pensar em conjunto, e diferentes signif
complementados. O aluno que sabia que “7 x 5=35 constitu
divisão. Segundo as suas palavras, a multiplicação o auxilia

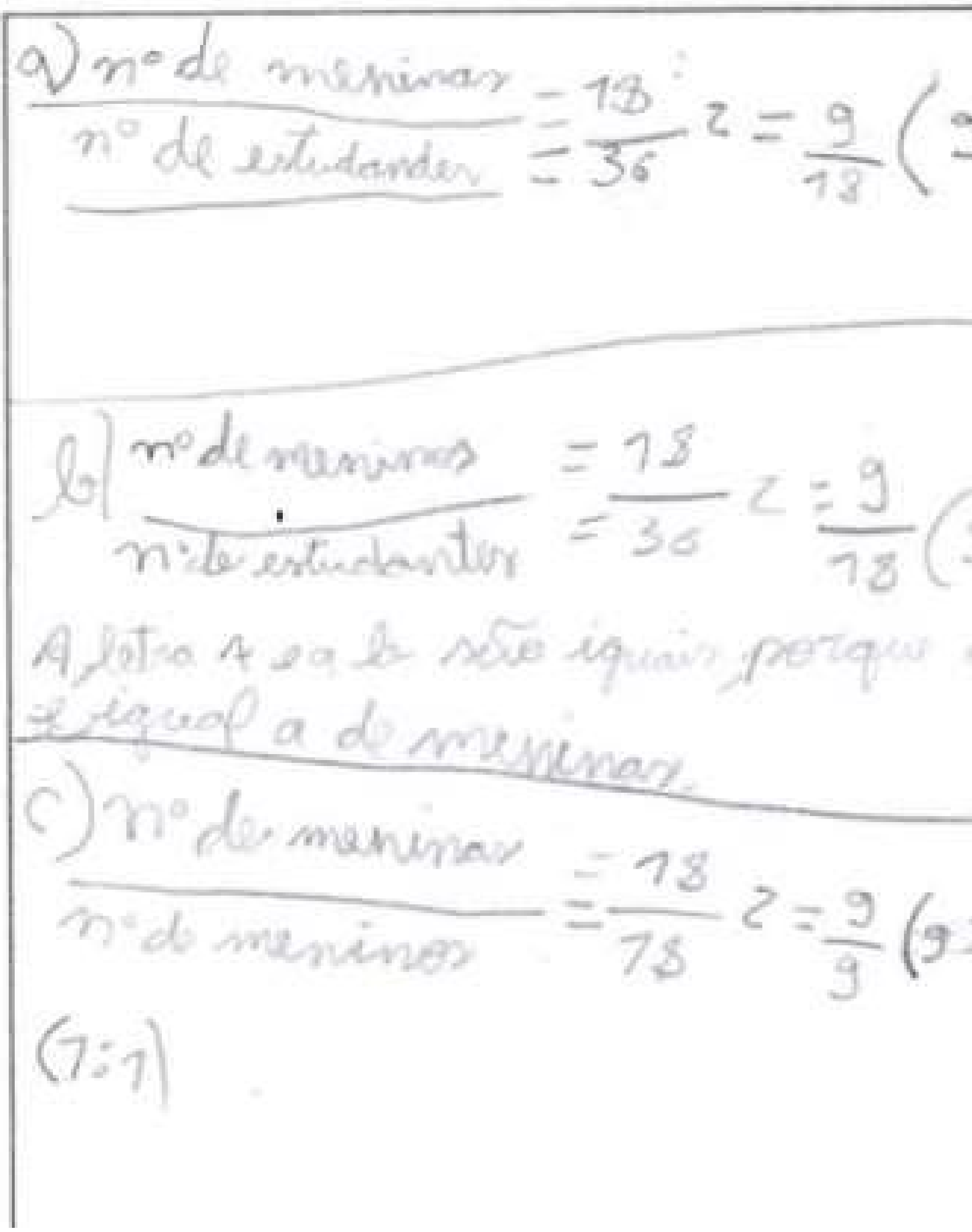
Logo em seguida, o pesquisador solicitou que os estu
as discussões. Depois de a realizarem, podemos observar qu

Figura 33 – Tarefa 3 – aluna



Fonte: Arquivos da pesquisa

Figura 34 – Tarefa 3 – alun



Fonte: Arquivos da pesquisa

Os dois alunos produziram significados na mesma di

fácil pensar nessa tarefa utilizando a notação que lhes foi

faziam para ler melhor, pois entendiam o que estava sendo f

Léo Jardim: A cada 2 alunos, eu tenho

Assim, outro aluno fez o seguinte questionamento:

CR7: Professor, era possivel simplifica
falou?

Pesq: O barato da coisa é descobrir,
você mesmo descobriu isso, sem nenhu

Fonte: Arquivos da pesquisa

Em seguida, o pesquisador apresentou seu respectiv
Alguns alunos apontaram, durante o processo de simplificaç
tais números foram selecionados. Como estávamos faze
solidário, os próprios aprendizes que haviam entendido ex
foram escolhidos. Vale ressaltar que eles utilizaram a multi
resolução.

Destarte, apresentamos a tarefa 4 conforme dispos
alunos identificaram com facilidade as relações de parte-to
partes. Porém, quando lhes foi solicitado que apresen
apresentaram a tarefa 3 $\frac{número\ de\ meninos}{núemros\ de\ meninas} = \frac{18}{18}$. Ao observa

Figura 35 – Tarefa 4 – aluno L

Após analisar esta resposta, observamos que os estud

parte à ideia de números iguais, o que não era nosso objetiv

intervenção externando o seguinte questionamento:

> *Pesq: Existem outros exemplos de pa*
> *olhada.*

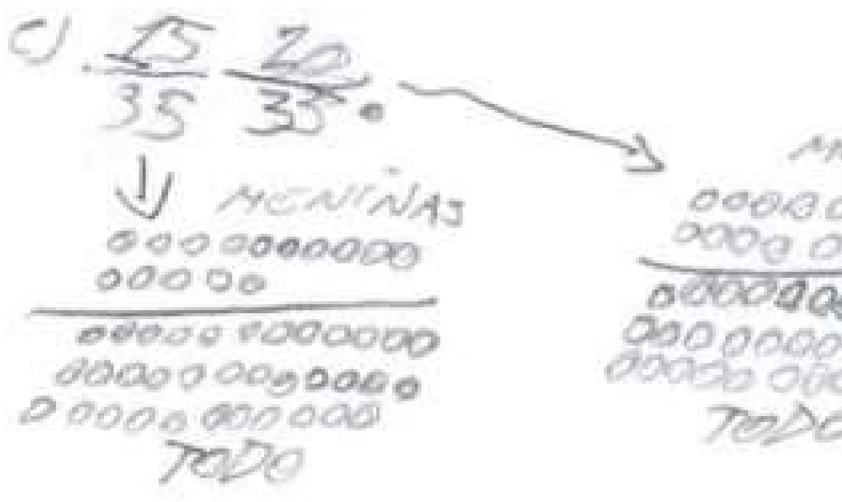
Fonte: Arquivos da pesquisa

No entanto, os alunos não deram importância a tal s

item c. Nessa atividade, alguns perguntaram o que querian

refrizamos que era o que eles queriam e consideravam que e

Figura 36 – Tarefa 4, Item C – alun



Fonte: Arquivos da pesqui

O primeiro aluno representou no desenho a relação d estudantes em uma imagem e, na outra, o número de men segundo discente, na mesma imagem, representou ambos. dizem quais significados esses alunos porduziram ao longo estudantes não quiseram desenhar, pois se sentiam desconfo proposta.

Por fim, o pesquisador retornou a questão de parte-p modos de conceber essa noção. Alguns alunos entenderam encaminhamos para as tarefas do segundo grupo.

A tarefa 1 causou estranhamento aos alunos, pois ele das atividades eram grandes e pensavam que não iriam co conseguiram estabelecer as relações que lhes eram solicitad internalizado. No entanto, identificaram que existia uma ne alegaram que não sabiam.

