

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ana Lucia do Carmo Narciso

A álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos Planos de Estudos Tutorados de Minas Gerais

Juiz de Fora

2021

Ana Lucia do Carmo Narciso

A álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos Planos de Estudos Tutorados de Minas Gerais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Fernando Carneiro

Juiz de Fora

2021

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Narciso, Ana Lucia do Carmo.

A Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental : uma análise dos Planos de Estudos Tutorados de Minas Gerais / Ana Lucia do Carmo Narciso. -- 2021.

105 f.

Orientador: Reginaldo Fernando Carneiro

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2021.

1. Educação matemática. 2. Álgebra. 3. Anos iniciais do Ensino Fundamental. I. Carneiro, Reginaldo Fernando, orient. II. Título.

Ana Lúcia do Carmo Narciso

“A álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos Planos de Estudos Tutorados de Minas Gerais”

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 09 de abril de 2021

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Reginaldo Fernando Carneiro - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora



Profa. Dra. Luciane de Fatima Bertini

Universidade Federal de São Paulo



Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva

Universidade Federal de Juiz de Fora

Dedico este trabalho aos meus pais, Luis e Lucileia.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Luis e Lucileia, por todo carinho, apoio e por não medirem esforços para me proporcionar condições de estudar.

À minha irmã Luciana, por ser um exemplo para mim e por ter compartilhado comigo todas as experiências dessa jornada.

Ao Mathews, pelo carinho, paciência e pelas conversas em que pude encontrar ânimo para continuar a escrever esta dissertação.

Às minhas amigas, Adrielle e Bruna, por serem sempre tão prestativas e estarem por perto, dando palavras de incentivo.

Aos meus colegas de curso, por todo o aprendizado compartilhado durante essa etapa da minha formação.

Ao Professor Dr. Reginaldo Fernando Carneiro, pela dedicação e pela excelente orientação, que tornaram esta pesquisa possível.

Aos integrantes do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GREPEM), em especial a Sandra e a Adriana, pelas contribuições feitas a esta dissertação.

Ao Professor Dr. Amarildo Melchiades da Silva e a Professora Dr^a. Luciane de Fatima Bertini, por terem aceitado gentilmente a fazer parte da banca examinadora, tecendo importantes contribuições para o desenvolvimento desta pesquisa.

À Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) pela bolsa concedida.

A todos que participaram direta ou indiretamente do desenvolvimento deste trabalho.

Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção. Quem ensina aprende ao ensinar. E quem aprende ensina ao aprender.

(Paulo Freire)

RESUMO

Busca-se no espaço desta investigação discutir aspectos inerentes ao ensino de conceitos e conteúdos algébricos nos anos iniciais do ensino fundamental, a fim de aprofundar o conhecimento sobre o ensino da álgebra nesse nível escolar. Tem-se como questões de pesquisa: Quais conteúdos e conceitos algébricos são abordados pelos Planos de Estudos Tutorados? Quais atividades são propostas nesse material para o ensino e aprendizagem de álgebra nos anos iniciais? O objetivo geral desta pesquisa é: Investigar a proposta de trabalho presente nos Planos de Estudos Tutorados para os anos iniciais do Ensino Fundamental. E como objetivos específicos temos: Identificar conceitos e conteúdos do ensino de álgebra presentes nos Planos de Estudos Tutorados dos anos iniciais do ensino fundamental; Analisar as atividades presentes nos Planos de Estudos Tutorados e; Contribuir para as discussões sobre o ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. Esta pesquisa justifica-se na medida em que constatamos a escassez de trabalhos voltados para compreender a formação do professor para o ensino de álgebra e também sobre o ensino e a aprendizagem da álgebra. Além disso, pauta-se no fato de que o movimento *Early Algebra* vem ganhando destaque nos últimos anos, por voltar o olhar para compreender como os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental constroem habilidades de pensar algebricamente. Dotada de uma metodologia qualitativa para análise dos dados obtidos, teve como principal fonte de produção de dados os Planos de Estudos Tutorados que abordam conceitos e conteúdos algébricos nos anos iniciais do ensino fundamental e que foram disponibilizados pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais em 2020 para tentar chegar até os estudantes no período de fechamento das escolas e de isolamento social devido à pandemia provocada pelo novo coronavírus. Para tanto, conduzimos uma pesquisa qualitativa pautada na análise documental. Com base em nossas investigações, pôde ser verificada uma preocupação em estimular a capacidade de reconhecer padrões, estabelecer generalizações, compreender as ideias matemáticas que sustentam a generalização e os conteúdos algébricos em níveis de ensino posteriores, da habilidade de levantar hipóteses e justificá-las por meio da linguagem, e em levar ao estabelecimento de relações entre as quatro operações. A partir dessa observação foi possível constatar que existe um direcionamento das atividades propostas nos Planos de Estudos Tutorados analisados, no sentido das ideias centrais da *Early Algebra*, que caracteriza o trabalho com os tópicos mencionados como aspectos intrinsecamente ligados ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Contudo, observamos também a ausência de orientações para os pais e responsáveis auxiliarem as crianças no desenvolvimento das atividades, *links* que não estavam ativos e também poucas atividades referentes à álgebra. Ainda, o produto educacional desenvolvido foi uma sequência didática que aborda tarefas para o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Educação Matemática. Álgebra. Anos iniciais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The research seeks to investigate aspects inherent to the teaching of algebraic concepts and contents in the early years of elementary school, in order to deepen the knowledge about teaching algebra at this school level. These are the research questions: What are the algebraic contents and concepts defined by the Tutored Study Plans? What activities are proposed in this material for teaching and learning algebra in the early years? The general objective of this research is: To investigate the proposal of work present in the Tutored Study Plans for the early years of elementary school. And as specific objectives we have: To identify concepts and contents of the teaching of algebra present in the Tutored Study Plans of the initial years of elementary school; Analyze the activities present in the Tutored Study Plans and; Contribute to discussions about teaching and learning algebra in the early years of elementary school. This research is justified to the extent that we find the scarcity of works aimed at understanding the teacher education for teaching algebra and also on the teaching and learning of mathematics. In addition, it is based on the fact that the Early Algebra movement has been gaining prominence in recent years, by looking back to understand how students in the early years of elementary school build thinking skills algebraically. Endowed with a qualitative methodology for analyzing the data obtained, its main source of data production was the Tutored Study Plans that address algebraic concepts and content in the early years of elementary school and which were made available by the Minas Gerais State Department of Education in 2020 to try to reach students in the period of school closure and social isolation due to the pandemic caused by the new coronavirus. To this end, we conducted a qualitative research based on documentary analysis. Based on our investigations, we see a concern to stimulate the ability to recognize patterns, establish generalizations, understand the mathematical ideas that support generalization and algebraic content at later levels of education, the ability to raise hypotheses and justify them by language, and to lead to the establishment of relationships between the four operations. From this observation it was possible to verify that there is a direction of the activities proposed in the Tutored Study Plans analyzed, in the sense of the central ideas of Early Algebra, which characterizes the work with the mentioned topics as aspects intrinsically linked to the development of algebraic thinking. However, we also observed the absence of guidelines for parents and guardians to assist children in the development of activities, links that were not active and also few activities related to algebra. Also, the educational product developed was a didactic sequence that addresses tasks for teaching algebra in the early years of elementary school.

Keywords: Mathematical Education. Algebra. Early years of Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Capa do PET do 3º ano do Ensino Fundamental	39
Figura 2: Organização dos Planos de Estudos Tutorados.....	40
Figura 3: Disposição das disciplinas no Plano de Estudo Tutorado.....	41
Figura 4: Plano de Estudo Tutorado do 5º ano	42
Figura 5: Seção de orientações - PET, 3º ano.....	43
Figura 6: Divisão dos PET em pastas de acordo com o ano de escolaridade.....	44
Figura 7: Recorte do Sumário do PET do 5º ano.....	46
Figura 8: Recorte do Sumário do PET do 3º ano.....	46
Figura 9: Orientações para as atividades da semana 3	51
Figura 10: Atividades 1 e 2 do PET do 1º ano, vol. I.....	52
Figura 11: Orientações para as atividades da semana 2 - PET do 2º ano, vol. I	56
Figura 12: Atividades 1, 2 e 3 - PET do 2º ano, vol. I.....	57
Figura 13: Padrão de repetição, atividade 3	59
Figura 14: Orientações para as atividades da semana 2 - PET do 2º ano, vol. II.....	60
Figura 15: Atividade 1- PET do 2º ano, vol. II.....	61
Figura 16: Atividades 2, 3 e 4 - PET do 2º ano, vol. II	63
Figura 17: Orientações para as atividades da semana 3 - PET do 2º ano, vol. IV.....	66
Figura 18: Atividades 1 e 2 - PET do 2º ano, semana 3, vol. IV.....	67
Figura 19: Atividades 3, 4 e 5- PET do 2º ano, semana 3, vol. IV.....	68
Figura 20: Orientações para as atividades da semana 4 - PET do 4º ano, vol. IV.....	71
Figura 21: Atividades 1 e 2 - PET do 4º ano, semana 4, vol. IV.....	72
Figura 22: Orientações para as atividades da semana 3 - PET do 4º ano, vol. VI.....	75
Figura 23: Exemplo 1 para resolver as atividades da semana 3 - PET do 4º ano, vol. VI	76
Figura 24: Atividade 2 e exemplo de resolução- PET do 4º ano, semana 3, vol. VI	77
Figura 25: Orientações para as atividades da semana 4- PET do 4º ano, vol. VI.....	79
Figura 26: Atividades 1, 2 e 3- PET do 4º ano, semana 4, vol. VI.....	80
Figura 27: Atividade 4- PET do 4º ano, semana 4, vol. VI.....	81
Figura 28: Atividades 5, 6 e 7- PET do 4º ano, semana 4, vol. VI.....	82
Figura 29: Orientações para as atividades da semana 3 - PET do 5º ano, vol. III.....	85
Figura 30: Atividades 1 e 2 - PET do 5º ano, semana 3, vol. III.....	86
Figura 31: Orientações para as atividades da semana 4 - PET do 5º ano, vol. III.....	88
Figura 32: Atividades 1, 2 e 3- PET do 5º ano, semana 4, vol. III.....	89

LISTA DE QUADROS

Quadro 1:Relação de aspectos do pensamento algébrico e vertentes da álgebra.....	19
Quadro 2:Trabalhos sobre o ensino de álgebra no âmbito da formação de professores.....	27
Quadro 3:Planos de Estudo Tutorado dos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	44
Quadro 4:Relação de conteúdos de álgebra para os anos iniciais.....	48
Quadro 5:Grupos iniciais	49
Quadro 6: Subgrupos para análise	50

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 A ÁLGEBRA E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA	16
2.1 O movimento <i>Early Algebra</i>	16
2.2 O ensino de álgebra nos anos iniciais	20
3 REVISÃO DE LITERATURA	27
4 PERCURSO METODOLÓGICO	33
4.1. Procedimentos da pesquisa	33
4.2 Plano de Estudo Tutorado	37
5 A ANÁLISE DOS MATERIAIS DO PET	48
5.1 PET- 1º ano, volume I	50
5.2 PET- 2º ano, volume I	55
5.3 PET- 2º ano, volume II	59
5.4 PET- 2º ano, volume IV	65
5.5 PET- 4º ano, volume IV	70
5.6 PET- 4º ano, volume VI	73
5.7 PET- 5º ano, volume III	84
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	92
REFERÊNCIAS	96
APÊNDICE A – Relação dos conteúdos matemáticos trabalhados nos Planos de Estudos Tutorados	100

1 INTRODUÇÃO

Iniciamos esta pesquisa com um breve relato de minha trajetória acadêmica, com vistas a explicitar alguns aspectos que me levaram a ter interesse em investigar o tema proposto neste estudo.

