

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

LUCAS VITOR FONSECA DE OLIVEIRA

**OTIMIZAÇÃO METAHEURÍSTICA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
PELA AVALIAÇÃO DO VETOR DE POYNTING UTILIZANDO O MÉTODO
DOS ELEMENTOS DE CONTORNO**

Juiz de Fora

2011

LUCAS VITOR FONSECA DE OLIVEIRA

**OTIMIZAÇÃO METAHEURÍSTICA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
PELA AVALIAÇÃO DO VETOR DE POYNTING UTILIZANDO O MÉTODO
DOS ELEMENTOS DE CONTORNO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. Delfim Soares Júnior, D.Sc.

Juiz de Fora

2011

LUCAS VITOR FONSECA DE OLIVEIRA

**OTIMIZAÇÃO METAHEURÍSTICA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
PELA AVALIAÇÃO DO VETOR DE POYNTING UTILIZANDO O MÉTODO
DOS ELEMENTOS DE CONTORNO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre.

Aprovada em 30 de Setembro de 2011.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Delfim Soares Júnior, D. Sc. (Orientador)
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Renato Cardoso Mesquita, D. Sc.
Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. Márcio de Pinho Vinagre, D. Sc.
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Edimar José de Oliveira, D. Sc.
Universidade Federal de Juiz de Fora

Oliveira, Lucas Vitor Fonseca de.

Otimização metaheurística de linhas de transmissão pela avaliação do vetor de Poynting utilizando o método dos elementos de contorno / Lucas Vitor Fonseca de Oliveira. – 2011.

96 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)–Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

1. Linhas de transmissão de energia elétrica. 2. Métodos dos elementos de contorno I. Título.

CDU 621.315

À minha família

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, na pessoa de Seu Filho Jesus, pela graça e paciência para contornar as dificuldades naturais.

Ao orientador e professor Delfim Soares Júnior, e igualmente ao professor Márcio de Pinho Vinagre pelo inestimável apoio e comprometimento que tiveram com este trabalho.

Aos demais professores do Programa de Pós-Graduação e Faculdade de Engenharia Elétrica, pela transmissão do conhecimento e exemplos pessoais.

Aos funcionários da Faculdade de Engenharia pela solicitude e atenção.

Aos colegas do curso de mestrado e graduação, os quais tornaram os dias compartilhados mais alegres e divertidos.

A Capes, pelo apoio financeiro inicial, e à Energisa Soluções pela possibilidade de estar finalizando este trabalho.

RESUMO

Com a abertura legal do setor elétrico brasileiro na década de 90 para investimentos privados, em especial com a implantação sistemática de leilões para definição dos concessionários de transmissão, diversos estudos foram efetuados com o objetivo de viabilizar projetos de linha de transmissão de modo a concorrer nesses leilões. Grandes transmissoras, como Furnas, Chesf e Eletronorte promoveram pesquisas em consórcio com empresas construtoras de linhas e fabricante de ferragens e isoladores, com o objetivo de desenvolverem projetos com baixa relação Reais/MW transmitido. Neste cenário, muitos projetos de linhas de potência natural elevada foram idealizados e implantados, e como fruto desses projetos, publicações foram realizadas descrevendo os resultados obtidos. Todavia, apesar da quantidade, qualidade e riqueza das informações publicadas, a descrição do processo de otimização dos parâmetros elétricos da linha, em especial da impedância característica, não receberam destaque, sendo muita das vezes suprimida nos artigos. Neste sentido, este trabalho propõe a investigação de um método inovador de otimização da capacidade de transmissão de linhas de potência natural elevada, através da análise indireta dos efeitos da variação do posicionamento dos cabos condutores no feixe sobre a impedância característica da linha, por meio de uma abordagem original que utiliza basicamente o vetor de Poynting como função objetivo do Método de Otimização por Enxame de Partículas, sendo os campos elétricos e magnéticos necessários para definição do vetor de Poynting calculados por meio do Método dos Elementos de Contorno. O método foi validado utilizando como exemplos a otimização das configurações de feixes da linha de 500 kV Interligação Norte/SUL III – Trecho 2 e Linha de 500 kV Presidente Dutra / Teresina / Sobral / Fortaleza. Foram encontrados ganhos na capacidade de transmissão de 7% e 22% respectivamente devido à redução da impedância característica calculada após a otimização através da rotina *Line Constants* do programa ATP/EMTP, e comparando-a com os valores originais.

Palavras-chave: Linhas de Transmissão; LPNE; Vetor de Poynting; Otimização de Feixes; Otimização por Enxame de Partículas; Método dos Elementos de Contorno, ATP/EMTP.

ABSTRACT

With the legal opening for private investments in the Brazilian energy sector in the 90's, in particular the systematic implementation of auctions for defining power transmission concessions, several studies were made with the aim of developing transmission line projects in order to compete in these auctions. Major transmission companies such as Furnas, Eletronorte and CHESF promoted consortium research with line builders and hardware and insulators manufacturers, in order to develop projects with low cost/MW transmitted. In this scenario, many projects of high surge-impedance loading lines were developed and implemented, and as a result of these projects, publications were made describing the results. However, despite the quantity, quality and resourcefulness of published information, the descriptions of the optimization process of electrical line parameters, especially regarding characteristic impedance, were not given prominence, being often suppressed from the articles. Thus, this study proposes the investigation of a method for optimizing the transmission capacity of high surge-impedance loading lines, varying the power cables in the bundle, indirectly reducing its characteristic impedance through an original approach that uses basically the Poynting's vector as objective function of the Particle Swarm Optimization method. The electric and magnetic fields needed for defining the Poynting vector were calculated using the Boundary Element Method. The method was validated through the optimization of bundle configuration, using as a model the characteristics of the 500 kV line North / South Interconnection III - Segment 2 and the 500 kV line Presidente Dutra / Teresina / Sobral / Fortaleza. It was found transmission capacity gains of 7% and 22% respectively, by reducing the characteristic impedance, which was calculated after the optimization using the EMTP/ATP Line Constants Program, comparing it with the original values.

Keywords: Transmission Lines; HSIL; Poynting's vector, Bundle Optimization, Particle Swarm Optimization, Boundary Element Method, ATP/EMTP.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Modelo PI - Representação elétrica de uma linha longa sem perdas, com distância x à barra receptora	17
Figura 2 - Condições de contorno para o problema de potencial elétrico.....	28
Figura 3 - Representação do cabo e pontos (pontos internos) para o cálculo o potencial e campo elétrico	28
Figura 4 - Representação do modelo magnético: cabos em meio infinito	32
Figura 5 - Definição das Condições de Contorno.....	37
Figura 6 - Extensão do contorno para alocação do ponto de carregamento.....	43
Figura 7 - Discretização do contorno por elementos	45
Figura 8 - Elementos em coordenadas naturais	47
Figura 9 - Disposição simétrica dos feixes externos por reflexão horizontal	53
Figura 10 - Modelo de linha com torre em V Feixe Expandido Simétrico (VX – Simétrico).....	54
Figura 11 - Disposição dos cabos no feixe simétrico - Balancim da cadeia de isoladores	55
Figura 12 - Discretização do ângulo em função do raio do feixe para alocação de cabos.....	56
Figura 13 - Problema teste: representação do problema do condutor coaxial	61
Figura 14 - Comparação entre resposta analítica e numérica (MEC) do potencial nos pontos internos no interior do cabo coaxial.....	62
Figura 15 - Comparação entre resposta analítica e numérica (MEC) do campo elétrico nos pontos internos no interior do cabo coaxial	62
Figura 16 - Torre estaiada tipo VX.....	63
Figura 17 - Configuração geométrica para o cálculo do campo elétrico: torre em V	64
Figura 18 - Representação do cabo discretizado	65
Figura 19 - Disposição de cabos condutores em torre VX: modelo inicial (circunferências) e otimizado (quadrados).....	67
Figura 20 - Configuração dos cabos ACSR RAIL e cabo para-raio EHS	68
Figura 21 - Torre estaiada monomastro tipo SEQ1	73
Figura 22 - Configuração geométrica para o cálculo do campo elétrico: Torre SEQ1	75
Figura 23 - Disposição de cabos condutores em torre SEQ1: modelo inicial (circunferências) e otimizado (quadrados).....	76
Figura A.1 - Representação da seção de uma linha bifilar monofásica para o calculo da indutância.....	85
Figura A.2 - Representação da seção da linha trifásica para cálculo da matriz de indutâncias	87
Figura A.3 - Representação das imagens da seção da linha bifilar para cálculo da capacitância	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Pontos de Integração e Fatores-peso e ordens de integração de Gauss	49
Tabela 2 - Exemplo de vetor posição da partícula k.....	54
Tabela 3 - Distribuição dos nós para discretização do Solo	65
Tabela 4 - Definição das condições de contorno para os modelos eletrostático e magnetostático – Linha VX	66
Tabela 5 - Coordenadas dos arranjos originais, em metros	68
Tabela 6 - Coordenadas dos arranjos otimizados, em metros.....	68
Tabela 7 - Parâmetros de linha de transmissão calculados: modelo original com torre VX.....	69
Tabela 8 - Parâmetros elétricos de projeto segundo Machado et al. (2007): Torre tipo VX	69
Tabela 9 - Matriz de Susceptância (v/km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)	70
Tabela 10 - Matriz de Impedância (Ω/km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2).....	70
Tabela 11 - Parâmetros de linha de transmissão: modelo otimizado com torre VX.....	70
Tabela 12 - Matriz de Susceptância (v/km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)	70
Tabela 13 - Matriz de Impedância (Ω/km): modelo torre VX original, sequência (0, 1 e 2).....	71
Tabela 14 - Parâmetros percentuais da linha transmissão modelo VX otimizado em relação ao modelo original calculado.....	71
Tabela 15 - Coordenadas dos arranjos originais, em metros	77
Tabela 16 - Coordenadas dos arranjos otimizados, em metros.....	77
Tabela 17 - Parâmetros de linha de transmissão calculados: modelo original com torre SEQ1	78
Tabela 18 - Parâmetros elétricos de projeto segundo Machado et al.(2007): Torre tipo SEQ1	78
Tabela 19 - Matriz de Susceptância (v/km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2).	78
Tabela 20 - Matriz de Impedância (Ω/km): Modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)	78
Tabela 21 - Parâmetros de linha de transmissão SEQ1: modelo otimizado com torre SEQ1	78
Tabela 22 - Parâmetros relativos: valores comparativos entre parâmetros da linha com torre tipo SEQ1 e torre SEQ1 com feixes otimizados.....	79
Tabela 23 - Matriz de Susceptância (v/km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)	79
Tabela 24 - Matriz de Impedância (Ω/km): Modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)	79
Tabela BI.1 - Arquivo de entrada para programa ATP/EMTP: configuração original da LT tipo VX	79
Tabela BI.2 - Arquivo de entrada para programa ATP/EMTP: configuração otimizada da LT tipo VX	79
Tabela BI.3 - Arquivo de entrada para programa ATP/EMTP: configuração original da LT tipo SEQ1	79
Tabela BI.4 - Arquivo de entrada para programa ATP/EMTP: configuração otimizada da LT tipo SEQ1	79

LISTA DE ABREVIATURAS

ATP/EMTP	<i>Alternative Transients Program/Eletromagnetic Transient Program.</i>
CC	Corrente Contínua.
CHESF	Companhia Hidro Elétrica do São Francisco.
LPNE	Linha de Potência Natural Elevada.
LT	Linha de Transmissão.
MEC	Método dos Elementos de Contorno.
PVC	Problema de Valor de Contorno.
SIL	<i>Surge Impedance Load</i> - Impedância Característica da Linha.
TEM	<i>Transverse eletromagnetic mode.</i>
ACSR	<i>Aluminum Conductors Steel Reinforced</i> - Cabo de Alumínio com Alma de Aço.
EHS	<i>Extra High Strength</i> - Cabo de aço de Extra Alta Resistência.
CCRS	<i>Compact Cross Rope Suspension</i>
ANEEL	Agencia Nacional de Energia Elétrica

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS ROMANOS:

A	Ampère.
C	Capacitância por unidade de comprimento da linha.
d	Diâmetro total do condutor.
G	Condutância por unidade de comprimento da linha.
H	Henry.
L	Indutância por unidade de comprimento da linha.
m	Metro.
R	Resistência por unidade de comprimento da linha.
t	Representa a espessura da parte condutora do cabo de alumínio.
T	Tesla.
V	Volt.
<i>E</i>	Número de elementos no qual o contorno é discretizado.
<i>j</i>	Unidade imaginária.

SÍMBOLOS GREGOS:

υ	Condutância elétrica.
α	Constante de atenuação.
β	Constante de fase.
Γ	Contorno.
λ	Comprimento de onda.
ϖ	Função teste de ponderação do método dos resíduos ponderados.
ρ	Densidade de carga.
Ω	Resistência elétrica.
γ	Representa a constante de propagação na linha.
δ	Função generalizada Delta de Dirac.
ε	Permissividade do meio.
ζ	Vetor unitário na direção do ponto fonte para um ponto campo x .
η	Múltiplo do valor do raio do feixe original.
μ	Permeabilidade do meio.
ξ	Ponto fonte no MEC.
ω	Frequência angular.
ϱ	Número de pontos para integração numérica.

NOTAÇÕES:

$\tilde{q}^{(i)}$	Aproximação do valor do fluxo do potencial u no elemento i .
$\tilde{u}^{(i)}$	Aproximação do valor do potencial no elemento i .
\tilde{q}	Solução aproximada para o fluxo do potencial u .
\tilde{u}	Solução aproximada para o potencial u .
η_p	Coordenada Natural
\vec{A}	Potencial vetor magnético
\vec{B}	Vetor densidade de fluxo magnético
\vec{D}	Vetor densidade de fluxo elétrico
\vec{E}	Campo elétrico
\vec{H}	Campo Magnético

I_R	Representa a corrente na barra receptora;
I_c	Corrente nominal do condutor (definida pelo fabricante);
\vec{j}	Vetor densidade de corrente elétrica
J_c	Densidade de corrente no condutor
N_j^e	Função de interpolação no elemento no nó j do elemento e
V_R	Tensão na barra receptora;
Z_c	Representa a impedância característica da linha;
m_f	Número de cabos por feixe;
n_d	Número posições para o cabo em função de r_d ;
$q_j^{(e)}$	Valor nodal do fluxo do potencial u , no nó j do elemento e
r_c	Raio do condutor
r_d	Raio do condutor d ao centro do feixe;
r_f	Raio do feixe do modelo original da linha a ser otimizada;
u^*	Solução fundamental do problema de potencial u
$u_j^{(e)}$	Valor nodal do potencial no nó j do elemento e
\vec{P}	Vetor de Poynting
η_d	Representa o diâmetro máximo do feixe através do múltiplo de diâmetros do cabo condutor
θ_d	Ângulo de ocupação dos cabos no feixe
NE	Número de elementos de contorno.
NN	Número de nós funcionais por elemento de contorno.
$C(\xi)$	Coefficiente livre em função do ponto de carregamento ξ .
NE	Número de elementos totais no contorno.
$ndim$	Representa a dimensão do problema relativo ao número de variáveis a serem otimizadas.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	15
1.2	PROPOSTA DO TRABALHO	19
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	21
2	CONCEITOS BÁSICOS DO ELETROMAGNETISMO	23
2.1	INTRODUÇÃO	23
2.2	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	24
2.3	EQUAÇÕES DE MAXWELL	24
2.4	CAMPOS ESTÁTICOS	27
2.4.1	Campo Elétrico	27
2.4.2	Modelagem do Problema Elétrico	28
2.4.3	Campo Magnético.....	29
2.4.4	Modelagem do Problema Magnético.....	31
2.5	DEFINIÇÃO DE POTÊNCIA TRANSMITIDA	33
2.6	AVALIAÇÃO DO VETOR DE POYTING E A IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA	34
2.7	COMPORTAMENTO DOS CAMPOS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO	35
2.8	UNIFICAÇÃO DA NOMENCLATURA	36
3	MODELAGEM NUMÉRICA.....	38
3.1	INTRODUÇÃO	38
3.2	MÉTODO DOS RESÍDUOS PONDERADOS	38
3.3	MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO	40
3.3.1	Soluções Fundamentais	41
3.3.2	Equação Integral de Contorno	43
3.3.3	Discretização do Contorno	45

3.3.4	Integração Numérica e Analítica	47
3.3.5	Derivadas do Potencial	49
4	OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS.....	50
4.1	INTRODUÇÃO	50
4.2	CONCEITOS BÁSICOS DO PSO	50
4.3	ALGORÍTMO PADRÃO DO PSO	51
4.4	MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	52
4.4.1	Vetor de Posição	53
4.4.2	Intervalo de Variação do Raio	55
4.4.3	Intervalo de Variação do Ângulo.....	56
4.5	FUNÇÃO OBJETIVO	57
4.6	CONVERGÊNCIA	58
5	RESULTADOS.....	59
5.1	INTRODUÇÃO	59
5.2	VALIDAÇÃO DO ALGORÍTMO DE CÁLCULO DE POTENCIAL E CAMPO ELÉTRICO	60
5.2.1	Apresentação do Problema	60
5.2.2	Cálculo do Campo e Potencial Elétrico	60
5.3	OTIMIZAÇÕES DE FEIXES EM TORRE VX.....	63
5.3.1	Apresentação do Problema	63
5.3.2	Configuração para o MEC	64
5.3.3	Resultado da Otimização	66
5.3.4	Cálculo dos Parâmetros das Linhas	67
5.4	OTIMIZAÇÃO DE FEIXES EM TORRE MONOMASTRO TIPO SEQ1 ...	72
5.4.1	Apresentação do Problema	72
5.4.2	Configuração para o MEC	74
5.4.3	Resultados da Otimização.....	75

5.4.4 Cálculo dos Parâmetros da Linha	76
CONCLUSÕES	81
PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	83
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	84
APÊNDICE A – Análise da influência do posicionamento dos condutores sobre os parâmetros elétricos das linhas de transmissão e sobre o Vetor de Poynting.....	87
INTRODUÇÃO	87
CÁLCULO DA INDUTÂNCIA	87
CÁLCULO DA CAPACITÂNCIA	91
CONCLUSÃO	93
APÊNDICE B – Dados de entrada para ATP/EMTP	94

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Uma linha de transmissão de alta energia em sua essência não se distingue de uma linha de transmissão genérica estudada no eletromagnetismo. Ela transmite energia obedecendo fisicamente a equações diferenciais para corrente e tensão que nos casos mais comuns de análise, são funções senoidais no tempo e também variantes segundo a direção longitudinal da linha. As soluções analíticas dependem da geometria da linha e das condições do meio de propagação além das condições de contorno em suas extremidades, que são a barra emissora e barra receptora, onde devem ser conhecidas as tensões e/ou correntes. Frequentemente, devido ao caráter temporal senoidal em regime permanente, a dependência no tempo é abordada pela teoria dos fasores.

Comumente, os fasores de tensão e corrente em qualquer ponto da linha podem ser expressos como funções da tensão na barra receptora, corrente na barra receptora e impedância característica da linha. Desta forma a potência elétrica em qualquer ponto da linha é igualmente função destas grandezas. Em linhas aéreas, o ar é o meio de propagação da energia que se distribui em torno dos condutores de maneira mais intensa nas suas proximidades, atenuando em função do aumento da distância aos mesmos.

A formulação apresentada em Stevenson Jr. (1986), Hayt Jr. e Buck (2003) chegam às seguintes expressões para a tensão e corrente ao longo de uma linha longitudinal em função da posição no eixo x , cuja origem está na barra receptora:

$$V(x) = \frac{V_R + I_R Z_c}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_R - I_R Z_c}{2} e^{-\gamma x} \quad (1.1)$$

$$I(x) = \frac{V_R/Z_c + I_R}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_R/Z_c - I_R}{2} e^{-\gamma x} \quad (1.2)$$

Onde,

- V_R representa a tensão na barra receptora;
- I_R representa a corrente na barra receptora;
- $Z_c = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}$ representa a impedância característica da linha;
- $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$ representa a constante de propagação na linha podendo ser descrita como:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (1.3)$$

$$\alpha = \sqrt[4]{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} \cos \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R} \right) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\omega C}{G} \right) \right] \quad (1.4)$$

$$\beta = \sqrt[4]{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} \sin \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R} \right) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\omega C}{G} \right) \right] \quad (1.5)$$

Onde,

- j unidade imaginária;
- α representa a constante de atenuação;
- β representa a constante de fase;
- R, L, C e G representam a resistência, indutância, capacitância e condutância por unidade de comprimento da linha dependentes da disposição geométrica dos cabos nas fases;
- ω representa a frequência angular de oscilação.

Em situações típicas de operação de sistemas de potência a resistência elétrica de uma fase, sendo muito menor que a sua reatância série, pode ser desprezada. Também a condutância entre fases e entre fases e solo tem valores muito pequenos comparados com a susceptância capacitiva. Quando a resistência e condutância são desprezadas tem-se uma linha sem perdas e nestas condições a impedância característica é denominada impedância de surto.

Em uma linha sem perdas (com $R=G=0$) a impedância característica e os valores de constantes de atenuação e fase tornam-se:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.6)$$

$$\alpha = 0 \quad (1.7)$$

$$\beta = 2\pi f \sqrt{LC} \quad (1.8)$$

É possível notar que a impedância característica torna-se um real puro e a constante de propagação um imaginário puro, isto é, não existe atenuação dos sinais de tensão e corrente ao longo da linha e os seus fasores estão em fase. Após um comprimento de onda λ a onda de propagação de energia termina o ciclo senoidal com:

$$\beta\lambda = 2\pi \Rightarrow \lambda = \frac{1}{f\sqrt{LC}} \quad (1.9)$$

Quando o comprimento entre estas duas barra é muito pequeno em relação ao comprimento de onda, tem-se a linha curta e a impedância longitudinal tende a $j\omega Lx$ e as

admitâncias shunt tendem para $j\omega \frac{Cx}{2}$. Em um circuito equivalente de uma linha longa sem perdas, mostrado na Figura 1, x representa a distância entre a barra emissora e a barra receptora de potência.

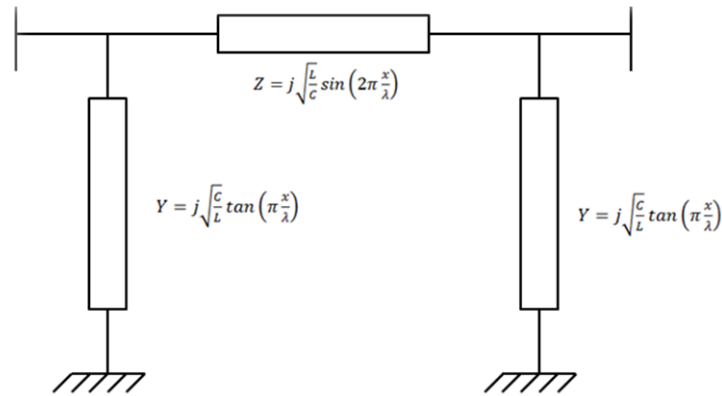


Figura 1 - Modelo PI - Representação elétrica de uma linha longa sem perdas, com distância x à barra receptora

Em linhas curtas o termo longitudinal depende apenas da indutância e o termo shunt depende apenas da capacitância. Linhas típicas em 60 Hz possuem comprimento de onda com cerca de 4800 km e uma linha de 160 km, por exemplo, pode ser considerada eletricamente curta com pequeno erro.

