

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Matheus Alberto de Souza

**Estimador De Estados Trifásico Híbrido Para Sistemas De Distribuição De
Energia Elétrica: Uma Abordagem Considerando A Viabilidade
Técnico-Econômica**

Juiz de Fora

2023

Matheus Alberto de Souza

**Estimador De Estados Trifásico Híbrido Para Sistemas De Distribuição De
Energia Elétrica: Uma Abordagem Considerando A Viabilidade
Técnico-Econômica**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Energia Elétrica, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Igor Delgado de Melo, Ph.D.

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

de Souza, Matheus.

Estimador De Estados Trifásico Híbrido Para Sistemas De Distribuição
De Energia Elétrica: Uma Abordagem Considerando A Viabilidade Técnico-
Econômica / Matheus Alberto de Souza. – 2023.

173 f. : il.

Orientador: Igor Delgado de Melo, Ph.D.

Exame de tese de doutorado – Universidade Federal de Juiz de Fora,
Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica, 2023.

1. Distribuição de energia elétrica. 2. Estimação de estados. 3.
Formulação trifásica. 4. Medição sincronizada. Melo, Igor D., orient. II.
Título.

Matheus Alberto de Souza

Estimador de estados trifásico híbrido para sistemas de distribuição de energia elétrica: uma abordagem considerando a viabilidade técnico-econômica

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Aprovada em 09 de janeiro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Igor Delgado de Melo - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Profa. Dra. Isabela Miranda de Mendonça

Instituto Federal do Sudeste MG

Prof. Dr. Wesley Peres

Universidade Federal de São João Del Rei

Prof. Dr. João Alberto Passos Filho

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Ivo Chaves da Silva Junior

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 12/12/2022.



Documento assinado eletronicamente por **Igor Delgado de Melo, Professor(a)**, em 09/01/2023, às 11:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Joao Alberto Passos Filho, Coordenador(a)**, em 09/01/2023, às 11:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ivo Chaves da Silva Junior, Professor(a)**, em 09/01/2023, às 12:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wesley Peres, Usuário Externo**, em 09/01/2023, às 13:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Isabela Miranda de Mendonça, Usuário Externo**, em 10/01/2023, às 13:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1074438** e o código CRC **D56D7216**.

Dedico este trabalho ao saudoso Professor José Luiz Rezende Pereira.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por mais esta conquista, por iluminar meu caminho nas horas mais escuras e me propiciar momentos de imensa felicidade.

À minha esposa Roberta pelo carinho, apoio e pelos diversos momentos felizes que passamos juntos, também pela compreensão quando os fins de semanas tinham que ser dedicados aos estudos e trabalhos.

Aos meus pais, Carlos e Geralda por todo o carinho, pelo apoio incondicional nos momentos difíceis e pela alegria compartilhada nos momentos felizes. Por serem exemplos de vida para mim, os quais eu admiro com imenso valor.

Ao meu irmão Luccas, pelo companheirismo, pelos bons momentos que vivemos e também pelas inúmeras brigas que tivemos que hoje são motivos de risos nas conversas sobre o passado.

Ao meu saudoso orientador e querido amigo Prof. José Luiz, que sempre com muito boa vontade me apoiou, orientou e acreditou nesse trabalho e na minha capacidade de produzi-lo.

Ao Professor e amigo Igor Delgado, que topou o desafio de me orientar no período mais difícil dessa caminhada, um profissional que tenho profunda admiração e respeito por tudo que fez e continua fazendo por mim e todos seus alunos.

Aos amigos de Viçosa que por mais distantes que agora estejamos nunca deixaram a amizade cessar.

Aos amigos de Juiz de Fora, em especial, Antônio Candiá, Bráulio, Guilherme Márcio, Jeanderson e Matheus Antunes, que tornaram mais fácil essa caminhada, nos momentos em que precisei de ajuda, ou quando saíamos para nos divertir.

Aos amigos de Timóteo que também são amigos para toda a vida.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Viçosa e do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora pelos ensinamentos.

À TBE (Transmissoras Brasileiras de Energia), através do INESC/Brasil, pelo apoio por meio do projeto de P&D: "PD-02651-0016/2018 - Desenvolvimento de um sistema de monitoramento de qualidade de energia e tomada de decisões em linhas de transmissão".

Agradeço também a qualquer leitor que venha a se interessar por esse trabalho.

“Ediscere, Scire, Agere, Vincere;
Estudar, Saber, Agir, Vencer.”

Lema Universidade Federal de Viçosa.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma nova metodologia técnica e economicamente viável para a estimação de estados em sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando medições sincrofasoriais e de grandezas eficazes conjuntamente. Para a metodologia proposta, as correntes passantes pelas linhas do sistema são utilizadas como variáveis de estados em coordenadas retangulares e as medições são obtidas por meio de sensores localizados ao longo de ramais de alimentadores de distribuição. Considera-se medidas dos valores eficazes de tensão, potência ativa e reativa fornecidas através de medidores inteligentes (*Smart Meters*), além de medição sincrofasorial na subestação principal (barra localizada no início do alimentador) para a definição da referência angular. A abordagem é trifásica e representa as características intrínsecas de uma rede de distribuição como desequilíbrio de cargas, topologia radial, existência de impedâncias mútuas e escassez de sensores dedicados ao monitoramento contínuo das mesmas. A metodologia se baseia na solução de um problema de otimização não linear o qual visa minimizar uma função objetivo associada ao somatório das diferenças quadráticas entre valores medidos e seus correspondentes valores estimados. Medidas virtuais são consideradas como injeções de corrente nulas para as barras de passagem, tratadas diretamente na função objetivo. O problema formulado é resolvido a cada instante de tempo ' t ' objetivando estimar estados operativos ao longo do tempo possibilitando o rastreamento de curvas diárias de carga. Adicionalmente, são incorporadas ao problema restrições de carga para as barras que não são monitoradas em tempo real, sendo as mesmas estipuladas com base em estimativas de cargas obtidas em um instante de tempo anterior ' $t-1$ ', correlacionando instantes de tempo de estimação consecutivos. A resolução do problema de otimização se dá pelo Método de Pontos Interiores com Barreira de Segurança (*Safety Barrier Interior Point Method*) modificado para que a solução seja sempre determinada dentro de um espaço de busca factível o qual contenha o estado operativo mais provável do sistema monitorado. Para as simulações computacionais, as medidas utilizadas pelo algoritmo proposto são emuladas a partir de um Fluxo de Potência Trifásico via Injeção de Correntes (FPTIC). Foram realizadas diversas simulações variando-se o percentual das cargas para uma análise considerando cargas diárias variantes no tempo. Os resultados obtidos foram comparados com outra metodologia existente na literatura e com os valores verdadeiros que foram obtidos através do FPTIC. A diferença entre os valores estimados e os valores adotados como verdadeiros é bastante reduzida atestando a eficiência do método proposto. Apresenta-se ainda um conceito baseado em centralização de dados através de um *broker* de mensagens assíncronas para a integração de todos os módulos necessários ao completo funcionamento do estimador de estados na prática, tornando a proposta aplicável e viável para o monitoramento de redes trifásicas desequilibradas.

Palavras-chave: Estimação de Estados. Medição Fasorial Sincronizada. Medidores Inteligentes. Sistemas de Distribuição.

ABSTRACT

This work presents a new technically and economically viable methodology for the state estimation in electric energy distribution systems using synchrophasor measurements and RMS (root mean square) measurements together. For the proposed methodology, the currents passing through the lines of the system are used as state variables in rectangular coordinates and the measurements are obtained by sensors located along the branches of distribution feeders. RMS values of voltage, active and reactive power supplied through smart meters are considered, in addition to synchrophasor measurements at the main substation (busbar located at the beginning of the feeder) for the definition of the angular reference. The approach is three-phase and represents the intrinsic characteristics of a distribution network such as load unbalance, radial topology, existence of mutual impedances and lack of sensors dedicated to their continuous monitoring. The methodology is based on the solution of a non-linear optimization problem which aims to minimize an objective function associated with the sum of squared differences between measured values and their corresponding estimated values. Virtual measurements are considered as zero current injections for the null power injection buses, treated directly in the objective function. The formulated problem is solved at each instant of time ' t ' in order to estimate operating states along the time, enabling the tracking of daily load profiles. Additionally, load constraints for buses that are not monitored in real time are incorporated into the problem, being determined based on load estimates obtained in a previous instant of time ' $t-1$ ', correlating consecutive estimation time intervals. The optimization problem is solved by the modified Safety Barrier Interior Point Method so that the solution is always determined within a feasible search space which contains the most probable operating state of the monitored system. For computational simulations, the measurements used by the proposed algorithm are emulated from a Three-Phase Power Flow via Current Injection (TPFCI). Several simulations were carried out varying the percentage of loads for analysis considering daily loads profiles and the results obtained were compared with another existing methodology in the literature and with the true values that were obtained through the TPFCI. The difference between the estimated and the true values is very small, attesting to the efficiency of the proposed method. It also presents a concept based on data centralization through an asynchronous message broker for the integration of all modules necessary for the complete operation of the state estimator in practice, making the proposal applicable and viable for monitoring unbalanced three-phase networks.

Key-words: State estimation. Synchronized Phasor Measurement. Smart Meters. Distribution Systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Sistema de 33 barras para demonstração do procedimento de alocação das PMUs.	33
Figura 2 – Configuração básica equipamentos GE Reason.	34
Figura 3 – PQ3P-MPMU.	36
Figura 4 – Alocação dos equipamentos de medição no sistema 33 barras.	39
Figura 5 – Divisão do sistema 33 barras em subsistemas a partir da descentralização.	40
Figura 6 – <i>Smart Meter</i> WEG Linha SMW.	43
Figura 7 – Fluxograma da Metodologia de Estimação de Estados Proposta.	48
Figura 8 – Sistema Exemplo.	49
Figura 9 – Arquitetura Centralizada de Dados em Base Colaborativa.	52
Figura 10 – Exemplo de frame de dados pós processado de PMU.	57
Figura 11 – Exemplo de frame de dados pós processado de <i>Smart Meter</i>	57
Figura 12 – Tabela do módulo de persistência de dados pós processado de PMU.	59
Figura 13 – Tabela do módulo de persistência de dados pós processado de <i>Smart Meter</i>	59
Figura 14 – Tela para escolha dos gráficos no Grafana.	62
Figura 15 – Exemplo de <i>Dashboard</i> no Grafana.	63
Figura 16 – Dados Agregados Extraídos Através de Consulta SQL.	63
Figura 17 – Representação do sistema de distribuição IEEE de 33 barras.	64
Figura 18 – Magnitude da Tensão da Fase A.	66
Figura 19 – Erro na Tensão da Fase A.	66
Figura 20 – Magnitude da Tensão da Fase B.	66
Figura 21 – Erro na Tensão da Fase B.	66
Figura 22 – Magnitude da Tensão da Fase C.	66
Figura 23 – Erro na Tensão da Fase C.	66
Figura 24 – Ângulo da Tensão da Fase A.	67
Figura 25 – Erro no Ângulo da Fase A.	67
Figura 26 – Ângulo da Tensão da Fase B.	68
Figura 27 – Erro no Ângulo da Fase B.	68
Figura 28 – Ângulo da Tensão da Fase C.	68
Figura 29 – Erro no Ângulo da Fase C.	68
Figura 30 – Potência Ativa da Fase A.	69
Figura 31 – Erro na Pot. Ativa da Fase A.	69
Figura 32 – Potência Ativa da Fase B.	69
Figura 33 – Erro na Pot. Ativa da Fase B.	69
Figura 34 – Potência Ativa da Fase C.	69
Figura 35 – Erro na Pot. Ativa da Fase C.	69
Figura 36 – Potência Reativa da Fase A.	70

Figura 37 – Erro Pot. Reativa da Fase A.	70
Figura 38 – Potência Reativa da Fase B.	70
Figura 39 – Erro Pot. Reativa da Fase B.	70
Figura 40 – Potência Reativa da Fase C.	70
Figura 41 – Erro Pot. Reativa da Fase C.	70
Figura 42 – Erro na Tensão da Fase A 24h.	72
Figura 43 – Erro na Tensão da Fase B 24h.	72
Figura 44 – Erro na Tensão da Fase C 24h.	72
Figura 45 – Erro no Ângulo da Fase A 24h.	72
Figura 46 – Erro no Ângulo da Fase B 24h.	72
Figura 47 – Erro no Ângulo da Fase C 24h.	72
Figura 48 – Erro na Pot. Ativa da Fase A 24h.	73
Figura 49 – Erro na Pot. Ativa da Fase B 24h.	73
Figura 50 – Erro na Pot. Ativa da Fase C 24h.	73
Figura 51 – Erro Pot. Reativa da Fase A 24h.	73
Figura 52 – Erro Pot. Reativa da Fase B 24h.	74
Figura 53 – Erro Pot. Reativa da Fase C 24h.	74
Figura 54 – Magnitude da Tensão da Fase A.	76
Figura 55 – Erro na Tensão da Fase A.	76
Figura 56 – Magnitude da Tensão da Fase B.	76
Figura 57 – Erro na Tensão da Fase B.	76
Figura 58 – Magnitude da Tensão da Fase C.	77
Figura 59 – Erro na Tensão da Fase C.	77
Figura 60 – Ângulo da Tensão da Fase A.	77
Figura 61 – Erro no Ângulo da Fase A.	77
Figura 62 – Ângulo da Tensão da Fase B.	77
Figura 63 – Erro no Ângulo da Fase B.	77
Figura 64 – Ângulo da Tensão da Fase C.	78
Figura 65 – Erro no Ângulo da Fase C.	78
Figura 66 – Potência Ativa da Fase A.	78
Figura 67 – Erro na Pot. Ativa da Fase A.	78
Figura 68 – Potência Ativa da Fase B.	79
Figura 69 – Erro na Pot. Ativa da Fase B.	79
Figura 70 – Potência Ativa da Fase C.	79
Figura 71 – Erro na Pot. Ativa da Fase C.	79
Figura 72 – Potência Reativa da Fase A.	79
Figura 73 – Erro Pot. Reativa da Fase A.	79
Figura 74 – Potência Reativa da Fase B.	80
Figura 75 – Erro Pot. Reativa da Fase B.	80

Figura 76 – Potência Reativa da Fase C.	80
Figura 77 – Erro Pot. Reativa da Fase C.	80
Figura 78 – Erro na Tensão da Fase A 24h.	81
Figura 79 – Erro na Tensão da Fase B 24h.	81
Figura 80 – Erro na Tensão da Fase C 24h.	81
Figura 81 – Erro no Ângulo da Fase A 24h.	81
Figura 82 – Erro no Ângulo da Fase B 24h.	82
Figura 83 – Erro no Ângulo da Fase C 24h.	82
Figura 84 – Erro na Pot. Ativa da Fase A 24h.	82
Figura 85 – Erro na Pot. Ativa da Fase B 24h.	82
Figura 86 – Erro na Pot. Ativa da Fase C 24h.	83
Figura 87 – Erro Pot. Reativa da Fase A 24h.	83
Figura 88 – Erro Pot. Reativa da Fase B 24h.	83
Figura 89 – Erro Pot. Reativa da Fase C 24h.	83
Figura 90 – Subestações da UFJF.	85
Figura 91 – Diagrama Unifilar das Subestações com Medidas de Distância.	87
Figura 92 – Tabela de Dados Construtivos e Características Elétricas e Mecânicas dos Cabos de Alumínio Protegidos Cobertos com XLPE.	88
Figura 93 – Tabela de Características Elétricas dos Cabos Isolados de Cobre.	89
Figura 94 – Medidor de Energia Schneider Power Logic ION8600.	90
Figura 95 – Magnitude da Tensão da Fase A.	91
Figura 96 – Erro na Tensão da Fase A.	91
Figura 97 – Magnitude da Tensão da Fase B.	91
Figura 98 – Erro na Tensão da Fase B.	91
Figura 99 – Magnitude da Tensão da Fase C.	92
Figura 100 – Erro na Tensão da Fase C.	92
Figura 101 – Ângulo da Tensão da Fase A.	92
Figura 102 – Erro no Ângulo da Fase A.	92
Figura 103 – Ângulo da Tensão da Fase B.	93
Figura 104 – Erro no Ângulo da Fase B.	93
Figura 105 – Ângulo da Tensão da Fase C.	93
Figura 106 – Erro no Ângulo da Fase C.	93
Figura 107 – Potência Ativa da Fase A.	94
Figura 108 – Erro na Pot. Ativa da Fase A.	94
Figura 109 – Potência Ativa da Fase B.	94
Figura 110 – Erro na Pot. Ativa da Fase B.	94
Figura 111 – Potência Ativa da Fase C.	95
Figura 112 – Erro na Pot. Ativa da Fase C.	95
Figura 113 – Potência Reativa da Fase A.	95

Figura 114 – Erro Pot. Reativa da Fase A.	95
Figura 115 – Potência Reativa da Fase B.	96
Figura 116 – Erro Pot. Reativa da Fase B.	96
Figura 117 – Potência Reativa da Fase C.	96
Figura 118 – Erro Pot. Reativa da Fase C.	96
Figura 119 – Erro na Tensão da Fase A 24h.	97
Figura 120 – Erro na Tensão da Fase B 24h.	97
Figura 121 – Erro na Tensão da Fase C 24h.	97
Figura 122 – Erro no Ângulo da Fase A 24h.	97
Figura 123 – Erro no Ângulo da Fase B 24h.	98
Figura 124 – Erro no Ângulo da Fase C 24h.	98
Figura 125 – Erro na Pot. Ativa da Fase A 24h.	98
Figura 126 – Erro na Pot. Ativa da Fase B 24h.	98
Figura 127 – Erro na Pot. Ativa da Fase C 24h.	99
Figura 128 – Erro Pot. Reativa da Fase A 24h.	99
Figura 129 – Erro Pot. Reativa da Fase B 24h.	99
Figura 130 – Erro Pot. Reativa da Fase C 24h.	99
Figura 131 – Curva de Carga Característica da SE LABSOLAR.	102
Figura 132 – Magnitude da Tensão da Fase A.	103
Figura 133 – Erro na Tensão da Fase A.	103
Figura 134 – Magnitude da Tensão da Fase B.	103
Figura 135 – Erro na Tensão da Fase B.	103
Figura 136 – Magnitude da Tensão da Fase C.	104
Figura 137 – Erro na Tensão da Fase C.	104
Figura 138 – Ângulo da Tensão da Fase A.	104
Figura 139 – Erro no Ângulo da Fase A.	104
Figura 140 – Ângulo da Tensão da Fase B.	105
Figura 141 – Erro no Ângulo da Fase B.	105
Figura 142 – Ângulo da Tensão da Fase C.	105
Figura 143 – Erro no Ângulo da Fase C.	105
Figura 144 – Potência Ativa da Fase A.	106
Figura 145 – Erro na Pot. Ativa da Fase A.	106
Figura 146 – Potência Ativa da Fase B.	106
Figura 147 – Erro na Pot. Ativa da Fase B.	106
Figura 148 – Potência Ativa da Fase C.	107
Figura 149 – Erro na Pot. Ativa da Fase C.	107
Figura 150 – Potência Reativa da Fase A.	107
Figura 151 – Erro Pot. Reativa da Fase A.	107
Figura 152 – Potência Reativa da Fase B.	108

Figura 153–Erro Pot. Reativa da Fase B.	108
Figura 154–Potência Reativa da Fase C.	108
Figura 155–Erro Pot. Reativa da Fase C.	108
Figura 156–Representação de uma PMU na barra k e medidas de corrente obtidas.	160

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Custo de equipamentos para implantação de estimador de estados baseado em medição fasorial sincronizada.	35
Tabela 2 – Custo de equipamentos para implantação de estimador de estados baseado em medição de grandezas eficazes sincronizadas a partir do protocolo NTP.	44
Tabela 3 – Arquitetura do frame de dados publicados por uma PMU.	55
Tabela 4 – Arquitetura do Registro de Medição Instantânea Publicado pelo Smart Meter.	56
Tabela 5 – Erros Médios do Estimador de Estado para o Estudo de Caso 1.	74
Tabela 6 – Comparativo de Erros Médios do Estimador de Estado Para os Estudos de Caso Apresentados.	84
Tabela 7 – Potência Nominal das Subestações UFJF.	86
Tabela 8 – Custo de equipamentos para implantação de estimador de estados baseado em medição de grandezas eficazes sincronizadas na UFJF.	100
Tabela 9 – Dados de barra do sistema de 33 barras.	155
Tabela 10 – Dados de linha do sistema de 33 barras.	156
Tabela 11 – Dados de barra do sistema UFJF.	157
Tabela 12 – Dados de linha do sistema UFJF.	158

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Contextualização e Motivações	18
1.2	Objetivos e Contribuições do Trabalho	20
1.3	Publicações Decorrentes do Trabalho	21
1.4	Publicações Relacionadas ao Trabalho	21
1.5	Estruturação do Documento	22
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.1	Aspectos Gerais	23
2.2	Aplicação em Sistemas de Distribuição	24
2.3	As Pesquisas em Estimação de Estados na Universidade Federal de Juiz de Fora	29
3	METODOLOGIA DE BENCHMARK	32
3.1	Estimador de estados baseado em medição fasorial sincronizada	32
3.1.1	Proposta de Alocação de PMUs	32
4	METODOLOGIA PROPOSTA	38
4.1	Modelagem Matemática	45
5	ARQUITETURA CENTRALIZADA DE DADOS	51
5.1	<i>Broker</i> de Mensagens RabbitMQ	53
5.1.1	Confiabilidade	53
5.1.2	Segurança	53
5.1.3	Escalabilidade/Disponibilidade	53
5.1.4	Interoperabilidade	54
5.1.5	Desempenho	54
5.2	Módulo de Pré-Processamento	54
5.3	Módulo de Persistência	58
5.4	Estimador de Estados	60
5.5	Plataforma de Visualização Gráfica	61
6	TESTES E RESULTADOS	64
6.1	Sistema Teste 33 Barras - Sem Mudança Na Metodologia De Alocação De Medidores	64
6.2	Sistema Teste 33 Barras - Nova Premissa De Alocação De Medidores . .	75
6.3	Rede De Distribuição UFJF	85

6.3.1	Um Estudo de Caso Considerando Geração Distribuída com Injeção de Potência na Rede	101
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	110
7.1	Conclusões	110
7.2	Trabalhos Futuros	111

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 112

**APÊNDICE A – Construção da Contribuição das Medidas na
FOB, Gradiente da FOB e Matriz Hessiana 117**

A.0.1	Medidas do Módulo da Tensão	117
A.0.2	Medidas de Potência Ativa e Reativa	118
A.1	Gradiente da Função Objetivo	121
A.1.1	Contribuição das Medidas do Quadrado da Tensão	121
A.1.1.1	Gradiente do Quadrado da Tensão para determinada barra k - Fase A .	121
A.1.1.2	Gradiente do Quadrado da Tensão para determinada barra k - Fase B .	122
A.1.1.3	Gradiente do Quadrado da Tensão para determinada barra k - Fase C .	123
A.1.2	Contribuição das Medidas de Potência Ativa	124
A.1.2.1	Gradiente da Potência Ativa para determinada barra k - Fase A	124
A.1.2.2	Gradiente da Potência Ativa para determinada barra k - Fase B	126
A.1.2.3	Gradiente da Potência Ativa para determinada barra k - Fase C	127
A.1.3	Contribuição das Medidas de Potência Reativa	129
A.1.3.1	Gradiente da Potência Reativa para determinada barra k - Fase A	129
A.1.3.2	Gradiente da Potência Reativa para determinada barra k - Fase B	131
A.1.3.3	Gradiente da Potência Reativa para determinada barra k - Fase C	133
A.2	Matriz Hessiana	135
A.2.1	Contribuição das Medidas do Quadrado da Tensão na Matriz Hessiana .	136
A.2.2	Contribuição das Medidas de Potência Ativa na Matriz Hessiana	138
A.2.3	Contribuição das Medidas de Potência Reativa na Matriz Hessiana	146

APÊNDICE B – DADOS DO SISTEMA TESTE E UFJF . . 155

B.1	Sistema 33 Barras	155
B.2	Sistema UFJF	157

**ANEXO A – Modelagem Matemática Estimador de Estados
Baseado em Medição Fasorial Sincronizada . . . 159**

A.1	Variáveis de Estado	160
A.2	Função Objetivo	160

A.2.1	Obtenção das Correntes nos Ramos	162
A.2.2	Obtenção das Tensões Nodais	162
A.2.3	Barras de Passagem	163
A.3	Restrições de Desigualdade	163
A.3.1	Uma Alternativa para a Modelagem das Restrições	164
A.3.2	Obtenção das Potências Injetadas nas Barras não Monitoradas	166
ANEXO B – Método de Pontos Interiores com Barreira de		
	Segurança	168

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização e Motivações

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) são considerados fundamentais na evolução da humanidade e estabelecimento de novas tecnologias. A dependência do ser humano pela energia elétrica já pode ser notada nos hábitos de vida da população e na evolução tecnológica das indústrias. O consumidor de energia elétrica, seja ele um consumidor residencial ou até mesmo grandes empresas no setor industrial, está cada vez mais exigente no que diz respeito à qualidade do serviço prestado pelas concessionárias que mantêm o objetivo não somente de otimizar a operação do sistema elétrico mas também de atender as normas regulatórias.

Em consonância com esse processo de evolução, o aumento crescente da demanda de energia faz com que o sistema elétrico de potência opere cada vez mais próximo das margens de segurança, incentivando o investimento em pesquisas para o desenvolvimento de novas técnicas que proporcionem melhoras na qualidade do fornecimento de energia.

A operação atual dos SEPs impõe a necessidade de desenvolvimento de atividades de supervisão e controle eficientes. O Sistema de Gerenciamento da Distribuição (SGD) componente dos Centros de Controle e Supervisão (CCS) reúne diversas aplicações projetadas para monitorar, controlar e auxiliar no planejamento de todas as operações do sistema de distribuição de forma eficiente e confiável (SAJADI et al., 2019).

O principal objetivo dos centros de controle com o auxílio do SGD é o atendimento ao planejamento futuro e aos requisitos operacionais do sistema de distribuição de energia, seguindo os requisitos de qualidade estabelecidos pela agência reguladora. Para isso componentes como o sistema SCADA, sistemas de gerenciamento de interrupções, gerenciamentos de dados de medidores e outras funcionalidades são desenvolvidas e utilizadas para objetivos avançados como reconfiguração automatizada, localização de falhas, isolamento e restauração de serviço, gerenciamento de carga de pico, etc. (DU et al., 2021).

O Estimador de Estados (EE) é uma ferramenta amplamente utilizada e consolidada nos sistemas de transmissão de energia com o objetivo de se obter o estado operativo do sistema elétrico de transmissão definido como sendo as tensões nodais em módulo e fase a partir de medições em pontos estratégicos da rede elétrica de tal forma a garantir a observabilidade da mesma.

Por outro lado, no sistema de distribuição de energia elétrica, a utilização da modelagem já consolidada para os sistemas de transmissão torna-se inviável tendo em vista a carência de instrumentos de medição no mesmo. Esse fato tem motivado pesquisadores de todo mundo a desenvolver novas técnicas para a Estimação Estática de Estados (EEE) em sistemas de distribuição de energia elétrica.

Atraindo a atenção para os sistemas de distribuição de energia, esses também acompanharam a evolução tecnológica ao longo dos anos. As redes estão se tornando mais complexas porém, mais confiáveis e automatizadas, graças aos investimentos realizados em tecnologia. Em escala menor, quando comparado ao sistema de transmissão, equipamentos de medição começam a aparecer nesses sistemas. Esses mensurados são recebidos nos Centros de Operação da Distribuição (CODs) visando manter o sistema operando em condições normais para garantir a continuidade operacional.

Com esse propósito, técnicas de estimação de estados, já aplicadas em larga escala em redes de transmissão, têm sido propostas para os sistemas de distribuição observando um grande esforço da comunidade científica no desenvolvimento de metodologias que atendessem às especificidades dos mesmos.

O Estimador de Estados (EE) é uma ferramenta destinada a determinar, a partir de um conjunto mínimo de medidas, o estado operativo da rede para um determinado instante de tempo. A utilização de tal ferramenta minimiza o investimento em equipamentos de medição e infraestruturas de comunicação, que seriam necessários para obter de forma direta o mesmo conjunto de medidas.

A implementação das técnicas de estimação de estados na rede de média tensão visa suprir a falta de informação sobre o estado da rede, auxiliando o operador nas suas funções de monitoração. Um estimador de estados com funcionamento em tempo real permite ao operador conhecer o estado operativo da rede, através das informações de tensão, correntes e cargas nos pontos notáveis da rede e, conseqüentemente, otimizar as suas ações de controle e tomadas de decisão. Com isso um estimador de estados do sistema de distribuição se torna um elemento chave do SGD no auxílio à operação e planejamento futuro das redes de distribuição (PAU; PONCI et al., 2022).

Pesquisas recentes na área de estimação de estados tem garantido destaque para a utilização de PMUs (*Phasor Measurement Units*) para o fornecimento das medidas. Esses equipamentos representam um grande avanço dentro dos conceitos de supervisão e operação das redes elétricas, possibilitando a obtenção e leitura de fasores de grandezas elétricas sincronizadas através do GPS (*Global Positioning System*), o que torna possível analisar e estudar fasores obtidos por unidades de medição distantes umas das outras (WANG; XIA et al., 2022).

Observa-se uma crescente tendência para a utilização de PMUs na monitoração do sistema de transmissão brasileiro. Porém, esta mesma proposta não é ainda aplicada aos sistemas de distribuição devido ao elevado custo destes equipamentos, o que inviabiliza na prática a adoção de estimadores de estados baseados em medição fasorial sincronizada distribuída nos alimentadores.

Neste trabalho, apresenta-se uma nova metodologia de estimação de estados trifásica,

viável para a instalação em sistemas de distribuição, que alinhe resultados consistentes com baixo custo de implantação. É proposta a utilização de medição fasorial sincronizada apenas na subestação principal, dada a necessidade da referência angular de tensão e medições de grandezas elétricas eficazes (tensão, potências ativa e reativa) sincronizadas no tempo em alguns pontos da rede, na baixa tensão. A abordagem é trifásica, representando as características próprias de um sistema de distribuição. A estimação de estados é formulada como um problema de otimização não-linear com restrições, cujo objetivo é minimizar a diferença entre os valores medidos e os valores calculados para um certo ponto de operação do sistema em um determinado instante de tempo t . Os valores medidos são os de potências ativa/reativa e tensão em alguns pontos da rede. São adotadas como variáveis de estado as correntes nos ramos na forma retangular. Para as barras não monitoradas (em que não são instalados medidores), as equações de potência ativa e reativa serão representadas por restrições de desigualdades cujos limites inferiores e superiores são baseados em estimativas de carga obtidas para o instante de estimação anterior ' $t-1$ '. Esses valores poderão excursionar de acordo com a proposta do problema de otimização, possibilitando que o estado da rede seja estimado em qualquer instante acompanhando a curva de carga do sistema, variante ao longo do tempo. A resolução do problema de otimização é realizada através da implementação computacional do Método de Pontos Interiores com Barreira de Segurança (*Safety Barrier Interior Point Method* - SFTB - IPM) proposto em (OLIVEIRA, E. J. et al., 2015).

1.2 Objetivos e Contribuições do Trabalho

O objetivo geral deste trabalho é definido através do seguinte item:

- Desenvolvimento de um estimador de estados trifásico híbrido (que utilize medições sincrofasoriais provenientes da PMU na subestação principal e também medidas de valores eficazes na baixa tensão em pontos estratégicos) para sistemas de distribuição que seja técnica e economicamente viável;

Dado o objetivo principal, destacam-se as maiores contribuições deste trabalho:

- Cita-se como maior contribuição desta tese o desenvolvimento inovador de um estimador de estados híbrido, utilizando medições sincrofasoriais de média tensão aliado a medições de valores eficazes na baixa tensão, apresentando um modelo de otimização analítico para a resolução do problema;
- Destaca-se ainda a análise técnica e financeira realizada de modo a entregar um estimador de estados que seja factível para a aplicação real, observando pontos de atenção sob a ótica da concessionária de energia como:

- Análise operacional para instalação do sistema que envolve pontos de acesso à rede de distribuição evitando o seccionamento de cabos e conseqüente necessidade de troca de estruturas de postes e equipamentos de proteção, evitando também a interrupção do fornecimento de energia para instalação do sistema;
- Análise financeira ao propor um estimador de estados de baixo custo;
- Representa, adicionalmente, grande contribuição do trabalho toda a análise e proposição de um sistema centralizado de aquisição de dados necessário à implantação prática do estimador de estados, de modo que o conteúdo apresentado neste trabalho seja o suficiente para que qualquer interessado possa replicá-lo de forma imediata para alcançar os resultados aqui apresentados.

1.3 Publicações Decorrentes do Trabalho

1. **ALBERTO, Matheus** et al. Newly Implemented Real-Time PQ Monitoring for Transmission 4.0 Substations. *Electric Power Systems Research*, v. 204, p. 107709, 2022.
2. **DE SOUZA, Matheus Alberto** et al. Detection and identification of energy theft in advanced metering infrastructures. *Electric Power Systems Research*, v. 182, p. 106258, 2020.

1.4 Publicações Relacionadas ao Trabalho

1. DE OLIVEIRA, Bráulio César; MELO, Igor D.; **SOUZA, Matheus A.** Bad data detection, identification and correction in distribution system state estimation based on PMUs. *Electrical Engineering*, v. 104, n. 3, p. 1573-1589, 2022.
2. MINGORANCA, J. S. ; DELGADO, IGOR ; OLIVEIRA, B. C. ; **SOUZA, M. A.** ; Antunes, M.P. . Uma nova abordagem para correção de erros grosseiros em estimação de estados utilizando algoritmo genético. In: IX Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE 2022), 2022, Santa Maria/RS.
3. DIOGO, V. M. R. ; DELGADO, IGOR ; **SOUZA, M. A.** ; MORAIS, C. A. . Máxima capacidade de hospedagem de geração distribuída no sistema de distribuição da UFJF usando estimação de estados. *PRINCIPIA (JUIZ DE FORA)*, v. 1, p. 1-1, 2022
4. DE OLIVEIRA, B. C., Pereira, J. L., Alves, G. D. O., Melo, I. D., **de Souza, M. A.**, Garcia, P. A. Decentralized three-phase distribution system static state estimation based on phasor measurement units. *Electric Power Systems Research*, v. 160, p. 327-336, 2018.

5. DE MELO, I. D., Pereira, J. L. R., Duque, C. A., Antunes, M. P., Silva, L. R. M., **de Souza, M. A.** Power Quality Monitoring using Synchronized Phasor Measurements: An approach based on hardware-in-the-loop simulations. In: 2019 IEEE Milan PowerTech. IEEE, 2019. p. 1-6.
6. GUEDES, W., Farias, J. C., Dias, B., de Oliveira, L., **Souza, M.**, Pereira, J. L., Quirós-Tortós, J. Techno-economic assessment of EV charging infrastructure development in Brazilian universities. In: 2019 IEEE Milan PowerTech. IEEE, 2019. p. 1-6.
7. DE OLIVEIRA, B. C., Pereira, J. L. R., de Melo, I. D., **de Souza, M. A.**, de Oliveira Alves, G. A new methodology for high impedance fault detection, classification and location using PMUs. In: 2018 Simposio Brasileiro de Sistemas Eletricos (SBSE). IEEE, 2018. p. 1-6.
8. ANTUNES, Antunes, M. P., de Melo, I. D., Pereira, J. L. R., **de Souza, M. A.**, de Lima Silva, N. Voltage sag detection methods based on synchronized phasor measurements using rtds. In: 2017 IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE). IEEE, 2017. p. 180-185.

1.5 Estruturação do Documento

Este documento encontra-se estruturado com seis capítulos além deste Capítulo 1, de caráter introdutório.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão literária apresentando artigos publicados em revistas e anais de congresso correlacionados a este trabalho de pesquisa.

No Capítulo 3, é apresentada a metodologia que é utilizada como referência para o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa e comparação de resultados.

No Capítulo 4, a metodologia original proposta por este trabalho é apresentada.

No Capítulo 5, é apresentada uma arquitetura centralizada de dados para a implementação do estimador de estados.

No Capítulo 6, a descrição dos testes conduzidos e resultados é apresentada.

Por fim, as considerações finais são descritas no Capítulo 7.

Este trabalho conta ainda com dois Apêndices e dois Anexos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Aspectos Gerais

Este capítulo tem por finalidade apresentar uma revisão bibliográfica do processo de estimação de estados em sistemas elétricos de potência, abordando informações históricas e conceitos importantes necessários para o entendimento deste trabalho de pesquisa.

Desde a década de 70, quando foi publicado o primeiro trabalho sobre a Estimação de Estados (EE) (SCHWEPPE; WILDES, 1970), essa ferramenta tornou-se importante para a operação, controle e planejamento de sistemas elétricos de potência. A EE possibilita determinar o estado mais provável de um sistema elétrico, com base nas medidas adquiridas através do Sistemas de Supervisão e Aquisição de Dados (SCADA, do inglês *Supervisory Control And Data Acquisition*).

Diversos algoritmos de EE foram e continuam sendo desenvolvidos para aplicações diversas nas redes de transmissão, facilitando o controle dessas redes e aumentando a observabilidade do sistema (ABUR; EXPOSITO, 2004), (SCHWEPPE; HANDSCHIN, 1974) e (MONTICELLI, 2000). Em (CLEMENTS; DAVIS; FREY et al., 1995) é proposta uma formulação restrita de EE em que os limites dos taps dos transformadores e os limites operacionais dos geradores são tratados como restrições de desigualdade e as injeções de potência, ativa e reativa, em barras de passagem são modeladas como restrições de igualdade.

Com o avanço das tecnologias, os medidores se tornaram cada vez mais modernos, o que possibilita melhores resultados no processo da EE. Um exemplo desses medidores são as *Phasor Measurements Units* (PMUs). Esses equipamentos possibilitam a obtenção e leitura de fasores de grandezas elétricas sincronizadas através de relógios baseados em GPS (*Global Positioning System*). Trabalhos recentes mostram que os estimadores de estado podem ser melhorados através do uso desses equipamentos de medição (PHADKE et al., 2009), (ZHOU et al., 2006).

A estimação de estados, concebida inicialmente para sistemas de transmissão, também vem sendo objeto de diversos estudos e novas metodologias estão sendo desenvolvidas para aplicação nos sistemas de distribuição. Isso se deve principalmente pela necessidade de se ter uma melhor qualidade de serviço, com um incremento de maior preocupação na operação dos sistemas de distribuição dado o aumento da geração distribuída (GD).

Não só a GD está entre as grandes transformações impostas ao sistema de distribuição nos últimos anos. Devido à necessidade da transição energética e monitoramento de redes de média tensão, surge o conceito das *smart grids*, as redes inteligentes de energia. Sensores instalados nas redes elétricas enviam dados relativos ao consumo de energia diretamente da unidade consumidora para a concessionária. Esses sensores passarão a

alimentar os sistemas comerciais e técnicos dos Centros de Operação da Distribuição (COD), possibilitando o planejamento mais efetivo e eficiente da rede. Além disso, a rede é preparada para reduzir ao máximo as ocorrências e a duração de faltas de energia, promovendo um restabelecimento automático do fornecimento. Os antigos medidores de energia elétrica serão substituídos por medidores inteligentes que interagem em tempo real com a concessionária enviando informações sobre o consumo.

Atualmente, o número reduzido de medidas em tempo real e a inviabilidade em termos econômicos e técnicos, em se instalar um número suficiente de medidores para tornar o sistema completamente observável, revela ser um grande desafio para a aplicação de estimação de estados em sistemas de distribuição de energia elétrica. A falta de medidas geralmente leva as concessionárias a utilizarem estimativas de carga, baseadas em dados históricos. Este desafio é responsável pelo desenvolvimento de técnicas de estimação de carga em tempo real, para aplicação no estimador de estados.

Em sua maioria são obtidas medidas somente na subestação e nos locais onde estão instalados os religadores. Contudo, para garantir uma maior observabilidade do sistema, um número maior de medidas se faz necessário. Devido à inviabilidade tanto técnica quanto econômica, da instalação de um grande número de medidas em redes de distribuição, a estimação de estados lida com diversas incertezas que estão relacionadas ao perfil de carga da rede e é fundamentada em dados históricos.

A localização dos medidores é de grande importância na estimação de estados. Eles devem ser instalados em locais estratégicos para melhorar o nível de precisão dos resultados obtidos na EE, ao serem comparados com os valores verdadeiros.

2.2 Aplicação em Sistemas de Distribuição

As metodologias de estimação de estados para sistemas de transmissão não são adequadas para as redes de distribuição. Isso se deve pelas diferentes características entre essas redes. Os sistemas de distribuição em geral apresentam características topológicas radiais, desequilíbrio entre fases e escasso número de medições em tempo real. Para contornar esses desafios, diversos estudos nessa área vem sendo realizados para obter-se melhores resultados.

No ano de 1993, Roytelman e Shahidehpour (ROYTELMAN; SHAHIDEHPOUR, 1993) apresentaram uma metodologia para a estimação de estados em sistemas de distribuição considerando um pequeno número de medições remotas, em condições de quase tempo real. Este foi um dos primeiros trabalhos e inspirou outros pesquisadores a estudarem este tema.

No ano seguinte, Baran e Kelley (BARAN, M.; KELLEY, 1994) propuseram uma metodologia trifásica de estimação de estados, baseada na técnica dos Mínimos Quadrados

Ponderados (MQP) utilizando como variáveis de estado as tensões nodais em coordenadas polares. A partir dos dados históricos é realizada a previsão da carga, e essas informações são utilizadas como pseudo-medidas pelo estimador de estados.

Em 1995, Lu, Teng e Liu (LU; TEN; LIU, 1995) desenvolveram uma metodologia trifásica baseada nas correntes equivalentes. Nesta proposta, as medidas de potência, corrente e tensão são convertidas em seus equivalentes de corrente, fazendo com que os termos da Jacobiana fossem constantes e iguais aos elementos de matriz admitância nodal. As tensões nodais são adotadas como variáveis de estado, tanto na forma polar quanto na retangular.

Nestes trabalhos, nota-se que a utilização das tensões nodais como variáveis de estado não é uma boa alternativa para sistemas de distribuição, uma vez que a abertura angular entre as barras do sistema é pequena e um pequeno erro pode afetar de maneira significativa a qualidade dos resultados.

Ainda em 1995, Baran e Kelley (BARAN, M. E.; KELLEY, 1995) propuseram uma nova metodologia utilizando como variáveis de estado as correntes nos ramos em coordenadas retangulares. As medidas de potência e pseudo-medidas são convertidas em seus equivalentes de corrente. Medidas de tensão são desprezadas na estimação de estados, porém são utilizadas para checar os resultados obtidos. Os testes mostraram um melhor desempenho em comparação com os métodos convencionais, baseados em tensões nodais.

Em 1996, Lin e Teng (LIN; TENG, 1996) desenvolveram uma nova formulação de estimação de estados, também considerando as correntes equivalentes utilizando a forma retangular. Este trabalho pode ser considerado como uma continuação do desenvolvimento de (LU; TEN; LIU, 1995). Os testes mostraram que este algoritmo revisto possui melhor desempenho em tempo computacional do que a forma acoplada proposta em (LU; TEN; LIU, 1995).

Também em 1996, Li (LI, 1996) demonstrou o impacto da localização e da exatidão dos medidores na precisão do estimador trifásico que utiliza MQP. Como esperado, um maior número de medições em tempo real melhora a precisão do estado estimado. Uma seleção adequada do local de instalação dos medidores apresenta melhora nos resultados obtidos.

Ainda em 1996, Baran, Zhu e Kelley (BARAN; ZHU; KELLEY, 1996), também apresentaram uma metodologia de alocação de medidores. Os resultados dos testes indicaram que mesmo com poucos medidores estrategicamente alocados em um alimentador de distribuição radial, pode-se obter dados suficientes para monitoramento em tempo real do sistema. A metodologia utiliza as correntes nos ramos como variáveis de estado, que são as mais adequadas para redes de distribuição.

Lin e Teng (LIN, Whei-Min; TENG, Jen-Hao, 1996), ainda no mesmo ano, desen-

volveram uma nova metodologia trifásica desacoplada rápida com restrições de igualdade. Os multiplicadores de Lagrange são utilizados para lidar com essas restrições de igualdade, que representam injeções nulas de potência em uma determinada barra (chamadas de barras de passagem). A metodologia de correntes equivalentes e a formulação retangular também são utilizadas. A maior crítica a este trabalho consiste na utilização das tensões nodais como variáveis de estado, já apresentada como ineficiente quando comparada a utilização das correntes nos ramos.

Em 2001, Lin, Teng e Chen (LIN; TENG; CHEN, 2001) apresentaram uma metodologia linear baseada na proposta de (BARAN, M. E.; KELLEY, 1995). Os autores criticam a proposta de Baran (BARAN, M. E.; KELLEY, 1995), argumentando que o tratamento das medidas de corrente nos ramos e a matriz de ganho são impraticáveis em aplicações do mundo real. Eles propõem um novo algoritmo com uma matriz de ganho constante e desacoplada, existindo apenas $+1$ e -1 , com isso a fatoração desta matriz precisa ser realizada uma única vez. A principal desvantagem é que o algoritmo é muito sensível às condições iniciais.

No ano de 2002, Deng, He e Zhang (DENG; HE; ZHANG, 2002) desenvolveram uma nova metodologia para sistemas de distribuição, diferentemente das propostas tradicionais de MQP, sendo a contribuição deste trabalho a decomposição do MQP original do sistema em uma série de subproblemas de MQP. Cada um desses subproblemas irá lidar apenas com a estimação de estados de um único ramo. Esta metodologia pode ser implementada no esquema de varredura *forward/backward* para sistemas radiais de distribuição e não precisa de técnicas de matrizes esparsas.

Ainda em 2002, Teng (TENG, 2002) apresentou uma nova metodologia propondo um algoritmo que constrói a matriz que relaciona as medidas das tensões nas barras com as correntes nos ramos. Além de tratar as medidas de tensão de uma forma eficiente e desacoplar a matriz de ganho de cada fase em partes real e imaginária.

Em 2003, Naka, Genji, Yura e Fukuyama (NAKA et al., 2003) desenvolveram uma metodologia que utiliza a aplicação de técnicas inteligentes, mais especificamente enxame de partículas, no problema de EE para sistemas de distribuição. O método estima a carga e a geração distribuída em cada nó, minimizando a diferença entre os valores medidos e calculados para as correntes e tensões.

Em 2004, Wang e Schulz (WANG; SCHULZ, 2004) desenvolveram uma metodologia utilizando o módulo e o ângulo de defasagem das correntes nos ramos como variáveis de estado. Ainda são avaliados os impactos da localização e do tipo de medição (potência, corrente e tensão) na precisão dos resultados.

No ano de 2005, Shafiu, Jenkins e Strbac (SHAFIU; JENKINS; STRBAC, 2005) propuseram uma metodologia heurística para identificar os potenciais locais de alocação de

medidores de tensão. A técnica identifica os locais de instalação dos medidores objetivando reduzir o erro da magnitude da tensão das barras que não são monitoradas.

Em 2009, Baran, Jung e McDermott (BARAN; JUNG; MCDERMOTT, 2009) apresentaram uma melhoria para o trabalho original (BARAN, M. E.; KELLEY, 1995). No primeiro, as medidas de tensão eram ignoradas, mas com o objetivo de melhorar a precisão dos resultados obtidos os autores propuseram a inclusão destas na formulação do problema.

Ainda em 2009, Baran e McDermott (BARAN; MCDERMOTT, 2009) desenvolveram uma metodologia que considera os dados obtidos pelas novas infraestruturas de medição que vem sendo implantadas nos sistemas de distribuição, denominadas *Advanced Metering Infrastructure* (AMI). Com uso de medidores inteligentes a estimativa de demanda de energia nas instalações dos clientes são mais fiéis, o que impacta em melhores resultados na EE.

No ano de 2012, Manitsas, Singh, Pal e Strbac (MANITSAS et al., 2012) propuseram uma alternativa para a modelagem de pseudomedidas no contexto da estimação de estados em redes de distribuição utilizando o MQP. Neste trabalho, as pseudomedidas são geradas a partir de um pequeno número de medidas em tempo real utilizando redes neurais artificiais em conjunto com perfis típicos de carga.

No ano de 2013, Pau, Pegonaro e Sulis (PAU; PEGORARO; SULIS, 2013) apresentaram um estimador de estados que utiliza como variáveis de estado as correntes nos ramos, tanto em coordenadas retangulares quanto em polares. São utilizados como dados medições fasoriais sincronizadas providas pelas *PMUs*. Os resultados mostraram que a presença das *PMUs* impactaram positivamente na precisão dos resultados obtidos, principalmente em redes com GD e topologias fracamente malhadas.

No mesmo ano, Haughton e Heydt (HAUGHTON; HEYDT, 2013) apresentaram um algoritmo para estimação de estados em redes de distribuição linearizado e trifásico, utilizando medições sincrofatorias para aprimorar os resultados.

Ainda em 2013, Sexauer, Javanbakht e Mohagheghi (SEXAUER; JAVANBAKHT; MOHAGHEGHI, 2013) apresentaram as mudanças nos sistemas de distribuição nos últimos anos, principalmente devido à penetração da geração distribuída. O controle e gerenciamento convencional desses sistemas, onde apenas a magnitude da tensão é medida e utilizada nos centros de controle, poderia causar complicações no funcionamento das redes. Os autores sugerem a instalação de *PMUs* para obter-se um estado operativo da rede confiável devido à grande quantidade de incertezas presente nos sistemas de distribuição.

