

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**(PPEE)**

**Renato Andrade Mosqueira Furtado**

**Geração de Séries Sintéticas com Fatores Aditivos e Multiplicativos a partir de Modelos Autorregressivos Ajustados via Algoritmo de Otimização Aritmética**

Juiz de Fora

2024

**Renato Andrade Mosqueira Furtado**

**Geração de Séries Sintéticas com Fatores Aditivos e Multiplicativos a partir de Modelos Autorregressivos Ajustados via Algoritmo de Otimização Aritmética**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPEE) da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia.

Orientador: Prof. Dr. André Luís Marques Marcato

Coorientador: Prof. Dr. Ivo Chaves da Silva Junior

Juiz de Fora

2024

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Furtado, Renato Andrade Mosqueira.

Geração de Séries Sintéticas com Fatores Aditivos e Multiplicativos a partir de Modelos Autorregressivos Ajustados via Algoritmo de Otimização Aritmética / Renato Andrade Mosqueira Furtado. – 2024.

117 f. : il.

Orientador: André Luís Marques Marcato

Coorientador: Ivo Chaves da Silva Junior

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia Elétrica. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPEE), 2024.

1. Séries Sintéticas. 2. Algoritmo de Otimização Aritmética. 3. Modelo Autorregressivo. 4. Programação Não Linear Inteira Mista. 5. Planejamento de Médio Prazo. I. Marcato, André, orient. II. Silva, Ivo, coorient. III. Título.

**Renato Andrade Mosqueira Furtado**

**Geração de Séries Sintéticas com Fatores Aditivos e Multiplicativos a partir de Modelos Autorregressivos Ajustados via Algoritmo de Otimização Aritmética**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Aprovada em 30 de agosto de 2024.

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Dr. André Luis Marques Marcato** - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Ivo Chaves da Silva Junior** - Coorientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Reinaldo Castro Souza**

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

**Prof. Dr. Leonardo Willer de Oliveira**

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 16/07/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Andre Luis Marques Marcato, Professor(a)**, em 30/08/2024, às 11:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo Willer de Oliveira, Professor(a)**, em 30/08/2024, às 12:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Ivo Chaves da Silva Junior, Professor(a)**, em 30/08/2024, às 12:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **REINALDO CASTRO SOUZA, Usuário Externo**, em 30/08/2024, às 12:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-U f ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1865453** e o código CRC **EEC3698B**.

---

Dedico este trabalho à minha família, aos meus amigos  
e à Margarida Rodrigues.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por me dar saúde, sabedoria e força para superar todos os obstáculos e desenvolver este trabalho. Sem Ele, nada posso.

Aos meus pais, Hermann Mosqueira e Cíntia Pires, que sempre estão ao meu lado e nunca medem esforços para me proporcionar amor, felicidade, educação e confiança.

Ao meu irmão, Eduardo Andrade, por ser meu melhor amigo e me ensinar, diariamente, o significado de amizade e de alegria.

Aos meus avós maternos, Alaôr Dias e Delma Pires, e aos meus avós paternos, Sebastião Furtado e Alzira Mosqueira, que são fontes de amor e de carinho, além de possibilitarem as melhores conversas e histórias.

Aos meus tios e aos meus primos, por todo carinho e por todos os momentos marcantes compartilhados.

À minha namorada Júlia Campos, pelo companheirismo, incentivos e amor dedicados a mim.

À Margarida Rodrigues, por todo amor, alegria e carinho que me proporcionou ao longo da infância. Má, você é uma pessoa muito especial na minha vida.

Ao meu orientador, André Luís Marques Marcato, e ao meu coorientador, Ivo Chaves da Silva Junior, pelos conhecimentos transmitidos, pelas oportunidades colocadas na minha vida, pela amizade construída e por acreditarem no meu potencial.

Aos membros da banca examinadora, por dedicarem um tempo na leitura e na contribuição deste trabalho.

Aos demais professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, em especial, Igor Delgado de Melo, Leonardo Willer e João Alberto Passos. Também, gostaria de agradecer ao professor Vander Menengoy da Costa por todas as oportunidades na graduação, pelos ensinamentos e pelas ótimas conversas.

Aos meus amigos de infância e de adolescência, pelas experiências que vivemos e que contribuíram para formação da minha pessoa. Crescer com pessoas tão especiais como vocês foi e é um prazer incalculável.

A todos os meus amigos da faculdade por contribuírem para minha formação acadêmica e por tornarem o caminho mais leve. Também aos colaboradores dos projetos de P&D, em especial, Laura Mauad e Luiz Rogério pelos conhecimentos compartilhados que contribuíram, grandemente, para o desenvolvimento desta pesquisa.

À Universidade Federal de Juiz de Fora, ao CNPq, à Fapepe e à Eletrobras/Furnas, através do P&D ANEEL N<sup>o</sup> CT.PD-00394-2208/2022, pelo apoio financeiro para realização deste trabalho.

"A distância mais curta entre dois pontos pode ser a linha reta, mas é nos caminhos curvos que se encontram as melhores coisas da vida."

Lygia Fagundes Telles.

## RESUMO

A coordenação e a operação eficientes do Sistema Interligado Nacional (SIN) dependem de um planejamento eletroenergético adequado cujo principal objetivo é o atendimento de todas as cargas, em sua integridade, no menor custo possível, balanceando custo operativo e qualidade de serviço. Para planejar o sistema elétrico brasileiro, há a divisão das etapas em médio, curto e curtíssimo prazo, diferenciando-as pelo horizonte de planejamento e pela representação dos componentes do sistema. O planejamento de médio prazo cujo horizonte é de cinco anos à frente, com discretização mensal, configura o topo do planejamento eletroenergético visto que engloba o maior horizonte e cujos resultados servem como base para o planejamento de curto prazo e para a programação diária. Para apoio ao planejamento de médio prazo, atualmente, no Brasil, o modelo NEWAVE é utilizado para definir a melhor política operativa, utilizando a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Por considerar um horizonte de cinco anos à frente, há a necessidade de representação de cenários de afluências ou energia natural afluyente devido às estocasticidades intrínsecas. Assim, o modelo GEVAZP utiliza o modelo autorregressivo PAR(p) para geração de séries sintéticas de afluência e, adicionalmente, uma transformação Lognormal para impedir a geração de séries negativas. Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo apresentar uma nova metodologia para calcular os melhores coeficientes e ordem ótimos mensais de um modelo autorregressivo periódico, através de um problema de Programação Não Linear Inteiro Misto, resolvido, iterativamente, pela meta-heurística Algoritmo de Otimização Aritmética. O problema de otimização proposto tem como função objetivo a minimização do desvio padrão do vetor de erros, representados pela diferença entre o valor estimado e o valor real histórico consolidado no deck do NEWAVE. Para tanto, a otimização aritmética, para cada mês, irá procurar os melhores coeficientes positivos e qual a melhor ordem a ser considerada de modo que o desvio padrão entre os erros calculados seja o menor possível. Finalmente, com todos os coeficientes calculados e a ordem ótima considerada para cada mês, parte-se para geração de séries sintéticas de vazões ou de energia natural afluyente, utilizando uma simples alternância entre fator aditivo e multiplicativo para construção de cenários artificiais exclusivamente positivos. As simulações consideraram o deck do NEWAVE de julho de 2024 e a biblioteca PySDDP para leitura dos dados das usinas e Reservatórios Equivalentes de Energia do SIN. Por fim, os resultados mostram a aplicabilidade da metodologia desenvolvida através de comparações frente a modelos ajustados via Box & Jenkins e através de análises estatísticas sobre as séries sintéticas geradas. A metodologia foi testada tanto para usinas hidrelétricas quanto para Reservatórios Equivalentes de Energia do SIN representados no médio prazo.

Palavras-chave: Séries Sintéticas. Algoritmo de Otimização Aritmética. Modelo Autorregressivo. Programação Não Linear Inteira Mista. Planejamento de Médio Prazo.

## ABSTRACT

The efficient coordination and operation of the National Interconnected System (NIS) depend on adequate electro-energy planning, whose main objective is to attend all loads in their entirety at the lowest possible cost, balancing operational cost and service quality. To plan the Brazilian electrical system, the planning stages are divided into medium, short, and very short terms, differentiated by the planning horizon and the representation of system components. Medium-term planning, with a horizon of five years ahead and monthly discretization, represents the top of electro-energy planning, as it encompasses the largest horizon, and its results serve as the basis for short-term planning and daily scheduling. For medium-term planning support, the NEWAVE model is currently used in Brazil to define the best operational policy, employing Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP). Due to the five-year horizon, there is a need to represent inflow scenarios or natural energy inflow due to intrinsic stochasticities. Thus, the GEVAZP model uses the autoregressive PAR(p) model to generate synthetic inflow series and, additionally, a Lognormal transformation to prevent the generation of negative series. In this context, this work aims to present a new methodology to calculate the best coefficients and optimal monthly order of a periodic autoregressive model through a Mixed-Integer Nonlinear Programming problem, iteratively solved by the Arithmetic Optimization Algorithm metaheuristic. The proposed optimization problem's objective function is to minimize the standard deviation of the error vector, represented by the difference between the estimated value and the consolidated historical real value in the NEWAVE deck. Therefore, the arithmetic optimization, for each month, will calculate the best positive coefficients and determine the best order to be considered so that the standard deviation between the calculated errors is as low as possible. Finally, with all coefficients calculated and the optimal order considered for each month, synthetic water inflow or natural energy inflow series are generated, using a simple alternation between additive and multiplicative factors to construct exclusively positive artificial scenarios. The simulations considered the NEWAVE deck from July 2024 and the PySDDP library for reading the data of the plants and Equivalent Energy Reservoirs of the SIN. Finally, the results show the applicability of the developed methodology through comparisons with models adjusted via Box & Jenkins and through statistical analyses of the generated synthetic series. The methodology was tested for both hydroelectric plants and Equivalent Energy Reservoirs of the SIN represented in the medium term.

Keywords: Synthetic Series. Arithmetic Optimization Algorithm. Autoregressive Model. Mixed Integer Nonlinear Programming. Medium-term Planning.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Dilema do operador. . . . .	15
Figura 2 – Etapas do planejamento eletroenergético. . . . .	16
Figura 3 – Cadeia de Modelos. . . . .	17
Figura 4 – Esquema Completo da Cadeia de Modelos. . . . .	19
Figura 5 – Análise do Otimizador Matemático de Probabilidade frente ao parâmetro $\alpha$ . . . . .	40
Figura 6 – Processo iterativo do Algoritmo de Otimização Aritmética. . . . .	41
Figura 7 – Modelo autorregressivo ótimo do mês $m$ via Algoritmo de Otimização Aritmética. . . . .	43
Figura 8 – Cálculo das séries sintéticas. . . . .	45
Figura 9 – As quatro maiores usinas com reservatório do SIN. . . . .	51
Figura 10 – Ordem mensal calculada para o REE Paraná. . . . .	53
Figura 11 – Raiz do erro quadrático médio calculada para o REE Paraná. . . . .	53
Figura 12 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para o REE Paraná. . . . .	54
Figura 13 – Séries Sintéticas para o REE Paraná. . . . .	55
Figura 14 – Séries Históricas para o REE Paraná. . . . .	55
Figura 15 – Coeficientes de assimetria para o REE Paraná. . . . .	56
Figura 16 – Coeficientes de curtose para o REE Paraná. . . . .	56
Figura 17 – Ordem mensal calculada para o REE Sul. . . . .	58
Figura 18 – Raiz do erro quadrático médio calculada para o REE Sul. . . . .	58
Figura 19 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para o REE Sul. . . . .	59
Figura 20 – Séries Sintéticas para o REE Sul. . . . .	60
Figura 21 – Séries Históricas para o REE Sul. . . . .	60
Figura 22 – Coeficientes de assimetria para o REE Sul. . . . .	61
Figura 23 – Coeficientes de curtose para o REE Sul. . . . .	61
Figura 24 – Ordem mensal calculada para o REE Nordeste. . . . .	63
Figura 25 – Raiz do erro quadrático médio calculada para o REE Nordeste. . . . .	63
Figura 26 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para o REE Nordeste. . . . .	64
Figura 27 – Séries Sintéticas para o REE Nordeste. . . . .	65
Figura 28 – Séries Históricas para o REE Nordeste. . . . .	65
Figura 29 – Coeficientes de assimetria para o REE Nordeste. . . . .	66
Figura 30 – Coeficientes de curtose para o REE Nordeste. . . . .	66
Figura 31 – Ordem mensal calculada para o REE Norte. . . . .	68
Figura 32 – Raiz do erro quadrático médio calculada para o REE Norte. . . . .	68
Figura 33 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para o REE Norte. . . . .	69
Figura 34 – Séries Sintéticas para o REE Norte. . . . .	70
Figura 35 – Séries Históricas para o REE Norte. . . . .	70

Figura 36 – Coeficientes de assimetria para o REE Norte. . . . .	71
Figura 37 – Coeficientes de curtose para o REE Norte. . . . .	71
Figura 38 – Ordem mensal calculada para a UHE Serra da Mesa. . . . .	73
Figura 39 – Raiz do erro quadrático médio calculada para a UHE Serra da Mesa. . . . .	73
Figura 40 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para a UHE Serra da Mesa. . . . .	74
Figura 41 – Séries Sintéticas para a UHE Serra da Mesa. . . . .	75
Figura 42 – Séries Históricas para a UHE Serra da Mesa. . . . .	75
Figura 43 – Coeficientes de assimetria para a UHE Serra da Mesa. . . . .	76
Figura 44 – Coeficientes de curtose para a UHE Serra da Mesa. . . . .	76
Figura 45 – Ordem mensal calculada para a UHE Tucuruí. . . . .	78
Figura 46 – Raiz do erro quadrático médio calculada para a UHE Tucuruí. . . . .	78
Figura 47 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para a UHE Tucuruí. . . . .	79
Figura 48 – Séries Sintéticas para a UHE Tucuruí. . . . .	80
Figura 49 – Séries Históricas para a UHE Tucuruí. . . . .	80
Figura 50 – Coeficientes de assimetria para a UHE Tucuruí. . . . .	81
Figura 51 – Coeficientes de curtose para a UHE Tucuruí. . . . .	81
Figura 52 – Ordem mensal calculada para a UHE Sobradinho. . . . .	83
Figura 53 – Raiz do erro quadrático médio calculada para a UHE Sobradinho. . . . .	83
Figura 54 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para a UHE Sobradinho. . . . .	84
Figura 55 – Séries Sintéticas para a UHE Sobradinho. . . . .	85
Figura 56 – Séries Históricas para a UHE Sobradinho. . . . .	85
Figura 57 – Coeficientes de assimetria para a UHE Sobradinho. . . . .	86
Figura 58 – Coeficientes de curtose para a UHE Sobradinho. . . . .	86
Figura 59 – Ordem mensal calculada para a UHE Furnas. . . . .	88
Figura 60 – Raiz do erro quadrático médio calculada para a UHE Furnas. . . . .	88
Figura 61 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para a UHE Furnas. . . . .	89
Figura 62 – Séries Sintéticas para a UHE Furnas. . . . .	90
Figura 63 – Séries Históricas para a UHE Furnas. . . . .	90
Figura 64 – Coeficientes de assimetria para a UHE Furnas. . . . .	91
Figura 65 – Coeficientes de curtose para a UHE Furnas. . . . .	91
Figura 66 – Convergência da otimização aritmética para o REE Paraná. . . . .	110
Figura 67 – Convergência da otimização aritmética para o REE Sul. . . . .	111
Figura 68 – Convergência da otimização aritmética para o REE Nordeste. . . . .	111
Figura 69 – Convergência da otimização aritmética para o REE Norte. . . . .	112
Figura 70 – Convergência da otimização aritmética para a UHE Serra da Mesa. . . . .	112
Figura 71 – Convergência da otimização aritmética para a UHE Tucuruí. . . . .	113
Figura 72 – Convergência da otimização aritmética para a UHE Sobradinho. . . . .	113
Figura 73 – Convergência da otimização aritmética para a UHE Furnas. . . . .	114

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros de Controle da otimização aritmética. . . . .	50
Tabela 2 – Usinas hidrelétricas por Reservatório Equivalente de Energia. . . . .	51
Tabela 3 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para o REE Paraná. . . . .	52
Tabela 4 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para o REE Sul. . . . .	57
Tabela 5 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para o REE Nordeste. . . . .	62
Tabela 6 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para o REE Norte. . . . .	67
Tabela 7 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para a UHE Serra da Mesa. . . . .	72
Tabela 8 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para a UHE Tucuruí. . . . .	77
Tabela 9 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para a UHE Sobradinho. . . . .	82
Tabela 10 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para a UHE Furnas. . . . .	87
Tabela 11 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para o REE Paraná. . . . .	115
Tabela 12 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para o REE Sul. . . . .	115
Tabela 13 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para o REE Nordeste. . . . .	116
Tabela 14 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para o REE Norte. . . . .	116
Tabela 15 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para a UHE Serra da Mesa. . . . .	116
Tabela 16 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para a UHE Tucuruí. . . . .	117
Tabela 17 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para a UHE Sobradinho. . . . .	117
Tabela 18 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para a UHE Furnas. . . . .	117

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AOA	Algoritmo de Otimização Aritmética
AOM	Acelerador de Otimização Matemático
AR	Autorregressivo
ARIMA	Autorregressivo Integrado de Médias Móveis
ARMA	Autorregressivo de Médias Móveis
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CMO	Custo Marginal de Operação
DECOMP	Modelo computacional para solução do problema de despacho de curto prazo
DESSEM	Modelo computacional para solução do problema de despacho de curtíssimo prazo
ENA	Energia Natural Afluente
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
FOB	Função Objetivo
GEVAZP	Modelo computacional para geração de séries sintéticas para o planejamento de médio e curto prazo
LS	Limite de Significância
MLT	Média de Longo Termo
$MW_{med}$	Mega <i>Watt</i> médio
N	Norte
NE	Nordeste
NEWAVE	Modelo computacional para solução do problema de despacho de médio prazo
OMP	Otimizador Matemático de Probabilidade
ONS	Operador Nacional do Sistema
PAR	Periódico Autorregressivo
PDDD	Programação Dinâmica Dual Determinística
PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
<i>PySDDP</i>	<i>Toolbox</i> em <i>Python</i> , desenvolvida pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, que faz a leitura dos decks utilizados no planejamento eletroenergético
REE	Reservatório Equivalente de Energia
SE/CO	Sudeste/Centro-Oeste
S	Sul
SIN	Sistema Interligado Nacional
UHE	Usina Hidrelétrica

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>14</b>
1.1	O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA . . . . .	14
1.2	MOTIVAÇÕES . . . . .	19
1.3	OBJETIVOS . . . . .	21
1.4	PRODUÇÃO CIENTÍFICA RESULTANTE DESTA PESQUISA . . . . .	22
1.5	ESTRUTURAÇÃO DO DOCUMENTO . . . . .	22
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> . . . . .	<b>24</b>
2.1	SÉRIES SINTÉTICAS NO PLANEJAMENTO ENERGÉTICO . . . . .	24
2.2	META-HEURÍSTICAS . . . . .	29
2.3	CONSIDERAÇÕES PARCIAIS . . . . .	32
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA PROPOSTA</b> . . . . .	<b>34</b>
3.1	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA . . . . .	34
3.2	ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO ARITMÉTICA . . . . .	37
3.3	SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO PROPOSTO VIA AOA . . . . .	42
3.4	CRIAÇÃO DAS SÉRIES SINTÉTICAS . . . . .	45
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b> . . . . .	<b>49</b>
4.1	DADOS DAS SIMULAÇÕES . . . . .	49
4.2	RESULTADOS - REE PARANÁ . . . . .	52
4.3	RESULTADOS - REE SUL . . . . .	57
4.4	RESULTADOS - REE NORDESTE . . . . .	62
4.5	RESULTADOS - REE NORTE . . . . .	67
4.6	RESULTADOS - UHE SERRA DA MESA . . . . .	72
4.7	RESULTADOS - UHE TUCURUÍ . . . . .	77
4.8	RESULTADOS - UHE SOBRADINHO . . . . .	82
4.9	RESULTADOS - UHE FURNAS . . . . .	87
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>92</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>95</b>
	<b>APÊNDICE A – Modelo Autorregressivo Periódico ou PAR(p)</b> . . . . .	<b>101</b>
	<b>APÊNDICE B – Medidas Descritivas</b> . . . . .	<b>106</b>
	<b>APÊNDICE C – Convergência do Algoritmo de Otimização Aritmética</b> . . . . .	<b>110</b>
	<b>APÊNDICE D – Modelos Autorregressivos Mensais via Box &amp; Jenkins</b> . . . . .	<b>115</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são explicitadas as considerações iniciais, as motivações bem como os principais objetivos do trabalho desenvolvido, as publicações decorrentes desta pesquisa e, por fim, a estruturação do documento.

## 1.1 O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA

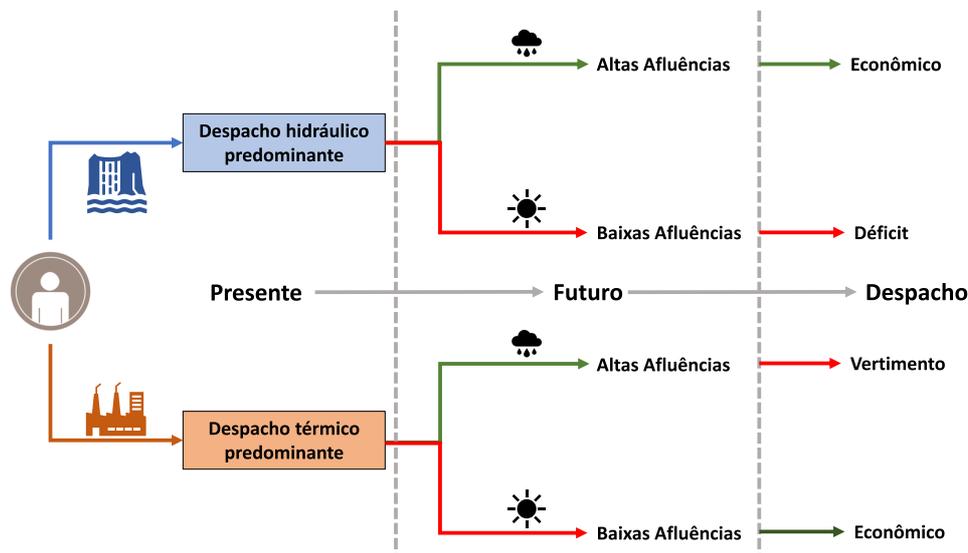
O sistema de transmissão e geração de energia elétrica, no Brasil, é um sistema hidrotermo-eólico de grande porte, com extensão continental, que abrange os principais centros de cargas: Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e a maior parte do Norte. Nesse contexto, o Sistema Interligado Nacional (SIN), é formado por uma malha de transmissão que conecta diferentes pontos geograficamente a fim de otimizar a utilização dos recursos energéticos e a operação elétrica, ofertando qualidade no atendimento aos consumidores finais (ONS, 2024). As tomadas de decisões, para garantir a continuidade e a confiabilidade do SIN, estão sob coordenação do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), que, por sua vez, é fiscalizado e regulado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) (ANA, 2024). Devido às características físicas e climáticas, que variam ao longo do território nacional, a operação do SIN é uma tarefa complexa o que, conseqüentemente, necessita de um planejamento eletroenergético para dar apoio às tomadas de decisões (Soares e Cândido, 2020).

As características geográficas do território nacional fazem com que a matriz energética brasileira seja mais renovável que a matriz energética mundial: em 2021, a matriz energética renovável do Brasil contemplava 44,8% enquanto a matriz energética renovável mundial representava, apenas, 14,7% segundo dados da EPE (2021). Conseqüentemente, a matriz elétrica brasileira é ainda mais renovável do que a energética, visto que grande parte da energia elétrica gerada, no Brasil, vem de usinas hidrelétricas com forte penetração das gerações eólicas e solares nos últimos anos (EPE, 2021). Nesse contexto, o Brasil prova seu protagonismo, no cenário mundial, frente à transição energética global cujo objetivo é propiciar desenvolvimento econômico e social a partir de menos emissões de carbono e com maior participação das fontes limpas e renováveis de energia (ANEEL, 2024). No entanto, as fontes não-despacháveis, como eólica e solar, e as incertezas da geração hidráulica (afluências) aumentam, conjuntamente, as incertezas na disponibilidade energética, no âmbito da operação em tempo real, tornando a operação do SIN mais complexa (Rocha et al., 2023). Assim, o planejamento do setor elétrico brasileiro deve se adequar a essa nova realidade com objetivo de tornar a aplicação dessas fontes renováveis de forma eficiente, otimizada e sustentável (Da Silva Pereira e Silva Neto, 2021).

Segundo EPE (2024), planejar significa definir, antecipadamente, um conjunto de tomadas de decisões a fim de preparar para situações futuras. Nesse sentido, o

planejamento energético deve considerar as futuras demandas de energia, objetivando o suprimento das cargas com máxima qualidade possível e menor custo operacional. O problema de planejamento da operação energética de um sistema hidrotérmico consiste em determinar metas de geração para as usinas hidrelétricas e térmicas, levando em conta as suas restrições operacionais e as restrições elétricas da rede. Assim, o planejamento eletroenergético é considerado um problema de otimização cuja função objetivo é a minimização dos custos operacionais, que são definidos pela alocação ótima dos recursos hídricos e térmicos (Leocádio et al., 2022). A dificuldade do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos pode ser classificada como um problema de otimização dinâmico, ou seja, acoplado no tempo nos quais as decisões presentes impactam no futuro; além disso, é um problema não linear, estocástico e não separável devido às restrições operativas, às estocasticidades intrínsecas das vazões afluentes e ao acoplamento espacial entre as usinas hidrelétricas. Assim, pode-se considerar que o sistema de geração brasileiro possui acoplamento espacial, visto que decisões operativas em uma usina hidrelétrica a montante impacta as usinas a jusante, e também, acoplamento temporal, uma vez que decisões, no estágio atual, impactam o futuro devido às incertezas relacionadas à água (Campbell, 2020). Assim, o gerenciamento dos recursos hídricos de forma otimizada é uma tarefa complexa, conhecida como dilema do operador conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Dilema do operador.



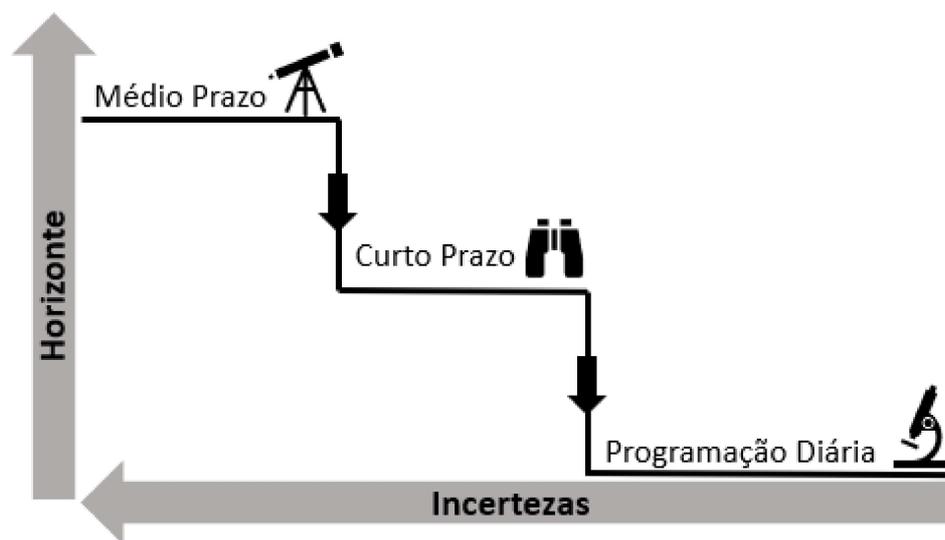
Fonte: Adaptada pelo autor (2024).

O processo de decisão ilustrado, na Figura 1, depende das incertezas relacionadas às afluências das usinas hidrelétricas. Caso a decisão do operador seja usar um despacho, predominantemente, hidráulico, deplecionando os reservatórios e, no futuro, ocorrerem

altas afluências, o despacho é factível com atendimento às cargas devido à disponibilidade energética; por outro lado, caso o futuro seja marcado por baixas afluências, os reservatórios estarão vazios, necessitando ligar térmicas e com possibilidade de não atendimento à demanda o que, conseqüentemente, eleva os custos de operação. No que tange a um despacho térmico predominante, mantendo os níveis dos reservatórios elevados, altas afluências, no futuro, levarão ao vertimento dos reservatórios o que configura desperdício do recurso; em contrapartida, caso o futuro tenha baixas afluências, a política de manter os reservatórios elevados, no presente, irá garantir suprimento das cargas. Percebe-se que utilizar água armazenada nos reservatórios, no presente, apresenta um baixo custo imediato e pode levar a um alto custo futuro. Porém, acionar térmicas, no presente, leva um alto custo imediato enquanto o custo futuro esperado é baixo. Assim, o planejamento de médio prazo deve minimizar o custo imediato, representado pelas térmicas e possíveis déficits de energia, mais o custo futuro, representado pela utilização da água (Silva, 2024).

A fim de facilitar a solução do problema de planejamento energético, no Brasil, as etapas são divididas em diferentes horizontes temporais segundo os diferentes graus de incertezas, representação do sistema gerador, da rede elétrica e discretização dos dados. Nesse contexto, a Figura 2 ilustra as três etapas do planejamento eletroenergético.

Figura 2 – Etapas do planejamento eletroenergético.



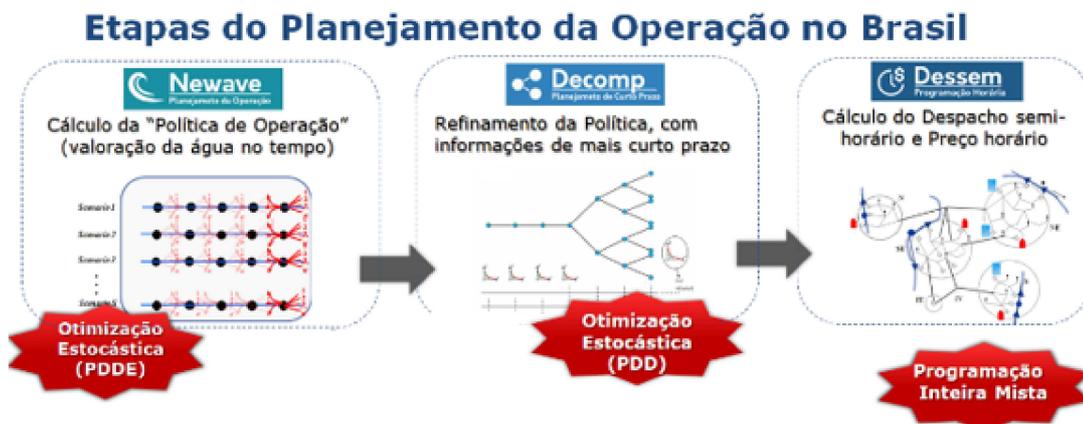
Fonte: Adaptada pelo autor (2024).

Para o planejamento energético do SIN, a primeira etapa, cognominada de médio prazo, busca estabelecer as estratégias operacionais que descrevem os comportamentos probabilísticos dos custos futuros do atendimento devido às incertezas relacionadas às afluências. No médio prazo, o horizonte de planejamento é de cinco anos à frente com discretização mensal. A segunda etapa do planejamento, chamada de curto prazo, soluciona o problema de despacho considerando um horizonte de dois meses à frente no qual o primeiro mês é discretizado em semanas. Nessa fase, a representação do sistema é mais detalhada,

através de restrições de natureza elétrica e hidráulica, e as incertezas são menores devido à utilização das condições operativas atuais bem como de resultados advindos da etapa de médio prazo. Finalmente, a última etapa, chamada de programação diária ou curtíssimo prazo, define a política operativa a ser aplicada em tempo real, utilizando, assim, horizonte de até uma semana à frente com discretizações semi-horárias, no primeiro dia. Por ser a etapa anterior à implementação nas salas de controle, a representação da rede é feita de forma mais detalhada (ONS, 2020).

Com intuito de solucionar os problemas de planejamento energético, o Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) desenvolveu uma série de modelos computacionais que são utilizados tanto para o planejamento da operação do SIN, por parte do ONS, quanto para formação de preço no mercado de energia por parte da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) (CEPEL, 2024a). Nesse sentido, a estratégia de divisão de um problema altamente complexo, em três etapas, é adotada pelos três principais modelos que regem o planejamento energético, NEWAVE, DECOMP e DESSEM, conforme explicitado na Figura 3.

Figura 3 – Cadeia de Modelos.



Fonte: Adaptada de (CEPEL, 2024a).

O NEWAVE está no topo da cadeia de modelos uma vez que é utilizado para resolução do problema de planejamento de médio prazo. Nesse modelo, a representação do parque hidroelétrico pode ser feita de duas formas: representação por Reservatórios Equivalentes de Energia (REE) nos quais as usinas hidrelétricas de uma determinada região brasileira são agregadas seguindo não só o critério geográfico mas, também, o acoplamento elétrico com os subsistemas; representação por usinas individualizadas. Nessa análise de médio prazo, o horizonte de planejamento é de cinco anos à frente com discretização mensal para a definição das políticas operativas de geração hidrotérmica e dos intercâmbios de energia entre os subsistemas para minimização do valor esperado do uso da água, do custo imediato e de segurança do atendimento energético mediante mecanismos de aversão a risco. No NEWAVE, a disponibilidade energética, advinda das afluências, é representada pela geração de séries sintéticas a fim de reproduzir às estocasticidades hidrológicas. Por

fim, o cálculo da política de operação é determinado pela Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), que resolve o problema de despacho hidrotérmico para distintos cenários de sequências hidrológicas e entrega, como resultado, a média dos custos de operação, dos custos marginais, do risco de déficit, de intercâmbio, de geração hidrelétrica, de geração térmica, entre outras variáveis utilizadas no problema (CEPEL, 2022a).

O modelo DECOMP, referenciado na etapa de curto prazo, corresponde à fase da programação mensal. Nessa fase do planejamento, as usinas são representadas de forma individualizada cujas metas de geração e de armazenamento são definidas previamente pelo modelo NEWAVE, que explicita os custos futuros a serem considerados como restrições pelo DECOMP. A programação mensal, atualmente, é realizada com horizonte de dois meses, na qual são observados em detalhes o sistema gerador, os principais troncos de transmissão, restrições elétricas, hidráulicas e ambiental, discretizando o período em etapas semanais para o primeiro mês. Devido à diminuição das incertezas, o primeiro mês do horizonte de estudo, discretizado semanalmente, apresenta caráter determinístico, sendo utilizada a Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD) para solução do despacho ótimo. O segundo mês, que apresenta as incertezas associadas às estocasticidades das vazões afluentes, também é solucionado através da PDDD, gerando uma árvore de soluções candidatas a partir do estado operativo pré-determinado na última semana do primeiro mês do horizonte de estudo (CEPEL, 2022b).

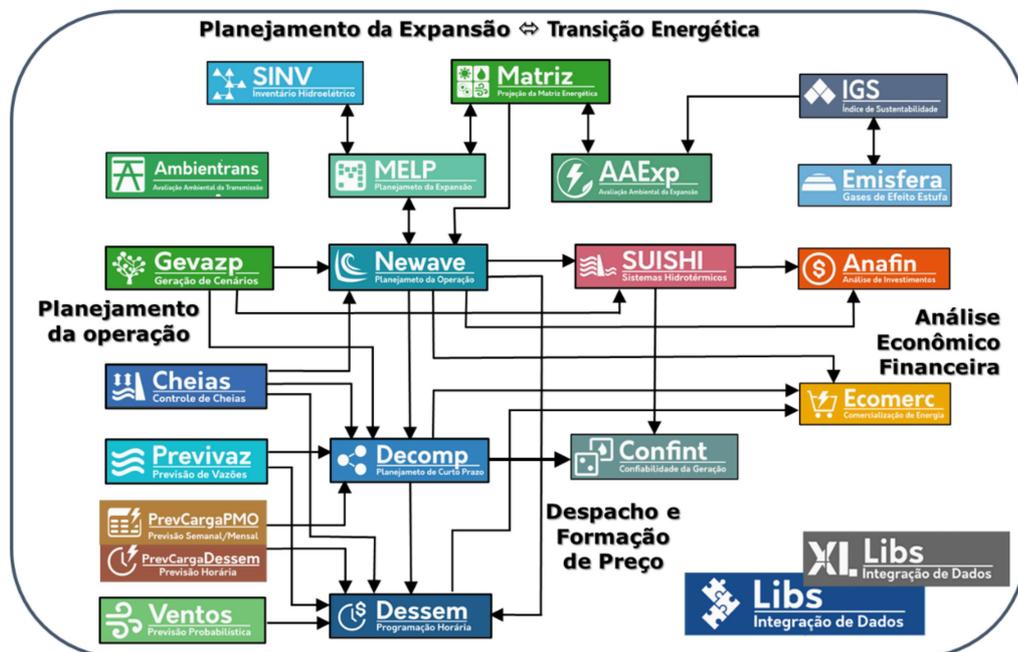
Por última, a etapa de programação diária ou curtíssimo prazo, utiliza o modelo DESSEM para determinar a política operativa ótima considerando um horizonte de até duas semanas com discretizações de meia em meia hora para o dia seguinte. Por ser a etapa anterior à aplicação em sala de controle, o modelo DESSEM considera o maior detalhamento hidráulico, térmico e elétrico. As usinas hidrelétricas são representadas individualmente cujas afluências são pré-definidas como também os tempos de viagem de água entre aproveitamentos de uma mesma cascata, volume para controle de cheias, vazão mínima, disponibilidade de máquinas, etc. Para definição do despacho térmico é considerado o *Unit Commitment* Térmico, que serve como base para obtenção do Custo Marginal de Operação (CMO), em cada período de tempo, por barra, por área elétrica ou por subsistema. Para fechamento do balanço eletroenergético, a rede do SIN é representada pelo modelo linear o qual leva em consideração os desligamentos de elementos do sistema de transmissão e as suas capacidades. Por considerar a representação linear da rede, o *Unit Commitment* Térmico e a disponibilidade dos diferentes elementos que integram o sistema, a solução do problema de planejamento na programação diária é dada através da Programação Linear Inteira Mista (PLIM) (CEPEL, 2022c).

Após introduzir as principais etapas do planejamento da operação energética, no Brasil, bem como os modelos utilizados para determinar as políticas operativas ótimas, parte-se para as motivações deste trabalho.

## 1.2 MOTIVAÇÕES

A definição da política operativa ótima a ser implementada nos centros de controle, em tempo real, percorre um longo caminho desde o planejamento de médio prazo até o planejamento de curtíssimo prazo. Os modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM, utilizados no Brasil para o planejamento da operação energética, buscam determinar a política de operação ótima para atender os mercados no menor custo possível, garantindo a segurança hídrica e confiabilidade no atendimento para cada horizonte de planejamento considerado. O modelo NEWAVE, que ocupa o lugar mais alto da cadeia de modelos, soluciona o problema de despacho hidrotérmico considerando um horizonte de cinco anos à frente cuja decisão final de operação será passada para o modelo DECOMP que, por sua vez, define as metas para o DESSEM. Porém, as decisões definidas pelo NEWAVE, pelo DECOMP e pelo DESSEM não são encontradas considerando apenas as informações trocadas entre os modelos, mas também levando em consideração outros dados de entrada advindo de modelos satélites também desenvolvidos pelo CEPEL. A Figura 4 mostra o conjunto de modelos que, juntamente com NEWAVE, DECOMP e DESSEM, fazem parte do planejamento da expansão, da transição energética e do planejamento da operação.

Figura 4 – Esquema Completo da Cadeia de Modelos.



Fonte: (CEPEL, 2024c).

Na Figura 4, dando maior ênfase para o planejamento da operação, percebe-se que os modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM necessitam de outros modelos satélites para resolução do problema de despacho em seus respectivos horizontes. De forma ainda mais importante, os modelos NEWAVE e DECOMP, que consideram etapas estocásticas em seus horizontes de planejamento, precisam representar as incertezas hidrológicas.

Nesse contexto, a etapa inicial do planejamento eletroenergético consiste em garantir a representação de cenários de aflúncias através de séries sintéticas de modo que sirvam como dado de entrada para os modelos cujo horizonte de planejamento é grande o suficiente para destacar as incertezas hidrológicas (CEPEL, 2024b). Portanto, a geração de séries sintéticas deve ser considerada em um estudo de planejamento, principalmente, para o médio prazo que leva em conta as estocasticidades (ONS, 2020).

Devido à importância da predição de variáveis utilizadas para um planejamento ótimo, técnicas vêm sendo desenvolvidas, ao longo dos anos, a fim de maximizar a acurácia. Os dois principais grupos de metodologias que vêm recebendo destaques em aplicações que envolvem séries temporais são metodologias estatísticas e àquelas baseadas em técnicas inteligentes (Debnath e Mourshed, 2018). As metodologias estatísticas fazem uso de modelos matemáticos estatísticos para explicar uma variável aleatória a partir de uma base de dados, como desvio padrão, média, variância, distância geométrica, correlação, regressão, entre outras (Januschowski et al., 2020); exemplos de modelos estatísticos são: Regressão Linear Múltipla e Modelos Autorregressivos (AR). Por outro lado, as técnicas baseadas em inteligência populacional ganharam espaço em problemas de previsões futuras de variáveis de decisão uma vez que conseguem fazer uma busca inteligente, em amplos espaços de solução, maximizando a correlação entre as predições e os dados observados (Alkabbani et al., 2021); exemplos dessas técnicas destacam os mais diversos grupos de meta-heurísticas, como algoritmos bioinspirados, aritméticos, baseados em jogos, etc.

A metodologia vigente no setor elétrico brasileiro, para geração de séries sintéticas, faz uso do Modelo Autorregressivo Periódico (PAR) que incorpora às técnicas desenvolvidas por Box e Jenkins (1970), por Yule (1927) e por Walker (1931). Uma explicação mais detalhada é feita no Apêndice A. O objetivo desse modelo é determinar os coeficientes bem como a ordem a fim de estimar uma variável no futuro a partir do conhecimento dos dados históricos consolidados (Souza e Camargo, 1996). Por ser um modelo estatístico, baseado na combinação linear de uma variável com os valores passados, após a determinação dos coeficientes e da ordem, pode-se ter estimativas de valores negativos. No que tange à representação de séries sintéticas de vazões ou de energia afluyente, valores negativos são inconsistentes e, portanto, devem ser corrigidos. Para tanto, o modelo responsável pela geração de cenários sintéticos faz uso da transformação Lognormal para substituir valores negativos por representações positivas (Oliveira, 2010). Porém essa transformação acrescenta não linearidades que afetam a convergência da PDDE além dos coeficientes negativos, calculados via métodos estatísticos, possibilitarem a construção de cortes de Benders, com inclinação positiva, indesejados na PDDE (Castro, 2012).

Portanto, é necessário o desenvolvimento de novas metodologias para estimação dos parâmetros de modelos autorregressivos a fim de se obter uma boa estimativa de vazões, de energias afluentes ou das gerações intermitentes, apresente eficiência computacional e garanta valores factíveis das séries sintéticas geradas.

### 1.3 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma nova metodologia para cálculo dos coeficientes e ordem ótimos de um modelo autorregressivo periódico para vazões ou energia natural afluyente, no planejamento de médio prazo, a partir da formulação de um problema de Programação Não Linear Inteiro Misto (PNLIM). O problema de otimização proposto é classificado como PNLIM devido à função objetivo não linear, representada pela minimização do desvio padrão do vetor de erros aditivos, aos valores inteiros relacionados à ordem do modelo autorregressivo, e aos coeficientes reais do modelo PAR.

Sabe-se que problemas não lineares, inteiros e mistos apresentam algumas diversidades, como: (I) solução de região não convexa, ou seja, com grande quantidade de mínimos locais devido às diversas possibilidades de combinação linear dos coeficientes que compõe o modelo; (II) regiões não diferenciáveis que fazem com que métodos clássicos, baseados em decomposição através de derivadas, apresentem problemas de convergência e de condicionamento matricial; (III) perda da sensibilidade quanto à mudança de variáveis visto que a região de solução pode ser côncava e convexa (Lee e Leyffer, 2011).

Para superar essas adversidades, a metodologia proposta, neste trabalho, inclui a aplicação da meta-heurística Algoritmo de Otimização Aritmética (AOA) para solucionar o problema de otimização proposto, escolhendo iterativamente tanto a ordem do modelo (variável inteira) quanto os coeficientes ótimos (variáveis contínuas) de modo que o desvio padrão do vetor de erros seja minimizado. Para tanto, a otimização aritmética, baseada em seu processo iterativo inteligente, que escolhe as melhores soluções/indivíduos em cada iteração, ajustará o modelo PAR, para cada mês considerado, a fim de gerar séries sintéticas de vazões de energias naturais afluentes. Nesse sentido, o AOA se baseia nos quatro operadores básicos da matemática (adição, subtração, divisão e multiplicação) para atualizar as soluções sub-ótimas determinadas em cada iteração. Por fim, a escolha da otimização aritmética é justificada por apresentar poucos parâmetros de controle, explorar amplos espaços de solução e fácil compreensão do processo de busca.

Para atingir os objetivos deste trabalho, inicialmente, será feita uma revisão bibliográfica sobre métodos para ajuste de modelos autorregressivos, aplicados, exclusivamente, no planejamento energético, e também sobre meta-heurísticas. Além disso, a formulação do problema de otimização proposto será mostrada com detalhes bem como a meta-heurística utilizada para sua resolução, ofertando uma visão completa do seu processo de busca, dos parâmetros de controle e dos espaços de soluções. Finalmente, após todo entendimento da metodologia proposta, parte-se para as simulações onde serão explicitados todos os dados utilizados e resultados advindos das aplicações que foram realizadas para usinas hidrelétricas e Reservatórios Equivalentes de Energia considerados no planejamento de médio prazo, ofertando uma aplicação real. Também, os resultados da meta-heurística são comparados com os resultados advindos da metodologia de Box & Jenkins.

## 1.4 PRODUÇÃO CIENTÍFICA RESULTANTE DESTA PESQUISA

Este trabalho possibilitou o desenvolvimento de uma nova metodologia para cálculo dos parâmetros e ordem de um modelo autorregressivo utilizando a meta-heurística Algoritmo de Otimização Aritmética para apoio ao planejamento de médio prazo no que tange à representação de séries sintéticas de vazão afluyente ou de energia natural afluyente. Nesse sentido, a metodologia desenvolvida, as aplicações consumadas em base de dados reais e os resultados levaram à publicação dos seguintes trabalhos:

- FURTADO, R. A. M., MARCATO, A. L. M. e SILVA JUNIOR, I. C. (2024). Generation of Synthetic Series for Hydroelectric Plants in Brazilian Interconnected System by Metaheuristic. **59th International Universities Power Engineering Conference**. Cardiff University, Wales, UK.
- FURTADO, R. A. M., MARCATO, A. L. M. e SILVA JUNIOR, I. C. (2024). Geração de Cenários de Energia Natural Afluyente para Planejamento de Médio Prazo via Técnica Inteligente. **Congresso Brasileiro de Automática**. Rio de Janeiro, Brasil, RJ.

## 1.5 ESTRUTURAÇÃO DO DOCUMENTO

A fim de facilitar a compreensão deste documento, esta dissertação foi organizada em cinco capítulos e quatro apêndices, que serão descritos a seguir.