Quando a linha não possui perdas as equações (1.1) e (1.2) tornam-se:

$$V(x) = \frac{V_R + I_R \sqrt{\frac{L}{C}}}{2} e^{j\omega x \sqrt{LC}} + \frac{V_R - I_R \sqrt{\frac{L}{C}}}{2} e^{-j\omega x \sqrt{LC}} \quad (1.10)$$

$$I(x) = \frac{V_R \sqrt{\frac{C}{L}} + I_R}{2} e^{j\omega x \sqrt{LC}} + \frac{V_R \sqrt{\frac{C}{L}} - I_R}{2} e^{-j\omega x \sqrt{LC}} \quad (1.11)$$

Os primeiros termos das equações de tensão e corrente são ondas senoidais que se propagam da barra emissora para a barra receptora, enquanto os segundos termos são ondas senoidais que se propagam em sentido inverso, o que denota reflexão de onda na barra receptora. Assim, tensão e corrente em qualquer ponto da linha de transmissão é a soma de duas ondas que se propagam em sentidos opostos. A reflexão das ondas de tensão e corrente juntamente com as ondas não refletidas produz uma onda estacionária de potência, associada à potência reativa nos problemas de fluxo de carga.

A condição necessária e suficiente para que não haja onda de energia refletida em qualquer ponto da linha é que $V_R = Z_c I_R = I_R \sqrt{\frac{L}{C}}$. Nestas condições,

$$V(x) = V_R e^{j\omega x \sqrt{LC}} \quad (1.12)$$

$$I(x)V(x) = V_R \sqrt{\frac{C}{L}} e^{j\omega x \sqrt{LC}} \quad (1.13)$$

Estas equações mostram que na condição de nenhuma reflexão, em qualquer ponto da linha, a tensão e corrente estão em fase no tempo e no espaço e que a potência é dada por:

$$P(x) = V(x)I(x)^* = \frac{|V_R|^2}{Z_c} \quad (1.14)$$

O valor da potência transmitida pela linha quando o seu carregamento é igual à sua impedância de surto é denominado SIL da linha (*Surge Impedance Loading*), e esta condição é a de máxima transferência de potência entre a barra emissora e a barra receptora. Comumente o carregamento de uma linha é referido como um percentual do seu SIL.

Observa-se por (1.14) que a condição de máxima potência transferida depende apenas da tensão no terminal receptor e da impedância característica, pois a corrente circulante na linha é proporcional à tensão pelo fator Z_c .

O aumento do SIL de uma linha pode ser alcançado por aumento da tensão ou diminuição de Z_c . Considerando que a tensão de operação é fixada, a diminuição de Z_c é obtida pela diminuição de indutância e aumento de capacitância.

Basicamente, a indutância de sequência positiva por unidade de comprimento diminui ao se aproximarem as fases e/ou se aumentar o raio equivalente do condutor (podendo ser o raio de um cabo singelo ou um feixe de cabos), conforme apresentado no Apêndice A. O aumento da capacitância de sequência positiva ocorre com a aproximação entre fases, aproximação entre fases e os cabos pára-raios além de maior raio de condutor, no caso de um cabo singelo, ou um número maior de condutores por fase, o que intensifica os campos elétricos ao redor das fases, conforme Alexandrov e Podporkin (1991). Adicionalmente, o aumento do número de condutores por fase também alivia o efeito corona e o ruído audível.

Ao se abordar o problema de incremento do SIL via parâmetros, o processo padrão é modificar a geometria da linha de forma sistemática; calcular os parâmetros de L e C através de algoritmos clássicos, conforme Ametani (1980); e recalculer o SIL até que nenhum

incremento de seu valor seja mais possível. Essencialmente é um problema matemático de otimização com restrições elétricas e geométricas.

Semelhantemente ao processo usual, este trabalho propõe a variação da geometria da linha, todavia, avaliando seus efeitos sobre os campos.

1.2 PROPOSTA DO TRABALHO

Esse trabalho tem o objetivo de investigar a possibilidade de aumento do SIL de uma linha de transmissão de alta energia reduzindo indiretamente o Z_c através de uma abordagem original que utiliza basicamente a soma de avaliações do vetor de Poynting em alguns pontos ao redor dos condutores das fases como a função objetivo do método metaheurístico de otimização denominado Método de Enxames de Partículas (*Particle Swar Optimization - PSO*), onde o conjunto de condutores de cada linha é considerado uma partícula possuindo graus de liberdade, com restrições para deslocamentos no plano x-y. Ao se posicionarem no plano, os condutores determinam uma impedância característica e, por conseguinte, um SIL associado a esta condição espacial.

O vetor de Poynting, que é a densidade superficial de potência, é calculado através do produto vetorial entre o campo elétrico e o campo magnético produzidos por uma excitação complexa, os quais são definidos por meio de uma análise estática e calculados pelo Método dos Elementos de Contorno (MEC). Este método proporciona eficácia no processo de avaliações sucessivas de cálculo de campos pelo fato de necessitar discretizar apenas os contornos, dispensando a discretização do domínio por malhas, facilitando a representação dos condutores e suas alterações durante o processo iterativo.

Sob a análise de campos, a condição de máxima transferência de potência é alcançada quando ocorre a maximização da integral da densidade de potência ou vetor de Poynting no espaço externo aos cabos da linha. Fisicamente, isto corresponde à melhor combinação espacial entre os campos elétricos e magnético ao redor das fases. Tal análise considera a linha como um guia de ondas eletromagnéticas, possibilitando a descrição do fenômeno de transmissão de potência pelo vetor de Poynting, sendo esta uma alternativa compacta e elegante, conforme Elgerd (1976) e Hallén (1962).

Já sob a análise de parâmetros elétricos, a maximização da capacidade de transmissão de potência é definida em função da minimização da impedância característica Z_c . Deste modo, é estabelecida de maneira intuitiva neste trabalho uma correspondência direta entre o

incremento da densidade de potência nas proximidades dos condutores e o resultado do incremento do SIL da linha através da melhoria da configuração geométrica dos cabos das fases e redução da impedância característica Z_c .

Uma vantagem de se avaliar o vetor de Poynting é que se pode aplicar simultaneamente corrente elétrica e potencial elétrico na linha, de forma que em um processo de otimização as posições dos condutores poderiam ser variáveis, levando a soluções de arranjos de condutores inéditos ou ao menos tornando o problema de otimização mais abrangente do que é hoje em dia. Todavia, tal análise não visa estabelecer mecanismos de definição do ótimo global, bem como a melhor função objetivo para o problema de redução da impedância característica, mas sim, uma alternativa aos métodos clássicos até então utilizados.

Considerando o caráter pontual do vetor de Poynting, é considerada a análise do comportamento dos campos em pontos próximos aos condutores tendo em vista o comportamento dominante dos campos elétricos e magnéticos nestas regiões. Como o campo magnético varia inversamente com a distância aos condutores de corrente enquanto o campo elétrico varia inversamente com o quadrado da distância aos condutores, o vetor de Poynting decresce com a razão inversa do cubo da distância aos condutores. Como a área plana transversa ao vetor de Poynting aumenta quadraticamente com a distância aos condutores (coordenadas cilíndricas) tem-se uma densidade de potência estritamente decrescente na razão inversa à distância até os condutores da linha. Esse fato sustenta o princípio de que a avaliação do vetor de Poynting nas vizinhanças do condutor é suficiente para assegurar o comportamento da densidade de potência em todo espaço. Assim, se a densidade de potência transportada por uma linha aumentar em uma área fixa ao redor dos condutores, também aumenta a densidade de potência em todo o espaço. Isso é usado na avaliação indireta do aumento do SIL.

Importante observar que são necessárias correntes elétricas nos condutores das fases para surgimento de campo magnético e consequente avaliação de indutância. Por sua vez, o campo elétrico, que define capacitância, surge a partir da presença de potenciais impostos nos condutores e no solo. Portanto, para solução do problema de campos decorrentes de linhas de transmissão, é necessária a imposição de correntes e de potenciais nos condutores. Essa imposição de correntes e tensões como variáveis independentes, na presente abordagem, busca minimizar Z_c através da maximização do vetor de Poynting, mas não respeita o balanço

de potência na linha. Na realidade o balanço de potência só ocorrerá em uma situação particular que é justamente a da máxima transferência de potência.

Caso o balanço de potência fosse relevante no problema, a corrente aplicada na linha deveria ser sempre V/Z_c que demandaria o cálculo explícito de Z_c . Como Z_c varia passo a passo pelo posicionamento dos condutores, a correção da corrente como variável independente deveria ser atualizada durante o processo. Ressalta-se que o valor correto dos módulos das correntes nos condutores não implica em mudança de Z_c que só depende da distribuição espacial de campos magnéticos.

Alguns poucos pontos ao redor dos condutores são escolhidos para avaliação do vetor de Poynting. A maximização da soma dos vetores de Poynting nestes pontos é procurada e após ser encontrada, tem-se a configuração geométrica dos condutores no feixe que resulta no menor Z_c possível, sendo então avaliados os parâmetros da linha e a impedância por meio de um programa de referência, o ATP/EMTP, através de sua rotina *Line Constants*, conforme Leuven (1987).

A vantagem desta abordagem é que ela pode ser aplicada a praticamente qualquer configuração, com todas as restrições geométricas e elétricas necessárias e acoplar simultaneamente na sua solução outras restrições importantes como ruído audível e o efeito corona, além da proximidade das torres de transmissão.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho organiza-se em cinco capítulos, incluindo esta introdução na qual a motivação e visão geral da proposta foram apresentadas, mais o item conclusão e propostas de trabalhos futuros.

No segundo capítulo, uma revisão sucinta da teoria de campos eletromagnéticos é realizada abordando as equações de Maxwell com ênfase em campos estáticos descritos pela equação de Poisson. Através desta equação é definido o problema de valor de contorno que descreve a distribuição dos campos elétricos e magnéticos, bem como a abordagem das condições de contorno que regem o problema e a excitação complexa que será imposta aos condutores como fonte de campo. O capítulo inicia-se com uma revisão das características possíveis para as propriedades do meio. A definição correta dessas propriedades é de fundamental importância para a determinação do comportamento do campo elétrico e magnético em estudo.

No terceiro capítulo a formulação do Método dos Elementos de Contorno (MEC) é apresentada para o problema de valor de contorno definido no capítulo dois. O método dos elementos de contorno é utilizado neste trabalho para definição dos valores de campo elétrico e magnético nos pontos próximos aos condutores. Sua aplicação é justificada, conforme afirmado no item anterior, devido à facilidade de modelar o problema através apenas da discretização do contorno. Os contornos neste caso representam os cabos condutores e a interface solo-ar. A facilidade de discretização é explorada através de sua aplicação no processo iterativo. Durante o processo de otimização, a cada passo é realizada uma nova discretização representando o novo posicionamento dos cabos. Devido à simplicidade de descrição do contorno, o processo é realizado de forma autônoma pelo algoritmo criado.

Já no quarto capítulo o método de Otimização por Enxame de Partículas é apresentado. Uma breve descrição do histórico e evolução do PSO é realizada, bem como suas equações fundamentais que tornam o processo iterativo convergente para uma solução dada como ótima pelo algoritmo. Neste capítulo também são apresentados os parâmetros a serem otimizados e suas restrições, assim como a definição da função objetivo definida em termos dos pontos onde o campo elétrico e magnético são calculados.

No quinto capítulo são apresentados os resultados da otimização de modelos de linha de transmissão de potência natural elevada (LPNE), iniciando pela validação dos algoritmos de cálculo de campo através da resolução de um problema cuja resposta analítica é conhecida — de forma mais específica, é realizada a comparação entre as respostas analíticas e numéricas do problema de distribuição de potencial e campo elétrico gerado no interior de um cabo coaxial de comprimento infinito. Em sequência, os resultados da otimização de modelos de linhas LPNE de 500 kV utilizados por empresas brasileiras como CHESF e ELETRONORTE são apresentados.

Após o quinto capítulo, conclusões relativas ao presente trabalho, bem como sugestões e propostas para futuras pesquisas correlacionadas são apresentadas.

2 CONCEITOS BÁSICOS DO ELETROMAGNETISMO

2.1 INTRODUÇÃO

A proposta de redução da impedância característica da linha de forma indireta através da análise do vetor de Poynting requer o cálculo dos campos elétricos e magnéticos nas proximidades dos cabos condutores, cálculo este possível de ser realizado a partir do entendimento das relações existente entre os campos, suas fontes e o meio. Tal entendimento é possível de ser obtido através das Equações de Maxwell, as quais formam o conjunto de equações fundamentais do eletromagnetismo, composto por equações diferenciais parciais que relacionam entre si o campo elétrico \vec{E} e o campo magnético \vec{H} , bem como a carga elétrica e densidade de corrente num dado ponto através de suas derivadas em relação ao tempo e ao espaço calculadas neste ponto.

Todavia, para determinados problemas a solução das equações de Maxwell torna-se extremamente complexa, devendo então ser exploradas as particularidades do sistema físico de forma a simplificar a modelagem da solução. Uma destas maneiras é realizar a análise estática, desacoplando os campos elétricos e magnéticos.

O presente capítulo faz uma revisão da teoria eletromagnética visando demonstrar as equações que descrevem o comportamento dos campos em estudo, apresentando inicialmente as definições das propriedades dos materiais, as quais serão utilizadas nos cálculos. Em sequência, as equações de Maxwell são apresentadas focando as características do sistema trifásico e as aproximações possíveis, as quais conduzirão a modelagem de um problema eletrostático ou magnetostático descrito pela equação de Poisson. Em seguida, o Teorema de Poynting é apresentado, o qual será utilizado como função objetivo do problema de otimização.

Considerações sobre a classificação de linhas com relação à distribuição de seus campos, bem como o efeito pelicular também são discutidas de modo a estabelecer o entendimento da aplicação das condições de contorno sobre os condutores.

Ao final do capítulo é definida a nomenclatura genérica do problema de valor de contorno e condições de fronteira. Como a modelagem do problema magnético e elétrico pode ser realizada através de um problema de potencial, faz-se útil determinar uma nomenclatura genérica com esta finalidade. Através desta unificação o método dos elementos de contorno

pode ser formulado também de forma genérica para um problema de potencial, independente de sua natureza (problema elétrico ou magnético), como realizado no terceiro capítulo.

2.2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Conforme Lorrain *et al.* (2000), um meio é dito *homogêneo* se suas características físicas (densidade de massa, estrutura molecular, etc.) não variam de ponto a ponto. Caso o contrário é definido como não-homogêneo ou heterogêneo.

Um meio é *linear* em relação ao campo, se a densidade de fluxo for proporcional a este campo. Este é o caso do espaço livre. Nos meios materiais, a relação campo *versus* densidade de fluxo pode não ser sempre linear. Se não o for, diz-se que o material é não-linear.

Um material é dito *isotrópico* quando suas propriedades são independentes da direção de orientação molecular. Geralmente, quando a estrutura molecular de um material está orientada aleatoriamente este material é isotrópico. Meios cristalinos e certos plasmas podem apresentar características direcionais. Tais materiais são então chamados *não-isotrópicos* ou *anisotrópicos*.

Este trabalho restringe-se a meios *lineares*, *homogêneos* e *isotrópicos*. A importância do correto conhecimento dessas propriedades deve-se a necessidade de representar os meios considerados na modelagem do problema, os quais neste trabalho restringem-se apenas ao solo e ar. Estas propriedades são adotadas para definição da matriz de propriedades do meio representado a permissividade elétrica e permeabilidade magnética no método dos elementos de contorno.

Consideradas as características dos materiais, passa-se à descrição das Equações de Maxwell.

2.3 EQUAÇÕES DE MAXWELL

Na abordagem tradicional de estudos de linhas de transmissão lidamos apenas com equações diferenciais envolvendo tensões e correntes nas barras receptoras, e a impedância característica da linha em função da posição. Todavia, partindo da proposição inicial de analisar de forma indireta o comportamento desses parâmetros através do vetor de Poynting, faz-se necessário o uso da teoria dos campos vetoriais \vec{E} , \vec{D} , \vec{B} , \vec{H} e \vec{J} , explicitados a diante, e

seus valores como função da posição. Para isso, são utilizadas as equações de Maxwell, as quais são capazes de descrever todas as relações envolvendo estes campos e meio no qual estão distribuídos.

As equações de Maxwell são assim chamadas em homenagem ao físico e matemático escocês James Clerk Maxwell pelo seu trabalho de unificação de toda teoria eletromagnética, formulada através dos trabalhos de Ampère, Gauss e Faraday, em um conjunto de equações apresentadas em sua forma diferencial:

$$\nabla \times \vec{E} + \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \varepsilon \vec{E} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mu \vec{H} = 0 \quad (2.4)$$

Sendo que,

- ε representa a permissividade do meio em Farad/metro, para o ar livre $\varepsilon = 8,854 \times 10^{-12}$ Farad/metro;
- μ representa a permeabilidade do meio, em Henry/metro, para o ar livre $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Henry/metro;
- \vec{E} representa o vetor campo elétrico, em Volt/metro (V/m);
- \vec{H} representa o vetor campo magnético, em Ampères/metro (A/m);
- ρ representa a densidade de carga, em Coulomb(C) por unidade de distância, área ou volume;
- \vec{J} representa o vetor densidade de corrente elétrica, em Ampère (A) por unidade de distância, área ou volume.

Nas equações acima, (2.1) a (2.4), a notação usual é utilizada colocando os termos que envolvem campo no lado esquerdo e os termos que envolvem fonte de campo no lado direito.

É possível também estabelecer a relação entre o campo elétrico \vec{E} e o meio através da permissividade ε , obtendo o vetor densidade de fluxo elétrico \vec{D} , cuja unidade é Coulomb/metro²:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (2.5)$$

Da mesma forma, o vetor campo elétrico \vec{E} e a condutividade elétrica σ , obtendo o vetor densidade de corrente \vec{J} :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.6)$$

Sendo (2.6) conhecida como lei de Ohm pontual.

No caso magnético, é possível correlacionar o campo magnético \vec{H} com a permeabilidade do meio μ , encontrando o vetor densidade de fluxo magnético \vec{B} , cuja unidade é Tesla (T):

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.7)$$

Em (2.1) a (2.4) encontra-se a forma mais geral das equações de Maxwell, sendo válidas tanto no domínio das altas frequências, contemplando o estudo de ondas eletromagnéticas e propagação de energia por meio delas, quanto no domínio das baixas frequências onde se encontram a maior parte dos dispositivos eletromagnéticos, como transformadores e motores elétricos. Este último domínio, correspondente ao estado “quase estacionário”, no qual, em geral, podem ser estudados os campos elétricos e magnéticos separadamente, ao contrário do que ocorre para as altas frequências onde estes campos são interdependentes.

Para o caso estacionário, em um meio com condutividade muito baixa como o ar em torno das linhas, com pequena frequência de oscilação temporal dos campos, despreza-se a corrente de deslocamento relativa ao termo $\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ e também ao termo $\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0$, obtendo então o seguinte conjunto de equações:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (2.8)$$

$$\nabla \cdot \mu \vec{H} = 0 \quad (2.9)$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (2.10)$$

$$\nabla \cdot \varepsilon \vec{E} = \rho \quad (2.11)$$

Logo, os campos em análise são gerados a partir de fontes invariantes no tempo (\vec{J} e ρ), sendo possível com isso desacoplar o sistema, analisando separadamente a eletrostática e a magnetostática, simplificando a resolução do problema pela abordagem do potencial escalar elétrico e potencial vetor magnético, como tratado em sequência.

2.4 CAMPOS ESTÁTICOS

Através da abordagem estática, a distribuição espacial do campo elétrico e do campo magnético pode ser calculada através do potencial elétrico e do potencial vetor magnético sujeitos a condições de contorno impostas, obedecendo ainda à equação de Poisson.

2.4.1 Campo Elétrico

Na ausência de variação temporal, pode-se descrever completamente a distribuição do campo no espaço através do gradiente de seu potencial V , por meio da seguinte relação:

$$\nabla V = -\vec{E} \quad (2.12)$$

Com o vetor apontado no sentido decrescente de V devido ao sinal negativo.

Na existência de correntes dependentes do tempo, o potencial V descreve apenas parte do campo \vec{E} (parte divergente), sendo a parte rotacional descrita por (2.1).

Substituindo (2.12) em (2.3), pode ser obtida a seguinte relação:

$$\nabla \cdot \epsilon(\nabla V) = -\rho \quad (2.13)$$

Para meios homogêneos isotrópicos, encontra-se:

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.14)$$

Sendo (2.14) conhecida como equação de Poisson, que relaciona a densidade espacial de carga ρ num dado ponto com as segundas derivadas espaciais do potencial V nesse ponto.

Numa dada região onde a densidade espacial de carga ρ é nula, esta equação é reduzida a equação de Laplace.

$$\nabla^2 V = 0 \quad (2.15)$$

O problema genérico de encontrar V , para o campo criado por uma dada distribuição de cargas resume-se a descobrir uma solução para a equação de Laplace ou Poisson que satisfaça as condições de fronteira dadas.

2.4.2 Modelagem do Problema Elétrico

Para determinar o campo elétrico na região em torno de uma linha de transmissão utiliza-se a equação (2.15) seguida do cálculo do gradiente do potencial V por (2.12). Deste modo, devem ser aplicadas como condições de contorno o potencial na superfície dos cabos condutores, nos para-raios e no solo, conforme a figura 2.

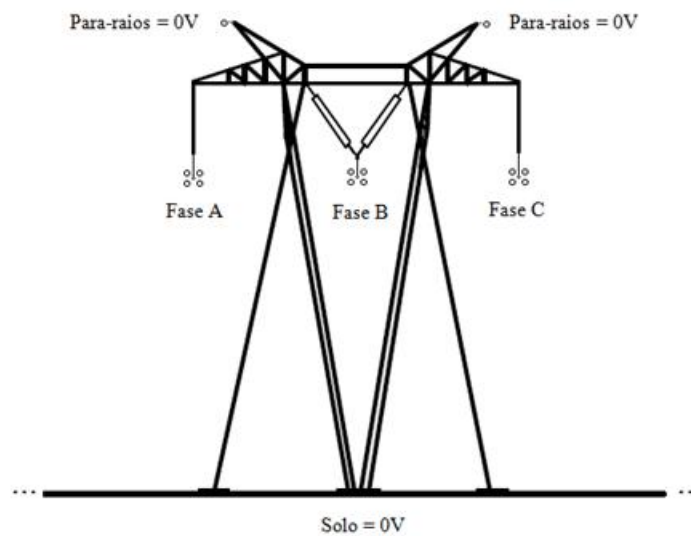


Figura 2 - Condições de contorno para o problema de potencial elétrico

Com potencial V e seu gradiente ∇V calculados nos chamados *Pontos Internos*¹, conforme indicando na figura 3.

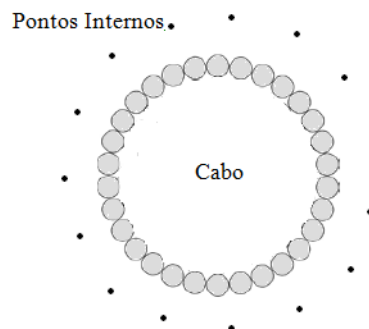


Figura 3 - Representação do cabo e pontos (pontos internos) para o cálculo o potencial e campo elétrico

¹ Comumente conhecidos na literatura do MEC como os pontos internos do domínio onde são calculados o

O potencial imposto ao solo e aos cabos para-raios será nulo. Quanto às torres, apesar da influência que exercem sobre a impedância característica Z_c , estas não serão representadas pois comumente, os vãos das linhas possuem centenas de metros e a influência das torres apresentaria efeito muito pequeno nos resultados.