No ano de 2015, ingressei no curso de licenciatura em Matemática na Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG) - Unidade Carangola, e encerrei minhas atividades letivas no primeiro semestre de 2018.

Durante a graduação, tive meu primeiro contato com a Educação Matemática ao participar do Grupo de Estudos de Educação Matemática (GETTEM), cujo intuito era estudar a aplicabilidade da Matemática em problemas cotidianos. Nesse grupo, foi possível aprofundar os conhecimentos referentes à Etnomatemática, através da exposição de como diferentes grupos sociais lidam com a matemática presente em seu cotidiano.

Em 2017, fui convidada a participar do projeto de pesquisa denominado “Análise dos resultados do Simave/Proeb¹ das escolas públicas de Carangola-MG no período de 2010 a 2016”, no qual realizei as atividades na condição de bolsista. O principal objetivo desse projeto era analisar o desempenho dos alunos nessas avaliações no espaço temporal explicitado em seu título, bem como identificar as ações empreendidas pela Superintendência Regional de Ensino (SRE) de Carangola, estado de Minas Gerais e pela equipe pedagógica das escolas para melhorar os resultados obtidos pelos discentes.

Nos anos de 2016 e 2017, tive a oportunidade de fazer parte do projeto de extensão intitulado “Amigos da Matemática”, que tinha como finalidade oferecer aulas de reforço em municípios na área de abrangência da Universidade.

Participar deste projeto foi um momento desafiador, pois me possibilitou vivenciar a experiência de lecionar para alunos do Ensino Fundamental que apresentavam dificuldades de aprendizagem na disciplina de Matemática e que, por isso, exigiam um maior esforço e criatividade em buscar formas de realizar o processo de ensino e aprendizagem de uma maneira que fosse compreensível a eles.

Por meio dessa participação, pude observar que os alunos apresentavam pouco conhecimento em alguns tópicos da matemática, sobretudo, nos relacionados à assimilação de conteúdos algébricos como, por exemplo, nas relações entre as operações de adição e subtração

¹ No site: <<http://simave.educacao.mg.gov.br/>>, podem ser encontradas mais informações sobre o referido sistema de avaliação.

e entre a multiplicação e a divisão, na utilização das propriedades das operações para realizar alguns tipos de cálculos, em noções de equivalência e proporcionalidade, dentre outros.

Dessa observação, surgiu a inquietação de investigar aspectos inerentes à formação de professores que ensinam matemática, com foco específico na análise dos conteúdos algébricos, com o intuito de entender melhor como se dá o ensino da disciplina nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O desenvolvimento desta pesquisa justifica-se, a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2017, que traz em seu texto aspectos a serem considerados e analisados no ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com o documento (BRASIL, 2017), é essencial que alguns aspectos do trabalho com álgebra, que fazem parte do processo de ensino e aprendizagem, se manifestem desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e que os conteúdos ministrados nesse nível de escolaridade promovam o desenvolvimento do pensamento algébrico. A esse respeito, é necessário dar subsídios aos professores que ensinam matemática, visto que “esse conteúdo não faz parte da formação do professor dos anos iniciais” (PASSOS; NACARATO, 2018, p. 131), e precisam compreender os processos de regularidades, padrões e equivalências nas situações algébricas.

Além disso, de acordo com Kieran *et al.* (2016), o movimento *Early Algebra* vem ganhando destaque nos últimos anos, por voltar sua análise para compreender como os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental constroem seu processo de raciocínio sobre conteúdos e objetos algébricos, para aprimorar sua capacidade de conjecturar, representar, justificar e generalizar, o que reforça a premissa de que iniciar o ensino da álgebra nesse nível de escolaridade poderá contribuir para a construção do pensamento algébrico e para a aprendizagem da álgebra em anos seguintes.

Assim, com intuito de contribuir para a formação de professores que ensinam matemática, a proposta de produto educacional a ser desenvolvida consiste em produzir um material didático com uma sequência de atividades que auxiliem quanto ao trabalho com a álgebra nos anos iniciais².

A fim de compreender como se dá o ensino de álgebra nos anos iniciais, esta dissertação teve que redefinir seus contornos investigativos em alguns momentos. A princípio, o intuito era de conduzir esta pesquisa com base em trabalhos apresentados em eventos da área de Educação

²A saber, 1º ao 5º ano.

e Educação Matemática. No entanto, a escassez de pesquisas encontradas inviabilizou a continuidade dessa proposta.

Diante desse quadro de poucas pesquisas voltadas para discutir o tema, decidimos utilizar, com professores dos anos iniciais, entrevistas semiestruturadas, questionários e observação como instrumentos para produção de dados. Todavia, o fechamento das escolas e o isolamento social devido à pandemia provocada pelo novo coronavírus impossibilitou que continuássemos percorrendo esse caminho, fazendo com que fosse necessário traçar um novo percurso metodológico.

Assim, propusemos a análise dos Planos de Estudos Tutorados (PET) disponibilizados pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE-MG) para o ano de 2020, como alternativa para dar continuidade a esta investigação. Com base nesse novo direcionamento metodológico, utilizamos a análise documental como abordagem investigativa para a coleta e o tratamento dos dados.

Nesta pesquisa, as análises produzidas a partir da exploração dos Planos de Estudos Tutorados embasaram-se teoricamente nos trabalhos produzidos no âmbito da *Early Algebra*, pois buscamos estabelecer um paralelo entre as recomendações para o ensino da álgebra de acordo com essa perspectiva e a proposta de trabalho presente nos PET. Além disso, trazemos uma discussão sobre formação de professores por entendermos que são reflexões que estão conectadas e que o produtor educacional terá como foco o ensino de álgebra e os professores dos anos iniciais.

Esta investigação é norteada pelas seguintes questões de pesquisa:

Quais conteúdos e conceitos algébricos são abordados pelos Planos de Estudos Tutorados? Quais atividades são propostas nesse material para o ensino e aprendizagem de álgebra nos anos iniciais?

O objetivo geral desta pesquisa é:

Investigar a proposta de trabalho com a álgebra presente nos Planos de Estudos Tutorados para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

E como objetivos específicos temos:

Identificar conceitos e conteúdos do ensino de álgebra presentes nos Planos de Estudos Tutorados dos anos iniciais do ensino fundamental.

Analisar as atividades presentes nos Planos de Estudos Tutorados.

Contribuir para as discussões sobre o ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental.

Para atender aos objetivos propostos, esta dissertação será apresentada em seis capítulos.

No segundo capítulo, caracterizamos o ensino de álgebra nos anos iniciais tomando como referencial a pesquisa de Carolyn Kieran, JeongSukPang, Deborah Schifter e SweeFongNg (2016), que trabalham com o conceito de *Early Algebra* para designar a iniciação aos estudos da álgebra a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Além disso, delimitamos nossa abordagem teórica de concepção do trabalho com a álgebra nos anos iniciais, com base em pesquisas de autores alinhados com os pressupostos do movimento *Early Algebra*.

No terceiro capítulo, apresentamos a revisão de literatura e, a partir dela, podemos ter uma visão mais ampla do que vem sendo produzido a respeito do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Por meio da leitura dos diferentes trabalhos que compõem nossa revisão e da observação da escassez de trabalhos relacionados à temática que abordamos nesta pesquisa, reestruturamos a metodologia e as questões que buscamos responder neste trabalho.

Quanto à metodologia abordada no quarto capítulo, optamos por desenvolver uma pesquisa documental e utilizaremos os Planos de Estudos Tutorados disponibilizados pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, como principal fonte de produção de dados, sendo o processo de recolha, organização e análise desses materiais, conduzidos a partir da Análise Documental. As observações advindas da realização deste processo auxiliarão na elaboração de uma sequência didática, que será nosso produto educacional.

Por último, nas considerações finais, apresentamos os principais resultados desta pesquisa.

2 A ÁLGEBRA E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Neste capítulo, apresentamos o referencial teórico que embasa nossas discussões a respeito do ensino de álgebra nos anos iniciais. Para isso, analisamos trabalhos de autores como Kieran *et al.* (2016), Ferreira, Ribeiro, A. e Ribeiro, C. (2018), Kaput (2007), Carraher, Schliemann e Schwartz (2017) e outros.

2.1 O movimento *Early Algebra*

O movimento *Early Algebra* foi criado em 1998, nos Estados Unidos da América (EUA), contando com a participação de pesquisadores como Analúcia D. Schliemann, Bárbara M. Brizuela e David W. Carraher (PRESTES; GERMANO; FERREIRA, 2014; SILVA; SAVIOLI; PASSOS, 2015).

O movimento tem o objetivo de discutir acerca da inserção do ensino da álgebra nos currículos de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental e, por isso, são desenvolvidos materiais didáticos que versam sobre temas como números e símbolos, com enfoque em investigar como se dá a aprendizagem desses conceitos nos primeiros anos da escolarização (PRESTES; GERMANO; FERREIRA, 2014; SILVA; SAVIOLI; PASSOS, 2015).

De acordo com Luna, Souza e Menduni-Bortoloti (2017), a *Early Algebra* teve sua inserção no Brasil no ano de 2012 por meio do documento intitulado “Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental”, proposto pelo Ministério da Educação (MEC).

Com base nesse documento ficou prevista a abordagem da álgebra a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico. Com isso, pretende-se que o aluno:

compreenda padrões e relações, a partir de diferentes contextos, devendo estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, reconhecer a variabilidade de valores das grandezas e operações e a possibilidade da produção de padrões, assegurando, assim, a alfabetização e o letramento matemático (LUNA; SOUZA; MENDUNI-BORTOLOTTI, 2017, p. 43- 44).

O termo *Early Algebra* pode ser traduzido para o português como Álgebra Inicial, Álgebra Antecipada ou até mesmo Álgebra Precoce, todavia, adotaremos a denominação *Early Algebra*, nesta dissertação, por corroborarmos a afirmação de Ferreira, Leal e Moreira (2020), que diz que a tradução do termo pode não exprimir a dimensão representada pelo conceito escrito no idioma original.

A amplitude desse conceito pode ser explicada por Carraher, Schliemann e Schwartz (2017) ao afirmarem que ensinar *Early Algebra* não é somente introduzir a álgebra (tradicional), nos currículos de matemática dos anos iniciais. É necessário que se atente para uma série de fatores que devem ser explorados nesse ciclo de escolaridade a fim de que o aluno possa ter condições de desenvolver sua capacidade de pensar algebricamente.

Segundo os autores, a *Early Algebra* baseia-se na contextualização dos problemas, introduz de forma gradual a notação formal e relaciona alguns tópicos da matemática ensinada nos anos iniciais. Assim, apresentamos a seguir três tópicos do currículo de matemática desse ciclo de escolaridade elencados por Carraher, Schliemann e Schwartz (2017) com os quais a *Early Algebra* se relaciona.