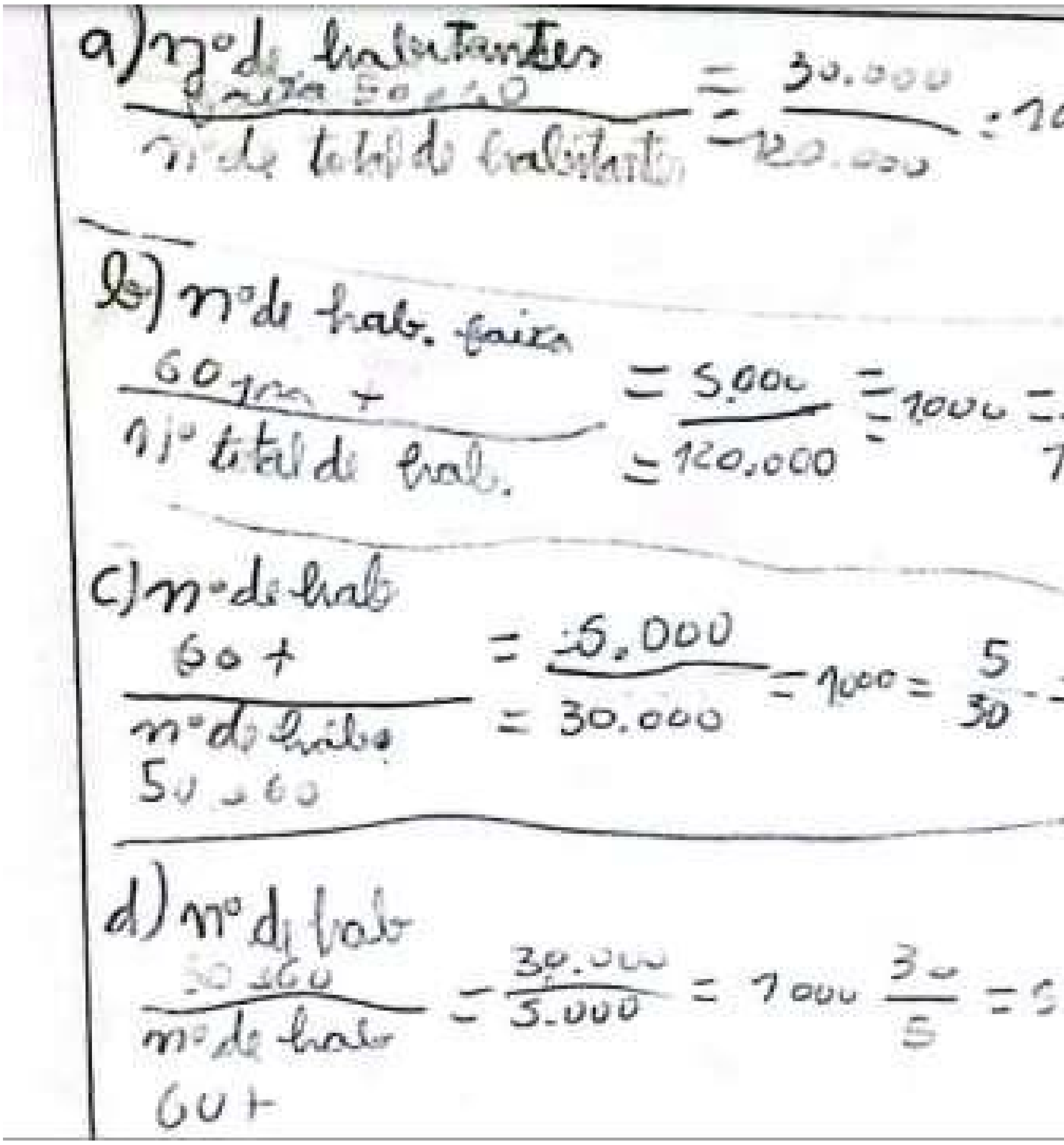
Nesse sentido, o aluno CR7 demonstrou incômodo número, registrado inclusive em sua fala:

CR7; Deve ter um jeito mais fácil possível.Vou acabar dividindo por 100

Pesq: Tenta ué!

Fonte: Arquivos da pesquisa

Figura 38 – Tarefa 2 do Grupo 2



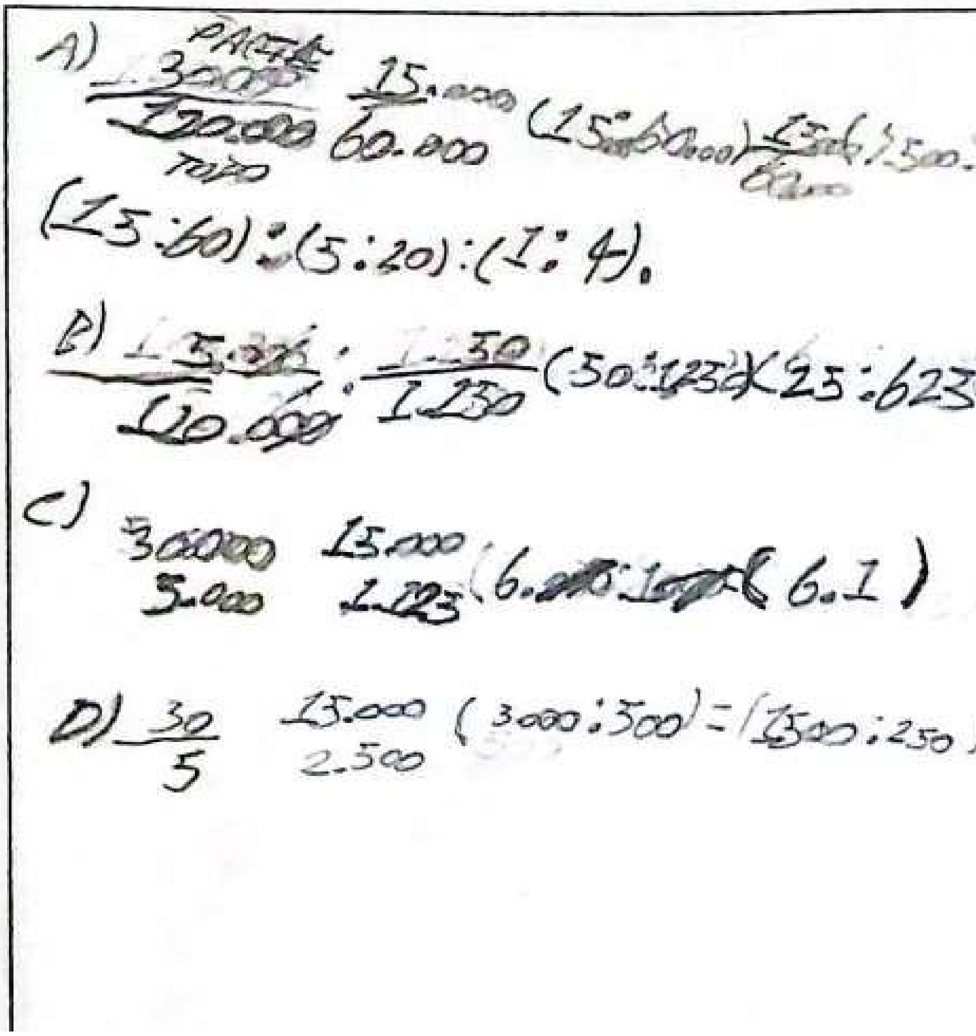
Fonte: Arquivos da pesquisa

Outra estudante começou a pensar o mesmo que o c
alguma coisa de “cortar o zero de cima e de baixo”. Assim,

Pérola: Professor, por que posso corta

Além disso, após o primeiro item, os alunos com
resoluções. O discente que resolveu o item anterior sem ut
10, no item b, resolveu utilizando tal método. Destarte, o es
simplificação na base 10:

Figura 39 – Tarefa 2 do Grupo 2 – a



Fonte: Arquivos da pesquisa

Na tarefa 2, uma aluna apresentou o seguinte modo

Observamos que a discente utilizou, em todo o pr

pesquisador lhe perguntou por que ela optou por esse núm

respondeu:

Pérola: Porque eu sei o que é metade.