São utilizadas como condições de contorno dos cabos de fase os valores máximos das tensões senoidais para cada fase, sendo estes valores alocados apenas na superfície do condutor.

Considerando a variação senoidal em 60 Hz do potencial nos condutores, surge uma discordância entre o modelo estático representado por (2.15) e as condições de contorno dependentes do tempo. Logo, como artifício para melhor representar o problema, assume o valor das condições de contorno por meio de fasores em regime permanente de 60 Hz:

- Fase A = $Ue^{j(\omega t + \psi)} = U[\cos(\omega t + \psi) + jU\sin(\omega t + \psi)]$, com $\psi = 0$;
- Fase B = $Ue^{j(\omega t + \psi)} = U[\cos(\omega t + \psi) + jU\sin(\omega t + \psi)]$, com $\psi = \frac{2\pi}{3}$;
- Fase C = $Ue^{j(\omega t + \psi)} = U[\cos(\omega t + \psi) + jU\sin(\omega t + \psi)]$, com $\psi = -\frac{2\pi}{3}$;

Onde U representa o valor máximo da tensão fase-terra da linha de transmissão.

Para o meio externo representado o espaço livre, não há necessidade da adoção de contornos limitantes, bem como imposição de valores, sendo esta capacidade de representar meios infinitos de forma trivial uma importante característica do método dos elementos de contorno.

Como propriedade do meio, o ar recebe o valor de permissividade $\epsilon = 8,854 \times 10^{-12}$ Farad/metro.

2.4.3 Campo Magnético

Para análise do campo magnético será necessária a introdução da grandeza auxiliar chamada de *Potencial Vetor Magnético* \vec{A} , o qual torna o processo de solução semelhante ao caso elétrico estático.

O potencial vetor é definido de tal forma que a densidade de fluxo magnético \vec{B} seja obtida por meio de seu rotacional:

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \quad (2.16)$$

Por outro lado a relação abaixo é válida para qualquer função vetorial:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0 \quad (2.17)$$

Assim, o potencial vetor satisfaz (2.4), conforme pode ser verificado:

$$\nabla \cdot \mu \vec{H} = \nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0 \quad (2.18)$$

Logo,

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad (2.19)$$

Aplicando o rotacional, é obtido o vetor densidade de corrente \vec{j} :

$$\nabla \times \vec{H} = \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{j} \quad (2.20)$$

Considerando apenas materiais homogêneos, isotrópicos e lineares, é possível escrever:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu \cdot \vec{j} \quad (2.21)$$

Expandindo o lado esquerdo, é encontrada a seguinte equação:

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu \cdot \vec{j} \quad (2.22)$$

Na magnetostática, utiliza-se a condição de calibre de Coulomb:

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad (2.23)$$

Com esta condição, a equação para a magnetostática é encontrada:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = -\mu \cdot \vec{j} \quad (2.24)$$

Para o caso especial de \vec{j} igual a zero, tem-se:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = 0 \quad (2.25)$$

A equação 2.25 é o Laplaciano vetorial do potencial vetor magnético. No caso particular em que o vetor densidade de corrente \vec{j} possui componente apenas em uma direção

(e.g. \vec{z}), chega-se ao caso bi-dimensional, no qual o campo dependerá apenas das direções \vec{x} e \vec{y} . Conforme a sequência:

$$\vec{J} = J\vec{k} \quad (2.26)$$

$$\vec{A} = A\vec{k} \quad (2.27)$$

Onde \vec{k} é o vetor unitário na direção de \vec{z} , logo o potencial vetor terá componente apenas nesta direção e torna-se escalar. Assim, a equação de Poisson para a magnetostática toma forma semelhante ao potencial eletrostático:

$$\nabla^2 A = -\mu J\vec{k} \quad (2.28)$$

Como já visto, ∇^2 é o laplaciano de A. Valendo também as equações de Laplace nas regiões de estudo em que \vec{J} for zero.

2.4.4 Modelagem do Problema Magnético

Semelhante ao demonstrado para o caso elétrico, para a determinação do campo \vec{H} será utilizado a equação (2.28) que define o potencial vetor magnético, seguida da equação (2.19) definindo o campo magnético.

Como a abordagem do problema limita-se a análise em duas dimensões, o vetor densidade de corrente \vec{J} possuirá apenas uma componente perpendicular ao plano de análise, logo, poderá ser tratado como um valor escalar semelhante ao problema elétrico.

Quanto às condições de contorno dos cabos, estas serão definidas em termo da capacidade de condução de corrente de cada cabo, definido pelo fabricante. Devido à modelagem por elementos de contorno, os condutores reais são representados por cascas cilíndricas de mesmo raio possuindo densidade de corrente superficial dada por:

$$J_c = \frac{I_c}{2\pi r_c} \quad (2.29)$$

Onde I_c representa a corrente nominal do cabo, em Ampères (A), e r_c representa o raio do condutor em metros.

Semelhantemente ao caso elétrico, as correntes também serão tratadas no domínio da frequência, estando em fase com as tensões nos condutores:

- Fase A = $J_c e^{j(\omega t + \psi)} = J_c [\cos(\omega t + \psi) + j \text{sen}(\omega t + \psi)]$, com $\psi = 0$;
- Fase B = $J_c e^{j(\omega t + \psi)} = J_c [\cos(\omega t + \psi) + j \text{sen}(\omega t + \psi)]$, com $\psi = \frac{2\pi}{3}$;
- Fase C = $J_c e^{j(\omega t + \psi)} = J_c [\cos(\omega t + \psi) + j \text{sen}(\omega t + \psi)]$, com $\psi = -\frac{2\pi}{3}$;

Assumindo a condição de máxima transferência de energia, como determinado por (1.12) e (1.13).

Quanto à representação do solo, diferentemente do caso elétrico, não há necessidade de imposição de condições de contorno, representando tanto o solo quanto o ar como um meio infinito conforme a figura 4.

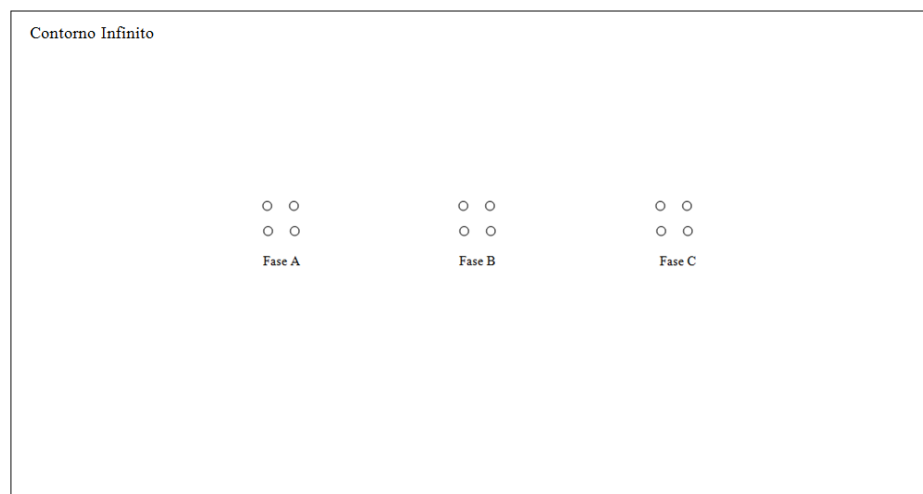


Figura 4 - Representação do modelo magnético: cabos em meio infinito

Para a propriedade do meio externo ao condutor, pode ser representada de maneira análoga ao caso elétrico assumindo o valor da permeabilidade do ar μ igual a $4\pi \times 10^{-7}$ Henry/metro.

2.5 DEFINIÇÃO DE POTÊNCIA TRANSMITIDA

Conforme proposto no item 1.1, para que seja realizada a avaliação da impedância característica Z_c das linhas, utiliza-se o vetor de Poynting definido pontualmente como $\vec{\mathcal{P}} = \vec{E} \times \vec{H}$, o qual foi desenvolvido matematicamente pelo físico inglês John Henry Poynting conforme abaixo:

$$-\iint_S \vec{\mathcal{P}} \cdot d\vec{S} = \iint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} dv + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dv \quad (2.30)$$

A integral do lado esquerdo é a potência total que penetra em um volume fechado limitado pela superfície S . A primeira integral do lado direito representa a potência ôhmica instantânea dissipada dentro do volume de integração delimitado por S . Já a integral do segundo termo do lado direito representa a energia total armazenada dentro do volume de integração na forma elétrica e forma magnética. Considerando um cilindro de ar com eixo coincidente com o centro geométrico do conjunto de cabos da linha de transmissão, raio arbitrário ρ e altura pequena, e também que a condutividade do ar seja desprezível, a dissipação da potência transmitida no entorno da linha (excluindo o seu interior) é zero e toda a potência que penetra na parte de ar em uma base do cilindro também sai pela sua outra base de ar. Essa idéia possibilita considerar o problema bidimensional fazendo a altura do cilindro tender a zero e, assim, a potência será a mesma que passa por um círculo de raio arbitrário ρ excluindo os condutores. Desta maneira a potência total que flui no entorno da linha em sentido longitudinal é:

$$-\iint_S \vec{\mathcal{P}} \cdot d\vec{S} = -\iint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} \quad (2.31)$$

onde S é uma área cujo vetor unitário é paralelo à linha.

O vetor de Poynting $\vec{\mathcal{P}}$,

$$\vec{\mathcal{P}} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (2.32)$$

Onde $\vec{\mathcal{P}}$ representa a densidade de potência instantânea, medida em Watt por metro quadrado (W/m^2), o qual definirá a função objetivo do problema de otimização proposto.

Como o campo elétrico e magnético são definidos por meio de excitações na forma complexa, os campos também são representados na forma complexa. Assim, o vetor de

Poynting, contém uma parte real e outra imaginária, todavia, apenas a parte real referente à densidade de potência ativa foi considerada.

2.6 AVALIAÇÃO DO VETOR DE POYNTING E A IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA

Conforme discutido no item 1.2, a análise da potência transmitida pode ser realizada de forma elegante e compacta por meio do vetor de Poynting.

Em (2.31) observa-se que o aumento da potência transmitida pela linha pode ser representado pelo incremento resultante do produto vetorial entre os campos elétrico e magnético (vetor de Poynting). Conforme mencionado anteriormente, a densidade de potência é estritamente decrescente na razão inversa à distância até os condutores da linha. Assim, a avaliação do vetor de Poynting nas vizinhanças do condutor é suficiente para assegurar o comportamento da densidade de potência em todo espaço, e se a densidade de potência transportada por uma linha aumentar em uma área fixa ao redor dos condutores, também é esperado o aumento da densidade de potência em todo o espaço, justificando assim a alocação dos pontos internos nas proximidades dos condutores. Tal comportamento corresponde ao dos parâmetros elétricos que definem a impedância característica da linha, conforme descrito no Apêndice A, onde é mostrado que o aumento da distância entre condutores proporciona o aumento da indutância e a redução da capacitância da linha, e conseqüentemente, o aumento da impedância característica Z_c . Deste modo, de maneira intuitiva o comportamento em termos de campo descrito pelo vetor de Poynting sustenta a análise indireta do comportamento dos parâmetros elétricos em um processo de otimização, conforme proposto no item 1.2. Todavia, tal análise não pretende calcular o SIL ótimo global. Entretanto, a metodologia heurística apresentada neste trabalho obteve melhores resultados de SIL do que aqueles de linhas que já foram projetadas para ganhos substanciais de capacidade de potência transmitida, conforme Machado *et al.*(2007) e Regis Jr. *et al.*(2009) .

2.7 COMPORTAMENTO DOS CAMPOS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

Este trabalho considera para o domínio de estudo (ar) somente o modo TEM, no qual tanto o campo elétrico \vec{E} como o magnético \vec{H} são inteiramente transversais à direção de propagação. Assim, no ar, os componentes longitudinais de campo elétrico ou magnético são desprezados. De fato, existe um componente do campo elétrico na direção longitudinal, pois a densidade de corrente elétrica no condutor é proporcional a este campo através da condutividade e a sua condição de componente tangencial contínua. Mas, este valor é pequeno e relevante apenas no estudo dentro do condutor onde existem as perdas ôhmicas. Portanto, no domínio de estudo, será considerado que os campos \vec{E} e \vec{H} estarão sempre perpendiculares e pertencentes unicamente ao mesmo plano.

O efeito importante provocado pelo campo elétrico longitudinal se localiza na região no interior dos condutores (fora do domínio de estudo desse trabalho). O campo elétrico longitudinal nessa região é perpendicular ao campo magnético interno ao condutor. O vetor de Poynting indica, portanto uma propagação de energia radial para dentro do condutor. O meio de propagação da energia sendo metálico com alta condutividade provoca grande atenuação do vetor de Poynting de forma tal que após alguns milímetros a partir da superfície do condutor não existirão campos relevantes. Esta atenuação dos campos no interior dos condutores e a existência deles nas periferias é denominado de efeito pelicular ou efeito Kelvin².

Portanto, a distribuição da corrente $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ ocorre de forma não homogênea, concentrando-se nas proximidades da superfície condutora, decaindo sua concentração na região próxima ao centro do condutor. Este comportamento é descrito em função da frequência de oscilação f em Hertz, da permeabilidade magnética do meio condutor μ e a condutividade elétrica σ , através da equação:

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt{f\pi\mu\sigma}} \quad (2.33)$$

Onde ϑ é chamada de profundidade de penetração ou espessura pelicular, fornecida em metros.

Em corrente alternada o efeito pelicular impõe algumas desvantagens a transmissão: a resistência elétrica efetiva do condutor aumenta em relação à resistência medida em corrente

² Em homenagem a Lord Kelvin por sua contribuição ao estudo do efeito pelicular em condutores cilíndricos.

continua. Consequentemente haverá maior perda sob forma de calor, por unidade de comprimento de condutor, caso o mesmo fosse percorrido por uma corrente elétrica constante. Semelhantemente a resistência elétrica efetiva, a reatância indutiva interna do condutor é igualmente modificada.

O efeito pelicular pode ser praticamente eliminado pela substituição da seção reta de um cabo espesso por vários condutores de alumínio ou cobre de menores diâmetros (menores que a profundidade de penetração) e separados entre si por lâminas delgadas de ar, formando cordoalhas e reforçados por cabos de aço no seu interior para aumentar a resistência mecânica. Estes cabos reais possuem a mesma capacidade de corrente que um cabo sólido, mas com pequeníssimo efeito pelicular.

2.8 UNIFICAÇÃO DA NOMENCLATURA

Conforme estabelecido nos itens anteriores, utiliza-se o problema de valor de contorno (PVC) descrito pela equação de Poisson e suas condições de contorno para formular o MEC de maneira genérica, independentemente da natureza do problema, possibilitando alterar apenas a interpretação das variáveis para o caso elétrico ou magnético, conforme a etapa de solução. Para isso, deve-se partir de uma formulação geral do PVC conforme a seguinte equação:

$$k\nabla^2 u(x) = \gamma(x), \text{ em } \Omega \quad (2.34)$$

Em (2.34), $u(x)$ representa um campo potencial qualquer; $\gamma(x)$ representa uma fonte; x , em coordenadas generalizadas, representa a dimensão do problema ($x_i = 1, 2, \dots, n$ esima dimensão); e k representa a propriedade do meio. Para a definição do problema são necessárias as seguintes condições de contorno:

$$u(x) = \bar{u}(x) \text{ para } x \text{ sobre } \Gamma_1 \text{ (cond. de contorno essencial)} \quad (2.35)$$

$$q(x) = \nabla u(x) \cdot \vec{n}(x) = \bar{q}(x) \text{ para } x \text{ sobre } \Gamma_2 \text{ (cond. de contorno natural)} \quad (2.36)$$

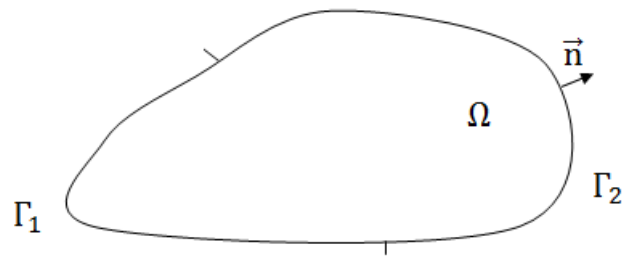


Figura 5 - Definição das Condições de Contorno

Onde Ω representa o domínio; $\vec{n}(x)$ representa o vetor normal ao contorno apontando para fora do domínio; $\bar{u}(x)$ representa o valor prescrito do contorno em x ; $\nabla u(x)$ representa a derivada do campo potencial em x ; $q(x)$ representa o fluxo do campo potencial na direção do vetor $\vec{n}(x)$ e Γ representa o contorno do domínio com condições prescritas em Γ_1 e Γ_2 sendo que:

$$\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma \tag{2.37}$$

$$\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset \tag{2.38}$$

Unificada a nomenclatura e apresentado o problema de valor de contorno (PVC), é definido em sequência o método numérico para sua solução.

3 MODELAGEM NUMÉRICA

3.1 INTRODUÇÃO

Apresenta-se neste capítulo a formulação do método numérico dos elementos de contorno (MEC) para aquisição de soluções aproximadas para o problema de valor de contorno (PVC) definido no capítulo anterior. A aplicação de métodos numéricos para solução de PVC justifica-se tanto pela complexidade de solução dos problemas devido à geometria, quanto pela presença, em modelos reais, de diversos tipos de materiais, tornando inviável o uso formas analíticas.

Em linhas gerais, os métodos numéricos baseiam-se em processos computacionais para solução do PVC a partir de uma discretização. Este processo reduz um problema físico contínuo com infinitas incógnitas, a um problema discreto e finito. Para isso, é feita a aplicação do método variacional ou residual, obtendo um sistema de equações algébricas, que depois de resolvido fornece a solução do PVC.

Para o escopo deste trabalho, o uso do MEC é justificado devido à necessidade de discretizar apenas o contorno para a solução do problema, dispensando o uso de malhas envolvendo o domínio como requisitado pelo método dos elementos finitos ou método das diferenças finitas. Tal característica torna possível que o processo de discretização seja realizado de maneira sucessiva de forma bastante simples durante as iterações de otimização.

Este trabalho utiliza o método dos resíduos ponderados para formulação do MEC partindo da própria equação de Poisson descrita no capítulo anterior para o problema de potencial.

3.2 MÉTODO DOS RESÍDUOS PONDERADOS

Uma das formas de solução do PVC consiste em estabelecer aproximações da solução pela aplicação direta do método dos resíduos ponderados ao problema original, conforme Mansur *et al.* (1995). Devido ao seu grau de generalidade, o método dos resíduos ponderados permite o desenvolvimento de diversos métodos numéricos, tais como o método dos elementos de contorno e método dos elementos finitos.

As soluções obtidas por métodos aproximados, todavia, não atendem exatamente ao problema original e suas condições de contorno, logo, é necessária a definição de um conjunto

de funções resíduos que devem tender a zero quando a solução aproximada tender a solução analítica.

Para o problema de valor de contorno descrito por (2.34) a (2.36), adotam-se então soluções aproximadas \tilde{u} e \tilde{q} , estabelecendo as funções resíduos R_Ω , R_{Γ_1} e R_{Γ_2} no domínio e contorno, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} R_\Omega(x) &= k\nabla^2\tilde{u} - \gamma, & \text{para } x \in \Omega \\ R_{\Gamma_1}(x) &= \tilde{u}(x) - \bar{u}(x), & \text{para } x \in \Gamma_1 \\ R_{\Gamma_2}(x) &= \tilde{q}(x) - \bar{q}(x), & \text{para } x \in \Gamma_2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Lembrando que $\tilde{q}(x) = \frac{\partial\tilde{u}(x)}{\partial n}$, para $x \in \Gamma_2$.

Com o objetivo de distribuir o erro, ou resíduo $R_\Omega(x)$ gerado pela aproximação, tornando-o nulo em relação à totalidade do domínio Ω , adota-se como artifício uma função denominada de ponderação ou peso, aqui tratada como ϖ , representando esta distribuição do resíduo ao longo do domínio através do seguinte produto interno:

$$\int_{\Omega} k\nabla^2\tilde{u}\varpi d\Omega - \int_{\Omega} \gamma\varpi d\Omega = 0 \quad (3.2)$$

Todavia, (3.2) não trata explicitamente o contorno, assim como não expressa o problema unicamente em função dele, como é necessário para formulação do MEC. Deste modo, torna-se conveniente aplicar a regra de integração por partes a primeira integral de domínio de (3.2). Assim, considerando duas funções quaisquer $f(x)$ e $g(x)$, e suas derivadas $f'(x)$ e $g'(x)$, pode-se escrever a seguinte relação:

$$\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx \quad (3.3)$$

Adotando $f'(x) = \nabla^2\tilde{u}$ e $g(x) = \varpi$ em (3.3), encontra-se:

$$\int_{\Omega} \nabla^2\tilde{u}\varpi d\Omega = - \int_{\Omega} \nabla\tilde{u}\nabla\varpi d\Omega + \int_{\Gamma} \frac{\partial\tilde{u}}{\partial n}\varpi d\Gamma \quad (3.4)$$

Aplicando (3.4) em (3.2) é encontrada a seguinte equação:

$$- \int_{\Omega} (\nabla\tilde{u}) \cdot (\nabla\varpi) d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\gamma}{k}\varpi d\Omega + \int_{\Gamma} \frac{\partial\tilde{u}}{\partial n}\varpi d\Gamma = 0 \quad (3.5)$$

Integrando por partes novamente, adotando $f'(x) = \nabla\tilde{u}$ e $g(x) = \nabla\varpi$, encontra-se:

$$\int_{\Omega} (\nabla^2\varpi)\tilde{u}d\Omega - \int_{\Omega} (\gamma/k)\varpi d\Omega = - \int_{\Gamma} \frac{\partial\tilde{u}}{\partial n}\varpi d\Gamma + \int_{\Gamma} \tilde{u} \frac{\partial\varpi}{\partial n} d\Gamma \quad (3.6)$$

Reescrevendo o contorno Γ em (3.6), em termos de Γ_1 e Γ_2 e $\tilde{q} = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial n}$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (\nabla^2 \varpi) \tilde{u} d\Omega - \int_{\Omega} (\gamma/k) \varpi d\Omega = \\ = - \int_{\Gamma_2} \bar{q} \varpi d\Gamma - \int_{\Gamma_1} \tilde{q} \varpi d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \tilde{u} \frac{\partial \varpi}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \bar{u} \frac{\partial \varpi}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (3.7)$$

Cabe ressaltar o fato de que em (3.7), as exigências inicialmente atribuídas sobre a função \tilde{u} são agora transferidas à função de ponderação ϖ , ou seja, em (3.2) é necessário que \tilde{u} possua continuidade de segunda ordem, todavia, essa necessidade é transferida para ϖ em (3.7), e o problema é invertido dentro da primeira integral de domínio, sendo por isso (3.7) conhecida como *forma inversa*, e através dela o problema inicial descrito em (2.34) passa a incorporar as condições de contorno em sua formulação.