Começaremos pelo tópico que se refere ao relacionamento da álgebra com problemas contextualizados. De acordo com Carraher, Schliemann e Schwartz (2017), essa associação tem a ver com o modo como os alunos aprendem. Para os autores, os estudantes atribuem significado para os conteúdos não somente a partir de regras lógicas, mas também por intermédio da intuição, interpretação e de inferências, ao mesmo tempo em que constroem seu raciocínio e elaboram a argumentação de princípios matemáticos. Em suas palavras, “partindo de contextos e situações ricas em problemas, espera-se que, em algum momento, os alunos possam tirar conclusões diretamente de um sistema escrito de equações ou de um gráfico x - y desenhado em um plano”³ (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2017, p. 236, tradução nossa).

O segundo tópico versa sobre a introdução gradual da notação formal. Os conteúdos algébricos como por exemplo, as expressões, devem ser introduzidos de forma cautelosa para que não ocorra o que os autores chamam de “formalização prematura”⁴ (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2017, p. 236, tradução nossa). Sendo assim, é necessário que os professores abordem os termos, as técnicas e as representações algébricas gradualmente,

³ Starting from rich problem contexts and situations, one hopes that at some point students will be able to derive conclusions directly from a written system of equations or an x - y graph drawn in a plane (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2017, p. 236).

⁴ “premature formalization” (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2017, p. 236).

dando espaço para que os alunos verbalizem suas interpretações e tenham, dessa forma, seus entendimentos ajustados com a proposta de educação algébrica que está sendo desenvolvida (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2017).

Por último Carraher, Schliemann e Schwartz (2017) afirmam que a *Early Algebra* relaciona tópicos presentes nos currículos de matemática dos anos iniciais e está presente seja em problemas, em tópicos que versam sobre as quatro operações e nos cálculos de razão e proporção ou em sistemas de representação como gráficos e tabelas. Assim, o papel do professor é fazer com que o caráter algébrico presente nos conteúdos de matemática dos anos iniciais transpareça aos olhos dos alunos e faça sentido para eles.

Da análise desses três pontos elencados por Carraher, Schliemann e Schwartz (2017), pode-se concluir que a abordagem da álgebra nos anos iniciais visa estimular o desenvolvimento da capacidade do aluno de pensar algebricamente, preparando-o para a consolidação de aprendizagens que exigem um maior nível de abstração em anos posteriores em que a disciplina é apresentada com maior formalidade e rigor.

Frente a esse objetivo, destaca-se a necessidade de estabelecer o que a *Early Algebra* compreende como “pensar algebricamente”, e para isso, trazemos o trabalho de Silva, Savioli e Passos (2015) que apresentam as seguintes características como sendo traços marcantes do pensamento algébrico:

1) O pensamento algébrico manifesta-se em qualquer ciclo de escolaridade por não demandar a utilização de uma linguagem simbólica e;

2) Envolve aspectos como o estabelecimento de relações e de regularidades, envolve processos de generalização e de compreensão de propriedades matemáticas e, utiliza notações diferentes para a representação matemática de um mesmo problema.

Corroborando com esses autores, Kaput (2007) considera que a generalização e a manifestação delas em termos de símbolos, que deve ocorrer cada vez mais de maneira sistemática ao longo dos anos escolares, é um ponto central do pensamento algébrico. Além desse fator, o autor também aponta “a ação guiada sintaticamente sobre símbolos dentro de sistemas simbólicos organizados”⁵, como um aspecto importante do pensamento algébrico (KAPUT, 2007, p. 10, tradução nossa). Kaput (2007) relaciona esses dois aspectos com três vertentes de álgebra conforme apresentado no Quadro 1, a seguir:

⁵ “syntactically guided action on symbols within organized systems of symbols” (KAPUT, 2007, p. 10).

Quadro 1:Relação de aspectos do pensamento algébrico e vertentes da álgebra

Aspectos
A Álgebra como representação sistemática de generalizações e regularidades.
A Álgebra como raciocínio guiado sintaticamente sobre generalizações representadas por sistemas simbólicos.
Vertentes
Estudo de estruturas e sistemas provenientes de cálculos e relações, abrangendo os que surgem na aritmética e no raciocínio quantitativo.
Estudo de funções, relações e variações.
Aplicação de linguagens de modelagem, dentro e fora da matemática.

Fonte: adaptado de Kaput (2007, p.11).

Abordaremos cada uma das vertentes a seguir, assim como fizemos com os aspectos mencionados por Kaput (2007).

De acordo com esse autor (2007), a primeira vertente compreende a álgebra como uma aritmética generalizada e é vista por diversos pesquisadores em educação matemática como sendo um dos pilares da aprendizagem algébrica. Sendo assim, ela inclui a generalização das operações aritméticas e suas propriedades, assim como a ideia de que uma determinada expressão pode ser substituída por outra equivalente. Além disso, também se manifesta nessa vertente a expressão de estratégias de resolução de problemas.

Todas essas manifestações de atividade algébrica se relacionam com a passagem da aritmética para a álgebra e dizem respeito ao papel central da generalização e da expressão das mesmas de maneira sistemática (KAPUT, 2007).

A segunda vertente trazida por Kaput (2007) envolve generalizações relacionadas à ideia de função. A expressão da generalização pode ser compreendida como a descrição da “variação sistemática de instâncias em algum domínio”⁶ (KAPUT, 2007, p. 13, tradução nossa). Geralmente essa vertente é adotada para dar início às atividades que relacionam padronizações, que em certos casos podem ser necessárias para algumas formas de generalização matemática. De acordo com o autor, essa segunda linha tem limites amplos uma vez que as ideias matemáticas associadas a função podem ser bastante abrangentes.

A terceira e última vertente trazida por Kaput (2007), versa sobre a modelagem de uma atividade algébrica e pode ser de três tipos: o primeiro que se relaciona especificamente com número e quantidade em que determinados problemas aritméticos são resolvidos a partir de uma organização simbólica. De acordo com autor, esse tipo de modelagem assume geralmente

⁶ “systematic variation of instances across some domain” (KAPUT, 2007, p. 13).

a forma de uma equação, e demanda o uso de símbolos para que uma solução seja gerada; o segundo, que lança mão da generalização e do estabelecimento de padrões matemáticos, como por exemplo, os padrões geométricos que relacionam uma ou mais variáveis para representar uma dada função e; o terceiro que envolve a generalização de soluções de problemas aritméticos, que não demandam de procedimentos algébricos para sua resolução. “Nesse tipo de modelagem de generalização, a introdução de variáveis que expressam a generalidade da situação geralmente assume a forma de parâmetros”⁷ (KAPUT, 2007, p. 14, tradução nossa).

Todos esses aspectos e vertentes, buscam exprimir as conexões existentes entre a álgebra e a matemática como um todo e são essas ligações que atribuem a álgebra um papel de importância nos currículos de matemática do Ensino Fundamental (KAPUT, 2007).

Feitas essas considerações a respeito do movimento *Early Algebra*, abordaremos nas subseções que se seguem, questões relativas ao ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental e à formação docente para ministrar a disciplina nessa fase da escolarização.

2.2 O ensino de álgebra nos anos iniciais

Para fundamentar as discussões acerca do ensino de álgebra nos anos iniciais, apresentamos pesquisas de autores que refletem sobre o assunto e que nos ajudam a compreender o processo de ensino e aprendizagem de conceitos e conteúdos algébricos nesse nível de escolaridade.

Cientes de que o trabalho com a álgebra começa a ser desenvolvido de um ponto de vista matemático mais formal a partir dos anos finais⁸ do Ensino Fundamental, vimos a necessidade de destacar o que compreendemos como álgebra, para que melhor delineássemos quais aspectos do ensino dessa área da matemática buscamos encontrar nos textos dos autores que tratam da temática nos anos iniciais. Diante disso, surgiu a indagação: “*Mas afinal, o que é álgebra?*”.

Ao buscar uma resposta para a pergunta, nos deparamos com o trabalho de Pereira (2019) que discorre sobre as diferentes concepções de álgebra embasado em diversos autores.

Em um primeiro momento, Pereira (2019) fez uma busca por definições em diversos autores que não eram da área da educação matemática e chegou à conclusão de que para eles, a álgebra poderia ser compreendida como uma aritmética generalizada que lida com variáveis

⁷ “In this type of generalization modeling, the introduction of variables expressing the generality of the situation often takes the form of parameters” (KAPUT, 2007, p. 14).

⁸ Leia-se, do 6º ao 9º ano do ensino fundamental.

como meio para a representação de quantidades numéricas e que, quando inseridas em fórmulas, levam à solução de problemas nos quais as grandezas têm representação simbólica.

Certo de que essa se trata de uma definição vaga e que, em suas palavras, “é uma definição do senso comum” (PEREIRA, 2019, p.36), o autor dá sequência em suas buscas e aponta na direção da concepção de Lins e Gimenez (2001) que trabalham com a ideia de que a álgebra não se reduz a seus característicos processos de manipulação simbólica, mas que se analisada em um sentido mais amplo, pode ser compreendida como uma disciplina que fomenta a produção de significados através de suas operações. Assim, para os autores, a álgebra pode ser compreendida como “um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade” (LINS; GIMENEZ, 2001, p. 137).

Ainda em busca de obter uma resposta para complexa pergunta aqui proposta, entramos em contato com os trabalhos de pesquisadores alinhados com o aporte teórico da *Early Algebra*. A partir dessas leituras, encontramos o estudo de Kaput (2007) que discorre sobre a dificuldade em conceber uma definição de álgebra e de pensamento algébrico que abranja os anos escolares iniciais.

Em seu trabalho intitulado “*What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning?*”, o autor traz esse processo de definição como algo essencial, uma vez que a concepção que se tem de álgebra exerce influência no modo como esta é abordada.

De acordo com Kaput (2007, p. 8),

Certamente, o tipo de visão limitada que dominou a álgebra escolar por anos em vários países como algo primordialmente guiado sintaticamente, faz com que as manipulações simbólicas não apenas reduzam e subestime grosseiramente as múltiplas perspectivas algébricas desenvolvidas através da história, mas também construam uma base inadequada para um repensar do estudo da álgebra na matemática escolar. (...) Faz-se necessária uma visão mais ampla e profunda da álgebra, que possa fornecer à matemática escolar a mesma profundidade e poder que os vários aspectos e vertentes da álgebra forneceram à matemática como um corpo disciplinar teórico e prático ao longo de sua história. É somente expandindo nossas perspectivas sobre a álgebra que podemos esperar usá-la para integrar a matemática em todas as séries e tópicos⁹ (Tradução nossa).

⁹ “Indeed, the kind of narrow view of algebra that has dominated school algebra for years in many countries as primarily syntactically guided, symbolic manipulations not only grossly understates the multiple sides of algebra historically as mathematics, it is also an inadequate foundation for reconsideration of algebra’s place in school mathematics. (...) We need a broader and deeper view of algebra that can provide school mathematics with the same depth and power that the several aspects and strands of algebra have provided mathematics as a theoretical and practical discipline historically. Only by expanding our views of algebra can we hope to use algebra to integrate mathematics across all grades and all topics” (KAPUT, 2007, p. 8).