Pesq: Ahhh sim.. Mas por que $\frac{7,5}{15000}$ *voc*

Pérola: Porque aí eu sei resolver.

Fonte: Arquivos da pesquisa do a

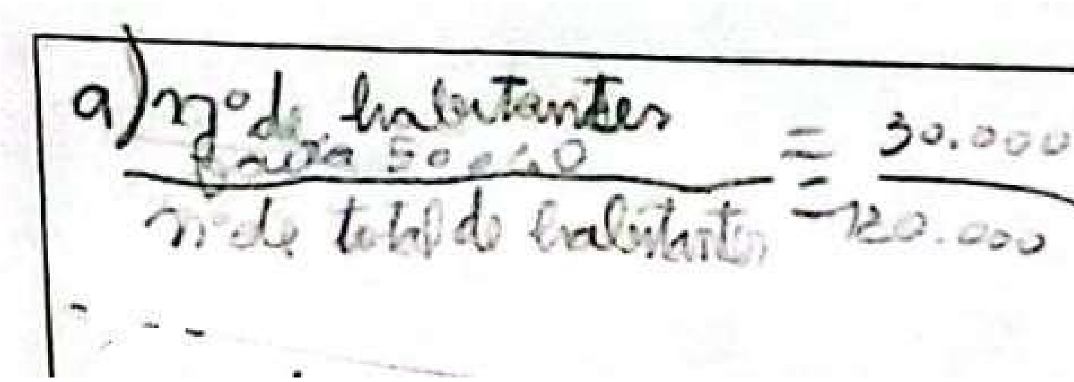
Ou seja, nos resíduos de enunciação dessa aluna, ela d

de significado, aplicar números considerados grandes é "

operatório e conhece o conceito de metade. Tal associação a

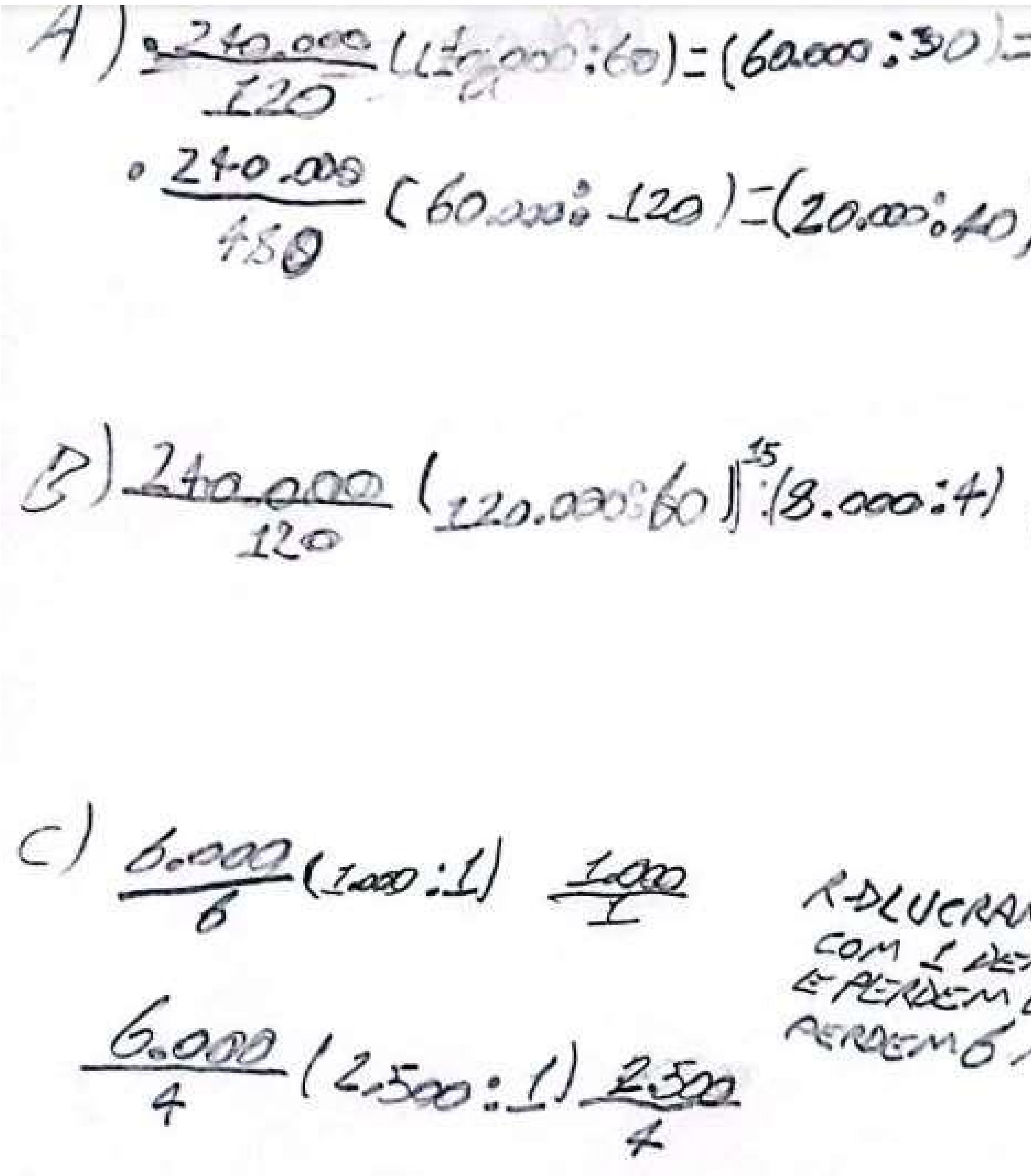
Nesta mesma tarefa, outro estudante apresentou a for

Figura 41 – Tarefa 1 do Grupo 2



Fonte: Arquivos da pesquisa do a

Figura 42 – Tarefa 2 do Grupo 2 – a



Fonte: Arquivos da pesquisa do a

Nessa tarefa, analisamos que o estudante adotou a n

Léo Pereira: Professor, pode usar calc

Pesq: Por que?

Léo Pereira: Porque eu acho mais fáci

Pesq: Vamos tentar sem a cálculadora

Fonte: Arquivos da pesquisa do a

Neste momento, acreditamos que o discente se enc qual ele próprio havia identificado, em que necessita questionamos sobre quando aceitar recursos como ca investigação e tentativa? Enquanto pesquisador e aplicado não sabíamos o que responder.

Contudo, dois alunos concluiram que a cidade co atendida por dentistas e a de 240.000 habitantes era mais bem os discentes alegaram inicialmente que a cidade com men melhor a população, pois, segundo eles, o número total de resolveram conferir tal afirmação após o questionamento do

Em seguida, os estudantes começaram suas resp apresentou o seu raciocínio e convenceu aos demais colegas

CR7: Olha só, na primeira cidade, o nú 24000 pessoas tem 1,2 dentista. Na

Ademais, permitiu aos educandos, no desenvolvimen
respectivos modos de resolver. No momento da resolução, to
suas respectivas noções acerca do que estava sendo propost
e discussão é um ambiente rico em produção de significados
Roberto Baldino de que matemática se aprende falando
concluímos que o discente que estava com dificuldade e
compreendeu a explicação do colega. Os alunos ficaram
praticamente duas aulas para concluirem as duas primeiras t

A tarefa 3 foi realizada no quarto encontro, pois os e
as atividades propostas por grupo. Ademais, o aluno Léo
último encontro, então entregamos as tarefas propostas pa
Porém, o educando se debruçava sobre as tarefas nos horári

Ao começarem a ler a tarefa, um estudante question
festa eram 20 ou 21 pessoas. Assim, pedimos que explicass
conclusão. O discente justificou que, no enunciado, é dito q
ele, como aniversariante, também participaria; então, serian
ao estudante que ele tinha liberdade de resolver do jeito que
optou por considerar 20 pessoas, pois alegou que ficaria ma

Em seguida, observamos os modos através dos
desenvolveram suas ideias:

Figura 43 – Tarefa 3 do Grupo 2

No interior dessa atividade, observamos algumas sit

para sua respectiva resolução é legítima por ter pensad

raciocínio e, assim, chegado ao que se queria.