Quanto às funções de aproximação das respostas para solução numérica do problema descrito em (3.7), é usual adotar aproximações por séries finitas, aproximando a função desejada por meio de um conjunto de funções φ_i e ψ_j linearmente independentes definidas no espaço, gerando diferentes níveis de aproximação, conforme abaixo:

$$u(x) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \varphi_k(x) \quad (3.8)$$

$$\varpi(x) = \sum_{j=1}^J \beta_j \psi_j(x) \quad (3.9)$$

Onde as variáveis α_i e β_j são coeficientes desconhecidos.

De posse desses conceitos, pode-se apresentar a formulação do Método dos Elementos de Contorno, conforme feito no subitem seguinte.

3.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

O MEC possui origem relativamente recente e atribuída aos trabalhos de Jaswon (1963) e Symm (1963), segundo Gaul *et al.*(2003). Nestes trabalhos, os autores desenvolveram o Método das Equações Integrais de Contorno para problemas de potencial utilizando a terceira identidade de Green. A partir de então, tornou-se cada vez mais popular sua aplicação em modelagem de problemas envolvendo meios infinitos e regiões com concentração de tensões, para os quais excelentes resultados foram apresentados em inúmeros

trabalhos destacando a qualidade das respostas encontradas e facilidade de criação dos modelos, conforme Gaul *et al.* (2003).

Outra vantagem adicional atribuída ao MEC é a redução do esforço computacional, visto que a matriz contendo os coeficientes do sistema de equações gerado, apesar de ser cheia e não simétrica, tem dimensões menores do que a obtida pelo método dos elementos finitos, devido à redução em uma unidade da dimensão do problema decorrente das aproximações feitas apenas no contorno. Característica essa explorada neste trabalho, simplificando consideravelmente a modelagem do problema inicial, e remodelagem durante o processo de otimização.

3.3.1 Soluções Fundamentais

No item 3.2, o problema de valor de contorno descrito em (2.33) foi tratado de modo a definir o problema em função apenas do contorno, através do processo de integração por partes. Este processo transferiu as exigências de continuidade de segunda ordem da solução aproximada \tilde{u} , para função de ponderação ϖ . Deste modo, o problema passa a ser definido em termos da função de ponderação, a qual usualmente é definida de modo a representar o campo incógnita independentemente de considerações sobre contorno. Este tipo de função de ponderação pode ser obtida quando associada a funções especiais utilizadas como excitação do problema, tal como a função generalizada Delta de Dirac $\delta(x, \xi)$, representando uma concentração pontual de carga e seus efeitos em um domínio infinito. Tais funções de ponderação são chamadas de soluções fundamentais, sendo aqui representadas por u^* . Deste modo, o problema pode ser representado da seguinte forma:

$$\nabla^2 u^*(x, \xi) = -\delta(x, \xi) \quad (3.10)$$

Onde $u^*(x, \xi)$ representa a solução fundamental para o problema de campo gerado por uma concentração impulsiva de carga aplicada em ξ — uma alternativa comum adotada por muitos autores, conforme Gaul *et al.* (2003).

A excitação $\delta(x, \xi)$ do problema possui a seguinte propriedade de amostragem (ou filtro):

$$\int \tilde{u}(x) \delta(x, \xi) dx = \begin{cases} \tilde{u}(\xi) & \text{para } \xi \in \Omega \\ 0 & \text{para } \xi \notin \Omega, \xi \notin \Gamma \\ \text{indefinido} & \text{para } \xi \in \Gamma \end{cases} \quad (3.11)$$

Deste modo, por meio de (3.10) e das propriedades de amostragem definidas em (3.11) para a função Delta de Dirac, é possível obter a seguinte relação para a aproximação $\tilde{u}(x)$:

$$\int \tilde{u}(x) \nabla^2 u^*(x, \xi) d\Omega = \tilde{u}(\xi) \quad (3.12)$$

Considerando (3.12), $\varpi = u^*$, $\partial \tilde{u} / \partial n = \tilde{q}$ e $\partial u^* / \partial n = q^*$, (3.7) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\tilde{u}(\xi) = \int_{\Gamma_2} \bar{q} u^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \tilde{q} u^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} \bar{u} q^* d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \tilde{u} q^* d\Gamma \quad (3.13)$$

Considerado também a inexistência de fontes no sistema ($\gamma = 0$) em (2.33), o que facilita a dedução da solução do modelo em foco (equação de Laplace). A equação (3.13) está definida apenas para ξ pertencente ao domínio Ω .

Reagrupando os termos da integral de contorno encontra-se:

$$\tilde{u}(\xi) = \int_{\Gamma} \tilde{q} u^* d\Gamma - \int_{\Gamma} \tilde{u} q^* d\Gamma \quad (3.14)$$

Em (3.14), os campos u^* e q^* são conhecidos e correspondem à solução do problema de uma fonte pontual em um domínio infinito, descritos pelas seguintes equações em duas dimensões:

$$u^*(x, \xi) = -\frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{r}\right) \quad (3.15)$$

$$q^*(x, \xi) = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \zeta}{\partial n} \quad (3.16)$$

Com r representando a distância entre o ponto fonte ξ e o ponto campo x ; e ζ representa o vetor unitário na direção de ξ para x .

Deste modo, conhecidas as condições de contorno, a equação (3.14) permite o cálculo do campo potencial em pontos internos do domínio Ω através da variação do ponto fonte ξ .

Por outro lado, deseja-se obter a expressão para os campos aproximados \tilde{u} e \tilde{q} , também sobre o contorno Γ do domínio Ω . Logo, uma formulação adicional é necessária, formulação esta conhecida como Equação Integral de Contorno, a qual é demonstrada em sequência.

3.3.2 Equação Integral de Contorno

Para aquisição das soluções aproximadas \tilde{u} e \tilde{q} do problema através de (3.14) sobre o contorno é necessária a análise do comportamento das soluções fundamentais (3.15) e (3.16) nas proximidades dele. Deste modo, utiliza-se como artifício a alteração da região original, considerando no limite essa alteração nula, conforme Gaul *et al.* (2003), sendo possível definir o valor para $\tilde{u}(\xi)$ quando $\xi \in \Gamma$. Logo, deve ser considerada a seguinte alteração no contorno:

$$\Gamma' = \Gamma - \Gamma_\epsilon^* + \Gamma_\epsilon \quad (3.17)$$

Descrita pela figura 6, abaixo:

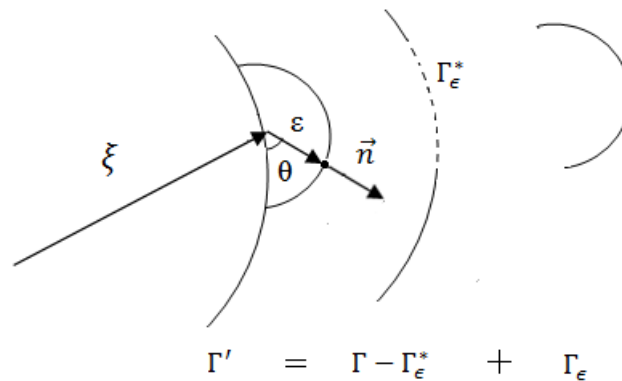


Figura 6 - Extensão do contorno para alocação do ponto de carregamento

O elemento do contorno pode ser definido em função das coordenadas generalizadas x e do ponto fonte ξ , como elemento diferencial da seguinte forma:

$$d\Gamma_\epsilon = \epsilon d\theta \quad (3.18)$$

Sendo que,

$$\epsilon = |x - \xi| \quad (3.19)$$

Deste modo, definindo adequadamente os limites de integração, (3.14) pode ser aplicada ao ponto ξ :

$$\tilde{u}(\xi) = \int_{\Gamma - \Gamma_\epsilon^* + \Gamma_\epsilon} \tilde{q} u^* d\Gamma - \int_{\Gamma - \Gamma_\epsilon^* + \Gamma_\epsilon} \tilde{u} q^* d\Gamma \quad (3.20)$$

O comportamento de cada integral de contorno pode ser analisado quando ε tender a zero, separando seus limites. Tomando em (3.20) a primeira integral do lado direito da igualdade e utilizando a equação (3.15), encontra-se:

$$\int_{\Gamma - \Gamma_\varepsilon^* + \Gamma_\varepsilon} \tilde{q} u^* d\Gamma = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_{\Gamma - \Gamma_\varepsilon^*} \tilde{q} \frac{\ln|x - \xi|}{2\pi} d\Gamma - \int_{\Gamma_\varepsilon} \tilde{q} \frac{\ln|x - \xi|}{2\pi} d\Gamma \right) \quad (3.21)$$

A primeira integral em (3.21) é denominada *singularmente fraca* e sua resolução não requer artifícios especiais, diferentemente da segunda, na qual, aplicando a regra de L'hopital na resolução do limite é encontrada a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \tilde{q} \frac{\ln|x - \xi|}{2\pi} d\Gamma &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\alpha} \tilde{q}(\ln \varepsilon) \varepsilon d\theta = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\alpha} \tilde{q} \frac{(\ln \varepsilon)'}{\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)'} d\theta = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\alpha} -\tilde{q} \varepsilon d\theta = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Sendo a integral em (3.21) contínua em u^* , a contribuição sobre o contorno Γ_ε tende a zero quando ε tende a zero.

Repetindo o processo para segunda integral de (3.20), utilizando (3.16) encontra-se:

$$-\int_{\Gamma} \tilde{u} q^* d\Gamma = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_{\Gamma - \Gamma_\varepsilon^*} \tilde{u} \frac{(x - \xi)}{2\pi|x - \xi|^2} d\Gamma - \int_{\Gamma_\varepsilon} \tilde{u} \frac{(x - \xi)}{2\pi|x - \xi|^2} d\Gamma \right) \quad (3.23)$$

A integral $\int_{\Gamma} \tilde{u} q^* d\Gamma$ é denominada *fortemente singular*, e a convergência do limite da primeira integral do lado direito depende da consideração de que o intervalo de integração se aproxime igualmente em ambas as direções do ponto ξ devido à continuidade exigida pelo campo u , caracterizando o valor principal da integral como definido por Cauchy.

Já para a segunda integral, o limite é calculado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \tilde{u} \frac{(x - \xi)}{2\pi|x - \xi|^2} d\Gamma &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\theta=0}^{\pi} \tilde{u} \frac{\varepsilon}{2\pi\varepsilon^2} \varepsilon d\theta = \\ &= \tilde{u}(\xi) \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{1}{2\pi} d\theta = \frac{1}{2} \tilde{u}(\xi) \end{aligned} \quad (3.24)$$

onde foi considerada geometria não angulosa na região de integração (integral de 0 a π) o que ocorre quando da adoção de elementos de contorno constantes, como é o caso no presente trabalho (ver sub-item 3.3.3).

De posse desses resultados, é obtida a Equação Integral de Contorno:

$$u(\xi) = \frac{1}{2} \tilde{u}(\xi) + \int_{\Gamma} \tilde{u}(x) \frac{(x - \xi)}{2\pi|x - \xi|^2} d\Gamma - \int_{\Gamma} \tilde{q}(x) \frac{\ln|x - \xi|}{2\pi} d\Gamma \quad (3.25)$$

ou

$$\frac{1}{2} \tilde{u}(\xi) = \int_{\Gamma} \tilde{u}(x) q^*(x, \xi) d\Gamma - \int_{\Gamma} \tilde{q}(x) u^*(x, \xi) d\Gamma \quad (3.26)$$

Para solução numérica de (3.26) é utilizada a discretização do contorno em elementos. Cada elemento recebe um ou mais nós, os quais assumem pontualmente os valores do contorno, e através de interpolação é aproximado o valor do potencial em todo o elemento.

Em seqüência, a formulação do modelo de discretização é apresentada.

3.3.3 Discretização do Contorno

A equação pode ser discretizada por uma série de elementos. Para o caso se elementos constantes utilizado neste trabalho, o contorno do domínio é dividido em NE segmentos ou elementos de contorno com igual número de nós (nós funcionais), como mostra a figura 7:

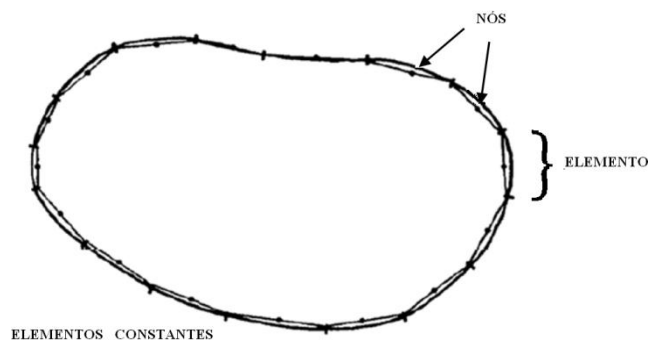


Figura 7 - Discretização do contorno por elementos

Na figura 7, os nós representam os valores do potencial \tilde{u} e fluxo \tilde{q} constantes em todo elemento e iguais ao valor nodal localizado no meio do elemento.

Discretizando o contorno por elementos constantes, (3.26) pode ser reescrita para o i -ésimo ponto fonte ξ e j -ésimo nó funcional, como valores nodais \tilde{u} e \tilde{q} fora das integrais:

$$\frac{1}{2} u^{(i)} + \sum_{j=1}^{NE} \left(\int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma \right) \tilde{u}^j = \sum_{j=1}^{NE} \left(\int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma \right) \tilde{q}^j \quad (3.27)$$

As integrais em (3.27) relacionam os efeitos do nó fonte i sobre o nó j , sendo este efeito descrito em u^* e q^* pelas soluções fundamentais (3.15) e (3.16). Estas integrais são escritas na forma matricial como:

$$\hat{H}^{ij} = \int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma \quad (3.28)$$

$$\hat{G}^{ij} = \int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma \quad (3.29)$$

Onde \hat{H}^{ij} e \hat{G}^{ij} são chamados de coeficientes de influência.

Estendendo a notação acima para equação (3.27), tem-se:

$$\frac{1}{2} u^{(i)} + \sum_{j=1}^{NE} \hat{H}^{ij} \tilde{u}^j = \sum_{j=1}^{NE} \hat{G}^{ij} \tilde{q}^j \quad (3.30)$$

Aplicando a solução fundamental em cada nó, variando i de 1 até NE sucessivamente em (3.30), encontra-se o seguinte sistema:

$$\sum_{j=1}^{NE} H^{ij} \tilde{u}_j = \sum_{j=1}^{NE} \hat{G}^{ij} \tilde{q}_j \quad , i = 1, \dots, NE \quad (3.31)$$

Onde,

$$\begin{cases} H^{ij} = \hat{H}^{ij} \\ H^{ij} = \hat{H}^{ij} + \frac{1}{2} \text{ para } i = j \end{cases} \quad (3.32)$$

Reescrevendo na forma matricial, encontra-se;

$$\mathbf{HU} = \mathbf{GQ} \quad (3.33)$$

Onde \mathbf{H} e \mathbf{G} são matrizes $NE \times NE$ matrizes; \mathbf{U} e \mathbf{Q} são vetores $NE \times 1$. Conhecendo NE_1 valores do potencial u sobre o contorno Γ_1 , e NE_2 valores do fluxo q sobre o contorno Γ_2 ($NE_1 + NE_2 = NE$), introduzindo as condições de contorno em (3.33) e rearrajando os termos, colocando o valores conhecidos no lado direito da igualdade, e incógnitas no lado esquerdo, encontra-se o seguinte sistema na forma matricial:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{F} \quad (3.34)$$

que permite a resolução do PVC, calculando os campos incógnitas no contorno do modelo, pelo Método dos Elementos de Contorno.

3.3.4 Integração Numérica e Analítica

Para finalização do processo de formação do sistema matricial é necessário o processo de integração numérica para o cálculo dos coeficientes de influência \hat{H}^{ij} e \hat{G}^{ij} . Para isso, será utilizado o Método de Gauss, ou Gauss-Legendre para o caso de $i \neq j$. Todavia, para $i = j$, devido à singularidade na solução fundamental, a solução da integral requer maior cuidado, deste modo, para o caso particular de discretização por elementos constantes, os termos de influência podem ser calculados analiticamente, conforme indicado a seguir.

Para \hat{H}^{ii} é encontrada a seguinte relação:

$$\hat{H}^{ii} = \int_{\Gamma_i} q^* d\Gamma = \int_{\Gamma_i} \frac{\partial u^*}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial n} d\Gamma \equiv 0 \quad (3.35)$$

Para \hat{G}^{ii} , conforme Brebbia e Dominguez (1992) pode-se escrever:

$$\hat{G}^{ii} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{l}{2} \right) \left[\ln \left(\frac{1}{l/2} \right) + 1 \right] \quad (3.36)$$

Onde l é o comprimento do elemento, conforme figura 8.

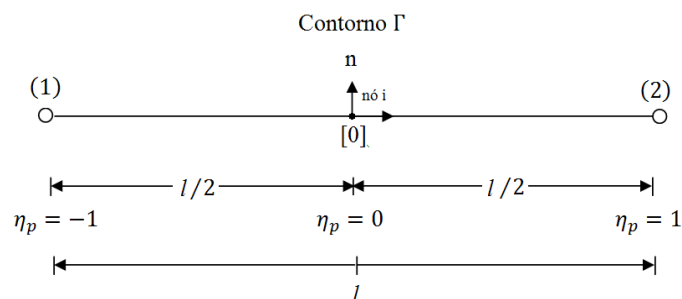


Figura 8 - Elementos em coordenadas naturais

Para o caso de $i \neq j$ aplica-se o método de Gauss, no qual, através de um número q de pontos alocados no elemento, é possível ser calculado o integrando na variável η_p realizando ponderação por fatores de multiplicação w_i previamente conhecidos, conforme a equação seguinte:

$$I = \int_{-1}^{+1} f(\eta_p) d\eta_p \cong \sum_{k=1}^q w_k f(\eta_{p_k}) \quad (3.37)$$

A equação (3.37) expressa que a integração com q pontos é uma soma ponderada que requer a determinação de $2q$ incógnitas w_k e η_{p_k} , que uma vez determinadas definem a integração exata de um polinômio de grau $(2q - 1)$. Deste modo os coeficientes de influência \hat{H}^{ij} e \hat{G}^{ij} fora da diagonal podem ser calculados utilizando 4 pontos de integração η_{p_k} através das equações (3.38) e (3.39), através das coordenadas x - y dos pontos extremos de cada elemento, considerando um sistema de coordenadas x - y :

$$\hat{G}^{ij} = \sum_{k=1}^4 \ln \left(\frac{1}{\sqrt{r_{x_k}^2 + r_{y_k}^2}} \right) w_k \frac{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}{2} \quad (3.38)$$

$$\hat{H}^{ii} = \sum_{k=1}^4 \frac{\vec{r}_{x_k} \cdot \vec{n}_x + \vec{r}_{y_k} \cdot \vec{n}_y}{r_{x_k}^2 + r_{y_k}^2} w_k \frac{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}{2} \quad (3.39)$$

Onde,

- o primeiro termo do somatório representa a derivada do raio em relação ao vetor \vec{n} , multiplicada por $1/r$ (i.e., $\frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial n}$, ver equação (3.16));
- $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}/2$ representa o jacobiano da transformação da integral no elemento de tamanho L , na integral do elemento natural que vai de -1 a $+1$;
- $\vec{r}_{x_k}, \vec{r}_{y_k}$ representam, respectivamente, as componentes de \vec{r}_k em relação a x e y ;
- \vec{n}_x, \vec{n}_y representam, respectivamente, as componentes do vetor \vec{n} em x e y ;
- w_k representa o fator peso de integração;
- x_1, y_1 e x_2, y_2 representam as coordenadas dos pontos extremos do elemento (coordenadas dos nós geométricos).

Os valores de w_k e η_{p_k} , relativos à integração por pontos de Gauss acima descrita, se encontram na Tabela 3.1, apresentada a seguir.

Tabela 1 - Pontos de Integração e Fatores-peso e ordens de integração de Gauss

Núm. de Pontos	Coordenada	Fator Peso	Ordem
	η_p	w	
1	0	2	Linear
2	$\pm 1/\sqrt{3}$	1	Cúbica
3	$\pm\sqrt{3}$	5/9	Quíntupla
	0	8/9	
4	$\pm\sqrt{(3 + 2\sqrt{1,2})/7}$	$1/2 - 1/(6\sqrt{1,2})$	Sêxtupla
	$\pm\sqrt{(3 - 2\sqrt{1,2})/7}$	$1/2 + 1/(6\sqrt{1,2})$	

3.3.5 Derivadas do Potencial

Para finalizar o processo numérico resta serem definidas as derivadas do potencial no domínio. A resolução (3.34) fornece a solução do problema para todo o contorno, todavia, para um ponto fonte interno ao domínio, o cálculos dos campos se dá por pós-processamento, e suas derivadas podem ser obtidas pelas equações:

$$\frac{\partial u(\xi)}{\partial x(\xi)} = \int_{\Gamma} q(x) \frac{\partial u^*(\xi, x)}{\partial x(\xi)} d\Gamma - \int_{\Gamma} u(x) \frac{\partial q^*(\xi, x)}{\partial x(\xi)} d\Gamma \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial u(\xi)}{\partial y(\xi)} = \int_{\Gamma} q(x) \frac{\partial u^*(\xi, x)}{\partial y(\xi)} d\Gamma - \int_{\Gamma} u(x) \frac{\partial q^*(\xi, x)}{\partial y(\xi)} d\Gamma \quad (3.41)$$

Definindo através de (3.40) e (3.41) o gradiente e o rotacional do potencial, calculando respectivamente o campo elétrico (negativo) e o campo magnético.

4 OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS

4.1 INTRODUÇÃO

Nos capítulos antecedentes foi apresentado o modelo de cálculo dos campos elétricos e magnéticos e vetor de Poynting para definição da densidade de potência em torno dos condutores, bem como o método dos elementos de contorno para solução do problema de potencial. Para finalizar a descrição da teoria será apresentado o método que definirá o processo de otimização evolucionária, responsável pela reconfiguração dos cabos e redefinição da malha de elementos de contorno, conhecido como método de otimização por enxame de partículas (*Particle Swar Optimization - PSO*).

A adoção do PSO como método de otimização deve-se a sua flexibilidade, robustez, mas principalmente, pela simplicidade de formulação do algoritmo como pode ser observado em sequência.

4.2 CONCEITOS BÁSICOS DO PSO

Proposto inicialmente por Kennedy e Eberhart (1995), o PSO é descrito como uma técnica de computação estocástica baseada em populações. Utiliza uma metáfora do comportamento social entre indivíduos (partículas) e populações (enxame). A metáfora foi desenvolvida observando bandos de pássaros e peixes em busca de alimento em uma determinada região. Ao observar o comportamento desses animais, foi percebido que o grupo é influenciado pela experiência acumulada de cada indivíduo, bem como pelo resultado da experiência acumulada por todo o bando.

No algoritmo, cada candidato (ou partícula) representa um ponto no espaço de busca e conseqüentemente uma solução para o problema. Espaço este delimitado pelas restrições do problema físico.

Associada a cada partícula há um valor atribuído a sua solução chamado de *pbest*, que representa a posição mais adequada encontrada pela partícula.

Semelhantemente a avaliação dos candidatos, existe para o grupo o valor *gbest* que corresponde à melhor posição encontrada entre todas as partículas.

A cada iteração é alterada a posição da partícula através do vetor velocidade, definida em função da posição atual do candidato, de valores randômicos e do histórico do indivíduo e do grupo por meio de $pbest$ e $gbest$.