- **Capítulo 1: INTRODUÇÃO**

O Capítulo 1, corrente até este ponto, tem caráter introdutório e apresenta considerações importante sobre o planejamento energético no Brasil, as motivações para o desenvolvimento desta pesquisa, os principais objetivos, as publicações decorrentes e a estruturação da dissertação;

- **Capítulo 2: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre métodos utilizados para adequação de modelos PAR utilizados, exclusivamente, para geração de séries sintéticas no âmbito de sistemas elétricos de potência. Além disso, como este trabalho envolve aplicação de meta-heurística, é feita uma revisão bibliográfica sobre as principais técnicas inteligentes, suas classificações e processos de busca;

- **Capítulo 3: METODOLOGIA PROPOSTA**

O Capítulo 3 elucida sobre a metodologia desenvolvida, explicitando a formulação completa do problema de Programação Não Linear Inteiro Misto, a meta-heurística

Algoritmo de Otimização Aritmética e, por último, a resolução do problema de otimização proposto através da otimização aritmética;

- **Capítulo 4: RESULTADOS**

O Capítulo 4 explicita, inicialmente, os dados utilizados para as simulações. Posteriormente, apresenta os principais resultados advindos da aplicação da metodologia proposta, como os modelos autorregressivos ótimos mensais determinados pela meta-heurística, as séries sintéticas geradas a partir dos modelos ajustados e tempo computacional. Além disso, os modelos autorregressivos, calculados pelo AOA, são comparados com os modelos ajustados via Box & Jenkins;

- **Capítulo 5: CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O Capítulo 5 apresenta as considerações finais deste trabalho, destacando a aplicação da metodologia, as contribuições e os trabalhos futuros a serem desenvolvidos;

- **Apêndice A: Modelo Autorregressivo Periódico ou PAR(p)**

O Apêndice A aborda os conceitos matemáticos para estimação dos parâmetros de um Modelo Autorregressivo Periódico utilizando os métodos de Box & Jenkins e Yule-Walker. Além disso, após a formulação matemática é descrito um exemplo ilustrativo no âmbito do planejamento energético de médio prazo;

- **Apêndice B: Medidas Descritivas**

O Apêndice B apresenta uma visão geral sobre estatística descritiva e as principais métricas que podem ser utilizadas para uma boa avaliação de um conjunto de dados que se deseja saber informações e características importantes, como no caso de séries sintéticas.

- **Apêndice C: Convergência do Algoritmo de Otimização Aritmética**

O Apêndice C apresenta os gráficos de convergência da otimização aritmética para ajuste dos modelos autorregressivos mensais.

- **Apêndice D: Modelos Autorregressivos Mensais via Box & Jenkins**

O Apêndice D explicita os modelos autorregressivos mensais ajustados pela metodologia de Box & Jenkins. As tabelas mostram os coeficientes calculados para os modelos autorregressivos mensais em cada uma das aplicações feitas nesta dissertação.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica a respeito de métodos utilizados para adequação de modelos autorregressivos aplicados à geração de séries temporais no âmbito do planejamento energético e também, dos diferentes grupos de meta-heurísticas, ofertando uma visão geral e suas aplicações.

### 2.1 SÉRIES SINTÉTICAS NO PLANEJAMENTO ENERGÉTICO

O modelo utilizado para gerar séries sintéticas de vazões ou de energia natural afluyente para os problemas estocásticos do NEWAVE e DECOMP é chamado GEVAZP. O modelo computacional GEVAZP, também desenvolvido pelo CEPEL, define um modelo PAR a fim de representar séries hidrológicas mensais. Para definição e adequação do melhor modelo autorregressivo periódico, é utilizado o método de Box e Jenkins (1970), que apresenta estratégias de ajuste dos modelos a partir da divisão em etapas: especificação, identificação, estimação e diagnóstico. Juntamente a essa metodologia, as equações de Yule (1927) e de Walker (1931) são utilizadas para determinação dos coeficientes e também da ordem do modelo autorregressivo para um determinado mês cuja vazão ou energia natural afluyente histórica tenha o comportamento representado. No Apêndice A, há um maior detalhamento matemático.

Posterior à adequação do modelo PAR, o modelo GEVAZP gera séries sintéticas a partir de duas abordagens principalmente: com tendência hidrológica e geração não condicionada. A geração de séries sintéticas de vazões ou de energia natural afluyente, com tendência hidrológica, utiliza os últimos valores reais registrados em uma base de dados e, a partir deles, gera cenários artificiais conhecendo os coeficientes mensais e o vetor de erros de predição; para cada mês, um valor de erro é sorteado, representando as incertezas hidrológicas. Por outro lado, a geração não condicionada (ou sem tendência hidrológica) não depende, inicialmente, de valores registrados na base de dados e, sim, das médias mensais correspondente à cada período (MLT mensal); assim, após gerar cenários artificiais, os últimos períodos são realocados como valores iniciais e, por conseguinte, novas séries sintéticas são geradas com cenários hidrológicos não condicionados (CEPEL, 2018). Devido aos sorteios no vetor de erros e aos coeficientes negativos, pode-se gerar séries sintéticas com valores negativos, que não são reais. Assim, o modelo GEVAZP utiliza uma transformação Lognormal com três parâmetros aplicada aos resíduos (Box e Cox, 1964). Em razão da relevância das séries sintéticas no planejamento energético, faz-se necessário estudar novos métodos a fim de aprimorar os já existentes e descobrir novas formas de representação.

Em A. Thomas e B Fiering (1962), os autores fazem uso de um método recursivo para geração das séries sintéticas de vazões em que os cenários artificiais dependem

de métricas estatísticas dos dados históricos (média, variância e desvio padrão) e, dos seus valores pré-calculados recursivamente, formando três parcelas para geração dos novos cenários. A primeira parcela representa as médias mensais históricas. A segunda parcela, de caráter linear, trata a correlação entre dois meses, suas respectivas variâncias e a diferença linear entre o valor artificial do mês anterior e a sua média histórica. Por fim, a terceira parcela, de caráter não linear, representa, implicitamente, o mínimo desvio quadrático referente ao fator de correlação mensal. Para aplicação dessas parcelas, inicialmente, a vazão histórica de um determinado ano e mês é transformada através do operador logarítmico. Posteriormente se calcula a previsão do próximo mês usando as parcelas definidas e, finalmente, o cenário artificial de vazão pode ser determinado usando o operador exponencial.

Em Mandelbrot (1971), o autor apresenta um método baseado em decomposição espectral cujo nome é Ruído Gaussiano Fracionário. Essa metodologia tem por objetivo desenvolver formas de representação do ruído de estimação (erros de previsão) a partir da transformada de Fourier, explorando a estrutura de um processo fracionário.

Em (Hipel et al., 1979), os autores fazem a aplicação do modelo Autorregressivo de Média Móveis (ARMA) (do inglês *Autoregressive Moving Average*) para geração de séries sintéticas de vazões. Pode-se considerar duas formas de abordagem: (I) representar as vazões mensais removendo o caráter estacionário sazonal e (II) desagregação anual para representar as características sazonais das vazões bem como a correlação entre os meses, considerando cálculos da função de autocorrelação e da função de autocorrelação parcial periódica, conforme descrito, genericamente, por Box & Jenkins.

Em Stedinger e Taylor (1982), os autores explicitam e comparam cinco modelos utilizados para representação mensal da vazão afluente a partir de uma base de dados real: O modelo autorregressivo de A. Thomas e B Fiering (1962); O modelo Autorregressivo de Média Móveis, com eliminação do caráter estacionário sazonal e a desagregação mensal; e o método de Mandelbrot (1971) considerando as mesmas condições do modelo ARMA.

Em Ochoa-Rivera et al. (2002), os autores apresentam uma forma para geração de cenários de afluência através da adequação de um modelo determinado por redes neurais de múltiplas camadas. O modelo desenvolvido é estruturado em duas etapas que se acoplam. Na etapa determinística, a rede neural é treinada com objetivo de determinar os coeficientes a fim de minimizar o erro quadrático médio entre as vazões mensais estimadas e os valores reais da base de dados. Conjuntamente, a etapa randômica visa incorporar os erros de previsão, que, assim, garantem as incertezas relacionadas às sequências hidrológicas utilizadas. Para validação da metodologia, os autores fazem uma comparação considerando o modelo PAR de segunda ordem.

Também, em Cigizoglu (2003), os autores utilizam redes neurais de múltiplas camadas a fim de determinar cenários artificiais de vazões mensais que sejam condizentes

com os dados históricos. Para tanto, o modelo ARMA de ordem unitária é utilizado para geração de séries sintéticas de vazões com objetivo de aumentar os dados a serem utilizados para treinamento da rede neural, visto que os dados históricos registrados são limitados. Após a comparação da performance da rede neural, com a utilização da base de treinamento limitada e com o seu aumento via cenários artificiais do modelo ARMA unitário, conclui-se que as séries sintéticas, previamente geradas e utilizadas para treinamento, contribuíram para uma melhor predição das vazões mensais a partir da minimização do erro médio quadrático.

Em Ahmed e Sarma (2007), os autores utilizam redes neurais artificiais para geração de séries sintéticas de vazões. Nesse sentido, uma base de dados histórica de afluência é conhecida e passada como dados de treinamento para rede. Para fins de mensurar a qualidade da predição, os autores fizeram uso do desvio quadrático médio e erro relativo médio entre o valor real e o valor de predição no treinamento, ajustando assim coeficientes ótimos para cada mês. Após essa parte determinística, um valor randômico, com distribuição normal, é multiplicado pelo desvio padrão dos dados históricos de um determinado mês e, assim, adicionado à saída da rede neural a fim de representar as incertezas hidrológicas. Para fins de comparação, os cenários artificiais, gerados pela rede neural, são comparados com os métodos de Thomas-Fering e com o modelo ARMA.

Em Campos et al. (2011), os autores fazem uso do modelo genérico de processo estocástico baseado em redes neurais, denominado, Processo Estocástico Neural, para tratamento de séries de afluências mensais. Com objetivo de gerar séries sintéticas de energia natural afluenta para os subsistemas do SIN, o Processo Estocástico Neural foi adaptado para permitir tanto a representação da correlação temporal quanto a correlação espacial, permitindo a criação de cenários para os próximos cinco anos que sejam condizentes com os dados históricos. Para representar a correlação espacial, uma única rede neural, com múltiplas camadas, recebe os dados históricos de energia natural afluenta dos quatro subsistemas. Finalmente, para adequação do modelo, uma mesma saída é gerada, porém separada em quatro parcelas visto que os erros médios absolutos são comparados baseado nos dados históricos de cada subsistema separadamente. Um ponto destacado pelos autores é que as ordens (*lags*) escolhidas para teste foram 3, 6, 9 e 11, sendo escolhidas aquelas que apresentavam os melhores resultados; assim, após definir a ordem mensal, essa foi fixada para os quatro subsistemas. Contudo, os autores discutem a melhora do desempenho caso fosse permitido ordens diferentes mensais para as séries de cada subsistema.

Em Da Silva et al. (2012), os autores utilizam um problema de instância mínima, representado por uma usina com reservatório e uma termelétrica, para avaliar o desempenho da Programação Dinâmica Dual Estocástica frente à representação de séries sintéticas através do processo Markoviano (modelo PAR) de ordem 1. Também, é considerada a distribuição lognormal truncada para adequação das séries sintéticas aos dados históricos.

Em Salgado et al. (2012), os autores utilizam técnicas baseadas em inteligência computacional para geração de séries sintéticas de vazões que apresentem métricas estatísticas condizentes com os dados históricos. Para tanto, é utilizado redes neurais artificiais e sistema baseado em regra nebulosa (lógica *fuzzy*) combinado com a técnica de *Bootstrap*. A aplicação em redes neurais utiliza a erro médio quadrático entre o valor histórico e a predição a fim de escolher a melhor ordem enquanto a lógica *fuzzy* faz uso do critério BIC (do inglês *Bayesian Information Criterium*). Após a determinação do modelo, a componente estocástica das vazões está relacionada ao *bootstrapping*, que consiste na seleção aleatória de um elemento do vetor de erros.

Em Souza et al. (2012), os autores propõem um novo modelo para geração de séries sintéticas de energia natural afluyente baseado em *Bootstrap*, que é utilizada para estimar a distribuição estatística de uma variável a partir da reamostragem randômica (Tibshirani e Efron, 1993). Para tanto, é utilizado o Modelo Autorregressivo PAR(p) cuja ordem é estimada através da análise da função de auto-correlação parcial via *Bootstrap*. Os resultados mostram que, ao utilizar essa técnica aplicada à amostragem randômica das funções de auto-correlação parcial, as ordens mensais do modelo PAR são menores quando se utiliza técnicas diretas baseadas em critérios de confiança pré-estabelecidos.

Em Menezes (2014), o autor propõe uma metodologia geral para criação de séries sintéticas de energia natural afluyente e de energia eólica através da combinação do modelo PAR(p) e da análise espectral singular (do inglês *Singular Spectrum Analysis*). Juntamente com um modelo PAR, a análise espectral consegue extrair tendências ou sazonalidades bem definidas além de apontar resíduos de predição que podem levar à criação de séries sintéticas inconsistentes com os dados históricos, favorecendo a sua remoção.

Em Maçaira et al. (2015), os autores utilizam a generalização da análise espectral singular, chamada *Multi-channel Singular Spectrum Analysis*. A técnica é acoplada ao método de *Bootstrap*, que faz a seleção aleatória dos resíduos, incorporando estocasticidade no processo e garantindo que as séries sintéticas geradas sejam exclusivamente positivas. A metodologia espectral junta ao *bootstrapping* apresentou um menor desvio quadrático entre a média dos cenários artificiais e a média histórica quando comparada com técnicas aplicadas no setor elétrico como o PAR(p).

Em Castro et al. (2015), os autores têm como motivação a utilização da transformação log-normal a três parâmetros para geração de séries sintéticas positivas de energia natural afluyente para o planejamento de médio prazo; essa transformação, conforme discutido pelos autores, incorpora não linearidades ao longo do processo de convergência da PDDE, que é utilizada para solução do despacho hidrotérmico. Para contornar essa adversidade, os autores incorporam o método *Bootstrap* sobre o vetor de resíduos após a estimação dos parâmetros e ordem pré-determinados pelo modelo PAR(p), possibilitando a geração de séries sintéticas positivas.

Em Gonçalves e Calili (2015), os autores discutem o impacto dos períodos de secas na região Nordeste brasileira quanto à simulação dos modelos energéticos. Mais especificamente, o artigo estuda a sobre-estimação da energia natural afluyente a partir do modelo PAR(p), para a região Nordeste, que provoca um desvio considerável entre as médias mensais dos cenários artificiais gerados e o real valor verificado, principalmente nos períodos com baixas afluências.

Em Martini et al. (2017), os autores têm como foco do artigo apresentar uma revisão bibliográfica sobre métodos estatísticos e estocásticos utilizados para modelagem de séries sintéticas de vazões. Nesse sentido, são explicitados os principais modelos utilizados para modelagem de séries de vazão: Modelo Autorregressivo, Modelo Autorregressivo com Média Móveis, Modelo Autorregressivo Integrado com Média Móveis (ARIMA) e o Modelo Autorregressivo com Médias Móveis Contemporâneo (CARMA). Após apresentar as metodologias, os autores fazem uma reflexão quanto à confiabilidade dos métodos clássicos mas que mesmo assim estão em pleno uso no que tange a aplicações relacionadas à hidrologia.

Em Gomes (2018), o autor utiliza modelos baseados em aprendizado de máquina e também, o modelo clássico autorregressivo para geração de séries sintéticas de vazões. As técnicas Máquinas de Vetores de Suporte (do inglês *Support Vector Machine*), Árvores de Decisão (do inglês *Random Forest*), Redes Neurais e o modelo clássico autorregressivo buscam determinar o melhor modelo de modo que o erro médio quadrático entre as séries geradas e as séries históricas seja minimizado. Após a seleção dos modelos através das técnicas, o vetor de resíduos é representado por uma distribuição com probabilidade assimétrica, simétrica ou pela ordem cronológica.

Em Baldioti e Souza (2018), os autores apresentam um método não paramétrico para tratamento dos resíduos de energia natural afluyente usando Monte Carlo acoplado à cadeia de Markov e à Densidade de Kernel. Após a estimação do modelo PAR, para cada mês, representado pelos seus coeficientes, os erros de energia afluyente são representados pela Densidade de Kernel que será utilizada para estimar a função de probabilidade do vetor de resíduos. Posteriormente, com a função de probabilidade definida, o método de Monte Carlo da cadeia de Markov é aplicado para sorteios baseados na Densidade de Kernel e, finalmente, gerar séries sintéticas. A técnica foi comparada com o modelo PAR(p) com transformação Lognormal e os resultados mostram que o tratamento dos resíduos através da abordagem não paramétrica (Kernel e Monte Carlo) apresentam melhor representatividade das séries históricas, principalmente, no planejamento de médio prazo, visto que as assimetrias das séries sintéticas geradas tendem a reproduzir a sazonalidade das séries históricas.

Em Detzel et al. (2023), os autores apresentam o modelo *LYNX-Series* caracterizado por uma formulação semelhante à Contemporânea Autorregressiva de Médias Móveis não-

periódica e multivariada. A aplicação do modelo é na geração de cenários sintéticos de vazões médias afluentes utilizando uma amostragem multivariada das séries sintéticas geradas frente à similaridade de condições hidrológicas recentes. Para tanto, o método de Pontos Interiores foi utilizado para adequação dos parâmetros do modelo CARMA e, técnicas de *clustering* foram incorporadas para identificação e similaridade dos cenários hidrológicos a fim de garantir assertividade no processo de otimização. Finalmente, a redução do conjunto das séries artificiais, devido à amostragem, permite a diminuição dos dados sintéticos de vazões mensais a serem utilizados pelas programações estocásticas, que definem a política operativa ótima no médio prazo.

Em Kohl et al. (2023), os autores propõem um problema de otimização não linear para calcular os coeficientes do modelo PAR(p) a partir de uma função objetivo que minimiza o somatório do erro quadrático, representado pela diferença entre o valor histórico de vazões observado e o valor calculado. Assim, um processo iterativo é criado para cada mês com intuito de buscar, exaustivamente, a melhor ordem do modelo em que, ao solucionar o problema de otimização quadrático, os coeficientes sejam ajustados e suas funções objetivos sejam computadas. Dessa maneira, a ordem ótima escolhida será aquela em que o vetor de erros do processo de predição apresenta o menor somatório quadrático. Com o modelo ajustado, as séries sintéticas são geradas nas quais os erros de predição são sorteados e adicionados aos valores artificiais a fim de representar as estocasticidades hidrológicas.

## 2.2 META-HEURÍSTICAS

Diferentemente das heurísticas, que procuram as melhores soluções localmente através de métodos de tentativa e erro, as meta-heurísticas são compreendidas como a generalização de técnicas heurísticas, uma vez que podem explorar amplos espaços de solução, utilizam métricas matemáticas na criação das regras do processo de convergência e podem gerar múltiplas soluções candidatas (Desale et al., 2015). Assim, meta-heurísticas podem ser apresentadas como técnicas baseadas em inteligência populacional em que as melhores soluções são atualizadas, iterativamente, no espaço global e/ou local, através de processos estocásticos. Para tanto, o processo de busca das soluções sub-ótimas é baseado em comportamentos reais, que, assim, dividem as meta-heurísticas em vários grupos a depender da inspiração da convergência (Wong e Ming, 2019).

De acordo com Hussain et al. (2019), as meta-heurísticas podem ser classificadas de acordo com os critérios do processo de convergência que definem as suas estratégias fundamentais na busca da solução sub-ótima. Assim, as principais classificações são:

- Exploração *versus* Intensificação: as meta-heurísticas podem ter a capacidade de explorar um amplo espaço de solução (global) e/ou regiões restritas (local) a depender

da definição do processo de convergência. O termo exploração, em livre tradução da expressão *exploration*, refere-se à capacidade das meta-heurísticas explorarem todo espaço de solução a fim de identificar, inicialmente, possíveis soluções candidatas a serem atualizadas ao longo da convergência; por outro lado, o termo intensificação, em livre tradução da expressão *exploitation*, refere-se à etapa de busca local, com pequenas modificações sobre as soluções candidatas com objetivo de identificar ótimos de melhor qualidade em um pequeno espaço de busca. Nesse contexto, existem técnicas que possuem ambas as fases de busca ou apenas uma;

- *Global versus Local*: como consequência direta das fases de exploração e intensificação, os espaços de busca são definidos. Meta-heurísticas podem combinar espaços de busca globais com espaços locais a fim de possibilitarem um processo de atualização mais eficiente em que as soluções sub-ótimas definidas, no espaço global, são utilizadas, localmente, para atualizações suaves em direção ao ótimo global ou ótimos locais nas proximidades da melhor solução possível;
- *Tamanho do conjunto solução*: as meta-heurísticas podem variar o tamanho do seu conjunto de solução desde uma única solução candidata até múltiplas soluções. Técnicas que usam uma única solução candidata, que pode ser escolhida por condições iniciais já conhecidas do problema, utilizam, geralmente, o espaço de busca local. Por outro lado, técnicas que utilizam um conjunto com múltiplas soluções/indivíduos garantem maior competitividade entre as soluções, atualizando-as ao longo do processo iterativo e, conseqüentemente, encontrando melhores espaços de soluções.

Conforme explicitado em Abdel-Basset et al. (2018), além da divisão das meta-heurísticas segundo critérios das próprias características de convergência, essas técnicas podem ser separadas em grupos de acordo com processos existentes no universo, que inspiraram os processos de busca das soluções ótimas. Nesse contexto, os principais grupos de meta-heurísticas são:

- *Meta-heurísticas bioinspiradas*: são técnicas que apresentam seus processos de busca da solução ótima baseadas na natureza e nas espécies. Essa classe pode ser subdividida em:
  - *Algoritmos Evolucionários*: são baseados no princípio de Darwin sobre a evolução das espécies em que os indivíduos (soluções candidatas) mais aptos e com maior longevidade apresentam maior probabilidade de reprodução, perpetuando, assim, seus códigos genéticos. A aplicação de algoritmos evolucionários se baseia nos critérios em que as soluções sofrem modificações ao longo do processo iterativo através da recombinação, mutação e seleção frente à população inicializada. Os

principais representantes desse grupo são os Algoritmos Genéticos (Lambora et al., 2019);

- Algoritmos baseados em Enxame de Partículas: são baseados no comportamento em grupo de animais terrestres, aquáticos, insetos, fungos e micro-organismos cujos agrupamentos apresentam características inteligentes com objetivos de caçar, de alimentar e de defender. Alguns exemplos clássicos são o Algoritmo de Ecolocalização de Morcegos (Yang e Hossein Gandomi, 2012), Otimização por Colonização de Formigas (Blum, 2005) bem como exemplos recentes como Algoritmo do Coati (Dehghani et al., 2023);
  - Algoritmos baseados na Biologia Humana: são baseados na funcionalidade de órgãos, tecidos e sistemas vitais na vida humana. O principal exemplo dessa classe são as Redes Neurais Artificiais, que modelam o comportamento dos neurônios.
- Meta-heurísticas baseadas na química: são fundamentadas na movimentação das moléculas durante uma reação química em que se busca obter o nível mais estável de energia. Nesses algoritmos, as moléculas representam as soluções candidatas nas quais as suas funções objetivos correspondem aos respectivos níveis energéticos. Um exemplo desse grupo é o Algoritmo de Otimização de Movimento Browniano de Gases (Abdechiri et al., 2013);
  - Meta-heurísticas baseadas na física: utilizam conceitos como campo gravitacional, atração e reação, entropia, fenômenos cosmológicos e demais efeitos físicos para representar um processo de busca. Os algoritmos mais famosos são o Recozimento Simulado (Rutenbar, 1989), inspirado na termodinâmica dos metais, e o de Busca Gravitacional, fundamentado na iteração entre dois corpos (Rashedi et al., 2009);
  - Meta-heurísticas baseadas em operadores matemáticos: utilizam operações e definições matemáticas para fazerem atualização das soluções candidatas. De forma mais clara, essas técnicas tiram proveito de funções e/ou operadores para guiarem as soluções obtidas, iterativamente, conforme requisitos básicos da matemática. O Algoritmo de Otimização Aritmética utilizado neste trabalho se enquadra nesse grupo (Dhal et al., 2023);
  - Meta-heurísticas baseadas em música: utilizam a coordenação inteligente necessária entre músicos para determinar o melhor som ou criação de notas musicais. O Algoritmo de Busca Harmônica é um exemplo dessa classe (Geem, 2009);
  - Meta-heurísticas baseadas em comportamentos sociais: utilizam os conceitos das relações pessoais para atingir um objetivo social. Um exemplo clássico dessas técnicas é o Algoritmo de Ensino-Aprendizado em que a atualização das soluções

sub-ótimas (alunos) são fundamentadas na melhor solução (professor) encontrada, iterativamente, e que passa a compartilhar informações ótimas ao longo do processo (Zhou et al., 2023);

- Meta-heurísticas baseadas em jogos: utilizam regras de jogos ou esportes para definir a melhor solução do processo de otimização, que, analogamente, refere-se ao sucesso de uma partida. O recente Algoritmo de Otimização de Quebra-Cabeça é um representante dessa categoria visto que se baseia em ações usadas na montagem desse jogo (Zeidabadi e Dehghani, 2022).

Finalmente, meta-heurísticas, quando utilizadas em problemas de otimização, apresentam vantagens e desvantagens a serem levadas em conta quanto a sua aplicabilidade. Como vantagens, meta-heurísticas oferecem uma excelente alternativa para problemas complexos com múltiplos ótimos locais, podem resolver problemas com domínio não diferenciável, podem ser acopladas com *solvers* não lineares e lineares e, geralmente, não são sensíveis a dados com ruído ou incompletos. Em contrapartida, meta-heurísticas apresentam como desvantagens: a necessidade de calibração dos parâmetros de controle que variam em quantidade; o tempo computacional pode ser uma adversidade, principalmente, em problemas de grande porte com múltiplas funções objetivos; não há garantia do ótimo global, necessitando de uma análise de otimalidade frente ao resultado encontrado para cada problema. Por fim, cada meta-heurística apresenta suas vantagens, desvantagens e características construtivas, como dimensão, parâmetros de controle e do processo de busca, que devem ser avaliadas de acordo com as características do problema de otimização ao qual se deseja aplicá-la (Almufti et al., 2023).

### 2.3 CONSIDERAÇÕES PARCIAIS

A geração de séries sintéticas de vazão ou de energia natural afluyente, para o planejamento de médio prazo, é um passo importante na solução do despacho hidrotérmico visto que contempla cenários futuros possíveis da disponibilidade energética. Para criação desses cenários artificiais, faz-se necessária a adequação de modelos autorregressivos que representem os dados futuros baseados em observações passadas através de seus coeficientes e ordem. Na Seção 2.1, foi apresentada uma revisão bibliográfica a cerca dos principais métodos utilizados para geração de séries sintéticas no âmbito do planejamento eletroenergético.

Desde o advento dos estudos de séries temporais até a atualidade, os métodos estatísticos aparecem como metodologias aplicáveis para adequação de modelos autorregressivos e representação dos resíduos de forma estocástica. Porém podem apresentar problemas quanto à representação de energia de ou vazões positivas e quanto à calibração do modelo em aplicações cuja base de dados histórica é insuficiente ou incompleta.

Por outro lado, técnicas de *Machine Learning*, como Redes Neurais e *Clustering*, e métodos probabilísticos, como Monte Carlo e *Bootstrap*, também são utilizados para representação de cenários artificiais. Essas técnicas apresentam como vantagem a eficácia da adequação da componente aleatória, porém necessitam de maior esforço computacional devido às fases de treinamento e teste para predição.

Por fim, a Seção 2.2 forneceu uma visão geral sobre meta-heurísticas, explicitando suas classificações, especificações, vantagens e desvantagens. Foi possível observar que a escolha da técnica, para resolução de um problema, depende das características intrínsecas da aplicação.

Após o entendimento da aplicação de técnicas para geração de séries sintéticas e da solução de problemas via meta-heurísticas, parte-se para a seção da metodologia proposta onde será explicitada a junção dos temas principais dessa seção.

### 3 METODOLOGIA PROPOSTA

Este capítulo apresenta a metodologia proposta, explicitando a formulação do problema de otimização para determinação dos coeficientes e ordem ótimos mensais de um modelo autorregressivo. Também são mostrados o Algoritmo de Otimização Aritmética, que soluciona o PNLIM, os cálculos computacionais, que garantem o acoplamento entre o problema de otimização proposto e a meta-heurística aritmética e, por fim, o cálculo da séries sintéticas.

#### 3.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de otimização proposto visa determinar, para cada mês, um modelo autorregressivo ótimo cujos coeficientes e ordem sejam calculados a fim de minimizar o desvio padrão do vetor de resíduos. Nesse sentido, o problema de otimização modelado é classificado como sendo de Programação Não Linear Inteiro Misto uma vez que a sua Função Objetivo (FOB), representada pela minimização do desvio padrão, é não linear, os coeficientes são valores contínuos e a ordem é um valor inteiro. A Equação 3.1 apresenta a função objetivo do problema de otimização, as Equações (3.2), (3.3) e (3.4) referem-se às restrições de igualdade e as Inequações (3.5), (3.6) e (3.7) são as restrições de canalização do problema.

$$\text{Min} \sqrt{\frac{\sum_{a=a_i}^{a_f} (\epsilon_a - \bar{\epsilon})^2}{a_f - a_i + 1}} \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$Q_{a_i}^m = \underbrace{\left( \sum_{k=1}^{k^m} \phi^{m-k} \cdot Q_{(a_i \cup a_{i-1})}^{m-k} \right)}_{q_{a_i, estimado}^m} + \epsilon_{a_i} \quad (3.2)$$

$$Q_{a_{i+1}}^m = \underbrace{\left( \sum_{k=1}^{k^m} \phi^{m-k} \cdot Q_{(a_{i+1} \cup a_i)}^{m-k} \right)}_{q_{a_{i+1}, estimado}^m} + \epsilon_{a_{i+1}} \quad (3.3)$$

⋮

$$Q_{a_f}^m = \underbrace{\left( \sum_{k=1}^{k^m} \phi^{m-k} \cdot Q_{(a_f \cup a_{f-1})}^{m-k} \right)}_{q_{a_f, estimado}^m} + \epsilon_{a_f} \quad (3.4)$$

$$1 \leq k^m \leq 11 \quad (3.5)$$

$$0 \leq \phi \leq \infty \quad (3.6)$$

$$-\infty \leq \epsilon_a \leq \infty \quad (3.7)$$

Onde:

- $Q_{a_i}^m$  Valor da vazão, em  $[m^3/s]$ , ou da energia natural afluyente, em  $[MWmed]$ , no mês  $m$  e no ano inicial  $a_i$ , a partir do qual os dados históricos registrados serão utilizados no problema de otimização.
- $Q_{a_f}^m$  Valor da vazão, em  $[m^3/s]$ , ou da energia natural afluyente, em  $[MWmed]$ , no mês  $m$  e no último ano  $a_f$ , em que os dados históricos registrados serão utilizados no problema de otimização.
- $\epsilon_a$  Valor do erro de predição de vazão para o mês  $m$ , em  $[m^3/s]$ , ou da energia natural afluyente, em  $[MWmed]$ , calculado para cada ano a partir da subtração entre o valor real do histórico  $Q_a^m$  e o valor estimado  $q_{a,estimado}$ .
- $\bar{\epsilon}$  Média do vetor de resíduos para o mês  $m$ , em que se deseja estimar o modelo autorregressivo, considerando todos os erros de previsão desde o ano inicial  $a_i$  até o ano final  $a_f$ .
- $a_f - a_i + 1$  Quantidade de dados históricos registrados que são utilizados para cálculo do modelo autorregressivo.
- $k^m$  Ordem do modelo autorregressivo para o mês  $m$ , sendo, portanto, uma variável discreta.
- $\phi^{m-k}$  Coeficientes do modelo autorregressivo, do mês  $m$ , associados à ordem  $k$ , representando os dados observados do mês  $m$  a partir dos meses anteriores  $m - k$ .
- $Q_{(a_t \cup a_{t-1})}^{m-k}$  Vazões históricas, em  $[m^3/s]$ , ou energia natural afluyente, em  $[MWmed]$ , anteriores ao mês  $m$  de acordo com a ordem  $k$ . A depender da ordem  $k$  considerada, os dados passados podem ser do mesmo ano  $a_t$ , em que se verificou a vazão ou energia afluyente do mês  $m$ , ou do ano anterior  $a_{t-1}$ .

A FOB, descrita na Equação (3.1), busca minimizar o desvio padrão do vetor de erros, que é calculado após a comparação entre o valor real de vazão ou de energia natural afluyente e o valor estimado para um determinado mês considerando todos os anos em que há dados consolidados. O desvio padrão do vetor de erros garante que, ao calcular, iterativamente, os coeficientes e ordem ótimos pela otimização aritmética, o

modelo autorregressivo seja ajustado de modo que os erros estejam o mais próximo da média, garantindo uniformidade na parte estocástica da aplicação em séries sintéticas. Caso fosse escolhida uma função objetivo que minimize o somatório quadrático dos erros ou somatório dos erros absolutos, por exemplo, o modelo calculado possibilitaria valores discrepantes no vetor de resíduos nos quais alguns anos poderiam ter sido bem estimados e outros não. Em contrapartida, a FOB utilizada, nesta dissertação, garante que os coeficientes e ordem ótimos sejam ajustados de tal modo que todos os anos sejam bem representados.

As Equações (3.2), (3.3) e (3.4) representam as restrições de igualdade do problema de otimização. Para cada mês que se deseja estimar o modelo autorregressivo ótimo, devem-se considerar suas vazões ou energias afluentes registradas desde um ano inicial até um ano final. Nos decks do NEWAVE, os dados históricos de vazão e de energia natural afluente começam a partir de janeiro de 1931, variando mensalmente, até o ano corrente. Para garantir a utilização do modelo autorregressivo, o ano inicial é considerado em 1932 visto que podem ser utilizados registros de 1931, e o último ano corresponde a dois anos anteriores do ano corrente. Ou seja, nesta dissertação, os dados históricos utilizados são aqueles registrados desde 1932 ( $a_i = 1932$ ) até 2022 ( $a_f = 2022$ ). Nesse sentido, a meta-heurística utilizada irá ajustar os melhores coeficientes ( $\phi$ ) e ordem ( $k^m$ ) ótimos de tal modo que os resíduos anuais ( $\epsilon_a$ ) estejam concentrados próximo da média. Um ponto a ser destacado nas restrições de igualdade é que as vazões ou energias afluentes, anteriores ao mês  $m$ , ao serem consideradas, podem estar no mesmo ano da análise ou no ano anterior. Como exemplo, para cálculo do erro de estimação para o mês de fevereiro, relacionado ao ano de 1932, considerando um modelo autorregressivo de ordem 11 devem ser considerados os dados de janeiro de 1932, dezembro de 1931 até março de 1931; caso a ordem fosse unitária, somente o registro de janeiro de 1932 bastaria. Percebe-se, portanto, que a depender da ordem, os dados de vazão ou de energia natural afluente, a serem considerados no modelo autorregressivo de um determinado mês, podem ser de um único ano ou de dois consecutivos. A notação matemática  $Q_{(a_t \cup a_{t-1})}^{m-k}$  faz menção a essa análise.

A Inequação (3.5) representa os limites inferiores e superiores da variável de decisão correspondente à ordem do modelo autorregressivo. A ordem máxima permitida é 11 para evitar correlação entre as vazões ou energias afluentes de um determinado mês em anos diferentes.

A Inequação (3.6) garante que os coeficientes ajustados sejam, exclusivamente, positivos. Como o problema será resolvido pelo Algoritmo de Otimização Aritmética, há flexibilidade na definição dos limites dessa variável, diferentemente, ao utilizar a metodologia de Box & Jenkins cujos coeficientes podem ser positivos ou negativos. Nesse contexto, a restrição dos coeficientes serem valores positivos garante que, ao serem utilizados para geração de séries sintéticas de vazão ou energia natural afluente, as parcelas estimadas (determinísticas) sejam valores também positivos; por outro lado, caso fossem permitidos

também valores negativos nos coeficientes, o valor estimado poderia ser negativo ou positivo.

A Inequação (3.7) representa os limites factíveis dos erros anuais calculados e que podem ser tanto valores negativos e valores positivos. O vetor de erros representa a parcela estocástica na geração de séries sintéticas visto que os modelos autorregressivos, dificilmente, irão garantir estimações com erro nulo. Assim, para gerar cenários artificiais, são utilizados sorteios de resíduos, que são somados à parcela determinística calculada pelo modelo, representando por completo às incertezas hidrológicas. Vale destacar que a minimização do desvio padrão do vetor de erros assegura que esses resíduos estejam, em módulo, próximos uns aos outros, permitindo uniformidade do processo de geração de cenários sintéticos.

O problema de otimização proposto é definido para um mês  $m$  específico em que se deseja determinar o seu modelo autorregressivo ótimo a partir da sua ordem e de seus coeficientes. Nesse sentido, para geração de séries sintéticas, todos os meses do ano devem ter seu modelo calculado, fazendo necessária a solução desse problema para cada um. Para solução do problema será utilizada a meta-heurística Algoritmo de Otimização de Aritmética, que é explicada na próxima seção.

### 3.2 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO ARITMÉTICA

O Algoritmo de Otimização Aritmética, proposto em Abualigah et al. (2021), é uma meta-heurística recente que faz uso das quatro operação básicas da matemática (adição, subtração, divisão e multiplicação) para atualização das variáveis ao longo do processo iterativo. Por fazer uso de operadores matemáticos clássicos e suas vantagens frente às modificações das variáveis, essa meta-heurística faz parte do grupo de técnicas baseadas em processos matemáticos.

Para entender o processo de busca, é necessário compreender, inicialmente, quais espaços de solução podem ser utilizados ao longo do processo de convergência. A otimização aritmética, por ser classificada como meta-heurística, faz uso do conceito de inteligência populacional, ou seja, as variáveis, em cada iteração, são calculadas sobre a melhor solução encontrada até a iteração atual. Desse modo, para garantir variabilidade dos resultados encontrados ao longo do processo de busca, a otimização aritmética utiliza dois espaços de solução: global e local. O início do caminho de solução tende a ser no espaço global (*exploration*) a fim de explorar todo espaço de solução, determinando regiões potenciais de soluções sub-ótimas de boa qualidade; como é necessário explorar todo espaço de solução, variando intensamente as soluções, são utilizados os operadores de divisão e de multiplicação. Por outro lado, no final do processo de busca, ocorre a busca local (*exploitation*) sobre as regiões, previamente, determinadas no âmbito global; assim, é necessário que as soluções sejam modificadas, suavemente, através dos operadores de

adição e de subtração (Furtado, 2022). Vale ressaltar que os operadores matemáticos são aplicados, exclusivamente, em uma região de solução devido às características de suas aplicações: divisão e multiplicação garantem amplas modificações enquanto que adição e subtração são aplicadas para alterações suaves nas variáveis.

Como são utilizados dois espaços de busca, o Algoritmo de Otimização Aritmética faz uso do Acelerador de Otimização Matemático (AOM), que é calculado iterativamente, e cujo valor é o responsável por definir o espaço de busca global ou local. O cálculo do Acelerador de Otimização Matemático é ilustrado na Equação (3.8).

$$AOM(iter) = AOM_{min} + (AOM_{max} - AOM_{min}) \cdot \left( \frac{iter}{N_{iter}} \right) \quad (3.8)$$

Onde:

- $iter$  Iteração atual do processo de convergência.
- $N_{iter}$  Total de iterações do processo de busca.
- $AOM(iter)$  Valor do Acelerador de Otimização Matemático na iteração atual.
- $AOM_{min}$  Parâmetro de controle correspondente ao valor mínimo permitido do Acelerador de Otimização Matemático.
- $AOM_{max}$  Parâmetro de controle correspondente ao valor máximo permitido do Acelerador de Otimização Matemático.

Após o espaço de solução ser definido para cada iteração, através do parâmetro AOM, as variáveis do conjunto solução são atualizadas utilizando os operadores matemáticos definidos na otimização aritmética e que as respectivas escolhas são pautadas em sorteios como será mostrado à frente. Assim, as Equações (3.9), (3.10), (3.11) e (3.12) explicitam a atualização das variáveis segundo os operadores de multiplicação, divisão, soma e subtração, respectivamente. Nessas equações, o Otimizador Matemático de Probabilidade (OMP) é calculado iterativamente, conforme Equação (3.13), influenciando no valor numérico de cada variável.

$$x_{i,j}(iter) = x_{best}(j) \times OMP \times [(UB_j - LB_j) \times \mu + LB_j] \quad (3.9)$$

$$x_{i,j}(iter) = x_{best}(j) \div (OMP + \xi) \times [(UB_j - LB_j) \times \mu + LB_j] \quad (3.10)$$

$$x_{i,j}(iter) = x_{best}(j) + OMP \times [(UB_j - LB_j) \times \mu + LB_j] \quad (3.11)$$

$$x_{i,j}(iter) = x_{best}(j) - OMP \times [(UB_j - LB_j) \times \mu + LB_j] \quad (3.12)$$

$$OMP(iter) = 1 - \left( \frac{iter}{N_{iter}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (3.13)$$

Onde:

- $x_{i,j}(iter)$  Variável  $j$  associada à solução  $i$  na iteração atual.
- $x_{best}(j)$  Melhor conjunto solução encontrado até a iteração atual.
- $OMP(iter)$  Otimizador Matemático de Probabilidade na iteração atual.
- $UB_j$  Limite superior da variável  $j$ .
- $LB_j$  Limite inferior da variável  $j$ .
- $\xi$  Número muito pequeno para evitar divisão por zero.
- $\alpha$  Ajuste de exploração, sendo um parâmetro de controle.
- $\mu$  Ajuste do processo de busca, sendo um parâmetro de controle.

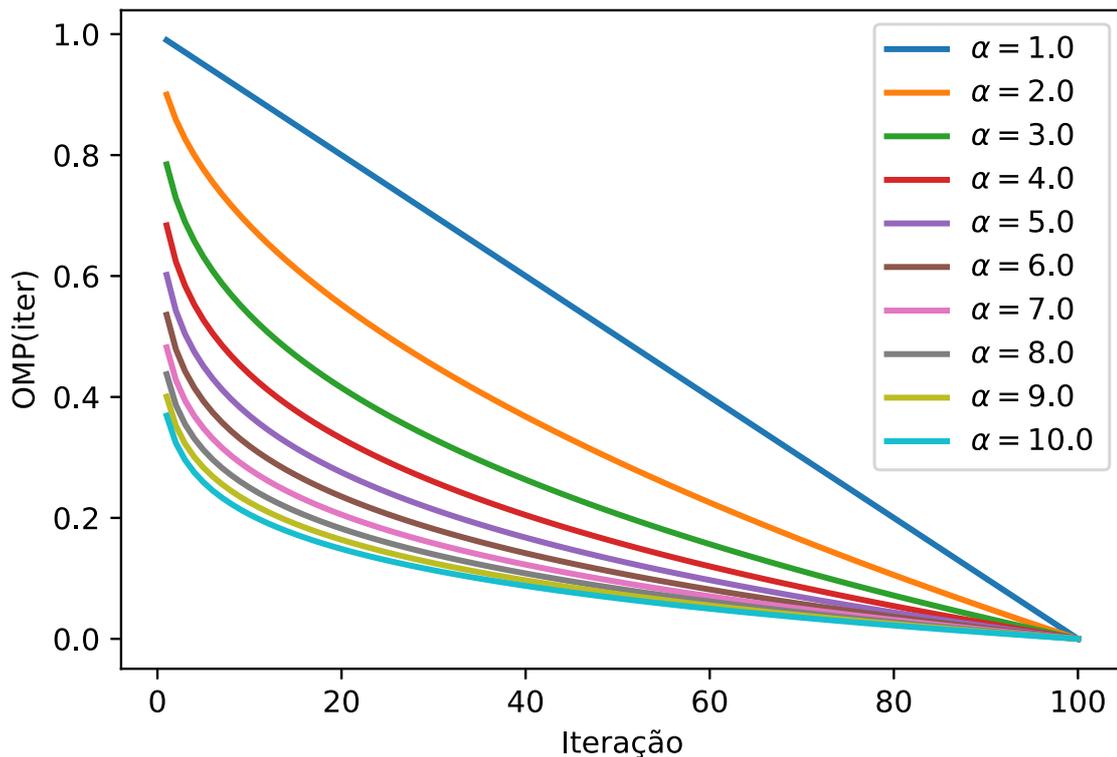
Dos parâmetros e das formas de atualização das variáveis, pode-se perceber que o Algoritmo de Otimização Aritmética possui seis parâmetros a serem ajustados no início do processo de busca:  $AOM_{min}$ ,  $AOM_{max}$ ,  $\alpha$ ,  $\mu$ ,  $N_{iter}$  e o número de soluções candidatas. A definição desses parâmetros dependem do objetivo de cada problema de otimização e também onde esses termos se inserem dentro da meta-heurística.

Começando pelos parâmetros  $AOM_{min}$  e  $AOM_{max}$ , foi visto que estão relacionados aos limites inferiores e superiores do Acelerador de Otimização Matemático respectivamente. Como discutido, o Acelerador de Otimização Matemático define o espaço de busca ao longo do processo iterativo. Para tanto, o seu valor é comparado com um número real  $r_1$  sorteado entre 0 e 1. Caso o número  $r_1$  sorteado seja maior que  $AOM(iter)$ , a busca será no espaço global; caso contrário, a busca é feita no espaço local. Nesse cenário, os parâmetros  $AOM_{min}$  e  $AOM_{max}$  devem ser ajustados a fim de escolher em quais iterações haverá maior probabilidade de se utilizar a busca local e/ou global. Além disso, esses parâmetros podem ser ajustados de modo que a otimização aritmética utilize somente um dos espaços. Para garantir a utilização de ambos espaços de solução, uma boa prática é escolher  $AOM_{max} = 1$  e  $AOM_{min} = 0$ , visto que, ao utilizar a Equação (3.8), percebe-se que esse valor será menor que 0,5 até metade das iterações e maior que 0,5 após percorrida metade das iterações. Desse modo, no início do processo, há maior probabilidade de sortear um número  $r_1$ , que seja maior que o  $AOM(iter)$ , levando para o espaço de busca global e, no final do processo,  $AOM(iter)$  começa a ter maior probabilidade de ser maior que  $r_1$ , garantindo a intensificação do processo de busca no âmbito local (Furtado e Junior, 2022a).

O parâmetro  $\alpha$ , chamado ajuste de exploração, é utilizado para atualização do parâmetro Otimizador Matemático de Probabilidade ao longo do processo iterativo. O

valor numérico desse parâmetro influencia diretamente na atualização das variáveis. Assim, a escolha do parâmetro  $\alpha$  define se a atualização das variáveis será feita através de grandes modificações ou de pequenas modificações. Como ilustrado na Figura 5, o aumento de  $\alpha$  garante pequenas modificações do Otimizador Matemático de Probabilidade e, conseqüentemente, na atualização das variáveis. Por outro lado, a diminuição do valor de  $\alpha$  faz com que o valor do  $OMP(iter)$  varie mais entre duas iterações subseqüentes.

Figura 5 – Análise do Otimizador Matemático de Probabilidade frente ao parâmetro  $\alpha$ .



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

O parâmetro  $\mu$ , chamado de ajuste do processo de busca, também influencia no valor numérico das variáveis durante o processo de atualização. Como esse parâmetro multiplica o intervalo factível de cada variável, caso seja maior que o valor unitário, pode levar à extrapolação dos limites factíveis. Nesse sentido, o ajuste do valor de  $\mu$  entre 0 e 1 é uma alternativa para contemplar todo intervalo factível das variáveis.