Kaput (2007) apresenta duas visões de álgebra: uma que a compreende como um corpo independente de conhecimento e outra que a concebe como uma atividade. De acordo com o autor, esses dois modos de conceber a álgebra se manifestam de maneiras distintas. Assim, aqueles que compreendem a álgebra a partir da primeira perspectiva tendem a lidar com a disciplina tendo como princípio orientador um rigor matemático, sem necessariamente se preocuparem com o entendimento de seus interlocutores. Sendo assim, “eles podem se referir à lei comutativa da adição, por exemplo, sem ter que estabelecer como a lei surgiu ou como os alunos a aprendem (ou não). Para eles, a comutatividade é uma propriedade da própria matemática”¹⁰ (KAPUT, 2007, p. 9, tradução nossa).

Para aqueles que compreendem a álgebra como uma atividade, são fundamentais os modos de pensar e falar sobre matemática. Assim, de acordo com essa concepção “a álgebra emerge da atividade humana; ela depende dos seres humanos para sua existência, não apenas historicamente, mas também no presente”¹¹ (KAPUT, 2007, p. 9, tradução nossa).

O ensino de álgebra passou a receber uma atenção particular nos últimos anos e, dentre as diversas reflexões, nas quais se debruçam as pesquisas na área da Educação Matemática, encontra-se a possibilidade de trabalhar conteúdos algébricos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Pesquisadores como Carolyn Kieran, JeongSukPang, Deborah Schifter e SweeFongNg (2016) analisam a álgebra nos anos iniciais e adotam a denominação *Early Algebra* para se referir à abordagem da álgebra nesse nível de ensino escolar.

O principal objetivo do ensino da álgebra nos anos iniciais é atuar na estruturação do raciocínio do aluno, que deve desenvolver a capacidade de encontrar regularidades, articular suas ideias e determinar regras para certas classes de números. Isso pode ser alcançado por meio da interação dos alunos em torno dos conteúdos algébricos ministrados, por intermédio de discussões em que esses têm a possibilidade de elaborar seu pensamento e socializá-lo com os colegas, para que juntos avaliem e justifiquem as hipóteses levantadas em cada atividade e encontrem soluções conjuntas (KIERAN *et al.*, 2016).

Para que o professor consiga estabelecer um cenário de participação ativa do aluno, é necessário que fiquem bem definidos os objetivos das aulas, que devem ser estruturados tendo como ponto de partida a expectativa de que os alunos explicitem e socializem o raciocínio utilizado nas atividades, e discutam as ideias com os colegas. Dessa maneira, o professor deve

¹⁰ “They might refer to the commutative law of addition, for example, without having to establish how the law came to be or how students come to learn it (or not). For them, commutativity is a property of mathematics itself” (KAPUT, 2007, p. 9).

¹¹ “(...) algebra emerges from human activity; it depends on human beings for its existence, not just historically, but also in the present” (KAPUT, 2007, p. 9).

direcionar as discussões dos alunos e ajudá-los a filtrar os conteúdos estudados, chamando sua atenção para as habilidades que devem ser desenvolvidas em cada aula (KIERAN *et al.*, 2016).

Esses autores defendem a ideia de que os professores precisam de materiais curriculares para que consigam trabalhar com a álgebra nos anos iniciais e afirmam que diversos programas colocaram em prática as ideias do movimento *Early Algebra* nos últimos 15 anos.

Todavia, apontam que os currículos oficiais podem ter um impacto limitado em sala de aula, porque existe uma diferença entre os currículos aprovados e os que são colocados em prática pelos professores. Dentre os aspectos relacionados com a transposição do currículo para o ambiente escolar, Kieran *et al.* (2016) citam as crenças e os conhecimentos do docente, sua identidade profissional e as idiossincrasias de cada escola e de cada sala de aula. Sendo assim, além de propostas curriculares que incluam o ensino de álgebra nos anos iniciais, os professores também devem ter uma formação adequada para atuar de acordo com as recomendações dos currículos.

De acordo com Kieran *et al.* (2016), os cursos de desenvolvimento profissional devem enfatizar três características. A primeira delas diz respeito ao conhecimento teórico. É necessário que o professor conheça o conteúdo que pretende ensinar, sendo importante expandir a visão que tem sobre a matemática e compreender que a disciplina não se reduz a procedimentos de cálculo e a resolução de problemas, mas que fomenta a possibilidade de que novas conexões sejam estabelecidas através do processo de ensino e aprendizagem.

A segunda característica versa sobre a relação entre professor e aluno. É importante que o professor organize sua prática de ensino tendo como princípio orientador a disposição para ouvir o raciocínio do aluno, examinar o pensamento desenvolvido por ele e situá-lo de acordo com o conteúdo que está sendo lecionado.

A terceira característica apontada pelos autores diz respeito à postura do professor em cenários de aprendizagem ativa¹². O professor precisa desenvolver a capacidade de liderar as discussões levantadas em sala de aula, de analisar e de lidar com as diferentes formas de raciocínio apresentadas pelos alunos, para que estejam aptos a auxiliá-los no desenvolvimento da capacidade de pensar algebricamente.

Kieran *et al.* (2016) assinalam que o ensino de álgebra nos anos iniciais não só prepara os alunos para níveis futuros de ensino, mas também possibilita o entendimento das

¹² A aprendizagem ativa é caracterizada pelo protagonismo do aluno em seu aprendizado e fundamenta-se em metodologias de ensino que o estimule a desenvolver sua autonomia e uma postura ativa frente ao processo de aprendizagem (ARÃO *et al.*, 2018).

propriedades dos sistemas numéricos que estão sendo trabalhadas a partir do desenvolvimento de habilidades como a justificação de ideias e a identificação de padrões.

A pesquisa dos autores mostra que professores com conhecimento teórico e metodológico conseguem criar ambientes de aprendizagem ativa que implicam em resultados na aprendizagem dos alunos. Todavia, os autores sublinham a importância de que os currículos tragam cada vez mais a recomendação do ensino de álgebra a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental e que os professores tenham uma formação adequada para atuar frente a essas recomendações curriculares.

No cerne das pesquisas do movimento *Early Algebra* estão as relações matemáticas, padrões e estruturas da aritmética, com enfoque nos processos de raciocínio utilizados por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e buscam compreender como eles constroem a capacidade de conjecturar, generalizar, representar e justificar as relações matemáticas estabelecidas. De acordo com Kieran *et al.* (2016), nos últimos 15 anos, a visão do campo de pesquisa relacionada à *Early Algebra* está mais direcionada para compreender os processos de raciocínio, sua área de conteúdo e seus conceitos e objetos.

As pesquisas mais recentes sobre a *Early Algebra* apresentam visões mais abrangentes e aportes teóricos sobre o pensamento algébrico, discutem que o trabalho com a álgebra nos primeiros anos deve dar enfoque à construção do raciocínio sobre os conceitos e os objetos algébricos, e entendem a atividade algébrica como uma maneira de se pensar. Por isso, ao analisar o ensino da álgebra nos anos iniciais, devemos discorrer sobre a definição de pensamento algébrico.

Ao analisarmos as pesquisas utilizadas como referencial teórico, observamos que não existe um consenso em relação ao significado do pensamento algébrico, sendo possível encontrar diferentes definições entre os autores.

Kieran (2004 *apud* KIERAN *et al.* 2016), defende que o pensamento algébrico nos anos iniciais envolve formas de pensar em atividades para as quais a representação simbólica possa ser usada como uma ferramenta na resolução de determinado problema ou, como alternativa, inseridas em atividades que podem ser realizadas sem a demanda de uma representação simbólica, mas que, em contrapartida, envolvam a análise de relações entre quantidades, análise de mudanças, modelagem, resolução de problemas, generalização e elaboração de justificativas e previsões.

No processo de desenvolvimento do pensamento algébrico são aceitas outras formas de representação simbólica além das letras e busca-se compreender as estruturas matemáticas e a

construção de significados subjacentes ao pensamento matemático (FERREIRA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2018).

As pesquisas de diferentes autores que se propõem a analisar o pensamento algébrico nos anos iniciais tomam como foco os processos de generalização, de representação, de justificação e de raciocínio, bem como aspectos relacionados à maneira como o estudante percebe, interpreta, argumenta e identifica padrões. Todavia, a maior parte das pesquisas produzidas sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais dá enfoque ao processo de generalização, que se traduz como algo inerente a toda atividade matemática e algébrica (KIERAN *et al.*, 2016).

De acordo com o significado atribuído à generalização no pensamento algébrico da *Early Algebra*, o desenvolvimento da capacidade de tomar um conjunto específico de dados e, a partir dele, encontrar uma regularidade matemática, é compreendido como um aspecto importante na atividade algébrica.

O pensamento algébrico pode ser entendido como uma maneira de estruturar o raciocínio, sendo, portanto, pertinente seu desenvolvimento desde os anos iniciais por meio do trabalho com padrões e regularidades. Entende-se que o desenvolvimento da capacidade de pensar algebricamente também se dá a partir do momento em que o aluno compreende primeiramente as relações, os padrões e as estruturas matemáticas da aritmética (LIMA; BIANCHINI, 2017).

Normalmente não é estabelecida uma relação entre a aritmética e a álgebra nos anos iniciais e isso pode acarretar em dificuldades futuras no que diz respeito à construção do raciocínio abstrato do aluno (LUNA; SOUZA, 2013).

De acordo com Ferreira (2017a), essa dissociação entre as duas áreas ocorre apoiada na premissa de que os alunos teriam mais facilidade para lidar com quantidades fixas do que com quantidades que sofrem variações, relacionam incógnitas ou que demandem um pensamento mais abstrato, entendendo que o ensino de álgebra deveria acontecer somente nos anos escolares mais avançados, porque nesse momento o aluno teria maiores condições de lidar com essas questões.

Lima e Bianchini (2017) analisam o ensino de álgebra nos anos iniciais tendo como base as recomendações da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e enfatizam que algumas dimensões da álgebra como, por exemplo, as ideias de generalização e equivalência já se fazem presentes nos anos iniciais, destacando também que nesta etapa da escolarização “não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam” (BRASIL, 2017, p.

270), sendo recomendável que a álgebra não seja abordada a partir de um enfoque em processos de manipulação simbólica. A relação de equivalência mencionada, pode, por exemplo:

Ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita (BRASIL, 2017, p. 270).

Entende-se que a atividade algébrica deve fomentar a capacidade de apropriação de conhecimentos que levam à constituição do raciocínio e da linguagem algébrica, Prestes, Germano e Ferreira (2014) compreendem que o ensino de álgebra precisa ser repensado para que a disciplina possa obter resultados mais efetivos no que diz respeito à produção de significado aos conceitos que as compõem, reforçando a visão de Lins e Gimenez (2001), de Lima e Bianchini (2017) e de Luna e Souza (2013), de que a aritmética e a álgebra devem ser associadas e não trabalhadas como coisas disjuntas.

Nessa fase, o ensino de álgebra se volta para estimular a organização do pensamento do aluno e está associado à capacidade de lidar com situações que abordem a observação de padrões e de relações em contextos variados ou em questões que envolvam classificações, operações com números inteiros, além de ser possível que o aluno comece a ter contato com as primeiras noções de funções.