Os valores randômicos assumem a função de ponderar entre a experiência individual e a do bando, mas também fazer com que a partícula caminhe por trajetórias desconhecidas visando à descoberta de novos e melhores resultados.

Diversos trabalhos têm sido propostos com o objetivo de melhorar o processo de busca do PSO através da introdução de termos denominados de *coeficientes de inércia*, tais como Yang *et al.*(2007), Ratnaweera *et al.*(2004), os quais em suma, realizam ponderações das trajetórias tomadas individualmente e pelo grupo, buscando impedir que valores randômicos espúrios afastem as partículas da trajetória ótima. Todavia, este trabalho adota o modelo padrão de PSO por focar apenas na abordagem do vetor de Poynting como função objetivo, muito embora, as melhorias e adaptações dos autores citados são bem vindas e sugeridas como propostas de aplicação em trabalhos futuros.

4.3 ALGORÍTMO PADRÃO DO PSO

Como proposto em Kennedy e Eberhar (1995), as funções velocidade e posição podem ser definidas pelas seguintes equações:

$$v_{kd}^{t+1} = v_{kd}^t + c_1 r_1 (pbest_{kd}^t - p_{kd}^t) + c_2 r_2 (gbest_d^t - p_{kd}^t) \quad (3.41)$$

$$p_{kd}^{t+1} = p_{kd}^t + v_{kd}^{t+1} \quad (3.42)$$

$$k = 1, \dots, npar; \quad (3.43)$$

$$d = 1, \dots, ndim. \quad (3.44)$$

Onde:

- $npar$ representa o número de partículas;
- $ndim$ representa a dimensão do problema relativo ao número de variáveis a serem otimizadas;
- c_1 e c_2 são constantes, denominadas coeficientes de aceleração;
- r_1 e r_2 são valores randômicos independentes, uniformemente distribuídos entre o intervalo $[0,1]$;
- v_k , representa o vetor velocidade da partícula k com dimensão $ndim$;
- p_k representa o vetor posição da partícula k ;

- $pbest_{kd}^t$ é definida como a melhor posição da partícula k para a dimensão d até a iteração t (memorizada para cada partícula);
- $gbest_d^t$ é definido como a melhor posição entre todas as partículas para a dimensão d até a iteração t (armazenada em um repositório comum).

Dentre as variáveis citadas, por ora, deve-se destacar os coeficientes de aceleração, os quais são responsáveis pela dinâmica de busca do algoritmo. Eles definem o quanto as partículas confiam em si (c_1), ou no bando (c_2), influenciando no tempo de convergência do problema e na qualidade da busca.

Os valores dessas variáveis dependem muito do problema em questão. Podem ser previamente conhecidos e fixados no início do processo; ou variar a cada iteração através de funções envolvendo um intervalo qualquer de valores e o número de iterações, conforme Ratnaweera *et. al.* (2004). Todavia, na proposição canônica do método em Kennedy e Eberhar (1995), os autores utilizaram $c_1 = c_2 = 2$. Todavia, Kennedy (1998) constatou que $c_1 = c_2 = 0,5$ produz resultados melhores, indicando, contudo, a dependência das constantes em relação ao problema a ser resolvido.

Para a otimização de feixes de cabos, definem-se por inspeção do tempo de convergência os valores fixos para c_1 e c_2 como sendo 0,5 e 1,5, respectivamente, acentuando a tendência de convergência pelo histórico do grupo.

4.4 MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Diversas são as formas possíveis de interpretação da \mathbf{p}_k quando considerada as restrições físicas do problema e o número de variáveis envolvidas.

Para o problema de otimização de feixes, pode-se, por exemplo, considerar cada indivíduo como um vetor cuja dimensão é definida pelo número total de cabos da linha nas três fases, e cada dimensão definindo um ponto no plano por suas coordenadas. Deste modo a disposição de cada condutor ocorre de maneira individual, mas sendo avaliado o resultado do conjunto.

Outra possibilidade é a interpretação de cada partícula considerando a necessidade de simetria na disposição dos feixes. Neste tipo de interpretação um único feixe externo sofre alteração, reproduzindo de forma refletida sua configuração para outro feixe marginal, mantendo o feixe central inalterado, como mostrado na figura 9:

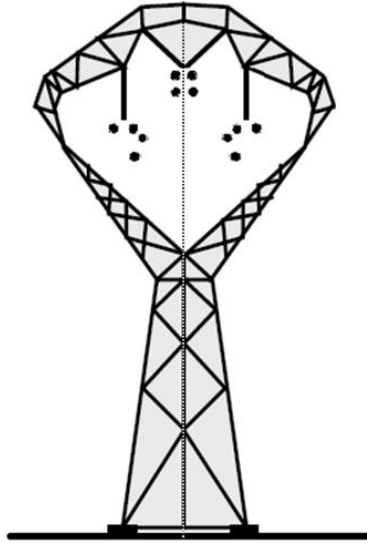


Figura 9 - Disposição simétrica dos feixes externos por reflexão horizontal

Outra possibilidade é permitir que o feixe central sofra também alterações, todavia deve ser respeitada a simetria por reflexão em relação ao eixo vertical também para esse feixe.

Incorporar a simetria como restrição do problema visa melhorar a eficiência do problema de otimização, simplificando o processo de busca pela adequação desta as características de simetria elétrica do sistema trifásico, contornando algumas limitações do PSO. Tais limitações referem-se à estagnação do processo de busca em ótimos locais, fornecendo configurações assimétricas anormais a natureza do sistema trifásico.

4.4.1 Vetor de Posição

A definição do vetor posição pode ser ilustrada tomando como exemplo as características dos cabos em uma torre tipo VX a 4 condutores por fase, conforme a figura 10:

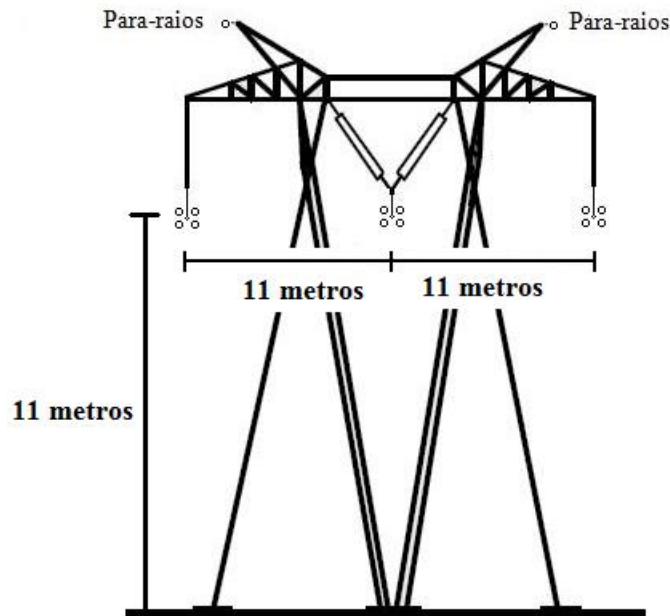


Figura 10 - Modelo de linha com torre em V Feixe Expandido Simétrico (VX – Simétrico)

A linha possui ao todo 12 cabos condutores, logo a dimensão $ndim$ do problema será 12 e o vetor posição para a partícula k poderá ser descrito da seguinte forma:

Tabela 2 - Exemplo de vetor posição da partícula k

p_k	r_1, ϕ_1	r_2, ϕ_2	r_3, ϕ_3	r_4, ϕ_4	r_5, ϕ_5	r_6, ϕ_6	r_7, ϕ_7	r_8, γ_8	r_1, ϕ'_1	r_2, ϕ'_2	r_3, ϕ'_3	r_4, ϕ'_4
-------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	-----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Neste caso, a otimização será realizada em coordenadas polares, para as quais,

- r_d representa a distância entre centro do cabo ao centro do feixe;
- ϕ_d representa o ângulo do cabo em relação à horizontal;

Com d variando conforme (4.4).

Neste caso, definem-se as coordenadas de apenas um dos feixes externos e do feixe central devido às coordenadas (r, ϕ') representarem de maneira refletida o ponto (r, ϕ) , reduzido então o espaço de busca do problema.

A definição das posições dos cabos no feixe restringe-se neste trabalho a apenas duas condições físicas importantes: a distância mínima de isolamento entre fases; e a impossibilidade de sobreposição dos cabos.

No modelo original descrito pela figura 10, os feixes possuem disposição quadrangular com lado de 1,2 m, semelhante à disposição apresentada na figura 11:

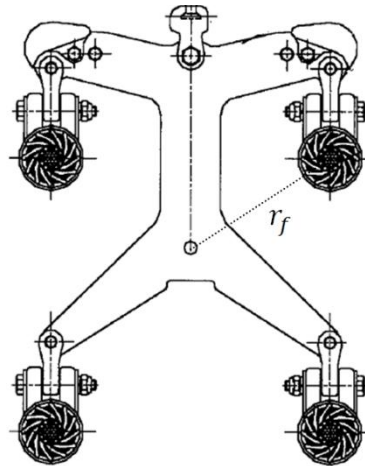


Figura 11 - Disposição dos cabos no feixe simétrico - Balancim da cadeia de isoladores
Fonte: PLP (2011).

Em adição a impossibilidade de sobreposição dos condutores, deve ser considerada adicionalmente as características do método dos elementos de contorno durante o rearranjo dos condutores no feixe, devendo ser mantida uma distância mínima entre o contorno e os *pontos internos*, a fim de se evitar problemas numéricos, conforme definido a seguir.

4.4.2 Intervalo de Variação do Raio

No capítulo primeiro foi definido que uma das formas de diminuição da impedância característica da linha ocorre na aproximação das fases, concentrando o fluxo magnético em uma menor região. Todavia, a aproximação entre fases deve ser tratada de forma cautelosa, atentando para restrições físicas, como níveis de ruptura dielétrica do ar durante transitórios eletromagnéticos ou estabilidade mecânica. Trabalhos como Alexandrov *et al.* (1980) e Sanseverino *et al.* (2010), analisam as condições de isolamentos dielétricos e meios para definição das distâncias mínimas entre fases.

Visando concentrar os enlaces de fluxo magnético, será avaliada a aproximação entre fases através da possibilidade de expansão do feixe.

Observando a figura 11, encontra-se r_f que representa o raio do feixe do modelo original. Assim, é definido o intervalo $[0, \eta r_f]$, para variação do feixe, onde η representa um múltiplo do valor do feixe original.

Para a definição do intervalo possível de variação do raio por η , pode-se, por exemplo, considerar o trabalho de Esmeraldo *et al.* (1999), o qual utiliza uma modelo com distância

mínima fase-fase de 5 metros para linha de transmissão de 500 kV, considerando apenas a rigidez dielétrica como parâmetro limitador.

Considerando o intervalo de variação do feixe, este pode ser tratado de forma discreta, tomando como referência o diâmetro do cabo condutor r_c , dividindo-se o valor do feixe máximo ηr_f por r_c , encontrando o intervalo discreto $[0, \eta_d]$, onde η_d representa o diâmetro máximo do feixe através do múltiplo de diâmetros do cabo condutor.

4.4.3 Intervalo de Variação do Ângulo

O intervalo possível de variação do ângulo ϕ_d é naturalmente $[0, 2\pi]$. Todavia, para definição do ângulo devem ser consideradas as restrições físicas e numéricas apresentadas no item 4.3.1 e a influência radial do número de possibilidades de alocação do cabo, considerando a representação do domínio de maneira discreta.

Para atender essas exigências, o domínio é discretizado em regiões admissíveis de acomodação dos cabos. Essa discretização é realizada em função do raio do feixe acrescida de uma *margem de folga*, preservando a distância mínima entre os cabos e *pontos internos*. Neste caso, a *margem de folga* considerada é de até o dobro do valor do raio do cabo r_c . Conforme ilustra o figura 12:

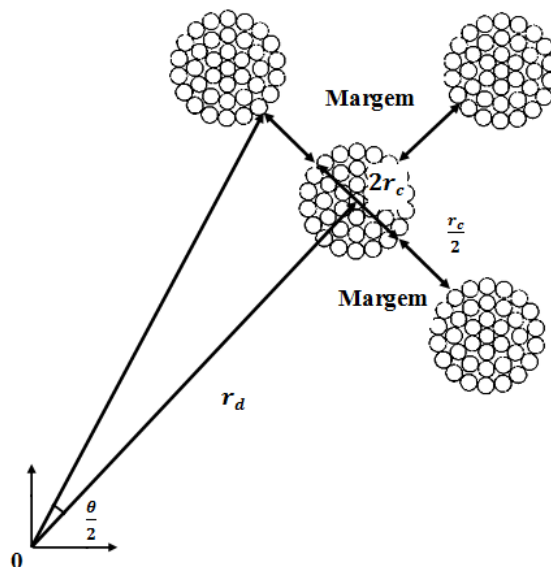


Figura 12 - Discretização do ângulo em função do raio do feixe para alocação de cabos

Para a escolha do ângulo ϕ_d durante a evolução do processo de otimização, é realizado o mapeamento dos valores permissíveis, isto é, para cada valor de r_d temos um conjunto de valores possíveis para ϕ_d , descritos em termos de um ângulo de ocupação θ_d , o qual acomoda o cabo e a *margem* de folga, podendo ser calculado pela seguinte relação:

$$\theta_d = 2 \times \tan^{-1} \left(\frac{r_c + \text{margem}}{r_d} \right), \quad (4.5)$$

Logo, número de possibilidades para ϕ_d é:

$$n_d = \text{inteiro} \left(\frac{2\pi}{\theta_d} \right) \quad (4.6)$$

Assim sendo, o ângulo de acomodação do cabo é definido como uma variável inteira da seguinte forma:

- $\phi_d \in [1, n_d]$, com $\phi_d^i \neq \phi_d^{ii}$, para i e $ii \in (1, 2, \dots, n_f)$, onde n_f é o número total de cabos por feixe. Ou seja, em um mesmo feixe o cabo i não pode assumir o mesmo valor do ângulo do cabo ii .

4.5 FUNÇÃO OBJETIVO

Conforme citado no segundo capítulo, é utilizado como função objetivo o somatório do vetor de Poynting calculado nos pontos internos em torno de cada cabo.

Para cada indivíduo P_k há um valor $\bar{\mathcal{P}}_{\bar{z}}$, o qual representa o somatório da densidade de potência ativa instantânea segundo a equação:

$$\bar{\mathcal{P}}_{\bar{z}} = \sum_{i=1}^{ndim} \sum_{j=1}^{pint} [(\vec{E}_{xj}^i \cdot \vec{H}_{yj}^i + \vec{E}_{cyj}^i \cdot \vec{H}_{cxj}^i) - (\vec{E}_{cxj}^i \cdot \vec{H}_{cyj}^i + \vec{E}_{yj}^i \cdot \vec{H}_{xj}^i)] \quad (4.7)$$

onde,

- $\bar{\mathcal{P}}_{\bar{z}}$ representa o somatório da densidade de potência ativa instantânea perpendicular ao plano em Watts/metro (W/m^2), calculado nos pontos internos em torno de cada cabo;
- $\vec{E}_{xj}^i, \vec{E}_{yj}^i$ representa a parte real das componentes do campo elétrico no cabo i calculado no ponto interno i ;
- $\vec{E}_{cxj}^i, \vec{E}_{cyj}^i$ representa a parte complexa das componentes do campo elétrico no cabo i calculado no ponto interno i ;

- $\vec{H}_{xj}^i, \vec{H}_{yj}^i$ representa a parte real das componentes do campo magnético no cabo i calculado no ponto interno j ;
- $\vec{H}_{Cxj}^i, \vec{H}_{Cyj}^i$ representa a complexa real das componentes do campo magnético no cabo i calculado no ponto interno j ;
- $ndim$ representa dimensão do problema definido pelo número de cabos;
- p_{int} representa o número de pontos internos envolvendo cada cabo.

4.6 CONVERGÊNCIA

De forma geral, é definida a convergência quando o processo ou sistema alcança a estabilidade, conforme Yang *et al.* (2007). Podendo ser descrita de duas formas:

Definição 1: Dada uma partícula posição $x_k(t)$, e duas posições arbitrárias α_k e β_k no espaço de busca nos instantes t_i e t_j , a convergência é obtida quando:

$$\begin{cases} x_k(t_i) = \alpha_k \\ x_k(t_j) = \beta_k \end{cases} \quad (4.8)$$

tal que $|\alpha_k - \beta_k| \leq \varepsilon$, para todo $k \in [1, p]$, com $t_j - t_i \geq t_{max}$. Onde p é o número de partículas e ε é a diferença, ou erro admissível, e t_{max} é o número máximo de iterações com erro menor ou igual ao erro mínimo admissível.

Esta definição implica que, se todas as partículas estão localizadas em uma dada região de dimensão ε , logo, esta região é considerada uma região de convergência ótima. Todavia, podendo ser um ótimo local.

Definição 2: Dada a posição ótima global $g_{best}(t)$ e um valor global g_{best^*} qualquer, a convergência é obtida quando:

$$\begin{cases} g_{best}(t_1) = g_{best^*} \\ g_{best}(t_n) = g_{best^*} \end{cases}, \text{ tal que } t_n = t_{nm\acute{a}ximo} \text{ ,} \quad (4.9)$$

onde $t_{nm\acute{a}ximo}$ é o numero máximo de iterações admissíveis sem alteração do máximo global(estagnação). Ou seja, caso não haja variação do máximo global em um intervalo entre 1 até $t_{nm\acute{a}ximo}$, considera-se atingido o valor ótimo para o qual, em $t \rightarrow \infty$, as partículas convergem para a mesma posição, conforme Van Den Bergh (2002) *apud.* Yang *et al.* (2007). Finalizando com isso a apresentação da teoria utilizada na formulação do trabalho.

5 RESULTADOS

5.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os resultados obtidos pelo processo de otimização de linhas de transmissão através do reposicionamento iterativo dos cabos condutores, avaliando de maneira indireta através do vetor de Poynting o impacto dessas alterações sobre a capacidade de transmissão da linha.

São utilizados nos exemplos os modelos de linha de transmissão LPNE com torres VX desenvolvida pela Companhia Hidro Elétrica do São Francisco (CHESF); e o modelo de linha com torre SEQ1, desenvolvida pelo grupo de empresas ELETRONORTE, CHESF E ENGETOWER, conforme Machado *et al.*(2007).

As configurações geométricas dos modelos e informações sobre a formação dos dados de entrada dos algoritmos de otimização são apresentas, bem como a descrição do desempenho do processo de otimização que conduz à configuração geométrica aperfeiçoada.

Após apresentação da nova geometria, os resultados são avaliados através do cálculo dos parâmetros distribuídos dos modelos otimizado e convencional, comparado as impedâncias características Z_c de cada um.

O cálculo dos parâmetros de linha é realizado por meio da rotina *Line Constants* do programa ATP/EMTP. Os dados para formação do arquivo de entrada são apresentados, bem como as matrizes de impedância e susceptância resultante dos cálculos.

Contudo, antes da apresentação dos problemas de otimização propriamente ditos, as implementações do MEC são avaliadas por meio de uma analogia aos problemas de potencial e campo elétrico no interior de um cabo coaxial, comparando as respostas analíticas e numéricas encontradas.

5.2 VALIDAÇÃO DO ALGORÍTMO DE CÁLCULO DE POTENCIAL E CAMPO ELÉTRICO³

5.2.1 Apresentação do Problema

Conforme descrito no terceiro capítulo, a formulação dos métodos numéricos, em linhas gerais, é baseada em discretizações que tornam um problema físico contínuo com infinitas incógnitas, em um problema discreto e finito. Logo, a precisão das respostas de cada modelo dependerá do grau de discretização e aproximações consideradas. Deste modo, faz-se necessário avaliar a discretização e aproximações através de problemas cujas respostas analíticas são conhecidas, comparando-as com a resposta fornecida pelo modelo de interesse.

Nesse sentido, este exemplo avalia a qualidade da resposta fornecida pelo MEC para o problema de distribuição de potencial e campo elétrico, fazendo uma analogia ao problema do condutor coaxial de comprimento infinito. É avaliado também o grau de discretização utilizado para representar os condutores nos exemplos subsequentes, bem como as respostas nos pontos internos distribuídos ao longo do domínio.

5.2.2 Cálculo do Campo e Potencial Elétrico

Neste problema, o contorno interno de raio r_c , descrito pela figura 13, representa um cabo coaxial com condutor interno de 26,4mm de diâmetro, discretizado por 32 nós (nós funcionais), os quais recebem o valor de 1 Volt como potencial prescrito; e contorno externo com 54,9 mm de diâmetro, discretizado por 64 nós, o qual neste exemplo recebe potencial nulo.

³A solução para o problema magnético é numericamente idêntica ao problema elétrico, podendo ser analisado de forma genérica como um problema de valor de contorno, logo, sua validade estará condicionada a validade da solução descrita pelo exemplo 5.1.

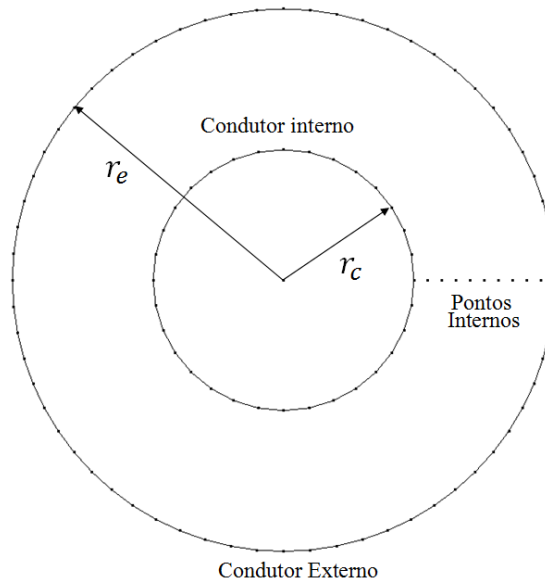


Figura 13 - Problema teste: representação do problema do condutor coaxial

As soluções analíticas para os problemas podem ser representadas, em função apenas da distância radial, pelas seguintes equações:

$$V(r) = \frac{V_0}{\ln\left(\frac{r_e}{r_c}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r_e}{r}\right) \quad (5.1)$$

$$\vec{E}(r) = \frac{V_0}{\ln\left(\frac{r_e}{r_c}\right)} \cdot \frac{1}{r} \hat{r} \quad (5.2)$$

onde,

- V_0 representa a diferença de potencial entre a superfície do condutor interno e o contorno externo;
- r_e representa o raio do contorno externo;
- r_c representa o raio do contorno interno;
- r representa a distância entre ponto onde é calculado o campo e ponto central do cabo;
- \hat{r} representa o vetor unitário na direção radial.