Já o aluno CR7, após ler e ficar falando em voz l

seguinte:

CR7: Vai precisar de 10 garrafas.

Pesq: Como chegou a esta conclusão?

CR7: Está certo uai?

Pesquisador: Quero entender como vc p

CR7: Cada pessoa vai beber 1 litro de r litros. Aí, cada 2 pessoas vai beber uma garrafas só!

Pesquisador: Huuuuum, legal! Escreve

CR7: Não sei. Vou fazer do jeito que se

Pesquisador: Ok! Está ótimo!

Fonte: Arquivos da pesquisa

Na ilustração abaixo, dispomos o que o estudante reg

Para concluir essa tarefa, o aplicador exibiu a sua re
Neste momento, os discentes concluíram que a ideia era a me
diferentes. Mas o que mais lhes trouxe incômodo foram as
eram apresentados somente números, e sim o que cada un
atividade. Uma aluna chegou a falar que esse modo era ma
resolver a atividade. A seguir, apresentamos o método de re

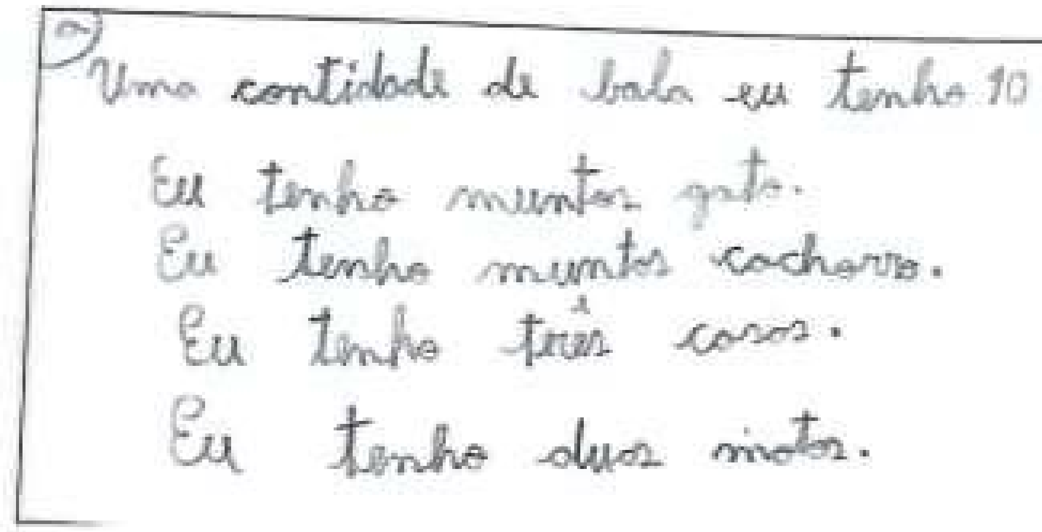
Neste mesmo encontro, iniciamos a discussão do gru
constatamos que os estudantes estavam esgotados e cansad
Então, resolvemos que o pesquisador leria a tarefa com c
Ressaltamos que tal atitude resolveu a questão da falta de co

Notamos que o texto em questão esclareceu, de form
uma criança de 12 anos, de modo que os discentes entende
utilizaram os respectivos exemplos que se fazem presente
analisamos que associaram grandezas a números, pois, ac
grandeza com quantidade. Nas ilustrações abaixo, tra
relativamente ao seguinte enunciado:

Com estas informações, vocês de

Exibir 5 exemplos de coisas que

Figura 46 – Tarefa 1 do Grupo 3 – a



Fonte: Arquivos da pesquisa do a

Figura 47 – Tarefa 1 do Grupo 3 – aluno

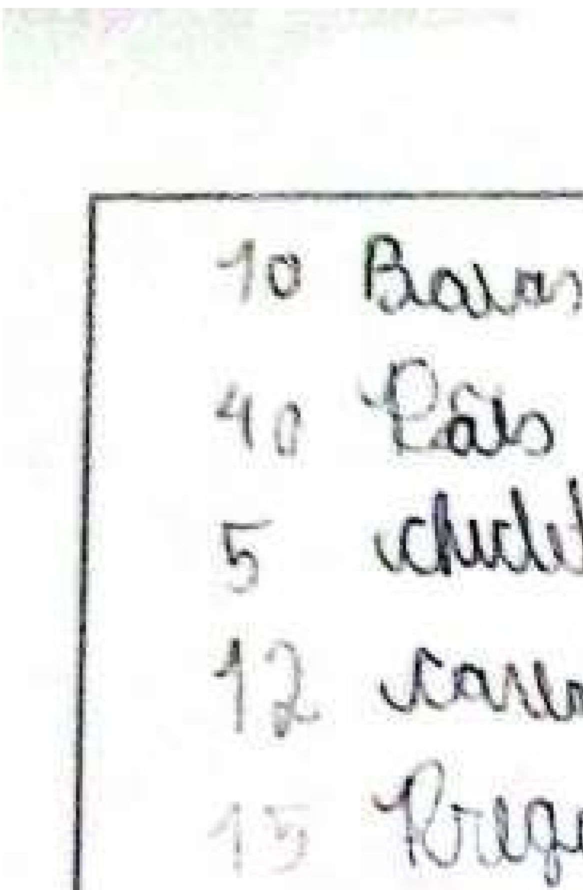
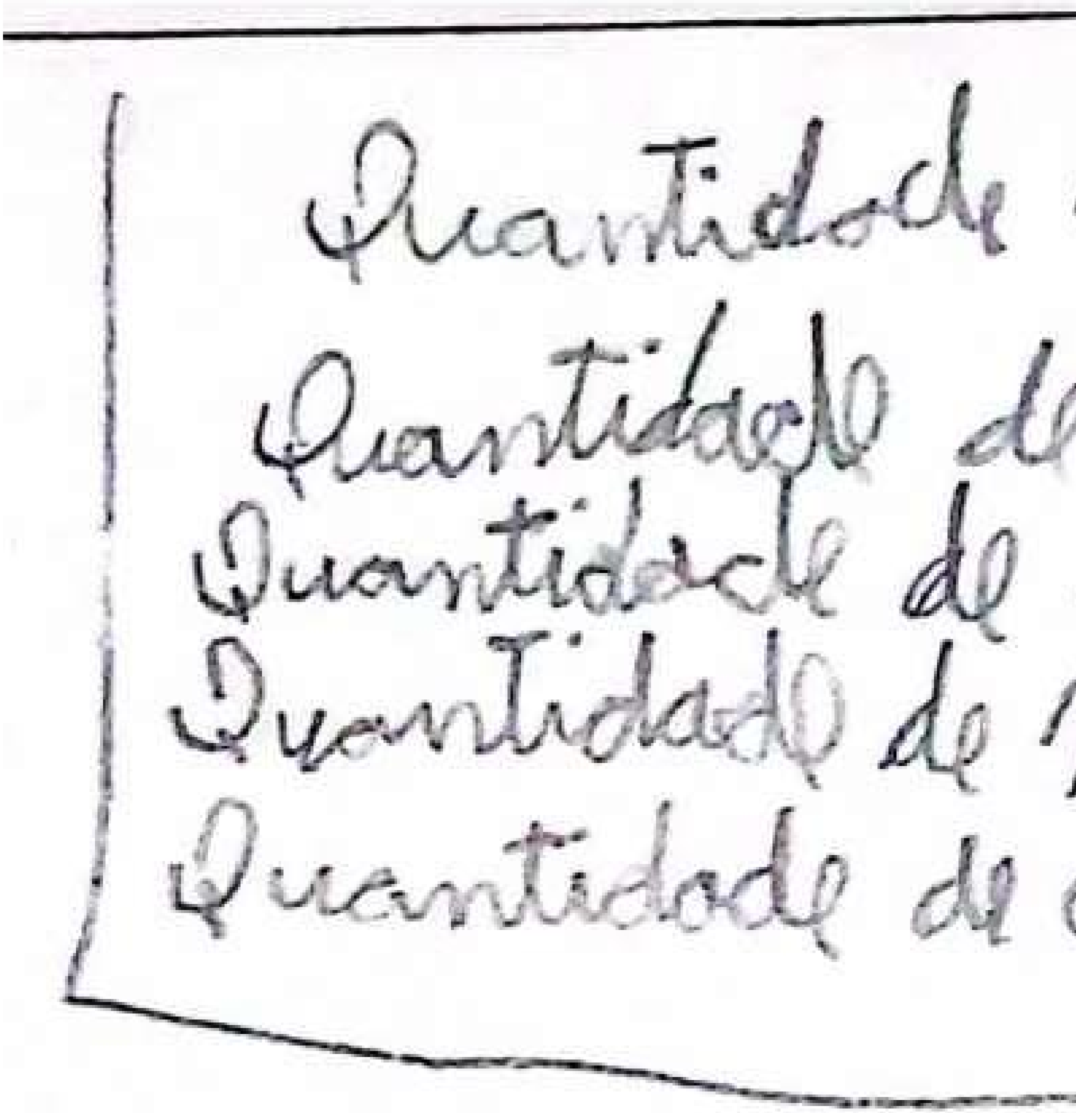
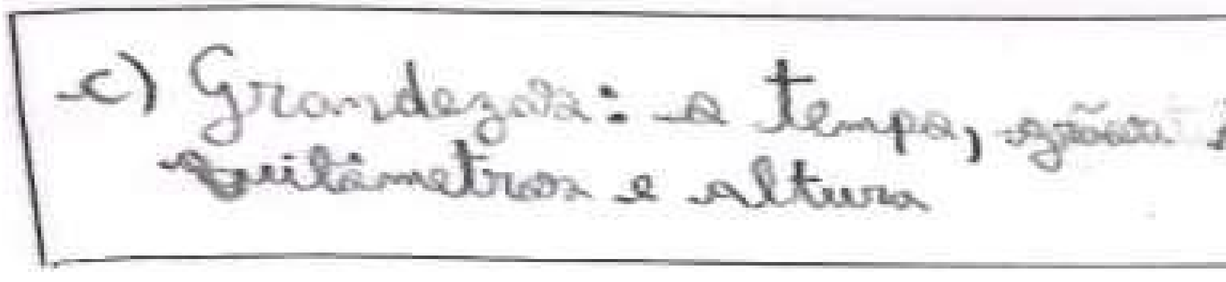