A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (BRASIL, 2017, p. 268, grifo do autor).

Assim, mesmo que esses conceitos sejam algébricos e normalmente abordados de um ponto de vista mais formal nos anos finais do Ensino Fundamental, por exemplo, também podem ser trabalhados nos anos iniciais sem a necessidade de que os alunos lidem com todo o simbolismo visto usualmente nas aulas de álgebra dos anos escolares mais avançados (LIMA; BIANCHINI, 2017; LUNA; SOUZA, 2013).

Sabendo da importância do trabalho com a álgebra e do estímulo à capacidade de se pensar algebricamente desde cedo nas aulas de matemática, apresentaremos no próximo capítulo a revisão de literatura em que realizamos um mapeamento das dissertações e teses que abordam o ensino de álgebra nos anos iniciais.

3 REVISÃO DE LITERATURA

Foram usados como fontes para a revisão de literatura da presente pesquisa, trabalhos que discutem sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais. As dissertações e teses selecionadas para compor o estudo foram encontradas no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD¹³).

Nesta pesquisa, foram mapeadas as dissertações e teses publicadas a partir das palavras-chave “Álgebra anos iniciais”, “*Early Algebra*” e “Ensino de álgebra anos iniciais” nos títulos disponibilizados na BDTD. Em seguida, foi realizado um estudo sobre os principais aspectos inerentes à nossa temática de estudo a fim de compreender a forma como os autores discutem o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Foram encontrados um total de 116 trabalhos dos quais sete foram selecionados tendo como base a leitura dos títulos e dos resumos. Assim, as sete pesquisas descritas na revisão de literatura foram escolhidas por versarem sobre os principais aspectos a serem considerados para o ensino de álgebra nos anos iniciais. As dissertações e teses analisadas são apresentadas no Quadro 2, a seguir:

Quadro 2: Trabalhos sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais

Autor e ano	Título	Objetivo
Silva (2013) Dissertação	Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I	Identificar, analisar e discutir características do pensamento algébrico em oito tarefas aplicadas a estudantes do Ensino Fundamental I
Barboza (2019) ¹⁴ Dissertação	Conhecimentos dos professores dos anos iniciais e o sinal de igualdade: uma investigação com tarefas de aprendizagem profissional	Investigar como tarefas de aprendizagem profissional possibilitam a mobilização e a construção de conhecimentos para ensinar matemática nos anos iniciais
Goma (2019) Dissertação	A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental	Investigar a comunicação escrita matemática de futuras professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em relação ao pensamento algébrico, por meio de tarefas visando o desenvolvimento desse pensamento

¹³ Disponível em: <<http://bdtd.ibict.br/vufind/>>

¹⁴ Devido à problemas no acesso ao repositório da Universidade Federal do ABC (UFABC), utilizaremos o artigo elaborado com base nessa dissertação apresentado ao XXIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática.

Santana (2019) Dissertação	Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service	Investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico face às crenças de autoeficácia, as atitudes em relação à Matemática e ao conhecimento matemático especializado para o seu ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental
Tridico (2019) Dissertação	Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico	Analisar por meio da Engenharia didática, em que medida um curso de formação continuada para professores dos Anos Iniciais contribui para o desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico.
Favero (2020) Dissertação	As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico	Comparar as praxeologias, segundo Chevallard, na abordagem do pensamento algébrico de duas edições de uma coleção de livros didáticos para o ciclo da alfabetização
Gomes (2020) Tese	Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da teoria da objetivação	Caracterizar, a partir da Teoria da Objetivação, estratégias de pensamento demonstradas por crianças 4º e 5º ano do Ensino Fundamental do Núcleo de Educação da Infância – Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, no processo de introdução da álgebra, em tarefas que abordam sentenças matemáticas em que um dos termos é desconhecido

Fonte: Elaborado pelos autores

Após a leitura das dissertações e teses, realizamos um fichamento a fim de destacar elementos importantes como: questão de investigação, objetivos, procedimentos metodológicos utilizados na coleta e análise dos dados, participantes e principais resultados.

Iniciamos nossa análise com o trabalho de Silva (2013), que apoia-se nas pesquisas produzidas no âmbito do movimento *Early Algebra*, para compreender como alunos do 5º ano do Ensino Fundamental manifestam indícios do pensamento algébrico durante a realização de tarefas.

De acordo com a autora, é possível que alunos dos anos iniciais desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente, pois nessa fase de escolarização o ensino da álgebra volta-se para um estímulo à construção das ideias matemáticas, de modo que sejam adquiridas as capacidades de interpretar problemas e se expressar matematicamente.

Com base nos trabalhos de diversos autores, Silva (2013, p. 36) aponta as seguintes características como sendo marcantes do desenvolvimento do pensamento algébrico:

- Não envolve necessariamente uma simbologia algébrica, de modo que pode ser desenvolvido em qualquer etapa escolar, ou seja, não tem como pré-requisito que o estudante apresente uma linguagem simbólica algébrica;
- Está presente em todos os campos da Matemática, como na álgebra, geometria, aritmética; É algo interno ao estudante, de modo que não há uma relação de dependência com a tarefa proposta;
- É um modo de pensar que envolve a construção da aprendizagem na medida em que o estudante vai produzindo relações e atribuindo significados para os conceitos a partir do que ele já sabe, ou seja, de seus conhecimentos prévios;
- Enfim, esse pensamento envolve: formulação de conjecturas; estabelecimento de relações; utilização de diferentes notações para uma mesma tarefa; estabelecimento de regularidades; algum processo de generalização; compreensão de propriedades matemáticas importantes, como a comutatividade na adição; agrupamento, classificação, ordenação, justificação e validação de ideias; etc.

A autora embasa-se nessa caracterização para identificar em quais momentos da aplicação do conjunto de atividades proposto por ela, ocorre a manifestação do pensamento algébrico.

Silva (2013) recorre a metodologia da Análise de Conteúdo para realizar o tratamento dos dados coletados e constata que, mesmo que nos anos iniciais os alunos ainda não consigam empregar uma linguagem matemática formal para expressar suas interpretações sobre um dado conteúdo, podem ser identificadas algumas manifestações do pensamento algébrico durante a execução de tarefas matemáticas.

Para darmos continuidade às discussões desta seção, apresentaremos o trabalho de Barboza (2019), o qual discute a formação de professores para que ocorra o desenvolvimento do pensamento algébrico, a partir de Tarefas de Aprendizagem Profissional.

A autora estrutura a fundamentação teórica de sua pesquisa em torno de três eixos. O primeiro discorre sobre a formação de professores polivalentes, com ênfase em sua prática pedagógica, e enfatiza a importância de que se relacione esse processo formativo com a construção do conhecimento. O segundo versa sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, dando enfoque aos distintos significados que podem ser atribuídos ao sinal de igualdade. No terceiro e último eixo, a autora traz considerações acerca da aprendizagem profissional de professores que lecionam nos anos iniciais e levanta discussões sobre a formação continuada.

Nesse estudo, buscou-se estabelecer uma proposta de formação continuada dirigida a professores polivalentes, que consistiu na criação de um espaço de trocas de experiência e de reflexão sobre as práticas pedagógicas voltadas para o ensino de matemática nos anos iniciais, em especial, ao desenvolvimento do pensamento algébrico (BARBOZA, 2019).

Na dissertação intitulada “A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental”, Goma (2019) aponta a importância de que o professor desenvolva conhecimentos curriculares, matemáticos e didáticos durante sua formação inicial. A autora enfatiza ainda, a importância de que esse processo formativo do docente seja marcado pela presença de atividades que favoreçam a estruturação de seu raciocínio lógico matemático e contribuam para o incentivo à capacidade de realizar generalizações e abstrações.

Goma (2019), analisa as características e processos de desenvolvimento do pensamento algébrico, com a mediação da comunicação escrita matemática. De acordo com a autora, essa mediação se faz pertinente uma vez que ao transpor o raciocínio empregado para a resolução de um dado problema para a linguagem escrita, são mobilizados processos de organização do pensamento para que se possa estabelecer uma comunicação clara do que se deseja representar, o que conduz a uma aprendizagem significativa os conceitos e estudo.

Assim, o processo de análise da implantação de metodologias de ensino pautadas na comunicação escrita matemática deve levar em consideração fatores como clareza, fundamentação, lógica e profundidade. Cada um desses elementos diz respeito ao modo como são expressos os modos de raciocínio matemático que dizem respeito à representação, justificção e conexão entre as ideias subjacentes à determinado tipo de atividade.

Nessa dissertação são feitas algumas ponderações a respeito das formas de manifestação do pensamento algébrico, com base em trabalhos de autores como James J. Kaput, Maria L. Blanton, João Pedro da Ponte e Neusa Branco, que se alinham a perspectiva defendida para esse tipo de pensamento pelo movimento *Early Algebra*.

Santana (2019) analisa o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir das crenças de autoeficácia. Assim, foram observadas as implicações de fatores cognitivos e emocionais na aprendizagem de conteúdos algébricos.

A autora realizou um estudo comparativo entre professores em seu processo de formação inicial e docentes já no exercício de sua profissão. O intuito dessa abordagem consistiu em compreender as subjetividades manifestadas por esses dois grupos do domínio de conteúdos para ensinar álgebra nos anos iniciais. Para ela, “nessa trajetória escolar e formativa, os professores ou futuros professores trazem consigo experiências de diversas fontes, nas quais

exercem influências sobre suas ações, julgamentos sobre suas capacidades e predisposições para realizar algo” (SANTANA, 2019, p. 52). Ou seja, a autora parte do pressuposto de que as crenças dos docentes em relação a disciplina, exercem influência no modo como ela é ministrada.

Santana (2019) se apoia na premissa de que o ensino da álgebra a partir dos anos iniciais contribui tanto para uma preparação para aprendizagens que exigem um maior nível de abstração nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, quanto para fomentar que o aluno adquira a capacidade de compreender as ideias matemáticas, para que sejam usadas de maneira adequada.

Ao discorrer sobre a formação de professores para um ensino de álgebra que estimule o desenvolvimento da capacidade de pensar algebricamente, Tridico (2019, p. 49) parte da ideia de que tanto a formação inicial quanto a continuada devem fornecer subsídios para que o docente adquira conhecimentos que possibilitem um trabalho em sala de aula que leve os alunos a generalizarem e interpretarem situações, fazendo o uso da linguagem natural antes mesmo do desenvolvimento da linguagem simbólica. “Diante disso, recomenda-se que a formação de professores aborde o conhecimento de conteúdo junto aos processos matemáticos, as particularidades dos estudantes atendidos, o nível de escolaridade desses estudantes e o Currículo”.

Favero (2020) aponta duas concepções voltadas para descrever o trabalho com a álgebra nos anos iniciais. A primeira delas entende a álgebra como “instrumento para fazer Matemática” (p.42), conferindo a ela a capacidade de atuar no estudo de variáveis e incógnitas, de estabelecer generalizações e de compreender a estrutura matemática delas.