O potencial e o vetor campo elétrico foram calculados pelo MEC e através de (5.1) e (5.2) em nove pontos internos, conforme figura 13, e os valores encontrados são apresentados através das figuras 14 e 15:

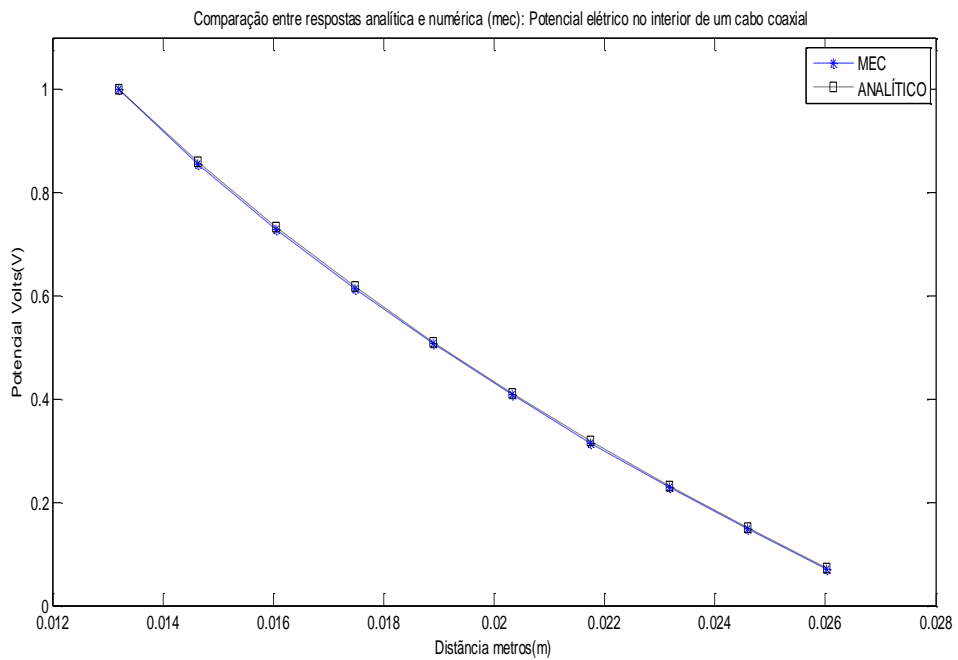


Figura 14 - Comparação entre resposta analítica e numérica (MEC) do potencial nos pontos internos no interior do cabo coaxial

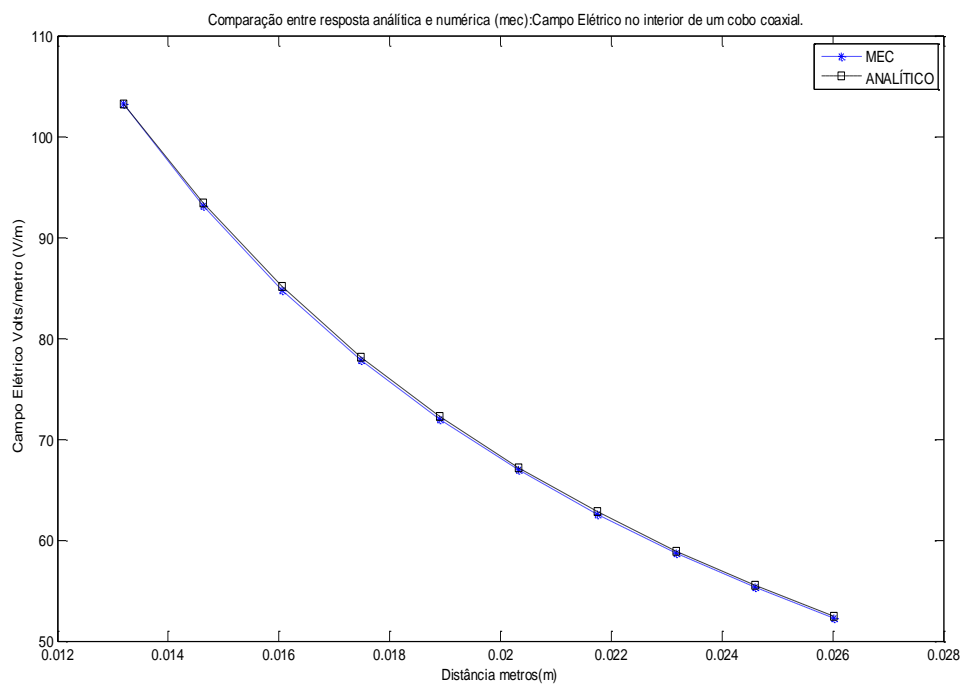


Figura 15 - Comparação entre resposta analítica e numérica (MEC) do campo elétrico nos pontos internos no interior do cabo coaxial

Avaliando as figuras 14 e 15, é validado o modelo de cálculo do potencial e campo elétrico, considerando a boa aproximação encontrada.

5.3 OTIMIZAÇÕES DE FEIXES EM TORRE VX

5.3.1 Apresentação do Problema

Neste subitem é considerada a análise propriamente dita do problema proposto de otimização de modelos de linha de transmissão de potência natural elevada (LPNE), através da linha com estrutura de torre em V estaiada (Torre VX), desenvolvido em meados da década de 90 pela Companhia Hidro Elétrica do São Francisco (CHESF) para o projeto da LT 500 kV Presidente Dutra / Teresina / Sobral / Fortaleza.

Segundo Machado *et al.*(2007), o projeto original do modelo utiliza em sua concepção apenas o conceito de expansão do feixe não associado à compactação de fases através de feixes quadrangulares simétricos 1,20 metros com 4 subcondutores RAIL/ASCR, e espaçamento horizontal entre fase de 11 metros, conforme figura 16.

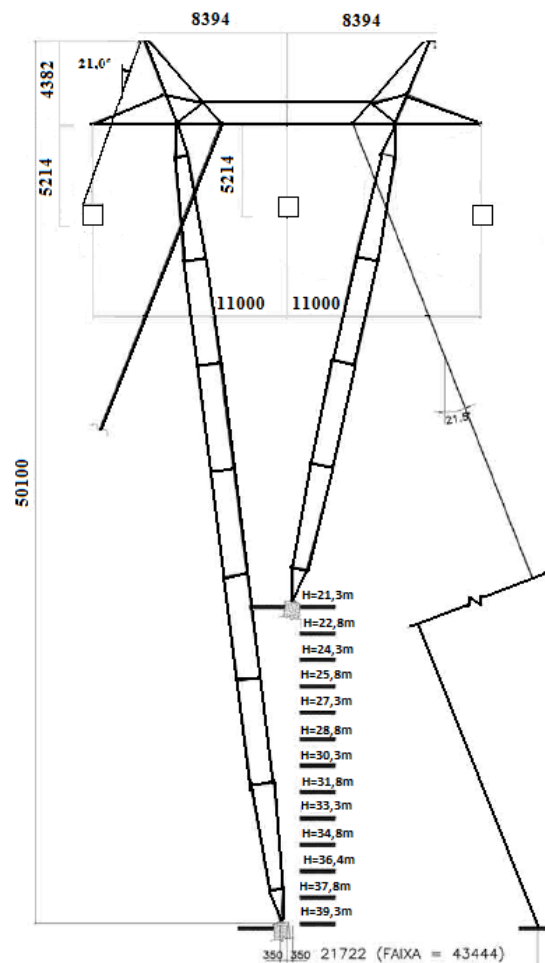


Figura 16 - Torre estaiada tipo VX

Partindo deste modelo geométrico foi iniciada a otimização, variando as posições dos cabos no feixe.

5.3.2 Configuração para o MEC

A configuração geométrica utilizada para o cálculo dos campos por MEC e otimização foi definida pelos contornos dos condutores de fase e para-raios segundo seus diâmetros. Os feixes possuíam configuração inicial quadrada de 1,20 metros, com raio entre o centro do feixe ao centro do cabo de 0,85 metros; distância entre fase de 11 metros e entre fase e solo de 41,10 metros, conforme a figura 17. Para representação do solo foi utilizada uma linha horizontal de 1.400 metros com ponto médio de referência no centro da torre.

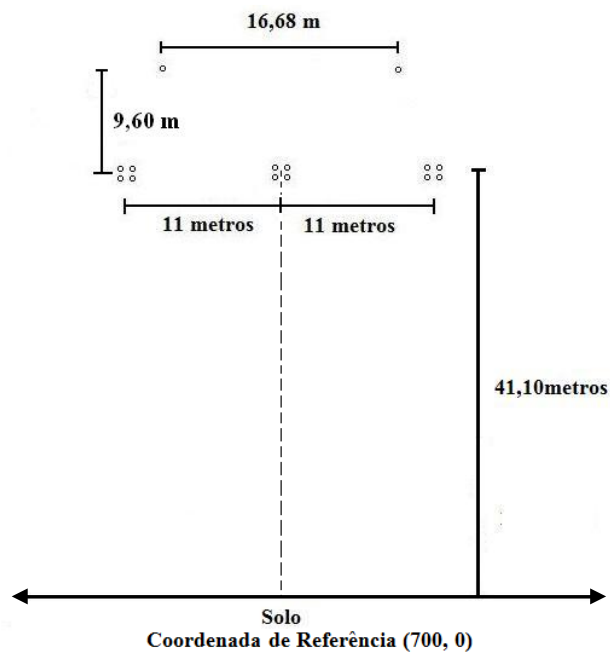


Figura 17 - Configuração geométrica para o cálculo do campo elétrico: torre em V

Esta linha foi discretizada por meio de 920 nós, distribuídos em função das suas posições, concentrando-os na região central da linha, conforme a tabela 3.

Tabela 3 - Distribuição dos nós para discretização do Solo

Distribuição dos nós	
Distância(m)	n° nós
0 a 500	20
500 a 600	20
600 a 650	50
650 a 675	120
675 a 700	250
700 a 725	250
735 a 750	120
750 a 800	50
800 a 900	20
900 a 1400	20

Para o caso magnético, apenas os contornos dos condutores de fase foram representados, conforme já apresentado pela figura 4, não sendo necessárias as representações do solo e cabos para-raios devido a não influência no cálculo.

Os cabos condutores utilizados foram do tipo RAIL/ACSR 40x7; e os cabos para-raios do tipo EHS 3/8", ambos discretizado por 32 nós formando elementos constantes.

Em torno de cada condutor de fase foram distribuídos uniformemente 16 pontos internos, conforme figura 18:

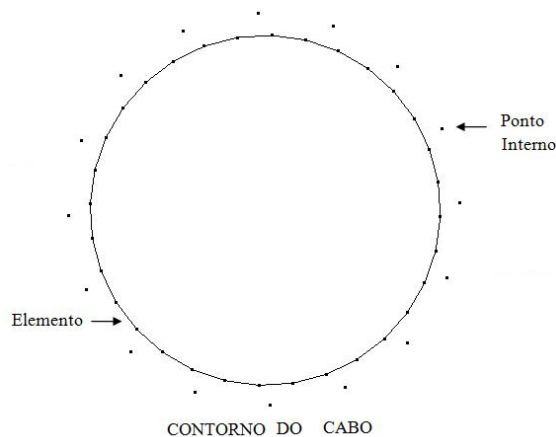


Figura 18 - Representação do cabo discretizado

Como condição de contorno para o problema magnético, foi utilizada a capacidade nominal de condução de corrente do cabo condutor (980 A) aplicada como excitação complexa, representada pelo seu respectivo fasor na forma retangular, definindo o fluxo do potencial vetor prescrito na superfície do condutor por meio dos nós funcionais. Para o problema elétrico, a tensão de pico fase-terra também foi representada na forma complexa, definindo o valor prescrito do potencial nos nós, conforme a tabela 4:

Tabela 4 - Definição das condições de contorno para os modelos eletrostático e magnetostático – Linha VX

	Eletrostático	Magnetostático
Localidades	Potencial prescrito	Fluxo do potencial prescrito
Fase A	$\frac{500 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$\frac{980 \cdot \mu_0}{2\pi r}$
Fase B	$\frac{500 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} (-0,5 + j0,8)$	$\frac{980 \cdot \mu_0}{2\pi r} (-0,5 + j0,8)$
Fase C	$\frac{500 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} (-0,5 - j0,8)$	$\frac{980 \cdot \mu_0}{2\pi r} (-0,5 - j0,8)$
Interface Solo-Ar	Zero	Não apresenta contorno

Com r representando o raio do condutor e μ_0 representando a permeabilidade do espaço livre, cujo valor é $4\pi 10^{-7} H/m$.

5.3.3 Resultado da Otimização

Partindo da geometria apresentada no item anterior, foi iniciado o processo de otimização através de PSO utilizando 25 partículas, permitindo aos cabos alterarem sua posição em relação o raio e ângulo e conseqüentemente a expansão do feixe em até duas vezes seu raio original (0,85m). Quanto às restrições geométricas, foi fixado o ângulo do feixe central, permitindo variação apenas do seu raio. Para os feixes marginais, foi inserida a restrição de simetria por reflexão, permitindo a variação do ângulo e raio em apenas um dos feixes, refletindo sua configuração para o feixe oposto.

O processo de otimização apresentou as seguintes características:

- Iterações totais: 19;
- Intervalo de variação do raio: 0 a 1,7metros;
- Intervalo de variação do ângulo: 0 a 2π radianos;
- Convergência: pela definição 2 (após 5 iterações sem alteração de *gbest*);
- Somatório da densidade de potência:
 - Inicial (feixe original): 137,0 MW;
 - Final (feixe otimizado): 187,2 MW;
 - Ganho de Densidade de potência: 36,6%

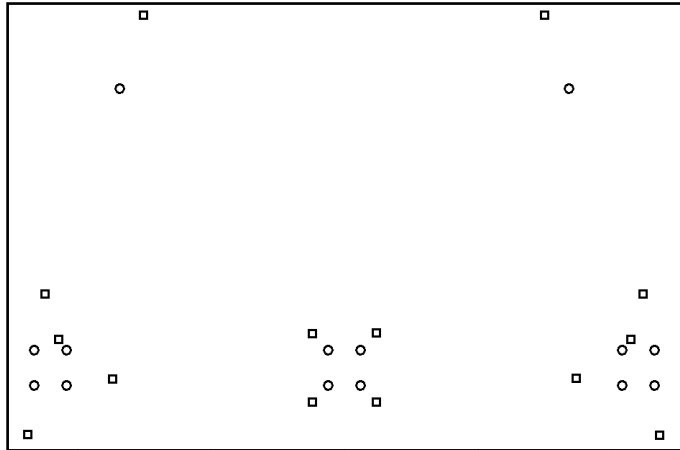


Figura 19 - Disposição de cabos condutores em torre VX: modelo inicial (circunferências) e otimizado (quadrados)

Deve-se observar que na figura 19 que os para-raios foram ajustados após o processo iterativo para manter o ângulo de 21° entre a linha que passa pelo centro do cabo mais externo e vertical. Foi preservada também a altura de 9,6 metros entre o para-raio e a fase mais próxima.

5.3.4 Cálculo dos Parâmetros das Linhas

Para o cálculo dos parâmetros das linhas foi utilizada a rotina *Line Constants* do programa ATP/EMTP, sendo necessárias as seguintes informações:

Condutores de Fase:

- RAIL/ ACSR 40x7
- $t/d = 0,3749$;
- Resistência CC = $0,06 \Omega/\text{km}$;

Condutor Para-raio:

- EHS 3/8”;
- $t/d = 0,5$ (sólido em aço);
- Resistência CC = $4.3070 \Omega/\text{km}$;
- Diâmetro: 0.914 cm

Onde d representa o diâmetro total do cabo, e t representa a espessura da parte condutora de alumínio, conforme a figura 20.

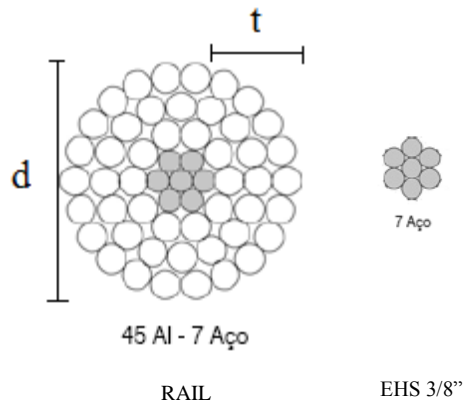


Figura 20 - Configuração dos cabos ACSR RAIL e cabo para-raio EHS

Foi considerado por critério do autor, um solo com resistividade como $250 \Omega/\text{m}$, o efeito pelicular, a altura máxima da torre e a ausência do efeito da flecha no vão da linha. A frequência considerada no cálculo é naturalmente 60 Hz.

As informações descritas anteriormente, bem como as coordenadas dos condutores, descritas nas tabelas 5 e 6, foram apresentadas à rotina *Line Constants* através de um arquivo texto, cujo conteúdo consta no Apêndice B.

Tabela 5 - Coordenadas dos arranjos originais, em metros

X(m)	y(m)
689,601	41,701
688,398	41,701
688,398	40,498
689,601	40,498
700,601	41,701
699,398	41,701
699,398	40,498
700,601	40,498
711,601	41,701
710,398	41,701
710,398	40,498
711,601	40,498

Tabela 6 - Coordenadas dos arranjos otimizados, em metros

x(m)	y(m)
688,802	43,623
689,312	42,072
688,164	38,805
691,318	40,700
701,188	42,297
698,793	42,279
698,798	39,915
701,194	39,908
708,676	40,725
711,776	38,784
710,700	42,076
711,157	43,625

Executado o programa, os termos que compõem as equações 1.3 a 1.5 apresentadas no capítulo primeiro foram obtidos e dispostos na tabela 7, tais como:

- Constante de propagação γ ;
- Constante de atenuação α ;
- Constante de fase β ;
- Comprimento de onda λ ;
- Impedância característica Z_c ;
- Resistência, indutância e susceptância.

Tabela 7 - Parâmetros de linha de transmissão calculados: modelo original com torre VX

Sequência	Impedância característica	Atenuação	Velocidade	Comprimento de onda	Resistência	Reatância	Susceptância
	Ω	dB/km	km/seg.	Km	Ω/km	Ω/km	v/km
Zero	5,087E+02	1,764E-03	2,466E+05	4,111E+03	2,048E-01	7,572E-01	3,030E-06
Positiva	2,046E+02	3,544E-04	2,937E+05	4,895E+03	1,669E-02	2,622E-01	6,275E-06

Tabela 8 - Parâmetros elétricos de projeto segundo Machado *et al.* (2007): Torre tipo VX

Sequência	Impedância característica	Resistência	Reatância	Susceptância
	Ω	Ω/km	Ω/km	v/km
Zero	-	3,888E-01	1,301E+00	3,676E-06
Positiva	2,077E+02	1,810E-02	2,687E-01	6,228E-06

Na tabela 8, os valores reais da linha foram apresentados a título de comparação, sendo que em Machado *et al.* (2007) não consta o valor da impedância característica de sequência zero .

Como indicado no primeiro capítulo, observa-se que a resistência elétrica de sequência positiva e susceptância possuem valores consideravelmente menores que a reatância, impactando positivamente na constante de atenuação da onda de potência.

Em complemento a análise, a rotina *Line Constants* forneceu ainda as matrizes simétricas de susceptância e impedância em sequência zero, negativa e positiva (0,1 e 2), conforme as tabelas 9 e 10.

Tabela 9 - Matriz de Susceptância (σ/km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)

0	3,030E-06		
	0,000E+00		
1	8,955E-08	-3,811E-07	
	-1,551E-07	-6,600E-07	
2	8,955E-08	6,275E-06	-3,811E-07
	1,551E-07	9,123E-24	6,600E-07

Tabela 10 - Matriz de Impedância (Ω/km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)

0	2,048E-01		
	7,572E-01		
1	-1,085E-02	-2,763E-02	
	-5,000E-03	1,743E-02	
2	9,758E-03	1,669E-02	2,891E-02
	-6,898E-03	2,622E-01	1,521E-02

Por meio da impedância característica apresentada na tabela 7, o SIL da linha original foi calculado através de (1.4) para a tensão de 500 kV, encontrando o valor de 1.221,90MW.

Para validação do procedimento proposto de otimização da capacidade de transmissão da linha com torres modelo VX, foram alteradas as coordenadas dos condutores no arquivo de dados, mantendo inalteradas as demais características do modelo de referência, conforme consta no Apêndice B, obtendo com isso os parâmetros da linha otimizada, apresentados na tabela 11:

Tabela 11 - Parâmetros de linha de transmissão: modelo otimizado com torre VX

Sequência	Impedância característica	Atenuação	Velocidade	Comprimento de onda	Resistência	Reatância	Susceptância
	Ω	dB/km	km/seg.	km	Ω/km	Ω/km	σ/km
Zero	4,905E+02	1,777E-03	2,421E+05	4,036E+03	1,990E-01	7,439E-01	3,200E-06
Positiva	1,671E+02	4,232E-04	2,922E+05	4,871E+03	1,627E-02	2,150E-01	7,727E-06

Semelhantemente ao modelo de referência, foram calculadas também as matrizes simétricas de susceptância e impedância da linha, conforme constam nas tabelas 12 e 13:

Tabela 12 - Matriz de Susceptância (σ/km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)

0	3,200E-06		
	0,000E+00		
1	1,452E-07	-5,356E-07	
	-2,493E-07	-9,297E-07	
2	1,452E-07	7,725E-06	-5,355E-07
	2,493 E-07	-1,689E-22	9,297E-07

Tabela 13 - Matriz de Impedância (Ω/km): modelo torre VX original, sequência (0, 1 e 2)

0	1,990E-01		
	7,439E-01		
1	-1,338E-02	-2,559E-02	
	-6,628E-03	1,564E-02	
2	1,234E-02	1,627E-02	2,636E-02
	-8,434E-03	2,150E-01	1,430E-02

Como meio de comparação, foi apresentado os valores relativos dos parâmetros da linha otimizada em relação ao modelo VX original calculado, através da tabela 14:

Tabela 14 - Parâmetros percentuais da linha transmissão modelo VX otimizado em relação ao modelo original calculado

Sequência	Impedância característica	Atenuação	Velocidade	Comprimento de onda	Resistência	Reatância	Susceptância
Zero	96,5%	101,1%	98,0%	98,1%	97,1%	98,3%	105,7%
Positiva	81,5%	119,5%	99,3%	99,4%	97,6%	82,1%	123,0%

Observa-se nas tabelas 11 e 14, que a redução da impedância característica Z_c segue em proporção ao o aumento da susceptância e redução da reatância, o que é atribuído a conjugação entre menor fluxo magnético concatenado pela expansão do feixe, representado pela redução da reatância, e ao aumento do fluxo elétrico relacionado à compactação das fases, representado pelo aumento da susceptância, o que está em linha com a proposta de trabalho apresentada no item 1.1 e igualmente com Alexandrov *et al.* (1969), Alexandrov *et al.*(1991) e Alexandrov *et al.* (1996), os quais apresentam a proposta de equalização do campo elétrico.

Quanto a resistência, esta não apresentou significativa variação, como era esperado devido ao efeito pelicular considerado nos cálculos ter sido mitigado em consequência da modelagem dos cabos pelo ATP/EMTP considerar o efeito dos 45 condutores de alumínio por cabo, os quais possuem diâmetros inferiores a profundidade de penetração, como mencionado no ítem 2.5.

Analisando ainda os efeitos da otimização sobre os parâmetros característicos da linha, destaca-se a capacidade da proposta em analisar em um único problema de otimização os conceitos de expansão de feixe e compactação de fases de forma conjugada, conforme demonstra o resultado da otimização, reduzindo a reatância pela expansão do feixe, e aumento

da susceptância pela compactação das fases. Isso evidencia a robustez e generalidade do método de análise por meio do vetor de Poynting.

Semelhantemente ao realizado para o modelo de referência, o SIL do modelo otimizado foi calculado por (1.14) para tensão de 500kV, encontrando a potência de 1.496,11 MW, representando um ganho substancial de capacidade de transmissão de 22,44% para um modelo de linha já otimizado, conforme Regis Jr. *et al.*(2009), fato este suficiente para validar a proposta do uso do Teorema de Poynting como parâmetro para avaliação e otimização da capacidade de transmissão de potência ativa em linhas, como posposto por este trabalho.