Figura 48 – Tarefa 1 do Grupo 7


Quantidade
Quantidade de
Quantidade de
Quantidade de
Quantidade de

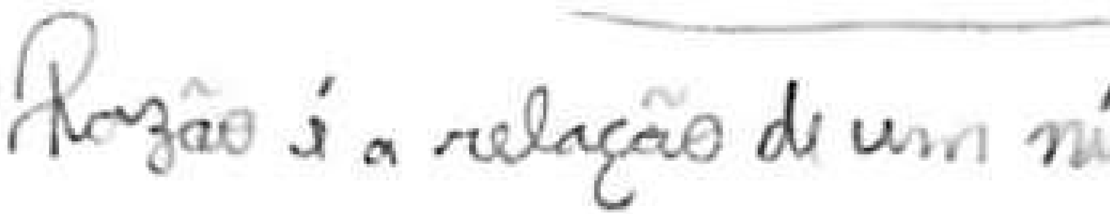
Fonte: Arquivos da pesquisa do a

Figura 49 – Tarefa 1 – Item B do Grupo 3


c) Grandezas: o tempo, [illegible]
quilômetros e altura

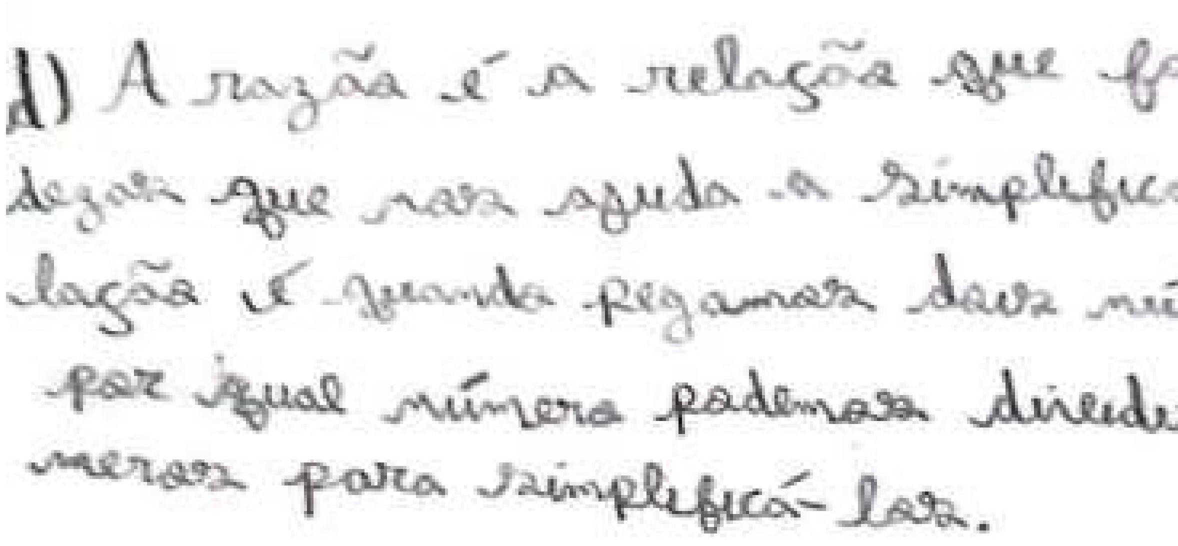
No segundo item desta tarefa, os alunos foram co palavras o que era razão. Então surgiram as seguintes respos

Figura 50 – O que CR7 entende


Razão é a relação de um nú

Fonte: Arquivos da pesquisa do a

Figura 51 – O que Pérola entende


d) A razão é a relação que fa
dezer que nos ajuda a simplific
lação é quando pegamos dois nú
por igual número podemos divid
meros para simplificá-los.

Fonte: Arquivos da pesquisa do a

Os demais estudantes desenvolveram o raciocínio na

Pérola: Ta certa! Olha o final do que es
elementos de mesma grandeza"

Pesq: Mais algum questionamento?

Fonte: Arquivos da pesquisa

Após a pergunta derradeira, notamos que todos os
cansaço. Em seguida, nos questionaram quando acabariam
estavam cansados. Alguns justificaram que as atividades
acostumados a realizar na sala de aula. Isso porque, de acor
explicava quando eles já tinham resolvido os exercícios.

Após este momento de escuta, sentimos a necessi
encontros. Por isso, resolvemos manter a proposta inicial
apenas 1 encontro agendado e, ainda, as tarefas dos grup
entregar as atividades do Grupo 4 para que resolvessem e
seguinte, discutiríamos tais tarefas.