Em 2014, Dzafic, Huseinagic e Henselmeyer (DZAFIC; HUSEINAGIC, 2014) apresentaram uma modelagem trifásica de um estimador de estados para sistemas de distribuição, considerando todas as medições de tensão, corrente, potência ativa e reativa,

bem como informações históricas de carga. O dimensionamento da carga é baseado em uma otimização pelo Método dos Pontos Interiores. O problema de estimação é dividido em grupos de carga que estão localizados nas denominadas áreas de medição. Agrupando-se as cargas com os mesmos fatores de ponderação, o número de variáveis de estado para a otimização é minimizado. Restrições de igualdade são utilizadas para fechar o balanço das áreas e reduzindo a dimensão do problema.

No mesmo ano, Rankovic, Maksimovic e Saric (RANKOVIĆ; MAKSIMOVIĆ; SARIĆ, 2014) apresentaram melhorias no EE para redes ativas de distribuição utilizando o MQP. Os modelos trifásicos são desenvolvidos de acordo com as características dos transformadores, linhas, cargas e unidades de geração distribuída. As cargas não monitoradas e unidades de geração distribuída são inicialmente estimadas a partir dos perfis diários de carga ou de dados históricos ou previsão do tempo, tais como previsões do vento e do sol e níveis de precipitação. Essas medições são incluídas no estimador de estados com pesos menores, sendo tratadas como pseudo-medidas. O autor destaca que essa modelagem é particularmente útil para tratar de sistemas assimétricos ou desequilibrados, cuja modelagem monofásica não seria consistente.

Ainda em 2014, Abur e Göl (GÖL; ABUR, 2014) apresentam um novo EE híbrido, considerando medidas provenientes do sistema SCADA e um número limitado de PMUs instaladas na rede de distribuição com o objetivo de melhorar a precisão e velocidade do rastreamento do estado operativo da rede. Eles justificam que a utilização dos dados provenientes do sistema SCADA, que era utilizado até então, podem ser muito lentos em capturar as mudanças no estado do sistema devido às baixas taxas de varredura. Medidas de PMUs por outro lado, fornecem taxas de atualização de milissegundos.

Em 2016, Khorshidi, Shabaninia e Ninknam (KHORSHIDI; SHABANINIA; NIKNAM, 2016) apresentaram um EE híbrido para sistemas de distribuição considerando a inserção de fontes renováveis de energia. A hibridade da metodologia é proposta pela utilização do MQP tradicional aliado à uma meta-heurística (colônia de vaga-lumes) para a resolução do problema de otimização.

Ainda no mesmo ano, Pertl, Heussen, Gehrke e Rezkalla (PERTL et al., 2016) apresentaram também uma metodologia para estimação das tensões nodais em sistemas de distribuição considerando a presença de módulos fotovoltaicos. A proposta utiliza redes neurais artificiais para a estimação de estados de maneira estática. É importante avaliar que a estimação dinâmica, onde há variação de carga ao longo do tempo se apresenta como um desafio frente à inserção das fontes renováveis que tem características de grande variação de geração em curtos intervalos de tempo.

Em 2017, Primadianto e Lu (PRIMADIANTO; LU, 2017) realizaram um excelente trabalho de revisão literária sobre estimação de estados, apresentando ainda os principais desafios encontrados no desenvolvimento de novas metodologias para a estimação de

estados principalmente devido às rápidas mudanças que ocorrem nas redes de distribuição recentemente. Tais mudanças tornam o sistema mais complexo e corroboram na importância do desenvolvimento de novas técnicas de monitoramento desses ativos.

Em (KHAN; HAYES, 2019) o autor propõe o uso dos chamados *Modified Smart Meters (MSM)*. Este conceito considera o uso de sincronismo via protocolo PTP (definido pela norma IEEE 1588) com os *Smart Meters* dos consumidores, partindo do princípio que todos os consumidores têm este tipo de medidor. Adicionalmente, o autor apresenta a incorporação de um hardware de publicação de sincrofases de tensão a partir da utilização dos transformadores de instrumentos já presentes para a medição de consumo da concessionária.

Em (MUTTAQI; BALDWIN; CHIU, 2019) e (CARCANGIU et al., 2020) os autores apresentam propostas de EE em *Advanced Metering Infrastructures (AMI)* considerando que todas as unidades consumidoras do sistema possuem *Smart Meters* e os dados medidos através destes estão disponíveis para a concessionária de energia.

2.3 As Pesquisas em Estimação de Estados na Universidade Federal de Juiz de Fora

Desde ano de 2014 pesquisadores da Universidade Federal de Juiz de Fora vem estudando e desenvolvendo técnicas de estimação de estados para sistemas de distribuição utilizando medições fasoriais sincronizadas, acompanhando as pesquisas na área em todo mundo, e a eficácia das metodologias propostas pela equipe pode ser observada nos trabalhos publicados em anais de eventos e periódicos, tais como:

Em (ALVES; PEREIRA; GARCIA; OLIVEIRA et al., 2015) e (ALVES; PEREIRA; GARCIA; SOUZA et al., 2016) são abordadas técnicas de estimação de estados para sistemas de distribuição utilizando medições sincrofatorias. Nesses trabalhos são apresentadas metodologias considerando as correntes nos ramos em sua forma retangular como variáveis de estado e a proposta é monofásica.

Em (MELO, Igor Delgado de; PEREIRA; VARIZ; OLIVEIRA, Bráulio Cesar, 2016), (MELO, Igor Delgado de; PEREIRA; VARIZ; OLIVEIRA, Bráulio César, 2016), (MELO; PEREIRA; VARIZ et al., 2017) são propostas metodologias para a estimação de estados harmônica em sistemas de distribuição, considerando alternativas de modelagem e alocação como a utilização de processamento paralelo para a resolução dos múltiplos problemas de otimização.

Em (OLIVEIRA, B. C. de et al., 2018) é apresentada uma nova metodologia descentralizada e trifásica para a estimação de estados em sistemas de distribuição. Nessa proposta também são utilizadas as correntes nos ramos em sua forma retangular como variáveis de estado e as cargas são modeladas como curvas variantes no tempo.

Em (MELO; PEREIRA; RIBEIRO et al., 2019) se apresenta uma nova metodologia

de estimação de estados harmônica para sistemas de distribuição considerando uma variação de diária de cargas.

Em (SOUZA et al., 2020) é utilizada uma metodologia de estimação de estados em sistemas de distribuição com a finalidade de detectar perdas comerciais de energia.

Em (MINGORANÇA et al., 2022) e (OLIVEIRA; MELO; SOUZA, 2022) são propostas metodologias para a detecção, identificação e tratamento de erros grosseiros na estimação de estados em sistemas de distribuição.

No âmbito destas pesquisas cresce o interesse em se validar as metodologias de estimação de estados através do monitoramento de uma rede de distribuição real. Neste objetivo estão sendo realizados estudos e projetos para a instalação de medidores fasoriais sincronizados e *Smart Meters* no sistema de distribuição da UFJF.

Com o andamento do estudo e elaborações de projetos básicos e detalhamento técnico verificou-se a dificuldade prática para a implantação do sistema conforme proposto nas metodologias já consolidadas. Destacam-se:

- O elevado custo dos equipamentos de medição fasorial sincronizada;
- O custo dos transformadores de instrumentos para média tensão;
- A necessidade da interrupção do fornecimento de energia para a instalação dos equipamentos;
- A necessidade de seccionamento de cabos para instalação de TCs na rede de média tensão e conseqüentemente, reavaliação das estruturas de postes e proteção do sistema;
- A necessidade de readequação ou construção de cabines de medição em média tensão para pontos importantes do sistema;
- A necessidade de infraestrutura de fibra-óptica para comunicação dos equipamentos;
- Toda a mobilidade de pessoal para os serviços acima descritos também incorrem em custos adicionais, incluindo etapas de projeto, planejamento e execução.

Tais fatores se apresentam como dificuldades técnicas e financeiras na implantação do sistema.

Dado esta situação, surge a motivação para o desenvolvimento de uma nova técnica de estimação de estados para sistemas de distribuição que apresente uma melhor relação custo/benefício tanto em equipamentos quanto em serviços para que, dessa forma, seja viável às concessionárias de energia elétrica implantarem um sistema de monitoramento das redes de distribuição baseado na estimação de estados.

Até os acontecimentos que motivaram o desenvolvimento deste trabalho de doutorado, a metodologia consolidada do estimador de estados trifásico apresentada em (OLIVEIRA, B. C. de et al., 2018) será utilizada como benchmarck para a metodologia proposta.

3 METODOLOGIA DE BENCHMARK

3.1 Estimador de estados baseado em medição fasorial sincronizada

O estimador de estados aqui apresentado é o publicado em (OLIVEIRA, B. C. de et al., 2018). Nele é realizada uma abordagem para a modelagem de estimação de estados em redes de distribuição como um problema de otimização, onde a função objetivo consiste em minimizar a soma ponderada dos resíduos entre os valores medidos e os valores calculados a partir do estado estimado.

Devido ao reduzido número de medidores nessas redes e o elevado número de nós, que resulta em um maior número de variáveis de estado, é proposta a utilização dos dados estimados de cargas no instante $t-1$, além das medidas obtidas a partir de medição fasorial sincronizada. O conjunto de medição é composto por medições de tensão (coordenadas retangulares) e correntes nos ramos. As injeções de corrente nulas nas barras de passagem também são adotadas como medições com um peso maior.

Nesta formulação a função objetivo é baseada no MQP onde as correntes nos ramos em parte real e imaginária são escolhidas como variáveis de estados e o problema é matematicamente formulado como um problema de otimização com restrições de desigualdade.

Nas barras não monitoradas, embora não sejam realizadas medições, são conhecidos dados estimados de carga no instante de tempo anterior $t-1$, que são introduzidos no problema através de restrições de desigualdade modeladas pelas equações de injeção de potência ativa e reativa. Estas restrições podem variar em relação em um intervalo específico com o objetivo de acomodar as variações de carga no sistema ao longo do dia.

Em resumo, as restrições de desigualdade estão associadas às potências ativas e reativas das barras não monitoradas, onde admite-se limites inferiores e superiores em função dos dados das cargas (potências ativas e reativas), estimadas no instante anterior ($t-1$).

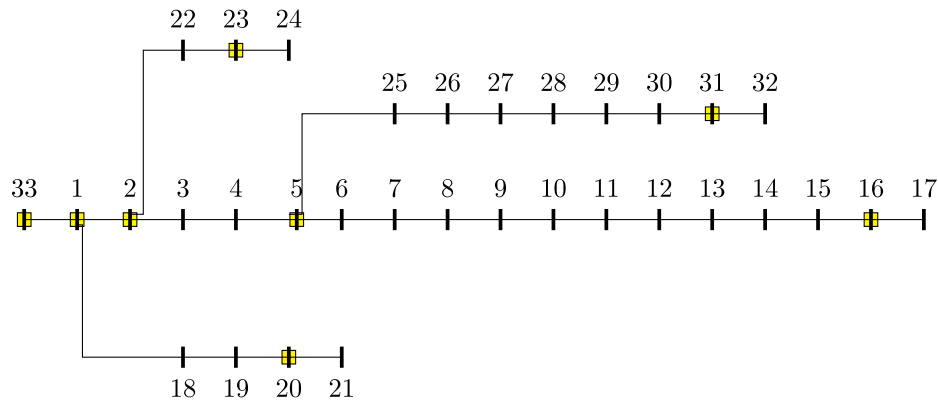
Por fim, quanto à utilização da medição fasorial sincronizada, define-se as barras de alocação das PMUs, que são instaladas estrategicamente no alimentador, nos entroncamentos e no final dos ramais do sistema de distribuição.

3.1.1 Proposta de Alocação de PMUs

O uso das PMUs permite o conhecimento das grandezas elétricas, tensões e correntes, em módulo e ângulo. Uma proposta de instalação estratégica desses equipamentos no alimentador seria utilizá-los na saída da subestação, nos entroncamentos e no final de cada alimentador permitindo conhecer o perfil de tensão ao longo de um alimentador. Além disso, através do conhecimento dos fasores de corrente no início de cada seção, o consumo de carga ao longo desta seção do alimentador já está definido. A Figura 1 ilustra como

foram alocadas as PMUs para um sistema de 33 barras, onde os quadrados em amarelo representam os locais onde as PMUs são instaladas.

Figura 1 – Sistema de 33 barras para demonstração do procedimento de alocação das PMUs.



Fonte: Autor

Os sistemas de distribuição possuem baixa densidade de cargas, principalmente em áreas rurais. Assim o tempo de *payback* para os custos de investimento com a instalação de equipamentos pode ser muito longo.

Esta proposta de alocação de PMUs atende aos requisitos mínimos para a descentralização do sistema de distribuição, podendo haver casos em que exista a necessidade de alocação intermediária, como por exemplo em ramais muito longos, locais onde haja controle de tensão, tais como reguladores de tensão ou geração distribuída com controle de tensão, aumentando ainda mais o custo de instalação do sistema. A modelagem matemática desta metodologia está demonstrada no Anexo A.

No mercado nacional a empresa General Electric é comercializadora exclusiva dos equipamentos que fornecem medição fasorial sincronizada e que está sendo amplamente utilizado no sistema de transmissão de energia. O conjunto de equipamentos projetados para o atendimento da demanda do sistema de transmissão é conhecido como Registrador Digital de Perturbação, que dentre as suas funções inclui a publicação de sincrofasores do sistema medido. A configuração mínima para a obtenção dos sincrofasores de tensão e corrente em determinado ponto é a seguinte:

- RA331 ou RA332 - Módulo de Aquisição de Dados, responsável pela coleta dos sinais analógicos provenientes dos transformadores de instrumento, conversão analógica/digital e envio ao módulo de processamento;
- RPV311 - Módulo de Processamento, responsável pela aquisição dos sinais digitais das formas de onda de corrente e tensão, processamento dos dados e publicação dos sincrofasores;
- RT430 - Relógio GPS, responsável por realizar o sincronismo dos módulos RPV311.

A Figura 2 apresenta a configuração básica de conexão entre os equipamentos. Nesta configuração destacam-se alguns aspectos:

Figura 2 – Configuração básica equipamentos GE Reason.



Fonte: Autor/Manual dos Equipamentos

- Para cada ponto de medição no sistema é necessária a utilização de um conjunto de medição e um RA331;
- Cada unidade do RPV311 recebe a conexão de até 8 unidades do RA331, porém a distância entre eles deve ser de no máximo 2 km;
- Cada unidade do RT430 pode se conectar a até 2 RPV311, porém a distância entre eles deve ser no máximo de 5 metros;
- É necessária infraestrutura de fibra óptica para a conexão dos equipamentos GE Reason;
- É necessário o seccionamento dos cabos de média tensão para a instalação do conjunto de medição.

De acordo com essas observações e utilizando como exemplo o sistema de 33 barras apresentado na Figura 1, seriam necessários os equipamentos e quantidades expressas na Tabela 1 para a implantação do sistema.

Estão inseridos os custos para a aquisição destes equipamentos de acordo com cotação realizada com os fornecedores em abril de 2020 e apresentados em dólares americanos (US\$) pois tais componentes tem alta sensibilidade de variação de preço na moeda nacional.

Tabela 1 – Custo de equipamentos para implantação de estimador de estados baseado em medição fasorial sincronizada.

Barra	Equipamentos	Quantidade	Preço Unitário	Preço Total
33	Conjunto de Medição RA331	1	US\$ 4.430,26	US\$ 6.548,26
		1	US\$ 2.118,00	
1	Conjunto de Medição RA331	1	US\$ 4.430,26	US\$ 6.548,26
		1	US\$ 2.118,00	
2	Conjunto de Medição RA331	1	US\$ 4.430,26	US\$ 6.548,26
		1	US\$ 2.118,00	
5	Conjunto de Medição RA331 RPV311 RT430	1	US\$ 4.430,26	US\$ 18.983,76
		1	US\$ 2.118,00	
		1	US\$ 8.049,25	
		1	US\$ 4.386,25	
16	Conjunto de Medição RA331	1	US\$ 4.430,26	US\$ 6.548,26
		1	US\$ 2.118,00	
20	Conjunto de Medição RA331	1	US\$ 4.430,26	US\$ 6.548,26
		1	US\$ 2.118,00	
23	Conjunto de Medição RA331	1	US\$ 4.430,26	US\$ 6.548,26
		1	US\$ 2.118,00	
31	Conjunto de Medição RA331	1	US\$ 4.430,26	US\$ 6.548,26
		1	US\$ 2.118,00	
			Total	US\$ 64.821,64

Fonte: Autor

Esta configuração é válida para o sistema apresentado se as distâncias entre os RAs e o RPV311 cumpre o requisito de no máximo 2km. Considerando que tipicamente nos sistemas de distribuição reais distâncias muito superiores à estas serão consideradas para a instalação dos equipamentos, devem se alocar maiores unidades dos equipamentos RPV311 e RT430, aumentando de maneira muito significativa o já elevado custo de instalação do sistema de monitoração. Ainda, é necessária uma infraestrutura de fibra óptica para a conexão entre os equipamentos, que incrementa um custo considerável no projeto.

Existem alternativas no mercado internacional para a aquisição dos equipamentos que a General Electric vende no Brasil. As chamadas MicroPMUs estão sendo desenvolvidas e já comercializadas em alguns países com a promessa de serem direcionadas ao sistema de distribuição. Elas excluem a necessidade de uma infraestrutura de fibra óptica para a comunicação. Os módulos de aquisição, processamento de dados, e GPS são todos construídos em um único equipamento e a comunicação para transmissão dos sincrofasores pode ser realizado através de tecnologia 4G.

A empresa *Power Standards Lab* já consolidada no mercado de micropmus comercializa o seu modelo PQ3P-MPMU, cotado a US\$6.125,00, desconsiderando as tarifas de importação. Isto representaria um custo de equipamentos total de US\$ 84.442,08 para a implantação do sistema de medição apresentado. Um custo superior ao apresentado

anteriormente mas lembrando que elimina-se a necessidade de infraestrutura de fibra óptica e a limitação de distância entre equipamentos, já que todos os módulos são incorporados em um único equipamento.

A Figura 3 apresenta a visão geral do equipamento.

Figura 3 – PQ3P-MPMU.



Fonte: (LTD., 2022)

Abaixo destacam-se algumas importantes características do equipamento:

- Pode ser conectado diretamente a diversas características de tensão e frequência de rede elétrica: 16,67/50/60/400 Hz, 100V – 690V, monofásico ou trifásico;
- Suporta conexões a TP's (até 100 kV no primário) e TC's (até 6.000 A no primário);
- Conexão Ethernet – página da Web HTTP para configuração e monitoramento, publicação de dados através do protocolo IEC/IEEE 60255-118-1:2018 (STANDARD, 2018);
- Compatível com OpenPDC, o software de concentrador de dados fasoriais padrão;
- Alimentação de instrumento integrada para 24-48VDC, 24VAC e Power-over-Ethernet, com backup de supercapacitor de 10 segundos. Módulos plug-in opcionais para alimentação de 100 V-240 V;
- 3 pares de tensão e 3 pares de magnitude de ângulo de corrente relatados 2 vezes por ciclo (100/s a 50 Hz, 120/s a 60 Hz). O dobro da frequência de publicação das PMUs tradicionais;
- Antena e Receptor GPS integrados.

Além dos custos referentes aos equipamentos ainda vale destacar:

- Os custos de mão de obra para esta instalação também são relevantes, são demandadas equipes, veículos e equipamentos para trabalho em média tensão;
- Para a instalação dos conjuntos de medição em média tensão é necessário o comissionamento total ou parcial do sistema que pode elevar os índices coletivos de continuidade DEC e FEC de modo a incidir multas à concessionária;
- Necessidade de seccionamento dos cabos que causam problemas com perdas elétricas por efeito joule, alterações de esforço mecânico das ancoragens podendo levar à necessidade de substituição de postes ou estruturas;
- Necessidade de instalação de equipamentos de proteção na rede de média tensão onde os medidores serão alocados como pára-raios, chaves seccionadoras e sistemas de aterramento.

Diante do exposto, os obstáculos aqui apresentados de cunho financeiro e técnico-operacional motivaram o desenvolvimento de uma nova metodologia de Estimção de Estados para sistemas de distribuição que reduza significativamente os custos de instalação e intervenção na rede sem que haja significativa perda na qualidade dos resultados.

4 METODOLOGIA PROPOSTA

A alternativa proposta neste trabalho para tornar técnica e economicamente viável a instalação do sistema de monitoração para redes de distribuição baseado em estimação de estados define que as medidas realizadas no sistema não sejam mais sincrofásicas, com exceção da subestação (barra inicial do sistema radial) pela necessidade da referência angular de tensão.

A nova proposta considera então medições alocadas estrategicamente em pontos na baixa tensão utilizando medidores inteligentes (*Smart Meters*) que reportam grandezas eficazes com sincronismo do relógio interno através do protocolo *Network Time Protocol* (NTP).

Trabalhos recentes propõem o desenvolvimento de estimadores de estados para sistemas de distribuição com a utilização de medidores alternativos ao uso de PMUs, de forma a contornar os problemas já expostos anteriormente. Como os trabalhos já introduzidos no capítulo de estado da arte (KHAN; HAYES, 2019), (MUTTAQI; BALDWIN; CHIU, 2019) e (CARCANGIU et al., 2020). Há uma convergência dos autores na utilização de dados provenientes dos *Smart Meters* dos consumidores para a estimação de estados.

A aplicação proposta nesses trabalhos apresentam algumas dificuldades técnicas que inviabilizam a implantação do sistema sugerido, quais sejam:

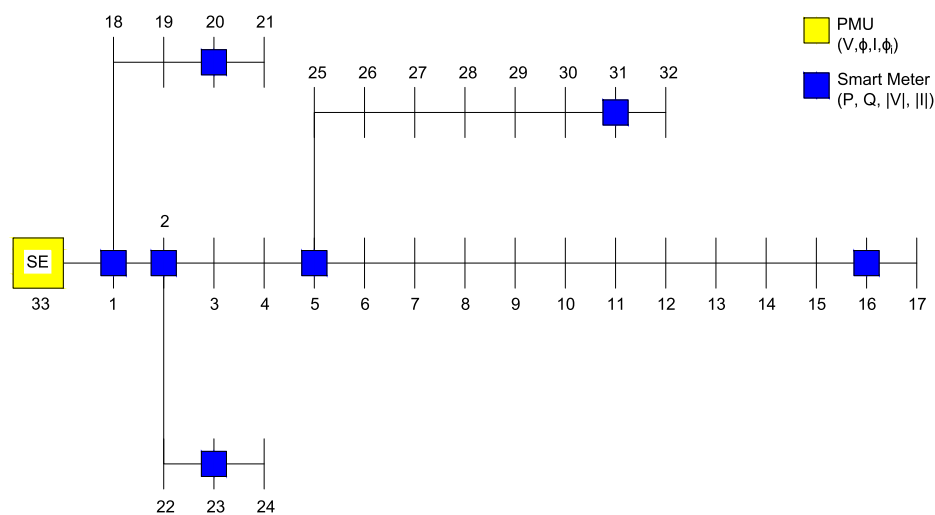
- Pressuposição que todos os consumidores tem instalado *Smart Meters* com comunicação direta ao Centro de Operação da concessionária de energia;
- A utilização dos dados provenientes dos *Smart Meters* dos consumidores apresenta uma questão amplamente discutida no cenário mundial que é a preservação da privacidade dos consumidores. As concessionárias não tem o acesso direto à todos os dados provenientes dos *Smart Meters* em tempo real, apenas as informações de consumo de energia em intervalo de tempos maiores, geralmente 15 ou 30 minutos;
- Ainda que possível a utilização dos dados tensão, correntes e potências de todos os consumidores de um sistema de distribuição, isto geraria uma quantidade de dados massiva a serem tratados, demandando um elevado custo em hardware computacional e equipes especializadas em confiabilidade de comunicação para garantir a segurança da informação, entrega de todos os dados e prevenção à ataques hackers;
- Outra questão a ser debatida sobre a utilização de dados provenientes dos *Smart Meters* dos consumidores é a possibilidade dos dados serem fraudados, com o intuito de burlar o consumo real reduzindo o montante a ser pago a concessionária. Medidores fraudados certamente produzem erros no processo de estimação de estados;

- Instalação de hardware para obtenção de sincrofasores de tensão em todos os consumidores (elevado custo);
- Adoção de Protocolo PTP para sincronismo dos medidores (necessária infraestrutura de rede para comunicação do protocolo, com lançamento de fibra óptica, utilização de switches intermediários com suporte ao protocolo PTP e relógio principal com conexão por satélite. Toda essa estrutura necessária implica em um elevado custo de implantação).

Assim, com o objetivo de desenvolver uma nova metodologia, técnica e economicamente viável, propõe-se neste trabalho a instalação de um sistema híbrido de medição composto por medição sincrofasorial na subestação principal para obtenção da referência angular, bem como a instalação de *Smart Meters* com sincronismo via protocolo NTP em pontos notáveis da rede.

Inicialmente este trabalho adotou como pontos notáveis os entroncamentos e finais de alimentadores e/ou ramais laterais seguindo inicialmente a proposta de alocação definida em (OLIVEIRA, B. C. de et al., 2018). A Figura 4 apresenta como ficaria esta configuração para o sistema 33 barras apresentado.

Figura 4 – Alocação dos equipamentos de medição no sistema 33 barras.



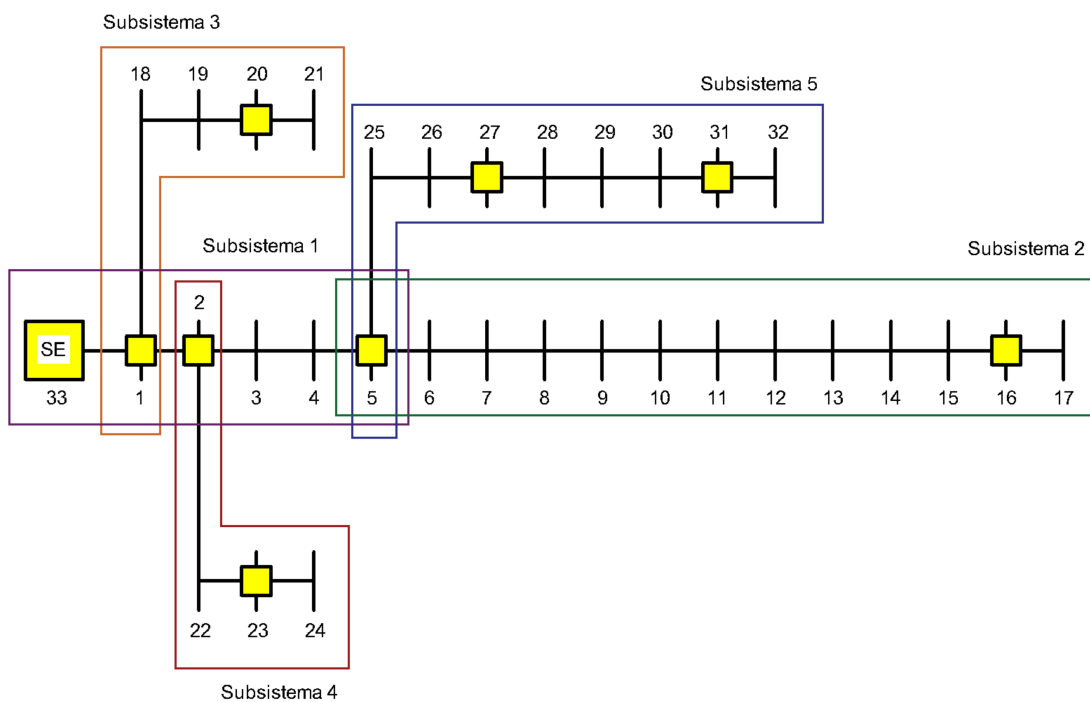
Fonte: Autor

A proposta de alocação das PMUs em (OLIVEIRA, B. C. de et al., 2018) visa utilizar o conceito da descentralização do sistema. A descentralização em subsistemas traz alguns benefícios para a estimação de estados, tanto do ponto de vista computacional quanto no monitoramento de áreas de interesse. Com esta técnica pode-se observar apenas uma parte de interesse de uma dada rede de distribuição e com isso minimizar os custos de investimentos de equipamentos.

Com a descentralização o problema é subdividido em vários subproblemas, que podem ser solucionados de forma independente e em paralelo. O número de subproblema será igual ao número de subsistemas para uma dada rede.

A Figura 5 mostra a subdivisão do sistema de 33 barras em 5 subsistemas, assim tem-se 5 problemas que são independentes. Vale ressaltar que não é possível utilizar esta proposta de descentralização no trabalho desenvolvido aqui, pois é fundamental que existam medidas sincrofasoriais no início de cada subsistema para obtenção de referência angular e então cada problema possa ser resolvido separadamente.

Figura 5 – Divisão do sistema 33 barras em subsistemas a partir da descentralização.



Fonte: Autor

Após os estudos para a metodologia específica adotada neste trabalho outro método de alocação foi realizado, apresentado na seção 6.2. A seção 6.1 apresenta os resultados da metodologia utilizando o método de alocação original e a seção 6.2 apresenta os resultados da metodologia utilizando o novo processo de alocação.

A instalação dos *Smart Meters* se dá no lado de baixa tensão dos transformadores, desta maneira apenas transformadores de corrente de baixa tensão são necessários a ligação do medidor e para as medidas de tensão faz-se diretamente a conexão no secundário do transformador. A sugestão aqui é a utilização de transformadores de corrente do tipo núcleo bipartido com grau de proteção IP 65 sendo adequado para uso externo e é a prova d'água. Para a medição de tensão sugere-se a utilização de conectores de derivação perfurante que é indicado para conexões de derivação por perfuração do isolante em redes e ramais aéreos de baixa tensão.

Com esta proposta técnica ganha-se viabilidade econômica e técnica nos obstáculos já apresentados anteriormente na seguinte forma:

- Em relação aos custos de mão de obra reduz-se a necessidade de equipes de média tensão (equipes de ao menos duas pessoas conforme determinação da NR-10, veículo especial com guindaste e isolamento) podendo ser atribuída a tarefa a um único eletricitista de baixa tensão;
- Para a instalação dos equipamentos não é necessário o desligamento programado da rede em proximidade, uma vez que não é necessária abertura de circuito ou intervenção em média tensão;
- Extingue-se a necessidade de seccionamento dos cabos uma vez que tanto o TC de núcleo bipartido, quanto o conector de derivação perfurantes são conectados em paralelo ao sistema sem a necessidade de exposição de "partes vivas";
- Extingue-se também a necessidade de instalação de equipamentos de proteção na rede de média tensão.

Vale ressaltar que apenas na subestação principal ainda se utiliza de medição sincrofasorial em média tensão, que geralmente já contam com instrumentação de medição com múltiplas saídas. Uma grande contribuição na proposta deste trabalho é que considerando sistemas reais de distribuição, com centenas de pontos de interesse (cargas), em dezenas de pontos notáveis serão instalados os equipamentos de medição mas elimina-se a intervenção na média tensão.

Definido então a utilização de medição híbrida para o estimador de estados um ponto importante a se analisar diz respeito ao método de sincronismo dos dados de medição. É importante considerar que os medidores irão se espalhar ao longo do sistema de distribuição, isto é, ao longo de cidades, zonas urbanas e rurais. Para garantir uma excelente qualidade de resultados na estimação de estados necessita-se que as medidas adquiridas em todos estes medidores, que estão distantes geograficamente, estejam sincronizadas no tempo.

Em (LU; LIU et al., 2018) o autor apresenta uma infraestrutura de medição avançada com sincronismo de tempo baseada no protocolo NTP. A estrutura se baseia na utilização de *Smart Meters* com o protocolo de sincronismo indicado. Nos testes conduzidos, pode-se observar que o maior erro de sincronização apresentado nas medições foi de 89 ms.

Voltando a proposta aqui apresentada, utilizam-se grandezas elétricas eficazes para o algoritmo de estimação de estados que, por definição, é aplicado a monitoração do sistema elétrico em regime permanente. Portanto o erro de sincronismo apresentado utilizando o protocolo NTP é totalmente aceitável visto que as cargas no sistema de

distribuição não apresentam mudanças de valores significativas em intervalos de tempo na ordem de milissegundos. Considere ainda que as cargas no sistema de distribuição são transformadores que englobam uma série de cargas individuais não relacionadas, os consumidores finais.

Uma vez que o objetivo do estimador de estados para sistemas de distribuição é auxiliar no monitoramento do estado operativo da rede, para decisões de controle e planejamento, e não a avaliação de transitórios no sistema, um estimador que forneça com qualidade o estado operativo da rede em intervalos de tempo superiores a 1 segundo ou até mesmo a 1 minuto é satisfatório. Essas informações justificam a utilização do protocolo de sincronismo NTP.

Em comparação à proposta de estimação de estados baseada em medições fasoriais sincronizadas, a nova abordagem reduz significativamente os custos de instalação do sistema, haja vista:

- Como a conexão dos *Smart Meters* é proposta no lado de baixa tensão da rede, exclui-se a necessidade da utilização do conjunto de medição em média tensão. Para tanto, será utilizado apenas transformadores de corrente em baixa tensão e para as medidas de tensão, conectores de derivação perfurante na saída do secundário do transformador. Transformadores de corrente do tipo núcleo bipartido, para uso externo, como o modelo SCTK667H da fabricante Xiamen ZT Technology, podem ser utilizados nesta proposta, e apresentam um preço médio de US\$22,00;
- Substitui-se as micro-PMUs por *Smart Meters* com sincronismo NTP, já comercializados em larga escala no mercado nacional e internacional, de valor unitário inferior às micro-PMUs. Modelos como SMW3000 da fabricante WEG, a um preço médio de US\$323,00, atendem à proposta deste trabalho, por já haver compatibilidade de transmissão de dados via porta Ethernet, além de utilizar do protocolo de transmissão definido na IEC 62056 DLMS/COSEM;
- Exclui-se a necessidade de infraestrutura de fibra óptica para comunicação dos equipamentos. Podem ser utilizados redes Wifi, LoRaWan ou 4G para a comunicação dos dados provenientes dos *Smart Meters* apresentados.

Assim, o custo dos equipamentos para a implantação do sistema proposto considerando a utilização do *Smart Meter* da série SMW da fabricante WEG no sistema 33 barras apresentado é apresentado na Tabela 2.

Percebe-se que para o pequeno sistema de teste aqui utilizado o custo majoritário do sistema está alocado na subestação principal, sendo 79% do orçamento apresentado. Para sistemas reais, compostos por centenas de pontos notáveis e dezenas de pontos de medição,

Figura 6 – *Smart Meter* WEG Linha SMW.



Fonte: (WEG, 2020)

o ganho em relação a primeira proposta da utilização de micro-PMUs é notadamente significativo.

Para exemplificar essa afirmação, adotemos o exemplo a seguir:

- Sistema composto por 660 barras (20x o tamanho do modelo de teste apresentado);
- Estima-se a utilização de 1 conjunto de medição em média tensão na subestação principal e 140 medidores espalhados ao longo do sistema (mantendo a proporção do sistema 33 barras em que se usavam 7 medidores).

Para este exemplo temos que para a proposta de utilização de micro-PMUs o custo total seria de **US\$ 1.488.291,66** (Custo unitário de US\$ 6.125,00 mais US\$ 4.430,26 do conjunto de medição em média tensão instalados em 141 pontos). Já considerando a proposta de utilização de micropmu apenas na subestação principal (total de US\$ 10.555,26) e nos demais pontos de medição a instalação dos *Smart Meters* em baixa tensão (US\$ 392,00 por ponto de medição) temos um custo total de equipamentos de **US\$ 65.435,26**, uma redução expressiva de **95,6%** no orçamento.

Agora considerando a viabilidade técnica da implantação do sistema destacam-se os seguintes benefícios em comparação à proposta anterior:

- Para a instalação dos *Smart Meters* não se faz necessário o seccionamento de cabos da rede de média tensão uma vez que as medidas serão realizadas no lado de baixa tensão;

Tabela 2 – Custo de equipamentos para implantação de estimador de estados baseado em medição de grandezas eficazes sincronizadas a partir do protocolo NTP.

Barra	Equipamentos	Quantidade	Preço Unitário	Preço Total
33	Conjunto de Medição	1	US\$ 4.430,26	US\$ 10.555,26
	Micro-PMU PQ3P-MPMU	1	US\$ 6.125,00	
1	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	3	US\$ 22,00	
	Conector Derivação Perfurante	3	US\$ 1,10	
2	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	3	US\$ 22,00	
	Conector Derivação Perfurante	3	US\$ 1,10	
5	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	3	US\$ 22,00	
	Conector Derivação Perfurante	3	US\$ 1,10	
17	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	3	US\$ 22,00	
	Conector Derivação Perfurante	3	US\$ 1,10	
21	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	3	US\$ 22,00	
	Conector Derivação Perfurante	3	US\$ 1,10	
24	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	3	US\$ 22,00	
	Conector Derivação Perfurante	3	US\$ 1,10	
32	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	3	US\$ 22,00	
	Conector Derivação Perfurante	3	US\$ 1,10	
			Total	US\$ 13.299,26

Fonte: Autor

- Não é necessária a desenergização total ou de ramais laterais do sistema para a instalação dos equipamentos;
- Não existe limite de distância para comunicação entre os equipamentos como na proposta anterior, existindo a necessidade de rede Wifi, LoRaWan ou de telefonia móvel para comunicação de dados.

Logo os fatos apresentados demonstram como a nova proposta traz benefícios de cunho econômico e operacional em vista as metodologias que adotam o uso de medições em média tensão com utilização de sincrofasores.

Uma vez definido este escopo técnico, o desafio foi realizar o desenvolvimento de uma metodologia de estimação de estados que tanto a medida sincrofásorial na subestação principal quanto as medidas de grandezas eficazes dos *Smart Meters* alocados no lado de baixa tensão fossem tratados dentro de um problema de otimização de característica não

linear apresentando resultados satisfatórios se comparado à uma metodologia consolidada de estimação de estados.

4.1 Modelagem Matemática

O Estimador de Estados proposto é concebido como um problema de otimização não linear englobando na sua função objetivo três parcelas de contribuições de medidas provenientes da PMU na subestação principal, *Smart Meters* nos pontos de alocação definidos e medidas virtuais para as barras de passagem conferindo a característica de hibridade do estimador de estados.

A formulação geral do estimador de estados é apresentada a seguir:

$$\min J(\hat{x}) = J_1 + J_2 + J_3 \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Npmu} \left(\frac{z_k^{s,pmu} - h_k(\hat{x})}{\sigma_k^{pmu}} \right)^2 & \sigma_k^{pmu} &\leq 1\% \\ J_2 &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Nsm} \left(\frac{z_k^{s,sm} - h_k(\hat{x})}{\sigma_k^{sm}} \right)^2 & \sigma_k^{sm} &\leq 5\% \\ J_3 &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Nvi} \left(\frac{z_k^{s,vi} - h_k(\hat{x})}{\sigma_k^{vi}} \right)^2 & \sigma_k^{vi} &= 1 (I_{r,k}^s = 0; I_{m,k}^s = 0) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} (1 - p_b^s)P_{b,t-1}^s &\leq P_b^s \leq (1 + p_b^s)P_{b,t-1}^s & b = 1 : cnm \\ (1 - q_b^s)Q_{b,t-1}^s &\leq Q_b^s \leq (1 + q_b^s)Q_{b,t-1}^s & s = A, B, C \end{aligned} \quad (4.3)$$

Onde:

$$\begin{aligned} z_k^{s,pmu} &= [I_{r,km}^s, I_{m,km}^s]^T \\ z_k^{s,sm} &= [|V_k^s|, P_k^s, Q_k^s]^T \\ z_k^{s,vi} &= [I_{r,k}^s, I_{m,k}^s]^T \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\hat{x} = [I_{r,SE1}^s, I_{m,SE1}^s, I_{r,12}^s, I_{m,12}^s, \dots, I_{r,nr}^s, I_{m,nr}^s]^T \quad (4.5)$$

J_1	Parcela da função objetivo que relaciona as medidas provenientes das PMUs;
J_2	Parcela da função objetivo que relaciona as medidas provenientes dos <i>Smart Meters</i> ;
J_3	Parcela da função objetivo que relaciona as medidas virtuais das barras de passagem;
N_{pmu}	Número total de PMUs;
N_{sm}	Número total de <i>Smart Meters</i> ;
N_{vi}	Número total de barras de passagem;
σ_k	Variância associada a medida obtida para a barra k ;
cnm	Número total de barras de cargas não monitoradas;
nr	Número total de ramos do sistema de distribuição;
z_k^s	Partes real e imaginária das medidas obtidas para a barra k . (Correntes nos ramos $I_{km,r}^A + jI_{km,m}^A$, $I_{km,r}^B + jI_{km,m}^B$, $I_{km,r}^C + jI_{km,m}^C$, Potências Ativa e Reativa, $P_{k,r}^A + jQ_{k,m}^A$, $P_{k,r}^B + jQ_{k,m}^B$, $P_{k,r}^C + jQ_{k,m}^C$, Módulo da Tensão, $ V _{k,r}^A$, $ V _{k,r}^B$, $ V _{k,r}^C$) e injeções nulas nas barras de passagem.
\hat{x}	Vetor de estados que contém as partes real e imaginária das correntes nos ramos ($I_{km,r}^A + jI_{km,m}^A$, $I_{km,r}^B + jI_{km,m}^B$, $I_{km,r}^C + jI_{km,m}^C$), dimensão $(6nr)$;
$h_k^s(x)$	Função associada a cada medida z_k ;
P_b^s, Q_b^s	Potências ativa e reativa injetadas, na fase s , na barra b obtidas em função das correntes nos ramos;
$P_{b,t-1}^s, Q_{b,t-1}^s$	Potências ativa e reativa injetadas, na fase s , na barra b extraídas do resultado da estimação de estados do instante de tempo $t-1$;
p_b^s	Fator multiplicador dos limites superiores e inferiores das restrições de potência ativa;
q_b^s	Fator multiplicador dos limites superiores e inferiores das restrições de potência reativa.

O problema de estimação de estados baseia-se nas relações matemáticas existentes entre as variáveis de estado e as medições efetuadas. O objetivo desse problema é minimizar a função objetivo J , Equação 4.1, cuja concepção foi baseada no método dos mínimos quadrados ponderados minimizando os erros quadráticos das medições (corrente no ramo que sai da subestação principal, obtida através da PMU, e potências ativa e reativa e módulo da tensão, obtidas a partir dos *Smart Meters* alocados ao longo do sistema) em relação aos valores estimados.

Dado que em um determinado barramento o *Smart Meter* fornece as medidas de potências ativa e reativa e módulo da tensão, a medida do módulo da corrente é redundante, não contribuindo para a melhoria da qualidade do estimador, assim, esta medida não é

utilizada e as demais são incluídas no algoritmo dos métodos de pontos interiores com barreira de segurança (OLIVEIRA, E. J. et al., 2015), detalhado no Apêndice B, como se segue.

As injeções de corrente das barras sem carga (barras de passagem) são também inseridas na função objetivo como medidas virtuais, ou seja, como injeções nulas. As cargas não monitoradas (sem a presença de *Smart Meters*) são modeladas como inequações com limites superiores e inferiores, estes limites são de grande importância, pois permitirão a variação da carga ao longo do intervalo de estudo no sistema de distribuição, Conforme a Equação 4.3.

O Anexo A apresenta o detalhamento e expansão das Equações considerando o estimador de estados apresentado em (OLIVEIRA, B. C. de et al., 2018), que utiliza medidas fasoriais ao longo do sistema.

Nesta nova proposta, são incluídas medidas de potência ativa e reativa além do módulo da tensão, obtidas através de *Smart Meters*. A participação destas medidas no problema de otimização é demonstrada no Apêndice A.

A Figura 7 apresenta o fluxograma da metodologia proposta seguida por uma breve descrição dos passos do algoritmo implementado.

Passo 1: É realizada a leitura dos dados da rede a ser simulada para o instante de tempo $t=0$. Os dados são os parâmetros das linhas e as potências ativa e reativa em cada barra do sistema.

Passo 2: É executado um fluxo de potência trifásico, os valores resultantes serão utilizados como medidas das barras monitoradas.

Passo 3: Insere-se nas medidas provenientes do fluxo de potência erros de ruído branco que simulam os erros inerentes das medições no mundo real.

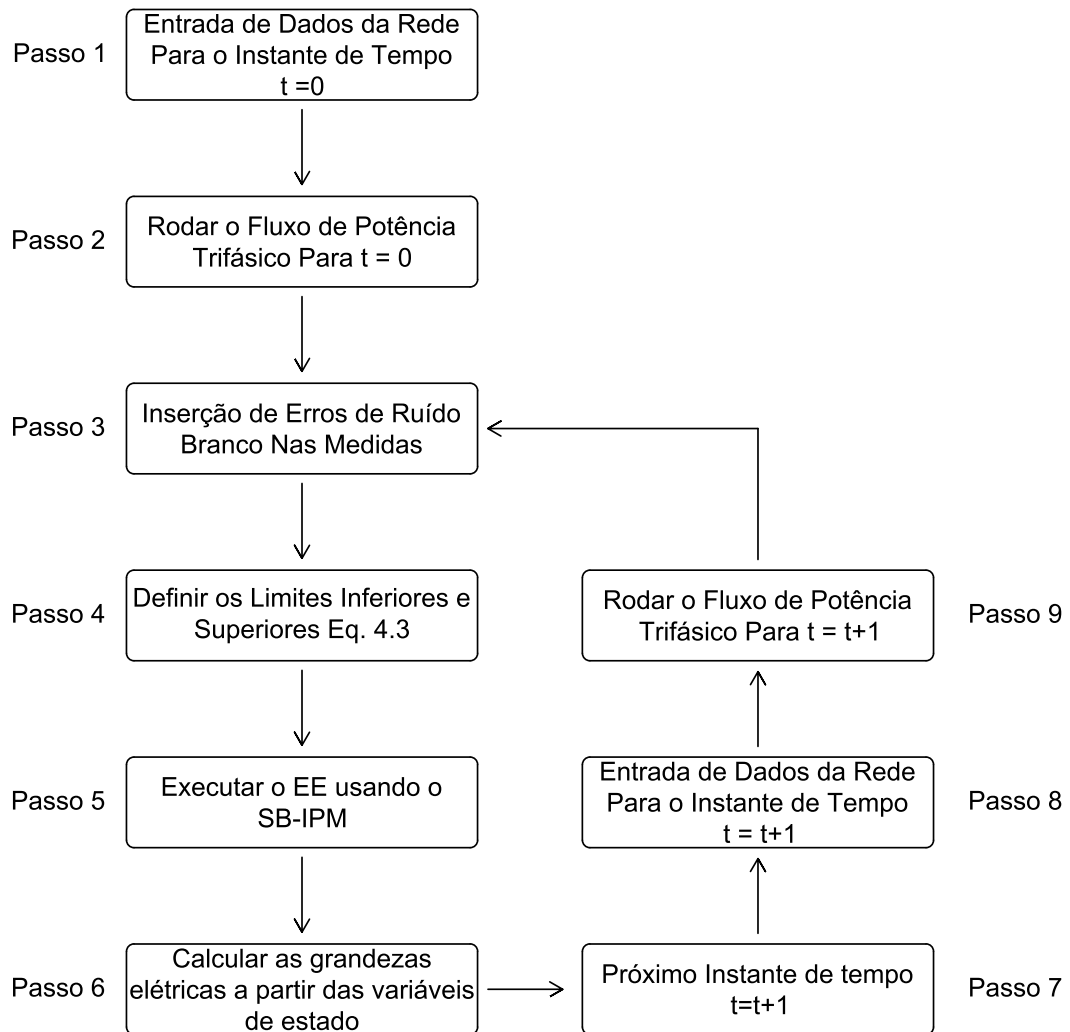
Passo 4: Obter os valores de $Pmin_k$, $Pmax_k$, $Qmin_k$ e $Qmax_k$ para as cargas não monitoradas do sistema. Estes valores são obtidos através dos resultados do instante ' $t-1$ '. Caso o instante seja t_0 , ou seja, o primeiro instante, utiliza-se os valores históricos das potências ativa e reativa para obter os limites inferiores e superiores das restrições de potência para cada barra não monitorada.

Passo 5: Resolução do problema de otimização restrita, via implementação do SFTB-IPM.

Passo 6: A partir dos estados obtidos, calcular as tensões nodais e as injeções de potência ativa e reativa em todas as barras do sistema.

Passo 7: O resultado do instante de tempo anterior é salvo e começa um novo instante de tempo $t = t+1$.

Figura 7 – Fluxograma da Metodologia de Estimação de Estados Proposta.



Fonte: Autor

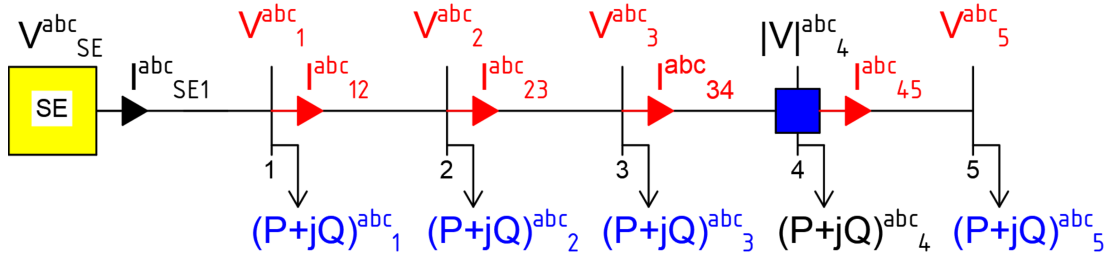
Passo 8: É realizada a leitura dos dados da rede a ser simulada para o novo instante de tempo $t=t+1$. Nesse ponto são atualizadas as cargas das barras do sistema de acordo com as curvas de carga individuais das barras.

Passo 9: É executado um fluxo de potência trifásico para as novas condições, os valores resultantes serão utilizados como medidas das barras monitoradas. O loop fecha voltando ao passo 3.