5.4 OTIMIZAÇÃO DE FEIXES EM TORRE MONOMASTRO TIPO SEQ1

5.4.1 Apresentação do Problema

No exemplo anterior foi discutida a otimização sobre o modelo de linha com torre estaiada tipo VX, um dos modelos de referência de linha de transmissão LPNE. Neste exemplo, a proposta de otimização da capacidade de transmissão por meio do vetor de Poynting foi analisada através do modelo de linha com torre estaiada monomastro tipo SEQ1, figura 21, com características elétricas semelhantes ao modelo VX, todavia com configuração de feixes dispostos triangularmente em delta.

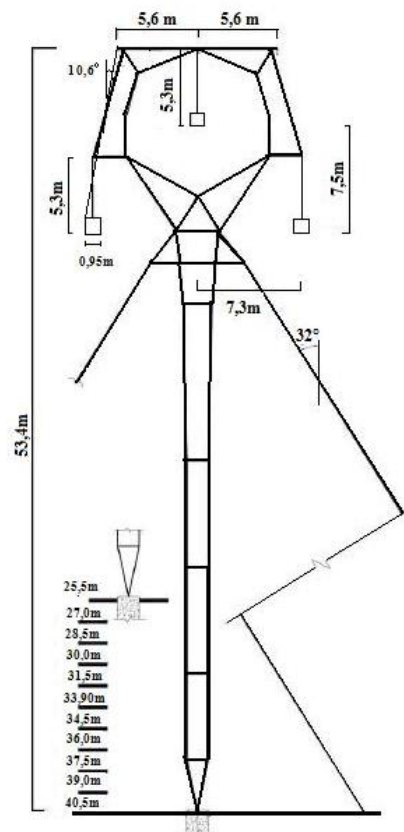


Figura 21 - Torre estaiada monomastro tipo SEQ1

O modelo linha com torres tipo SEQ1, utilizado neste exemplo, possui as características construtivas desenvolvidas pelas empresas Eletronorte, Chesf e Engetower para a LT 500 kV Interligação Norte/SUL III – Trecho 2, em atendimento ao leilão de concessão da ANEEL no ano de 2005.

O projeto desta LT foi desenvolvido visando o uso associado dos conceitos de expansão de feixes e compactação de fases, diferentemente do modelo VX do exemplo anterior. Os estudos de projeto focaram a redução do custo das estruturas e otimização da relação potência transmitida por tonelada de material utilizado, diferentemente da busca por maior capacidade de transmissão até então praticados em estudos de construção de modelos LPNE. Todavia, foram tomadas como premissas que o modelo SEQ1 deveria possuir características de SIL semelhantes ao modelo VX e CCRS - *Compact Cross Rope Suspension* (torre tipo CR52), associadas com as características elétricas e econômicas de linhas com torres monomastro cara-de-gato, sendo estas premissas atendidas plenamente, conforme Machado *et al.*(2007).

Ainda segundo Machado *et al.*(2007), a disposição triangular tipo delta representa a solução ótima com a maior potência possível e configuração estrutural mais econômica. Cita

também que tal configuração é fruto de vários estudos de otimização os quais consideram vários arranjos de fases e feixes e, para cada um desses arranjos, a geometria estrutural mais adequada do ponto de vista elétrico e estrutural. Todavia, apesar da riqueza de informações e qualidade das descrições sobre o projeto contidas no trabalho citado, os autores não apresentam detalhes do processo de otimização, lacuna esta preenchida por meio da proposta deste trabalho.

Tomada como premissa que, a otimização estrutural da torre produziu um modelo mais eficiente que o modelo tipo VX, tornou-se atraente avaliar a possibilidade de aumento da capacidade elétrica da linha pela inserção de pequenas alterações através da expansão do raio e alteração do posicionamento dos cabos, realizando desta forma a expansão do feixe e compactação entre fases.

Estruturalmente a expansão dos feixes requer o aumento das dimensões da cabeça da torre, o que reduz a compactação das fases; todavia, conforme discutido no exemplo anterior o uso do vetor de poynting como função objetivo do algoritmo de otimização proporciona resultados de otimização conjugando a compactação de fases e expansão do feixe, contornando esta restrição. Quanto as estruturas, foi tomada como premissa que, alterações em até 50 % do raio do feixe não descaracteriza as configurações da torre, mantêndo-a ainda otimizada. Deste modo, foi elaborado o modelo de cálculo para o MEC.

5.4.2 Configuração para o MEC

Semelhantemente ao exemplo anterior, o problema foi formulado apenas pelos contornos dos cabos fase. Adicionalmente para o caso elétrico foram inclusos os cabos para-raios e o solo devido ao efeito produzido pelo potencial nulo destes sob o campo elétrico.

Os feixes possuíam inicialmente o diâmetro de 1,34m (diâmetro do quadrilátero de lado 0,95m), conforme figura 22.

A definição dos cabos seguiu a configuração de projeto, com cabos condutores tipo RAIL/ACSR 40x7; e cabos para-raios do tipo EHS 3/8". Os cabos foram discretizados por 32 nós formando elementos constantes semelhantemente ao exemplo anterior. Em torno de cada condutor de fase foram distribuídos uniformemente 16 pontos internos, conforme figura 18.

A altura utilizada foi a máxima de referência para a estrutura de 53,4m.

Para o cálculo do campo elétrico, o solo foi representado por uma linha horizontal de 1400 metros, discretizada conforme a tabela 3, com ponto médio de referência no centro da torre.

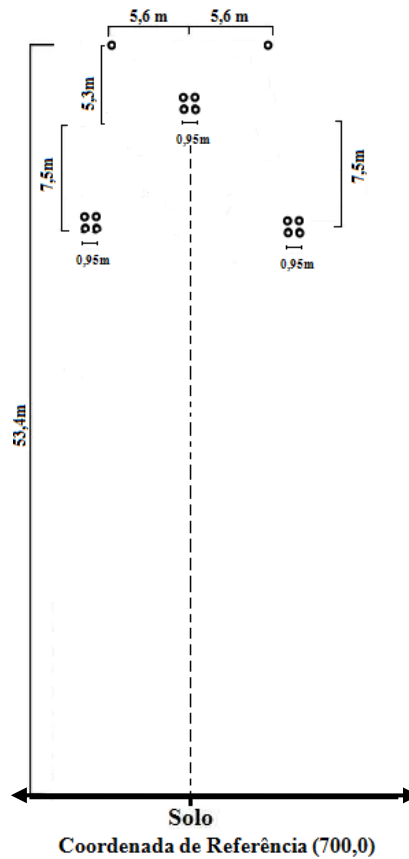


Figura 22 - Configuração geométrica para o cálculo do campo elétrico: Torre SEQ1

Como condições de contorno, foram utilizadas as mesmas do exemplo anterior devido a não alteração do tipo de cabo (mesma ampacidade) e nível de tensão da linha.

5.4.3 Resultados da Otimização

Neste exemplo foram utilizadas apenas 15 partículas, permitindo aos cabos em todos os feixes, alterarem suas posições em relação ao raio e ângulo.

O processo de otimização apresentou as seguintes características:

- Iterações totais: 14;
- Intervalo de variação do raio: zero a 1,01 m ($1,5 \times$ raio original);
- Intervalo de variação do ângulo: 0 a 2π radianos;

- Convergência: pela segunda definição (após cinco iterações sem alteração de *gbest*);
- Somatório da densidade de potência:
 - Inicial (feixe original): 126,6 MW;
 - Final (feixe otimizado): 148,6 MW;
 - Ganho de densidade de potência: 17,4%

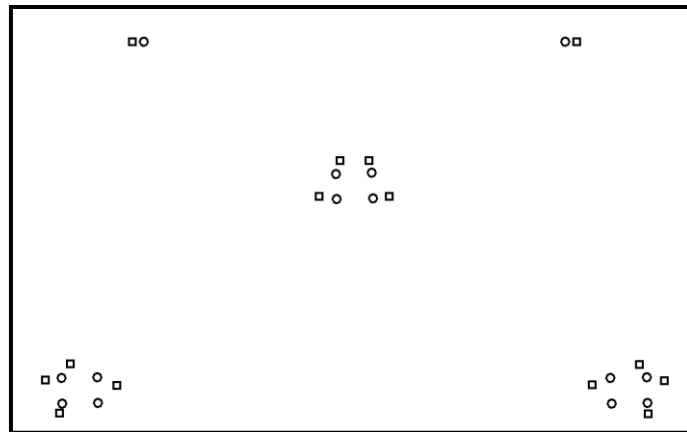


Figura 23 - Disposição de cabos condutores em torre SEQ1: modelo inicial (circunferências) e otimizado (quadrados)

Observar que figura 23 que os cabos para-raios foram ajustados em 0,30m na horizontal, mantendo o ângulo de alinhamento vertical de $10,6^\circ$ entre o alinhamento do para-raio com o cabo mais externo dos feixes marginais.

5.4.4 Cálculo dos Parâmetros da Linha

Para o cálculo dos parâmetros das linhas, os dados de projeto foram utilizados, semelhantemente ao exemplo anterior:

Condutores de Fase:

- RAIL/ ACSR 40x7
- $t/d = 0,3749$;
- Resistência CC: $0,06 \Omega/\text{km}$;
- Capacidade de corrente: 980 A

Condutor Para-raios:

- EHS 3/8”;

- $t/d = 0,5$ (sólido em aço);
- Resistência CC = $4.3070 \Omega/\text{km}$;
- Diâmetro: 0.914 cm

Onde d representa o diâmetro total do cabo, e t representa a espessura da parte condutora de alumínio, conforme a figura 20.

Foi considerado por critério do autor deste trabalho, um solo com resistividade de $250 \Omega/\text{m}$; o efeito pelicular; a altura máxima da torre e a ausência do efeito da flecha no vão da linha. A frequência considerada no cálculo foi naturalmente de 60 Hz.

Tabela 15 - Coordenadas dos arranjos originais, em metros

X(m)	Y(m)
693,164	41,078
692,209	41,05
692,231	40,127
693,186	40,145
700,464	48,578
699,509	48,55
699,531	47,627
700,486	47,645
707,764	41,078
706,809	41,05
706,831	40,127
707,786	40,145
694,4	53,4
705,6	53,4

Tabela 16 - Coordenadas dos arranjos otimizados, em metros

X(m)	Y(m)
693,683	40,777
692,452	41,568
691,775	40,977
692,153	39,764
700,383	49,030
699,611	49,030
699,066	47,714
700,928	47,714
707,806	39,739
708,237	40,948
707,578	41,560
706,323	40,807
694,100	53,400
705,900	53,400

Os parâmetros das linhas foram novamente calculados pela rotina *Line Constants* do programa ATP/EMTP, e os seguintes valores foram encontrados para o modelo de referência e sua otimização:

Tabela 17 - Parâmetros de linha de transmissão calculados: modelo original com torre SEQ1

Sequência	Impedância característica	Atenuação	Velocidade	Comprimento de onda	Resistência	Reatância	Susceptância
	Ω	dB/km	km/seg.	Km	Ω/km	Ω/km	v/km
Zero	6,756E+02	2,096E-03	1,981E+05	3,301E+03	3,235E-01	1,255E+00	2,840E-06
Positiva	2,082E+02	3,304E-04	2,946E+05	4,910E+03	1,583E-02	2,661E-01	6,149E-06

Tabela 18 - Parâmetros elétricos de projeto segundo Machado et al.(2007): Torre tipo SEQ1

Sequência	Impedância característica	Resistência	Reatância	Susceptância
	Ω	Ω/km	Ω/km	v/km
Zero	-	3,960E-01	1,331E+00	6,223E-06
Positiva	2,067E+02	1,816E-02	2,650E-01	3,293E-06

Com as seguintes matrizes de susceptância e impedância:

Tabela 19 - Matriz de Susceptância (v/km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2).

0	2,840E-06		
	0,00E+00		
1	-2,773E-08	-2,155E-07	
	4,802E-08	-3,729E-07	
2	-2,773E-08	6,149E-06	-2,155E-07
	-4,802E-08	1,276E-22	3,729E-07

Tabela 20 - Matriz de Impedância (Ω/km): Modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)

0	3,235E-01		
	1,255E+00		
1	-8,034E-03	-1,469E-02	
	3,548E-03	8,154E-03	
2	9,401E-04	1,583E-02	1,439E-02
	-8,732E-03	2,661E-01	8,659E-03

Calculado o SIL para a tensão de 500kV por (1.4) foi encontrada a potência de 1.209,5 MW.

Para a geometria de feixes otimizada, os seguintes parâmetros foram encontrados:

Tabela 21 - Parâmetros de linha de transmissão SEQ1: modelo otimizado com torre SEQ1

Sequência	Impedância característica	Atenuação	Velocidade	Comprimento de onda	Resistência	Reatância	Susceptância
	Ω	dB/km	km/seg.	km	Ω/km	Ω/km	v/km
Zero	6,562E+02	6,562E+02	1,958E+05	3,263E+03	3,234E-01	1,232E+00	2,959E-06
Positiva	1,931E+02	1,931E+02	2,941E+05	4,901E+03	1,600E-02	2,472E-01	6,642E-06

Tabela 22 - Parâmetros relativos: valores comparativos entre parâmetros da linha com torre tipo SEQ1 e torre SEQ1 com feixes otimizados

Sequência	Impedância característica	Atenuação	Velocidade	Comprimento de onda	Resistência	Reatância	Susceptância
Zero	97,12%	102,98%	98,82%	98,84%	99,98%	98,19%	104,20%
Positiva	92,76%	108,92%	99,82%	99,82%	101,04%	92,90%	108,01%

E as seguintes matrizes de susceptância e impedância:

Tabela 23 - Matriz de Susceptância (σ /km): modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)

0	2,959E-06		
	0,00E+00		
1	-2,838E-08	-2,486E-07	
	4,971E-08	-4,305E-07	
2	-2,838E-08	6,641E-06	-2,486E-07
	-4,971459E-08	2,390E-23	4,305E-07

Tabela 24 - Matriz de Impedância (Ω /km): Modelo torre VX original, sequência (0,1 e 2)

0	3,234E-01		
	1,232E+00		
1	-8,197E-03	-1,464E-02	
	3,307E-03	8,149E-03	
2	1,190E-03	1,599E-02	1,437E-02
	-8,799E-03	2,472E-01	8,612E-03

Calculando o SIL para a tensão de 500kV por (1.4) para o modelo SEQ1 otimizado, foi encontrada a potência de 1.294,6 MW, representando um ganho de 7% em relação a modelo SEQ1 original que também é otimizado, validando com isso a proposta deste trabalho.

Semelhantemente ao exemplo anterior, foi observado que a redução da impedância característica do modelo otimizado respondeu proporcionalmente a redução da reatância e aumento da susceptância, devido respectivamente, a expansão do feixe, reduzindo o fluxo magnético concatenado; e a compactação em menor grau das fases, aumentando o fluxo elétrico.

Comparando ainda com o exemplo anterior, um menor ganho foi obtido devido à maior restrição de variação do raio e ao menor número de partículas utilizadas na otimização, reduzindo a capacidade de inspeção das combinações geométricas possíveis.

Quanto à geometria final dos feixes, ainda com liberdade de variação do feixe central, observa-se a aquisição de simetria em concordância com as características do sistema trifásico.

CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como tema fundamental a avaliação do vetor de Poynting como função objetivo no processo de otimização da capacidade de transmissão de potência ativa em linhas de transmissão. Sua aplicação foi confirmada e viabilizou, ainda que de forma indireta, a análise do comportamento dos parâmetros das linhas de transmissão em relação à disposição dos cabos nos feixes, encontrando configurações geométricas que definem menor impedância característica às linhas analisadas. Preencheu também uma lacuna existente nos textos sobre linhas LPNE utilizados como referência deste trabalho, os quais não descrevem com detalhes o processo utilizado para otimização dos feixes.

Através de exemplos contendo dados reais de linhas e torres, utilizadas para interligação do sistema Norte/SUL III – Trecho 2, e entre Presidente Dutra / Teresina / Sobral/Fortaleza, foi possível validar a aplicabilidade e eficiência da proposta, encontrado para as mesmas linhas, configurações de feixes responsáveis pela redução de suas impedâncias características e consequente aumento do SIL em 7% e 22% respectivamente. Esses valores tomam como referências parâmetros originais dos modelos, os quais já são considerados otimizados, validando a proposta deste trabalho.

Para que fossem realizados os cálculos dos parâmetros das linhas iniciais e finais, foi utilizado o tradicional programa ATP/EMTP. Através dele, os parâmetros elétricos dos modelos de linha com torre em V e torre tipo SEQ1 foram calculados e comparados os valores encontrados após a otimização, comparando também aos os valores reais disponíveis nas referências utilizadas. Enfatiza-se que a impedância característica é minimizada indiretamente no processo de otimização através da busca do máximo valor real possível do vetor de Poynting.

Cabe ressaltar que o escopo da proposta de otimização deste trabalho considera apenas aspectos referentes à impedância característica da linha (ou SIL), não se estendendo a questões de projeto ou desempenho dos demais parâmetros construtivos, tais como: efeito corona; coordenação de isolamento; transitórios eletromagnéticos; nível de ruído audível; nível de campo elétrico e magnético na faixa de servidão; restrições estruturais e viabilidade econômica. Deste modo, considerando a diversidade de variáveis envolvidas em um projeto de linha de transmissão, este trabalho não realiza crítica às concepções das linhas citadas, mas apenas utilizam os projetos como referências para o presente estudo. No entanto, tais

restrições adicionais podem ser incorporadas à metodologia de otimização em um trabalho futuro.

Devido ao bom desempenho, o método dos elementos de contorno aliado ao método de otimização por enxame de partículas atenderam plenamente ao objetivo de avaliar a maximização vetor de Poynting como função objetivo da otimização indireta do SIL da linha. Isso constitui uma metodologia original para projeto de linhas de alta energia que pode ser aplicada na engenharia.

PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

Visado à extensão e aperfeiçoamento dos procedimentos descritos neste trabalho, são sugeridos alguns itens considerados importantes e complementares:

- Melhorar o modelo do cálculo dos campos através da equação de onda no domínio da frequência;
- Criar um processo acoplado de otimização que estabeleça o número mínimo de condutores, bem como a geometria ótima destes para o atendimento de uma demanda de potência pré-definida;
- Avaliar estruturalmente os efeitos do posicionamento dos cabos;
- Acrescentar ajuste iterativo do posicionamento dos cabos para-raios ao algoritmo de otimização;
- Avaliar o comportamento dos modelos de linha otimizados durante transitórios eletromagnéticos;
- Avaliar a melhoria do processo de otimização pela introdução dos chamados coeficientes de inércia às equações do PSO;
- Introduzir no processo de otimização considerações quanto à forma de cálculo do campo elétrico crítico para ruptura dielétrica, levando em consideração as condições ambientais, como temperatura e umidade do ar;
- Empregar como critério de otimização demais parâmetros de projeto, tais como ruído audível (RA), rádio interferência (RI), níveis de campos eletromagnéticos nas faixas de servidão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDROV, G.N..Theory of Bundle Conductors. New York: **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. pas-88, no. 6, 1969.
- ALEXANDROV, G.N.; et alii.. The Increase of Effectiveness of Transmission Lines and Their Corridor Utilization. Paris: **Cigre CIGRÉ**, Paper 38-104, 1996.
- ALEXANDROV, G.N.; PODPORKIN, G. V.. Improvement Of The Efficiency Of 35 - To 220-Kv Lines. London: **IEEE AC and DC Power Transmission 17-20** pp 226-231, Sep 1991.
- ALEXANDROV, G.N.; PODPORKIN, G. V.; MENEMENLIS, H.. Further improvement of the critical charge method for the theoretical evaluation of the breakdown voltage of conductor bundle-to-plane gaps. New York: **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-99, n. 2, Mar./Abr. 1980.
- ALUBAR . **Catálogo Técnico de Condutores Elétricos de Alumínio**. Barcarena:Alubar, 2010. Disponível em:< http://www.alubar.net.br/downloads/produtos/catalogo_tecnico_2010-2.pdf> Acesso em: 14 nov. 2011.
- AMETANI, A.. A General Formulation of Impedance and Admittance of Cables. Vancouver: **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Vol. PAS-99,No.3, 1980.
- AMON,J. F.; GABAGLIA, C. P. R.; IZYCKI, M. J.; TAVARES, G.; et alii. Otimização de Linha de Transmissão não Convencional de Alta Capacidade em 500 kV. Puerto Iguazú: **XIII Encontro Regional Iberoamericano de CIGRÉ. CIGRÉ XIII/PI-B2 -23**, 2009.
- BREBBIA,C.A.; DOMINGUEZ, J.. **Boundary Element Method: An introductory Course**. Boston: Computational Mechanics Publications- WITpress, 1992.
- COURANT, R.. Variational methods for the solutions of Problems of Equilibrium and vibrations. Providence: **Bulletin of American Mathematical Society.**, Vol. 49, 1943.
- ESMERALDO, P.C.V.;ALEXANDROV, G.N.; GABAGLIA, C.P.R.; GERASIMOV, YU.A.; EVDOKUNIN, G.N.. A Proposed Design for the New FURNAS 500 kV Transmission Lines – The High Surge Impedance Loading Line. Toronto: **IEEE Transactions on Power Delivery, PE-288-PWRD-0-11-**, 1996.
- GAUL, Lothar; KÖGL,Martin; WAGNER,Marcus. **Boundary Element Methods for Engineers and Scientists**. Stuttgart: Springer, 2003.
- HAYT Jr., William H. e BUCK, John A.. **Eletromagnetismo**. Rio de Janeiro : LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 0-07-230424-3, 2003.
- HALLÉN, E. G.. **Electromagnetic Theory**. Nova York: John Wiley & Sons,1962.

KENNEDY, J. The behavior of particles. San Diego: **Evolutionary Programming VII: Proceedings of the Seventh Annual Conference on evolutionary programming**, p. 581-589, 1998.

KENNEDY, J.; EBERHART, R.C.. A New Optimizer Using Particle Swarm Theory. Nagoya: **IEEE - Sixth International Symposium on Human Science (MHS'95)** 0-7803-2676-8/9, 1995.

KRAUS, John D. ; CARVER, Keith R.. **Eletromagnetismo**. 2. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois S.A, 1978.

LEUVEN. Leuven EMTP Center-LEC. **Alternative Transients Program Rule Book**. Leuven, BE, K.U. Leuven, 1987.

LORRAIN, Paul; CORSON, Dale; LARRAINE, François. **Campos e Ondas Electromagnéticas**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.

MACHADO, Vanderlei Guimarães; MACHADO JÚNIOR, Camilo; FERNANDES, José Henrique Machado; ARAÚJO, Marcos César de; TAKAI, Mário Noboru; SOARES, Filipe Guerra; SILVA, Paulo Ricardo Ralo Liberato da; MELLO, Reynaldo Castriota de; FERREIRA, Sírio José.. LT 500 Kv Interligação Norte / Sul III – Trecho 2 Solução Estrutural com Torre Estaiada Monomastro E Feixe Expandido. Rio de Janeiro: **Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – XIX SNPTEE GLT 01**, 2007.

