

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Igor Dias Neto de Souza

Controle Multivariável Aplicado ao Conversor Back-to-Back

Juiz de Fora

2021

Igor Dias Neto de Souza

Controle Multivariável Aplicado ao Conversor Back-to-Back

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas Eletrônicos.

Orientador: Prof. Pedro Machado de Almeida

Coorientador: Prof. Gabriel Azevedo Fogli

Juiz de Fora

2021

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

de Souza, Igor Dias Neto.

Controle Multivariável Aplicado ao Conversor Back-to-Back / Igor Dias
Neto de Souza. – 2021.

187 p. : il.

Orientador: Pedro Machado de Almeida, Dr. Eng.

Coorientador: Gabriel Azevedo Fogli, Dr. Eng.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de
Engenharia. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 2021.

1. Controle Multivariável Centralizado. 2. Regulador Linear Quadrático.
3. Valor Singular. 4. Matriz de Ganhos Relativos. 5. Conversor *back-to-back*.
I. de Almeida, Pedro Machado, orient. II. Fogli, Gabriel Azevedo, coorient.
III. Título.

Igor Dias Neto de Souza

Controle Multivariável Aplicado ao Conversor Back-to-Back

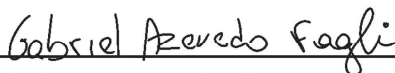
Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas Eletrônicos.

Aprovada em 19 de agosto de 2021

BANCA EXAMINADORA



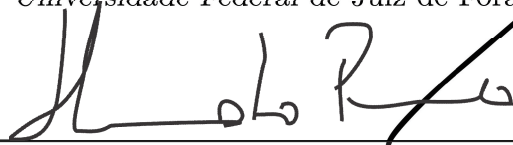
Prof. Pedro Machado de Almeida, Dr. Eng. - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF



Prof. Gabriel Azevedo Fogli, Dr. Eng. - Coorientador
Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG



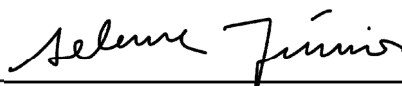
Prof. Pedro Gomes Barbosa, D. Sc.
Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF



Prof. Humberto Pinheiro, Ph.D.
Universidade Federal de Santa Maria, UFSM



Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr.sc. ETH
Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC



Prof. Seleme Isaac Seleme Júnior, Dr.
Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG

À minha família.

AGRADECIMENTOS

À Deus, meu primeiro agradecimento, que sempre está comigo e que tem me amparado até aqui.

Aos meus familiares, em especial meus pais, Marcos e Denise, aos meus irmãos Iago e Isadora e à minha avó Inês, por todo amor, paciência, suporte, motivação e confiança.

À Natália pelo profundo carinho, amor e cumplicidade que compartilhamos juntos, e pela capacidade de tornar meus dias mais felizes e completos. Agradeço também pela paciência, por ser meu amparo emocional em minha vida e por tornar meus dias mais tranquilos.

Ao meu orientador e amigo, Pedro Machado de Almeida, pelos ensinamentos compartilhados, e principalmente pela ajuda durante o decorrer de toda minha pós-graduação. Além disso, agradeço também pela disponibilidade e pela esperança depositada em mim. A todo momento do meu doutoramento suas orientações e conselhos foram presentes e contínuos, mesmo durante o período de pandemia.

Ao meu coorientador, Gabriel Azevedo Fogli, por sua amizade, pelos conselhos e por sua disposição e boa vontade em ajudar ao longo do desenvolvimento do trabalho. Além de sua profícua ajuda na montagem do protótipo e na programação do DSP.

A todos os professores e mestres do qual tive o privilégio de ser aluno. Acredito que eles, de certa forma, contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Aos amigos e companheiros do NAEP e LAPTEL, dos quais especialmente cito, em ordem alfabética: Adeilson Ribeiro, Andrei Almeida, Dayane Gonçalves, Frederico Ghetti, Henrique Monteiro, Israel Lopes, João Pedro Peters, Leandro Manso, Marcelo Fernandes, Pablo Furtado, Pedro Peters, Rodolfo do Valle e Samuel Neves.

Aos demais amigos que de certa forma me apoiaram.

Aos membros da banca examinadora, pela disponibilidade em avaliar este trabalho. Em especial aos professores Pedro Gomes Barbosa, Humberto Pinheiro, Marcelo Lobo Heldwein e Seleme Isaac Seleme Júnior pela participação em meu exame de qualificação e ao doutorado e pelas considerações realizadas, pertinentes, oportunas e, portanto, essenciais para o resultado desta tese.

À UFOP pelo apoio neste período de doutoramento, e em particular aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica, pelos 2 anos e 5 meses de afastamento que recebi para concluir a minha tese.

À UFMG e ao Grupo de Eletrônica de Potência por prover a estrutura necessária ao desenvolvimento deste trabalho.

À CAPES, FAPEMIG, à UFJF e ao PPEE pelo suporte financeiro e pela estrutura necessária ao desenvolvimento deste trabalho.

“O que sabemos é uma gota; o que ignoramos é um oceano.”

(Isaac Newton).

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo do conversor *back-to-back* (BTB) na perspectiva multivariável. Sistemas multivariáveis possuem algumas características particulares e, portanto, diferentes de plantas com única entrada e única saída (do inglês, *single-input-single-output*) (SISO). Logo, antes de estudar o BTB como um sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas (do inglês, *multiple-inputs multiple-outputs*) (MIMO), o trabalho revisita os principais conceitos de sistemas MIMO e apresenta diretrizes para analisar e controlar sistemas eletrônicos de potência multivariáveis. A principal diferença entre a análise de sistemas SISO e MIMO é a presença de direções. Sistemas MIMO lidam com vetores e, por este motivo, o ganho saída/entrada além de depender da frequência é afetado pela direção do vetor de entrada. Neste sentido, o conceito de valor singular máximo e mínimo são abordados como parte fundamental na análise e controle de plantas multivariáveis. Com a decomposição de valores singulares encontra-se as direções nas quais um sistema não-quadrado não pode ser controlado. A partir de outros conceitos, é possível definir, em plantas que possuem mais saídas que entradas, quais variáveis de saída não podem ser controladas. Neste trabalho é adotado o controle centralizado uma vez que é possível otimizar todo o sistema de controle, o que não é factível na estratégia descentralizada. Neste contexto, o regulador linear quadrático (do inglês, *linear quadratic regulator*) (LQR) se torna uma alternativa interessante devido às suas propriedades de robustez, desempenho e fácil implementação. O BTB é estudado em duas diferentes aplicações: *i*) conectado a duas redes elétricas de corrente alternada (CA) e *ii*) alimentando cargas isoladas. Para cada topologia um modelo detalhado em espaço de estados é desenvolvido e suas principais características analisadas através de ferramentas MIMO. Um projeto sistemático é proposto para direcionar a escolha das matrizes de pesos do LQR utilizado para projetar a lei de controle de ambas estruturas. O critério é baseado na análise da resposta em frequência dos valores singulares das matrizes de sensibilidade, de sensibilidade complementar, de sensibilidade a distúrbios e na minimização de suas normas infinitas. Resultados experimentais são apresentados para validar a abordagem teórica e verificar a eficácia do controle proposto.

Palavras-chave: Controle multivariável, controle centralizado, regulador linear quadrático, valores singulares, matriz de ganhos relativos conversor *back-to-back*, conversor de interface com a rede elétrica e conversor alimentando cargas isoladas.

ABSTRACT

This thesis presents a study on back-to-back converter based on the multivariable system perspective. Multivariable systems have some unique characteristics. Thus, before studying the converter as a MIMO system, the work reviews the main concepts of MIMO systems and presents guidelines for analyzing and controlling multivariable power electronic converters. The main difference between the SISO and MIMO systems is the presence of directions. As the SISO system is one-dimensional, the output/input gain is a function only of the frequency value. MIMO systems deal with vectors and, as a consequence, the output/input gain not only depends on the frequency value but is also affected by the input vector direction. In this sense, the concept of maximum and minimum singular values are addressed as a fundamental part of analysis and control of multivariable plants. With the singular values decomposition, it is possible to find the directions in which a non-square system cannot be controlled. Based on other MIMO tools, it is possible to define, for plants that have more outputs than inputs, which outputs cannot be controlled. In this work the centralized control approach is adopted because it allows the overall control law optimization, which is not possible when the decentralized technique is used. In this context, the linear quadratic regulator becomes an interesting alternative due to its robustness and performance properties as well as easy implementation. The BTB topology is studied as a multivariable system in two different applications: *i)* interfacing two AC grids and *ii)* feeding local loads. For each system a comprehensive state-space model is developed and its main characteristics analyzed from a multivariable point of view. A systematic design is proposed to guide the choices of LQR weighting matrices. The criterion is based on the analysis of the singular values of the sensitivity, complementary sensitivity and disturbance sensitivity matrices and on the minimization of their infinity norms. Experimental results are presented to validate the theoretical approach and to show the effectiveness of the proposed multivariable control.

Keywords: Multivariable control, centralized control, linear quadratic regulator, singular values, relative gain array, back-to-back converter, grid-interface converter and grid-forming converter.

LISTA DE DIAGRAMAS

Diagrama 1 – Esquema do conversor <i>back-to-back</i>	39
Diagrama 2 – Representação em blocos de dois sistemas multivariáveis.	52
Diagrama 3 – VSC trifásico de dois níveis com filtro de primeira ordem.	55
Diagrama 4 – VSC conectado à rede elétrica de distribuição.	60
Diagrama 5 – Diagrama de blocos da malha de controle do sistema $\mathbf{G}_1(s)$	66
Diagrama 6 – Representação em blocos da malha de controle do sistema $\mathbf{G}(s)$	69
Diagrama 7 – Diagrama de blocos da malha de controle para sistemas multivariáveis.	77
Diagrama 8 – Diagrama de blocos do sistema modificado.	79
Diagrama 9 – Esquema representando a conexão do BTB-VSC como interface entre dois sistemas CA.	91
Diagrama 10 – Sistema aumentado.	100
Diagrama 11 – Sistema aumentado com os módulos ressonantes.	101
Diagrama 12 – Esquema de controle por realimentação de estados para o BTB como interface de dois sistemas CA.	106
Diagrama 13 – Esquema representando as conexões do BTB-VSC alimentando cargas isoladas.	123
Diagrama 14 – Circuito equivalente médio do conversor de interface com a carga.	124
Diagrama 15 – Sistema aumentado.	131
Diagrama 16 – Sistema aumentado com módulos ressonantes.	132
Diagrama 17 – Diagrama de blocos do sistema de controle por realimentação de estados para o BTB alimentando cargas isoladas.	134
Diagrama 18 – Cargas sob teste.	145
Diagrama 19 – Circuito para condicionamento e proteção dos canais de tensão e corrente.	181
Diagrama 20 – Circuito de conexão da placa de condicionamento, DSP e <i>buffer</i>	182
Diagrama 21 – Esquema do <i>buffer</i> coletor aberto.	183
Diagrama 22 – Circuito de comando da bancada experimental.	184
Diagrama 23 – Circuito de acionamento da bancada experimental.	185

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ganho $\ \mathbf{G}_1(j2\pi 100)\mathbf{u}(2\pi 100)\ _2/\ \mathbf{u}(2\pi 100)\ _2$	57
Figura 2 – Resposta em frequência dos valores singulares máximo e mínimo.	58
Figura 3 – Análise vetorial de \mathbf{G}_1 para $\omega = 0$	59
Figura 4 – Resposta em frequência de $\bar{\sigma}(\mathbf{S}_1(j\omega))$ e $\underline{\sigma}(\mathbf{L}_1(j\omega))$	67
Figura 5 – Diagrama de Nyquist de $L(j\omega)$	67
Figura 6 – Resposta em frequência do número de condicionamento de \mathbf{G}_1	73
Figura 7 – Resposta em frequência do número de condicionamento ótimo de \mathbf{G}_1	74
Figura 8 – Resposta em frequência do número de condicionamento otimizado de $\mathbf{G}_1(j\omega)$ para diferentes frequências de acoplamento.	75
Figura 9 – Resposta em frequência do número de condicionamento ótimo de $\mathbf{G}_2(j\omega)$	75
Figura 10 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathbf{G}_2(j\omega))$	76
Figura 11 – Soma dos elementos da linha de $\Lambda(\mathbf{G}_2(j\omega))$ correspondente à tensão CC.	76
Figura 12 – Resposta em frequência do número da RGA de $\mathbf{G}_1(s)$	81
Figura 13 – Resposta em frequência do número da RGA de $\mathbf{G}_2(s)$	82
Figura 14 – Mapas de polos (x) e zeros (o) do sistema \mathbf{G}_2	86
Figura 15 – Mapas de polos (x) e zeros (o) do sistema para controlar \tilde{i}_q e \tilde{i}_d	87
Figura 16 – Mapas de polos (x) e zeros (o) do sistema para controlar \tilde{i}_q e \tilde{v}_{cc}	87
Figura 17 – Representação do fluxo de potência ativa nos terminais do barramento CC.	93
Figura 18 – Resposta em frequência do número de condicionamento ótimo de $\mathcal{G}(j\omega)$	97
Figura 19 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathcal{G}(j\omega))$	97
Figura 20 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathcal{G}(j\omega))$ sob variação paramétrica.	98
Figura 21 – Resposta em frequência sob variações de $q_{1,1}$, $q_{2,2}$, $q_{3,3}$ e $q_{4,4}$	108
Figura 22 – Resposta em frequência sob variações de $q_{5,5}$	109
Figura 23 – Resposta em frequência sob variações dos pesos $q_{6,6}$, $q_{7,7}$, $q_{8,8}$, e $q_{9,9}$	110
Figura 24 – Resposta em frequência sob variações dos pesos $q_{10,10}$ até $q_{17,17}$	111
Figura 25 – Resposta em frequência sob variações de ρ	113
Figura 26 – Resposta em frequência do $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ para o projeto do LQR finalizado.	114
Figura 27 – Resposta em frequência para diferentes matrizes de ganhos.	115
Figura 28 – Formas de onda para gerenciamento da potência ativa.	117
Figura 29 – Formas de onda para gerenciamento da potência reativa.	118
Figura 30 – Formas de onda BTB destacando a corrente de entrada (em verde) do CIR 1.	119
Figura 31 – Comportamento do sistema sob degraus de potência ativa e reativa.	120
Figura 32 – Resposta em frequência do número de condicionamento ótimo de $\mathcal{G}_f(j\omega)$	129
Figura 33 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathcal{G}_f(j\omega))$	129

Figura 34 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathcal{G}_f(j\omega))$ sob variação paramétrica.	130
Figura 35 – Resposta em frequência sob variações de $q_{1,1}$ e $q_{2,2}$.	136
Figura 36 – Resposta em frequência sob variações de $q_{3,3}$, $q_{4,4}$, $q_{5,5}$ e $q_{6,6}$.	137
Figura 37 – Resposta em frequência sob variações de $q_{7,7}$.	138
Figura 38 – Resposta em frequência sob variações de $q_{8,8}$, $q_{9,9}$, $q_{10,10}$ e $q_{11,11}$.	139
Figura 39 – Resposta em frequência sob variações dos pesos dos controladores ressonantes.	141
Figura 40 – Resposta em frequência sob variações do peso referente às variáveis de controle.	142
Figura 41 – Resposta em frequência do $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ para o projeto final.	143
Figura 42 – Resposta em frequência do sistema realimentado para ambos projetos.	144
Figura 43 – Resposta em frequência comparando o projeto do LQR e Alocação de polos.	145
Figura 44 – Formas de onda do CIC conectado a carga 2.	146
Figura 45 – Espectro harmônico das tensões de saída do CIC conectado à carga 2.	147
Figura 46 – Formas de onda do CIC conectado à carga 3.	148
Figura 47 – Espectro harmônico das tensões de saída do CIC conectado à carga 3.	148
Figura 48 – Formas de onda do CIC conectado à carga 4.	149
Figura 49 – Espectro harmônico das tensões de saída do CIC conectado à carga 4.	149
Figura 50 – Formas de onda BTB destacando a corrente de entrada (em verde) do CIR.	150
Figura 51 – Formas de onda do BTB para diferentes perfis de carga.	151
Figura 52 – Resposta transitória do BTB para degrau de carga.	152
Figura 53 – Resultado experimental da inicialização da bancada para o BTB conectado a dois sistemas CA.	186
Figura 54 – Resultado experimental da inicialização da bancada para o BTB alimentando cargas isoladas.	187

LISTA DE FLUXOGRAMAS

Fluxograma 1 – Guia de projeto de controle MIMO.	89
--	----

LISTA DE FOTOGRAFIAS

Fotografia 1 – Protótipo montado em laboratório.	116
--	-----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros de um VSC conectado à rede de distribuição.	56
Tabela 2 – Pontos de operação de um VSC conectado à rede de distribuição.	63
Tabela 3 – Parâmetros do BTB com interface entre dois sistemas CA.	96
Tabela 4 – Norma infinita para variação dos pesos $q_{1,1}$, $q_{2,2}$, $q_{3,3}$ e $q_{4,4}$	108
Tabela 5 – Norma infinita para variação do peso $q_{5,5}$	109
Tabela 6 – Norma infinita para variação dos pesos referentes às integrais.	110
Tabela 7 – Norma infinita para variação dos pesos referentes aos ressonantes.	112
Tabela 8 – Norma infinita para variação de ρ	112
Tabela 9 – Parâmetros do BTB alimentando cargas isoladas.	126
Tabela 10 – Norma infinita para variação dos pesos $q_{1,1}$ e $q_{2,2}$	135
Tabela 11 – Norma infinita para variação dos pesos $q_{3,3}$, $q_{4,4}$, $q_{5,5}$ e $q_{6,6}$	137
Tabela 12 – Norma infinita para variação dos pesos $q_{7,7}$	138
Tabela 13 – Norma infinita para variações dos pesos referentes às integrais.	140
Tabela 14 – Norma infinita para variações dos pesos referentes aos ressonantes.	140
Tabela 15 – Norma infinita para variações dos pesos referentes às variáveis de controle.	142
Tabela 16 – Características do transdutor de tensão.	178
Tabela 17 – Características do transdutor de corrente.	178
Tabela 18 – Características do <i>driver</i> Skiper 32r da Semikron.	179

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A/D analógico-digital

BTB *back-to-back*

BTB-VSC *back-to-back* baseado no conversor fonte de tensão

CA corrente alternada

CC corrente contínua

CIC conversor de interface com a carga

CIR conversor de interface com a rede

DFIG gerador de indução duplamente alimentado (do inglês, *doubly-fed induction generators*)

DSOGI-PLL circuito de sincronismo com duplo integrador generalizado de segunda ordem

DSP processador digital de sinais (do inglês, *Digital Signal Processor*)

GEP-UFMG Grupo de Eletrônica de Potência

GD geração distribuída

GM margem de ganho (do inglês, *gain margin*)

HVDC corrente contínua em alta tensão (do inglês, *high-voltage direct current*)

IGBT Transistor Bipolar com Gatilho Isolado (do inglês, *Insulated Gate Bipolar Transistor*)

LMI desigualdades matriciais lineares (do inglês, *linear matrix inequalities*)

LQR regulador linear quadrático (do inglês, *linear quadratic regulator*)

MIMO múltiplas entradas e múltiplas saídas (do inglês, *multiple-inputs multiple-outputs*)

MVDC corrente contínua em média tensão (do inglês, *medium-voltage direct current*)

PAC ponto de acoplamento comum

PI proporcional-integrador

PLL circuito de sincronismo (do inglês, *phase-locked loop*)

PM margem de fase (do inglês, *phase margin*)

PR proporcional-ressonante

PWM modulação por largura de pulso (do inglês, *Pulse Width Modulation*)

RGA matriz de ganhos relativos (do inglês, *relative gain array*)

SEP sistema elétrico de potência

SISO única entrada e única saída (do inglês, *single-input-single-output*)

SOGI integrador generalizado de segunda ordem (do inglês, *Second-order Generalized Integrator*)

SPD semiplano direito

SVD decomposição em valores singulares (do inglês, *singular value decomposition*)

SVM modulação vetorial (do inglês, *Space Vector Modulation*)

THD distorção harmônica total (do inglês, *Total Harmonic Distortion*)

UPQC condicionador de qualidade de energia unificado (do inglês, *Unified Power Quality Conditioners*)

UPS fonte ininterrupta de energia (do inglês, *Uninterruptible Power Supply*)

VSC conversor fonte de tensão (do inglês, *Voltage Source Converter*)

Lista de SÍMBOLOS e NOMENCLATURA

<i>variável minúscula</i>	grandezas instantâneas (variantes no tempo)
<i>variável maiúscula</i>	grandezas eficazes, contínuas e constantes
<i>variável em negrito</i>	vetores ou matrizes

Sobrescritos

x^*	valores de referência
x^\top	operador de transposição
x^H	operador hermitiano
x^{-1}	operador da inversão
x^\dagger	operador da pseudoinversão
\tilde{x}	componentes de pequenos sinais
\dot{x}	operador da primeira derivada
\bar{x}	vetor relacionado ao valor singular máximo

Subscritos

x_a	grandeza elétrica relativa à fase a
x_b	grandeza elétrica relativa à fase b
x_c	grandeza elétrica relativa à fase c
x_d	grandeza elétrica referidas a coordenada direta (eixo- d)
x_q	grandeza elétrica referidas a coordenada em quadratura (eixo- q)
\underline{x}	vetor relacionado ao valor singular mínimo

Variáveis

\mathbf{A}	matriz de estados no tempo contínuo
\mathbf{A}_1	matriz de estados do estudo de caso 1
\mathbf{A}_2	matriz de estados do estudo de caso 2
\mathbf{A}_D	matriz de estados do desacoplamento
\mathcal{A}	matriz de estados do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathcal{A}_a	matriz de estados do sistema aumentado
\mathcal{A}_f	matriz de estados do BTB alimentando cargas isoladas
\mathcal{A}_i	matriz de estados da ação integral
\mathcal{A}_r	matriz de estados dos controladores ressonantes
$\mathcal{A}_{f,a}$	matriz de estados aumentada do BTB alimentando cargas isoladas
$\mathcal{A}_{f,i}$	matriz de estados da ação integral utilizada do BTB alimentando cargas isoladas
$\mathcal{A}_{f,r}$	matriz de estados da ação ressonante utilizada do BTB alimentando cargas isoladas
\mathcal{A}_6	matriz de estados do controlador ressonante sintonizado na 6 ^o harmônica
\mathcal{A}_{12}	matriz de estados do controlador ressonante sintonizado na 12 ^o harmônica
\mathbf{B}	matriz de entrada no tempo contínuo
\mathbf{B}_1	matriz de entrada do estudo de caso 1
\mathbf{B}_2	matriz de entrada do estudo de caso 2
\mathbf{B}_D	matriz de entrada do desacoplamento
\mathcal{B}	matriz de entrada do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathcal{B}_a	matriz de entrada do sistema aumentado
\mathcal{B}_f	matriz de entrada do BTB alimentando cargas isoladas
\mathcal{B}_i	matriz de entrada da ação integral
\mathcal{B}_r	matriz de entrada dos controladores ressonantes
$\mathcal{B}_{f,a}$	matriz de entrada aumentada do BTB alimentando cargas isoladas
$\mathcal{B}_{f,i}$	matriz de entrada da ação integral utilizada no BTB alimentando cargas isoladas
$\mathcal{B}_{f,r}$	matriz de entrada da ação ressonante utilizada no BTB alimentando cargas isoladas

\mathcal{B}^*	matriz de entrada à referências do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathcal{B}_f^*	matriz de entrada à referências do BTB alimentando cargas isoladas
\mathcal{B}_6	matriz de entrada do controlador ressonante sintonizado na 6 ^o harmônica
\mathcal{B}_{12}	matriz de entrada do controlador ressonante sintonizado na 12 ^o harmônica
\mathbf{C}	matriz de saída no tempo contínuo
\mathbf{C}_1	matriz de saída do estudo de caso 1
\mathbf{C}_2	matriz de saída do estudo de caso 2
\mathbf{C}_D	matriz de saída do desacoplamento
\mathcal{C}_i	matriz de saída do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathcal{C}_f	matriz de saída do BTB alimentando cargas isoladas
\mathcal{C}_r	matriz de saída ressonante do BTB como interface entre dois sistemas CA
$\mathcal{C}_{f,r}$	matriz de saída ressonante do BTB alimentando cargas isoladas
C	capacitância do barramento CC
C_f	capacitância do filtro LC
\mathbf{D}	matriz de transmissão direta no tempo contínuo
\mathbf{D}_D	matriz de transmissão direta do desacoplamento
\mathbf{d}_1	vetor de distúrbios do estudo de caso 1
\mathbf{d}_2	vetor de distúrbios do estudo de caso 2
\mathbf{d}	vetor de distúrbios do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathbf{d}_f	vetor de distúrbios do BTB alimentando cargas isoladas
\mathbf{e}	vetor de erros do controle
\mathbf{e}_i	vetor de erros do controle para o BTB como interface entre dois sistemas CA
$\mathbf{e}_{f,i}$	vetor de erros do controle para o BTB alimentando cargas isoladas
\mathbf{e}	sinal de erro do controle
\mathbf{F}_1	matriz de distúrbio do estudo de caso 1
\mathbf{F}_2	matriz de distúrbio do estudo de caso 2
\mathbf{F}_D	matriz de <i>feed-forward</i>
\mathcal{F}	matriz de distúrbio do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathcal{F}_a	matriz ao distúrbio do sistema aumentado

\mathcal{F}_f	matriz distúrbio do BTB alimentando cargas isoladas
$\mathcal{F}_{f,a}$	matriz aumentada de distúrbio do BTB alimentando cargas isoladas
$f_{\underline{\sigma}}(\tau)$	largura de banda de malha fechada do menor valor singular
$f_{\bar{\sigma}}(\tau)$	largura de banda de malha fechada do maior valor singular
f_1	frequência da componente fundamental da rede elétrica 1
f_2	frequência da componente fundamental da rede elétrica 2
f_B	largura de banda
$\mathbf{G}(s)$	matriz das funções de transferência de um sistema multivariável
$\mathbf{G}_1(s)$	matriz das funções de transferência do estudo das caso 1
$\mathbf{G}_2(s)$	matriz das funções de transferência do estudo de caso 2
$\mathbf{G}_S(s)$	matriz das funções de transferência de um sistema multivariável modificado
$\mathbf{G}_{S,1}(s)$	matriz das funções de transferência de estudo de caso 1 após o desacoplamento
$\mathcal{G}(s)$	matriz das funções de transferência do BTB como interface entre dois sistemas CA
$\mathcal{G}_f(s)$	matriz das funções de transferência do BTB alimentando cargas isoladas
$G(s)$	função de transferência de um SISO
\mathbf{I}	matriz identidade
i	corrente de saída do conversor
i_1	corrente de entrada do BTB
i_2	corrente de saída do BTB
i_{cc}	corrente de entrada do barramento CC
i_L	corrente da carga
J	função de custo quadrático
$\mathbf{K}_D(s)$	pré-compensador que neutraliza as interações do sistema
$\mathbf{K}_S(s)$	controlador diagonal para o sistema modificado
\mathbf{K}	matriz de realimentação de estados
\mathcal{K}	matriz de realimentação de estados do BTB operando como interface entre dois sistemas CA
\mathcal{K}_f	matriz de realimentação de estados do BTB alimentando cargas isoladas
\mathcal{K}_m	matriz de realimentação de estados modificada
\mathcal{K}_{f_m}	matriz de realimentação de estados modificada
\mathcal{K}_{f_p}	matriz de realimentação de estados utilizando a técnica de Alocação de polos
k	quantidade de valores singulares não negativos

$\mathbf{L}(s)$	matriz das funções de transferência de malha aberta
L	indutância entre o VSC e o ponto de acoplamento comum
L_1, L_2	indutâncias entre o BTB e os pontos de acoplamento comum
M_S	pico máximo de sensibilidade
m	quantidade de elementos no vetor de saída
m_d, m_q	índices de modulação de amplitude nas coordenadas dq
m_1	índice de modulação de amplitude para o conversor de interface 1
m_2	índice de modulação de amplitude para o conversor de interface 2
$\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$	matrizes reais diagonais normalizadas
$\mathbf{n}(s)$	vetor de ruídos
n	quantidade de elementos no vetor de entrada
$\mathbf{P}(s)$	matriz utilizada para calcular os zeros invariantes
\mathcal{P}	matriz com a solução da equação algébrica de Riccati
p	posto da matriz
p_{ac}	potência ativa instantânea no ponto de acoplamento comum
p_c	potência ativa do lado CC do conversor
p_i	potência ativa de entrada do conversor
p_p	posto normal de $\mathbf{P}(s)$
p_t	potência ativa instantânea nos terminais CA do conversor
p_η	posto normal de uma matriz de funções de transferência
\mathbf{Q}	matriz com as ponderações das variáveis de estados
$q_{i,i}$	elementos diagonais de \mathbf{Q}
R	resistência entre o VSC e o ponto de acoplamento comum
R_1, R_2	resistência entre o BTB e os pontos de acoplamento comum
\mathbf{r}	vetor referente à referências do controle
\mathbf{r}	vetor referente à referências do controle para o BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathbf{r}_f	vetor referente à referências do controle para o BTB alimentando cargas isoladas
r	sinal de referência do controle
$\mathbf{S}(s)$	matriz de sensibilidade
$\mathbf{S}_d(s)$	matriz de sensibilidade ao distúrbio
$\mathbf{S}_u(s)$	matriz de sensibilidade para um controle em espaços de estados considerando o controlador como parte da planta
$\mathcal{S}(s)$	matriz de sensibilidade das topologias onde o BTB foi estudado
$S(s)$	função de sensibilidade
$\mathbf{T}(s)$	matriz de sensibilidade complementar
$\mathcal{T}(s)$	matriz de sensibilidade das topologias onde o BTB foi estudado

\mathbf{u}	vetor de entrada
\mathbf{u}	vetor de entrada do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathbf{u}_f	vetor de entrada do BTB alimentando cargas isoladas
u	sinal de entrada
\mathbf{V}	matriz de vetores singulares de entrada
v_c	tensão sobre o capacitor do filtro de saída LC
v_{cc}	tensão do barramento CC
v_g	tensão no ponto de acoplamento comum
v_t	tensão no terminal CA do conversor
\mathbf{W}	matriz de vetores singulares de saída
\mathbf{x}	vetor de estados
\mathbf{x}	vetor de estados do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathbf{x}_a	vetor de estados do sistema aumentado
\mathbf{x}_f	vetor de estados do BTB alimentando cargas isoladas
\mathbf{x}_i	vetor de estados da ação integral utilizada do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathbf{x}_r	vetor de estados da ação ressonante utilizada do BTB como interface entre dois sistemas CA
$\mathbf{x}_{f,a}$	vetor de estados aumentado do BTB alimentando cargas isoladas
$\mathbf{x}_{f,i}$	vetor de estados da ação integral utilizada do BTB alimentando cargas isoladas
$\mathbf{x}_{f,r}$	vetor de estados da ação ressonante utilizada do BTB alimentando cargas isoladas
x_{cc}	integral do erro da tensão sobre o barramento CC do BTB como interface entre dois sistemas CA
$x_{c,d}$	integral do erro da tensão no eixo d de saída do BTB alimentando cargas isoladas
$x_{c,q}$	integral do erro da tensão no eixo q de saída do BTB alimentando cargas isoladas
$x_{1,d}$	integral do erro da corrente no eixo d de entrada do BTB
$x_{1,q}$	integral do erro da corrente no eixo q de entrada do BTB
$x_{2,q}$	integral do erro da corrente no eixo q de saída do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathbf{y}	vetor de saída
\mathbf{y}	vetor de saída do BTB como interface entre dois sistemas CA
\mathbf{y}_f	vetor de saída do BTB alimentando cargas isoladas
y	sinal de saída

Símbolos

γ	número de condicionamento
γ_o	número de condicionamento ótimo
η	vetor de margem
κ	quantidade de estados
$\lambda_{ij}(s)$	elementos da matriz de ganho relativo
$\Lambda(s)$	matriz de ganhos relativos
ρ	matriz com as ponderações das variáveis de controle
Σ	matriz de valores singulares
$\bar{\sigma}$	valor singular máximo
$\underline{\sigma}$	valor singular mínimo
ω	frequência angular
ω_1	frequência angular da componente fundamental da rede elétrica 1
ω_2	frequência angular da componente fundamental da rede elétrica 2
ω_{bw}	largura de banda
$\underline{\omega}_{bw}$	menor largura de banda
$\bar{\omega}_{bw}$	maior largura de banda
ω_c	frequência angular de corte
ω_r	largura de banda do controlador ressonante
$\omega_{\hat{\gamma}}$	frequência angular no maior valor do número de condicionamento

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	39
1.1	UTILIZAÇÃO DE CONVERSORES BTB EM SISTEMAS DE ENERGIA	39
1.2	MÉTODOS DE CONTROLE APLICADOS A CONVERSORES BTB	42
1.3	MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	44
1.4	OBJETIVOS	46
1.5	PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA	47
1.6	ORGANIZAÇÃO DA TESE	48
2	CARACTERIZAÇÃO E ANÁLISE DE SISTEMAS MIMO	51
2.1	INTRODUÇÃO	51
2.2	FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARA SISTEMAS MIMO	51
2.3	ANÁLISE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA SISTEMAS MIMO	52
2.3.1	Direções em Sistema MIMO	52
2.3.2	Decomposição em Valores Singulares	54
2.3.3	Estudo de Caso 1	55
2.3.4	Estudo de Caso 2	59
2.4	CONTROLABILIDADE FUNCIONAL	64
2.5	VALORES SINGULARES NA ANÁLISE DE ESTABILIDADE E DESEMPENHO	65
2.5.1	Diagrama de Nyquist e o Pico Máximo de Sensibilidade	66
2.6	VALORES SINGULARES E A REALIMENTAÇÃO DE SISTEMAS MIMO	68
2.7	NÚMERO DE CONDICIONAMENTO E MATRIZ DE GANHO RELATIVO	70
2.7.1	Número de Condicionamento	71
2.7.2	Matriz de Ganho Relativo (RGA)	71
2.7.3	Estudo de Caso 1	73
2.7.4	Estudo de Caso 2	74
2.8	DESACOPLAMENTO E CONTROLE DESCENTRALIZADO	77
2.8.1	Seleção dos Pares Saída/Entrada	78
2.8.2	Estudo de Caso 1	78
2.8.3	Estudo de Caso 2	80
2.9	CONTROLE CENTRALIZADO	81
2.10	ZEROS DE SISTEMAS MIMO	83
2.10.1	Sistemas MIMO de Fase Não-Mínima	85
2.10.2	Estudo de Caso 2	85
2.11	CONCLUSÕES PARCIAIS	86

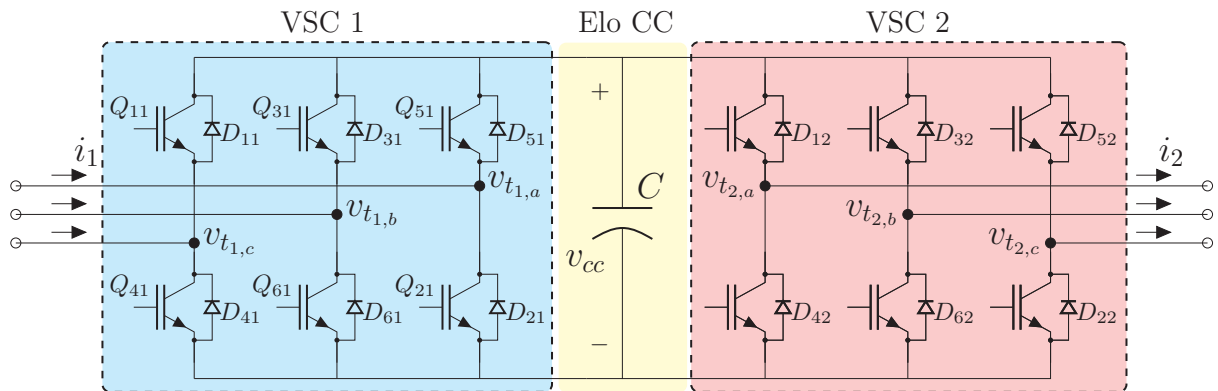
3	ESTUDO MULTIVARIÁVEL DO CONVERSOR BTB CO- NECTADO A DOIS SISTEMAS CA	91
3.1	INTRODUÇÃO	91
3.2	MODELAGEM	92
3.3	ESTUDO DAS DIREÇÕES	94
3.4	ESTUDOS A PARTIR DA MATRIZ DE GANHOS RELATIVOS	96
3.5	SISTEMA AUMENTADO EM ESPAÇO DE ESTADOS	99
3.5.1	Controlador de baixas frequências	99
3.5.2	Controlador de altas frequências	100
3.6	PROJETO DE CONTROLE EM ESPAÇO DE ESTADOS	102
3.6.1	Projeto da Realimentação Completa de Estados Utilizando o LQR	103
3.6.2	Regra de Bryson	105
3.7	PROJETO PARA O BTB COMO INTERFACE ENTRE DOIS SISTE- MAS CA	105
3.7.1	Projeto das Matrizes Q e ρ	106
3.7.2	Pesos Referentes às Correntes CA do BTB ($q_{1,1}$, $q_{2,2}$, $q_{3,3}$ e $q_{4,4}$)	107
3.7.3	Peso Referente à Tensão do Barramento CC ($q_{5,5}$)	108
3.7.4	Pesos Referentes aos Controladores Integrais ($q_{6,6}$, $q_{7,7}$, $q_{8,8}$ e $q_{9,9}$)	110
3.7.5	Pesos Referentes aos Controladores Ressonantes ($q_{10,10}$. . . $q_{17,17}$)	111
3.7.6	Pesos Referentes às Variáveis de Controle (ρ)	112
3.8	MODIFICAÇÃO DA MATRIZ DE REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS	114
3.9	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	115
3.10	CONCLUSÕES PARCIAIS	120
4	ESTUDO MULTIVARIÁVEL DO CONVERSOR BTB ALI- MENTANDO CARGAS ISOLADAS	123
4.1	INTRODUÇÃO	123
4.2	MODELAGEM	123
4.3	ESTUDO DAS DIREÇÕES	126
4.4	ESTUDOS A PARTIR DA MATRIZ DE GANHOS RELATIVOS	128
4.5	SISTEMA AUMENTADO EM ESPAÇO DE ESTADOS	130
4.5.1	Controlador de baixas frequências	130
4.5.2	Controlador de altas frequências	131
4.6	PROJETO DO LQR PARA O BTB ALIMENTANDO CARGAS ISO- LADAS	133
4.6.1	Projeto das Matrizes Q e ρ	134
4.6.2	Pesos Referentes às Correntes CA de Entrada do BTB ($q_{1,1}$ e $q_{2,2}$)	135
4.6.3	Pesos Referentes às Variáveis do Filtro LC ($q_{3,3}$, $q_{4,4}$, $q_{5,5}$ e $q_{6,6}$)	136
4.6.4	Peso Referente à Tensão do Barramento CC ($q_{7,7}$)	137

4.6.5	Pesos Referentes aos Controladores Integrais ($q_{8,8}$, $q_{9,9}$, $q_{10,10}$ e $q_{11,11}$)	139
4.6.6	Pesos Referentes aos Controladores Ressonantes ($q_{12,12} \dots q_{23,23}$)	140
4.6.7	Pesos Referentes às Variáveis de Controle (ρ)	141
4.7	MODIFICAÇÃO DA MATRIZ DE REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS	143
4.8	CARACTERIZAÇÃO DO CONTROLADOR LQR	144
4.9	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	145
4.10	CONCLUSÕES PARCIAIS	153
5	CONCLUSÕES FINAIS	155
5.1	TRABALHOS FUTUROS	157
	REFERÊNCIAS	159
	APÊNDICE A – PONTOS DE OPERAÇÃO	169
	APÊNDICE B – GANHOS DOS CONTROLADORES	173
	APÊNDICE C – BANCADA EXPERIMENTAL	177
C.1	Introdução	177
C.2	Conversor <i>back-to-back</i>	177
C.3	Medições das grandezas Elétricas	177
C.4	Circuito de Condicionamento de Sinais	178
C.5	Características do DSP	179
C.6	Circuito de Interface entre o DSP e o BTB	179
C.7	Inicialização da Bancada Experimental com Controle Multivariável	183

1 INTRODUÇÃO

Os conversores eletrônicos de potência têm grande importância nos sistemas de energia elétrica atuais. Muitas soluções propostas para aprimorar o sistema elétrico de potência (SEP) são baseadas nestes conversores, que são projetados para tornar a rede elétrica mais flexível, confiável e robusta. Entre esses conversores, o *back-to-back* (BTB), destacado no Diagrama 1, é uma das topologias mais comumente utilizada na indústria para executar conexões de baixa tensão entre dois sistemas de corrente alternada (CA) (FRIEDLI *et al.*, 2012) e melhorar a qualidade da energia em sistemas CA isolados (MAIA; JACOBINA, 2017). Tal sistema é composto por dois conversores fonte de tensão que compartilham o mesmo barramento CC, caracterizando um sistema *back-to-back*. Nas próximas seções algumas aplicações dos conversores BTB são detalhadas.

Diagrama 1 – Esquema do conversor *back-to-back*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

1.1 UTILIZAÇÃO DE CONVERSORES BTB EM SISTEMAS DE ENERGIA

Rocabert *et al.* (2012) e Bouzid *et al.* (2015) definem os conversores de potência aplicados à microrredes CA nas seguintes categorias, conforme sua funcionalidade:

- i) formador de rede (do inglês, *grid-forming*): o conversor eletrônico opera desconectado da rede CA, regulando a amplitude da tensão e frequência no barramento de conexão das cargas;
- ii) supridor de rede (do inglês, *grid-feeding*): utilizado para fornecer potência ativa para o SEP;
- iii) auxiliador de rede (do inglês, *grid-supporting*): regula a amplitude e a frequência da tensão da rede CA através do controle da potência reativa e ativa.

No entanto, esta classificação pode ser simplificada para formador de rede e supridor de rede de acordo com (VANDOORN *et al.*, 2013; PALIZBAN; KAUHANIEMI, 2015). Já que as estratégias de auxiliador de rede são introduzidas em formador de rede uma vez que ambas contribuem para a regulação da tensão da rede. Destaca-se que para este trabalho será utilizado a classificação definida em (ROGABERT *et al.*, 2012).

Conforme (NUTKANI; LOH; BLAABJERG, 2013), algumas das principais características do BTB são: (i) amplo controle no fluxo bidirecional de potência ativa e (ii) controle da potência reativa de maneira independente, permitindo uma operação flexível. Essas duas características combinadas levam à interessante propriedade da manipulação rápida dos fluxos de energia, a fim de fornecer o equilíbrio entre dois sistemas CA diferentes (CABERO; PRODANOVIC; PÉREZ, 2019).

Outra propriedade importante do BTB reside em sua capacidade de permitir o isolamento de dois sistemas CA, funcionando como uma barreira em termos de distúrbios na qualidade de energia. Esta ideia permite gerenciar uma microrrede CA que seja despercebida para o sistema a montante, evitando a propagação de qualquer distúrbio da/para microrrede (MAJUMDER *et al.*, 2010; FOGLI *et al.*, 2020).

As características anteriores permitem que o *back-to-back* baseado no conversor fonte de tensão (BTB-VSC) alimente cargas locais lineares e/ou não lineares com tensões de alta qualidade enquanto drena correntes da rede com fator de potência unitário e baixa distorção harmônica. Além disso, devido ao seu controle de potência reativa desacoplado, o conversor de interface com a rede (CIR) também pode funcionar como um filtro de potência ativa, se necessário. Esses recursos são explorados diretamente em fonte ininterrupta de energia (do inglês, *Uninterruptible Power Supply*) (UPS) (ZHANG *et al.*, 2016b; ZHANG *et al.*, 2016a) e para emuladores de rede em tempo real (VIJAY; DOOLLA; CHANDORKAR, 2021).

Devido às propriedades vantajosas descritas acima, o conversor BTB-VSC é largamente utilizado no setor industrial (SHEN *et al.*, 2018). No condicionador de qualidade de energia unificado (do inglês, *Unified Power Quality Conditioners*) (UPQC), o BTB compensa desequilíbrios e harmônicos de tensão no ponto de acoplamento comum (PAC) entre a concessionária e a carga local, mitiga harmônicos de corrente e compensa potência reativa da carga (KESLER; OZDEMIR, 2011; RAUF *et al.*, 2016).

Nos sistemas de geração distribuída (GD) despacháveis, que podem operar tanto como formador de rede quanto como supridor de rede, o BTB funciona como um circuito de interface permitindo a conexão de outras GD despacháveis no mesmo barramento (FOGLI; ALMEIDA; BARBOSA, 2017; CAI; XIANG; WEN, 2019). Esta solução, além de melhorar a qualidade de energia, habilita tal sistema GD trabalhar também no modo de suporte à rede elétrica. Para este tipo de operação, o conversor BTB regula as saídas de potência ativa e reativa para manter a tensão e a frequência da rede elétrica dentro de um determinado

intervalo (ROCABERT *et al.*, 2012).

A integração em larga escala de turbinas eólicas pode ter impactos significativos na qualidade e na operação do sistema de energia. Tradicionalmente, as turbinas eólicas não precisam participar do controle de frequência e tensão. No entanto, nos últimos anos, aumentou a atenção sobre o desempenho de parques eólicos em sistemas de energia (TEODORESCU; BLAABJERG, 2004; CHEN; GUERRERO; BLAABJERG, 2009; ALEPUZ *et al.*, 2013; JIANG *et al.*, 2019; FISCHER *et al.*, 2019). Conseqüentemente, alguns códigos de rede foram redefinidos para especificar os requisitos que as turbinas eólicas devem possuir para serem conectadas à rede elétrica de distribuição. Exemplos de tais requisitos incluem a capacidade de contribuir para o controle de frequência e tensão, ajustando continuamente a potência ativa e a potência reativa fornecidas ao sistema de transmissão, a taxa de regulação de potência que um parque eólico deve fornecer, flutuação de tensão, harmônicos, etc. (CHEN; GUERRERO; BLAABJERG, 2009). Neste sentido, quando afundamentos de tensão acontecem o BTB ajuda no desacoplamento do gerador eólico com a rede elétrica enquanto os controladores auxiliam o sistema a suportar tal distúrbio (do inglês, *Low-voltage-ride-through*). Além disso, o BTB pode desempenhar tarefas adicionais tais como: regulação de frequência e tensão no PAC; suporte de potência reativa e melhoria da qualidade de energia (BLAABJERG; CHEN; KJAER, 2004; EL-NAGGAR; ERLICH, 2016).

Em (BAROUDI; DINAHAHI; KNIGHT, 2007) são discutidas as possíveis combinações entre conversores eletrônicos de potência e geradores de energia para serem utilizados na conexão de turbinas eólicas à rede de distribuição. Neste cenário, o BTB pode ser conectado em série, processando toda a energia proveniente da turbina eólica (ZHANG *et al.*, 2018; ZHANG *et al.*, 2017), ou com gerador de indução duplamente alimentado (do inglês, *doubly-fed induction generators*) (DFIG), dividindo a energia processada pela turbina eólica (ESTAHBANATI, 2014; BAGGU; CHOWDHURY; KIMBALL, 2015).

Recentemente, (RADWAN; MOHAMED, 2020) apresentou uma nova topologia, ainda que simples e eficiente, para um sistema de cogeração eólica/solar conectado à rede elétrica. Uma turbina eólica em larga escala com um gerador síncrono de ímã permanente é conectada à rede distribuição por meio de um BTB-VSC. O capacitor do barramento de corrente contínua (CC) é conectado a um gerador solar fotovoltaico. Não são necessários estágios de conversão CC/CC e, portanto, o sistema híbrido é simples e eficiente.

Um conjunto de microrredes CA autônomas, interconectadas por BTB-VSC são apresentadas em (NADERI *et al.*, 2020). No método de interconexão proposto, cada microrrede CA é modelada separadamente por uma representação no espaço de estados e as conexões entre elas são consideradas como entradas e saídas.

O BTB também é utilizado na conexão entre um motor a combustão interna e a rede elétrica em (TIBOLA *et al.*, 2015; FOGLI; ALMEIDA; BARBOSA, 2017). Este sistema

torna possível explorar a operação do motor a combustão em um modo de velocidade variável, permitindo maior eficiência se comparado ao modo de velocidade fixa.

Além das destacadas acima, outras aplicações que utilizam o BTB são: (i) sistemas de transmissão em corrente contínua em alta tensão (do inglês, *high-voltage direct current*) (HVDC) (CHAUDHURI *et al.*, 2014; SHU; TANG; PANG, 2020); (ii) microturbina (SAHA *et al.*, 2009; WANG; ZHENG, 2011); (iii) a bordo de navios em sistemas de transmissão de corrente contínua em média tensão (do inglês, *medium-voltage direct current*) (MVDC); (iv) acionamento de máquinas (ZHOU; ZHAO; LIU, 2017); (v) UPS (WU *et al.*, 2017) e (vi) microrredes híbridas (MAJUMDER, 2014).

As aplicações listadas dos conversores BTB atuando como um circuito de interface demonstram a sua flexibilidade podendo operar de maneira isolada ou conectada a uma rede elétrica.

1.2 MÉTODOS DE CONTROLE APLICADOS A CONVERSORES BTB

O sistema de controle convencional usado nos conversores BTB é baseado em controladores de corrente CA e um controlador externo de tensão do barramento CC (TANG *et al.*, 2015). Esta estratégia de controle tornou-se popular por dois motivos principais: (i) a corrente de saída pode ser facilmente limitada e (ii) os dois controladores podem ser projetados separadamente se suas constantes de tempo forem escolhidas de maneira que a dinâmica do controlador interno seja mais rápida que a do controlador externo (YAZDANI; IRAVANI, 2010). Esta configuração convencional, com duas malhas de controle, é apresentada em (ALCALÁ *et al.*, 2011), onde o BTB lida com fluxo de potência bidirecional e apenas um lado do conversor BTB é responsável por controlar a tensão no barramento CC.

Diversos autores propuseram estratégias de controle específicas para melhorar o desempenho dos conversores BTB. Em (MAJUMDER *et al.*, 2010) os autores propõem um método para controlar o fluxo de potência entre a rede elétrica e a microrrede CA através do conversor BTB. Em (BAGGU; CHOWDHURY; KIMBALL, 2015) o BTB é estudado sob distúrbios de tensão. Uma nova técnica de controle é implementada para mitigar as oscilações na tensão do barramento CC e conseqüentemente nas saídas de potência ativa e reativa do conversor fonte de tensão (do inglês, *Voltage Source Converter*) (VSC) durante distúrbios de tensão.

Oñate *et al.* (2018) apresenta uma abordagem na qual os dois lados de um sistema BTB são controlados usando a abordagem de conversores sincronizados ou geradores síncronos virtuais, permitindo controlar a transferência de energia através dos conversores, como seria em um sistema real de conjuntos motor/gerador. Uma comparação entre a abordagem proposta e o controle dq tradicional é realizada. Os resultados mostram um comportamento de transferência de energia mais suave ao usar a abordagem proposta,

melhorando assim a qualidade da energia em relação ao controle dq . Nenhuma verificação foi realizada sobre o comportamento do controle proposto frente às variações paramétricas do sistema.

Enquanto Zhou e Blaabjerg (2017) projetam um controle linear através de funções de transferências, Konstantopoulos e Alexandridis (2014) propõem um controle não-linear em espaço de estados para BTB processando toda a energia proveniente da turbina eólica. A análise teórica e a eficácia do controlador são confirmadas por meio de resultados de simulação estendidos para um gerador de indução de 2 MW de tamanho comercial operando em condições variadas de velocidade do vento e são posteriormente validadas em um sistema semelhante com resultados em tempo real.

Recentemente, (ZHANG *et al.*, 2016) apresentaram uma estratégia de controle *quasi - centralized* para conversores BTB baseado em um controle preditivo. Quando comparado a um controlador centralizado convencional, o controlador proposto obteve um melhor desempenho no controle da tensão do barramento CC, embora tenha sido menos robusto às variações nos parâmetros do sistema. Além disso, esta estratégia demanda um esforço computacional considerável, representando um obstáculo para sua implementação.

Em contrapartida, uma estratégia de controle preditivo descentralizado foi proposta para o controle de conversores BTB em (TARISCIOTTI *et al.*, 2016). Essa estratégia de controle foi selecionada uma vez que permite reduzir a carga computacional dos controladores preditivos, questão amplamente reconhecida em aplicações de eletrônica de potência. Resultados de simulações e testes experimentais comprovaram a eficácia do controle sob mudanças nas condições de operação do conversor e da rede elétrica. O fluxo de energia foi controlado com sucesso, mantendo a forma de onda de tensão e corrente de ambos os conversores regulada nos valores desejados e com alta qualidade de energia. Outro controle preditivo combinado com uma estratégia de estimação do fluxo virtual é aplicado a conversor BTB em (ZHANG *et al.*, 2015).

Um controle em espaço de estados, multivariável, baseado no regulador linear quadrático, regulador linear quadrático (do inglês, *linear quadratic regulator*) (LQR), é proposto por (GIMÉNEZ; CERRADA; MACHO, 2017) para UPQC. O controlador proposto reduziu o acoplamento cruzado entre os eixos dq e atenuou a ressonância inerente ao filtro de saída. Já, (CABERO; SÁNCHEZ; PRODANOVIC, 2016) propõem uma estratégia unificada de controle multivariável para um conversor BTB com filtros de saída LCL. Neste trabalho, foi possível verificar que a estratégia de realimentação de estados proposta tem uma boa resposta transitória quando o fluxo de potência é invertido. Ademais, este método demonstrou um desempenho superior quando comparado ao esquema de controle convencional. No mesmo contexto, (CASTRO *et al.*, 2019) apresenta um controle multivariável, baseado na realocação robusta de polos. Os resultados de simulação fornecidos demonstram que o controlador tem um bom desempenho sob fluxo de potência

bidirecional e incertezas relacionadas à impedância equivalente da rede elétrica.

Outro controle em espaço de estados para conversores **BTB** é apresentado em (CABERO; PRODANOVIC; PÉREZ, 2019). Este controlador propõe uma ação rápida na regulação das potências ativa e reativa e um rigoroso controle da tensão no barramento **CC**. Sua robustez foi testada contra variações dos parâmetros do filtro, da capacitância **CC**, da indutância da rede e dos valores de tensão da rede.

No contexto de formador de rede, o artigo (FOGLI *et al.*, 2020) apresenta uma estratégia de controle baseada em uma malha corrente interna e uma malha de tensão externa para ambos os lados do conversor. A malha externa do lado da entrada **BTB**, que é conectado ao gerador, é responsável por regular a tensão **CC**. Por outro lado, no lado da saída, a malha de tensão garante uma forma de onda **CA** de alta qualidade para alimentar as cargas. Ademais uma compensação *feed-forward* baseada na previsão da corrente de carga sem qualquer sensor adicional é proposta para melhorar a qualidade da tensão de saída. Em contrapartida, Souza *et al.* (2019) apresenta uma modelagem unificada e um controle com múltiplas entradas e múltiplas saídas múltiplas entradas e múltiplas saídas (do inglês, *multiple-inputs multiple-outputs*) (**MIMO**) em espaços de estados para emular a rede elétrica. Controladores proporcional-ressonante (**PR**) são utilizados para rejeitar harmônicos causados pelas cargas locais e com isso manter uma boa qualidade da tensão de saída.

1.3 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Até aqui, esta pesquisa evidencia uma grande quantidade de aplicações de conversores **BTB** na indústria e academia. Como destacado anteriormente, dentre as definições de conversores de potência conectados à rede **CA** feitas por (ROCABERT *et al.*, 2012), o **BTB** pode se enquadrar em todas.

Comercialmente, já é possível encontrar grupo motor gerador com conversores eletrônicos acoplados em seus terminais na saída com o propósito de controlar a velocidade da máquina em função da carga, melhorar a qualidade da energia ofertada e operar em paralelo com demais geradores (YAMAHA, 2016).

Independente da aplicação, pode-se projetar as leis de controle dos conversores de interface de maneira que seja possível sintonizar os controladores separadamente. No entanto, esta estratégia apresenta problemas de estabilidade, se os compensadores interno e externo não forem projetados corretamente ou se a capacitância do barramento **CC** for pequena (ALBERTOS; ANTONIO, 2014).

Várias estratégias de controle foram desenvolvidas e aplicadas na literatura. Pode-se citar, por exemplo, o uso do convencional proporcional-integrador (**PI**), **PR** e etc. (MAJUMDER *et al.*, 2010). Contudo, os **PIs** não são capazes de rastrear e rejeitar sinais

senoidais. Por outro lado, um conjunto de controladores PRs podem ser utilizados para garantir o rastreamento de referência e rejeição de distúrbios harmônicos em frequências específicas (SOUZA *et al.*, 2018). No entanto, o projeto de múltiplos PR utilizando metodologias de controle clássico não é uma tarefa fácil. Embora este método facilite a conexão paralela de vários modos ressonantes, toda vez que um compensador ressonante é incluído, as margens de fase e ganho do controle devem ser verificadas e, às vezes, todo o sistema deve ser reprojetoado (ALMEIDA *et al.*, 2015).

A abordagem em espaço de estados tem sido muitas vezes referida como projeto de controle moderno, por outro lado, o uso do método baseado em função de transferência, como lugar das raízes e resposta em frequência, é conhecido como projeto de controle clássico ou método das transformadas. O método de variáveis de estado não lida apenas com as variáveis de entrada e saída do sistema, mas também com as variáveis físicas internas a ele. Este método pode ser usado para estudar sistemas lineares e não lineares, bem como sistemas variantes no tempo. Além disso, esta abordagem manipula problemas com sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas e de alta ordem com a mesma facilidade. De uma perspectiva computacional, as técnicas de variáveis de estado são muito superiores às técnicas de domínio da frequência que exigem manipulações polinomiais (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2013).

Há um número considerável de processos industriais MIMO, que são controlados por sistemas projetados usando metodologias de projeto de controle única entrada e única saída (do inglês, *single-input-single-output*) (SISO). Uma razão para isso é que os sistemas multivariáveis geralmente incorporam uma quantidade significativa de matemática que tende a obscurecer seus potenciais benefícios.

O controle descentralizado aborda plantas multivariáveis por uma decomposição adequada em malhas de controle SISO. Possui a vantagem de fácil implementação e ajuste, se houver um número suficiente de sensores e atuadores. No entanto, com um número limitado deles, um controlador unificado que executa operações de matriz poderá extrair melhor desempenho dos processos com fortes acoplamentos ou problemas de condicionamento (ALBERTOS; ANTONIO, 2014). Em (JOVCIC; LAMONT; ABBOTT, 2007) na presença de variações paramétricas, como a indutância do sistema, os termos fixos de acoplamento cruzado não conseguem obter o desacoplamento do eixo dq e os PIs SISO podem não garantir o desempenho satisfatório. Portanto, pode ser mais simples e melhor, em termos de desempenho do controle, configurar o problema de projeto do controlador como um problema de otimização, resultando em um controlador multivariável centralizado (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Neste contexto, Miller (2016) discute que mesmo em sistemas que não sejam fortemente acoplados o LQR centralizado obtém um desempenho superior ao LQR descentralizado.

As vantagens do espaço de estados para o projeto são especialmente evidentes

quando o sistema a ser controlado tem mais de uma entrada de controle ou mais de uma saída. Essa abordagem permite um projeto sistemático, e uma escolha da dinâmica do sistema através da alocação arbitrária dos polos, desde que o sistema seja completamente controlável (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2013). Neste sentido, o LQR tem sido amplamente utilizado devido às suas características de robustez e desempenho. Esta estratégia realimenta e pondera os estados para minimizar uma dada função custo (BURNS, 2001). Nela, a equação algébrica de Riccati é aplicada na resolução dos ganhos associados aos estados para geração da lei de controle. Além disso, é possível estabelecer um compromisso entre a estabilidade, robustez e a velocidade de resposta do sistema através da escolha das ponderações.