De forma a exemplificar melhor a construção do modelo de otimização considere como exemplo o sistema simples da Figura 8, composto por 6 barras, sendo a barra SE representando a subestação principal.

A barra SE, destacada com um quadrado em amarelo indica a instalação da PMU, que irá prover as medidas fasoriais de tensões na barra e correntes no ramo SE1, estas

Figura 8 – Sistema Exemplo.



Fonte: Autor

medidas estão indicadas com fonte na cor preta. A barra 4, destacada com um quadrado azul indica a instalação de um *Smart Meter* cujas medidas fornecidas são o módulo da tensão na barra, potências ativa e reativa injetadas, também com a fonte em cor preta.

As demais barras, 1, 2, 3 e 5 são barras não-monitoradas, ou seja, sem a presença de PMU ou *Smart Meter*. Com isso as potências ativa e reativa injetadas nestas barras, destacadas em fonte de cor azul, serão incluídas nas restrições de desigualdade do problema de otimização. As demais variáveis destacadas em fonte cor vermelha são obtidas através do resultado do processo de otimização. Cabe destacar que a tensão fasorial da barra 4 também é resultante do processo de otimização uma vez que o *Smart Meter* apenas fornece a medida do valor eficaz da tensão neste ponto.

Assim, a construção do problema de otimização para esse sistema teste será como exposto adiante.

$$\min J(\hat{x}) = \frac{1}{2} \left(\frac{z_{SE}^{abc, pmu} - h_{SE}(\hat{x})}{\sigma_{SE}^{pmu}} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{z_4^{abc, sm} - h_4(\hat{x})}{\sigma_4^{sm}} \right)^2 \quad (4.6)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} (1 - p_1^{abc})P_{1,t-1}^{abc} &\leq P_1^{abc} \leq (1 + p_1^{abc})P_{1,t-1}^{abc} \\ (1 - q_1^{abc})Q_{1,t-1}^{abc} &\leq Q_1^{abc} \leq (1 + q_1^{abc})Q_{1,t-1}^{abc} \\ (1 - p_2^{abc})P_{2,t-1}^{abc} &\leq P_2^{abc} \leq (1 + p_2^{abc})P_{2,t-1}^{abc} \\ (1 - q_2^{abc})Q_{2,t-1}^{abc} &\leq Q_2^{abc} \leq (1 + q_2^{abc})Q_{2,t-1}^{abc} \\ (1 - p_3^{abc})P_{3,t-1}^{abc} &\leq P_3^{abc} \leq (1 + p_3^{abc})P_{3,t-1}^{abc} \\ (1 - q_3^{abc})Q_{3,t-1}^{abc} &\leq Q_3^{abc} \leq (1 + q_3^{abc})Q_{3,t-1}^{abc} \\ (1 - p_5^{abc})P_{5,t-1}^{abc} &\leq P_5^{abc} \leq (1 + p_5^{abc})P_{5,t-1}^{abc} \\ (1 - q_5^{abc})Q_{5,t-1}^{abc} &\leq Q_5^{abc} \leq (1 + q_5^{abc})Q_{5,t-1}^{abc} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
z_{SE}^{abc,pmu} &= [V_{r,SE}^{abc}, V_{m,SE}^{abc}, I_{r,SE1}^{abc}, I_{m,SE1}^{abc}]^T \\
z_4^{abc,sm} &= [|V_4^{abc}|, P_4^{abc}, Q_4^{abc}]^T
\end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\hat{x} = [I_{r,SE1}^{abc}, I_{m,SE1}^{abc}, I_{r,12}^{abc}, I_{m,12}^{abc}, I_{r,23}^{abc}, I_{m,23}^{abc}, I_{r,34}^{abc}, I_{m,34}^{abc}, I_{r,45}^{abc}, I_{m,45}^{abc}]^T \tag{4.9}$$

Posto isso, o problema então é resolvido como um problema de otimização restrita, via implementação do SFTB-IPM.

5 ARQUITETURA CENTRALIZADA DE DADOS

Como já comentado anteriormente, esse trabalho visa ser um guia básico para que os leitores interessados possam replicar o trabalho desenvolvido de maneira fácil e escalável. Para tanto esse capítulo apresenta uma arquitetura centralizada de dados seguindo uma premissa de estrutura colaborativa a partir de alguns sistemas para elevar o estimador de estados para a completa implementação de um sistema de monitoramento em tempo real baseado na estimação de estados.

Cabe destacar que a proposta aqui apresentada engloba uma solução já desenvolvida e utilizada para o monitoramento em tempo real de grandezas elétricas e índices de qualidade de energia para sistemas de transmissão de energia elétrica, além de um projeto piloto de implementação para monitoramento de redes de baixa tensão no campus da UFJF. Tal solução foi testada para a implantação do estimador de estados proposto neste trabalho a partir da simulação de mensagens assíncronas de várias fontes (caracterizando as mensagens de vários medidores, sendo estes PMUs ou *Smart Meters*), porém até o momento da finalização desse documento não houve uma integração total do algoritmo de estimação de estados à esta solução.

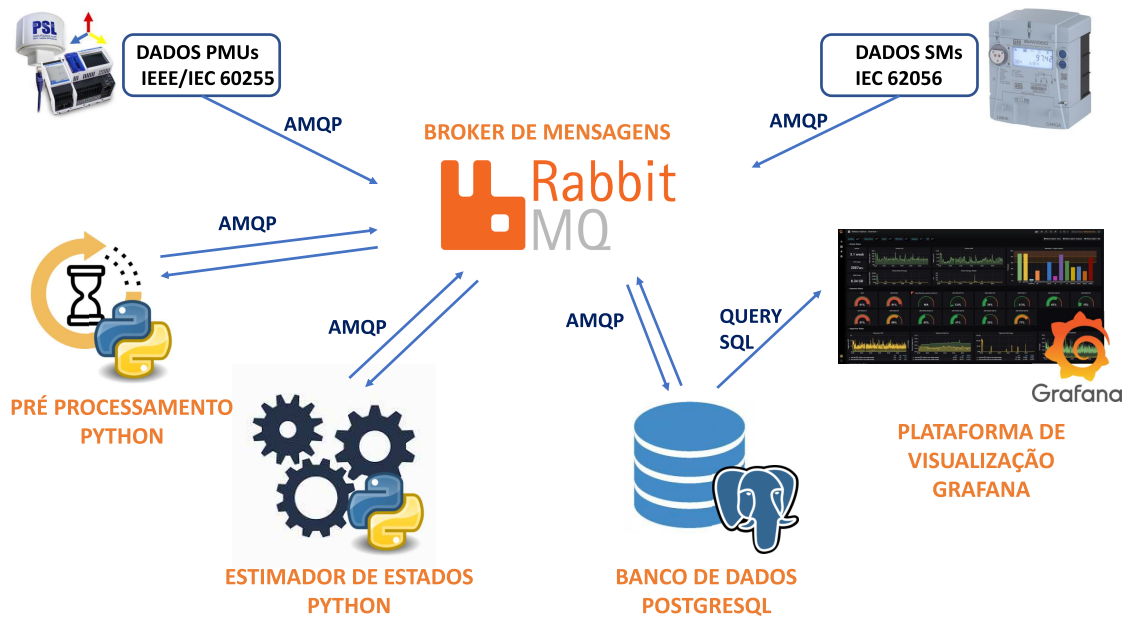
O ideal para esta integração é que o algoritmo de estimação de estados esteja implementado em uma linguagem com fácil adaptação às soluções propostas e capaz de realizar os cálculos matriciais adequados conforme metodologia apresentada. Acredita-se que o Python seja a solução mais adequada para este fim, entretanto o estimador de estados com os resultados a serem apresentados no próximo capítulo foi desenvolvido integralmente no software Matlab®. Desde já apresenta-se como trabalho futuro e complementar ao já realizado a tradução do estimador de estados para a linguagem Python e integração às demais soluções a serem apresentadas neste capítulo.

Antes de mostrar o detalhamento dos sistemas integrantes à arquitetura proposta é interessante apresentar uma visão geral da solução, apresentada na Figura 9.

Como já apresentado em capítulos anteriores o estimador de estados proposto neste trabalho utiliza de dados obtidos a partir de PMUs (sincrofasores disponíveis através do protocolo IEC/IEEE 60255-118-1:2018) e também de dados dos *Smart Meters* (disponíveis através do protocolo IEC 62056). A heterogeneidade destes dados, seja pelo protocolo de transmissão, seja pela taxa de envio, apresenta-se como um desafio para a implementação do estimador de estados.

Para contornar este ponto é utilizada uma solução simples mas poderosa que é um *Broker* de mensagens assíncronas. Tais dados são publicados no *broker* de mensagens (RabbitMQ) através de um encapsulamento para o protocolo AMQP, que permitirá aos algoritmos tratarem tanto os dados sincrofasoriais quanto os provenientes dos *Smart Meters*.

Figura 9 – Arquitetura Centralizada de Dados em Base Colaborativa.



Fonte: Autor

O RabbitMQ funciona como um gerenciador central de mensagens. Sua estrutura composta por *exchanges* e filas de comunicação possibilita que vários consumidores (algoritmos, softwares ou sistemas) consumam os dados necessários apenas às suas aplicações e também que os produtores disponibilizem os dados em diferentes taxas de publicação.

Assim o RabbitMQ recebe não apenas os dados das PMUs e *Smart Meters* e disponibiliza-os ao estimador de estados, mas como também recebe os dados processados pelo estimador de estados e os disponibiliza, por exemplo, a um banco de dados para a persistência, ou a outros algoritmos que forem futuramente desenvolvidos para a utilização de quaisquer destes dados.

Na proposta aqui arquitetada, através do *broker*, as informações serão disponibilizadas para os outros módulos do sistema, que incluem:

- Módulo de pré-processamento;
- Módulo de Persistência;
- Estimador de estados;
- Plataforma de visualização.

A seguir é apresentado resumidamente o propósito de cada um destes módulos.

5.1 *Broker* de Mensagens RabbitMQ

Com o objetivo de padronizar a comunicação entre os diversos componentes do sistema, aplicou-se o conceito de *broker* de dados. Em engenharia de software, o *broker* é um agente intermediador que atua como facilitador da comunicação entre diversos atores. Os atores podem conter requisitos, restrições e tecnologias diferentes, mas utilizam o *broker* para trocar mensagens e disparar funcionalidades utilizando determinados protocolos.

Para instanciar este componente, é proposto o RabbitMQ, um projeto *opensource* escrito em Erlang que foi iniciado há mais de 10 anos, e partir de então possui centenas de colaboradores de diversos lugares do mundo e atualizações constantes. O RabbitMQ opera como um banco de dados gerenciador de mensagens em filas e implementa nativamente o protocolo ISO/IEC 19464 conhecido como *Advanced Message Queueing Protocol*, o AMQP. Dentre as diversas características da plataforma, a seguir estão descritas as mais importantes para sua finalidade:

5.1.1 Confiabilidade

O protocolo AMQP de camada de aplicação lida com as retransmissões e garantias necessárias. Além disso é possível utilizar o mecanismo de *acknowledgment* para garantir que as mensagens foram devidamente recebidas e interpretadas. Ao custo inerente, é possível também configurar a persistência das mensagens em disco para evitar que falhas no servidor levem a perda de informações.

5.1.2 Segurança

O protocolo AMQP e o RabbitMQ suportam a criptografia ponta a ponta TLS, com certificados autoassinados ou emitidos por uma entidade certificadora. As conexões são protegidas por senha e é possível limitar o escopo de ação dos usuários na plataforma, configurando quem pode criar filas, *exchanges*, se conectar ou administrar a instância.

5.1.3 Escalabilidade/Disponibilidade

Como o *broker* é um nó central de comunicação, deve fornecer a resiliência e a disponibilidade necessárias para atender a aplicação, pois sua falta irá infligir sério dano às comunicações do sistema. Por isso o RabbitMQ foi projetado para clusterização, sendo possível disponibilizar vários nós se comunicando com os clientes e entre si de forma a atender as demandas. É possível configurar a descoberta automática de nós, recuperação de falhas e distribuição de carga utilizando um *load balancer*.

5.1.4 Interoperabilidade

Além do protocolo AMQP, que é considerado estável e de baixo *overhead*, o RabbitMQ suporta através de seus plugins protocolos como o MQTT e o STOMP, voltados para dispositivos com restrições de hardware e IOT. Além disso existem diversos clientes implementados em mais de 10 linguagens para comunicação AMQP, o que facilita o desenvolvimento de soluções que utilizam tal protocolo.

5.1.5 Desempenho

O RabbitMQ fornece mecanismos para aumentar a capacidade de resposta e diminuir a latência da comunicação. Mensagens efêmeras e sem o mecanismo de *acknowledgment* são manipuladas mais rapidamente, além de *exchanges* com mecanismos de distribuição mais triviais.

Mesmo sem configurações específicas, realizou-se alguns testes preliminares para testar a capacidade do *broker* no recebimento e disponibilização das mensagens que mostrou uma taxa de transferência de mais de 10.000 mensagens/segundo, evidenciando que ele pode ser utilizado para lidar com os dados provenientes de PMUs e *Smart Meters* alocados em grandes sistemas de distribuição.

As funcionalidades do RabbitMQ permitem diversas abordagens para estruturar troca de mensagens. É possível utilizar mensagens efêmeras, configurar o controle de *acknowledgment* dos pacotes, verificar integridade, configurar roteamento entre as filas e tratar casos de filas cheias com diferentes estratégias.

5.2 Módulo de Pré-Processamento

Este módulo tem como característica de arquitetura um programa *multiprocessing* em que tem como entrada de dados as informações provenientes das PMUs e *Smart Meters*.

Os dados obtidos da PMU seguem o protocolo de comunicação definido na norma IEC/IEEE 60255-118-1:2018, podendo ser configurado para o envio de sincrofases entre 1 a 120 fases por segundo. Cada dado recebido através da rede apresenta um *frame* contendo informações melhores descritas na referida norma. Um resumo do *frame* de dados é apresentado na Tabela 3.

Já os dados enviados pelos *Smart Meters* seguem o protocolo de comunicação definido na norma IEC 62056, em que a obtenção dos valores instantâneos dos parâmetros de energia elétrica são configurados a partir do próprio medidor. A depender de cada fabricante, podemos adquirir estes dados por exemplo a cada segundo e os registradores que contém esses dados são melhores descritos na referida norma. Um resumo do registro de medição instantânea do medidor WEG série SWM é apresentado na Tabela 4.

Tabela 3 – Arquitetura do frame de dados publicados por uma PMU.

Nº	Campo	Tamanho (bytes)	Descrição
1	SYNC	2	Byte de Sincronismo seguido pelo tipo de frame e número de versão.
2	FRAMESIZE	2	Número de bytes no frame.
3	IDCODE	2	Número de ID da fonte de fluxo, inteiro de 16 bits.
4	SOC	4	Timestamp SOC, para todas as medidas no frame.
5	FRACSEC	4	Fração de segundo e qualidade do horário para todas as medidas do frame.
6	STAT	2	Status das medidas.
7	PHASORS	4xPHNMR ou 8xPHNMR	Fasores, pode ser um fasor único ou fasor trifásico em sequência positiva, negativa ou zero. Quatro ou oito bits cada dependendo do formato usado, ponto fixo ou ponto flutuante, que está indicado no campo FORMAT no frame de configuração.
8	FREQ	2/4	Frequência (ponto fixo ou flutuante).
9	DFREQ	2/4	ROCOF (ponto fixo ou flutuante).
10	ANALOG	4xANNMR ou 8xANNMR	Dados analógicos, 2 ou 4 bytes, por valor dependendo do formato, ponto fixo ou flutuante, que está indicando no campo FORMAT no frame de configuração. O número de valores é determinado pelo campo ANNMR no frame de configuração.
11	DIGITAL	2xDGNMR	Dados digitais, geralmente representando 16 pontos de status digital (canais). O número de valores é determinado pelo campo DGNMR no frame de configuração.
	Repete 6-11		Campos 6 a 11 são repetidos para quantas PMUs existirem no campo NUM_PMU no frame de configuração.
12+	CHK	2	CRC-CCITT

Fonte: (STANDARD, 2018)

O determinante para o módulo de pré-processamento é que os dados recebidos por esses dois equipamentos distintos, são apresentados em formas distintas e em taxas de amostragem possivelmente diferentes, sendo necessário então uma adequação e padronização desses dados para a aplicação dentro do estimador de estados.

Assim, esse módulo tem por objetivo adquirir os dados de medição desses medidores, criar uma estrutura em formato JSON equivalente, contendo chaves para descrever os valores de módulo e ângulo das tensões e correntes para os sincrofasores, e chaves para descrever os valores eficazes de tensão, corrente e potência instantânea provenientes dos *Smart Metes*. As Figuras 10 e 11 apresentam um exemplo de frame de dados pós processado, contendo a informações provenientes da PMU e *Smart Meter*, respectivamente, que serão

Tabela 4 – Arquitetura do Registro de Medição Instantânea Publicado pelo Smart Meter.

Nome	Unidade
Potência Ativa Direta Instantânea (Total, Fase A, Fase B, Fase C)	W
Potência Ativa Reversa Instantânea (Total, Fase A, Fase B, Fase C)	W
Potência Reativa Direta Instantânea (Total, Fase A, Fase B, Fase C)	W
Potência Retiva Reversa Instantânea (Total, Fase A, Fase B, Fase C)	W
Potência Aparente Direta Instantânea (Total, Fase A, Fase B, Fase C)	W
Potência Aparente Reversa Instantânea (Total, Fase A, Fase B, Fase C)	W
Tensão Eficaz Instantânea de Fase (Três Tensões)	V
Tensão Eficaz Instantânea de Linha (Três Tensões)	V
Corrente Eficaz Instantânea (Três Correntes)	A
Fator de Potência (Total, Fase A, Fase B, Fase C)	-
Frequência	Hz
Defasagem Angular Entre Tensões (AB, AC, BC)	graus
Defasagem Angular Entre Tensão e Corrente	graus
Taxa de Distorção Harmônica Instantânea de Potência (Três fases)	%

Fonte: (WEG, 2020)

utilizados pelo estimador de estados.

Nota-se aqui a supressão de dados disponíveis através das medições de PMUs e *Smart Meters*, como frequência da rede, fator de potência, potência aparente, energia consumida, thd, entre outros. Neste trabalho analisa-se apenas as informações necessárias ao estimador de estados conforme fora concebido e desconsidera-se as possíveis aplicações que possam ser utilizadas com os demais dados. Porém vale destacar que a estrutura criada é inteiramente escalável e modularizada de forma que se as concessionárias desejem acoplar novas funcionalidades, como um módulo de análise de qualidade de energia em tempo real, seu desenvolvimento é totalmente plausível. Cabe avaliar as necessidades de processamento e armazenamento adicionais.

Voltando a atenção ao estimador de estados, os dados após o processamento são então enviados novamente ao Rabbit MQ que irá distribuir às aplicações necessárias, para o estimador de estados especificamente, esses dados serão primeiro encaminhados ao

Figura 10 – Exemplo de frame de dados pós processado de PMU.

```

▼ {
  Type : PMU
  Time : 16/10/2022 11:15:00000
  VA_MAG : 129,2554
  VB_MAG : 128,7685
  VC_MAG : 129,4283
  IA_MAG : 111,5765
  IB_MAG : 112,0202
  IC_MAG : 98,2984
  VA_PHI : 0
  VB_PHI : 120
  VC_PHI : -120
  IA_PHI : -2
  IB_PHI : 118
  IC_PHI : -122
}

```

Figura 11 – Exemplo de frame de dados pós processado de *Smart Meter*.

```

▼ {
  Type : SMART METER
  Time : 16/10/2022 11:15:00000
  VRMS_A : 129,2554
  VRMS_B : 128,7685
  VRMS_C : 129,4283
  IRMS_A : 111,5765
  IRMS_B : 112,0202
  IRMS_C : 98,2984
  P_A : 13.268,11066
  P_B : 13.270,70079
  P_C : 11.779,94934
  Q_A : 5.652,191474
  Q_B : 5.653,294863
  Q_C : 5.018,237407
}

```

Fonte: Autor

banco de dados SQL e somente a partir deste que o estimador de estados irá realizar a busca dos dados e processamento com o objetivo de estimador o estado da rede.

Neste ponto, destaca-se o motivo pelo qual o estimador de estados não utiliza diretamente os dados disponibilizados pelo módulo de pré-processamento. As redes de distribuição são notadamente extensas em pontos de interesse e expansão geográfica, com isso estima-se que vários medidores irão compor a base para medidas necessárias à estimação de estados. Com essa granularidade de medidores, espalhados ao longo de uma vasta cobertura geográfica, o tempo de aquisição de dados de cada medidor será diferente, e ainda eventualmente teremos perdas de pacotes e/ou ocasiões de *timeout* necessitando de uma reconexão.

Assim, os dados provenientes dos medidores não chegarão ao mesmo tempo para o módulo de processamento que por sua vez não conseguirá fornecer ao estimador de estados todos os dados necessários para sua perfeita operação simultaneamente. Inclusive, este é um dos motivos que optou-se por trabalhar com um *broker* de mensagens assíncronas desde o início.

Outro ponto é que os *Smart Meters* e as PMUs possuem uma base de sincronismo temporal diferente e portanto a estampa de tempo indicativa de cada dado irá ser ligeiramente diferente, mesmo que a taxa de amostragem seja a mesma. Dessa forma o estimador de estados irá trabalhar com intervalos de tempo superiores aos da amostragem de dados, onde será utilizada uma média dos dados amostrados durante o tempo de integração do

estimador de estados.

Um terceiro ponto a se destacar é a necessidade de tratamento dos dados quando estes apresentarem perdas de pacote permanentes ou atraso de transmissão acima do limite tolerável definido pelo projeto. Nesse caso é necessário uma metodologia de interpolação/extrapolação de dados de modo a completar as lacunas deixadas no banco de dados. Tal metodologia é uma das propostas futuras que não foi abordado durante os trabalhos desta tese de doutorado.

5.3 Módulo de Persistência

O módulo de persistência é projetado para armazenar as informações disponibilizadas pelos outros componentes do sistema e também servir para o fornecimento de dados a outros, notoriamente:

- Módulo de Pré-Processamento;
- Estimador de Estados;
- Plataforma de Visualização.

Os dados persistidos são utilizados para diversas aplicações, para o estimador de estados como entrada e saída de dados, para a plataforma de visualização a apresentação do estado estimado em tempo real e ainda para análises posteriores sobre as informações agregadas em espaços maiores de tempo.

Tendo em vista a aplicação necessária para esse trabalho alguns requisitos foram levantados, sendo:

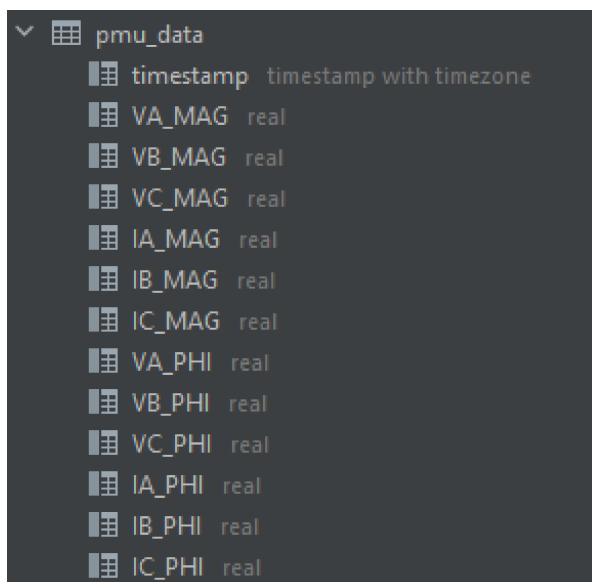
- Capacidade de armazenamento de grande volume de dados;
- Capacidade de consultas detalhadas em curto espaço de tempo;
- Capacidade de consultas agregadas em espaços maiores de tempo;
- Rotatividade dos dados brutos mais antigos;
- Armazenamento de informações consolidadas por períodos de tempo.

Dadas as características temporais e tabulares dos registros, optou-se pela utilização de um modelo relacional para a camada de persistência. O Sistema de Gerenciamento de Banco de Dados Relacionais (SGBDR) PostgreSQL foi o escolhido, tanto pela licença Open Source não restritiva quanto pelas funcionalidades de particionamento e indexação.

A principal restrição de desempenho e armazenamento está ligada à persistência da informação bruta proveniente das PMUs e *Smart Meters*. Com vários pontos de medição espalhados ao longo de determinada região de uma concessionária, as informações disponíveis através das PMUs e *Smart Meters* podem ser utilizadas à outras aplicações além da estimação de estados, como detecção e localização de faltas ao longo da linha, extração de índices de qualidade de energia, aplicações para detecção e localização de perdas comerciais de energia, entre outros. A possibilidade da aquisição de 2 fasores por ciclo, amplia essa gama de possibilidades porém apresenta um alto custo de desempenho e armazenamento para a camada de persistência. Por esse motivo recomenda-se a utilização de persistência em separado das aplicações apresentadas neste trabalho.

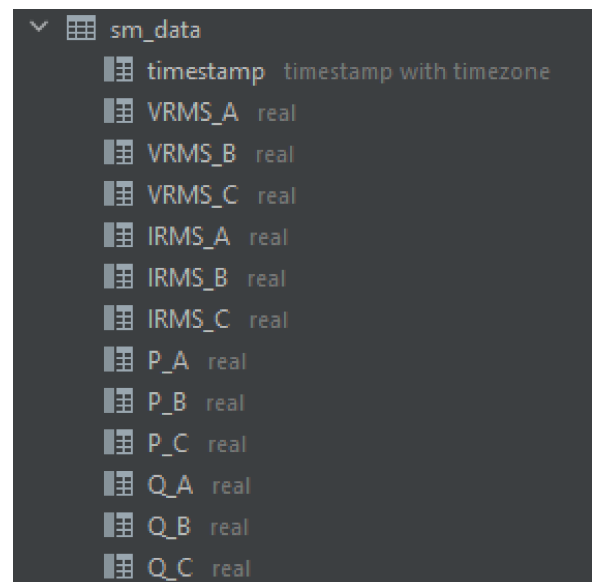
Para o propósito deste trabalho são criadas três tabelas principais para a persistência dos dados provenientes do módulo de processamento e do estimador de estados. As Figuras 12 e 13 apresentam as tabelas com os dados provenientes do módulo de pré-processamento, para as medidas das PMUs e *Smart Meters*, respectivamente. Já a tabela que irá persistir os dados resultantes da estimação de estados irá depender da arquitetura de cada sistema monitorado, onde serão levantados os dados das tensões nodais, correntes nos ramos e potências em todas as barras e linhas do sistema.

Figura 12 – Tabela do módulo de persistência de dados pós processado de PMU.



Column Name	Data Type
timestamp	timestamp with timezone
VA_MAG	real
VB_MAG	real
VC_MAG	real
IA_MAG	real
IB_MAG	real
IC_MAG	real
VA_PHI	real
VB_PHI	real
VC_PHI	real
IA_PHI	real
IB_PHI	real
IC_PHI	real

Figura 13 – Tabela do módulo de persistência de dados pós processado de *Smart Meter*.



Column Name	Data Type
timestamp	timestamp with timezone
VRMS_A	real
VRMS_B	real
VRMS_C	real
IRMS_A	real
IRMS_B	real
IRMS_C	real
P_A	real
P_B	real
P_C	real
Q_A	real
Q_B	real
Q_C	real

Fonte: Autor

Uma proposta para aumentar a eficiência da busca no banco de dados se dá pelo particionamento e indexação. O particionamento é uma técnica onde a tabela original pode ser considerada uma estrutura virtual, uma vez que as manipulações e consultas de dados são redirecionadas para estruturas menores, organizadas por uma condição de

separação. No PostgreSQL, essa condição pode ser por um intervalo de valores (como *timestamps*) ou por uma lista discreta de valores (como por exemplo categorias de registros específicos).

No presente trabalho pode-se aproveitar da característica inerente de todos os registros de estar associado à um determinado *timestamp*, e opta-se pelo particionamento por intervalo. De acordo com o uso esperado para o sistema pode-se escolher por partições de 24 horas. Isso significa que consultas feitas dentro de uma janela de um dia não terão o desempenho degradado de acordo com o crescimento do banco, uma vez que o SGBD concentra as buscas dentro da partição necessária. Outra vantagem do particionamento é a exclusão facilitada e rápida dos registros mais antigos, uma vez que as partições podem ser desassociadas e removidas sem necessidade de alteração na estrutura principal.

Já a indexação permite que consultas com determinados filtros não disparem uma busca sequencial em todos os registros da partição. Novamente uma característica intrínseca do contexto é utilizada para otimizar as consultas: os registros são inseridos em ordem cronológica. Por isso é possível utilizar a indexação BRIN (nativa do PostgreSQL) para garantir que as consultas com filtro de data possam disparar acesso ao disco apenas em determinadas páginas de armazenamento. O índice do tipo BRIN foi projetado para manipular tabelas muito grandes nas quais certas colunas têm alguma correlação natural com sua localização física na tabela.

5.4 Estimador de Estados

O módulo do estimador de estados, cerne deste trabalho, deve ser capaz de realizar a consulta dos dados necessários através de Queries SQL, aplicar as metodologias propostas através da construção e solução do problema de otimização e publicar os resultados da estimação de estados através do protocolo AMQP que irá direcionar ao módulo de persistência.

Ambas integrações, entre o estimador de estados e *broker* de mensagens, podem ser realizadas através de implementações simples em linguagem compilada C++ ou linguagem interpretada Python. Para a implementação da metodologia do estimador de estados, ambas linguagens de programação também tem potencial para sua execução, sendo que o Python tem a vantagem de uma implementação mais rápida, além de já contar com várias bibliotecas *Open Source* para os cálculos matriciais necessários, como a NumPy.

No momento da escrita deste trabalho, o programa do estimador de estados foi desenvolvido em ambiente Matlab®, e os resultados apresentados no próximo capítulo são frutos de simulações realizadas neste ambiente. A implementação do estimador de estados e o interfaceamento pleno com os demais módulos no momento está elencado dentro dos trabalhos futuros.

5.5 Plataforma de Visualização Gráfica

A parte final dos módulos suplementares ao estimador de estados diz respeito à plataforma de visualização gráfica dos dados. Esta plataforma tem por objetivo apresentar os resultados finais do processo de estimação de estados para que os operadores do Centro de Controle da concessionária possam acompanhar a rede em tempo real, de maneira fácil e intuitiva. Para essa finalidade, a ferramenta Grafana se apresenta como uma solução eficaz e robusta.

O Grafana é uma aplicação web de código aberto que provê a possibilidade de busca de dados em diversas fontes e os apresentar em forma de gráficos e tabelas, de acordo com a construção do usuário. Esse sistema é então utilizado para obter a partir das tabelas do banco de dados SQL (Postgresql) os dados da rede fornecidos pelo estimador, assim como possíveis configurações de alertas e detecções de eventos, que podem ser implementados a partir da consulta destes dados.

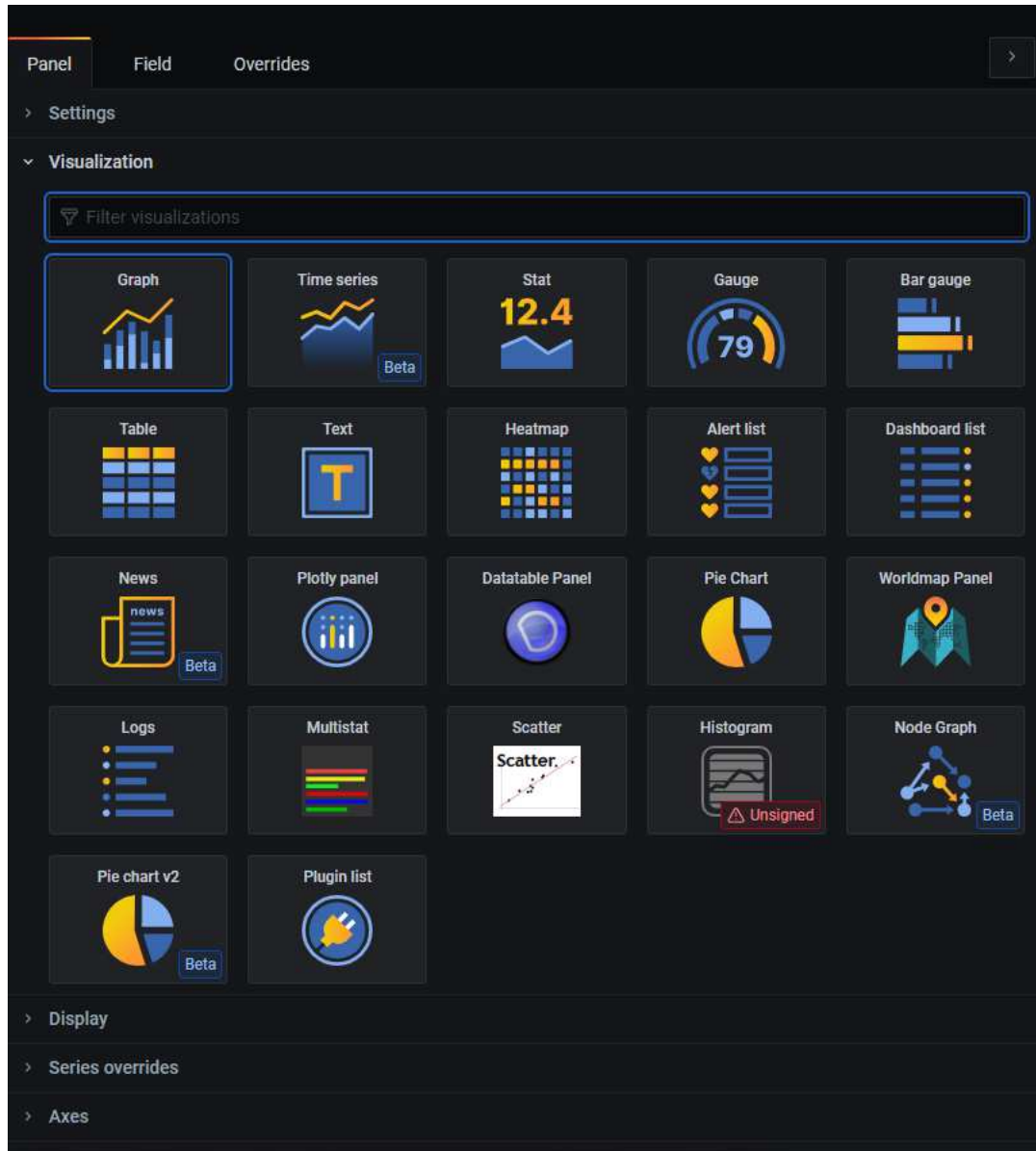
A aplicação permite a criação de *Dashboards* para visualização de dados. Os *dashboards* são instâncias para busca e apresentação dos dados previamente definidas. Em cada *dashboard* é possível definir livremente quais dados serão apresentados e de que forma estes serão expostos.

É possível portanto criar um ambiente que apresente apenas os valores mais recentes das grandezas elétricas da rede, se comportando como um monitor em tempo real da operação, ou um ambiente que apresenta a evolução temporal de alguns indicadores, como as potências das cargas, permitindo assim uma análise das curvas de carga no alimentador.

O Grafana permite a inclusão de uma série de gráficos, como gráficos de linhas, barras, gauge, histogramas, mapas de calor, entre outros. A Figura 14 apresenta a janela de seleção dos tipos de gráficos disponíveis na aplicação.

A Figura 15 apresenta um exemplo de *dashboard* construída no Grafana para a visualização de parâmetros elétricos de uma rede em tempo real. Já a Figura 16 apresenta uma tabela contendo valores agregados em intervalos de 1 minuto, de tensão e frequência, através de consulta SQL em banco de dados implementado na UFJF. Os dados são provenientes de medições realizadas em um circuito trifásico no Laboratório de Simulações Multiplataformas (LABSIM), através do uso de uma unidade *Merging Unit*. Os dados são coletados, processados e transmitidos à uma taxa de amostragem de 5 medidas por segundo através de uma fila assíncrona em *broker* de mensagens implementado em um servidor local. Os dados então são coletados e armazenados em um banco de dados SQL, de onde são utilizados para a apresentação gráfica e disponibilidade de consulta para usuários e aplicações externas.

Figura 14 – Tela para escolha dos gráficos no Grafana.



Fonte: Autor

Figura 15 – Exemplo de *Dashboard* no Grafana.

Fonte: Autor

Figura 16 – Dados Agregados Extraídos Através de Consulta SQL.

The screenshot shows a SQL console displaying the results of a query. The data is presented in a table with columns for timestamp, station, channel, avg_freq, and avg_rms60.

timestamp	station	channel	avg_freq	avg_rms60
2020-06-24 21:47:00.000000	ca	4	60.018036	130.28572
2020-06-24 21:47:00.000000	ca	5	60.018036	131.26274
2020-06-24 21:47:00.000000	ca	6	60.018005	130.88057
2020-06-24 21:48:00.000000	ca	4	60.02006	130.23181
2020-06-24 21:48:00.000000	ca	5	60.019997	130.89548
2020-06-24 21:48:00.000000	ca	6	60.019943	130.78935
2020-06-24 21:49:00.000000	ca	4	60.003307	130.34312
2020-06-24 21:49:00.000000	ca	5	60.0032	130.88435
2020-06-24 21:49:00.000000	ca	6	60.003166	131.10431
2020-06-24 21:50:00.000000	ca	4	60.005127	130.34322
2020-06-24 21:50:00.000000	ca	5	60.005234	131.04227
2020-06-24 21:50:00.000000	ca	6	60.00518	131.12593
2020-06-24 21:51:00.000000	ca	4	59.9943	130.32727
2020-06-24 21:51:00.000000	ca	5	59.994343	131.10378
2020-06-24 21:51:00.000000	ca	6	59.994102	131.12015
2020-06-24 21:52:00.000000	ca	4	59.98489	130.3053
2020-06-24 21:52:00.000000	ca	5	59.98495	130.99507
2020-06-24 21:52:00.000000	ca	6	59.98481	131.03099
2020-06-24 21:53:00.000000	ca	4	59.99421	130.25064
2020-06-24 21:53:00.000000	ca	5	59.994183	131.0375
2020-06-24 21:53:00.000000	ca	6	59.994053	131.15663
2020-06-24 21:54:00.000000	ca	4	60.01337	130.3415
2020-06-24 21:54:00.000000	ca	5	60.01332	131.00938
2020-06-24 21:54:00.000000	ca	6	60.01357	131.21974
2020-06-24 21:55:00.000000	ca	4	60.009888	130.62831
2020-06-24 21:55:00.000000	ca	5	60.009953	131.35135
2020-06-24 21:55:00.000000	ca	6	60.00987	131.46973

Fonte: Autor

6 TESTES E RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados resultados de simulações computacionais. São apresentados resultados de três estudos de caso:

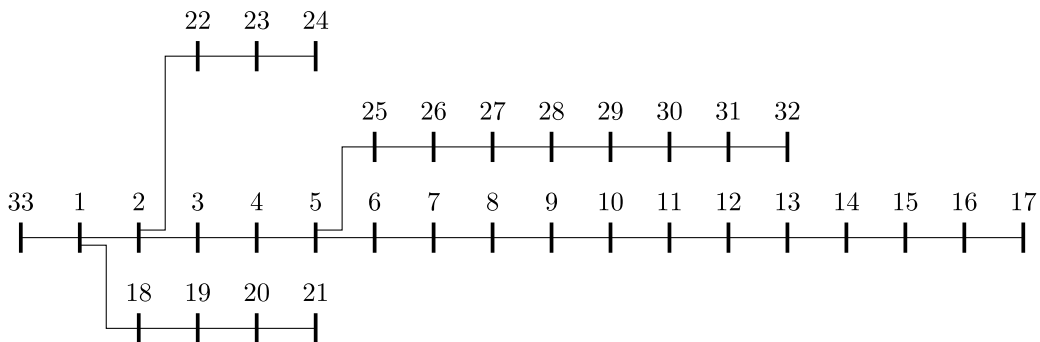
- O primeiro envolvendo o sistema 33 Barras em que a proposta de alocação dos medidores segue o mesmo já utilizado na metodologia de benchmark;
- O segundo ainda com o sistema 33 Barras mas com a nova proposta de alocação dos medidores;
- E por último é utilizado o sistema de distribuição do campus da UFJF, com as medidas coletadas em todas as subestações, já considerando a nova abordagem para alocação de medidores.

6.1 Sistema Teste 33 Barras - Sem Mudança Na Metodologia De Alocação De Medidores

O sistema de 33 barras utilizado nas simulações é uma modificação no sistema apresentado por Baran (BARAN; WU, 1989) e ilustrado na Figura 17, os dados deste sistema estão apresentados no Anexo B. A rede de 12,66 kV consiste de 33 barras, 4 alimentadores, 32 ramos e uma subestação representada pela barra 33. A potência base é de 1 MVA.

Para a metodologia de benchmark baseada em medição fasorial sincronizada (OLIVEIRA, B. C. de et al., 2018) as PMUs estão localizadas nas barras 33, 1, 2, 5, 16, 20, 23 e 31, tal como apresentado na Figura 1. Para a metodologia proposta neste trabalho, além da PMU na barra 33, estão alocados *Smart Meters* nas barras 1, 2, 5, 16, 20, 23 e 31, como na Figura 4. Este sistema não possui nenhuma barra de passagem.

Figura 17 – Representação do sistema de distribuição IEEE de 33 barras.



Fonte: Autor

Para as simulações foram considerados as seguintes características:

- O sistema 33 barras apresenta desequilíbrio entre fases para todas as barras, representando mais fielmente a realidade dos sistemas de distribuição;
- Foram incluídos erros de ruído branco nas medições na faixa de $\pm 0,4\%$ e $\pm 0,8\%$ para tensões e correntes da PMU, respectivamente, e de $\pm 1,0\%$ nas medidas de potência ativa e reativa e de módulo da tensão a partir dos *Smart Meters*. Cabe ressaltar aqui que os erros de medição são situações reais a que todo sistema de medição está exposto. Pode-se citar como fontes de erro de medição a acurácia dos transformadores de instrumentos definida pela sua classe de exatidão, as metodologias de cálculo durante o processamento de dados dos medidores e no caso dos *Smart Meters* a conversão dos valores eficazes de tensão medidos na baixa tensão para os valores refletidos no primário do transformador, em média tensão. Nesta situação em específico considera-se os parâmetros de enrolamento do primário e secundário do transformador, fornecidos pelo fabricante, para a conversão;
- O sistema foi simulado considerando um intervalo de 24h, com variação de carga a cada 15 minutos, perfazendo um total de 96 instantes de tempo para simulação. Isto significa que, para cada instante de tempo as cargas variam conforme curvas de carga pré-determinadas, os dados são utilizados como entrada do programa de *load flow* para obtenção das medidas que serão então utilizadas como entrada do estimador de estados. Para esta simulação em específico são utilizadas curvas de cargas teóricas que representam um conjunto de cargas individuais conectadas a transformadores, sendo aplicados fatores de multiplicação de carga randômicos para cada instante de tempo e cada barra, criando assim uma composição heterogênea de cargas no sistema.

A seguir são apresentados os resultados de simulação para o pior instante de tempo, isto é, o que apresentou no geral maiores erros em relação aos valores verdadeiros.

São apresentados os resultados do processo de estimação (magnitude e ângulo da tensão nas barras, potências ativa e reativa injetada nas barras) para a metodologia proposta e para a metodologia de benchmark (OLIVEIRA, B. C. de et al., 2018) (apresentada nas legendas dos gráficos como Estimador PMU) e os valores verdadeiros. Ainda são apresentados os gráficos dos erros percentuais entre ambas metodologias e os valores verdadeiros.

As Figuras 18 a 23 apresentam os resultados e erros para as magnitudes da tensão fases A, B e C. Pode-se notar que apesar do estimador proposto apresentar maiores erros percentuais nestas grandezas que o estimador de benchmark, o maior erro é na faixa de 0,18%, valor plenamente aceitável para a finalidade de um estimador de estados para sistemas de distribuição, que objetiva a supervisão da operação e auxílio no planejamento das concessionárias.

Figura 18 – Magnitude da Tensão da Fase A.

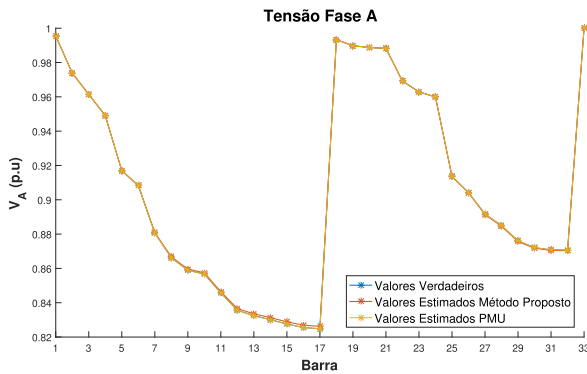
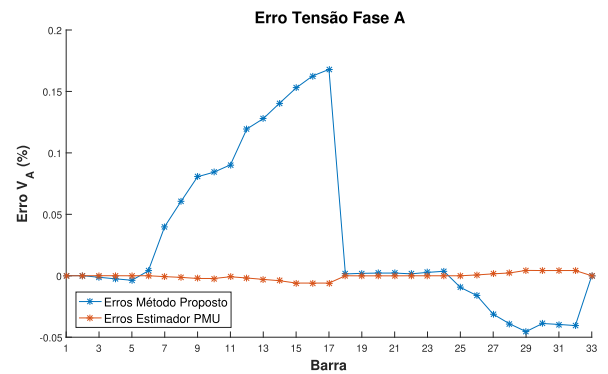


Figura 19 – Erro na Tensão da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 20 – Magnitude da Tensão da Fase B.

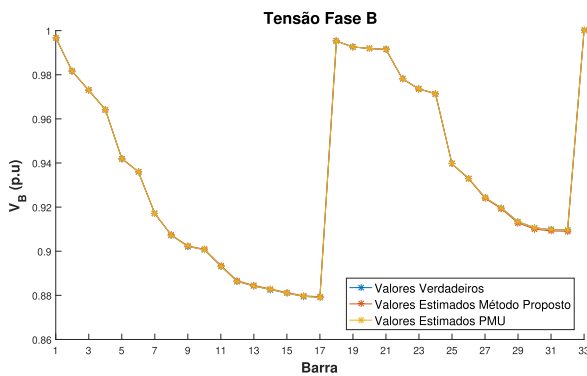
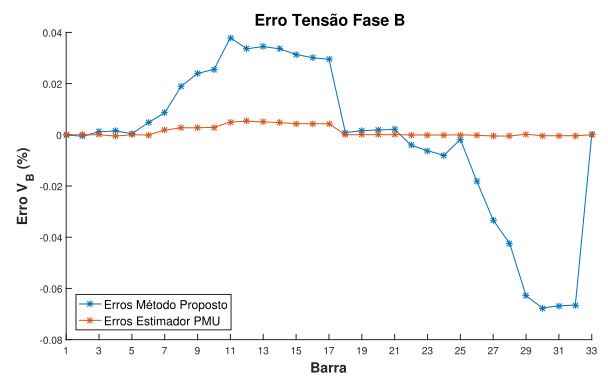


Figura 21 – Erro na Tensão da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 22 – Magnitude da Tensão da Fase C.

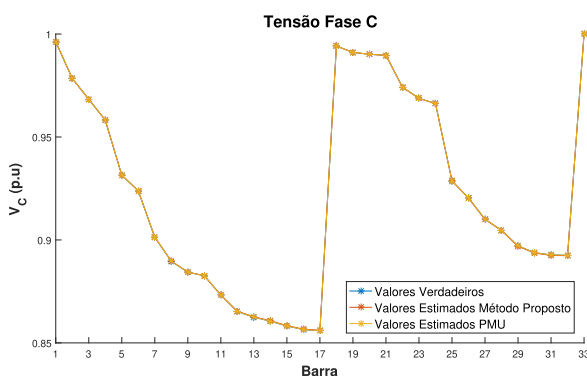
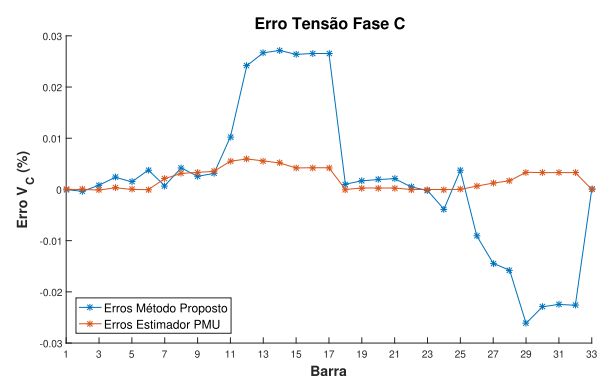


Figura 23 – Erro na Tensão da Fase C.



Fonte: Autor

Antes de prosseguir com a apresentação dos resultados vale ressaltar que já era esperado que a nova proposta do estimador de estados apresentasse erros superiores aos da metodologia de benchmark. Ao se analisar friamente a concepção técnica de ambas propostas a estimação utilizando medidas sincrofasoriais em média tensão é mais robusta

uma vez que se utiliza de dados mais precisos de módulo e ângulo, tanto de tensões nodais quanto de correntes nos ramos, já medidos em média tensão com uma base de sincronismo temporal bem definida. Entretanto como já apresentado anteriormente esta proposta se torna técnica e economicamente inviável.

Quando se propõe uma nova alternativa que utilize basicamente medidas eficazes em baixa tensão fica evidente a perda de qualidade das medições. Então neste ponto apresenta-se um grande desafio para a proposta em questão que é utilizar um modelo matemático para a representação das equações que tangem o estimador de estados nesta concepção e, aplicar um método de solução eficaz para o problema de otimização criado de forma a obter os melhores resultados possíveis que atendam os critérios definidos para a proposta a que ele fora concebido, um estimador de estados para sistemas de distribuição de energia elétrica em regime permanente para as atividades de supervisão da operação e planejamento da concessionária.