MANSUR, W.J.; PRODANOFF, J.H.A.; AZEVEDO, J.P.S.. Métodos Numéricos em Recursos Hídricos 2- Método dos Elementos de Contorno em Recursos Hídricos. Rio de Janeiro: **ABRH- Associação Brasileira de Recursos Hídricos**, 1995.

MONTICELLI, Alcir; GARCIA, Ariovaldo. **Introdução a Sistema de Energia Elétrica**. Campinas: Editora Unicamp, 2003

ELGERD O. I. **Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1976.

PLP. **Catálogo de Produtos de Transmissão**. Cajamar:PLP, 2011. Disponível em: <<http://www.plp.com.br/br/produtos/transmissao/produtos/abertura/index.php>> Acesso em: 20 nov. 2011.

RATNAWEERA, A; HALGAMUGE, S.K.; WATSON, H.C.. Self-Organizing Hierarchical Particle Swarm Optimizer With Time-Varying Acceleration Coefficients. Portland: **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 8, , p. 240-255, 2004.

REGIS JR., Oswaldo; DART, Fernando C.; CRUZ, Andre L.P.. Avaliação Comparativa das Concepções de Linhas de Potência Natural Elevada em 500 kV Utilizadas no Brasil. Puerto Iguazú: **XIII Encuentro Regional Iberoamericano de Cigré - XIII/PI-B2 -105**, 2009.

SANSEVERINO, Alessandro A. S.; SOARES, Delfim Jr; VINAGRE, Márcio P. Cálculo da Tensão Crítica de Isolamento de Linhas de Transmissão Utilizando o Método dos Elementos Finitos. São Paulo: **IEEE/PES T&D 2010 Latim América**, 2010.

STEVENSON Jr., W. D.. **Elementos de Análise de Sistemas de Potência**. 2 ed.. São Paulo: McGraw-Hill, 1986.

YANG, Xueming; YUAN, Jinsha ; YUAN, Jiangye; MAO, Huina. A Modified Particle Swarm Optimizer With Dynamic Adaptation. North Carolina: **Elsevier - Applied Mathematics and Computation**- 189 (2007) 1205–1213, 2007.

APÊNDICE A – Análise da influência do posicionamento dos condutores sobre os parâmetros elétricos das linhas de transmissão e sobre o Vetor de Poynting.

INTRODUÇÃO

A forma alternativa de maximização do SIL da linha através da maximização do Vetor de Poynting, pela própria definição pontual $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$, lida diretamente com módulos e ângulos entre os campos elétricos e magnéticos e que indiretamente obtém um melhor arranjo geométrico dos cabos das linhas de transmissão. Por uma forma alternativa, a maximização do SIL pode ser inteiramente descrita pela minimização da impedância característica da linha que é função dos parâmetros capacitância e indutância por unidade de comprimento. A seguir são obtidos os parâmetros indutância e capacitância e ressaltados os principais fatores geométricos que afetam seus valores.

Basicamente os seguintes conceitos apresentados no capítulo 1 serão demonstrados:

- A redução das distâncias entre fases proporciona, em termos de parâmetros elétricos, a redução da indutância e aumento da capacitância da linha, em concordância com a redução da impedância característica Z_c da linha.
- O aumento do raio dos condutores (ou feixe de condutores) proporciona, em termos de parâmetros elétricos, o aumento da capacitância e redução da indutância da linha, contribuindo para a redução da impedância característica.

CÁLCULO DA INDUTÂNCIA

Para que seja observado o comportamento da indutância em função do posicionamento dos condutores, utiliza-se como artifício o cálculo do fluxo magnético Φ resultante da sobreposição dos fluxos que concatenam as correntes i_1 e i_2 para um caso simples de linha monofásica bifilar, considerando um ponto P qualquer no plano, no qual realiza-se o cálculo do fluxo magnético e posteriormente da indutância L .

Para o cálculo do fluxo Φ são considerados os efeitos apenas dos campos externos aos condutores através do modelo de condutor de raio reduzido, conforme Monticelli e Garcia (2003). Neste modelo, o condutor de raio r é representado por uma fração de r' do valor original, mas que conduz a mesma corrente, permitindo com isso realizar a aproximação. No caso de uma linha composta por feixes de condutores, o modelo de raio reduzido calcula o fluxo gerado pelo feixe através de um único condutor de raio equivalente, conhecido como

raio médio geométrico. Nesta demonstração, o raio do condutor apresentado na figura A.1 é representado por uma fração r' de seu valor inicial.

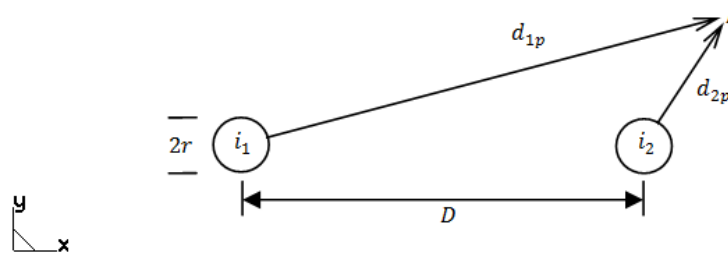


Figura A.1 - Representação da seção de uma linha bifilar monofásica para o cálculo da indutância

Com relação ao cálculo dos fluxos, é importante ter sempre em mente as diferenças entre fluxos concatenados. O fluxo magnético concatenado é definido como sendo o fluxo que enlaça uma corrente. Por exemplo, o fluxo concatenado com a corrente i_1 é aquele que enlaça esta corrente. A importância da diferenciação dos enlaces de fluxo é devida a própria definição da indutância, sendo esta definida como própria e mútua devido à relação entre o fluxo magnético e a corrente que o produz.

Considerado os enlaces de fluxo, pode-se definir o fluxo Φ no ponto P , como uma composição de Φ_{c_1} e Φ_{c_2} , sendo estes os fluxos que concatenam as correntes i_1 e i_2 , respectivamente, sendo $i_1 + i_2 = 0$.

$$\Phi = \Phi_{c_1} + \Phi_{c_2} \quad (\text{A.1})$$

Sendo Φ_{c_1} por sua vez, constituído pelas componentes própria e mútua:

$$\Phi_{c_1} = \Phi_{c_{11}} + \Phi_{c_{12}} \quad (\text{A.2})$$

com,

- $\Phi_{c_{11}}$ representando a componente de fluxo próprio, gerado por i_1 que concatena a própria corrente i_1 ;
- $\Phi_{c_{12}}$ representando a componente de fluxo mútuo gerado por i_1 , mas que concatena a corrente i_2 .

O mesmo é válido para Φ_{c_2} composto por $\Phi_{c_{21}}$ e $\Phi_{c_{22}}$:

$$\Phi_{c_2} = \Phi_{c_{21}} + \Phi_{c_{22}} \quad (\text{A.3})$$

Com,

- $\Phi_{c_{21}}$ componente de fluxo mútuo, gerado por i_2 , mas que concatena a corrente i_1 ;

- $\Phi_{c_{22}}$ componente de fluxo próprio, gerado por i_2 e que concatena a própria corrente i_2 .

Conforme Monticelli e Garcia (2003), considerando o raio reduzido dos condutores como sendo r' , e uma superfície plana de uma unidade de comprimento ao longo do condutor, e que vai do eixo do condutor 1 até um segmento de linha paralelo ao eixo do condutor e passando por P , pode-se definir o fluxo magnético $\Phi_{c_{11}}$ através da seguinte relação com a densidade de fluxo:

$$\Phi_{c_{11}} = \int_{r'}^{d_{1p}} B dx = \frac{\mu i_1}{2\pi} \int_{r'}^{d_{1p}} \frac{dx}{x} \quad (\text{A.4})$$

Resultando em:

$$\Phi_{c_{11}} = \frac{\mu i_1}{2\pi} \ln \frac{d_{1p}}{r'} \quad (\text{A.5})$$

A partir da distância D , medida do eixo do condutor 2, o fluxo criado pela corrente i_2 passa a enlaçar o condutor 1 que é percorrido pela corrente i_1 , logo:

$$\Phi_{c_{12}} = \frac{\mu i_2}{2\pi} \ln \frac{d_{2p}}{D} \quad (\text{A.6})$$

Sendo esta expressão válida para $d_{2p} > D$. Mas como $i_1 + i_2 = 0$, encontra-se:

$$\Phi_{c_{12}} = \frac{\mu i_1}{2\pi} \ln \frac{D}{d_{2p}} \quad (\text{A.7})$$

Como $\Phi_{c_1} = \Phi_{c_{11}} + \Phi_{c_{12}}$, encontra-se:

$$\Phi_{c_1} = \frac{\mu i_1}{2\pi} \left[\ln \frac{D}{r'} + \ln \frac{d_{1p}}{d_{2p}} \right] \quad (\text{A.8})$$

De forma análoga, pode-se obter o fluxo concatenado Φ_{c_2} :

$$\Phi_{c_2} = \frac{\mu i_2}{2\pi} \left[\ln \frac{D}{r'} + \ln \frac{d_{2p}}{d_{1p}} \right] \quad (\text{A.9})$$

Considerando a definição de impedância, como sendo $L = \frac{d\Phi}{di}$, tal que $d\Phi$ representa o elemento infinitesimal do fluxo Φ que concatena o elemento infinitesimal de corrente di , pode-se escrever a indutância na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{c_1} \\ \Phi_{c_2} \end{bmatrix} = \frac{\mu}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{D}{r'} & \ln \frac{d_{1p}}{d_{2p}} \\ \ln \frac{d_{2p}}{d_{1p}} & \ln \frac{D}{r'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Estendendo o procedimento descrito anteriormente para o caso de um sistema trifásico com geometria genérica, conforme figura A.2, pode-se considerar que os raios reduzidos r' possuem liberdade de assumir diferentes valores, deste modo, é encontrada a matriz de indutância (A.11), considerando $P \rightarrow \infty$:

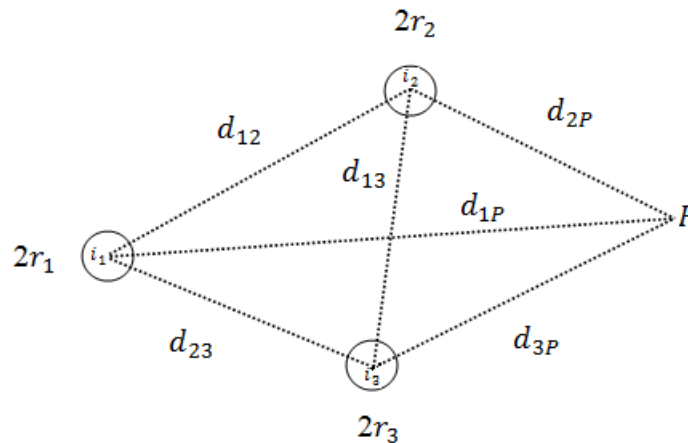


Figura A.2 - Representação da seção da linha trifásica para cálculo da matriz de indutâncias.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{c_1} \\ \Phi_{c_2} \\ \Phi_{c_3} \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{r'_1} & \ln \frac{1}{d_{12}} & \ln \frac{1}{d_{13}} \\ \ln \frac{1}{d_{12}} & \ln \frac{1}{r'_2} & \ln \frac{1}{d_{23}} \\ \ln \frac{1}{d_{13}} & \ln \frac{1}{d_{23}} & \ln \frac{1}{r'_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Considerando o sistema em equilíbrio $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ com condutores de raio r' e simetria perfeita $d_{12} = d_{13} = d_{23} = d$, decompondo (A.11) em componentes simétricos, conforme Stevenson Jr.(1986), encontra-se a indutância de sequência positiva por unidade de comprimento :

$$\begin{bmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^- \\ \Phi^0 \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{d}{r'} & 0 & 0 \\ 0 & \ln \frac{d}{r'} & 0 \\ 0 & 0 & \ln \frac{1}{r'd^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^+ \\ i^- \\ i^0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Por meio de (A.12), percebe-se que ao se diminuir a indutância própria (aumento do raio r' do condutor, ou feixe de condutores) e aumentar a mútua (diminuição da distância entre os condutores), tem-se a diminuição da indutância de sequência positiva da linha.

CÁLCULO DA CAPACITÂNCIA

Este item apresenta o cálculo da capacitância de uma linha monofásica e a matriz de capacitância para linha trifásica. Por meio das equações da capacitância para linha, podem ser demonstradas as relações entre o posicionamento dos condutores entre fases e a influência do raio do condutor (ou feixe de condutores) sobre a capacitância e fluxo elétrico, e consequentemente sobre a impedância característica Z_c .

Na figura A.3 são representados dois condutores cilíndricos de raio r , de comprimento infinito e paralelos, com potenciais v_1 e v_2 com relação à terra e densidades superficiais de cargas λ_1 , e λ_2 . Diferentemente do caso magnético, no caso elétrico todo o fluxo encontra-se externo ao condutor podendo ser considerado integralmente para efeito de cálculo o raio r .

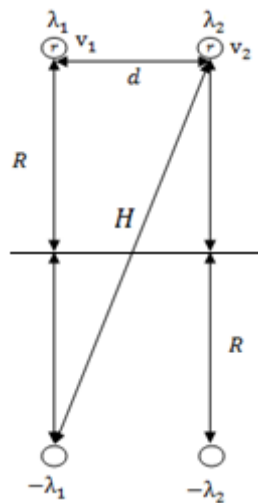


Figura A.3 - Representação das imagens da seção da linha bifilar para cálculo da capacitância.

A capacitância da linha pode ser calculada considerando as distâncias $d \gg r$, $R \gg d$ e $H \approx R$, e o efeito do solo utilizando os coeficientes de Maxwell e o Método das Imagens, conforme Stevenson Jr.(1986), encontrando as seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} \ln \frac{R}{r} & \ln \frac{R}{d} \\ \ln \frac{R}{d} & \ln \frac{R}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

onde,

- $k = 2\pi\epsilon_0$, sendo ϵ_0 a permissividade do meio;
- $C_{11} = C_{22} = \frac{\ln(\frac{R}{r})}{\ln(\frac{R}{r})^2 - \ln(\frac{R}{d})^2}$;
- $C_{12} = C_{21} = -\frac{\ln(\frac{R}{d})}{\ln(\frac{R}{r})^2 - \ln(\frac{R}{d})^2}$.

Analisando C_{11} e C_{12} , verifica-se que o aumento de r provoca aumento de C_{11} e diminuição de C_{12} ; e que o aumento de d , provoca diminuição de C_{11} e aumento de C_{12} .. Considerando que C_{12} é sempre negativo, quando r aumenta e d diminui, tem-se o efeito do aumento de C_{11} e diminuição de C_{12} (tornando-o mais negativo).

Estendendo (A.13) e (A.14) para o caso trifásico, conforme Stevenson Jr.(1986), a relação entre cargas e tensões nos condutores pode ser descrita como:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Utilizando componentes simétricos e supondo que $C_{12} \cong C_{13} \cong C_{31} \cong C_{32}$, e $C_{11} \cong C_{22} = C_{33}$, encontra-se:

$$\begin{bmatrix} \lambda^+ \\ \lambda^- \\ \lambda^0 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} C_{11} - C_{12} & 0 & 0 \\ 0 & C_{11} - C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & C_{11} + 3C_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^+ \\ v^- \\ v^0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Como as equações encontram-se desacopladas, pode-se escrever:

$$\lambda^+ = \psi_e^+ = (C_{11} - C_{12})v^+ \quad (\text{A.17})$$

Onde ψ_e^+ representa o fluxo elétrico em Coulomb.

Analisando (A.16), e lembrando que C_{12} é sempre negativo, conclui-se que ao aumentar r e diminuir d entre fases, aumenta-se a capacitância de seqüência positiva.

CONCLUSÃO

Pelas expressões obtidas para indutância e capacitância conclui-se que o aumento do raio dos condutores (ou feixe de condutores) e diminuição do espaçamento entre fases provoca aumento de capacitância e diminuição de indutância de sequência positiva que definem a impedância característica Z_c da linha dada por $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$. A impedância característica, por sua vez, representa indiretamente os posicionamentos dos campos elétricos e magnéticos nas vizinhanças dos cabos das linhas de transmissão. Ressalta-se que o posicionamento otimizado de cabos decorre não apenas dos módulos como também da angulação entre os campos eletromagnéticos tornando-a mais próxima dos 90 graus. Assim, mesmo que, no processo de otimização, os fluxos magnéticos diminuam suas intensidades entre fases (tornando menor a indutância por unidade de comprimento), há compensação e ganho global no SIL da linha pelo melhor aproveitamento angular entre o campo magnético e o campo elétrico (que aumentou em módulo pelas mesmas razões pelas quais a indutância diminuiu).

APÊNDICE B – Dados de entrada para ATP/EMTP

Seguem abaixo os formatos de arquivo utilizados para o calculo dos parâmetros para os modelos de linha de transmissão tratados neste trabalho:

Tabela BI.1 - Arquivo de entrada para programa ATP/EMTP: configuração original da LT tipo VX.

```

BEGIN NEW DATA CASE
C TORRE VX PADRÃO 4 CABOS 500Kv-60Hz
LINE CONSTANTS
METRIC
C 345678901234567890123456789012345678901234567890123456789
 1 .375 .0600 4      2.961 689.601 41.7010 41.7010
 1 .375 .0600 4      2.961 688.398 41.7010 41.7010
 1 .375 .0600 4      2.961 688.398 40.4989 40.4989
 1 .375 .0600 4      2.961 689.601 40.4989 40.4989
 2 .375 .0600 4      2.961 700.601 41.7010 41.7010
 2 .375 .0600 4      2.961 699.398 41.7010 41.7010
 2 .375 .0600 4      2.961 699.398 40.4989 40.4989
 2 .375 .0600 4      2.961 700.601 40.4989 40.4989
 3 .375 .0600 4      2.961 711.601 41.7010 41.7010
 3 .375 .0600 4      2.961 710.398 41.7010 41.7010
 3 .375 .0600 4      2.961 710.398 40.4989 40.4989
 3 .375 .0600 4      2.961 711.601 40.4989 40.4989
 0 .500 4.3070 4      0.914 708.390 50.7000 50.7000
 0 .500 4.3070 4      0.914 708.390 50.7000 50.7000
BLANK card ending conductor cards within "LINE CONSTANTS" data
C      1      2      3      4      5      6      7
C 345678901234567890123456789012345678901234567890123456789
 250.    60.0          1 1
BLANK card ending frequency cards of "LINE CONSTANTS" data
BLANK card ending "LINE CONSTANTS" data cases
BEGIN NEW DATA CASE
BLANK

```

Tabela BI.2 - Arquivo de entrada para programa ATP/EMTP: configuração otimizada da LT tipo VX.

```

BEGIN NEW DATA CASE
C TORRE VX OTIMA 4 CABOS 500kV - 60 CHz
LINE CONSTANTS
METRIC
C 345678901234567890123456789012345678901234567890123456789
 1 .375 .0600 4      2.961 688.802 43.6230 43.6230
 1 .375 .0600 4      2.961 689.312 42.0722 42.0722
 1 .375 .0600 4      2.961 688.164 38.8054 38.8054
 1 .375 .0600 4      2.961 691.318 40.7002 40.7002
 2 .375 .0600 4      2.961 701.188 42.2976 42.2976
 2 .375 .0600 4      2.961 698.793 42.2790 42.2790
 2 .375 .0600 4      2.961 698.798 39.9151 39.9151
 2 .375 .0600 4      2.961 701.194 39.9080 39.9080
 3 .375 .0600 4      2.961 708.676 40.7253 40.7253
 3 .375 .0600 4      2.961 711.776 38.7846 38.7846
 3 .375 .0600 4      2.961 710.700 42.0763 42.0763
 3 .375 .0600 4      2.961 711.157 43.6259 43.6259
 0 .500 4.3070 4      0.914 692.482 53.2207 53.2207
 0 .500 4.3070 4      0.914 707.477 53.2259 53.2259
BLANK card ending conductor cards within "LINE CONSTANTS" data
C      1      2      3      4      5      6      7
C 345678901234567890123456789012345678901234567890123456789
 250.    60.0          1 1
BLANK card ending frequency cards of "LINE CONSTANTS" data
BLANK card ending "LINE CONSTANTS" data cases
BEGIN NEW DATA CASE
BLANK

```


Tabela BI.3 - Arquivo de entrada para programa ATP/EMTP: configuração original da LT tipo SEQ1

```

BEGIN NEW DATA CASE
C TORRE DELTA 4 CABOS SEQ1 60HZ
LINE CONSTANTS
METRIC
C 345678901234567890123456789012345678901234567890
  1.375 .0600 4      2.961 693.164 41.078 41.078
  1.375 .0600 4      2.961 692.209 41.050 41.050
  1.375 .0600 4      2.961 692.231 40.127 40.127
  1.375 .0600 4      2.961 693.186 40.145 40.145
  2.375 .0600 4      2.961 700.464 48.578 48.578
  2.375 .0600 4      2.961 699.509 48.550 48.550
  2.375 .0600 4      2.961 699.531 47.627 47.627
  2.375 .0600 4      2.961 700.486 47.645 47.645
  3.375 .0600 4      2.961 707.764 41.078 41.078
  3.375 .0600 4      2.961 706.809 41.050 41.050
  3.375 .0600 4      2.961 706.831 40.127 40.127
  3.375 .0600 4      2.961 707.786 40.145 40.145
  0.500 4.3070 4      0.914 694.400 53.400 53.400
  0.500 4.3070 4      0.914 705.600 53.400 53.400
BLANK card ending conductor cards within "LINE CONSTANTS" data
C   1   2   3   4   5   6   7
C 3456789012345678901234567890123456789012345678901234
 250.   60.0           1 1
BLANK card ending frequency cards of "LINE CONSTANTS" data
BLANK card ending "LINE CONSTANTS" data cases
BEGIN NEW DATA CASE
BLANK

```

Tabela BI.4 - Arquivo de entrada para programa ATP/EMTP: configuração otimizada da LT tipo SEQ1.

```

BEGIN NEW DATA CASE
C TORRE DELTA 4 CABOS SEQ1 60Hz otimizada 2.2
LINE CONSTANTS
METRIC
C 345678901234567890123456789012345678901234567890
  1.375 .0600 4      2.961 693.683 40.777 40.777
  1.375 .0600 4      2.961 692.452 41.568 41.568
  1.375 .0600 4      2.961 691.775 40.977 40.977
  1.375 .0600 4      2.961 692.153 39.764 39.764
  2.375 .0600 4      2.961 700.710 48.812 48.812
  2.375 .0600 4      2.961 699.997 49.108 49.108
  2.375 .0600 4      2.961 699.285 48.813 48.813
  2.375 .0600 4      2.961 699.997 47.092 47.092
  3.375 .0600 4      2.961 707.806 39.739 39.739
  3.375 .0600 4      2.961 708.237 40.948 40.948
  3.375 .0600 4      2.961 707.578 41.560 41.560
  3.375 .0600 4      2.961 706.323 40.807 40.807
  0.500 4.3070 4      0.914 694.100 53.400 53.400
  0.500 4.3070 4      0.914 705.900 53.400 53.400
BLANK card ending conductor cards within "LINE CONSTANTS" data
C   1   2   3   4   5   6   7
C 34567890123456789012345678901234567890123456789067890
 250.   60.0           1 1
BLANK card ending frequency cards of "LINE CONSTANTS" data
BLANK card ending "LINE CONSTANTS" data cases
BEGIN NEW DATA CASE
BLANK

```