Ainda no contexto MIMO, outras estratégias de controlador centralizado ótimo podem ser utilizadas tais como: \mathcal{H}_2 ; \mathcal{H}_∞ e misto $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$. Além desses, pode ser citado também o controle robusto utilizando desigualdades matriciais lineares (do inglês, *linear matrix inequalities*) (LMI).

1.4 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma modelagem unificada e um controle multivariável para o BTB sendo utilizado em duas diferentes topologias. Para isso, conceitos inerentes a sistemas MIMO, tais como: decomposição em valores singulares; matriz de ganhos relativos; controlabilidade funcional; número de condicionamento e etc., serão apresentados e discutidos.

Para atender ao objetivo principal desta proposta são estabelecidos alguns objetivos específicos, listados a seguir:

1. Caracterizar os conceitos básicos de análise de sistemas multivariáveis e aplicá-los a sistemas eletrônicos de potência;
2. Apresentar as diretrizes para analisar a estabilidade e o desempenho do controle multivariável;
3. Estudar, na perspectiva multivariável, o conversor BTB operando como interface entre dois sistemas CAs e alimentando cargas isoladas;
4. Propor uma estrutura de controle centralizada em espaço de estados capaz de otimizar o sistema de controle unificado para as duas aplicações estudadas;
5. No modo alimentador de cargas isoladas, apresentar uma técnica de controle a fim de garantir que a tensão CA formada seja de alta qualidade mesmo quando conectada a cargas não-lineares;
6. Utilizar a técnica LQR na obtenção da matriz de realimentação de estados;

7. Propor um projeto sistemático na escolha dos pesos do controlador **LQR**, através da análise da estabilidade e robustez dos sistemas;
8. Construção de uma bancada experimental para validar os estudos teóricos e verificar a eficácia das leis de controle projetadas.

1.5 PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção estão listados os trabalhos científicos elaborados, sendo resultado direto ou indireto, das pesquisas até o momento.

Trabalhos publicados em periódicos internacionais

SOUZA, IGOR D. N.; DE ALMEIDA, PEDRO M. ; BARBOSA, P. G. ; DUQUE, C. A. ; RIBEIRO, P. F. . Digital single voltage loop control of a VSI with LC output filter. *Sustainable Energy, Grids and Networks*, v. 16, p. 145-155, 2018.

FOGLI, GABRIEL A.; **SOUZA, IGOR D. N.**; FERNANDES, MARCELO C.; DE ALMEIDA, PEDRO M.; BARBOSA, PEDRO G. .Dispatchable Distributed Generation using a Back-to-back converter for Grid-forming Improvements based on Feed-forward Action with Current Load Estimation. *IET Power Electronics*.

DE ALMEIDA, PEDRO M.; RIBEIRO, A. S. B.; **SOUZA, IGOR D. N.**; FERNANDES, MARCELO C.; FOGLI, GABRIEL A.; CUK, VLADIMIR BARBOSA, PEDRO G.; RIBEIRO, PAULO F. .Systematic Design of a Discrete-Time Linear Quadratic Regulator Applied to Grid-forming Converters. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Industrial Electronics*.

Trabalhos submetidos em periódicos internacionais

SOUZA, IGOR D. N.; DE ALMEIDA, PEDRO M.; FOGLI, GABRIEL A.; BARBOSA, PEDRO G.; RIBEIRO, PAULO F. Multivariable analysis and control applied to back-to-back converters interfacing two ac systems. *Control Engineering Practice - Journal - Elsevier*.

SOUZA, IGOR D. N.; DE ALMEIDA, PEDRO M.; FOGLI, GABRIEL A.; BARBOSA, PEDRO G.; RIBEIRO, PAULO F. Multivariable optimal control for grid-forming system based on back-to-back topology. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* (**2ª revisão**).

Trabalhos publicados em congressos internacionais

SOUZA, IGOR D. N.; FOGLI, G. A. ; CASTRO, M. F. ; TOLEDO JUNIOR, A. S.; BARBOSA, P. G.; ALMEIDA, P. M. . Multivariable Control of a Grid Forming System Based on Back-To-Back Topology. In: 2019 IEEE 15th Brazilian Power Electronics Conference and 3rd Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC), 2019, Santos-SP. Smart grid applications 2, 2019.

CASTRO, M. F. ; **SOUZA, IGOR D. N.** ; FOGLI, G. A. ; TOLEDO JUNIOR, A. S. ;

ALMEIDA, P. M. ; OLIVEIRA, J. G. ; BARBOSA, P. G. . Unified Robust Control Design for BTB-VSC Subject to Uncertainties in Grid Equivalent Circuit. In: 2019 IEEE 15th Brazilian Power Electronics Conference and 3rd Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC), 2019, Santos- SP. Power Electronics, 2019.

Trabalhos publicados em congressos nacionais

SOUZA, IGOR D. N.; DE ALMEIDA, PEDRO M.; BARBOSA, PEDRO G. . Sliding mode control of a grid-emulator converter applied to a phil. In: 2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP), 2017, JUIZ DE FORA. 2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP), 2017. p. 1.

RIBEIRO, A. S. B. ; ALMEIDA, A. O. ; FERNANDES, M. C. ; **SOUZA, IGOR D. N.** ; ALMEIDA, P. M. ; BARBOSA, P. G. . Avaliação experimental do DLQR aplicada a um VSI com filtro de saída LC sob cargas não lineares e não balanceadas. In: XXII Congresso Brasileiro de Automática (CBA), 2018, João Pessoa - PB. Eletrônica de Potência, 2018.

Trabalhos aceitos em congressos internacionais

SOUZA, IGOR D. N.; DE ALMEIDA, PEDRO M.; FOGLI, GABRIEL A.; BARBOSA, PEDRO G. Characterization of Power Converters as Multivariable Systems. 22nd Power Systems Computation Conference - PSCC.

1.6 ORGANIZAÇÃO DA TESE

Este trabalho é organizado em cinco capítulos.

No [Capítulo 2](#) são apresentados conceitos direcionados aos sistemas multivariáveis. Algumas topologias de conversores eletrônicos são utilizadas para verificar a aplicabilidade das ferramentas [MIMO](#).

No [Capítulo 3](#) e [Capítulo 4](#) são utilizados os conceitos descritos no [Capítulo 2](#) para analisar e entender o funcionamento e as principais características do conversor BTB como circuito de interface entre dois sistemas CA e alimentando cargas isoladas, respectivamente. Baseado nestas informações, uma abordagem em espaço de estados é desenvolvida para cada modo de operação. Posteriormente, é proposto um projeto sistemático para as escolhas das matrizes de pesos de um regulador linear quadrático para realimentar os estados de cada sistema aumentado. O critério baseia-se na resposta em frequência dos valores singulares da matriz de função de sensibilidade, da matriz de sensibilidade complementar, matriz de sensibilidade de distúrbios e na minimização de suas normas infinitas.

O [Capítulo 5](#) traz as conclusões finais e as propostas para a continuidade desta pesquisa.

O [Apêndice A](#) apresenta as equações para se obter os pontos de operação do BTB operando em ambas topologias.

No [Apêndice B](#) são apresentados todas as matrizes de realimentação de estados projetadas no [Capítulo 3](#) e no [Capítulo 4](#).

No [Apêndice C](#) são apresentados detalhes sobre a construção do protótipo, da implementação prática e resultados experimentais iniciais. Além de apresentar os diagramas esquemáticos dos circuitos de condicionamento e de interface dos sinais de corrente e tensão utilizados na implementação experimental do protótipo desenvolvido.

2 CARACTERIZAÇÃO E ANÁLISE DE SISTEMAS MIMO

2.1 INTRODUÇÃO

Um sistema dinâmico é chamado de multivariável se mais de uma variável for diretamente controlada. Sistemas deste tipo podem ser encontrados em quase todos os lugares. No escritório, a temperatura e umidade são cruciais para o conforto. O nível da água e vazão são duas medidas principais de um rio. Robôs usualmente necessitam de diversos graus de liberdade para ter uma gama completa de posicionamento no espaço, e o mesmo pode ser dito para aviões.

Alguns fenômenos ocorrem exclusivamente em sistemas multivariáveis, não havendo correspondência em sistemas SISO. Como exemplo, um sistema MIMO pode ter polos e zeros coincidentes que, no entanto, não se cancelam. Ou, zeros que não estão relacionados com os zeros de cada função de transferência SISO deste sistema.

Uma das características mais relevante e exclusiva encontrada num sistema multivariável são acoplamentos cruzados ou interações entre suas variáveis, isto é, uma variável de entrada pode afetar outras ou todas as variáveis de saída. Esta particularidade pode impossibilitar o projeto de controle independente de cada variável, uma vez que o ajuste dos parâmetros do controlador de um canal afeta o desempenho do outro ao passo de desestabilizar todo o sistema. Estas interações explicam a diferença essencial entre as metodologias de projeto de leis de controle para sistemas SISO e MIMO.

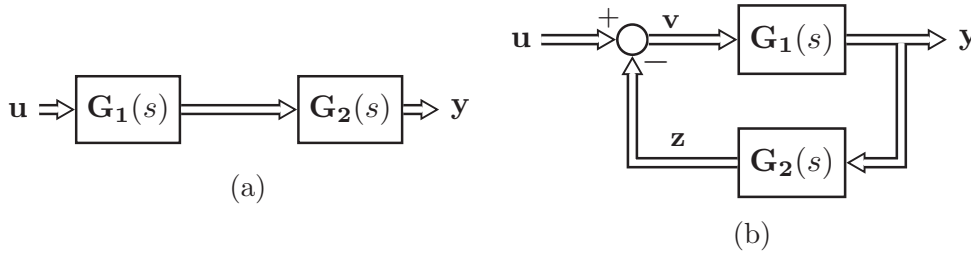
2.2 FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARA SISTEMAS MIMO

Embora a grande maioria das formulações para sistemas escalares se aplique em sistemas matriciais, algum cuidado deve ser tomado uma vez que a multiplicação de matrizes não é comutativa. Neste contexto, as seguintes regras são utilizadas para determinar funções de transferência multivariáveis a partir dos diagramas de blocos fundamentais ilustrados no Diagrama 2.

- i.* Para sistemas em cascata a ordem de multiplicação das matrizes é sempre contrária ao fluxo dos sinais. Portanto, a matriz de transferência resultante do Diagrama 2 (a) é $\mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_2(s)\mathbf{G}_1(s) = \mathbf{y}(s)/\mathbf{u}(s)$;
- ii.* Em sistemas realimentados, como o do Diagrama 2 (b), têm-se $\mathbf{v}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1}\mathbf{u}(s)$ e $\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}_1(s)(\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1}\mathbf{u}(s)$, onde $\mathbf{L}(s) = \mathbf{G}_2(s)\mathbf{G}_1(s)$ é a matriz de funções de transferências de malha aberta e \mathbf{I} é uma matriz identidade de dimensões apropriadas.

No caso de realimentação positiva, deve-se usar $(\mathbf{I} - \mathbf{L}(s))^{-1}$.

Diagrama 2 – Representação em blocos de dois sistemas multivariáveis.



Legenda: (a) Sistema em cascata; (b) Sistema com realimentação negativa.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

2.3 ANÁLISE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA SISTEMAS MIMO

Por definição, entende-se que a resposta em frequência é a resposta em estado permanente de um determinado sistema a uma entrada senoidal. Portanto, a frequência do sinal de entrada é variada em um determinado intervalo, e o ganho e a fase da resposta resultante são estudados (OGATA, 2010). Para sistemas **SISO**, o ganho depende apenas da frequência, no entanto em sistemas **MIMO**, a resposta em frequência de $\mathbf{G}(j\omega)$ é uma matriz e, seu ganho depende não apenas da frequência, mas também da direção da entrada.

2.3.1 Direções em Sistema MIMO

Uma das mais importantes diferenças entre um sistema escalar **SISO** e um sistema **MIMO** é a presença de direções. Direções são relevantes quando se trabalha com vetores e matrizes.

Em um sistema **SISO**, $y(s) = G(s)u(s)$, o ganho em uma determinada frequência ω é

$$\frac{|y(\omega)|}{|u(\omega)|} = \frac{|G(j\omega)u(\omega)|}{|u(\omega)|} = |G(j\omega)|, \quad (2.1)$$

onde o ganho depende da frequência ω e, uma vez que o sistema é linear, independe da magnitude da entrada $|u(\omega)|$.

De maneira diferente, em sistemas multivariáveis, onde os sinais de entrada e saída são vetores, as magnitudes são encontradas utilizando o conceito de norma. Portanto, de acordo com a norma Euclidiana (norma-2) para um sistema **MIMO**, $\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{u}(s)$, a magnitude dos sinais de entrada para a mesma frequência ω é

$$\|\mathbf{u}(\omega)\|_2 = \sqrt{\sum_{j=1}^n |u_j(\omega)|^2} = \sqrt{u_1^2(\omega) + u_2^2(\omega) + \dots + u_n^2(\omega)}, \quad (2.2)$$

onde n é a quantidade de elementos no vetor de entrada. Do mesmo modo, a magnitude

do vetor de saída é

$$\|\mathbf{y}(\omega)\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m |y_i(\omega)|^2} = \sqrt{y_1^2(\omega) + y_2^2(\omega) + \cdots + y_m^2(\omega)}, \quad (2.3)$$

onde m é a quantidade de elementos no vetor de saída.

Conseqüentemente, o ganho do sistema $\mathbf{G}(j\omega)$ pode ser encontrado pela seguinte razão,

$$\frac{\|\mathbf{y}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} = \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} = \frac{\sqrt{y_1^2(\omega) + y_2^2(\omega) + \cdots + y_m^2(\omega)}}{\sqrt{u_1^2(\omega) + u_2^2(\omega) + \cdots + u_n^2(\omega)}}. \quad (2.4)$$

Assim como em (2.1), o ganho de (2.4) é uma função da frequência e independe da magnitude do sinal de entrada $\|\mathbf{u}(\omega)\|_2$. Contudo, existem características adicionais em sistemas MIMO que devem ser consideradas como, por exemplo, o ganho depender também da direção do vetor de entrada $\mathbf{u}(\omega)$. Portanto, por definição, o ganho máximo conforme a direção da entrada é variada e é denominado como o valor singular máximo de $\mathbf{G}(j\omega)$ para todo espectro de frequência ω onde,

$$\max_{\mathbf{u} \neq 0} \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} = \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)), \quad (2.5)$$

enquanto que o ganho mínimo é o valor singular mínimo de $\mathbf{G}(j\omega)$,

$$\min_{\mathbf{u} \neq 0} \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} = \underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)). \quad (2.6)$$

Portanto, diante das discussões anteriores, pode ser afirmado que para qualquer vetor de entrada, $\mathbf{u}(\omega)$, o ganho do sistema estará sempre entre os valores singular máximo e mínimo, ou seja,

$$\underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)) \leq \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} \leq \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)). \quad (2.7)$$

O pior caso em relação à amplificação para qualquer sinal de entrada pode ser obtido pelo valor máximo de $\bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega))$ em todo espectro de frequência ω . O valor

$$\|\mathbf{G}(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)), \quad (2.8)$$

é denominado norma \mathcal{H}_∞ da matriz de transferência $\mathbf{G}(s)$.

Esta definição fornece uma maneira alternativa para caracterizar estabilidade de um sistema. Ou seja, se a matriz de transferência $\mathbf{G}(s) \in \mathcal{H}_\infty$ o sistema é estável. Em que \mathcal{H}_∞ é um espaço, denominado espaço de Hardy, que contém as funções que são analíticas e limitadas no semi-plano direito aberto (ZHOU; DOYLE, 1998).

2.3.2 Decomposição em Valores Singulares

Conhecer as direções nas quais os ganhos máximo e mínimo estão atrelados é extremamente importante em sistemas multivariáveis. O conceito de decomposição em valores singulares (do inglês, *singular value decomposition*) (SVD), descrito no Teorema 1, proporciona uma maneira matemática de quantificar a direcionalidade multivariável (ZHOU; DOYLE, 1998).

Teorema 1 (SVD) *Para uma dada matriz complexa $\mathbf{G}(j\omega) \in \mathbb{C}^{m \times n}$, existem matrizes unitárias*

$$\mathbf{W}(j\omega) = [\mathbf{w}_1(j\omega) \quad \mathbf{w}_2(j\omega) \quad \cdots \quad \mathbf{w}_m(j\omega)] \in \mathbb{C}^{m \times m} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{V}(j\omega) = [\mathbf{v}_1(j\omega) \quad \mathbf{v}_2(j\omega) \quad \cdots \quad \mathbf{v}_n(j\omega)] \in \mathbb{C}^{n \times n} \quad (2.10)$$

tal que

$$\mathbf{G}(j\omega) = \mathbf{W}(j\omega)\mathbf{\Sigma}(j\omega)\mathbf{V}(j\omega)^H, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{\Sigma}(j\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_1(j\omega) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n} \quad (2.12)$$

em que

$$\mathbf{\Sigma}_1(j\omega) = \begin{bmatrix} \sigma_1(j\omega) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2(j\omega) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_k(j\omega) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

e

$$\sigma_1(j\omega) \geq \sigma_2(j\omega) \geq \cdots \geq \sigma_k(j\omega) \geq 0, \quad k = \min\{m, n\}. \quad (2.14)$$

Note que $\sigma_1(j\omega) = \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega))$ e $\sigma_k(j\omega) = \underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega))$ representam o ganho máximo e mínimo de $\mathbf{G}(j\omega)$ de acordo com (2.5) e (2.6), respectivamente. O sobrescrito (H) representa o operador hermitiano, ou seja, a transposta conjugada da matriz.

Os vetores coluna de $\mathbf{V}(j\omega)$ são denominados vetores singulares de entrada e representam as direções da entrada, enquanto os vetores colunas de $\mathbf{W}(j\omega)$ são chamados de vetores singulares de saída e representam as direções da saída. Portanto, dada uma direção de entrada descrita por $\mathbf{v}_1(j\omega)$, por exemplo, a direção da saída é dada por $\mathbf{w}_1(j\omega)$ com um ganho de $\sigma_1(j\omega)$. Desta forma, pode-se escrever

$$\mathbf{G}(j\omega)\bar{\mathbf{v}}(j\omega) = \bar{\sigma}(j\omega)\bar{\mathbf{w}}(j\omega), \quad (2.15)$$

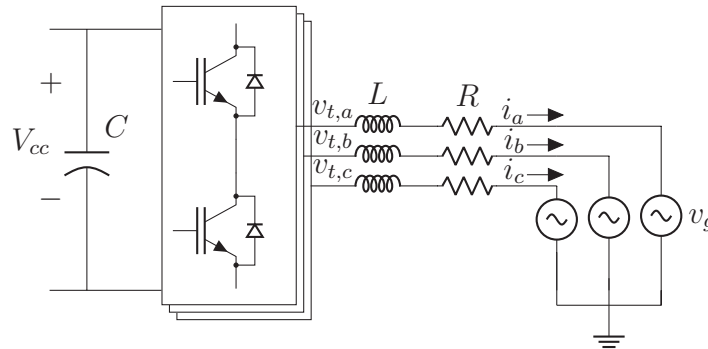
$$\mathbf{G}(j\omega)\underline{\mathbf{v}}(j\omega) = \underline{\sigma}(j\omega)\underline{\mathbf{w}}(j\omega), \quad (2.16)$$

em que $\bar{\mathbf{v}}$ e $\underline{\mathbf{v}}$ correspondem às direções com maior e menor amplificação, respectivamente. Por outro lado, $\bar{\mathbf{w}}$ e $\underline{\mathbf{w}}$ referem-se às direções de saída nas quais as entradas são mais e menos eficazes, respectivamente.

2.3.3 Estudo de Caso 1

Para exemplificar os conceitos descritos anteriormente, considera-se o VSC conectado à rede elétrica por meio de um indutor, como mostrado no Diagrama 3. Nela, três circuitos equivalentes por fase podem ser encontrados que relacionam as grandezas instantâneas por fase.

Diagrama 3 – VSC trifásico de dois níveis com filtro de primeira ordem.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Os circuitos equivalentes monofásicos do Diagrama 3, no sistema de coordenadas abc , podem ser reduzidos a dois circuitos, no sistema referencial d e q , se a transformada de Park for aplicada nas tensões e correntes, uma vez que o sistema é a três fios. Desta forma, pode-se escrever as seguintes equações diferenciais no sistema de coordenadas síncrono, (YAZDANI; IRAVANI, 2010), para as correntes de saída do VSC,

$$\begin{cases} L \frac{di_d}{dt} = -Ri_d + \omega_1 L i_q + \frac{V_{cc}}{2} m_d - v_{g,d} \\ L \frac{di_q}{dt} = -Ri_q - \omega_1 L i_d + \frac{V_{cc}}{2} m_q - v_{g,q} \end{cases}, \quad (2.17)$$

onde V_{cc} é a tensão medida da tensão CC do inversor; $v_{g,d}$ e $v_{g,q}$ são as tensões instantâneas no ponto de conexão do conversor com a rede nas coordenadas dq ; i_d e i_q são as correntes instantâneas nas coordenadas dq ; m_d e m_q são os índices de modulação de eixo direto e em quadratura do conversor; L é a indutância do filtro de saída; R é a resistência equivalente entre VSC e o ponto de conexão na rede e $\omega_1 = 2\pi f_1$ é a frequência angular fundamental do sistema elétrico.

Utilizando a técnica de modulação por largura de pulso senoidal, as tensões nos terminais CA do conversor podem ser descritas por

$$\begin{cases} v_{t,d} = \frac{V_{cc}}{2} m_d \\ v_{t,q} = \frac{V_{cc}}{2} m_q \end{cases}. \quad (2.18)$$

De forma a simplificar a análise, a tensão do lado CC será considerada constante, ao invés de uma variável de estado, o que resulta em um sistema linear.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_1 + \mathbf{F}_1 \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{y}_1 = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1 \end{cases} \quad (2.19)$$

onde

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega_1 \\ -\omega_1 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{2L} & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc}}{2L} \end{bmatrix}, \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

são as matrizes de estado, entrada, distúrbio e saída, respectivamente; $\mathbf{x}_1 = [i_d \ i_q]^\top$ é o vetor de estados, $\mathbf{u}_1 = [m_d \ m_q]^\top$ é o vetor de entrada, $\mathbf{d}_1 = [v_{g,d} \ v_{g,q}]^\top$ é o vetor de distúrbios e $\mathbf{y}_1 = [i_d \ i_q]^\top$ é o vetor de saída; o sobrescrito ($^\top$) representa o operador de transposição.

Utilizando a transformada de *Laplace* com condições iniciais nulas, a matriz de função de transferência do sistema (2.19), considerando apenas a entrada \mathbf{u}_1 , pode ser calculada por:

$$\mathbf{G}_1(s) = \frac{\mathbf{y}_1(s)}{\mathbf{u}_1(s)} = \mathbf{C}_1 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{B}_1. \quad (2.21)$$

o que resulta em

$$\mathbf{G}_1(s) = \frac{V_{cc}}{2L^2} \cdot \frac{1}{\left(s + \frac{R}{L}\right)^2 + \omega_1^2} \begin{bmatrix} Ls + R & \omega_1 L \\ -\omega_1 L & Ls + R \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Para que uma análise numérica possa ser realizada, os parâmetros do sistema MIMO (2.22) são dados na [Tabela 1](#).

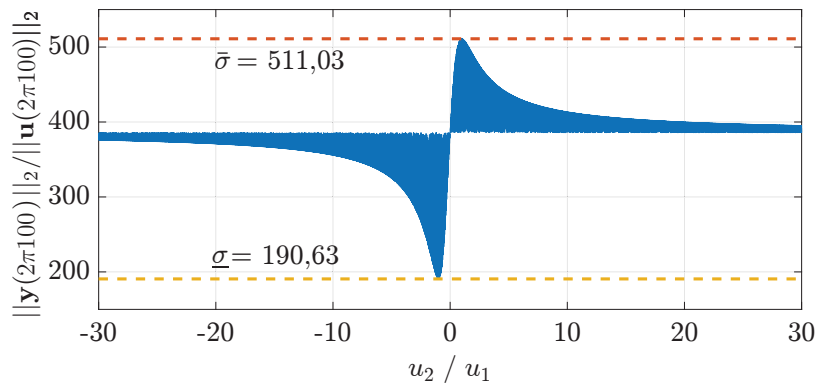
Tabela 1 – Parâmetros de um VSC conectado à rede de distribuição.

Descrição	Valor
Frequência fundamental (f_1)	60 Hz
Tensão no barramento CC (V_{cc})	400 V
Capacitância no barramento CC (C)	6 mF
Indutância do filtro de saída (L)	1 mH
Resistência equivalente de saída (R)	0,3 Ω

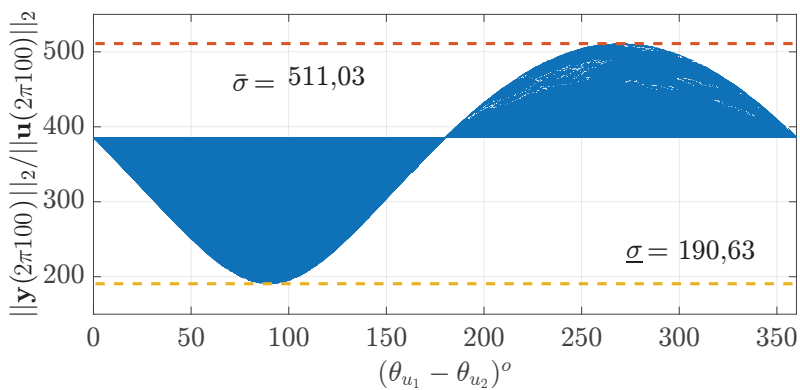
De acordo com (2.4) é possível afirmar que o sistema (2.22) admite vários ganhos para uma mesma frequência $s = j\omega$, sendo os mesmos dependentes da direção do vetor de entrada \mathbf{u}_1 . Esta dependência é ilustrada graficamente na [Figura 1](#) para $s = j2\pi 100$. A razão entre as amplitudes e a diferença entre as fases dos elementos do vetor de entrada

são utilizados como variáveis independentes para representar a direção do vetor de entrada ($u_1 = m_d$ e $u_2 = m_q$). Além disso, nota-se que dependendo dessas relações, o ganho varia entre 511,03 e 190,63, que são os valores singular máximo e mínimo de $\mathbf{G}_1(j2\pi100)$, respectivamente.

Figura 1 – Ganho $\|\mathbf{G}_1(j2\pi100)\mathbf{u}(2\pi100)\|_2/\|\mathbf{u}(2\pi100)\|_2$.



(a)



(b)

Legenda: (a) Em função da razão entre as amplitudes dos elementos de \mathbf{u} ; (b) Em função da diferença entre as fases dos elementos de \mathbf{u}

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Através da [Figura 1](#), os valores extremos e suas direções podem ser encontrados graficamente, entretanto a decomposição em valores singular de $\mathbf{G}_1(j2\pi100)$ obtêm todas estas informações matematicamente, onde

$$\overbrace{\begin{bmatrix} -0,542 + j0,454 & 0,202 - j0,677 \\ -0,454 - j0,542 & -0,677 - j0,202 \end{bmatrix}}^{\mathbf{W}(j2\pi100)} \overbrace{\begin{bmatrix} 511,03 & 0 \\ 0 & 190,63 \end{bmatrix}}^{\mathbf{\Sigma}(j2\pi100)} \overbrace{\begin{bmatrix} -0,707 & 0,707 \\ -j0,707 & -j0,707 \end{bmatrix}}^{\mathbf{V}^H(j2\pi100)H} \quad (2.23)$$

Observe que as direções dadas pelos vetores singulares não são únicas, no sentido de que os elementos em cada par de vetores podem ser multiplicados por um escalar complexo c de magnitude $|c| = 1$. Por exemplo, o sinal do vetor $\bar{\mathbf{v}}$ pode ser multiplicado por $c = -1$, desde que o sinal de $\bar{\mathbf{w}}$ seja alterado da mesma forma. Por este motivo, é complexo encontrar uma relação para os elementos dos vetores \mathbf{w} e \mathbf{v} , contudo, com ajuda de *softwares* matemáticos, a relação dos valores singulares com os elementos da planta pode ser obtida. Neste sentido, a formulação dos valores singulares máximo e mínimo para o sistema estudado são:

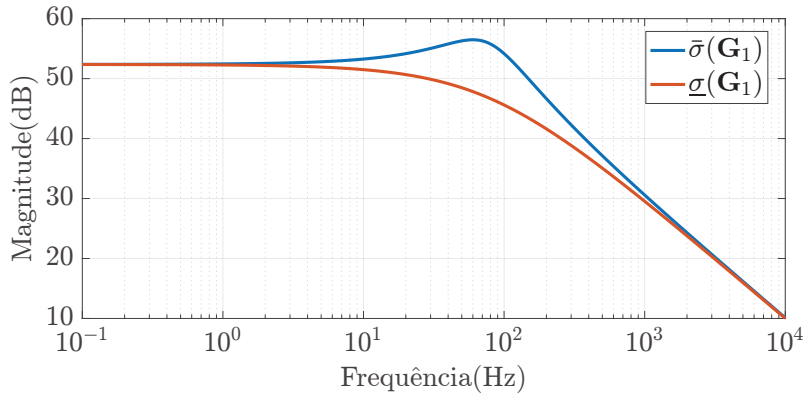
$$\bar{\sigma}(\mathbf{G}_1(j\omega)) = \frac{V_{cc}}{2\sqrt{R^2 + L^2(\omega_1 - \omega)^2}}, \quad (2.24)$$

e

$$\underline{\sigma}(\mathbf{G}_1(j\omega)) = \frac{V_{cc}}{2\sqrt{R^2 + L^2(\omega_1 + \omega)^2}}. \quad (2.25)$$

De acordo com (2.24) e (2.25) nota-se que, para sistemas dinâmicos, os valores singulares e suas direções associadas são funções da frequência. Tal dependência pode ser vista na [Figura 2](#) na qual os valores singular máximo e mínimo são plotados para diferentes frequências.

Figura 2 – Resposta em frequência dos valores singulares máximo e mínimo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

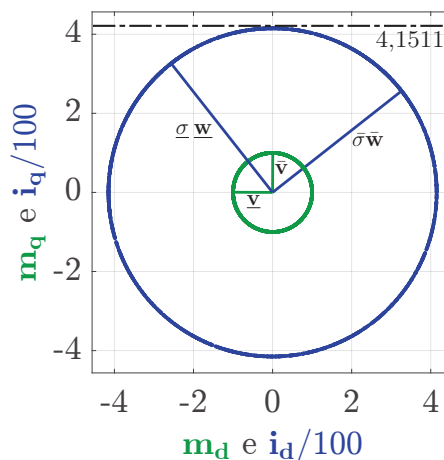
O controle de corrente dq do sistema do [Diagrama 3](#) geralmente é projetado para $\omega = 0$ de forma a controlar o fluxo das potências ativa e reativa médias. Aliado a isso, nota-se na [Figura 2](#) que os valores singulares máximo e mínimo são praticamente iguais em baixa frequência. Por conta destas características, é importante avaliar a decomposição em valor singular quando $\omega = 0$, dado por

$$\mathbf{G}_1(j0) = \overbrace{\begin{bmatrix} 0,78247 & -0,62267 \\ 0,62267 & 0,78247 \end{bmatrix}}^{\mathbf{W}(j0)} \overbrace{\begin{bmatrix} 415,11 & 0 \\ 0 & 415,11 \end{bmatrix}}^{\mathbf{\Sigma}(j0)} \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{V}^H(j0)H}. \quad (2.26)$$

Note que os valores singulares máximo e mínimo são iguais em (2.26), o que está de acordo com a Figura 2. Portanto, o ganho do sistema nesta frequência é independente da direção dos vetores de entrada. Ainda em (2.26), observe que os valores do primeiro vetor coluna de $\mathbf{W}(j0)$ são positivos, ou seja, i_d e i_q estão no mesmo sentido. De maneira diferente, os valores do segundo vetor coluna de $\mathbf{W}(j0)$ estão com sinais opostos, isto é, i_d e i_q estão em sentidos contrário entre si. Perceba que estando as correntes i_d e i_q no mesmo sentido ($\bar{\mathbf{w}}$) ou não ($\underline{\mathbf{w}}$), sempre irá existir um vetor de entrada ($\bar{\mathbf{v}}$ ou $\underline{\mathbf{v}}$) que irá conduzir este sistema até àquela saída ($\bar{\mathbf{w}}$ ou $\underline{\mathbf{w}}$). Logo, este sistema pode ser controlado independente dos sentidos das correntes, e conseqüentemente independente da direção do vetor de saída.

Por fim, uma análise vetorial comparativa da saída do sistema em relação à entrada, apresentada na Figura 3, ilustra o que foi discutido anteriormente. Nela, é possível visualizar que o vetor da saída, em azul, sempre terá a mesma amplitude para qualquer direção de entrada, em verde. Além disso, a saída está atrasada em relação a entrada de aproximadamente $51,49^\circ$. Ângulo igual ao da impedância entre os terminais do inversor e a rede elétrica de distribuição.

Figura 3 – Análise vetorial de \mathbf{G}_1 para $\omega = 0$.



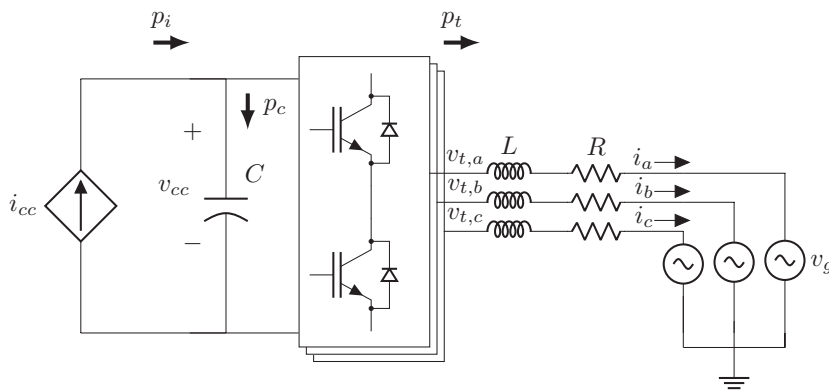
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

2.3.4 Estudo de Caso 2

Uma das vantagens em utilizar a SVD é sua aplicabilidade em plantas com matrizes de função de transferência não quadradas. Como exemplo, para uma planta com duas entradas e 3 saídas, o terceiro vetor singular de saída, \mathbf{w}_3 , indica em qual direção de saída a planta não pode ser controlada. Do mesmo modo, em plantas com mais entradas que saídas, os vetores adicionais de entrada indicam em quais direções a entrada não terá efeito sob o sistema (ALBERTOS; ANTONIO, 2014; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Um exemplo prático deste conceito será discutido a seguir.

No sistema estudado anteriormente, considerou-se a tensão do barramento CC constante. Contudo, para que esta característica seja garantida, esta tensão deve ser controlada. Caso esse controle seja feito pelo mesmo conversor, a dinâmica do capacitor deve ser incluída na modelagem do sistema. Sendo assim, neste novo estudo de caso, considerar-se-á também a dinâmica da tensão no barramento CC. No Diagrama 4, o fluxo de potência entre o barramento CC e a rede CA é ilustrado. A fonte de corrente contínua pode ser utilizada para representar, de maneira simplificada, todos os equipamentos conectados a este sistema através do barramento CC.

Diagrama 4 – VSC conectado à rede elétrica de distribuição.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Analisando o Diagrama 4 e assumindo que não há perdas no processo de conversão CC/CA efetuado pelo VSC, a equação do balanço de potências ativas instantâneas pode ser escrita como:

$$p_i = p_c + p_t, \quad (2.27)$$

onde (ALMEIDA *et al.*, 2012),

$$p_c = C \left(\frac{d}{dt} v_{cc} \right) v_{cc}, \quad (2.28)$$

$$p_t = \frac{3}{2} (v_{t,d} i_d + v_{t,q} i_q). \quad (2.29)$$

A potência de entrada, p_i , depende da corrente i_{cc} e da tensão do barramento CC, v_{cc} ; a potência de saída do conversor pode ser escrita em função das componentes dq da corrente e da tensão de saída do VSC de acordo com (2.29).

Assumindo que seja usada uma estratégia de modulação vetorial (do inglês, *Space Vector Modulation*) (SVM) (BUSO; MATTAVELLI, 2006) para gerar o padrão de comutação do conversor, pode-se escrever as seguintes expressões, nas coordenadas dq , para as

tensões terminais do inversor:

$$\begin{cases} v_{t,d} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \left(\frac{v_{cc}}{2} \right) m_d \\ v_{t,q} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \left(\frac{v_{cc}}{2} \right) m_q \end{cases} . \quad (2.30)$$

Substituindo (2.30) em (2.29) e posteriormente em (2.27) juntamente com (2.28) tem-se:

$$C \frac{dv_{cc}}{dt} = i_{cc} - \frac{\sqrt{3}m_d}{2} i_d - \frac{\sqrt{3}m_q}{2} i_q. \quad (2.31)$$

Logo, agrupando (2.17) e (2.31), tem-se o sistema:

$$\begin{cases} L \frac{di_d}{dt} = -Ri_d + \omega_1 Li_q + \frac{m_d}{\sqrt{3}} v_{cc} - v_{g,d} \\ L \frac{di_q}{dt} = -Ri_q - \omega_1 Li_d + \frac{m_q}{\sqrt{3}} v_{cc} - v_{g,q} \\ C \frac{dv_{cc}}{dt} = i_{cc} - \frac{\sqrt{3}m_d}{2} i_d - \frac{\sqrt{3}m_q}{2} i_q \end{cases} . \quad (2.32)$$

Nota-se que em (2.32) há uma multiplicação das variáveis de entrada, pelas variáveis de estado, tornando o conjunto não-linear (SUNTIO; MESSO; PUUKKO, 2017). Logo, é necessário linearizar o sistema em torno de um ponto de operação. Após a linearização é observado que o sistema (2.32) possui oito variáveis relacionados ao ponto de operação: I_d , I_q , I_{in} , M_d , M_q , $V_{t,d}$, $V_{t,q}$ e V_{cc} . Cinco delas devem ser fornecidas para que as restantes sejam calculadas. Três delas, $V_{t,d}$, $V_{t,q}$ e I_{in} são variáveis exógenas, não sendo controladas pelo conversor, portanto são assumidas como conhecidas para um dado ponto de operação. As outras duas, podem ser estabelecidas pelo projetista seguindo alguns critérios pré-determinados. Usualmente, a tensão no barramento V_{cc} e a corrente em quadratura I_q são variáveis diretamente controladas (posteriormente através de uma análise matemática essa escolha será justificada). A primeira de forma a garantir o funcionamento adequado do VSC, enquanto a segunda para controlar o fluxo de potência reativa nos terminais CA. Consequentemente, as incógnitas são calculadas por:

$$\begin{cases} I_d = -\frac{V_{g,d}}{2R} + \frac{\sqrt{-36I_q^2 R^2 - 36I_q R V_{g,q} + 24I_{in} R V_{cc} + 9V_{g,d}^2}}{6R} \\ M_d = \frac{-2\sqrt{3}I_q L \omega + \sqrt{3}V_{g,d} + \sqrt{-12I_q^2 R^2 - 12I_q R V_{g,q} + 8I_{in} R V_{cc} + 3V_{g,d}^2}}{2V_{cc}} \\ M_q = \frac{2\sqrt{3}I_q R^2 - \sqrt{3}L V_{g,d} \omega + L \omega \sqrt{-12I_q^2 R^2 - 12I_q R V_{g,q} + 8I_{in} R V_{cc} + 3V_{g,d}^2} + 2\sqrt{3}R V_{g,q}}{2R V_{cc}} \end{cases} . \quad (2.33)$$

Note que as letras maiúsculas são utilizadas para representar grandezas no ponto de operação.

É importante mencionar que devido ao rastreamento da malha de captura de fase pelo circuito de sincronismo (do inglês, *phase-locked loop*) (PLL) (RODRÍGUEZ *et al.*, 2006), $v_{g,d}$ e $v_{g,q}$ podem ser aproximados aos valores de pico da rede, \hat{V}_g , e zero em estado permanente, respectivamente.

Linearizando o sistema (2.32) em torno do ponto de equilíbrio (2.33), pode-se escrever a dinâmica de pequenos sinais como:

$$\begin{cases} L \frac{d\tilde{i}_d}{dt} = -R\tilde{i}_d + \omega_1 L\tilde{i}_q + \frac{M_d}{\sqrt{3}}\tilde{v}_{cc} + \frac{V_{cc}}{\sqrt{3}}\tilde{m}_d - \tilde{v}_{g,d} \\ L \frac{d\tilde{i}_q}{dt} = -R\tilde{i}_q - \omega_1 L\tilde{i}_d + \frac{M_q}{\sqrt{3}}\tilde{v}_{cc} + \frac{V_{cc}}{\sqrt{3}}\tilde{m}_q - \tilde{v}_{g,q} \\ C \frac{d\tilde{v}_{cc}}{dt} = \tilde{i}_{cc} - \frac{\sqrt{3}M_d}{2}\tilde{i}_d - \frac{\sqrt{3}M_q}{2}\tilde{i}_q - \frac{\sqrt{3}I_d}{2}\tilde{m}_d - \frac{\sqrt{3}I_q}{2}\tilde{m}_q. \end{cases} \quad (2.34)$$

onde o sobrescrito (\tilde{x}) representa pequenas perturbações em torno do ponto de operação, X . Desta forma, uma variável de estado é representada por $x = X + \tilde{x}$.

Representando (2.34) na forma de espaço de estados (2.19), encontra-se as seguintes matrizes:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega & \frac{M_d}{\sqrt{3}L} \\ -\omega & -\frac{R}{L} & \frac{M_q}{\sqrt{3}L} \\ -\frac{\sqrt{3}M_d}{2C} & -\frac{\sqrt{3}M_q}{2C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L} & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L} \\ -\frac{\sqrt{3}I_d}{2C} & -\frac{\sqrt{3}I_q}{2C} \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

sendo elas as matrizes de estado, entrada, distúrbio e saída, respectivamente; $\tilde{\mathbf{x}}_2 = [\tilde{i}_d \quad \tilde{i}_q \quad \tilde{v}_{cc}]^T$ é o vetor de estados, $\tilde{\mathbf{u}}_2 = [\tilde{m}_d \quad \tilde{m}_q]^T$ é o vetor de entrada de controle, $\tilde{\mathbf{d}}_2 = [\tilde{v}_{g,d} \quad \tilde{v}_{g,q} \quad \tilde{i}_{cc}]^T$ é o vetor de distúrbios e $\tilde{\mathbf{y}}_2 = [\tilde{i}_d \quad \tilde{i}_q \quad \tilde{v}_{cc}]^T$ é o vetor de saída.

Aplicando (2.35) em (2.21), encontra-se a matriz de funções de transferências que rege o comportamento dinâmico do sistema $\mathbf{G}_2(s)$. Observe que este sistema 3×2 , possui mais saídas que entradas, isto é, sua matriz de funções de transferências não é

quadrada. Portanto, existirá uma direção de saída na qual não é possível controlar a planta. Para visualizar esta característica, inicialmente são considerados os parâmetros dados na [Tabela 1](#) e [Tabela 2](#) para realizar a decomposição em valor singular.

Tabela 2 – Pontos de operação de um VSC conectado à rede de distribuição.

Descrição	Valor
Corrente de entrada (I_{cc})	25 A
Corrente de eixo d (I_d)	35 A
Corrente de eixo q (I_q)	0 A
Tensão no PAC no eixo d ($V_{g,d}$)	180 V
Tensão no Barramento CC (V_{cc})	400 V
Tensão no PAC no eixo q ($V_{g,q}$)	0 V
Índice Modulação de eixo d (M_d)	0,8248
Índice Modulação de eixo q (M_q)	0,0571

Considerando que este sistema geralmente é linearizado em um ponto de operação onde $\omega = 0$,

$$\overbrace{\begin{bmatrix} 0,06094 & 0,05581 & -0,99658 \\ -0,67538 & 0,73747 & 0 \\ 0,73495 & 0,67307 & 0,08264 \end{bmatrix}}^{\mathbf{W}(j0)} \overbrace{\begin{bmatrix} 1059,45 & 0 \\ 0 & 371,25 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{\Sigma}(j0)} \overbrace{\begin{bmatrix} -0,35380 & -0,93532 \\ -0,93532 & 0,35380 \end{bmatrix}}^{\mathbf{V}^H(j0)} \quad (2.36)$$

De modo distinto ao primeiro estudo de caso, esta planta tem valores singulares máximo e mínimo diferentes para $\omega = 0$, isto significa que o ganho do sistema é dependente da direção do vetor de entrada.

Destaca-se que não há vetor de entrada que leve a saída na direção de $\mathbf{w}_3(j0)$. Isto posto, o sistema não pode ser controlado para a direção de $\mathbf{w}_3(j0)$. Analisando, a matriz $\mathbf{W}(j0)$ em (2.36), é possível perceber que, dos três vetores de saída, apenas em $\mathbf{w}_3(j0)$, \tilde{v}_{cc} e \tilde{i}_d estão em sentidos opostos entre si. A partir de uma análise física, essa não controlabilidade funcional pode ser explicada da seguinte forma: para uma corrente de entrada \tilde{i}_{cc} constante, se a tensão no barramento \tilde{v}_{cc} é aumentada (sentido positivo), a potência de entrada aumenta proporcionalmente, o que obrigatoriamente deve resultar em um aumento em \tilde{i}_d (sentido positivo), de forma a balancear as potências ativa do lado CC e CA e assim encontrar um novo ponto de operação estável. Para o caso em que a tensão é reduzida (sentido negativo), a potência de entrada diminui, o que obrigatoriamente deve resultar em uma diminuição em \tilde{i}_d (sentido negativo), de forma a encontrar um novo ponto de operação. De acordo com a análise anterior, as grandezas \tilde{v}_{cc} e \tilde{i}_d devem sempre se mover na mesma direção de forma a manter a estabilidade do sistema. Se elas forem movidas em sentidos contrários, o sistema se torna instável.

Por outro lado, analisando as duas primeiras colunas de $\mathbf{W}(j0)$ nota-se que este sistema pode ser controlado independente do sentido da corrente em quadratura \tilde{i}_q . Fisicamente isso pode ser explicado pelo fato de que a potência ativa oriunda do lado CC é em quase sua totalidade absorvida pela fonte trifásica CA, dada por

$$\tilde{p}_{ac} = \frac{3}{2} (V_{g,d} \tilde{i}_d), \quad (2.37)$$

e, portanto, a parte das potências ativa instantâneas que é dissipada nas resistências de saída e armazenada no campo magnético dos indutores do filtro, que também dependem da corrente \tilde{i}_q , são desconsideradas. Com isso, a potência ativa instantânea no lado CA depende predominantemente de \tilde{i}_d . Como consequência, \tilde{i}_q pode ser controlada de forma independente. Essa corrente é utilizada para controlar o fluxo de potência reativa no lado CA, que é de certa forma independente do lado CC.

Em (2.37) considerou-se que as variações da tensão da rede são desprezíveis e portanto $\tilde{v}_{g,q} = 0$.

2.4 CONTROLABILIDADE FUNCIONAL

Na [Subseção 2.3.4](#) foi mostrado através da análise da decomposição em valores singulares que há uma direção de saída que não é afetada pela entrada. Esse fenômeno, característico de sistemas MIMO com matriz de transferência não quadrada, é conhecido pelo nome de controlabilidade funcional, formalmente descrito na [Definição 2](#).

Definição 2 (Controlabilidade funcional) *Um sistema $\mathbf{G}(s)$ com m saídas e n entradas é funcionalmente controlável se o posto normal (p_η) de $\mathbf{G}(s)$, é igual ao número de saídas ($m = p_\eta$). O sistema é não funcionalmente controlável se $p_\eta < m$ ([SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005](#)).*

O posto normal, é definido como posto de $\mathbf{G}(s)$ para todos os valores de s exceto nas singularidades dos zeros e nas descontinuidades dos polos ([SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005](#)).

A planta é não funcionalmente controlável se e somente se o último valor singular, $\sigma_m(\mathbf{G}(j\omega)) = 0, \forall \omega$. Além disso, em plantas não funcionalmente controláveis existem $m - p_\eta$ direções de saída que não podem ser afetadas pela entrada, e, a partir da decomposição de valor singular, apresentada em (2.11), as direções de saída não controláveis são as últimas $m - p_\eta$ colunas de $\mathbf{W}(j\omega)$. É importante destacar que essas direções são funções da frequência ω ([SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005](#)).

Na maioria dos casos, a falta de controlabilidade funcional é uma propriedade estrutural do sistema, ou seja, não depende de valores de parâmetros específicos e pode ser frequentemente avaliada a partir de gráficos de causa e efeito. Um exemplo típico disso é

quando nenhuma das entradas afeta uma saída específica ou quando há menos entradas do que saídas.

O sistema representado no Diagrama 3 possui duas entradas e duas saídas (2×2), e seu posto normal é igual a dois, portanto $m(\mathbf{G}_1) = p_\eta(\mathbf{G}_1)$. Além disso, (2.23) e (2.26) evidenciam que não existe valor singular nulo para estas frequências, isto posto, esta planta é definida como funcionalmente controlável.

Já o sistema do Diagrama 4 possui 3 saídas e duas entradas (3×2) e seu posto normal é igual a dois, portanto $p_\eta(\mathbf{G}_2) < m(\mathbf{G}_2)$. Ademais, (2.36) aponta que $\sigma_3(\mathbf{G}_2(j0)) = 0$ e que \mathbf{w}_3 é uma direção de saída não controlável. Sendo assim, esta planta é definida como não funcionalmente controlável.

2.5 VALORES SINGULARES NA ANÁLISE DE ESTABILIDADE E DESEMPENHO

Inicialmente, a SVD foi utilizada na obtenção de informações sobre a direcionalidade dos sistemas MIMO. Todavia, os valores singulares obtidos pela SVD podem ser extremamente úteis na análise do desempenho de sistemas multivariáveis.

A função de sensibilidade, \mathbf{S} , é um importante indicador do desempenho de malha fechada para sistemas SISO e MIMO. Neste sentido, um sistema ideal é aquele cuja sensibilidade é zero, ou seja, onde alterações paramétricas não irão afetar sua resposta. Portanto, uma vantagem na análise de sensibilidade consiste em considerar apenas sua magnitude, uma vez que o principal objetivo é obter uma sensibilidade com valores bem pequenos em uma ampla faixa do espectro de frequência. Em sistemas SISO, o ganho da sensibilidade, em uma determinada frequência, ω , pode ser encontrado por:

$$\frac{|e(\omega)|}{|r(\omega)|} = |S(j\omega)|, \quad (2.38)$$

onde e e r são o erro e a referência do controle, respectivamente.

Similarmente, em sistemas MIMO o ganho da função sensibilidade é dado pela seguinte razão:

$$\frac{\|\mathbf{e}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{r}(\omega)\|_2} = \frac{\|\mathbf{S}(j\omega)\mathbf{r}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{r}(\omega)\|_2}, \quad (2.39)$$

onde \mathbf{e} e \mathbf{r} são os vetores do erro e da referência do controle, respectivamente.

Como já explicado, o ganho de (2.39) depende da direção de $\mathbf{r}(\omega)$ e conforme (2.7), ele é limitado pelo máximo e mínimo valor singular de $\mathbf{S}(j\omega)$, isto é

$$\underline{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega)) \leq \frac{\|\mathbf{e}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{r}(\omega)\|_2} \leq \bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega)). \quad (2.40)$$

A fim de garantir que um sistema multivariável tenha um bom desempenho, é razoável compreender que o ganho da função de sensibilidade seja pequeno na direção do vetor de referência para o pior caso, $\bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega))$ ou $\|\mathbf{S}(j\omega)\|_\infty$.

Uma especificação natural para o desempenho do sistema em termos de resposta em frequência é a largura de banda, definida como a frequência máxima com que a saída de um sistema vai rastrear uma senoide de entrada com pequeno erro de amplitude e fase. Por convenção, para o sistema SISO com referência senoidal r , a largura de banda é a frequência de r em que a saída é atenuada por um fator de 3 dB vezes a entrada (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2013). Em sistemas MIMO, a largura de banda dependerá das direções, por este motivo, haverá uma região de largura de banda entre a menor frequência, onde o máximo valor singular reduz 3 dB, e a maior frequência, onde o mínimo valor singular reduz 3 dB. Isto posto, para associar uma única largura de banda, ω_B , a um sistema multivariável é interessante considerar a direção do pior caso (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Sabendo que $\mathbf{S}(j\omega) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}(j\omega))^{-1}$ para um sistema de realimentação negativa e que $\mathbf{L}(j\omega)$ é a matriz das funções de transferência de malha aberta, a partir de (2.40) é possível encontrar a seguinte relação:

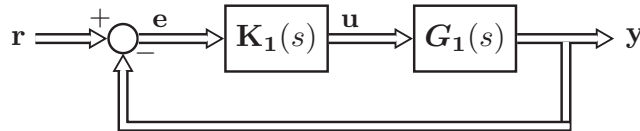
$$\underline{\sigma}(\mathbf{L}(j\omega)) - 1 \leq \frac{1}{\bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega))} \leq \underline{\sigma}(\mathbf{L}(j\omega)) + 1, \quad (2.41)$$

que na frequência da faixa de passagem, onde $1/\bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega_{bw})) = \sqrt{2}$ se torna,

$$0,41 \leq \underline{\sigma}(\mathbf{L}(j\omega_{bw})) \leq 2,41. \quad (2.42)$$

Considerando o esquema de controle multivariável apresentado no Diagrama 5, onde $\mathbf{G}_1(s)$ é o sistema (2.22) e $\mathbf{K}_1(s) = \mathbf{I}_{2 \times 2}$, é possível observar graficamente as relações definidas nas discussões anteriores através das respostas em frequência do valor singular máximo da função de sensibilidade e o valor singular mínimo das funções de transferência de malha aberta, destacadas na Figura 4. Destaca-se que $\underline{\sigma}(\mathbf{L}_1(j\omega))$ além de estar dentro dos limites definidos em (2.42), é aproximadamente igual a 0 dB em ω_{bw} .

Diagrama 5 – Diagrama de blocos da malha de controle do sistema $\mathbf{G}_1(s)$.

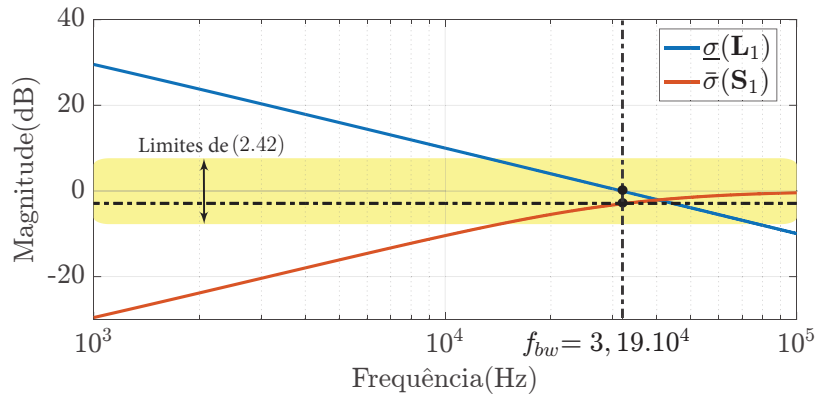


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

2.5.1 Diagrama de Nyquist e o Pico Máximo de Sensibilidade

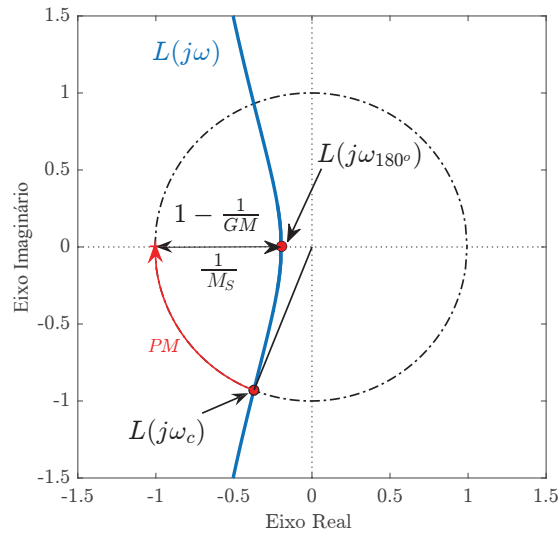
Em sistemas SISO, a margem de ganho (do inglês, *gain margin*) (GM) é o fator pelo qual o ganho pode ser aumentado antes de se tornar instável. Ela pode ser lida diretamente no diagrama de Nyquist, destacado na Figura 5, onde GM é medido em relação à distância no eixo real que a curva de $L(j\omega)$ está de envolver o ponto -1 (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2013; OGATA, 2010).

Figura 4 – Resposta em frequência de $\bar{\sigma}(\mathbf{S}_1(j\omega))$ e $\underline{\sigma}(\mathbf{L}_1(j\omega))$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 5 – Diagrama de Nyquist de $L(j\omega)$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Outra medida usada para indicar a margem de estabilidade em um sistema é a margem de fase (do inglês, *phase margin*) (PM). Ela é a quantidade de atraso de fase adicional na frequência de corte ω_c necessária para levar o sistema ao limite da instabilidade. A frequência de corte é definida como a frequência onde a magnitude do sistema em malha aberta é unitária, ou seja, $|L(j\omega)| = 1$. Na Figura 5, sua leitura pode ser definida como a diferença entre as fases do ponto onde a curva $L(j\omega)$ corta o círculo unitário e o ponto -1 (180°) (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2013; OGATA, 2010).

Para um desempenho satisfatório, recomenda-se uma margem da fase maior que 30° e a margem de ganho maior que 2 ou 6 dB. Com esses valores, um sistema de fase mínima garante estabilidade (OGATA, 2010; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Outra medida importante para análise de estabilidade, é o pico máximo de sensibi-

lidade, definido como:

$$M_S = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \|S(j\omega)\|_{\infty}. \quad (2.43)$$

A fim de garantir um bom desempenho é desejável que M_S seja menor que 2 ou 6 dB. Aliado a isso, sistemas com pico máximo de sensibilidade maiores que 4, não são robustos (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

De acordo com (2.38), a realimentação melhora o desempenho do sistema nas frequências onde $|S| < 1$. Geralmente $|S(j\omega)|$ é pequeno em baixas frequências, no entanto, pelo fato de todos os sistemas físicos serem estritamente próprios, em altas frequências $|S(j\omega)|$ tende a unidade. Por conta disso, em frequências intermediárias, não é possível evitar, na prática, um valor de pico, M_S , maior que um. Portanto, há uma faixa de frequência intermediária em que a realimentação prejudica o desempenho, e o valor de M_S , é uma medida da pior degradação do desempenho (ALBERTOS; ANTONIO, 2014). Conseqüentemente, M_S é uma medida de robustez em sistemas lineares. Para manter a estabilidade, segundo Nyquist, é necessário que $L(j\omega)$ esteja longe do ponto crítico -1, e a menor distância entre estes pontos é definido como vetor de margem $\eta = 1/M_S$. Portanto, para robustez, quanto menor o M_S , melhor. (ÅSTRÖM; MURRAY, 2010) recomenda uma margem entre 0,5 e 0,8, com isso, M_S é um valor que deve ser limitado entre 1,25 e 2, sendo desejável que ele esteja perto de 1,25.

Por conta do que foi discutido anteriormente e das relações apresentadas na Figura 5, destaca-se que existe uma relação entre as margens de ganho e fase e o pico máximo de sensibilidade para sistema SISO, onde

$$GM \geq \frac{M_S}{M_S - 1}; \quad PM \geq 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{1}{M_S} \right) \geq \frac{1}{M_S} [\text{rad}] \quad (2.44)$$

Já para para sistemas MIMO, considera-se a direção do pior caso, ou seja,

$$M_S = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega)) = \|\mathbf{S}(j\omega)\|_{\infty}. \quad (2.45)$$

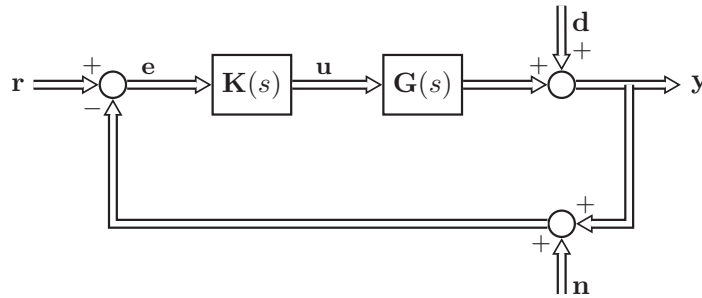
O valor singular máximo, $\bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega))$, geralmente tem um pico maior que 1 em torno das frequências de corte. Esse pico é indesejável, mas é inevitável em sistemas reais. Os limites de M_S , definidos anteriormente são válidos para sistemas MIMO, todavia o mesmo não pode ser afirmado para sua relação com o vetor de margem e conseqüentemente para as relações de (2.44).