Com isto em mente, segue a apresentação dos resultados.

As Figuras 24 a 29 apresentam os resultados e erros para os ângulos da tensão fases A, B e C. Assim como a magnitude da tensão o estimador proposto apresentar maiores erros percentuais nos ângulos que o estimador de benchmark. O maior erro observado é na faixa de 3,5% para a fase A. Este valor se justifica pelo fato dos ângulos para esta fase serem próximos a zero, desta maneira, qualquer erro absoluto pequeno leva à um erro relativo de maiores proporções. Ao analisar os erros percentuais para as fases B e C pode-se observar que o valor máximo de erro cai para a faixa de 0,04%.

Figura 24 – Ângulo da Tensão da Fase A.

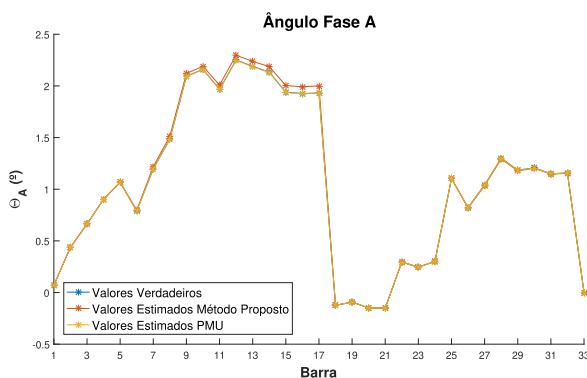
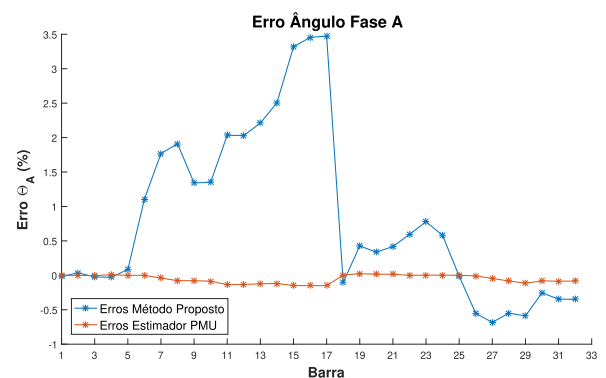


Figura 25 – Erro no Ângulo da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 26 – Ângulo da Tensão da Fase B.

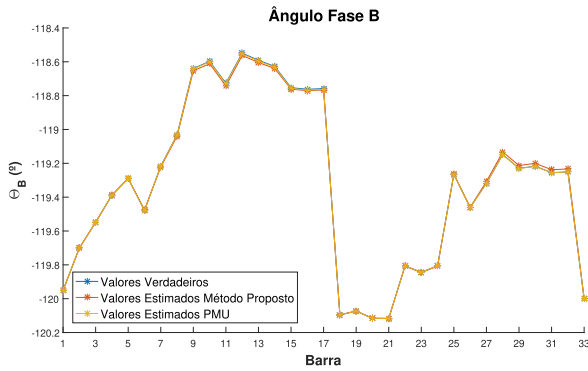
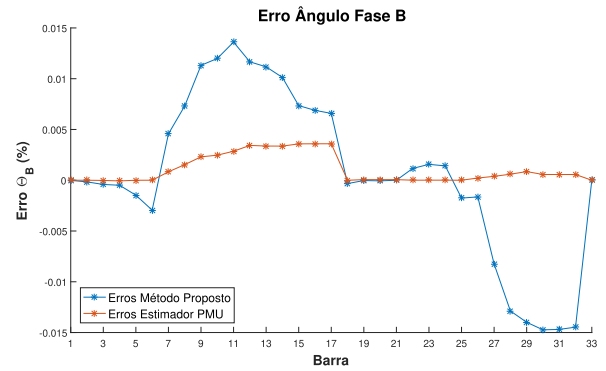


Figura 27 – Erro no Ângulo da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 28 – Ângulo da Tensão da Fase C.

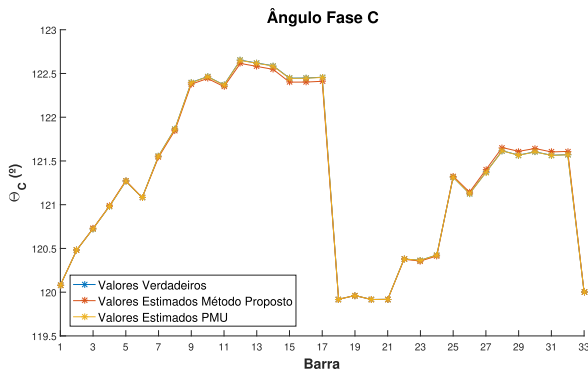
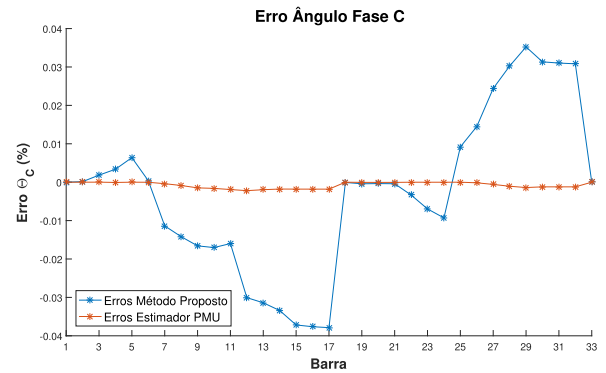


Figura 29 – Erro no Ângulo da Fase C.



Fonte: Autor

As Figuras 30 a 41 apresentam os resultados e erros para as potências ativa e reativa fases A, B e C. Como esperado, dado maior erro na estimação da magnitude e ângulo da tensão, os erros percentuais referentes à potências ativa e reativa se apresentaram maiores na metodologia proposta frente à metodologia de benchmark. É possível observar erros máximos na ordem de 5% nas potências.

Figura 30 – Potência Ativa da Fase A.

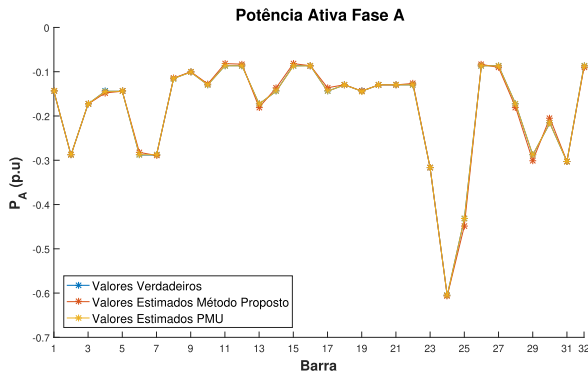
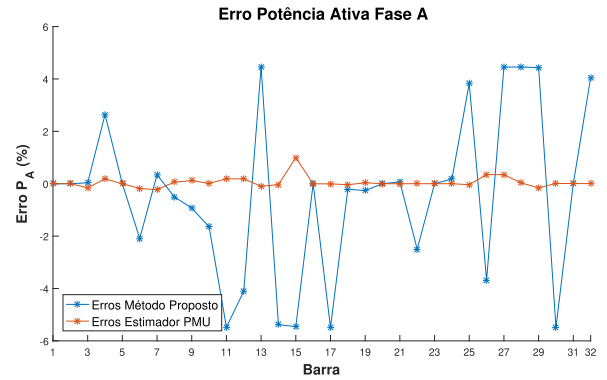


Figura 31 – Erro na Pot. Ativa da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 32 – Potência Ativa da Fase B.

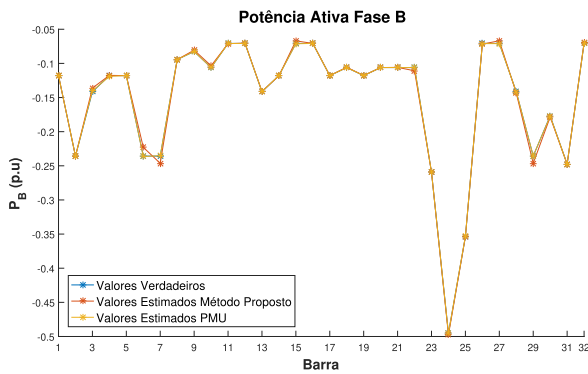
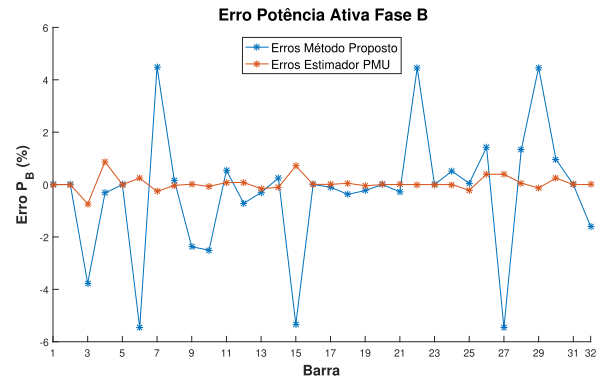


Figura 33 – Erro na Pot. Ativa da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 34 – Potência Ativa da Fase C.

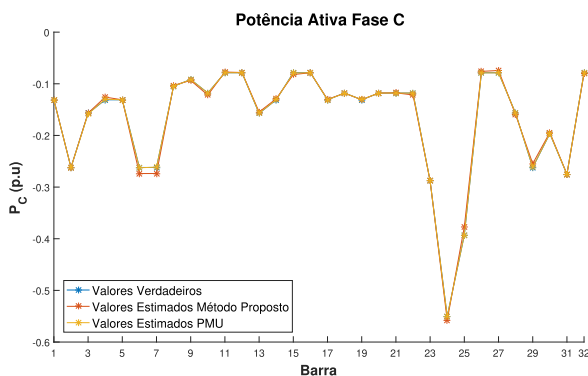
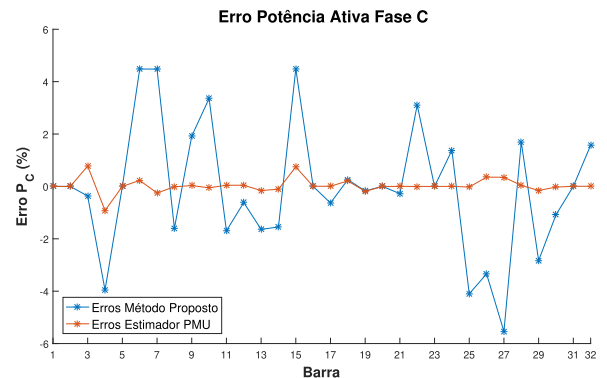


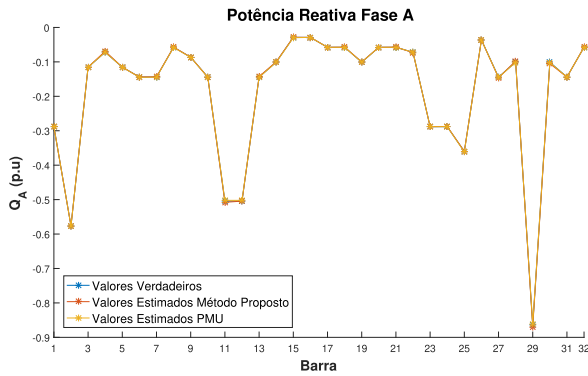
Figura 35 – Erro na Pot. Ativa da Fase C.



Fonte: Autor

É possível realizar algumas análises e considerações em relação a estes resultados. A metodologia proposta visa a consolidação de um estimador de estados para sistemas de distribuição que seja técnica e economicamente viável a sua instalação.

Figura 36 – Potência Reativa da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 37 – Erro Pot. Reativa da Fase A.

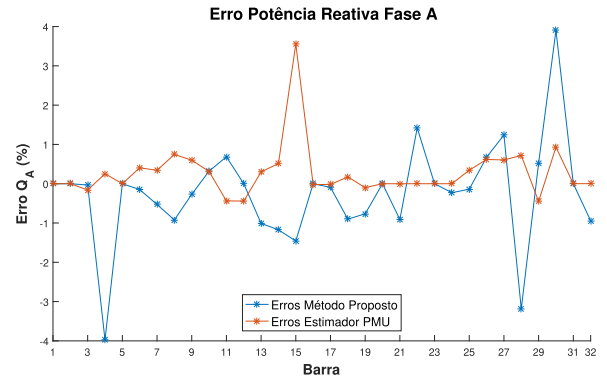
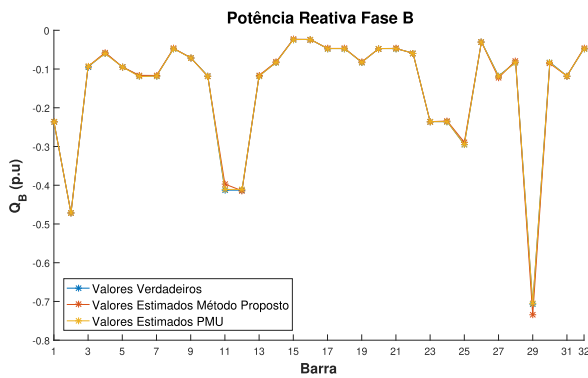


Figura 38 – Potência Reativa da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 39 – Erro Pot. Reativa da Fase B.

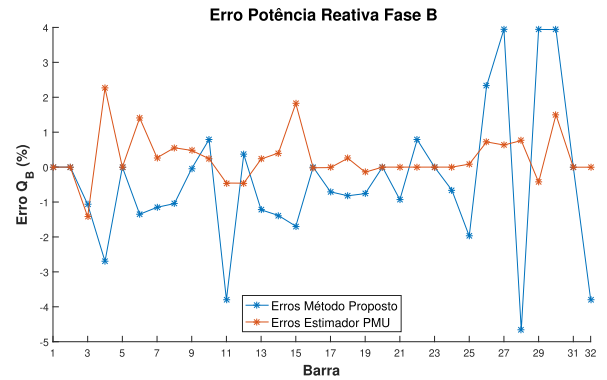
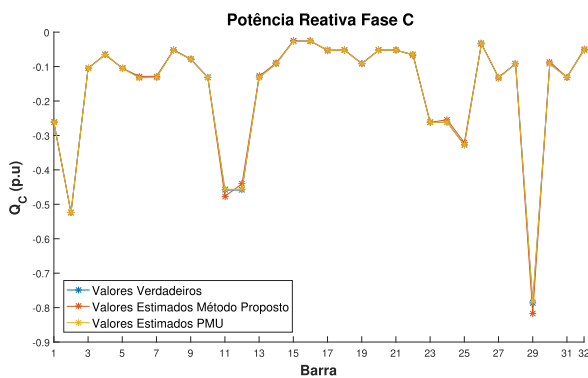
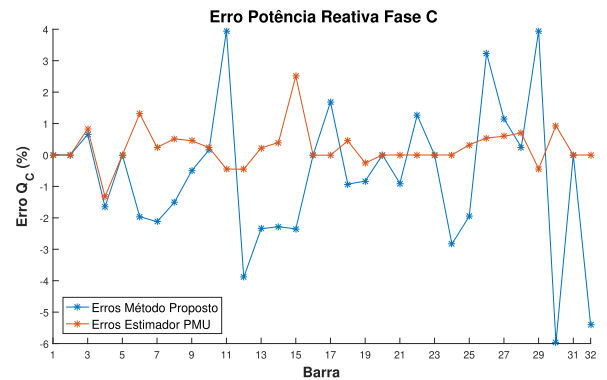


Figura 40 – Potência Reativa da Fase C.



Fonte: Autor

Figura 41 – Erro Pot. Reativa da Fase C.



A proposta de alocação apresentada apenas considerou a substituição das PMUs nos entroncamentos e final de alimentador, tal como apresentado pela metodologia de benchmark, por *Smart Meters* na saída de baixa tensão destes barramentos.

Era de fato esperado uma diminuição na qualidade dos resultados apresentados com a substituição das medidas sincrofasoriais pelas medidas de grandezas eficazes, visto que, para cada entroncamento que uma PMU era instalada, eram medidas as correntes em todos os ramos adjacentes além da tensão fasorial no barramento. Para o sistema apresentado isso consistia em três medidas de corrente e uma de tensão por barramento, considerando parte real e imaginária, 8 medidas ao todo. Ainda para as PMUs nos finais de alimentadores eram obtidas medidas de corrente para os ramos imediatamente à jusante e à montante da barra, além da tensão fasorial, representando duas medidas de corrente e uma de tensão, com as devidas parcelas real e imaginária, 6 medidas ao todo.

Para a metodologia proposta, com a alocação dos *Smart Meters* nos entroncamentos, são obtidas medidas das potências e módulo da tensão nestes barramentos representando 3 medidas frente às 8 da metodologia com medição fasorial. Ainda nos barramentos de final de alimentador, seguindo a mesma analogia, o número de medidas cai de 6 para 3. Com um número menor de medidas, cresce a incerteza do problema e conseqüentemente os erros no resultado final.

Ainda, deve-se analisar que um erro de 5% nas potências, representaria para um transformador de 45KVA, operando em carga nominal e com fator de potência igual a 0,92, um desvio de 2,07KW e 0,88KVAR para as potências ativa e reativa, respectivamente. Valores também aceitáveis para a finalidade de supervisão da operação do sistema assim como para o planejamento.

Em soma a todos os aspectos apresentados até aqui, vale ainda destacar que a proposta apresentada representa uma redução de custo somente de material na ordem de 80% para o sistema em questão, como apresentado pelas Tabelas 1 e 2. Ainda ganha-se todos os benefícios em termos de serviço e viabilidade técnica já destacados no capítulo 4.

A seguir são apresentados os erros da metodologia proposta (em módulo para melhor visualização) frente os valores verdadeiros para todos os instantes de tempo através de gráficos de superfície de três dimensões.

Em termos gerais este sistema apresentou erros médios conforme listado na Tabela 5. Como já mencionado, este primeiro teste foi conduzido de forma que a alocação dos *Smart Meters* seguisse a mesma proposta da metodologia de benchmark, na próxima seção é abordada uma nova premissa para a alocação dos medidores.

Figura 42 – Erro na Tensão da Fase A 24h.

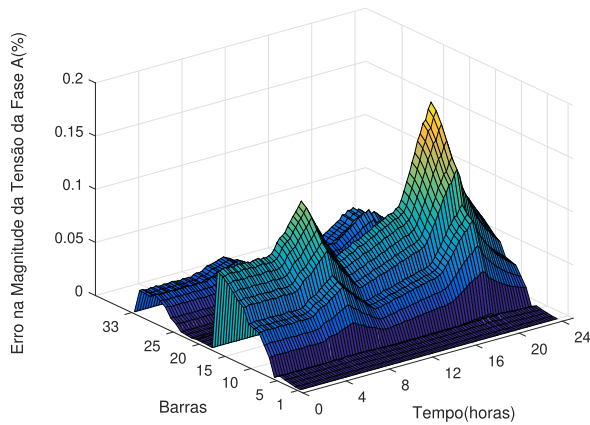
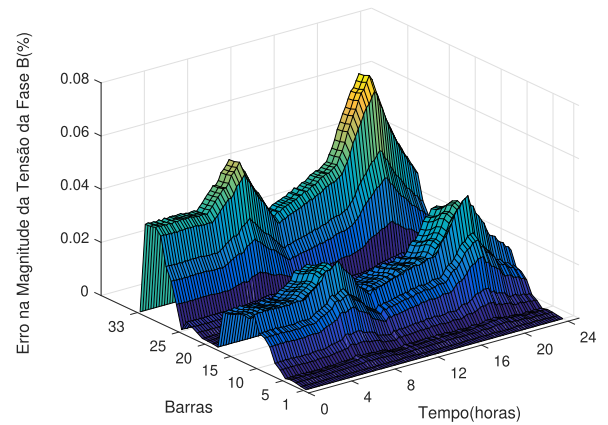


Figura 43 – Erro na Tensão da Fase B 24h.



Fonte: Autor

Figura 44 – Erro na Tensão da Fase C 24h.

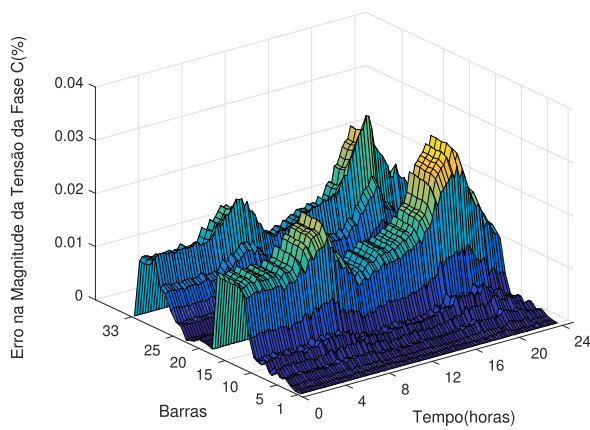
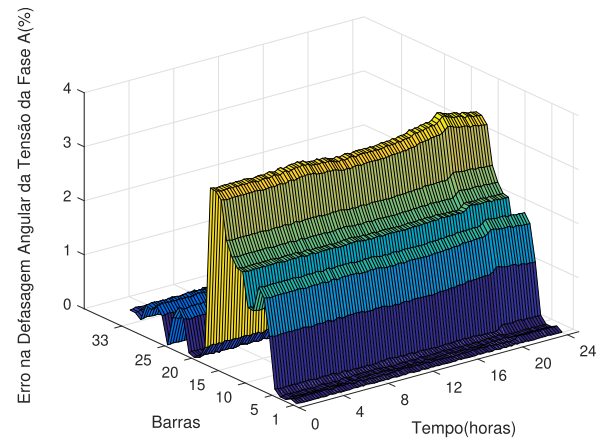


Figura 45 – Erro no Ângulo da Fase A 24h.



Fonte: Autor

Figura 46 – Erro no Ângulo da Fase B 24h.

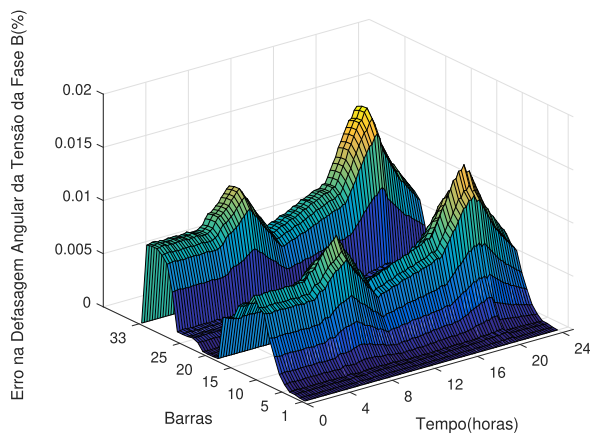
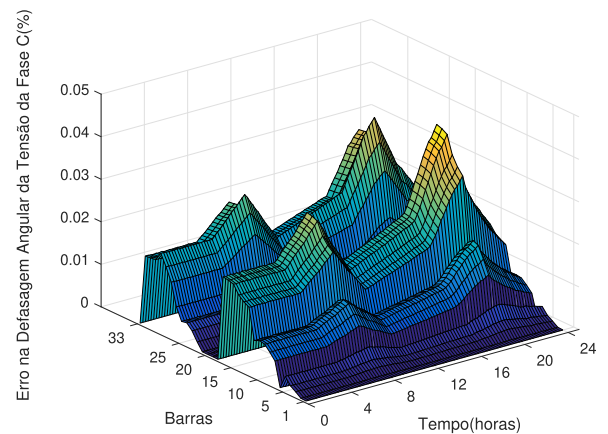


Figura 47 – Erro no Ângulo da Fase C 24h.



Fonte: Autor

Figura 48 – Erro na Pot. Ativa da Fase A 24h.

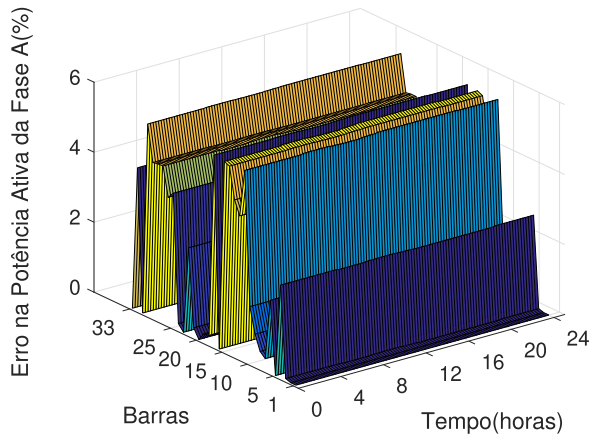
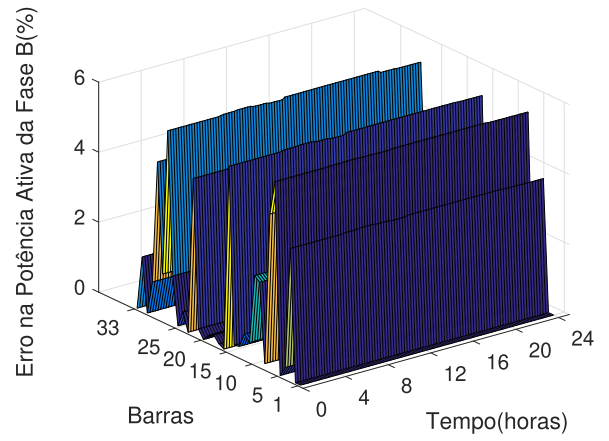


Figura 49 – Erro na Pot. Ativa da Fase B 24h.



Fonte: Autor

Figura 50 – Erro na Pot. Ativa da Fase C 24h.

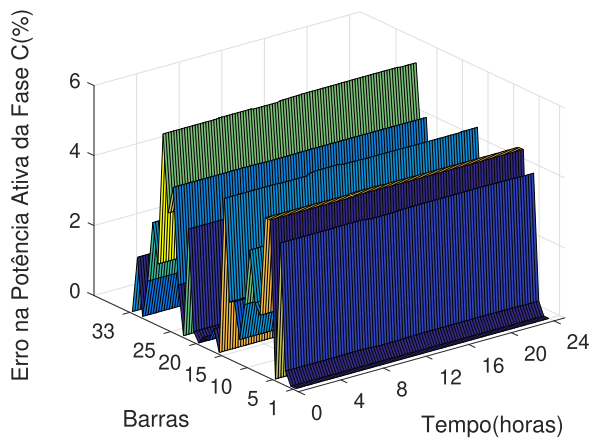
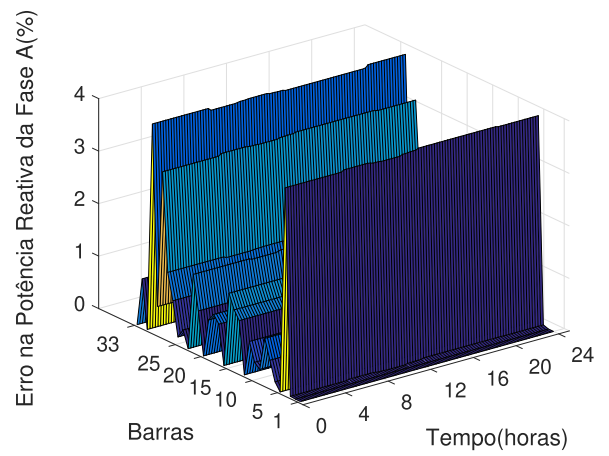


Figura 51 – Erro Pot. Reativa da Fase A 24h.



Fonte: Autor

Figura 52 – Erro Pot. Reativa da Fase B 24h.

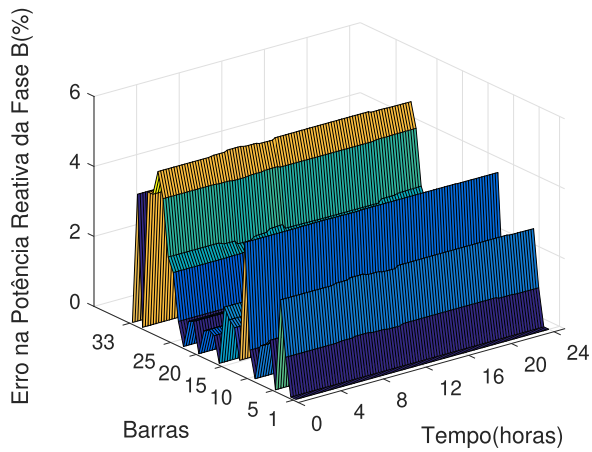
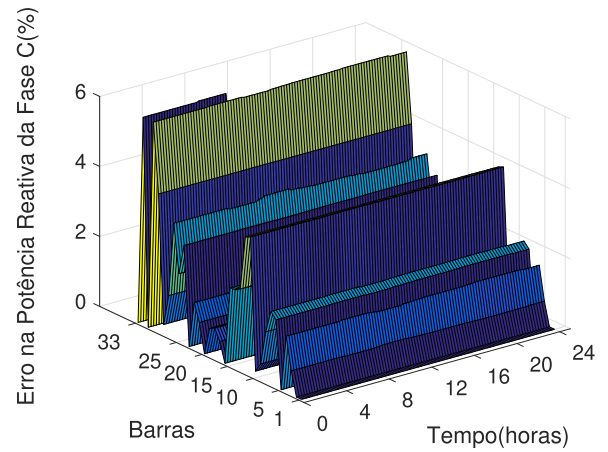


Figura 53 – Erro Pot. Reativa da Fase C 24h.



Fonte: Autor

Tabela 5 – Erros Médios do Estimador de Estado para o Estudo de Caso 1.

Grandeza	Erro Médio	Grandeza	Erro Médio
P_A	2,63%	V_A	0,41%
P_B	1,39%	V_B	0,38%
P_C	1,55%	V_C	0,059%
Q_A	0,85%	θ_A	0,16%
Q_B	1,56%	θ_B	0,065%
Q_C	1,10%	θ_C	0,17%

Fonte: Autor

6.2 Sistema Teste 33 Barras - Nova Premissa De Alocação De Medidores

Nesta seção são apresentados os resultados do estimador de estados para o mesmo sistema da seção anterior porém considerando uma nova premissa para alocação dos *Smart Meters*.

Como já apresentado a proposta de alocação anterior vem da metodologia de benchmark que utiliza de medições sincrofasoriais nos entroncamentos e finais dos alimentadores para poder realizar o processo de estimação de estado de maneira descentralizada. Entretanto, com a metodologia proposta nessa tese de doutorado não há a possibilidade de utilizar a descentralização do sistema uma vez que as medidas dos *Smart Meters* são feitas na baixa tensão, assim não tem-se a referência angular para os entroncamentos. Por esse motivo a proposta de alocação anterior deixa de ser coerente.

Como forma de perseguir um melhor resultado do estimador de estados, adotou-se uma nova premissa para a alocação dos *Smart Meters* a partir de observações dos resultados anteriores. É possível notar nos gráficos dos erros máximos que os maiores erros estão presentes entre barras contíguas com maior diferença de potência nominal e principalmente ao final dos alimentadores laterais.

É notável que o estimador de estados como proposto trabalha com a formulação de queda de tensão para o cálculo das grandezas elétricas a partir das variáveis de estados. Logo erros ao final do processo iterativo em determinada barra são parcialmente compensados na barras à jusante para que a tensão medida ao final da barra vá de encontro com a tensão estimada pelo algoritmo de otimização. Quanto mais próximo do final do alimentador se apresenta um erro, maior é a necessidade de compensação nas poucas barras à jusante para a adequação do nível de tensão no final do alimentador. Da mesma maneira, erros relativamente pequenos em barras de grande potência nominal criam erros relativamente grandes em barras de pequena potência nominal à jusante, para que o nível de tensão ao final do alimentador seja o mais próximo possível do valor medido e o algoritmo siga para a convergência.

Com base nessas observações definiu-se uma premissa de alocação nas barras com maior potência no sistema, sendo consideradas para esta questão as barras que ultrapassem o limiar do somatório da mediana de potência do sistema mais um desvio padrão. Para o sistema 33 barras apresentado, as barras que receberão *Smart Meters* seguindo essa premissa são: 2, 6, 7, 23, 24, 25, 29 e 31.

Realizou-se então nova simulação adotando-se as mesmas características da anterior. A seguir são apresentados os resultados de simulação para o pior instante de tempo, isto é, o que apresentou no geral maiores erros em relação aos valores verdadeiros.

São apresentados os resultados do processo de estimação (magnitude e ângulo da tensão nas barras, potências ativa e reativa injetada nas barras) para a metodologia

proposta e os valores verdadeiros. Ainda são apresentados os gráficos dos erros percentuais entre ambas metodologias e os valores verdadeiros.

As Figuras 54 a 59 apresentam os resultados e erros para as magnitudes da tensão fases A, B e C. O maior erro para tensão apresentado com a nova abordagem de alocação dos medidores é de 0,1%.

Figura 54 – Magnitude da Tensão da Fase A.

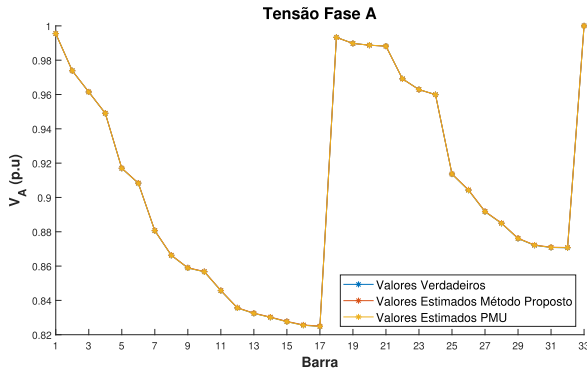
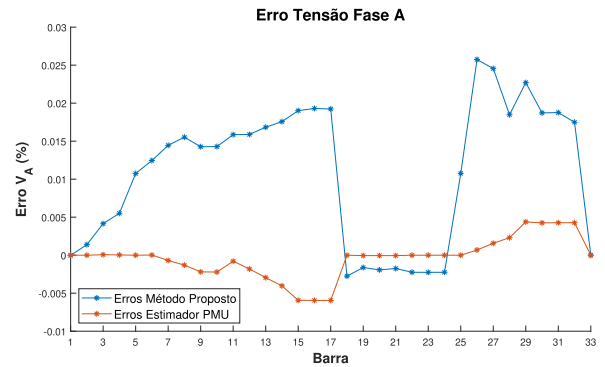


Figura 55 – Erro na Tensão da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 56 – Magnitude da Tensão da Fase B.

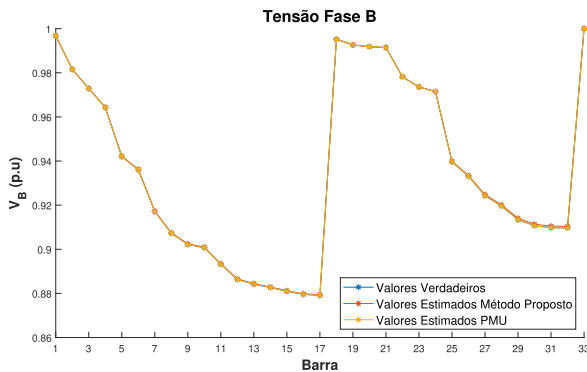
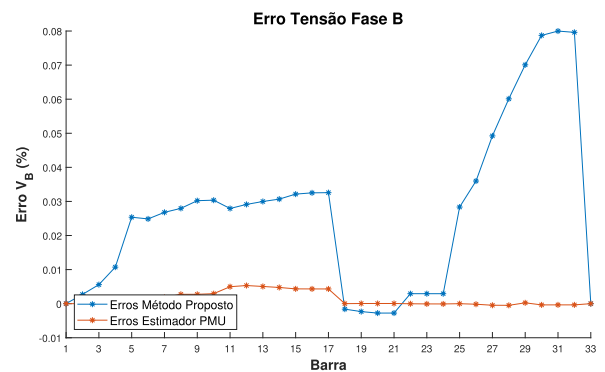


Figura 57 – Erro na Tensão da Fase B.



Fonte: Autor

As Figuras 60 a 65 apresentam os resultados e erros para os ângulos da tensão fases A, B e C.

Figura 58 – Magnitude da Tensão da Fase C.

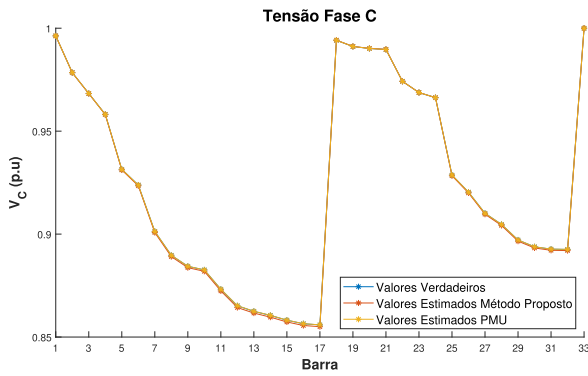
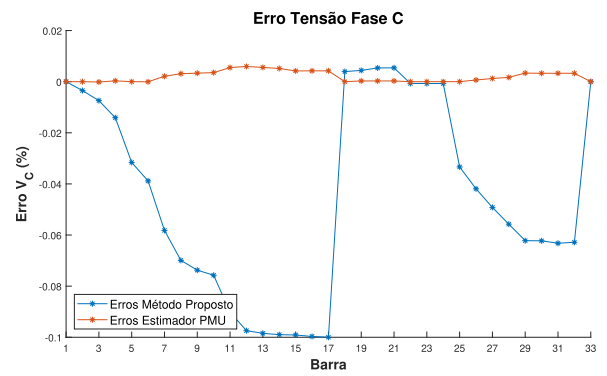


Figura 59 – Erro na Tensão da Fase C.



Fonte: Autor

Figura 60 – Ângulo da Tensão da Fase A.

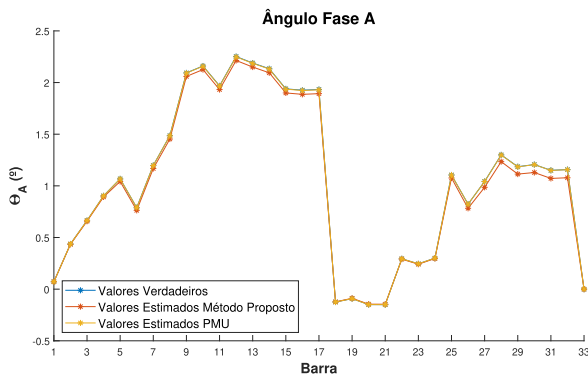
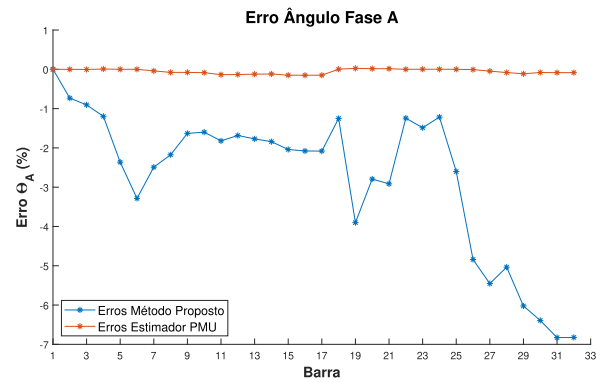


Figura 61 – Erro no Ângulo da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 62 – Ângulo da Tensão da Fase B.

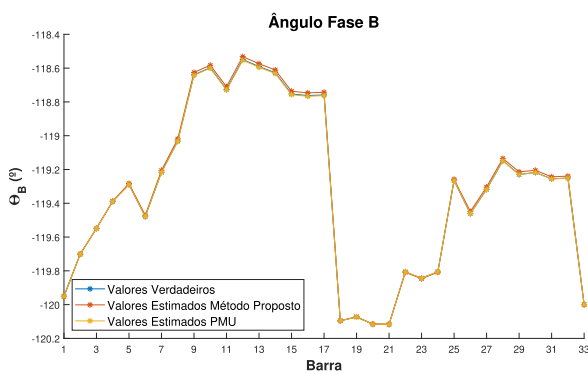
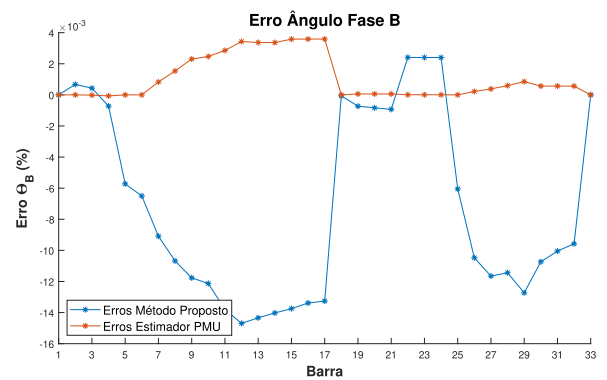


Figura 63 – Erro no Ângulo da Fase B.



Fonte: Autor

O maior erro observado para o ângulo com a nova abordagem de alocação de medidores é de aproximadamente 6,8% para a fase A. Da mesma forma, esse valor se

Figura 64 – Ângulo da Tensão da Fase C.

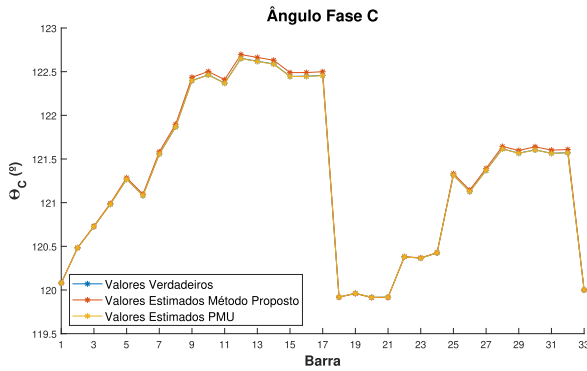
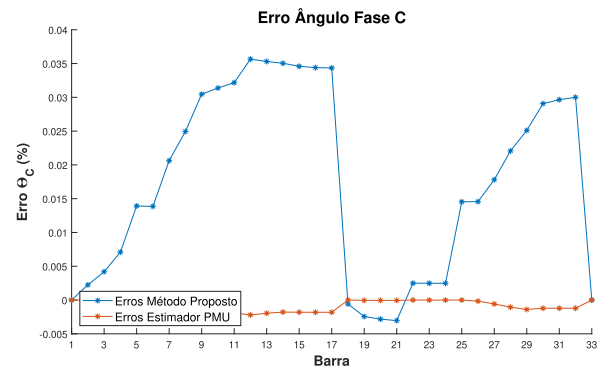


Figura 65 – Erro no Ângulo da Fase C.



Fonte: Autor

justifica pelo fato dos ângulos para esta fase serem próximos à zero, assim, qualquer erro absoluto pequeno leva à um erro relativo de maior proporção. Ao analisar os erros percentuais para as fases B e C pode-se observar que o valor máximo de erro cai para a faixa de 0,035%.

As Figuras 66 a 77 apresentam os resultados e erros para as potências ativa e reativa fases A, B e C. É possível observar erros máximos na ordem de 6,5% nas potências reativas, resultados em linha da ordem de grandeza apresentados frente a abordagem de alocação de medidores anterior, ainda que seja notável a melhora nos resultados para magnitude e ângulo de tensão e também para potência ativa, destacando que as potências reativas apresentam valores absolutos inferiores aos da potência ativa, traduzindo-se em erros relativos superiores em caso de erros absolutos de mesma proporção.

Figura 66 – Potência Ativa da Fase A.

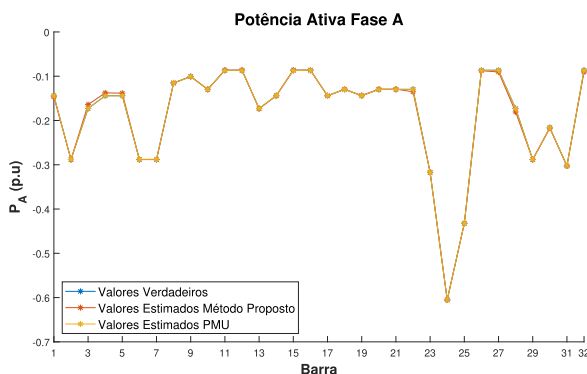
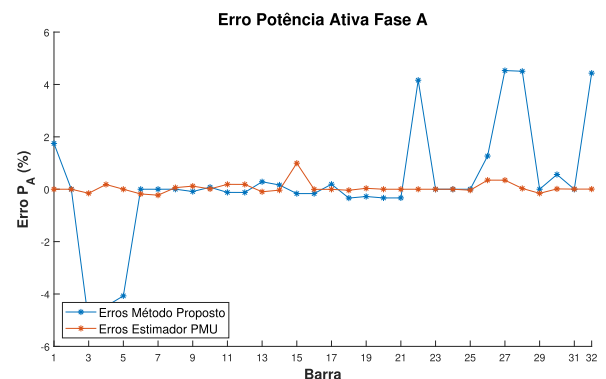
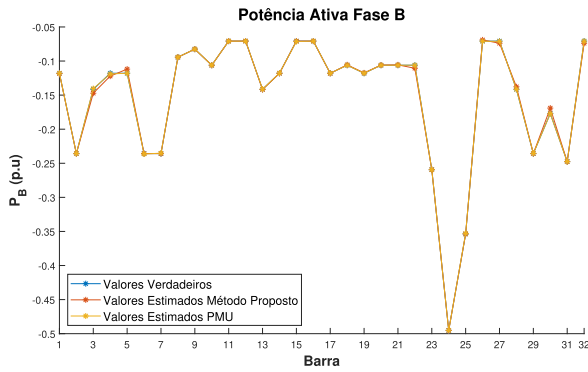


Figura 67 – Erro na Pot. Ativa da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 68 – Potência Ativa da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 69 – Erro na Pot. Ativa da Fase B.

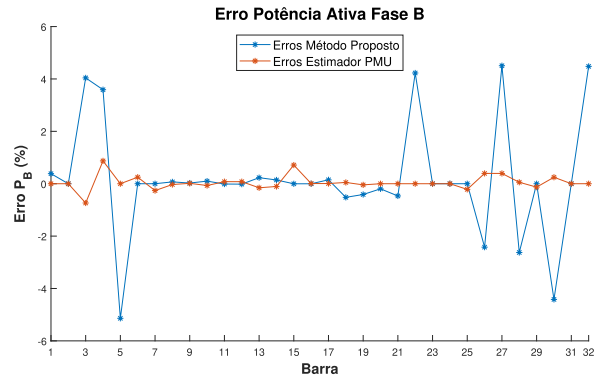
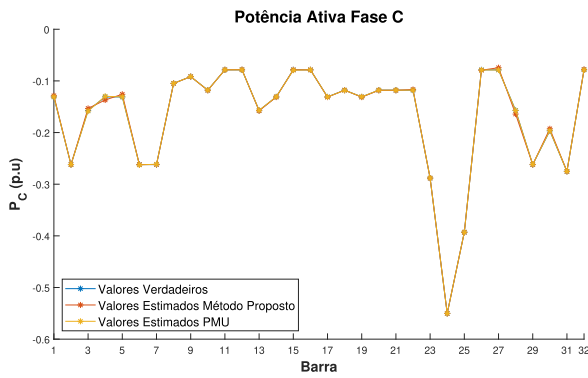


Figura 70 – Potência Ativa da Fase C.



Fonte: Autor

Figura 71 – Erro na Pot. Ativa da Fase C.

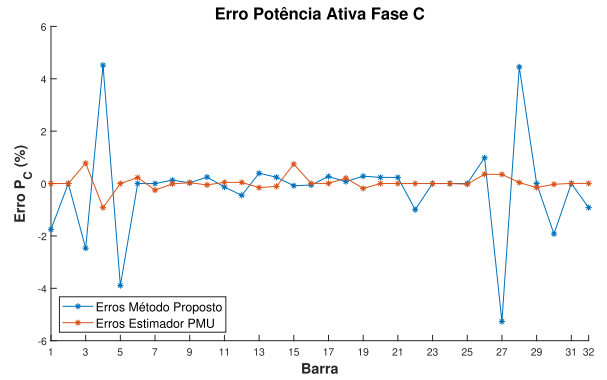
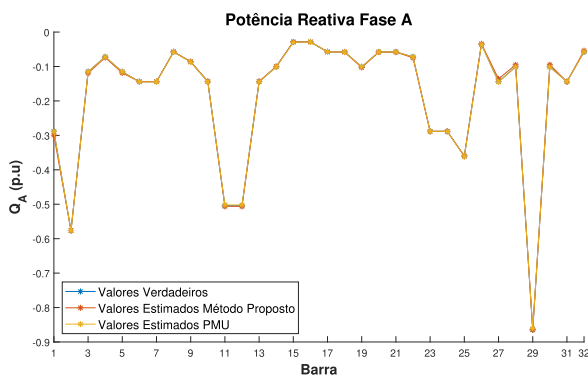


Figura 72 – Potência Reativa da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 73 – Erro Pot. Reativa da Fase A.

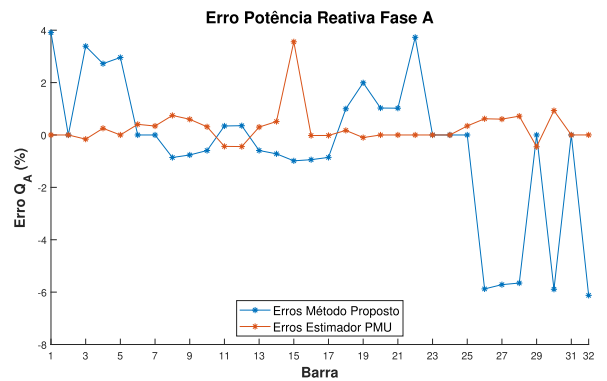


Figura 74 – Potência Reativa da Fase B.