O número de iterações e de soluções candidatas devem ser escolhidos levando em conta o tempo computacional. Muitas soluções candidatas, em um processo com muitas iterações, há maior probabilidade de encontrar ótimos locais de boa qualidade ou até o ótimo global, mas com um maior tempo computacional. Assim, esses fatores, também, devem ser escolhidos a partir das necessidades de cada aplicação.

Finalmente, todas as particularidades da otimização aritmética definem como será feita a solução de um problema de otimização. Assim, seu processo de busca pode ser definido conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Processo iterativo do Algoritmo de Otimização Aritmética.

**Algoritmo 1** Pseudocódigo do Algoritmo de Otimização Aritmética

---

```

1: Ajuste dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\mu$ ,  $AOM_{min}$ ,  $AOM_{max}$ ,  $N_{iter}$  e  $N_{solucoes}$ .
2: Inicialização randômica do conjunto de soluções.
3: Enquanto ( $iter \leq N_{iter}$ ) , faça:
4:   Cálculo da FOB para todo conjunto de solução.
5:   Determinação da melhor solução candidata ( $x_{best}$ ) até a iteração atual.
6:   Atualização do  $AOM$  conforme Equação (3.8).
7:   Atualização do  $OMP$  conforme Equação (3.13).
8:   para  $i = 1$  até  $N_{solucoes}$  , faça:
9:     para  $j = 1$  até  $N_{variaveis}$  , faça:
10:      Gerar valores randômicos  $[0, 1](r_1, r_2$  e  $r_3)$ .
11:      se  $r_1 > AOM$  , então:
12:        Busca global
13:        se  $r_2 > 0,5$  , então:
14:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Multiplicação), Equação (3.9).
15:        senão
16:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Divisão), Equação (3.10).
17:        fim se
18:      senão
19:        Busca local
20:        se  $r_3 > 0,5$  , então:
21:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Adição), Equação (3.11).
22:        senão
23:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Subtração), Equação (3.12).
24:        fim se
25:      fim se
26:    fim para
27:  fim para
28:   $iter = iter + 1$ 
29: fim Enquanto
30: Solução ótima.

```

---

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Do pseudocódigo ilustrado na Figura 6, pode-se verificar que, em cada iteração, são resolvidos  $i$  problemas de otimização de acordo com o número de soluções candidatas escolhido. Além disso, para cada solução  $i$ , em uma mesma iteração, suas variáveis  $j$  são atualizadas. Assim, a complexidade computacional do AOA é dada por  $(N_{iter} \times N_{solucoes} \times N_{variaveis})$  em que são resolvidos  $(N_{iter} \times N_{solucoes})$  problemas de otimização ao longo de todo processo iterativo. Por fim, a pequena quantidade de parâmetros a serem ajustados no Algoritmo de Otimização Aritmética é um ponto positivo quando se trata de meta-heurísticas uma vez que outras técnicas apresentam muitos parâmetros a serem ajustados e que influenciam no processo de busca (Furtado e Junior, 2022b).

### 3.3 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO PROPOSTO VIA AOA

O problema de otimização proposto, na Seção 3.1, visa determinar o melhor modelo autorregressivo, conhecendo os melhores coeficientes e ordem com objetivo da minimização do desvio padrão do vetor de erros. Para solução desse problema de Programação Não Linear Inteiro Misto será utilizada a meta-heurística Algoritmo de Otimização Aritmética que determinará, iterativamente e de forma direta, tanto a ordem do modelo autorregressivo bem como os seus coeficientes. Assim, nos cálculos computacionais desenvolvidos neste trabalho, o conjunto solução do AOA, para cada mês, é descrito na Equação (3.14).

$$[X]_{N_s \times N_v} = \begin{bmatrix} k_1^m & \phi_1^{m-11} & \phi_1^{m-10} & \phi_1^{m-9} & \phi_1^{m-8} & \phi_1^{m-7} & \dots & \phi_1^{m-1} \\ k_2^m & \phi_2^{m-11} & \phi_2^{m-10} & \phi_2^{m-9} & \phi_2^{m-8} & \phi_2^{m-7} & \dots & \phi_2^{m-1} \\ k_3^m & \phi_3^{m-11} & \phi_3^{m-10} & \phi_3^{m-9} & \phi_3^{m-8} & \phi_3^{m-7} & \dots & \phi_3^{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ k_{N_s}^m & \phi_{N_s}^{m-11} & \phi_{N_s}^{m-10} & \phi_{N_s}^{m-9} & \phi_{N_s}^{m-8} & \phi_{N_s}^{m-7} & \dots & \phi_{N_s}^{m-1} \end{bmatrix}_{N_s \times N_v} \quad (3.14)$$

Onde:

- $N_s$  Número de soluções escolhido para o processo iterativo.
- $N_v$  Número de variáveis do problema de otimização.
- $X$  Matriz com todas as soluções candidatas a serem atualizadas pelo Algoritmo de Otimização Aritmética.
- $k_{N_s}^m$  Ordem do modelo autorregressivo determinado para o mês  $m$  e associado à solução candidata  $N_s$ .
- $\phi_{N_s}^{m-p}$  Coeficientes que relacionam os dados históricos do mês  $m$  com os registros dos 11 últimos meses; nessa descrição  $p \in [1, 11]$ . Esse conjunto de coeficientes é definido para cada solução candidata  $N_s$ .

Da matriz solução utilizada no processo iterativo da otimização aritmética, percebe-se que, para cada solução candidata (linhas da matriz), existem 12 variáveis a serem calculadas iterativamente: a ordem do modelo autorregressivo (valor inteiro) e os onze coeficientes que representam os dados históricos passados de um determinado mês  $m$ . Porém, como garantir a utilização da ordem ótima  $k$  calculada para cada solução sendo que onze coeficientes são atualizados? Apesar de onze coeficientes serem sempre atualizados pela otimização aritmética, somente os  $k$  primeiros definidos naquela solução são utilizados enquanto os restantes são zerados visto que a ordem determinada é  $k$  e não 11. A Figura 7 ilustra o cálculo do modelo autorregressivo ótimo pelo Algoritmo de Otimização Aritmética solucionando o PNLIM proposto.

Figura 7 – Modelo autorregressivo ótimo do mês  $m$  via Algoritmo de Otimização Aritmética.**Algoritmo 2** Solução do PNLIM via Algoritmo de Otimização Aritmética

---

```

1: Ajuste dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\mu$ ,  $AOM_{min}$ ,  $AOM_{max}$ ,  $N_{iter}$  e  $N_{solucoes}$ .
2: para  $i = 1$  até ( $N_s = N_{solucoes}$ ) , faça:
3:   para  $j = 1$  até ( $N_v = N_{variaveis} = 12$ ) , faça:
4:     se  $j = 1$  , então:
5:       Sorteia valor inteiro no intervalo [1,11] para a solução  $x_{i,j}$ 
6:     senão
7:       Sorteia valor contínuo no intervalo [0,10] para a solução  $x_{i,j}$ 
8:     fim se
9:   fim para
10:  se  $x_{i,1} < 11$  , então:
11:     $x_{i,j} = 0$ ,  $\forall j \in [2, 12 - x_{i,1}]$ 
12:  fim se
13: fim para
14: Enquanto ( $iter \leq N_{iter}$ ) , faça:
15:  Cálculo do vetor de erros conforme Equações (3.2), (3.3) e (3.4).
16:  Cálculo da FOB para todo conjunto de solução conforme Equação (3.1).
17:  Determinação da melhor solução candidata ( $x_{best}$ ) até a iteração atual.
18:  Atualização do  $AOM$  conforme Equação (3.8).
19:  Atualização do  $OMP$  conforme Equação (3.13).
20:  para  $i = 1$  até  $N_{solucoes}$  , faça:
21:    para  $j = 1$  até  $N_{variaveis}$  , faça:
22:      Gerar valores randômicos  $[0, 1](r_1, r_2$  e  $r_3)$ .
23:      se  $r_1 > AOM$  , então:
24:        Busca global
25:        se  $r_2 > 0,5$  , então:
26:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Multiplicação), Equação (3.9).
27:        senão
28:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Divisão), Equação (3.10).
29:        fim se
30:      senão
31:        Busca local
32:        se  $r_3 > 0,5$  , então:
33:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Adição), Equação (3.11).
34:        senão
35:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Subtração), Equação (3.12).
36:        fim se
37:      fim se
38:      se  $j = 1$  , então:
39:        Valor é arredondado (corresponde à ordem do modelo).
40:      fim se
41:    fim para
42:    se  $x_{i,1} < 11$  , então:
43:       $x_{i,j} = 0$ ,  $\forall j \in [2, 12 - x_{i,1}]$ 
44:    fim se
45:  fim para
46:   $iter = iter + 1$ 
47: fim Enquanto
48: Solução ótima.

```

---

Conforme discutido na Seção 3.2, o primeiro passo para utilizar a meta-heurística aritmética é ajustar seus parâmetros  $\alpha$ ,  $\mu$ ,  $AOM_{min}$ ,  $AOM_{max}$ ,  $N_{iter}$  e  $N_{solucoes}$ .

Após definir os parâmetros de controle da meta-heurística, uma solução inicial randômica deve ser utilizada para inicializar o processo de busca da otimização aritmética. Assim, entre as linhas 2 e 11 do pseudocódigo ilustrado na Figura 7, é feita a inicialização aleatória do conjunto de solução. Percebe-se que cada solução é formada por um número inteiro (primeira coluna), que representa a ordem do modelo, e onze números reais (coluna 2 até 12), que representam os coeficientes conforme discutido na Equação (3.14). Em cada solução  $i$ , a inicialização da primeira coluna é feita sorteando um valor inteiro entre 1 e 11 como mostrado nas linhas 4 e 5 do pseudocódigo; as demais colunas, representativas dos coeficientes, são inicializadas através de sorteios no intervalo real entre 0 e 10, trazendo variabilidade nos coeficientes otimizados (linhas 6 e 7 do pseudocódigo). Após inicializar tanto a ordem como os onze coeficientes do modelo, é necessário corrigir os valores desses coeficientes de acordo com a ordem pré-calculada. Assim, na linha 10 do pseudocódigo, considerando a ordem  $k$  da solução  $i$  na primeira coluna ( $x_{i,1}$ ), todos os valores de coeficientes a partir da segunda coluna até a coluna  $12 - x_{i,1}$  são zerados, exceto se a ordem escolhida for 11. Em outras palavras, caso a ordem calculada seja a máxima, todos os coeficientes calculados devem ser representados; caso a ordem calculada seja menor que 11, deve-se considerar somente os coeficientes segundo a ordem pré-determinada, zerando aqueles que não devem ser representados no modelo autorregressivo.

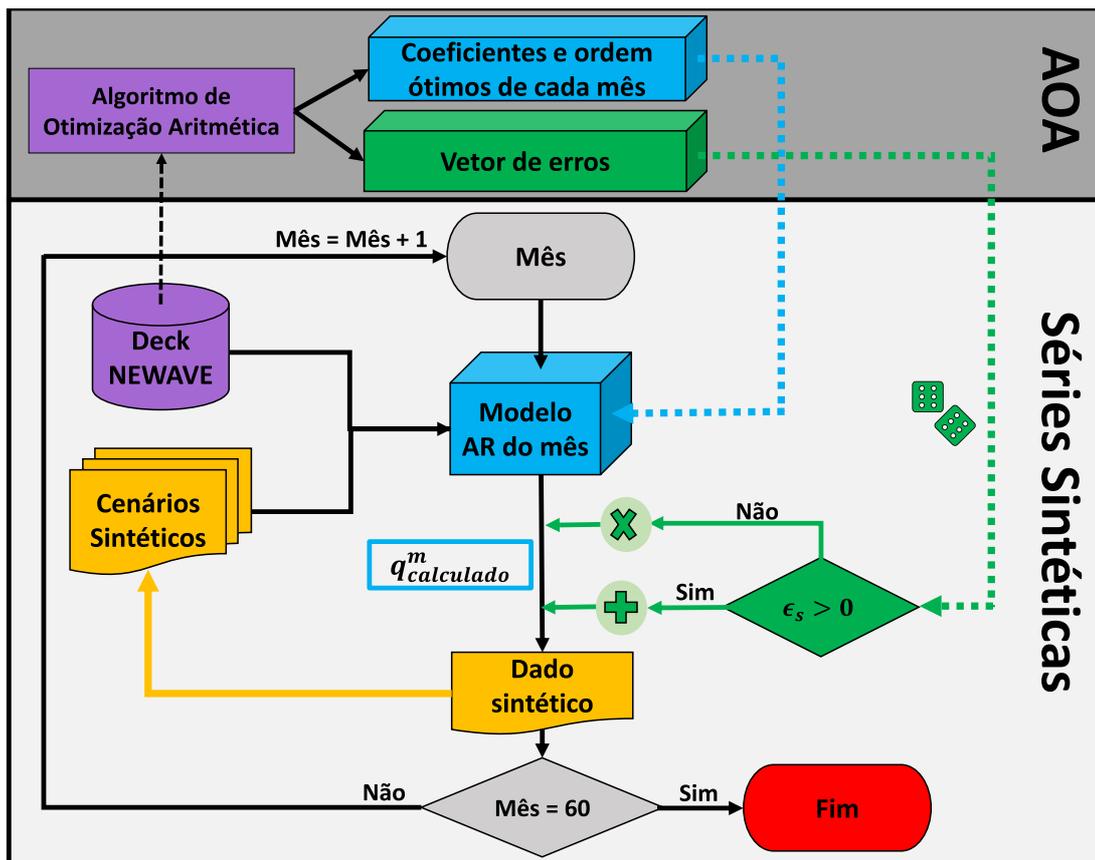
Com as soluções inicializadas, parte-se para o processo iterativo. Para cada solução, que representa um modelo autorregressivo, o vetor de erros associado à estimativa de vazão ou de energia natural afluyente pode ser calculado. Assim, a função objetivo, representada pelo desvio padrão do vetor de resíduos, é calculada para cada solução. Com todas as funções objetivos calculadas para cada modelo autorregressivo, em cada solução, essas são comparadas a fim de determinar a melhor solução até a iteração atual que será utilizada para atualização das soluções candidatas. Vale destacar que para cada solução  $i$  candidata, a variável atualizada referente à primeira coluna (ordem do modelo) deve ser arredondada a fim de garantir a sua integridade (linhas 38, 39 e 40 do pseudocódigo). Novamente, após a atualização dos coeficientes, alguns são zerados de acordo com a nova ordem pré-calculada (linhas 42 e 43 do pseudocódigo).

Por fim, a busca segue até atingir o limite máximo de iterações definido, entregando um modelo AR ótimo para um determinado mês. Vale ressaltar que esse problema de otimização deve ser resolvido para cada mês do ano a fim de determinar seus respectivos modelos autorregressivos. Além disso, a qualidade da solução entregue pela meta-heurística deve ser verificada visto que não há garantia da determinação do ótimo global ou ótimos locais de boa qualidade. Logo, os modelos autorregressivos ajustados pelo AOA serão considerados ótimos se as séries sintéticas geradas apresentarem similaridade com os dados históricos, ofertando uma boa representatividade do passado em estágios futuros.

### 3.4 CRIAÇÃO DAS SÉRIES SINTÉTICAS

Após os ajustes dos modelos autorregressivos ótimos para cada mês a partir do Algoritmo de Otimização Aritmética, a próxima etapa é gerar cenários sintéticos de vazões ou de energia natural afluente. No âmbito do planejamento energético de médio prazo, o horizonte a ser considerado é de 60 meses à frente do último mês, em que os dados foram validados, mais 60 meses ao final do horizonte para eliminar o efeito de fim de mundo, perfazendo um total de 120 meses. Porém, para efeito deste trabalho, as séries têm o comprimento de 60 meses à frente do último dado consolidado no deck. Além disso, devido às incertezas hidrológicas, são geradas 2000 séries sintéticas que, assim, formam vários cenários possíveis de afluência a serem utilizadas pela Programação Dinâmica Dual Estocástica. Com objetivo de explicitar os cálculos das séries sintéticas, a Figura 8 faz um resumo da aplicação da metodologia proposta que engloba tanto o ajuste dos modelos autorregressivos pelo AOA bem como numa nova proposta de geração de cenários sintéticos.

Figura 8 – Cálculo das séries sintéticas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

O primeiro passo da metodologia é determinar, para cada mês, seus respectivos modelos autorregressivos ótimos que são representados pelos seus coeficientes e ordem determinados pela solução do problema de otimização explicitado na Seção 3.1 e solucionado pelo Algoritmo de Otimização Aritmética. Assim, na Figura 8, percebe-se que dados

históricos, representados em um deck do NEWAVE, são utilizados pelo Algoritmo de Otimização Aritmética a fim de determinar para cada mês do ano seus coeficientes e ordem ótimos de um modelo AR além de explicitar o vetor de erros ótimo advindo da comparação entre os valores reais consolidados no deck e os valores calculados pela aplicação dos coeficientes. Vale destacar que essa etapa, chamada de AOA, na Figura 8, é finalizada antes da inicialização da geração das séries sintéticas, que utiliza, posteriormente, os resultados calculados pelo Algoritmo de Otimização Aritmética.

Com os modelos autorregressivos ajustados, a próxima etapa, chamada de Séries Sintéticas, na Figura 8, corresponde à fase da criação dos cenários sintéticos de vazões ou de energia natural afluyente. Nessa fase, a depender do deck do NEWAVE que está sendo utilizado, é necessário saber qual o mês inicial da etapa de planejamento; nesta dissertação é utilizado o deck do NEWAVE de julho de 2024 disponibilizado em CCEE (2024). Assim, as séries sintéticas são geradas a partir de julho de 2024 até junho de 2029, contemplando os 60 meses de horizonte de planejamento. Para calcular o dado sintético, relacionado à cada mês do horizonte, é necessário conhecer tanto os cenários sintéticos já criados e também os dados consolidados no deck do NEWAVE, visto que a abordagem utilizada nesta dissertação cria cenários sintéticos sem tendência hidrológica, ou seja, a partir da MLT mensal dos dados validados. Para cálculo do primeiro cenário sintético, relacionado ao mês de julho de 2024, os dados da MLT mensal, advindos do deck do NEWAVE, são exclusivamente utilizados; a partir do segundo mês do horizonte, os dados sintéticos calculados podem ser baseados nos dados históricos consolidados ou nos cenários sintéticos previamente calculados. Assim, para cada mês do horizonte, seu modelo AR é utilizado para calcular a parcela determinística do dado sintético, calculada pela multiplicação dos respectivos coeficientes pelos dados anteriores ao mês em questão de acordo com a ordem decidida. Na Figura 8, a parcela determinística dos dados sintéticos foi nomeada por  $q_{calculado}^m$ .

Gerar um cenário sintético utilizando somente os coeficientes dos modelos autorregressivos calculados é uma alternativa falha, visto que a adequação desses modelos foi feita com erros de predição. Para cada mês que se ajusta um modelo, seus coeficientes são validados na base de dados e cujos valores calculados devem ser comparados com os dados reais consolidados, gerando um vetor de erros de estimação. Logo, as informações contidas nesses vetores de resíduos devem ser utilizadas visto que representam a parcela estocástica do processo de geração de séries sintéticas de vazões ou de energia natural afluyente. Nesse sentido, esta dissertação apresenta uma nova proposta da inclusão dos erros na geração de séries sintéticas através da alternância entre o método aditivo e multiplicativo. Assim, sejam as Equações (3.15) e (3.16).

$$\epsilon_a = Q_a^m - q_{a,estimado}^m \quad (3.15)$$

$$\epsilon_a = \frac{Q_a^m}{q_{a,estimado}^m} \quad (3.16)$$

Onde:

- $Q_a^m$  Vazão em  $[m^3/s]$  ou energia natural afluyente em  $[MW_{med}]$  em um mês  $m$  e em um ano qualquer  $a$ . Representa um dado consolidado.
- $q_{a,estimado}^m$  Vazão em  $[m^3/s]$  ou energia natural afluyente em  $[MW_{med}]$  estimadas para o mês  $m$  e no ano  $a$  pelo modelo autorregressivo.
- $\epsilon_a$  Erro de estimação do ano  $a$ . Se utilizada a Equação (3.15), sua unidade é igual a da grandeza calculada; se utilizada a Equação (3.16), é um termo adimensional.

Os vetores de erros, construídos após o ajuste dos modelos, são calculados conforme a Equação (3.15). Percebe-se que esses resíduos podem ser tanto positivos ( $q_{a,estimado}^m < Q_a^m$ ) ou negativos ( $q_{a,estimado}^m > Q_a^m$ ) a depender do valor estimado quando comparado com o valor real consolidado. Para a inclusão desses erros no processo de cálculo das séries sintéticas, inicialmente, é feito um sorteio de um erro que faz parte do vetor de resíduos do mês em que está sendo gerado o dado sintético; como discutido, esse erro sorteado pode ser tanto positivo quanto negativo, influenciando no valor final do dado sintético calculado. Assim, são feitas duas análises para representação dos erros no cálculo das séries sintéticas de forma que os cenários gerados sempre sejam maiores ou iguais a zero:

- **Método aditivo:** caso o erro sorteado seja maior que zero, esse erro é simplesmente somado ao valor determinístico, calculado pela aplicação dos coeficientes do modelo autorregressivo do mês corrente, gerando um dado sintético positivo. Como os coeficientes calculados são exclusivamente positivos, conforme ilustrado no problema de otimização proposto, a parcela determinística sempre será maior que zero. Assim, a soma das duas parcelas, determinística e estocástica, sempre será positiva;
- **Método multiplicativo:** caso o erro sorteado seja menor que zero, ao somá-lo com a parcela determinística, sempre positiva, não há garantia de um cenário sintético maior que zero. Assim, para garantir a criação de cenários sintéticos maiores ou iguais a zero, quando um erro negativo é sorteado, a abordagem multiplicativa é utilizada. Para tanto, o erro negativo sorteado é recalculado utilizando a Equação (3.16), representado um fator positivo adimensional. Finalmente, esse erro equivalente multiplica a parcela determinística, originando um dado sintético positivo.

Com o dado sintético calculado, esse é adicionado ao vetor das séries sintéticas já calculadas, sendo utilizado para criação dos próximos cenários. Esse processo segue até o último mês do horizonte de planejamento, originando uma série sintética de vazão ou de energia natural afluyente. Como no planejamento de médio prazo são geradas 2000 séries sintéticas, todo esse processo é repetido 2000 vezes, criando vários cenários de aflúncias.

Também, vale ressaltar que a alternância entre os métodos aditivos e multiplicativos é uma contribuição deste trabalho como formas de gerar cenários positivos de forma direta sem a necessidade de aplicar metodologias para correção de cenários negativos, como a transformação Lognormal utilizada nos modelos vigentes do setor.

Finalmente, após a compreensão de toda metodologia proposta, parte-se para apresentação e discussão dos resultados encontrados.

## 4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados da metodologia proposta a fim de validar a sua aplicabilidade para adequação de modelos autorregressivos e criação de cenários sintéticos que dão apoio ao planejamento de médio prazo. Nesse sentido, os principais pontos aqui discutidos são:

- Resultados do Algoritmo de Otimização Aritmética no que tange aos modelos autorregressivos ótimos ajustados para cada mês, explicitando seus coeficientes e ordem ótimos;
- Comparação entre os modelos autorregressivos ajustados pelo Algoritmo de Otimização Aritmética e pela metodologia de Box & Jenkins na sua versão clássica;
- Comparar os vetores de erros mensais advindos dos cálculos da meta-heurística aritmética com os resíduos mensais calculados via Box & Jenkins;
- Gerar séries sintéticas e ver se os cenários, como um todo, representam as características dos dados históricos como sazonalidade, meses mais úmidos e meses mais secos. Além disso, análises estatísticas como média, desvio padrão, curtose e assimetria são utilizadas para comparar as séries sintéticas geradas e os dados históricos.

### 4.1 DADOS DAS SIMULAÇÕES

Para as simulações foi considerado o deck do NEWAVE de julho de 2024 e que pode ser acessado livremente no site da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE, 2024). Esse deck apresenta todos os dados de usinas hidrelétricas, de térmicas, de Reservatórios Equivalentes de Energia, de carga bruta, de gerações não-simuladas, entre outros dados que são utilizados para o planejamento de médio prazo a partir de julho de 2024 até junho de 2029. Assim, todas as vazões afluentes de usinas hidrelétricas e energia natural afluente bruta dos REE estão consolidadas para todos os meses desde janeiro de 1931 até junho de 2024.

Para leitura das informações registradas no deck do NEWAVE, as implementações computacionais desenvolvidas, em *Python*, fizeram uso da *toolbox PySDDP*, que foi desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora. O *PySDDP* faz a leitura de qualquer deck do NEWAVE, DECOMP e DESSEM, possibilitando a realização de estudos de planejamento da operação de sistemas elétricos de grande porte. Por fazer a leitura dos decks oficiais utilizados no setor elétrico brasileiro, essa *toolbox* possibilita a utilização desses dados para implementação de novas metodologias a partir de dados reais, colaborando para

inovações no setor elétrico. Materiais sobre a utilização e construção do *PySDDP* podem ser acessados em Silva et al. (2023) e em Marcato (2021).

Com os dados de usinas hidrelétricas e de Reservatórios Equivalentes de Energia dispostos em *Python*, o problema de otimização proposto pode ser resolvido para cada mês. A fim de determinar os melhores coeficientes e ordem ótimos, que representam um modelo autorregressivo, os dados de vazões ou de energia natural afluyente, considerados no problema de otimização, serão compostos de todos os registros mensais desde 1932 até 2022 como feito nos modelos computacionais do CEPEL para ajuste dos modelos e cálculo dos resíduos. A solução do problema de otimização proposto será realizada pelo Algoritmo de Otimização Aritmética cujos parâmetros de controle escolhidos estão representados na Tabela 1. O valor de  $\alpha$  escolhido garante que, na primeira iteração, o valor do Otimizador Matemático de Probabilidade seja igual a 0,5000 fazendo com que a primeira atualização seja na metade dos limites factíveis, especialmente, quando se utiliza o operador de multiplicação. De forma complementar, o valor do parâmetro  $\mu$  foi escolhido a fim de garantir a busca em todo espaço factível das variáveis, ou seja, entre os limites superiores e inferiores. Já os valores ajustados dos parâmetros  $AOM_{min}$  e  $AOM_{max}$  foram 0 e 1 a fim de possibilitar probabilidades maiores da busca global, no início do processo iterativo, e probabilidades maiores de busca local no final do processo. Finalmente, será considerado um conjunto de solução com 100 soluções candidatas inicializadas randomicamente e 100 iterações. Nesse sentido, serão resolvidos 100 problemas de otimização por iteração e, no total, 10000 problemas. Como o Algoritmo de Otimização Aritmética irá intensificar, localmente, a atualização das variáveis no final do processo de busca devido aos parâmetros escolhidos, o critério de parada será até completar o número máximo de iterações.

Tabela 1 – Parâmetros de Controle da otimização aritmética.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
$\alpha$	6,6400
$\mu$	0,9990
$AOM_{min}$	0,0000
$AOM_{max}$	1,0000

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

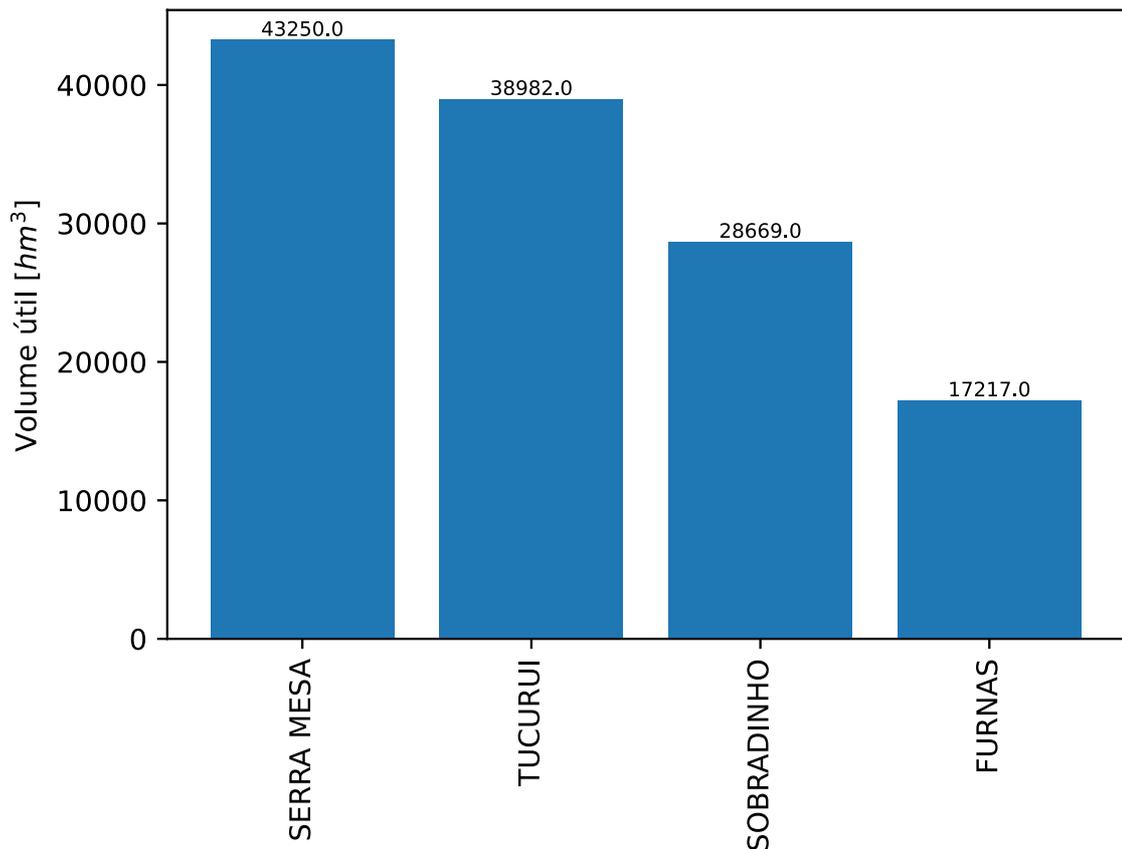
Por fim, seguindo os moldes dos modelos computacionais do CEPEL, 2000 séries sintéticas serão geradas considerando um horizonte de 60 meses à frente do último mês em que os dados de vazão ou de energia natural afluyente foram consolidados. Assim, os cenários sintéticos serão criados para os meses de julho de 2024 até junho de 2029. Neste capítulo, os resultados correspondem à aplicação da metodologia nos quatro REEs que apresentam os maiores números de usinas com reservatório em seus respectivos subsistemas (Paraná, Sul, Nordeste e Norte) conforme Tabela 2. Além disso, os resultados apresentados são relativos às quatro maiores usinas com reservatório do SIN como ilustrado na Figura 9.

Tabela 2 – Usinas hidrelétricas por Reservatório Equivalente de Energia.

REE	Subsistema	Usinas com Reservatório	Usinas Fio D'Água
Paraná	SE/CO	23	21
Sudeste	SE/CO	15	26
Paranapanema	SE/CO	4	7
Madeira	SE/CO	2	4
Teles Pires	SE/CO	1	4
Itaipu	SE/CO	0	1
Sul	S	10	12
Iguaçu	S	6	4
Nordeste	NE	8	3
Norte	N	3	4
Belo Monte	N	1	2
Manaus-Amapá	N	1	4

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 9 – As quatro maiores usinas com reservatório do SIN.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Todos os cálculos computacionais foram desenvolvidos em *Python*, no ambiente *Google Colab*, e cujo link de acesso pode ser feito pelo GitHub do autor:

- **Desenvolvimento Computacional:** [link para acesso ao código](#).

## 4.2 RESULTADOS - REE PARANÁ

O Algoritmo de Otimização Aritmética, ao resolver o problema de otimização proposto para o REE Paraná, ajustou os modelos autorregressivos mensais com seus respectivos coeficientes e ordem ótimos conforme mostrado na Tabela 3. É possível observar que a maior ordem encontrada foi para o mês de janeiro, que necessita das informações passadas dos meses de dezembro, novembro, outubro, setembro e agosto. As maiores funções objetivos são relativas aos meses com altas afluências como janeiro, fevereiro, março, abril e dezembro; por outro lado, os menores desvios padrões são relativos aos períodos secos, que apresentam baixas afluências, sendo frequentes dos meses de maio, junho, julho, agosto, setembro, outubro e novembro. O tempo de simulação para ajustar os doze modelos autorregressivos ótimos via otimização aritmética foi de 55,1436 [s].

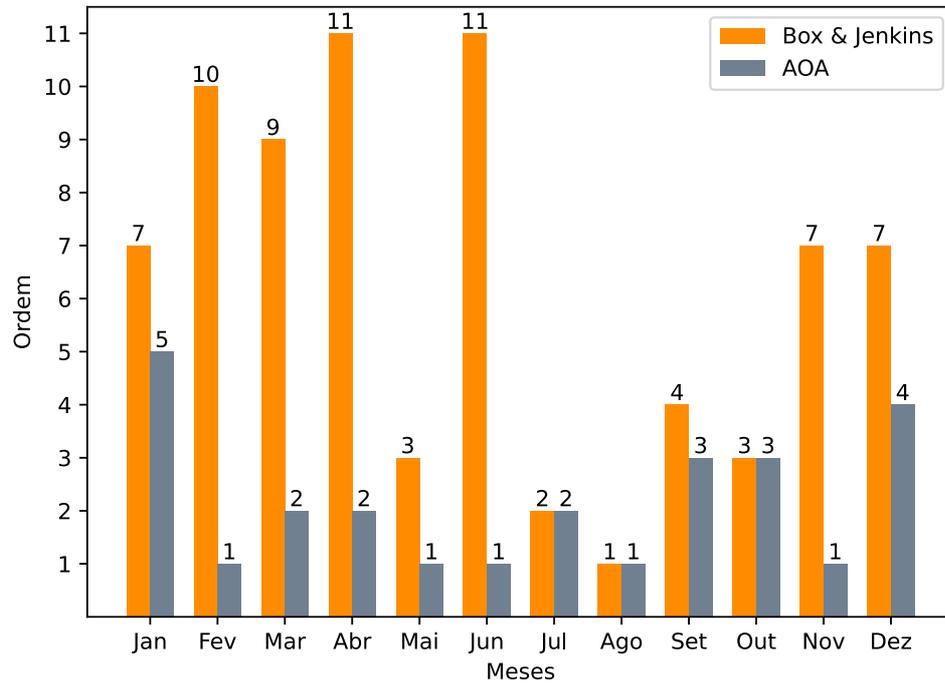
Tabela 3 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para o REE Paraná.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo												FOB [MWmed]
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0,2164	0,0310	0,0310	0,0252	0,8980	9.862,6223
Fev	0,6028	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.674,3069
Mar	0,1363	0,4380	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.181,1970
Abr	0	0,1253	0,4416	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.850,4428
Mai	0	0	0	0,5119	0	0	0	0	0	0	0	0	2.117,9992
Jun	0	0	0	0	0,8307	0	0	0	0	0	0	0	2.443,0990
Jul	0	0	0	0	0,2804	0,3831	0	0	0	0	0	0	864,4315
Ago	0	0	0	0	0	0	0,7316	0	0	0	0	0	898,5358
Set	0	0	0	0	0	0,0920	0,0832	0,9289	0	0	0	0	1.816,2481
Out	0	0	0	0	0	0	0,4521	0,0516	0,5375	0	0	0	2.556,5480
Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9275	0	0	3.497,2734
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0,7746	0,1172	0,1557	0,7380	0	5.448,1427

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

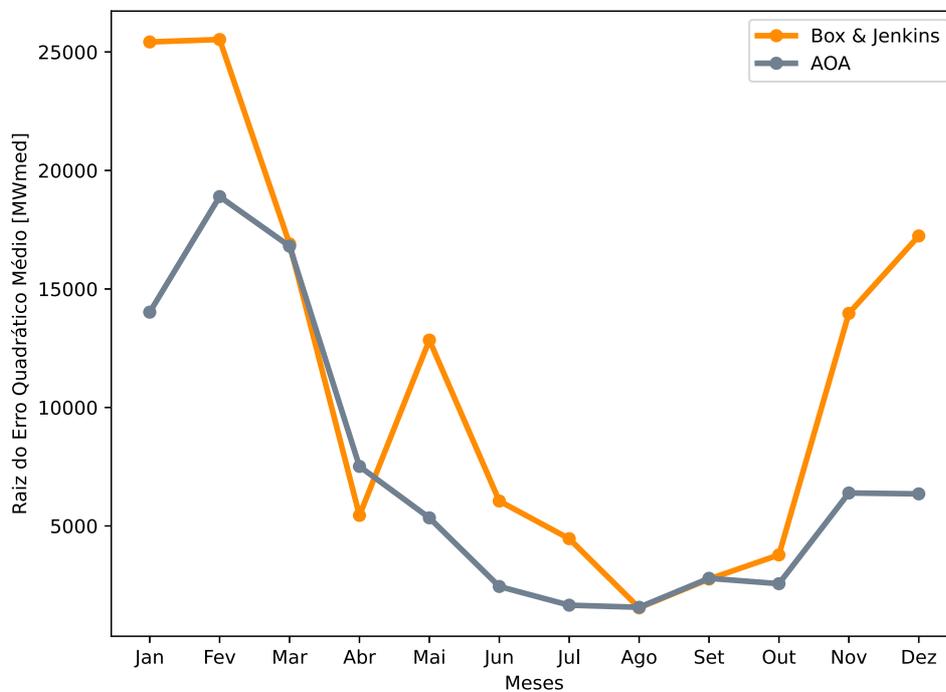
Após ajuste dos modelos autorregressivos via Algoritmo de Otimização Aritmética, pode-se comparar seus resultados frente à aplicação do método de Box & Jenkins. Nesse sentido, a Figura 10 apresenta a comparação entre as ordens mensais obtidas por cada uma das metodologias na qual é possível observar que a otimização aritmética ajusta seus modelos autorregressivos com ordens menores ou iguais aos modelos ajustados via Box & Jenkins. Já a Figura 11 compara a raiz do erro quadrático médio (*Root Mean Square Error*) do vetor de resíduos entre as metodologias. É mostrado que, para os meses de agosto e setembro, ambas as metodologias apresentaram desvios quadráticos iguais ao comparar os valores reais com os estimados. Por outro lado, a metodologia de Box & Jenkins apresentou resultado melhor, quanto aos resíduos, somente no mês de abril enquanto, nos demais meses, a otimização aritmética apresentou melhores estimações. Finalmente, a Figura 12 compara o desvio padrão dos vetores de erros mensais na qual se observa que o AOA apresenta a concentração dos seus resíduos em torno da média de forma igual ou menor que a metodologia de Box & Jenkins. Esse resultado é esperado visto que a otimização aritmética busca minimizar o desvio padrão do vetor de erros para cada mês.

Figura 10 – Ordem mensal calculada para o REE Paraná.



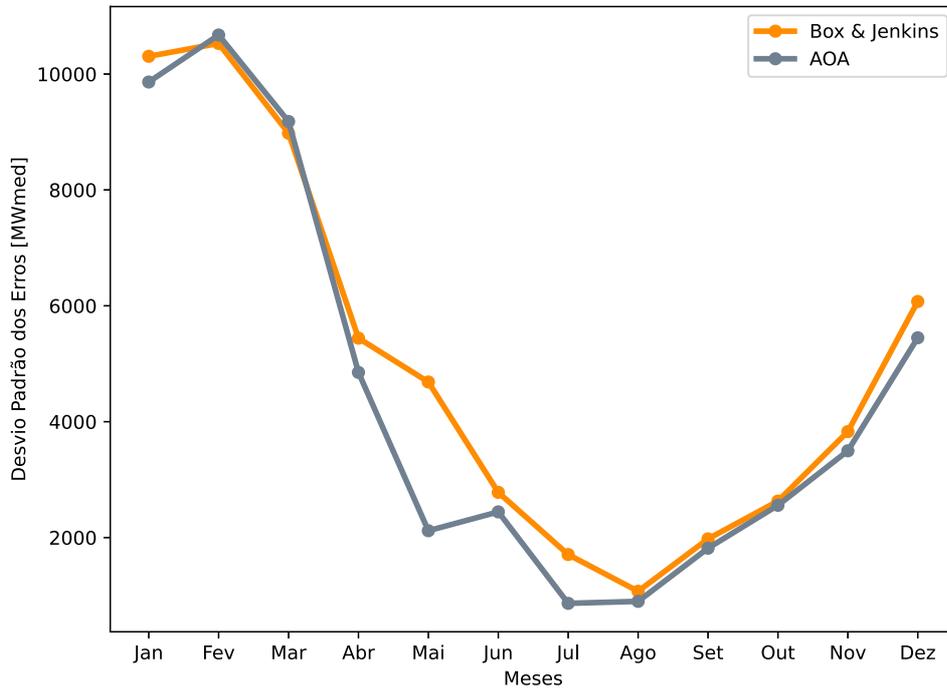
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 11 – Raiz do erro quadrático médio calculada para o REE Paraná.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 12 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para o REE Paraná.

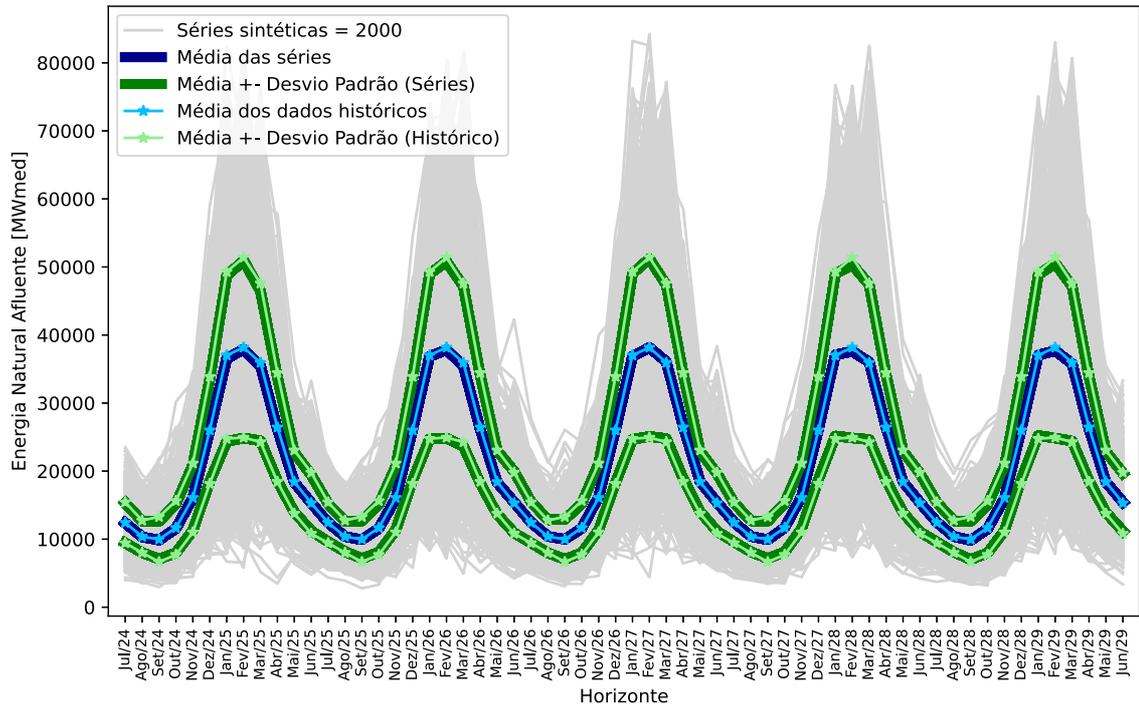


Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Para verificar a aplicabilidade dos modelos autorregressivos ótimos, calculados via Algoritmo de Otimização Aritmética, é necessário gerar séries sintéticas de energia natural afluyente de modo a representar os cenários de aflluências do REE Paraná. Assim, a Figura 13 ilustra as séries sintéticas de energia afluyente para o REE Paraná na qual as médias e desvios históricos são iguais as dos cenários sintéticos. Além disso, as séries sintéticas geradas são todas positivas e conseguem representar a sazonalidade das aflluências uma vez que tanto os períodos secos históricos, chamados de sequência negativa, quanto os períodos com altas aflluências são fielmente representados pelas séries. Nesse sentido, comparando com os dados históricos como ilustrado na Figura 14, os meses entre maio e novembro correspondem aos períodos de baixas aflluências enquanto que os meses de janeiro, fevereiro, março, abril e dezembro correspondem aos períodos de altas aflluências.

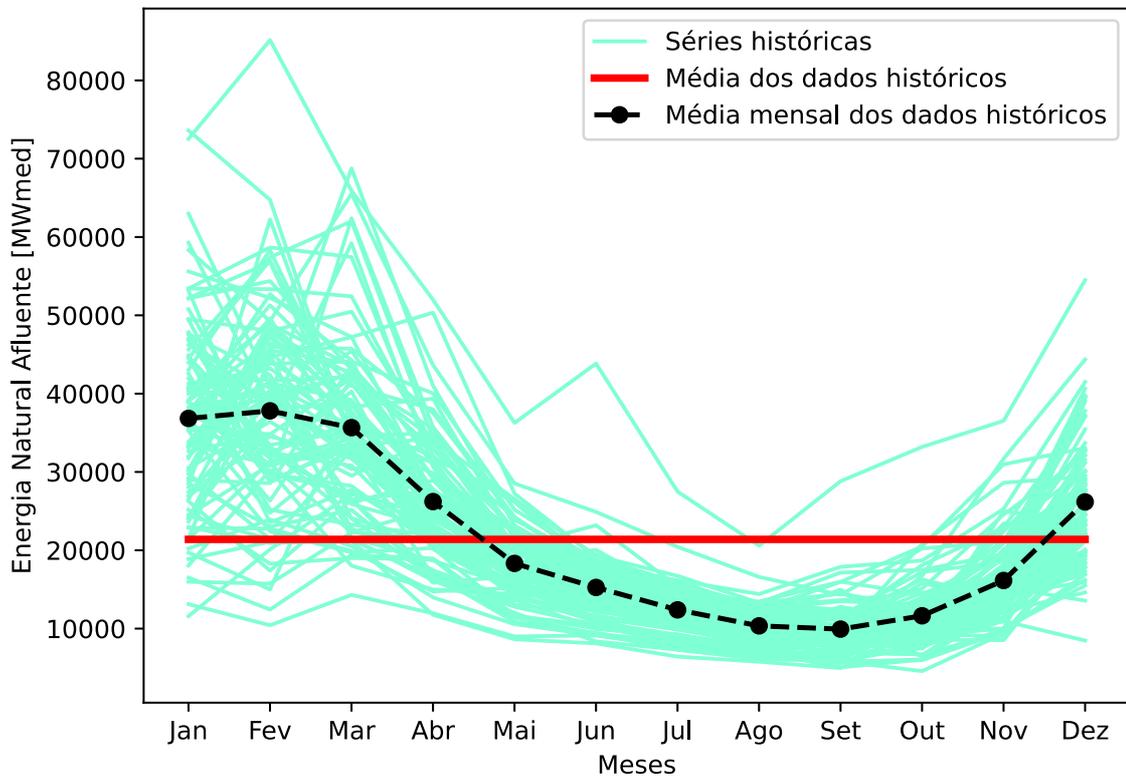
Além da análise das médias e desvios padrões das séries sintéticas e históricas, as Figuras 15 e 16 comparam os cenários através dos coeficientes de assimetria e de curtose (Fisher) respectivamente. A Figura 15 mostra que as assimetrias mensais das séries sintéticas geradas seguem o comportamento da assimetria histórica; ademais, esses coeficientes, que são positivos, indicam que a maioria dos valores de energia natural afluyente são menores que a média. Já a Figura 16 mostra que os cenários sintéticos apresentam suas distribuições de frequências em torno da média enquanto os cenários históricos têm distribuições acentuadas na média e nas caudas (*outliers*). Finalmente, vale destacar que essas métricas tendem a ser menores para os cenários sintéticos devido aos 2000 cenários mensais que, quando comparados com os registros históricos, são apenas 93.