2.6 VALORES SINGULARES E A REALIMENTAÇÃO DE SISTEMAS MIMO

O *IEEE Transactions on Automatic Control* publicou em 1981 uma edição especial sobre sistemas de controle linear multivariável, cujos primeiros seis artigos foram sobre o uso de valores singulares na análise e projeto da realimentação de sistemas multivariáveis. Dentre estes, (DOYLE; STEIN, 1981) demonstrou como os conceitos utilizados no projeto

de realimentação clássica podem ser moldados para serem usados em sistemas multivariáveis através do uso dos valores singulares. Para entender como isso foi realizado, considere a configuração mostrada no [Diagrama 6](#), onde \mathbf{n} simboliza o ruído de medição. A função de sensibilidade dessa realimentação é dada por $\mathbf{S}(s) = (\mathbf{I} - \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s))^{-1}$ e a matriz de sensibilidade complementar $\mathbf{T}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)(\mathbf{I} - \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s))^{-1}$ ou $\mathbf{T}(s) = (\mathbf{I} - \mathbf{S}(s))$.

Diagrama 6 – Representação em blocos da malha de controle do sistema $\mathbf{G}(s)$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Diante das definições realizadas acima, é possível obter as seguintes relações:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{T}(s)\mathbf{r}(s) + \mathbf{S}(s)\mathbf{d}(s) - \mathbf{T}(s)\mathbf{n}(s), \quad (2.46)$$

$$\mathbf{u}(s) = \mathbf{K}(s)\mathbf{S}(s)[\mathbf{r}(s) - \mathbf{n}(s) - \mathbf{d}(s)]. \quad (2.47)$$

Observe que através das relações de (2.46) e (2.47) é possível determinar vários objetivos do sistema multivariável em malha fechada, dos quais pode-se citar ([SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005](#); [DOYLE; STEIN, 1981](#)):

1. Para rejeitar um distúrbio de frequência ω_d deve-se minimizar $\bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega_d))$;
2. Para atenuar ruídos de frequência ω_n deve-se minimizar $\bar{\sigma}(\mathbf{T}(j\omega_n))$;
3. Para o bom rastreamento de uma referência de frequência ω_r deve-se fazer com que $\bar{\sigma}(\mathbf{T}(j\omega_r)) \approx \underline{\sigma}(\mathbf{T}(j\omega_r)) \approx 1$;
4. Para reduzir o esforço do controlador deve-se minimizar $\bar{\sigma}(\mathbf{K}(j\omega)\mathbf{S}(j\omega))$;
5. Para garantir robustez na presença perturbações aditivas, deve-se minimizar $\bar{\sigma}(\mathbf{K}(j\omega)\mathbf{S}(j\omega))$;
6. Para garantir robustez na presença de perturbações multiplicativas da saída, deve-se minimizar $\bar{\sigma}(\mathbf{T}(j\omega))$.

Contudo, alguns requisitos não podem ser satisfeitos simultaneamente, como por exemplo 1 e 6. Isto é devido ao fato de que a igualdade $\mathbf{S}(j\omega) + \mathbf{T}(j\omega) = \mathbf{I}$ deve ser sempre satisfeita para a configuração de controle ilustrada no [Diagrama 6](#). Portanto, $\bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega))$ é

grande se e somente se $\bar{\sigma}(\mathbf{T}(j\omega))$ for pequeno (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005) no espectro de frequência em questão.

O projeto do controle realimentado é, portanto, um compromisso entre estes objetivos conflitantes. Isso nem sempre é tão difícil quanto parece, uma vez que as faixas de frequência nas quais os objetivos são importantes podem ser bem diferentes. Por exemplo, a rejeição de perturbações é tipicamente um requisito de baixa frequência, enquanto a redução de ruído é frequentemente apenas relevante em frequências mais altas. Aliado a isso, a partir da relação (2.41) é possível notar que $\bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega)) \approx 1/\underline{\sigma}(\mathbf{L}(j\omega))$ para frequências onde $\underline{\sigma}(\mathbf{L}(j\omega))$ é muito maior que 1. Além disso, como $\mathbf{T}(s) = \mathbf{L}(s)(\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1}$, $\bar{\sigma}(\mathbf{T}(j\omega)) \approx \bar{\sigma}(\mathbf{L}(j\omega))$ para frequências onde $\bar{\sigma}(\mathbf{L}(j\omega))$ é muito menor que 1. Assim, em faixas de frequência especificadas, é relativamente possível aproximar os requisitos de malha fechada pelos seguintes objetivos de malha aberta (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005; DOYLE; STEIN, 1981):

1. Para rejeitar distúrbios de frequência ω_d deve-se maximizar $\underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega_d)\mathbf{K}(j\omega_d))$; válido somente para o espectro de frequência no qual $\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega) \gg 1$;
2. Para atenuar ruídos de medição de frequência ω_n deve-se minimizar $\bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega_n)\mathbf{K}(j\omega_n))$; válido somente para o espectro de frequência no qual $\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega) \ll 1$;
3. Para um bom rastreamento de uma referência de frequência ω_r deve-se maximizar $\underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega_r)\mathbf{K}(j\omega_r))$; válido somente para o espectro de frequência no qual $\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega) \gg 1$;
4. Para reduzir o esforço de controle deve-se minimizar $\bar{\sigma}(\mathbf{K}(j\omega))$; válido somente para o espectro de frequência no qual $\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega) \ll 1$;
5. Para garantir robustez na presença de perturbações aditivas, deve-se minimizar $\bar{\sigma}(\mathbf{K}(j\omega))$; válido somente para o espectro de frequência no qual $\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega) \ll 1$;
6. Para garantir robustez na presença de perturbações multiplicativas da saída, deve-se minimizar $\bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega))$; válido somente para o espectro de frequência no qual $\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega) \ll 1$.

Note que os requisitos de malha aberta 1 e 3 são válidos e importantes em baixas frequências, enquanto 2, 4, 5 e 6 são condições válidas e importantes em altas frequências.

2.7 NÚMERO DE CONDICIONAMENTO E MATRIZ DE GANHO RELATIVO

O número de condicionamento e a matriz de ganhos relativos (do inglês, *relative gain array*) (RGA) são utilizados para determinar o grau de direcionalidade e o nível de interações bidirecionais nos sistemas MIMO, respectivamente. Neste cenário, esta seção além de definir estas duas medidas, irá apresentar uma visão geral do uso prático delas.

2.7.1 Número de Condicionamento

O condicionamento de um sistema linear é um conceito relacionado à forma como os erros se propagam dos sinais de entrada para os dados de saída. O sistema está mal condicionado quando algumas combinações de entradas têm um forte efeito sobre as saídas, enquanto outras combinações têm um efeito fraco sobre as saídas. Esta característica, pode ser estabelecida através do número de condicionamento, que é definido como a razão entre os valores singulares máximo e mínimo,

$$\gamma(\mathbf{G}(j\omega)) = \frac{\bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega))}{\underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega))}. \quad (2.48)$$

Contudo, o número de condicionamento depende da maneira como se medem os sinais de entrada e saída do sistema (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Para evitar esta desvantagem, utiliza-se o número de condicionamento minimizado ou ótimo, γ_o , obtido por meio da minimização do número de condicionamento da matriz \mathbf{G} pré e pós multiplicada por matrizes reais diagonais normalizadas \mathbf{N}_1 e \mathbf{N}_2 , isto é

$$\gamma_o(\mathbf{G}(j\omega)) = \min_{\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2} \gamma(\mathbf{N}_1 \mathbf{G}(j\omega) \mathbf{N}_2). \quad (2.49)$$

onde a determinação de \mathbf{N}_1 e \mathbf{N}_2 requer rotinas de otimização convexa relacionadas com as análises μ (controle robusto da incerteza estruturada) (BRAATZ; MORARI, 1994). Em um caso prático, a avaliação do número de condicionamento de uma planta deve ser realizada uma vez que ela tenha sido adequadamente dimensionada.

A matriz com um número de condicionamento muito grande é dita estar mal condicionada. Plantas mal condicionadas são difíceis de serem controladas, uma vez que sua resposta pode ser muito diferente dependendo da direção do vetor de entrada. Além disso, um número de condicionamento grande pode ser causado por um pequeno valor de $\underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega))$, que é geralmente indesejado, e pode significar que a planta tem um número grande de condicionamento ótimo (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

A ordem grandeza, em valores absolutos, do número de condicionamento reportada na literatura varia entre 10 para sistemas com bom condicionamento (LAU; ALVAREZ; JENSEN, 1985), 50 para medianamente condicionados (MCAVOY, 1983) e 100 para processos mal condicionados (JOSEPH; BROSILOW, 1978).

2.7.2 Matriz de Ganho Relativo (RGA)

A matriz de ganho relativo é um adequado indicador do grau de interação entre as variáveis do processo. Ela é bastante utilizada na seleção dos pares das variáveis de entrada e saída, com o propósito de obter a configuração de controle com o mínimo de interação entre as malhas. Esta matriz foi desenvolvida por (BRISTOL, 1966) e ao longo do tempo a base teórica foi estendida por vários pesquisadores. A RGA de uma matriz

quadrada \mathbf{G} , $m = n$, é também uma matriz quadrada, definida como:

$$\Lambda(\mathbf{G}(j\omega)) = \mathbf{G}(j\omega) \odot (\mathbf{G}^{-1}(j\omega))^{\top} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & & \\ \lambda_{n1} & & & \lambda_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

onde, \odot denota multiplicação de elemento por elemento (multiplicação de Hadamard ou Schur) e λ_{ij} é o ganho relativo adimensional entre a variável de saída y_i e a variável de entrada u_j , como relação dos ganhos de malha aberta e malha fechada, isto é:

$$\lambda_{ij} = \frac{\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \text{ para todas as malhas abertas}}{\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \text{ para todas as malhas fechadas exceto a malha } u_j}. \quad (2.51)$$

Para um sistema $\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u}$, cuja representação dinâmica no domínio da frequência é,

$$\begin{cases} y_1(s) = G_{11}(s)u_1(s) + G_{12}(s)u_2(s) \\ y_2(s) = G_{21}(s)u_1(s) + G_{22}(s)u_2(s) \end{cases}, \quad (2.52)$$

a RGA é definida como

$$\Lambda(\mathbf{G}(j\omega)) = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{bmatrix}; \lambda_{11} = \frac{1}{1 - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}G_{22}}}. \quad (2.53)$$

Algumas considerações algébricas importantes sobre a RGA são: (i) independência da grandeza dos elementos dos vetores de entrada e saída; (ii) a norma-soma da RGA, $\|\Lambda\|_1$, é muito próxima do número de condicionamento ótimo, γ_o . Portanto, a planta cuja RGA tem elementos de grande valor, sempre será mal condicionada, ou seja, sempre terá um número de condicionamento grande, todavia a afirmação contrária pode não ser verdadeira; (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Para o projeto de controle, a RGA é um importante indicador da sensibilidade do sistema frente às incertezas de entrada. Em plantas com elementos da RGA grandes em torno da frequência de corte, são fundamentalmente difíceis de controlar devido à sensibilidade às incertezas de entrada causadas por dinâmicas do atuador que foram desprezadas na modelagem, por exemplo (ALBERTOS; ANTONIO, 2014).

As definições realizadas acima podem ser generalizadas para matrizes não quadradas utilizando a sua pseudoinversa. Portanto, considerando a matriz $\mathbf{G}_{m \times n}$ não quadrada, a sua RGA é definida como:

$$\Lambda(\mathbf{G}(j\omega)) = \mathbf{G}(j\omega) \times (\mathbf{G}^{\dagger}(j\omega))^{\top}. \quad (2.54)$$

A pseudoinversa pode ser obtida a partir da SVD de $\mathbf{G}(j\omega)$, apresentada em (2.11),

$$\mathbf{G}^\dagger(j\omega) = \sum_{o=1}^k \frac{1}{\sigma_o(\mathbf{G}(j\omega))} \mathbf{v}_o \mathbf{u}_o^H, \quad (2.55)$$

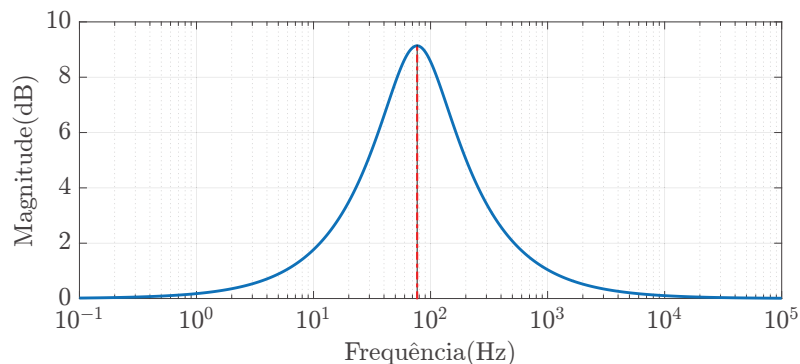
onde o sobrescrito (\dagger) representa o operador da pseudoinversa e k é o número dos valores singulares não nulos da matriz $\mathbf{G}(j\omega)$.

De acordo com (CAO, 1995), em sistemas com mais entradas que saídas pode-se considerar não usar as entradas correspondentes às colunas na RGA, cuja soma dos elementos é muito menor que 1. De modo similar, é válido para o caso do número de saídas medidas ser maior que o número de entradas, isto é, se a soma de todos os elementos da linha da RGA for muito menor que 1 então a saída correspondente não pode ser controlada.

2.7.3 Estudo de Caso 1

Para exemplificar algumas discussões realizadas neste capítulo, considera-se novamente o sistema apresentado no Diagrama 3. Na Figura 6 é exibida a resposta em frequência do número de condicionamento, $\gamma(\mathbf{G}_1)$. É importante mencionar que, a magnitude deste valor varia entre 0 e 9,135 dB, com pico em 76,6 Hz. Portanto, inicialmente há um indicativo que a planta \mathbf{G}_1 não tem problema para ser controlada, para confirmar esta suspeita a matriz de ganhos relativos deve ser calculada.

Figura 6 – Resposta em frequência do número de condicionamento de \mathbf{G}_1 .



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

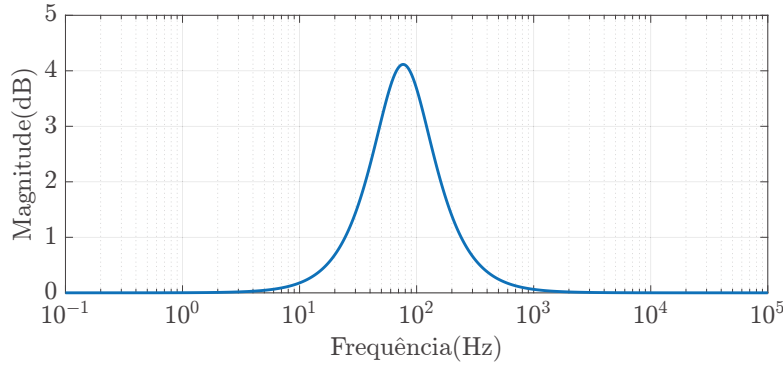
Outra maneira de avaliar o condicionamento do sistema é encontrar o número de condicionamento otimizado considerando a seguinte relação,

$$\|\Lambda(\mathbf{G}_1(j\omega))\|_1 \approx \gamma_o(\mathbf{G}_1(j\omega)). \quad (2.56)$$

Sua resposta em frequência está destacada na Figura 7.

O condicionamento do sistema estudado é considerado bom para qualquer frequência de acordo com os resultados da Figura 7. Portanto, a planta é fácil de ser controlada independente da sua frequência de trabalho.

Figura 7 – Resposta em frequência do número de condicionamento ótimo de \mathbf{G}_1 .



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Uma análise interessante é compreender como a frequência de acoplamento ω_1 afeta o condicionamento do sistema. Para isso, encontra-se a relação do número de condicionamento a partir de (2.24) e (2.25).

$$\gamma(\mathbf{G}_1(j\omega)) = \sqrt{\frac{R^2 + L^2(\omega_1 + \omega)^2}{R^2 + L^2(\omega_1 - \omega)^2}} \quad (2.57)$$

A frequência cujo o valor de $\gamma(\mathbf{G}_1(j\omega))$ é máximo, pode ser encontrada derivando (2.57) e posteriormente igualando a zero. Com isso,

$$\omega_{\hat{\gamma}(\mathbf{G}_1)} = \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \omega_1^2}. \quad (2.58)$$

Destaca-se que, conforme a frequência de acoplamento aumenta em (2.58), $\omega_{\hat{\gamma}(\mathbf{G}_1)} \approx \omega_1^2$. Neste sentido, o valor do numerador em (2.57) cresce consideravelmente enquanto o denominador sofre pequenas alterações. Portanto, o aumento da frequência de acoplamento piora o condicionamento do sistema na própria frequência conforme ilustrado na Figura 8. Fisicamente, quanto maior a frequência de acoplamento aumenta a dificuldade de impor correntes no lado CA do sistema.

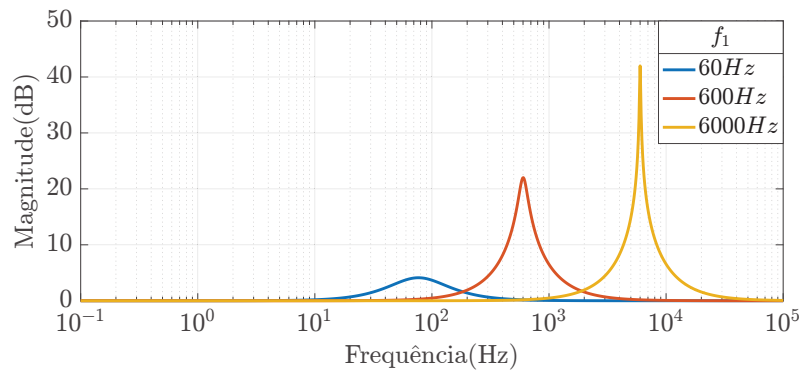
2.7.4 Estudo de Caso 2

Nesta etapa, é importante avaliar o condicionamento em plantas não quadradas, como por exemplo do Diagrama 4. Em sistemas com esta característica, a RGA é calculada com auxílio da pseudoinversa da planta e as mesmas definições realizadas para plantas quadradas são válidas.

Na Figura 9 pode ser notado que $\mathbf{G}_2(j\omega)$, embora seja não quadrada, apresenta números de condicionamento otimizados pequenos em todo o espectro de frequência, com pico ligeiramente superior a 4 dB.

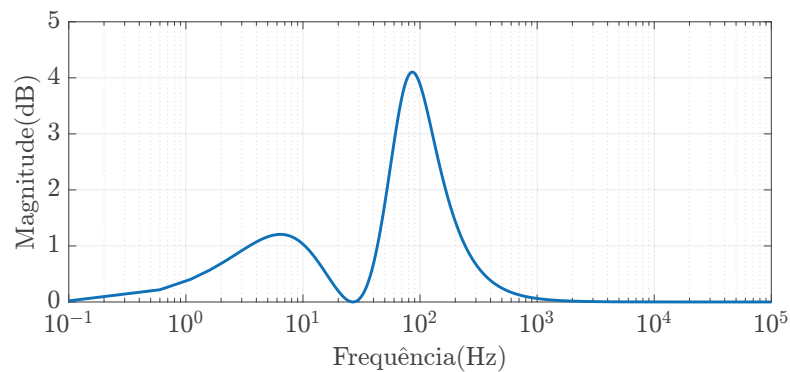
No entanto, embora possa ser afirmado que o sistema é bem condicionado, uma de suas saídas não pode ser controlada visto que a planta possui mais saídas que entradas.

Figura 8 – Resposta em frequência do número de condicionamento otimizado de $\mathbf{G}_1(j\omega)$ para diferentes frequências de acoplamento.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 9 – Resposta em frequência do número de condicionamento ótimo de $\mathbf{G}_2(j\omega)$.



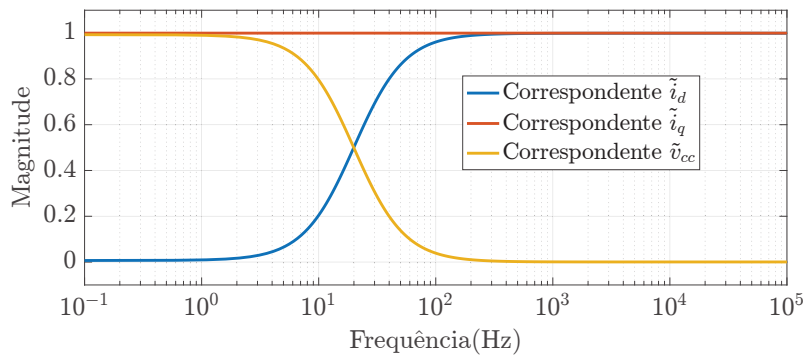
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

De acordo com definições realizadas acima, se a soma dos elementos da linha da RGA de uma matriz não quadrada for muito menor que 1, a saída correspondente a esta linha é difícil de ser controlada, e, portanto, deve ser descartada. Nesta perspectiva, a [Figura 10](#) apresenta a resposta em frequência da soma destes elementos com a magnitude em valores absolutos.

Note, na [Figura 10](#), que há um compromisso no controle entre a corrente de eixo direto e a tensão do barramento CC. Em baixas frequências as variáveis mais fáceis de serem controladas são \tilde{i}_q e \tilde{v}_{cc} , enquanto em altas frequências as variáveis controladas devem ser \tilde{i}_q e \tilde{i}_d .

Perceba que é possível controlar, por exemplo, a tensão CC para uma faixa de frequência específica. Essa banda, de certa forma pode ser utilizada para definir a faixa de passagem máxima no projeto de seu controlador. De acordo com [Figura 10](#) o limite entre controlar \tilde{v}_{cc} e \tilde{i}_d é de aproximadamente de 0,5 ou de -6 dB. Tal critério pode ser utilizado para definir a faixa de passagem máxima do controlador. Para complementar

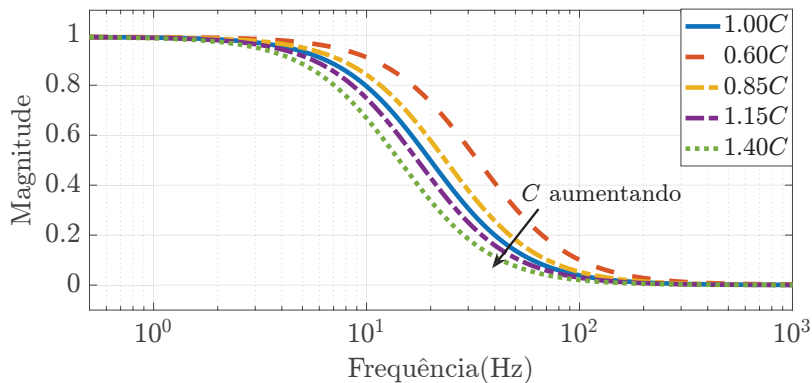
Figura 10 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathbf{G}_2(j\omega))$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

esta análise, a [Figura 11](#) destaca o comportamento da soma dos elementos da linha de $\Lambda(\mathbf{G}_2(j\omega))$ correspondente à tensão CC para diferentes valores de capacitância.

Figura 11 – Soma dos elementos da linha de $\Lambda(\mathbf{G}_2(j\omega))$ correspondente à tensão CC.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Diante de [Figura 11](#) pode ser afirmado que o aumento no valor da capacitância reduz essa banda de passagem, obrigando ao controlador da tensão no barramento CC ser cada vez mais lento. Ou caso deseje-se aumentar a faixa de passagem através do controlador, o esforço de controle aumentará consideravelmente.

É importante destacar que os resultados anteriores estão de acordo com as regras práticas usualmente adotadas para o projeto dos controladores SISO empregados no tipo de planta em estudo ([YAZDANI; IRAVANI, 2010](#)). Entretanto, essa formalização matemática não foi encontrada pelo autor até o momento da escrita deste documento.

2.8 DESACOPLAMENTO E CONTROLE DESCENTRALIZADO

Uma abordagem conceitualmente simples para o controle multivariável é dada por um procedimento de duas etapas, no qual primeiro projeta-se um “compensador” para minimizar as interações em \mathbf{G} e, em seguida, é desenvolvido um controlador diagonal usando métodos semelhantes aos dos sistemas SISO.

A abordagem mais comum utiliza um pré-compensador que neutraliza as interações resultando em uma planta modificada, ou seja,

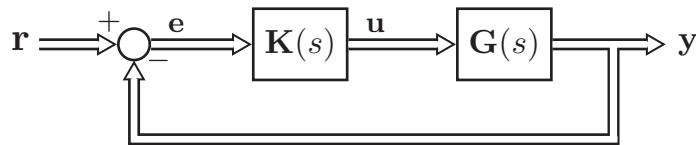
$$\mathbf{G}_S(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{K}_D(s), \quad (2.59)$$

Com isso, este novo sistema será diagonal e teoricamente mais fácil de ser controlado que o sistema original. Portanto, para um sistema genérico destacado no Diagrama 7, o controlador total pode ser representado como:

$$\mathbf{K}(s) = \mathbf{K}_D(s)\mathbf{K}_S(s), \quad (2.60)$$

onde $\mathbf{K}_S(s)$ é um controlador diagonal para o sistema modificado.

Diagrama 7 – Diagrama de blocos da malha de controle para sistemas multivariáveis.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

O primeiro procedimento descrito acima é denominado como desacoplamento. Ele é caracterizado pelo projeto de \mathbf{K}_D tal que $\mathbf{G}_S = \mathbf{G}\mathbf{K}_D$ seja diagonal. Contudo, o projetista pode-se deparar com as seguintes dificuldades na aplicação desta técnica (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005): (i) o desacoplamento pode ser muito sensível a erros e incertezas de modelagem; (ii) se a planta possuir zeros no semiplano direito (SPD), o desacoplamento geralmente introduzirá zeros extras no sistema de malha fechada.

O segundo procedimento é denominado controle descentralizado, cuja abordagem se baseia no projeto de um controlador diagonal ou diagonal em bloco. Ele funciona bem para plantas diagonais ou próximas à diagonal. Por conta disso, a planta pode ser dividida em vários subsistemas, onde cada elemento do controlador pode ser projetado separadamente. No entanto, se os elementos fora da diagonal principal da planta forem elevados, o desempenho do controle diagonal descentralizado pode ser ruim, dado que não é realizada nenhuma tentativa de neutralizar as interações (ALBERTOS; ANTONIO, 2014).

2.8.1 Seleção dos Pares Saída/Entrada

De (2.51), é razoável inferir que para o controle descentralizado é mais adequado parear u_j com y_i para λ_{ij} próximo de 1 para qualquer frequência. Desta maneira o ganho de $u_j - y_i$ não será afetado pela malha fechada dos outros controles. No entanto, de acordo com (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005) deve-se evitar pareamentos onde o sinal do ganho pode mudar dependendo do controle de outras saídas.

Observar somente a magnitude de λ_{ij} pode ser um problema na escolha do pareamento. Pode ocorrer da magnitude ser 1, contudo corresponder a um número -1. Por conta disso, a fase dos elementos do RGA deve, portanto, também ser considerada.

Outra alternativa é calcular o número da RGA (ALBERTOS; ANTONIO, 2014; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Uma medida simples para selecionar pares é preferir aqueles com um número da RGA pequeno. Para o pareamento na diagonal principal tem-se

$$\text{número da RGA} = \|\Lambda(\mathbf{G}(j\omega)) - \mathbf{I}\|_1. \quad (2.61)$$

Para pares fora da diagonal de uma planta 2×2 , o número da RGA é obtido subtraindo 1 para os pares selecionados; por exemplo,

$$\text{número da RGA} = \left\| \Lambda(\mathbf{G}(j\omega)) - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\|_1. \quad (2.62)$$

Similarmente, em plantas não quadradas o número da RGA é obtido subtraindo 1 para pares selecionados em blocos, por exemplo,

$$\text{número da RGA} = \left\| \Lambda(\mathbf{G}(j\omega)) - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\|_1, \quad (2.63)$$

para o pareamento diagonal em bloco de uma planta $\mathbf{G}(j\omega)_{3 \times 2}$.

2.8.2 Estudo de Caso 1

Como visto anteriormente, existem acoplamentos entre as correntes de eixo direto e de quadratura no sistema apresentado no Diagrama 3. Para eliminar estas interações, (YAZDANI; IRAVANI, 2010) propõe um desacoplamento, utilizando as seguintes relações:

$$m_d = \frac{2}{V_{cc}}(u_d - \omega_1 L i_q + v_{g,d}), \quad (2.64)$$

e

$$m_q = \frac{2}{V_{cc}}(u_q + \omega_1 L i_d + v_{g,q}). \quad (2.65)$$

Substituindo (2.64) e (2.65) em (2.17) tem-se o sistema modificado,

$$\begin{cases} L \frac{di_d}{dt} = -Ri_d + u_d \\ L \frac{di_q}{dt} = -Ri_q + u_q \end{cases}, \quad (2.66)$$

cuja representação em espaço de estados é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_D \mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_D \mathbf{u}_D, \quad (2.67)$$

onde,

$$\mathbf{A}_D = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_D = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}, \quad (2.68)$$

são as matrizes de estados, entrada e $\mathbf{u}_D = [u_d \ u_q]^T$ é o vetor de entrada, respectivamente.

Este novo sistema é modificado de maneira que o vetor de entrada seja alterado de $\mathbf{u}_1 = [m_d \ m_q]^T$ para $\mathbf{u}_D = [u_d \ u_q]^T$. De acordo com o Diagrama 8, \mathbf{u}_1 é o vetor de saída de $\mathbf{K}_{D,1}(s)$, cuja a representação em espaço de estados é dada por:

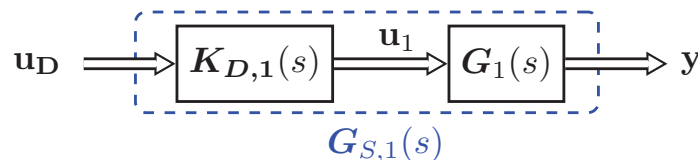
$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{C}_D \mathbf{x}_1 + \mathbf{D}_D \mathbf{u}_D + \mathbf{F}_D \mathbf{d}_1 \quad (2.69)$$

onde,

$$\mathbf{C}_D = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-2\omega_1 L}{V_{cc}} \\ \frac{2\omega_1 L}{V_{cc}} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_D = \begin{bmatrix} \frac{2}{V_{cc}} & 0 \\ 0 & \frac{2}{V_{cc}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_D = \begin{bmatrix} \frac{2}{V_{cc}} & 0 \\ 0 & \frac{2}{V_{cc}} \end{bmatrix}, \quad (2.70)$$

são as matrizes de saída, transmissão direta e *feed-forward*, respectivamente.

Diagrama 8 – Diagrama de blocos do sistema modificado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A matriz de funções de transferência que rege o comportamento do sistema, considerando a entrada \mathbf{u}_D e saída \mathbf{u}_1 será:

$$\mathbf{K}_{D,1}(s) = \frac{\mathbf{u}_1(s)}{\mathbf{u}_D(s)} = \mathbf{C}_D (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_D)^{-1} \mathbf{B}_D. \quad (2.71)$$

o que resulta em,

$$\mathbf{K}_{D,1}(s) = \frac{2}{V_{cc}} \cdot \frac{1}{Ls + R} \begin{bmatrix} Ls + R & -L\omega_1 \\ L\omega_1 & Ls + R \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

Portanto, utilizando a relação de (2.59), é possível encontrar

$$\mathbf{G}_{S,1}(s) = \mathbf{G}_1(s)\mathbf{K}_{D,1}(s) = \frac{1}{Ls + R} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.73)$$

que é a planta modificada e $\mathbf{K}_{D,1}$ é o pré-compensador que neutraliza as interações da planta original, tornando-a diagonal.

A partir desta etapa, um controlador descentralizado diagonal,

$$\mathbf{K}_{S,1}(s) = \begin{bmatrix} K_{d,1}(s) & 0 \\ 0 & K_{q,1}(s) \end{bmatrix}, \quad (2.74)$$

pode ser aplicado e o projeto ser realizado separadamente como dois sistemas SISO independentes.

Portanto os desacoplamentos são utilizados para melhorar o desempenho dos sistemas de controle descentralizados. Contudo, em plantas onde as interações não foram neutralizadas o número da RGA é uma alternativa para selecionar o melhor par entrada - saída a ser controlado.

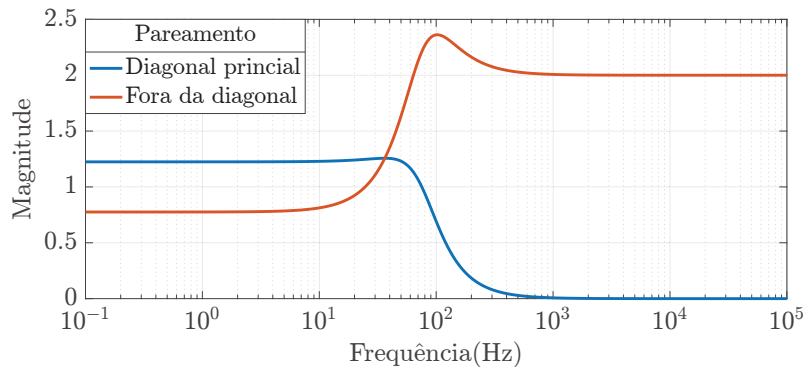
Na [Figura 12](#) é ilustrada a resposta em frequência do número da RGA para os possíveis pareamentos do sistema $\mathbf{G}_1(j\omega)$. Pode ser observado na mesma que o pareamento fora da diagonal principal é menor até a frequência de aproximadamente 37 Hz. Isto posto, para um controle descentralizado e acoplado é recomendado controlar i_d por m_q e i_q por m_d , em baixas frequências. Em, ([DUARTE et al., 2020](#)) a tensão de eixo direto no ponto de acoplamento comum do DSTATCOM é escolhida ser controlada pela corrente em quadratura. Já ([YUAN et al., 2016](#)) controla a potência ativa pela corrente em quadratura e potência reativa pela corrente de eixo direto.

2.8.3 Estudo de Caso 2

Assim como no estudo de caso anterior, o sistema $\mathbf{G}_2(s)$ também possui interações entre as variáveis de saída. Além disso, foi discutido anteriormente que uma destas variáveis não pode ser controlada dado que a matriz de funções de transferências da planta é não quadrada. Por conta destes resultantes, na [Figura 13](#) é ilustrado os seis possíveis pareamentos para controlar $\mathbf{G}_2(s)$.

De acordo com [Figura 13](#) (a) é recomendado controlar o par \tilde{i}_d/\tilde{m}_d e \tilde{i}_q/\tilde{m}_q em altas frequências enquanto que pela [Figura 13](#) (b) em frequências baixas é preferencial

Figura 12 – Resposta em frequência do número da RGA de $\mathbf{G}_1(s)$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

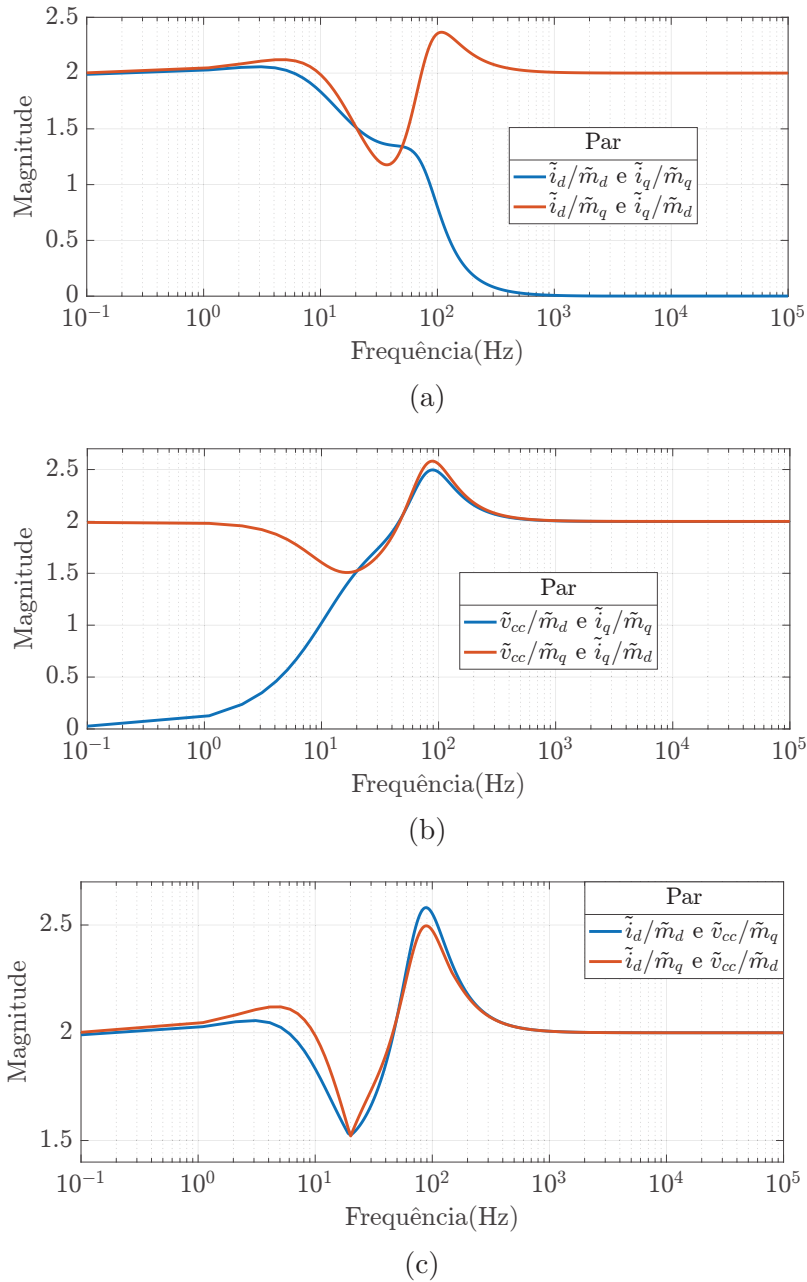
o par $\tilde{v}_{cc}/\tilde{m}_d$ e \tilde{i}_q/\tilde{m}_q . É importante observar na Figura 13 (c) que os possíveis pares considerando a tensão do barramento CC e a corrente de eixo direto possuem números da RGA grandes em todo o espectro de frequência, com isso controlar estas duas variáveis juntas é uma tarefa difícil. De outra perspectiva, no caso desta planta ser usada também na compensação de harmônicos, pelos resultados da Figura 13 (a) e (b), é possível justificar que o controle das grandezas fundamentais (frequência zero em dq) seja feito através da regulação $\tilde{v}_{cc}/\tilde{m}_d$ e \tilde{i}_q/\tilde{m}_q , enquanto que a compensação de harmônicos seja realizada através da regulação \tilde{i}_d/\tilde{m}_d e \tilde{i}_q/\tilde{m}_q . Note que existe uma separação dos objetivos no espectro de frequência o que os torna viáveis.

Por fim, é importante destacar que os resultados da Figura 13 estão em consonância com o que foi discutido a partir dos resultados apresentados na Figura 10. Adicionalmente, as considerações e análises justificam de uma forma matematicamente rigorosa a viabilidade das regras recorrentemente utilizadas no projeto de sistemas SISO.

2.9 CONTROLE CENTRALIZADO

As configurações de controle descentralizadas podem facilmente se tornar bastante complexas e difíceis de manter e entender. Além disso, sua implementação e ajuste dependem de um número suficiente de sensores e atuadores. No entanto, com um número limitado deles, um controlador centralizado que executa operações de matriz poderá extrair melhor desempenho dos processos com fortes acoplamentos ou problemas de condicionamento (ALBERTOS; ANTONIO, 2014). Portanto, pode ser mais simples e melhor, em termos de desempenho do controle, configurar o problema de projeto do controlador como um problema de otimização, resultando em um controlador multivariável centralizado (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Neste contexto, (MILLER, 2016) discute que mesmo em sistema que não sejam fortemente acoplados ou bem condicionados o LQR centralizado obtém um desempenho superior ao LQR descentralizado.

Figura 13 – Resposta em frequência do número da RGA de $\mathbf{G}_2(s)$.



Legenda: (a) Saídas \tilde{i}_d e \tilde{i}_q ; (b) Saídas \tilde{v}_{cc} e \tilde{i}_q ; (c) Saídas \tilde{i}_d e \tilde{v}_{cc} .

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Nos sistemas MIMO, existem várias soluções para o problema de alocação de polos além de diferentes atribuições de precisão para cada variável controlada. Portanto, torna-se complexo modificar um projeto de alocação de polos para melhorar o controle de uma saída específica. Além disso, alguns dos estados podem não ter um significado físico claro e podem não ser fáceis de controlá-los. Conseqüentemente, o uso de altos ganhos para alocar esses polos pode não produzir uma melhoria significativa de entrada/saída. Para

solucionar estes problemas, nas últimas décadas, novos padrões de projeto de controle centralizado, baseado na otimização de funções custo, foram desenvolvidos para lidar com as situações mencionadas acima.

Dentro do contexto mencionado acima, o **LQR** tem sido amplamente utilizado devido às suas características de desempenho bem como à sua fácil execução. Esta estratégia realimenta e pondera os estados para minimizar uma função custo (BURNS, 2001). Nela, a equação algébrica de Riccati é aplicada na resolução dos ganhos associados aos estados para geração da lei de controle. Além disso, é possível estabelecer um compromisso entre a estabilidade, robustez e a velocidade de resposta do sistema através da escolha das ponderações.

Similarmente, o controlador centralizado ótimo \mathcal{H}_2 minimiza a magnitude média da matriz de sensibilidade ponderada por uma entrada específica de (2.47) (BURNS, 2001). Já o controlador ótimo \mathcal{H}_∞ é projetado para minimizar o pior erro que pode surgir de qualquer entrada no conjunto $[\mathbf{r}(s) - \mathbf{n}(s) - \mathbf{d}(s)]$, em (2.47) (BURNS, 2001). Ademais, no controle misto $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ é possível utilizar as duas especificações no projeto do controlador. Logo, o controle deve responder de maneira favorável duas especificações de desempenho.

Nas últimas duas décadas, as **LMIs** surgiram como uma ferramenta poderosa no campo da análise e projeto de sistemas de controle. Muitos problemas, como síntese de realimentação de estado, análise e projeto de robustez e controle de \mathcal{H}_2 e \mathcal{H}_∞ , podem ser reduzidos a problemas convexos ou quase-convexos que envolvem **LMIs**. Devido aos desenvolvimentos bem sucedidos de algoritmos eficientes e confiáveis para resolver **LMIs**, esses problemas agora podem ser resolvidos de maneira eficiente e numericamente confiável, tornando o método mais atraente (DUAN; YU, 2013; PEREIRA *et al.*, 2014).

2.10 ZEROS DE SISTEMAS MIMO

Os zeros de um sistema aparecem quando os efeitos internos do próprio sistema são tais que a saída é zero, mesmo quando as entradas não sejam identicamente nulas. Em sistemas SISO os zeros z_i são resultados que levam $G(z_i) = 0$. No geral, pode ser argumentado que os zeros são os valores de s cujo $G(s)$ perde o posto de 1 para 0.

Em sistemas MIMO, z_i é um zero de $\mathbf{G}(s)$ se o posto de $\mathbf{G}(z_i)$ é menor que posto normal de $\mathbf{G}(s)$ (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Definição 3 (Zeros de transmissão) *A frequência complexa $s = z_i$ na qual o posto da matriz de função de transferência é localmente reduzido*

$$\text{posto}(\mathbf{G}(z_i)) < p_\eta \quad (2.75)$$

é denominado zero de transmissão.

Portanto, se uma frequência complexa s coincide com um zero de transmissão z_i de um sistema MIMO, existe um vetor de entrada não nulo proporcional a $e^{z_i t}$ de tal forma que sua propagação é bloqueada.

A Definição 3 é baseada na matriz da função de transferência, correspondendo a realização mínima do sistema. Conseqüentemente, para o caso mais geral onde o sistema em espaço de estados não é completamente controlável e/ou observável, ou seja, há um cancelamento de polo(s) e zero(s) reduzindo a ordem da respectiva matriz de função de transferência, a definição mais geral de zeros invariantes deve ser utilizada (SMAGINA, ; ZHOU; DOYLE, 1998).

Definição 4 (Zeros invariantes) *Considere o seguinte sistema genérico em espaço de estados*

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned}\tag{2.76}$$

em que $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{\kappa \times \kappa}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{\kappa \times n}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times \kappa}$ e $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times m}$.

Uma frequência $s = z_i$ em que o posto coluna da matriz

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - s\mathbf{I} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix},\tag{2.77}$$

é localmente reduzido

$$\text{posto}(\mathbf{P}(z_i)) < p_{\mathbf{P}}\tag{2.78}$$

é denominado zero invariante. Em que $p_{\mathbf{P}} = \min((\kappa + n), (\kappa + m))$ é o posto normal de $\mathbf{P}(s)$.

Baseado nas Definições 3 e 4 conclui-se que os zeros de transmissão são um subconjunto dos zeros invariantes. No caso específico em que não existe cancelamento entre polos e zeros, não há diferença entre as definições. Portanto, de forma a simplificar as posteriores análises e, com um pouco de abuso de linguagem, deste ponto em diante será utilizado o termo “zeros multivariáveis” para se referir ao caso em que não existe distinção entre as definições.

Outros pontos importantes relacionados aos zeros são:

- Não há zeros no sistema em que saídas contêm informações diretas do estado, ou seja, na representação em espaço de estados, a matriz de saída \mathbf{C} é igual a matriz identidade e a matriz \mathbf{D} é nula (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005);
- Zeros geralmente aparecem quando há menos entradas ou saídas que estados ou quando $\mathbf{D} \neq \mathbf{0}$. De acordo com (MACIEJOWSKI, 1989), a quantidade de zeros

finitos de uma planta quadrada $m \times m$, $\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}$, com κ estados será:

para $\mathbf{D} \neq \mathbf{0}$:	no máximo $(\kappa - m + p(\mathbf{D}))$ zeros,
para $\mathbf{D} = \mathbf{0}$:	no máximo $(\kappa - 2m + p(\mathbf{CB}))$ zeros,
para $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ e $\text{posto}(\mathbf{CB}) = m$:	exatamente $(\kappa - m)$ zeros.

2.10.1 Sistemas MIMO de Fase Não-Mínima

Zeros no semiplano direito introduzem uma dificuldade adicional ao controle de um determinado sistema. Plantas com zeros no SPD são denominadas de fase não-mínima e produzem uma resposta no tempo inicial na direção inversa, tornando-a mais lenta (OGATA, 2010).

Em sistemas MIMO, os zeros multivariáveis não estão relacionados com os zeros de cada função de transferência SISO deste sistema. Por conta disso, zeros multivariáveis de fase não-mínima podem surgir mesmo que ele não apareça em nenhuma função de transferência SISO.

2.10.2 Estudo de Caso 2

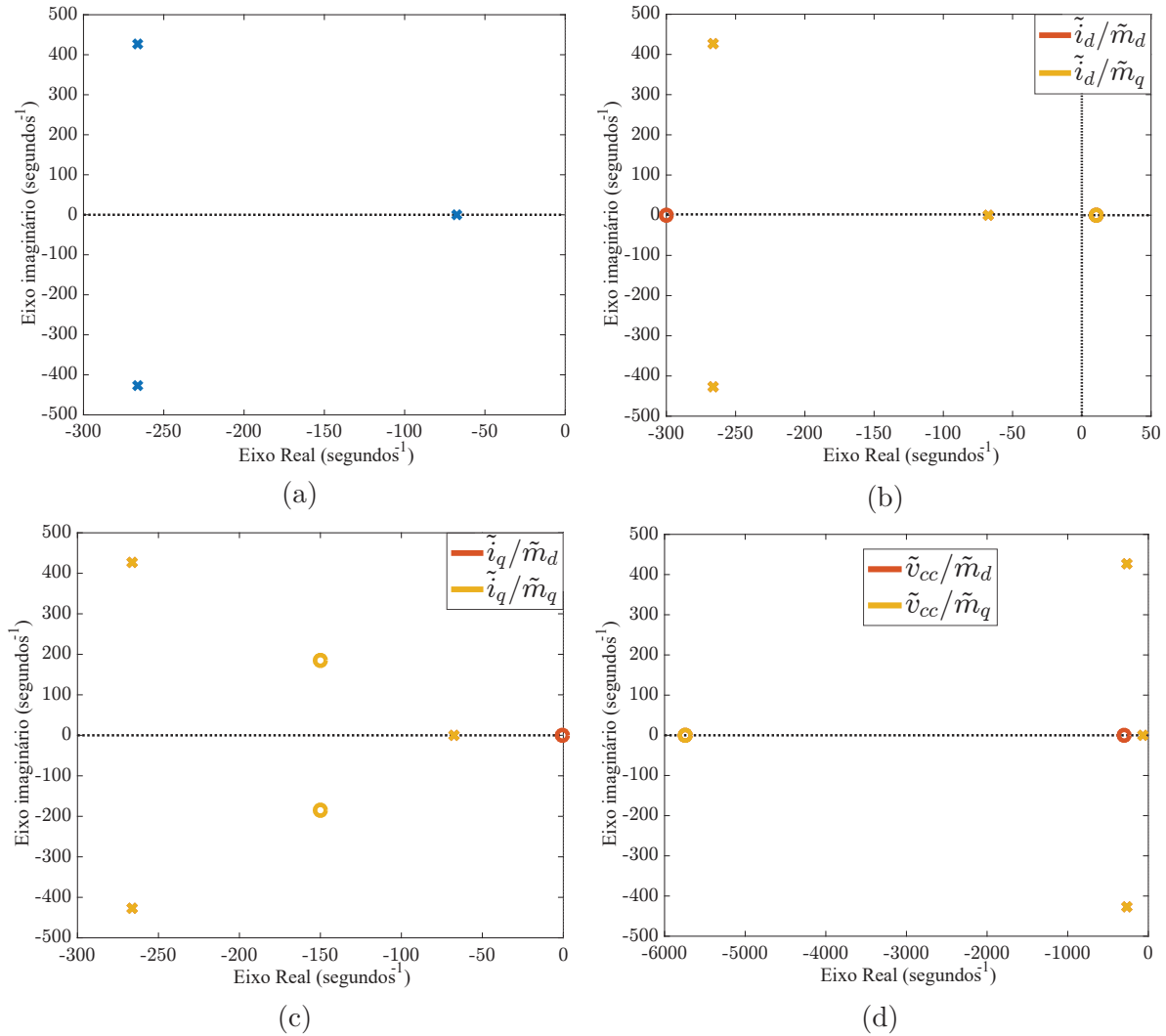
Para elucidar o que foi discutido anteriormente, esta subseção vai apresentar um estudo dos zeros do sistema $\mathbf{G}_2(s)$, ilustrado pelo Diagrama 4. Nesta perspectiva, a Figura 14 destaca os polos e zeros da planta multivariável e todas as demais combinações SISO relacionadas a ela.

Os polos, que são os autovalores da matriz \mathbf{A} , são os mesmos para qualquer realização mínima sem cancelamento de polo e zeros. Todavia, os zeros podem ser diferentes. Perceba, na Figura 14, que embora as representações SISO tenham zeros a MIMO não possui. Além disso, como pode ser visto em (2.35), \mathbf{C}_2 é a matriz identidade e \mathbf{D}_2 é nulo.

Foi discutido na Seção 2.4 que este sistema é não funcionalmente controlável. Além disso, com base nos resultados obtidos na Figura 10 foi possível visualizar que dificilmente \tilde{i}_d e \tilde{v}_{cc} serão controladas juntas. Por conta destes resultantes, é razoável inferir que há duas possibilidades de tornar o sistema funcionalmente controlável, controlar \tilde{i}_q e \tilde{i}_d ou \tilde{i}_q e \tilde{v}_{cc} . Para atender isso, a matriz de saída \mathbf{C}_2 deve ser modificada.

O mapeamento de polos e zeros da matriz de função de transferência para controlar \tilde{i}_q e \tilde{i}_d é apresentado na Figura 15. É importante destacar que os polos e zeros dos sistemas SISO são os mesmos apresentados na Figura 14 (b) e (c), contudo há um zero no SPD do sistema MIMO que não aparece na Figura 14 (a). Além de surgir um zero diferente dos apresentados nos sistemas SISO, este zero não aparece quando as três saídas são medidas.

Figura 14 – Mapas de polos (x) e zeros (o) do sistema \mathbf{G}_2 .



Legenda: (a) Sistema MIMO; (b) SISO, corrente de eixo direto; (c) SISO, corrente de eixo de quadratura; (d) SISO, tensão do barramento CC.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

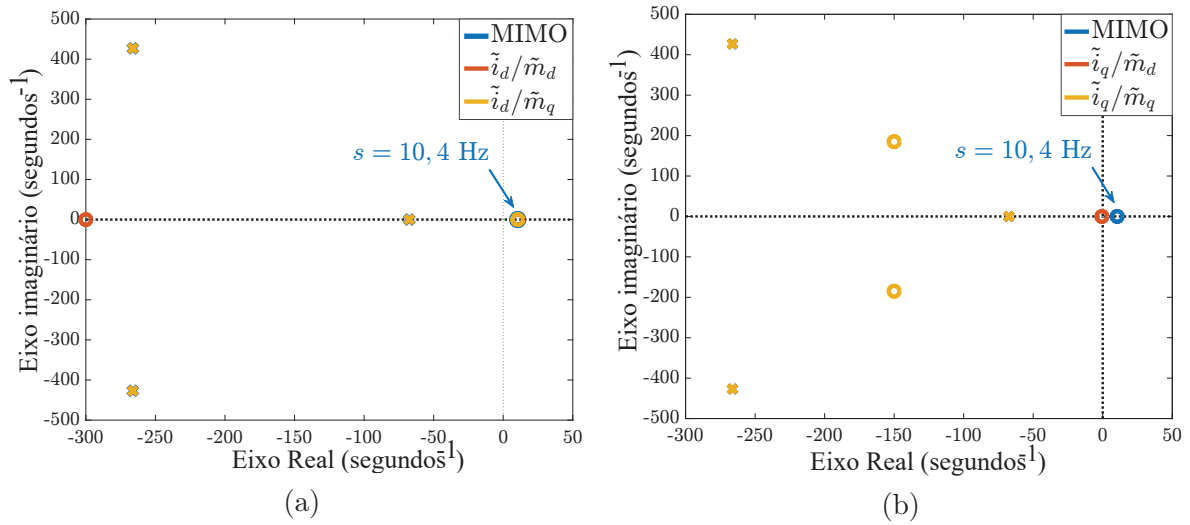
Para complementar esta análise, é considerado a matriz de função de transferência para controlar \tilde{i}_q e \tilde{v}_{cc} . Na [Figura 16](#) o sistema multivariável é diferente dos apresentados na [Figura 14](#) e [Figura 15](#). Há um zero no semiplano esquerdo que não aparece nas demais representações SISO e nos sistemas MIMO anteriores.

2.11 CONCLUSÕES PARCIAIS

O principal objetivo deste capítulo foi fornecer uma visão geral dos métodos de análise e projeto de sistemas de controle multivariáveis.

Em termos de análise, foi demonstrado como avaliar as funções de transferência MIMO e como usar a decomposição de valor singular da matriz da função de transferência

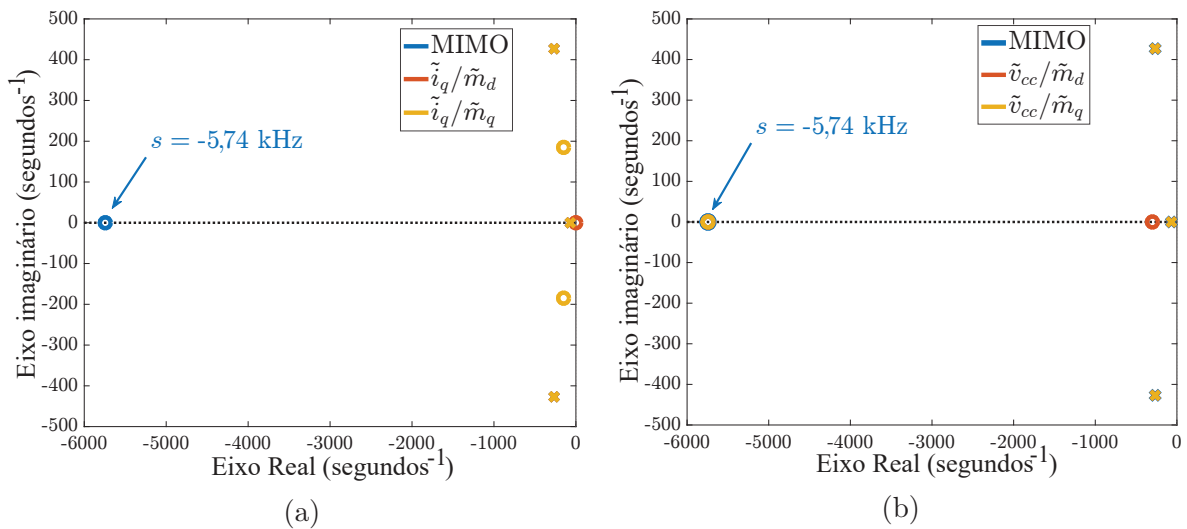
Figura 15 – Mapas de polos (x) e zeros (o) do sistema para controlar \tilde{i}_q e \tilde{i}_d .



Legenda: (a) MIMO e corrente de eixo direto; (b) MIMO e corrente de eixo de quadratura.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 16 – Mapas de polos (x) e zeros (o) do sistema para controlar \tilde{i}_q e \tilde{v}_{cc} .



Legenda: (a) MIMO e corrente de eixo quadratura; (b) MIMO e tensão do barramento CC.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

da planta para fornecer informações sobre a direcionalidade multivariável.

Outras ferramentas úteis para analisar a direcionalidade e as interações são o número de condicionamento e a RGA. A soma dos elementos da RGA de matrizes não quadradas indica qual saída não pode ser controlada ou qual entrada pode ser excluída.