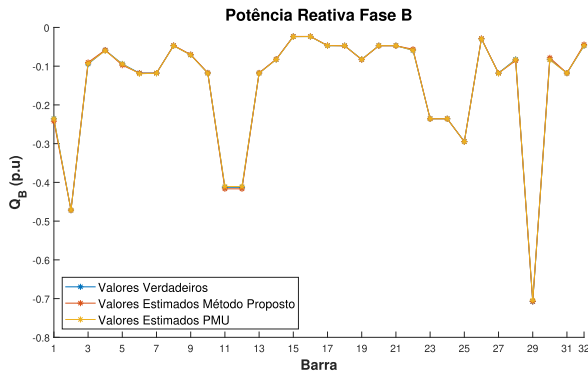
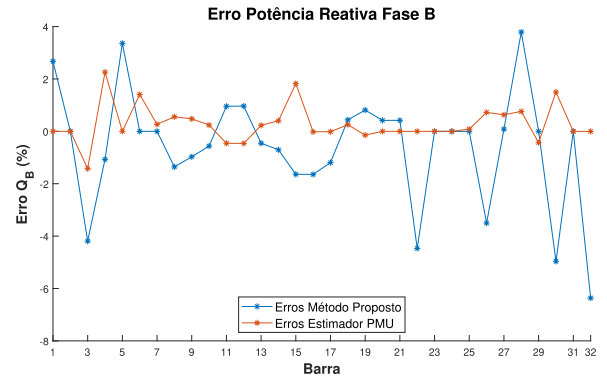


Figura 75 – Erro Pot. Reativa da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 76 – Potência Reativa da Fase C.

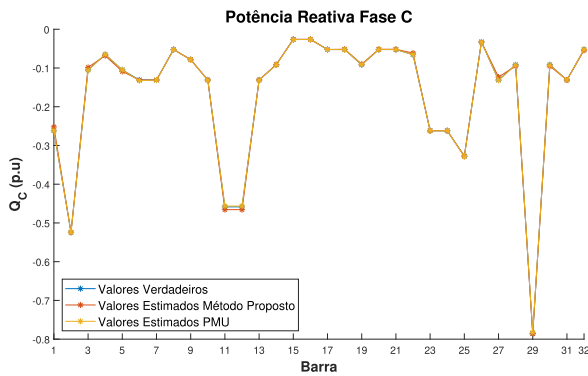
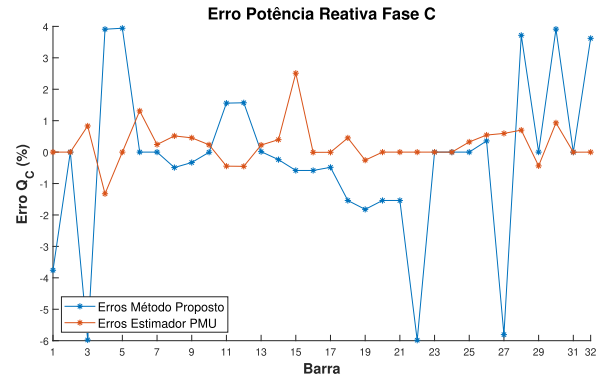


Figura 77 – Erro Pot. Reativa da Fase C.



Fonte: Autor

A seguir são apresentados os erros da metodologia proposta (em módulo para melhor visualização) frente os valores verdadeiros para todos os instantes de tempo através de gráficos de superfície de três dimensões.

Figura 78 – Erro na Tensão da Fase A 24h.

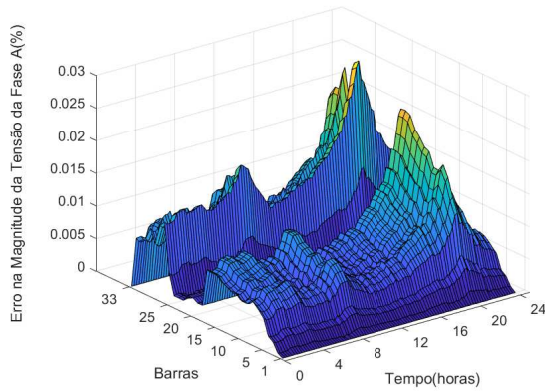
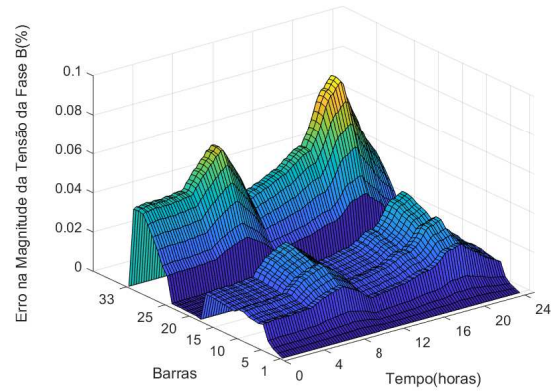


Figura 79 – Erro na Tensão da Fase B 24h.



Fonte: Autor

Figura 80 – Erro na Tensão da Fase C 24h.

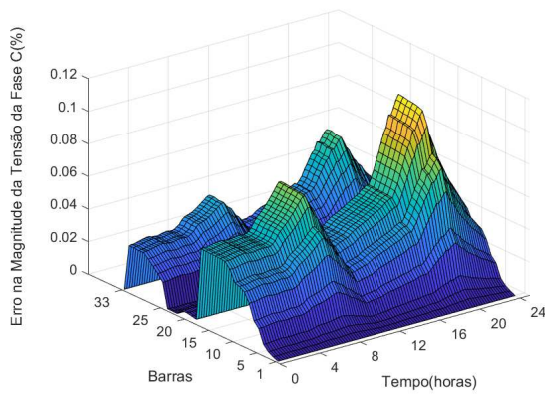
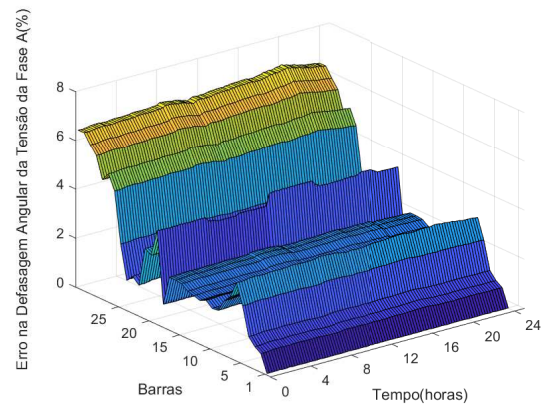


Figura 81 – Erro no Ângulo da Fase A 24h.



Fonte: Autor

Figura 82 – Erro no Ângulo da Fase B 24h.

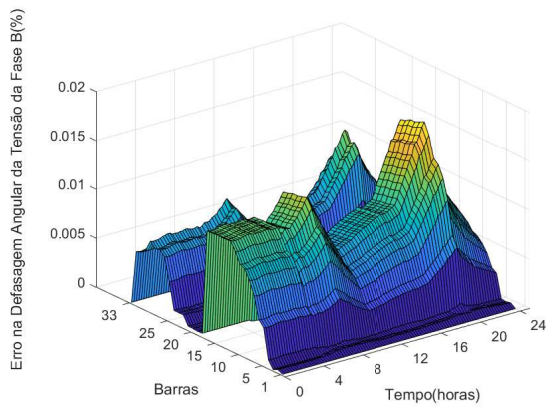
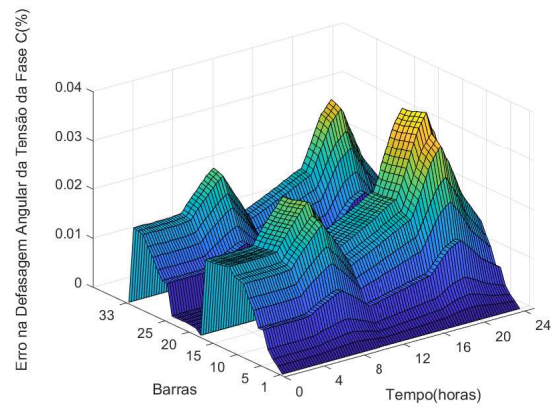


Figura 83 – Erro no Ângulo da Fase C 24h.



Fonte: Autor

Figura 84 – Erro na Pot. Ativa da Fase A 24h.

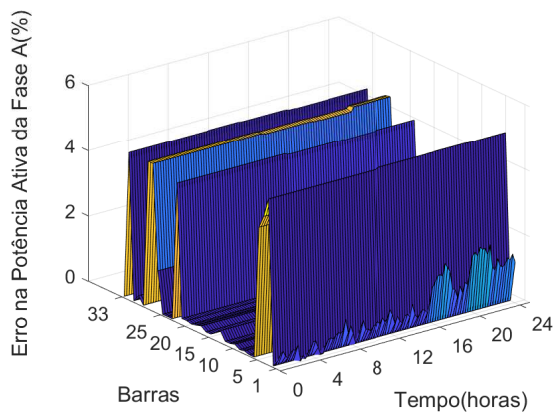
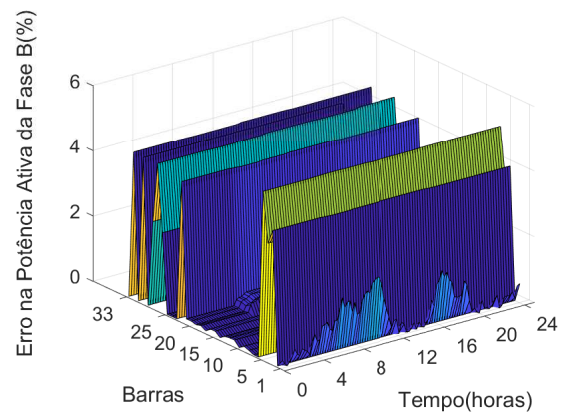


Figura 85 – Erro na Pot. Ativa da Fase B 24h.



Fonte: Autor

Figura 86 – Erro na Pot. Ativa da Fase C 24h.

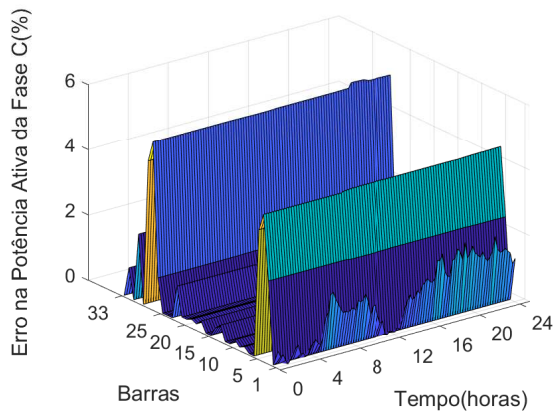
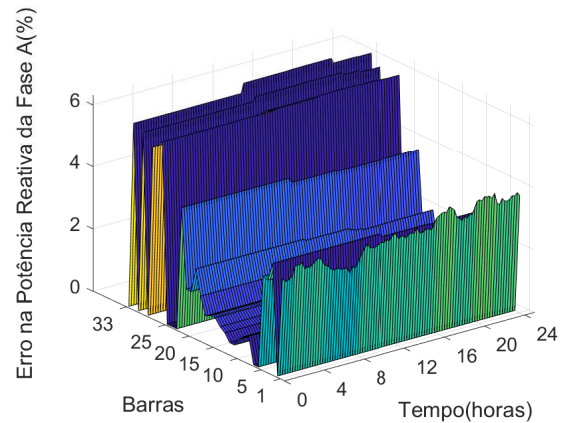


Figura 87 – Erro Pot. Reativa da Fase A 24h.



Fonte: Autor

Figura 88 – Erro Pot. Reativa da Fase B 24h.

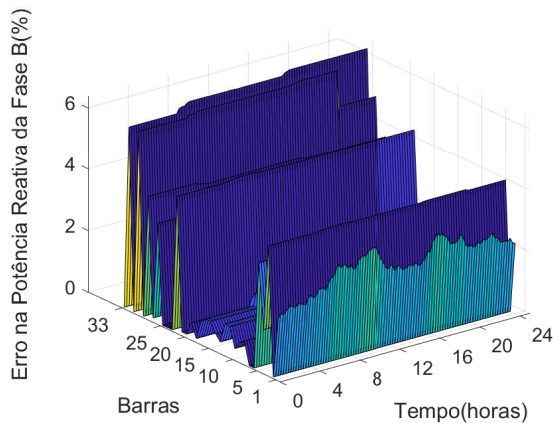
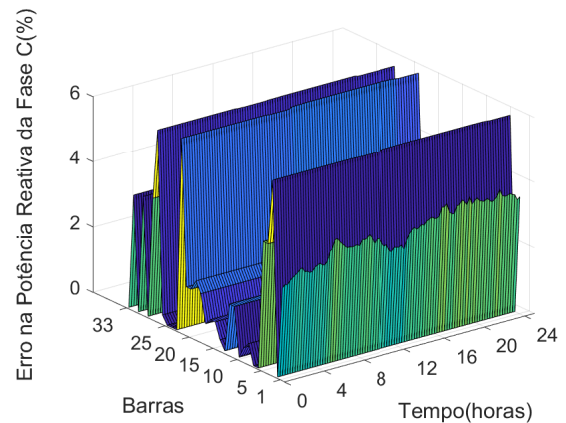


Figura 89 – Erro Pot. Reativa da Fase C 24h.



Fonte: Autor

A Tabela 6 apresenta uma comparação de erros médios confrontando as duas abordagens de alocação de medidores analisadas. Vale observar que houve melhora de resultados para a estimação das magnitudes e ângulos de tensão, e que os resultados de potência reativa se assemelham. Assim, pelos ganhos apresentados pode-se inferir a melhora geral do resultado da estimação de estados.

Vale ainda mencionar que a premissa para alocação de medidores abordada nesse teste levou em consideração apenas o sistema teste 33 barras, sendo realizada a partir de análise dos resultados apresentados na seção anterior. Uma proposta de continuidade desse trabalho é um estudo de metodologia ótima de alocação de medidores para o estimador de estados em questão. Tal estudo, se realizado com outros sistemas maiores, mais complexos e realistas, pode produzir resultados interessantes para a proposta.

Tabela 6 – Comparativo de Erros Médios do Estimador de Estado Para os Estudos de Caso Apresentados.

Alocação Antiga		Nova Alocação	
Grandeza	Erro Médio	Grandeza	Erro Médio
P_A	2,63%	P_A	1,08%
P_B	1,39%	P_B	1,17%
P_C	1,55%	P_C	0,88%
Q_A	0,85%	Q_A	1,77%
Q_B	1,56%	Q_B	1,40%
Q_C	1,10%	Q_C	1,60%
V_A	0,41%	V_A	0,050%
V_B	0,38%	V_B	0,13%
V_C	0,059%	V_C	0,22%
θ_A	0,16%	θ_A	0,12%
θ_B	0,065%	θ_B	0,042%
θ_C	0,17%	θ_C	0,087%

Fonte: Autor

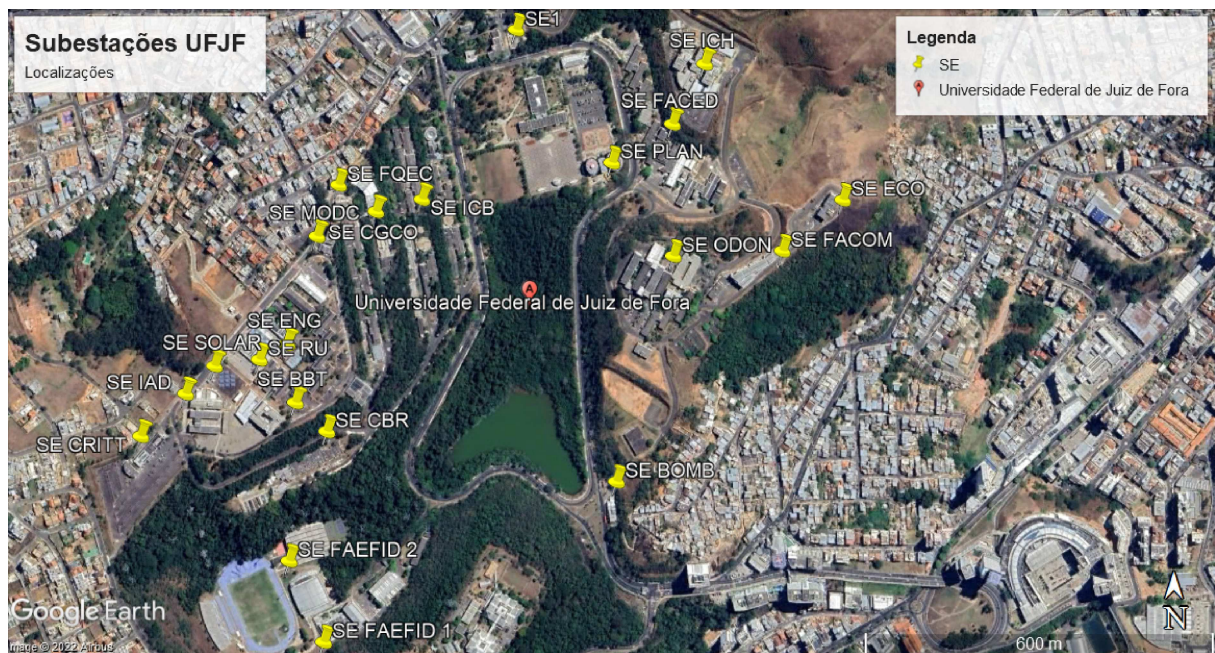
6.3 Rede De Distribuição UFJF

Com o intuito de aplicar o estimador de estados desenvolvido neste trabalho no mundo real, em paralelo ao trabalho acadêmico até então apresentado, o autor desenvolve um trabalho de pesquisa para a instalação de um sistema de medição e análise de qualidade de energia em tempo real em que será utilizada a rede de distribuição do campus da Universidade Federal de Juiz de Fora para receber o protótipo desse sistema.

A rede elétrica do campus tem como característica a tensão entre fases de 6,6kV, três transformadores na subestação principal, sendo dois de 1500 KVA e o terceiro de 300 KVA, fazendo a conversão da rede da concessionária (23,2kV) para a rede local. Há um total de 21 subestações (abrigadas ou posto simplificado) com o objetivo de atender as cargas das unidades acadêmicas do campus.

A Figura 90 apresenta uma vista aérea do campus com a indicação das subestações.

Figura 90 – Subestações da UFJF.



Fonte: Autor

A Tabela 7 apresenta a descrição das subestações e potência nominal de cada uma.

A Figura 91 apresenta o diagrama unifilar mostrando o posicionamento e distância entre as subestações na rede de distribuição. Nota-se a presença de segmentos de rede com cabos aéreos e outros segmentos com cabos com passagem subterrânea.

Os cabos utilizados nos trechos aéreos são cabos de alumínio protegido 8,7/15 kV com cobertura XLPE. A Figura 92 apresenta os dados construtivos e características elétricas e mecânicas desses cabos.

Tabela 7 – Potência Nominal das Subestações UFJF.

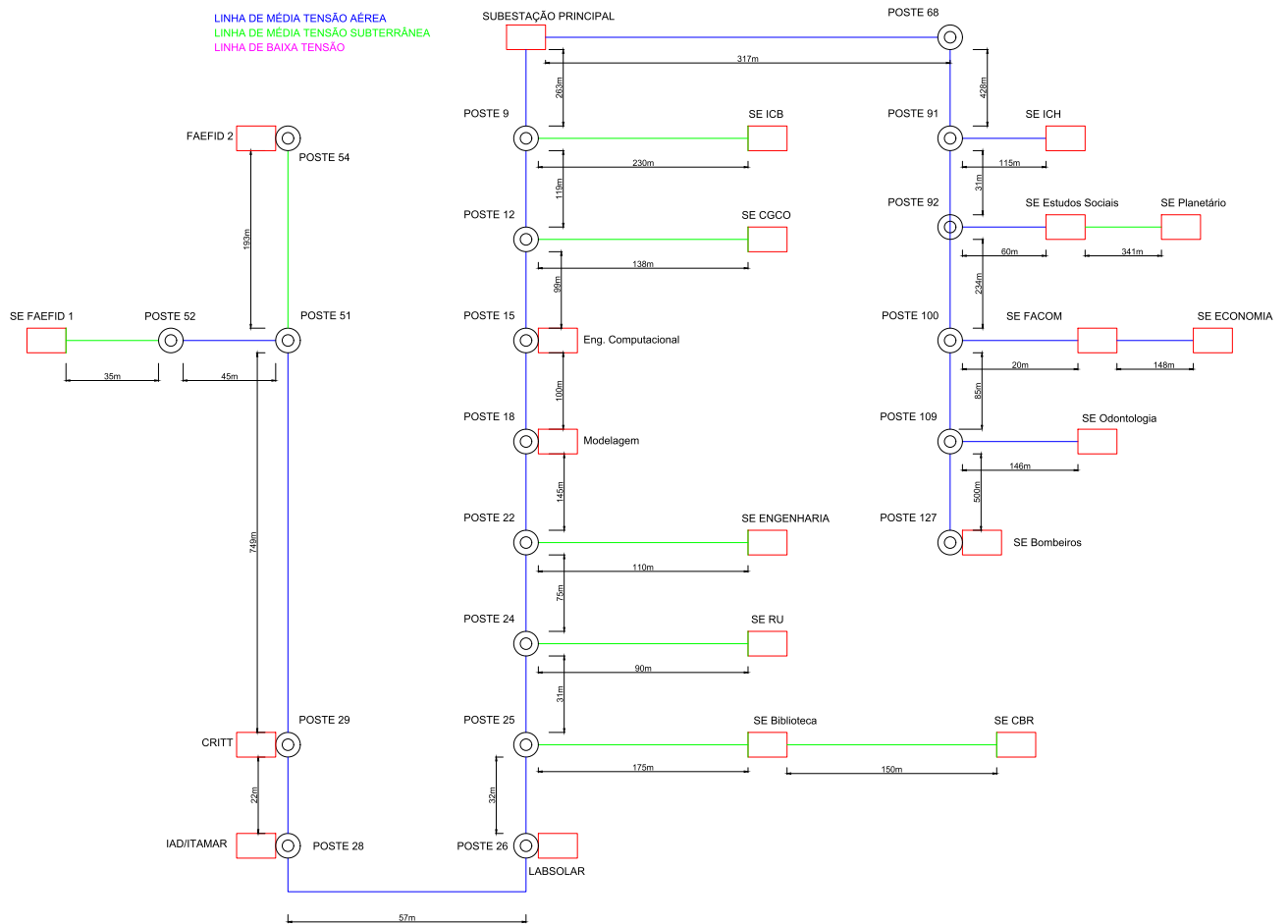
Descrição	Potência Nominal
SE1 - Subestação Principal	Trafo 1 - 1500kVA Trafo 2 - 1500kVA Trafo3 - 300kVA
SE ICB - Instituto de Ciências Biológicas	500 kVA
SE CGCO - Centro de Gestão do Conhecimento Organizacional	Trafo 1 - 500kVA Trafo 2 - 225KVA
SE FQEC - Física, Química, Engenharia Computacional	300kVA
SE MODC - Modelagem Computacional	150kVA
SE ENG - Faculdade de Engenharia	500kVA
SE RU - Restaurante Universitário	300kVA
SE BBT - Biblioteca	225kVA
SE CBR - Centro de Biologia da Reprodução	300kVA
SE LABSOLAR - Laboratório de Energia Solar	45kVA
SE IAD - Instituto de Artes e Design, Prédio Itamar Franco	300kVA
SE CRITT - Centro Regional de Inovação e Transferência de Tecnologia	300kVA
SE FAEFID1 - Faculdade de Educação Física	300kVA
SE FAEFID2 - Campo e Ginásio	300kVA
SE ICH - Instituto de Ciências Humanas	225kVA
SE FACED - Faculdade de Estudos Sociais	225kVA
SE ECON - Faculdade de Economia	225kVA
SE FACOM - Faculdade de Comunicação	225kVA
SE ODON - Faculdade de Odontologia	500kVA
SE BOMB - Corpo de Bombeiros	150kVA
SE PLAN - Planetário e Centro de Ciências	500kVA

Fonte: Autor

Já os cabos utilizados nos trechos subterrâneos são cabos isolados de cobre 8,7/15 kV, dispostos em trifólio na tubulação. A Figura 93 apresenta as características elétricas destes cabos.

Com as informações das cargas nominais de cada uma das subestações em adição à localização, encaminhamento da rede primária, distância entre os pontos e parâmetros elétricos dos cabos é possível realizar o levantamento dos parâmetros de rede do sistema de distribuição do campus. Esses estão apresentados no Apêndice B.2.

Figura 91 – Diagrama Unifilar das Subestações com Medidas de Distância.



Fonte: Autor

Figura 92 – Tabela de Dados Construtivos e Características Elétricas e Mecânicas dos Cabos de Alumínio Protegidos Cobertos com XLPE.

Dados Construtivos*

Seção Nominal (mm ²)	Número Fios	Diâmetro Condutor (mm)	Espessura Cobertura (mm)	Diâmetro Externo (mm)	Massa (kg/km)	Acondicionamento
						Bobina (m)
35,00	7	6,8	3,0	13,0	176,2	1000
50,00	7	8,0	3,0	14,2	218,2	1000
70,00	19	9,5	3,0	15,7	286,2	1000
95,00	19	11,2	3,0	17,4	368,2	1000
120,00	37	12,8	3,0	19,0	446,9	1000
150,00	37	14,0	3,0	20,2	526,5	1000
185,00	37	15,8	3,0	22,1	639,5	500
240,00	37	18,0	3,0	24,3	804,8	500

*Dados sujeitos a alterações sem prévio aviso

Características Elétricas e Mecânicas

Seção Nominal (mm ²)	Resistência Elétrica (R _{cc} 20 °C) (Ω/km)	Resistência Elétrica (R _{ca} 90 °C) (Ω/km)	Reatância Indutiva (Ω/km)	Capacidade Condução Corrente (A)*	Tração de Ruptura (daN)
35,00	0,868	1,113	0,136	187	455
50,00	0,641	0,822	0,131	225	650
70,00	0,443	0,568	0,126	282	910
95,00	0,320	0,410	0,121	345	1235
120,00	0,253	0,324	0,118	401	1560
150,00	0,206	0,263	0,115	458	1943
185,00	0,164	0,21	0,113	525	2405
240,00	0,125	0,16	0,958	625	3120

* Capacidade de condução de corrente considerando a temperatura de 40 °C, radiação solar de 1000 W/m², velocidade do vento: 2,2 km/h

Fonte: (CABOS ELÉTRICOS, 2022)

Figura 93 – Tabela de Características Elétricas dos Cabos Isolados de Cobre.

seção nominal (mm ²)	R _{CC} máxima em CC à 20 °C (Ω/km)	X _C (Ω.km)	unipolar							
			s = 2D		s = 13 cm		s = 20 cm		trifólio	
			R _{ca} (Ω/km)	X _L (Ω/km)	R _{ca} (Ω/km)	X _L (Ω/km)	R _{ca} (Ω/km)	X _L (Ω/km)	R _{ca} (Ω/km)	X _L (Ω/km)
EPROTENAX COMPACT 105 - 8,7/15 kV										
16	1,150	12.750	1,540	0,244	1,550	0,341	1,554	0,373	1,536	0,174
25	0,727	10.067	0,976	0,228	0,986	0,324	0,990	0,356	0,971	0,158
35	0,524	8.993	0,705	0,219	0,714	0,311	0,718	0,343	0,701	0,149
50	0,387	7.991	0,522	0,210	0,531	0,298	0,535	0,330	0,518	0,141
70	0,268	7.139	0,363	0,204	0,371	0,285	0,375	0,318	0,359	0,134
95	0,193	6.366	0,263	0,197	0,271	0,274	0,275	0,306	0,260	0,128
120	0,153	5.816	0,210	0,193	0,217	0,265	0,221	0,297	0,206	0,124
150	0,124	5.355	0,172	0,189	0,178	0,257	0,182	0,289	0,168	0,120
185	0,099	4.936	0,139	0,186	0,144	0,249	0,148	0,281	0,135	0,117
240	0,075	5.061	0,107	0,185	0,112	0,239	0,115	0,271	0,104	0,115
300	0,060	4.636	0,087	0,182	0,091	0,231	0,095	0,263	0,085	0,112
400	0,047	4.103	0,070	0,178	0,074	0,220	0,077	0,252	0,068	0,108
500	0,037	3.743	0,057	0,175	0,060	0,212	0,062	0,244	0,056	0,105

Fonte: (SYSTEMS, 2022)

Para as simulações foram considerados as seguintes características:

- Com os parâmetros de linha e dados de carga, o sistema foi simulado em um fluxo de potência trifásico para obtenção das medidas verdadeiras, considerando uma PMU na subestação principal e *Smart Meters* ao longo da rede de distribuição. Seguindo a premissa para alocação dos medidores apresentada na seção anterior, considerando a mediana das cargas nominais mais um desvio padrão, é considerada medida proveniente a partir dos *Smart Meters* para as subestações: ICB, CGCO, ENG, ODON e PLAN;
- O sistema foi simulado considerando um intervalo de 24h, com variação de carga a cada 15 minutos, perfazendo um total de 96 instantes de tempo para simulação. Para a variação de carga foi realizada uma medição in loco de uma das subestações de energia da campus da UFJF. Para a medição utilizou-se um medidor de energia da fabricante Schneider, modelo *Power Logic* ION8600, mostrado na Figura 94. A curva de carga típica levantada foi utilizada em proporções relativas para as demais subestações, acrescentando fatores de variação de carga de até 20% com desbalanço entre fases;

Figura 94 – Medidor de Energia Schneider Power Logic ION8600.



Fonte: Autor

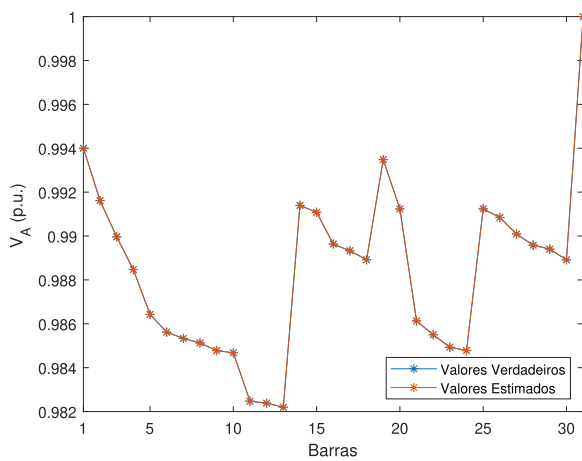
- Foram incluídos erros de ruído branco nas medições na faixa de $\pm 0,4\%$ e $\pm 0,8\%$ para tensões e correntes da PMU da Subestação Principal, respectivamente, e de $\pm 1,0\%$ nas medidas de potência ativa e reativa e de módulo da tensão a partir dos *Smart Meters*.

A seguir são apresentados os resultados de simulação para o pior instante de tempo, isto é, o que apresentou no geral maiores erros em relação aos valores verdadeiros.

São apresentados os resultados do processo de estimação (magnitude e ângulo da tensão nas barras, potências ativa e reativa injetada nas barras) para a metodologia proposta e os valores verdadeiros. Ainda são apresentados os gráficos dos erros percentuais entre o estimador de estados e os valores verdadeiros.

As Figuras 95 a 100 apresentam os resultados e erros para as magnitudes da tensão fases A, B e C. O maior erro para tensão apresentado é inferior a 0,3%.

Figura 95 – Magnitude da Tensão da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 96 – Erro na Tensão da Fase A.

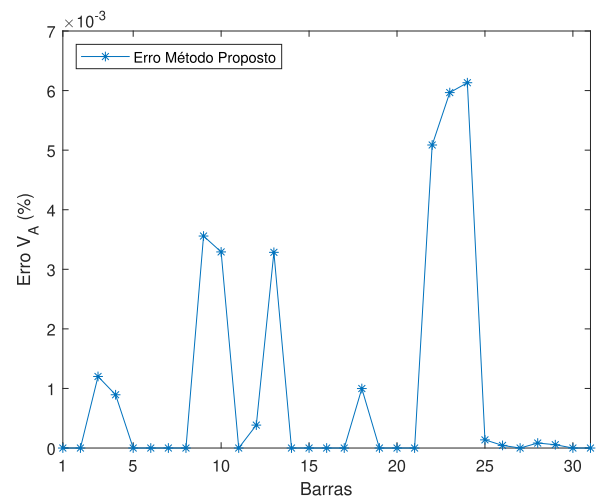
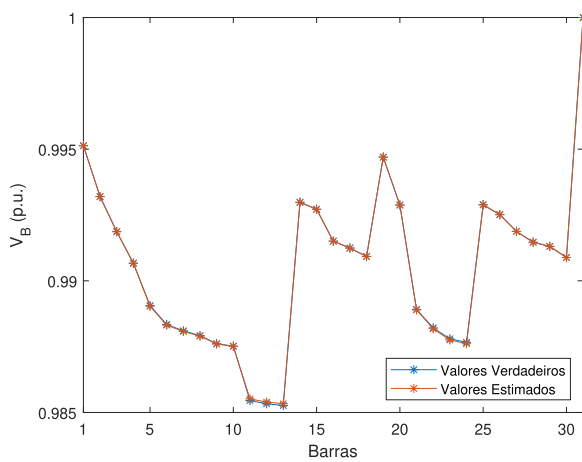
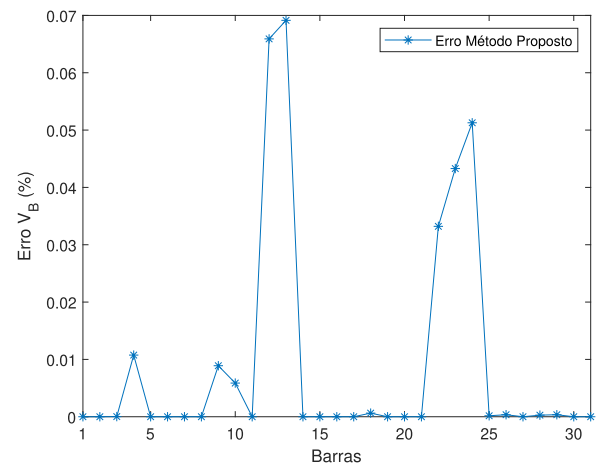


Figura 97 – Magnitude da Tensão da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 98 – Erro na Tensão da Fase B.



As Figuras 101 a 106 apresentam os resultados e erros para os ângulos da tensão fases A, B e C.

Figura 99 – Magnitude da Tensão da Fase C.

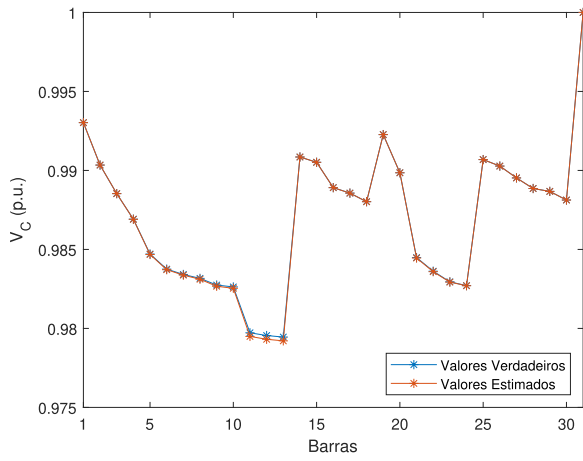
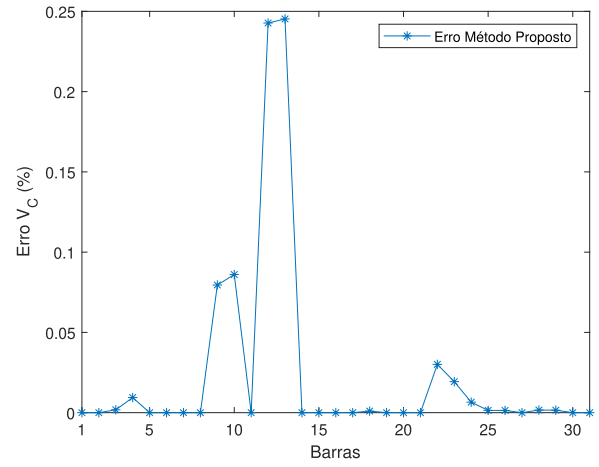


Figura 100 – Erro na Tensão da Fase C.



Fonte: Autor

Figura 101 – Ângulo da Tensão da Fase A.

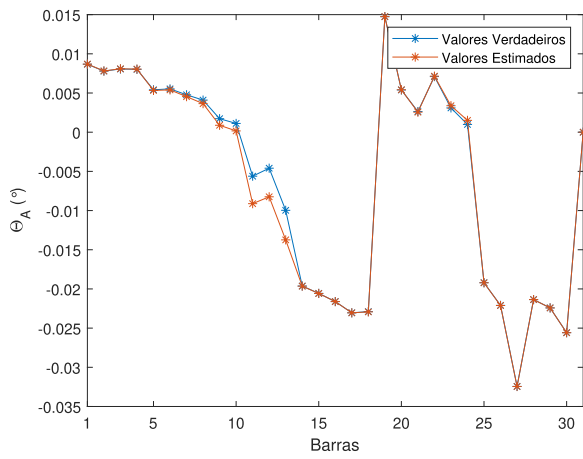
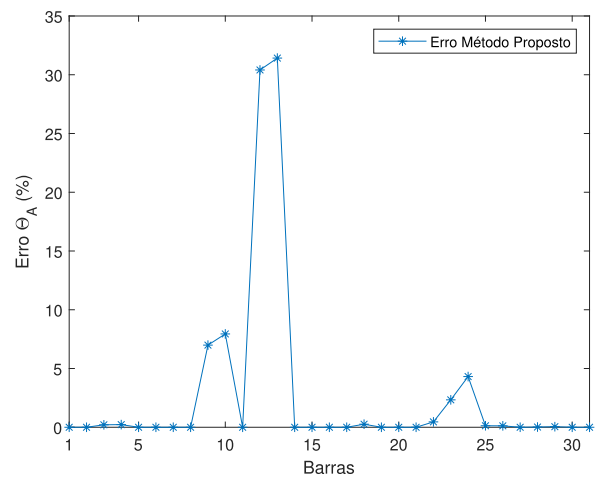
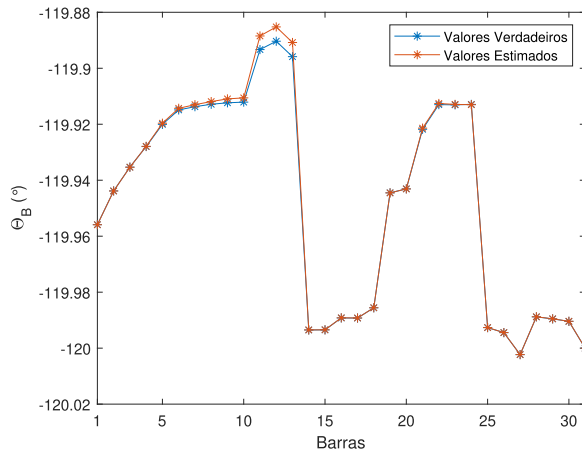


Figura 102 – Erro no Ângulo da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 103 – Ângulo da Tensão da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 104 – Erro no Ângulo da Fase B.

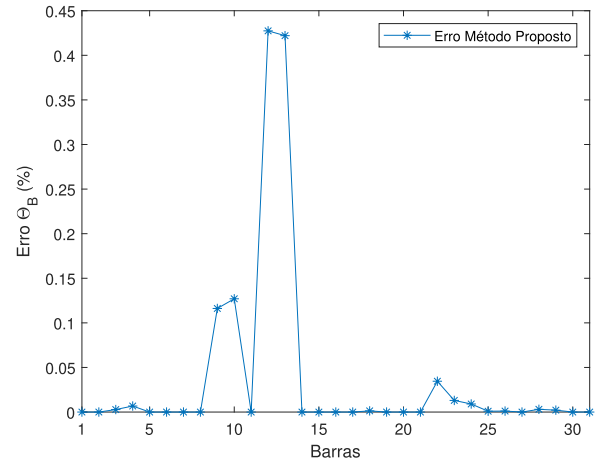
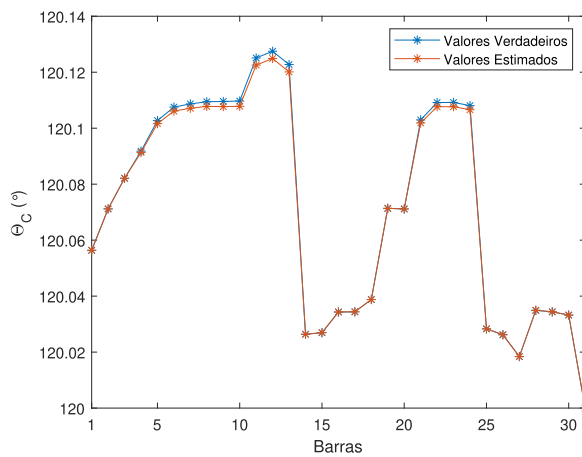
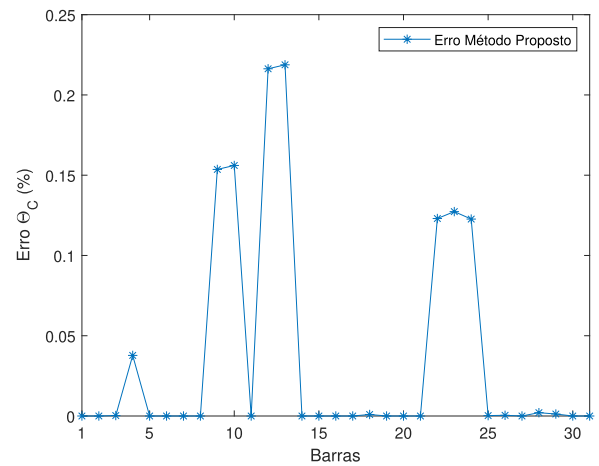


Figura 105 – Ângulo da Tensão da Fase C.



Fonte: Autor

Figura 106 – Erro no Ângulo da Fase C.



O maior erro observado para o ângulo é de aproximadamente 33% para a fase A. Da mesma forma, esse valor se justifica pelo fato dos ângulos para esta fase serem próximos à zero, assim, qualquer erro absoluto pequeno leva à um erro relativo de maior proporção. Ao analisar os erros percentuais para as fases B e C pode-se observar que o valor máximo de erro cai para a faixa de 0,45%.

As Figuras 107 a 118 apresentam os resultados e erros para as potências ativa e reativa fases A, B e C. É possível observar erros máximos na ordem de 5,9% nas potências reativas.

Figura 107 – Potência Ativa da Fase A.

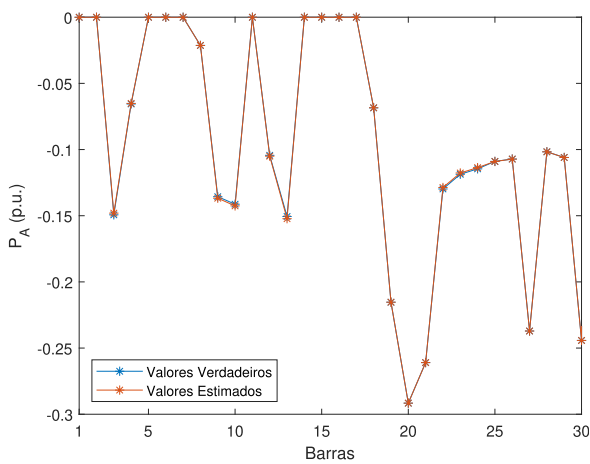
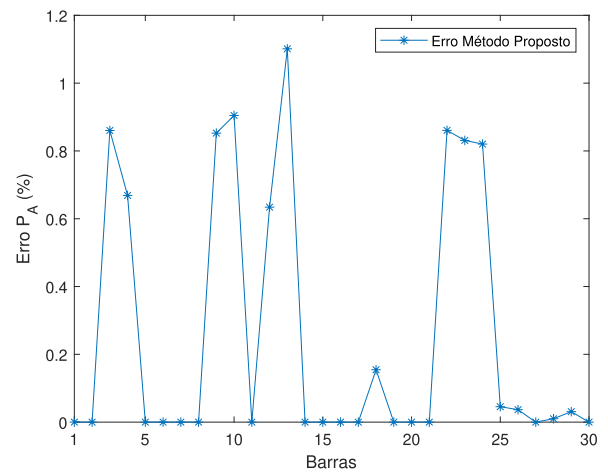


Figura 108 – Erro na Pot. Ativa da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 109 – Potência Ativa da Fase B.

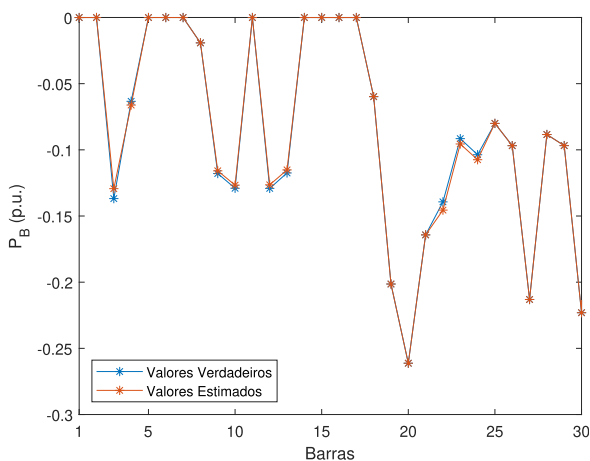
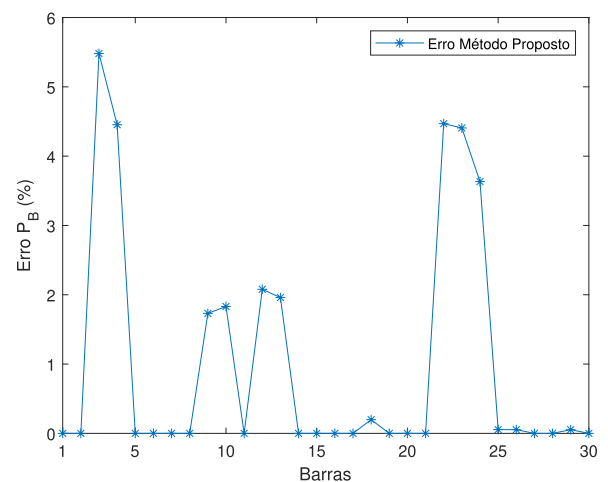
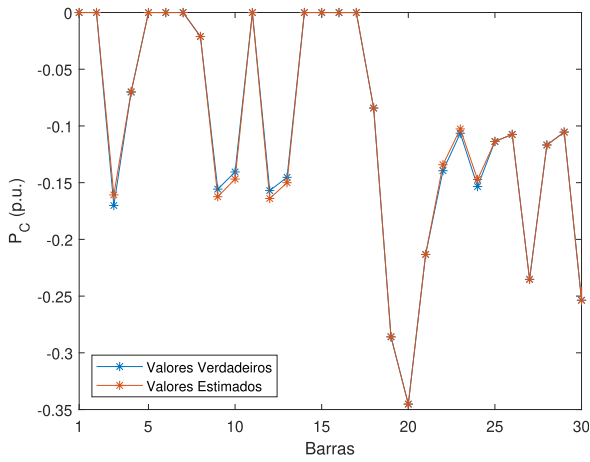


Figura 110 – Erro na Pot. Ativa da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 111 – Potência Ativa da Fase C.



Fonte: Autor

Figura 112 – Erro na Pot. Ativa da Fase C.

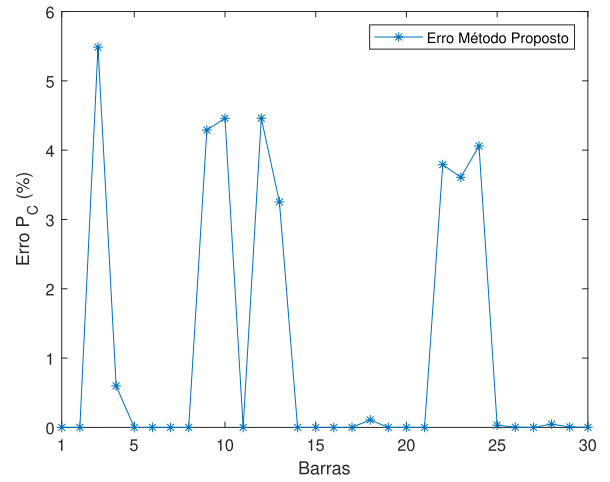
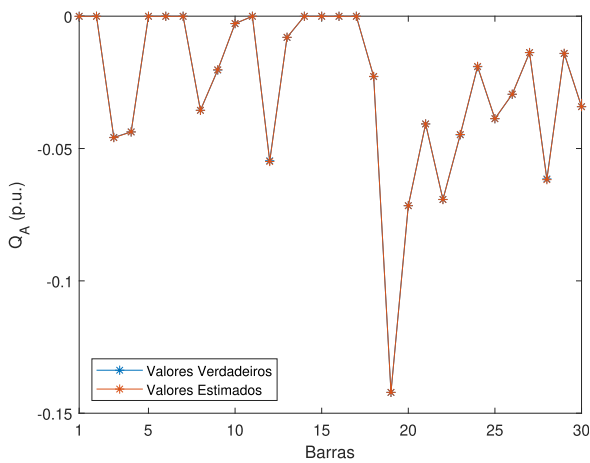


Figura 113 – Potência Reativa da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 114 – Erro Pot. Reativa da Fase A.

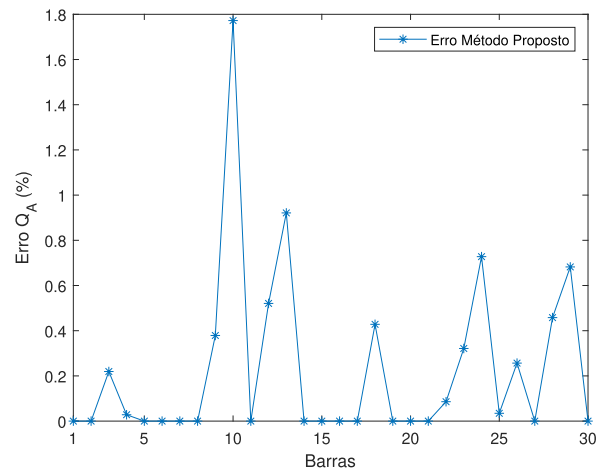


Figura 115 – Potência Reativa da Fase B.