No último encontro, iniciamos recolhendo as tarefas
Nessa atividade, observamos que tivemos poucos elemen
processo de leitura, análise e desenvolvimento da atividad
Nesses momentos, nós, como pesquisadores, colhemos resí
que não são anotados pelo estudante na folha. Acreditamos
alguns desses elementos, contudo ainda assim colhemos re

Nessa tarefa, alguns alunos justificaram e contribuí

que, se a relação é de número de meninas pelo número de

pois fizeram a operação (3 meninas + 5 meninos). Como

estes somaram 8 até que chegassem ao resultado de 32. Os d

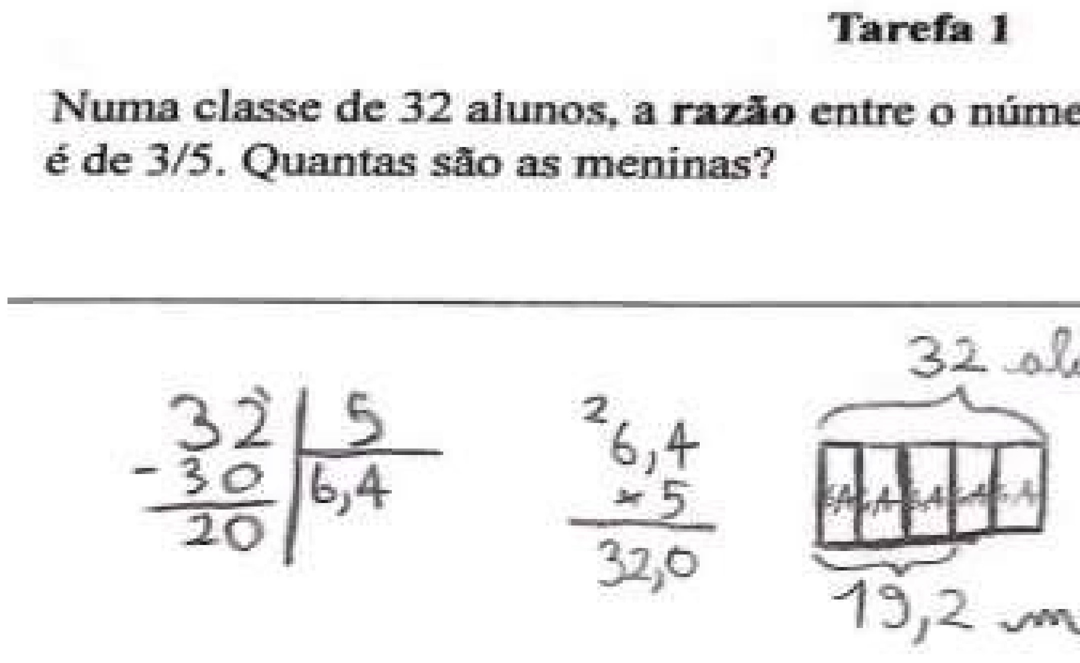
dividida em 4 grupos de 8. Como cada grupo tem 3 meninas

um total de 12 meninas.

Porém, a discente Pérola havia produzido um siginific

a seguir sua tarefa e sua justificativa:

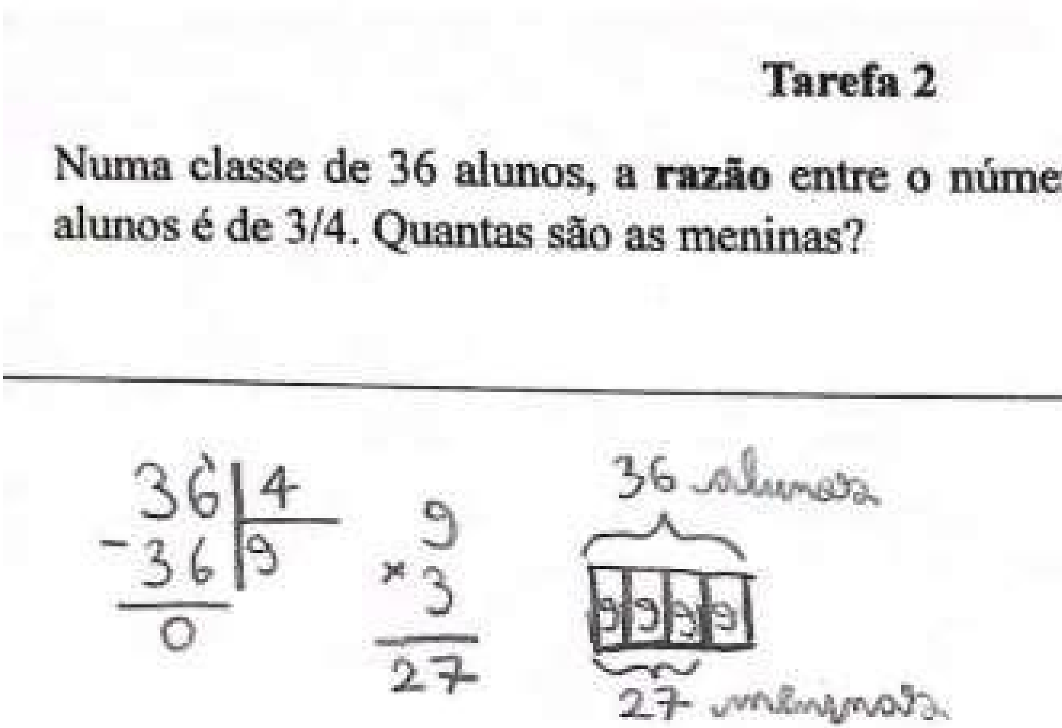
Figura 52 – Tarefa 1 do Grupo 4


Tarefa 1

Numa classe de 32 alunos, a **razão** entre o núme
é de 3/5. Quantas são as meninas?

Pérola: Primeiro, dividi 32 por 5, par
pois a cada 5 grupos, 3 tinham menin
esse valor e multipliquei por 3. O result

Figura 53 – Tarefa 2 do Grupo 4

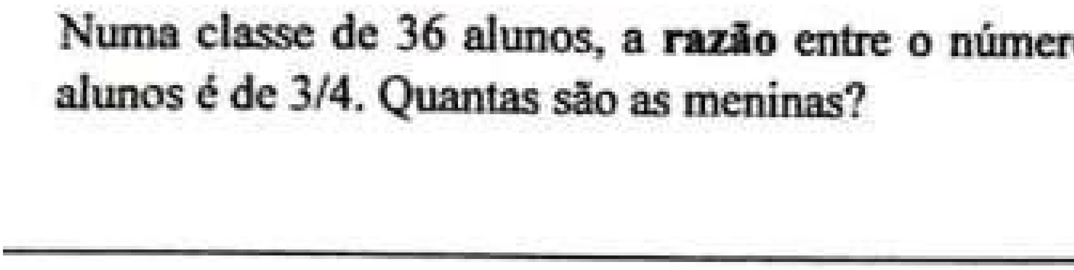

Tarefa 2

Numa classe de 36 alunos, a **razão** entre o núme
alunos é de 3/4. Quantas são as meninas?

Fonte: Arquivos da pesquisa

Por sua vez, outro discente resolveu conforme dispo

Figura 54 – Tarefa 2 do Grupo 4 - a


Numa classe de 36 alunos, a **razão** entre o númer
alunos é de 3/4. Quantas são as meninas?

que 9 x 4 = 36, então ele somou 9 por 4 vezes. E chegou à c

porém queria descobrir o número de meninas. Então, subtrai

que resultou em 9.

Durante o espaço de compartilhamento de ideias,

questionamento:

Pérola: Por que o seu número de menin

Léo Jardim: Porque o número de menin

Pérola: Nossa! Confundi as informaçõe

Fonte: Arquivos da pesquisa

Em seguida, entregamos aos alunos a tarefa 1 do

analisar a terafa, pediram auxílio para fazer a leitura. Após a

que os estudantes tinham dificuldade em ler materiais, ou s

facilidade, ou então nem começavam a desenvolver as resp

atividade para eles no intuito de acompanhá-los.