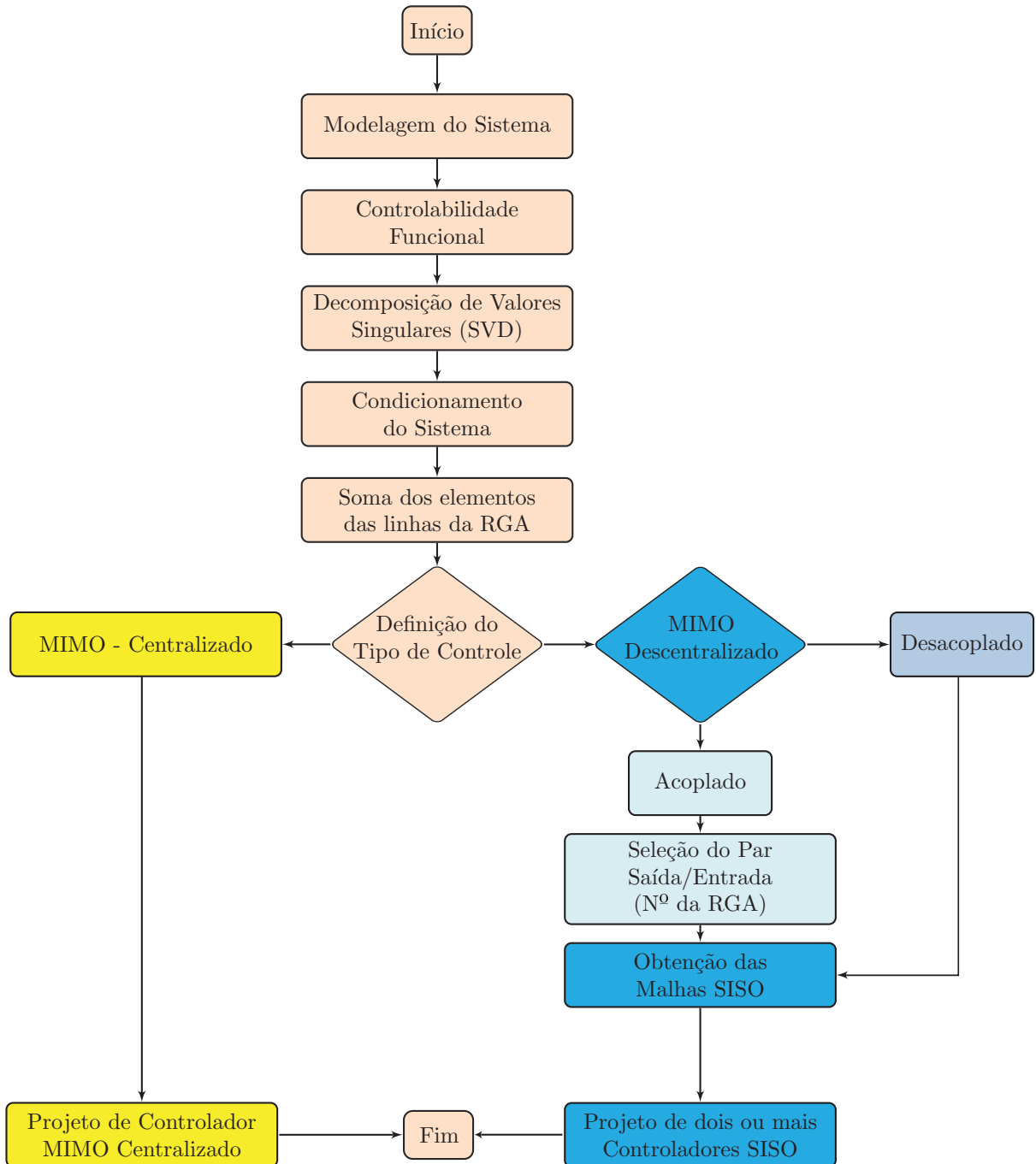
O desempenho da realimentação bem como a estabilidade do sistema pode ser analisado no domínio da frequência, avaliando a resposta em frequência dos valores singular máximo e mínimo da função de sensibilidade.

O conceito de controlabilidade funcional foi discutida, e ele se relaciona com os zeros do sistema MIMO. Ademais, estes zeros multivariáveis independem dos zeros SISO do mesmo sistema.

Em termos de projeto dos controladores, um sistema multivariável pode ser controlado de forma descentralizada desacoplada, descentralizada acoplada ou centralizada. No controle descentralizado desacoplado, um pré-compensador é utilizado para anular as interações da planta tornando-a diagonal e facilitando o seu controle em várias malhas SISO. Já no controle descentralizado acoplado, várias malhas SISO também são utilizadas, embora as interações do sistema não sejam anuladas. Para este cenário, o número da RGA foi apresentado como uma alternativa para escolher o melhor pareamento saída/entrada. Por fim, o controle centralizado ou unificado, que executa operações matriciais, é outra abordagem que pode ser utilizada. Este método geralmente tem um melhor desempenho em plantas fortemente acopladas. Além de facilitar o projeto de controladores para sistemas muito grandes, isto é, com várias entradas e saídas.

Diante de toda a discussão realizada neste capítulo o [Fluxograma 1](#) apresenta um esquema que pode ser utilizado como guia de projeto de controle para plantas multivariáveis. Note que os procedimentos iniciais são comuns a qualquer sistema independente da maneira como ele será controlado. Utilizar essas ferramentas iniciais é fundamental para entender melhor a planta e ajudar a definir qual o melhor modo de controlá-la.

Fluxograma 1 – Guia de projeto de controle MIMO.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

3 ESTUDO MULTIVARIÁVEL DO CONVERSOR BTB CONECTADO A DOIS SISTEMAS CA

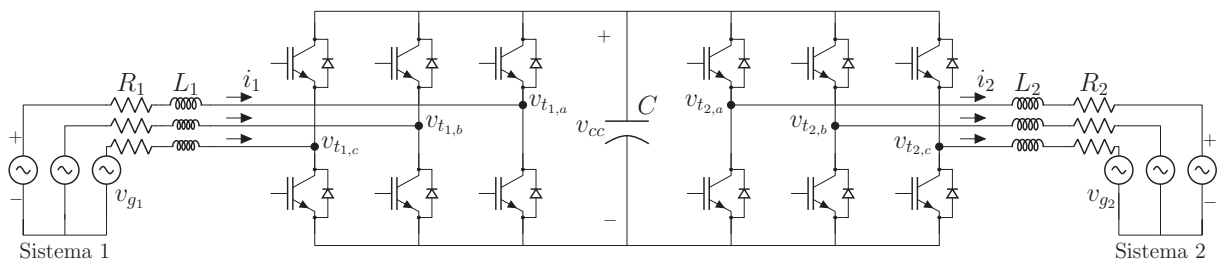
3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão utilizados os conceitos descritos no [Capítulo 2](#) e o guia do [Fluxograma 1](#) para analisar e entender o funcionamento e as principais características do conversor BTB como circuito de interface entre dois sistemas CA. Serão analisados os seguintes pontos: a controlabilidade funcional, para identificar se há direções na qual o sistema não pode ser controlado; a SVD na frequência onde o sistema é linearizado, para encontrar os valores singulares máximo e mínimo e conhecer em quais direções são praticamente impossíveis da planta ser controlada; o número de condicionamento e a RGA, também na mesma frequência, inicialmente para conhecer o condicionamento da planta e posteriormente para identificar quais são as melhores variáveis de estado a serem controladas.

Por fim, baseado nestas informações, uma abordagem de controle centralizada em espaço de estados é desenvolvida. Embora a teoria de espaço de estados tenha sido aplicada extensivamente e com sucesso para modelar conversores de eletrônica de potência, ela não é amplamente usada no projeto de leis de controle. As principais aplicações encontradas na literatura são relativas aos conversores de conexão à rede com filtros LCL ([KOCH et al., 2019](#); [KOCH et al., 2020](#)). A razão fundamental é a possibilidade, pelo uso da realimentação completa de estados, realocar os polos de malha fechada arbitrariamente, desde que o sistema seja controlável. Com isso, o projeto se torna mais sistemático e pode lidar facilmente com sistemas multivariáveis de alta ordem ([PEREIRA et al., 2014](#)).

No [Diagrama 9](#) é mostrado a topologia básica de um BTB-VSC de interface entre dois sistemas CA trifásicos a três fios. Ela é composta por dois conversores fonte de tensão que são conectados a suas respectivas redes elétricas CA trifásicas através um filtro passa-baixas de primeira ordem. Além disso, ambos VSCs compartilham o mesmo barramento CC, caracterizando um sistema *back-to-back*.

Diagrama 9 – Esquema representando a conexão do BTB-VSC como interface entre dois sistemas CA.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

3.2 MODELAGEM

Baseado na [Diagrama 9](#) e desprezando os harmônicos de comutação, pode-se escrever as seguintes equações diferenciais, no sistema de coordenadas síncrono, para as correntes de entrada (i_1) e saída (i_2) do BTB.

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{di_{1,d}}{dt} = -R_1 i_{1,d} + \omega_1 L_1 i_{1,q} - v_{t_{1,d}} + v_{g_{1,d}} \\ L_1 \frac{di_{1,q}}{dt} = -R_1 i_{1,q} - \omega_1 L_1 i_{1,d} - v_{t_{1,q}} + v_{g_{1,q}} \\ L_2 \frac{di_{2,d}}{dt} = -R_2 i_{2,d} + \omega_2 L_2 i_{2,q} + v_{t_{2,d}} - v_{g_{2,d}} \\ L_2 \frac{di_{2,q}}{dt} = -R_2 i_{2,q} - \omega_2 L_2 i_{2,d} + v_{t_{2,q}} - v_{g_{2,q}} \end{array} \right. , \quad (3.1)$$

onde $v_{t_{1,d}}$, $v_{t_{1,q}}$, $v_{t_{2,d}}$, $v_{t_{2,q}}$ são as tensões instantâneas nos terminais de saída do conversor nas coordenadas dq ; $i_{1,d}$, $i_{1,q}$, $i_{2,d}$ e $i_{2,q}$ são as corrente instantâneas nas coordenadas dq de entrada e saída do BTB, respectivamente; $v_{g_{1,d}}$, $v_{g_{1,q}}$, $v_{g_{2,d}}$, $v_{g_{2,q}}$ são as tensões instantâneas, nas coordenadas dq , do ponto de conexão do BTB com a rede elétrica 1 e 2, respectivamente; $m_{1,d}$, $m_{1,q}$, $m_{2,d}$ e $m_{2,q}$ são os índices de modulação de eixo direto e em quadratura do conversor de interface 1 e 2, respectivamente; L_1 , L_2 são as indutâncias e R_1 , R_2 são as resistências equivalentes entre o VSC e o ponto de conexão na rede elétrica 1 e 2; ω_1 e ω_2 são as frequências angulares das redes elétricas 1 e 2 respectivamente.

Assumindo que seja usada a estratégia [SVM](#), apresentada em (2.30) ([BUSO; MATTAVELLI, 2006](#)), (3.1) pode ser reescrita como:

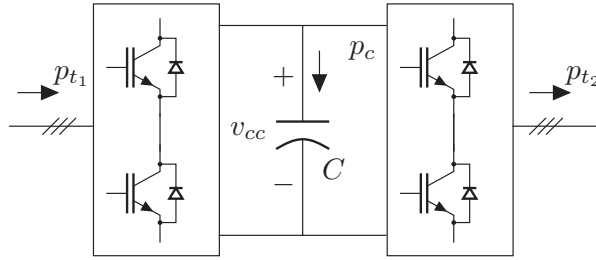
$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{di_{1,d}}{dt} = -R_1 i_{1,d} + \omega_1 L_1 i_{1,q} - \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{1,d} + v_{g_{1,d}} \\ L_1 \frac{di_{1,q}}{dt} = -R_1 i_{1,q} - \omega_1 L_1 i_{1,d} - \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{1,q} + v_{g_{1,q}} \\ L_2 \frac{di_{2,d}}{dt} = -R_2 i_{2,d} + \omega_2 L_2 i_{2,q} + \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{2,d} - v_{g_{2,d}} \\ L_2 \frac{di_{2,q}}{dt} = -R_2 i_{2,q} - \omega_2 L_2 i_{2,d} + \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{2,q} - v_{g_{2,q}} \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Para concluir o modelo, o comportamento dinâmico da tensão no barramento CC deve ser incluído. De acordo com a [Figura 17](#), os dois conversores são conectados através do barramento CC, compartilhando a dinâmica do capacitor. Supondo que os VSCs são ideais, o balanço de potência pode ser escrito como,

$$p_{t_1} = p_c + p_{t_2}, \quad (3.3)$$

onde p_{t_1} e p_{t_2} são as potências ativa instantânea nos terminais do [CIR](#) 1 e 2, respectivamente; p_c é a potência ativa que flui para o capacitor CC cuja representação matemática encontra-se em (2.28).

Figura 17 – Representação do fluxo de potência ativa nos terminais do barramento CC.



Utilizando a teoria das potências instantâneas, p_{t_1} e p_{t_2} podem ser reescritas em termos das componentes dq das correntes de linha e tensões terminais, onde:

$$\begin{cases} p_{t_1} = \frac{3}{2}(v_{t_{1,d}}i_{1,d} + v_{t_{1,q}}i_{1,q}) \\ p_{t_2} = \frac{3}{2}(v_{t_{2,d}}i_{2,d} + v_{t_{2,q}}i_{2,q}) \end{cases} \quad (3.4)$$

Substituindo (2.30) em (3.4) e o resultado em (3.3) tem-se que a dinâmica da tensão do barramento CC pode é dada por:

$$C \frac{dv_{cc}}{dt} = \frac{3m_{1,d}}{2\sqrt{3}}i_{1,d} + \frac{3m_{1,q}}{2\sqrt{3}}i_{1,q} - \left(\frac{3m_{2,d}}{2\sqrt{3}}i_{2,d} + \frac{3m_{2,q}}{2\sqrt{3}}i_{2,q} \right). \quad (3.5)$$

Isto posto, a dinâmica do sistema estudado é dada pela combinação de (3.2) e (3.5).

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{1,d}}{dt} = -R_1 i_{1,d} + \omega_1 L_1 i_{1,q} - \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{1,d} + v_{g_{1,d}} \\ L_1 \frac{di_{1,q}}{dt} = -R_1 i_{1,q} - \omega_1 L_1 i_{1,d} - \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{1,q} + v_{g_{1,q}} \\ L_2 \frac{di_{2,d}}{dt} = -R_2 i_{2,d} + \omega_2 L_2 i_{2,q} + \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{2,d} - v_{g_{2,d}} \\ L_2 \frac{di_{2,q}}{dt} = -R_2 i_{2,q} - \omega_2 L_2 i_{2,d} + \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{2,q} - v_{g_{2,q}} \\ C \frac{dv_{cc}}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2} (m_{1,d}i_{1,d} + m_{1,q}i_{1,q} - m_{2,d}i_{2,d} - m_{2,q}i_{2,q}) \end{cases} \quad (3.6)$$

É importante mencionar que a transformação das grandezas das coordenadas abc em dq , e vice-versa, é garantida pelo ângulo da tensão da rede, rastreado por um circuito de sincronismo PLL baseado no integrador generalizado de segunda ordem (do inglês, *Second-order Generalized Integrator*) (SOGI). [Rodríguez et al. \(2006\)](#) apresentaram um estudo mostrando o desempenho do circuito de sincronismo com duplo integrador generalizado de segunda ordem (DSOGI-PLL) sob diferentes condições, como por exemplo, salto de frequência e de ângulo. Devido aos bons resultados apresentados, o DSOGI-PLL foi adotado neste trabalho.

Nota-se que o sistema (3.6) é não-linear e, portanto, necessita ser linearizado em torno do ponto de operação (A.1) (Apêndice A), para que as técnicas de análise de sistemas

lineares MIMO possam ser aplicadas. Logo, sua dinâmica de pequenos sinais em espaço de estados pode ser escrita como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{F}\mathbf{d}, \quad (3.7)$$

onde,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & \omega_1 & 0 & 0 & -\frac{M_{1,d}}{\sqrt{3}L_1} \\ -\omega_1 & -\frac{R_1}{L_1} & 0 & 0 & -\frac{M_{1,q}}{\sqrt{3}L_1} \\ 0 & 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \omega_2 & +\frac{M_{2,d}}{\sqrt{3}L_2} \\ 0 & 0 & -\omega_2 & -\frac{R_2}{L_2} & +\frac{M_{2,q}}{\sqrt{3}L_2} \\ \frac{\sqrt{3}M_{1,d}}{2C} & \frac{\sqrt{3}M_{1,q}}{2C} & -\frac{\sqrt{3}M_{2,d}}{2C} & -\frac{\sqrt{3}M_{2,q}}{2C} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L_2} \\ \frac{\sqrt{3}I_{1,d}}{2C} & \frac{\sqrt{3}I_{1,q}}{2C} & -\frac{\sqrt{3}I_{2,d}}{2C} & -\frac{\sqrt{3}I_{2,q}}{2C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

são as matrizes de estado, entrada e distúrbio, respectivamente; $\mathbf{x} = [\tilde{i}_{1,d} \ \tilde{i}_{1,q} \ \tilde{i}_{2,d} \ \tilde{i}_{2,q} \ \tilde{v}_{cc}]^\top$ é o vetor de estados, $\mathbf{u} = [\tilde{m}_{1,d} \ \tilde{m}_{1,q} \ \tilde{m}_{2,d} \ \tilde{m}_{2,q}]^\top$ é o vetor de entrada e $\mathbf{d} = [\tilde{v}_{g_{1,d}} \ \tilde{v}_{g_{1,q}} \ \tilde{v}_{g_{2,d}} \ \tilde{v}_{g_{2,q}}]^\top$ é o vetor de distúrbio.

3.3 ESTUDO DAS DIREÇÕES

Para auxiliar a compreensão do comportamento físico da planta estudada, algumas ferramentas apresentadas no [Capítulo 2](#) podem ser utilizadas. Inicialmente, avalia-se a controlabilidade funcional do sistema para indicar se existem direções na qual ele não pode ser controlado. Para isso, é preciso obter a sua matriz das funções de transferência através de

$$\mathcal{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}. \quad (3.9)$$

onde $\mathbf{C} = \mathbf{I}_{5 \times 5}$ é a matriz de saídas.

Embora o sistema possua cinco saídas o seu posto normal é igual a quatro. Sendo assim, como o posto normal é menor que a quantidade de saídas, esta planta é não funcionalmente controlável. Ademais, existe uma direção de saída que não é afetada pela entrada, e, a partir da decomposição em valores singulares, esta direção é a última coluna da matriz singular de saída $\mathbf{W}(j\omega)$.

A partir da discussão acima, a decomposição em valores singulares de $\mathbf{G}(j\omega)$ na frequência onde os pontos de operação da [Tabela 3](#) foram definidos é dada pelas matrizes:

$$\mathbf{W}(j0) = \begin{bmatrix} -0,0080 & -0,3764 & 0,3689 & -0,0076 & \mathbf{-0,8497} \\ -0,6498 & -0,2995 & -0,3325 & -0,6143 & 0 \\ -0,0130 & -0,6066 & 0,5946 & -0,0123 & \mathbf{0,5272} \\ 0,3249 & -0,6328 & -0,6321 & 0,3071 & 0 \\ -0,6869 & 0 & 0 & 0,7266 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Sigma}(j0) = \begin{bmatrix} 1005,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 479,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 479,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 351,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V}(j0) = \begin{bmatrix} 0,256 & 0 & -0,490 & -0,833 \\ 0,819 & 0,481 & -0,081 & 0,300 \\ 0,182 & 0,117 & 0,864 & -0,452 \\ 0,478 & -0,868 & 0,071 & 0,105 \end{bmatrix}.$$

(3.10)

Analisando \mathbf{W} em (3.10), é possível perceber que de todos vetores de saída, apenas em $\mathbf{w}_5(j0)$, $\tilde{i}_{1,d}$ e $\tilde{i}_{2,d}$ estão em sentidos opostos. Considerando que as variações da tensão das redes elétricas são desprezíveis, ou seja, $\tilde{v}_{g_{1,d}} = \hat{V}_{g_1}$, $\tilde{v}_{g_{2,d}} = \hat{V}_{g_2}$, $\tilde{v}_{g_{1,q}} = \tilde{v}_{g_{2,q}} = 0$ e desconsiderando as pequenas variações de potência ativa instantânea nos filtros de saída para simplificar a análise, as potências ativas instantâneas de pequenos sinais nos terminais do BTB podem ser simplificadas como:

$$\begin{cases} \tilde{p}_{t_1} \approx \tilde{p}_{ac_1} = \frac{3}{2} \hat{V}_{g_1} \tilde{i}_{1,d} \\ \tilde{p}_{t_2} \approx \tilde{p}_{ac_2} = \frac{3}{2} \hat{V}_{g_2} \tilde{i}_{2,d}, \end{cases} \quad (3.11)$$

como consequência, a potências ativa instantânea de pequenos sinais que flui pelo capacitor é dada por:

$$\tilde{p}_c = \frac{3}{2} (\hat{V}_{g_1} \tilde{i}_{1,d} - \hat{V}_{g_2} \tilde{i}_{2,d}). \quad (3.12)$$

Tabela 3 – Parâmetros do BTB com interface entre dois sistemas CA.

Parâmetros do Sistema	
Descrição	Valor
Frequência Fundamental rede elétrica 1 e 2 (f_1, f_2)	60 Hz
Frequência de comutação das chaves semicondutoras (f_{sw})	18 kHz
Frequência de amostragem (f_S)	20 kHz
Frequência Fundamental rede elétrica 1 e 2 (f_1, f_2)	60 Hz
Tensão de eixo d do sistema 1 ($V_{g1,d}$)	180 V
Tensão de eixo q do sistema 1 ($V_{g1,q}$)	0 V
Tensão de eixo d do sistema 2 ($V_{g2,d}$)	90 V
Tensão de eixo q do sistema 2 ($V_{g2,q}$)	0 V
Tensão no barramento CC (V_{cc})	400 V
Indutância entre a rede elétrica 1 e o BTB (L_1)	1 mH
Indutância entre a rede elétrica 2 e o BTB (L_2)	1 mH
Resistência equivalente entre a rede elétrica 1 e o BTB (R_1)	0,3 Ω
Resistência equivalente entre a rede elétrica 2 e o BTB (R_2)	0,3 Ω
Capacitância do barramento CC (C)	6 mF
Pontos de operação	
Descrição	Valor
Corrente de eixo d de entrada ($I_{1,d}$)	15 A
Corrente de eixo q de entrada ($I_{1,q}$)	0 A
Corrente de eixo d de saída ($I_{2,d}$)	27 A
Corrente de eixo q de saída ($I_{2,q}$)	0 A
Índice de Modulação de eixo d do CIR 1 ($M_{1,d}$)	0,7599
Índice de Modulação de eixo q do CIR 1 ($M_{1,q}$)	-0,0244
Índice de Modulação de eixo d do CIR 2 ($M_{2,d}$)	0,4245
Índice de Modulação de eixo q do CIR 2 ($M_{2,q}$)	0,0438

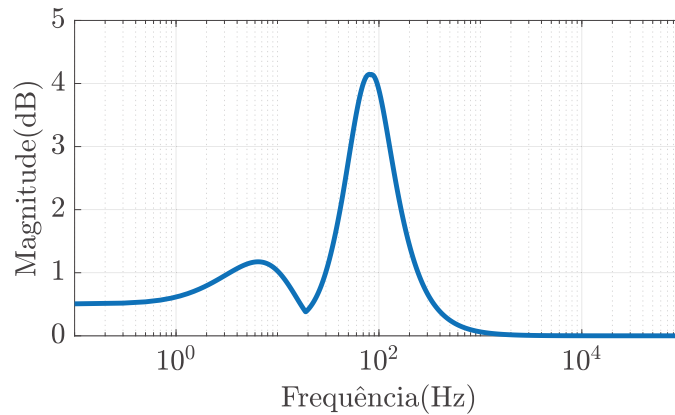
Portanto, para que um novo ponto de equilíbrio estável seja alcançado, a variação da potência \tilde{p}_c em estado permanente deve ser nula, conseqüentemente, a diferença entre parênteses em (3.12) deve ser igual a zero. Como as tensões da rede não são variáveis controladas, as correntes de eixo direto de ambos os lados devem variar proporcionalmente de forma a manter a potência que flui pelo capacitor igual a zero. Desta forma, essas correntes nunca podem ter sentidos contrários entre si. Ou seja, caso o sentido de uma delas seja trocado, o da outra deve também ser.

3.4 ESTUDOS A PARTIR DA MATRIZ DE GANHOS RELATIVOS

Uma etapa importante no estudo de sistemas multivariáveis é avaliar seu condicionamento. Foi discutido anteriormente que uma alternativa é encontrar o número de condicionamento do sistema. Esta alternativa, no entanto, pode não ser interessante por conta da sua vulnerabilidade quanto a grandeza dos sinais de entrada e saída do sistema. Neste sentido, outra alternativa sugerida é calcular o número de condicionamento ótimo, cujo resultado é muito próximo da norma-1 da matriz de ganhos relativos.

Na Figura 18 pode ser notado que $\mathcal{G}(j\omega)$, embora seja um sistema com acoplamentos entre as variáveis de estado, apresenta um bom condicionamento ao longo do espectro de frequência, com pico um pouco maior que 4 dB. Logo, pode-se dizer que os valores singulares máximos e mínimos não estão muito distantes entre si e, portanto, o comportamento deste sistema não é fortemente dependente da direção do vetor de entrada.

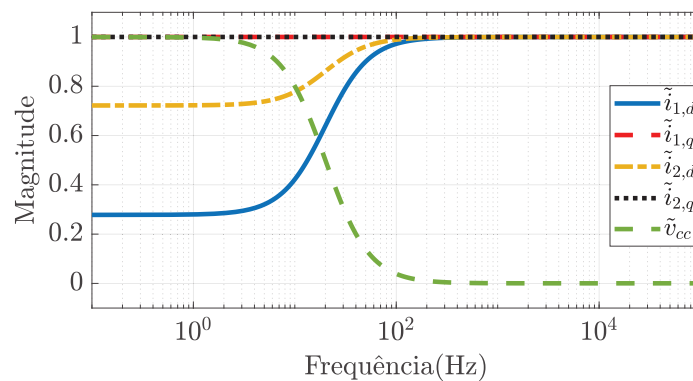
Figura 18 – Resposta em frequência do número de condicionamento ótimo de $\mathcal{G}(j\omega)$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Em sistemas com quantidade de saídas maior que as entradas, como o $\mathcal{G}(j\omega)$, a matriz de ganhos relativos ajuda a identificar quais variáveis de saída devem ser diretamente controladas. Portanto, a Figura 19 apresenta a resposta em frequência do resultado da soma dos elementos das linhas da RGA.

Figura 19 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathcal{G}(j\omega))$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

De acordo com a Figura 19, $\tilde{i}_{1,q}$ e $\tilde{i}_{2,q}$ podem ser arbitrariamente controladas em qualquer espectro de frequência, o que era esperado, uma vez que a potência reativa dos dois lados são praticamente independentes. Já em baixa frequência, abaixo de 10 Hz, \tilde{v}_{cc} também pode ser controlada. Além das variáveis anteriores, há espaço para outra

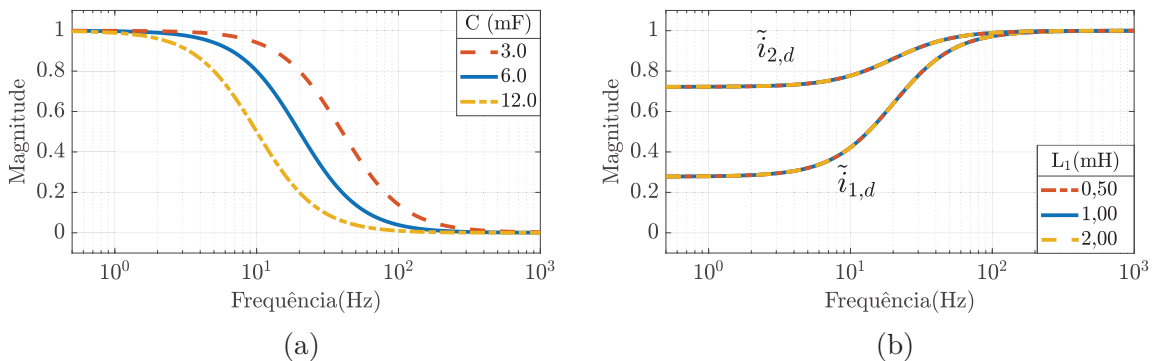
variável ser controlada em baixa frequência, uma vez que existem quatro entradas. Neste sentido, das duas últimas variáveis possíveis, $\tilde{i}_{2,d}$ deve ser escolhida, visto que, o resultado referente a esta corrente está mais próximo da unidade do que o resultado referente a $\tilde{i}_{1,d}$. Ademais, para frequências superiores a 10 Hz é intuitivo inferir que somente \tilde{v}_{cc} não pode ser controlada. Esta característica está ligada ao fato de que sendo as tensões das redes elétricas 1 e 2 livres de componentes harmônicas, a potência instantânea resultante da multiplicação das correntes (harmônicas) pela tensão em cada lado não gera potência ativa e, portanto, garante o desacoplamento entre ambos lados do BTB. Com isso, para tal faixa de frequência, as correntes $\tilde{i}_{1,d}$ e $\tilde{i}_{2,d}$ podem ser controladas arbitrariamente.

Resumidamente, o que a análise anterior quer dizer é que na frequência fundamental, pode-se controlar $\tilde{i}_{1,q}$, $\tilde{i}_{2,d}$, $\tilde{i}_{2,q}$ e \tilde{v}_{cc} . Já nas frequências harmônicas pode-se controlar $\tilde{i}_{1,d}$, $\tilde{i}_{2,d}$, $\tilde{i}_{1,q}$ e $\tilde{i}_{2,q}$. Ou seja, o controle da potência ativa média acopla os dois lados, já o controle das correntes harmônicas pode ser feito de forma independente para cada lado. É importante ressaltar que as análises anteriores se aplicam para o caso em que as tensões da rede não possuem harmônicos. Caso contrário o controle das correntes harmônicas não é totalmente desacoplado.

Por fim, é importante dar destaque que os resultados obtidos na Figura 19 estão relacionados com os pontos de operação da Tabela 3. Logo, a definição de quais variáveis de estado a serem controladas tanto em baixa quanto em alta frequência não é absoluta e pode sofrer modificações conforme os pontos de operação adotados.

Através da análise da Figura 20 (a) conclui-se que, assim como na Figura 11, a faixa de passagem para controlar \tilde{v}_{cc} , depende da capacitância do filtro de saída, C . Note que o aumento do capacitor diminui a faixa de passagem e conseqüentemente limita a banda no projeto de controladores.

Figura 20 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathcal{G}(j\omega))$ sob variação paramétrica.



Legenda: (a) Para diferentes valores de C ; (b) Para diferentes valores de L_1 .

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A mesma análise é realizada na Figura 20 (b), onde a indutância do filtro de saída

L_1 é variada enquanto L_2 é mantido constante. Como pode ser visto, variar tal indutância não impacta as faixas de frequência em que as correntes do eixo d podem ser controladas. O mesmo resultado é observado quando o filtro L_2 sofre alterações.

3.5 SISTEMA AUMENTADO EM ESPAÇO DE ESTADOS

Nesta subseção um sistema de controle centralizado em espaço de estados é proposto e projetado de forma que não haja distinção qual lado do conversor controlada cada variável de estado. Ou seja, o controle das variáveis de um lado do BTB influenciam no controle do outro lado e vice-versa.

3.5.1 Controlador de baixas frequências

O modelo foi escrito utilizando um sistema de coordenadas síncrono e, portanto, os controladores projetados relativos às grandezas fundamentais do lado CA devem ser capazes de rastrear uma referência constante (YAZDANI; IRAVANI, 2010). Conseqüentemente, uma ação integral é suficiente para atender a uma condição de rastreamento assintótico (LIU; YAO, 2016). Baseado nos resultados obtidos anteriormente, deve-se controlar $\tilde{i}_{1,q}$ e $\tilde{i}_{2,q}$, de acordo com a potência reativa desejada em cada lado; a tensão no barramento CC (\tilde{v}_{cc}), para que permaneça no ponto de operação; por fim, $\tilde{i}_{2,d}$, responsável por controlar a potência ativa instantânea drenada ou entregue ao sistema 1. Logo, a ação integral pode ser representada da seguinte forma:

$$\begin{cases} \frac{dx_{1,q}}{dt} = \tilde{i}_{1,q}^* - \tilde{i}_{1,q} \\ \frac{dx_{2,d}}{dt} = \tilde{i}_{2,d}^* - \tilde{i}_{2,d} \\ \frac{dx_{2,q}}{dt} = \tilde{i}_{2,q}^* - \tilde{i}_{2,q} \\ \frac{dx_{cc}}{dt} = \tilde{v}_{cc}^* - \tilde{v}_{cc}. \end{cases} \quad (3.13)$$

em que o sobrescrito * denota a referência da respectiva variável.

Na forma generalizada de espaço de estados, (3.13) pode escrita como:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{e}_i, \quad (3.14)$$

onde \mathbf{x}_i é o vetor de estados relacionados à dinâmica adicional, \mathbf{e}_i é o vetor de erro do controlador, e

$$\mathbf{A}_i = [\mathbf{0}_{4 \times 4}] \quad \text{e} \quad \mathbf{B}_i = [\mathbf{I}_{4 \times 4}]. \quad (3.15)$$

Combinando (3.7) com (3.14), é possível representar o sistema aumentado, como destacado no Diagrama 10. Além disso, a seguinte relação pode ser escrita:

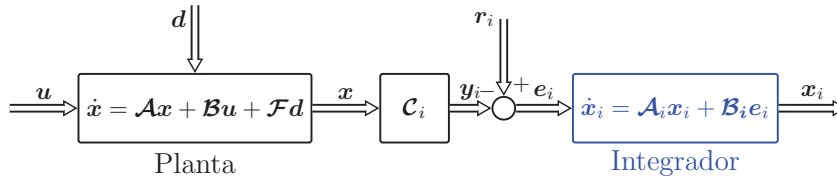
$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{5 \times 4} \\ -\mathbf{B}_i \mathbf{C} & \mathbf{A}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \mathbf{d} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{5 \times 4} \\ \mathbf{B}_i \end{bmatrix} \mathbf{r}_i. \quad (3.16)$$

ou na forma compacta

$$\dot{x}_a = \mathcal{A}_a x_a + \mathcal{B}_a u + \mathcal{F}_a d + \mathcal{B}^* r_i, \quad (3.17)$$

onde, r_i é o vetor com os sinais de referência em baixa frequência do controlador.

Diagrama 10 – Sistema aumentado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

3.5.2 Controlador de altas frequências

Devido a algumas não linearidades intrínsecas aos sistemas eletrônicos de potência como: atraso entre o tempo de aquisição e o tempo de execução da ação determinada, tempo morto, quedas de tensão nas chaves semicondutoras e etc., harmônicos de baixa frequência podem ser gerados, reduzindo a qualidade da corrente do lado CA (KERKMAN *et al.*, 2003; HWANG; KIM, 2010; ALMEIDA *et al.*, 2014; ALMEIDA *et al.*, 2015; FOGLI *et al.*, 2019). Como consequência, para mitigar esses componentes harmônicos indesejados, controladores ressonantes sintonizados em cada frequência harmônica podem ser incluídos para rejeitar assintoticamente esses distúrbios. Os controladores ressonantes, projetados no sistema de coordenadas estacionário, podem ser usados para garantir que uma determinada componente harmônica de ordem h , de sequência positiva ou negativa, seja rastreada com um erro nulo de regime permanente (SOUZA *et al.*, 2018). Entretanto, quando esse controlador é implementado no sistema de coordenadas síncrono, os integradores generalizados podem ser ainda mais eficientes, compensando duas componentes harmônicas simultaneamente (ZMOOD; HOLMES, 2003; BOJOI *et al.*, 2005; LISERRE; TEODORESCU; BLAABJERG, 2006), dependendo da característica de sequência das harmônicas.

Estas não linearidades geralmente excitam vários conteúdos harmônicos sendo o 5º e o 7º os harmônicos característicos mais significativos. Uma possibilidade de se compensar essas componentes é implementar um controlador ressonante sintonizado em $6\omega_1$ no sistema de coordenadas síncrono que gira com uma frequência ω_1 . Isto é possível pois o quinto harmônico de sequência negativa e o sétimo harmônico de sequência positiva se transformam no sexto harmônico no sistema de coordenadas síncrono, pois $-5\omega_1 - \omega_1 = -6\omega_1$ e $7\omega_1 - \omega_1 = 6\omega_1$. Deste modo, apenas um controlador ressonante é capaz de compensar as duas componentes harmônicas ao mesmo tempo (BOJOI *et al.*, 2005; LISERRE; TEODORESCU; BLAABJERG, 2006). É importante destacar que caso os componentes

harmônicos sejam de seqüências diferentes ou desequilibrada, apenas um controlador não será suficiente pra eliminar o erro em estado permanente.

Para incluir os polos ressonantes no espaço de estados, a seguinte representação pode ser usada:

$$\dot{\mathbf{x}}_{j,l} = \mathbf{A}_h \mathbf{x}_{j,l} + \mathbf{B}_h e_{j,l}, \quad (3.18)$$

onde $j \in \{1,2\}$ representa o lado da variável de estado do conversor BTB, $l \in \{d,q\}$ representa o eixo da variável, $\mathbf{x}_{j,l} \in \mathbb{R}^2$ é o vetor de estados criado por cada módulo ressonante, $e_{j,l}$ é o erro, h é a ordem harmônica e

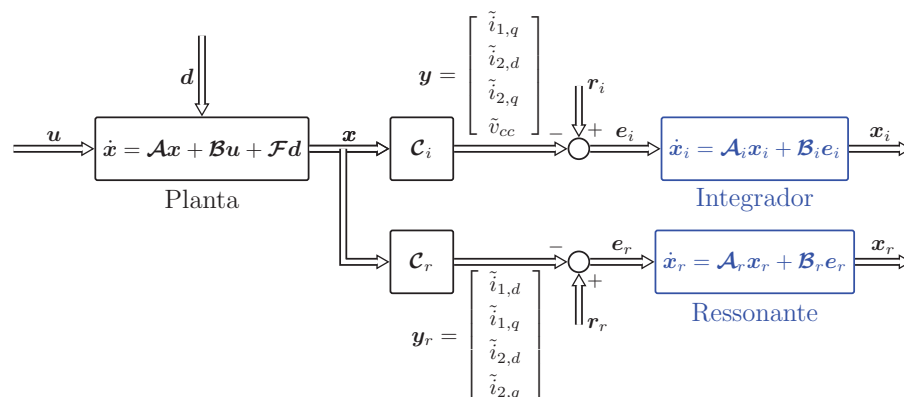
$$\mathbf{A}_h = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(h\omega_j)^2 & -2\omega_r \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B}_h = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\omega_r \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

onde ω_r é a largura de banda do controlador ressonante.

Destaca-se que, de acordo com a [Figura 19](#), para frequências superiores a 100 Hz as correntes $\tilde{i}_{1,d}$, $\tilde{i}_{1,q}$, $\tilde{i}_{2,d}$ e $\tilde{i}_{2,q}$ podem ser controladas arbitrariamente. Conforme mostrado em ([FOGLI et al., 2019](#)), os principais componentes indesejados que distorcem as correntes do lado CA são o 5º harmônico de seqüência negativa e o 7º harmônico de seqüência positiva. Portanto, o controlador ressonante deve ser ajustado para compensar os harmônicos mencionados acima. Como a lei de controle é implementada no eixo de coordenadas dq , um único controlador ressonante para cada eixo é capaz de compensar esses harmônicos ao mesmo tempo ([KERKMAN et al., 2003](#)). Além disso, a frequência de ressonância deve ser ajustada para 360 Hz. Esta frequência é superior a 100 Hz e, portanto, pode ser controlada independentemente da regulação de baixa frequência.

O diagrama de blocos do sistema aumentado com a inclusão de controladores de baixa e alta frequência é ilustrado no [Diagrama 11](#). Observe que as matrizes \mathbf{C}_i e \mathbf{C}_r não são as mesmas uma vez que o vetor entrada de cada controlador é diferentes.

Diagrama 11 – Sistema aumentado com os módulos ressonantes.



Baseado no Diagrama 11 a seguinte equação de espaço de estados aumentada pode ser escrita:

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_a \mathbf{u} + \mathbf{F}_a \mathbf{d} + \mathbf{B}^* \mathbf{r}, \quad (3.20)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_a &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}^\top & \mathbf{x}_i^\top & \mathbf{x}_r^\top \end{bmatrix}^\top, \\ \mathbf{A}_a &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{5 \times 4} & \mathbf{0}_{5 \times 8} \\ -\mathbf{B}_i \mathbf{C}_i & \mathbf{A}_i & \mathbf{0}_{4 \times 8} \\ -\mathbf{B}_r \mathbf{C}_r & \mathbf{0}_{8 \times 4} & \mathbf{A}_r \end{bmatrix}, \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{8 \times 4} \end{bmatrix}, \mathbf{F}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{8 \times 4} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}^* &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{5 \times 4} & \mathbf{0}_{5 \times 4} \\ \mathbf{B}_i & \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{2 \times 4} & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ [\mathbf{B}_6 & \mathbf{0}_{2 \times 3}] & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ [\mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{B}_6 & \mathbf{0}_{2 \times 2}] & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ [\mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{B}_6 & \mathbf{0}_{2 \times 1}] & \mathbf{0}_{2 \times 4} \end{bmatrix}, \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_i \\ \mathbf{r}_r \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

$\mathbf{x}_r \in \mathbb{R}^8$ são as variáveis de estado dos controladores ressonantes,

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_6 & & & \\ & \mathbf{A}_6 & & \\ & & \mathbf{A}_6 & \\ & & & \mathbf{A}_6 \end{bmatrix}, \text{ e } \mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_6 & & & \\ & \mathbf{B}_6 & & \\ & & \mathbf{B}_6 & \\ & & & \mathbf{B}_6 \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Os controladores integrais e ressonantes compartilham os mesmos sinais de erro $e_{2,d}$, $e_{1,q}$ e $e_{2,q}$ como entradas, por este motivo, suas respectivas matrizes de entrada, fazem parte da matriz de referência \mathbf{B}^* em (3.21). Além disso, \mathbf{r}_i é o vetor de referência de baixa frequência, enquanto \mathbf{r}_r é o vetor de alta frequência. Como o principal objetivo do compensador de alta frequência é mitigar componentes harmônicos indesejados, o valor de \mathbf{r}_r é nulo.

3.6 PROJETO DE CONTROLE EM ESPAÇO DE ESTADOS

O controle ótimo, baseado nas funções de custo quadráticas, é uma técnica em espaço de estados que vem sendo discutida na literatura há algum tempo (ANDERSON; MOORE, 2007). Entretanto, sua aplicação no controle de sistemas eletrônicos de potência ainda é mínima. O principal motivo pode ser a falta de relacionamento entre os pesos e a resposta em frequência/tempo. Existem, porém, algumas aplicações em que o LQR é utilizado (KEDJAR; AL-HADDAD, 2009; HASANZADEH *et al.*, 2012; QUAN *et al.*, 2018). No entanto, eles não apresentam uma maneira sistemática de escolher a matriz de ponderação. Para superar esse problema, algumas diretrizes são propostas em (KHAJEHODDIN; GHARTEMANI; EBRAHIMI, 2018; ALMEIDA *et al.*, 2020)

e (UFNALSKI; KASZEWSKI; GRZESIAK, 2015) usam a otimização de enxame de partículas para auxiliar no projeto.

Com base na discussão anterior, o objetivo desta seção é propor um projeto sistemático para as escolhas das matrizes de pesos de um regulador linear quadrático para realimentar os estados do sistema aumentado. Isso é realizado observando a resposta em frequência dos valores singulares máximo e mínimo da matriz de função de sensibilidade, da matriz de sensibilidade complementar e da matriz da sensibilidade ao distúrbio além de minimizar as normas infinitas de cada uma delas.

3.6.1 Projeto da Realimentação Completa de Estados Utilizando o LQR

A estrutura do controle por realimentação de estados é simples e eficaz. Neste método, todos os estados são medidos e multiplicados por ganhos de forma a garantir estabilidade, rastreamento e rejeição assintóticos, robustez e boa resposta transitória do sistema em malha fechada. Portanto, para um sistema multivariável genérico, tais ganhos são utilizados através da seguinte lei de controle,

$$\mathbf{u} = -\mathcal{K}\mathbf{x}_a, \quad (3.23)$$

de forma que os polos de malha fechada sejam alocados arbitrariamente, independente do tamanho das matrizes de estados (\mathcal{A}) e entrada (\mathcal{B}) (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013). $\mathcal{K} \in \mathbb{R}^{n \times \kappa}$ é a matriz de realimentação de estados.

Dentre os métodos existentes para calcular os ganhos da matriz \mathcal{K} , a alocação de polos é o mais simples (LIU; YAO, 2016). Por outro lado, o LQR tem o compromisso de buscar uma alocação ótima dos polos através da minimização da função de custo quadrático,

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_a^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\boldsymbol{\rho}\mathbf{u}(t)) dt, \quad (3.24)$$

onde $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{\kappa \times \kappa}$ é uma matriz simétrica positiva semi-definida e $\boldsymbol{\rho} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz simétrica definida positiva.

Para o regulador linear quadrático a matriz de realimentação de estados ótima é dada por (OSTERTAG, 2011):

$$\mathcal{K} = \boldsymbol{\rho}^{-1}\mathcal{B}_a^T\mathcal{P}, \quad (3.25)$$

onde a matriz simétrica positiva definida $\mathcal{P} \in \mathbb{R}^{\kappa \times \kappa}$ é a solução da equação algébrica de Riccati,

$$\mathcal{P}\mathcal{A}_a + \mathcal{A}_a^T\mathcal{P} - \mathcal{P}\mathcal{B}_a\boldsymbol{\rho}^{-1}\mathcal{B}_a^T\mathcal{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (3.26)$$

Para que exista solução em (3.26) e, conseqüentemente, o sistema de malha fechada seja estável, é necessário que as seguintes condições sejam satisfeitas (ANDERSON; MOORE, 2007; OSTERTAG, 2011):

1. O par $(\mathcal{A}_a; \mathcal{B}_a)$ ser estabilizável;
2. O par $(\mathbf{Q}_0; \mathcal{A}_a)$ ser detectável onde \mathbf{Q}_0 é qualquer matriz tal que $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_0^T \mathbf{Q}_0$.

Além disso, para um sistema projetado via LQR, assumindo que todos os estados estão disponíveis, é sabido que, se a matriz de ponderações peso $\boldsymbol{\rho}$ for escolhida como diagonal, a função de sensibilidade $\mathcal{S}_u(s) = (\mathbf{I} + \mathcal{K}(s\mathbf{I} - \mathcal{A}_a)^{-1} \mathcal{B}_a)^{-1}$ satisfaz a desigualdade de Kalman (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005),

$$\bar{\sigma}(\mathcal{S}_u(j\omega)) \leq 1 \quad \forall \omega. \quad (3.27)$$

A partir dessa relação, pode ser demonstrado que o sistema terá uma margem de ganho que pode variar entre infinito e 0,5, além de uma margem de fase mínima de 60° . Ademais, ela é válida quando o LQR é aplicado em um sistema aumentado sem controlador ou quando o controlador é considerado como parte da planta já que desta forma a sensibilidade analisada é em relação ao vetor \mathbf{u} e não ao erro. Logo, se dinâmicas adicionais (integradores, controladores ressonantes e etc.) forem incluídas no controle em espaço de estados, ele deve ser separado da planta para que $\mathcal{S}(j\omega)$ seja analisada, uma vez que ela é caracterizada pela relação entre o vetor de erro e o vetor de referência, ou seja,

$$\mathcal{S}(s) = \frac{\mathbf{e}(s)}{\mathbf{r}(s)} = -\mathcal{C}[s\mathbf{I} - (\mathcal{A}_a - \mathcal{B}_a \mathcal{K})]^{-1} \mathcal{B}^* + \mathbf{I}. \quad (3.28)$$

Além de (3.28), para auxiliar no projeto da lei de controle, as seguintes matrizes de função de transferência são levadas em consideração:

$$\mathcal{T}(s) = \frac{\mathbf{y}(s)}{\mathbf{r}(s)} = \mathcal{C}[s\mathbf{I} - (\mathcal{A}_a - \mathcal{B}_a \mathcal{K})]^{-1} \mathcal{B}^* \quad (3.29)$$

e

$$\mathcal{S}_d(s) = \frac{\mathbf{y}(s)}{\mathbf{d}(s)} = -\mathcal{C}[s\mathbf{I} - (\mathcal{A}_a - \mathcal{B}_a \mathcal{K})]^{-1} \mathcal{F}. \quad (3.30)$$

Chen e Holohan (2016) demonstraram que as condições de estabilidade de (3.27) para um sistema multivariável são garantidas se, e apenas se

$$\boldsymbol{\rho} = \rho \mathbf{I}_n, \quad (3.31)$$

ou seja, a matriz de pesos relativos ao esforço de controle deve ser escolhida como diagonal com todos elementos iguais.

Portanto, existe uma clara relação entre robustez e a matriz de pesos $\boldsymbol{\rho}$, que será explorada para garantir margem de estabilidade razoável.

3.6.2 Regra de Bryson

As matrizes de pesos \mathbf{Q} e $\boldsymbol{\rho}$ ajudam a determinar a importância relativa do erro existente, bem como o esforço de controle (OGATA, 2010). Portanto, para que um projeto de LQR seja bem sucedido, esses parâmetros devem ser bem escolhidos.

Um método para iniciar a iteração do projeto LQR é sugerido pela regra de Bryson (BRYSON A. E.; HO, 1969). Na prática, uma escolha apropriada para obter valores aceitáveis de \mathbf{x} e \mathbf{u} é inicialmente escolher matrizes diagonais \mathbf{Q} e $\boldsymbol{\rho}$ tais que

$$q_{i,i} = \frac{1}{\text{maior valor aceitável de } [x_i^2]}, \quad i \in \{1, 2 \dots \kappa\}, \quad (3.32)$$

e

$$\rho_{j,j} = \frac{1}{\text{maior valor aceitável de } [u_j^2]}, \quad j \in \{1, 2 \dots n\}. \quad (3.33)$$

Em essência, a regra de Bryson normaliza as variáveis que aparecem na função custo J para que o valor máximo aceitável para cada termo seja 1. Isso é essencialmente importante quando as unidades usadas para diferentes componentes de \mathbf{x} e \mathbf{u} tornam os valores dessas variáveis numericamente muito diferentes entre si.

No entanto, embora esta regra geralmente possa ter bons resultados, muitas vezes é apenas o ponto de partida para um procedimento de projeto iterativo de tentativa e erro que visa obter propriedades desejáveis para um sistema em malha fechada (HESPANHA, 2009).

3.7 PROJETO PARA O BTB COMO INTERFACE ENTRE DOIS SISTEMAS CA

Diante do sistema aumentado proposto em (3.20), a realimentação completa de estados é dada pela lei:

$$\mathbf{u} = -\mathcal{K}\mathbf{x}_a, \quad (3.34)$$

em que $\mathcal{K} \in \mathbb{R}^{4 \times 17}$ e pode ser decomposto como,

$$\mathcal{K} = [\mathcal{K}_x \quad \mathcal{K}_{x_i} \quad \mathcal{K}_{x_r}], \quad (3.35)$$

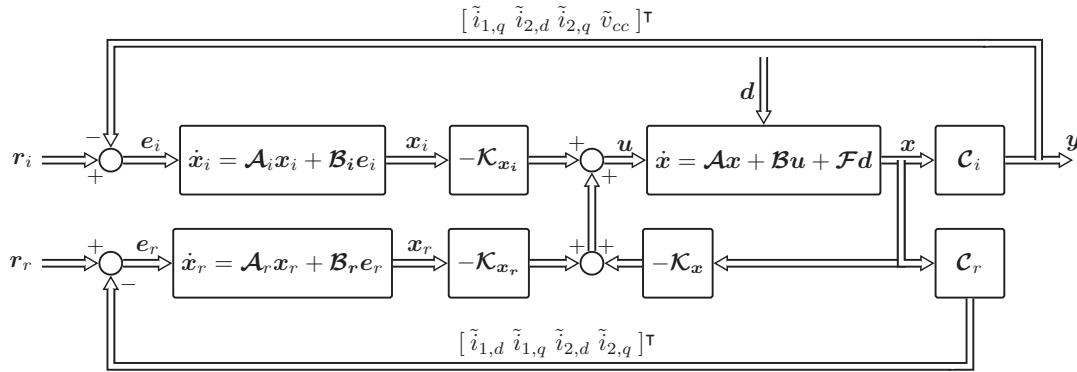
onde $\mathcal{K}_x \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ representa a matriz de ganhos de realimentação das correntes dq de entrada e saída do BTB e a tensão do barramento CC. Já a matriz $\mathcal{K}_{x_i} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ e $\mathcal{K}_{x_r} \in \mathbb{R}^{4 \times 8}$ representam os ganhos da realimentação das ações integrais e ressonantes, respectivamente.

No Diagrama 12 é destacado o esquema de controle do sistema após a realimentação de estados para quando a ação integral e os controladores ressonantes são adicionados. Os ganhos de realimentação serão calculados posteriormente.

Substituindo (3.34) em (3.16) resulta no seguinte sistema em malha fechada,

$$\dot{\mathbf{x}}_a = (\mathcal{A}_a - \mathcal{B}_a \mathcal{K})\mathbf{x}_a + \mathcal{B}_a^* \mathbf{r} + \mathcal{F}_a \mathbf{d}. \quad (3.36)$$

Diagrama 12 – Esquema de controle por realimentação de estados para o BTB como interface de dois sistemas CA.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Isto posto, a matriz de ganhos de realimentação \mathcal{K} deve ser projetada de forma que os autovalores $\mathcal{A}_a - \mathcal{B}_a \mathcal{K}$ sejam alocados em uma região particular do plano complexo. Neste sentido, o LQR será utilizado a fim de garantir uma alocação ótima dos polos para a realimentação.

3.7.1 Projeto das Matrizes \mathbf{Q} e ρ

Como discutido anteriormente, para calcular a matriz de ganhos de realimentação através da técnica LQR, é preciso definir os pesos das matrizes $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{17 \times 17}$ e $\rho \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ para que desta forma os polos de malha fechada sejam alocados de acordo com o desejo do projetista. Alcançado tal objetivo, é possível ter uma resposta dinâmica adequada.

Neste trabalho é proposto utilizar a regra de Bryson como ponto de partida na escolha dos pesos, no entanto como esta alternativa pode não ser a melhor solução, desenvolveu-se um critério baseado em análises dos valores singulares da matriz de função de sensibilidade, da matriz de sensibilidade complementar e da matriz de sensibilidade ao distúrbio do sistema no domínio da frequência. Ademais, outros objetivos importantes são:

- Minimizar $\|\mathcal{S}(j\omega)\|_\infty$: para aumentar a robustez do sistema;
- Minimizar $\|\mathcal{T}(j\omega)\|_\infty$ e $\|\mathcal{S}_d(j\omega)\|_\infty$: para reduzir a amplificação de sinais indesejados, evitar a excitação do comportamento não-linear de alta frequência e também melhorar a resposta transitória, reduzindo as sobressinal;
- Uma especificação natural para resposta transitória é a largura de banda. Em sistemas MIMO, há uma região de largura de banda que está entre uma frequência mais baixa $\underline{\omega}_{bw}$ onde $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ alcança $1/\sqrt{2}$, um frequência mais alta $\bar{\omega}_{bw}$ onde $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ atinge $1/\sqrt{2}$. Portanto, é proposto, projetar a maior largura de banda para que seja inferior a um décimo da frequência de comutação dos inversores evitando a amplificação de ruídos causados pela comutação dos interruptores semicondutoras;

Para que o projeto se torne sistemático é proposto variar um peso ou um conjunto de pesos. Serão variados os pesos das matrizes \mathbf{Q} e $\boldsymbol{\rho}$ respeitando a seguinte divisão e ordem:

1. Pesos Referentes às Correntes CA do BTB (Subseção 3.7.2);
2. Peso Referente à Tensão do Barramento CC (Subseção 3.7.3);
3. Pesos Referentes aos Controladores Integrais (Subseção 3.7.4);
4. Pesos Referentes aos Controladores Ressonantes (Subseção 3.7.5);
5. Pesos da matriz relativos às variáveis de controle (Subseção 3.7.6);

3.7.2 Pesos Referentes às Correntes CA do BTB ($q_{1,1}, q_{2,2}, q_{3,3}$ e $q_{4,4}$)

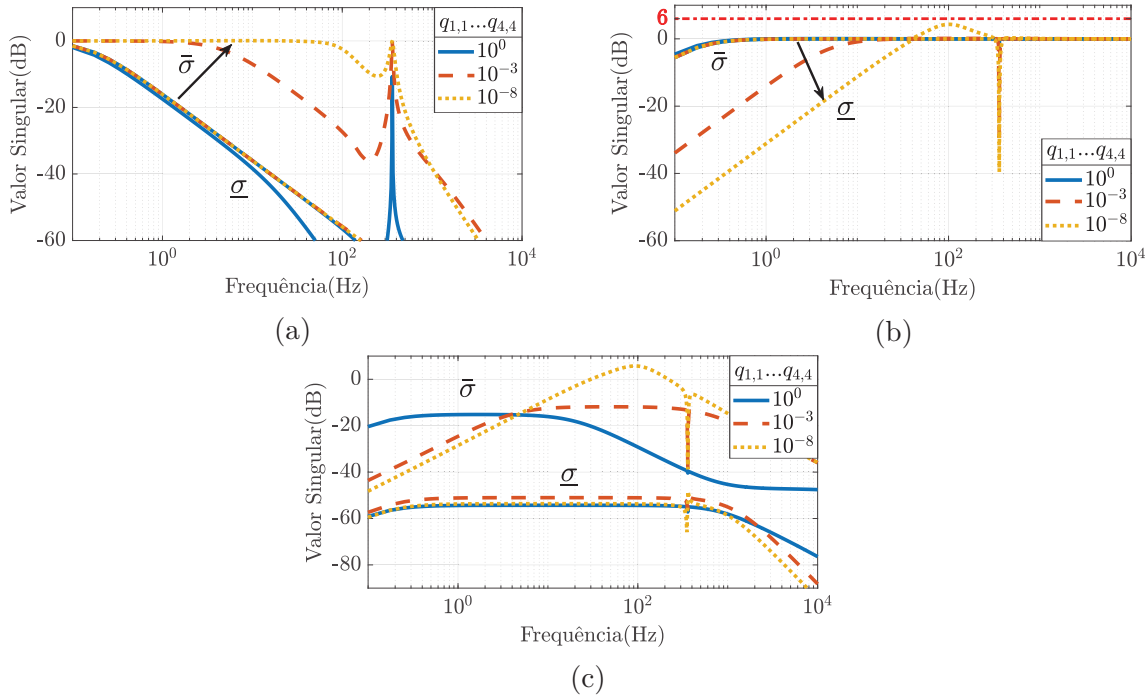
A primeira análise é realizada para compreender os efeitos da matriz \mathbf{Q} neste sistema multivariável. Como ponto de partida, é analisado os pesos que estão relacionados com as correntes de entrada do BTB, isto é, $\tilde{i}_{1,d}$, $\tilde{i}_{1,q}$. A regra de Bryson é então aplicada considerando 1 como o maior valor aceitável. Portanto, de acordo com (3.32), $q_{1,1} = q_{2,2} = 1$. Uma característica interessante desta topologia reside na sua bidirecionalidade de fluxo de potência, ou seja, o BTB tem que ser capaz de funcionar independente de qual sistema CA esteja injetando energia. Nesta perspectiva, as correntes $\tilde{i}_{2,d}$ e $\tilde{i}_{2,q}$ podem se tornar correntes de entrada do BTB e, portanto, o valor definido anteriormente também é utilizado como ponto inicial de suas ponderações, $q_{3,3} = q_{4,4} = 1$.

Os pesos considerados anteriormente são utilizados como valores iniciais na análise dos valores singulares da matriz de sensibilidade complementar, da matriz de sensibilidade e da matriz de sensibilidade ao distúrbio. Para isso, é considerado $q_{i,i} = 1 \forall i \in \{5,6 \dots 16,17\}$ e nulos os elementos não diagonais de \mathbf{Q} . Esta escolha está em conformidade com a segunda condição de existência da solução, apresentada na Subseção 3.6.1. Além disso, a matriz $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{I}_4$.

De acordo com a Figura 21 (a) e (b) a redução dos pesos movimentam significativamente $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$, $\underline{\sigma}(\mathcal{S}(j\omega))$ que tem como consequência um aumento da maior largura de banda ($\bar{\omega}_{bw}$) e uma maior velocidade de rastreamento das referências das correntes.

Note na Figura 21 (a), que os pesos alteram de maneira significativa a faixa de passagem de $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ enquanto que a banda referente ao menor valor singular não é alterada.

Observe, na Figura 21 (b) e (c), que a mudança destas ponderações alteram as normas infinitas da matriz de sensibilidade e da matriz de sensibilidade ao distúrbio. Elas crescem com a redução dos pesos, o que não é desejado. Contudo, a norma infinita da matriz de sensibilidade complementar não se altera conforme os pesos mudam. Estes resultados estão resumidos na Tabela 4.