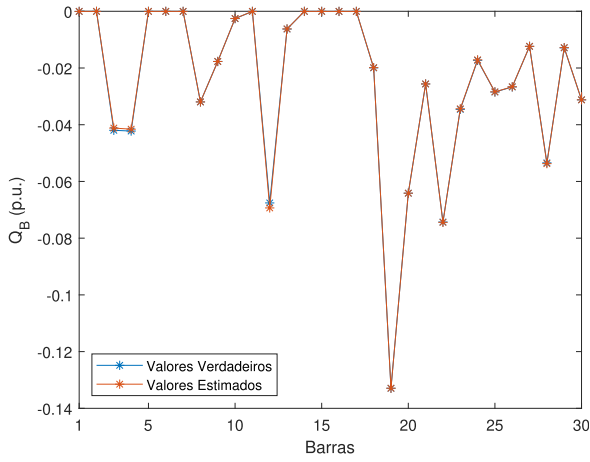
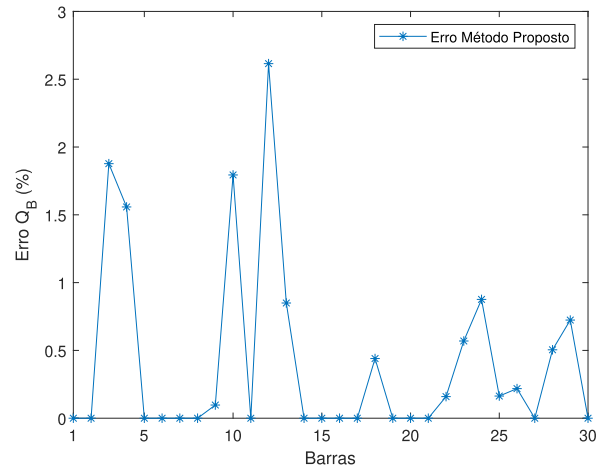


Figura 116 – Erro Pot. Reativa da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 117 – Potência Reativa da Fase C.

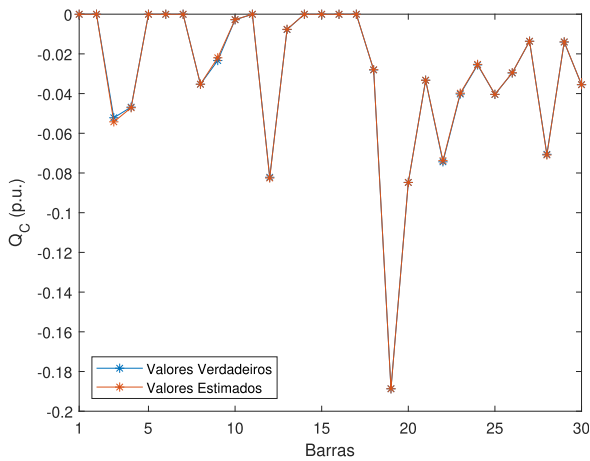
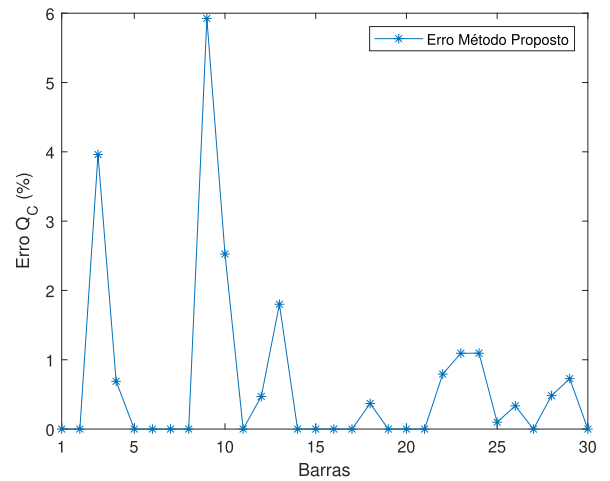


Figura 118 – Erro Pot. Reativa da Fase C.



Fonte: Autor

A seguir são apresentados os erros da metodologia proposta (em módulo para melhor visualização) frente os valores verdadeiros para todos os instantes de tempo através de gráficos de superfície de três dimensões.

Figura 119 – Erro na Tensão da Fase A 24h.

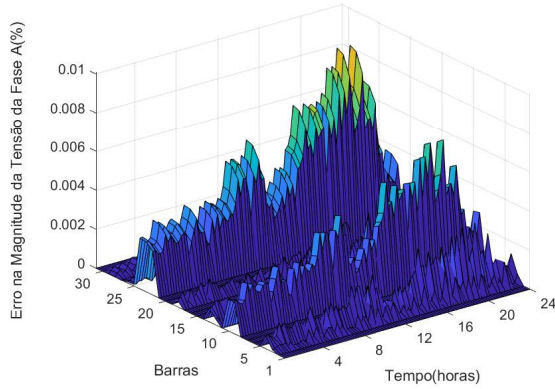
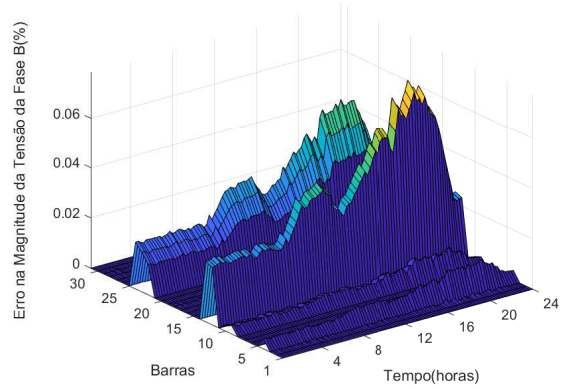


Figura 120 – Erro na Tensão da Fase B 24h.



Fonte: Autor

Figura 121 – Erro na Tensão da Fase C 24h.

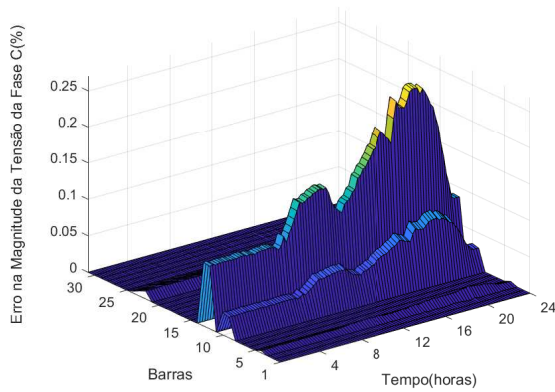
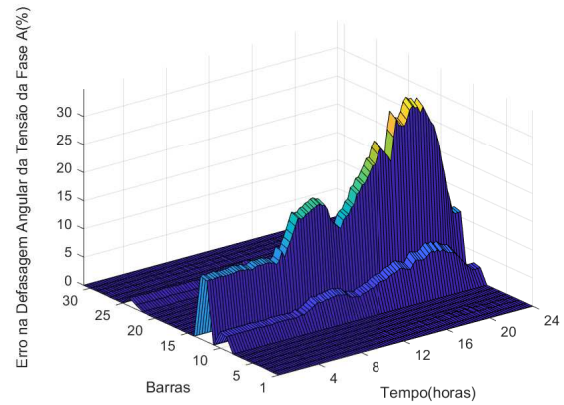


Figura 122 – Erro no Ângulo da Fase A 24h.



Fonte: Autor

Figura 123 – Erro no Ângulo da Fase B 24h.

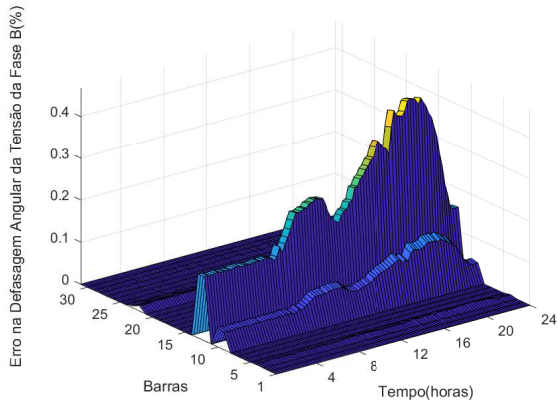
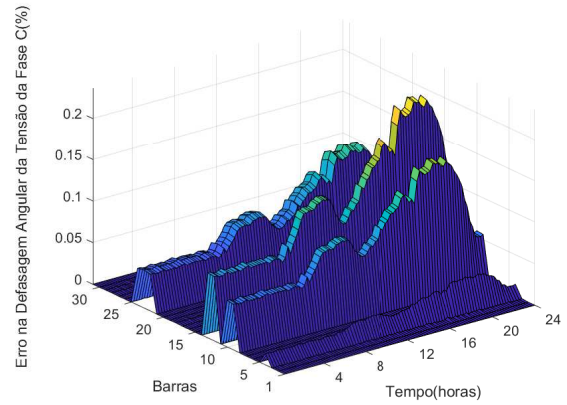


Figura 124 – Erro no Ângulo da Fase C 24h.



Fonte: Autor

Figura 125 – Erro na Pot. Ativa da Fase A 24h.

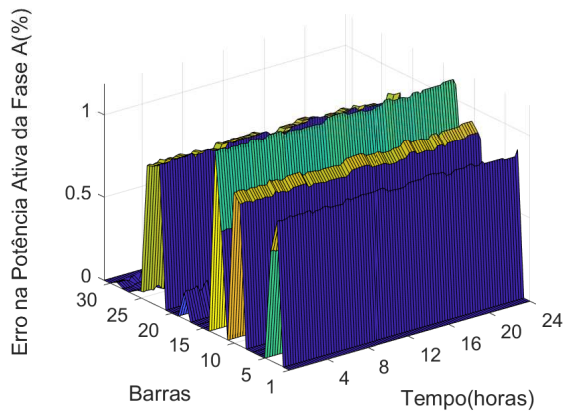
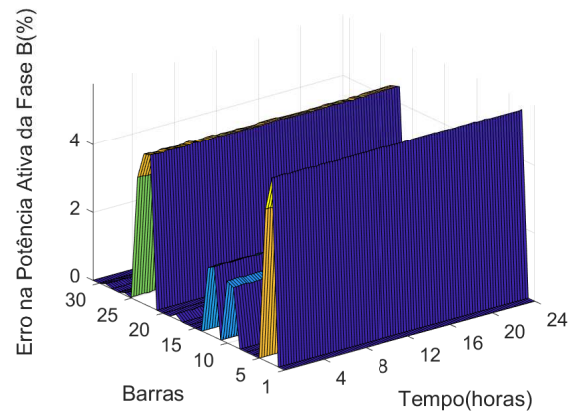


Figura 126 – Erro na Pot. Ativa da Fase B 24h.



Fonte: Autor

Figura 127 – Erro na Pot. Ativa da Fase C 24h.

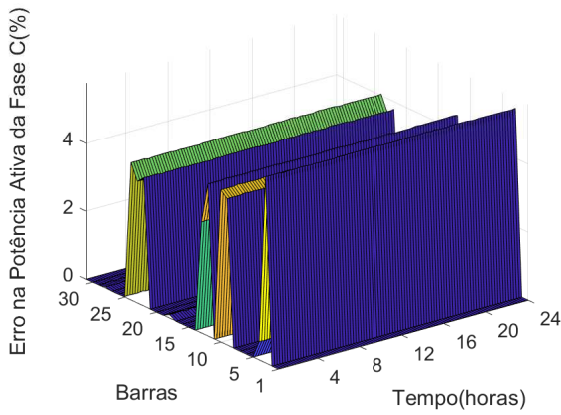
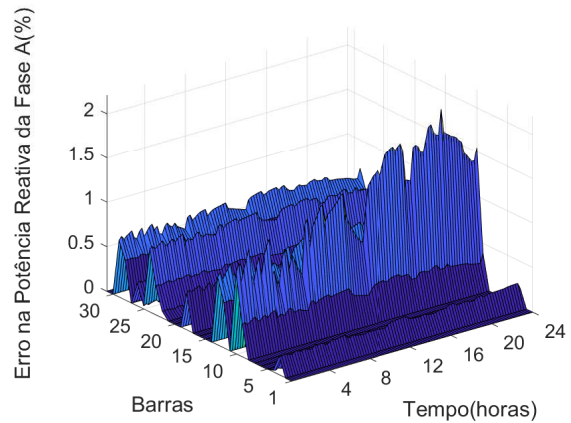


Figura 128 – Erro Pot. Reativa da Fase A 24h.



Fonte: Autor

Figura 129 – Erro Pot. Reativa da Fase B 24h.

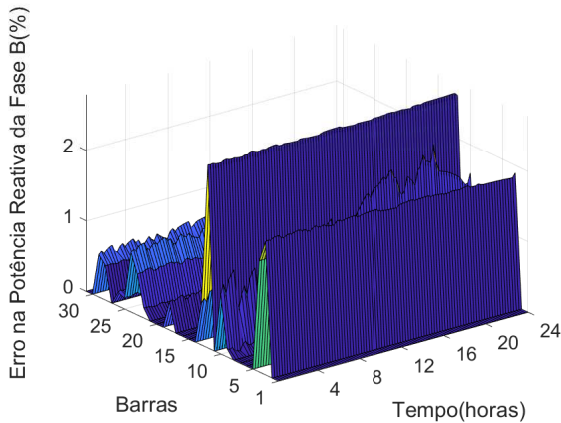
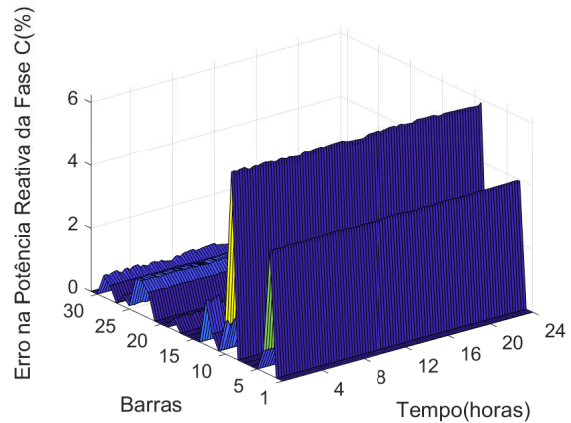


Figura 130 – Erro Pot. Reativa da Fase C 24h.



Fonte: Autor

Assim, é possível concluir de forma parcial que o estimador de estados apresentou resultados satisfatórios para a rede modelada a partir dos dados reais do sistema de distribuição do campus da UFJF. Seguindo os valores dos equipamentos apresentados no Capítulo 4, o custo de material para a implantação do sistema na UFJF seria de US\$ 12.516,76, conforme detalhado na Tabela 8.

Tabela 8 – Custo de equipamentos para implantação de estimador de estados baseado em medição de grandezas eficazes sincronizadas na UFJF.

Barra	Equipamentos	Qtd.	Preço Unitário	Preço Total
SE PRINCIPAL	Conjunto de Medição	1	US\$ 4.430,26	US\$ 10.555,26
	Micro-PMU PQ3P-MPMU	1	US\$ 6.125,00	
ICB	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	1	US\$ 66,00	
	Conector Derivação Perfurante	1	US\$ 3,30	
CGCO	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	1	US\$ 66,00	
	Conector Derivação Perfurante	1	US\$ 3,30	
ENG	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	1	US\$ 66,00	
	Conector Derivação Perfurante	1	US\$ 3,30	
ODON	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	1	US\$ 66,00	
	Conector Derivação Perfurante	1	US\$ 3,30	
PLAN	<i>Smart Meter</i>	1	US\$ 323,00	US\$ 392,30
	Transformador de Corrente	1	US\$ 66,00	
	Conector Derivação Perfurante	1	US\$ 3,30	
			Total	US\$ 12.516,76

Fonte: Autor

6.3.1 Um Estudo de Caso Considerando Geração Distribuída com Injeção de Potência na Rede

A Tabela 7 mostra que existe presente na rede da UFJF um subestação conectada à um laboratório de usina solar fotovoltaica. Esta subestação, do tipo posto simplificado, tem por capacidade nominal um transformador de 45KVA, sendo responsável pela alimentação do prédio do Laboratório de Propulsão Híbrido-Elétrica (Laphe) e o Laboratório Solar Fotovoltaico. Este laboratório foi construído no ano de 2001 e conta com uma capacidade instalada de 30 kWp produzida a partir de 264 painéis solares fotovoltaicos de 120Wp cada um. Da capacidade instalada, aproximadamente 15kWp estão conectados de maneira *On-Grid*, ou seja, conectados através de inversores de frequência à rede de distribuição de energia da UFJF, enquanto os 15kWp restante estão conectados de forma *Off-grid*, em paralelo a um banco de baterias.

Dada a crescente penetração da Geração Distribuída nos sistemas de distribuição a nível global, é interessante avaliar o comportamento do estimador de estados frente à possibilidade de casos em que a potência demandada em determinado barramento possa ser em determinados intervalos de tempo inferior à potência gerada pelas fontes renováveis conectadas a esse ponto da rede, produzindo assim uma inversão do fluxo de potência. No modelo do estimador de estados apresentado, as barras não monitoradas são representadas como restrições de carga com limites superiores e inferiores, isto é, durante o processo iterativo as variáveis de estado aceitam valores tais que as equações associadas à essas variáveis devem estar dentro do intervalo de restrição. Esses limites são definidos a cada instante de tempo observados os resultados do processo de estimação do instante de tempo anterior, acrescido de um fator de multiplicação que pode ser positivo ou negativo, a depender da condição de mudança de carga geral da rede. Uma das premissas para a busca de melhor qualidade do estimador de estados é que as variações de carga em um sistema de distribuição, geralmente são lentas em curtos intervalos de tempos, assim pode-se trabalhar com faixas dos limites mais restritos e ir relaxando essas restrições durante o processo iterativo a medida que haja variação de carga nas barras.

Contudo, quando insere-se uma geração distribuída capaz de em períodos do dia inverter o fluxo de potência de determinada barra, como grandes usinas conectadas ao sistema, duas condições impõe um desafio para a inclusão dessas barras como não monitoradas no estimador de estados:

- O ponto de inversão carga/geração do ponto de vista do sistema. Ou seja, o momento exato em que a barra que estava se comportando como carga passa a ser geração e vice-versa. Nesse ponto os limites inferiores e superiores trocam de sinal, assim o limite superior passa a ser inferior e vice-versa (quando em condição de carga, quanto maior a demanda, mais próximo ao limite superior, quando em condição de

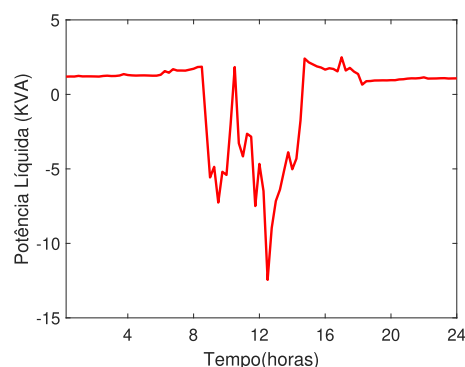
gerador, quanto maior a geração, mais próximo ao limite inferior);

- As fontes de energia renováveis, principalmente a solar fotovoltaica pode apresentar grande variação em curtos intervalos de tempo, essencialmente devido à sombra por nuvens.

Essas condições exigiriam que o estimador de estados trabalha-se, em seu modelo de otimização, com restrições mais relaxadas para essas barras em específico, excursionando de momentos de carga à geração, conduzindo assim à um grande universo de soluções possíveis, reduzindo a qualidade dos resultados do estimador.

Com isso em mente, a proposta para que o estimador de estados não apresente detrimento de resultados em face a presença de grandes usinas de energias renováveis conectadas à rede de distribuição, consiste na instalação de um *Smart Meter* na respectiva barra, o que acarretaria um aumento de 392 dólares no projeto final para esta situação específica. Assim a barra passa a ser tratada não mais como uma restrição de carga, mas como medidas na função objetivo. Com o objetivo de simular o comportamento do estimador de estados nessa condição, adotamos uma curva de carga característica de uma geração solar intermitente na SE LABSOLAR, considerando um fator de potência constante de 0,98, representada na Figura 131, em que os pontos positivos da curva de carga representam a barra operando em condição de carga, e os pontos negativos, geração.

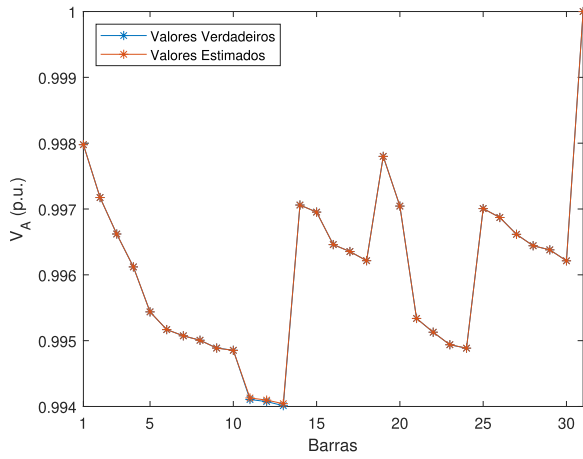
Figura 131 – Curva de Carga Característica da SE LABSOLAR.



Fonte: Autor

A seguir são apresentados os resultados das simulações para o pior instante de tempo, isto é, o que apresentou maiores erros gerais. As Figuras 132 a 137 apresentam os resultados e erros para as magnitudes da tensão fases A, B e C. Já as Figuras 138 a 143 apresentam os resultados e erros para os ângulos da tensão fases A, B e C. Por fim, as Figuras 144 a 155 apresentam os resultados e erros para as potências ativa e reativa fases A, B e C. Pode-se analisar pelos resultados aqui apresentados que o estimador de estados consegue manter a precisão dos resultados apresentados até então, considerando a inclusão de uma geração distribuída com inversão de fluxo de potência e comportamento intermitente.

Figura 132 – Magnitude da Tensão da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 133 – Erro na Tensão da Fase A.

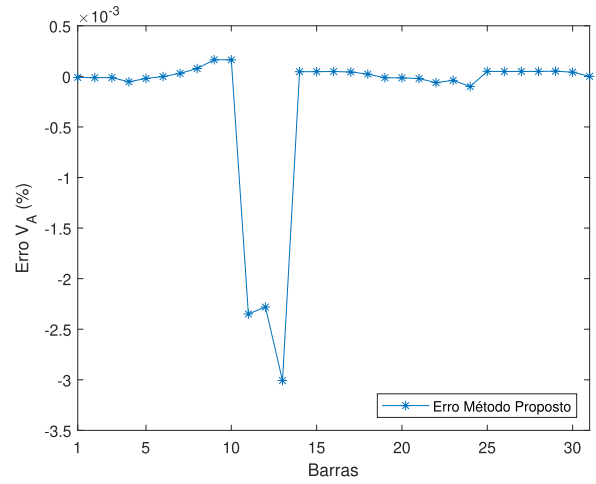
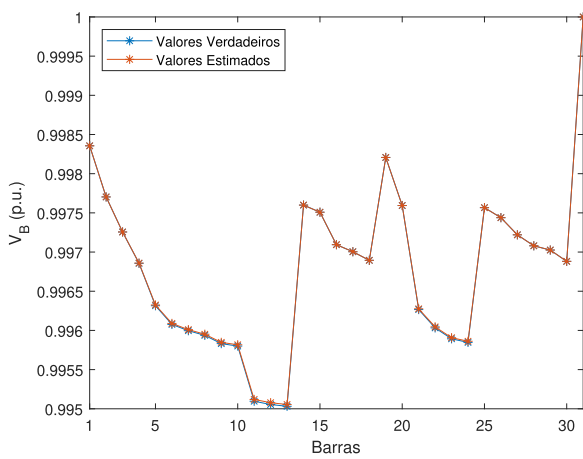


Figura 134 – Magnitude da Tensão da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 135 – Erro na Tensão da Fase B.

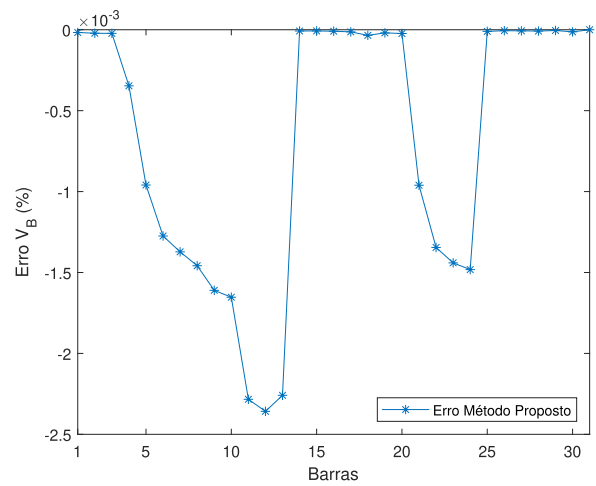


Figura 136 – Magnitude da Tensão da Fase C.

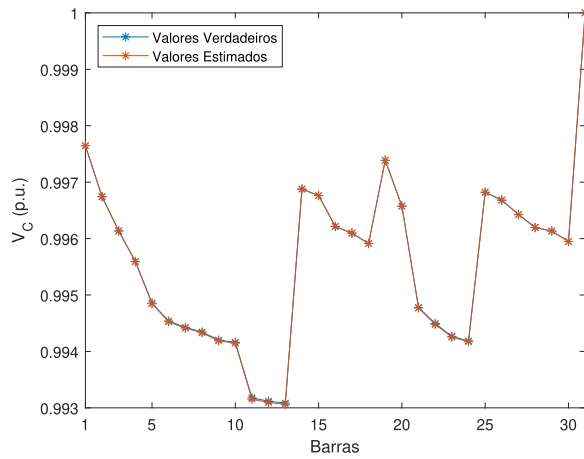
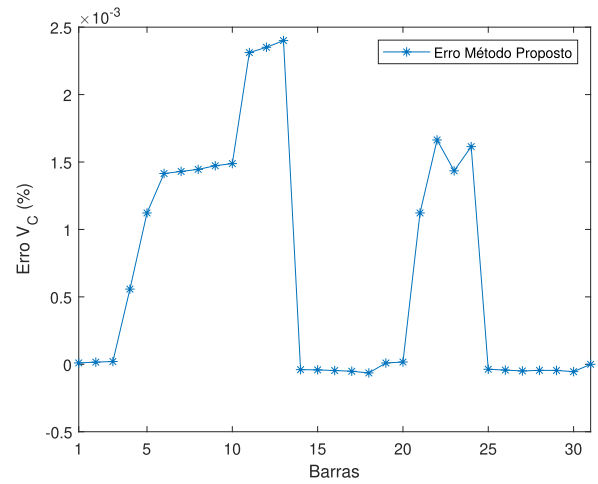


Figura 137 – Erro na Tensão da Fase C.



Fonte: Autor

Figura 138 – Ângulo da Tensão da Fase A.

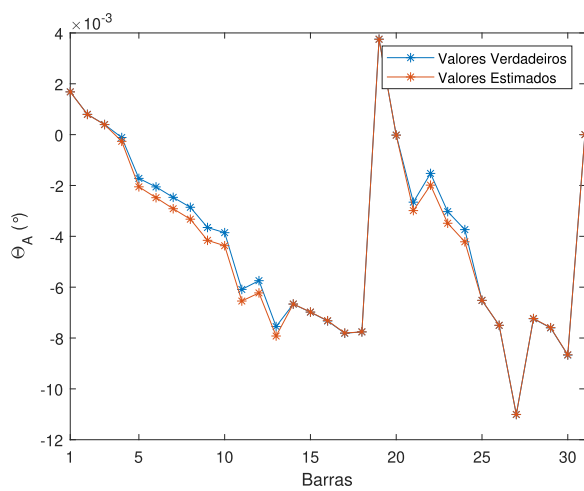
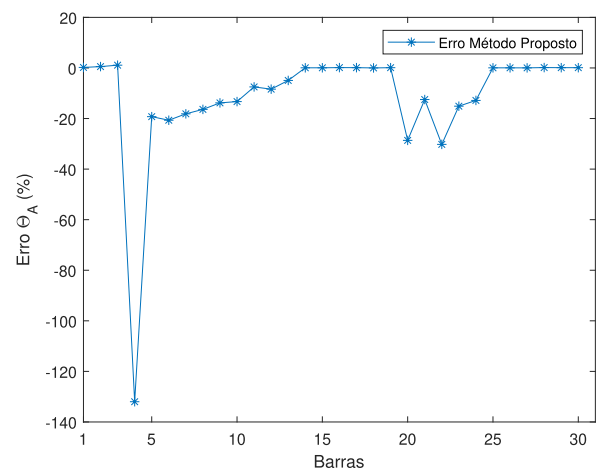
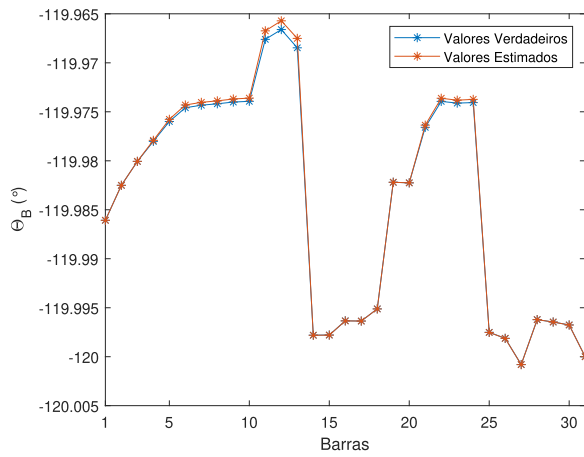


Figura 139 – Erro no Ângulo da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 140 – Ângulo da Tensão da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 141 – Erro no Ângulo da Fase B.

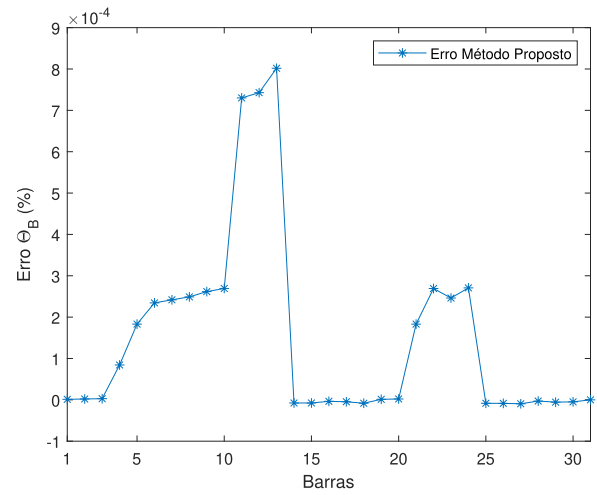
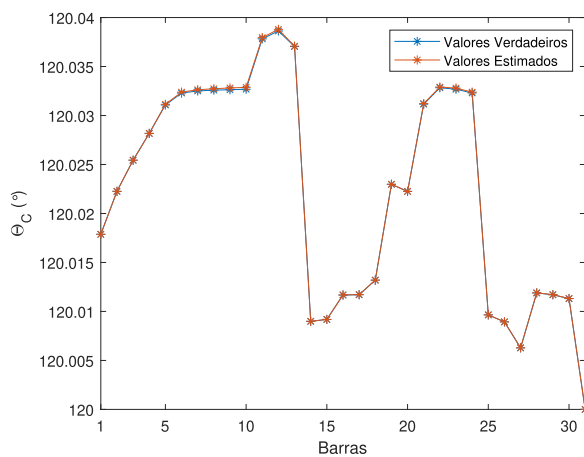


Figura 142 – Ângulo da Tensão da Fase C.



Fonte: Autor

Figura 143 – Erro no Ângulo da Fase C.

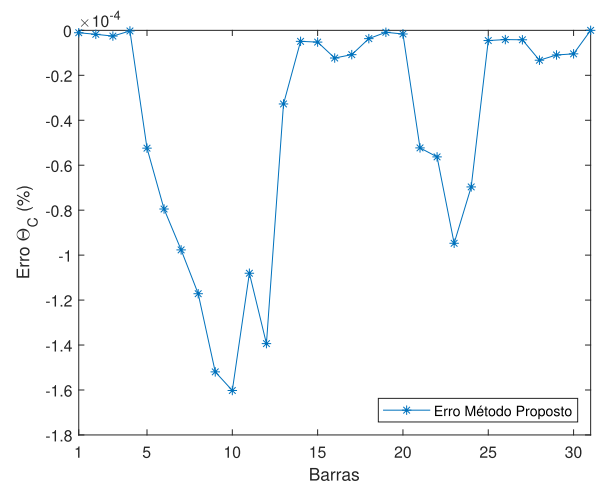


Figura 144 – Potência Ativa da Fase A.

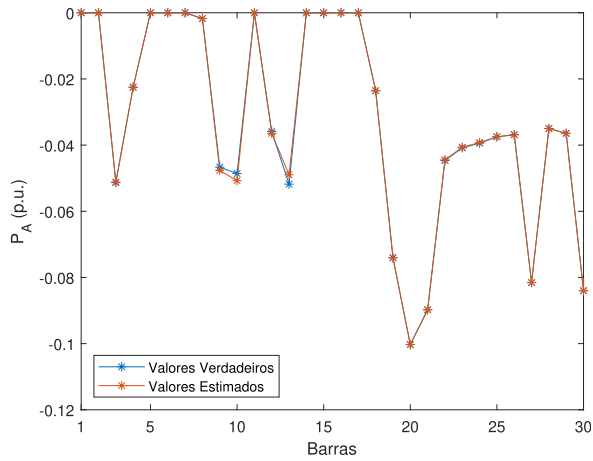
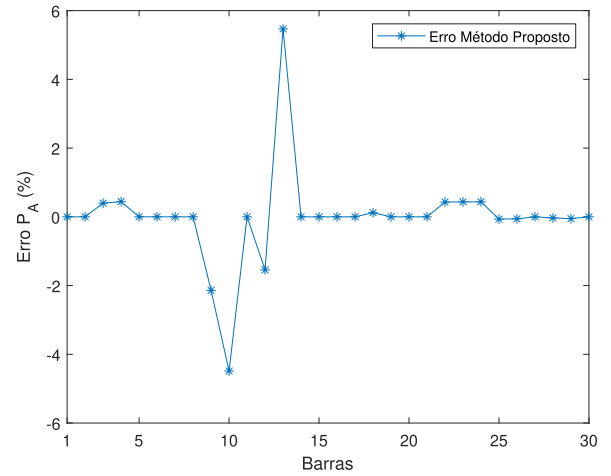


Figura 145 – Erro na Pot. Ativa da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 146 – Potência Ativa da Fase B.

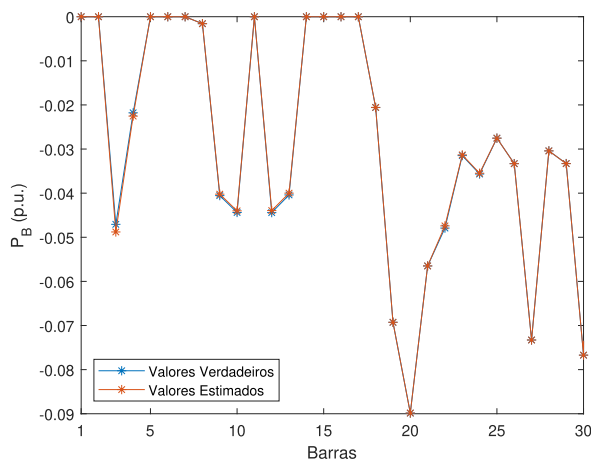
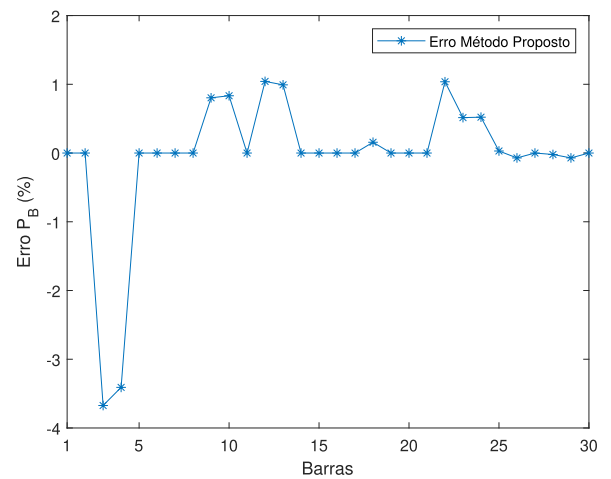
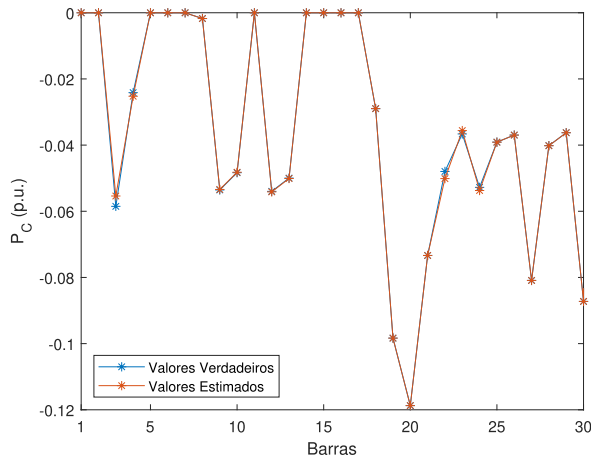


Figura 147 – Erro na Pot. Ativa da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 148 – Potência Ativa da Fase C.



Fonte: Autor

Figura 149 – Erro na Pot. Ativa da Fase C.

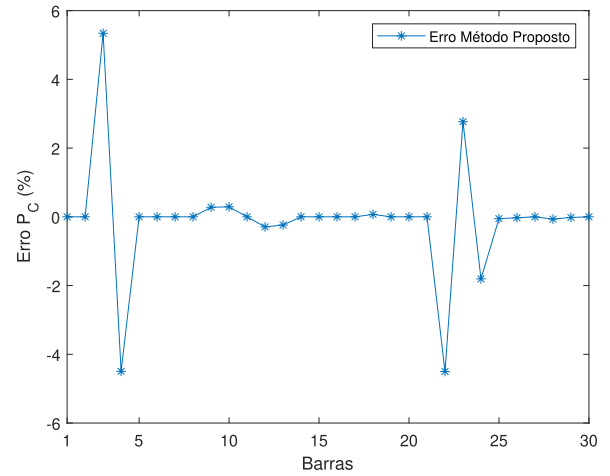
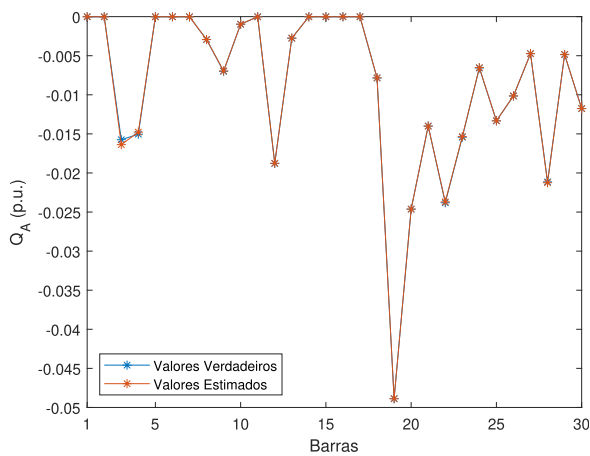


Figura 150 – Potência Reativa da Fase A.



Fonte: Autor

Figura 151 – Erro Pot. Reativa da Fase A.

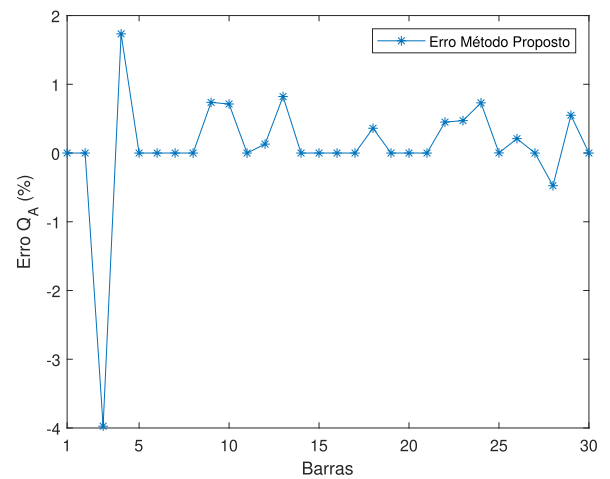


Figura 152 – Potência Reativa da Fase B.

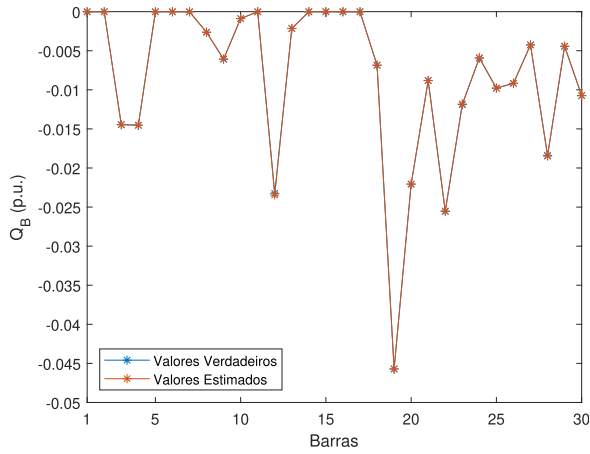
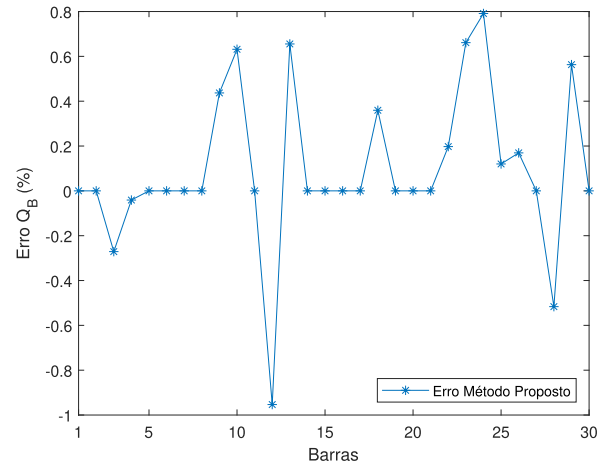


Figura 153 – Erro Pot. Reativa da Fase B.



Fonte: Autor

Figura 154 – Potência Reativa da Fase C.

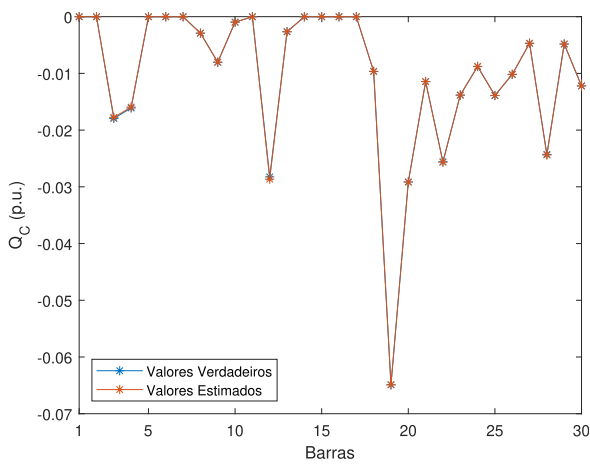
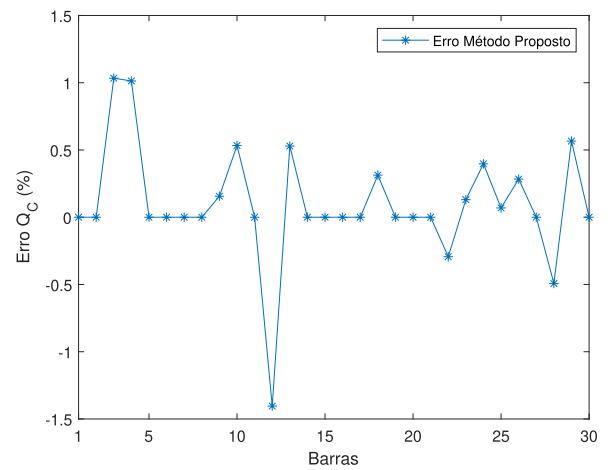


Figura 155 – Erro Pot. Reativa da Fase C.



Fonte: Autor

Dessa maneira, apresentou-se os resultados para o estimador de estados em três estudos de caso e um estudo adicional considerando a presença de uma GD injetando potência na rede de distribuição em determinado intervalo. O estimador de estados apresentou resultados satisfatórios, coerentes em todos os estudos e de custo de investimento significativamente inferior se comparado à metodologia de benchmark, além dos benefícios em termos de viabilidade técnica já apresentados. Os comentários finais acerca da metodologia utilizada, seus resultados e propostas futuras de trabalho estão presentes no capítulo seguinte.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 Conclusões

No presente trabalho foi apresentada uma nova metodologia para estimação de estados em sistemas de distribuição considerando a utilização de medidas sincrofasoriais em conjunto com medidas de valores eficazes de tensão e potências. O estimador de estados foi implementado em ambiente simulado no Matlab® e seus resultados validados para três estudos de caso e mais um estudo adicional envolvendo a presença de uma unidade de GD injetando potência na rede. Ainda foram apresentados os benefícios em termos técnicos e econômicos da proposta em relação às demais encontradas na literatura. Por fim, um arcabouço de sistemas para a concepção de uma arquitetura de dados centralizada para a integração entre o estimador de estados e demais módulos necessários à sua utilização foi apresentada.

Conclui-se em linhas gerais, que a metodologia proposta consegue satisfatoriamente atender ao objetivo geral do trabalho que consistia no desenvolvimento de um estimador de estados trifásico para sistemas de distribuição que seja técnica e economicamente viável. Para tanto propôs-se a adoção de um estimador de estados híbrido utilizando medida sincrofasorial na subestação principal (em média tensão) aliado a medições de valores eficazes provenientes de *Smart Meters* estrategicamente alocados em pontos na baixa tensão. A partir das medidas coletadas construiu-se um problema de otimização não linear, formulado com inspiração no método dos Mínimos Quadrados Ponderados, e sua solução se dá através da aplicação do Método de Pontos Interiores com Barreira de Segurança.

A adoção de medição em baixa tensão a partir de *Smart Meters* sincronizados no tempo, permite uma redução de custo de equipamentos em até 95% em relação à metodologia de benchmark (OLIVEIRA, B. C. de et al., 2018) que até então se apresentava como um estimador consolidado para a aplicação de supervisão da operação de sistemas de distribuição e auxílio na etapa de planejamento. Este número se refere à projeção apresentada de um sistema de 660 barras contendo um total de 140 pontos de medição em baixa tensão.

Em termos técnicos a metodologia proposta permite a instalação dos *Smart Meters* sem a interrupção total ou parcial do fornecimento de energia do sistema, aspecto possibilitado pela sugestão do uso de transformadores de corrente de núcleo bi-partido e conectores de derivação perfurante para as medidas de tensão. Em adição não é necessário o seccionamento dos cabos de média tensão uma vez que as medições são realizadas em baixa tensão. Ainda em termos técnicos, é descartada a necessidade de infraestrutura de fibra óptica para conexão entre os equipamentos que podem enviar os dados a partir de tecnologias de comunicação móvel por operadores de telefonia, redes WiFi ou LoRaWan.

Com relação aos resultados, a metodologia proposta mostrou através das simulações resultados consistentes e viáveis à implantação de uma plataforma de monitoramento de um sistema de distribuição com erros máximos na tensão abaixo de 1% e erros máximos de potência na ordem de 6%. O autor considera que este trabalho possa ser uma grande partida para a implantação de um sistema de supervisão dos sistemas de distribuição no Brasil e com este desenvolvimento extrapolando o meio acadêmico e sendo de fato implantando em um projeto piloto, novos desafios surgirão em busca de otimizar a qualidade dos resultados, processamento computacional, tecnologias de comunicação e gerenciamento de banco de dados, aplicação de técnicas da área de conhecimento de *Big Data*, desenvolvimento e escalonamento de sistemas supervisórios, etc. Tudo isto enseja em um grande desejo em trazer o ambiente da indústria 4.0 (e já conceitos de indústria 5.0) para o sistema elétrico nacional.

7.2 Trabalhos Futuros

Dada a relevância do tema e implicações práticas a serem enfrentadas na sua aplicação, surgem oportunidades de continuidade do trabalho já apresentado visando o seu aperfeiçoamento, buscando a melhora dos resultados, robustez na execução e sem deixar de considerar os aspectos econômicos e técnicos envolvidos. A seguir são listadas as principais propostas de continuidade desse trabalho:

- Metodologia de Alocação Ótima de Medidores em Redes de Distribuição;
- Implementação do Estimador de Estados em Linguagem de Programação de Alto Nível e Integração à Arquitetura de Dados Centralizada;
- Desenvolvimento de Técnicas de Interpolação/Extrapolação de Dados Não Disponíveis;
- Desenvolvimento de Metodologia Para Identificação e Tratamento de Erros Grosseiros e Topológicos;
- Estudos De Propostas De Camada Física Para Comunicação de Dados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABUR, Ali; EXPOSITO, Antonio Gomez. **Power system state estimation: theory and implementation**. CRC Press, 2004.
- ALVES, Guilherme O; PEREIRA, JLR; GARCIA, Paulo AN; OLIVEIRA, Bráulio C et al. Estimacão de Estados em Sistemas de Distribuico Utilizando PMUs. In: SBSE. VI Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos. 2015.
- ALVES, Guilherme O; PEREIRA, JLR; GARCIA, Paulo AN; SOUZA, MA et al. Distribution system state estimation using phasor measurement units. In: IEEE. 10TH International Conference on Compatibility, Power Electronics and Power Engineering (CPE-POWERENG). 2016. P. 132–137.
- BARAN, Mesut; KELLEY, Arthur W. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 9, n. 3, p. 1601–1609, 1994.
- BARAN, Mesut; MCDERMOTT, TE. Distribution system state estimation using AMI data. In: IEEE. POWER Systems Conference and Exposition, 2009. PSCE'09. IEEE/PES. 2009. P. 1–3.
- BARAN, Mesut E; JUNG, Jaesung; MCDERMOTT, Thomas E. Including voltage measurements in branch current state estimation for distribution systems. In: IEEE. POWER & Energy Society General Meeting, 2009. PES'09. IEEE. 2009. P. 1–5.
- BARAN, Mesut E; KELLEY, Arthur W. A branch-current-based state estimation method for distribution systems. **IEEE transactions on power systems**, v. 10, CONF-940702–, 1995.
- BARAN, Mesut E; WU, Felix F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 4, n. 2, p. 1401–1407, 1989.
- BARAN, Mesut E; ZHU, Jinxiang; KELLEY, Arthur W. Meter placement for real-time monitoring of distribution feeders. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 11, n. 1, p. 332–337, 1996.
- CABOS ELÉTRICOS, Condumax Fios e. **Cabo Maxlink SC AL 15kV**. v. 1. 2022.
- CARCANGIU, Sara et al. Forecasting-aided monitoring for the distribution system state estimation. **Complexity**, Hindawi, v. 2020, 2020.
- CLEMENTS, Kevin; DAVIS, Paul W; FREY, Karen D et al. Treatment of inequality constraints in power system state estimation. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 10, n. 2, p. 567–574, 1995.