A segunda perspectiva tem como pilar a ideia de que o caráter simbólico da álgebra tem um papel de importância não só para a aplicação de certas regras, mas também para a representação das ideias matemáticas construídas a partir de uma situação- problema. Com base nessa visão, a linguagem formal deixa de ser um pré-requisito para a expressão do raciocínio e é dado espaço para que a capacidade de justificá-los simbolicamente ocorra de maneira processual (FAVERO, 2020).

Consideramos que a elaboração de proposta de ensino voltadas para a introdução da álgebra nos anos iniciais, envolve a compreensão dos múltiplos aspectos que envolve sua abordagem nesse ciclo de escolaridade. Dentre esses fatores, encontram-se as orientações de ordem curricular. A esse respeito, Gomes (2020) faz considerações sobre o trabalho com a álgebra a partir da Base Nacional Comum Curricular.

De acordo com Gomes (2020), o documento postula que o desenvolvimento do

pensamento algébrico deve ser preconizado nos anos iniciais, e indica os seguintes tópicos de trabalho:

- a) Para o 1º, 2º e 3º ano do Ensino Fundamental, recomenda-se a abordagem de sequências recursivas, repetitivas e numéricas, como meio para que o aluno aprenda a identificar padrões e regularidades, e estabelecer generalizações. A BNCC indica ainda, o ensino de noções de igualdade a partir do 3º ano.
- b) São recomendados para o 4º e 5º ano, a introdução das noções de equivalência, o desenvolvimento da capacidade de identificar valores ausentes nas quatro operações e no emprego das mesmas para resolver e elaborar problemas.

A análise das dissertações e teses nos permite observar que, de modo geral, os pesquisadores apontam na direção de um ensino que estimule a produção de significados para os conteúdos algébricos abordados em aulas de matemática e que é recomendável que a álgebra comece a ser abordada desde os anos iniciais para que o aluno possa desenvolver a capacidade de pensar algebricamente ainda nessa fase da escolarização.

Sendo assim, estudos que visem contribuir para esse desenvolvimento tornam-se pertinentes e, nesse sentido, a produção de materiais de apoio que auxiliem os docentes na elaboração de suas aulas de matemática e abordem conteúdos algébricos, pode colaborar para o ensino e para a aprendizagem dos conteúdos de álgebra recomendados para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Tendo isso em mente, nossa proposta de produto educacional consiste no desenvolvimento de uma sequência de atividades de álgebra destinada a professores que ensinam matemática nesse ciclo de escolaridade.

Dando sequência ao texto, apresentaremos no capítulo que segue, as etapas de desenvolvimento da pesquisa, a caracterização do material a ser analisado e uma descrição do produto educacional que pretendemos desenvolver.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Apresentaremos, neste capítulo, os procedimentos utilizados para o desenvolvimento deste estudo. Para isso, traremos o referencial metodológico que justifica a adoção da pesquisa qualitativa, os caminhos da pesquisa, os instrumentos de produção de dados, assim como a teoria que embasou nossa análise dos dados.

4.1. Procedimentos da pesquisa

Com o intuito de analisar o ensino de álgebra nos anos iniciais, esta pesquisa teve que redefinir seus contornos metodológicos em alguns momentos.

Inicialmente, pretendíamos realizar uma pesquisa documental fazendo um levantamento em eventos importantes da área de Educação e de Educação Matemática a fim de obter o material a ser analisado no *corpus* desta pesquisa, todavia, a escassez de trabalhos na área, conforme explicitado anteriormente na revisão de literatura, tornou inviável a execução dessa proposta de investigação e nos conduziu à adoção de novos procedimentos metodológicos como forma de mediação prática para o levantamento e posterior análise dos dados.

Diante da impossibilidade de realizar a pesquisa documental, optamos por utilizar questionários, entrevistas semiestruturadas e a observação como instrumentos de produção de dados que nos auxiliassem na identificação de aspectos relacionados ao ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na sala de aula de professores desse nível escolar. Contudo, diante da situação de pandemia provocada pela Covid-19, tivemos que traçar novamente os encaminhamentos desta pesquisa e encontramos a análise dos Planos de Estudos Tutorados (PET) do ano de 2020, como alternativa para dar continuidade a esta investigação.

Para que esses materiais fossem recolhidos, organizados e examinados, utilizamos a perspectiva de Análise Documental de Calado e Ferreira (2005) que se caracteriza como uma das modalidades de recolha e análise de dados da pesquisa qualitativa.

Desse modo, apresentaremos a seguir uma síntese da perspectiva desses autores e faremos uma breve explanação de como suas características se relacionam com o que esta dissertação se propõe a realizar.

De acordo com Calado e Ferreira (2005), a Análise Documental pode se orientar com base em duas abordagens:

- a) A primeira se refere ao fato de que essa pode ser utilizada como um complemento a outros métodos de recolha de dados como as entrevistas e o questionário, por exemplo. Nesse caso, o pesquisador busca ampliar seu ponto de vista com relação ao objeto de estudo em questão.
- b) A segunda abordagem diz que os documentos recolhidos pelo pesquisador serão sua principal fonte de inquérito. Nessa perspectiva, a análise de conteúdo pode ser o método central de análise de dado de investigação.

Em nossa investigação, os documentos são a fonte principal de produção de dados e, por isso, consideramos que estamos na direção dessa segunda abordagem proposta pelas autoras.

Quando o pesquisador escolhe adotar essa metodologia de pesquisa, é importante que fiquem claros para ele três conceitos-chave da Análise Documental, que são as definições de dado, documento e análise (CALADO; FERREIRA, 2005).

O primeiro conceito pode ser caracterizado como uma informação sobre uma realidade em estudo, que demanda uma adequação conceitual capaz de fazer com que essa informação seja conservada e posteriormente transmitida (CALADO; FERREIRA, 2005).

Para Calado e Ferreira (2005), o documento pode ser compreendido como um meio físico de armazenamento de dados como, por exemplo, fotografias e jornais.

O último conceito diz respeito a atribuição de significado dados impressos nos documentos e ao estabelecimento de uma relação entre o material coletado e a questão de pesquisa de uma dada investigação (CALADO; FERREIRA, 2005).

Feitas essas considerações, as autoras dividem a Análise Documental em duas etapas: a de recolha do material a ser investigado e a de análise dos dados. Abordaremos cada uma delas a seguir.

A primeira fase se subdivide em três momentos que Calado e Ferreira (2005) compreendem como:

- a) Localização dos documentos: trata-se do mapeamento do material a ser analisado. Nesse momento, o pesquisador irá escolher sua fonte e conhecer os dados com os quais irá trabalhar. Assim, é importante que antes de fazer essa delimitação, o investigador saiba a viabilidade de ter acesso aos documentos escolhidos.
- b) Natureza dos dados: As fontes de obtenção de dados para uma pesquisa podem ser classificadas como primárias ou secundárias. No primeiro caso, os documentos

recolhidos são produzidos no período em que ocorre a investigação. As fontes primárias podem ser do tipo “deliberadas”, quando o documento pode servir como objeto de estudo para futuros pesquisadores, ou podem ser do tipo “inadvertidas”, que é quando o pesquisador atribui ao documento uma finalidade diferente daquela para a qual ele foi produzido. Já as fontes secundárias, se tratam de interpretações de acontecimentos de um dado período, com base nas fontes primárias.

- c) Seleção dos documentos: Quando o universo a ser investigado possui um número de materiais maior do que o tempo que o pesquisador dispõe para analisá-lo, é necessário fazer uma escolha de qual material será recolhido. Essa fase deve levar em consideração a questão de pesquisa, os objetivos do projeto e a finalidade do estudo.

A segunda fase caracteriza-se como o momento em que o pesquisador olhará de maneira crítica para o material recolhido. Nesse momento será examinado se os documentos coletados são suficientes para responder as questões de investigação da pesquisa e será definido o procedimento de manipulação dos dados, bem como a melhor metodologia para sua análise (CALADO; FERREIRA, 2005).

Conforme afirmam Calado e Ferreira (2005, p. 8), a análise de conteúdo pode ser compreendida como:

um conjunto de procedimentos que têm como objectivo a produção de um texto analítico no qual se apresenta o corpo textual dos documentos recolhidos de um modo transformado. Essa transformação do corpo textual pode ocorrer de acordo com regras definidas e deve ser teoricamente justificada pelo investigador através de uma interpretação adequada.

Para essa análise é dotada de uma série de procedimentos que são comuns a maioria das pesquisas que lidam com documentos, havendo diversas metodologias para executar a análise de conteúdo (CALADO; FERREIRA, 2005; BELL, 2010). Em nosso estudo, escolhemos utilizar a análise de conteúdo de Bardin (1977).

De acordo com Bardin (1977), a análise de conteúdo organiza-se de acordo com os seguintes aspectos cronológicos: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados, que envolve os processos de inferência e de interpretação.

A primeira fase destina-se a organização da pesquisa e configura-se como o momento em que as primeiras ideias serão sistematizadas a fim de que sejam traçados os encaminhamentos metodológicos da dimensão prática do estudo. Nessa etapa serão

selecionados os documentos que serão analisados e delimitadas as questões e os objetivos da pesquisa (BARDIN, 1977).

Em um primeiro momento é realizada o que Bardin (1977) denomina de “leitura flutuante”. Essa atividade caracteriza-se pelo primeiro contato com os documentos a serem analisados, a fim de que o pesquisador conheça o texto e possa delimitar quais informações são relevantes para que suas questões sejam respondidas.

O segundo procedimento a ser seguido na fase da pré-análise versa sobre a escolha dos documentos. Assim, depois que o pesquisador toma conhecimento do texto é possível que sejam demarcados os dados que serão estudados. Segundo Bardin (1977), seleção dos materiais que deverão compor o *corpus* da pesquisa está sujeita as seguintes regras:

- a) Regra da exaustividade: estabelece que os documentos importantes para o estudo devem ser incluídos no *corpus* da pesquisa, mesmo que estes apresentem, por exemplo, alguma dificuldade de acesso;
- b) Regra da representatividade: orienta que a seleção da amostra deve seguir procedimentos rigorosos, uma vez que esta deve apresentar condições de ser generalizada para que represente o universo inicial;
- c) Regra da homogeneidade: prevê que os documentos a serem analisados devem seguir o mesmo critério de seleção;
- d) Regra da pertinência: de acordo com essa regra os documentos selecionados devem estar de acordo com os objetivos estabelecidos na pesquisa;

A segunda fase refere-se à exploração do material e deve ter início assim que a pré-análise for concluída, seguindo todos os procedimentos descritos acima. Nessa etapa, a amostra selecionada será retomada com um olhar mais crítico para que os dados sejam ordenados e sua compreensão seja facilitada.

Para a autora, “esta fase, longa e fastidiosa, consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou enumeração, em função de regras previamente formuladas” (BARDIN, 1977, p. 101).

A terceira e última fase descrita por Bardin (1977) diz respeito ao tratamento dos dados obtidos após a execução das duas primeiras etapas. Nesse momento, o pesquisador deverá analisar o material coletado dando significado a seu estudo. Assim, serão explicitadas as considerações oriundas da análise, assim como os argumentos que sustentam sua compreensão acerca do fenômeno observado.

Ao fim de nossas discussões, proporemos como produto educacional uma sequência didática com atividades para o trabalho com a disciplina nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com Cabral (2017), as sequências didáticas podem ser compreendidas como uma série de tarefas sistematizadas e articuladas com o intuito de que um objetivo educacional seja alcançado.