Figura 21 – Resposta em frequência sob variações de $q_{1,1}$, $q_{2,2}$, $q_{3,3}$ e $q_{4,4}$.

Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Tabela 4 – Norma infinita para variação dos pesos $q_{1,1}$, $q_{2,2}$, $q_{3,3}$ e $q_{4,4}$.

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,00	1,00	0,17
10^{-3}	1,00	1,00	0,25
10^{-8}	1,00	1,71	1,93

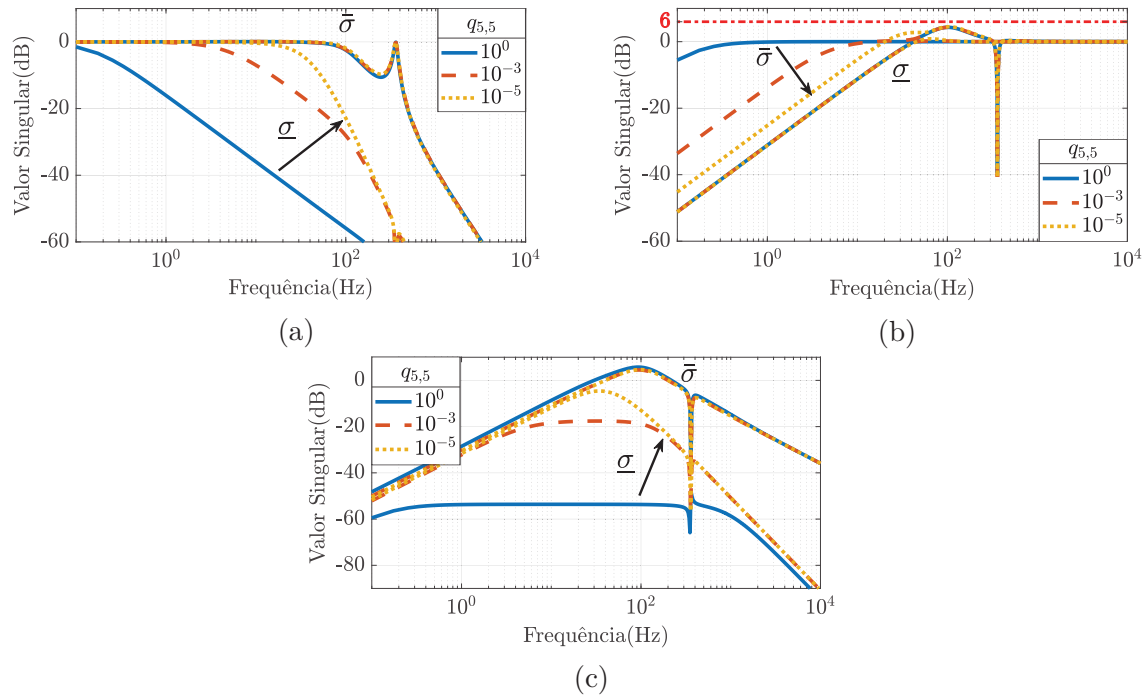
3.7.3 Peso Referente à Tensão do Barramento CC ($q_{5,5}$)

Para o peso da tensão CC, a Regra de Bryson é novamente usada como ponto de partida. Adotando inicialmente 1 como o maior valor aceitável.

Para realizar as análises, é considerado $q_{1,1} = \dots = q_{4,4} = 10^{-8}$, $q_{i,i} = 1 \forall i \in \{6,7 \dots 16,17\}$ e $\rho = \mathbf{I}_4$. Isto posto, $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$, $\bar{\sigma}(\mathcal{S}(j\omega))$ e $\bar{\sigma}(\mathcal{S}_d(j\omega))$ podem ser examinados através da Figura 22.

Nos resultados da Figura 21 a menor largura de banda (ω_{bw}) não sofre praticamente nenhuma alteração. Isso ocorre porque ω_{bw} está relacionado à variável com a dinâmica mais lenta, \tilde{v}_{cc} . Assim, para aumentar o ω_{bw} , o peso relacionado à tensão do lado CC, $q_{5,5}$, deve ser reduzido, conforme mostrado na Figura 22. Fazendo isso, há uma mudança notável no $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\bar{\sigma}(\mathcal{S}(j\omega))$ enquanto $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\underline{\sigma}(\mathcal{S}(j\omega))$ permanecem praticamente inalterados.

Na Figura 22 (c) é notável que a redução do peso movimenta consideravelmente

Figura 22 – Resposta em frequência sob variações de $q_{5,5}$.

Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

o $\underline{\sigma}(\mathcal{S}_d(j\omega))$. Em baixas frequências, seus valores aumentam com a redução do peso, no entanto eles ainda são bem pequenos. Como este peso tem por característica movimentar a dinâmica mais lenta do sistema, as normas infinitas, destacadas na [Tabela 5](#), não sofreram alterações significativas.

Tabela 5 – Norma infinita para variação do peso $q_{5,5}$.

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,01	1,71	1,93
10^{-3}	1,01	1,71	1,85
10^{-5}	1,03	1,75	1,81

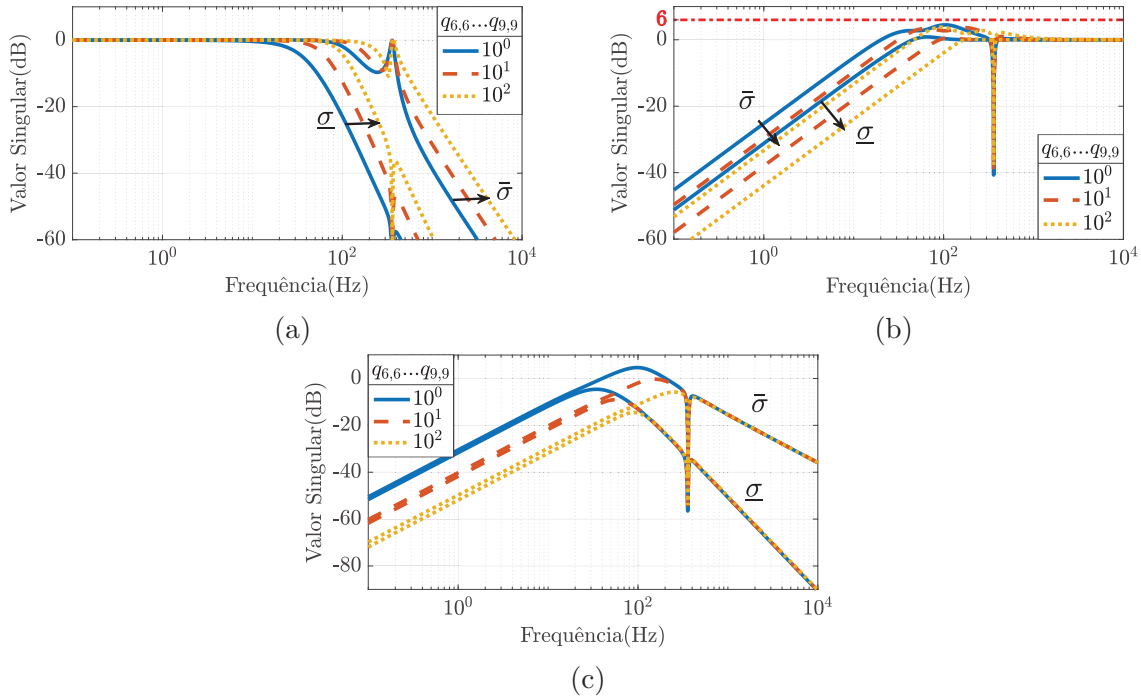
O projeto SISO de controle de corrente para um VSC é comumente conhecido na literatura. (YAZDANI; IRAVANI, 2010) projeta um controle cuja largura de banda da malha interna de corrente é cinco vezes maior que a malha externa de tensão no barramento CC. Aliado a isso, observe na resposta da [Figura 21](#) (a) que os pesos ligados às correntes modificam o valor singular com a maior largura de banda enquanto na [Figura 22](#) (a), o peso referente à tensão do barramento CC altera o valor singular com a menor largura de banda. Portanto, assim como em um controle descentralizado SISO, o controle centralizado MIMO pode ser projetado para obedecer a tal característica.

3.7.4 Pesos Referentes aos Controladores Integrais ($q_{6,6}$, $q_{7,7}$, $q_{8,8}$ e $q_{9,9}$)

Para tornar o projeto sistemático, optou-se por variar na mesma proporção os quatro pesos dos controladores integrais. Nesta etapa, é considerado $q_{1,1} = \dots = q_{4,4} = 10^{-8}$, $q_{5,5} = 10^{-5}$ e 1 para as demais ponderações.

Diante dos resultados destacados na [Figura 23](#) é possível visualizar que o aumento destas ponderações movimentava o maior valor singular e menor valor singular de $\mathcal{T}(j\omega)$, $\mathcal{S}(j\omega)$ e $\mathcal{S}_d(j\omega)$ na mesma proporção. Logo, modificar $q_{6,6}$, $q_{7,7}$, $q_{8,8}$ e $q_{9,9}$ na mesma correlação faz com que a região da largura de banda não seja alterada. Ademais, tanto $\underline{\omega}_{bw}$ quanto $\bar{\omega}_{bw}$ aumentam e, conseqüentemente, as respostas no tempo do sistema tornam-se mais rápidas para as variáveis de estado de dinâmica lenta e rápida.

Figura 23 – Resposta em frequência sob variações dos pesos $q_{6,6}$, $q_{7,7}$, $q_{8,8}$, e $q_{9,9}$.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Conforme os valores destacados na [Tabela 6](#), o aumento dos pesos, reduziram todas as normas infinitas analisadas.

Tabela 6 – Norma infinita para variação dos pesos referentes às integrais.

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _{\infty}$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _{\infty}$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _{\infty}$
10 ⁰	1,03	1,75	1,81
10 ¹	1,00	1,54	0,99
10 ²	1,00	1,53	0,51

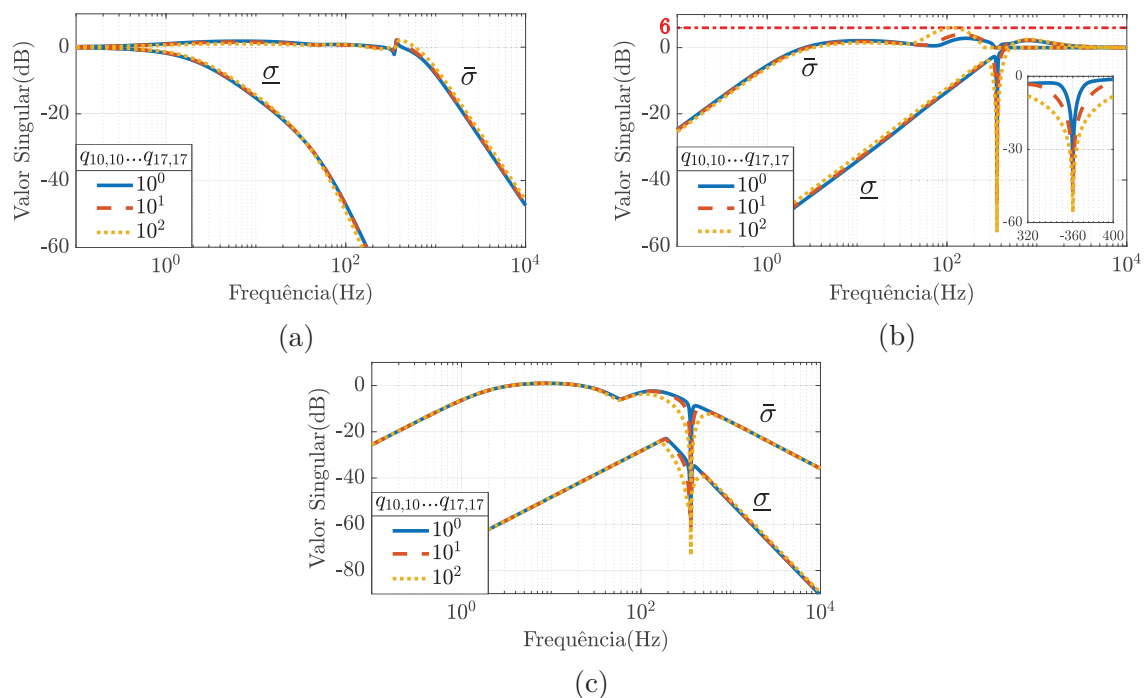
É importante destacar que $q_{6,6}$, $q_{7,7}$, $q_{8,8}$ e $q_{9,9}$ estão ligados às integrais dos erros de $\tilde{i}_{1,q}$, $\tilde{i}_{2,d}$, $\tilde{i}_{2,q}$ e \tilde{v}_{cc} , respectivamente. Modificar cada um desses pesos separadamente move o valor singular e a velocidade de rastreamento em relação a cada uma dessas variáveis. Nesse sentido, os valores dos pesos escolhidos foram: $q_{7,7} = 10$, $q_{6,6} = q_{8,8} = 5 \times 10^3$ e $q_{9,9} = 10^{-3}$. Assim, $\tilde{i}_{1,q}$, $\tilde{i}_{2,q}$ são as variáveis com rastreamento mais rápido, enquanto \tilde{v}_{cc} é a mais lenta. Ademais, os pesos das correntes dos eixos d e q são propositalmente escolhidos para serem diferentes. Isso foi feito para mostrar que a dinâmica não precisa ser a mesma, bem como para mostrar as constantes de tempo distintas nos resultados experimentais.

3.7.5 Pesos Referentes aos Controladores Ressonantes ($q_{10,10} \dots q_{17,17}$)

Os pesos dos estados ressonantes também são variados juntos para tornar o projeto mais simples e facilitar a visualização e análise das respostas em frequência.

Inicialmente deve ser observado na Figura 24 (a) que a variação das ponderações ressonantes não alteram significativamente $\underline{\omega}_{bw}$ e $\bar{\omega}_{bw}$. Por outro lado, quanto mais altas elas forem, maior será a banda de passagem do controlador ressonante, o que, por sua vez, resulta em uma resposta mais rápida no tempo. Isso pode ser visto claramente em Figura 24 (b) e (c) em relação ao ressonante sintonizado em 360 Hz.

Figura 24 – Resposta em frequência sob variações dos pesos $q_{10,10}$ até $q_{17,17}$.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Deve-se destacar que altos valores de pesos, embora torne o tempo de resposta mais rápido, pode resultar em uma resposta transitória pobre à medida que o valor da norma infinita aumenta. Este fato pode ser comprovado através dos valores na [Tabela 7](#) para o peso de 10^2 . Além disso, destaca-se o aumento da norma infinita da matriz de sensibilidade, a ponto de reduzir o nível de robustez do sistema a valores inaceitáveis (acima de 6 dB). Portanto, para reduzir $\|\mathcal{T}(j\omega)\|_\infty$, $\|\mathcal{S}(j\omega)\|_\infty$ e $\|\mathcal{S}_d(j\omega)\|_\infty$ a níveis recomendáveis, conforme ([SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005](#)), mantendo-os em 1,25, 1,29 e 1,12 respectivamente, foram escolhidos os pesos ressonantes igual a 3×10^{-3} .

Tabela 7 – Norma infinita para variação dos pesos referentes aos ressonantes.

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,27	1,39	1,11
10^1	1,28	1,58	1,12
10^2	1,31	2,02	1,13

Por fim, destaca-se que outra alternativa para aumentar a largura de banda do ressonante sem alterar as normas infinitas é aumentar o ω_r . Neste sentido, foi definido um $\omega_r = 20 \text{ rad s}^{-1}$.

3.7.6 Pesos Referentes às Variáveis de Controle (ρ)

A última etapa do projeto dos pesos do controlador LQR é definir o valor de ρ que será utilizado na matriz de ponderação relacionada com as variáveis de controle do sistema.

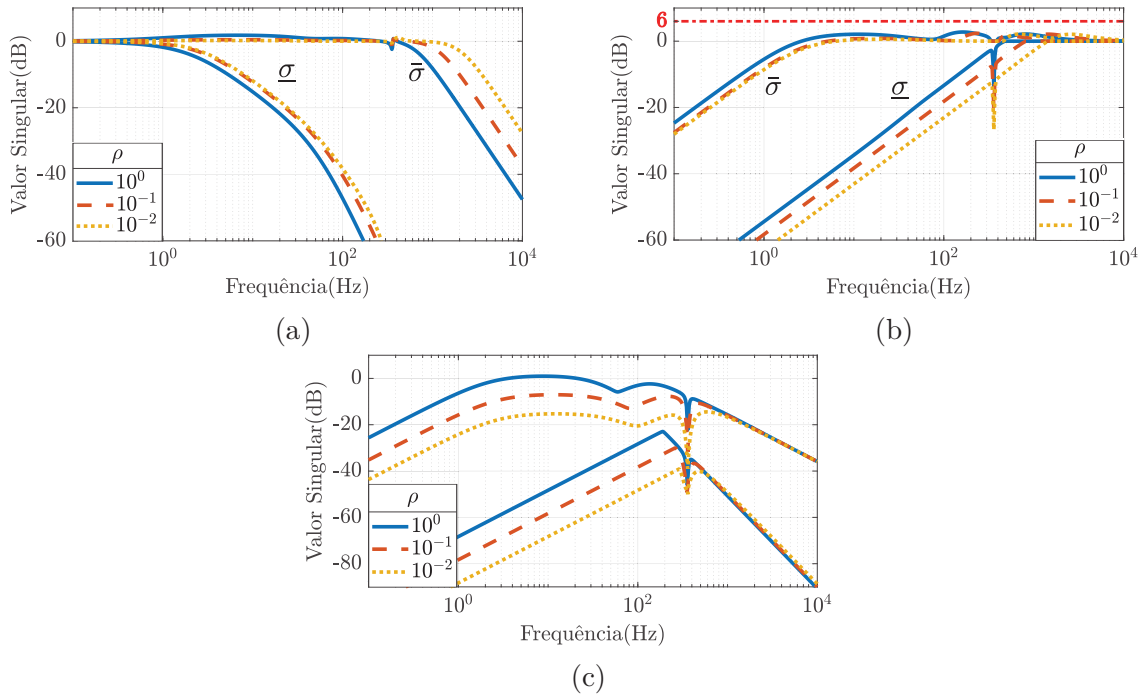
A variável ρ pondera o esforço das variáveis de controle. De acordo com a [Figura 25](#) a movimentação de seu valor, resulta em mudanças nos valores singulares máximos e mínimos de $\mathcal{T}(j\omega)$, $\mathcal{S}(j\omega)$ e $\mathcal{S}_d(j\omega)$. Ponderações mais altas de ρ reduzem o esforço de controle e conseqüentemente tornam o tempo de resposta de todo o sistema mais lento.

Pesos mais baixos, além de tornarem o sistema mais rápido, minimizam a norma infinita da matriz de sensibilidade e da matriz de sensibilidade ao distúrbio, o que aumenta a robustez e melhora a resposta transitória do sistema. Estas afirmações podem ser comprovadas observando a [Figura 25](#) e a [Tabela 8](#).

Tabela 8 – Norma infinita para variação de ρ .

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,23	1,38	1,12
10^{-1}	1,09	1,33	0,44
10^{-2}	1,18	1,32	0,21

A matriz diagonal ρ tem a característica de alterar a dinâmica de todo o sistema. Nota-se, na [Figura 25](#), que ρ modifica as faixas de passagens de ambos valores singulares

Figura 25 – Resposta em frequência sob variações de ρ .

Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

tanto de $\mathcal{T}(j\omega)$ quanto de $\mathcal{S}(j\omega)$. Contudo, na Figura 25 (a), $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ é mais afetado que $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$. Isto acontece pois os pesos referentes às correntes ($q_{1,1} \dots q_{4,4}$) e ao barramento CC ($q_{5,5}$) são diferentes, e por este motivo as faixas de passagem de $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ não são modificadas na mesma proporção. Tal fenômeno é notado na Figura 25 (b) e (c).

Além de tudo, considerando o controle somente em baixa frequência, $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega)) = \bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega)) \approx 1$, o que indica que todos os quatro valores singulares são praticamente unitários. Esta característica demonstra que independente da direção do vetor de referência o ganho será unitário, garantindo o rastreamento assintótico de $\tilde{i}_{1,q}$, $\tilde{i}_{2,d}$, $\tilde{i}_{2,q}$ e \tilde{v}_{cc} .

Por fim, destaca-se que a redução demasiada de ρ aumenta os valores dos ganhos da matriz \mathcal{K} o que pode levar à saturação dos índices de modulação dos conversores.

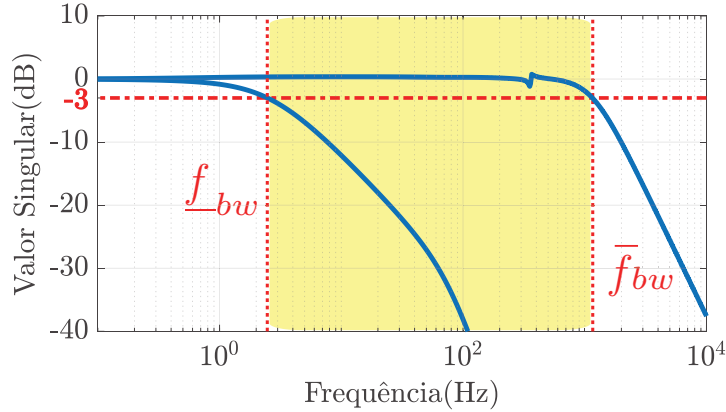
Com base nas análises anteriores, as matrizes de ponderação são escolhidas em (3.37) e (3.38) de forma que largura de banda máxima do sistema esteja abaixo de um décimo da frequência de comutação das chaves semicondutoras do BTB, minimize as normas infinitas da matriz de sensibilidade complementar, sensibilidade e sensibilidade ao distúrbio, reduza o maior valor singular da matriz de sensibilidade em baixas frequências e reduza o maior valor singular da matriz de sensibilidade complementar em altas frequências.

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \left(\left[10^{-8} \mathbf{I}_4 \quad 10^{-5} \quad 5 \times 10^3 \quad 10^1 \quad 5 \times 10^3 \quad 3 \times 10^{-3} \quad 10^{-3} \mathbf{I}_8 \right] \right), \quad (3.37)$$

$$\boldsymbol{\rho} = 10^{-1} \mathbf{I}_4. \quad (3.38)$$

A área hachurada na [Figura 26](#) representa a região da largura de banda do sistema multivariável em malha fechada, compreendida entre $f_{bw} \approx 2,5$ Hz e $\bar{f}_{bw} \approx 1,2$ kHz.

Figura 26 – Resposta em frequência do $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ para o projeto do LQR finalizado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

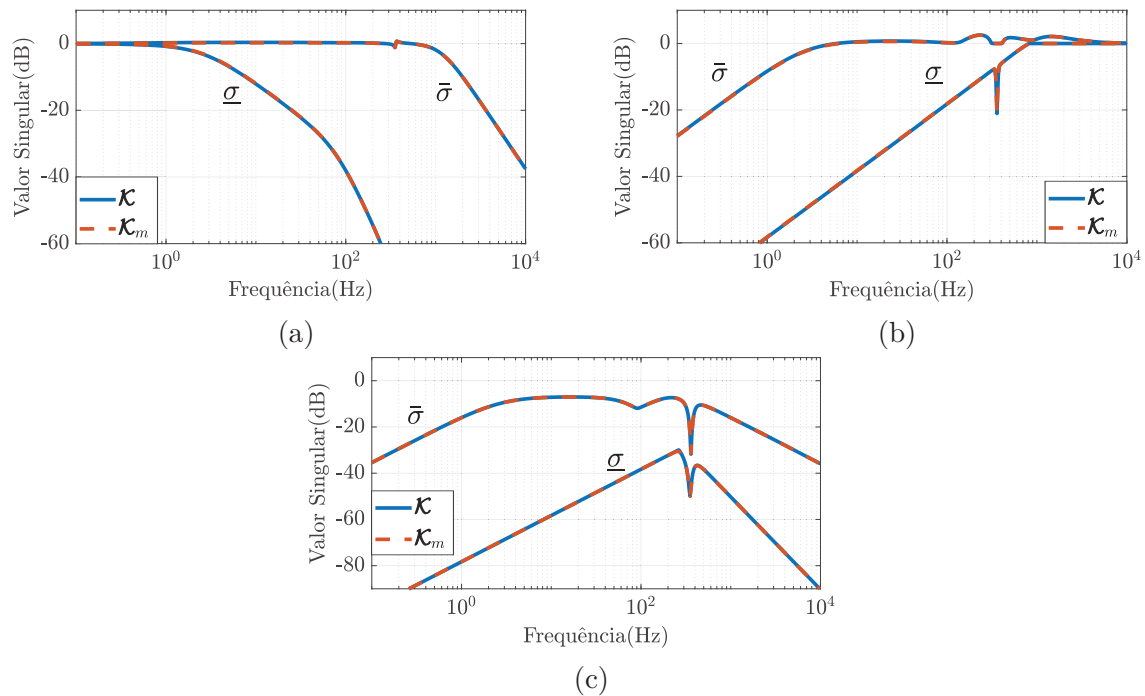
3.8 MODIFICAÇÃO DA MATRIZ DE REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS

A quantidade de elementos da matriz de realimentação de estados do projeto anterior, encontrada em (B.1) no [Apêndice B](#), pode comprometer a implementação digital do controlador por conta do esforço computacional demandado do processador digital de sinais (do inglês, *Digital Signal Processor*) (DSP). Desta forma, esta subseção propõe uma alternativa simples para suavizar este problema. A redução de ordem de $\mathcal{K}_{4 \times 17}$ pode ser realizada zerando determinados ganhos.

Sabe-se que as potências reativas entre os dois sistemas CA são fisicamente independentes e, portanto, uma não tem influência sobre a outra. Portanto, os ganhos que acoplam a potência reativa entre os dois lados são desprezados. Logo, além de anular os ganhos referentes aos estados da planta, os ganhos referentes aos estados dos controladores também são zerados. Além disso, os ganhos que acoplam os eixos d e q dos lados 1 e 2 e, entre eles, para todas as variáveis de estado, também são desprezados. Os únicos acoplamentos mantidos são aqueles relacionados à potências ativa média. Isto é, os termos em $\tilde{m}_{1,d}$ e $\tilde{m}_{2,d}$ relacionados a $\tilde{i}_{1,d}$, $\tilde{i}_{2,d}$, \tilde{v}_{cc} e suas respectivas integrais. Essa abordagem reduz o número de ganhos de 68 para 22. O valor anterior é o mesmo número de ganhos necessários para implementar o controle clássico com malha interna de corrente e externa de tensão baseado no controlador PI. Além disso, a metodologia proposta precisa de um integrador a menos (para $\tilde{i}_{1,d}$) do que a abordagem baseada em PIs. A matriz de ganhos modificada pode ser vista em (B.2) no [Apêndice B](#).

Para verificar o impacto da proposta, as respostas em frequência, apresentadas na [Figura 27](#), indicam que as margens de estabilidade e robustez não são alteradas, demonstrando que mesmo anulando alguns valores dos elementos da matriz de realimentação de estados as características do projeto original são mantidas. Nesta perspectiva, a matriz de ganhos modificada (B.2) foi utilizada na obtenção dos resultados experimentais.

Figura 27 – Resposta em frequência para diferentes matrizes de ganhos.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

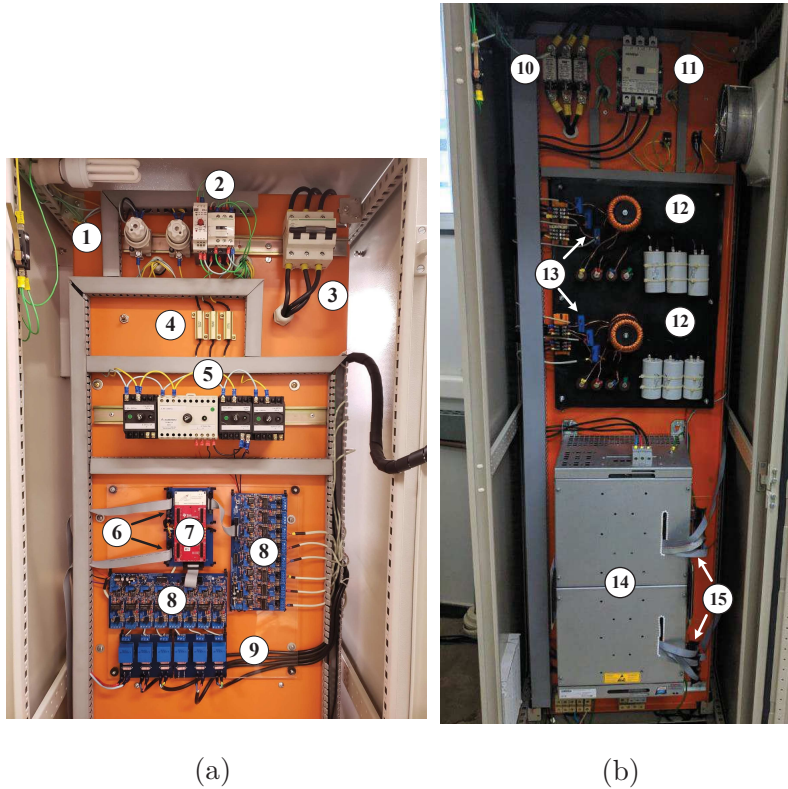
3.9 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A fim de validar a eficácia do controlador proposto anteriormente, um protótipo experimental de pequena escala, mostrado na [Fotografia 1](#), foi montado no laboratório do Grupo de Eletrônica de Potência (GEP-UFGM) e desenvolvido com base no sistema em estudo. Este protótipo é composto por:

1. Fusíveis de proteção;
2. Contator e temporizador;
3. Disjuntor geral;
4. Resistores auxiliares;
5. Fontes auxiliares;
6. Placas mãe;
7. *LaunchPad™LAUNCHXL-F28379D*.
8. Placas de condicionamento de sinais;
9. Sensores de tensão LEM LV20-P;
10. Fusíveis NH ultra rápido;

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 11. Contator trifásico; | 14. Conversor <i>back-to-back</i> ; |
| 12. Filtros; $L = 1$ mH e $C = 50$ μ F; | |
| 13. Sensores de corrente LEM LA100-P; | 15. Placas <i>buffer</i> . |

Fotografia 1 – Protótipo montado em laboratório.



Legenda: (a) Circuitos de condicionamento; (b) Circuito de potência.

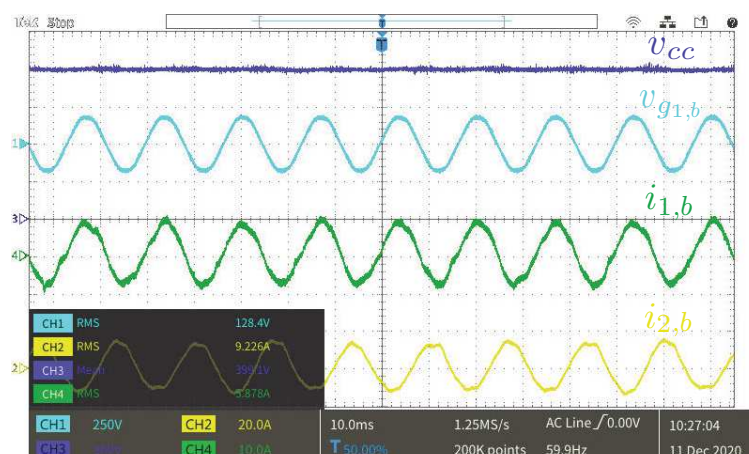
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Os capacitores CA do BTB não estão conectados. As curvas de inicialização da bancada além de detalhes sobre o protótipo podem ser encontrados no [Apêndice C](#).

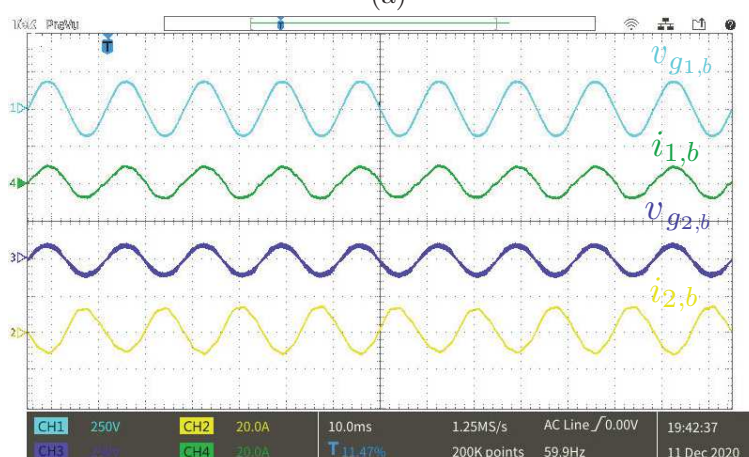
Um transformador com uma relação de 2:1 é usado no lado CA do Sistema 2 para garantir o isolamento entre os sistemas CA, uma vez que ambos lados do BTB utilizam a mesma rede elétrica. Como consequência, a tensão de pico nominal do Sistema 2 é 90 V. Os demais parâmetros do sistema são fornecidos na [Tabela 3](#).

A [Figura 28](#) (a) mostra a tensão do lado CC e as formas de onda da corrente de fase *b* dos Sistemas 1 e 2, em estado permanente. Os valores de referência são $i_{2,d}^* = 13$ A, $i_{1,q}^* = i_{2,q} = 0$ A e $v_{cc}^* = 400$ V. Enquanto [Figura 28](#) (b) representa a tensão e a corrente em ambos os lados sob a mesma condição operacional. Nota-se que o sistema de controle proposto é capaz de fornecer uma regulação rígida com formas de onda de boa qualidade de energia. Também deve ser destacado, que embora $i_{1,d}$ não seja diretamente controlado, ele se estabelece no valor correto a fim de regular a tensão do lado CC.

Figura 28 – Formas de onda para gerenciamento da potência ativa.



(a)



(b)

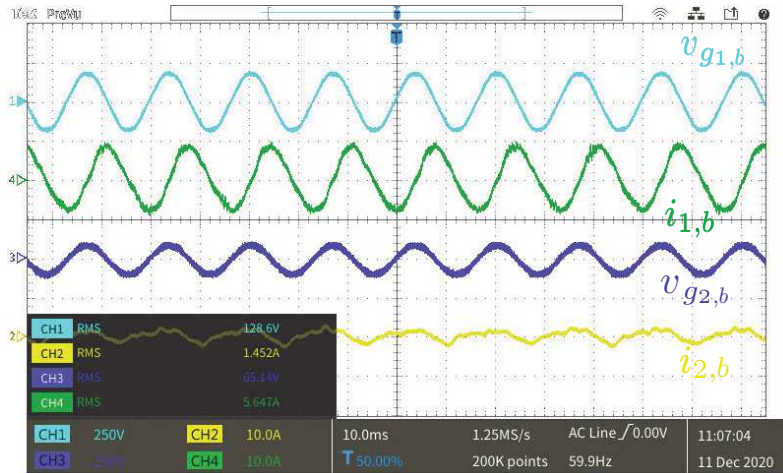
Legenda: (a) Tensão do Sistema 1 (canal 1), corrente de saída do BTB (canal 2), tensão do barramento CC (canal 3) e corrente de entrada do BTB (canal 4); (b) Tensão CA do Sistema 1 (canal 1), corrente de saída do BTB (canal 2), tensão CA do Sistema 2 (canal 3) e corrente de entrada do BTB (canal 4).

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

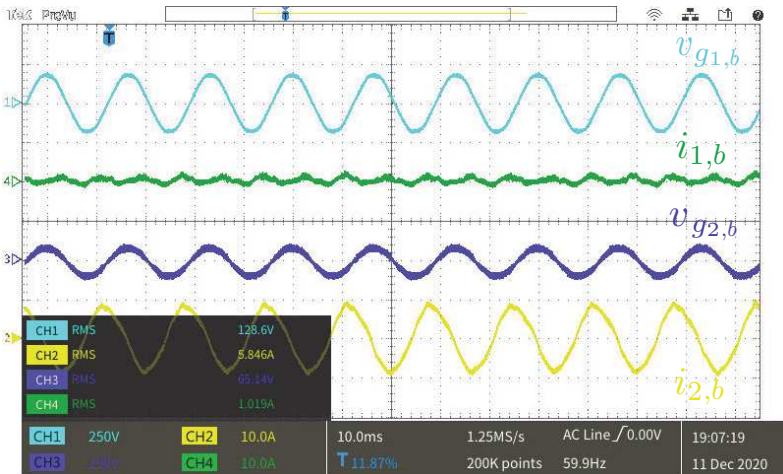
A Figura 29 (a) e (b) destacam as formas de onda das correntes de fase ‘b’ do Sistema 1 e 2 para a síntese de potência reativa em ambos os lados. As referências são $i_{1,q}^* = -8 \text{ A}$ e $i_{2,q}^* = 8 \text{ A}$, respectivamente. Enquanto, $i_{2,d}^* = 0 \text{ A}$, e $v_{cc}^* = 400 \text{ V}$. Pode-se ver que no primeiro caso (Figura 29 (a)) a corrente $i_{1,b}$ está atrasada em aproximadamente 90° em relação a $v_{g1,b}$. Por outro lado, $i_{2,b}$ está adiantada da tensão $v_{g2,b}$ em cerca de 90° . Deve-se destacar que em ambos os casos, para manter a tensão do lado CC regulada, haverá um valor de $i_{1,d}$ diferente de zero para contabilizar as perdas.

Na Figura 30 são apresentadas as formas de onda das tensões e correntes CA do BTB. Nestes resultados destaca-se a melhora na qualidade da forma de onda da corrente de entrada (em verde) quando o modulo ressonante é incluído.

Figura 29 – Formas de onda para gerenciamento da potência reativa.



(a)



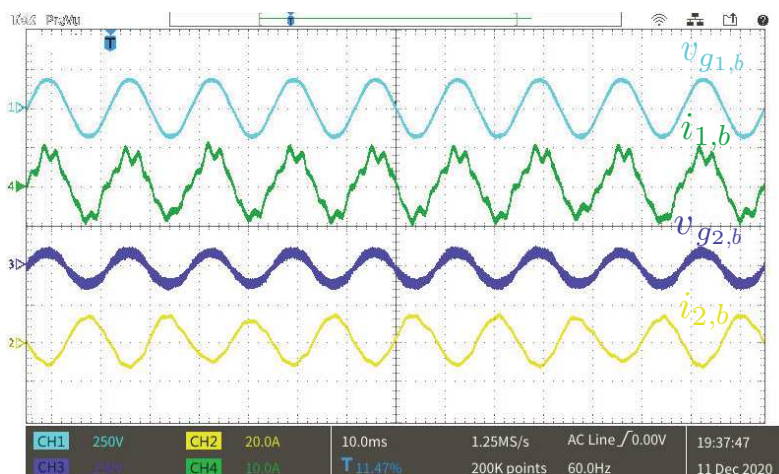
(b)

Legenda: (a) Tensão CA do Sistema 1 (canal 1), corrente de saída do BTB (canal 2), tensão CA do Sistema 2 (canal 3) e corrente de entrada do BTB (canal 4); (b) Tensão CA do Sistema 1 (canal 1), corrente de saída do BTB (canal 2), tensão CA do Sistema 2 (canal 3) e corrente de entrada do BTB (canal 4).

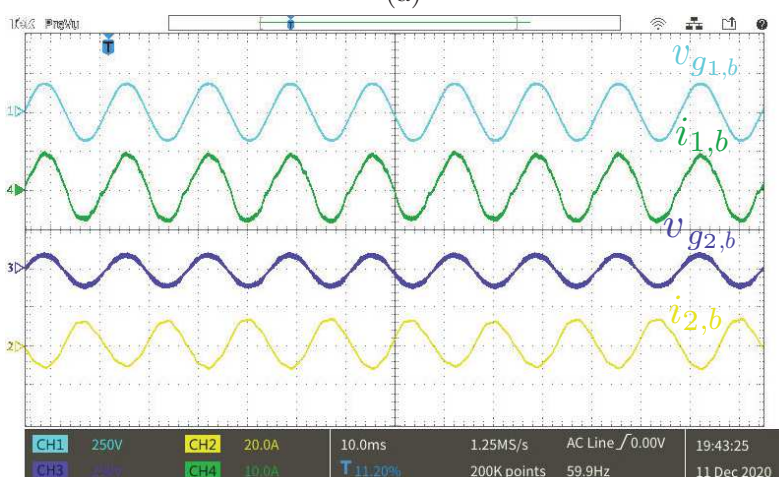
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A fim de avaliar o comportamento transitório do sistema foram aplicados degraus de referência das potência ativa e reativa. A Figura 31 (a) mostra a forma de onda do lado CA e da tensão CC durante o degrau de potência ativa. No evento ‘a’, a referência de potência ativa do Sistema 2 é alterada de 0 para $-2,7$ kW, enquanto em ‘b’ ela é alterada de volta para 0 kW. Pode ser visto que a resposta de corrente para ambos os lados é rápida e suave, sem sobressinal. Além disso, o controle de tensão do lado CC apresenta um sobressinal menor que 10 % e os tempos de acomodação estão de acordo com a região de largura de banda projetada, sendo a dinâmica v_{cc} a mais lenta.

Figura 30 – Formas de onda BTB destacando a corrente de entrada (em verde) do CIR 1.



(a)



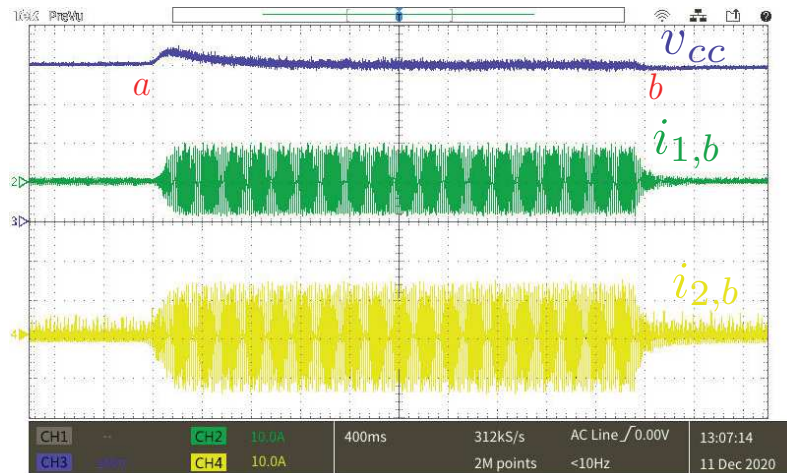
(b)

Legenda: (a) Sem o ressonante, $\text{THD}_{i_1} = 15,1\%$; (b) Com o ressonante, $\text{THD}_{i_1} = 4,70\%$.

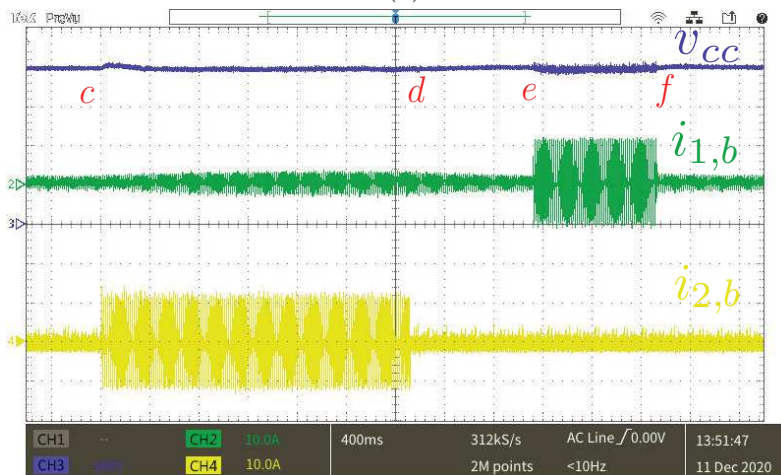
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Por fim, a [Figura 31 \(b\)](#) evidencia a resposta do sistema sob degraus de potência reativa. Entre os eventos ‘c’ e ‘d’ há uma variação de 0 a 1,35 kvar e de volta a 0 kvar no Sistema 2. Enquanto entre os eventos ‘e’ e ‘f’ a potência reativa no Sistema 1 é alterada de 0 para 2,7 kvar e de volta para 0 kvar. Observe que o sistema rastreia rapidamente a referência sem qualquer sobressinal. Além disso, é claro que as constantes de tempo das correntes em quadratura são menores que a referente à $i_{2,d}$, o que está de acordo com o projeto. Deve-se ressaltar também que quando o Sistema 2 estiver sintetizando potência reativa haverá um consumo de potência ativa do Sistema 1, lado em que a potência ativa não é regulada diretamente, para contabilizar as perdas. Essa é a razão pela qual há uma pequena variação na tensão do lado CC. Este fenômeno pode ser visto na [Figura 31 \(b\)](#).

Figura 31 – Comportamento do sistema sob degraus de potência ativa e reativa.



(a)



(b)

Legenda: (a) Resposta transitória para degraus de potência ativa; (b) Resposta transitória para degraus de potência reativa.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

3.10 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo o conversor BTB conectado a dois sistemas CA foi estudado como um sistema multivariável.

Através de modelagem, a topologia apresentou mais variáveis de estados que variáveis de controle e, portanto, não foi possível controlar todas elas de forma independente. Por ser um sistema não funcionalmente controlável, a decomposição em valores singulares foi utilizada para entender que a planta não é capaz de ser controlada quando a parcela de pequenos sinais das correntes de entrada e saída do BTB estiverem em sentidos opostos.

Dentre as possíveis variáveis que podem ser controladas, optou-se por descartar a

corrente $\tilde{i}_{1,d}$, uma vez que a soma dos elementos da linha da matriz de ganhos relativos correspondente a ela está mais distante de 1 que as demais. Por fim, um projeto de controle em espaço de estados foi proposto a fim de obter o rastreamento assintótico das referências.

No projeto de controladores em espaço de estados, além de ter que garantir erro nulo em estado permanente, o BTB deve manter a qualidade das correntes de entrada e saída. Por esse motivo, optou-se por projetar controladores ressonantes no sistema de coordenadas síncronos sintonizados no 6° harmônico para desta forma compensar 5° harmônico de sequência negativa e 7° harmônicos de sequência positiva no sistema de coordenadas estacionárias *abc*.

Neste capítulo foi proposto utilizar o regulador linear quadrático para controlar o conversor BTB. Aliado a isso, o principal objetivo foi estabelecer diretrizes para a escolha das matrizes de ponderações do LQR, para tornar o projeto sistemático.

A regra de Bryson foi empregada em todas as etapas dos projetos como ponto de partida na escolha dos pesos. Em seguida, à medida em que os pesos, ou um conjunto deles, foram sendo variados, o critério utilizado foi analisar a resposta em frequência dos valores singulares da matriz de sensibilidade complementar, sensibilidade e sensibilidade ao distúrbio, além de verificar suas normas infinitas.

Variar os pesos das correntes do BTB operando como interface entre dois sistemas CA altera os valores singulares relacionados com a maior largura de banda do sistema, enquanto variar o peso referente à tensão do barramento CC modifica os valores singulares relacionados com a menor largura de banda. Por outro lado, mexer igualmente com as ponderações dos integradores mantém a região entre a maior e a menor largura de banda do sistema uma vez que a dinâmica de todas as variáveis de estados controladas estão sendo mudadas mantendo a mesma razão. Portanto, tal região pode diminuir ou aumentar se tais pesos forem modificados separadamente.

Os pesos referentes ao controladores ressonantes não movimentam as larguras de banda do sistema. Por outro lado, eles mexem significativamente na largura de banda do próprio controlador ressonante.

O peso ρ é capaz de movimentar todas as variáveis de estado do sistema multivariável. Sua redução, aumenta a velocidade temporal de todo sistema e minimiza a norma infinita da matriz de sensibilidade e sensibilidade ao distúrbio, aumentando a robustez. Contudo, quanto menor o peso maior são os ganhos.

Foi proposto zerar o valor de alguns elementos da matriz de realimentação de estados a fim de viabilizar a implementação experimental e reduzir o esforço computacional do microcontrolador que será utilizado. Os valores anulados são escolhidos de acordo com as características físicas da topologia. Ademais, através de resultados comparativos no tempo e na frequência ficou comprovado a eficácia da proposta.

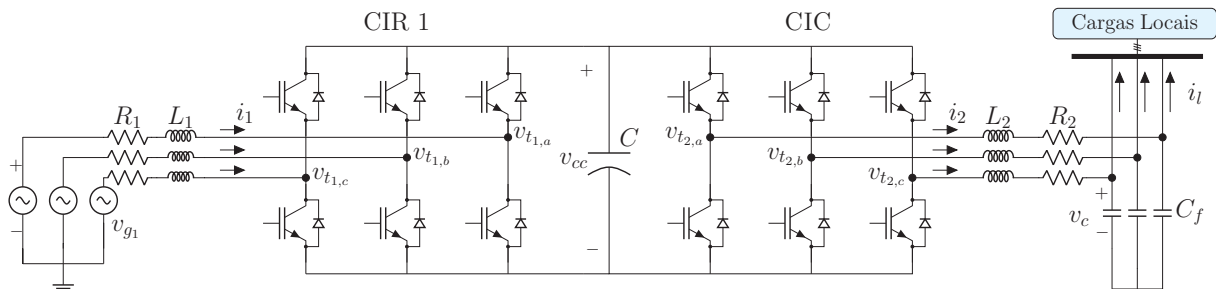
4 ESTUDO MULTIVARIÁVEL DO CONVERSOR BTB ALIMENTANDO CARGAS ISOLADAS

4.1 INTRODUÇÃO

Assim como foi feito no capítulo anterior, para o BTB alimentando cargas isoladas serão utilizados os conceitos descritos no Capítulo 2 além do Fluxograma 1 para analisar e entender o seu funcionamento. Logo, novamente serão analisados a controlabilidade funcional, a SVD, o número de condicionamento e a RGA para, posteriormente, uma abordagem em espaço de estados ser desenvolvida.

No Diagrama 13 é mostrado a topologia básica de um BTB-VSC alimentando cargas isoladas. Um dos VSCs deve ser utilizado para controlar as tensões de saída no ponto de conexão com as cargas. Para isso, é utilizado um filtro de saída LC de segunda ordem onde cargas locais lineares, não lineares, balanceadas ou desbalanceadas podem ser conectadas. Ademais, toda energia demandada por tais cargas é processada pelo conversor de interface 1 que é conectado a uma rede elétrica através de um filtro de saída L.

Diagrama 13 – Esquema representando as conexões do BTB-VSC alimentando cargas isoladas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

4.2 MODELAGEM

O sentido do fluxo de energia adotado para o BTB alimentando cargas isoladas é o mesmo do sistema estudado anteriormente. Por conta disso, a modelagem envolvendo o VSC conectado à rede elétrica 1 é a mesma para ambas configurações. As equações que regem o comportamento dinâmico encontram-se nas duas primeiras linhas de (3.2), e são:

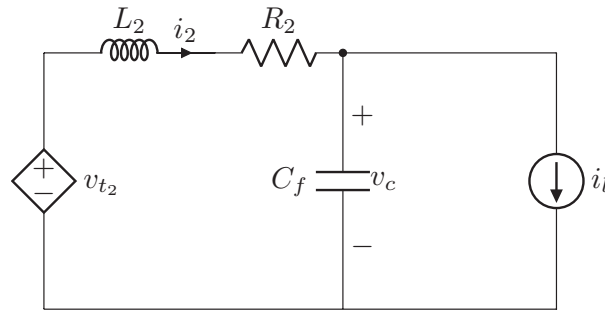
$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{1,d}}{dt} = -R_1 i_{1,d} + \omega_1 L_1 i_{1,q} - \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{1,d} + v_{g1,d} \\ L_1 \frac{di_{1,q}}{dt} = -R_1 i_{1,q} - \omega_1 L_1 i_{1,d} - \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{1,q} + v_{g1,q} \end{cases} \quad (4.1)$$

Vale destacar, que para esta topologia também foram utilizados a estratégia de modulação vetorial (BUSO; MATTAVELLI, 2006) para gerar o padrão de comutação das

chaves semicondutoras dos conversores e o DSOGI-PLL (TEODORESCU; BLAABJERG, 2004; RODRÍGUEZ *et al.*, 2006) como circuito de rastreamento do ângulo de tensão da rede elétrica.

O Diagrama 14 destaca o circuito equivalente médio por fase do conversor de interface com a carga (CIC). A corrente drenada pela carga, i_l , é considerada como perturbação e por isso, é modelada como uma fonte de corrente independente. Aplicando as leis de *Kirchhoff* ao circuito ilustrado no Diagrama 14, pode-se escrever as seguintes equações diferenciais do CIC no sistema de coordenadas síncrono:

Diagrama 14 – Circuito equivalente médio do conversor de interface com a carga.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

$$\begin{cases} L_2 \frac{di_{2,d}}{dt} = -R_2 i_{2,d} + \omega_2 L_2 i_{2,q} + \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{2,d} - v_{c,d} \\ L_2 \frac{di_{2,q}}{dt} = -\omega_2 L_2 i_{2,d} - R_2 i_{2,q} + \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{2,q} - v_{c,q} \\ C_f \frac{dv_{c,d}}{dt} = i_{2,d} + \omega_2 C_f v_{c,q} - i_{l,d} \\ C_f \frac{dv_{c,q}}{dt} = -\omega_2 C_f v_{c,d} + i_{2,q} - i_{l,q} \end{cases} \quad (4.2)$$

onde L_2 e C_f representam a indutância e a capacitância do filtro de saída; R_2 é a resistência série do indutor; a tensão média instantânea de saída do inversor é v_{t2} , que também pode ser escrita em função de v_{cc} e dos índices de modulação em coordenadas dq , $m_{2,d}$ e $m_{2,q}$, respectivamente; $v_{c,d}$ e $v_{c,q}$ são as tensões instantâneas em coordenadas dq do capacitor do filtro LC; $i_{2,d}$ e $i_{2,q}$ são as corrente instantâneas em coordenadas dq de saída do BTB; ω_2 é a frequência angular fundamental da tensão gerada pelo CIC, cujo valor pode ser diferente de ω_1 , uma vez que esta ela é definida no projeto do controlador.

Conforme discutido anteriormente, o sentido do fluxo de potência no BTB é igual para as duas topologias estudadas neste capítulo. Desta forma, o comportamento dinâmico da tensão no barramento CC já foi apresentado em (3.5). Isto posto, a dinâmica completa do BTB alimentando cargas isoladas de rede é dada pela combinação de (3.5), (4.1) e

(4.2).

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{di_{1,d}}{dt} = -R_1 i_{1,d} + \omega_1 L_1 i_{1,q} - \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{1,d} + v_{g_{1,d}} \\ L_1 \frac{di_{1,q}}{dt} = -R_1 i_{1,q} - \omega_1 L_1 i_{1,d} - \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{1,q} + v_{g_{1,q}} \\ L_2 \frac{di_{2,d}}{dt} = -R_2 i_{2,d} + \omega_2 L_2 i_{2,q} + \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{2,d} - v_{c,d} \\ L_2 \frac{di_{2,q}}{dt} = -R_2 i_{2,q} - \omega_2 L_2 i_{2,d} + \frac{v_{cc}}{\sqrt{3}} m_{2,q} - v_{c,q} \\ C_f \frac{dv_{c,d}}{dt} = i_{2,d} + \omega_2 C_f v_{c,q} - i_{l,d} \\ C_f \frac{dv_{c,q}}{dt} = i_{2,q} - \omega_2 C_f v_{c,d} - i_{l,q} \\ C \frac{dv_{cc}}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2} (m_{1,d} i_{1,d} + m_{1,q} i_{1,q} - m_{2,d} i_{2,d} - m_{2,q} i_{2,q}) \end{array} \right. \quad (4.3)$$

Note que (4.3) é não-linear, uma vez que há multiplicações de variáveis de estado por variáveis de controle. Logo, linearizando em torno de um ponto de operação dado por (A.2) (Apêndice A), sua dinâmica de pequenos sinais pode ser escrita na seguinte forma em espaço de estados,

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \mathbf{A}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{B}_f \mathbf{u}_f + \mathbf{F}_f \mathbf{d}_f \quad (4.4)$$

onde,

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & \omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{M_{1,d}}{\sqrt{3}L_1} \\ -\omega_1 & -\frac{R_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{M_{1,q}}{\sqrt{3}L_1} \\ 0 & 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \omega_2 & -\frac{1}{L_2} & 0 & +\frac{M_{2,d}}{\sqrt{3}L_2} \\ 0 & 0 & -\omega_2 & -\frac{R_2}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} & +\frac{M_{2,q}}{\sqrt{3}L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_f} & -\omega_2 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}M_{1,d}}{2C} & \frac{\sqrt{3}M_{1,q}}{2C} & -\frac{\sqrt{3}M_{2,d}}{2C} & -\frac{\sqrt{3}M_{2,q}}{2C} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} -\frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V_{cc}}{\sqrt{3}L_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}I_{1,d}}{2C} & \frac{\sqrt{3}I_{1,q}}{2C} & -\frac{\sqrt{3}I_{2,d}}{2C} & -\frac{\sqrt{3}I_{2,q}}{2C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_f = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C_f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_f} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

são as matrizes de estado, entrada e distúrbio, respectivamente; $\mathbf{x}_f = [\tilde{i}_{1,d}$
 $\tilde{i}_{1,q} \quad \tilde{i}_{2,d} \quad \tilde{i}_{2,q} \quad \tilde{v}_{c,d} \quad \tilde{v}_{c,q} \quad \tilde{v}_{cc}]^\top$ é o vetor de estados, $\mathbf{u}_f = [\tilde{m}_{1,d} \quad \tilde{m}_{1,q} \quad \tilde{m}_{2,d} \quad \tilde{m}_{2,q}]^\top$ é o
 vetor de entrada e $\mathbf{d}_f = [\tilde{v}_{g1,d} \quad \tilde{v}_{g1,q} \quad \tilde{i}_{l,d} \quad \tilde{i}_{l,q}]^\top$ é o vetor de distúrbio.

4.3 ESTUDO DAS DIREÇÕES

Utilizando a transformada de *Laplace* com condições iniciais nulas, a matriz de função de transferência do sistema, considerando apenas a entrada \mathbf{u}_f e a matriz de saída $\mathbf{C}_f = \mathbf{I}_{7 \times 7}$, pode ser calculada pela mesma relação de (3.9). Os parâmetros e os pontos de operação do sistema são apresentados na [Tabela 9](#).

Tabela 9 – Parâmetros do BTB alimentando cargas isoladas.

Parâmetros do Sistema	
Descrição	Valor
Frequência Fundamental da rede elétrica e do CIC (f_1, f_2)	60 Hz
Frequência de comutação das chaves semicondutoras (f_{sw})	18 kHz
Frequência de amostragem (f_s)	20 kHz
Tensão de pico da rede elétrica (\hat{V}_{g1})	180 V
Tensão no barramento CC (V_{cc})	400 V
Indutância entre a rede elétrica 1 e o BTB (L_1)	1 mH
Indutância entre a rede elétrica 2 e o BTB (L_2)	1 mH
Resistência equivalente entre a rede elétrica 1 e o BTB (R_1)	0,3 Ω
Resistência equivalente entre a rede elétrica 2 e o BTB (R_2)	0,3 Ω
Capacitância do barramento CC (C)	6 mF
Capacitância do filtro de saída LC (C_f)	50 μ F
Pontos de operação	
Descrição	Valor
Corrente de eixo d de entrada ($I_{1,d}$)	10,37 A
Corrente de eixo q de entrada ($I_{1,q}$)	0 A
Corrente de eixo d de saída ($I_{2,d}$)	10 A
Corrente de eixo q de saída ($I_{2,q}$)	3,4 A
Tensão de eixo d de saída ($V_{c,d}$)	180 V
Tensão de eixo q de saída ($V_{c,q}$)	0 V
Índice de Modulação de eixo d do CIR 1 ($M_{1,d}$)	0,7659
Índice de Modulação de eixo q do CIR 1 ($M_{1,q}$)	-0,0169
Índice de Modulação de eixo d do CIC ($M_{2,d}$)	0,7868
Índice de Modulação de eixo q do CIC ($M_{2,q}$)	0,0207

A matriz das funções de transferência resultante possui quatro entradas, sete saídas e um posto normal igual a quatro. Portanto, trata-se de uma planta não funcionalmente controlável com três direções de saída na qual a planta não pode ser controlada.