Figura 13 – Séries Sintéticas para o REE Paraná.



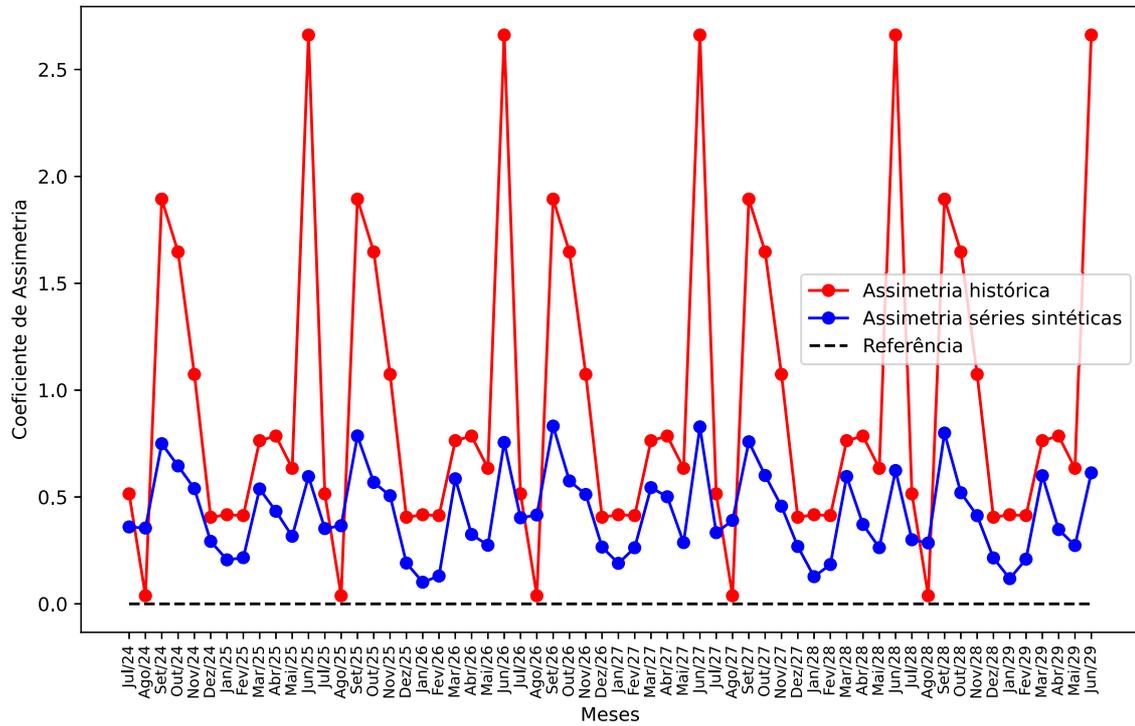
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 14 – Séries Históricas para o REE Paraná.



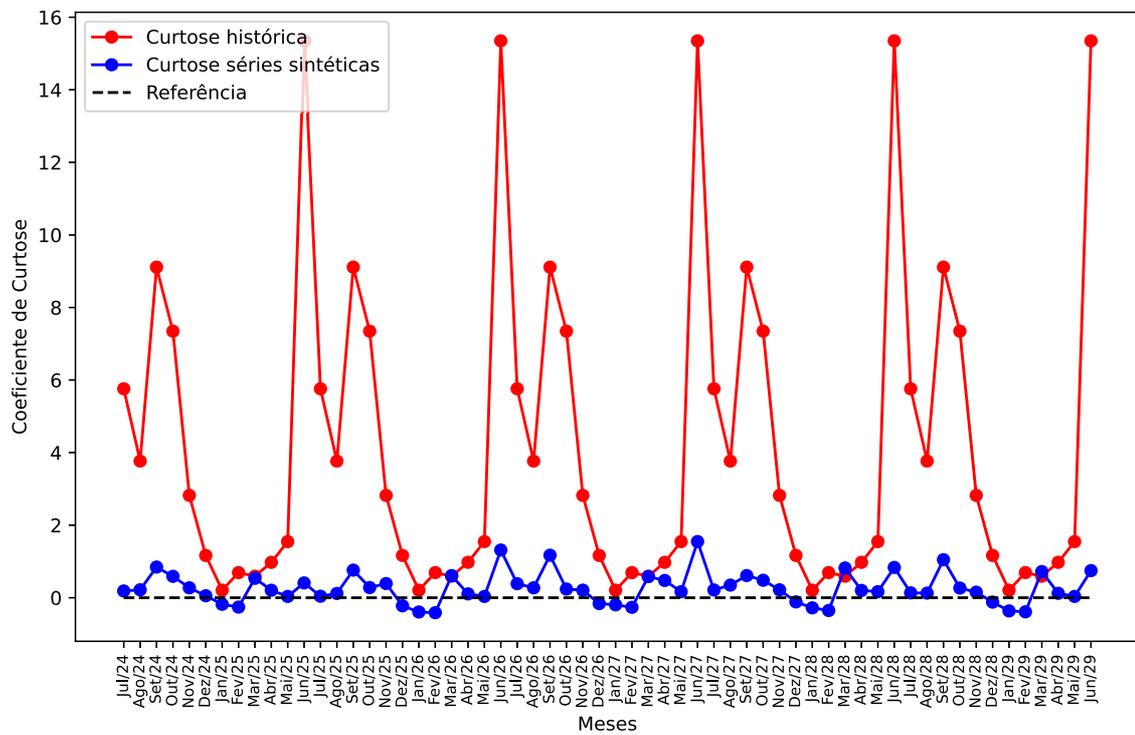
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 15 – Coeficientes de assimetria para o REE Paraná.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 16 – Coeficientes de curtose para o REE Paraná.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

### 4.3 RESULTADOS - REE SUL

Os modelos autorregressivos ótimos que foram ajustados via otimização aritmética estão representados na Tabela 4. As maiores ordens foram encontradas para os meses de fevereiro e de março cujos modelos autorregressivos apresentaram ordem 3. As maiores funções objetivos são relativas aos meses com altas afluências como junho, julho, agosto, setembro e outubro; por outro lado, os menores desvios padrões dos erros são relativos aos períodos secos entre dezembro e maio. O tempo de simulação para ajustar todos os modelos autorregressivos via AOA foi de 60,1246 [s].

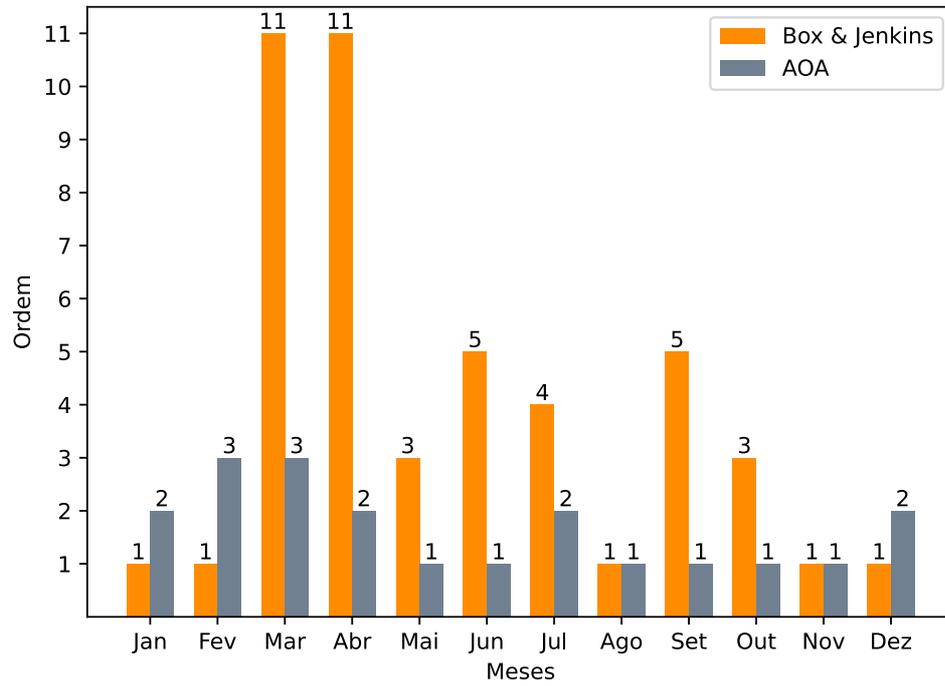
Tabela 4 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para o REE Sul.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo												FOB [MWmed]
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0680	0,3409	1.785,0520
Fev	0,8306	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0151	0,0899	2.109,4904
Mar	0,0317	0,4182	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0924	1.445,8565
Abr	0	0,2640	0,4021	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.965,0494
Mai	0	0	0	1,0139	0	0	0	0	0	0	0	0	2.815,0227
Jun	0	0	0	0	0,6168	0	0	0	0	0	0	0	3.203,9841
Jul	0	0	0	0	0,4209	0,2588	0	0	0	0	0	0	3.928,0857
Ago	0	0	0	0	0	0	0,4090	0	0	0	0	0	3.809,1524
Set	0	0	0	0	0	0	0	0,4479	0	0	0	0	3.741,1311
Out	0	0	0	0	0	0	0	0	0,3783	0	0	0	3.943,9552
Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4281	0	0	2.542,9804
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0602	0,2840	0	1.968,4462

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

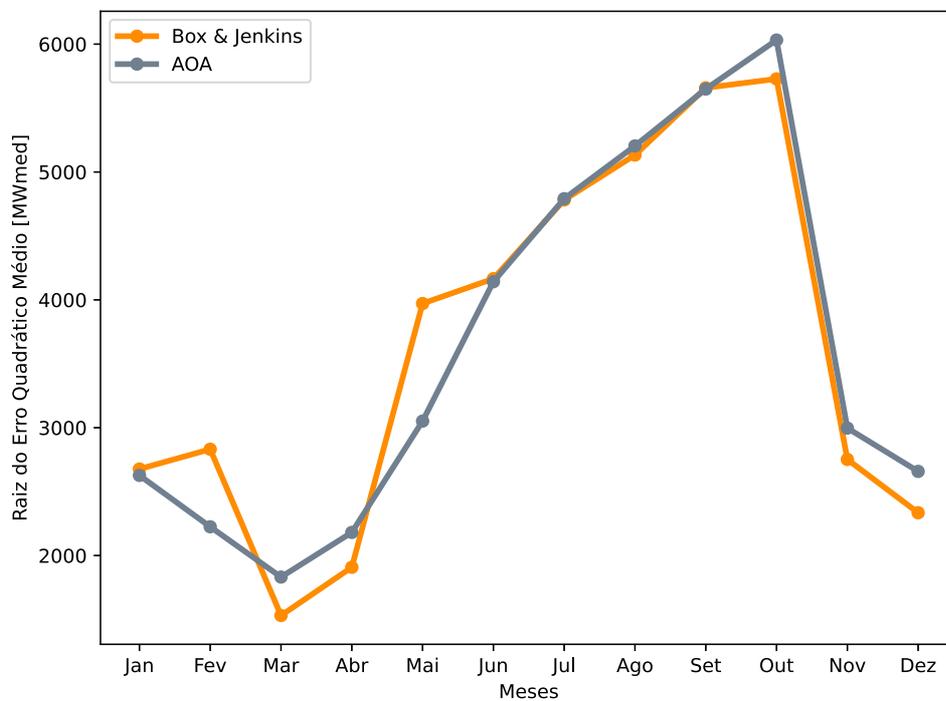
Os resultados da meta-heurística são comparados com a metodologia de Box & Jenkins na Figura 17 que apresenta as ordens mensais obtidas por cada uma das metodologias. Nessa figura, observa-se que somente em três meses (janeiro, fevereiro e dezembro) a otimização aritmética calibrou modelos autorregressivos com ordens superiores aos ajustados via Box & Jenkins. A Figura 18 compara o desempenho das metodologias frente ao cálculo dos erros na qual se observa um equilíbrio dos resultados. Para os meses de janeiro, fevereiro, maio e junho, os resíduos calculados pelo AOA foram, no geral, menores. Em contrapartida, ao utilizar Box & Jenkins, os resíduos foram menores para os meses de março, abril, agosto, outubro, novembro e dezembro. Ambas as metodologias apresentaram os erros quadráticos iguais para os meses de julho e setembro. Por fim, os desvios padrões mensais dos respectivos vetores de erros se mostraram próximos e são ilustrados na Figura 19.

Figura 17 – Ordem mensal calculada para o REE Sul.



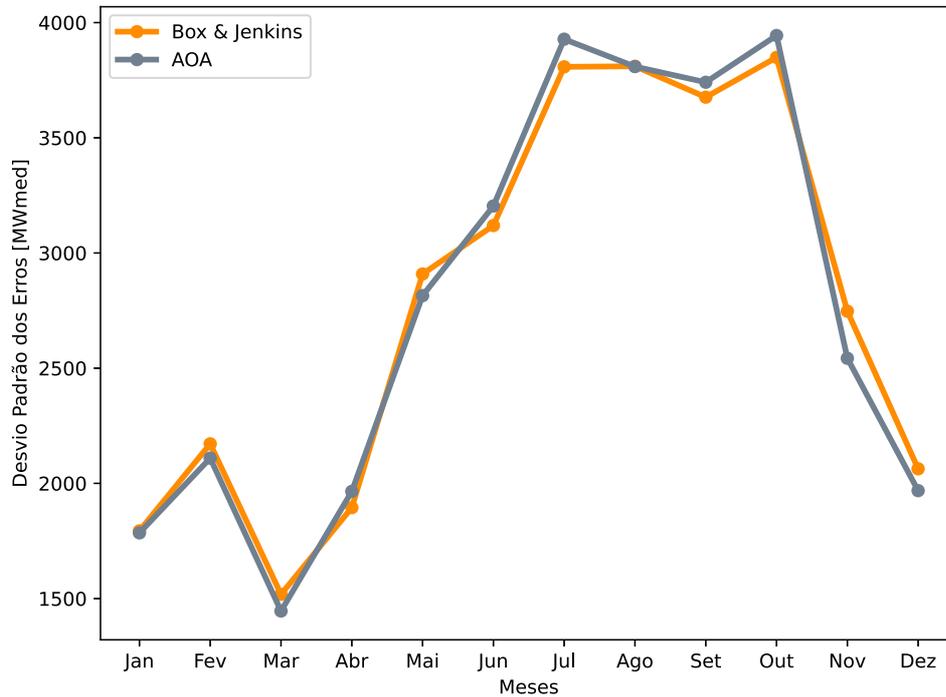
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 18 – Raiz do erro quadrático médio calculada para o REE Sul.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 19 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para o REE Sul.

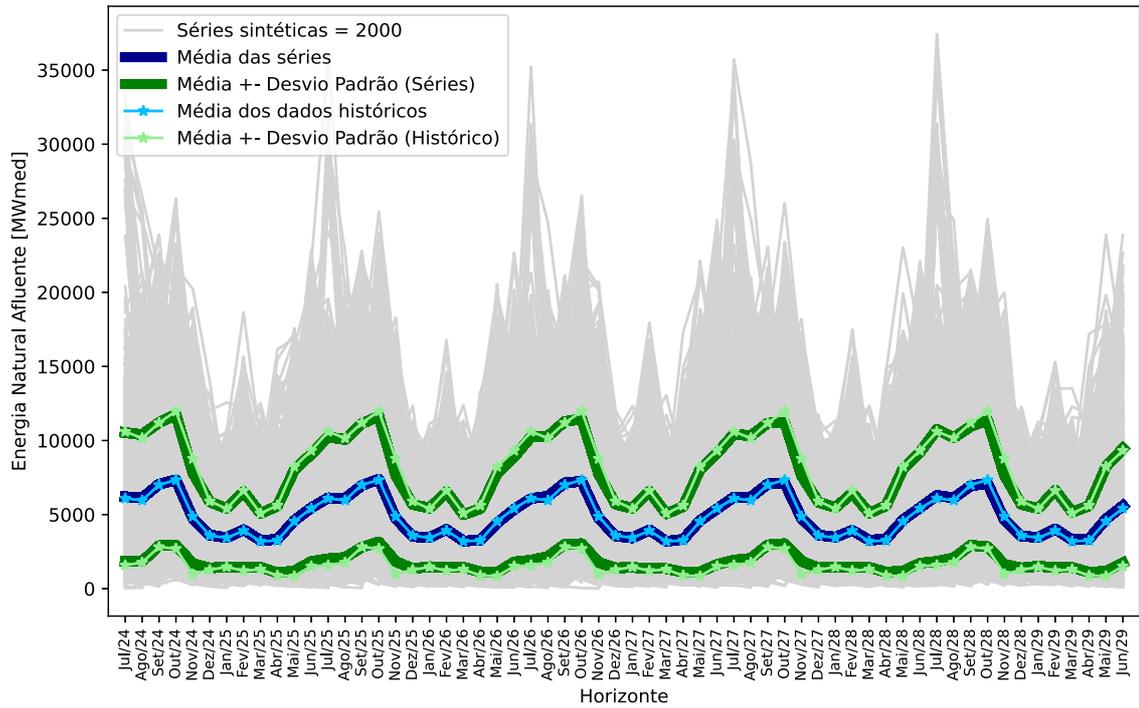


Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

A aplicabilidade dos modelos autorregressivos calculados via otimização aritmética é verificada pela geração de cenários de energia natural afluyente. Nesse sentido, a Figura 20 ilustra as séries sintéticas de energia afluyente para o REE Sul na qual as médias e desvios históricos são iguais as dos cenários sintéticos. Além da média e do desvio padrão das séries sintéticas serem condizentes com o histórico, as séries geradas são todas positivas e conseguem representar a sazonalidade das afluências comparando com os registros históricos conforme a Figura 21. Assim, de novembro até maio, as séries sintéticas apresentam as menores médias, representando de forma adequada as sequências com baixas afluências. De forma análoga, entre junho e outubro, a média das séries é elevada representando os períodos com altas afluências.

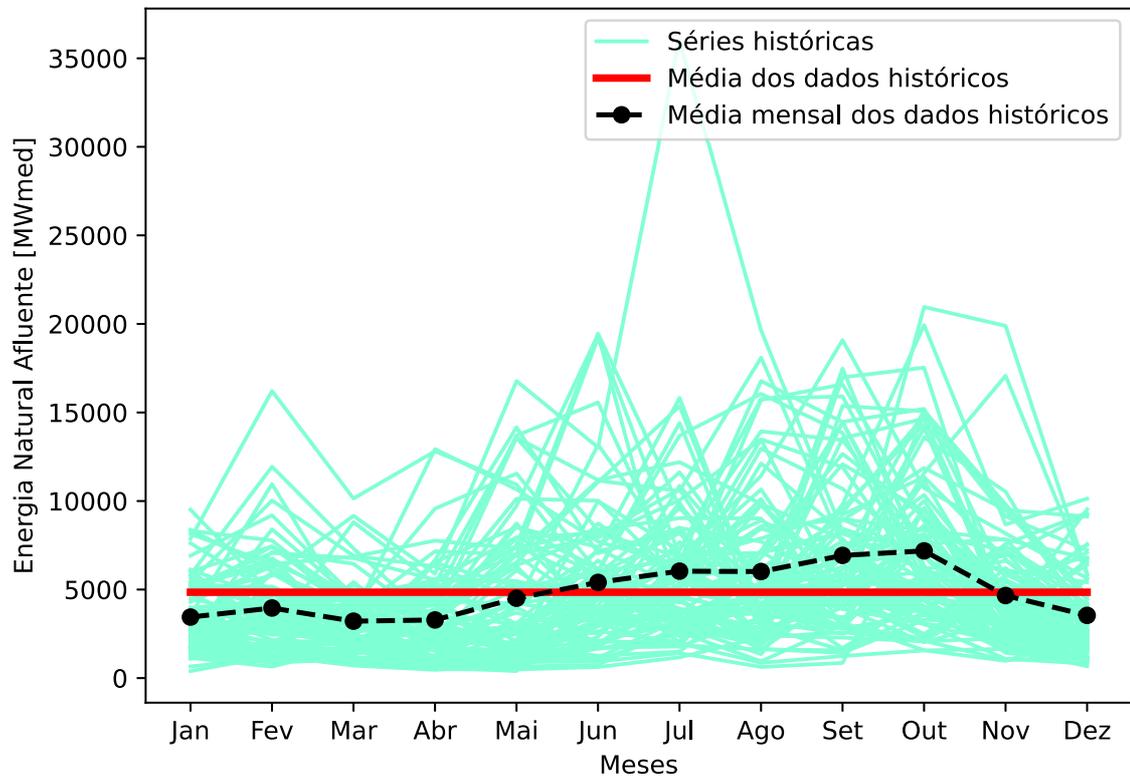
Por fim, a Figura 22 mostra que as assimetrias mensais das séries sintéticas geradas seguem o comportamento da assimetria histórica além de indicarem que a maioria dos valores de energia natural afluyente são menores que a média. Já a Figura 23 mostra que tanto os cenários sintéticos quanto os dados históricos apresentam distribuições de frequências cujos valores estão altamente concentrados nas caudas e na média. Vale destacar que as curtoses mensais das séries sintéticas tendem a seguir o comportamento sazonal histórico.

Figura 20 – Séries Sintéticas para o REE Sul.



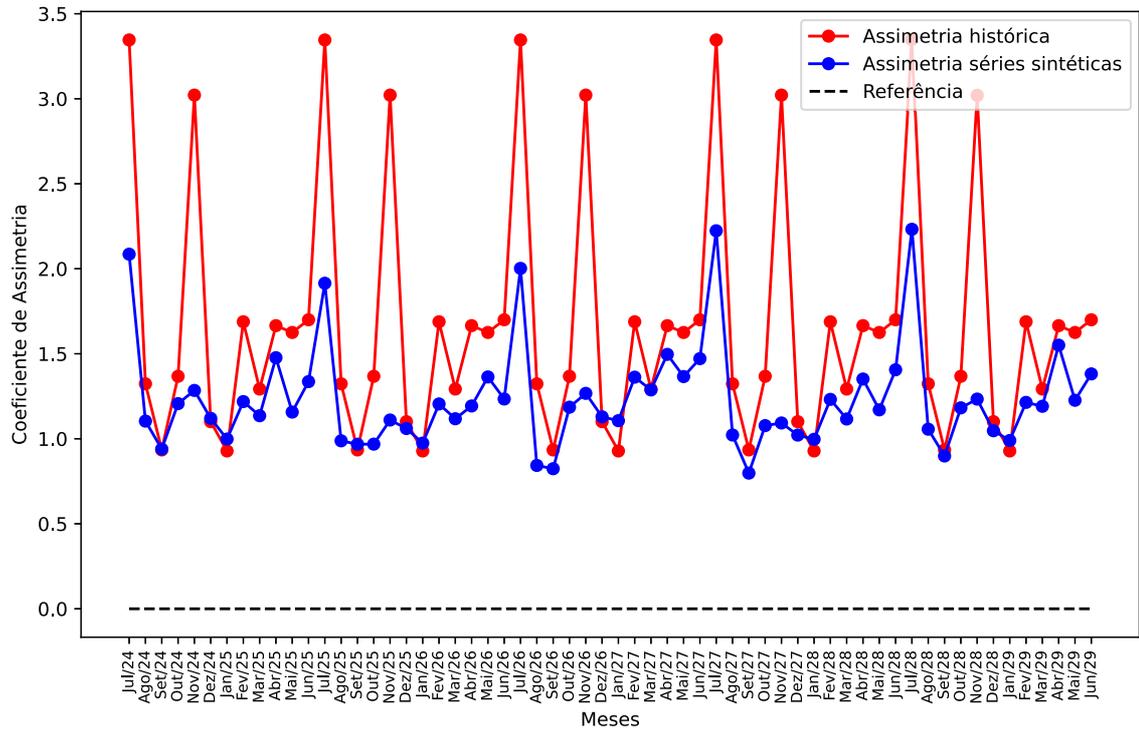
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 21 – Séries Históricas para o REE Sul.



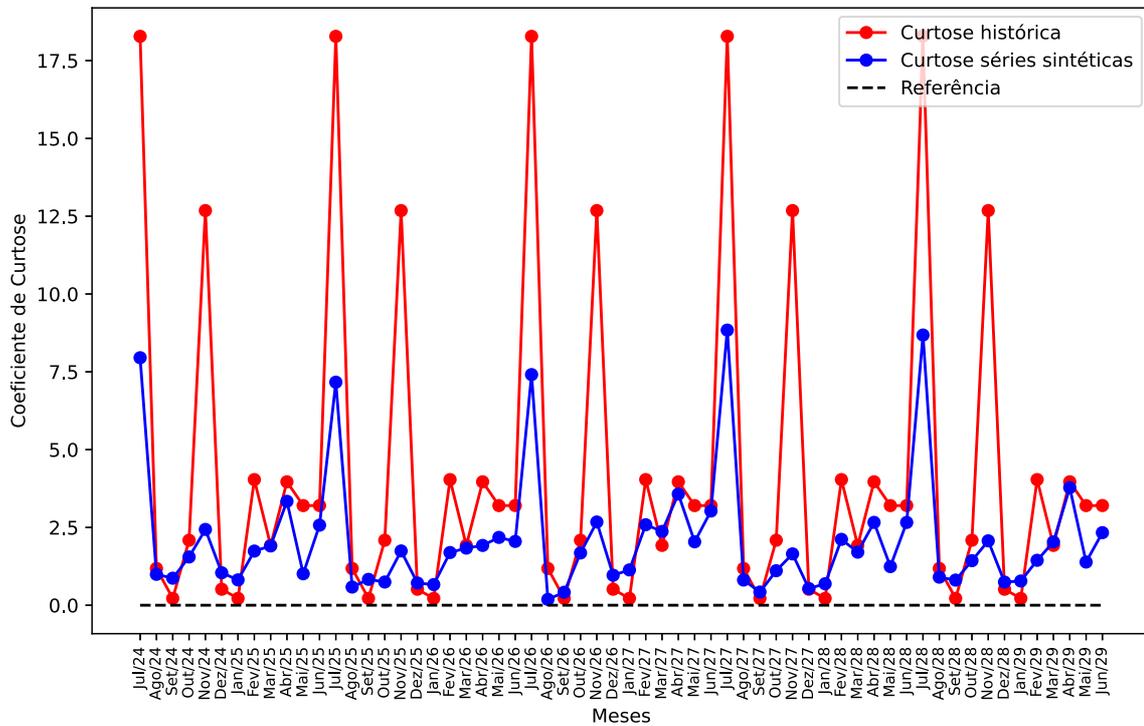
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 22 – Coeficientes de assimetria para o REE Sul.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 23 – Coeficientes de curtose para o REE Sul.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

#### 4.4 RESULTADOS - REE NORDESTE

Os modelos autorregressivos ótimos ajustados para o REE Nordeste via otimização aritmética estão representados na Tabela 5. O modelo autorregressivo ótimo de janeiro apresentou ordem 4, sendo a maior ordem obtida. Por outro lado, os demais meses apresentaram seus modelos com ordem 1 ou 2. De forma análoga aos casos anteriores, as maiores funções objetivos estão relacionadas aos meses com maior disponibilidade de água nos rios o que, conseqüentemente, aumenta os desvios frente às médias mensais; esse período úmido contempla desde dezembro até abril. Por outro lado, os meses de maio, junho, julho, agosto, setembro, outubro e novembro correspondem ao período seco, apresentando as menores FOBs. Esse comportamento é observado pelo crescimento das funções objetivos a partir de outubro e pelo decréscimo a partir de abril. Para ajustar os modelos autorregressivos para todos os meses, o tempo de simulação foi de 59,6438 [s].

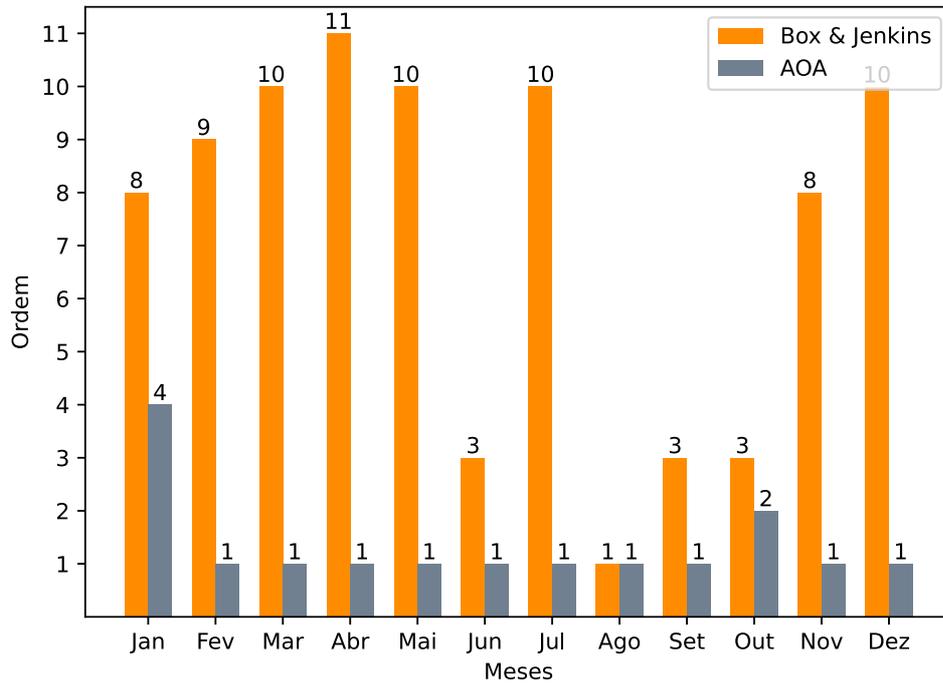
Tabela 5 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para o REE Nordeste.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo												FOB [MWmed]
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	1,1168	0,1198	0,0234	0,6882	3.319,3554
Fev	0,8656	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.976,2845
Mar	0	0,9291	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.587,0650
Abr	0	0	0,5087	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.726,9984
Mai	0	0	0	0,5529	0	0	0	0	0	0	0	0	1.938,9275
Jun	0	0	0	0	0,4805	0	0	0	0	0	0	0	568,1323
Jul	0	0	0	0	0	0,6802	0	0	0	0	0	0	322,0902
Ago	0	0	0	0	0	0	0,8263	0	0	0	0	0	193,0943
Set	0	0	0	0	0	0	0	0,8499	0	0	0	0	277,8803
Out	0	0	0	0	0	0	0	0,1099	0,9928	0	0	0	584,2794
Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,4840	0	0	1.629,1751
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0341	0	2.837,7162

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

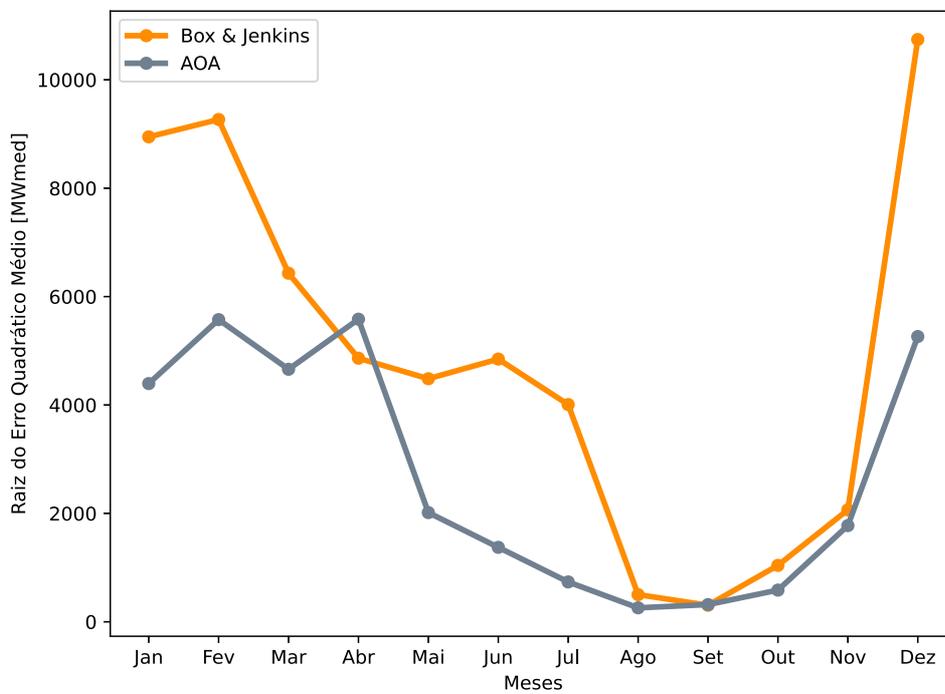
Ao comparar os resultados da meta-heurística com a metodologia de Box & Jenkins, observa-se que os modelos autorregressivos ajustados via otimização aritmética, para o REE Nordeste, apresentaram ordens iguais ou inferiores como ilustrado na Figura 24. Para comparação entre as metodologias no que tange aos resíduos mensais, a Figura 25 mostra que a otimização aritmética apresentou menores desvios entre valor real e estimado para dez meses, que tiveram seus modelos autorregressivos ajustados pela meta-heurística. Somente no mês de abril, o modelo autorregressivo, ajustado pela metodologia de Box & Jenkins, possibilitou calcular menores erros do que a otimização aritmética. No mês de setembro, ambas as metodologias apresentaram o mesmo desempenho no cálculo dos resíduos. Quanto à comparação do desvio padrão dos resíduos mensais entre as metodologias, a Figura 26 mostra que esses valores estão próximos para a maioria dos meses. Nos meses de junho e julho, os desvios padrões dos vetores de erros calculados via Box & Jenkins são maiores do que a otimização aritmética pelo fato dos valores estimados estarem mais distantes do valor histórico, aumentando o desvio padrão.

Figura 24 – Ordem mensal calculada para o REE Nordeste.



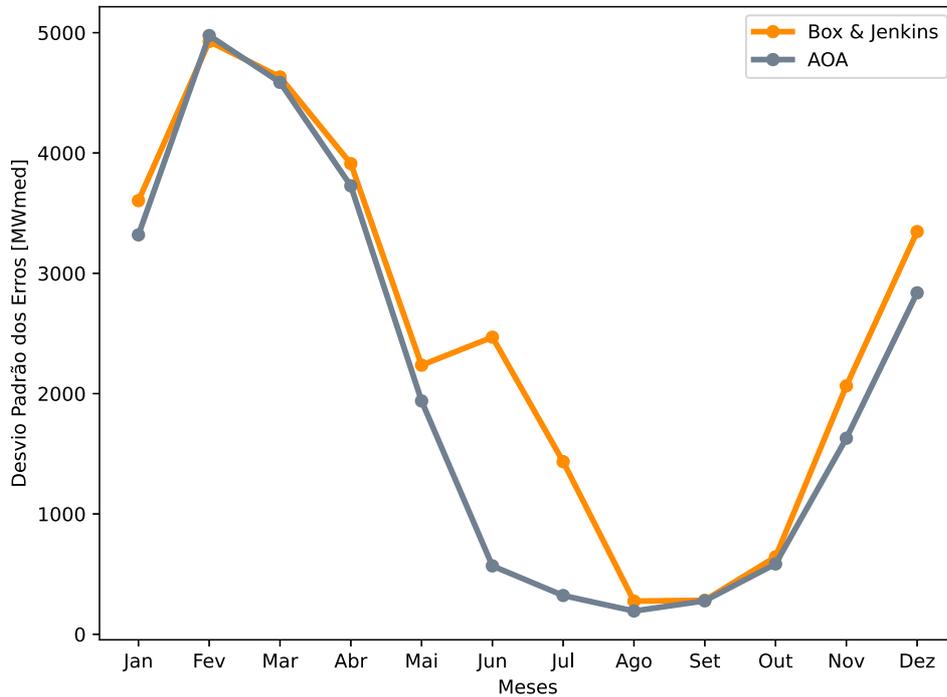
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 25 – Raiz do erro quadrático médio calculada para o REE Nordeste.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 26 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para o REE Nordeste.

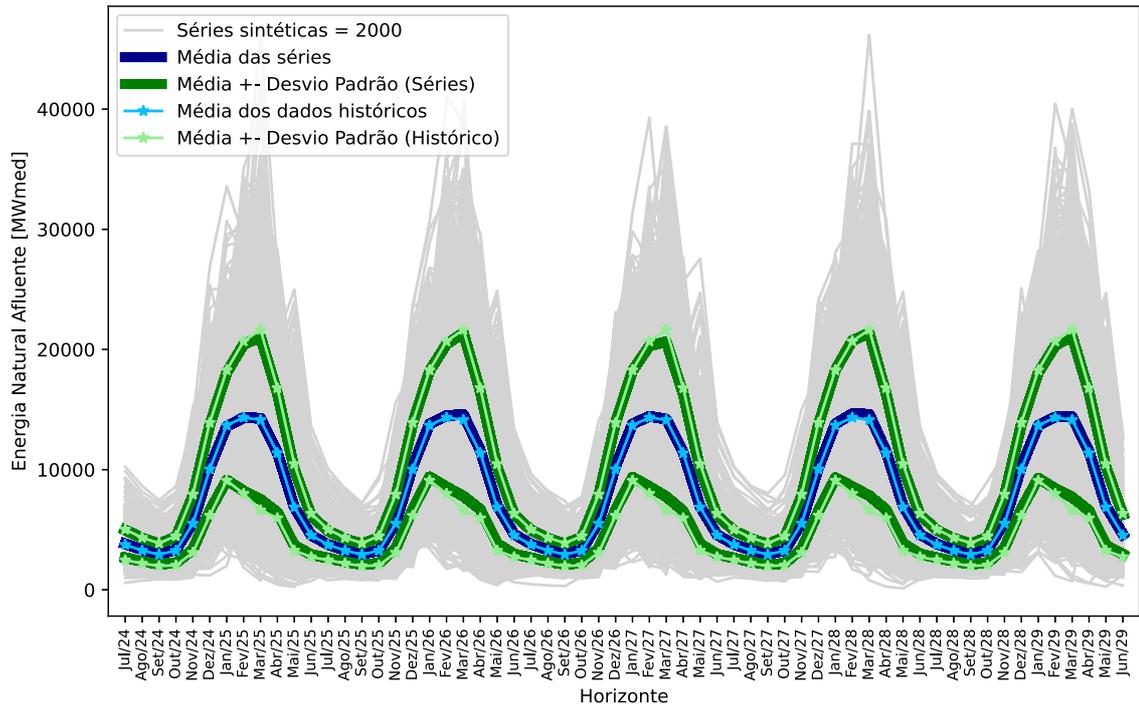


Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Para verificar a aplicabilidade dos modelos ajustados via otimização aritmética, a Figura 27 ilustra as séries sintéticas de energia afluyente para o REE Nordeste na qual as médias e desvios históricos são iguais as dos cenários sintéticos. Nos cenários sintéticos gerados, é importante notar que o REE Nordeste apresenta uma sazonalidade muito bem definida, que é representada pelas séries sintéticas através de grandes afluências geradas entre dezembro e abril, e baixas afluências entre maio e novembro. Nesse sentido, comparando com os dados históricos, como ilustrado na Figura 28, os cenários sintéticos gerados foram capazes de representar tanto as sequências negativas, que são os meses com baixas afluências, quanto as sequências em que há maior disponibilidade energética. Ademais, todas as séries sintéticas geradas foram positivas com a aplicação da metodologia proposta, que incorpora tanto a adição quanto a multiplicação dos resíduos.

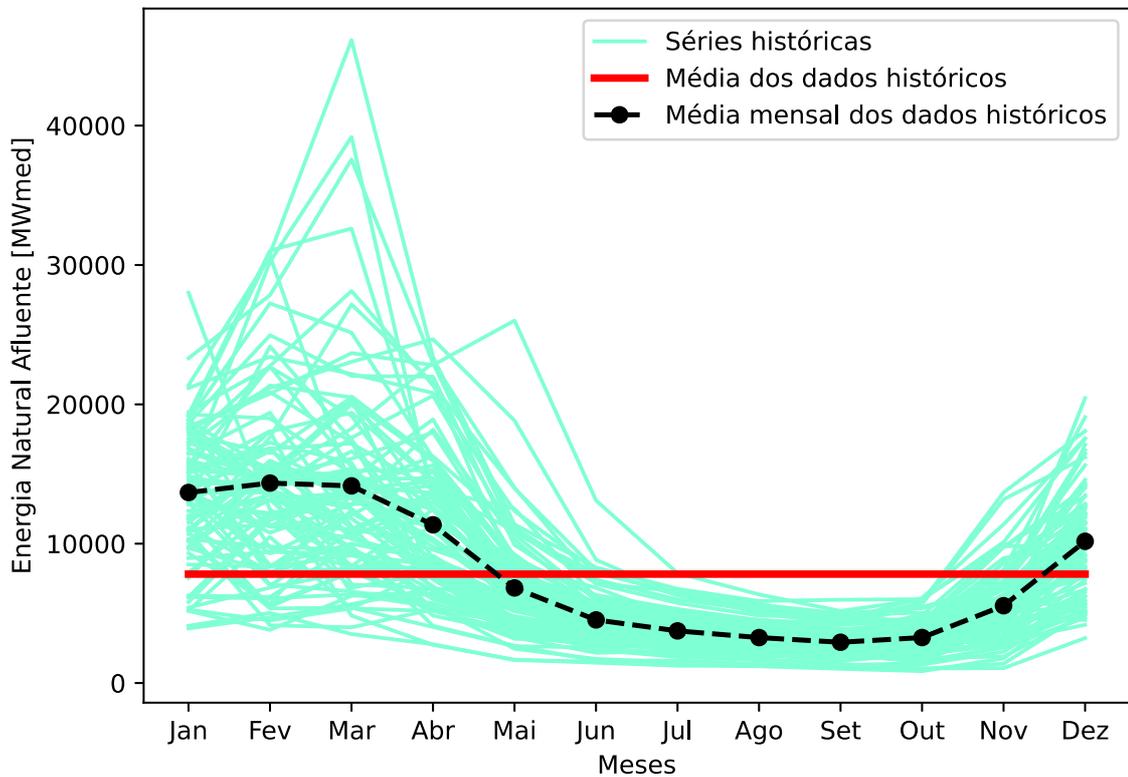
Por fim, a Figura 29 mostra que as assimetrias mensais das séries sintéticas geradas seguem o comportamento da assimetria histórica, ou seja, tanto os picos quanto os menores valores são relativos aos mesmos meses, mostrando que os crescimentos e decrescimentos entre dois meses subsequentes seguem a característica histórica de forma semelhante. Já a Figura 30, que representa os coeficientes de curtose, mostra que os cenários sintéticos tendem a apresentar um comportamento semelhante às distribuições históricas. Nesse sentido, as distribuições, nos meses mais secos, apresentam seus valores concentrados no centro e nas caudas, apresentando um formato achatado. Por outro lado, nos meses com maior disponibilidade de energia afluyente, as distribuições se alargam e cujos valores se concentram em torno da média.

Figura 27 – Séries Sintéticas para o REE Nordeste.



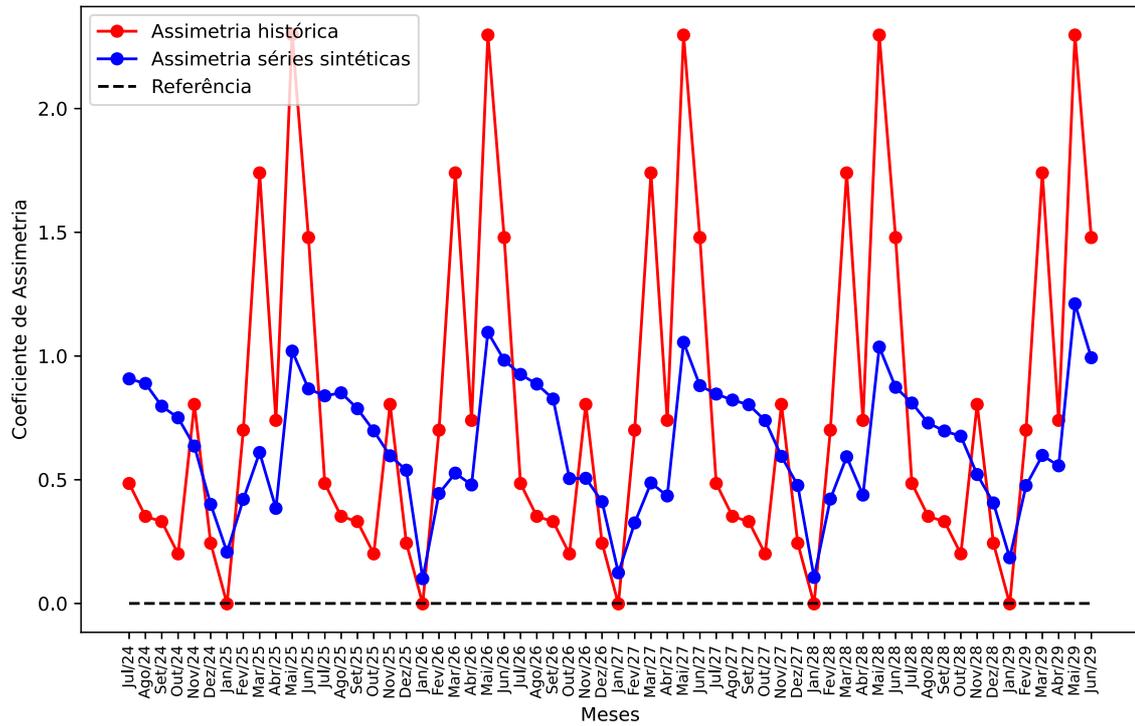
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 28 – Séries Históricas para o REE Nordeste.