Com base nessa concepção, a sequência didática que iremos propor terá o objetivo de auxiliar os professores no estímulo a capacidade de pensar algebricamente do aluno, a partir da realização de tarefas que versem sobre a identificação de padrões, a elaboração de hipóteses, a justificação do raciocínio e sobre o entendimento das relações existentes entre quantidades em diferentes situações.

Para isso, traremos no material uma breve explicação dos preceitos da *Early Algebra*, enfatizando os principais pontos norteadores do trabalho com a álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de acordo com essa perspectiva.

4.2 Plano de Estudo Tutorado

Considerando as medidas de isolamento social recomendadas em decorrência da pandemia Covid-19, a Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE-MG) elaborou um documento que orienta a comunidade escolar para o Regime Especial de Atividades Não Presenciais (REANP). Esse documento prevê a retomada das aulas em caráter emergencial e estabelece ações a serem implementadas como meio para dar continuidade ao ano letivo de 2020 (MINAS GERAIS, 2020a).

Dentre as medidas citadas no REANP encontra-se a proposição de uma metodologia de ensino não presencial que articula as seguintes ferramentas como suportes para a aprendizagem:

- a) Os Planos de Estudos Tutorados (PET) que se tratam de apostilas que contemplam conteúdos de diversas áreas do conhecimento e se destinam a estudantes da Educação Básica da rede pública de ensino.
- b) O programa “ Se liga na Educação” que tem como objetivo a transmissão de teleaulas para alunos e tem como principal finalidade sanar eventuais dúvidas provenientes do estudo dos PET.
- c) O aplicativo “Conexão Escola” que compila todas as teleaulas exibidas no programa “Se liga na Educação”, os slides trabalhados nas aulas e os Planos de Estudos Tutorados.

A ferramenta também conta com um *chat* onde professores e alunos podem interagir para esclarecer dúvidas relacionadas aos conteúdos estudados.

Como uma das ações executadas pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais para a retomada das atividades letivas, foi criado o *site* “Estude em casa” para postar informações e materiais referentes a essas três ferramentas e ao REANP. Além disso, também podem ser encontrados guias para professores, gestores escolares, pais e alunos e é reservado um espaço para sanar eventuais dúvidas.

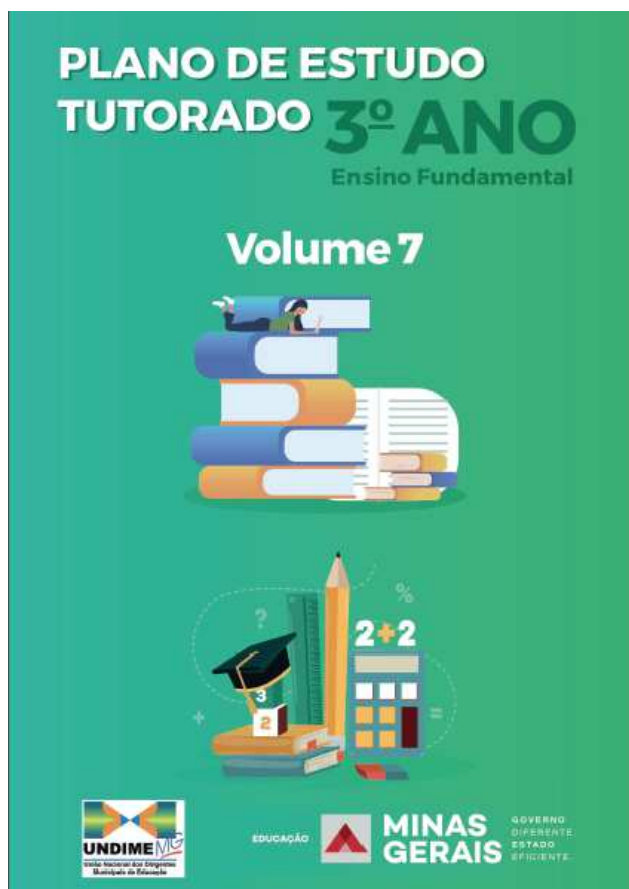
Dentro dessa proposta de implementação de uma metodologia de ensino integrada que articula as três ferramentas mencionadas, o professor tem a incumbência de analisar o material disponibilizado, propor tarefas complementares, auxiliar os alunos na resolução dos exercícios presentes nos PET e corrigir as atividades fazendo também sua devolutiva (MINAS GERAIS, 2020d).

O aluno, por sua vez, assume um papel de autonomia na consolidação de suas aprendizagens sendo necessária a adoção de uma rotina de estudos para que todas as atividades propostas pela SEE-MG sejam desenvolvidas (MINAS GERAIS, 2020c).

Em conformidade com nossa proposta de investigação, voltaremos nosso olhar para os Planos de Estudos Tutorados¹⁵. Assim, faremos adiante uma descrição dos materiais disponibilizados no *site* “Estude em casa” da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. Para dar início, apresentamos abaixo a capa de um dos PET, disponibilizados pela SEE-MG:

¹⁵ A Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais não disponibilizou informações referentes à autoria dos Planos de Estudos Tutorados produzidos para o ano de 2020.

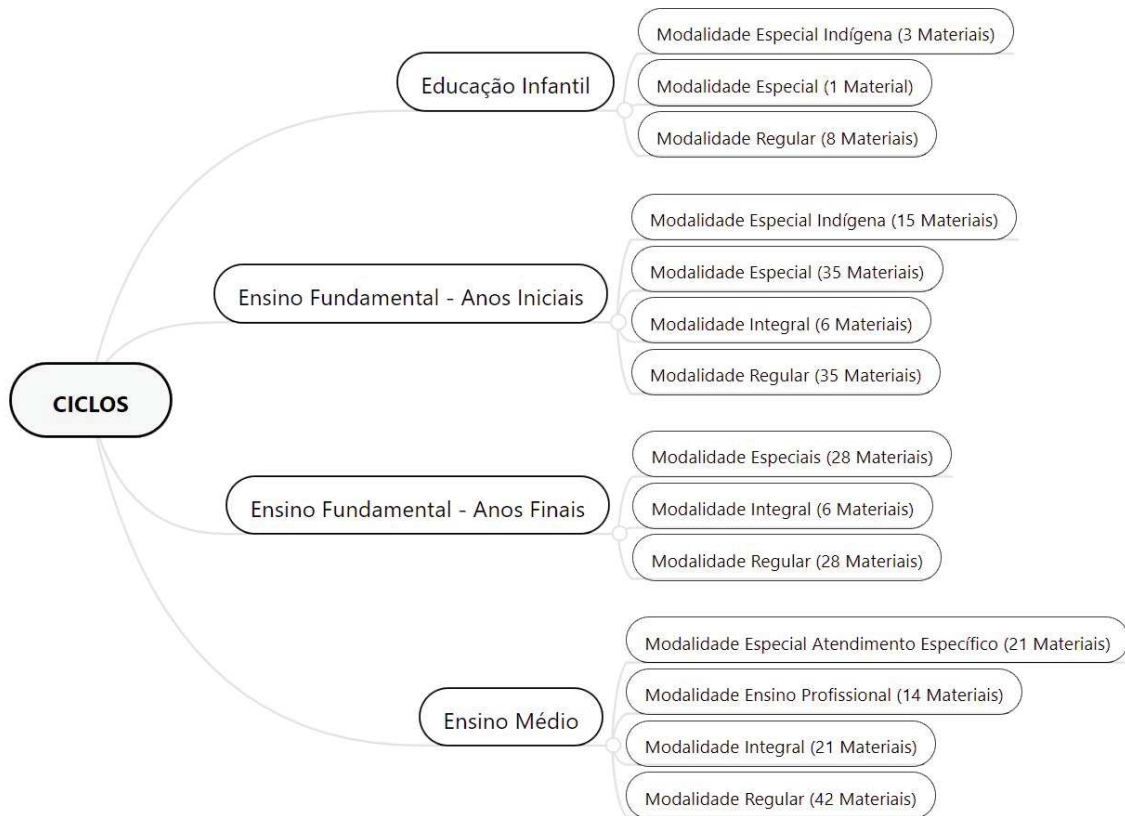
Figura 1: Capa do PET do 3º ano do Ensino Fundamental



Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

As apostilas são disponibilizadas mensalmente pela SEE-MG e estão divididas em volumes que vão do I ao VII. No *site*, os PET são divididos em modalidades conforme é ilustrado no esquema abaixo:

Figura 2: Organização dos Planos de Estudos Tutorados



Fonte: Elaborado pela autora.

As atividades das apostilas são divididas em quatro semanas e abrangem os conteúdos das áreas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, Geografia, História, Educação Física, Laboratório de Matemática, Biologia, Química, Física, Sociologia, Língua Inglesa, Arte, Projeto de vida, Estudos Orientados e Tutoria, Ensino Religioso, Comunicação e Linguagens, Educação para a cidadania e Leitura e Produção Textual.

A disposição das disciplinas nas quatro semanas é indicada na Figura 3:

Figura 3: Disposição das disciplinas no Plano de Estudo Tutorado

SUMÁRIO	
LÍNGUA PORTUGUESA	pág. 01
Semana 1: Leitura e interpretação de poema.....	pág. 01
Semana 2: Leitura e interpretação de cartas de leitor e de reclamação.....	pág. 05
Semana 3: Leitura e construção de textos narrativos.....	pág. 09
Semana 4: Planejamento e produção de texto.....	pág. 13
MATEMÁTICA	pág. 18
Semana 1: Medidas de comprimento.....	pág. 18
Semana 2: Medidas de massa.....	pág. 23
Semana 3: Medidas de tempo: Horas, minutos e segundo.....	pág. 27
Semana 4: Medida de capacidade.....	pág. 35
CIÊNCIAS	pág. 39
Semana 1: Os Cientistas.....	pág. 39
Semana 2: As pessoas por trás da Ciência.....	pág. 42
Semana 3: Trabalho Científico.....	pág. 45
Semana 4: O que é Ciência?.....	pág. 48
GEOGRAFIA	pág. 51
Semana 1: Uso consciente da água.....	pág. 51
Semana 2: Água, um recurso natural renovável.....	pág. 55
Semana 3: Poluição da água.....	pág. 58
Semana 4: Conservação e preservação da água.....	pág. 61
HISTÓRIA	pág. 64
Semana 1: Espaços públicos e privados.....	pág. 64
Semana 2: Espaços privados domésticos.....	pág. 68
Semana 3: Divisão nas tarefas domésticas.....	pág. 71
Semana 4: Unidades de conservação ambiental.....	pág. 74
EDUCAÇÃO FÍSICA	pág. 78
Semana 1: Ginástica.....	pág. 78
Semana 2: Ginástica Geral.....	pág. 81
Semana 3: Esportes de Invasão.....	pág. 85
Semana 4: Esporte de campo e taco.....	pág. 89



Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Os conteúdos de cada PET são orientados por habilidades e objetos de conhecimento. De acordo com a SEE-MG, “o material está baseado no Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG)¹⁶, instituído ao sistema estadual de ensino pela Resolução CEE no 470/2019” (MINAS GERAIS, 2020d, p. 1). Um exemplo dessa organização pode ser visualizado na Figura 4 abaixo:

¹⁶ O Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG) foi elaborado a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2017, na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) 9394/96 e no Plano Nacional de Educação (PNE) de 2014 (BRASIL, 2018).