- DENG, Youman; HE, Ying; ZHANG, Boming. A branch-estimation-based state estimation method for radial distribution systems. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 17, n. 4, p. 1057–1062, 2002.
- DU, Jian et al. Model Quality Evaluation of Advanced Distribution Management System Based on Smart Grid Architecture Model. In: 2021 China International Conference on Electricity Distribution (CICED). 2021. P. 688–691. DOI: 10.1109/CICED50259.2021.9556844.
- DZAFIC, Izudin; HUSEINAGIC, Indira. Real time distribution system state estimation based on interior point method. **SouthEast Europe Journal of Soft Computing**, v. 3, n. 1, 2014.
- GÖL, Murat; ABUR, Ali. A hybrid state estimator for systems with limited number of PMUs. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 30, n. 3, p. 1511–1517, 2014.
- GRANVILLE, Sergio. Optimal reactive dispatch through interior point methods. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 9, n. 1, p. 136–146, 1994.
- HAUGHTON, Daniel A; HEYDT, Gerald Thomas. A linear state estimation formulation for smart distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, n. 28, p. 1187–1195, 2013.
- KHAN, Maman Ahmad; HAYES, Barry. Three phase state estimation in power distribution networks by integrating IEEE-1588 with smart meters. In: IEEE. 2019 International Conference on Smart Grid Synchronized Measurements and Analytics (SGSMA). 2019. P. 1–8.
- KHORSHIDI, Reza; SHABANINIA, Faridon; NIKNAM, Taher. A new smart approach for state estimation of distribution grids considering renewable energy sources. **Energy**, Elsevier, v. 94, p. 29–37, 2016.
- LI, Ke. State estimation for power distribution system and measurement impacts. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 11, n. 2, p. 911–916, 1996.
- LIN, W-M; TENG, J-H. Distribution fast decoupled state estimation by measurement pairing. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, IET, v. 143, n. 1, p. 43–48, 1996.
- LIN, Whei-Min; TENG, Jen-Hao. State estimation for distribution systems with zero-injection constraints. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 11, n. 1, p. 518–524, 1996.
- LIN, Whei-Min; TENG, Jen-Hao; CHEN, Shi-Jaw. A highly efficient algorithm in treating current measurements for the branch-current-based distribution state estimation. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 16, n. 3, p. 433–439, 2001.
- LTD., Power Sensors. **Synchrophasors for Distribution, Microgrids: PQube 3 MicroPMU**. v. 1. 2022.

- LU, CN; TEN, JH; LIU, W-HE. Distribution system state estimation. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 10, n. 1, p. 229–240, 1995.
- LU, Jizhe; LIU, Xuan et al. Research on advanced metering infrastructure time synchronization based on NTP. In: IEEE. 2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC). 2018. P. 5701–5704.
- MANITSAS, Efthymios et al. Distribution system state estimation using an artificial neural network approach for pseudo measurement modeling. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 27, n. 4, p. 1888–1896, 2012.
- MELO, Igor D; PEREIRA, José LR; RIBEIRO, Paulo F et al. Harmonic state estimation for distribution systems based on optimization models considering daily load profiles. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 170, p. 303–316, 2019.
- MELO, Igor D; PEREIRA, José LR; VARIZ, Abilio M et al. Harmonic state estimation for distribution networks using phasor measurement units. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 147, p. 133–144, 2017.
- MELO, Igor Delgado de; PEREIRA, José Luiz Rezende; VARIZ, Abilio Manuel; OLIVEIRA, Bráulio César. Harmonic state estimation for distribution systems based on synchrophasors. In: IEEE. 2016 IEEE 16th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC). 2016. P. 1–6.
- MELO, Igor Delgado de; PEREIRA, José Luiz Rezende; VARIZ, Abilio Manuel; OLIVEIRA, Bráulio Cesar. A PMU-based distribution system harmonic state estimation using parallel processing. In: IEEE. 2016 17th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP). 2016. P. 496–501.
- MINGORANÇA, Jeanderson Soares et al. Uma nova abordagem para correção de erros grosseiros em estimação de estados utilizando algoritmo genético. In: SBSE. IX Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos. 2022.
- MONTICELLI, A. Electric power system state estimation. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 88, n. 2, p. 262–282, 2000.
- MUTTAQI, Tazwar; BALDWIN, Thomas L.; CHIU, Steve C. Distribution System State Estimation with AMI Based on Load Correction Method. In: 2019 North American Power Symposium (NAPS). 2019. P. 1–6. DOI: 10.1109/NAPS46351.2019.9000334.
- NAKA, Shigenori et al. A hybrid particle swarm optimization for distribution state estimation. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 18, n. 1, p. 60–68, 2003.
- OLIVEIRA, Bráulio César de; MELO, Igor D; SOUZA, Matheus A. Bad data detection, identification and correction in distribution system state estimation based on PMUs. **Electrical Engineering**, Springer, v. 104, n. 3, p. 1573–1589, 2022.

- OLIVEIRA, Bráulio César de et al. Decentralized three-phase distribution system static state estimation based on phasor measurement units. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 160, p. 327–336, 2018.
- OLIVEIRA, Edimar J et al. An optimal power flow based on safety barrier interior point method. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 64, p. 977–985, 2015.
- PAU, Marco; PEGORARO, Paolo; SULIS, Sara. Efficient branch-current-based distribution system state estimation including synchronized measurements. **Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 62, n. 9, p. 2419–2429, 2013.
- PAU, Marco; PONCI, Ferdinanda et al. Distributed State Estimation for Multi-Feeder Distribution Grids. **IEEE Open Journal of Instrumentation and Measurement**, v. 1, p. 1–12, 2022. DOI: 10.1109/OJIM.2022.3198470.
- PERTL, Michael et al. Voltage estimation in active distribution grids using neural networks. In: IEEE. 2016 IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM). 2016. P. 1–5.
- PHADKE, AG et al. Recent developments in state estimation with phasor measurements. In: IEEE. POWER Systems Conference and Exposition, 2009. PSCE'09. IEEE/PES. 2009. P. 1–7.
- PRIMADIANTO, Anggoro; LU, Chan-Nan. A review on distribution system state estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 32, n. 5, p. 3875–3883, 2017.
- RANKOVIĆ, Aleksandar; MAKSIMOVIĆ, Branko M; SARIĆ, Andrija T. A three-phase state estimation in active distribution networks. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 54, p. 154–162, 2014.
- ROYTELMAN, I; SHAHIDEHPOUR, SM. State estimation for electric power distribution systems in quasi real-time conditions. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 8, n. 4, p. 2009–2015, 1993.
- SAJADI, Amirhossein et al. Integration of renewable energy systems and challenges for dynamics, control, and automation of electrical power systems. **Wiley Interdisciplinary Reviews: Energy and Environment**, Wiley Online Library, v. 8, n. 1, e321, 2019.
- SCHWEPPE, Fred C; HANDSCHIN, Edmund J. Static state estimation in electric power systems. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 62, n. 7, p. 972–982, 1974.
- SCHWEPPE, Fred C; WILDES, J. Power system static-state estimation, Part I, II and III. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, n. 1, p. 120–135, 1970.

- SEXAUER, Jason; JAVANBAKHT, Pirooz; MOHAGHEGHI, Salman. Phasor measurement units for the distribution grid: Necessity and benefits. In: IEEE. INNOVATIVE Smart Grid Technologies (ISGT), 2013 IEEE PES. 2013. P. 1–6.
- SHAFIU, A; JENKINS, N; STRBAC, G. Measurement location for state estimation of distribution networks with generation. In: IET, 2. GENERATION, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-. 2005. v. 152, p. 240–246.
- SOUZA, Matheus Alberto de et al. Detection and identification of energy theft in advanced metering infrastructures. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 182, p. 106258, 2020.
- STANDARD, IEEE/IEC International. IEEE/IEC International Standard - Measuring relays and protection equipment - Part 118-1: Synchrophasor for power systems - Measurements. **IEC/IEEE 60255-118-1:2018**, p. 1–78, 2018. DOI: 10.1109/IEEESTD.2018.8577045.
- SYSTEMS, Prysmian Cables. **Média Tensão - Uso Geral**. v. 1. 2022.
- TENG, J-H. Using voltage measurements to improve the results of branch-current-based state estimators for distribution systems. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, IET, v. 149, n. 6, p. 667–672, 2002.
- WANG, Haibin; SCHULZ, Noel N. A revised branch current-based distribution system state estimation algorithm and meter placement impact. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 19, n. 1, p. 207–213, 2004.
- WANG, Yubin; XIA, Mingchao et al. Augmented State Estimation of Line Parameters in Active Power Distribution Systems With Phasor Measurement Units. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 37, n. 5, p. 3835–3845, 2022. DOI: 10.1109/TPWRD.2021.3138165.
- WEG. **WEG Smart Meter Série SMW**. v. 1. 2020.
- ZHOU, Ming et al. An alternative for including phasor measurements in state estimators. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 21, n. 4, p. 1930–1937, 2006.

APÊNDICE A – Construção da Contribuição das Medidas na FOB, Gradiente da FOB e Matriz Hessiana

A.0.1 Medidas do Módulo da Tensão

Abaixo estão descritas as equações utilizadas para o método de pontos interiores considerando medidas de tensão nas barras. Como as variáveis de estado no problema original são as correntes nos ramos em coordenadas retangulares, considera-se as medidas de tensão na barra como o quadrado das medidas, de maneira a retirar a raiz quadrada das funções e facilitar o cálculo das derivadas referentes ao gradiente da FOB e da matriz Hessiana.

A contribuição das medidas do quadrado do módulo das tensões na FOB é descrita pela Equação A.1:

$$FOB_{S,k}^{V,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{Vmed_{S,k}^2 - Vcalc_{S,k}^2}{\sigma_j} \right)^2 \quad (A.1)$$

Onde:

- j Índice que representa a medida em questão;
- S Índice que representa a fase em questão (A, B ou C);
- k Índice que representa a barra em questão;
- $Vmed_{S,k}^2$ Quadrado do módulo da tensão medida, na fase S e barra K ;
- $Vcalc_{S,k}^2$ Quadrado do módulo da tensão calculada, na fase S e barra k ;
- σ_j A covariância de erro aleatório associado à medida j ;

Expandindo a equação temos que:

$$FOB_{S,k}^{V,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Vmed_{S,k}^2 - \left[(V_{S,k}^{Re})^2 + (V_{S,k}^m)^2 \right] \right\}^2 \quad (A.2)$$

Onde:

- $V_{S,k}^{Re}$ Parte real da tensão na barra k , fase S ;
- $V_{S,k}^m$ Parte imaginária da tensão na barra k , fase S ;

Explicitando as equações em função das fases, colocando as tensões em funções das correntes nos ramos temos que:

$$\begin{aligned}
FOB_{A,k}^{V,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Vmed_{A,k}^2 - \left\{ [V_{A,0}^{Re} - \sum_{L \in NV} (Z_{A,L}^{Re} I_{A,L}^{Re} + Z_{AB,L}^{Re} I_{B,L}^{Re} + Z_{AC,L}^{Re} I_{C,L}^{Re} - \right. \right. \\
\left. \left. Z_{A,L}^m I_{A,L}^m - Z_{AB,L}^m I_{B,L}^m - Z_{AC,L}^m I_{C,L}^m)]^2 + \right. \\
[V_{A,0}^m - \sum_{L \in NV} (Z_{A,L}^{Re} I_{A,L}^m + Z_{AB,L}^{Re} I_{B,L}^m + Z_{AC,L}^{Re} I_{C,L}^m - \\
\left. \left. Z_{A,L}^m I_{A,L}^{Re} - Z_{AB,L}^m I_{B,L}^{Re} - Z_{AC,L}^m I_{C,L}^{Re})]^2 \right\} \right\}^2 \quad (A.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FOB_{B,k}^{V,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Vmed_{B,k}^2 - \left\{ [V_{B,0}^{Re} - \sum_{L \in NV} (Z_{B,L}^{Re} I_{B,L}^{Re} + Z_{AB,L}^{Re} I_{A,L}^{Re} + Z_{BC,L}^{Re} I_{C,L}^{Re} - \right. \right. \\
\left. \left. Z_{B,L}^m I_{B,L}^m - Z_{AB,L}^m I_{A,L}^m - Z_{BC,L}^m I_{C,L}^m)]^2 + \right. \\
[V_{B,0}^m - \sum_{L \in NV} (Z_{B,L}^{Re} I_{B,L}^m + Z_{AB,L}^{Re} I_{A,L}^m + Z_{BC,L}^{Re} I_{C,L}^m - \\
\left. \left. Z_{B,L}^m I_{B,L}^{Re} - Z_{AB,L}^m I_{A,L}^{Re} - Z_{BC,L}^m I_{C,L}^{Re})]^2 \right\} \right\}^2 \quad (A.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FOB_{C,k}^{V,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Vmed_{C,k}^2 - \left\{ [V_{C,0}^{Re} - \sum_{L \in NV} (Z_{C,L}^{Re} I_{C,L}^{Re} + Z_{BC,L}^{Re} I_{B,L}^{Re} + Z_{AC,L}^{Re} I_{A,L}^{Re} - \right. \right. \\
\left. \left. Z_{C,L}^m I_{C,L}^m - Z_{BC,L}^m I_{B,L}^m - Z_{AC,L}^m I_{A,L}^m)]^2 + \right. \\
[V_{C,0}^m - \sum_{L \in NV} (Z_{C,L}^{Re} I_{C,L}^m + Z_{BC,L}^{Re} I_{B,L}^m + Z_{AC,L}^{Re} I_{A,L}^m - \\
\left. \left. Z_{C,L}^m I_{C,L}^{Re} - Z_{BC,L}^m I_{B,L}^{Re} - Z_{AC,L}^m I_{A,L}^{Re})]^2 \right\} \right\}^2 \quad (A.5)
\end{aligned}$$

Onde:

- L Índice do ramo em questão;
- NV Conjunto dos ramos que estão à montante da barra k ;
- $V_{S,0}^{Re}$ Parte real da tensão na subestação principal (Barra 0), fase S ;
- $V_{S,0}^m$ Parte imaginária da tensão na subestação principal (Barra 0), fase S ;
- $Z_{S,L}^{Re}$ Parte real da impedância própria do ramo L , fase S ;
- $Z_{S,L}^m$ Parte imaginária da impedância própria do ramo L , fase S ;
- $Z_{SM,L}^{Re}$ Parte real da impedância mútua do ramo L , fases S e M ;
- $Z_{SM,L}^m$ Parte imaginária da impedância mútua do ramo L , fases S e M ;
- $I_{S,L}^{Re}$ parte real da corrente do ramo L , fase S ;
- $I_{S,L}^m$ parte imaginária da corrente do ramo L , fase S ;

A.0.2 Medidas de Potência Ativa e Reativa

Abaixo estão descritas as equações utilizadas para o método de pontos interiores considerando medidas de potência ativa e reativa.

A contribuição das medidas de potência ativa na FOB é descrita pela Equação A.6:

$$FOB_{S,k}^{P,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{Pmed_{S,k} - Pcalc_{S,k}}{\sigma_j} \right)^2 \quad (A.6)$$

Onde:

- j Índice que representa a medida em questão;
- S Índice que representa a fase em questão (A, B ou C);
- k Índice que representa a barra em questão;
- $Pmed_{S,k}$ Potência Ativa medida, na fase S e barra k ;
- $Pcalc_{S,k}$ Potência Ativa calculada, na fase S e barra k ;
- σ_j A covariância de erro aleatório associado à medida j ;

Expandindo a equação temos que:

$$FOB_{S,k}^{P,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left[Pmed_{S,k} - (V_{S,k}^{Re} I_{S,k}^{Re} + V_{S,k}^m I_{S,k}^m) \right]^2 \quad (A.7)$$

Onde:

- $V_{S,k}^{Re}$ Parte real da tensão na barra k , fase S ;
- $I_{S,k}^{Re}$ Parte real da corrente injetada na barra k , fase S ;
- $V_{S,k}^m$ Parte imaginária da tensão na barra k , fase S ;
- $I_{S,k}^m$ Parte imaginária da corrente na barra k , fase S ;

Explicitando as equações em função das fases, colocando as tensões e correntes injetadas em funções das correntes nos ramos temos que:

$$FOB_{A,k}^{P,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Pmed_{A,k} - \left\{ [V_{A,0}^{Re} - \sum_{L \in NV} (Z_{A,L}^{Re} I_{A,L}^{Re} + Z_{AB,L}^{Re} I_{B,L}^{Re} + Z_{AC,L}^{Re} I_{C,L}^{Re} - Z_{A,L}^m I_{A,L}^m - Z_{AB,L}^m I_{B,L}^m - Z_{AC,L}^m I_{C,L}^m)] \sum_{L \in NI} (I_{A,L}^{Re}) + [V_{A,0}^m - \sum_{L \in NV} (Z_{A,L}^{Re} I_{A,L}^m + Z_{AB,L}^{Re} I_{B,L}^m + Z_{AC,L}^{Re} I_{C,L}^m - Z_{A,L}^m I_{A,L}^{Re} - Z_{AB,L}^m I_{B,L}^{Re} - Z_{AC,L}^m I_{C,L}^{Re})] \sum_{L \in NI} (I_{A,L}^m) \right\} \right\}^2 \quad (A.8)$$

$$\begin{aligned}
FOB_{B,k}^{P,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Pmed_{B,k} - \left\{ [V_{B,0}^{Re} - \sum_{L \in NV} (Z_{B,L}^{Re} I_{B,L}^{Re} + Z_{AB,L}^{Re} I_{A,L}^{Re} + Z_{BC,L}^{Re} I_{C,L}^{Re} - \right. \right. \\
\left. \left. Z_{B,L}^m I_{B,L}^m - Z_{AB,L}^m I_{A,L}^m - Z_{BC,L}^m I_{C,L}^m)] \sum_{L \in NI} (I_{B,L}^{Re}) + \right. \\
[V_{B,0}^m - \sum_{L \in NV} (Z_{B,L}^{Re} I_{B,L}^m + Z_{AB,L}^{Re} I_{A,L}^m + Z_{BC,L}^{Re} I_{C,L}^m - \\
\left. \left. Z_{B,L}^m I_{B,L}^{Re} - Z_{AB,L}^m I_{A,L}^{Re} - Z_{BC,L}^m I_{C,L}^{Re})] \sum_{L \in NI} (I_{B,L}^m) \right\} \right\}^2 \quad (A.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FOB_{C,k}^{P,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Pmed_{C,k} - \left\{ [V_{C,0}^{Re} - \sum_{L \in NV} (Z_{C,L}^{Re} I_{C,L}^{Re} + Z_{BC,L}^{Re} I_{B,L}^{Re} + Z_{AC,L}^{Re} I_{A,L}^{Re} - \right. \right. \\
\left. \left. Z_{C,L}^m I_{C,L}^m - Z_{BC,L}^m I_{B,L}^m - Z_{AC,L}^m I_{A,L}^m)] \sum_{L \in NI} (I_{C,L}^{Re}) + \right. \\
[V_{C,0}^m - \sum_{L \in NV} (Z_{C,L}^{Re} I_{C,L}^m + Z_{BC,L}^{Re} I_{B,L}^m + Z_{AC,L}^{Re} I_{A,L}^m - \\
\left. \left. Z_{C,L}^m I_{C,L}^{Re} - Z_{BC,L}^m I_{B,L}^{Re} - Z_{AC,L}^m I_{A,L}^{Re})] \sum_{L \in NI} (I_{C,L}^m) \right\} \right\}^2 \quad (A.10)
\end{aligned}$$

Onde:

- L Índice do ramo em questão;
- NV Conjunto dos ramos que estão à montante da barra k ;
- NI Conjunto dos ramos que estão diretamente conectados à barra k ;
- $V_{S,0}^{Re}$ Parte real da tensão na subestação principal (Barra 0), fase S ;
- $V_{S,0}^m$ Parte imaginária da tensão na subestação principal (Barra 0), fase S ;
- $Z_{S,L}^{Re}$ Parte real da impedância própria do ramo L , fase S ;
- $Z_{S,L}^m$ Parte imaginária da impedância própria do ramo L , fase S ;
- $Z_{SM,L}^{Re}$ Parte real da impedância mútua do ramo L , fases S e M ;
- $Z_{SM,L}^m$ Parte imaginária da impedância mútua do ramo L , fases S e M ;
- $I_{S,L}^{Re}$ parte real da corrente do ramo L , fase S ;
- $I_{S,L}^m$ parte imaginária da corrente do ramo L , fase S ;

De maneira análoga:

$$\begin{aligned}
FOB_{A,k}^{Q,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Qmed_{A,k} - \left\{ [V_{A,0}^m - \sum_{L \in NV} (Z_{A,L}^{Re} I_{A,L}^m + Z_{AB,L}^{Re} I_{B,L}^m + Z_{AC,L}^{Re} I_{C,L}^m + \right. \right. \\
\left. \left. Z_{A,L}^m I_{A,L}^{Re} + Z_{AB,L}^m I_{B,L}^{Re} + Z_{AC,L}^m I_{C,L}^{Re})] \sum_{L \in NI} (I_{A,L}^{Re}) - \right. \\
[V_{A,0}^{Re} - \sum_{L \in NV} (Z_{A,L}^{Re} I_{A,L}^{Re} + Z_{AB,L}^{Re} I_{B,L}^{Re} + Z_{AC,L}^{Re} I_{C,L}^{Re} - \\
\left. \left. Z_{A,L}^m I_{A,L}^m - Z_{AB,L}^m I_{B,L}^m - Z_{AC,L}^m I_{C,L}^m)] \sum_{L \in NI} (I_{A,L}^m) \right\} \right\}^2 \quad (A.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FOB_{B,k}^{Q,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Qmed_{B,k} - \left\{ [V_{B,0}^m - \sum_{L \in NV} (Z_{AB,L}^{Re} I_{A,L}^m + Z_{B,L}^{Re} I_{B,L}^m + Z_{BC,L}^{Re} I_{C,L}^m + \right. \right. \\
\left. \left. Z_{AB,L}^m I_{A,L}^{Re} + Z_{B,L}^m I_{B,L}^{Re} + Z_{BC,L}^m I_{C,L}^{Re})] \sum_{L \in NI} (I_{B,L}^{Re}) - \right. \\
[V_{B,0}^{Re} - \sum_{L \in NV} (Z_{AB,L}^{Re} I_{A,L}^{Re} + Z_{B,L}^{Re} I_{B,L}^{Re} + Z_{BC,L}^{Re} I_{C,L}^{Re} - \\
\left. \left. Z_{AB,L}^m I_{A,L}^m - Z_{B,L}^m I_{B,L}^m - Z_{BC,L}^m I_{C,L}^m)] \sum_{L \in NI} (I_{B,L}^m) \right\} \right\}^2 \quad (A.12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FOB_{C,k}^{Q,j} = \frac{1}{2\sigma_j^2} \left\{ Qmed_{C,k} - \left\{ [V_{C,0}^m - \sum_{L \in NV} (Z_{AC,L}^{Re} I_{A,L}^m + Z_{BC,L}^{Re} I_{B,L}^m + Z_{C,L}^{Re} I_{C,L}^m + \right. \right. \\
\left. \left. Z_{AC,L}^m I_{A,L}^{Re} + Z_{BC,L}^m I_{B,L}^{Re} + Z_{C,L}^m I_{C,L}^{Re})] \sum_{L \in NI} (I_{C,L}^{Re}) - \right. \\
[V_{C,0}^{Re} - \sum_{L \in NV} (Z_{AC,L}^{Re} I_{A,L}^{Re} + Z_{BC,L}^{Re} I_{B,L}^{Re} + Z_{C,L}^{Re} I_{C,L}^{Re} - \\
\left. \left. Z_{AC,L}^m I_{A,L}^m - Z_{BC,L}^m I_{B,L}^m - Z_{C,L}^m I_{C,L}^m)] \sum_{L \in NI} (I_{C,L}^m) \right\} \right\}^2 \quad (A.13)
\end{aligned}$$

Como mencionado, para a solução do problema é utilizado o Método de Pontos Interiores com Barreira de Segurança proposto por (OLIVEIRA, E. J. et al., 2015), que encontra-se detalhado no Apêndice B. Nesta seção apresentam-se as particularidades deste método para a resolução do problema de Estimação de Estados proposto neste trabalho. Assim, serão detalhados o Gradiente da Função Objetivo em relação às variáveis de estado e a matriz Hessiana da Função Lagrangeana em função das variáveis de estado.

A.1 Gradiente da Função Objetivo

As variáveis de estado adotadas são as correntes nos ramos na forma retangular. Dessa forma as expressões para as derivadas da função objetivo em relação às correntes nos ramos para um sistema trifásico são dadas pelas Equações A.14 a A.115.

A.1.1 Contribuição das Medidas do Quadrado da Tensão

A.1.1.1 Gradiente do Quadrado da Tensão para determinada barra k - Fase A

1) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante da barra k (com ou sem conexão direta).

$$\frac{\partial FOBV_A^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{A,k}^2 - \left[(V_{A,k}^{Re})^2 + (V_{A,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,A}^{Re} V_{A,k}^{Re} + 2Z_{L,A}^m V_{A,k}^m)}{\sigma_j^2} \quad (A.14)$$

$$\frac{\partial FOBV_A^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{A,k}^2 - \left[(V_{A,k}^{Re})^2 + (V_{A,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,AB}^{Re} V_{A,k}^{Re} + 2Z_{L,AB}^m V_{A,k}^m)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial FOBV_A^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{A,k}^2 - \left[(V_{A,k}^{Re})^2 + (V_{A,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,AC}^{Re} V_{A,k}^{Re} + 2Z_{L,AC}^m V_{A,k}^m)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.16})$$

2) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante da barra k (com e sem conexão direta).

$$\frac{\partial FOBV_A^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{A,k}^2 - \left[(V_{A,k}^{Re})^2 + (V_{A,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,A}^{Re} V_{A,k}^m - 2Z_{L,A}^m V_{A,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial FOBV_A^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{A,k}^2 - \left[(V_{A,k}^{Re})^2 + (V_{A,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,AB}^{Re} V_{A,k}^m - 2Z_{L,AB}^m V_{A,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial FOBV_A^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{A,k}^2 - \left[(V_{A,k}^{Re})^2 + (V_{A,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,AC}^{Re} V_{A,k}^m - 2Z_{L,AC}^m V_{A,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.19})$$

A.1.1.2 Gradiente do Quadrado da Tensão para determinada barra k - Fase B

1) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante da barra k (com ou sem conexão direta).

$$\frac{\partial FOBV_B^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{B,k}^2 - \left[(V_{B,k}^{Re})^2 + (V_{B,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,AB}^{Re} V_{B,k}^{Re} + 2Z_{L,AB}^m V_{B,k}^m)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial FOBV_B^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{B,k}^2 - \left[(V_{B,k}^{Re})^2 + (V_{B,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,B}^{Re} V_{B,k}^{Re} + 2Z_{L,B}^m V_{B,k}^m)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial FOBV_B^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{B,k}^2 - \left[(V_{B,k}^{Re})^2 + (V_{B,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,BC}^{Re} V_{B,k}^{Re} + 2Z_{L,BC}^m V_{B,k}^m)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.22})$$

2) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante da barra k (com e sem conexão direta).

$$\frac{\partial FOBV_B^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{B,k}^2 - \left[(V_{B,k}^{Re})^2 + (V_{B,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,AB}^{Re} V_{B,k}^m - 2Z_{L,AB}^m V_{B,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\partial FOBV_B^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{B,k}^2 - \left[(V_{B,k}^{Re})^2 + (V_{B,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,B}^{Re} V_{B,k}^m - 2Z_{L,B}^m V_{B,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial FOBV_B^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{B,k}^2 - \left[(V_{B,k}^{Re})^2 + (V_{B,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,BC}^{Re} V_{B,k}^m - 2Z_{L,BC}^m V_{B,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.25})$$

A.1.1.3 Gradiente do Quadrado da Tensão para determinada barra k - Fase C

1) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante da barra k (com ou sem conexão direta).

$$\frac{\partial FOBV_C^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{C,k}^2 - \left[(V_{C,k}^{Re})^2 + (V_{C,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,AC}^{Re} V_{C,k}^{Re} + 2Z_{L,AC}^m V_{C,k}^m)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{\partial FOBV_C^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{C,k}^2 - \left[(V_{C,k}^{Re})^2 + (V_{C,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,BC}^{Re} V_{C,k}^{Re} + 2Z_{L,BC}^m V_{C,k}^m)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{\partial FOBV_C^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{C,k}^2 - \left[(V_{C,k}^{Re})^2 + (V_{C,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,C}^{Re} V_{C,k}^{Re} + 2Z_{L,C}^m V_{C,k}^m)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.28})$$

2) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante da barra k (com e sem conexão direta).

$$\frac{\partial FOBV_C^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{C,k}^2 - \left[(V_{C,k}^{Re})^2 + (V_{C,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,AC}^{Re} V_{C,k}^m - 2Z_{L,AC}^m V_{C,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial FOBV_C^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{C,k}^2 - \left[(V_{C,k}^{Re})^2 + (V_{C,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,BC}^{Re} V_{C,k}^m - 2Z_{L,BC}^m V_{C,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{\partial FOBV_C^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left\{ Vmed_{C,k}^2 - \left[(V_{C,k}^{Re})^2 + (V_{C,k}^m)^2 \right] \right\} (2Z_{L,C}^{Re} V_{C,k}^m - 2Z_{L,C}^m V_{C,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.31)$$

A.1.2 Contribuição das Medidas de Potência Ativa

A.1.2.1 Gradiente da Potência Ativa para determinada barra k - Fase A

1) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,A}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,A}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.32)$$

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,AB}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.33)$$

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,AC}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.34)$$

2) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,A}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,A}^m I_A^{k,m} - V_A^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.35)$$

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,AB}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.36)$$

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,AC}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.37)$$

3) Em relação à parte real das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] V_A^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (A.38)$$

4) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,A}^{Re} I_A^{k,m} - Z_{L,A}^m I_A^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.39)$$

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_A^{k,m} - Z_{L,AB}^m I_A^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.40)$$

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_A^{k,m} - Z_{L,AC}^m I_A^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.41)$$

5) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,A}^{Re} I_A^{k,m} - Z_{L,A}^m I_A^{k,Re} - V_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.42)$$

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_A^{k,m} - Z_{L,AB}^m I_A^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.43)$$

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_A^{k,m} - Z_{L,AC}^m I_A^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.44)$$

6) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_A^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Pmed_A^k - (V_A^{k,Re} I_A^{k,Re} + V_A^{k,m} I_A^{k,m}) \right] V_A^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (A.45)$$

A.1.2.2 Gradiente da Potência Ativa para determinada barra k - Fase B

1) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,AB}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.46)$$

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,B}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,B}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.47)$$

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,BC}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.48)$$

2) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,AB}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.49)$$

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,B}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,B}^m I_B^{k,m} - V_B^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.50)$$

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,BC}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.51)$$

3) Em relação à parte real das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] V_B^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (A.52)$$

4) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_B^{k,m} - Z_{L,AB}^m I_B^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.53)$$

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,B}^{Re} I_B^{k,m} - Z_{L,B}^m I_B^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.54)$$

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_B^{k,m} - Z_{L,BC}^m I_B^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.55)$$

5) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_B^{k,m} - Z_{L,AB}^m I_B^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.56)$$

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,B}^{Re} I_B^{k,m} - Z_{L,B}^m I_B^{k,Re} - V_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.57)$$

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_B^{k,m} - Z_{L,BC}^m I_B^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.58)$$

6) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_B^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Pmed_B^k - (V_B^{k,Re} I_B^{k,Re} + V_B^{k,m} I_B^{k,m}) \right] V_B^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (A.59)$$

A.1.2.3 Gradiente da Potência Ativa para determinada barra k - Fase C

1) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,AC}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.60)$$

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,BC}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.61)$$

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,C}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,C}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.62)$$

2) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,AC}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.63)$$

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,BC}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.64)$$

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,C}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,C}^m I_C^{k,m} - V_C^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.65)$$

3) Em relação à parte real das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] V_C^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (A.66)$$

4) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_C^{k,m} - Z_{L,AC}^m I_C^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.67)$$

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_C^{k,m} - Z_{L,BC}^m I_C^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.68)$$

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,C}^{Re} I_C^{k,m} - Z_{L,C}^m I_C^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.69)$$

5) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_C^{k,m} - Z_{L,AC}^m I_C^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.70)$$

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_C^{k,m} - Z_{L,BC}^m I_C^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.71)$$

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,C}^{Re} I_C^{k,m} - Z_{L,C}^m I_C^{k,Re} - V_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.72)$$

6) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBP_C^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Pmed_C^k - (V_C^{k,Re} I_C^{k,Re} + V_C^{k,m} I_C^{k,m}) \right] V_C^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (A.73)$$

A.1.3 Contribuição das Medidas de Potência Reativa

A.1.3.1 Gradiente da Potência Reativa para determinada barra k - Fase A

1) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,A}^m I_A^{k,Re} - Z_{L,A}^{Re} I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.74)$$

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^m I_A^{k,Re} - Z_{L,AB}^{Re} I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.75)$$

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^m I_A^{k,Re} - Z_{L,AC}^{Re} I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.76)$$

2) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,A}^m I_A^{k,Re} - Z_{L,A}^{Re} I_A^{k,m} - V_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.77)$$

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^m I_A^{k,Re} - Z_{L,AB}^{Re} I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.78)$$

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^m I_A^{k,Re} - Z_{L,AC}^{Re} I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.79)$$

3) Em relação à parte real das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] V_A^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (A.80)$$

4) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,A}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,A}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.81)$$

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,AB}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.82)$$

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,AC}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.83)$$

5) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,A}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,A}^m I_A^{k,m} + V_A^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.84)$$

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,AB}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.85)$$

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_A^{k,Re} + Z_{L,AC}^m I_A^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.86)$$

6) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_A^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Qmed_A^k - (V_A^{k,m} I_A^{k,Re} - V_A^{k,Re} I_A^{k,m}) \right] (-V_A^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.87)$$

A.1.3.2 Gradiente da Potência Reativa para determinada barra k - Fase B

1) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^m I_B^{k,Re} - Z_{L,AB}^{Re} I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.88)$$

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,B}^m I_B^{k,Re} - Z_{L,B}^{Re} I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.89)$$

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^m I_B^{k,Re} - Z_{L,BC}^{Re} I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.90)$$

2) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^m I_B^{k,Re} - Z_{L,AB}^{Re} I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.91})$$

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,B}^m I_B^{k,Re} - Z_{L,B}^{Re} I_B^{k,m} - V_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.92})$$

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^m I_B^{k,Re} - Z_{L,BC}^{Re} I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.93})$$

3) Em relação à parte real das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] V_B^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.94})$$

4) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,AB}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.95})$$

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,B}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,B}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.96})$$

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,BC}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.97})$$

5) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,AB}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,AB}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.98})$$

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,B}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,B}^m I_B^{k,m} + V_B^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.99})$$

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_B^{k,Re} + Z_{L,BC}^m I_B^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.100})$$

6) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_B^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Qmed_B^k - (V_B^{k,m} I_B^{k,Re} - V_B^{k,Re} I_B^{k,m}) \right] (-V_B^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.101})$$

A.1.3.3 Gradiente da Potência Reativa para determinada barra k - Fase C

1) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^m I_C^{k,Re} - Z_{L,AC}^{Re} I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.102})$$

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^m I_C^{k,Re} - Z_{L,BC}^{Re} I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.103})$$

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,C}^m I_C^{k,Re} - Z_{L,C}^{Re} I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.104})$$

2) Em relação à parte real das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,A}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^m I_C^{k,Re} - Z_{L,AC}^{Re} I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.105})$$

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,B}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^m I_C^{k,Re} - Z_{L,BC}^{Re} I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.106)$$

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,C}^m I_C^{k,Re} - Z_{L,C}^{Re} I_C^{k,m} - V_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.107)$$

3) Em relação à parte real das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,C}^{Re}} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] V_C^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (A.108)$$

4) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e sem conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,AC}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.109)$$

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,BC}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.110)$$

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,C}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,C}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.111)$$

5) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à montante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,A}^m} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,AC}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,AC}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.112)$$

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,B}^m} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,BC}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,BC}^m I_C^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (A.113)$$

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (Z_{L,C}^{Re} I_C^{k,Re} + Z_{L,C}^m I_C^{k,m} + V_C^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.114)$$

6) Em relação à parte imaginária das correntes em ramos à jusante e com conexão direta à barra k .

$$\frac{\partial FOBQ_C^k}{\partial I_{L,C}^m} = \frac{\left[Qmed_C^k - (V_C^{k,m} I_C^{k,Re} - V_C^{k,Re} I_C^{k,m}) \right] (-V_C^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (A.115)$$

A.2 Matriz Hessiana

Como visto na demonstração das equações do gradiente da FOB, as derivadas devem ser calculadas para diferentes situações das variáveis de estado, notadamente:

- Em relação às correntes que estão à montante e sem conexão direta à barra em questão;
- Em relação às correntes que estão à montante e com conexão direta à barra em questão;
- Em relação às correntes que estão à jusante com conexão direta à barra em questão.

As correntes a jusante sem conexão direta a barra em questão, não tem influência no cálculo de quaisquer das medidas analisadas, portanto o gradiente da contribuição destas medidas na FOB é sempre nulo, da mesma forma que a contribuição destas na matriz hessiana será nula.

Com relação às correntes que tem contribuição e devem ser levadas em conta para o cálculo das derivadas da matriz Hessiana, para cada uma das três situações acima citadas, considera-se as correntes em parte real e imaginária, para as três fases.

Dessa maneira, um número muito expressivo de diferentes derivadas compõem a matriz Hessiana. Para reduzir o espaço necessário para expressão de todas estas derivadas, assume-se os índices como se seguem:

- No denominador da derivada de segunda ordem ($Ex : \partial I_{L1,S}^{T,Re} \partial I_{L2,S}^{T,Re}$), o índice sobrescrito T define o local da corrente em relação à barra em questão (Para índice 1 - corrente à montante sem conexão direta, para índice 2 - corrente à montante com conexão direta, para índice 3 - corrente à jusante com conexão direta); Para este mesmo exemplo, os índices subscritos S representam que as duas derivadas são

em relação à mesma fase ($Ex : \partial I_{L1,A}^{T,Re} \partial I_{L2,A}^{T,Re}$); Ainda os índices subscritos $L1$ e $L2$ representam o ramo em questão;

- No denominador da derivada de segunda ordem ($Ex : \partial I_{L1,S}^{T,Re} \partial I_{L2,S*}^{T,Re}$), o índice sobrescrito $S*$ indica que as derivadas são em relação à fases distintas ($Ex : \partial I_{L1,A}^{T,Re} \partial I_{L2,B}^{T,Re}$);
- Para as impedâncias ($Ex : Z_{L1,P}^{Re}$) o índice subscrito P determina que se trata das impedâncias próprias (A, B ou C);
- Para as impedâncias ($Ex : Z_{L1,M}^{Re}$) o índice subscrito M determina que se trata das impedâncias mútuas (AB, BC ou AC).

A.2.1 Contribuição das Medidas do Quadrado da Tensão na Matriz Hessiana

- 1ª Derivada: Corrente à montante com ou sem conexão direta, 2ª Derivada: Idem.

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S}^{(1,2),Re} \partial I_{L2,S}^{(1,2),Re}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S}^{(1,2),Re} \partial I_{L1,S}^{(1,2),Re}} = \frac{(2Z_{L1,P}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L1,P}^m V_{S,k}^m) (2Z_{L2,P}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L2,P}^m V_{S,k}^m)}{\sigma_j^2} + \frac{\left\{ Vmed_{S,k}^2 - \left[(V_{S,k}^{Re})^2 + (V_{S,k}^m)^2 \right] \right\} [-2Z_{L1,P}^{Re} Z_{L2,P}^{Re} - 2Z_{L1,P}^m Z_{L2,P}^m]}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.116})$$

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S}^{(1,2),Re} \partial I_{L2,S*}^{(1,2),Re}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S*}^{(1,2),Re} \partial I_{L1,S}^{(1,2),Re}} = \frac{(2Z_{L1,P}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L1,P}^m V_{S,k}^m) (2Z_{L2,M}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L2,M}^m V_{S,k}^m)}{\sigma_j^2} + \frac{\left\{ Vmed_{S,k}^2 - \left[(V_{S,k}^{Re})^2 + (V_{S,k}^m)^2 \right] \right\} [-2Z_{L1,P}^{Re} Z_{L2,M}^{Re} - 2Z_{L1,P}^m Z_{L2,M}^m]}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.117})$$

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S*}^{(1,2),Re} \partial I_{L2,S*}^{(1,2),Re}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S*}^{(1,2),Re} \partial I_{L1,S*}^{(1,2),Re}} = \frac{(2Z_{L1,M}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L1,M}^m V_{S,k}^m) (2Z_{L2,M}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L2,M}^m V_{S,k}^m)}{\sigma_j^2} + \frac{\left\{ Vmed_{S,k}^2 - \left[(V_{S,k}^{Re})^2 + (V_{S,k}^m)^2 \right] \right\} [-2Z_{L1,M}^{Re} Z_{L2,M}^{Re} - 2Z_{L1,M}^m Z_{L2,M}^m]}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.118})$$

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S}^{(1,2),m} \partial I_{L2,S}^{(1,2),m}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S}^{(1,2),m} \partial I_{L1,S}^{(1,2),m}} = \frac{(2Z_{L1,P}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L1,P}^m V_{S,k}^{Re}) (2Z_{L2,P}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L2,P}^m V_{S,k}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{\left\{ V med_{S,k}^2 - \left[(V_{S,k}^{Re})^2 + (V_{S,k}^m)^2 \right] \right\} [-2Z_{L1,P}^{Re} Z_{L2,P}^{Re} - 2Z_{L1,P}^m Z_{L2,P}^m]}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.119})$$

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S}^{(1,2),m} \partial I_{L2,S^*}^{(1,2),m}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{(1,2),m} \partial I_{L1,S}^{(1,2),m}} = \frac{(2Z_{L1,P}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L1,P}^m V_{S,k}^{Re}) (2Z_{L2,M}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L2,M}^m V_{S,k}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{\left\{ V med_{S,k}^2 - \left[(V_{S,k}^{Re})^2 + (V_{S,k}^m)^2 \right] \right\} [-2Z_{L1,P}^{Re} Z_{L2,M}^{Re} - 2Z_{L1,P}^m Z_{L2,M}^m]}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.120})$$

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{(1,2),m} \partial I_{L2,S^*}^{(1,2),m}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{(1,2),m} \partial I_{L1,S^*}^{(1,2),m}} = \frac{(2Z_{L1,M}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L1,M}^m V_{S,k}^{Re}) (2Z_{L2,M}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L2,M}^m V_{S,k}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{\left\{ V med_{S,k}^2 - \left[(V_{S,k}^{Re})^2 + (V_{S,k}^m)^2 \right] \right\} [-2Z_{L1,M}^{Re} Z_{L2,M}^{Re} - 2Z_{L1,M}^m Z_{L2,M}^m]}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.121})$$

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S}^{(1,2),Re} \partial I_{L2,S}^{(1,2),m}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S}^{(1,2),m} \partial I_{L1,S}^{(1,2),Re}} = \frac{(2Z_{L1,P}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L1,P}^m V_{S,k}^m) (2Z_{L2,P}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L2,P}^m V_{S,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.122})$$

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S}^{(1,2),Re} \partial I_{L2,S^*}^{(1,2),m}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{(1,2),m} \partial I_{L1,S}^{(1,2),Re}} = \frac{(2Z_{L1,P}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L1,P}^m V_{S,k}^m) (2Z_{L2,M}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L2,M}^m V_{S,k}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{\left\{ V med_{S,k}^2 - \left[(V_{S,k}^{Re})^2 + (V_{S,k}^m)^2 \right] \right\} [-2Z_{L1,P}^{Re} Z_{L2,M}^m - 2Z_{L2,M}^{Re} Z_{L1,P}^m]}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.123})$$

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S}^{(1,2),m} \partial I_{L2,S^*}^{(1,2),Re}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{(1,2),Re} \partial I_{L1,S}^{(1,2),m}} = \frac{(2Z_{L1,P}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L1,P}^m V_{S,k}^{Re}) (2Z_{L2,M}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L2,M}^m V_{S,k}^m)}{\sigma_j^2} + \frac{\left\{ V med_{S,k}^2 - \left[(V_{S,k}^{Re})^2 + (V_{S,k}^m)^2 \right] \right\} [-2Z_{L1,P}^m Z_{L2,M}^{Re} - 2Z_{L1,P}^{Re} Z_{L2,M}^m]}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.124})$$

$$\frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{(1,2),Re} \partial I_{L2,S^*}^{(1,2),m}} = \frac{\partial^2 FOBV_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{(1,2),m} \partial I_{L1,S^*}^{(1,2),Re}} = \frac{(2Z_{L1,M}^{Re} V_{S,k}^{Re} + 2Z_{L1,M}^m V_{S,k}^m) (2Z_{L2,M}^{Re} V_{S,k}^m - 2Z_{L2,M}^m V_{S,k}^{Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.125})$$

A.2.2 Contribuição das Medidas de Potência Ativa na Matriz Hessiana

- 1ª Derivada: Corrente à montante sem conexão direta, 2ª Derivada: Idem.

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{1,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{1,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m}) (Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.126})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S^*}^{1,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m}) (Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.127})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,Re} \partial I_{L2,S^*}^{1,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,Re} \partial I_{L1,S^*}^{1,Re}} = \frac{(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m}) (Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.128})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{1,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re}) (Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.129})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S^*}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re}) (Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.130})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,m} \partial I_{L2,S^*}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,m} \partial I_{L1,S^*}^{1,m}} = \frac{(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re}) (Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.131})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{1,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.132})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S*}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S*}^{1,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.133})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S*}^{1,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S*}^{1,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.134})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S*}^{1,Re} \partial I_{L2,S*}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S*}^{1,m} \partial I_{L1,S*}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.135})$$

- 1^a Derivada: Corrente à montante sem conexão direta, 2^a Derivada: Corrente à montante com conexão direta (e vice-versa).

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,P}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.136})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S*}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S*}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.137})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S*}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S*}^{1,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,M}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.138})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,Re} \partial I_{L2,S^*}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{2,Re} \partial I_{L1,S^*}^{1,Re}} = \frac{(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m})(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.139})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m})] Z_{L1,P}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,m})(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.140})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S^*}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re})(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.141})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S^*}^{1,m}} = \frac{[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m})] Z_{L1,M}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re} - V_S^{k,m})(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.142})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,m} \partial I_{L2,S^*}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{2,m} \partial I_{L1,S^*}^{1,m}} = \frac{(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re})(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.143})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m})] Z_{L1,P}^m}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re} - V_S^{k,m})(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.144})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{-[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m})] Z_{L1,P}^m}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re})(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.145})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m})(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.146})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{-\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,M}^m}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re})(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.147})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,M}^m}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re} - V_S^{k,m})(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.148})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re})(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.149})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m})(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.150})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re})(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m})}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.151})$$

- 1^a Derivada: Corrente à montante sem conexão direta, 2^a Derivada: Corrente à jusante com conexão direta (e vice-versa).

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,P}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m}) V_S^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.152})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S*}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S*}^{1,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,M}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) V_S^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.153})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,P}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.154})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S*}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S*}^{1,m}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,M}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.155})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,P}^m)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.156})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (Z_{L1,P}^m)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} \right) V_S^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.157})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S*}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S*}^{1,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,M}^m)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.158})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S*}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S*}^{1,m}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (Z_{L1,M}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} \right) V_S^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.159})$$

- 1^a Derivada: Corrente à montante com conexão direta, 2^a Derivada: Idem.