Assim como foi feito para o sistema anterior, utiliza-se a decomposição em valores singulares na frequência do ponto de operação do sistema para encontrar as direções de saída que não são afetadas pelas entradas. Além disso, para este modo de operação, elas são

as últimas três colunas da matriz singular de saída. Isto posto, $\mathcal{G}_f(j0)$ é decomposto em:

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\begin{bmatrix} -0,01910 & -0,02086 & 0,00189 & -0,05022 & -0,46234 & 0,00100 & \mathbf{-0,88483} \\ -0,62844 & 0,77349 & 0,00004 & -0,08233 & 0 & 0 & 0 \\ 0,00013 & 0,00014 & 0,01884 & 0,00035 & \mathbf{-0,88517} & 0,04614 & \mathbf{0,46258} \\ -0,00623 & -0,00681 & 0,00040 & -0,01639 & -0,04086 & \mathbf{-0,99876} & 0,02145 \\ -0,33065 & -0,36120 & 0,02140 & -0,86952 & \mathbf{0,02748} & \mathbf{0,01877} & \mathbf{0,05071} \\ -0,00701 & -0,00764 & -0,99959 & -0,01881 & \mathbf{-0,01699} & \mathbf{0,00087} & \mathbf{0,00814} \\ -0,70376 & -0,52030 & -0,00018 & 0,48375 & 0 & 0 & \mathbf{0} \end{bmatrix}}^{\mathbf{W}(j0)}, \\
 \\
 \overbrace{\begin{bmatrix} 1124,93 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 392,48 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 232,63 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 208,32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{\Sigma}(j0)}, \quad \overbrace{\begin{bmatrix} 0,38984 & 0,89723 & -0,00047 & -0,20738 \\ 0,91994 & -0,38963 & -0,00073 & 0,04362 \\ -0,04163 & -0,20770 & 0,02719 & -0,97693 \\ -0,00199 & -0,00579 & -0,99963 & -0,02650 \end{bmatrix}}^{\mathbf{V}(j0)}. \\
 \end{array} \tag{4.6}$$

Para entender o motivo pelo qual a direção dada por $\mathbf{w}_5(j0)$ não pode ser controlada, é preciso visualizar a quinta linha da matriz \mathcal{A}_f , cuja relação é dada por:

$$C_f \frac{d\tilde{v}_{c,d}}{dt} = (\tilde{i}_{2,d} + \omega_1 C_f \tilde{v}_{c,q}) - \tilde{i}_{l,d}. \tag{4.7}$$

De acordo com (4.7), se a tensão de eixo direto do capacitor é aumentada (sentido positivo), considerando que a corrente $\tilde{i}_{l,d}$ é fixa, o termo $\tilde{i}_{2,d} + \omega_1 C_f \tilde{v}_{c,q}$ deve obrigatoriamente aumentar. Contudo, note que no vetor $\mathbf{w}_5(j0)$, enquanto $\tilde{v}_{c,d}$ aumenta, $\tilde{i}_{2,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$ diminuem, fazendo com que o termo $\tilde{i}_{2,d} + \omega_1 C_f \tilde{v}_{c,q}$ também diminua, tornando o sistema instável e impossível de ser controlado.

De maneira semelhante a anterior, utiliza-se a sexta linha da matriz \mathcal{A}_f para auxiliar no entendimento da direção de $\mathbf{w}_6(j0)$.

$$C_f \frac{d\tilde{v}_{c,q}}{dt} = (\tilde{i}_{2,q} - \omega_1 C_f \tilde{v}_{c,d}) - \tilde{i}_{l,q}. \tag{4.8}$$

Fisicamente, conforme (4.8), o aumento da tensão de coordenada q do capacitor (sentido positivo) é possível apenas se o termo $\tilde{i}_{2,q} - \omega_1 C_f \tilde{v}_{c,d}$ aumentar, observando

que a corrente $\tilde{i}_{l,q}$ é fixa. No entanto, a direção de $\mathbf{w}_6(j0)$ não obedece a essa relação. Perceba que enquanto $\tilde{v}_{c,q}$ aumenta (sentido positivo), $\tilde{v}_{c,d}$ também aumenta (sentido positivo) e $\tilde{i}_{2,q}$ diminui (sentido negativo), tornando o termo $\tilde{i}_{2,q} - \omega_1 C_f \tilde{v}_{c,d}$ mais negativo e impossibilitando o sistema de encontrar um novo ponto de operação estável.

Por fim, para compreender $\mathbf{w}_7(j0)$, se faz necessário considerar as potências ativas de pequenos sinais nos terminais do BTB. Por conta disso, fazem-se as seguintes simplificações para facilitar a análise

$$\begin{cases} \tilde{p}_{t_1} \approx \tilde{p}_{ac_1} = \frac{3}{2} V_{g_1} \tilde{i}_{1,d} \\ \tilde{p}_{t_2} \approx \tilde{p}_{ac_2} = \frac{3}{2} (V_{c,d} \tilde{i}_{2,d} + \tilde{v}_{c,d} I_{2,d} + \tilde{v}_{c,q} I_{2,q}), \end{cases} \quad (4.9)$$

como consequência, a potência ativa instantânea de pequenos sinais que flui pelo capacitor do lado CC:

$$\tilde{p}_c = \frac{3}{2} [V_{g_1} \tilde{i}_{1,d} - (V_{c,d} \tilde{i}_{2,d} + \tilde{v}_{c,d} I_{2,d} + \tilde{v}_{c,q} I_{2,q})]. \quad (4.10)$$

Desta forma, para que um novo ponto de operação estável seja encontrado a potência média de pequenos sinais que flui pelo capacitor deve ser nula, portanto, o lado direito da equação (4.10) deve ser igual a zero. Consequentemente, como V_{g_1} , $V_{c,d}$, $I_{2,d}$ e $I_{2,q}$ são grandezas constantes e positivas $\tilde{i}_{1,d}$, $\tilde{i}_{2,d}$, $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$ devem variar de forma a garantir que $\tilde{p}_c = 0$.

De acordo com $\mathbf{w}_7(j0)$, $\tilde{i}_{1,d}$ diminui (sentido negativo) e $\tilde{i}_{2,d}$, $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$ aumentam (sentido positivo). Caso isso ocorra, a potência \tilde{p}_c será negativa e o capacitor será totalmente descarregado. A análise anterior explica o fato da direção $\mathbf{w}_7(j0)$ não ser controlável.

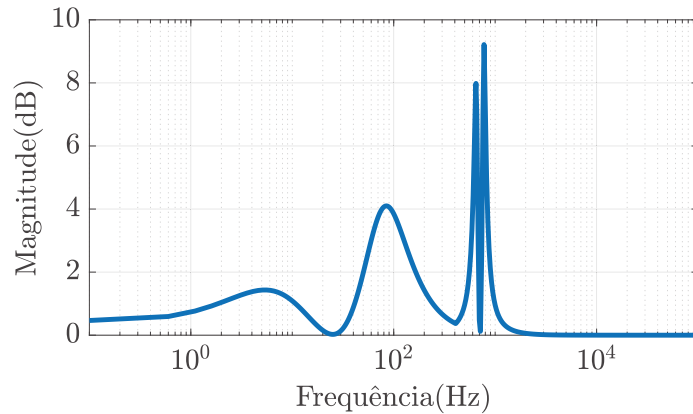
4.4 ESTUDOS A PARTIR DA MATRIZ DE GANHOS RELATIVOS

A Figura 32 destaca o comportamento do condicionamento ótimo para $\mathcal{G}_f(j\omega)$. Note que o sistema, apesar de ser não quadrado e possuir acoplamentos entre as variáveis de estado, apresenta um bom condicionamento com pico de 9,2 dB. Logo, controlar $\mathcal{G}_f(j\omega)$ não é uma tarefa difícil já que seu comportamento não é muito diferente diante das várias direções do vetor de entrada.

Por ser um sistema não funcionalmente controlável, se faz necessário escolher quais as variáveis de estado devem ser controladas. Logo, das sete possíveis, apenas quatro podem ser controladas de forma independente, uma vez que há somente quatro variáveis de controle. Para auxiliar nesta seleção, a Figura 33 apresenta a resposta em frequência da soma dos elementos das linhas da matriz de ganhos relativos de $\mathcal{G}_f(j\omega)$.

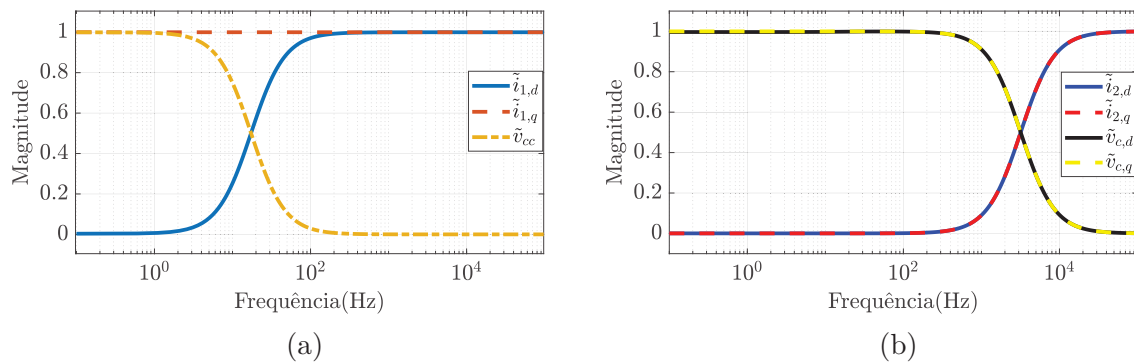
Diante dos resultados da Figura 33, é razoável inferir que para frequências até 10 Hz, deve-se controlar, $\tilde{i}_{1,q}$, \tilde{v}_{cc} , $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$. Note que as respostas da Figura 33 (a) e da Figura 9 são similares. Logo, utilizar, na mesma frequência, $\tilde{i}_{1,d}$ e \tilde{v}_{cc} como variáveis de controle não é indicado.

Figura 32 – Resposta em frequência do número de condicionamento ótimo de $\mathcal{G}_f(j\omega)$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 33 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathcal{G}_f(j\omega))$.



Legenda: (a) Para $\tilde{i}_{1,d}$, $\tilde{i}_{1,q}$ e \tilde{v}_{cc} ; (b) Para $\tilde{i}_{2,d}$, $\tilde{i}_{2,q}$, $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

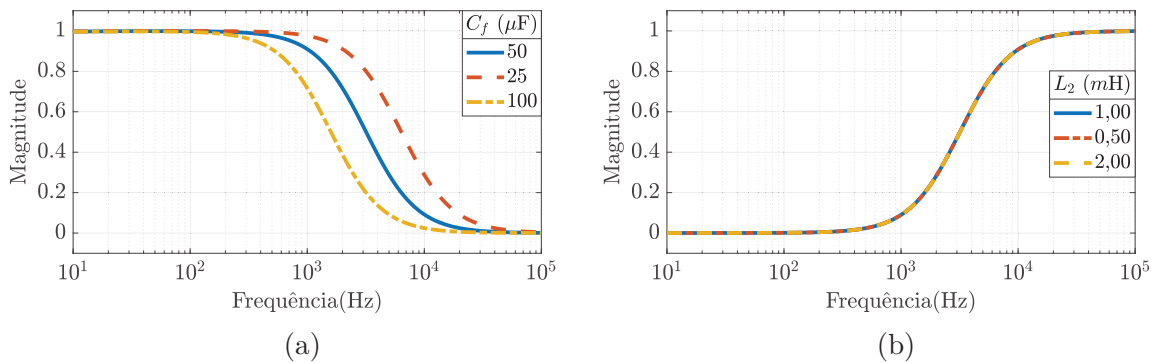
Através dos resultados da Figura 33 (b) conclui-se que pode-se controlar as tensões $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$ em um amplo espectro de frequência. Esta característica é importante quando cargas não lineares são alimentadas e suas correntes harmônicas devem ser rejeitadas pelo controle, garantindo uma tensão teoricamente livre de componentes harmônicos. O limite máximo da frequência que pode ser controlada, de acordo com a Figura 33 (b) é de 3 kHz, ou seja, até a harmônica de ordem 50 nas coordenadas síncronas. Apesar desse limite teórico ser grande, na prática não é necessário compensar um número tão elevado de harmônicas para garantir uma boa qualidade da tensão.

Por outro lado, para frequências superiores à 3 kHz, é possível controlar as correntes $\tilde{i}_{2,d}$ e $\tilde{i}_{2,q}$. Isso é possível devido a redução da impedância do capacitor tornando possível a circulação de correntes de alta frequência pelos capacitores do filtro e não pela carga. Entretanto, a princípio não faz sentido controlar essas correntes. Aliado a isso, como o ponto de operação dessas correntes são inteiramente dependentes da carga, elas não podem

ser controladas em baixas frequências.

Através da análise da [Figura 34](#) (a) conclui-se que a faixa de passagem para controlar $\tilde{v}_{c,d}$, $\tilde{v}_{c,q}$, depende da capacitância do filtro de saída, C_f . Note que o aumento do capacitor diminui a faixa de passagem e conseqüentemente limita a banda no projeto de controladores. Esta afirmação se estende a $\tilde{i}_{2,d}$ e $\tilde{i}_{2,q}$ já que existe um compromisso entre essas correntes, $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$, de acordo com a [Figura 33](#) (b).

Figura 34 – Soma dos elementos das linhas de $\Lambda(\mathcal{G}_f(j\omega))$ sob variação paramétrica.



Legenda: (a) Para diferentes valores de C_f ; (b) Para diferentes valores de L_2 .

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Da mesma forma que a capacitância, na [Figura 34](#) (b), a indutância do filtro de saída é variada para compreender qual é o impacto na soma das linhas de $\Lambda(\mathcal{G}_f(j\omega))$. Perceba que diferentemente da [Figura 34](#) (a) a faixa de passagem não se altera de maneira significativa com a variação da indutância de saída.

Apesar de não fazer parte do escopo desta pesquisa, destaca-se que as análises anteriores podem ser utilizadas pra auxiliar o projeto do filtro de saída.

4.5 SISTEMA AUMENTADO EM ESPAÇO DE ESTADOS

Novamente um sistema de controle centralizado em espaço de estados é proposto e projetado de forma que não haja distinção qual lado do conversor controlada cada variável de estado. Isto é, o controle das variáveis de um lado do BTB influenciam no controle do outro lado e vice-versa.

4.5.1 Controlador de baixas frequências

Sabendo que as variáveis a serem controladas tem uma característica estacionária pode-se empregar integradores para garantir o rastreamento dos sinais de referência sem erro de regime. Desse modo, utilizando as variáveis auxiliares $x_{1,q}$, $x_{c,d}$, $x_{c,q}$ e x_{cc} equivalentes à integral dos erros da corrente de quadratura de entrada do BTB, das tensões

nas coordenadas dq sobre o capacitor do filtro de saída LC e da tensão no barramento CC, respectivamente, têm-se:

$$\begin{cases} \frac{dx_{1,q}}{dt} = \tilde{i}_{1,q}^* - \tilde{i}_{1,q} \\ \frac{dx_{c,d}}{dt} = \tilde{v}_{c,d}^* - \tilde{v}_{c,d} \\ \frac{dx_{c,q}}{dt} = \tilde{v}_{c,q}^* - \tilde{v}_{c,q} \\ \frac{dx_{cc}}{dt} = \tilde{v}_{cc}^* - \tilde{v}_{cc} \end{cases} \quad (4.11)$$

Na forma generalizada de espaço de estados, (4.11) pode escrita como:

$$\dot{\mathbf{x}}_{f,i} = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{f,i} + \mathbf{B}_i \mathbf{e}_{f,i}, \quad (4.12)$$

onde $\mathbf{x}_{f,i}$ é o vetor de estados relacionados à dinâmica adicional, $\mathbf{e}_{f,i}$ é o vetor de erro do controlador, \mathbf{A}_i e \mathbf{B}_i são definidos em (3.15). Portanto, combinando (4.4) com (4.12), é possível representar o sistema aumentado, como destacado na Diagrama 15. Além disso, a seguinte relação pode ser escrita:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_f \\ \dot{\mathbf{x}}_{f,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f & \mathbf{0}_{7 \times 4} \\ -\mathbf{B}_i \mathbf{C}_f & \mathbf{A}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_f \\ \mathbf{x}_{f,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_f \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \mathbf{u}_f + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_f \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \mathbf{d}_f + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{7 \times 4} \\ \mathbf{B}_i \end{bmatrix} \mathbf{r}_{f,i}. \quad (4.13)$$

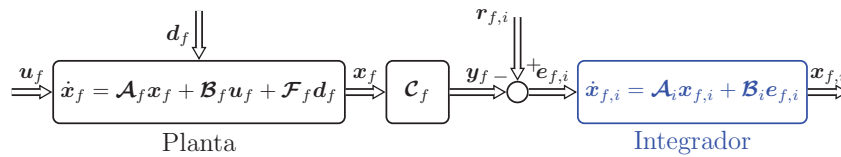
ou na forma compacta

$$\dot{\mathbf{x}}_{f,a} = \mathbf{A}_{f,a} \mathbf{x}_{f,a} + \mathbf{B}_{f,a} \mathbf{u}_f + \mathbf{F}_{f,a} \mathbf{d}_f + \mathbf{B}_f^* \mathbf{r}_{f,i}, \quad (4.14)$$

onde, $\mathbf{r}_{f,i}$ é o vetor com os sinais de referência do controlador.

A representação em blocos do sistema aumentado é ilustrada no Diagrama 15.

Diagrama 15 – Sistema aumentado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

4.5.2 Controlador de altas frequências

O lado isolado do BTB tem de ser responsável por manter uma tensão de saída trifásica, equilibrada e senoidal, independente do tipo de cargas a ser alimentada. Contudo, somente a realimentação dos estados da planta juntamente com a ação integral não são suficientes para rejeitarem distúrbios causados por cargas não lineares. Uma alternativa para solucionar este problema consiste na inclusão de controladores ressonantes sintonizados

na frequência do sinal a ser seguido e/ou rejeitado. Além disso, assim como acontece na topologia anterior, devido a não linearidades inerentes aos sistemas eletrônicos de potência, harmônicos de baixa frequência podem reduzir a qualidade da corrente CA do CIR (ALMEIDA *et al.*, 2014; ALMEIDA *et al.*, 2015; FOGLI *et al.*, 2019; ALMEIDA *et al.*, 2020).

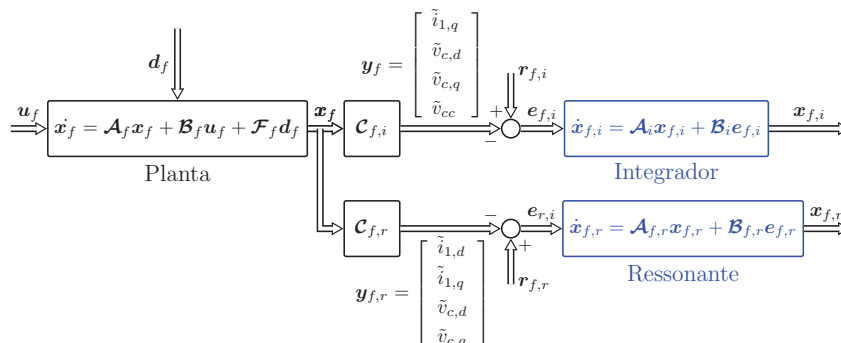
Novamente, os controladores ressonantes, projetados no sistema de coordenadas síncrono são utilizados para mitigar esses componentes harmônicos indesejados. Para incluir os polos ressonantes no espaço de estados, a representação demonstrada em (3.18) e (3.19) são utilizadas. No entanto, para esta topologia, $j \in \{1,c\}$.

De acordo com (FOGLI *et al.*, 2019), os principais componentes indesejados gerados são o 5° harmônico de sequência negativa e o 7° harmônico de sequência positiva. Esses componentes reduzem a qualidade das correntes do lado CA do CIR e devem ser compensados. Isso pode ser realizado incluindo um controlador ressonante ajustado para $6\omega_1$ na malha de corrente $\tilde{i}_{1,d}$ e $\tilde{i}_{1,q}$ (LISERRE; TEODORESCU; BLAABJERG, 2006). Esta compensação é possível porque de acordo com a Figura 33 (a), as correntes acima mencionadas podem ser reguladas arbitrariamente para frequências superiores a 100 Hz.

Um retificador trifásico, que demanda da fonte de alimentação não apenas a componente fundamental, mas também um elevado conteúdo harmônico, como o 5°, 7°, 11° e 13° é um bom exemplo de carga que pode comprometer a qualidade da tensão de saída. Para rejeitar tais componentes harmônicos, controladores ressonantes sintonizados no 6° e 12° harmônicos são incluídos na malha de controle de $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$. Isso permite compensar a 5° e a 11° harmônicas de sequência negativa, bem como as 7° e 13° harmônicas de sequência positiva nas coordenadas abc . Observe que, de acordo com a Figura 33 (b), os componentes anteriores podem ser facilmente regulados.

O diagrama de blocos do sistema aumentado com a inclusão de controladores de baixa e alta frequência é ilustrado no Diagrama 16. Como os controladores possuem entradas diferentes, as matrizes $\mathbf{C}_{f,i}$ e $\mathbf{C}_{f,r}$ não podem ser idênticas.

Diagrama 16 – Sistema aumentado com módulos ressonantes.



Baseado no [Diagrama 16](#) a seguinte equação de espaço de estado aumentada pode ser escrita:

$$\dot{\mathbf{x}}_{f,a} = \mathbf{A}_{f,a}\mathbf{x}_{f,a} + \mathbf{B}_{f,a}\mathbf{u}_f + \mathbf{F}_{f,a}\mathbf{d}_f + \mathbf{B}_f^*\mathbf{r}_f, \quad (4.15)$$

onde,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{f,a} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_f^\top & \mathbf{x}_{f,i}^\top & \mathbf{x}_{f,r}^\top \end{bmatrix}^\top, \\ \mathbf{A}_{f,a} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f & \mathbf{0}_{7 \times 4} & \mathbf{0}_{7 \times 12} \\ -\mathbf{B}_i\mathbf{C}_{f,i} & \mathbf{A}_i & \mathbf{0}_{4 \times 12} \\ -\mathbf{B}_{f,r}\mathbf{C}_{f,r} & \mathbf{0}_{12 \times 4} & \mathbf{A}_{f,r} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{f,a} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_f \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{12 \times 4} \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{f,a} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_f \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{12 \times 4} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_f^* &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{7 \times 4} & \mathbf{0}_{7 \times 4} \\ \mathbf{B}_i & \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{2 \times 4} & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ [\mathbf{B}_6 & \mathbf{0}_{2 \times 3}] & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ [\mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{B}_6 & \mathbf{0}_{2 \times 2}] & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ [\mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{B}_6 & \mathbf{0}_{2 \times 1}] & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ [\mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{0}_{2 \times 2}] & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ [\mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{0}_{2 \times 1}] & \mathbf{0}_{2 \times 4} \end{bmatrix}, \mathbf{r}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{f,i} \\ \mathbf{r}_{f,r} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

$\mathbf{x}_{f,r} \in \mathbb{R}^{12}$ são as variáveis de estado do controlador ressonante harmônico,

$$\mathbf{A}_{f,r} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_6 & & & & & \\ & \mathbf{A}_6 & & & & \\ & & \mathbf{A}_6 & & & \\ & & & \mathbf{A}_6 & & \\ & & & & \mathbf{A}_{12} & \\ & & & & & \mathbf{A}_{12} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B}_{f,r} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_6 & & & & & \\ & \mathbf{B}_6 & & & & \\ & & \mathbf{B}_6 & & & \\ & & & \mathbf{B}_6 & & \\ & & & & \mathbf{B}_{12} & \\ & & & & & \mathbf{B}_{12} \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

Os controladores integrais e ressonantes compartilham os mesmos sinais de erro $e_{1,q}$, $e_{c,d}$ e $e_{c,q}$ como entradas, por este motivo, suas respectivas matrizes de entrada, fazem parte da matriz de referência \mathbf{B}_f^* em (4.15). Além disso, $\mathbf{r}_{f,i}$ é o vetor de referência de baixa frequência, enquanto $\mathbf{r}_{f,r}$ é o vetor de alta frequência. Como o principal objetivo do compensador de alta frequência é atenuar componentes harmônicos indesejados, o valor de $\mathbf{r}_{f,r}$ é nulo.

4.6 PROJETO DO LQR PARA O BTB ALIMENTANDO CARGAS ISOLADAS

A partir da definição do sistema aumentado, o próximo passo é desenvolver um projeto sistemático para a escolha das matrizes de ponderações do LQR. De maneira similar à [Seção 3.6](#), a metodologia se baseia na observação da resposta em frequência dos valores singulares máximo e mínimo da matriz de função de sensibilidade, da matriz de sensibilidade complementar e da matriz da sensibilidade ao distúrbio além da minimização de suas normas infinitas.

Diante do sistema aumentado proposto em (4.15) a realimentação completa de estados é dada pela lei

$$\mathbf{u}_f = -\mathcal{K}_f \mathbf{x}_{f,a}, \quad (4.18)$$

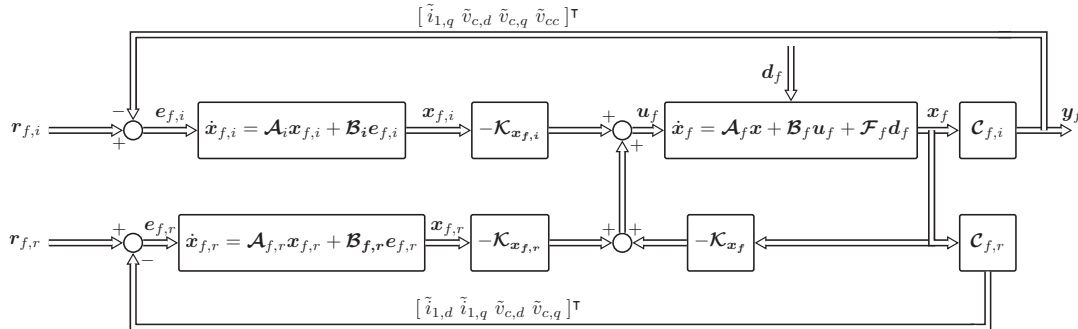
em que $\mathcal{K}_f \in \mathbb{R}^{4 \times 23}$ e pode ser decomposto como,

$$\mathcal{K}_f = [\mathcal{K}_{x_f} \quad \mathcal{K}_{x_{f,i}} \quad \mathcal{K}_{x_{f,r}}], \quad (4.19)$$

onde $\mathcal{K}_{x_f} \in \mathbb{R}^{4 \times 7}$ representa a matriz de ganhos de realimentação das correntes dq de entrada e saída do BTB, as tensões dq de saída do filtro LC e a tensão do barramento CC. Já a matriz $\mathcal{K}_{x_{f,i}} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ representa os ganhos da realimentação das ações integrais e $\mathcal{K}_{x_{f,r}} \in \mathbb{R}^{4 \times 12}$ são os ganhos da realimentação dos controladores ressonantes.

O diagrama de controle do sistema aumentado após a realimentação de estados está destacado no Diagrama 17 cujos ganhos de realimentação serão calculados no decorrer desta seção.

Diagrama 17 – Diagrama de blocos do sistema de controle por realimentação de estados para o BTB alimentando cargas isoladas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Substituindo (4.18) em (4.15) resulta no seguinte sistema em malha fechada

$$\dot{\mathbf{x}}_{f,a} = (\mathcal{A}_{f,a} - \mathcal{B}_{f,a} \mathcal{K}_f) \mathbf{x}_{f,a} + \mathcal{B}_{f,a}^* \mathbf{r}_f + \mathcal{F}_{f,a} \mathbf{d}_f. \quad (4.20)$$

Portanto, \mathcal{K}_f deve ser projetado de forma que os autovalores $\mathcal{A}_{f,a} - \mathcal{B}_{f,a} \mathcal{K}_f$ sejam alocados em uma região particular do plano complexo. Para isto, o LQR novamente será utilizado para otimizar a alocação dos polos.

4.6.1 Projeto das Matrizes \mathbf{Q} e ρ

Novamente, a regra de Bryson é escolhida como ponto de partida na escolha dos pesos das matrizes $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{23 \times 23}$ e $\rho \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$. No entanto, assim como para a topologia anterior, tais ponderações devem ser escolhidas de maneira que os objetivos destacados na Subseção 3.7.1 sejam garantidos. Para isso, os valores singulares da matriz da função

de sensibilidade complementar, da matriz de sensibilidade e da matriz de sensibilidade ao distúrbio do sistema no domínio da frequência necessitam ser analisados.

Para que o projeto se torne sistemático é proposto variar um peso ou um conjunto de pesos. Serão variados os pesos das matrizes \mathbf{Q} e $\boldsymbol{\rho}$ respeitando a seguinte divisão e ordem:

1. Pesos Referentes às Correntes CA de Entrada do BTB (Subseção 4.6.2);
2. Pesos Referentes às Variáveis do Filtro LC (Subseção 4.6.3);
3. Peso Referente à Tensão do Barramento CC (Subseção 4.6.4);
4. Pesos Referentes aos Controladores Integrais (Subseção 4.6.5);
5. Pesos Referentes aos Controladores Ressonantes (Subseção 4.6.6);
6. Pesos da matriz relativos às variáveis de controle (Subseção 4.6.7);

4.6.2 Pesos Referentes às Correntes CA de Entrada do BTB ($q_{1,1}$ e $q_{2,2}$)

Inicialmente escolhe-se 1 como maior valor aceitável para os pesos referentes às correntes de entrada do BTB, ou seja, $\tilde{i}_{1,d}$ e $\tilde{i}_{1,q}$. Logo, conforme (3.32), $q_{1,1} = q_{2,2} = 1$.

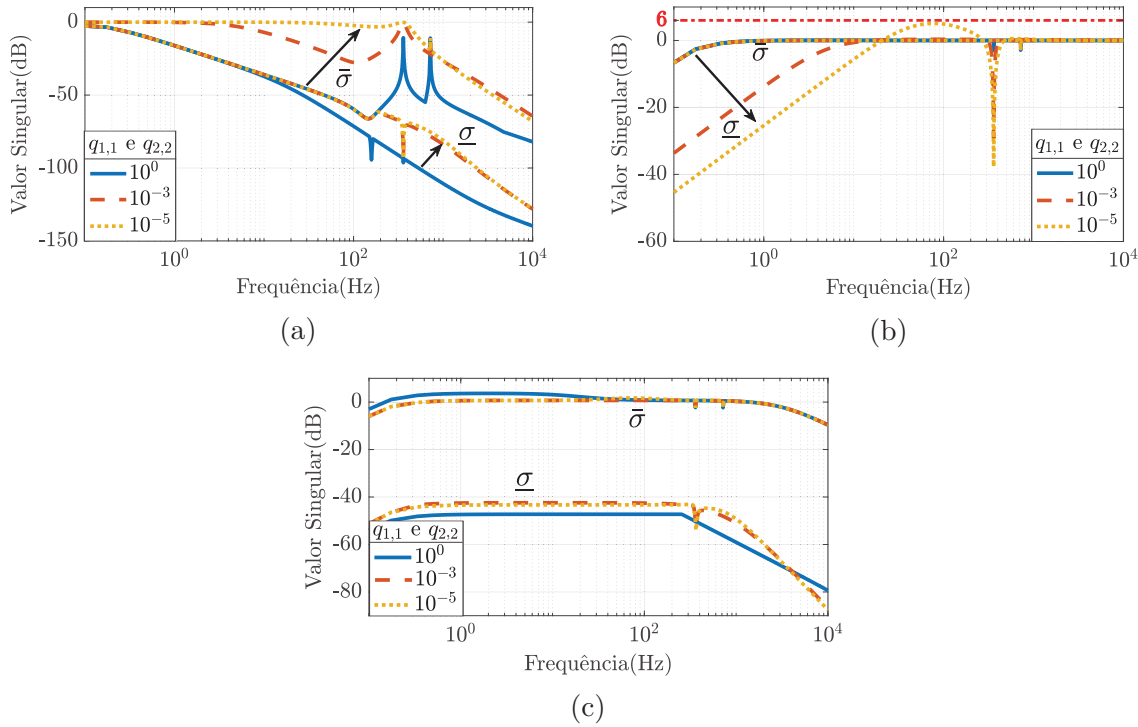
Nesta etapa, o procedimento se baseia em modificar igualmente $q_{1,1}$ e $q_{2,2}$ em potências de dez enquanto $q_{i,i} = 1 \forall i \in \{3,4 \dots 23\}$, os elementos não diagonais da matriz \mathbf{Q} são nulos e $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{I}_4$.

De acordo com a Figura 35 (a) e (b), a alteração dos pesos modifica consideravelmente $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\underline{\sigma}(\mathcal{S}(j\omega))$. Sua redução aumenta as faixas de passagem de tais valores singulares ($\bar{\omega}_{bw}$). Isso significa que a velocidade de rastreamento das referências de corrente também aumenta.

A Tabela 10 resume as normas infinitas do sistema em malha fechada diante das variações realizadas. Destaca-se que embora o peso 10^{-5} tenha aumentado a norma infinita da matriz de sensibilidade, ela ainda é satisfatória e não compromete a estabilidade e a robustez do controlador.

Tabela 10 – Norma infinita para variação dos pesos $q_{1,1}$ e $q_{2,2}$.

Pesos	$\ \overline{\mathcal{T}}(j\omega)\ _\infty$	$\ \underline{\mathcal{S}}(j\omega)\ _\infty$	$\ \underline{\mathcal{S}}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,00	1,00	1,52
10^{-3}	1,00	1,04	1,08
10^{-5}	1,00	1,79	1,21

Figura 35 – Resposta em frequência sob variações de $q_{1,1}$ e $q_{2,2}$.

Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

4.6.3 Pesos Referentes às Variáveis do Filtro LC ($q_{3,3}$, $q_{4,4}$, $q_{5,5}$ e $q_{6,6}$)

Sabe-se que o uso de valores comparativamente altos para $q_{3,3}$, $q_{4,4}$, $q_{5,5}$ e $q_{6,6}$ resulta em grandes ganhos de realimentação relacionados com $\tilde{i}_{2,d}$, $\tilde{i}_{2,q}$, $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$, deslocando os autovalores ressonantes na direção da origem do plano complexo. Contudo, polos rápidos reduzem a margem de estabilidade e aumentam o esforço de controle (WANG; LOH; BLAABJERG, 2017; BÜYÜK *et al.*, 2016; LOH; HOLMES, 2005; HE; LI, 2012; PEREIRA *et al.*, 2014). Portanto, nesta etapa é proposto reduzir ao mesmo tempo os valores de $q_{3,3}$, $q_{4,4}$, $q_{5,5}$ e $q_{6,6}$ e analisar as respostas dos valores singulares da função de sensibilidade complementar, sensibilidade e sensibilidade ao distúrbio. Isto simplifica consideravelmente o procedimento de projeto, mantendo-o sistemático. Para $q_{1,1}$ e $q_{2,2}$ é escolhido o valor de 10^{-5} enquanto os pesos relacionados aos outros estados são mantidos iguais a 1 durante esta etapa.

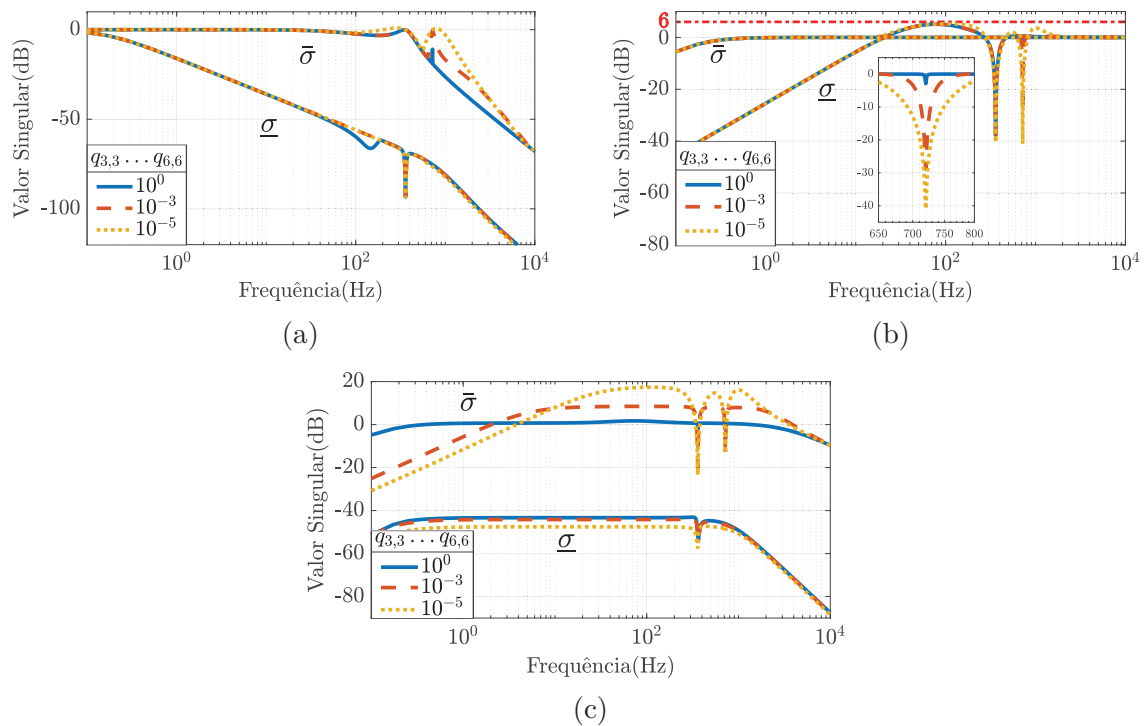
Pode ser visto na Figura 36 (a) que a magnitude de $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ é sempre unitária em baixas frequências, o que garante o rastreamento assintótico das referências de $\tilde{i}_{1,q}$, $\tilde{v}_{c,d}$, $\tilde{v}_{c,q}$ e \tilde{v}_{cc} . Já na Figura 36 (b), os modos ressonantes fazem com que a magnitude de $\bar{\sigma}(\mathcal{S}(j\omega))$ alcance praticamente zero em valores absolutos. Isso significa que o rastreamento e rejeição assintóticos são garantidos nessas frequências. Além disso, o uso de valores pequenos para $q_{3,3}$, $q_{4,4}$, $q_{5,5}$ e $q_{6,6}$ aumenta drasticamente a largura de banda

dos controladores ressonantes. Isso resulta em uma resposta rápida no tempo.

Tabela 11 – Norma infinita para variação dos pesos $q_{3,3}$, $q_{4,4}$, $q_{5,5}$ e $q_{6,6}$.

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,00	1,79	1,21
10^{-3}	1,00	1,79	2,65
10^{-5}	1,11	1,82	7,42

Figura 36 – Resposta em frequência sob variações de $q_{3,3}$, $q_{4,4}$, $q_{5,5}$ e $q_{6,6}$.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Por outro lado, a norma infinita da sensibilidade ao distúrbio aumenta consideravelmente com a redução dos pesos, isto pode ser visto tanto na Tabela 11 quanto na Figura 36 (c). Isto pode contribuir para a amplificação de sinais indesejados e comprometer a robustez do sistema. Portanto, foi escolhido um peso de 10^2 para $q_{3,3}$ até $q_{6,6}$. Observe na Figura 37, e na primeira linha da Tabela 12 que além de reduzir a $\|\mathcal{S}_d(j\omega)\|_\infty$ o peso escolhido para as variáveis de estado do filtro LC atenuou consideravelmente os ganhos dos ressonantes atrelados às tensões de saída do BTB. Posteriormente será mostrado que a movimentação dos próprios pesos ressonantes é possível aumentar tais ganhos novamente.

4.6.4 Peso Referente à Tensão do Barramento CC ($q_{7,7}$)

O procedimento de variação do peso referente à tensão do barramento CC é semelhante aos demais. Desta forma, enquanto varia-se $q_{7,7}$: $q_{1,1}$ e $q_{2,2}$ são mantidos em

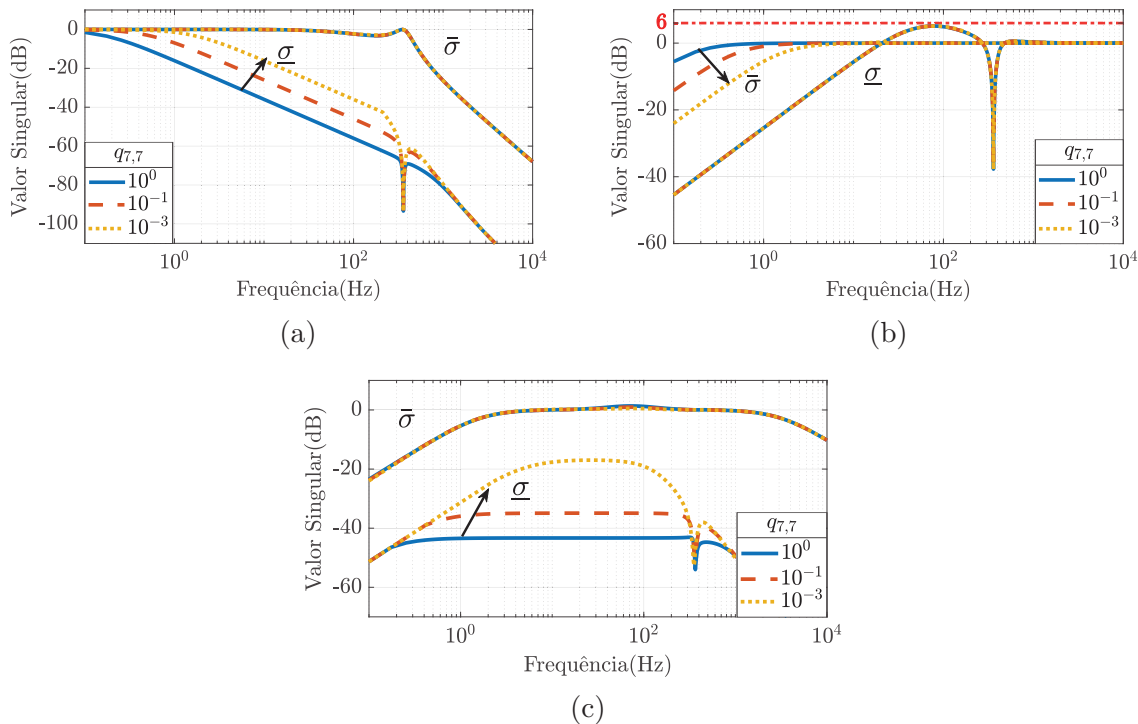
10^{-5} , de $q_{3,3}$ até $q_{6,6}$ é escolhido o valor de 10^2 e os pesos relacionados aos outros estados são mantidos iguais a 1.

Diante dos resultados apresentados na Figura 37 é importante destacar que assim como os resultados dos valores singulares referente à tensão do barramento CC da topologia da Seção 3.7, a redução dos pesos modifica praticamente apenas $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\bar{\sigma}(\mathcal{S}(j\omega))$, ou seja, há uma movimentação do ω_{bw} . As faixas de passagens destes valores singulares aumentam conforme os pesos diminuem. Isto faz com que o rastreamento da tensão CC de referência seja mais rápido. Além disso, diante dos resultados da Tabela 12 a redução de tal peso não altera significativamente as normas infinitas, com isso a estabilidade e a robustez não são afetadas.

Tabela 12 – Norma infinita para variação dos pesos $q_{7,7}$.

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,00	1,79	1,16
10^{-1}	1,00	1,79	1,11
10^{-3}	1,00	1,79	1,05

Figura 37 – Resposta em frequência sob variações de $q_{7,7}$.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Embora a largura de banda do menor valor singular da sensibilidade complementar tenha sido modificada, seu valor se manteve unitário em baixas frequências e igual ao maior valor singular, característica importante no projeto do controlador.

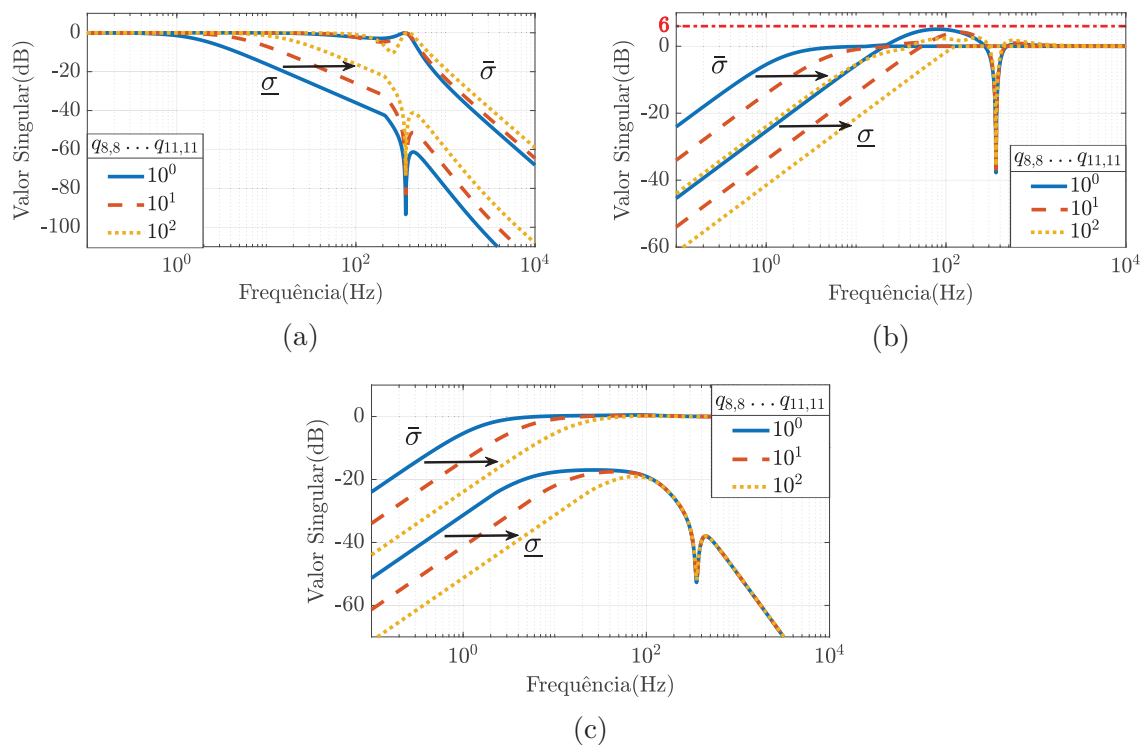
4.6.5 Pesos Referentes aos Controladores Integrais ($q_{8,8}$, $q_{9,9}$, $q_{10,10}$ e $q_{11,11}$)

No BTB alimentando cargas isoladas, as integrais são utilizadas para controlar, $\tilde{i}_{1,q}$, $\tilde{v}_{c,d}$, $\tilde{v}_{c,q}$ e \tilde{v}_{cc} . Para tornar o projeto sistemático, nesta etapa, é escolhido variar juntos todos os quatro pesos referente às integrais. Vale destacar que $q_{8,8}$ modifica com a integral da corrente de entrada em quadratura, $q_{9,9}$ e $q_{10,10}$ com as integrais das tensões em coordenadas dq de saída do filtro LC, respectivamente, e $q_{11,11}$ com a integral da tensão CC do BTB.

Até este estágio, $q_{1,1}$ e $q_{2,2}$ são mantidos em 10^{-5} , de $q_{3,3}$ até $q_{6,6}$ é escolhido o valor de 10^2 e $q_{7,7}$ é considerado 10^{-3} . Para este teste, $q_{i,i} = 1 \forall i \in \{12, \dots, 23\}$, os elementos não diagonais da matriz \mathbf{Q} são nulos e $\rho = \mathbf{I}_4$.

De acordo com a Figura 38, fica claro que o aumento nos pesos integrais move os valores singulares mínimos e máximos de $\mathcal{T}(j\omega)$, $\mathcal{S}(j\omega)$ e $\mathcal{S}_d(j\omega)$, resultando em uma pequena mudança na região da largura de banda. No entanto, tanto $\underline{\omega}_{bw}$ quanto $\bar{\omega}_{bw}$ aumentam e, conseqüentemente, a resposta de tempo do sistema torna-se mais rápida para as variáveis de estado de dinâmica lenta e rápida. Ademais pesos maiores reduzem consideravelmente a norma infinita da matriz de sensibilidade, como pode ser visto na Figura 38 (b) e na Tabela 13.

Figura 38 – Resposta em frequência sob variações de $q_{8,8}$, $q_{9,9}$, $q_{10,10}$ e $q_{11,11}$.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Tabela 13 – Norma infinita para variações dos pesos referentes às integrais.

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,00	1,79	1,05
10^1	1,00	1,62	1,03
10^2	1,02	1,34	1,02

É importante destacar que $q_{8,8}$, $q_{9,9}$, $q_{10,10}$ e $q_{11,11}$ estão vinculados às integrais dos erros de $\tilde{i}_{1,q}$, $\tilde{v}_{c,d}$, $\tilde{v}_{c,q}$ e \tilde{v}_{cc} , respectivamente. Modificar cada um desses pesos separadamente move o valor singular e a velocidade de rastreamento em relação a cada uma dessas variáveis. Nesse sentido, os valores dos pesos escolhidos foram: $q_{8,8} = 10^6$, $q_{9,9} = q_{10,10} = 10^8$ e $q_{11,11} = 1$. Assim, $\tilde{i}_{1,q}$ é a variável com rastreamento mais rápido, porque $q_{2,2} = 10^{-5}$ e $q_{8,8} = 10^6$, enquanto \tilde{v}_{cc} é o mais lento.

4.6.6 Pesos Referentes aos Controladores Ressonantes ($q_{12,12} \dots q_{23,23}$)

Os pesos para todos os estados ressonantes são alterados juntos para facilitar o projeto e tornar o procedimento sistemático.

Nesta fase do projeto, todos os demais pesos da matriz \mathbf{Q} já foram selecionados. Portanto, variam-se os pesos dos controladores ressonantes enquanto $q_{1,1} = q_{2,2} = 10^{-5}$, $q_{3,3} = \dots = q_{6,6} = 10^2$, $q_{7,7} = 10^{-3}$, $q_{8,8} = 10^6$, $q_{9,9} = q_{10,10} = 10^8$, $q_{11,11} = 1$ e $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{I}_4$.

De acordo com a [Figura 39](#), quanto maior os valores da ponderação, maior a largura de banda dos picos ressonantes, o que resulta em uma resposta rápida no tempo. Isso pode ser visto claramente na [Figura 39](#) (b) em relação ao ressonante sintonizado em 360 Hz. Nota-se que valores de ponderação mais altos, além de tornarem a resposta do tempo mais rápida, aumentam as normas infinitas do sistema de malha fechada como pode ser visto na [Tabela 14](#). Contudo, os valores ainda não comprometem a estabilidade e robustez do sistema e, portanto, os pesos escolhidos anteriormente não precisam ser reprojitados.

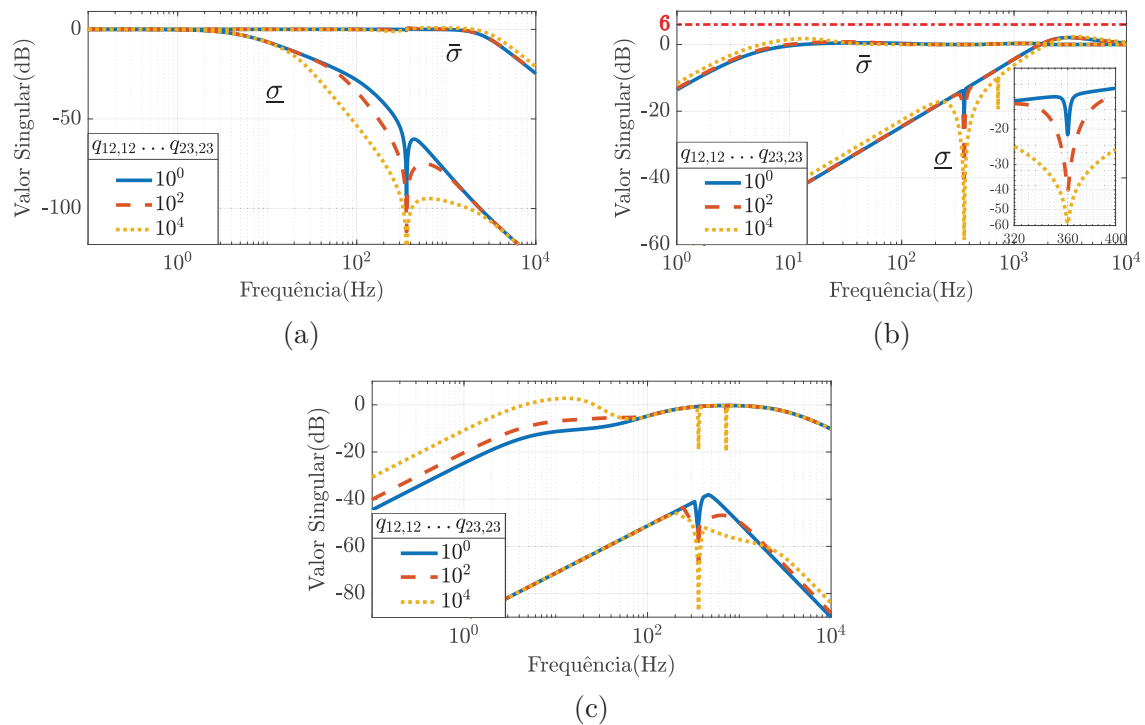
Tabela 14 – Norma infinita para variações dos pesos referentes aos ressonantes.

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,05	1,27	0,96
10^2	1,08	1,27	0,96
10^4	1,10	1,30	1,37

No mais, nota-se, na [Figura 39](#) (c), uma grande atenuação nas frequências onde os módulos ressonantes foram inseridos, resultando em uma impedância de saída muito pequena. Como consequência, para que ocorra uma distorção significativa na tensão de saída, é necessário que a corrente drenada pela carga não-linear seja extremamente alta.

Com base na análise anterior, foram escolhidos os pesos ressonantes das correntes iguais a 10^0 e as tensões iguais a 10^4 . Além disso, para aumentar a largura de banda da parcela ressonante, um $\omega_r = 5 \text{ rad s}^{-1}$ é escolhido.

Figura 39 – Resposta em frequência sob variações dos pesos dos controladores ressonantes.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

4.6.7 Pesos Referentes às Variáveis de Controle (ρ)

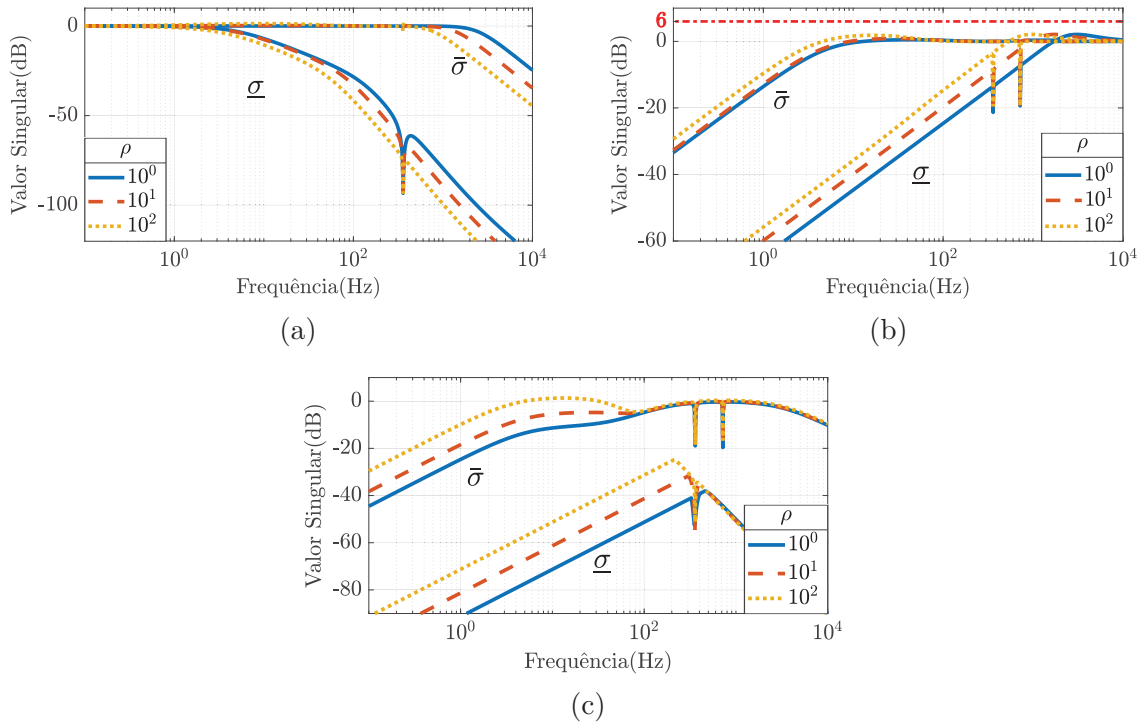
Como último estágio no projeto dos pesos do controlador LQR define-se o responsável por estimular as quatro variáveis de controle do BTB. Para analisar os valores singulares de $\mathcal{T}(j\omega)$, $\mathcal{S}(j\omega)$ e $\mathcal{S}_d(j\omega)$ a matriz com os pesos das variáveis de estado é definida como:

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \left(\left[10^{-5} \times \mathbf{I}_2 \quad 10^2 \times \mathbf{I}_4 \quad 10^{-3} \quad 10^6 \quad 10^8 \quad 10^8 \quad 10^0 \quad 10^0 \times \mathbf{I}_4 \quad 10^4 \times \mathbf{I}_8 \right] \right). \quad (4.21)$$

A matriz ρ tem a característica de movimentar todo o sistema multivariável, contudo, tal modificação depende dos pesos definidos para cada variável de estado. Como resultado, a variação de ρ pode afetar mais determinados estados do que outros. O valor de ρ pondera o esforço das variáveis de controle. Uma mudança em seus valores resulta em mudanças nos valores singulares máximos e mínimos de $\mathcal{T}(j\omega)$, $\mathcal{S}(j\omega)$ e $\mathcal{S}_d(j\omega)$. Maiores valores de ρ reduzem o esforço de controle e conseqüentemente tornam o tempo de resposta mais lento para as variáveis de dinâmica rápida e lenta, como pode ser visto na Figura 40.

Na Figura 40 (a), a redução do peso aumenta o maior valor singular em frequências altas, o que pode afetar a filtragem de ruídos de medição. Outra desvantagem de diminuir o peso consiste no aumento dos valores da matriz \mathcal{K}_f . Por outro lado, conforme destacado na Figura 40 e resumido na Tabela 15, ela minimiza as normas infinitas da função de

Figura 40 – Resposta em frequência sob variações do peso referente às variáveis de controle.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

sensibilidade complementar, da função de sensibilidade e da sensibilidade ao distúrbio. Portanto, um compromisso entre essas duas características conflitantes deve ser encontrado.

Tabela 15 – Norma infinita para variações dos pesos referentes às variáveis de controle.