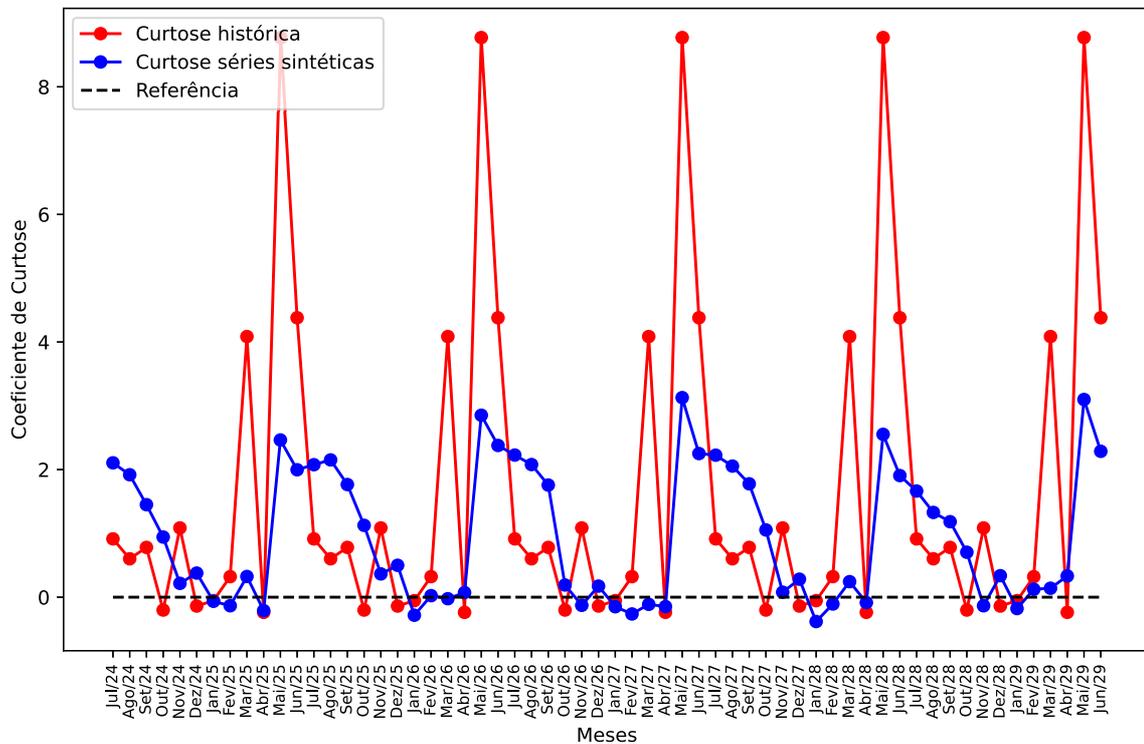
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 29 – Coeficientes de assimetria para o REE Nordeste.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 30 – Coeficientes de curtose para o REE Nordeste.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

#### 4.5 RESULTADOS - REE NORTE

Os coeficientes ótimos dos modelos autorregressivos, que foram calculados via otimização aritmética, para o REE Norte estão ilustrados na Tabela 6. A maior ordem encontrada foi para o mês de junho, que necessita das energias naturais afluentes dos meses de maio, abril e março, apresentando ordem 3. Novamente, as maiores funções objetivos estão relacionadas aos meses com maior disponibilidade de energia natural afluente, englobando os meses de janeiro, fevereiro, março, abril e maio. A partir de junho até dezembro, as funções objetivos são menores comparadas às FOBs dos primeiros quatro meses do ano, visto que há menor disponibilidade de energia afluente, representando um período de seca e com afluências bem características e próximas da média. A otimização aritmética apresentou 62,6248 [s] de tempo de simulação para ajustar os modelos autorregressivos mensais.

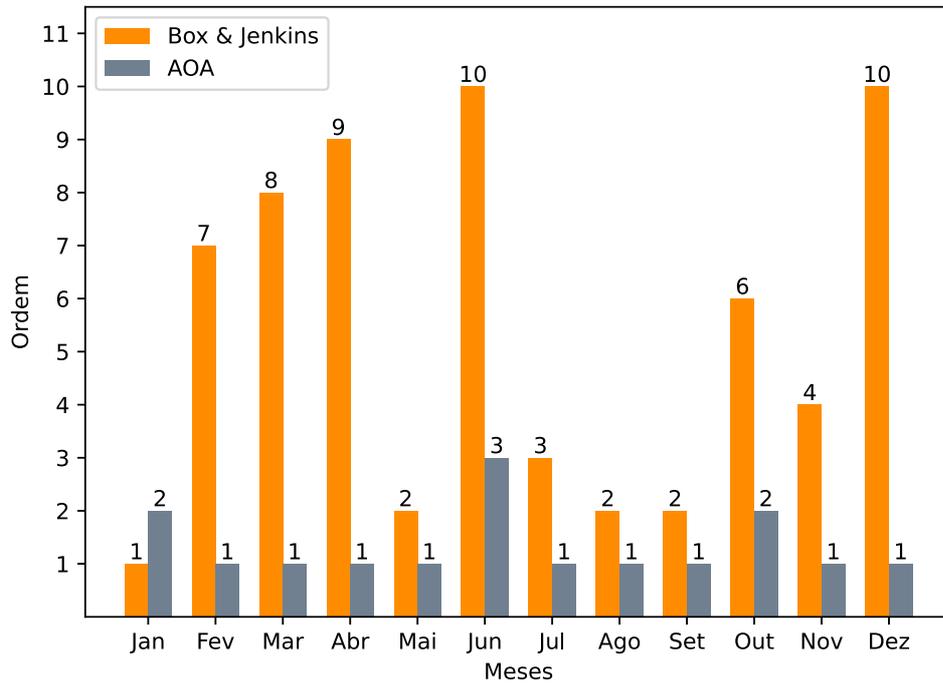
Tabela 6 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para o REE Norte.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo												FOB [MWmed]
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,1306	1,2285	2.750,4895
Fev	0,6849	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.643,3684
Mar	0	0,7192	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.811,0760
Abr	0	0	0,6625	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.653,3465
Mai	0	0	0	0,6219	0	0	0	0	0	0	0	0	1.816,5615
Jun	0	0	0,0151	0,0151	0,4009	0	0	0	0	0	0	0	569,2553
Jul	0	0	0	0	0	0,4756	0	0	0	0	0	0	276,0501
Ago	0	0	0	0	0	0	0,7171	0	0	0	0	0	134,0370
Set	0	0	0	0	0	0	0	0,7368	0	0	0	0	160,8569
Out	0	0	0	0	0	0	0	0,2527	0,8139	0	0	0	303,4973
Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,3982	0	0	712,1099
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,6439	0	1.673,7120

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

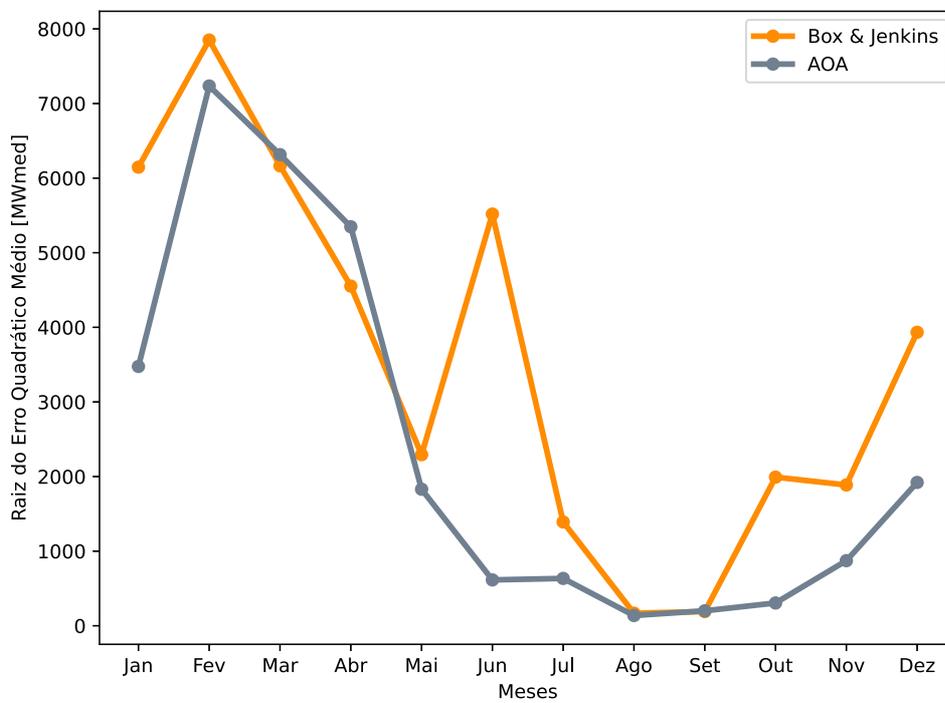
Na Figura 31, ao comparar os modelos autorregressivos obtidos pelo AOA e pela metodologia de Box & Jenkins, pode-se afirmar que somente o mês de janeiro apresentou seu modelo com ordem maior via otimização aritmética enquanto os demais meses apresentaram ordens menores quando comparados com os modelos ajustados via Box & Jenkins. A Figura 32 ilustra que os resíduos calculados, pelos modelos autorregressivos ajustados via AOA, foram menores para os meses de janeiro, fevereiro, maio, junho, julho, outubro, novembro e dezembro. Já a metodologia de Box & Jenkins apresentou resultados melhores do que o AOA nos meses de março e abril. Nos meses de agosto e setembro, que têm as menores afluências, ambas as metodologias apresentaram os mesmos desvios quadráticos. Ademais, a Figura 33 compara o desvio padrão mensal do vetor de erros, ilustrando a diminuição do desvio dos resíduos frente a média nos meses mais secos.

Figura 31 – Ordem mensal calculada para o REE Norte.



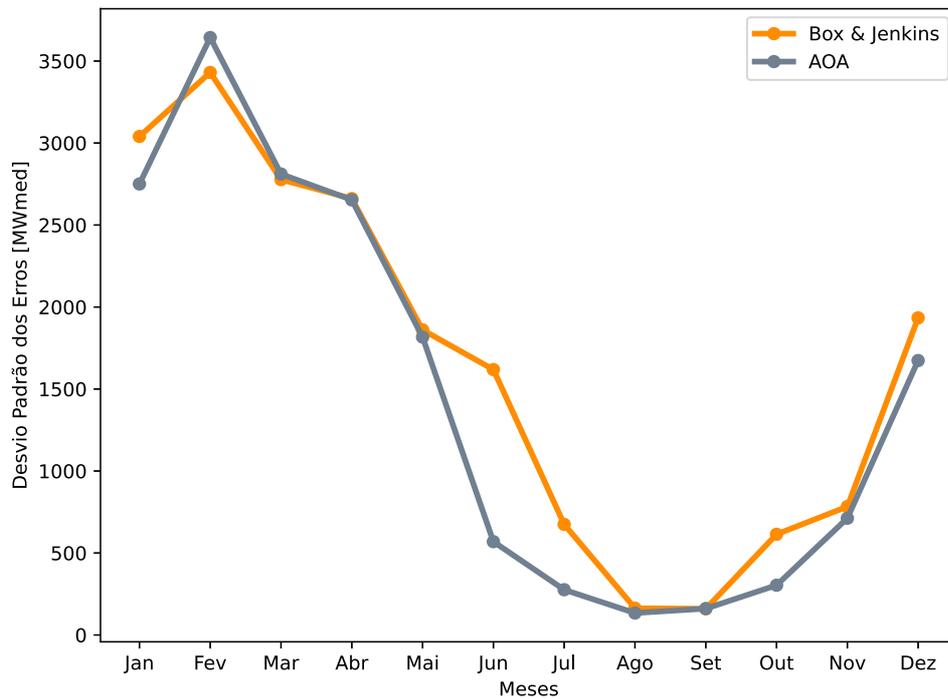
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 32 – Raiz do erro quadrático médio calculada para o REE Norte.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 33 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para o REE Norte.

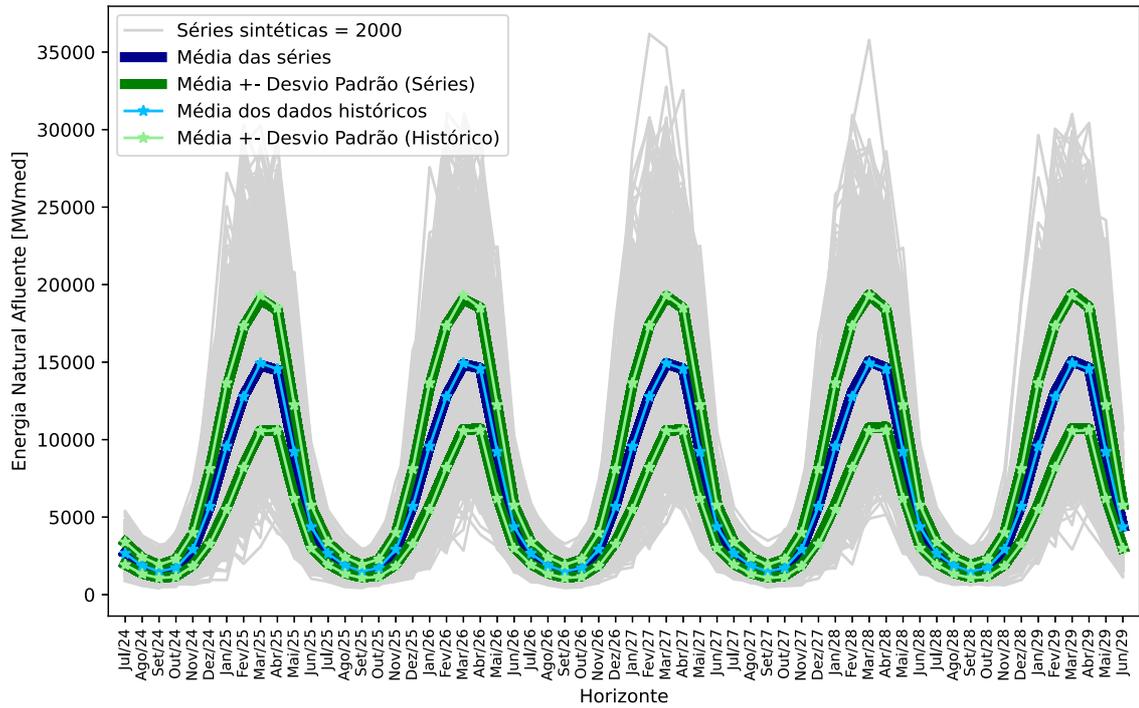


Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Com os modelos autorregressivos ajustados pelo AOA, foi possível gerar séries sintéticas de energia natural afluyente para o REE Norte. Conforme ilustrado na Figura 34, é possível observar que os cenários sintéticos gerados conseguem representar os dados históricos visto que suas médias e desvios padrões são iguais ao longo do horizonte considerado. Além disso, a sazonalidade das séries históricas, explicitadas na Figura 35, também são ilustradas nas séries sintéticas geradas, visto que as características mensais relacionadas à disponibilidade energética das afluências são representadas. Logo, nas séries sintéticas, os meses de janeiro até maio configuram o período úmido e os meses de junho até dezembro, o período seco, assim como acontece nos cenários históricos.

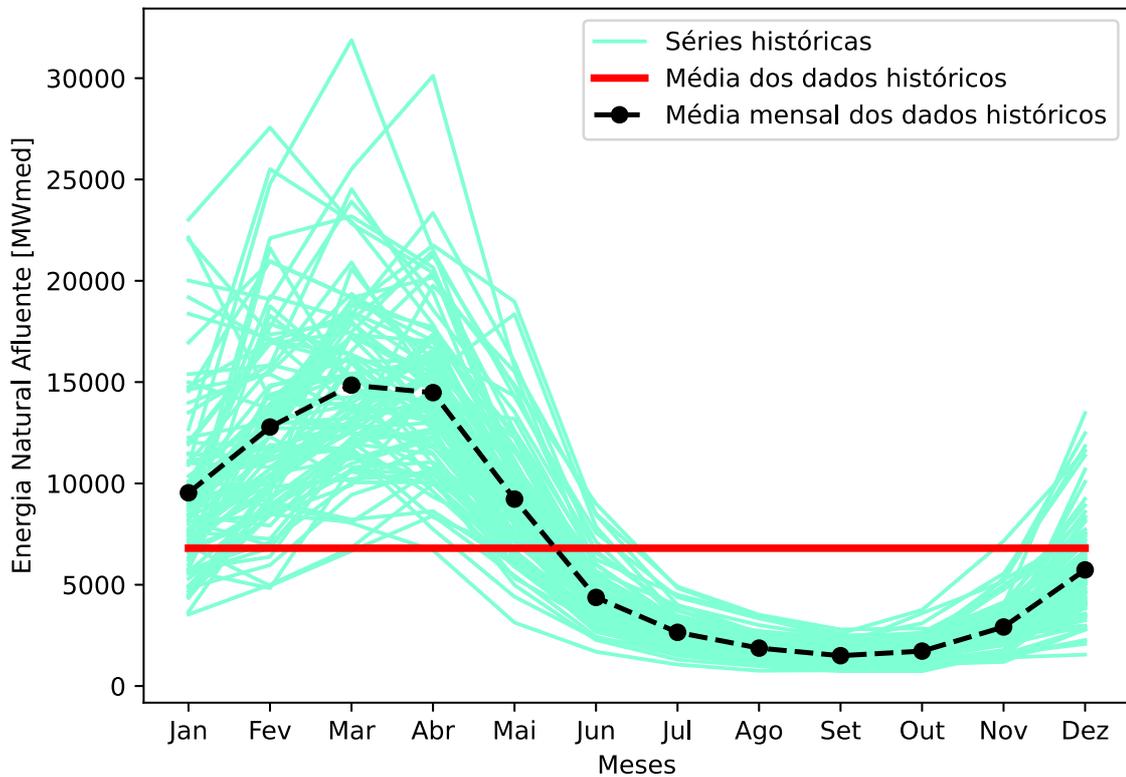
Referente às assimetrias dos dados sintéticos comparados com as assimetrias históricas, a Figura 36 mostra que as assimetrias mensais das séries sintéticas geradas tendem a ter o comportamento oscilatório das assimetrias históricas. Além disso, como todos os coeficientes de assimetria são positivos, indicam que a maioria dos valores estão concentrados abaixo da média para ambos os cenários. Já a Figura 37, que representa os coeficientes de curtose, mostra que tanto os cenários sintéticos quanto os cenários históricos apresentam curvas de distribuição mais achatadas (leptocúrtica) nas quais os valores têm maior frequência próximos da média e nas caudas.

Figura 34 – Séries Sintéticas para o REE Norte.



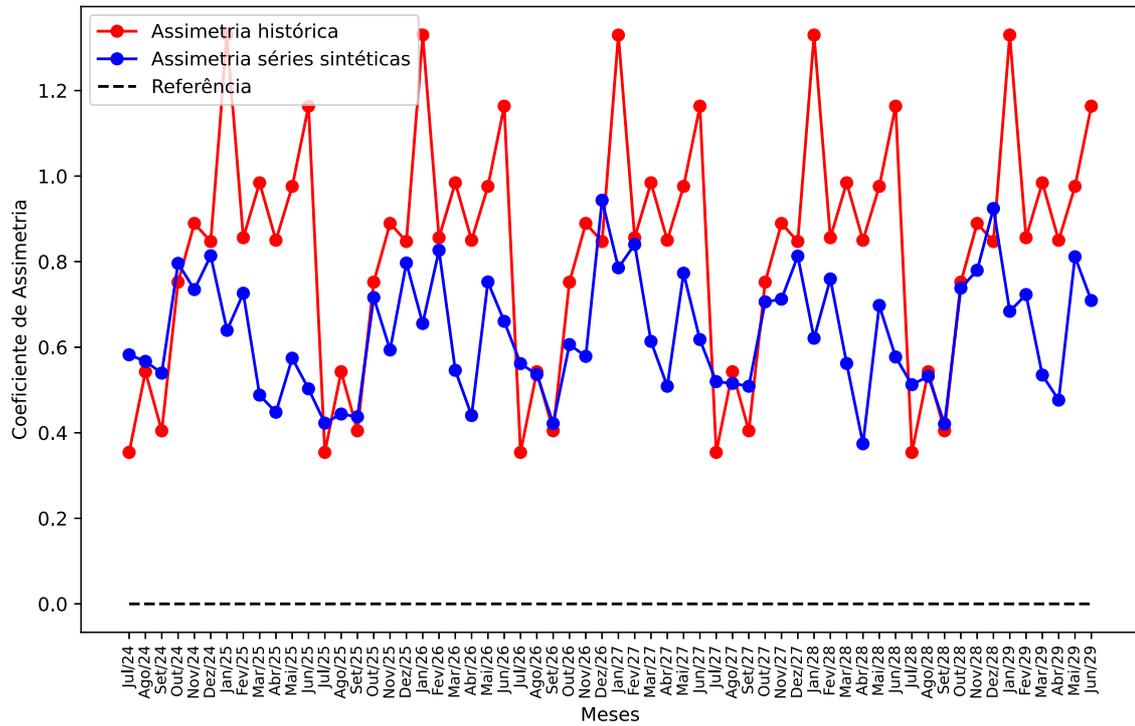
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 35 – Séries Históricas para o REE Norte.



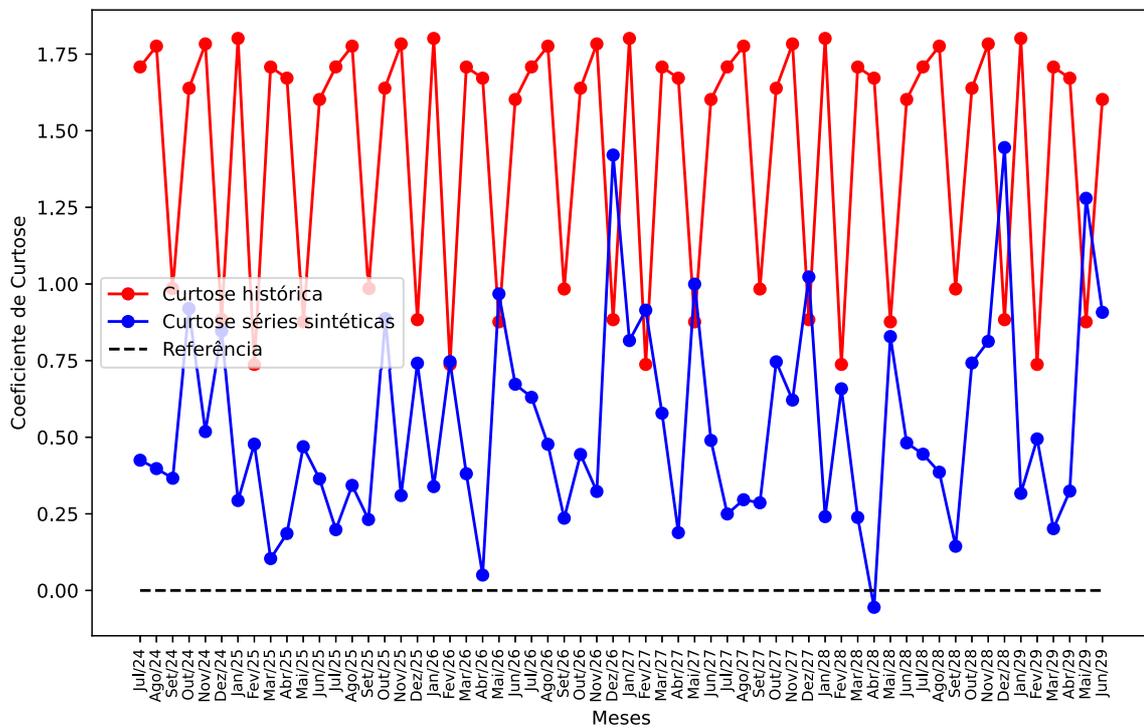
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 36 – Coeficientes de assimetria para o REE Norte.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 37 – Coeficientes de curtose para o REE Norte.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

#### 4.6 RESULTADOS - UHE SERRA DA MESA

A utilização do Algoritmo de Otimização Aritmética, para ajuste dos modelos autorregressivos da usina hidrelétrica Serra da Mesa, chegou nos coeficientes ótimos mensais explicitados na Tabela 7. A maior ordem calculada foi para o mês de janeiro cujos coeficientes multiplicam as vazões de dezembro, novembro, outubro e setembro, apresentando, portanto, ordem 4. A maior função objetivo está relacionada ao mês de fevereiro, visto que esse mês apresenta, em seu histórico, as maiores afluências anuais e diversidade de vazões, aumentando as incertezas e, conseqüentemente, o desvio padrão do vetor de erros. Já o menor desvio padrão do vetor de erros foi obtido para o mês de julho que, historicamente, apresenta as menores vazões registradas. Para definição dos modelos autorregressivos mensais da UHE Serra da Mesa, a otimização aritmética apresentou um tempo de simulação igual a 59,5955 [s].

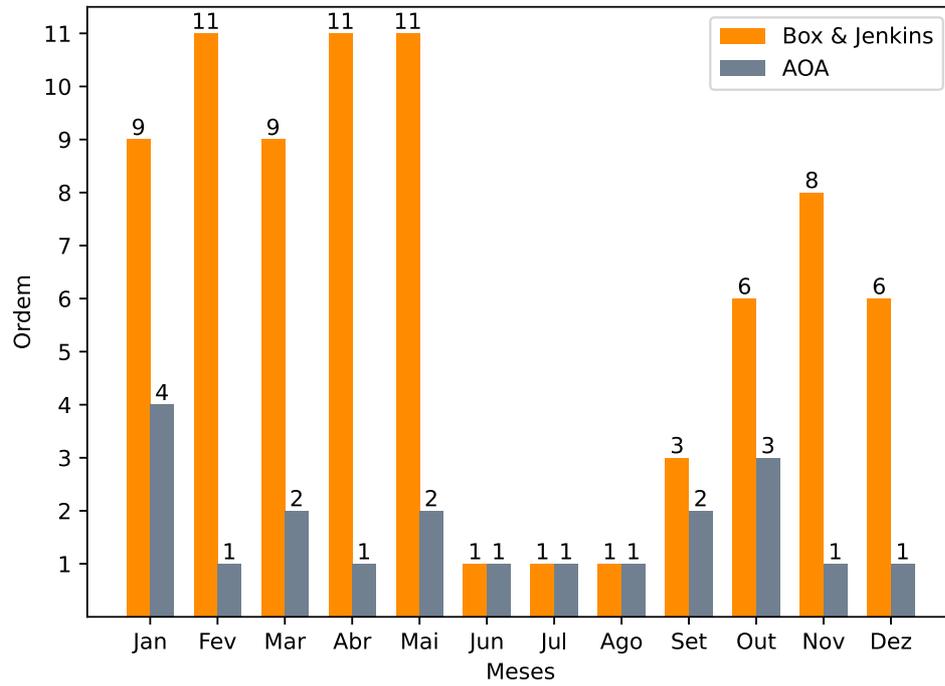
Tabela 7 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para a UHE Serra da Mesa.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo												FOB [ $m^3/s$ ]
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	1,4514	0,3937	0,1769	0,3130	665,8292
Fev	0,7300	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	767,9184
Mar	0,1732	0,2867	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	505,7113
Abr	0	0	0,5608	0	0	0	0	0	0	0	0	0	290,7094
Mai	0	0	0,0539	0,3829	0	0	0	0	0	0	0	0	96,2977
Jun	0	0	0	0	0,6030	0	0	0	0	0	0	0	44,7936
Jul	0	0	0	0	0	0,7596	0	0	0	0	0	0	14,5826
Ago	0	0	0	0	0	0	0,7819	0	0	0	0	0	22,0979
Set	0	0	0	0	0	0	0,2512	0,5558	0	0	0	0	49,0080
Out	0	0	0	0	0	0	0,1640	0,3197	0,6611	0	0	0	98,1964
Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,2543	0	0	158,9212
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,3774	0	462,1337

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

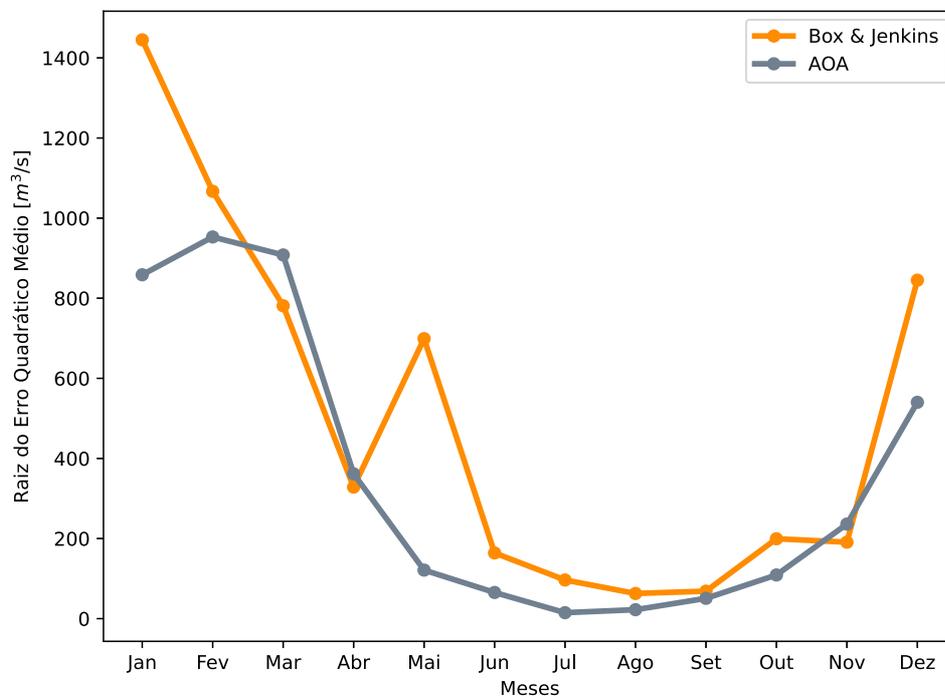
Os modelos autorregressivos ajustados pela otimização aritmética são comparados com os resultados obtidos pela metodologia de Box & Jenkins. A Figura 38 mostra que, para todos os meses, as ordens dos modelos autorregressivos, calculados pelo AOA, foram menores ou iguais às ordens calculadas via Box & Jenkins. Também, tanto a média e o desvio padrão mensal dos respectivos vetores de erros são comparados para cada metodologia. A Figura 39 mostra que, somente nos meses de março, abril e novembro, os modelos autorregressivos ajustados via Box & Jenkins apresentaram os resíduos menores do que os calculados via otimização aritmética. Nos demais meses, os valores reais estão mais próximos dos valores estimados quando calculados pelo Algoritmo de Otimização Aritmética, representando menores erros quadráticos. Já a Figura 40 mostra que os desvios padrões mensais dos resíduos via Box & Jenkins e AOA apresentam a mesma característica de curva, ou seja, os meses com maior disponibilidade de água apresentam os maiores desvios enquanto os meses com baixas afluências têm menor desvio do vetor de erros. Isso acontece pelo fato das incertezas hidrológicas estarem relacionadas ao vetor de erros.

Figura 38 – Ordem mensal calculada para a UHE Serra da Mesa.



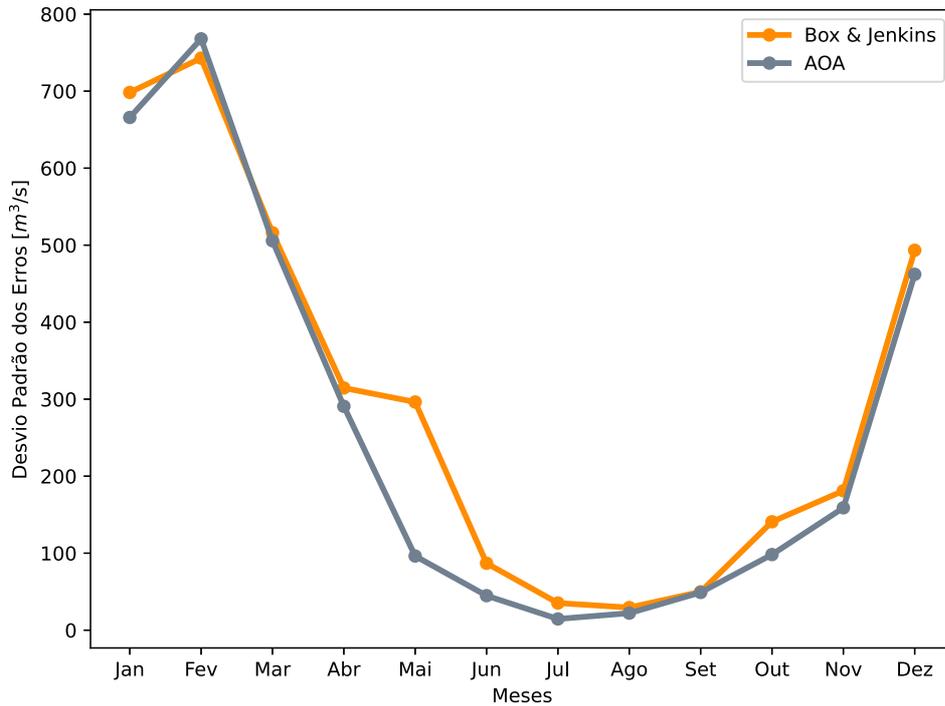
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 39 – Raiz do erro quadrático médio calculada para a UHE Serra da Mesa.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 40 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para a UHE Serra da Mesa.

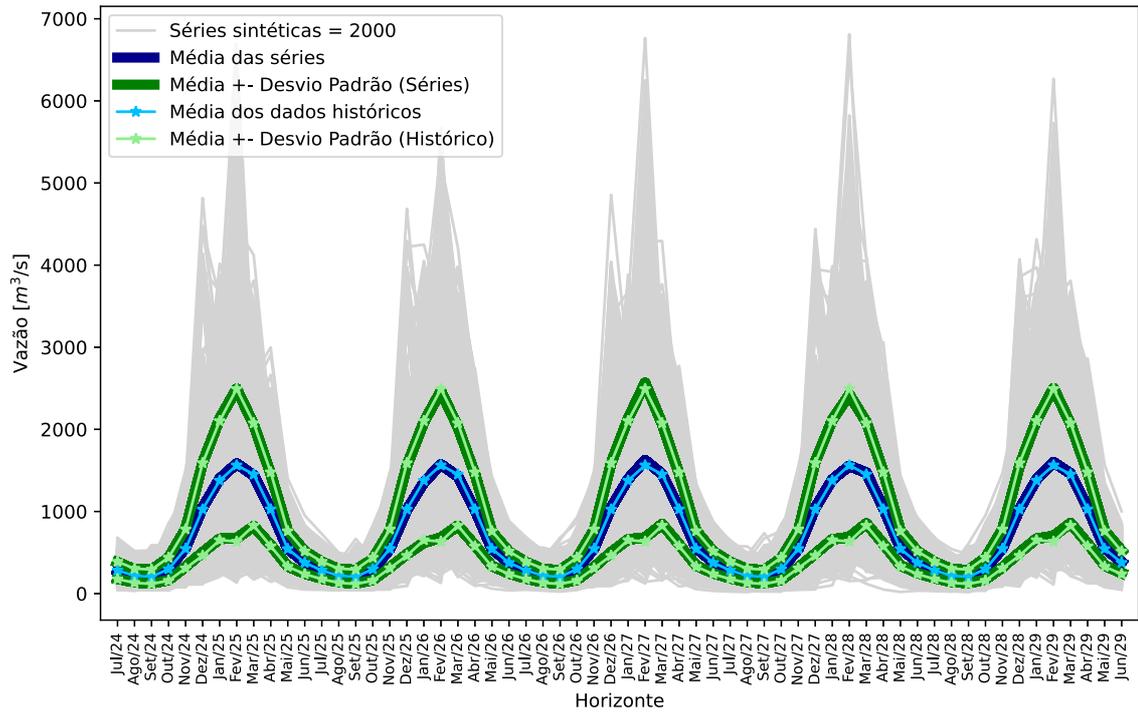


Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Com os modelos ajustados via otimização aritmética, foi possível gerar cenários de afluências para a usina Serra da Mesa como ilustra a Figura 41. É possível observar que as médias e desvios padrões mensais das séries geradas são iguais às médias e aos desvios dos dados históricos. Além disso, as séries sintéticas geradas conseguem captar a sazonalidade das vazões de Serra da Mesa. Comparando com os cenários históricos, que estão ilustrados na Figura 42, as séries sintéticas seguem o mesmo comportamento das afluências tanto nos meses com maior disponibilidade de água nos rios (dezembro a abril) quanto nos meses com baixas afluências (maio a novembro). Novamente, a aplicação da alternância entre fator multiplicativo e aditivo para representação dos erros nas séries sintéticas foi satisfatório, uma vez que as vazões sintéticas geradas foram positivas.

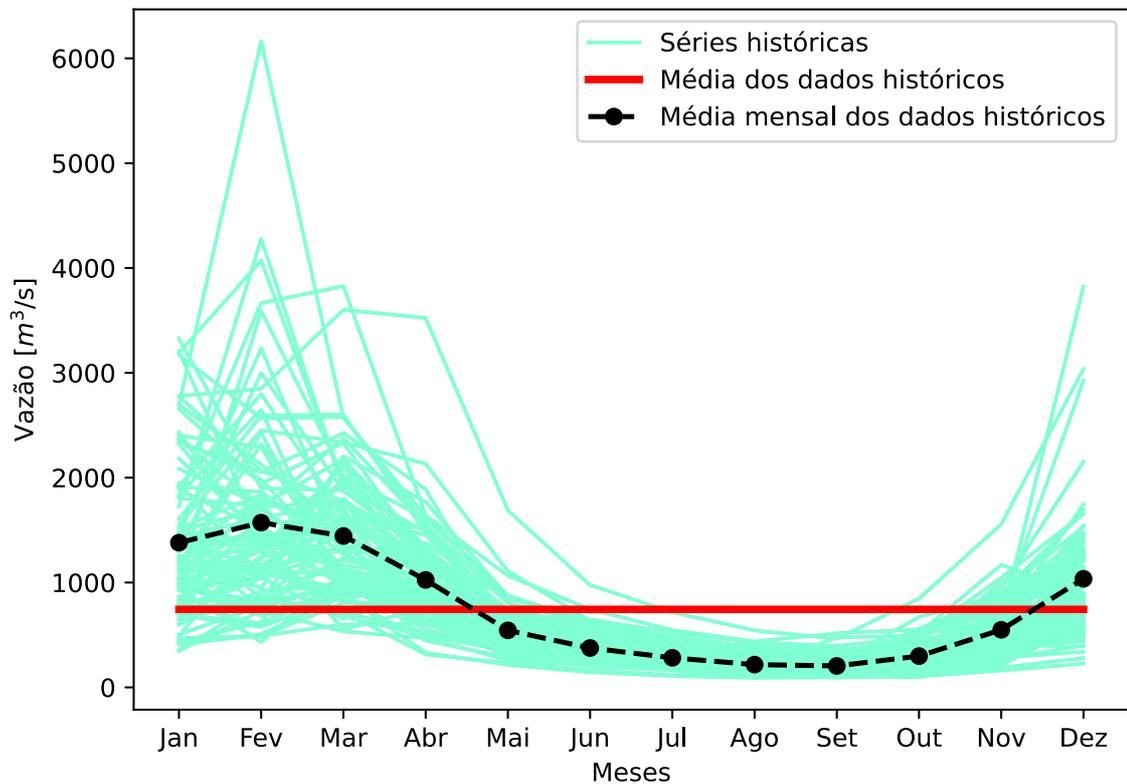
Referente às assimetrias dos dados sintéticos comparados com as assimetrias históricas, a Figura 43 mostra que as assimetrias mensais das séries sintéticas geradas tendem a ter o mesmo comportamento das assimetrias históricas. Além disso, como todos os coeficientes de assimetria são positivos, indicam que a maioria dos valores estão concentrados abaixo da média para ambos os cenários. Já a Figura 44 mostra que tanto para as séries sintéticas quanto históricas os coeficientes de curtose para cada mês são maiores ou próximos de zeros o que garante formatos de distribuições parecidos. Também, em alguns períodos mensais, como novembro a abril, tanto o gráfico de curtose das séries históricas quanto das séries sintéticas geradas apresentam comportamentos de descida e subida semelhantes.

Figura 41 – Séries Sintéticas para a UHE Serra da Mesa.



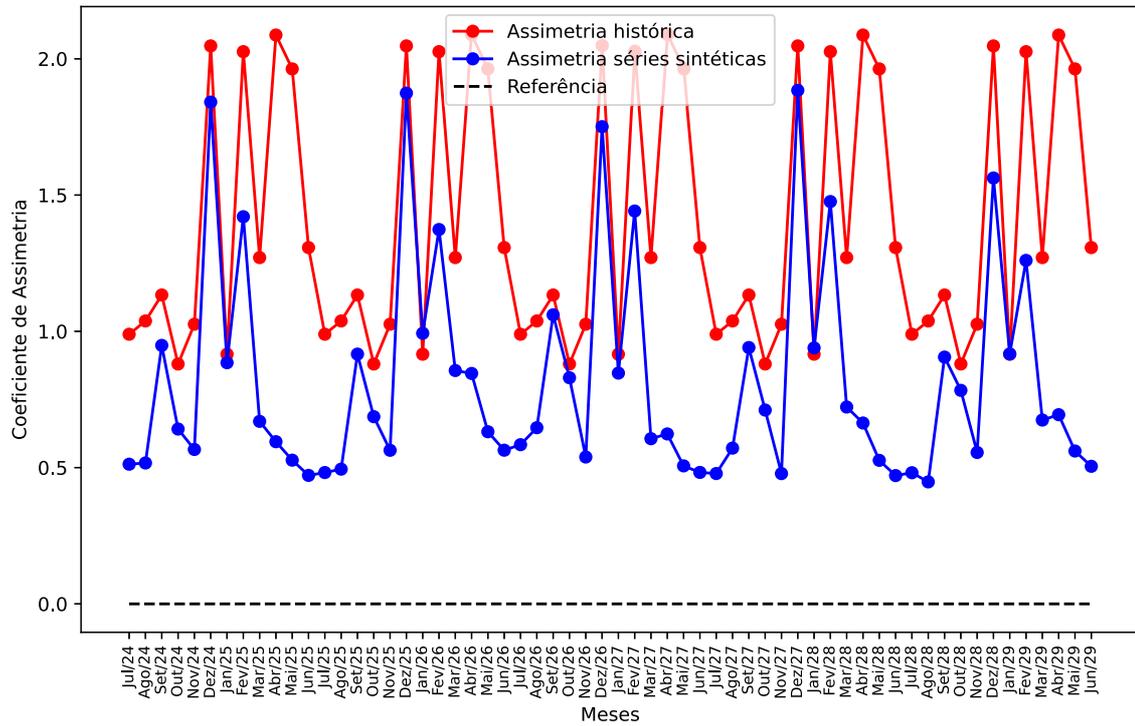
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 42 – Séries Históricas para a UHE Serra da Mesa.



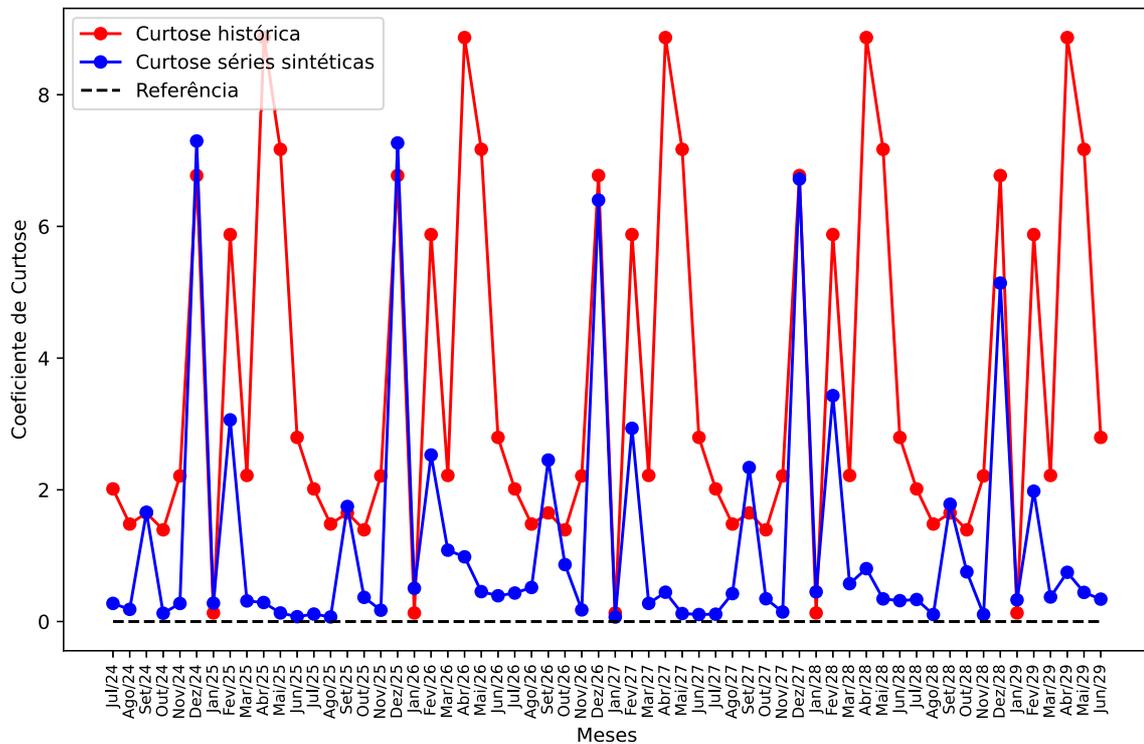
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 43 – Coeficientes de assimetria para a UHE Serra da Mesa.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 44 – Coeficientes de curtose para a UHE Serra da Mesa.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

#### 4.7 RESULTADOS - UHE TUCURUÍ

Os coeficientes ótimos mensais para Tucuruí, que foram ajustados pela meta-heurística aritmética ao resolver o PNLIM proposto, estão explicitados na Tabela 8. Como essa hidrelétrica é pertencente ao REE Norte, o comportamento da sua função objetivo é idêntica ao comportamento das funções objetivas calculadas para esse reservatório equivalente. Nesse contexto, as maiores funções objetivas estão associadas aos meses de maiores afluições, sendo os meses de janeiro até maio. A partir de junho até dezembro, há uma diminuição das afluições, representando o período seco, que tem os menores valores de funções objetivas. O cálculo dos coeficientes e ordem ótimos mensais pela otimização aritmética exigiu um tempo de simulação total de 58,6472 [s].