Os educandos tiveram dificuldade em resolve

apresentaram todo o raciocínio de modo oral:

Léo Jardim: Olha só, conferimos todos

forma correta. Então, a menina está ce

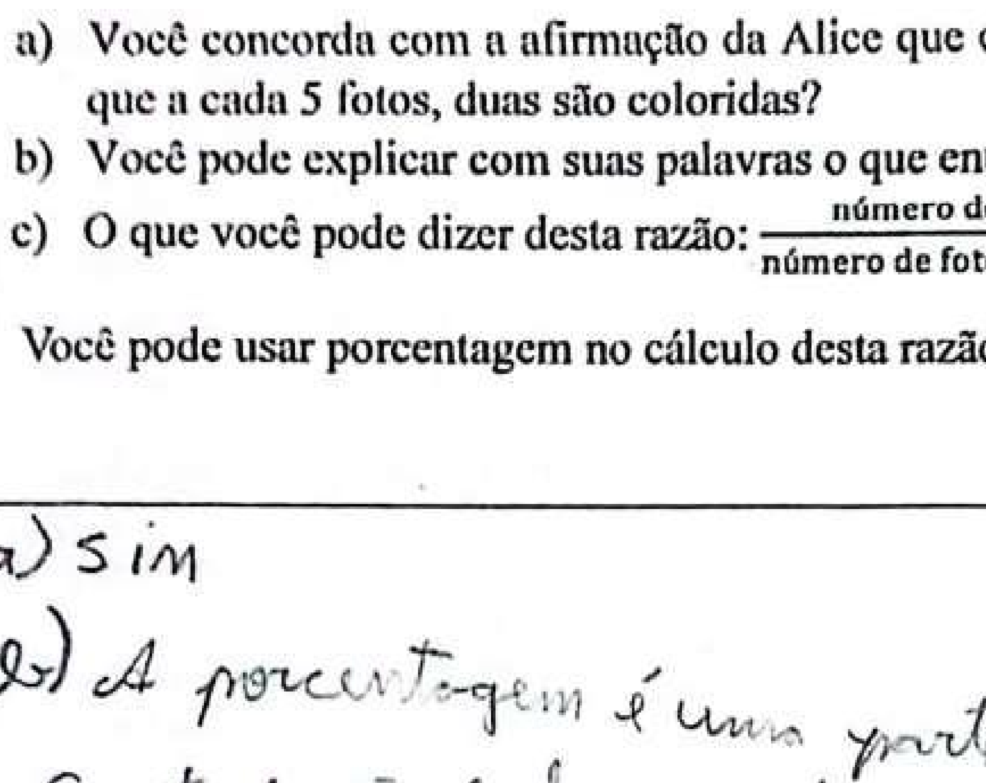
Após essa afirmação, os discentes foram tentando de
etimologia da palavra. Em dado momento, um aluno sugeriu
outro estudante chegou à conclusão “por 100”. Logo, es
atividade, porém não conseguiram chegar até ela.

Nesse sentido, a estudante chegou à seguinte conclusão:

Pérola: 100% é o todo. A porcentagem

Nas ilustrações a seguir, apresentamos
desenvolvidas com os discentes:

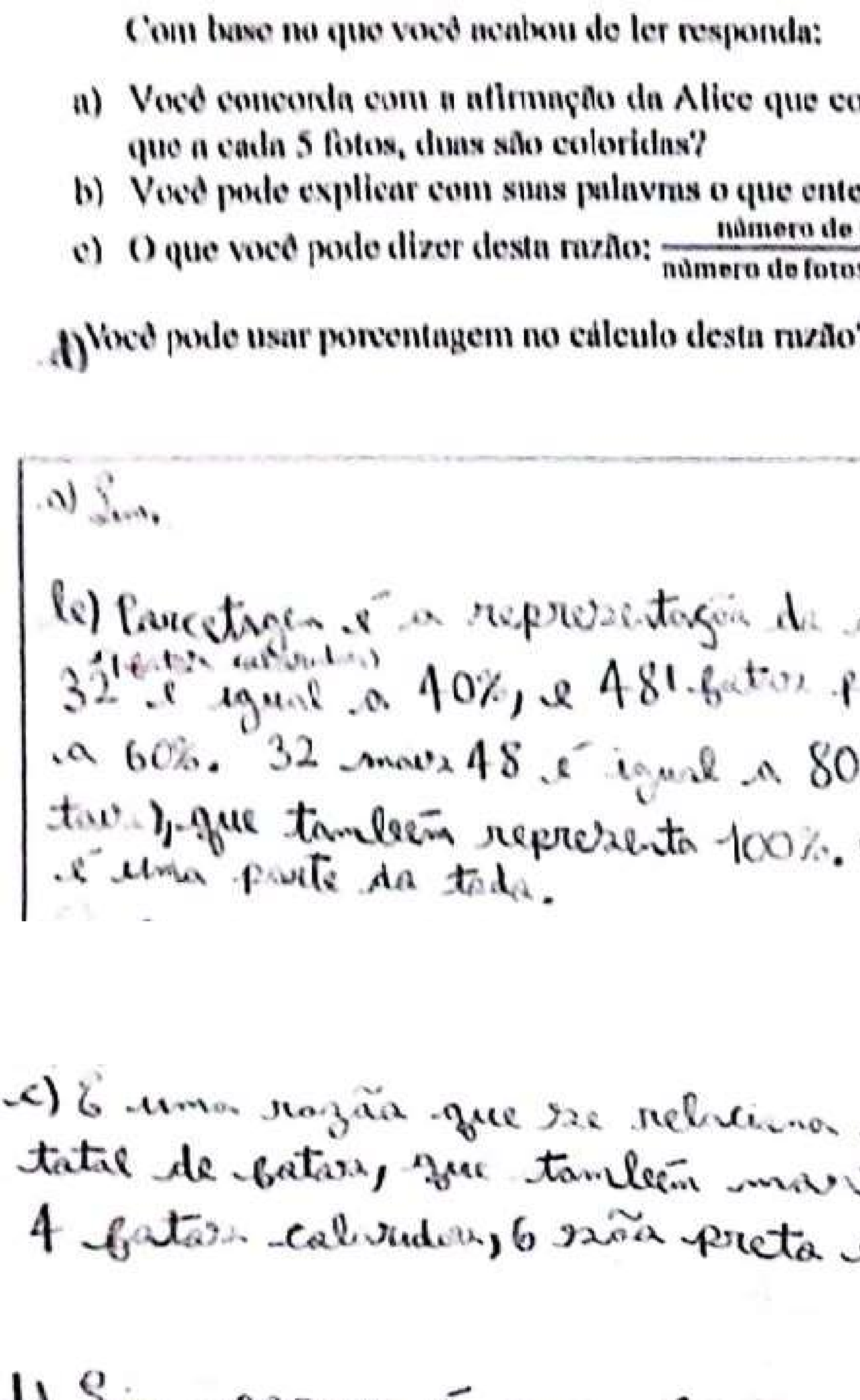
Figura 55 – Tarefa 1 do Grupo 5 –


a) Você concorda com a afirmação da Alice que
que a cada 5 fotos, duas são coloridas?
b) Você pode explicar com suas palavras o que en
c) O que você pode dizer desta razão: $\frac{\text{número d}}{\text{número de fot}}$

Você pode usar porcentagem no cálculo desta razã

a) sim
b) A porcentagem é uma part

Figura 56 – Tarefa 1 do Grupo 5 –



Com base no que você acabou de ler responda:

a) Você concorda com a afirmação da Alice que co
que a cada 5 fotos, duas são coloridas?

b) Você pode explicar com suas palavras o que ente

c) O que você pode dizer desta razão: $\frac{\text{número de}}{\text{número de fotos}}$

d) Você pode usar porcentagem no cálculo desta razão?

a) Sim.

b) Porcentagem é a representação de
32 (fotos coloridas) é igual a 40%, e 48 fotos p
a 60%. 32 mais 48 é igual a 80
tas), que também representa 100%.
é uma parte do todo.