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,Re} \partial I_{L,S}^{2,Re}} = \frac{2Z_{L,P}^{Re} \left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] + \left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re} \right)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.160})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,Re} \partial I_{L,S*}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,Re} \partial I_{L,S}^{2,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] Z_{L,M}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.161})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,Re} \partial I_{L,S*}^{2,Re}} = \frac{\left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.162})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,m} \partial I_{L,S}^{2,m}} = \frac{2Z_{L,P}^{Re} \left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] + \left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L,P}^m I_S^{k,Re} - V_S^{k,m} \right)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.163})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,m} \partial I_{L,S*}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,m} \partial I_{L,S}^{2,m}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] Z_{L,M}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L,P}^m I_S^{k,Re} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.164})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,m} \partial I_{L,S*}^{2,m}} = \frac{\left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.165})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,Re} \partial I_{L,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,m} \partial I_{L,S}^{2,Re}} = \frac{\left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L,P}^m I_S^{k,Re} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.166})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,Re} \partial I_{L,S^*}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S^*}^{2,m} \partial I_{L,S}^{2,Re}} = & \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L,M}^m)}{\sigma_j^2} + \\ & \frac{\left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \end{aligned} \quad (\text{A.167})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,m} \partial I_{L,S^*}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S^*}^{2,Re} \partial I_{L,S}^{2,m}} = & \frac{Z_{L,M}^m \left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right]}{\sigma_j^2} + \\ & \frac{\left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L,P}^m I_S^{k,Re} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \end{aligned} \quad (\text{A.168})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S^*}^{2,Re} \partial I_{L,S^*}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L,S^*}^{2,m} \partial I_{L,S^*}^{2,Re}} = \frac{\left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.169})$$

- 1^a Derivada: Corrente à montante com conexão direta, 2^a Derivada: Corrente à jusante com conexão direta (e vice-versa).

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{2,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{2,Re}} = & \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,P}^{Re})}{\sigma_j^2} + \\ & \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re} \right) V_S^{k,Re}}{\sigma_j^2} \end{aligned} \quad (\text{A.170})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{2,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S^*}^{2,Re}} = & \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,M}^{Re})}{\sigma_j^2} + \\ & \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) V_S^{k,Re}}{\sigma_j^2} \end{aligned} \quad (\text{A.171})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{2,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{2,m}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,P}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - V_S^{k,m}) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.172})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{2,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S^*}^{2,m}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,M}^{Re})}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re}) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.173})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{2,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{2,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,P}^m)}{\sigma_j^2} + \frac{(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} - V_S^{k,Re}) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.174})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{2,m} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{2,m}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,P}^m}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - V_S^{k,m} \right) V_S^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.175})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{2,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S^*}^{2,Re}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] (-Z_{L1,M}^m)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.176})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{2,m} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S^*}^{2,m}} = \frac{\left[Pmed_S^k - (V_S^{k,Re} I_S^{k,Re} + V_S^{k,m} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,M}^m}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} - Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} \right) V_S^{k,Re}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.177})$$

- 1ª Derivada: Corrente à jusante com conexão direta, 2ª Derivada: Idem.

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{3,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{3,Re}} = \frac{\left(V_S^{k,Re}\right)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.178})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{3,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{3,m}} = \frac{\left(V_S^{k,m}\right)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.179})$$

$$\frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L1,S}^{3,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBP_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{3,Re}} = \frac{V_S^{k,Re} V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.180})$$

A.2.3 Contribuição das Medidas de Potência Reativa na Matriz Hessiana

- 1ª Derivada: Corrente à montante sem conexão direta, 2ª Derivada: Idem.

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{1,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{1,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m}\right) \left(Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m}\right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.181})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S^*}^{1,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m}\right) \left(Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m}\right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.182})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,Re} \partial I_{L2,S^*}^{1,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,Re} \partial I_{L1,S^*}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m}\right) \left(Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m}\right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.183})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{1,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m}\right) \left(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m}\right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.184})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S^*}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m}\right) \left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m}\right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.185})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,m} \partial I_{L2,S^*}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,m} \partial I_{L1,S^*}^{1,m}} = \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.186})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{1,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.187})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S^*}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.188})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S^*}^{1,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.189})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,Re} \partial I_{L2,S^*}^{1,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{1,m} \partial I_{L1,S^*}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.190})$$

- 1^a Derivada: Corrente à montante sem conexão direta, 2^a Derivada: Corrente à montante com conexão direta (e vice-versa).

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,P}^m}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.191})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S^*}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.192})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S^*}^{1,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,M}^m}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.193})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,Re} \partial I_{L2,S^*}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{2,Re} \partial I_{L1,S^*}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.194})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,P}^m}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.195})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S^*}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.196})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S^*}^{1,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,M}^m}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.197})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,m} \partial I_{L2,S^*}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S^*}^{2,m} \partial I_{L1,S^*}^{1,m}} = \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.198})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,P}^{Re} \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.199})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,P}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.200})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.201})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,M}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.202})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,M}^{Re} \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L2,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.203})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.204})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L2,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.205})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{2,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L2,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L2,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.206})$$

- 1^a Derivada: Corrente à montante sem conexão direta, 2^a Derivada: Corrente à jusante com conexão direta (e vice-versa).

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,P}^m \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.207})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S^*}^{1,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,M}^m \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.208})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,P}^m \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right) \left(-V_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.209})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S^*}^{1,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,M}^m \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(-V_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.210})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{1,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,P}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} \right) \left(-V_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.211})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{1,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,P}^{Re} \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.212})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S*}^{1,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S*}^{1,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,M}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} \right) \left(-V_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.213})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S*}^{1,m} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S*}^{1,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,M}^{Re} \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.214})$$

- 1^a Derivada: Corrente à montante com conexão direta, 2^a Derivada: Idem.

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,Re} \partial I_{L,S}^{2,Re}} = \frac{2Z_{L,P}^m \left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] + \left(Z_{L,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.215})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,Re} \partial I_{L,S*}^{2,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,Re} \partial I_{L,S}^{2,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L,M}^m}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.216})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,Re} \partial I_{L,S*}^{2,Re}} = \frac{\left(Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.217})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,m} \partial I_{L,S}^{2,m}} = \frac{2Z_{L,P}^m \left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] + \left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.218})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,m} \partial I_{L,S*}^{2,m}} &= \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,m} \partial I_{L,S}^{2,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L,M}^m}{\sigma_j^2} + \\ &\quad \frac{\left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \end{aligned} \quad (\text{A.219})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,m} \partial I_{L,S*}^{2,m}} = \frac{\left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.220})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,Re} \partial I_{L,S}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,m} \partial I_{L,S}^{2,Re}} = \frac{\left(Z_{L,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.221})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,Re} \partial I_{L,S*}^{2,m}} &= \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,m} \partial I_{L,S}^{2,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L,M}^{Re}}{\sigma_j^2} + \\ &\quad \frac{\left(Z_{L,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \end{aligned} \quad (\text{A.222})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S}^{2,m} \partial I_{L,S*}^{2,Re}} &= \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,Re} \partial I_{L,S}^{2,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L,M}^{Re} \right)}{\sigma_j^2} + \\ &\quad \frac{\left(Z_{L,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right) \left(Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \end{aligned} \quad (\text{A.223})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,Re} \partial I_{L,S*}^{2,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L,S*}^{2,m} \partial I_{L,S*}^{2,Re}} = \frac{\left(Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(Z_{L,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L,M}^{Re} I_S^{k,m} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.224})$$

- 1^a Derivada: Corrente à montante com conexão direta, 2^a Derivada: Corrente à jusante com conexão direta (e vice-versa).

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{2,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{2,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,P}^m \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.225})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{2,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S^*}^{2,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,M}^m \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.226})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{2,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{2,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,P}^m \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right) \left(-V_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.227})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{2,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S^*}^{2,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,M}^m \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) \left(-V_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.228})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{2,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{2,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,P}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,m} - V_S^{k,m} \right) \left(-V_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.229})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{2,m} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{2,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,P}^{Re} \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,P}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,P}^m I_S^{k,m} + V_S^{k,Re} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.230})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{2,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S^*}^{2,Re}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] Z_{L1,M}^{Re}}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^m I_S^{k,Re} - Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,m} \right) \left(-V_S^{k,Re} \right)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.231})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S^*}^{2,m} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S^*}^{2,m}} = \frac{\left[Qmed_S^k - (V_S^{k,m} I_S^{k,Re} - V_S^{k,Re} I_S^{k,m}) \right] \left(-Z_{L1,M}^{Re} \right)}{\sigma_j^2} + \frac{\left(Z_{L1,M}^{Re} I_S^{k,Re} + Z_{L1,M}^m I_S^{k,m} \right) V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.232})$$

- 1^a Derivada: Corrente à jusante com conexão direta, 2^a Derivada: Idem.

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{3,Re} \partial I_{L2,S}^{3,Re}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,Re} \partial I_{L1,S}^{3,Re}} = \frac{\left(V_S^{k,m} \right)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.233})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{3,m} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{3,m}} = \frac{\left(V_S^{k,Re} \right)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.234})$$

$$\frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L1,S}^{3,Re} \partial I_{L2,S}^{3,m}} = \frac{\partial^2 FOBQ_S^k}{\partial I_{L2,S}^{3,m} \partial I_{L1,S}^{3,Re}} = \frac{-V_S^{k,Re} V_S^{k,m}}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.235})$$

APÊNDICE B – DADOS DO SISTEMA TESTE E UFJF

B.1 Sistema 33 Barras

Este sistema possui 33 barras (BARAN; WU, 1989), sendo a barra 33 a subestação, tensão de 12,66 kV e potência base de 1 MVA. Os dados deste sistema estão apresentados nas Tabelas 9 e 10.

Tabela 9 – Dados de barra do sistema de 33 barras.

Barra	P_a (MW)	Q_a (MVar)	P_b (MW)	Q_b (MVar)	P_c (MW)	Q_c (MVar)
1	0,1	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2
2	0,2	0,4	0,2	0,4	0,2	0,4
3	0,12	0,08	0,12	0,08	0,12	0,08
4	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05
5	0,1	0,08	0,1	0,08	0,1	0,08
6	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,1
7	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,1
8	0,08	0,04	0,08	0,04	0,08	0,04
9	0,07	0,06	0,07	0,06	0,07	0,06
10	0,09	0,1	0,09	0,1	0,09	0,1
11	0,06	0,35	0,06	0,35	0,06	0,35
12	0,06	0,35	0,06	0,35	0,06	0,35
13	0,12	0,1	0,12	0,1	0,12	0,1
14	0,1	0,07	0,1	0,07	0,1	0,07
15	0,06	0,02	0,06	0,02	0,06	0,02
16	0,06	0,02	0,06	0,02	0,06	0,02
17	0,1	0,04	0,1	0,04	0,1	0,04
18	0,09	0,04	0,09	0,04	0,09	0,04
19	0,1	0,07	0,1	0,07	0,1	0,07
20	0,09	0,04	0,09	0,04	0,09	0,04
21	0,09	0,04	0,09	0,04	0,09	0,04
22	0,09	0,05	0,09	0,05	0,09	0,05
23	0,22	0,2	0,22	0,2	0,22	0,2
24	0,42	0,2	0,42	0,2	0,42	0,2
25	0,3	0,25	0,3	0,25	0,3	0,25
26	0,06	0,025	0,06	0,025	0,06	0,025
27	0,06	0,1	0,06	0,1	0,06	0,1
28	0,12	0,07	0,12	0,07	0,12	0,07
29	0,2	0,6	0,2	0,6	0,2	0,6
30	0,15	0,07	0,15	0,07	0,15	0,07
31	0,21	0,1	0,21	0,1	0,21	0,1
32	0,06	0,04	0,06	0,04	0,06	0,04
33	0	0	0	0	0	0

Fonte: Autor

Tabela 10 – Dados de linha do sistema de 33 barras.

De	Para	R_{aa} (Ω)	X_{aa} (Ω)	R_{bb} (Ω)	X_{bb} (Ω)	R_{cc} (Ω)	X_{cc} (Ω)
33	1	0,0922	0,047	0,0922	0,047	0,0922	0,047
1	2	0,493	0,2511	0,493	0,2511	0,493	0,2511
2	3	0,366	0,1864	0,366	0,1864	0,366	0,1864
3	4	0,3811	0,1941	0,3811	0,1941	0,3811	0,1941
4	5	0,819	0,707	0,819	0,707	0,819	0,707
5	6	0,1872	0,6188	0,1872	0,6188	0,1872	0,6188
6	7	0,7114	0,2351	0,7114	0,2351	0,7114	0,2351
7	8	1,03	0,74	1,03	0,74	1,03	0,74
8	9	1,044	0,74	1,044	0,74	1,044	0,74
9	10	0,1966	0,065	0,1966	0,065	0,1966	0,065
10	11	0,3744	0,1238	0,3744	0,1238	0,3744	0,1238
11	12	1,468	1,155	1,468	1,155	1,468	1,155
12	13	0,5416	0,7129	0,5416	0,7129	0,5416	0,7129
13	14	0,591	0,526	0,591	0,526	0,591	0,526
14	15	0,7463	0,545	0,7463	0,545	0,7463	0,545
15	16	1,289	1,721	1,289	1,721	1,289	1,721
16	17	0,732	0,574	0,732	0,574	0,732	0,574
1	18	0,164	0,1565	0,164	0,1565	0,164	0,1565
18	19	1,5042	1,3554	1,5042	1,3554	1,5042	1,3554
19	20	0,4095	0,4784	0,4095	0,4784	0,4095	0,4784
20	21	0,7089	0,9373	0,7089	0,9373	0,7089	0,9373
2	22	0,4512	0,3083	0,4512	0,3083	0,4512	0,3083
22	23	0,898	0,7091	0,898	0,7091	0,898	0,7091
23	24	0,896	0,7011	0,896	0,7011	0,896	0,7011
5	25	0,203	0,1034	0,203	0,1034	0,203	0,1034
25	26	0,2842	0,1447	0,2842	0,1447	0,2842	0,1447
26	27	1,059	0,9337	1,059	0,9337	1,059	0,9337
27	28	0,8042	0,7006	0,8042	0,7006	0,8042	0,7006
28	29	0,5075	0,2585	0,5075	0,2585	0,5075	0,2585
29	30	0,9744	0,963	0,9744	0,963	0,9744	0,963
30	31	0,3105	0,3619	0,3105	0,3619	0,3105	0,3619
31	32	0,341	0,5302	0,341	0,5302	0,341	0,5302

Fonte: Autor

B.2 Sistema UFJF

Os dados deste sistema estão apresentados nas Tabelas 11 e 12.

Tabela 11 – Dados de barra do sistema UFJF.

Barra	P_a (MW)	Q_a (MVar)	P_b (MW)	Q_b (MVar)	P_c (MW)	Q_c (MVar)
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0.3	0.092	0.3	0.092	0.3	0.092
4	0.15	0.1	0.15	0.1	0.15	0.1
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0
8	0.045	0.075	0.045	0.075	0.045	0.075
9	0.3	0.045	0.3	0.045	0.3	0.045
10	0.3	0.006	0.3	0.006	0.3	0.006
11	0	0	0	0	0	0
12	0.3	0.157	0.3	0.157	0.3	0.157
13	0.3	0.016	0.3	0.016	0.3	0.016
14	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0.15	0.05	0.15	0.05	0.15	0.05
19	0.5	0.33	0.5	0.33	0.5	0.33
20	0.725	0.178	0.725	0.178	0.725	0.178
21	0.5	0.078	0.5	0.078	0.5	0.078
22	0.3	0.16	0.3	0.16	0.3	0.16
23	0.225	0.085	0.225	0.085	0.225	0.085
24	0.3	0.05	0.3	0.05	0.3	0.05
25	0.225	0.08	0.225	0.08	0.225	0.08
26	0.225	0.062	0.225	0.062	0.225	0.062
27	0.5	0.29	0.5	0.29	0.5	0.29
28	0.225	0.136	0.225	0.136	0.225	0.136
29	0.225	0.03	0.225	0.03	0.225	0.03
30	0.5	0.07	0.5	0.07	0.5	0.07
31	0	0	0	0	0	0

Fonte: Autor

Tabela 12 – Dados de linha do sistema UFJF.

De	Para	R_{aa} (Ω)	X_{aa} (Ω)	R_{bb} (Ω)	X_{bb} (Ω)	R_{cc} (Ω)	X_{cc} (Ω)
31	1	0,168583	0,035768	0,168583	0,035768	0,168583	0,035768
1	2	0,076279	0,016184	0,076279	0,016184	0,076279	0,016184
2	3	0,063459	0,013464	0,063459	0,013464	0,063459	0,013464
3	4	0,0641	0,0136	0,0641	0,0136	0,0641	0,0136
4	5	0,092945	0,01972	0,092945	0,01972	0,092945	0,01972
5	6	0,048075	0,0102	0,048075	0,0102	0,048075	0,0102
6	7	0,019871	0,004216	0,019871	0,004216	0,019871	0,004216
7	8	0,020512	0,004352	0,020512	0,004352	0,020512	0,004352
8	9	0,036537	0,007752	0,036537	0,007752	0,036537	0,007752
9	10	0,014102	0,002992	0,014102	0,002992	0,014102	0,002992
10	11	0,480109	0,101864	0,480109	0,101864	0,480109	0,101864
11	12	0,05128	0,01088	0,05128	0,01088	0,05128	0,01088
11	13	0,099974	0,027213	0,099974	0,027213	0,099974	0,027213
31	14	0,477545	0,10132	0,477545	0,10132	0,477545	0,10132
14	15	0,019871	0,004216	0,019871	0,004216	0,019871	0,004216
15	16	0,149994	0,031824	0,149994	0,031824	0,149994	0,031824
16	17	0,054485	0,01156	0,054485	0,01156	0,054485	0,01156
17	18	0,3205	0,068	0,3205	0,068	0,3205	0,068
1	19	0,11914	0,03243	0,11914	0,03243	0,11914	0,03243
2	20	0,071484	0,019458	0,071484	0,019458	0,071484	0,019458
5	21	0,05698	0,01551	0,05698	0,01551	0,05698	0,01551
6	22	0,04662	0,01269	0,04662	0,01269	0,04662	0,01269
7	23	0,09065	0,024675	0,09065	0,024675	0,09065	0,024675
23	24	0,0777	0,02115	0,0777	0,02115	0,0777	0,02115
14	25	0,073715	0,01564	0,073715	0,01564	0,073715	0,01564
15	26	0,03846	0,00816	0,03846	0,00816	0,03846	0,00816
26	27	0,176638	0,048081	0,176638	0,048081	0,176638	0,048081
16	28	0,01282	0,00272	0,01282	0,00272	0,01282	0,00272
28	29	0,094868	0,020128	0,094868	0,020128	0,094868	0,020128
17	30	0,093586	0,019856	0,093586	0,019856	0,093586	0,019856

Fonte: Autor

ANEXO A – Modelagem Matemática Estimador de Estados Baseado em Medição Fasorial Sincronizada

O objetivo do problema é minimizar a função objetivo J , Equação A.1, baseada no método dos mínimos quadrados ponderados minimizando os erros quadráticos das medições das PMUs em relação aos valores estimados.

As injeções de corrente das barras sem carga (barras de passagem) são também inseridas na função objetivo como medições virtuais (injeções nulas). As cargas não monitoradas são modeladas como inequações com limites superiores e inferiores que permitirão a variação da carga ao longo do intervalo de estudo.

$$\text{Min } J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2m} \left(\frac{z_k^s - h_k^s(x)}{\sigma_k} \right)^2 \quad (\text{A.1})$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} P_{min,b}^s &\leq P_b^s \leq P_{max,b}^s & b = 1 : cnm \\ Q_{min,b}^s &\leq Q_b^s \leq Q_{max,b}^s & s = A, B, C \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Onde:

- m Número total de medidas;
- cnm Número total de barras de cargas não monitoradas;
- nr Número total de ramos do sistema;
- z_k^s Partes real e imaginária das medidas obtidas para a barra k . (Tensões nodais, $V_{k,r}^A + jV_{k,m}^A$, $V_{k,r}^B + jV_{k,m}^B$, $V_{k,r}^C + jV_{k,m}^C$, correntes nos ramos, $I_{km,r}^A + jI_{km,m}^A$, $I_{km,r}^B + jI_{km,m}^B$, $I_{km,r}^C + jI_{km,m}^C$), e injeções nulas nas barras de passagem.
- x Vetor de estados que contém as partes real e imaginária das correntes nos ramos ($I_{km,r}^A + jI_{km,m}^A$, $I_{km,r}^B + jI_{km,m}^B$, $I_{km,r}^C + jI_{km,m}^C$), dimensão $(6nr)$;
- $h_k^s(x)$ Função associada a cada medida z_k , $k = 1 : 2m$;
- σ_k Variância da medida obtida para a barra k ;
- P_b^s, Q_b^s Potências ativa e reativa injetadas, na fase s , na barra b obtidas em função das correntes nos ramos;
- $P_{min,b}^s$ Valor mínimo de potência ativa permitida para a barra b , para a fase s ;
- $P_{max,b}^s$ Valor máximo de potência ativa permitida para a barra b , para a fase s ;
- $Q_{min,b}^s$ Valor mínimo de potência reativa permitida para a barra b , para a fase s ;
- $Q_{max,b}^s$ Valor máximo de potência reativa permitida para a barra b , para a fase s ;

A.1 Variáveis de Estado

A metodologia proposta utiliza as correntes nos ramos como variáveis de estado e estas são representadas na sua forma retangular. Como mostrado no vetor de estados da Equação A.3. A dimensão deste vetor é 6 vezes o número de ramos do sistema, cada ramo possui 3 fases e estas são representadas em parte real e imaginária.

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} I_{km,r}^s \\ I_{km,m}^s \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Onde:

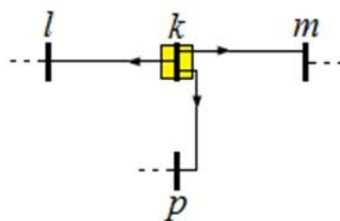
- s Fases A,B,C;
- $I_{km,r}^s$ Parte real da corrente no trecho entre as barras k e m referente à fase s ;
- $I_{km,m}^s$ Parte imaginária da corrente no trecho entre as barras k e m referente à fase s ;

A.2 Função Objetivo

Como mostrado na Equação A.1, a função objetivo do problema de estimação de estados representa uma soma quadrática dos erros das medições em relação as funções que relacionam com os estados.

As unidades de medições fasoriais sincronizadas (PMUs) fornecem, em tempo real, para o sistema de aquisição de dados as medidas de tensão nas barras onde estes equipamentos estão instalados, bem como as correntes nos ramos que chegam até essa barra, como mostrado na Figura 156 na qual está representada o diagrama unifilar.

Figura 156 – Representação de uma PMU na barra k e medidas de corrente obtidas.



Como as medições oriundas da PMU são fasoriais, ao transformá-las em suas partes real e imaginária dobram-se o número de medidas. Assim o vetor de medidas z , para um sistema trifásico, possui dimensão $2m$, em que m é o número de medidas original. Para uma PMU localizada na barra k conectada à montante com a barra l e à jusante com a barra m tem-se:

$$z = \begin{bmatrix} V_{k,r}^s \\ V_{k,m}^s \\ I_{lk,r}^s \\ I_{lk,m}^s \\ I_{km,r}^s \\ I_{km,m}^s \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Onde:

- s Fases A,B,C;
- $V_{k,r}^s$ Parte real da tensão na barra k referente à fase s ;
- $V_{k,m}^s$ Parte imaginária da tensão na barra k referente à fase s ;
- $I_{lk,r}^s$ Parte real da corrente no trecho entre as barras l e k , referente à fase s ;
- $I_{lk,m}^s$ Parte imaginária da corrente no trecho entre as barras l e k , referente à fase s ;
- $I_{km,r}^s$ Parte real da corrente no trecho entre as barras k e m , referente à fase s ;
- $I_{km,m}^s$ Parte imaginária da corrente no trecho entre as barras k e m , referente à fase s ;

Já o vetor de funções não lineares que relaciona as medidas obtidas pelas PMUs com as variáveis de estado, é apresentado em A.5. Este vetor é calculado com base nas variáveis de estado, ou seja, ele será atualizado a cada iteração.

$$h(x) = \begin{bmatrix} V_{k,r}^{Calc_s}(x) \\ V_{k,m}^{Calc_s}(x) \\ I_{lk,r}^{Calc_s} \\ I_{lk,m}^{Calc_s} \\ I_{km,r}^{Calc_s} \\ I_{km,m}^{Calc_s} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Onde:

s	Fases A,B,C;
$V_{k,r}^{Calc_s}(x)$	Valor calculado para a parte real da tensão na barra k referente à fase s ;
$V_{k,m}^{Calc_s}(x)$	Valor calculado para a parte imaginária da tensão na barra k referente à fase s ;
$I_{lk,r}^{Calc_s}$	Variável de estado relativo à parte real da corrente no trecho entre as barras l e k , referente à fase s ;
$I_{lk,m}^{Calc_s}$	Variável de estado relativo à parte imaginária da corrente no trecho entre as barras l e k , referente à fase s ;
$I_{km,r}^{Calc_s}$	Variável de estado relativo à parte real da corrente no trecho entre as barras k e m , referente à fase s ;
$I_{km,m}^{Calc_s}$	Variável de estado relativo à parte imaginária da corrente no trecho entre as barras k e m , referente à fase s ;

A.2.1 Obtenção das Correntes nos Ramos

Como as correntes medidas nas PMUs fazem parte do conjunto das variáveis de estado não há uma função que as relacionam. Assim, o valor calculado durante o processo iterativo é utilizado de forma direta na Função Objetivo dada pela Equação A.1.

$$\dot{I}_k^{Calc^s} = \dot{I}_{km}^s \quad (\text{A.6})$$

A.2.2 Obtenção das Tensões Nodais

Visto que as variáveis de estado na formulação proposta são as correntes nos ramos em coordenadas retangulares e existem medidas de tensão relaciona-se a tensão calculada em função das correntes nos ramos.

Observando a radialidade presente nos sistemas de distribuição, as tensões nodais podem ser obtidas, em função das correntes nos ramos, calculando-se as quedas de tensão ao longo do alimentador. Assim, para uma determinada barra k , existem nr ramos no trecho entre esta barra e a subestação, designada por barra 0. As Equações A.7, A.8 e A.9 expressam essas relações para as fases A, B e C, respectivamente.

$$\dot{V}_k^A = \dot{V}_0^A - \left[\sum_{l=1}^{NR} Z_{km}^{AA} * \dot{I}_{km}^A + \sum_{l=1}^{NR} Z_{km}^{AB} * \dot{I}_{km}^B + \sum_{l=1}^{NR} Z_{km}^{AC} * \dot{I}_{km}^C \right] \quad (\text{A.7})$$

$$\dot{V}_k^B = \dot{V}_0^B - \left[\sum_{l=1}^{NR} Z_{km}^{BA} * \dot{I}_{km}^A + \sum_{l=1}^{NR} Z_{km}^{BB} * \dot{I}_{km}^B + \sum_{l=1}^{NR} Z_{km}^{BC} * \dot{I}_{km}^C \right] \quad (\text{A.8})$$

$$\dot{V}_k^C = \dot{V}_0^C - \left[\sum_{l=1}^{NR} Z_{km}^{CA} * \dot{I}_{km}^A + \sum_{l=1}^{NR} Z_{km}^{CB} * \dot{I}_{km}^B + \sum_{l=1}^{NR} Z_{km}^{CC} * \dot{I}_{km}^C \right] \quad (\text{A.9})$$

Onde:

\dot{V}_0^A	Tensão fasorial na barra da subestação, referente à fase A;
\dot{V}_0^B	Tensão fasorial na barra da subestação, referente à fase B;
\dot{V}_0^C	Tensão fasorial na barra da subestação, referente à fase C;
Z_{km}^{AA}, Z_{km}^{BB} e Z_{km}^{CC}	Impedâncias próprias do ramo l ;
$Z_{km}^{AB}, Z_{km}^{AC}, Z_{km}^{BC}$	Impedâncias mútuas do ramo l ;
\dot{I}_{km}^A	Corrente fasorial do ramo l , referente a fase A.
\dot{I}_{km}^B	Corrente fasorial do ramo l , referente a fase B.
\dot{I}_{km}^C	Corrente fasorial do ramo l , referente a fase C.

A.2.3 Barras de Passagem

O cálculo das correntes injetadas, obtidos pela soma das correntes nos ramos adjacentes a barra analisada é utilizado para a representação das barras de passagem.

As barras que não possuem carga ou geração, ou seja possuem injeção de corrente/potência nula, são denominadas barras de passagem. Esta característica pode ser utilizada na estimação de estados para aprimorar os resultados. Como não possuem injeção de corrente, podemos utilizar como medida virtual o valor de I_k^A , I_k^B e I_k^C como zero.

$$\text{Min } J' = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{nbp} \left(\frac{0 - I_{rinject}^s}{\sigma_{bp}} \right)^2 + \left(\frac{0 - I_{minject}^s}{\sigma_{bp}} \right)^2 \quad (\text{A.10})$$

Onde:

s	Fases A,B,C;
$t = 1, \dots, nbp$	sendo nbp o número de barras de passagem da rede;
σ_{bp}	variância da medida virtual obtida para a barra k ;

A.3 Restrições de Desigualdade

As concessionárias de energia elétrica mantêm uma estimativa da média histórica de consumo da carga para determinado alimentador ou ramal. A carga presente em determinado alimentador varia ao longo do dia, da semana, do mês, do ano e da estação, mas essa variação ocorre em torno de um valor médio.

Assim as restrições de potência ativa e reativa que canalizam a solução do problema tem como limites superior e inferior uma porcentagem do valor histórico da carga consumida obtida através do fator de variação da carga p , permitindo assim uma variação da carga ao longo do dia. Escrevendo em termos matemáticos, tem-se a Equação A.11.

$$\begin{aligned} (1 - p) P_{b(hist)}^s &\leq P_b^s \leq (1 + p) P_{b(hist)}^s \\ (1 - p) Q_{b(hist)}^s &\leq Q_b^s \leq (1 + p) Q_{b(hist)}^s \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

A.3.1 Uma Alternativa para a Modelagem das Restrições

Utilizando-se os dados históricos para se obter as faixas de variação das potências ativa e reativa conduzem a bons resultados. A fim de melhorar os resultados obtidos pelo estimador de estados, propõe-se uma modelagem mais aprimorada dos valores de $P_{hist,b}$ e $Q_{hist,b}$. Nesta proposta leva-se em consideração o instante exatamente anterior ($t-1$).

Os novos valores de $P_{hist,b}$ e $Q_{hist,b}$ são os valores obtidos na última janela de tempo analisada. Em sistemas de distribuição a carga não sofre grandes variações em pequenos intervalos de tempo. Quando ela aumenta, esse acréscimo ocorre gradativamente ao longo de um período. Já quando reduz, esse decréscimo também ocorre de forma gradativa.

Assim comparando um dado instante de tempo t com instante analisado anteriormente, $t-1$, esse acréscimo ou decréscimo ocorre de forma suave. Quando ocorrem poucas variações em torno dos valores centrais das restrições os resultados obtidos são mais aderentes.

Assim para um dado instante de tempo t a ser analisado, as restrições são dadas pela Equação A.12.

$$\begin{aligned} (1-p) P_{b^{(t-1)}}^s &\leq P_{b^t}^s \leq (1+p) P_{b^{(t-1)}}^s \\ (1-p) Q_{b^{(t-1)}}^s &\leq Q_{b^t}^s \leq (1+p) Q_{b^{(t-1)}}^s \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Assim, pode-se diminuir o intervalo de variação da carga, ou seja reduzir o valor de p , reduzindo o intervalo de solução e conseqüentemente diminuindo o nível de incerteza do problema. Quando utiliza-se os valores históricos de carga o valor de p não pode ser reduzido, pois em alguns intervalos de tempo a solução pode estar fora dos limites que foram estabelecidos, conduzindo assim a soluções erradas para o problema.

Nesta nova formulação o valor de p não é fixo e varia para cada instante de tempo analisado e para cada barra b do sistema. Logo as restrições da Equação A.12 podem ser reescritas para determinar os limites de potência ativa e reativa, conforme mostrado na Equação A.13:

$$\begin{aligned} (1-p_b^s) P_b^{s(t-1)} &\leq P_b^s \leq (1+p_b^s) P_b^{s(t-1)} \\ (1-q_b^s) Q_b^{s(t-1)} &\leq Q_b^s \leq (1+q_b^s) Q_b^{s(t-1)} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Os fatores p_b^s e q_b^s têm um papel importante na determinação dos limites inferiores e superiores nas Equações (A.13), porque a porcentagem de variação de fluxos de potência ativa e reativa no início do alimentador são uma estimativa muito confiável de aumento ou diminuição da carga em um determinado barramento b , assumindo as variações de carga diárias. Esses limites podem ser relaxados durante o processo de otimização de tal forma que todas as restrições estejam dentro dos limites, mas nenhuma delas está exatamente nos limites correspondentes, como explicado a seguir.

Os valores de p_b^s e q_b^s são obtidos pelas Equações A.14 e A.15.

$$p_b^s = \left(\frac{P_0^{s^{(t)}} - P_0^{s^{(t-1)}}}{P_0^{s^{(t-1)}}} \right) \quad (\text{A.14})$$

$$q_b^s = \left(\frac{Q_0^{s^{(t)}} - Q_0^{s^{(t-1)}}}{Q_0^{s^{(t-1)}}} \right) \quad (\text{A.15})$$

O problema de otimização dado pelas Equações A.1 e A.13 é resolvido usando a técnica SFTB - IPM (OLIVEIRA, E. J. et al., 2015), e detalhado no Apêndice B, que foi modificada de tal forma que a barreira seja relaxada sempre que necessário.

Geralmente, o problema de otimização pode ser formulado como na Equação (A.16):

$$\begin{aligned} & \min J(x) \\ \text{Sujeito a:} & \\ & e(x) = 0 \\ & l \leq x \leq u \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Onde x representa o vetor de variáveis de estado, J a função objetivo, $e(x)$ representa as restrições de igualdade e l e u os limites inferiores e superiores das restrições de desigualdade, respectivamente. As restrições de desigualdade são transformadas em restrições de igualdade por meio da introdução de variáveis de folga s_l e s_u , como descrito na Equação A.17:

$$\begin{aligned} & \min J(x) \\ & \text{s.a.:} \\ & e(x) = 0 \\ & x - s_l = l \\ & x + s_u = u \\ & s_l \geq 0, \quad s_u \geq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

No SFTB - IPM (OLIVEIRA, E. J. et al., 2015), sempre que uma restrição de desigualdade referente à determinada barra b se torna ativa o limite correspondente, s_{l_b} ou s_{u_b} é definido como zero. Essas variáveis s_{l_b} e s_{u_b} indicam se uma restrição b está ativa ou não durante o processo iterativo. Em outras palavras, isso significa que o limite inferior ou superior deve ser relaxado. O processo de relaxamento é feito usando a Equação (A.18) ou (A.19).

$$l_b^{(it+1)} = l_b^{(it)} - \varepsilon \quad (\text{A.18})$$

$$u_b^{(it+1)} = u_b^{(it)} + \varepsilon \quad (\text{A.19})$$

Onde:

it é um contador de iterações;

ε é a variável de relaxamento que é escolhida fazendo uma análise de sensibilidade para cada sistema.

O uso das barreiras móveis na determinação dos limites de potência ativa e reativa para uma determinada barra b se apresenta como uma grande contribuição na melhoria dos resultados.

A.3.2 Obtenção das Potências Injetadas nas Barras não Monitoradas

A potência complexa injetada para a barra b é calculada através das Equações A.20, A.21 e A.22.

$$\dot{S}_b^A = \dot{V}_b^A \dot{I}_b^{*A} \quad (\text{A.20})$$

$$\dot{S}_b^B = \dot{V}_b^B \dot{I}_b^{*B} \quad (\text{A.21})$$

$$\dot{S}_b^C = \dot{V}_b^C \dot{I}_b^{*C} \quad (\text{A.22})$$

Onde \dot{V}_b^A , \dot{V}_b^B e \dot{V}_b^C são as tensões fasoriais calculadas para a barra k , conforme Equações (A.7), (A.8) e (A.9). E \dot{I}_b^{*A} , \dot{I}_b^{*B} e \dot{I}_b^{*C} são as correntes fasoriais injetadas na mesma barra em função das correntes nos ramos.

As potências ativas e reativas injetadas na barra b podem ser calculadas desenvolvendo as Equações (A.20), (A.21) e (A.22) e separando-as em partes real e imaginária.

A potência injetada é calculada para todas as barras de carga não monitoradas do sistema. A potência complexa injetada na barra não monitorada b pode ser decomposta em potência ativa (parte real) e potência reativa (parte imaginária):

$$\begin{aligned} \dot{S}_b^A &= P_b^A + jQ_b^A \\ \dot{S}_b^B &= P_b^B + jQ_b^B \\ \dot{S}_b^C &= P_b^C + jQ_b^C \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Onde:

- \dot{S}_b^A Potência complexa injetada na barra b referente à fase a;
- \dot{S}_b^B Potência complexa injetada na barra b referente à fase b;
- \dot{S}_b^C Potência complexa injetada na barra b referente à fase c;
- P_b^A Potência ativa injetada na barra b referente à fase a;
- P_b^B Potência ativa injetada na barra b referente à fase b;
- P_b^C Potência ativa injetada na barra b referente à fase c;
- Q_b^A Potência reativa injetada na barra b referente à fase a;
- Q_b^B Potência reativa injetada na barra b referente à fase b;
- Q_b^C Potência reativa injetada na barra b referente à fase c.

ANEXO B – Método de Pontos Interiores com Barreira de Segurança

O método utilizado na resolução do problema de otimização proposto é o Método de Pontos Interiores com Barreira de Segurança (*Safety Barrier Interior Point Method - SFTB - IPM*) (OLIVEIRA, E. J. et al., 2015), que é implementado exclusivamente para a resolução do problema de estimação de estados.

A referência (OLIVEIRA, E. J. et al., 2015) apresenta um método para resolução de problemas de otimização não-linear com base em uma função barreira modificada pela introdução de um parâmetro barreira de segurança para o Método de Pontos Interiores (MPI) aplicado ao problema de fluxo de potência ótimo. O novo parâmetro elimina os problemas existentes da proximidade das variáveis com a fronteira, melhorando a resolução numérica. Esta característica reduz o número de iterações e melhora a qualidade da solução mesmo para sistemas com elevado número de restrições e variáveis ativas na fronteira da região viável.

O SFTB-IPM é formulado usando a mesma estrutura do MPI padrão (GRANVILLE, 1994). O problema de otimização não-linear restrita pode ser formulado conforme Equações (B.1), (B.2) e (B.3).

$$\text{Min } f(z) \tag{B.1}$$

Sujeito a:

$$h(z) = 0 \tag{B.2}$$

$$l \leq z \leq u \tag{B.3}$$

Onde:

- z Vetor das variáveis do problema de otimização;
- $f(z)$ Função objetivo em função de z ;
- h Restrições de igualdade;
- l Limite inferior de z ;
- u Limite superior de z .

As restrições de desigualdade são transformadas em restrições de igualdade e incluídas em $h(z)$ utilizando variáveis residuais. Assim, o vetor z passa a ser composto pelas variáveis originais do problema e pelas variáveis residuais. As variáveis de canalização dadas pela Equação (B.3) são transformadas em restrições de igualdade conforme Equações (B.6) e (B.7) através da inclusão de variáveis de folga s_l e s_u .

$$\text{Min } f(z) \tag{B.4}$$

Sujeito a:

$$h(z) = 0 \tag{B.5}$$

$$z - s_l = l \quad (\text{B.6})$$

$$z + s_u = u \quad (\text{B.7})$$

$$s_l \geq 0 \quad (\text{B.8})$$

$$s_u \geq 0 \quad (\text{B.9})$$

Onde s_l é a variável de folga associada com o limite inferior l e s_u a variável de folga associada com o limite superior u .

As restrições presentes nas Equações (B.8) e (B.9) são modificadas pela adição da função barreira logarítmica na função objetivo, como apresentado na Equação (B.10). Como consequência, as restrições presentes nas Equações (B.8) e (B.9) são substituídas pelas restrições apresentadas nas Equações (B.14) e (B.15), o que significa que as variáveis s_l e s_u tem de ser maior que zero e as variáveis z nunca podem assumir valores na fronteira.

$$\text{Min } f(z) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(s_{lj}) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(s_{uj}) \quad (\text{B.10})$$

Sujeito a:

$$h(z) = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$z - s_l = l \quad (\text{B.12})$$

$$z + s_u = u \quad (\text{B.13})$$

$$s_l > 0 \quad (\text{B.14})$$

$$s_u > 0 \quad (\text{B.15})$$

Onde n é o número de variáveis do problema de otimização original e μ é o parâmetro barreira que inicialmente assume um determinado valor maior do que zero, μ_0 , e no final do processo iterativo deve estar próximo de zero.

O Método de Pontos Interiores com Barreira de Segurança (*Safety Barrier Interior Point Method* - SFTB - IPM) é formulado usando a mesma estrutura do MPI padrão, porém com algumas modificações. O parâmetro de barreira de segurança δ é introduzido na Equação (B.10), como apresentado na Equação (B.16). Esse parâmetro é sempre positivo com um valor inicialmente definido. Em seguida, o novo problema de otimização é reescrito como:

$$\text{Min } f(z) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(s_{lj} + \delta) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(s_{uj} + \delta) \quad (\text{B.16})$$

Sujeito a:

$$h(z) = 0 \quad (\text{B.17})$$

$$z - s_l = l \quad (\text{B.18})$$

$$z + s_u = u \quad (\text{B.19})$$

$$s_l \geq 0 \quad (\text{B.20})$$

$$s_u \geq 0 \quad (\text{B.21})$$

$$\delta > 0 \quad (\text{B.22})$$

Nesta formulação, δ assegura a eliminação de problemas de proximidade da fronteira e as restrições das Equações (B.14) e (B.15) são modificadas pelas Equações (B.20) e (B.21), permitindo que as variáveis de folga s_l e s_u possam assumir valores iguais a zero. As variáveis z podem assumir valores exatos nos seus limites (l ou u) podendo assim encontrar a solução ótima do problema de otimização como pode ser visto nas Equações (B.18) e (B.19).

A função Lagrangeana é definida na Equação (B.23) .

$$\begin{aligned} L = & f(z) - \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(z) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(s_{lj} + \delta) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(s_{uj} + \delta) \\ & - \sum_{j=1}^n \pi_{lj} (z_j - s_{lj} - l_j) - \sum_{j=1}^n \pi_{uj} (z_j + s_{uj} - u_j) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Onde:

- m Número de restrições de igualdade;
- λ Vetor dos multiplicadores de Lagrange associado às restrições de igualdade;
- π_l Vetor dos multiplicadores de Lagrange associado ao limite inferior das variáveis;
- π_u Vetor dos multiplicadores de Lagrange associado ao limite superior das variáveis.

As condições de otimalidade de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker para o problema de otimização associado com o método de Newton-Raphson resulta em:

$$\begin{bmatrix} H_z & -J^t \\ -J & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_z \\ h(z) \end{bmatrix} \quad (\text{B.24})$$

Onde:

$$H_z = w(z, \lambda) + \sum_j \left(\frac{\mu}{(s_{lj} + \delta)^2} + \frac{\mu}{(s_{uj} + \delta)^2} \right) \quad (\text{B.25})$$

$$w(z, \lambda) = \nabla_z^2 f(z) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla_z^2 h_i(z) \quad (\text{B.26})$$

$$G_z = r(z, \lambda) + \sum_j \left(\frac{\mu}{s_{lj} + \delta} - \frac{\mu}{s_{uj} + \delta} \right) \quad (\text{B.27})$$

$$r(z, \lambda) = -\nabla_z f(z) + \nabla_z h(z)^t \lambda \quad (\text{B.28})$$

- H_z Matriz Hessiana da função Lagrangiana em função das variáveis z ;
 J Matriz Jacobiana de $h(z)$;
 G_z Vetor Gradiente das variáveis z .

As Equações (B.25) e (B.27) mostram as contribuições do parâmetro barreira, das variáveis de folga e do parâmetro barreira de segurança aos elementos diagonais de H_z e G_z . Quando as variáveis de folga assumem valores iguais a zero, H_z e G_z são dependentes de δ . A partir desta formulação, a convergência do processo é controlada pelo parâmetro barreira de segurança δ em vez de s_l e s_u na formulação tradicional do MPI. Assim, as variáveis de folga podem assumir qualquer valor numérico de acordo com as Equações (B.18) e (B.19).

Resolvendo o sistema apresentado na Equação (B.24) obtém-se Δz e $\Delta \lambda$, que representam o passo de atualização das variáveis do problema e dos multiplicadores de Lagrange respectivamente. Os demais passos de atualização Δs_l , Δs_l , $\Delta \pi_l$ e $\Delta \pi_u$ são obtidos conforme Equações (B.29), (B.30), (B.31) e (B.32):

$$\Delta z - \Delta s_l = 0 \quad (\text{B.29})$$

$$\Delta z + \Delta s_l = 0 \quad (\text{B.30})$$

$$\Delta \pi_{lj} = -\frac{\mu}{(s_{lj} + \delta)^2} \Delta z_j + \frac{\mu}{s_{lj} + \delta} - \pi_{lj} \quad (\text{B.31})$$

$$\Delta \pi_{uj} = -\frac{\mu}{(s_{uj} + \delta)^2} \Delta z_j + \frac{\mu}{s_{uj} + \delta} - \pi_{uj} \quad (\text{B.32})$$

O comprimento do passo de atualização das variáveis primais α_p e duais α_d são calculados conforme Equações (B.33) e (B.34), e são utilizadas para preservar a positividade de s_l e s_u , bem como o sinal apropriado de π_l , que deve ser sempre maior que zero e π_u , que deve ser sempre menor que zero.

$$\alpha_p = \min \left\{ \min_{\Delta s_{lj} < 0} \frac{s_{lj}}{|\Delta s_{lj}|}, \min_{\Delta s_{uj} < 0} \frac{s_{uj}}{|\Delta s_{uj}|}, 1 \right\} \quad (\text{B.33})$$

$$\alpha_d = \min \left\{ \min_{\Delta \pi_{lj} < 0} \frac{\pi_{lj}}{|\Delta \pi_{lj}|}, \min_{\Delta \pi_{uj} > 0} \frac{-\pi_{uj}}{|\Delta \pi_{uj}|}, 1 \right\} \quad (\text{B.34})$$

As variáveis do problema de otimização são atualizadas conforme Equações (B.35), (B.36), (B.37), (B.38), (B.39) e (B.40).

$$z = z + \alpha_p \Delta z \quad (\text{B.35})$$

$$s_l = s_l + \alpha_p \Delta s_l \quad (\text{B.36})$$

$$s_u = s_u + \alpha_p \Delta s_u \quad (\text{B.37})$$

$$\lambda = \lambda + \alpha_d \Delta \lambda \quad (\text{B.38})$$

$$\pi_l = \pi_l + \alpha_d \Delta \pi_l \quad (\text{B.39})$$

$$\pi_u = \pi_u + \alpha_d \Delta \pi_u \quad (\text{B.40})$$

O parâmetro barreira μ é atualizado durante o processo iterativo de Newton-Raphson considerando o *gap* de dualidade GAP conforme Equações (B.41) e (B.42). O parâmetro β é introduzido para controlar o decaimento de μ para melhorar o processo de convergência.

$$\mu = \beta \frac{GAP + \delta \sum_{j=1}^n [\pi_{lj} - \pi_{uj}]}{2n} \quad (\text{B.41})$$

Onde:

$$GAP = \sum_{j=1}^n (s_{lj} \pi_{lj} - s_{uj} \pi_{uj}) \quad (\text{B.42})$$

Durante o processo iterativo o parâmetro barreira de segurança δ é reduzido a cada iteração por um fator de redução γ que é definido inicialmente para fazer a barreira de segurança diminuir suavemente e acelerar o processo de convergência, conforme Equação (B.43).

$$\delta_{k+1} = \gamma \delta_k \quad (\text{B.43})$$

Onde k é o contador de iterações.

O método SFTB - IPM descrito anteriormente foi implementado em Matlab exclusivamente para a resolução do problema de estimação estática de estados proposta. As variáveis originais do problema são as correntes em todos os ramos da rede, conforme apresentado na Equação (A.3). As injeções de corrente nas barras de passagem dadas pela Equação (A.10) serão modeladas e incorporadas à Função Objetivo conforme Equação (B.1) e as restrições apresentadas na Equação (A.12) terão variáveis residuais incluídas para que essas inequações sejam modeladas como restrições de igualdade da forma apresentada na Equação (B.2).

Para a solução inicial das variáveis (correntes nos ramos), adotou-se todas como (1+1i). Para o limite superior das variáveis do problema l utilizou-se o maior valor absoluto permitido para a corrente que sai da subestação para maior carregamento possível, tanto para a parte real quanto para a imaginária. O limite inferior u é o negativo do limite superior ($l = -u$).

O valor inicial do parâmetro barreira é $\mu_0 = 5$ e o seu valor mínimo permitido é $\mu_{min} = 10^{-8}$. O valor inicial das variáveis de folga s é calculado conforme Equações (B.18) e (B.19). Os multiplicadores de Lagrange λ são inicializados com valores iguais a um. As variáveis duais π_l e π_u são calculadas usando as Equações (B.44) e (B.45).

$$\nabla_{s_{lj}} L = -\frac{\mu}{s_{lj} + \delta} + \pi_{lj} = 0 \quad (\text{B.44})$$

$$\nabla_{s_{uj}} L = -\frac{\mu}{s_{uj} + \delta} - \pi_{uj} = 0 \quad (\text{B.45})$$

O valor inicial do parâmetro barreira de segurança δ é $\delta_0 = 10^{-2}$ e o seu valor mínimo permitido é $\delta_{min} = 10^{-10}$. O fator de redução γ que controla o decaimento de δ é definido como sendo igual a $\gamma = 0,1$ e o parâmetro β é igual a $\beta = 0,2$.

Os critérios de convergência adotados são $\mu < 10^{-5}$, $GAP < 10^{-4}$ e $Eh < 10^{-4}$, onde $Eh = \max|\nabla_{\lambda} L|$, sendo esses os critérios originais do SFTB - IPM. Para buscar um melhor resultado final da metodologia, foram incluídos os seguintes critérios: $Ex < 10^{-4}$, onde $Ex = \max|\Delta z|$ e $(J_{k+1} - J_k) < 10^{-4}$, sendo J o valor da função objetivo e k o contador de iterações. Também foi definido que número máximo de iterações é igual a 200, critério este que se sobrepõem aos demais, ou seja, sendo satisfeito encerra o processo iterativo independentemente se satisfaz ou não os demais.