Pesos	$\ \mathcal{T}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}(j\omega)\ _\infty$	$\ \mathcal{S}_d(j\omega)\ _\infty$
10^0	1,05	1,25	0,95
10^1	1,09	1,26	0,97
10^2	1,16	1,27	1,16

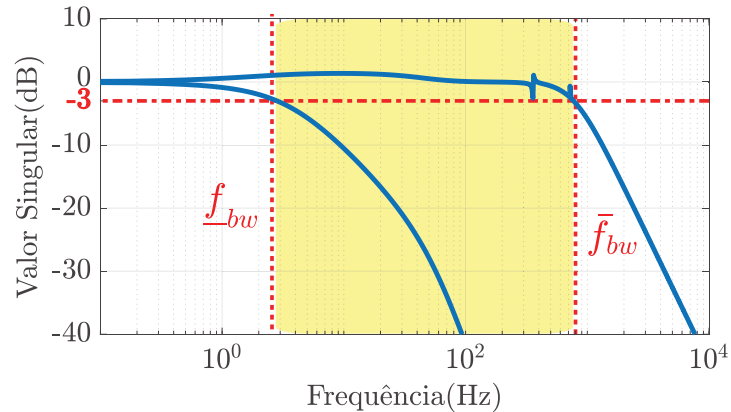
Das análises anteriores, a matriz de ponderação é escolhida como:

$$\boldsymbol{\rho} = 10^2 \times \mathbf{I}_4. \quad (4.22)$$

A resolução de (3.24) utilizando as matrizes \mathbf{Q} e $\boldsymbol{\rho}$ produz as seguintes normas infinitas: $\|\mathcal{T}(j\omega)\|_\infty = 1,16$, $\|\mathcal{S}(j\omega)\|_\infty = 1,27$ e $\|\mathcal{S}_d(j\omega)\|_\infty = 1,16$. Observe que seus valores são mantidos pequenos, conforme desejado. Isso garante boa resposta transitória, amortecimento de ressonância e baixo esforço de controle. Além disso, é garantida uma boa margem de estabilidade.

As matrizes \mathbf{Q} e $\boldsymbol{\rho}$ foram projetadas de forma que a região da largura de banda do sistema em malha fechada permaneça entre aproximadamente 2,5 Hz e 770 Hz, como destacado na Figura 41.

Figura 41 – Resposta em frequência do $\underline{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ e $\bar{\sigma}(\mathcal{T}(j\omega))$ para o projeto final.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

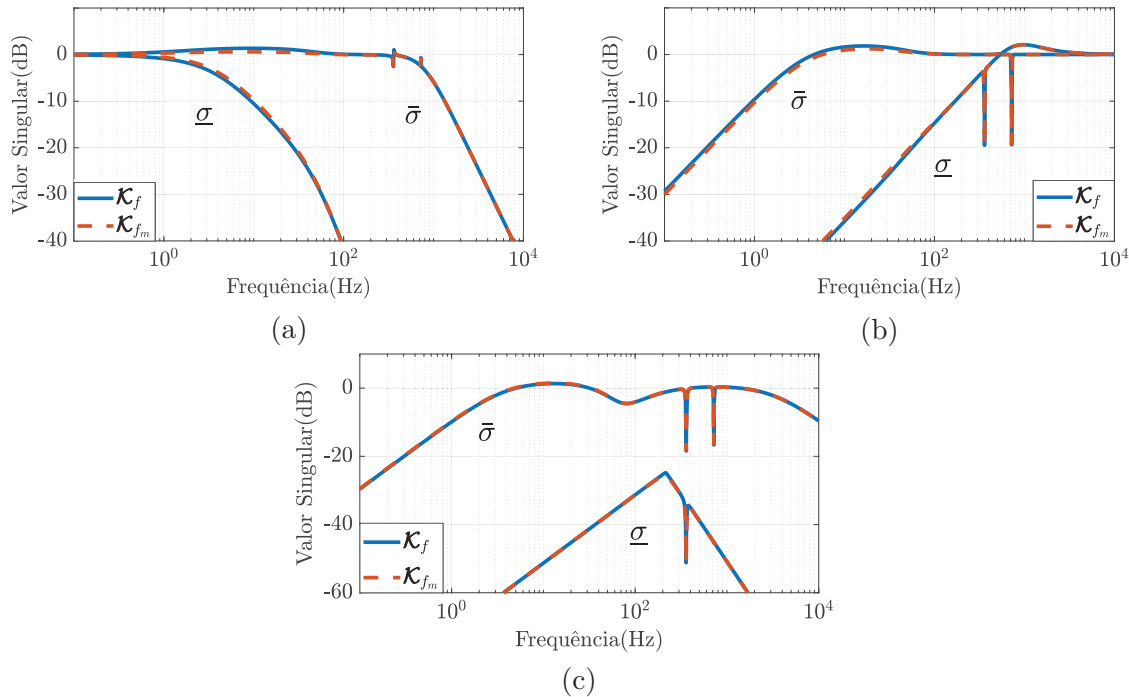
4.7 MODIFICAÇÃO DA MATRIZ DE REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS

A matriz de ganhos \mathcal{K}_f , que pode ser vista em (B.3) no Apêndice B, possui 92 elementos. Logo, a implementação digital deste controlador irá demandar um esforço computacional grande e, possivelmente maior do que o esforço exigido do controlador projetado para o BTB conectado a dois redes elétricas CA, cuja matriz de ganhos é composta por 68 elementos. Neste cenário, mitigar este problema é fundamental para que a implementação do controlador projetado funcione em um protótipo experimental.

Novamente, a diretriz utilizada é zerar alguns ganhos. Por conta da independência física das potências reativas entre os dois sistemas, é proposto zerar os ganhos que acoplam tais potências. Os ganhos que acoplam os eixos d e q entre CIR e CIC, para todas as variáveis de estado, também são desprezados, exceto os termos em $\tilde{m}_{2,d}$ e $\tilde{m}_{2,q}$ relacionados ao acoplamento dos controladores ressonantes. No mais, os termos em $\tilde{m}_{1,d}$ relacionados ao acoplamento de potência ativa média são mantidos. Isto é, $\tilde{i}_{1,d}$, $\tilde{i}_{2,d}$, \tilde{v}_{cc} e a integral de \tilde{v}_{cc} . Com isso, a matriz modificada, \mathcal{K}_{f_m} , apresentada em (B.4) no Apêndice B, possui 60 elementos anulados, o que facilita a implementação digital do controlador.

Para evidenciar que não há perda no desempenho e nos níveis de robustez, uma comparação dos valores máximos e mínimos singulares de $\mathcal{T}(j\omega)$, $\mathcal{S}(j\omega)$ e $\mathcal{S}_d(j\omega)$ são representados na Figura 42 para o controlador completo \mathcal{K}_f e o modificado \mathcal{K}_{f_m} . Além das respostas referentes aos dois projetos serem similares, nota-se que os picos dos valores singulares não são alterados, indicando que as normas infinitas de ambos os projetos são as mesmas e que a robustez do controlador original é mantida. Neste cenário, a matriz de ganhos modificada (B.4) foi utilizada na obtenção dos resultados experimentais.

Figura 42 – Resposta em frequência do sistema realimentado para ambos projetos.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

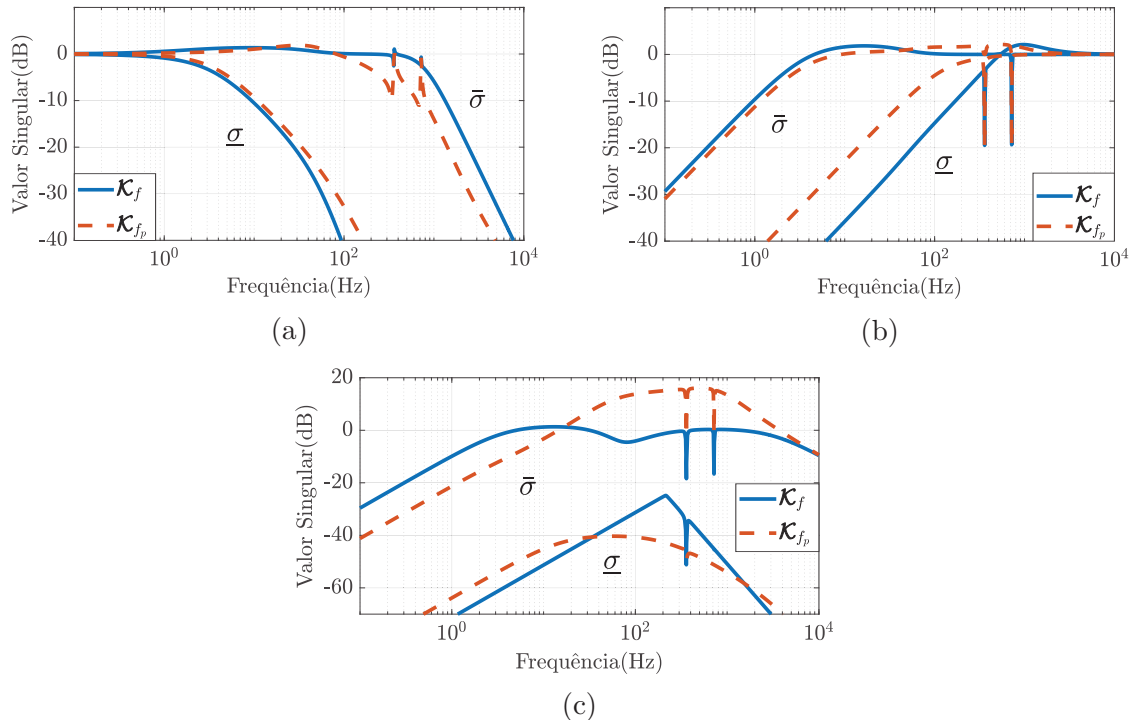
4.8 CARACTERIZAÇÃO DO CONTROLADOR LQR

Em sistemas SISO, dado um conjunto específico de polos, o vetor de ganhos de realimentação que aloca os polos do sistema de malha fechada nas posições desejadas é único. Desta forma, a resposta temporal está apenas relacionada com a localização dos polos de malha fechada. Já em sistemas MIMO podem existir diversas matrizes de realimentação de estados que aloca os polos nas posições desejadas e, como consequência a resposta no tempo não depende apenas da localização dos polos de malha fechada.

Para convalidar a discussão acima, os polos de malha fechada, projetados com o LQR na Seção 4.6, são utilizados em outro projeto com auxílio da função `place` no *software Matlab*. Neste sentido, a Figura 43 apresenta a resposta em frequência de ambos projetos. Embora os polos em malha fechada sejam os mesmos, o LQR garante uma maior robustez ao sistema. Isto pode ser comprovado através da Figura 43. Observe, para Alocação de polos (\mathcal{K}_{f_p}), que as normas infinitas de todas as funções de sensibilidade aumentaram. Destaca-se o pico do maior valor singular da função de sensibilidade ao distúrbio, Figura 43 (c), com norma infinita de 6,36 dB. Isto piora a resposta transitória e maximiza possíveis perturbações causadas pela carga.

A matriz de ganhos do projeto utilizando a alocação de polos, \mathcal{K}_{f_p} , encontra-se em (B.5) no Apêndice B. Note que seus valores são diferentes da matriz original \mathcal{K}_f . Logo, fica comprovado que a posição dos polos de sistemas multivariáveis não está associada a

Figura 43 – Resposta em frequência comparando o projeto do LQR e Alocação de polos.



Legenda: (a) $\mathcal{T}(j\omega)$; (b) $\mathcal{S}(j\omega)$; (c) $\mathcal{S}_d(j\omega)$.

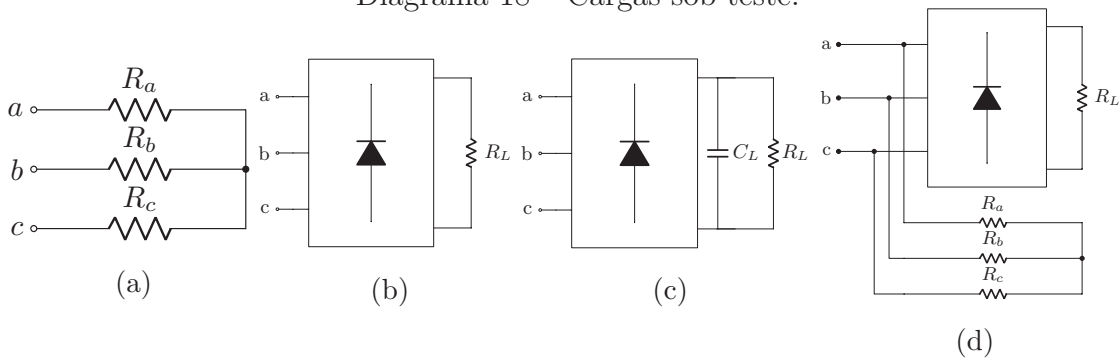
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

somente um conjunto de ganhos e a importância de se otimizar a matriz de realimentação.

4.9 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A fim de validar a eficácia do controlador proposto, foi utilizado o mesmo protótipo experimental de pequena escala mostrado na [Fotografia 1](#). Ele foi testado com as cargas ilustradas no [Diagrama 18](#). Os parâmetros do sistema são fornecidos na [Tabela 9](#).

Diagrama 18 – Cargas sob teste.



Legenda: (a) **Carga 1:** $R_{abc} = 20\Omega$; (b) **Carga 2:** $R_L = 40\Omega$; (c) **Carga 3:** $C_L = 470\mu\text{F}$ e $R_L = 60\Omega$; (d) **Carga 4:** $R_{abc} = 40\Omega$ e $R_L = 80\Omega$

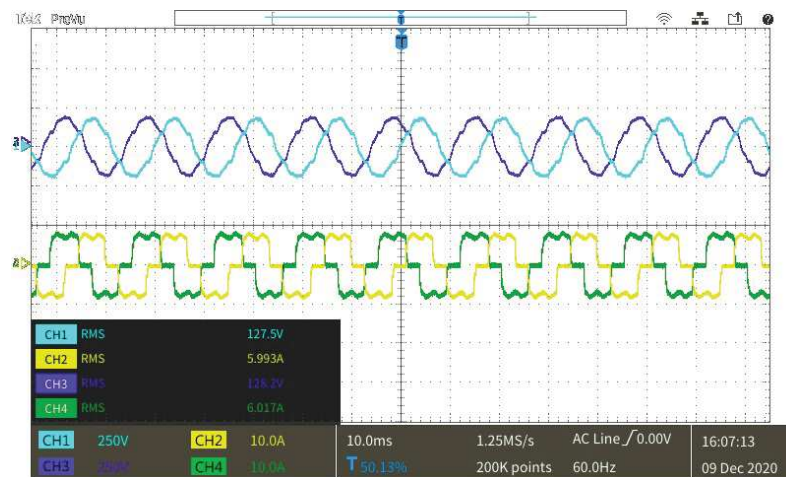
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Os resultados serão apresentados de acordo com o perfil das cargas utilizadas. Estas foram selecionadas de acordo com a disponibilidade de componentes no laboratório e com o objetivo de verificar o funcionamento do projeto.

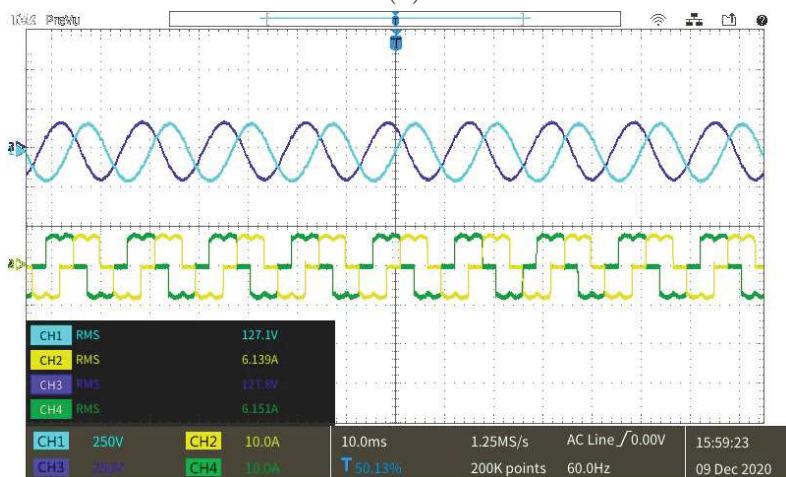
Devido à restrição do número de canais do osciloscópio disponível no laboratório, nos experimentos visando apenas as variáveis atreladas ao funcionamento do CIC, serão mostradas apenas duas fases da tensão de saída e duas da corrente da carga.

A Figura 44 mostra as formas de onda das tensões de saída para a Carga 2. Como os controladores ressonantes não estão incluídos, observe, na Figura 44 (a), que as tensões de saída são distorcidas pelos harmônicos presentes nas correntes drenadas pela carga.

Figura 44 – Formas de onda do CIC conectado a carga 2.



(a)



(b)

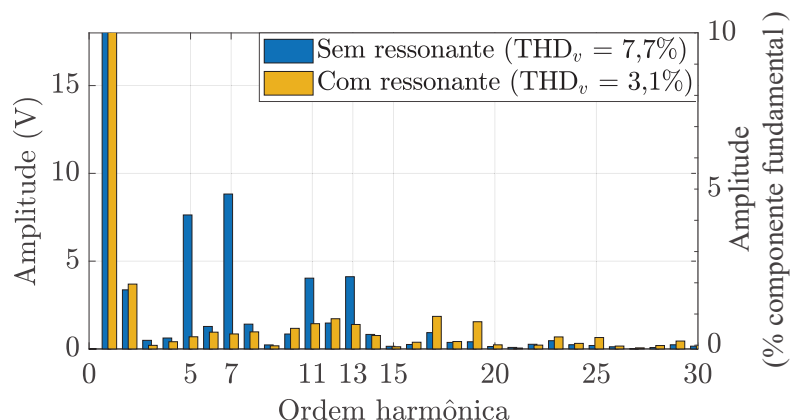
Legenda: (a) Sem ressonante, $THD_v = 7,7\%$; (b) Com ressonante, $THD_v = 3,1\%$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Pela Figura 44 (b) e Figura 45 é possível notar que a qualidade das formas de onda da tensão melhora significativamente quando todos os módulos ressonantes são incluídos,

atenuando os conteúdos harmônicos de 5°, 7°, 11° e 13° ordem e conseqüentemente também a distorção harmônica total (do inglês, *Total Harmonic Distortion*) $(THD)_v$.

Figura 45 – Espectro harmônico das tensões de saída do CIC conectado à carga 2.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Na [Figura 46](#) são ilustradas as formas de onda das tensões de saída e das correntes da Carga 3. Esta, por sua vez, é formada por um retificador trifásico com carga RC, como visto no [Diagrama 18](#) (c). Fica evidente que o controle proposto também foi capaz de melhorar a qualidade das tensões de saída frente a uma corrente da carga altamente distorcida.

Nota-se pela [Figura 47](#) que componentes harmônicas de maior amplitude presentes na forma de onda da tensão foram mitigadas após a adição dos módulos ressonantes. Há uma notável redução do 5°, 7°, 11° e 13° harmônicos, o que permitiu obter baixa THD .

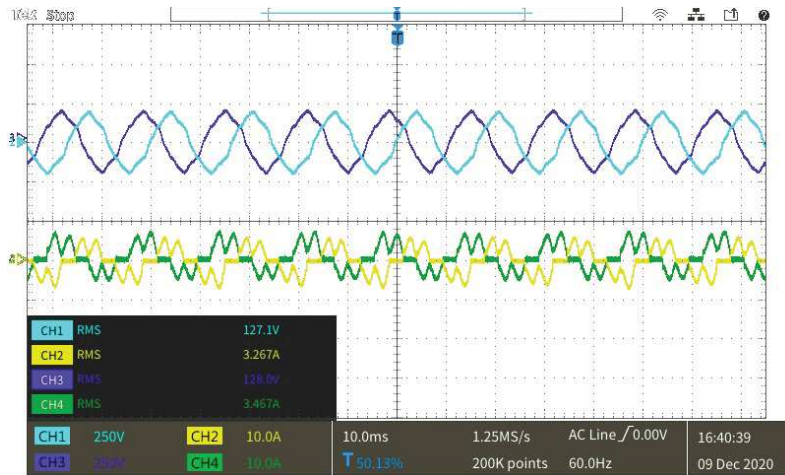
Como próximo experimento, o controle foi testado quando uma carga linear e não-linear são conectadas em paralelo, aumentando assim a potência drenada do BTB.

As formas de onda após a compensação são destacadas na [Figura 48](#). Através da análise dos resultados tanto da [Figura 48](#) quanto da [Figura 49](#) pode-se concluir que a estratégia de controle proposta rejeita efetivamente as perturbações nas frequências onde os controladores ressonantes são ajustados.

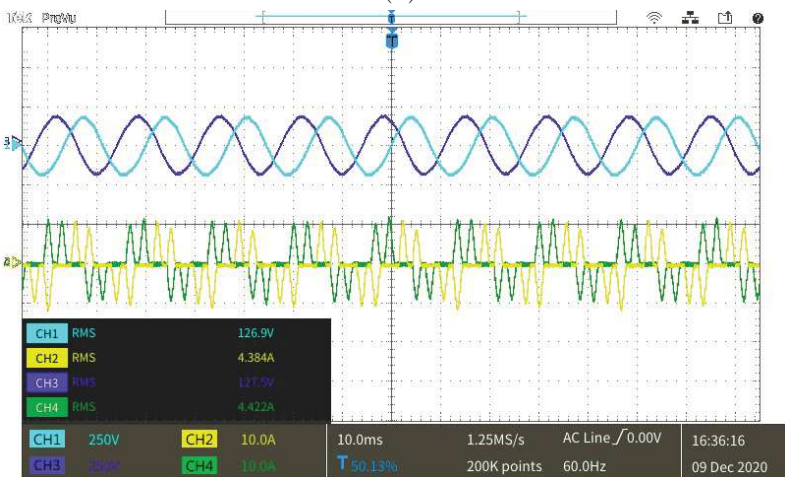
Por conta desses três primeiros testes, pode ser afirmado que as tensões de saída mantêm uma boa qualidade de energia para diferentes condições de carga.

Na [Figura 50](#) (a) e (b) são apresentadas as formas de onda da tensão de saída ($v_{c,a}$) e da corrente da carga ($i_{l,a}$) além da tensão da rede elétrica ($v_{g1,a}$) e da corrente de entrada ($i_{1,a}$) do BTB. Neste teste, a topologia foi conectada a uma carga linear trifásica equilibrada, isto é, à Carga 1 ilustrada no [Diagrama 18](#). Em tais resultados destaca-se a melhora na qualidade da forma de onda da corrente de entrada (em verde) quando o modulo ressonante é incluído no sistema aumentado.

Figura 46 – Formas de onda do CIC conectado à carga 3.



(a)

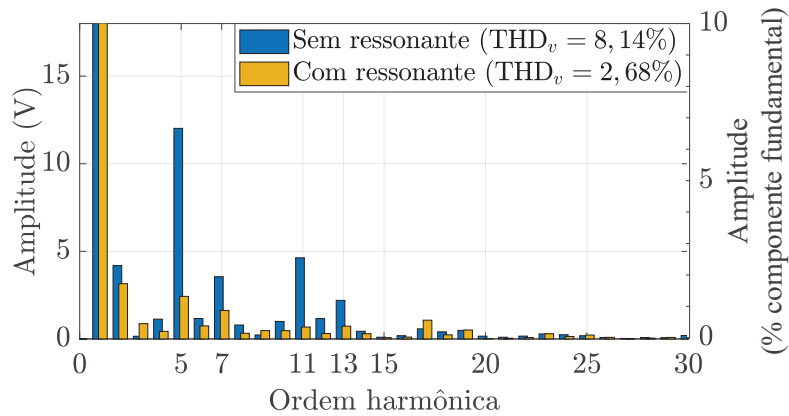


(b)

Legenda: (a) Sem ressonante, $\text{THD}_v = 8,1\%$; (b) Com ressonante, $\text{THD}_v = 2,6\%$.

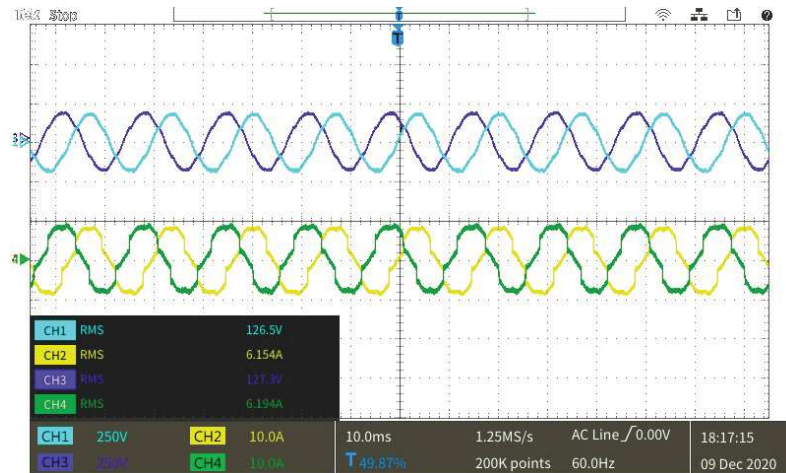
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 47 – Espectro harmônico das tensões de saída do CIC conectado à carga 3.

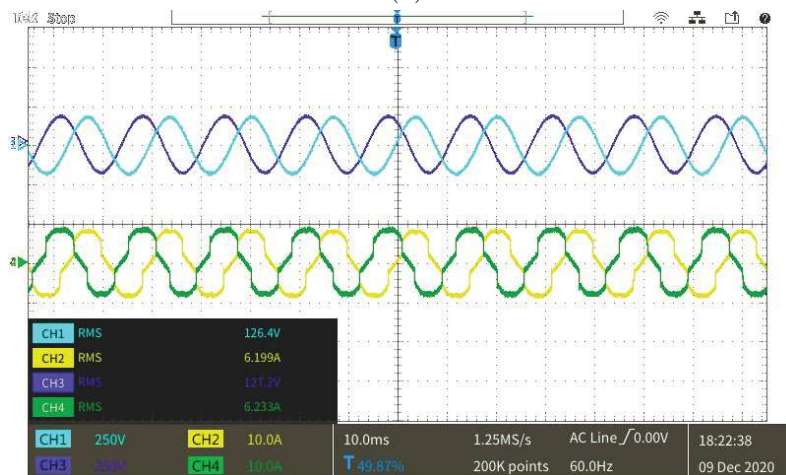


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 48 – Formas de onda do CIC conectado à carga 4.



(a)

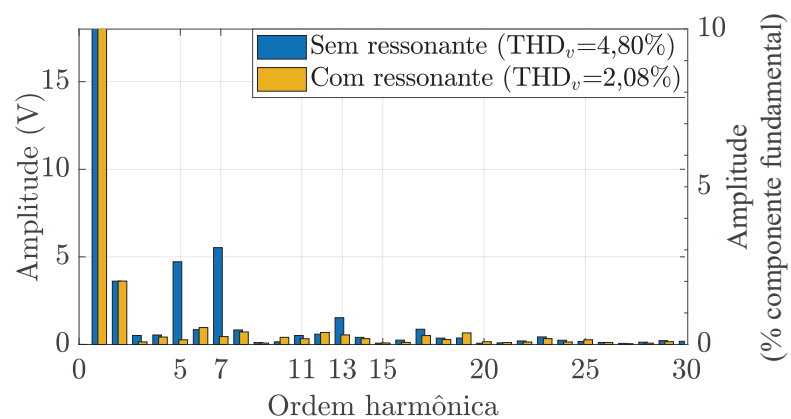


(b)

Legenda: (a) Sem ressonante, $THD_v = 4,8\%$; (b) Com ressonante, $THD_v = 2,08\%$.

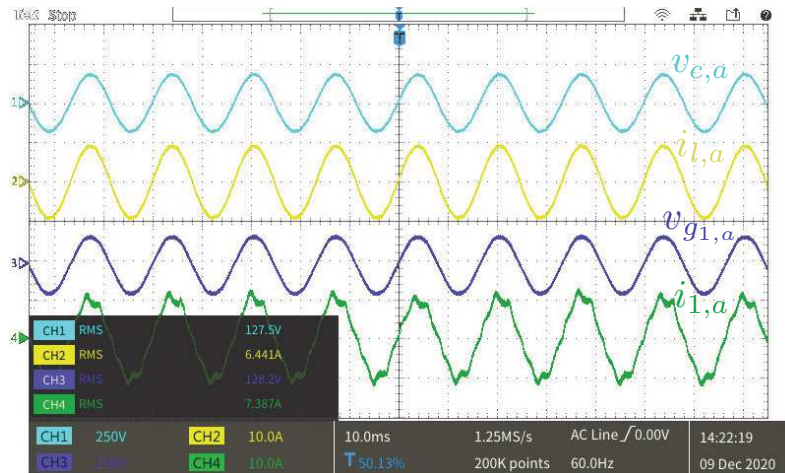
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 49 – Espectro harmônico das tensões de saída do CIC conectado à carga 4.

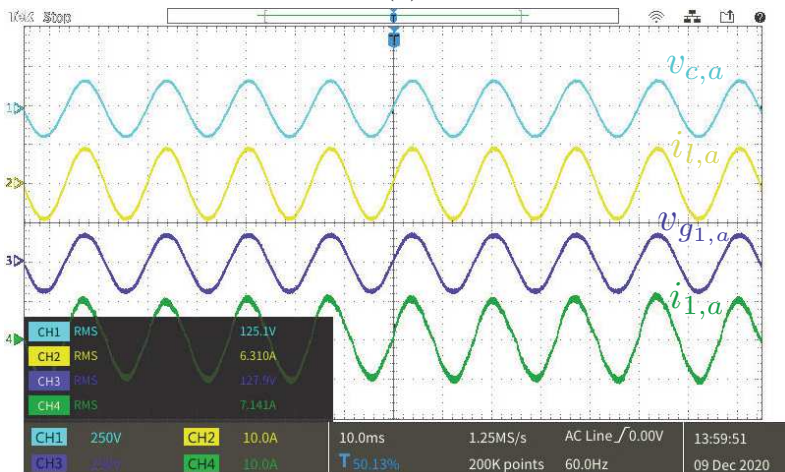


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 50 – Formas de onda BTB destacando a corrente de entrada (em verde) do CIR.



(a)



(b)

Legenda: (a) Sem o ressonante, $\text{THD}_{i_1} = 9,5\%$; (b) Com o ressonante, $\text{THD}_{i_1} = 4,7\%$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

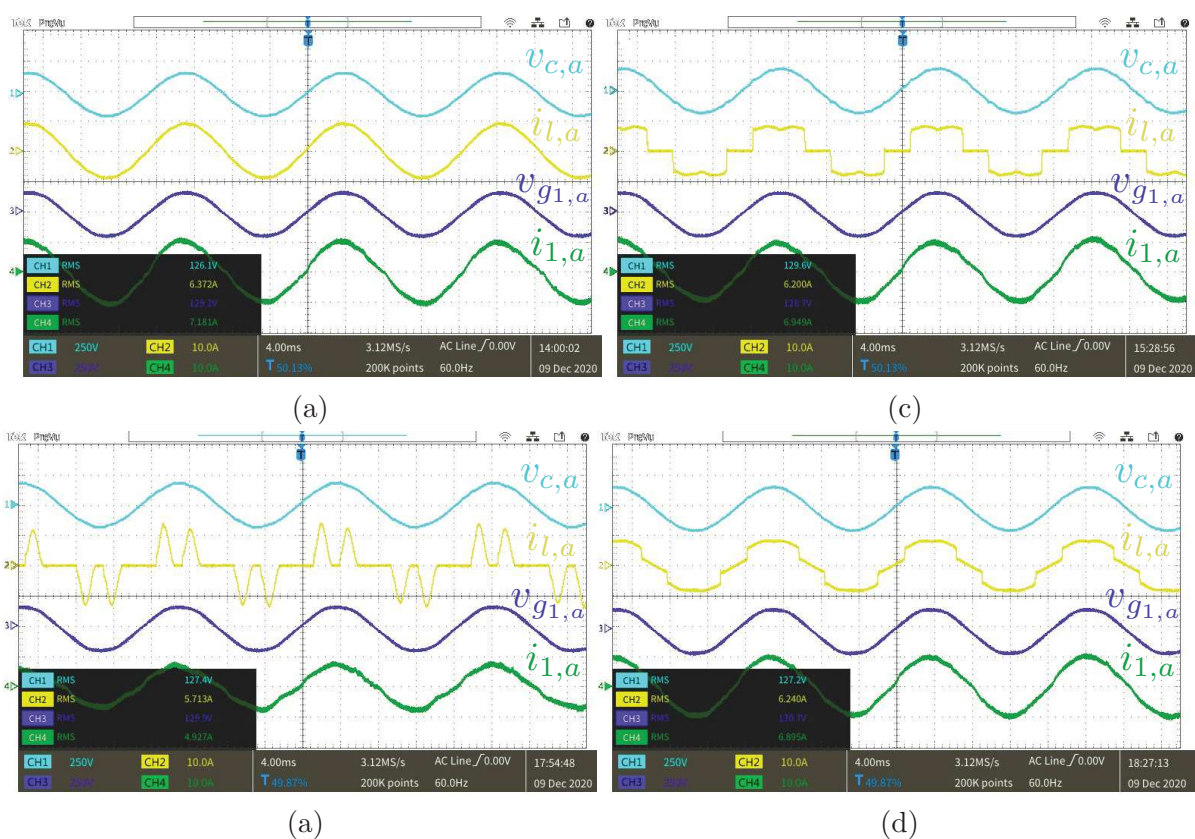
Já a Figura 51 destaca, em regime permanente, a tensão CA e a corrente em ambos os lados do BTB sob todas as condições de carga. Fica evidente que o sistema de controle proposto é capaz de fornecer uma regulação rígida com níveis de qualidade razoáveis para ambos os lados do conversor.

Finalmente, para avaliar o comportamento da resposta dinâmica, o sistema é testado sob degraus de carga. A Figura 52 ilustra as formas de onda v_{cc} , $v_{c,a}$, $i_{l,a}$ e $i_{1,a}$ quando a Carga 4 é abruptamente conectada e desconectada da saída do CIC. Tal carga, demanda uma potência ativa de aproximadamente 2,7kW. Da Figura 52 (a), é possível destacar que todas as variáveis apresentam uma resposta rápida com baixo sobressinal.

O sistema permanece estável na conexão e desconexão da carga. A tensão CA

de saída retorna ao estado permanente em aproximadamente 5 ciclos da frequência fundamental e apresenta um afundamento de $\approx 11\%$ e um sobressinal de $\approx 11\%$. Além disso, o controle de tensão do lado CC responde relativamente rápido, com um sobressinal menor que 5 % para a etapa de inclusão e exclusão de carga.

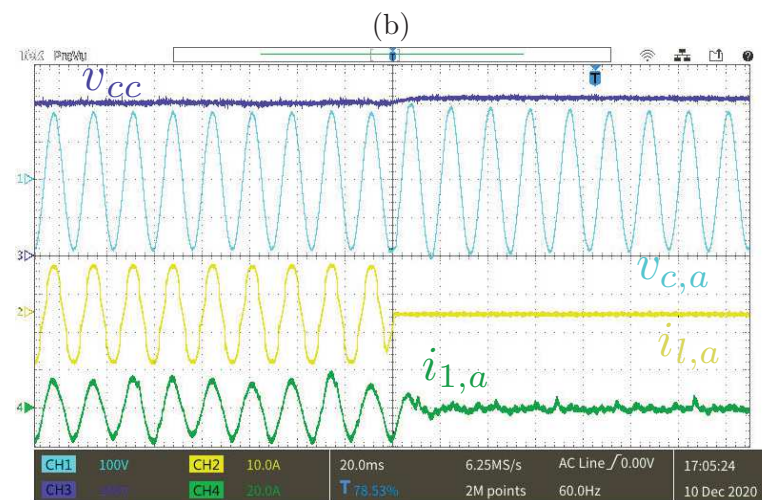
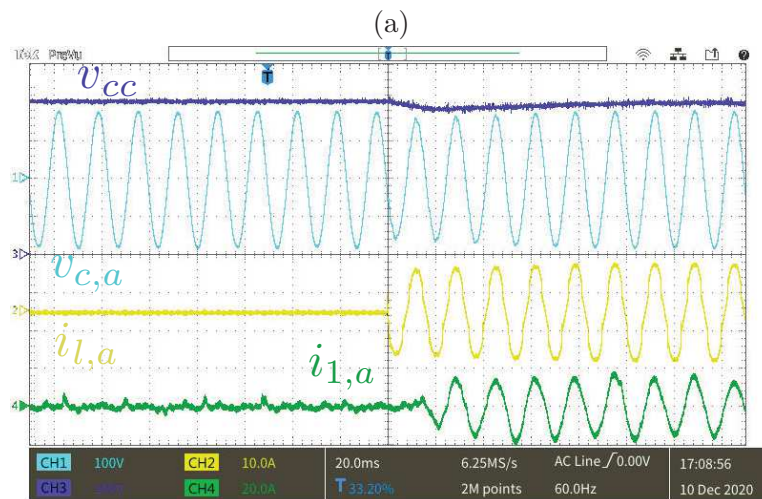
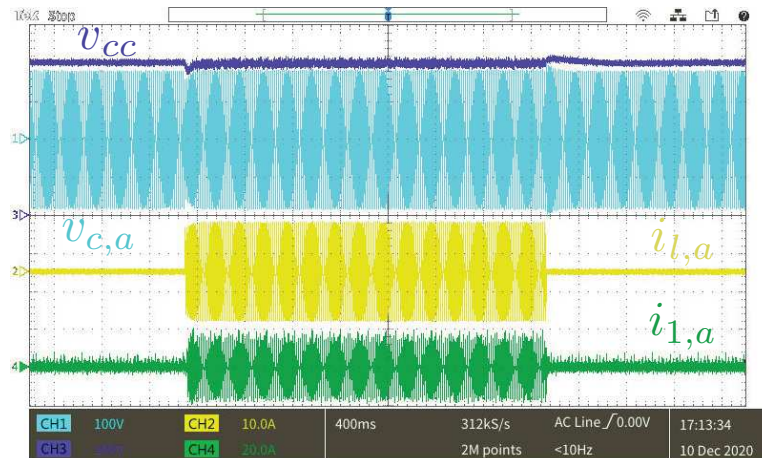
Figura 51 – Formas de onda do BTB para diferentes perfis de carga.



Legenda: (a) Carga 1, $THD_{i_1} = 4,74\%$; (b) Carga 2, $THD_{i_1} = 4,85\%$; (c) Carga 3, $THD_{i_1} = 4,93\%$; (d) Carga 4, $THD_{i_1} = 4,87\%$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 52 – Resposta transitória do BTB para degrau de carga.



Legenda: (a) Visão geral; (b) Detalhamento da inclusão de carga; (c) Detalhamento da remoção de carga.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

4.10 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo o conversor **BTB** foi estudado como um sistema multivariável alimentando cargas isoladas.

Através de modelagem, o sistema apresentou mais variáveis de estados que variáveis de controle e, portanto, não foi possível controlar todas elas de forma independente. Interpretações físicas foram desenvolvidas para cada uma das três direções de saída na qual o sistema não pode ser controlado. Para controle em baixas frequências foram escolhidos $\tilde{i}_{1,q}$, \tilde{v}_{cc} , $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$. As razões dessas escolhas foram baseadas na resposta em frequência da soma dos elementos das linhas da matriz de ganhos relativos. Também por conta deste resultado, foi destacado a possibilidade de controlar as tensões de saída $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$ em frequências até alguns kilohertz. Esta é uma característica interessante quando se deseja formar uma rede elétrica trifásica e, para garantir uma alta qualidade das tensões de saída é preciso rejeitar harmônicos pares de alta ordem estando o sistema em coordenadas síncronas.

No projeto de controladores em espaço de estados, além de ter que garantir erro nulo em estado permanente, o **CIC** deve controlar a tensão de saída independente da corrente demandada pela carga. Por esse motivo, optou-se por projetar controladores ressonantes no sistema de coordenadas síncronos sintonizados no 6° e 12° harmônicos para desta forma compensar 5° e 11° harmônicos de sequência negativa e 7° e 13° harmônicos de sequência positiva no sistema de coordenadas estacionárias *abc*. De maneira similar, o **BTB** deve manter a qualidade da sua corrente de entrada. Portanto, também foi proposto projetar um controlador ressonante no sistema de coordenadas síncronos sintonizados no 6°.

Para esta topologia também foi utilizado o regulador linear quadrático para controlador o conversor **BTB**. A fim de tornar projeto sistemático, o principal objetivo foi estabelecer diretrizes para a escolha das matrizes de ponderações do **LQR**.

A regra de Bryson foi empregada em todas as etapas dos projetos como ponto de partida na escolha dos pesos. Em seguida, à medida em que os pesos, ou um conjunto deles, foram sendo variados, o critério utilizado foi analisar a resposta em frequência dos valores singulares da matriz de sensibilidade complementar, sensibilidade e sensibilidade ao distúrbio, além de verificar suas normas infinitas.

No **BTB** alimentando cargas isoladas, variar os pesos referentes as correntes de entrada do **BTB** modificam os valores singulares relacionados com a maior largura de banda do sistema. Em contrapartida, alterar o peso referente à tensão do barramento **CC** modifica os valores singulares associados com a menor largura de banda do sistema. Já a redução dos pesos das correntes e as tensões do lado da carga aumentam a banda de passagem dos controladores ressonantes, o que resulta em uma resposta mais rápida no

tempo. Por outro lado, se os pesos referentes ao controlador ressonante forem reduzidos a sua largura de banda também é reduzida. Os efeitos dos pesos associados às integrais são semelhantes aos descritos anteriormente, no projeto foi escolhido variar todos os quatro juntos.

O peso ρ movimentada todas as variáveis de estado do sistema multivariável. Sua redução, aumenta a velocidade temporal de todo sistema e minimiza todas as normas infinitas analisadas, aumentando a estabilidade e robustez. Contudo, quanto menor o peso, maior são os ganhos projetados o que aumenta o esforço do controlador.

Uma metodologia é proposta para anular alguns elementos da matriz de realimentação de estados a fim de viabilizar a implementação experimental e não sobrecarregar o microcontrolador. Os valores anulados são escolhidos de acordo com as características físicas de cada topologia. Por fim, através de resultados comparativos no tempo e na frequência ficou comprovado a eficácia da proposta.

Um estudo foi desenvolvido para comprovar que o posicionamento dos polos em um sistema multivariável pode admitir várias soluções de ganhos. Para isso, é realizada uma análise comparativa entre o projeto com controlador ótimo, [LQR](#), e com a Alocação de polos, considerando as mesmas posições dos polos para ambos projetos. Neste contexto, além de verificar que as matrizes de ganhos são diferentes, fica evidente que o controle ótimo garante uma robustez maior ao sistema.

Por fim, pelos resultados experimentais apresentados foi possível comprovar a eficácia da estrutura de controle proposta neste capítulo.

5 CONCLUSÕES FINAIS

Este trabalho apresentou um estudo do conversor **BTB** como um sistema multivariável. Para isso, este conversor de dois estágios é utilizado em dois diferentes modos de operação. Um controle em espaço de estados centralizado é proposto para ambas topologias. A fim garantir rastreamento assintótico, estabilidade e robustez contra distúrbios, o controlador integral e ações ressonantes foram incluídas no sistema aumentado em espaço de estados. O **LQR** é utilizado na obtenção das matrizes de realimentação de estados.

Inicialmente, o documento abordou diversos conceitos referentes ao controle de sistemas multivariáveis. Sistema **MIMO** possuem características exclusivas que também foram discutidas. As direções dos vetores de entrada influenciam o ganho de sistemas **MIMO**. Neste ponto, os valores singulares máximo e mínimo são os respectivos ganhos máximo e mínimo conforme a direção de entrada é variada e, para conhecer em quais direções estes valores estão associados, a **SVD** foi apresentada. Esta metodologia foi utilizada para conhecer em quais direções de saída um sistema multivariável que possui mais saídas que entradas é impossível de ser controlado. Este fenômeno está associado ao conceito de controlabilidade funcional. Estudos de casos com sistemas eletrônicos de potência foram inseridos a fim de melhorar a compreensão de tais conceitos.

O número de condicionamento e a **RGA** foram outras interessantes ferramentas utilizadas na caracterização de sistemas multivariáveis. Um destaque deve ser dado à análise das somas dos elementos das linhas da **RGA** em sistemas com mais saídas que entradas. Se o resultado desta operação for muito menor que 1 a saída correspondente a esta linha é difícil de ser controlada e, portanto, deve ser descartada. Logo, esta técnica ajuda o projetista conhecer qual variável de saída não deve ser controlada. Aplicando esta técnica a um **VSC** conectado à rede elétrica de distribuição foi percebido que além de ser impossível controlar ao mesmo tempo a tensão do barramento CC e a corrente de eixo direto, a faixa de frequência na qual estas variáveis são fáceis de serem controladas pode ser utilizada no projeto do controle **SISO** de cada uma delas. Ademais, foi observado que quanto maior a capacitância do barramento CC menor a faixa de frequência relacionada à tensão. Embora algumas conclusões obtidas através da resposta em frequência da soma dos elementos da **RGA** estejam em consonância com as diretrizes utilizadas pela literatura no projeto de controles **SISO**, para este tipo de planta, esta validação matemática não foi identificada pelo autor até o momento da escrita deste documento.

A **RGA** também foi empregada na escolha dos pares saída/entrada para um controle descentralizado **SISO** para um sistema que possui acoplamentos. Como exemplo, foi observado que é mais indicado controlar i_d/m_q e i_q/m_d no **VSC** conectado à rede elétrica com tensão do barramento CC constante. Contudo, se o desacoplamento for utilizado para neutralizar as interações do sistema, naturalmente os pares seriam diferentes, isto é,

i_d/m_d e i_q/m_q .

Foi discutido que o controle centralizado obtém melhores resultados quando se deseja controlar sistemas com um grande número de entradas, saídas e que possuam fortes acoplamentos. Aliás, com a utilização desta estratégia se torna mais simples configurar o projeto do controlador como um problema de otimização. Nesta perspectiva, o **LQR** foi escolhido para controlar o **BTB** pelo seu bom desempenho e fácil implementação.

Após discutido diversos conceitos sobre sistemas multivariáveis, eles foram utilizados nas análises do conversor **BTB** como circuito de interface entre dois sistemas CA e alimentando cargas isoladas. Através da modelagem, ambas topologias apresentaram mais variáveis de estados que variáveis de controle e, portanto, não foi possível controlar todas elas de forma independente. Por serem sistemas não funcionalmente controláveis, a decomposição em valores singulares foi utilizada para conhecer as direções em que cada planta não é capaz de ser controlada. Existe uma direção não controlável para o primeiro sistema, e ela está associada com as variáveis responsáveis pelo gerenciamento de potência ativa de todo o sistema. Já a segunda topologia, além de uma das direções não controláveis estar associada ao controle da potência ativa, há outras duas que estão relacionadas com os sentidos das variáveis do filtro de saída LC.

A soma dos elementos da linha da matriz de ganhos relativos foi aplicada para escolher as melhores variáveis para serem controladas. Por conta deste resultado, no **BTB** alimentando cargas isoladas, destacou-se a viabilidade de controlar as tensões de saída $\tilde{v}_{c,d}$ e $\tilde{v}_{c,q}$ em frequências até alguns kilohertz, o que é uma propriedade interessante quando se deseja formar uma rede elétrica trifásica e, para garantir uma alta qualidade das tensões de saída é preciso rejeitar harmônicos pares de alta ordem estando o sistema em coordenadas síncronas. Ademais, nas duas topologias observou-se um compromisso em controlar a tensão do barramento CC e as correntes das redes elétricas.

A fim de garantir o rastreamento assintótico das referências, o projeto do controle em espaço de estados para ambas topologias foram propostas a inclusão de integradores. Contudo, como no modo alimentador de cargas isoladas a tensão de saída deve manter uma boa qualidade, independente da corrente demandada pela carga, optou-se por projetar controladores ressonantes no sistema de coordenadas síncronos sintonizados no 6° e 12° harmônicos para desta forma compensar 5° e 11° harmônicos de sequência negativa e 7° e 13° harmônicos de sequência positiva no sistema de coordenadas estacionárias *abc*. Além disso, para também manter uma boa qualidade das correntes demandadas ou injetadas nas redes CA, ressonantes sintonizados apenas no 6° harmônico foi inserido no sistema aumentado de ambas topologias.

Definida as estruturas aumentadas de controle em espaços de estados o próximo passo foi estabelecer diretrizes para a escolha das matrizes de ponderações do **LQR**, para tornar ambos projetos sistemáticos. Portanto conforme os pesos, ou um conjunto

deles, foram sendo variados, o critério utilizado foi analisar a resposta em frequência dos valores singulares da matriz de sensibilidade complementar, sensibilidade e sensibilidade ao distúrbio além de verificar suas normas infinitas.

Após obtidas as matrizes de ponderações do **LQR**, uma metodologia de modificação da matriz de realimentação de estados foi apresentada a fim de suavizar a implementação digital dos controladores já que a matriz de realimentação proposta possuía 68 ganhos para o **BTB** conectado a duas redes CA e 92 ganhos para o **BTB** alimentando cargas isoladas. O procedimento se baseava em anular determinados ganhos observando as características físicas de cada topologia. Diante disso, através de resultados comparativos no tempo e na frequência ficou comprovado a eficácia da proposta. Anulando 36 ganhos para o **BTB** conectado a duas redes CA e 60 ganhos para o **BTB** alimentando cargas isoladas.

Como a posição dos polos em malha fechada de um sistema multivariável admite variadas possibilidades de matrizes de realimentação de estados, foi desenvolvida uma análise comparativa entre o projeto com controlador ótimo, **LQR**, e com Alocação de polos, considerando as mesmas posições dos polos em ambos projetos. Por fim, foi possível verificar que além das matrizes de ganhos serem diferentes, fica evidente que o controle ótimo garante robustez ao sistema.

Resultados experimentais obtidos com um protótipo de pequena escala montado no laboratório do **GEP-UFMG** foram utilizados para demonstrar o desempenho e validar os controladores bem como os diferentes modos de operação do conversor **BTB**.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Visando a continuidade do trabalho são listadas a seguir algumas propostas de continuidade para este trabalho:

- Aprofundar e aprimorar as análises multivariáveis através da **SVD** e **RGA**;
- Aplicar as relações da **SVD** e **RGA** em um projeto de controle descentralizado **SISO**;
- Estender os conceitos de sistemas multivariáveis para sistemas discretos para que a lei de controle possa ser diretamente sintonizada no domínio de tempo discreto;
- Buscar métodos otimizados para reduzir o número de ganhos das matrizes de realimentação de estados e com isso facilitar a implementação experimental;
- Refinar os resultados experimentais, principalmente os referentes ao **BTB** conectado a dois sistemas CA.
- Obter a matriz de ganhos de realimentação de estados utilizando outras técnicas, como por exemplo: através da alocação robusta de polos utilizando desigualdades

matriciais lineares (LMIs); otimização do controlador através da minimização das normas \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 via LMIs garantindo estabilidade robusta.

- Obter resultados experimentais utilizando as técnicas de projeto do item anterior.
- Expandir os estudos para um sistema trifásico a quatro fios.

REFERÊNCIAS

- ALBERTOS, P.; ANTONIO, S. **Multivariable Control Systems: An Engineering Approach**. [S.l.]: Springer London, 2014. (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing). ISBN 9781447139836.
- ALCALÁ, J.; CÁRDENAS, V.; RAMÍREZ-LÓPEZ, A. R.; GUDIÑO-LAU, J. Study of the bidirectional power flow in back - to - back converters by using linear and nonlinear control strategies. In: **2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 806–813. ISSN 2329-3748.
- ALEPUZ, S.; CALLE, A.; BUSQUETS-MONGE, S.; KOURO, S.; WU, B. Use of stored energy in pmsg rotor inertia for low-voltage ride-through in back-to-back npc converter-based wind power systems. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 60, n. 5, p. 1787–1796, May 2013. ISSN 1557-9948.
- ALMEIDA, P. M.; BARBOSA, P. G.; FERREIRA, A. A.; BRAGA, H. A. C. Projeto dos controladores de um conversor vsc usado para conectar um sistema de geração fotovoltaico à rede elétrica. In: **Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática, CBA 2012**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 3960–3965.
- ALMEIDA, P. M.; BARBOSA, P. G.; OLIVEIRA, J. G.; DUARTE, J. L.; RIBEIRO, P. F. Digital proportional multi-resonant current controller for improving grid-connected photovoltaic systems. **Renewable Energy**, v. 76, p. 662 – 669, 2015. ISSN 0960-1481.
- ALMEIDA, P. M. de; DUARTE, J. L.; RIBEIRO, P. F.; BARBOSA, P. G. Repetitive controller for improving grid-connected photovoltaic systems. **IET Power Electronics**, v. 7, n. 6, p. 1466–1474, 2014.
- ALMEIDA, P. M. de; RIBEIRO, A. S. B.; SOUZA, I. D. N.; FERNANDES, M. de C.; FOGLI, G. A.; CUK, V.; BARBOSA, P. G.; RIBEIRO, P. F. Systematic design of a DLQR applied to grid-forming converters. **IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Industrial Electronics**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 1, n. 2, p. 200–210, oct 2020.
- ANDERSON, B.; MOORE, J. **Optimal Control: Linear Quadratic Methods**. [S.l.]: Dover Publications, 2007. (Dover Books on Engineering). ISBN 9780486457666.
- ÅSTRÖM, K.; MURRAY, R. **Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers**. [S.l.]: Princeton University Press, 2010. ISBN 9781400828739.
- ÅSTRÖM, K.; WITTENMARK, B. **Computer-Controlled Systems: Theory and Design, Third Edition**. [S.l.]: Dover Publications, 2013. (Dover Books on Electrical Engineering). ISBN 9780486284040.
- BAGGU, M. M.; CHOWDHURY, B. H.; KIMBALL, J. W. Comparison of advanced control techniques for grid side converter of doubly-fed induction generator back-to-back converters to improve power quality performance during unbalanced voltage dips. **IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics**, v. 3, n. 2, p. 516–524, June 2015. ISSN 2168-6785.

BAROUDI, J. A.; DINAHAHI, V.; KNIGHT, A. M. A review of power converter topologies for wind generators. **Renewable Energy**, v. 32, n. 14, p. 2369 – 2385, 2007. ISSN 0960-1481.

BLAABJERG, F.; CHEN, Z.; KJAER, S. B. Power electronics as efficient interface in dispersed power generation systems. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 19, n. 5, p. 1184–1194, Sep. 2004. ISSN 1941-0107.

BOJOI, R. I.; GRIVA, G.; BOSTAN, V.; GUERRIERO, M.; FARINA, F.; PROFUMO, F. Current control strategy for power conditioners using sinusoidal signal integrators in synchronous reference frame. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 20, n. 6, p. 1402–1412, 2005.

BOUZID, A. M.; GUERRERO, J. M.; CHERITI, A.; BOUHAMIDA, M.; SICARD, P.; BENGHANEM, M. A survey on control of electric power distributed generation systems for microgrid applications. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 44, p. 751–766, 2015. ISSN 1364-0321.

BRAATZ, R. D.; MORARI, M. Minimizing the euclidean condition number. **SIAM Journal on Control and Optimization**, v. 32, n. 6, p. 1763–1768, 1994.

BRISTOL, E. On a new measure of interaction for multivariable process control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 11, n. 1, p. 133–134, 1966.

BRYSON A. E., J.; HO, Y. C. **Applied Optimal Control**. [S.l.]: Blaisdell, 1969.

BURNS, R. **Advanced Control Engineering**. [S.l.]: Elsevier Science, 2001. ISBN 9780080498782.

BUSO, S.; MATTAVELLI, P. **Digital Control in Power Electronics**. [S.l.]: Morgan & Claypool Publishers, 2006. (Lectures on power electronics). ISBN 9781598291124.

BÜYÜK, M.; TAN, A.; TÜMAY, M.; BAYINDIR, K. Çağatay. Topologies, generalized designs, passive and active damping methods of switching ripple filters for voltage source inverter: A comprehensive review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 62, p. 46 – 69, 2016. ISSN 1364-0321.

CABERO, A. R.; PRODANOVIC, M.; PÉREZ, J. R. Full-state feedback control of back-to-back converters based on differential and common power concepts. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 66, n. 11, p. 9045–9055, Nov 2019. ISSN 1557-9948.

CABERO, A. R.; SÁNCHEZ, F. H.; PRODANOVIC, M. A unified control of back-to-back converter. In: **2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–8. ISSN null.

CAI, P.; XIANG, W.; WEN, J. Modelling and control of a back-to-back mmc-hvdc system using adpss. **The Journal of Engineering**, v. 2019, n. 16, p. 1252–1256, 2019. ISSN 2051-3305.

CAO, Y. **Control structure selection for chemical processes using input-output controllability analysis**. Tese (Doutorado) — University of Exeter, 1995.

CASTRO, M.; SOUZA, I. D. N. de; FOGLI, G. A.; JUNIOR, A. S. T.; ALMEIDA, P. M. de; OLIVEIRA, J. G. de; BARBOSA, P. G. Unified robust control design for btb-vsc subject to uncertainties in grid equivalent circuit. In: **2019 IEEE 15th Brazilian Power Electronics Conference and 3rd Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC)**. [S.l.: s.n.], 2019.

CHAUDHURI, N.; CHAUDHURI, B.; MAJUMDER, R.; YAZDANI, A. **Multi-terminal Direct-Current Grids: Modeling, Analysis, and Control**. [S.l.]: Wiley, 2014. (Wiley - IEEE). ISBN 9781118729106.

CHEN, C.; HOLOHAN, A. Stability robustness of linear quadratic regulators. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 26, n. 9, p. 1817–1824, 2016.

CHEN, Z.; GUERRERO, J. M.; BLAABJERG, F. A review of the state of the art of power electronics for wind turbines. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 24, n. 8, p. 1859–1875, Aug 2009. ISSN 1941-0107.

DOYLE, J.; STEIN, G. Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 26, n. 1, p. 4–16, 1981.

DUAN, G.; YU, H. **LMIs in Control Systems: Analysis, Design and Applications**. [S.l.]: CRC Press, 2013. ISBN 9781466583009.

DUARTE, S. N.; SOUZA, B. C.; ALMEIDA, P. M.; ARAUJO, L. R.; BARBOSA, P. G. Control algorithm for dstatcom to compensate consumer-generated negative and zero sequence voltage unbalance. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 120, p. 105957, 2020. ISSN 0142-0615.

EL-NAGGAR, A.; ERLICH, I. Analysis of fault current contribution of doubly-fed induction generator wind turbines during unbalanced grid faults. **Renewable Energy**, v. 91, p. 137 – 146, 2016. ISSN 0960-1481.

ESTAHBANATI, M. An adaptive control scheme for doubly fed induction generators - wind turbine implementation. **Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence**, v. 26, n. 2, p. 183 – 195, 2014. ISSN 0952813X.

FISCHER, K.; PELKA, K.; BARTSCHAT, A.; TEGTMEIER, B.; CORONADO, D.; BROER, C.; WENSKE, J. Reliability of power converters in wind turbines: Exploratory analysis of failure and operating data from a worldwide turbine fleet. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 34, n. 7, p. 6332–6344, July 2019. ISSN 1941-0107.

FOGLI, G. A.; ALMEIDA, P. M.; BARBOSA, P. G. Modelling and control of an interface power converter for the operation of small diesel gen-sets in grid-connected and stand-alone modes. **Electric Power Systems Research**, v. 150, p. 177–187, 2017. ISSN 0378-7796.

FOGLI, G. A.; SOUZA, I. D.; FERNANDES, M. C.; ALMEIDA, P. M.; BARBOSA, P. G. Dispatchable distributed generation using a back-to-back converter for grid-forming improvements based on feed-forward action with load current prediction. **IET Power Electronics**, v. 13, n. 16, p. 3686–3696, 2020.

FOGLI, G. A.; VALLE, R. L.; ALMEIDA, P. M. de; BARBOSA, P. G. A simple dead-time compensation strategy for grid-connected voltage-sourced converters semiconductor switches. **Electric Power Systems Research**, Elsevier BV, v. 174, p. 105853, sep 2019.

FRANKLIN, G.; POWELL, J.; EMAMI-NAEINI, A. **Sistemas de Controle para Engenharia - 6ed.** [S.l.]: Bookman Editora, 2013. ISBN 9788582600689.

FRIEDLI, T.; KOLAR, J. W.; RODRIGUEZ, J.; WHEELER, P. W. Comparative evaluation of three-phase ac-ac matrix converter and voltage dc-link back-to-back converter systems. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 59, n. 12, p. 4487–4510, Dec 2012. ISSN 1557-9948.

GIMÉNEZ, M. O.; CERRADA, A. G.; MACHO, J. L. Z. Comprehensive control for unified power quality conditioners. **Journal of Modern Power Systems and Clean Energy**, v. 5, n. 4, p. 609–619, July 2017. ISSN 2196-5420.