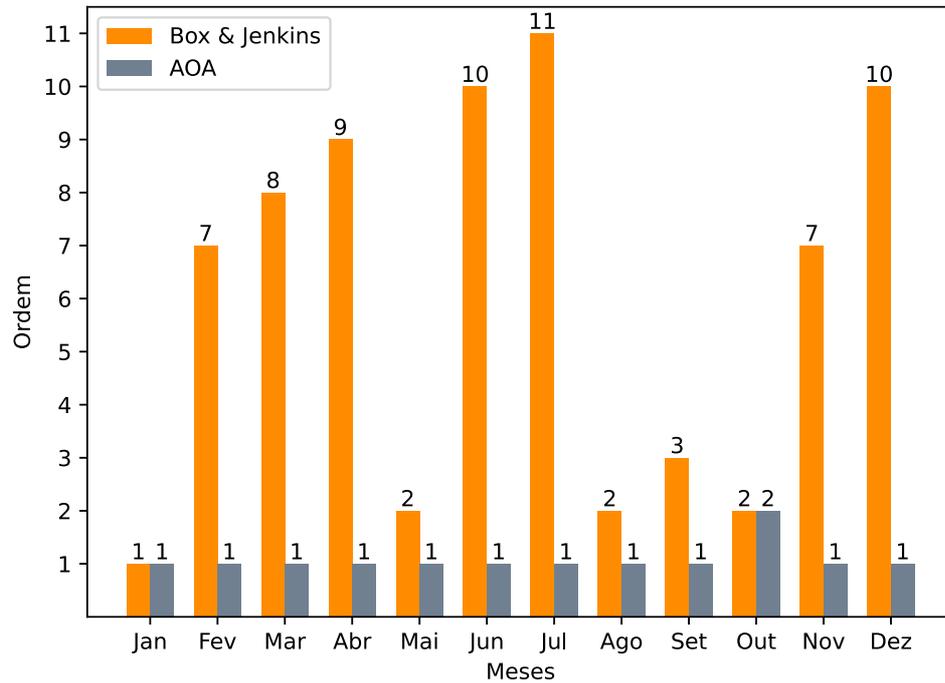
Tabela 8 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para a UHE Tucuruí.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo												FOB [ $m^3/s$ ]
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,3598	4.146,7910
Fev	0,6963	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.595,3085
Mar	0	0,7447	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.405,6295
Abr	0	0	0,6780	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.269,2311
Mai	0	0	0	0,6323	0	0	0	0	0	0	0	0	3.086,9996
Jun	0	0	0	0	0,4147	0	0	0	0	0	0	0	1.021,6468
Jul	0	0	0	0	0	0,4494	0	0	0	0	0	0	450,7394
Ago	0	0	0	0	0	0	0,7102	0	0	0	0	0	217,6200
Set	0	0	0	0	0	0	0	0,7133	0	0	0	0	264,2552
Out	0	0	0	0	0	0	0	0,3126	0,7321	0	0	0	455,5286
Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,3326	0	0	1.084,1183
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,6484	0	2.437,2315

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

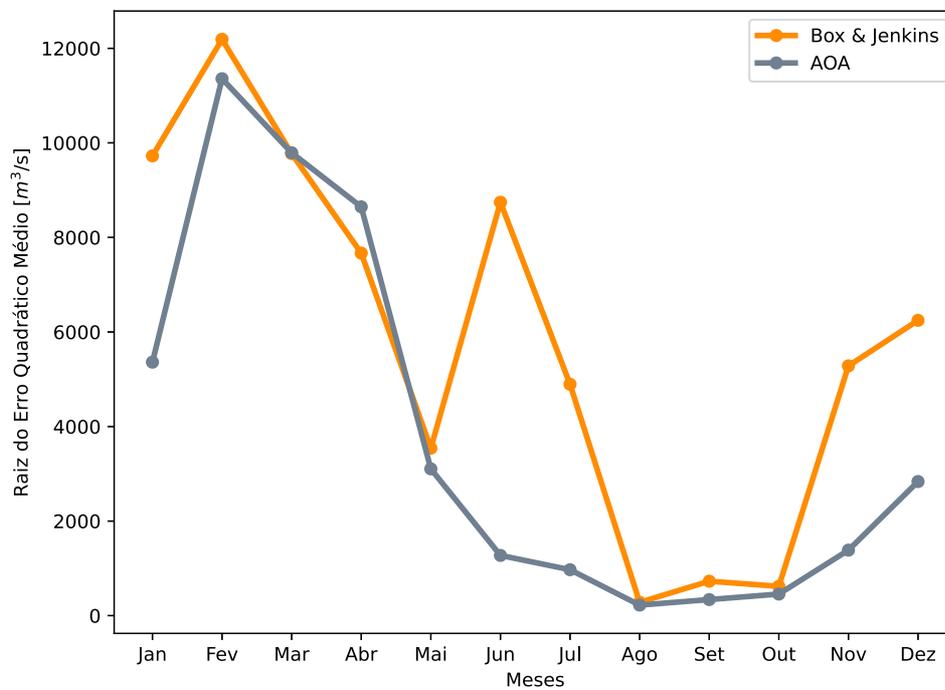
Após os modelos autorregressivos mensais de Tucuruí terem sido ajustados pela otimização aritmética, os resultados obtidos foram comparados com a metodologia de Box & Jenkins. A Figura 45 mostra que, para todos os meses, as ordens dos modelos autorregressivos calculados pelo AOA foram menores ou iguais às ordens calculadas via Box & Jenkins. Também, tanto a média e o desvio padrão mensal dos respectivos vetores de erros são comparados para cada metodologia. A Figura 46 mostra que os modelos autorregressivos ajustados via AOA apresentaram menores resíduos para nove meses (janeiro, fevereiro, maio, junho, julho, setembro, outubro, novembro e dezembro). Por outro lado, somente no mês de abril, que a metodologia de Box & Jenkins calculou menores resíduos do que a meta-heurística. As metodologias apresentaram somatório dos erros quadráticos iguais para o mês de março e agosto. Um ponto importante é que tanto para o REE Norte quanto para a UHE Tucuruí, as metodologias apresentaram somatório dos resíduos quadráticos parecidos para ambas as metodologias dado que essa usina faz parte do reservatório equivalente do Norte, apresentando a mesma sazonalidade. Já a Figura 47 mostra que os desvios padrões mensais dos resíduos via Box & Jenkins e AOA apresentam a mesma característica de curvas nas quais as maiores diferenças de resultados são relativas aos meses de junho e julho.

Figura 45 – Ordem mensal calculada para a UHE Tucuruí.



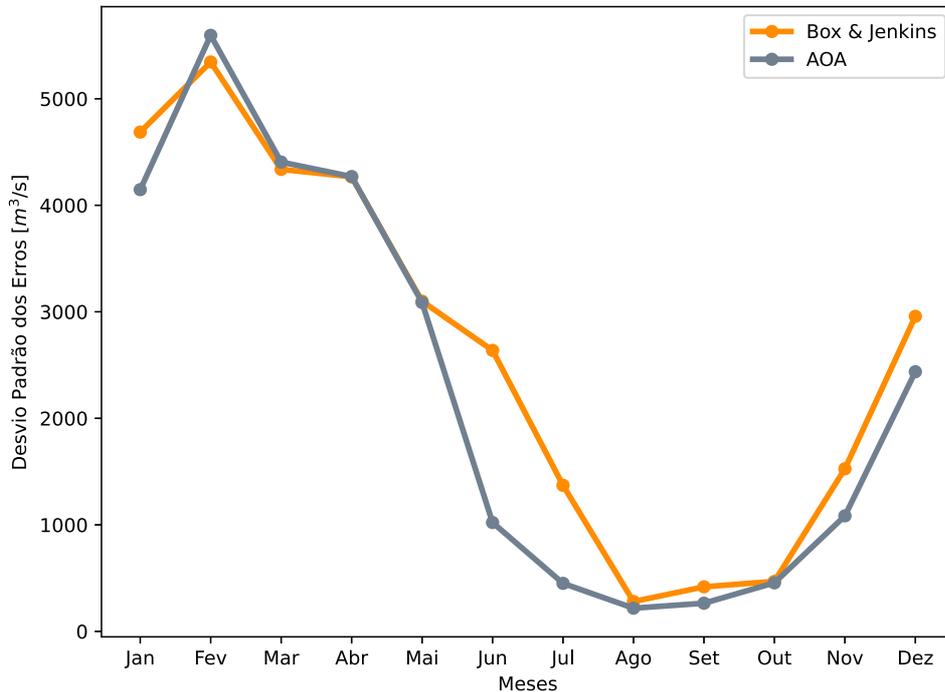
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 46 – Raiz do erro quadrático médio calculada para a UHE Tucuruí.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 47 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para a UHE Tucuruí.

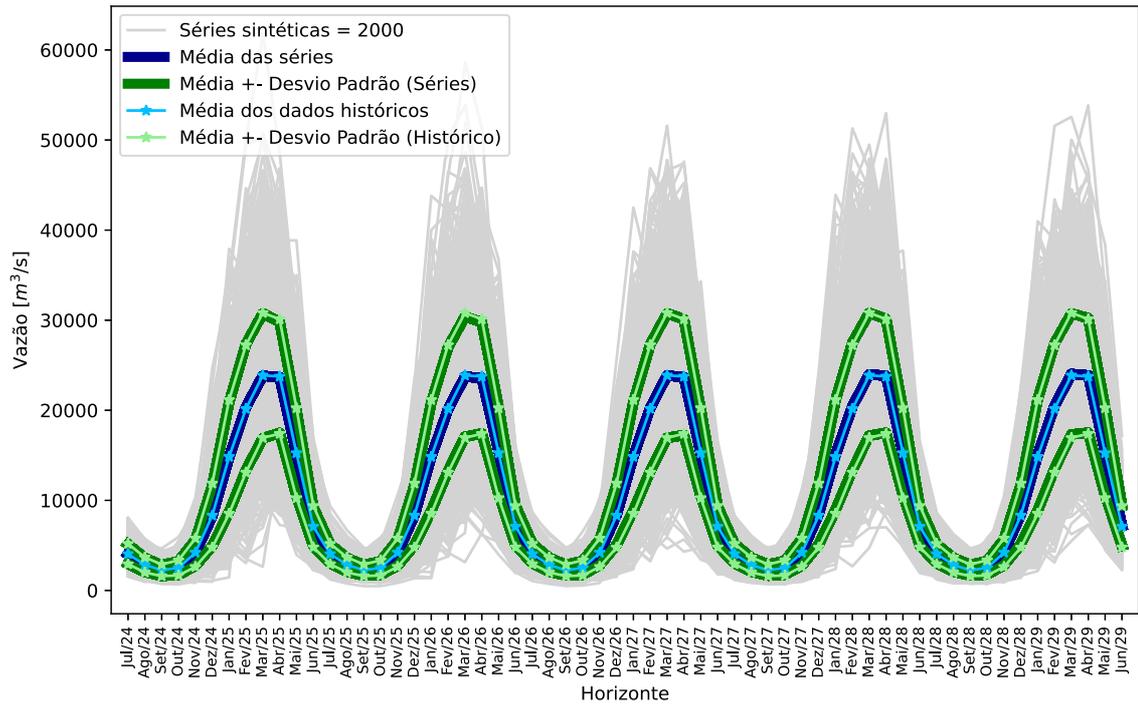


Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

A validade dos modelos ajustados via otimização aritmética pode ser verificada através da geração de séries de afluência conforme ilustrado na Figura 48. É possível observar que as médias e desvios padrões mensais das séries geradas são iguais às médias e aos desvios dos dados históricos. Além disso, as séries sintéticas geradas conseguem captar a sazonalidade das vazões de Tucuruí. Comparando com os cenários históricos, que estão ilustrados na Figura 49, as séries sintéticas seguem o mesmo comportamento das afluências tanto nos meses com maior disponibilidade de água nos rios (janeiro a maio) quanto nos meses com baixas afluências (junho a dezembro). Como a usina hidrelétrica de Tucuruí se encontra no REE Norte, ambas apresentam os mesmos comportamentos nas séries sintéticas geradas, visto que englobam as características hidrológicas da região Norte do Brasil.

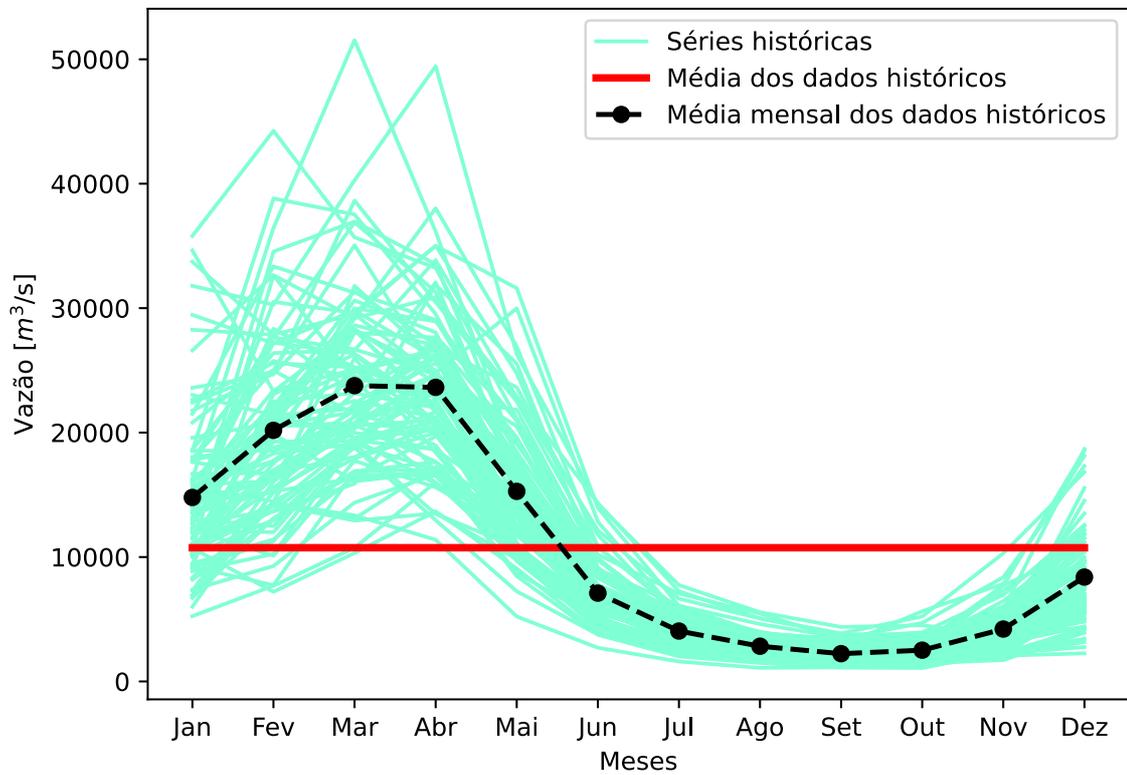
Referente às assimetrias dos dados sintéticos comparados com as assimetrias históricas, a Figura 50 mostra que tanto as assimetrias mensais das séries sintéticas quanto as assimetrias históricas são maior que zero, informando que ambas as distribuições possuem a maior parte dos valores abaixo da média. Os formatos dessas distribuições são explicados pelos coeficientes de curtose que estão ilustrados na Figura 51. A análise dos coeficientes de curtose mostra que os dados sintéticos e históricos apresentam distribuições leptocúrticas cujos valores estão concentrados, majoritariamente, na média dos dados e nas caudas.

Figura 48 – Séries Sintéticas para a UHE Tucuruí.



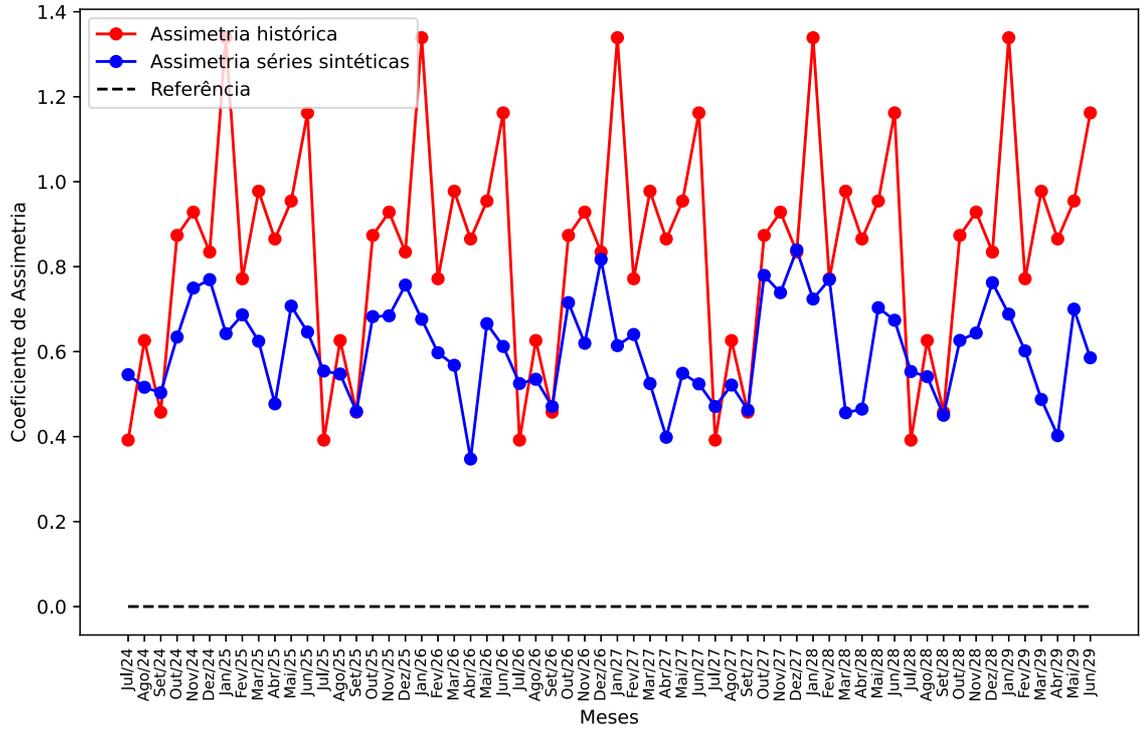
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 49 – Séries Históricas para a UHE Tucuruí.



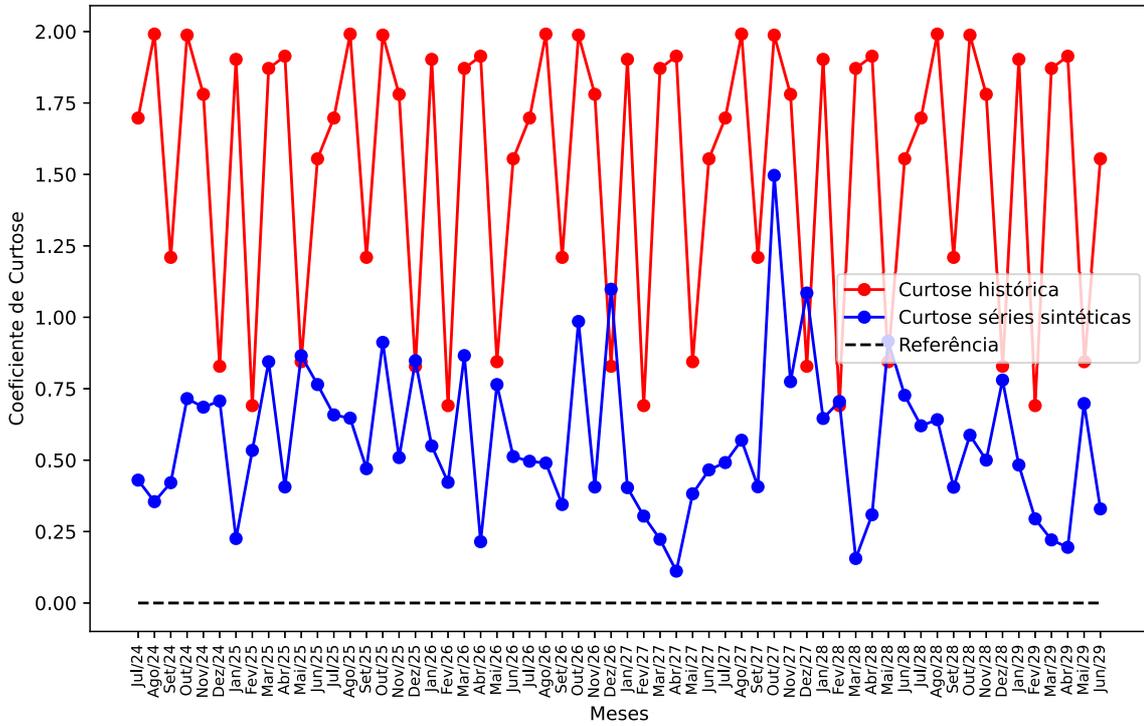
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 50 – Coeficientes de assimetria para a UHE Tucuruí.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 51 – Coeficientes de curtose para a UHE Tucuruí.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

#### 4.8 RESULTADOS - UHE SOBRADINHO

Os coeficientes ótimos mensais para a UHE Sobradinho, que foram ajustados pela meta-heurística aritmética, estão explicitados na Tabela 9. Como essa hidrelétrica é pertencente ao REE Nordeste, o comportamento da sua função objetivo é idêntica ao comportamento das funções objetivas calculadas para esse reservatório equivalente de energia. Nesse contexto, as maiores funções objetivas estão associadas aos meses de maiores aflúências, sendo os meses de dezembro até abril. A partir de maio até dezembro, há uma diminuição das aflúências, representando o período seco, que tem os menores valores de funções objetivas. O cálculo dos coeficientes e ordem ótimos mensais pelo AOA exigiu um tempo de simulação de 62,3406 [s].

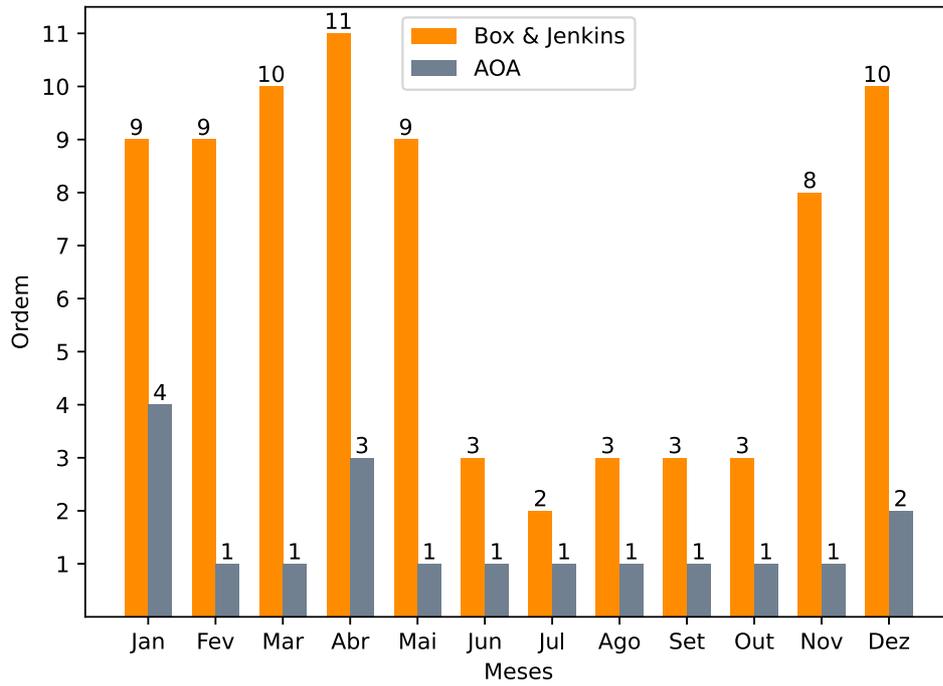
Tabela 9 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para a UHE Sobradinho.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo												FOB [ $m^3/s$ ]
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0,6862	0,3038	0,0272	0,6864	1.194,7978
Fev	0,7678	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.691,9765
Mar	0	0,9090	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.602,1364
Abr	0,0765	0,0158	0,4066	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.235,9683
Mai	0	0	0	0,5613	0	0	0	0	0	0	0	0	628,6277
Jun	0	0	0	0	0,4763	0	0	0	0	0	0	0	202,1220
Jul	0	0	0	0	0	0,7241	0	0	0	0	0	0	96,6038
Ago	0	0	0	0	0	0	0,8280	0	0	0	0	0	61,9236
Set	0	0	0	0	0	0	0	0,8600	0	0	0	0	93,4473
Out	0	0	0	0	0	0	0	0	1,1233	0	0	0	199,5201
Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,4370	0	0	525,5936
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2172	0,9435	0	871,5997

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

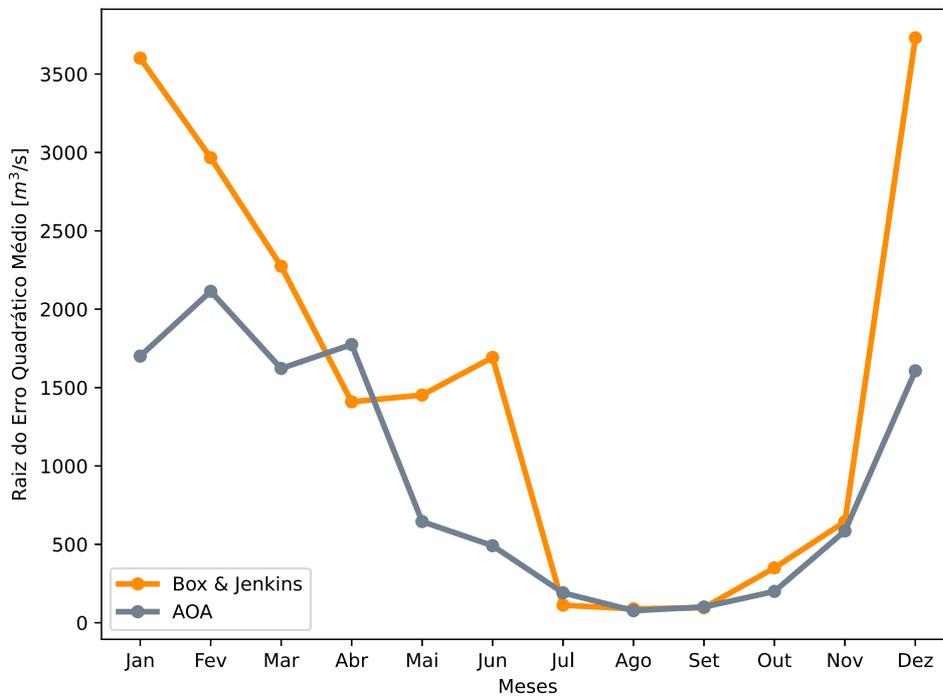
Após determinar os modelos autorregressivos ótimos para a UHE Sobradinho, os resultados obtidos pela metodologia proposta foram comparados com a metodologia de Box & Jenkins. A Figura 52 mostra que, para todos os meses, as ordens dos modelos autorregressivos calculados pelo AOA foram menores do que as ordens calculadas via Box & Jenkins. Em relação à raiz do erro quadrático médio dos resíduos mensais, obtidos por ambas metodologias, a Figura 53 mostra que a otimização aritmética calibrou seus coeficientes de modo que os erros quadráticos fossem menores para nove meses (janeiro, fevereiro, março, maio, junho, outubro, novembro e dezembro). Em contrapartida, os resíduos quadráticos, calculados via Box & Jenkins, foram menores para os meses de abril e julho. Ambas as metodologias apresentaram o somatório quadrático dos resíduos iguais para o meses de agosto e de setembro, representantes do período com baixas aflúências. Já a Figura 54 mostra que os desvios padrões mensais dos resíduos via Box & Jenkins e AOA apresentam a mesma característica de curvas com uma diferença maior para o mês de junho.

Figura 52 – Ordem mensal calculada para a UHE Sobradinho.



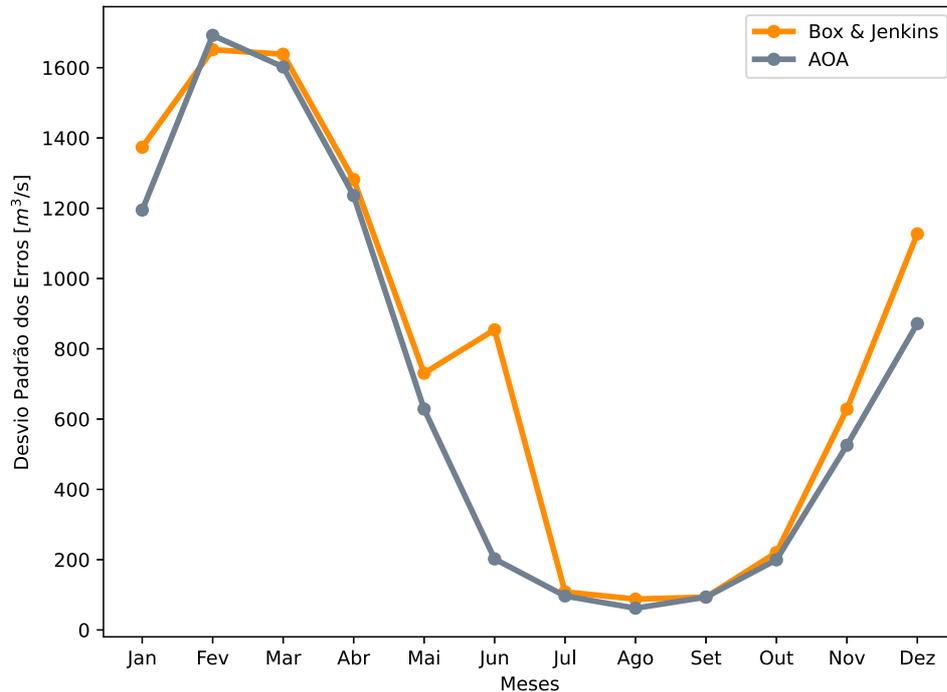
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 53 – Raiz do erro quadrático médio calculada para a UHE Sobradinho.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 54 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para a UHE Sobradinho.

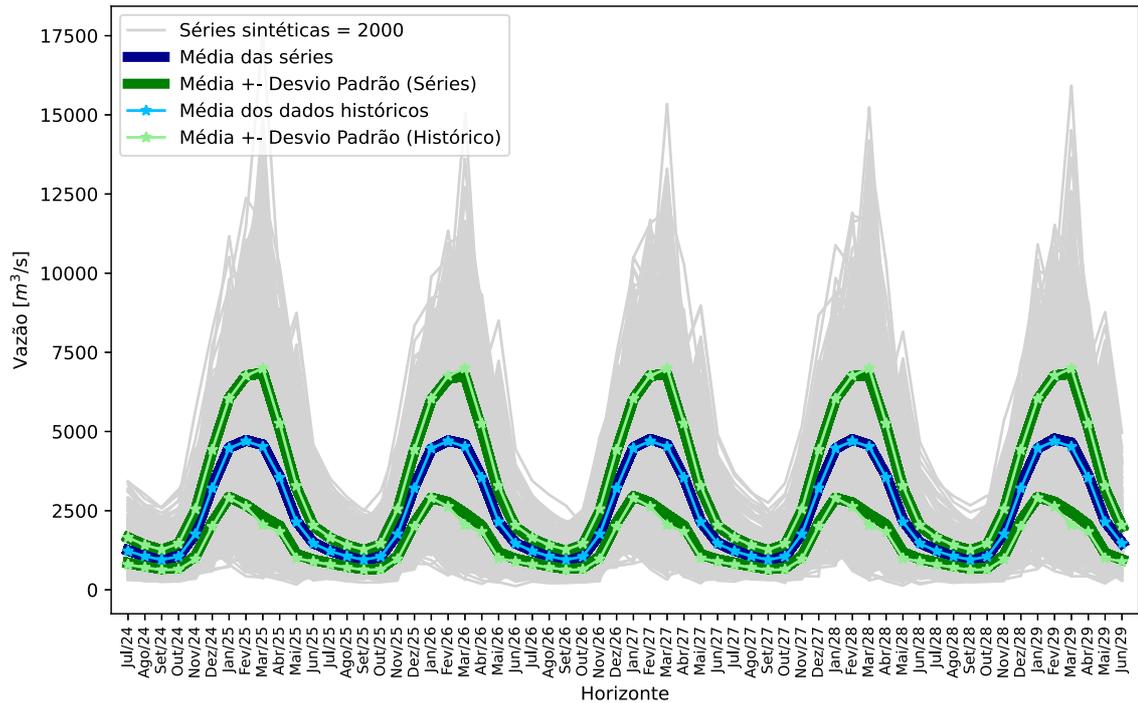


Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

As séries sintéticas de vazões, geradas para a UHE Sobradinho a partir dos modelos autorregressivos calculados pela otimização aritmética, estão ilustradas na Figura 55. É possível observar que as médias e os desvios padrões mensais das séries sintéticas são iguais às médias e aos desvios dos dados históricos. Além dos cenários sintéticos gerados serem positivos, conseguem representar a sazonalidade histórica das vazões de Sobradinho. Comparando com os cenários históricos, que estão ilustrados na Figura 56, as séries sintéticas seguem o mesmo comportamento das afluições, ou seja, as sequências negativas, que englobam os meses de maio até novembro, e as sequências com altas afluições, que estão associadas aos meses de dezembro até abril, são fielmente expressadas nas séries sintéticas. Vale destacar que, como a usina hidrelétrica de Sobradinho se encontra no REE Nordeste, ambas apresentam os mesmos comportamentos nas séries sintéticas geradas.

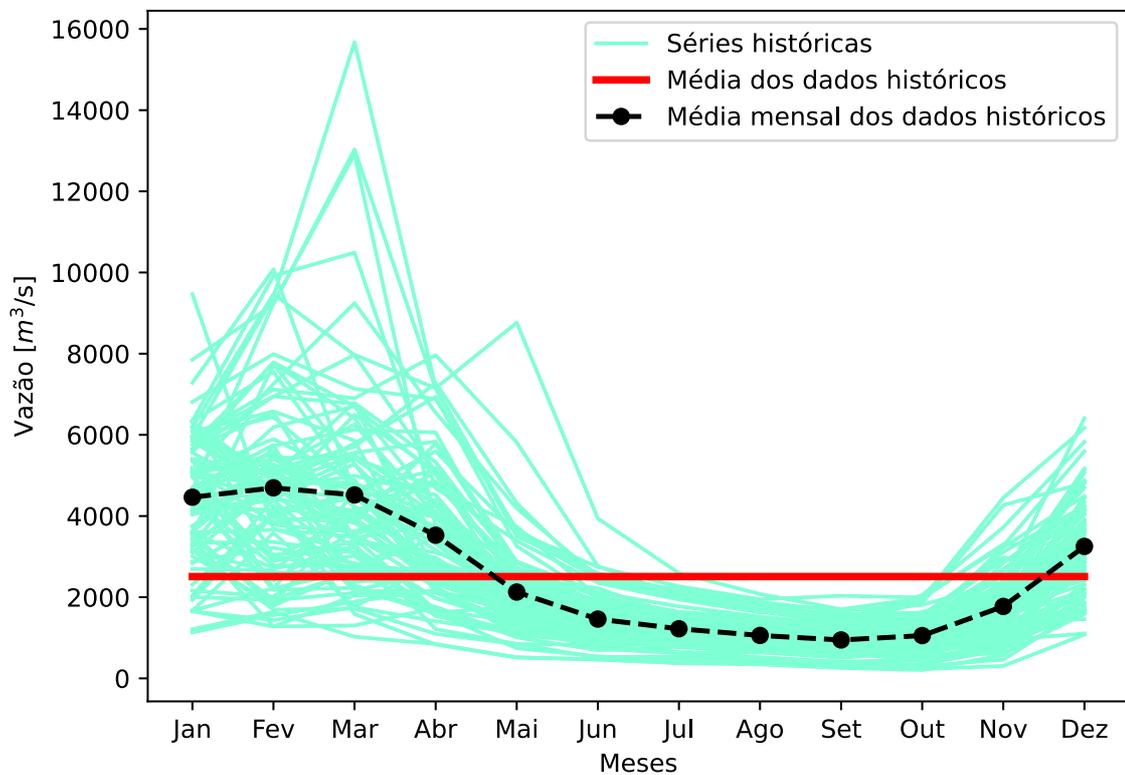
Referente às assimetrias dos dados sintéticos comparados com as assimetrias históricas, a Figura 57 mostra que tanto as assimetrias mensais das séries sintéticas quanto as assimetrias históricas são maiores que zero, informando que ambas as distribuições possuem a maior parte dos valores abaixo da média. Além disso, as assimetrias mensais advindas das séries sintéticas seguem o comportamento de crescimento e de decréscimo da assimetria histórica. Os formatos dessas distribuições são explicados pelos coeficientes de curtose que estão ilustrados na Figura 58. A análise dos coeficientes de curtose mostra que os dados sintéticos e históricos apresentam distribuições no formato de uma distribuição normal nos meses mais úmidos enquanto que, nos meses relacionados às baixas afluições, o formato das distribuições são mais achatados.

Figura 55 – Séries Sintéticas para a UHE Sobradinho.



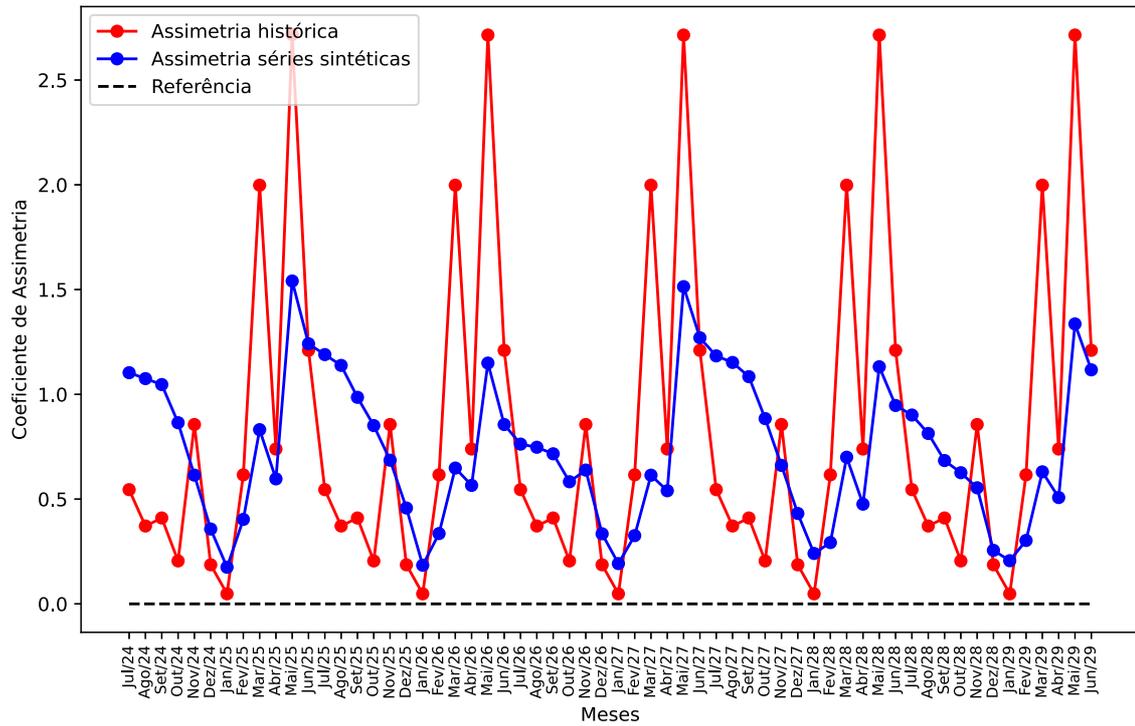
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 56 – Séries Históricas para a UHE Sobradinho.



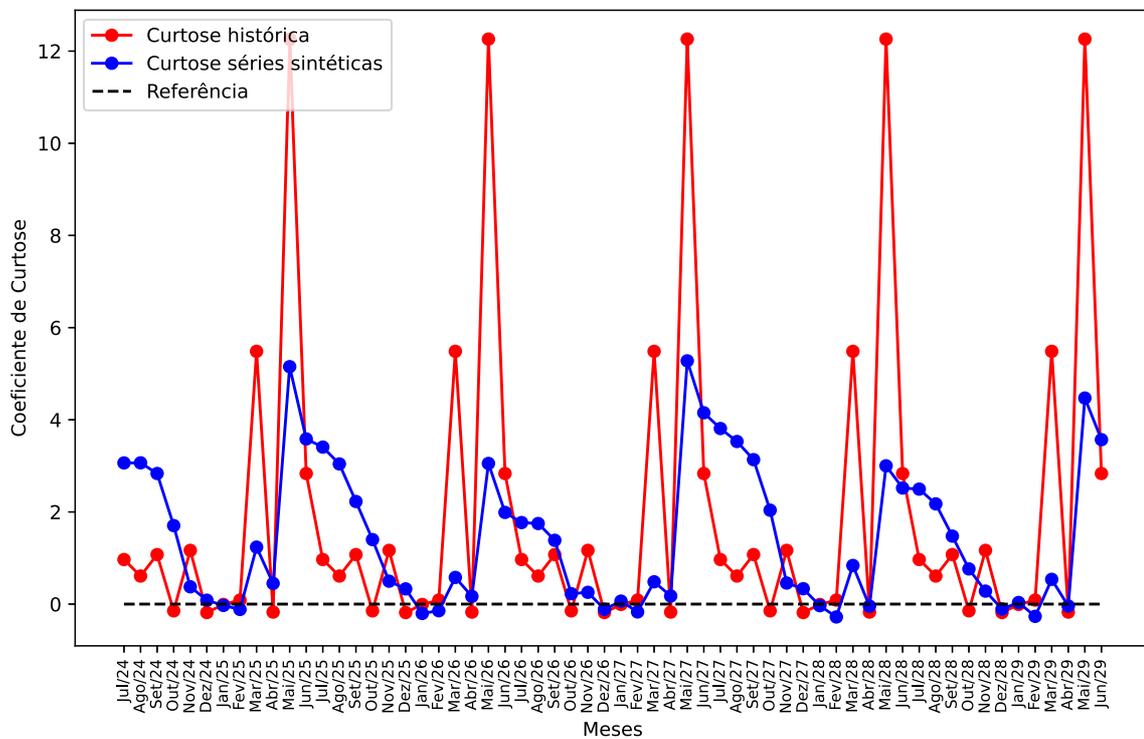
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 57 – Coeficientes de assimetria para a UHE Sobradinho.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 58 – Coeficientes de curtose para a UHE Sobradinho.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

## 4.9 RESULTADOS - UHE FURNAS

O Algoritmo de Otimização Aritmética definiu os modelos autorregressivos mensais para a UHE Furnas conforme ilustrado na Tabela 10. A maior ordem calculada foi 4 e que corresponde aos meses de maio, outubro e novembro. Além disso, comparando com os casos anteriores, os modelos autorregressivos ajustados pela otimização aritmética, para a UHE Furnas, apresentaram menor ocorrência de ordem unitária. Quanto aos valores das funções objetivos, é possível observar que seguem a sazonalidade histórica, ou seja, os maiores valores de FOBs estão associados aos meses com maiores afluências enquanto os meses com as menores FOBs estão relacionados aos períodos de baixas afluências. Nesse sentido, o mês de janeiro, que representa a maior FOB, apresenta os maiores registros de vazões historicamente. Em contrapartida, a menor FOB foi calculada para agosto, que têm as menores vazões registradas. Para ajuste dos modelos, pela meta-heurística, foi necessário um tempo de simulação de 56,5730 [s].

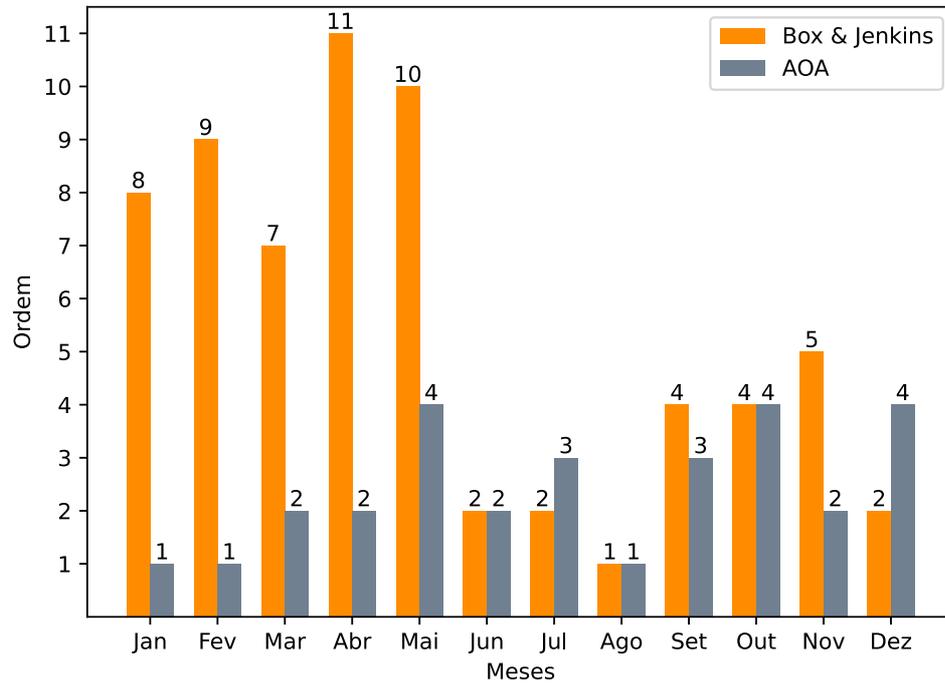
Tabela 10 – Coeficientes calculados pela otimização aritmética para a UHE Furnas.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo												FOB [ $m^3/s$ ]
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8471	606,5406
Fev	0,4420	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	547,7422
Mar	0,1573	0,4373	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	461,6251
Abr	0	0,1650	0,3754	0	0	0	0	0	0	0	0	0	212,7806
Mai	0,0455	0,0836	0,0977	0,2995	0	0	0	0	0	0	0	0	105,0971
Jun	0	0	0	0,1494	0,6723	0	0	0	0	0	0	0	129,9547
Jul	0	0	0	0,0462	0,2850	0,3163	0	0	0	0	0	0	50,9281
Ago	0	0	0	0	0	0	0,7418	0	0	0	0	0	45,1583
Set	0	0	0	0	0	0,3887	0,0535	0,6973	0	0	0	0	126,6460
Out	0	0	0	0	0	0,2892	0,1951	0,0272	0,3788	0	0	0	133,7582
Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2461	0,7985	0	0	197,2593
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0,1524	0,0307	0,7594	0,5499	0	317,5391

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

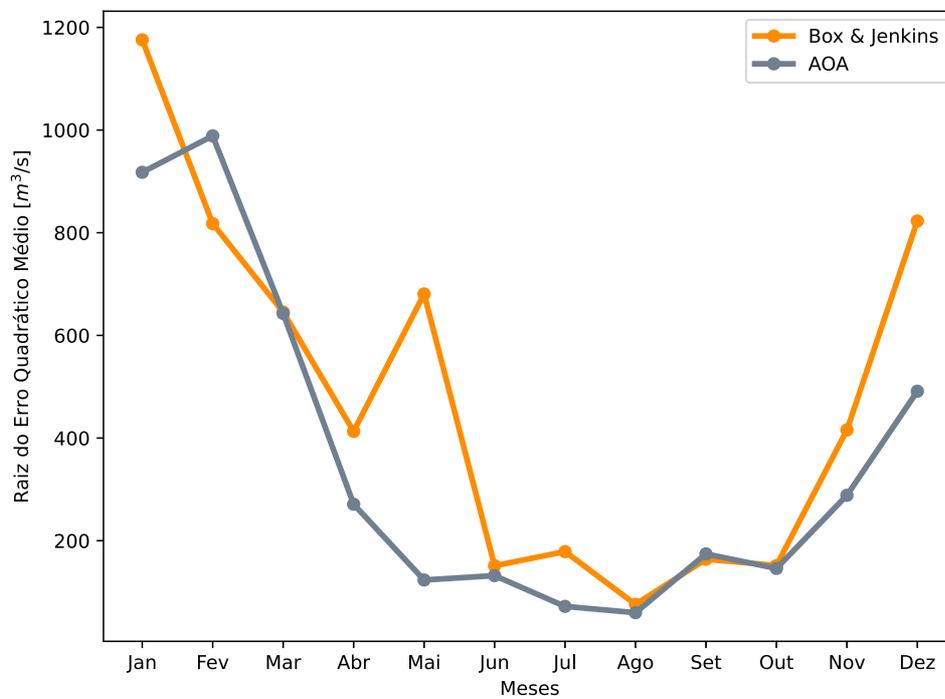
Com os modelos autorregressivos ajustados pelo Algoritmo de Otimização Aritmética, os resultados obtidos foram comparados com a metodologia de Box & Jenkins. A Figura 59 mostra que, somente para os meses de julho e dezembro, as ordens dos modelos autorregressivos calculados pelo AOA foram maiores do que as ordens calculadas via Box & Jenkins. No que tange aos vetores de resíduos obtidos para cada mês pela meta-heurística, a Figura 60 mostra que a otimização aritmética calibrou seus coeficientes de modo que os resíduos encontrados, para o meses de janeiro, março, abril, maio, junho, julho, agosto, outubro, novembro e dezembro, fossem menores ou iguais aqueles calculados via Box & Jenkins; os resíduos via Box & Jenkins apresentaram resultados melhores para o mês de fevereiro e são, ligeiramente, menores do que os resíduos do AOA para o mês de setembro. Quanto ao desvio padrão dos vetores de erros, a Figura 61 mostra que os resultados via Box & Jenkins e AOA apresentam a mesma característica de curvas com uma diferença maior para o mês de maio.