c) É uma razão que se relaciona
total de fotos, que também mas
4 fotos coloridas, 6 são preta

d) Sim

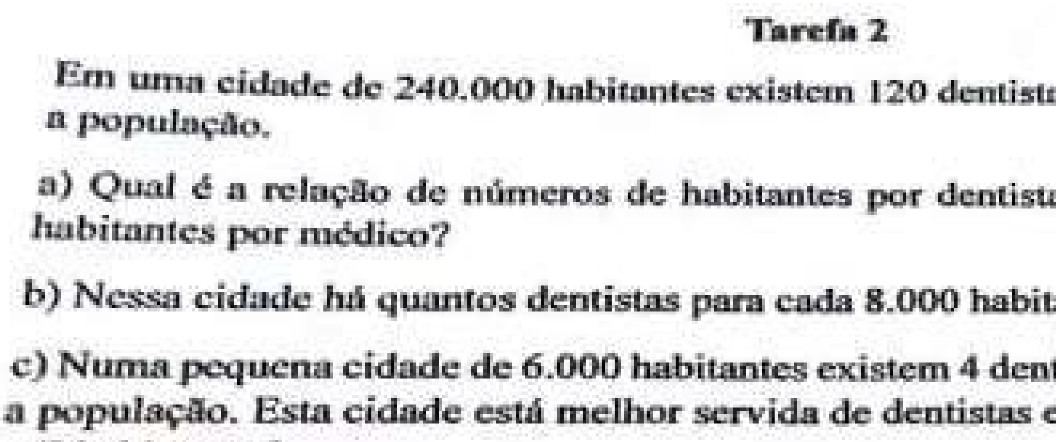
6.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Após todo o processo das produções de significados c
os estudantes possuem facilidade em verbalizar o que pensar
sentem mais confiantes e justificam seus respectivos mod
Porém, quando solicitamos que formalizem esses pensame
conseguem expressar a mesma ideia.

Quando compartilhávamos nossos exercícios, a mai
somente a conta era suficiente. Então, começamos a ap
escrevermos de um modo mais detalhado para que o nosso
entenda o que está escrito. Observamos que, ao longo do p
descrever seu raciocínio.

Ademais, notamos que alguns alunos criaram mo
demonstrado na ilustração a seguir:

Figura 57 – Algumas curiosi



Tarefa 2

Em uma cidade de 240.000 habitantes existem 120 dentist
a população.

a) Qual é a relação de números de habitantes por dentist
habitantes por médico?

b) Nessa cidade há quantos dentistas para cada 8.000 habit

c) Numa pequena cidade de 6.000 habitantes existem 4 den
a população. Esta cidade está melhor servida de dentistas e

Ao longo da aplicação, observamos que, na mate

produções de significado para uma mesma tarefa. Tal situaç

não existe um modo único de pensar ou resolver na ma

tentávamos reforçar nos estudantes, que foram educados m

errado, a importância de termos ideias distintas e que estas p

As tarefas do grupo 1 e a primeira da tarefa do gr

tempo, pois eram tarefas diferentes das que estavam acostu

nos questionavam "quais contas devo fazer aqui?". No entan

aberta e que deveriam responder o que considerassem pertin

2^4, notamos que os estudantes estavam mais familiarizado

propondo. Porém, em alguns momentos, demonstravam can

Contudo, temos que ressaltar a importância de educ

dinâmicas como estas, pois o processo poderia acontecer de

eles estavam começando a entender a dinâmica. Além disso

ocorriam era uma sala composta por balcões, onde os alun

outro. Logo, a organização da sala influnciou em vários mo

Ao analisar a dinâmica que ocorreu na Tarefa 3

estudantes se encontravam bem familiarizados com aquel

deles comentou que tal conta tem de ser realizada para a

encontros de jovens e adolescentes.

Ainda no âmbito das tarefas, os estudantes discutira

Ademais, questionaram o enunciado e optaram por soluç

Após essa experiência, chegamos à conclusão de qu

quando diz, não é ouvida. Para isso, é necessário exercer u

acostumados a ouvir de nossos alunos, de forma receptiva e

mas sem entregar a resposta pronta, pois, desse modo, não

chegar na resposta certa.

Nossas tarefas são completamente diferentes do qu

propõem nos capítulos que analisamos. Nossa proposta é col

tarefas, com variados contextos e objetivos, de modo que

objeto em questão.

Nossa observação ao longo da pesquisa de campo e

pesquisa se expressavam melhor oralmente do que quando

resolução da tarefa. Essa informação local, restrita a um gru

devemos ter para este fato e a maneira que devemos enf

trabalhar a escrita matemática com os estudantes em sala de

os estudos do pesquisador Arthur Belford Powell sobre escr

Um instrumento poderoso de reflexão sobre o pensa

décadas, Bruner (1968, p. 112) afirmou que tanto a escri

dispositivos de ordenação de pensamento sobre coisas pensa

Observamos também, que na posição de pesquisador

limitado a internalização de alguns modos de significados d

de aula real, a ajuda poderia atuar em suas zonas de desenvol

por Vygotsky – servindo de andaime para eles, no sentido

contribuiu para entender o papel do professor mediante u
perceber que o processo de ensino e aprendizagem ocorre atr
ler e estudar todo o processo, acredito que a minha sala de a

REFERÊNCIAS

BALDINO, R. R. **Assimilação Solidária.** Grupo de Pesquis
Matemática. Unesp: Rio Claro, 2001.

BALESTRI, R; ROSA NETO, E. **Matemática nos dias de**
2012.

BOGDAN, R; BIKLEN, S **Investigação Qualitativa em Ed**
e aos métodos. Porto: Porto Editora, 2013.

BRUNER, J. S. **Realidade Mental, mundos possíveis.** Por

BRUNER, J. S. **Toward a theory of instruction**. Nova Yor

CARRAHER, D. Relações entre Razão, divisão e Medida. I
CARRAHER, D. (org.) **A Compreensão de conceitos aritn**
Pesquisa. 2. Campinas (SP): Papirus, 2003.

GAY, M. R. G; SILVA, W. R. **Araribá mais matemática:**
Moderna, 2018. (Livro do Mestre)..

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understa**
instructional strategies for teachers. New York: Routledge T

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understa**
instructional strategies for teachers. New York: Routledge T

LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemátic
da pesquisa. **Revista de Educação Matemática**, Campinas,

LURIA, A. R. *et al*. **Psicologia e Pedagogia:** Bases psicológ
desenvolvimento. São Paulo: Centauro, 2003.

MOLL, L. C. **Vygotsky e a educação:** implicações pedagóg
histórica. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky:** aprendizado e desenvolvimen
São Paulo: Scipione, 1995.

OLIVEIRA, V. C. A. Uma leitura sobre formação continuac
fundamentada em uma categoria da vida cotidiana. 2011. 65
Matemática) _ UNESP, Programa de Pós-gradação em Educ
Claro, Rio Claro, 2011.

PAULA, M. R. **Razão como taxa:** uma proposta de ensino p
2012. 79f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educaçã
graduação em Educação Matemática, Universidade Federal
2012.

POST, T. R.; BEHR, M. J.; LESH, R. A proporcionalidade
pré-álgebra. COXFORD, A. F. SHULTE, Albert P. **As ideia**
1995.

POWELL, A; BAIRRAL, M. **A escrita e o pensamento ma**
potencialidades. Campinas: Papirus, 2006.

SCHLIEMANN, A. L; CARRAHER, D. Razões e proporçõ
SCHLIEMANN et al. (Org.). **Estudos em Psicologia da Ed**
UFPE, 1993. p. 13-37.

SCHLIEMANN, A. L. D. e outros. **Estudos em Psic** ed. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathemat

SPINILLO, A. G. Proporções nas séries iniciais do primeiro
et al. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática.** 2.
UFPE, 1997.

VERGNAUD, G. (1983). Multiplicative structures. In: LES
Acquisition of mathematics concepts and processes. New
127-124).

VYGOTSKY, L. S**. Pensamento e linguagem.** São Paulo: I

VIGOTSKII, L. S; LURIA, A. R; LEONTIEV, A. N. **Lingu
aprendizagem.** 7. ed. São Paulo: Ícone, 2001.

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intel
LURIA, A. R. *et al.* **Psicologia e Pedagogia:** Bases psicoló
desenvolvimento. São Paulo: Centauro, 2003.

WALLE, J. A. V. **Matemática no ensino fundamental:** Fo
aplicações em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre; Penso Edito