HASANZADEH, A.; EDRINGTON, C. S.; MAGHSOUDLOU, B.; FLEMING, F.; MOKHTARI, H. Multi-loop linear resonant voltage source inverter controller design for distorted loads using the linear quadratic regulator method. **IET Power Electronics**, v. 5, n. 6, p. 841–851, 2012.

HE, J.; LI, Y. W. Generalized closed-loop control schemes with embedded virtual impedances for voltage source converters with lc or lcl filters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 27, n. 4, p. 1850–1861, 2012.

HESPANHA, J. **Linear Systems Theory.** [S.l.]: Princeton University Press, 2009. ISBN 9781400831890.

HWANG, S.; KIM, J. Dead time compensation method for voltage-fed pwm inverter. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 25, n. 1, p. 1–10, 2010.

INSTRUMENTS, T. **C2000 Delfino MCU F28379D LaunchPad™ development kit.** [S.l.], 2017. Disponível em: <https://www.ti.com/tool/LAUNCHXL-F28379D>.

INSTRUMENTS, T. **TMS320F2837xD Dual-Core Microcontrollers datasheet (Rev. L).** [S.l.], 2020.

JIANG, G.; HE, H.; YAN, J.; XIE, P. Multiscale convolutional neural networks for fault diagnosis of wind turbine gearbox. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 66, n. 4, p. 3196–3207, April 2019. ISSN 1557-9948.

JOSEPH, B.; BROSILOW, C. B. Inferential control of processes: Part i. steady state analysis and design. **AIChE Journal**, v. 24, n. 3, p. 485–492, 1978.

JOVCIC, D.; LAMONT, L.; ABBOTT, K. Control system design for vsc transmission. **Electric Power Systems Research**, v. 77, n. 7, p. 721 – 729, 2007. ISSN 0378-7796.

KEDJAR, B.; AL-HADDAD, K. Dsp-based implementation of an lqr with integral action for a three-phase three-wire shunt active power filter. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 56, n. 8, p. 2821–2828, 2009.

KERKMAN, R. J.; LEGGATE, D.; SCHLEGEL, D. W.; WINTERHALTER, C. Effects of parasitics on the control of voltage source inverters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 18, n. 1, p. 140–150, 2003.

KESLER, M.; OZDEMIR, E. Synchronous-reference-frame-based control method for upqc under unbalanced and distorted load conditions. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 58, n. 9, p. 3967–3975, Sep. 2011. ISSN 1557-9948.

KHAJEHODDIN, S. A.; GHARTEMANI, M. K.; EBRAHIMI, M. Optimal and systematic design of current controller for grid-connected inverters. **IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics**, v. 6, n. 2, p. 812–824, 2018.

KOCH, G. G.; MACCARI, L. A.; OLIVEIRA, R. C. L. F.; MONTAGNER, V. F. Robust \mathcal{H}_∞ state feedback controllers based on linear matrix inequalities applied to grid-connected converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 66, n. 8, p. 6021–6031, 2019.

KOCH, G. G.; OSÓRIO, C. R. D.; PINHEIRO, H.; OLIVEIRA, R. C. L. F.; MONTAGNER, V. F. Design procedure combining linear matrix inequalities and genetic algorithm for robust control of grid-connected converters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 56, n. 2, p. 1896–1906, 2020.

KONSTANTOPOULOS, G. C.; ALEXANDRIDIS, A. T. Full-scale modeling, control, and analysis of grid-connected wind turbine induction generators with back-to-back ac/dc/ac converters. **IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics**, v. 2, n. 4, p. 739–748, 2014.

LAU, H.; ALVAREZ, J.; JENSEN, K. F. Synthesis of control structures by singular value analysis: Dynamic measures of sensitivity and interaction. **AIChE Journal**, v. 31, n. 3, p. 427–439, 1985.

LEM. **Current Transducer LA100-P**. [S.l.], 2018. Acessado: 18/05/2020. Disponível em: <https://www.lem.com/en/la-100p>.

LEM. **Voltage Transducer LV20-P**. [S.l.], 2018. Acessado: 17/05/2020. Disponível em: <http://media.digikey.com/pdf/data/%20sheets/lem/%20usa/%20pdfs/lv/%2020-p.pdf>.

LISERRE, M.; TEODORESCU, R.; BLAABJERG, F. Multiple harmonics control for three-phase grid converter systems with the use of pi-res current controller in a rotating frame. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 21, n. 3, p. 836–841, 2006.

LIU, K.; YAO, Y. **Robust Control: Theory and Applications**. [S.l.]: Wiley, 2016. ISBN 9781118754429.

LOH, P. C.; HOLMES, D. G. Analysis of multiloop control strategies for lc/cl/lcl-filtered voltage-source and current-source inverters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 41, n. 2, p. 644–654, 2005.

MACIEJOWSKI, J. **Multivariable Feedback Design**. [S.l.]: Addison-Wesley, 1989. (Electronic systems engineering series). ISBN 9780201182439.

MAIA, A. C. N.; JACOBINA, C. B. Single-phase ac-dc-ac topology for grid overvoltage and voltage harmonic mitigation. **IET Power Electronics**, v. 10, n. 12, p. 1626–1637, 2017.

MAJUMDER, R. A hybrid microgrid with dc connection at back to back converters. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 5, n. 1, p. 251–259, 2014.

MAJUMDER, R.; GHOSH, A.; LEDWICH, G.; ZARE, F. Power management and power flow control with back-to-back converters in a utility connected microgrid. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 25, n. 2, p. 821–834, May 2010. ISSN 1558-0679.

MCAVOY, T. **Interaction analysis: principles and applications**. [S.l.]: Instrument Society of América, 1983. (Monograph series). ISBN 9780876646311.

MILLER, D. E. A comparison of lqr optimal performance in the decentralized and centralized settings. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 61, n. 8, p. 2308–2311, 2016.

NADERI, M.; KHAYAT, Y.; SHAFIEE, Q.; DRAGICEVIC, T.; BEVRANI, H.; BLAABJERG, F. Interconnected autonomous ac microgrids via back-to-back converters. part i: Small-signal modeling. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 35, n. 5, p. 4728–4740, May 2020. ISSN 1941-0107.

NUTKANI, I. U.; LOH, P. C.; BLAABJERG, F. Distributed operation of interlinked ac microgrids with dynamic active and reactive power tuning. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 49, n. 5, p. 2188–2196, 2013.

OGATA, K. **Modern Control Engineering**. [S.l.]: Prentice Hall, 2010. (Instrumentation and controls series). ISBN 9780136156734.

OÑATE, M.; POSADA, J.; LÓPEZ, J.; QUINTERO, J.; AREDES, M. Control of a back-to-back converter as a power transfer system using synchronverter approach. **IET Generation, Transmission Distribution**, v. 12, n. 9, p. 1998–2005, 2018.

OSTERTAG, E. **Mono- and Multivariable Control and Estimation: Linear, Quadratic and LMI Methods**. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2011. (Mathematical Engineering). ISBN 9783642137341.

PALIZBAN, O.; KAUHANIEMI, K. Hierarchical control structure in microgrids with distributed generation: Island and grid-connected mode. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 44, p. 797–813, 2015. ISSN 1364-0321.

PEREIRA, L. F. A.; FLORES, J. V.; BONAN, G.; COUTINHO, D. F.; SILVA, J. M. G. da. Multiple resonant controllers for uninterruptible power supplies—a systematic robust control design approach. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 61, n. 3, p. 1528–1538, 2014.

QUAN, X.; WU, Z.; DOU, X.; HU, M.; HUANG, A. Q. Load current decoupling based lq control for three-phase inverter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 33, n. 6, p. 5476–5491, 2018.

RADWAN, A. A. A.; MOHAMED, Y. A. I. Grid-connected wind-solar cogeneration using back-to-back voltage-source converters. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, v. 11, n. 1, p. 315–325, Jan 2020. ISSN 1949-3037.

RAUF, A. M.; SANT, A. V.; KHADKIKAR, V.; ZEINELDIN, H. H. A novel ten-switch topology for unified power quality conditioner. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 31, n. 10, p. 6937–6946, Oct 2016. ISSN 1941-0107.

ROCABERT, J.; LUNA, A.; BLAABJERG, F.; RODRÍGUEZ, P. Control of power converters in ac microgrids. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 27, n. 11, p. 4734–4749, Nov 2012. ISSN 1941-0107.

RODRÍGUEZ, P.; TEODORESCU, R.; CANDELA, I.; TIMBUS, A. V.; LISERRE, M.; BLAABJERG, F. New positive-sequence voltage detector for grid synchronization of power converters under faulty grid conditions. In: **2006 37th IEEE Power Electronics Specialists Conference**. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–7. ISSN 2377-6617.

SAHA, A. K.; CHOWDHURY, S.; CHOWDHURY, S. P.; CROSSLEY, P. A. Modeling and performance analysis of a microturbine as a distributed energy resource. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 24, n. 2, p. 529–538, June 2009. ISSN 1558-0059.

SEMIKRON. **IGBT Module SEMiX202GB12E4s**. [S.l.], 2014. Acessado: 22/06/2020. Disponível em: <https://www.semikron.com/products/product-classes/igbt-modules/detail/semix202gb12e4s-27890110.html>.

SEMIKRON. **IGBT Driver Core SKYPER 32 R**. [S.l.], 2018. Acessado: 22/06/2020. Disponível em: <https://www.semikron.com/products/product-classes/igbt-driver/detail/skyper-32-r-l6100102.html>.

SHEN, L.; BOZHKO, S.; HILL, C. I.; WHEELER, P. Dc-link capacitor second carrier band switching harmonic current reduction in two-level back-to-back converters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 33, n. 4, p. 3567–3574, April 2018. ISSN 1941-0107.

SHU, Y.; TANG, G.; PANG, H. A back-to-back vsc-hvdc system of yu-e power transmission lines to improve cross-region capacity. **CSEE Journal of Power and Energy Systems**, v. 6, n. 1, p. 64–71, March 2020. ISSN 2096-0042.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design**. [S.l.]: Wiley, 2005. ISBN 9780470011676.

SMAGINA, Y. M. **System zeros**. [S.l.]: arXiv:math/0605092.

SOUZA, I. D.; ALMEIDA, P. M. de; BARBOSA, P. G.; DUQUE, C. A.; RIBEIRO, P. F. Digital single voltage loop control of a vsi with lc output filter. **Sustainable Energy, Grids and Networks**, v. 16, p. 145 – 155, 2018. ISSN 2352-4677.

SOUZA, I. D. N.; CASTRO, M. de; FOGLI, G. A.; JUNIOR, A. S. T.; BARBOSA, P. G.; ALMEIDA, P. M. de. Multivariable control of a grid forming system based on back-to-back topology. In: **2019 IEEE 15th Brazilian Power Electronics Conference and 3rd Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC)**. [S.l.: s.n.], 2019.

SUNTIO, T.; MESSO, T.; PUUKKO, J. **Power Electronic Converters: Dynamics and Control in Conventional and Renewable Energy Applications**. [S.l.]: Wiley, 2017. ISBN 9783527340224.

TANG, C.; CHEN, Y.; CHEN, Y.; CHANG, Y. Dc-link voltage control strategy for three-phase back-to-back active power conditioners. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 62, n. 10, p. 6306–6316, Oct 2015. ISSN 1557-9948.

TARISCIOTTI, L.; CALZO, G. L.; GAETA, A.; ZANCHETTA, P.; VALENCIA, F.; SÁEZ, D. A distributed model predictive control strategy for back-to-back converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 63, n. 9, p. 5867–5878, Sep. 2016. ISSN 1557-9948.

TEODORESCU, R.; BLAABJERG, F. Flexible control of small wind turbines with grid failure detection operating in stand-alone and grid-connected mode. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 19, n. 5, p. 1323–1332, Sep. 2004. ISSN 1941-0107.

TIBOLA, J. R.; LANZANOVA, T. D. M.; MARTINS, M. E. S.; GRÜNDLING, H. A.; PINHEIRO, H. Modeling and speed control design of an ethanol engine for variable speed gensets. **Control Engineering Practice**, v. 35, p. 54 – 66, 2015. ISSN 0967-0661.

UFNALSKI, B.; KASZEWSKI, A.; GRZESIAK, L. M. Particle swarm optimization of the multioscillatory lqr for a three-phase four-wire voltage-source inverter with an lc output filter. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 62, n. 1, p. 484–493, 2015.

VANDOORN, T. L.; VASQUEZ, J. C.; KOONING, J. D.; GUERRERO, J. M.; VANDEVELDE, L. Microgrids: Hierarchical control and an overview of the control and reserve management strategies. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, v. 7, n. 4, p. 42–55, 2013.

VIJAY, A. S.; DOOLLA, S.; CHANDORKAR, M. C. A single back-to-back converter based system emulator for testing unbalanced microgrids. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 36, n. 1, p. 513–523, 2021.

WANG, L.; ZHENG, G. Analysis of a microturbine generator system connected to a distribution system through power-electronics converters. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, v. 2, n. 2, p. 159–166, April 2011. ISSN 1949-3037.

WANG, X.; LOH, P. C.; BLAABJERG, F. Stability analysis and controller synthesis for single-loop voltage-controlled vsis. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 32, n. 9, p. 7394–7404, 2017.

WU, T.; LEE, P.; LIN, L.; CHANG, C.; CHEN, Y. Circulating current reduction for three-phase back-to-back transformerless inverter with spwm-based d- Σ digital control. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 32, n. 2, p. 1591–1601, Feb 2017. ISSN 1941-0107.

YAMAHA. **EF2000iSv2. 2016**. [S.l.], 2016. Acessado: 18/03/2020. Disponível em: <https://www.yamahagenerators.com/Yamaha-EF2000iSv2-p/ef2000isv2.htm>.

YAZDANI, A.; IRAVANI, R. **Voltage-Sourced Converters in Power Systems: Modeling, Control, and Applications**. [S.l.]: Wiley, 2010. (Wiley - IEEE). ISBN 9780470551561.

YUAN, Z.; DU, Z.; LI, C.; AN, T. Dynamic equivalent model of vsc based on singular perturbation. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Institution of Engineering and Technology, v. 10, p. 3413–3422(9), November 2016. ISSN 1751-8687.

ZHANG, C.; COELHO, E. A. A.; GUERRERO, J. M.; VASQUEZ, J. C. Modular online uninterruptible power system plug'n'play control and stability analysis. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 63, n. 6, p. 3765–3776, 2016.

- ZHANG, C.; GUERRERO, J. M.; VASQUEZ, J. C.; COELHO, E. A. A. Control architecture for parallel-connected inverters in uninterruptible power systems. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 31, n. 7, p. 5176–5188, 2016.
- ZHANG, Z.; LI, Z.; KAZMIERKOWSKI, M. P.; RODRÍGUEZ, J.; KENNEL, R. Robust predictive control of three-level npc back-to-back power converter pmsg wind turbine systems with revised predictions. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 33, n. 11, p. 9588–9598, Nov 2018. ISSN 1941-0107.
- ZHANG, Z.; WANG, F.; SUN, T.; RODRÍGUEZ, J.; KENNEL, R. Fpga-based experimental investigation of a quasi-centralized model predictive control for back-to-back converters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 31, n. 1, p. 662–674, Jan 2016. ISSN 1941-0107.
- ZHANG, Z.; WANG, F.; WANG, J.; RODRÍGUEZ, J.; KENNEL, R. Nonlinear direct control for three-level npc back-to-back converter pmsg wind turbine systems: Experimental assessment with fpga. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, v. 13, n. 3, p. 1172–1183, June 2017. ISSN 1941-0050.
- ZHANG, Z.; XU, H.; XUE, M.; CHEN, Z.; SUN, T.; KENNEL, R.; HACKL, C. M. Predictive control with novel virtual-flux estimation for back-to-back power converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 62, n. 5, p. 2823–2834, 2015.
- ZHOU, D.; BLAABJERG, F. Bandwidth oriented proportional-integral controller design for back-to-back power converters in dfig wind turbine system. **IET Renewable Power Generation**, v. 11, n. 7, p. 941–951, 2017.
- ZHOU, D.; ZHAO, J.; LIU, Y. Finite-control-set model predictive control scheme of three-phase four-leg back-to-back converter-fed induction motor drive. **IET Electric Power Applications**, v. 11, n. 5, p. 761–767, 2017. ISSN 1751-8679.
- ZHOU, K.; DOYLE, J. C. **Essentials of robust control**. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall, 1998. ISBN 9780137908745.
- ZMOOD, D. N.; HOLMES, D. G. Stationary frame current regulation of pwm inverters with zero steady-state error. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 18, n. 3, p. 814–822, 2003.

APÊNDICE A – PONTOS DE OPERAÇÃO

$$\left\{ \begin{aligned}
M_{1,d} &= \frac{\sqrt{3} \left(-I_{1,d}R_1 + I_{1,q}L_1\omega_1 + V_{g_{1,d}} \right)}{V_{cc}} \\
M_{1,q} &= \frac{\sqrt{3} \left(-I_{1,d}L_1\omega_1 - I_{1,q}R_1 + V_{g_{1,q}} \right)}{V_{cc}} \\
M_{2,d} &= \frac{\sqrt{3} \left(-2I_{2,q}L_2\omega_2 + V_{g_{2,d}} + \sqrt{-4I_{1,d}^2R_1R_2 + 4I_{1,d}R_2V_{g_{1,d}} - 4I_{1,q}^2R_1R_2 + 4I_{1,q}R_2V_{g_{1,q}} - 4I_{2,q}^2R_2^2 - 4I_{2,q}R_2V_{g_{2,q}} + V_{g_{2,d}}^2} \right)}{2V_{cc}} \\
M_{2,q} &= \frac{\sqrt{3} \left(I_{2,q}R_2^2 - \frac{L_2V_{g_{2,d}}\omega_2}{2} + \frac{L_2\omega_2 \sqrt{-4I_{1,d}^2R_1R_2 + 4I_{1,d}R_2V_{g_{1,d}} - 4I_{1,q}^2R_1R_2 + 4I_{1,q}R_2V_{g_{1,q}} - 4I_{2,q}^2R_2^2 - 4I_{2,q}R_2V_{g_{2,q}} + V_{g_{2,d}}^2}}{2} + R_2V_{g_{2,q}} \right)}{R_2V_{cc}} \\
I_{2,d} &= \frac{-V_{g_{2,d}} + \sqrt{-4I_{1,d}^2R_1R_2 + 4I_{1,d}R_2V_{g_{1,d}} - 4I_{1,q}^2R_1R_2 + 4I_{1,q}R_2V_{g_{1,q}} - 4I_{2,q}^2R_2^2 - 4I_{2,q}R_2V_{g_{2,q}} + V_{g_{2,d}}^2}}{2R_2}
\end{aligned} \right. \tag{A.1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
M_{1,d} = \frac{\sqrt{3} \left(2I_{1,q} L_1 \omega_1 + V_{g_{1,d}} + \sqrt{-4C_f^2 R_1 R_2 V_{c,d}^2 \omega_2^2 - 4C_f^2 R_1 R_2 V_{c,q}^2 \omega_2^2 + 8C_f I_{1,d} R_1 R_2 V_{c,q} \omega_2 - 8C_f I_{1,q} R_1 R_2 V_{c,d} \omega_2 - 4I_{1,q}^2 R_1^2 + 4I_{1,q} R_1 V_{g_{1,q}} - 4I_{1,d}^2 R_1 R_2 - 4I_{1,d} R_1 V_{c,d} - 4I_{1,q}^2 R_1 R_2 - 4I_{1,q} R_1 V_{c,q} + V_{g_{1,d}}^2} \right)}{2V_{cc}} \\
M_{1,q} = \frac{\sqrt{3} \left(-I_{1,q} R_1^2 - \frac{L_1 V_{g_{1,d}} \omega_1}{2} + \frac{L_1 \omega_1 \sqrt{-4C_f^2 R_1 R_2 V_{c,d}^2 \omega_2^2 - 4C_f^2 R_1 R_2 V_{c,q}^2 \omega_2^2 + 8C_f I_{1,d} R_1 R_2 V_{c,q} \omega_2 - 8C_f I_{1,q} R_1 R_2 V_{c,d} \omega_2 - 4I_{1,q}^2 R_1^2 + 4I_{1,q} R_1 V_{g_{1,q}} - 4I_{1,d}^2 R_1 R_2 - 4I_{1,d} R_1 V_{c,d} - 4I_{1,q}^2 R_1 R_2 - 4I_{1,q} R_1 V_{c,q} + V_{g_{1,d}}^2}}{2} + R_1 V_{g_{1,q}} \right)}{R_1 V_{cc}} \\
I_{1,d} = \frac{V_{g_{1,d}} - \sqrt{-4C_f^2 R_1 R_2 V_{c,d}^2 \omega_2^2 - 4C_f^2 R_1 R_2 V_{c,q}^2 \omega_2^2 + 8C_f I_{1,d} R_1 R_2 V_{c,q} \omega_2 - 8C_f I_{1,q} R_1 R_2 V_{c,d} \omega_2 - 4I_{1,q}^2 R_1^2 + 4I_{1,q} R_1 V_{g_{1,q}} - 4I_{1,d}^2 R_1 R_2 - 4I_{1,d} R_1 V_{c,d} - 4I_{1,q}^2 R_1 R_2 - 4I_{1,q} R_1 V_{c,q} + V_{g_{1,d}}^2}}{2R_1} \\
M_{2,d} = \frac{\sqrt{3} \left(-C_f L_2 V_{c,d} \omega_2^2 - C_f R_2 V_{c,q} \omega_2 + I_{1,d} R_2 - I_{1,q} L_2 \omega_2 + V_{c,d} \right)}{V_{cc}} \\
M_{2,q} = \frac{\sqrt{3} \left(-C_f L_2 V_{c,q} \omega_2^2 + C_f R_2 V_{c,d} \omega_2 + I_{1,d} L_2 \omega_2 + I_{1,q} R_2 + V_{c,q} \right)}{V_{cc}} \\
I_{2,d} = -C_f V_{c,q} \omega_2 + I_{1,d} \\
I_{2,q} = C_f V_{c,d} \omega_2 + I_{1,q}
\end{array} \right.$$

(A.2)

APÊNDICE B – GANHOS DOS CONTROLADORES

κ^T			
-0,005076860439783	0,001536184492456	0,000007721107498	0,000000444812174
0,001538442155572	-0,042822672911111	-0,000001303760354	-0,000000055538211
-0,000152766853795	-0,000002737064066	0,010560004421789	-0,001400579422965
0,000000431044364	0,000000055538208	-0,001402147053874	0,042826443109460
-0,008909479049236	-0,000240817399031	0,000474872069038	0,000093424697460
-3,753130214831187	223,575298111793217	-0,009336098304846	-0,000808073868536
0,572645942882282	0,009195180117372	-9,979538519495073	-0,284258703784626
-0,010047095432574	-0,000710683034589	6,366091296957451	-223,516157760796460
0,172896417935169	0,002902805338087	0,009915995060298	0,000274642158685
-322,824920356634550	-5,454322033503296	0,984749584059953	0,066951068992258
0,077162494226563	0,005023090218819	0,000412548374793	0,000009157044499
-3,108069158229610	200,770809904408964	-0,010130028675588	-0,000890392983356
-0,002792445599298	0,046501454920521	-0,000000271317889	-0,000000027913359
-0,832109482734810	-0,027740115474325	155,001066381970759	0,977728029122858
-0,000410651907398	-0,000007344601921	-0,145021796334025	-0,006440535893584
-0,010497419737275	-0,000657627815020	5,275984171290727	-200,720953891722075
0,000001336749684	-0,000000026044090	0,002897360844909	-0,046498882590374

(B.1)

κ_m^T			
-0,005076860439783	0	0,000007721107498	0
0	-0,042822672911111	0	0
-0,000152766853795	0	0,010560004421789	0
0	0	0	0,042826443109460
-0,008909479049236	0	0,000474872069038	0
0	223,575298111793217	0	0
0,572645942882282	0	-9,979538519495073	0
0	0	0	-223,516157760796460
0,172896417935169	0	0,009915995060298	0
-322,824920356634550	0	0	0
0,077162494226563	0	0	0
0	200,770809904408964	0	0
0	0,046501454920521	0	0
0	0	155,001066381970759	0
0	0	-0,145021796334025	0
0	0	0	-200,720953891722075
0	0	0	-0,046498882590374

(B.2)

κ_f^T

-0,001783705433467	0,001575040785141	0,000000550947823	0,000000006582932
0,001575883836887	-0,028089169255393	-0,000000037531310	-0,000000001703938
-0,000005493940359	-0,000000775840085	1,086450292344556	-0,000001948787454
-0,000005670644795	-0,000000274266486	0,000001897792815	1,086451185110161
-0,000011883108541	-0,000001043133966	1,057699153684614	0,000089068554504
-0,000000122130411	-0,000000103696242	-0,000089085137968	1,057699160217763
-0,002829196697617	-0,000130139423103	0,001966557181614	0,000051784290320
-1,907015579373115	99,981814803927904	0,000303389407224	0,000026355094638
0,133269782707994	0,005580921796952	-99,812225898668999	-19,377697273073721
0,006725001731814	0,000333018990445	19,377698342945170	-99,812234752888116
0,099981813913924	0,001907015521732	0,000013319652314	0,000000931292013
-195,634900163217992	-8,265060155906191	-0,001286169152389	-0,000237845426761
0,025873612037044	0,004615705358177	-0,000004388153827	-0,000000208361842
-1,865143995734626	110,179336043943479	0,000292742254159	0,000031185424922
-0,003377464479690	0,042028018646298	0,000000069955715	0,000000004119878
0,898856345637758	0,026154577928871	-573,105013899360529	-107,132717614353567
-0,000206158509780	-0,000001477489110	-8,608525645878352	-0,171726294551063
0,026417167866485	0,000480467283624	107,132636778829124	-573,103400995441916
0,000001119454821	0,000001266436147	0,171726307670252	-8,608525888499535
1,131991368849914	0,037049842899315	-16,753037395395801	16,053942397767287
-0,000042136889129	0,000009802521154	-8,998995052125194	-0,175173076977601
-0,008517021187875	-0,007019242069743	-16,054364458941823	-16,745331521273705
0,000000015066579	0,000000415410038	0,175173077485682	-8,998995052094047

(B.3)

$$\kappa_{f_m}^T$$

-0,001783705433467	0	0	0
0	-0,028089169255393	0	0
-0,000005493940359	0	1,086450292344556	0
0	0	0	1,086451185110161
0	0	1,057699153684614	0
0	0	0	1,057699160217763
-0,002829196697617	0	0	0
0	99,981814803927904	0	0
0	0	-99,812225898668999	0
0	0	0	-99,812234752888116
0,099981813913924	0	0	0
-195,634900163217992	0	0	0
0,025873612037044	0	0	0
0	110,179336043943479	0	0
0	0,042028018646298	0	0
0	0	-573,105013899360529	-107,132717614353567
0	0	-8,608525645878352	-0,171726294551063
0	0	107,132636778829124	-573,103400995441916
0	0	0,171726307670252	-8,608525888499535
0	0	-16,753037395395801	16,053942397767287
0	0	-8,998995052125194	-0,175173076977601
0	0	-16,054364458941823	-16,745331521273705
0	0	0,175173077485682	-8,998995052094047

(B.4)

$\kappa_{f_p}^T$

-0,205848281992826	-0,005037880274284	0,141720284287581	0,222083431646733
-0,010221270992834	-0,113086084151659	0,126937418482765	-0,036686087657078
-0,190501432954619	-0,166289639195768	0,962908174637039	-0,051534525965892
-0,327768854885197	0,072138526096134	-0,024193345565217	0,939929849130880
0,007910831450635	-0,063157409829800	0,208182912522648	-0,215893735718435
-0,149275037929072	0,001310359554291	0,146706601269284	0,288859435766370
-1,531778967216082	0,322764288831739	0,808851471386344	1,910085510846576
-28,431265551723179	50,533403758527200	-62,521832549368497	38,363647897324874
-38,203772923256921	41,495749153436819	-113,136367196553238	221,028071681709207
62,345721755763151	-17,844400607699495	-21,803861157523485	-168,156568020495314
23,151796091518399	-7,755058066728804	-1,008337175457493	-20,594321682442438
1404,987384856121253	160,613051705385033	-1457,616629552567929	-1980,346537214179079
1,587303925889233	-0,113336695253820	-0,741491124364879	-2,061158904281231
-256,296460240191720	-110,588993241768875	314,210436935728922	-1028,352718875723440
-0,158068451320675	0,403554976293007	-0,026112712432218	0,199341701184827
-406,070431608712454	373,229312134043255	398,067322309754786	1129,243467869429196
-0,220644995175337	0,272221225822850	-1,163747455375333	1,531443357031477
-367,860310295531349	-689,049167023870723	1165,007876524539142	38,382499595962514
1,130325277326667	-0,078778188854909	-1,037268976107268	-2,033520550925683
-2045,298338197550038	-1080,606989029039141	7392,767415388711925	1671,896228066366575
-0,100437227111123	0,539136428087980	-1,705193510450062	1,798985325876024
-2192,931196259426088	471,835102873588028	-592,081218239103919	6578,654002734161622
1,241515127271159	-0,032306350805908	-1,112637521995450	-2,453272873984720

(B.5)

APÊNDICE C – BANCADA EXPERIMENTAL

C.1 Introdução

Nesta seção são apresentadas algumas características da bancada experimental do BTB. Um protótipo experimental em escala reduzida foi montado a fim de validar os modelos matemáticos e o projeto de controle.

C.2 Conversor *back-to-back*

Na [Fotografia 1](#) (a) e (b) são mostradas as fotografias do protótipo em pequena escala. O conversor eletrônico de potência utilizado nos testes em laboratório é o modelo SKS 88F (B6CI)2P 61 V12 da SEMIKRON[®] produzido pela SEMISTACK[®], composto por dois conversores trifásico com três braços. A corrente nominal é de 88 A para operação sem sobrecarga e a frequência de comutação máxima é igual à 20 kHz. Por conta deste limite máximo da frequência de comutação, foi escolhido comutar as chaves semicondutoras do BTB com uma frequência de 18 kHz.

O barramento CC do conversor estático é formado por quatro capacitores eletrolíticos de 6000 μF /450 V, conectados em série dois a dois e depois em paralelo, formando uma capacitância equivalente de 6000 μF /900 V.

O conversor BTB é composto por seis módulos Transistor Bipolar com Gatilho Isolado (do inglês, *Insulated Gate Bipolar Transistor*) (IGBT) SEMiX202GB12E4s, contendo dois semicondutores na configuração meia ponte. Cada chave semicondutora suporta, individualmente, uma tensão coletor-emissor, V_{CE} , de até 1200 V e tipicamente apresentam um V_{CE} de saturação igual à 1,8 V. Os tempos de entrada de condução, $t_{d(on)}$ e corte, $t_{d(off)}$, típicos são 253 ns e 533 ns, respectivamente. Para mais informações, consultar a folha de dados ([SEMIKRON, 2014](#)).

Os interruptores são acionados aplicando um sinal de tensão entre os terminais porta-emissor, V_{GE} , igual a 15 V para entrar em condução e -7 V para abrir. Estes níveis de tensão são fornecidos pelo “*driver*” Skiper 32r ([SEMIKRON, 2018](#)).

C.3 Medições das grandezas Elétricas

A precisão das grandezas elétricas medidas depende diretamente do tipo de transdutor utilizado. Desta forma, a bancada experimental foi montada com sensores de efeito *Hall*. Nas medições das tensões no barramento CC e no PAC, decidiu-se por utilizar sensores de tensão modelo LV20-P cujas principais características são listadas na [Tabela 16](#).

Mais informações sobre o LV20-P podem ser encontradas em ([LEM, 2018b](#)).

Tabela 16 – Características do transdutor de tensão.

Descrição	Valor
Tensão de medição	10..500 V
Corrente eficaz primária nominal	10 mA
Intervalo de medição da corrente primária	0.. ± 14mA
Corrente secundária nominal	25 mA
Relação de conversão	2500:1000
Tensão de alimentação	±12... 15 V

Para garantir proteção contra sobrecorrente, o transdutor de corrente empregado foi o LEM LA100-P, cujas principais características são listadas na [Tabela 17](#).

Tabela 17 – Características do transdutor de corrente.

Descrição	Valor
Corrente primária nominal (RMS)	100A
Intervalo de medição da corrente primária	0... ± 150A
Tensão de alimentação	±12... 15 V

Mais informações sobre o LA100-P podem ser encontradas em ([LEM, 2018a](#)).

C.4 Circuito de Condicionamento de Sinais

Os sinais medidos pelos transdutores de efeito *Hall* precisam de um tratamento analógico para que estejam adequados aos níveis de tensão de entrada do analógico-digital (A/D) do TMS320F28379D e do processamento digital de sinais.

Os níveis mínimo e máximo dos sinais de entrada do conversor A/D, são limitados entre 0 e 3,3 V, respectivamente. O circuito utiliza amplificadores operacionais e potenciômetros de precisão para configurar e garantir que os sinais de entrada excursionem amplamente entre os limites máximo e mínimo do conversor A/D, proporcionando a máxima precisão na conversão. Em sinais alternados, é somado um sinal CC de *offset* para evitar a aplicação de tensão negativa no conversor A/D.

O circuito de condicionamento é composto por filtros passa-baixas a fim de eliminar ruídos de altas frequências, além de um sistema de proteção contra elevados níveis de tensão e corrente capaz de informar uma falha ao TMS320F28379D para interromper a operação de todo o sistema.

Os circuitos de condicionamento e proteção de sinais utilizados neste trabalho são apresentados nas [Diagrama 19](#).

C.5 Características do DSP

O processador digital usado para implementar o controlador do conversor estático foi o DSP TMS320F28379D da *Texas Instruments*, embarcado na placa de desenvolvimento *LaunchPad™LAUNCHXL-F28379D*. O TMS320F28379D é um processador com dois núcleos de ponto flutuante de 32 bits, com arquitetura *Harvard*, cujas características principais utilizadas neste trabalho são elencadas a seguir (INSTRUMENTS, 2020; INSTRUMENTS, 2017):

- Ciclo de instrução máxima 5 ns (200 MHz);
- Memória Flash *on-chip* 512k× 16;
- Até 24 PWM de saída e até 16 PWM de alta resolução;
- Até 6 *timers* de 32 bits;
- Conversão analógico/digital (A/D) de 12 bits - 16 canais, com tempo de conversão de 280 ns;
- Conversão analógico/digital (A/D) de 16 bits - 12 canais, com tempo de conversão de 280 ns;
- Tensão de alimentação de 1,2 V *Core* e 3,3 V para entrada/saída;

Uma placa mãe foi desenvolvida para viabilizar que os sinais analógicos enviados pelas placas de condicionamento cheguem até ao DSP e, para que os sinais modulação por largura de pulso (do inglês, *Pulse Width Modulation*) (PWM) que são sintetizados pelo DSP sejam encaminhados às placas *buffer*. Ademais, o projeto permite o acoplamento da placa de desenvolvimento *LAUNCHXL-F28379D* com a placa mãe. Para mais detalhes, o esquema do circuito é apresentado na [Diagrama 20](#).

C.6 Circuito de Interface entre o DSP e o BTB

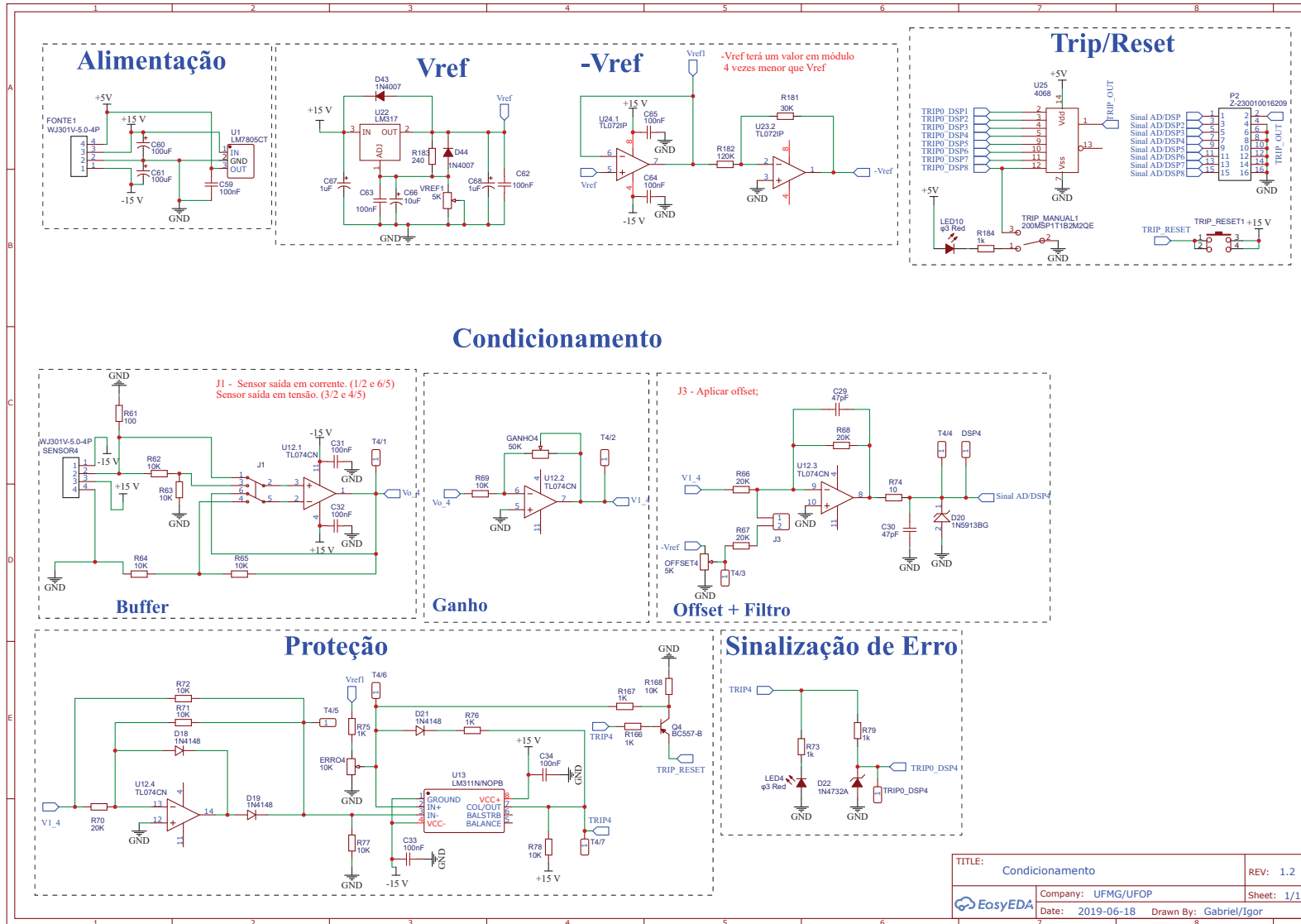
Para que o conversor opere corretamente é necessário que as chaves semicondutoras sejam acionadas adequadamente. Por este motivo, utilizou-se neste trabalho o “*driver*” Skiper 32r da SEMIKRON® cujas características estão resumidas na [Tabela 18](#).

Tabela 18 – Características do *driver* Skiper 32r da Semikron.

Descrição	Valor
Tensão de alimentação	$\pm 15 V$
Tensão do sinal de entrada (liga/desliga)	15 / 0 V
Tensão de condução/corte	+15 / - 7 V

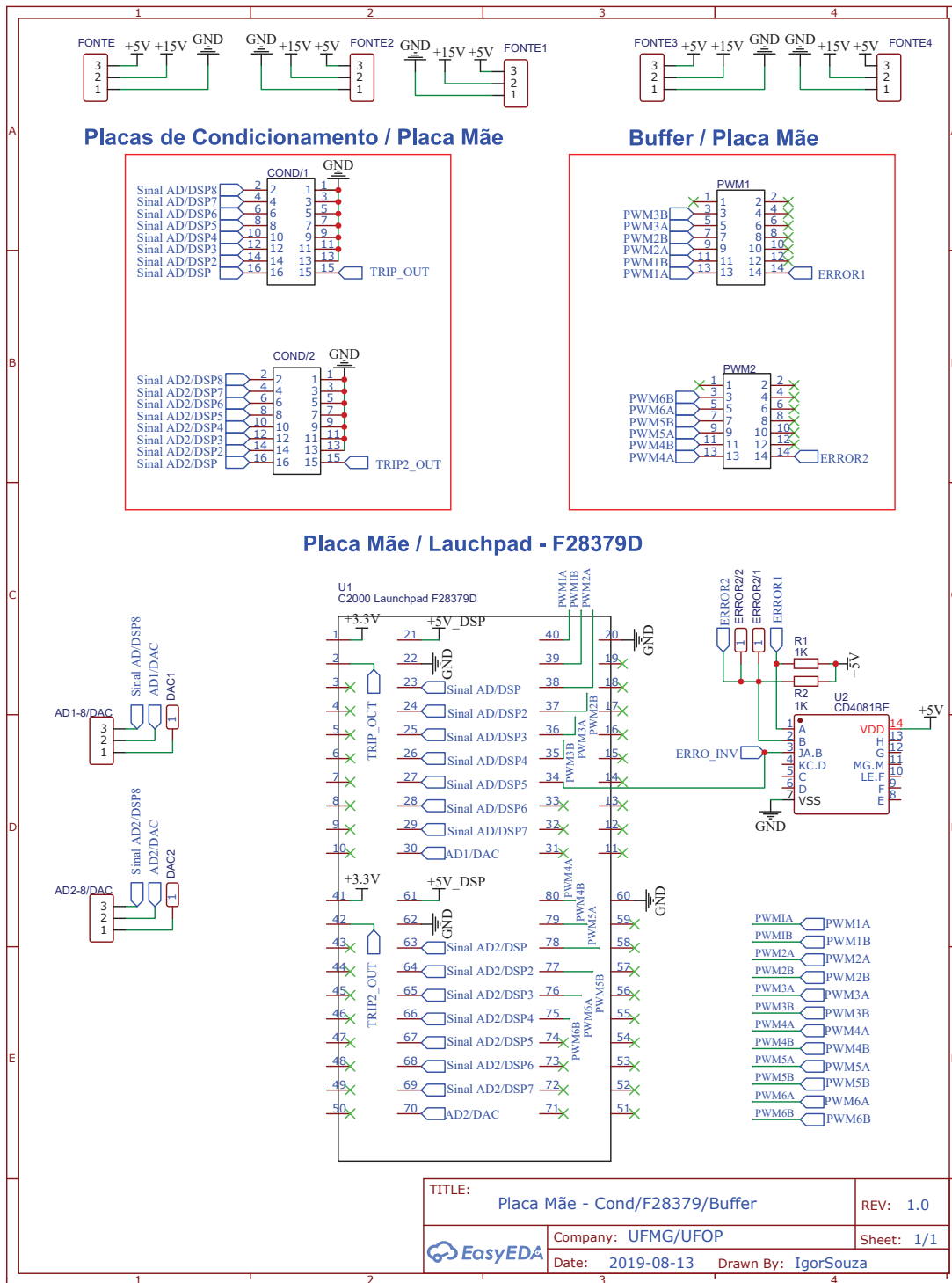
Como os níveis de tensão das saídas digitais do TMS320F28379D não são compatíveis com as entradas do Skipper 32r, um circuito de interface entre o DSP e o *driver* do BTB foi projetado usando o circuito integrado (CI) SN7407. Este circuito é composto por seis *buffers* com coletor aberto e é capaz de fornecer a tensão de saída igual a +15 V. O diagrama esquemático desse circuito é mostrado na [Diagrama 21](#).

Diagrama 19 – Circuito para condicionamento e proteção dos canais de tensão e corrente.

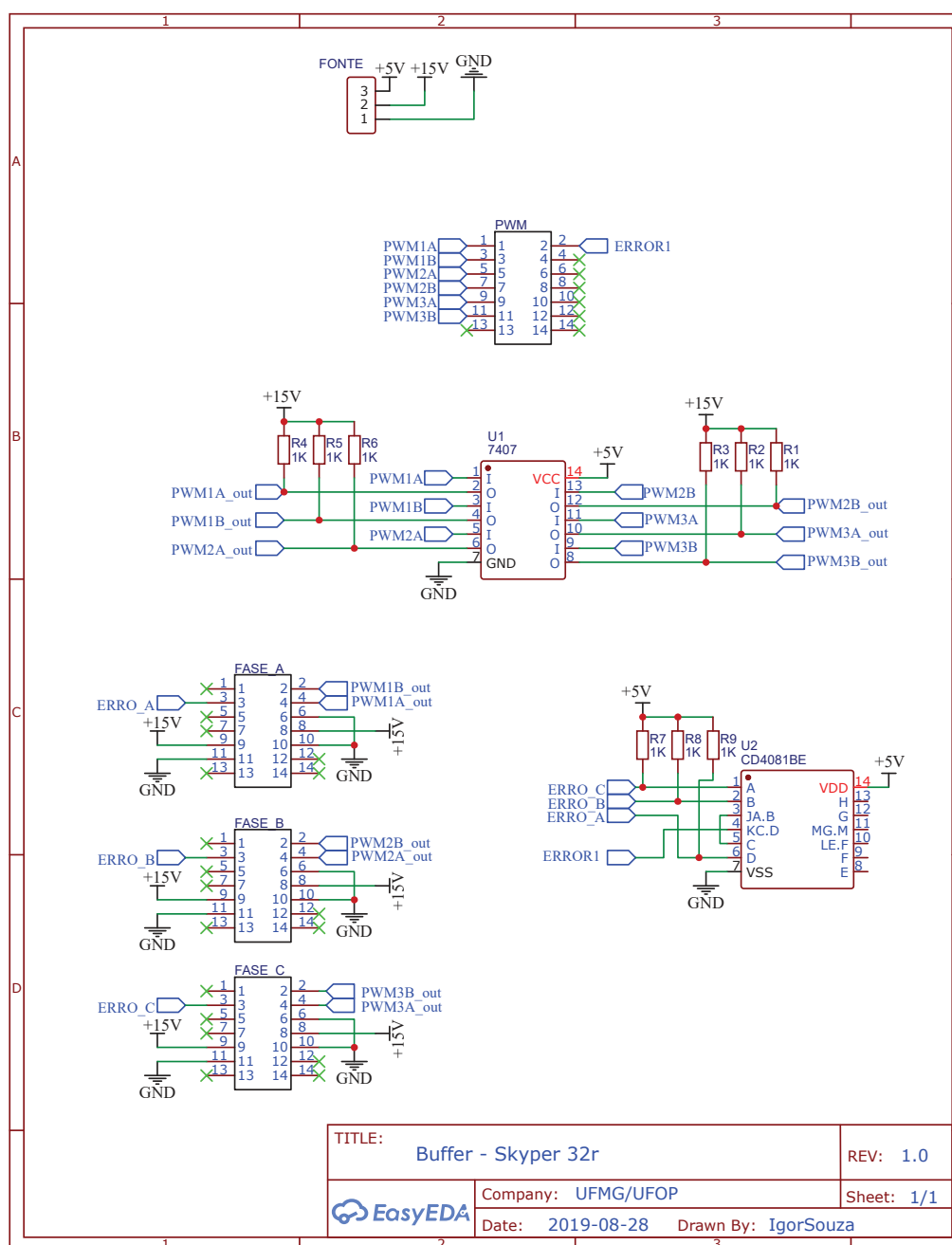


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Diagrama 20 – Circuito de conexão da placa de condicionamento, DSP e *buffer*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Diagrama 21 – Esquema do *buffer* coletor aberto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

C.7 Inicialização da Bancada Experimental com Controle Multivariável

O Diagrama 22 e o Diagrama 23 mostram os esquemas de comando e acionamento do conversor BTB. Destaca-se que tais representações foram modificadas a partir da proposta original desenvolvida pelo GEP-UFMG.

Diagrama 22 – Circuito de comando da bancada experimental.

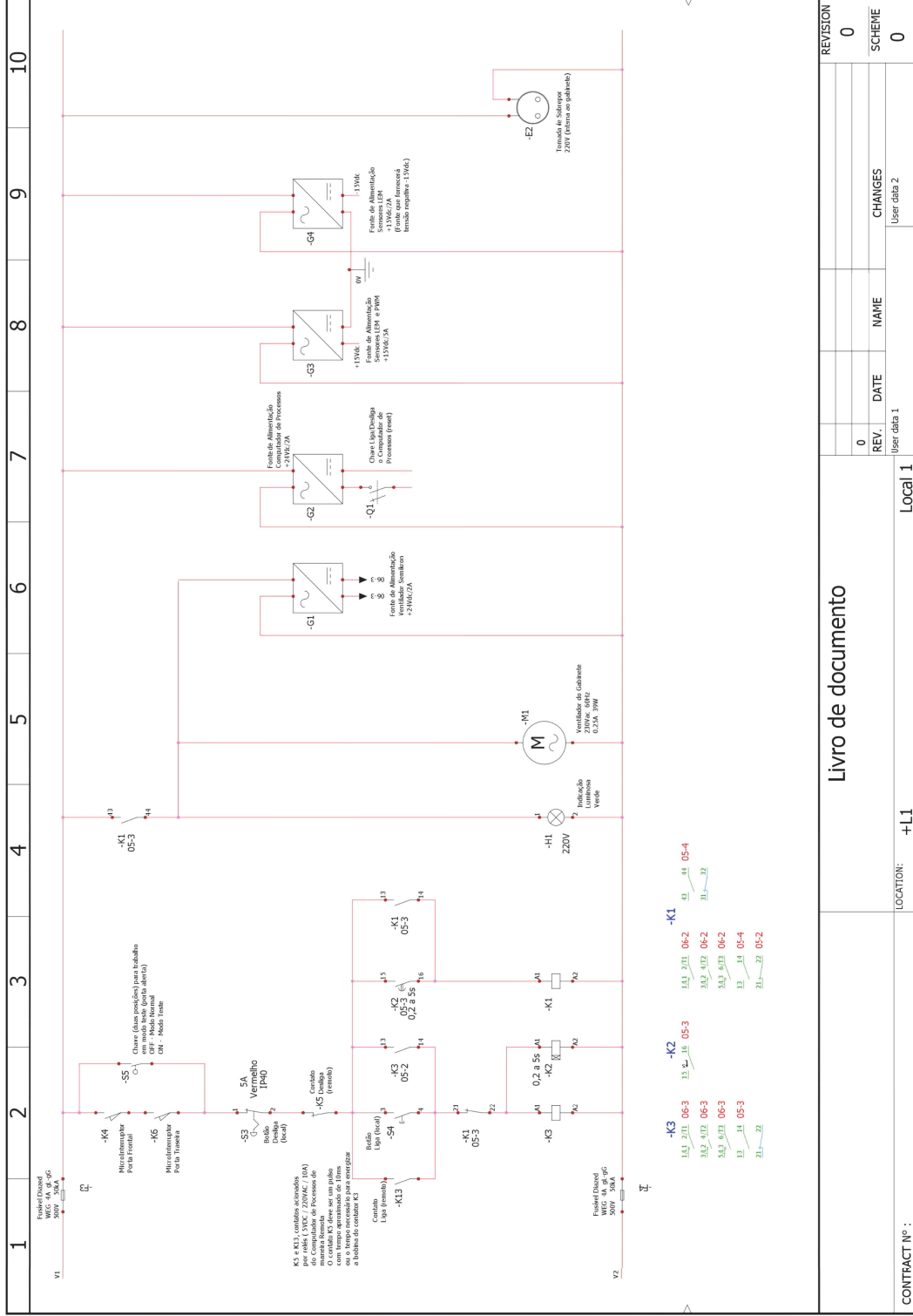
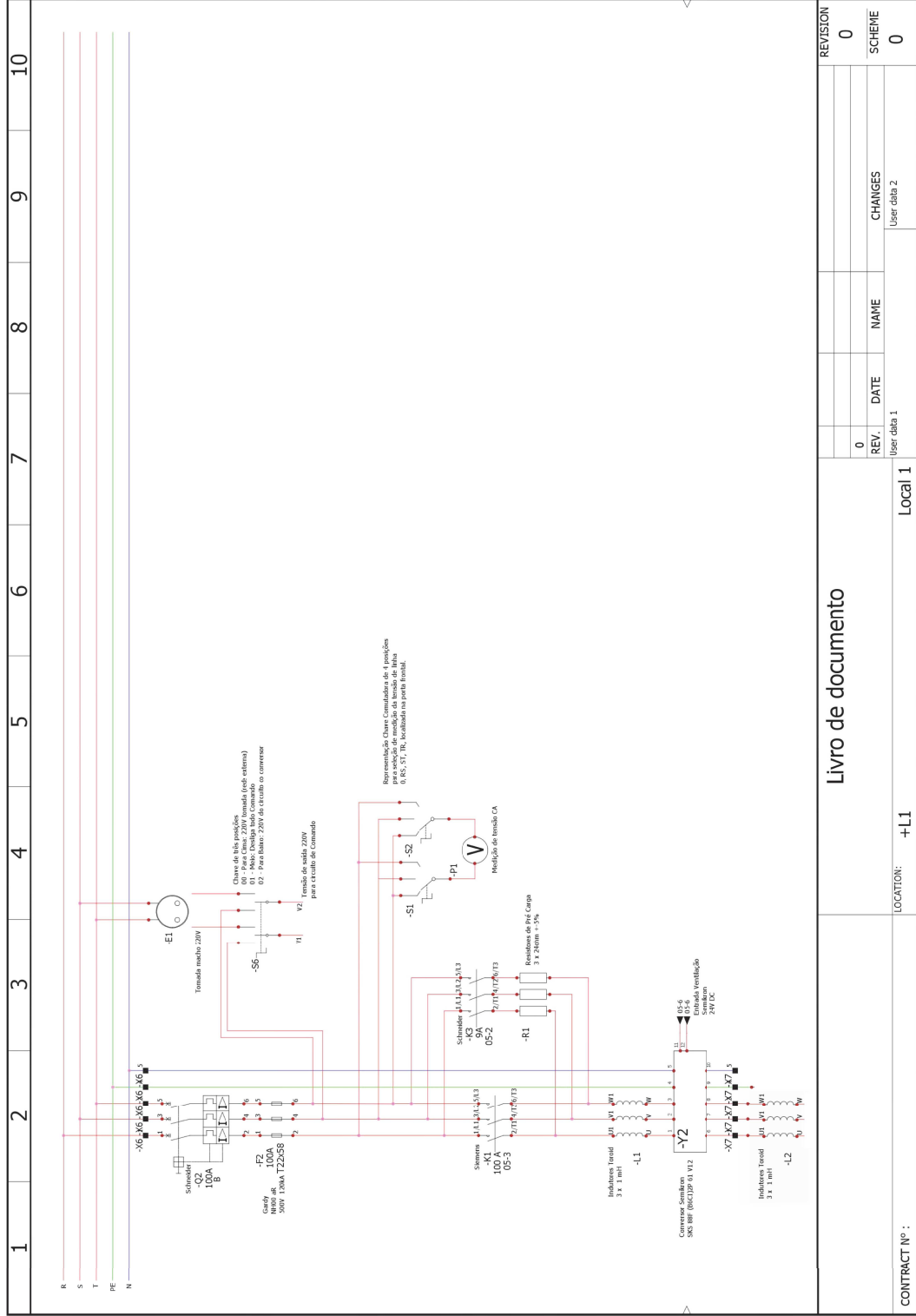


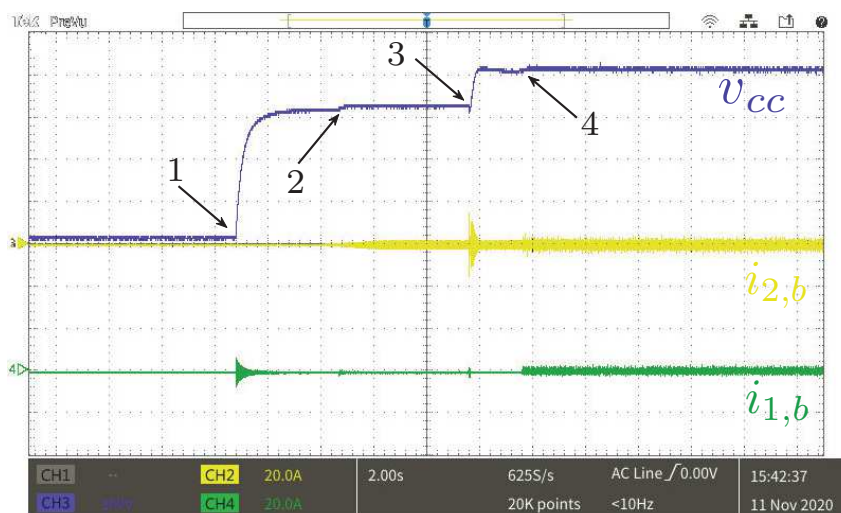
Diagrama 23 – Circuito de acionamento da bancada experimental.



O procedimento de inicialização da bancada experimental para o BTB conectado a dois sistemas CA pode ser dividido em quatro etapas, conforme destacado na [Figura 53](#).

1. Nesse primeiro momento, o botão S4 é acionado. Isso alimenta a bobina de K3 fazendo com seus contatos normal aberto fechem. Tal acionamento possibilita que a rede elétrica trifásica seja conectada ao conversor BTB através de um banco de resistores de 24Ω . Nesta configuração, a tensão do barramento CC irá partir de praticamente 0 V para aproximadamente 311 V . Destaca-se que o banco de resistores possibilitam um carregamento mais suave do capacitor CC, evitando picos de corrente;
2. Na etapa anterior, a bobina do temporizador K2 também é acionada. Após 2 s , o contato de K2 aciona a bobina de K1 que desaciona as bobinas de K3 e K2. Este procedimento é responsável por retirar o banco de resistores do circuito;
3. Na terceira etapa o controle multivariável apenas para o CIR 2 é implementado, fazendo com que a tensão do barramento CC atinja seu valor de referência de 400 V ;
4. Por fim, o controle multivariável do sistema completo é incluído.

Figura 53 – Resultado experimental da inicialização da bancada para o BTB conectado a dois sistemas CA

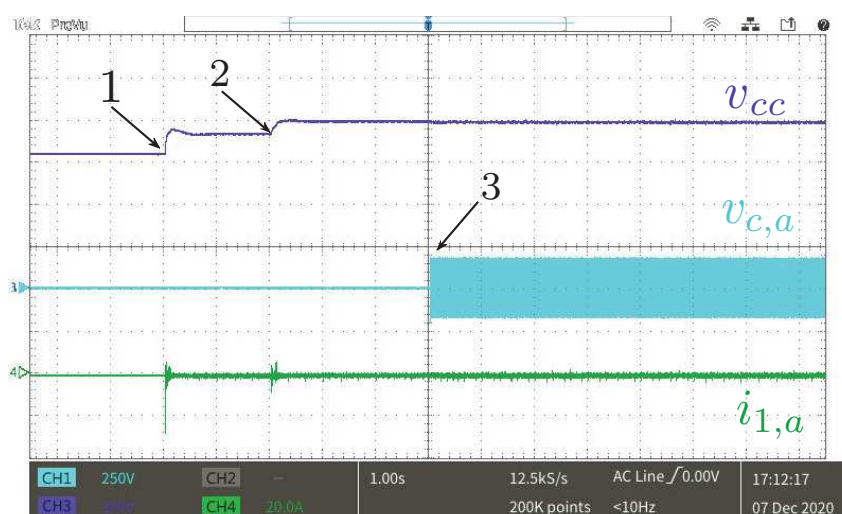


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Já o procedimento de inicialização da bancada experimental para o BTB alimentando cargas isoladas pode ser dividido em cinco etapas. No entanto, como as duas primeiras etapas são as mesmas da inicialização anterior, a [Figura 54](#) dá destaque somente para as três últimas etapas.

1. Inicialmente o controle multivariável apenas para o CIR 1 é implementado, fazendo com que a tensão do barramento CC atinja seu valor de referência de 370 V;
2. Em seguida é dado um degrau na tensão barramento CC para 400 V;
3. Por último, o controle do conversor de interface com a carga é incluído, tornando possível a sintetização da tensão CA com valor de 180 V de pico.

Figura 54 – Resultado experimental da inicialização da bancada para o BTB alimentando cargas isoladas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).