Figura 59 – Ordem mensal calculada para a UHE Furnas.



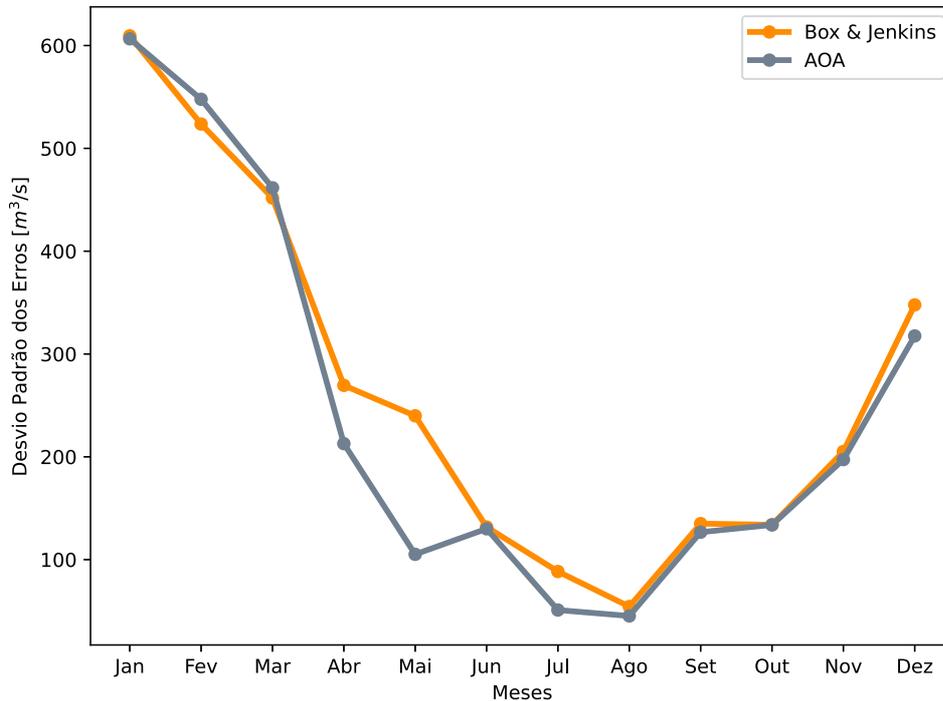
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 60 – Raiz do erro quadrático médio calculada para a UHE Furnas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 61 – Desvio padrão mensal do vetor de erros calculada para a UHE Furnas.

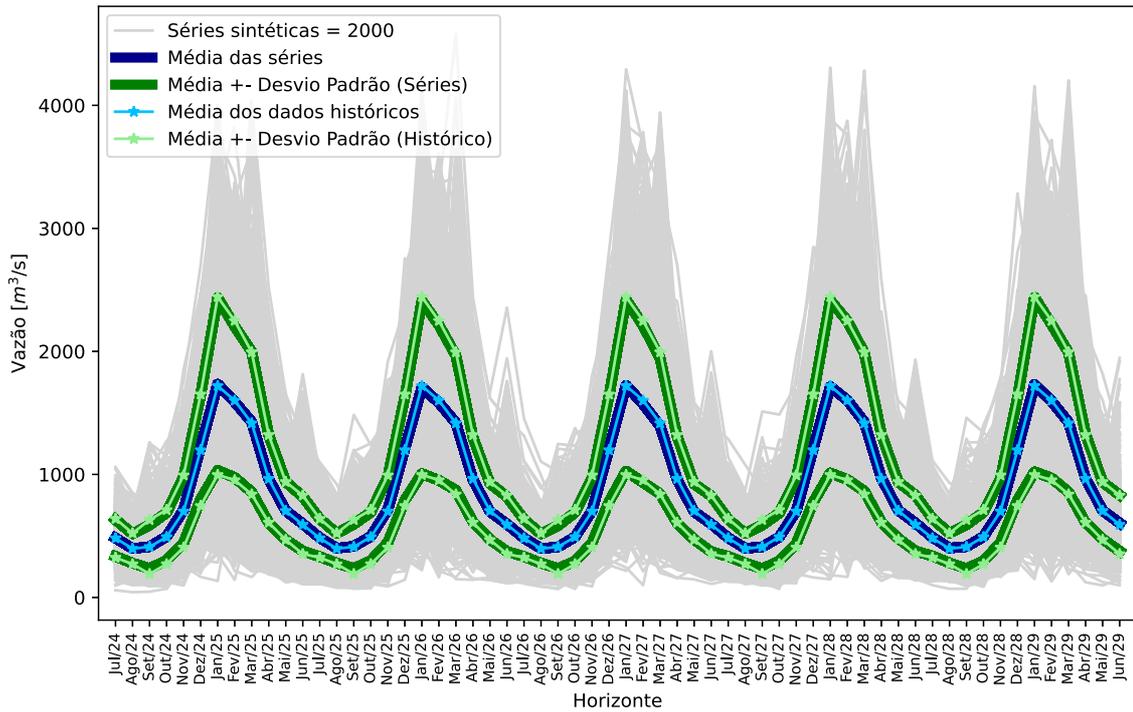


Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Os modelos autorregressivos mensais calculados pelo AOA para a UHE Furnas foram utilizados para geração de séries sintéticas de vazões conforme ilustrado na Figura 62. É possível observar que a metodologia proposta, que faz alternância entre inclusão de resíduos via forma aditiva ou multiplicativa, garantiu séries sintéticas positivas. Vale destacar que as séries sintéticas de vazões conseguiram representar os dados históricos visto que suas médias e seus desvios padrões mensais são iguais a essas métricas aplicadas aos cenários históricos. Ademais, os cenários sintéticos conseguem representar a sazonalidade histórica das vazões de Furnas. Comparando com os cenários históricos, que estão ilustrados na Figura 63, as séries sintéticas seguem o mesmo comportamento das afluições visto que tanto os meses com altas afluições (dezembro até abril) quanto os meses com baixas vazões (maio até novembro) são representados fielmente nos cenários gerados.

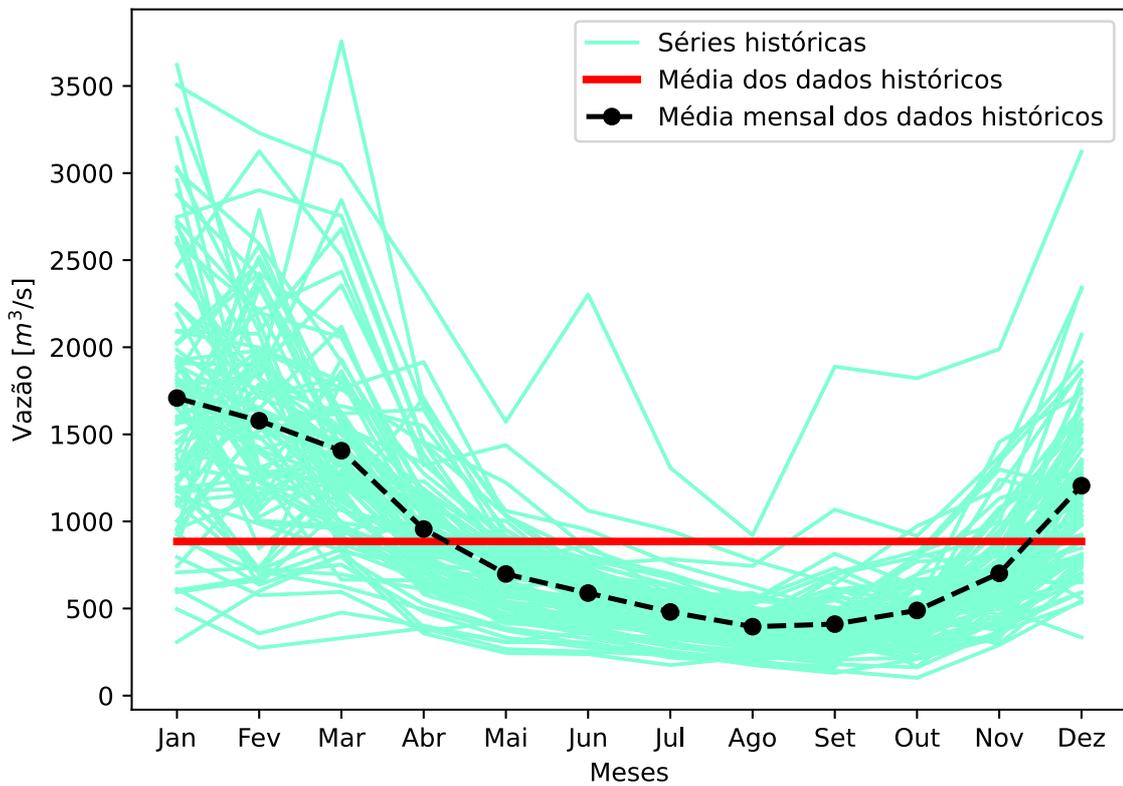
Ao comparar as assimetrias dos dados sintéticos com as assimetrias históricas, a Figura 64 mostra que tanto as assimetrias mensais das séries sintéticas quanto as assimetrias históricas são maior que zero, informando que ambas as distribuições possuem a maior parte dos valores abaixo da média. Além disso, as assimetrias mensais advindas das séries sintéticas seguem o comportamento de crescimento e decréscimo da assimetria histórica. Já os coeficientes de curtose são comparados, como mostrado na Figura 65, na qual é possível observar que, para ambas as séries, os picos estão relacionados aos meses com baixas afluições e os menores valores, próximos de zero, referentes aos meses com maiores afluições.

Figura 62 – Séries Sintéticas para a UHE Furnas.



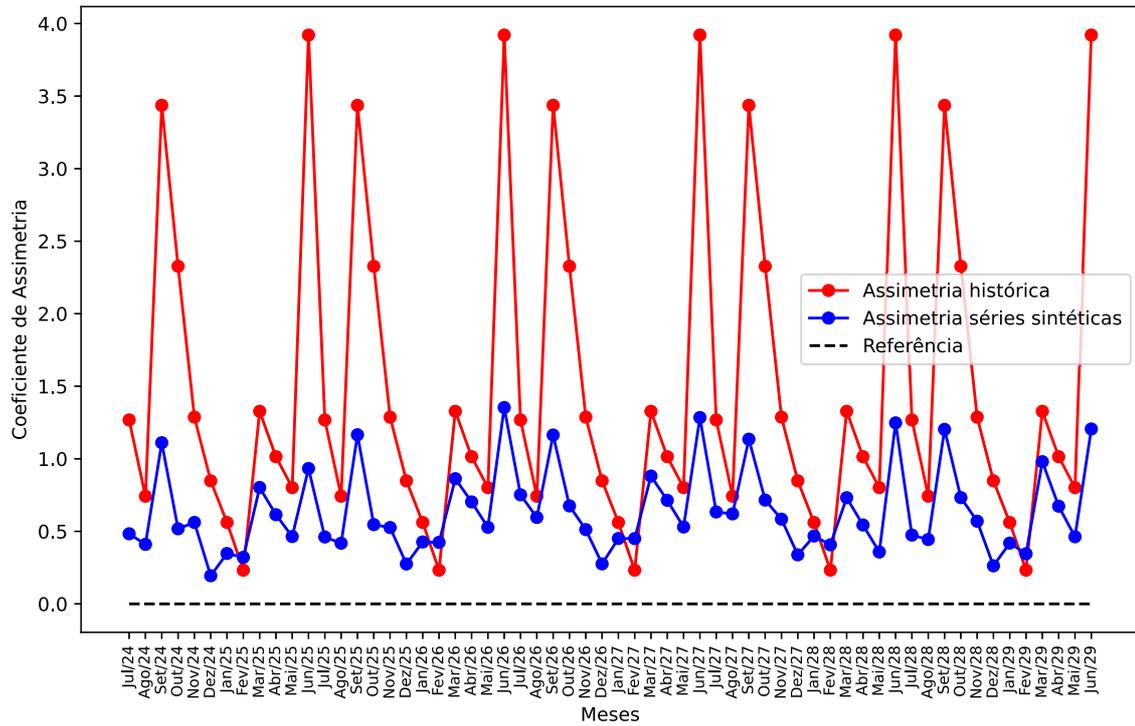
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 63 – Séries Históricas para a UHE Furnas.



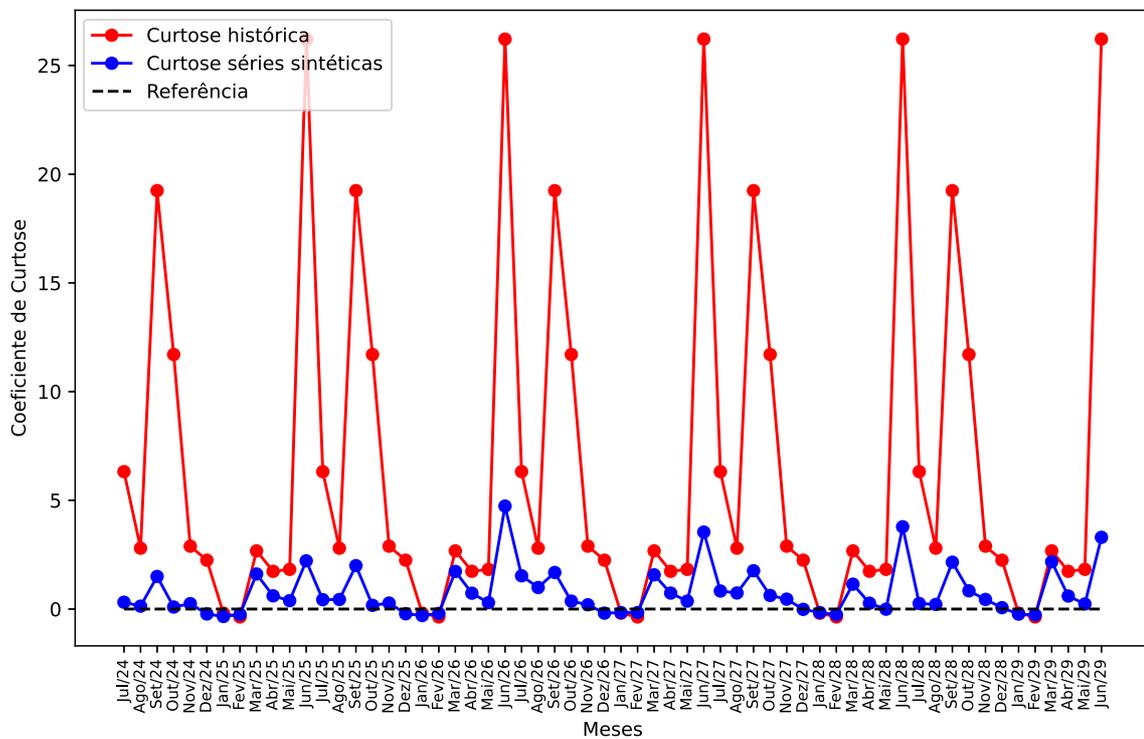
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 64 – Coeficientes de assimetria para a UHE Furnas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 65 – Coeficientes de curtose para a UHE Furnas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O planejamento eletroenergético constitui a base da operação em tempo real, uma vez que define, ao longo do tempo, políticas operativas ótimas a serem exercidas nas salas de controle. Em sistemas hidrotermo-eólicos, como o brasileiro, a operação otimizada e integrada é um desafio diário devido às incertezas das afluições e das fontes com alta variabilidade, como a eólica e a solar. Nesse sentido, é definido o planejamento da operação energética que tem como objetivo definir diretrizes, de forma antecipada, objetivando o suprimento das cargas em sua integridade e no menor custo operacional possível. Atualmente, no Brasil, o planejamento da operação energética é dividido nas etapas de médio, curto e curtíssimo prazo, com seus respectivos horizontes e particularidades sobre a representação do SIN. Por ser um problema de otimização, cuja função objetivo é minimizar o custo imediato e o custo futuro do uso da água, as políticas operativas ótimas, definidas em cada estágio, devem estar acopladas. Assim, para solução dos problemas de despacho hidrotérmico, o CEPEL desenvolveu uma cadeia de modelos, representada principalmente pelo NEWAVE, pelo DECOMP e pelo DESSEM, que definem os despachos ótimos em cada etapa do planejamento.

O estudo do planejamento eletroenergético é iniciado pelo modelo NEWAVE, que soluciona o despacho hidrotérmico com horizonte de 5 anos à frente. As soluções advindas do NEWAVE são utilizadas pelo modelo DECOMP que, por sua vez, passa as informações necessárias para o DESSEM. Nesse contexto, solucionar o problema de despacho, no médio prazo pelo NEWAVE, corresponde a etapa mais importante do planejamento energético, visto que os resultados obtidos são utilizados como restrições para os estágios seguintes. Porém, solucionar o problema de planejamento da operação, para o médio prazo, deve-se representar as incertezas intrínsecas em seu horizonte, principalmente, das afluições. Assim, o modelo NEWAVE é acoplado ao modelo GEVAZP, que é o responsável por ajustar modelos autorregressivos mensais via métodos estatísticos e, conseqüentemente, gerar cenários de vazões ou de energia natural afluyente.

Sobre as séries sintéticas utilizadas no planejamento da operação, a metodologia mais conhecida, para adequação de modelos autorregressivos periódicos, é a de Box & Jenkins. Essa metodologia ajusta os modelos a partir de métodos estatísticos, como funções de autocorrelação, e também via método de Yule-Walker. Porém, modelos ajustados via Box & Jenkins podem apresentar ordem elevada e coeficientes negativos, fazendo com que séries sintéticas geradas possam ser negativas e os cortes de Benders tenham inclinação positiva. Nesse sentido, esse trabalho propôs a aplicação da meta-heurística, Algoritmo de Otimização Aritmética, para ajuste de modelos autorregressivos mensais, somente, com coeficientes positivos. Para tanto, é formulado um problema de otimização não linear inteiro misto cuja função objetivo é minimizar o desvio padrão do vetor de erros, ajustando a ordem e os coeficientes positivos do modelo autorregressivo. Além disso, para aplicação

dos modelos mensais ajustados, séries sintéticas são geradas com aplicação aditiva ou multiplicativa dos erros sorteados de modo que somente cenários sintéticos positivos sejam gerados sem a necessidade de transformações não lineares para correção de possíveis séries negativas, como aquelas advindas de modelos ajustados via métodos estatísticos.

Os resultados discutidos, no Capítulo 4, mostram que o Algoritmo de Otimização Aritmética ajustou modelos autorregressivos mensais com ordem igual ou menor do que a metodologia de Box & Jenkins para a maioria dos meses em cada simulação. Além disso, como esperado, todos os coeficientes ajustados pela meta-heurística são positivos, trazendo uma vantagem frente aos métodos estatísticos, que não possuem essa flexibilidade quanto à escolha do sinal de seus coeficientes. Também, ao comparar os desvios quadráticos entre os dados históricos e os valores estimados pelos modelos, a otimização aritmética apresentou resíduos iguais ou menores do que os calculados via Box & Jenkins para a maioria dos meses, em cada caso, exceto para o REE Sul que apresentou um equilíbrio entre as metodologias no que tange aos resíduos. Já o desvio padrão do vetor de erros, calculado pela otimização aritmética, teve comportamento semelhante à metodologia de Box & Jenkins. Apesar dos gráficos referentes aos desvios dos erros serem parecidos, a otimização aritmética obteve resíduos mais concentrados em torno da média do que a metodologia de Box & Jenkins para a maior parte dos casos; esse resultado é justificado pela função objetivo, que busca minimizar o desvio padrão dos erros para ajuste dos modelos autorregressivos via otimização aritmética.

Com os modelos ajustados pelo Algoritmo de Otimização Aritmética, é necessário gerar séries sintéticas de energia afluenta ou de vazões para verificar a aplicabilidade desses modelos para representação dos cenários futuros. Nesse sentido, para todas as aplicações explicitadas, no Capítulo 4, foram geradas 2000 séries sintéticas utilizando os modelos autorregressivos ótimos calculados via otimização aritmética e também a alternância da representação dos erros via método aditivo e multiplicativo. Em todos os casos, os cenários sintéticos gerados foram maiores ou iguais a zero devido aos modelos autorregressivos ajustados com coeficientes positivos e também à inclusão dos erros via componente aditiva ou multiplicativa. Além disso, os cenários sintéticos criados apresentam média e desvio padrão iguais aos dados históricos, mostrando que, em média, as séries geradas conseguem reproduzir os cenários históricos nos próximos 60 meses. Também, ao comparar coeficientes de assimetria e de curtose, as séries sintéticas e séries históricas apresentam distribuições com características e formatos semelhantes. Por fim, ao verificar a sazonalidade, foi visto que, em todos os resultados, as séries sintéticas reproduzem tanto as sequências negativas históricas (meses com baixas afluências) quanto as sequências com alta disponibilidade de água nos rios.

Finalmente, pode-se afirmar que a metodologia proposta apresentou resultados satisfatórios tanto no ajuste dos modelos autorregressivos quanto na geração de cenários sintéticos. A utilização da meta-heurística possibilitou flexibilidade na escolha dos coeficientes

diferentemente de métodos estatísticos. Nesse sentido, todos os coeficientes dos modelos autorregressivos mensais calculados foram positivos e que, conseqüentemente, eliminam a criação de cortes de Benders com inclinação positiva. Além disso, na criação das séries sintéticas, a representação dos resíduos, no formato aditivo ou multiplicativo, possibilitou a criação de cenários positivos ou iguais a zero, mas nunca negativo. Como os coeficientes ajustados são todos positivos, a representação dos erros nesses dois formatos, elimina a chance de criação de séries negativas impraticáveis. Em síntese, o ajuste dos modelos autorregressivos via meta-heurística e a utilização de fatores aditivos e multiplicativos, para geração de séries sintéticas, comprovaram sua viabilidade e eficiência em aplicações referentes ao planejamento de médio prazo.

A fim de aproveitar as vantagens da metodologia proposta, os seguintes trabalhos futuros são destacados:

- Aplicação de outras meta-heurísticas recentes de modo que os modelos autorregressivos ajustados sejam comparados entre si bem como os erros de estimação;
- Utilização da metodologia proposta para ajustar modelos autorregressivos mensais para criação de cenários sintéticos de geração eólica e solar, que devem ser representados no problema de planejamento de médio prazo. Como é utilizada somente uma série sintética de gerações não-simuladas no planejamento de médio prazo, o problema de otimização deve ter como função objetivo a minimização dos resíduos de predição de modo que os modelos ajustados apresentem os menores erros possíveis, gerando um cenário sintético com alta assertividade;
- Aplicar os modelos autorregressivos ajustados via Algoritmo de Otimização Aritmética no problema de despacho hidrotérmico, que é solucionado via PDDE. Sabe-se que os coeficientes negativos, advindos de metodologias como Box & Jenkins, podem gerar cortes de Benders com inclinação crescente, prejudicando a convergência da PDDE; além disso, possíveis cenários negativos criados são corrigidos pela transformação Lognormal, que acrescenta não linearidades indesejadas na PDDE. Nesse contexto, um passo importante desse estudo é comparar a convergência da PDDE utilizando os modelos autorregressivos ajustados via otimização aritmética com métodos estatísticos utilizados no setor;
- Formular problemas de otimização, que serão resolvidos via meta-heurísticas, para previsão de afluências, geração eólica e solar para o planejamento de curto e curtíssimo prazo;
- Aplicar a alternância entre erro aditivo e multiplicativo para geração de séries sintéticas utilizando ordens e coeficientes de modelos autoregressivos ajustados via Box & Jenkins.

## REFERÊNCIAS

- A. Thomas, J. e B Fiering, M. (1962). Mathematical Synthesis of Streamflow Sequences for the Analysis of River Basins by Simulation. Em *Design of Water-Resource Systems: New Techniques for Relating Economic Objectives, Engineering Analysis, and Governmental Planning*, pages 459–493. Harvard University Press.
- Abdechiri, M., Meybodi, M. R., e Bahrami, H. (2013). Gases Brownian Motion Optimization: An Algorithm for Optimization (GBMO). *Applied Soft Computing*, 13(5):2932–2946.
- Abdel-Basset, M., Abdel-Fatah, L., e Sangaiah, A. K. (2018). Metaheuristic Algorithms: A Comprehensive Review. *Computational Intelligence for Multimedia Big Data on the Cloud with Engineering Applications*, pages 185–231.
- Abualigah, L., Diabat, A., Mirjalili, S., Abd Elaziz, M., e Gandomi, A. H. (2021). The Arithmetic Optimization Algorithm. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 376:113609.
- Ahmed, J. A. e Sarma, A. K. (2007). Artificial Neural Network Model for Synthetic Streamflow Generation. *Water Resources Management*, 21:1015–1029.
- Alkabbani, H., Ahmadian, A., Zhu, Q., e Elkamel, A. (2021). Machine Learning and Metaheuristic Methods for Renewable Power Forecasting: a Recent Review. *Frontiers in Chemical Engineering*, 3:665415.
- Almufti, S. M., Shaban, A. A., Ali, Z. A., Ali, R. I., e Fuente, J. A. D. (2023). Overview of Metaheuristic Algorithms. *Polaris Global Journal of Scholarly Research and Trends*, 2(2):10–32.
- ANA (2024). Sistema de Acompanhamento de Reservatórios - Sistema Interligado Nacional. Disponível em: <https://www.ana.gov.br/sar/sin>. Acesso em: 24/06/2024.
- ANEEL (2024). Matriz elétrica brasileira alcança 200 GW. Disponível em: <https://www.gov.br/aneel/pt-br/assuntos/noticias/2024/matriz-eletrica-brasileira-alcanca-200-gw>. Acesso em: 25/06/2024.
- Baldioti, H. R. e Souza, R. C. (2018). Using a Markov Chain Monte Carlo Technique to Simulate Synthetic Natural Inflow Energy Scenarios. Em *2018 IEEE International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS)*, pages 1–6. IEEE.
- Blum, C. (2005). Ant Colony Optimization: Introduction and Recent Trends. *Physics of Life Reviews*, 2(4):353–373.
- Box, G. E. e Cox, D. R. (1964). An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 26(2):211–243.
- Box, G. E. P. e Jenkins, G. M. (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco: Holden-Day.
- Campbell, M. B. B. S. (2020). *Programação Diária Energética com o Uso do DESSEM e o Acolamento com a Realidade Operativa*. M. Sc., Universidade Federal de Itajubá.

- Campos, L. C. D., Vellasco, M. M., e Lazo, J. G. (2011). Processo Estocástico Neural Aplicado em Séries de Afluências Mensais. Em *X Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional - Sociedade Brasileira de Inteligência Computacional (SBIC)*, Fortaleza, Ceará.
- Castro, C. M., Marcato, A. L., Souza, R. C., Junior, I. C. S., Oliveira, F. L. C., e Pulinho, T. (2015). The Generation of Synthetic Inflows via Bootstrap to Increase the Energy Efficiency of Long-Term Hydrothermal Dispatches. *Electric Power Systems Research*, 124:33–46.
- Castro, C. M. B. (2012). *Planejamento Energético da Operação de Médio Prazo Conjugando as Técnicas de PDDE, PAR(p) e Bootstrap*. D. Sc., Universidade Federal de Juiz de Fora.
- CCEE (2024). Acervo CCEE. Disponível em - <https://www.ccee.org.br/pt/acervo-ccee>. Acesso em: 10/07/2024.
- CEPEL (2018). Modelo de Geração de Séries Sintéticas de Energias e Vazões - Manual de Referência. Disponível em - [https://www.cepel.br/wp-content/uploads/2022/02/Re1-13955\\_18\\_Manual-de-Metodologia.pdf](https://www.cepel.br/wp-content/uploads/2022/02/Re1-13955_18_Manual-de-Metodologia.pdf). Acesso em: 01/07/2024.
- CEPEL (2022a). *Manual de Referência - Modelo Newave*. Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), Rio de Janeiro.
- CEPEL (2022b). *Modelo DECOMP - DETERMINAÇÃO DA COORDENAÇÃO DA OPERAÇÃO A CURTO PRAZO*. Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), Rio de Janeiro.
- CEPEL (2022c). *MODELO DESSEM - Programação Diária da Operação e Formação de Preço Horário de Sistemas Hidrotérmicos com Representação Detalhada das Unidades Geradoras, Fontes Intermitentes, Consideração da Rede Elétrica e Restrições de Segurança*. Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), Rio de Janeiro.
- CEPEL (2024a). Etapas do Planejamento. Disponível em - [https://see.cepel.br/manual/libs/latest/planejamento\\_hidrotermoeolico/etapas-planejamento.html](https://see.cepel.br/manual/libs/latest/planejamento_hidrotermoeolico/etapas-planejamento.html). Acesso em: 25/06/2024.
- CEPEL (2024b). Modelo GEVAZP. Disponível em - [https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos\\_computacionais/modelo\\_gevazp.html](https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos_computacionais/modelo_gevazp.html). Acesso em: 27/06/2024.
- CEPEL (2024c). Modelos de Otimização Energética do CEPEL. Disponível em - [https://see.cepel.br/manual/libs/latest/otimizacao\\_energetica/introducao.html](https://see.cepel.br/manual/libs/latest/otimizacao_energetica/introducao.html). Acesso em: 27/06/2024.
- Cigizoglu, H. (2003). Incorporation of arma models into flow forecasting by artificial neural networks. *Environmetrics: The official journal of the International Environmetrics Society*, 14(4):417–427.
- Da Silva, D. A., Andrade, M. G., e Soares, S. (2012). Um Modelo Markoviano Log-Normal Truncado para Vazões Aplicado ao Problema de Planejamento Ótimo da Operação de Sistemas Hidrotérmicos. Em *Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, Campina Grande, Paraíba.

Da Silva Pereira, D. e Silva Neto, R. (2021). Diversificação de fontes geradoras da matriz elétrica brasileira: uma revisão sistemática. *Meio Ambiente (Brasil)*, 3(1).

Debnath, K. B. e Mourshed, M. (2018). Forecasting Methods in Energy Planning Models. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 88:297–325.

Dehghani, M., Montazeri, Z., Trojovská, E., e Trojovský, P. (2023). Coati Optimization Algorithm: A New Bio-Inspired Metaheuristic Algorithm for Solving Optimization Problems. *Knowledge-Based Systems*, 259:110011.

Desale, S., Rasool, A., Andhale, S., e Rane, P. (2015). Heuristic and Meta-Heuristic Algorithms and Their Relevance to the Real World: A Survey. *International Journal Computer Engineering in Research Trends*, 351(5):2349–7084.

Detzel, D. H. M., Bessa, M. R., Ávila, L., Cantão, M. P., e Geus, K. d. (2023). Geração de Séries Sintéticas de Vazão a partir de Amostragem Multivariada de Saídas de Modelo ARMA Contemporâneo. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, 28:e46.

Dhal, K. G., Sasmal, B., Das, A., Ray, S., e Rai, R. (2023). A Comprehensive Survey on Arithmetic Optimization Algorithm. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 30(5):3379–3404.

EPE (2021). Matriz Energética e Elétrica. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica>. Acesso em: 25/06/2024.

EPE (2024). Planejamento Energético e a EPE. Disponível em - <https://www.epe.gov.br>. Acesso em: 25/06/2024.

Furtado, R. e Junior, I. (2022a). Static Planning of the Expansion of Electrical Energy Transmission Systems Using Intelligent Algorithms. Em *2022 IEEE International Conference on Automation/XXV Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA)*, pages 1–6, Curicó, Chile. IEEE.

Furtado, R. A. M. (2022). *Planejamento Estático da Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica via Técnicas Inteligentes*. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Juiz de Fora.

Furtado, R. A. M. e Junior, I. C. S. (2022b). Planejamento Estático da Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica via Algoritmo de Otimização Aritmética. Em *Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, Fortaleza, Ceará.

Geem, Z. W. (2009). *Music Inspired Harmony Search Algorithm: Theory and Applications*, volume 191. Springer.

Gomes, V. S. (2018). *Modelos Baseados em Aprendizado de Máquinas para Geração de Séries Sintéticas do Setor Elétrico*. M. Sc., Universidade Federal de Alfenas.

Gonçalves, S. e Calili, R. F. (2015). Análise das Séries Sintéticas de Energia Natural Afluente Bruta da Região Nordeste do Brasil. Em *XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Porto de Galinhas, Pernambuco.

- Hipel, K. W., McBean, E. A., e McLeod, A. I. (1979). Hydrologic Generating Model Selection. *Journal of the Water Resources Planning and Management Division*, 105(2):223–242.
- Hussain, K., Mohd Salleh, M. N., Cheng, S., e Shi, Y. (2019). Metaheuristic Research: A Comprehensive Survey. *Artificial Intelligence Review*, 52:2191–2233.
- Januschowski, T., Gasthaus, J., Wang, Y., Salinas, D., Flunkert, V., Bohlke Schneider, M., e Callot, L. (2020). Criteria for Classifying Forecasting Methods. *International Journal of Forecasting*, 36(1):167–177.
- Kohl, V. M., Marcato, A. L. M., e de Barros Correia, P. (2023). Using Nonlinear Optimization Solvers to Improve PAR(p) Coefficients Estimation in Synthetic Inflow Scenarios Generation. Em *58th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, pages 1–6. IEEE.
- Lambora, A., Gupta, K., e Chopra, K. (2019). Genetic Algorithm - a Literature Review. Em *2019 International Conference on Machine Learning, Big Data, Cloud and Parallel Computing (COMITCon)*, pages 380–384. IEEE.
- Lee, J. e Leyffer, S. (2011). *Mixed Integer Nonlinear Programming*, volume 154. Springer Science & Business Media.
- Leocádio, C. M., Borba, B. S. M. C., e Ferreira, V. H. (2022). Otimização Robusta Aplicada ao Planejamento da Operação de Longo Prazo de Sistemas Hidrotérmicos. *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos-SBSE*, 2(1).
- Maçaira, P. M., Oliveira, F. L. C., e Souza, R. C. (2015). Multi-channel SSA and Bootstrap Techniques Applied to Natural Inflow Energy Time Series in Brazil. Em *XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Porto de Galinhas, Pernambuco.
- Maceira, M. E. P., Penna, D. D. J., e Damázio, J. M. (2006). Geração de Cenários Sintéticos de Energia e Vazão para o Planejamento da Operação Energética. *Cadernos do IME-Série Estatística*, 21:11–11.
- Mandelbrot, B. B. (1971). A Fast Fractional Gaussian Noise Generator. *Water Resources Research*, 7(3):543–553.
- Marcato, A. L. M. (2021). A Toolbox PySDDP in Python. Disponível em - [https://sparhtacus.com/wp-content/uploads/2021/03/AM\\_UFJF.pdf](https://sparhtacus.com/wp-content/uploads/2021/03/AM_UFJF.pdf). Acesso em: 11/07/2024.
- Martini, L. R. F., Detzel, D. H. M., Ploszai, R., Bessa, M. R., e de Geus, K. (2017). Geração de Séries Sintéticas de Vazão através de Modelos Paramétricos. Em *XXII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, Florianópolis, Santa Catarina.
- Menezes, M. L. (2014). *Abordagem PAR(p) e Singular Spectrum Analysis na Modelagem e Geração de Cenários*. D. Sc., PUC-Rio.
- Ochoa-Rivera, J., García-Bartual, R., e Andreu, J. (2002). Multivariate Synthetic Streamflow Generation Using a Hybrid Model Based on Artificial Neural Networks. *Hydrology and Earth System Sciences*, 6(4):641–654.

- Oliveira, F. L. C. (2010). *Nova abordagem para geração de cenários de afluências no planejamento da operação energética de médio prazo*. M. Sc., PUC-Rio.
- ONS (2020). *O Planejamento da Operação Energética no Sistema Interligado Nacional*, volume 1. Artliber Editora Ltda.
- ONS (2024). O Sistema Interligado Nacional. Disponível em: <https://www.ons.org.br>. Acesso em: 24/06/2024.
- Piana, C. F. d. B., Machado, A. d. A., e Selau, L. P. R. (2013). Estatística Básica - Versão 2013. Disponível em - [https://www.ufrgs.br/probabilidade-estatistica/extra/material/apostila\\_de\\_estadistica\\_basica.pdf](https://www.ufrgs.br/probabilidade-estatistica/extra/material/apostila_de_estadistica_basica.pdf). Acesso em: 11/07/2024.
- Rashedi, E., Nezamabadi-Pour, H., e Saryazdi, S. (2009). GSA: A Gravitational Search Algorithm. *Information Sciences*, 179(13):2232–2248.
- Rocha, N. G., Garcia, J. D., Bodin, G., e Vilela, J. M. D. (2023). Metodologia para Operação em Tempo Real de Plantas Híbridas com Sistemas de Armazenamento Baseada em Programação Dinâmica Dual Estocástica. *Anais do Simpósio Brasileiro em Pesquisa Operacional*, 55:161154.
- Rutenbar, R. A. (1989). Simulated Annealing Algorithms: An Overview. *IEEE Circuits and Devices Magazine*, 5(1):19–26.
- Salgado, R. M., Luna, I., Ballini, R., Soares, S., e da Silva Filho, D. (2012). Modelos de Inteligência Computacional para Geração de Séries sintéticas de Vazões Médias Mensais. *Learning and Nonlinear Models - Brazilian Computational Intelligence Society*, 10(3):166–174.
- Silva, A. P. (2024). *Análise Topológica dos Cortes da Função de Custo Futuro Baseada em Geometria Analítica: Aplicação ao Problema de Despacho Hidrotérmico*. M. Sc., Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Silva, A. P., Marcato, A. L., Castro, A. L., Pinto, D. B., e Cunha, C. T. (2023). PySDDP: An Open-Source Python Tool Applied to the Operation Planning Problem in the Age of Energy Transition. Em *2023 58th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, pages 1–6. IEEE.
- Soares, J. A. S. e Cândido, G. A. (2020). Planejamento energético no Brasil: a caminho de uma política energética de inserção da matriz nos moldes da sustentabilidade. *Revista Gestão & Sustentabilidade Ambiental*, 9(3):637–662.
- Souza, R. C. e Camargo, M. E. (1996). *Análise e Previsão de Séries Temporais: Os Modelos ARIMA*, volume 1. Brasil: Inijuí, RS.
- Souza, R. C., Lui, A., Dias, B. H., Oliveira, F. L. C., et al. (2012). Optimal Operation of Hydrothermal Systems with Hydrological Scenario Generation through Bootstrap and Periodic Autoregressive Models. *European Journal of Operational Research*, 222(3):606–615.
- Stedinger, J. R. e Taylor, M. R. (1982). Synthetic Streamflow Generation: 1. Model Verification and Validation. *Water Resources Research*, 18(4):909–918.

- Tibshirani, R. J. e Efron, B. (1993). An Introduction to the Bootstrap. *Chapman & Hall, New York*, 57(1):1–436.
- Walker, G. (1931). On Periodicity in Series of Related Terms. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 131(818):518–532.
- Wong, W. e Ming, C. I. (2019). A Review on Metaheuristic Algorithms: Recent Trends, Benchmarking and Applications. Em *2019 7th International Conference on Smart Computing & Communications (ICSCC)*, pages 1–5. IEEE.
- Yang, X.-S. e Hossein Gandomi, A. (2012). Bat Algorithm: A Novel Approach for Global Engineering Optimization. *Engineering Computations*, 29(5):464–483.
- Yule, G. U. (1927). On a Method of Investigating Periodicities in Disturbed Series, with Special Reference to Wolfer’s Sunspot Numbers. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, 226:267–298.
- Zeidabadi, F. A. e Dehghani, M. (2022). POA: Puzzle Optimization Algorithm. *International Journal of Intelligent Engineering & Systems*, 15(1).
- Zhou, G., Zhou, Y., Deng, W., Yin, S., e Zhang, Y. (2023). Advances in Teaching-Learning-Based Optimization Algorithm: A Comprehensive Survey. *Neurocomputing*, page 126898.

## APÊNDICE A – Modelo Autorregressivo Periódico ou PAR(p)

Um modelo Periódico Autorregressivo (PAR) é definido como um conjunto de observações ao longo do instante  $t$  nas quais as observações desejadas são explicadas através da combinação linear das observações passadas mais um erro aditivo  $\epsilon$ , que representa a diferença entre o valor real e a estimativa determinística da variável aleatória. Assim, a Equação (A.1) explicita a estrutura do Modelo PAR( $\vec{p}$ ), onde:  $z_t$  é o vetor que contém variável aleatória observada em todo histórico;  $\epsilon_t$  é o vetor de erros aditivos para cada observação do histórico;  $\phi_k^t$  é o coeficiente associado ao tempo  $t$  considerando a ordem  $k$  do modelo;  $z_{t-k}$  são as observações passadas da variável aleatória  $z$  até a ordem máxima  $k_{max}$ .

$$z_t = \left( \sum_{k=1}^{k_{max}} \phi_k^t \cdot z_{t-k} \right) + \epsilon_t \quad (\text{A.1})$$

O modelo PAR( $\vec{p}$ ) também pode ser matematicamente escrito na sua forma normalizada a partir da média e do desvio padrão dos dados históricos frente à variável observada. A Equação (A.2) explicita o modelo autorregressivo na forma normalizada, onde:  $\mu_t$  representa a média da variável no tempo  $t$  estudado;  $\sigma_t$  representa o desvio padrão da variável no tempo  $t$  em análise.

$$\left( \frac{z_t - \mu_t}{\sigma_t} \right) = \left[ \sum_{k=1}^{k_{max}} \phi_k^t \cdot \left( \frac{z_{t-k} - \mu_{t-k}}{\sigma_{t-k}} \right) \right] + \epsilon_t \quad (\text{A.2})$$

Para determinar os coeficientes bem como a ordem do modelo, pode-se utilizar a metodologia Box & Jenkins que, no âmbito do planejamento energético, é conhecida para geração de séries sintéticas. A metodologia de Box e Jenkins (1970) apresenta quatro etapas a fim de se fazer estimativas sobre o modelo previsto. Essas fases são: especificação, identificação, estimação e diagnóstico. A etapa de especificação é destinada a escolha da classe de modelos a ser utilizada para elaboração de séries temporais, como: Autorregressivo, Autorregressivo de Médias Móveis, Autorregressivo Integrado de Médias Móveis, entre outros; no caso descrito neste apêndice, o modelo escolhido é o Autorregressivo Periódico. A fase de identificação é marcada pela escolha da ordem  $k$  para cada estágio analisado. A etapa de estimação, após a fase de identificação, é responsável pelo cálculo dos parâmetros  $\phi$  para cada observação definida em um estágio. Por fim, a fase de diagnóstico faz a verificação do modelo ajustado a fim de validar as condições impostas sobre as variáveis calculadas (resíduos, coeficientes e ordem).

O início do cálculo para determinação da ordem  $k$  do modelo pode ser feito utilizando a função de autocorrelação. A função de autocorrelação é uma medida da correlação

entre a variável no instante  $t$  e a respectiva medida  $t - k$ , excluindo os efeitos dos meses intermediários. Assim, seja  $k'$  o intervalo de tempo que separa duas medições da variável em análise, ou seja,  $z_t$  e  $z_{t-k'}$ . Nesse contexto, a função de correlação mede o quanto a variável em  $t$  é influenciada pela variável em  $t - k'$ . A fim de determinar a função de correlação, pode-se multiplicar ambos os lados da Equação (A.2) por  $(z_{t-k'} - \mu_{t-k'}) / \sigma_{t-k'}$  e tomar o valor esperado, chegando na Equação (A.3).

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[ \left( \frac{z_t - \mu_t}{\sigma_t} \right) \cdot \left( \frac{z_{t-k'} - \mu_{t-k'}}{\sigma_{t-k'}} \right) \right] &= \sum_{k=1}^{k_{max}} \phi_k^t \cdot \mathbb{E} \left[ \left( \frac{z_{t-k} - \mu_{t-k}}{\sigma_{t-k}} \right) \cdot \left( \frac{z_{t-k'} - \mu_{t-k'}}{\sigma_{t-k'}} \right) \right] + \\ &+ \mathbb{E} \left[ \epsilon_t \cdot \left( \frac{z_{t-k'} - \mu_{t-k'}}{\sigma_{t-k'}} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Da Equação A.3, define-se a função de autocorrelação  $\rho_t(k')$ , no instante  $t$  para o *lag*  $k'$ , que está representada na Equação (A.4).

$$\rho_t(k') = \frac{\mathbb{E} \left[ (z_t - \mu_t) \cdot (z_{t-k'} - \mu_{t-k'}) \right]}{\sigma_t \cdot \sigma_{t-k'}} \quad (\text{A.4})$$

Com a função de autocorrelação calculada, pode-se utilizar o método de Yule-Walker e suas equações a fim de determinar a autocorrelação parcial periódica, ou seja, os coeficientes do modelo autorregressivo são estimados via resolução sucessiva das equações definidas neste método (Yule, 1927). Assim, aproveitando o resultado da Equação (A.4) e estendendo sua aplicação na Equação (A.3), chega-se na matriz linear, representada em (A.5), que deve ser resolvida para estimar os coeficientes e, conseqüentemente, a ordem para o instante de tempo  $t$  (Walker, 1931).

$$\begin{bmatrix} \rho_t(1) \\ \rho_t(2) \\ \rho_t(3) \\ \vdots \\ \rho_t(k') \end{bmatrix}_{k' \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{t-1}(1) & \rho_{t-1}(2) & \dots & \rho_{t-1}(k' - 1) \\ \rho_{t-1}(1) & 1 & \rho_{t-2}(1) & \dots & \rho_{t-2}(k' - 2) \\ \rho_{t-1}(2) & \rho_{t-2}(1) & 1 & \dots & \rho_{t-3}(k' - 3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{t-1}(k' - 1) & \rho_{t-2}(k' - 2) & \rho_{t-3}(k' - 3) & \dots & 1 \end{bmatrix}_{k' \times k'} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1^t \\ \phi_2^t \\ \phi_3^t \\ \vdots \\ \phi_{k'}^t \end{bmatrix}_{k' \times 1} \quad (\text{A.5})$$

$$1 \leq k' \leq k^{max} \quad (\text{A.6})$$

A matriz linear, que está definida na Equação (A.5), deve ser resolvida para cada *lag*  $k'$  a fim de determinar o coeficiente  $\phi_{k'}^t$ , que associa as variáveis no instante de tempo  $t$  e  $t - k'$ . Em outras palavras, caso se deseja estimar o coeficiente considerando um *lag* = 1, resolve-se a matriz  $1 \times 1$  cujo resultado será o coeficiente  $\phi_1^t$ ; caso se deseja estimar o coeficiente, analisando o *lag* = 2, resolve-se a matriz (A.5) com dimensão  $2 \times 2$  e

o coeficiente estimado a ser considerado é  $\phi_2^t$ . Com todos os coeficientes calculados para o instante  $t$  em análise, pode-se usufruir de métricas estatísticas para definir quais coeficientes representam os dados históricos, definindo, assim, a ordem do modelo. Finalmente, com o modelo PAR, previamente calculado, os erros aditivos podem ser calculados segundo Equação (A.1) pela subtração entre o valor real no instante  $t$  e a estimativa.

A fim de explicitar uma aplicação do modelo PAR( $\vec{p}$ ), será ilustrada sua utilização no âmbito do planejamento da operação energética. O planejamento de médio prazo, ao considerar um horizonte de cinco anos à frente, necessita da criação de séries sintéticas de vazões ou de energia natural afluyente devido às estocasticidades hidrológicas. Anteriormente à criação das séries temporais, faz-se necessário definir um modelo autorregressivo periódico através dos seus coeficientes e ordens. Assim, utilizando todo desenvolvimento demonstrado anteriormente bem como as metodologias de Box & Jenkins e Yule-Walker, pode-se desenvolver um exemplo para séries temporais de afluências.

No médio prazo, as discretizações são mensais, ou seja, as vazões em cada usina hidrelétrica considerada nessa etapa de planejamento são registradas em médias mensais. Assim, o exemplo hipotético abaixo deseja estimar o modelo PAR que represente as vazões do mês de julho. Reescrevendo a Equação (A.2) no formato desse exemplo, chega-se na Equação A.7.

$$\left( \frac{z_{jul} - \mu_{jul}}{\sigma_{jul}} \right) = \left[ \sum_{k=1}^{11} \phi_k^{jul} \cdot \left( \frac{z_{jul-k} - \mu_{jul-k}}{\sigma_{jul-k}} \right) \right] + \epsilon_{jul} \quad (\text{A.7})$$

É importante ressaltar que, em (A.7), a ordem máxima considerada é onze, ou seja, só podem ser utilizadas informações de vazões de, no máximo, onze meses anteriores ao instante de tempo em estudo. Nesse sentido,  $\phi_1^{jul}$  representa o coeficiente que irá multiplicar as vazões registradas para o mês de junho  $z_{jul-1}$ ;  $\phi_2^{jul}$  representa o coeficiente que irá multiplicar as vazões registradas para o mês de maio  $z_{jul-2}$  e assim sucessivamente. Um ponto a ser destacado é que ao utilizar, por exemplo ordem onze, as vazões a serem utilizadas serão até junho, porém, após, janeiro, essas vazões devem ser acessadas considerando os registros do ano anterior da observação dos dados históricos para o mês de julho.

Seguindo o exemplo, parte-se para determinação da função de autocorrelação para o mês de julho considerando a variação dos *lags*. Assim, aplicando na Equação (A.4), chega-se na Equação (A.8).

$$\rho_{jul} = \begin{bmatrix} \rho_{jul}(1) \\ \rho_{jul}(2) \\ \vdots \\ \rho_{jul}(11) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbb{E}[(z_{jul}-\mu_{jul}) \cdot (z_{jul-1}-\mu_{jul-1})]}{\sigma_{jul} \cdot \sigma_{jul-1}} \\ \frac{\mathbb{E}[(z_{jul}-\mu_{jul}) \cdot (z_{jul-2}-\mu_{jul-2})]}{\sigma_{jul} \cdot \sigma_{jul-2}} \\ \vdots \\ \frac{\mathbb{E}[(z_{jul}-\mu_{jul}) \cdot (z_{jul-11}-\mu_{jul-11})]}{\sigma_{jul} \cdot \sigma_{jul-11}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Posterior ao cálculo da função de autocorrelação, parte-se para determinação dos coeficientes via solução da matriz linear conforme descrita em (A.5). Logo, para determinação do coeficiente associado ao  $lag = 1$  ( $\phi_1^{jul}$ ), resolve-se o sistema linear ilustrado na Equação (A.9); para determinação do coeficiente associado ao  $lag = 2$  ( $\phi_2^{jul}$ ), resolve-se o sistema ilustrado na Equação (A.10). Essa resolução dos sistemas lineares de forma sucessiva estende até a ordem máxima permitida ao modelo, que em aplicação de séries temporais de afluições é onze.

$$[\rho_{jul}(1)]_{1 \times 1} = [1]_{1 \times 1} \cdot [\phi_1^{jul}]_{1 \times 1} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{bmatrix} \rho_{jul}(1) \\ \rho_{jul}(2) \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{jul-1}(1) \\ \rho_{jul-1}(1) & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1^{jul} \\ \phi_2^{jul} \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{bmatrix} \rho_{jul}(1) \\ \rho_{jul}(2) \\ \rho_{jul}(3) \\ \vdots \\ \rho_{jul}(11) \end{bmatrix}_{11 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{jul-1}(1) & \rho_{jul-1}(2) & \dots & \rho_{jul-1}(10) \\ \rho_{jul-1}(1) & 1 & \rho_{jul-2}(1) & \dots & \rho_{jul-2}(9) \\ \rho_{jul-1}(2) & \rho_{jul-2}(1) & 1 & \dots & \rho_{jul-3}(8) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{jul-1}(10) & \rho_{jul-2}(9) & \rho_{jul-3}(8) & \dots & 1 \end{bmatrix}_{11 \times 11} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1^{jul} \\ \phi_2^{jul} \\ \phi_3^{jul} \\ \vdots \\ \phi_{11}^{jul} \end{bmatrix}_{11 \times 1} \quad (\text{A.11})$$

Após a determinação dos coeficientes associados à função de autocorrelação parcial, deve-se determinar qual a ordem do modelo a partir de métricas que dizem a importância dos coeficientes na estimação das vazões de julho. No modelo PAR, para séries sintéticas de vazões ou de energia natural afluyente, uma das métricas que pode ser utilizada é o limite de significância na função de autocorrelação parcial cujo intervalo de confiança corresponde a 95% (Maceira et al., 2006). Esse limite está descrito na Equação (A.12), onde:  $LS$  é o limite de significância;  $N_{amostras}$  é a quantidade de dados consolidados.

$$LS = \frac{1,96}{\sqrt{N_{amostras}}} \quad (\text{A.12})$$

Por fim, percebe-se que o caso exemplo foi feito apenas para o mesmo de julho, ou seja, somente seus coeficientes e ordem foram determinados. Porém, faz-se necessário repetir todo esse procedimento para os outros meses do ano a fim de se ter um modelo

PAR completo, que será usado para geração de cenários sintéticos de vazão ou energia natural afluente, discretizados mensalmente.

## APÊNDICE B – Medidas Descritivas

A geração de séries sintéticas, nas mais diversas aplicações, constitui uma ação para produzir um volume de dados artificiais de tal maneira que os dados históricos possam ser reproduzidos no futuro. No âmbito do planejamento energético, a geração de séries sintéticas de vazão ou de energia natural afluenta constituem um papel primordial para representação dos diversos cenários possíveis de disponibilidade de água que serão utilizados para geração. Logo, os cenários sintéticos criados devem apresentar características semelhantes com os dados mensais já registrados. Porém, comparar cada série sintética com os dados históricos é uma tarefa difícil devido às estocasticidades intrínsecas do processo de construção das séries e também pela quantidade volumosa de informações. A fim de possibilitar a análise de dados volumosos, como séries sintéticas, as medidas descritivas têm o objetivo de reduzir esse conjunto de dados numéricos a um pequeno grupo de valores que fornecem informações relevantes e compactas sobre um conjunto de valores através de análises estatísticas. Essas medidas descritivas podem ser classificadas em grupos sendo que para cada um há métricas estatísticas. Assim, conforme explicado e discutido em Piana et al. (2013), os quatro principais grupos de medidas descritivas são:

1. Medidas de localização: também chamadas de medidas de tendência central ou de posição, indicam um ponto central em que a maioria dos dados observados se encontram. Assim, as medidas de localização têm o objetivo de representar o ponto de equilíbrio ou o centro de uma distribuição. Na geração de séries sintéticas, a medida mais utilizada e representativa desse grupo é a média aritmética cujo cálculo é representado na Equação (B.1), onde:  $\bar{x}$  é a média da variável  $x$ ;  $N_t$  é o número total de dados;  $x_n$  é o valor da variável  $x$ .

$$\bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^{N_t} x_n}{N_t} \quad (\text{B.1})$$

Além disso, mediana e moda também constituem medidas de localização. A mediana define exatamente o valor numérico do centro de uma distribuição, independente se for simétrica ou assimétrica. Já a moda determina o dado com maior frequência em um conjunto, podendo ser computada apenas por uma simples contagem;

2. Medidas separatrizes: delimitam proporções ou regiões dentro de um conjunto de dados, segregando-os em partes quaisquer. A mediana, apesar de ser uma medida de tendência central, pode ser compreendida como uma separatriz visto que, ao determinar o ponto médio da distribuição, divide o conjunto de dados em duas partes. A forma mais comum de aplicação das medidas separatrizes é a divisão dos dados em quatro partes chamadas de quartis;

3. Medidas de variação ou de dispersão: têm como objetivo avaliar o quanto estão dispersos os valores de um conjunto de dados relativos à média. Em qualquer conjunto de dados, sabe-se que os valores numéricos apresentam desvios variáveis em relação à tendência central, necessitando mensurar o grau de afastamento ou de concentração entre os valores. Nesse sentido, as medidas de variação conseguem destacar a homogeneidade ou a heterogeneidade dos dados. As medidas de dispersão mais conhecidas são a variância e o desvio padrão. A variância mede a dispersão dos dados em torno de sua média, levando em consideração a quantidade de valores registrados em um conjunto de dados. Assim sendo, a variância é definida como sendo a média do somatório dos desvios quadráticos entre cada valor do conjunto e sua média como mostrado na Equação (B.2), onde:  $\sigma^2$  é a variância do conjunto de dados;  $\bar{x}$  é a média da variável  $x$ ;  $N_t$  é o número total de dados;  $x_n$  é o valor da variável  $x$ .

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{n=1}^{N_t} (x_n - \bar{x})^2}{N_t} \quad (\text{B.2})$$

Como a variância representa o desvio quadrático das variáveis frente à média, essa medida pode apresentar valores discrepantes na presença de dados ruidosos, dificultando a análise; além disso a unidade da variância é o quadrado da unidade utilizada na base de dados o que também pode dificultar a interpretação dos dados. Nesse sentido, o desvio padrão corresponde à raiz quadrada da variância, ofertando uma análise mais trivial da variabilidade dos dados, visto que sua unidade é igual à medida representada no conjunto de dados. A Equação (B.3) mostra o cálculo do desvio padrão, onde:  $\sigma$  é o desvio padrão dos dados,  $\sigma^2$  é a variância do conjunto de dados;  $\bar{x}$  é a média da variável  $x$ ;  $N_t$  é o número total de dados;  $x_n$  é o valor da variável  $x$ .

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N_t} (x_n - \bar{x})^2}{N_t}} \quad (\text{B.3})$$

Vale ressaltar que existem outras medidas de dispersão como amplitude total, coeficiente de variação, desvio médio absoluto, entre outros;

4. Medidas de formato: informam, visualmente, como os dados estão distribuídos, trazendo informações sobre o formato de uma distribuição. As medidas mais utilizadas são a assimetria e a curtose, que são calculadas a partir dos momentos de uma distribuição. Esses momentos representam o desvio de todos os dados frente a um centro especificado e ordem estabelecida. Dessa maneira, o momento de uma

distribuição de ordem  $r$  centrada em  $c$  é representado na Equação (B.4), onde  $m_{r,c}$  é o momento da distribuição de ordem  $r$  e centrada em  $c$ .

$$m_{r,c} = \frac{\sum_{n=1}^{N_t} (x_n - c)^r}{N_t} \quad (\text{B.4})$$

Ao utilizar momentos centrados na média aritmética dos dados observados, pode-se utilizar as medidas de assimetria e de curtose para análise do formato da distribuição. Os coeficientes de assimetria informam se a maioria dos valores estão à direita, à esquerda ou distribuídos uniformemente em torno da média. Assim, a assimetria pode ser calculada conforme equacionada na Equação B.5 em que são utilizados os momentos centrados na média de ordem 2 ( $m_{2,\bar{x}}$ ) e de ordem 3 ( $m_{3,\bar{x}}$ ). Caso o coeficiente de assimetria  $a$  seja menor que zero, a distribuição é classificada como assimétrica negativa, ou seja, a maioria dos valores são maiores que a média; caso o coeficiente de assimetria seja maior que zero, a distribuição é denominada assimétrica positiva uma vez que a maior parte dos dados estão abaixo da média; finalmente, a distribuição é simétrica se o coeficiente de assimetria for zero, indicando que os valores estão uniformemente distribuídos em torno da média.

$$a = \frac{m_{3,\bar{x}}}{m_{2,\bar{x}} \cdot \sqrt{m_{2,\bar{x}}}} \quad (\text{B.5})$$

Já o coeficiente de curtose indica o grau de achatamento de uma distribuição. Esse coeficiente é calculado utilizando os momentos centrados na média aritmética de ordem 2 ( $m_{2,\bar{x}}$ ) e de ordem 4 ( $m_{4,\bar{x}}$ ). A Equação (B.6) mostra o cálculo da curtose.

$$curt = \frac{m_{4,\bar{x}}}{m_{2,\bar{x}}^2} \quad (\text{B.6})$$

De acordo com o valor calculado, a distribuição pode ser classificada como leptocúrtica, platicúrtica e mesocúrtica. Para o coeficiente de curtose de Pearson, caso o coeficiente de curtose seja maior que três ( $curt > 3$ ) a distribuição é classificada como leptocúrtica, ou seja, seus valores estão altamente concentrados no centro e nas caudas. Caso o coeficiente de curtose seja menor que três ( $curt < 3$ ), a distribuição é classificada como platicúrtica indicando que os valores estão menos concentrados nas caudas e no centro e mais concentrados nos eixos de média mais desvio padrão. A distribuição é dita mesocúrtica se o coeficiente de curtose for igual a três ( $curt = 3$ ), indicando que a distribuição apresenta um padrão semelhante à distribuição normal. Por outro lado, ao utilizar o coeficiente de curtose de Fisher, uma distribuição normal tem um valor nulo enquanto coeficientes de curtose negativos indicam uma distribuição platicúrtica e coeficientes positivos representam uma distribuição leptocúrtica.

Nesse sentido, tanto os coeficientes de Pearson ou de Fisher podem ser utilizados a depender da referência a ser analisada, uma vez que estão correlacionados segundo Equação (B.7).

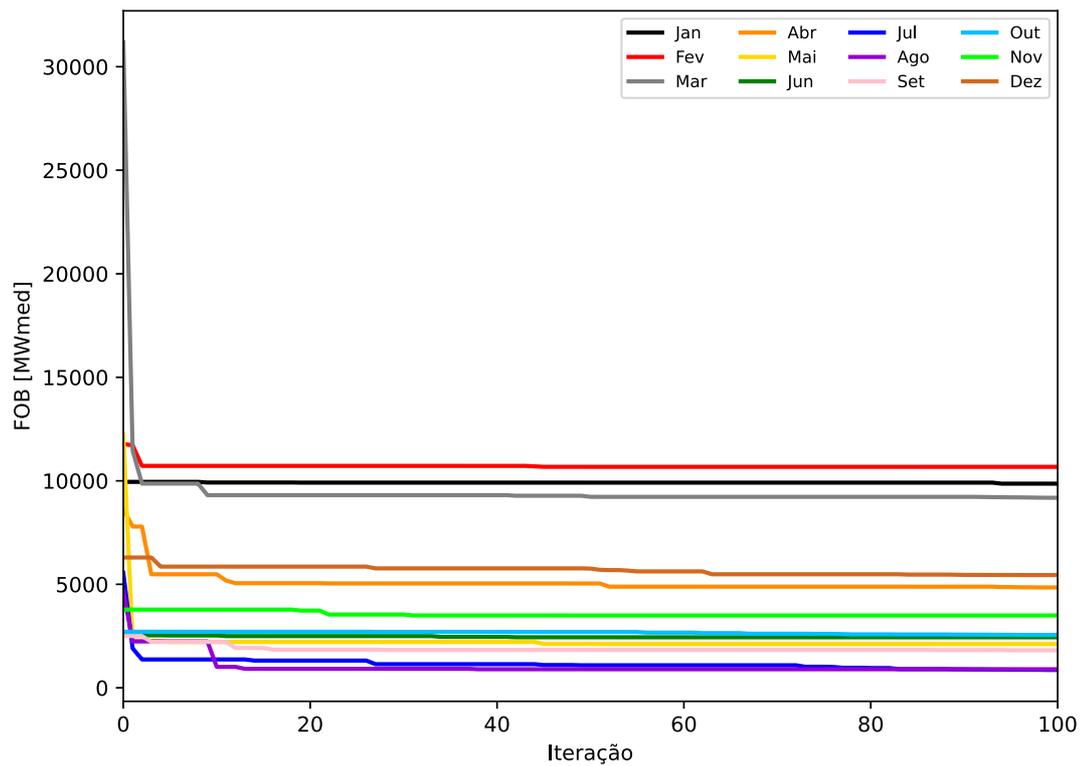
$$\text{curt}(Fisher) = \text{curt}(Pearson) - 3 \quad (B.7)$$

Portanto, as medidas descritivas têm como objetivo principal sintetizar uma série de valores que, ao serem analisados de forma isolada, poderiam trazer informações erradas sobre o conjunto de dados. Assim, essas métricas podem ser utilizadas para análise de séries sintéticas visto que garantem uma visão abrangente de todo conjunto de dados, ofertando informações de comportamento e tendências.

## APÊNDICE C – Convergência do Algoritmo de Otimização Aritmética

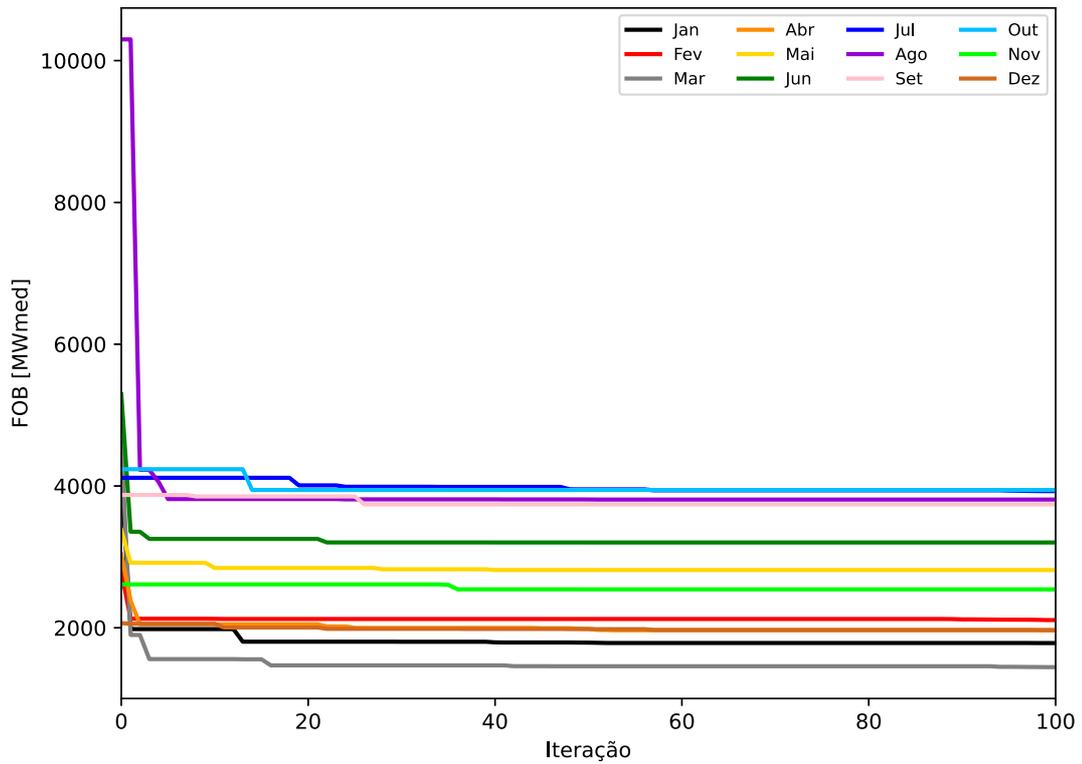
Este apêndice apresenta os processos de convergência do Algoritmo de Otimização Aritmética para ajustar os modelos autorregressivos mensais nos casos mostrados no Capítulo 4.

Figura 66 – Convergência da otimização aritmética para o REE Paraná.



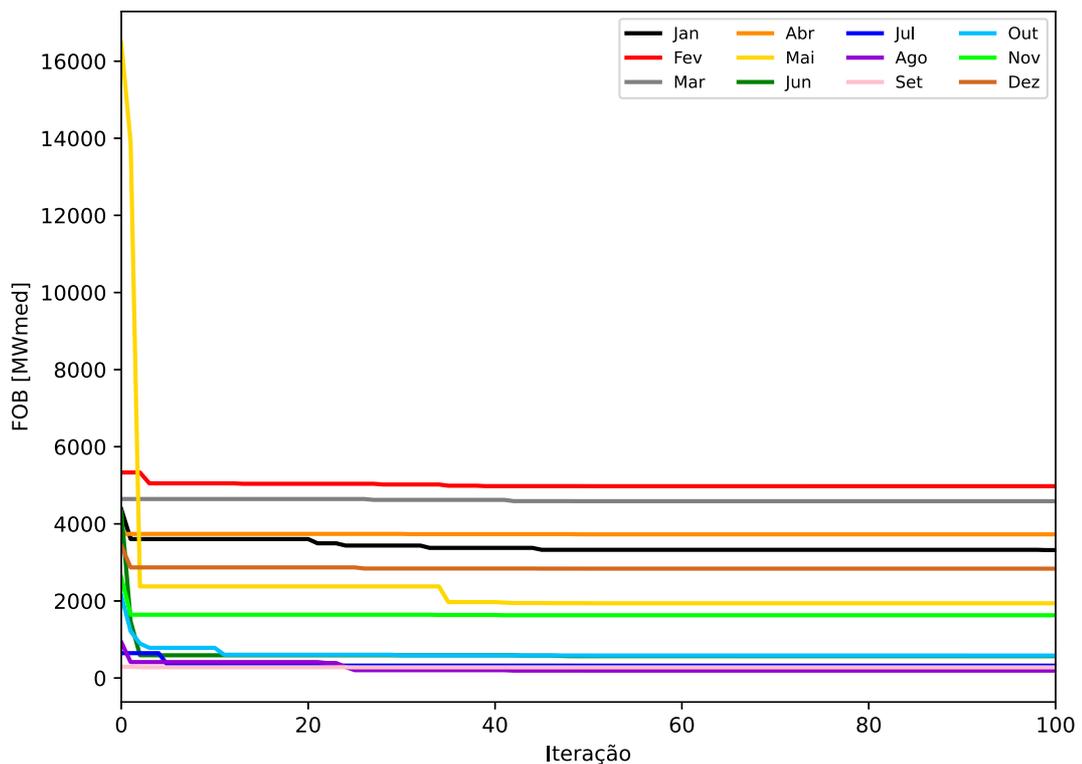
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 67 – Convergência da otimização aritmética para o REE Sul.



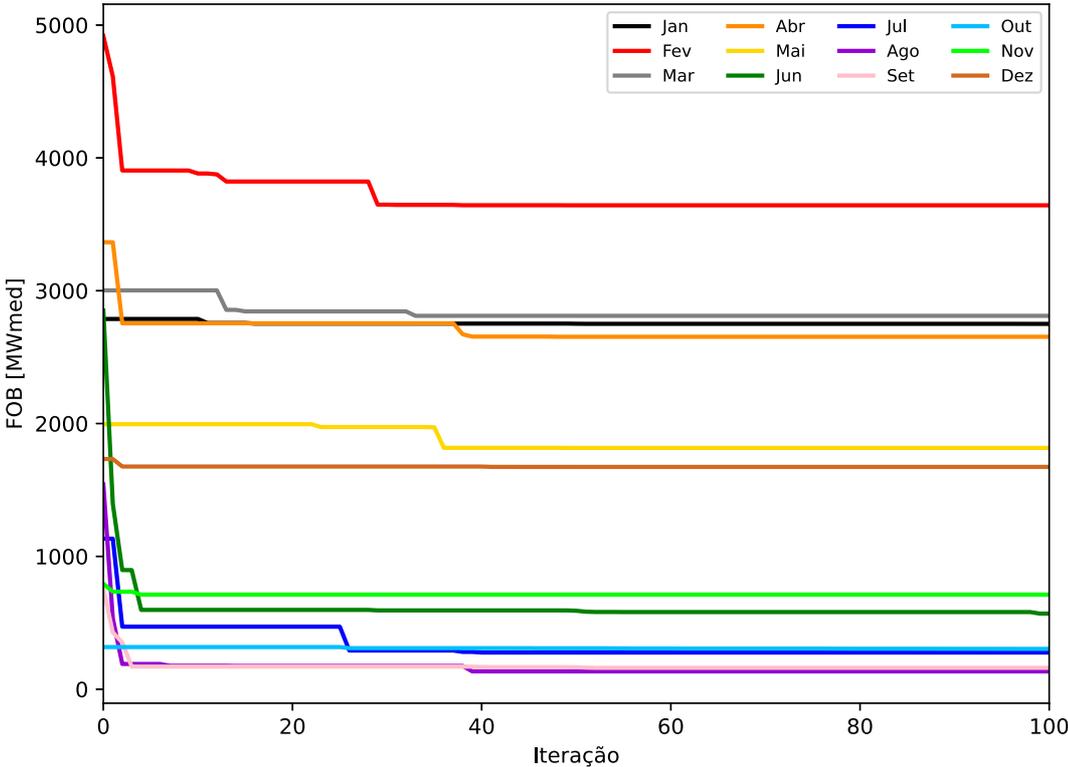
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 68 – Convergência da otimização aritmética para o REE Nordeste.



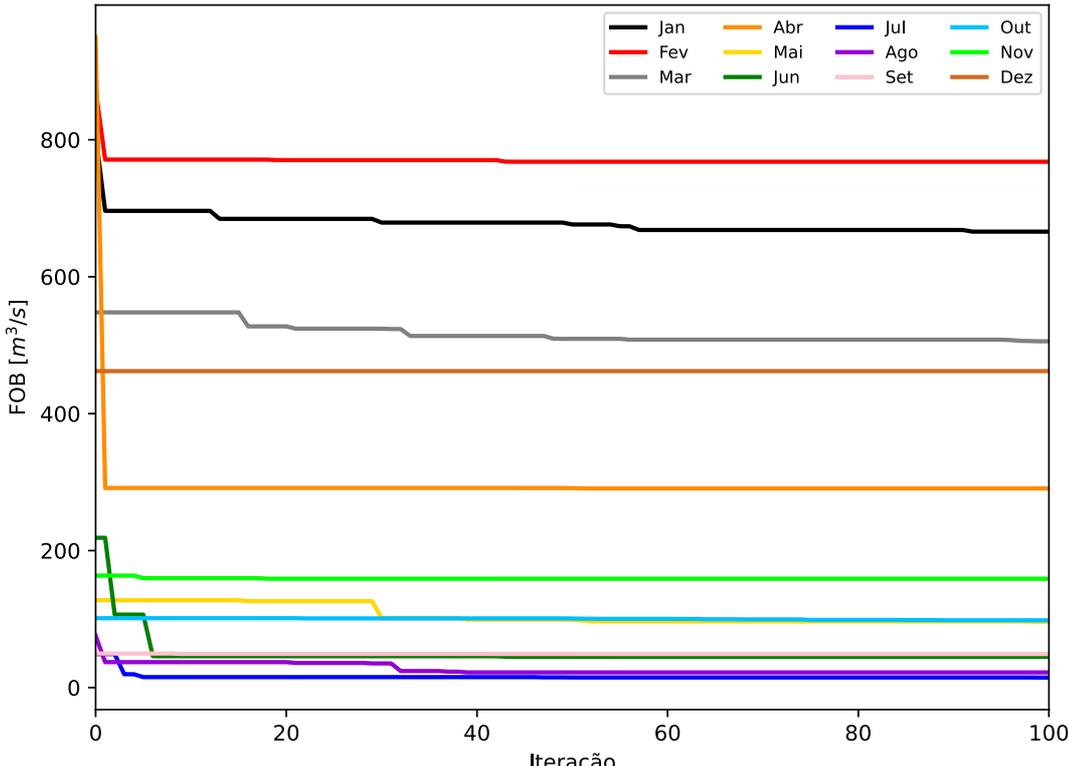
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 69 – Convergência da otimização aritmética para o REE Norte.



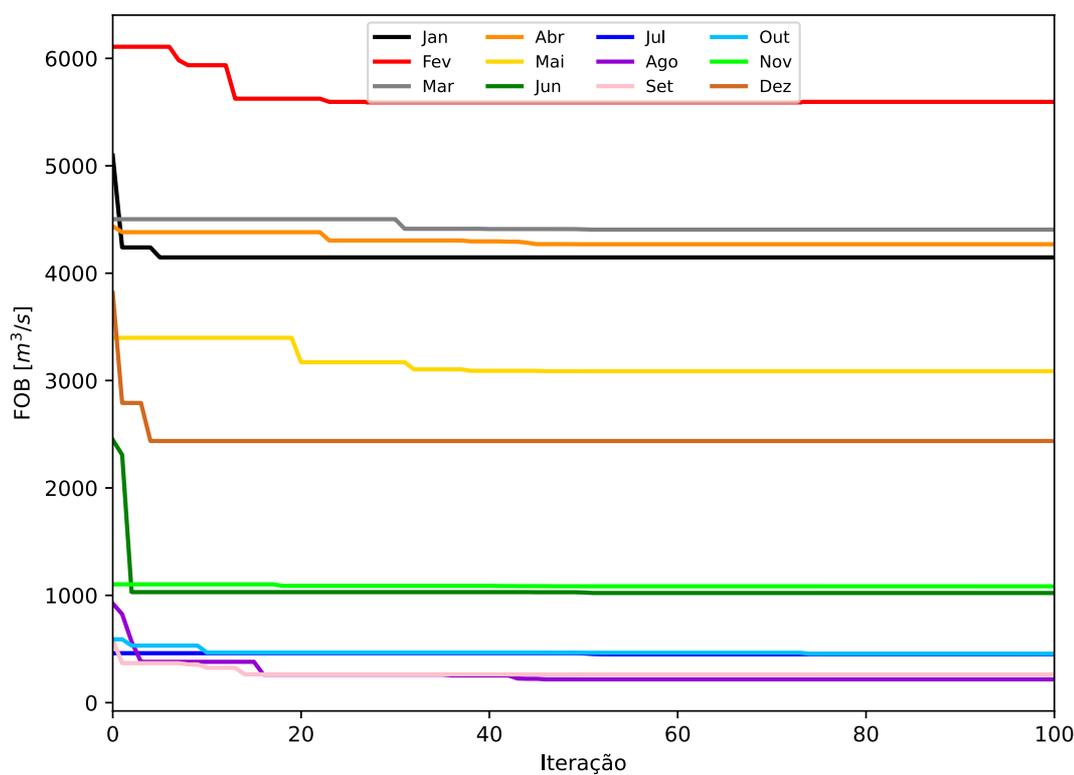
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 70 – Convergência da otimização aritmética para a UHE Serra da Mesa.



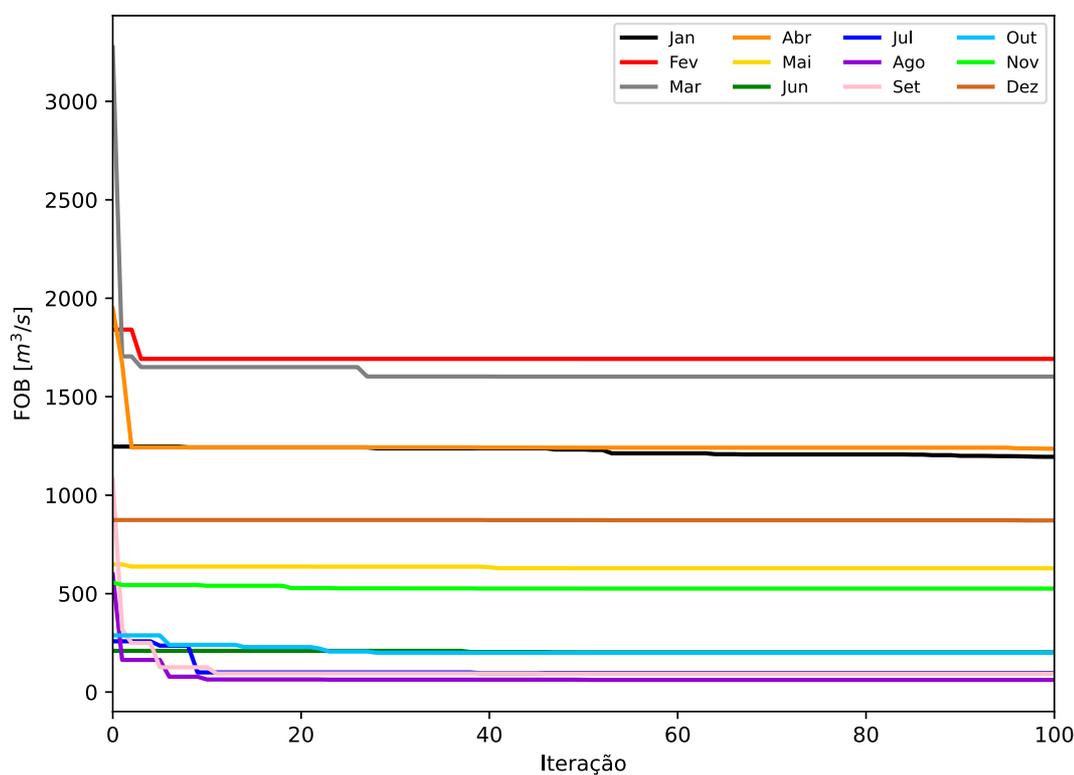
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 71 – Convergência da otimização aritmética para a UHE Tucuruí.



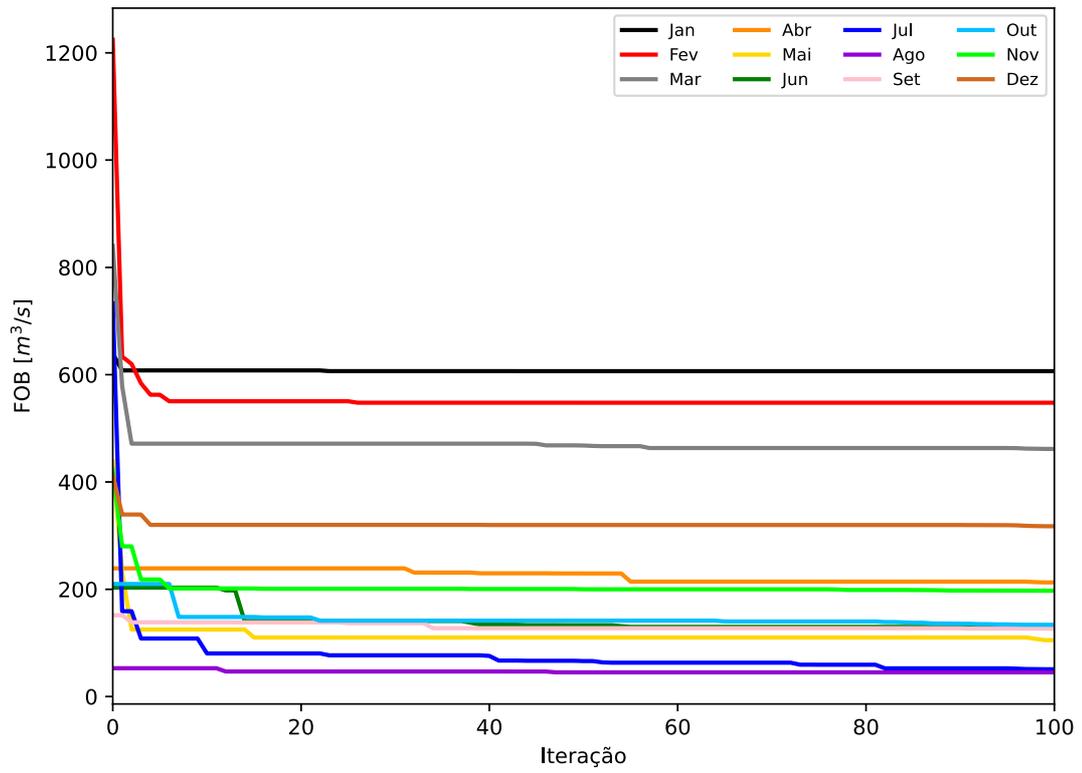
Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 72 – Convergência da otimização aritmética para a UHE Sobradinho.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Figura 73 – Convergência da otimização aritmética para a UHE Furnas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

## APÊNDICE D – Modelos Autorregressivos Mensais via Box & Jenkins

Este apêndice apresenta os modelos autorregressivos ajustados via metodologia de Box & Jenkins.

Tabela 11 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para o REE Paraná.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo											
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Jan	0	0	0	0	0	-0,4372	0,5692	0,0346	-0,1464	0,0777	-0,1022	0,5746
Fev	0,5685	0	0	-0,3292	0,3561	-0,3868	0,3819	0,2579	-0,3228	0,0533	0,0383	-0,1441
Mar	0,1969	0,4222	0	0	0	-0,2213	0,3473	0,1973	-0,3446	-0,0628	0,1692	-0,1308
Abr	-0,0983	0,2115	0,6319	0	-0,2463	-0,2324	0,3817	0,2371	0,0114	0,0170	0,0854	-0,0616
Mai	0	0,2360	0,1164	0,6565	0	0	0	0	0	0	0	0
Jun	0,2132	-0,0198	-0,0261	0,0129	0,7840	0	0,2141	-0,2642	0,1031	-0,0869	0,0400	-0,0319
Jul	0	0	0	0	0,4246	0,5727	0	0	0	0	0	0
Ago	0	0	0	0	0	0	0,9248	0	0	0	0	0
Set	0	0	0	0	-0,2116	0,1469	0,1514	0,7507	0	0	0	0
Out	0	0	0	0	0	0	0,3623	-0,0092	0,4564	0	0	0
Nov	0	0	0	-0,4001	0,1666	-0,1411	0,4781	-0,3884	0,0726	0,8310	0	0
Dez	0	0	0	0	-0,2082	0,0928	-0,0710	0,3984	0,0296	0,0752	0,4974	0

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Tabela 12 – Coeficientes calculados via Box & Jenkins para o REE Sul.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo											
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4138
Fev	0,6212	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mar	0,0345	0,5541	0	-0,2155	0,0157	0,0469	-0,0188	0,1547	-0,0491	0,0204	0,0965	0,0068
Abr	0,1298	0,2388	0,3703	0	0,2348	-0,1123	0,0511	-0,2213	0,2073	-0,0990	0,1537	-0,1196
Mai	0	-0,2118	0,0977	0,7092	0	0	0	0	0	0	0	0
Jun	0,2477	-0,2384	0,0941	-0,0774	0,5959	0	0	0	0	0	0	0
Jul	0	0	0,3272	-0,2215	0,3780	0,2070	0	0	0	0	0	0
Ago	0	0	0	0	0	0	0,4267	0	0	0	0	0
Set	0	0	0	0,2096	-0,2630	0,0144	0,0787	0,4272	0	0	0	0
Out	0	0	0	0	0	0	0,2183	-0,2598	0,4601	0	0	0
Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,6711	0	0
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5255	0

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Tabela 13 – Coeficientes calculados via Box &amp; Jenkins para o REE Nordeste.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo											
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Jan	0	0	0	0	-0,3202	0,2856	0,2057	-0,4663	0,3483	0,2107	-0,1820	0,6366
Fev	0,7180	0	0	0	-0,6498	1,7040	-0,6889	-0,5395	0,3430	0,1683	-0,1313	-0,3022
Mar	-0,1355	0,8602	0	0	-0,2511	-0,2746	0,0186	0,6590	-0,1358	-0,0221	-0,0258	0,0567
Abr	0,0179	-0,2124	0,7782	0	-0,3961	0,2823	0,9371	-0,4331	-0,1675	-0,0200	-0,0617	0,0498
Mai	0,0735	0,1339	-0,1015	0,7790	0	0	0,3211	-0,2444	0,2136	-0,2747	0,0776	-0,0186
Jun	0	0	0,2157	0,0142	0,8040	0	0	0	0	0	0	0
Jul	0,1051	0,0118	0,0828	0,1133	-0,0041	0,6515	0	0	0,2167	-0,0579	0,0407	-0,0174
Ago	0	0	0	0	0	0	0,9835	0	0	0	0	0
Set	0	0	0	0	0	-0,2969	0,2213	1,0198	0	0	0	0
Out	0	0	0	0	0	0	-0,3206	0,4345	0,7617	0	0	0
Nov	0	0	0,2465	0,0130	0,0470	-0,0828	0,2500	-0,4438	-0,4001	1,1414	0	0
Dez	0	-0,3749	0,1192	-0,0640	-0,1653	0,1183	0,6570	-0,2306	-0,0881	-0,0532	0,6665	0

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Tabela 14 – Coeficientes calculados via Box &amp; Jenkins para o REE Norte.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo											
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7332
Fev	0,8725	0	0	0	0	0	-0,2977	0,4204	-0,0275	0,1806	0,0109	-0,5072
Mar	0,1094	0,7282	0	0	0	0	-0,3145	0,1901	0,0942	-0,1361	0,2189	-0,1879
Abr	0,0073	-0,0259	0,7459	0	0	0	-0,2769	0,3296	-0,0144	-0,0018	-0,0825	0,0623
Mai	0	0	-0,2519	0,9880	0	0	0	0	0	0	0	0
Jun	0,1185	0,0639	-0,0204	-0,0182	0,8803	0	0	0,3737	-0,2151	-0,0814	0,1386	-0,0873
Jul	0	0	0	0,2462	-0,5538	1,2377	0	0	0	0	0	0
Ago	0	0	0	0	0	-0,3400	1,2825	0	0	0	0	0
Set	0	0	0	0	0	0	-0,4035	1,3172	0	0	0	0
Out	0	0	0	-0,2118	0,2280	-0,2157	0,0049	0,4412	0,5989	0	0	0
Nov	0	0	0	0	0	0	-0,2696	0,6212	-0,5079	0,8760	0	0
Dez	0	-0,2434	0,3113	-0,0715	0,0156	-0,2973	0,3176	0,1208	-0,1709	-0,1552	0,8390	0

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Tabela 15 – Coeficientes calculados via Box &amp; Jenkins para a UHE Serra da Mesa.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo											
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Jan	0	0	0	-0,3150	-0,0260	-0,0049	0,9505	-0,8431	0,2800	0,1149	0,0974	0,2194
Fev	0,5993	0	0,2054	0,0496	-0,5074	0,3597	-0,0691	-0,0224	0,0984	0,1519	-0,0609	-0,2320
Mar	0,2357	0,3857	0	0	0	0,3388	-0,6969	0,1054	0,1707	0,1481	0,0454	-0,1288
Abr	0,0519	-0,0069	0,7389	0	-0,3084	0,6384	-0,4046	0,1274	-0,0126	-0,0193	-0,0338	0,0326
Mai	0,0042	0,1409	0,1273	0,7494	0	-0,6620	0,8707	0,0563	-0,2442	0,0705	-0,1264	0,0852
Jun	0	0	0	0	0,9464	0	0	0	0	0	0	0
Jul	0	0	0	0	0	0,9906	0	0	0	0	0	0
Ago	0	0	0	0	0	0	0,9667	0	0	0	0	0
Set	0	0	0	0	0	-0,4826	0,8162	0,4990	0	0	0	0
Out	0	0	0	0,4660	-0,1968	-0,3278	0,1407	0,3076	0,4192	0	0	0
Nov	0	0	0,2198	-0,1155	0,1242	0,5974	-0,8925	-0,0694	-0,0231	0,9007	0	0
Dez	0	0	0	0	0	0,2196	-0,3119	0,0358	0,1104	-0,1813	0,6904	0

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Tabela 16 – Coeficientes calculados via Box &amp; Jenkins para a UHE Tucuruí.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo											
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7482
Fev	0,8505	0	0	0	0	0	-0,2215	0,3513	-0,0812	0,2390	-0,0151	-0,4548
Mar	0,0790	0,7610	0	0	0	0	-0,3214	0,1260	0,1664	-0,1279	0,1988	-0,1736
Abr	0,0060	0,0150	0,7111	0	0	0	-0,2957	0,3070	0,0058	0,0288	-0,0987	0,0758
Mai	0	0	-0,2678	0,9881	0	0	0	0	0	0	0	0
Jun	0,1278	0,0745	-0,0384	-0,0378	0,8896	0	0	0,4134	-0,1895	-0,1634	0,1616	-0,0921
Jul	0,0679	0,0066	0,0699	0,1092	-0,2371	0,9308	0	0,2486	-0,1671	0,0481	0,0868	-0,0523
Ago	0	0	0	0	0	-0,3258	1,2634	0	0	0	0	0
Set	0	0	0	0	0	0,2763	-0,8075	1,4621	0	0	0	0
Out	0	0	0	0	0	0	0	0,3097	0,5509	0	0	0
Nov	0	0	0	-0,2286	0,2710	-0,2980	-0,0711	0,5699	-0,2894	0,7366	0	0
Dez	0	-0,2987	0,3016	0,0182	-0,0932	-0,2636	0,4218	0,0690	-0,2140	-0,0815	0,8048	0

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Tabela 17 – Coeficientes calculados via Box &amp; Jenkins para a UHE Sobradinho.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo											
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Jan	0	0	0	-0,2152	-0,1837	0,1315	0,7842	-0,8289	0,3633	0,1784	-0,0748	0,5001
Fev	0,6309	0	0	0	-0,3297	1,4897	-1,3542	0,1015	0,3926	0,0542	-0,1699	-0,1973
Mar	-0,0043	0,7253	0	0,0000	-0,4946	0,3917	-0,4736	0,7848	-0,1907	-0,0207	-0,0411	0,0220
Abr	-0,0348	0,0016	0,5998	0	-0,2868	-0,0248	1,0422	-0,0840	-0,3657	-0,1194	-0,0274	0,1117
Mai	0,0625	0,1198	-0,0357	0,7250	0	0	0	0,2105	0,0771	-0,2721	0,0255	0,0277
Jun	0	0	0,2081	0,1461	0,6894	0	0	0	0	0	0	0
Jul	0	0	0	0	-0,2268	1,1858	0	0	0	0	0	0
Ago	0	0	0	0	-0,2065	0,3074	0,8671	0	0	0	0	0
Set	0	0	0	0	0	-0,2733	0,2044	1,0173	0	0	0	0
Out	0	0	0	0	0	0	-0,3415	0,4537	0,7607	0	0	0
Nov	0	0	0,2228	-0,0243	0,0911	-0,0872	0,1627	-0,5309	-0,1211	1,0593	0	0
Dez	0	-0,2929	-0,0566	-0,0721	-0,2624	0,6523	0,5571	-0,7700	0,1118	0,0693	0,6430	0

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Tabela 18 – Coeficientes calculados via Box &amp; Jenkins para a UHE Furnas.

Meses calculados	Meses a serem utilizados pelo modelo autorregressivo											
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Jan	0	0	0	0	0,3091	-0,3893	0,2290	-0,0950	-0,1686	0,0768	-0,0253	0,5750
Fev	0,4563	0	0	0	0,6816	-0,2007	-0,2610	-0,0251	-0,1749	0,0451	-0,0209	0,0073
Mar	0,1564	0,4236	0	0	0	0	0	0,3953	-0,4052	0,1357	0,0289	-0,0562
Abr	0,0503	0,3233	0,5153	0	-0,3877	-0,1551	0,2327	0,4931	-0,0179	-0,0959	0,0141	0,0420
Mai	0,0825	0,2180	0,2157	0,4472	0	0	0,2759	-0,1572	0,0007	0,0373	-0,0922	0,0789
Jun	0	0	0	0,2237	0,6433	0	0	0	0	0	0	0
Jul	0	0	0	0	0,4849	0,5051	0	0	0	0	0	0
Ago	0	0	0	0	0	0	0,9344	0	0	0	0	0
Set	0	0	0	0	-0,4092	0,4373	0,3460	0,4533	0	0	0	0
Out	0	0	0	0	0	0,3233	0,1666	-0,0042	0,3626	0	0	0
Nov	0	0	0	0	0	-0,2298	0,2381	-0,1253	0,2481	0,6321	0	0
Dez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,3441	0,4146	0

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).