Figura 4: Plano de Estudo Tutorado do 5º ano



PLANO DE ESTUDO TUTORADO

COMPONENTE CURRICULAR: **MATEMÁTICA**
 ANO DE ESCOLARIDADE: **5º ANO - EF**
 NOME DA ESCOLA:
 ESTUDANTE:
 TURMA:
 NÚMERO DE AULAS POR SEMANA: **06**

TURNO:
 TOTAL DE SEMANAS: **04**
 NÚMERO DE AULAS POR MÊS: **24**

SEMANA 1
UNIDADE(S) TEMÁTICA(S): Números.
OBJETO DE CONHECIMENTO: Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica.
HABILIDADE(S): (EF05MA02X) Ler, escrever, comparar e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.
CONTEÚDOS RELACIONADOS: <ul style="list-style-type: none"> - Decimais. - Inteiros, décimos, centésimos e milésimos. - Comparação de decimais. - Divisão não exata de números naturais: resultado decimal. - Operações com decimais - Adição e subtração com decimais. - Operações com decimais - Multiplicação de decimal por número natural.
INTERDISCIPLINARIDADE: Língua Portuguesa.

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Os Planos de Estudos Tutorados também trazem orientações para pais e responsáveis e dicas para os alunos antes das atividades de cada semana, como é apresentado na Figura 5:

Figura 5: Seção de orientações - PET, 3º ano

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICA PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Prezados pais e/ou responsáveis,</p> <p>Nas atividades desta semana, vamos explorar o passo, o palmo e o pé como unidades de medida de comprimento não padronizadas. O objetivo das atividades propostas é fazer com que a criança observe que o uso dessas unidades gera diferença nos resultados obtidos pois essas medidas vão variar de acordo com o tamanho dos passos, pés e palmos de cada pessoa. Apesar dessas diferenças, convém ressaltar que medidas não padronizadas convivem no dia a dia com medidas padronizadas. O centímetro e o milímetro são apresentados como unidades padrões para medir comprimentos atrelados ao uso da régua como instrumento de medida. Nas atividades propostas a seguir, é fundamental que a criança perceba que o zero da escala da régua deve ser posicionado exatamente sobre uma das extremidades daquilo que se pretende medir.</p>	<p>QUERIDA CRIANÇA,</p> <p>NAS ATIVIDADES DESTA SEMANA VOCÊ IRÁ APRENDER SOBRE AS MEDIDAS DE COMPRIMENTO NÃO PADRONIZADAS (PASSO, PÉ, PALMO) E MEDIDAS DE COMPRIMENTO PADRONIZADAS (CENTÍMETRO E MILÍMETRO), POR MEIO DO USO ADEQUADO DA RÉGUA. FAÇA AS ATIVIDADES COM ATENÇÃO E BONS ESTUDOS!</p>	<p>Assista ao vídeo - 3º ano Matemática Medidas de Comprimento - disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=6rMzfcy6J5I&ab_channel=MentesNot%C3%AAlveis>. Acesso em: 12 out. 2020.</p>

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

No que diz respeito ao acesso aos materiais, a SEE-MG prevê que ele ocorra por meio do aplicativo “Conexão escola” e do *site* “Estude em casa”. No caso de alunos que não possuem acesso à internet, fica sob a responsabilidade da escola em conjunto com a Superintendência Regional de Ensino (SRE), a realização da impressão e a entrega dos Planos de Estudos Tutorados aos estudantes (MINAS GERAIS, 2020a).

A partir do exposto, nesta dissertação, a primeira fase da Análise Documental constituiu no levantamento dos Planos de Estudos Tutorados disponibilizados pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, que disponibilizou um total de 281 PET para serem trabalhados na Educação Infantil, nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio no ano de 2020. Na Figura 6, a seguir, é possível verificar as pastas com os Planos de Estudos Tutorados na interface do *site* “Estude em casa”, de acordo com o ano de escolaridade:

Figura 6: Divisão dos PET em pastas de acordo com o ano de escolaridade



Fonte: <https://estudemcasa.educacao.mg.gov.br/>

Como esta pesquisa é voltada para os anos iniciais do Ensino Fundamental, foi explorado o acervo de materiais destinados a esse nível de escolaridade. A partir dessa consulta, encontramos um total de 91 Planos de Estudos Tutorados que são organizados por modalidades de ensino e por volumes. Além desses PET, também foram encontrados cinco materiais com fins avaliativos, um voltado para uma discussão interdisciplinar, tendo como temática os 300 anos de Minas Gerais e um guia de orientações para professores e gestores escolares.

Apresentaremos a disposição dos Planos de Estudos destinados aos anos iniciais do Ensino Fundamental no Quadro 3 que traz as siglas para as seguintes modalidades: Modalidade Especial (ME), Modalidade Especial Indígena (MEI), Modalidade Regular (MR) e Modalidade Integral (MI).

Quadro 3: Planos de Estudo Tutorado dos anos iniciais do Ensino Fundamental

Ciclo	Ano	ME	MEI	MR	MI	Total
Anos iniciais do Ensino Fundamental	1º	7	3	7	-	17
	2º	7	3	7	-	17
	3º	7	3	7	-	17
	4º	7	3	7	3	20
	5º	7	3	7	3	20

Fonte: Elaborado pela autora

Em síntese, a Secretaria de Estado de Educação oferece 91 cadernos de atividades destinados aos anos iniciais do Ensino Fundamental que se dividem em quatro modalidades diferentes. Essas modalidades serão discutidas a seguir.

A modalidade Especial conta com materiais destinados ao ensino de alunos portadores de necessidades especiais como deficiências visual e auditiva ou o Transtorno do Espectro Autista (TEA), por exemplo. Para cada caso há uma orientação da SEE-MG para a adaptação dos PET. Assim como consta no site “Estude em casa” (MINAS GERAIS, 2020a, p. 9-10),

Será necessária a realização de adaptações nos PET enviados para vários estudantes público da educação especial. Para tanto, o professor regente deve articular com os professores de apoio à linguagem, à comunicação e às tecnologias assistivas, o de sala de recursos e o Guia- Intérprete (quando for o caso) a melhor forma de adaptação e orientação dos responsáveis para viabilizar a utilização deste material pelos estudantes. Junto ao PET adaptado deve ser enviado aos pais ou responsáveis instruções acerca das adaptações razoáveis que podem ser feitas para que o estudante acesse o material com mais facilidade e orientações para ampliar o repertório de comunicação dos estudantes. Exemplo: plano inclinado, engrossador de lápis, construção de rotina visual, caixa sensorial, etc. (...).

Os Centros de Apoio Pedagógico às Pessoas com Deficiência Visual (CAP) deverão fazer as impressões dos PET em Braille sempre que acionados pela SRE de sua área de abrangência. Ademais, o programa Se Liga na Educação contará com recursos de acessibilidade para os estudantes surdos.

De acordo com orientações presentes no documento que discute as medidas a serem implementadas no REANP, a modalidade da Educação Escolar Indígena deve levar em consideração os aspectos socioculturais de cada comunidade indígena conforme é mencionado no texto,

No Plano de Estudo, os professores indígenas devem assegurar a utilização de suas línguas maternas, a recuperação de suas memórias históricas, a reafirmação de suas identidades étnicas e suas formas de produção de conhecimento, observando os princípios da especificidade, do bilinguismo, do multilinguismo e da interculturalidade a fim de valorizar seus saberes tradicionais, a cultura indígena, a manutenção e a preservação de seus territórios e dos recursos neles existentes (MINAS GERAIS, 2020a, p. 21).

A modalidade Regular conta com PET destinados a estudantes que encontram-se dentro da faixa etária considerada adequada para cursarem os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Por fim, a modalidade Integral apresenta materiais destinados a turmas do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. São oferecidos três volumes de PET, que têm conteúdos das áreas de conhecimento da BNCC e de disciplinas integradoras como Estudos Orientados, Leitura e Produção Textual, Comunicação e Linguagem, Laboratório de Matemática e Educação para a Cidadania (MINAS GERAIS, 2020a).

Os conteúdos dos Planos de Estudos Tutorados dos anos iniciais são dispostos da seguinte maneira:

- Modalidades Especiais: Matemática, Língua Portuguesa, Ciências, História, Geografia e Educação Física;
- Tempo Integral: Matemática, Língua Portuguesa, Ciências, História, Geografia, Educação Física, Leitura e Produção Textual, Laboratório de Matemática, Educação para a Cidadania, Estudos Orientados;
- Modalidade Regular: Matemática, Língua Portuguesa, Ciências, História, Geografia e Educação Física;

Como o embasamento teórico desta dissertação não fornece subsídios para uma discussão direcionada para a Educação Indígena e não é o foco da pesquisa conduzir uma investigação no âmbito da Educação Especial e Integral, nos absteremos de incluir os Planos de Estudos Tutorados dessas modalidades nas análises apresentadas no capítulo a seguir.

Em conformidade com nossa proposta de pesquisa que se volta para a matemática, foi realizado um detalhamento de todos os conteúdos ministrados no ano de 2020 no apêndice A desta dissertação. De modo geral, foi observado que os Planos de Estudos Tutorados abordaram tópicos de Geometria, Probabilidade e Estatística, Álgebra e Grandezas e Medidas, como é exemplificado nas figuras 7 e 8 a seguir:

Figura 7: Recorte do Sumário do PET do 5º ano

MATEMÁTICA	pág 18
Semana 1: Adição e subtração com números decimais	pág 18
Semana 2: Probabilidade	pág 22
Semana 3: Probabilidade	pág 25
Semana 4: Coleta de dados, tabelas e gráficos	pág 28

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Figura 8: Recorte do Sumário do PET do 3º ano

MATEMÁTICA	pág. 18
Semana 1: Medidas de comprimento	pág. 18
Semana 2: Medidas de massa	pág. 23
Semana 3: Medidas de tempo: Horas, minutos e segundo	pág. 27
Semana 4: Medida de capacidade	pág. 35

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Apresentaremos na seção a seguir a discussão dos materiais descritos acima, com um olhar direcionado para os conteúdos matemáticos voltados para o ensino de álgebra.

A fim de estruturar nossas análises, apresentaremos os dados dos Planos de Estudo Tutorado da seguinte forma: em um primeiro momento, exibiremos todos os conteúdos a serem ministrados em cada apostila, separando-os em semanas. Em seguida, destacaremos os conteúdos relacionados à álgebra, as habilidades que se espera que sejam desenvolvidas, as orientações fornecidas para a realização das tarefas e, por fim, as atividades propostas.

5 A ANÁLISE DOS MATERIAIS DO PET

Nessa seção, faremos a análise dos Planos de Estudos Tutorados destinados ao Ensino Regular. Ao todo a modalidade é composta por 35 materiais, que se dividem em 7 volumes.

Sabendo que os Planos de Estudos Tutorados foram elaborados a partir da Base Nacional Comum Curricular e do Currículo Referência de Minas Gerais, realizamos em um primeiro momento, o levantamento dos conteúdos de álgebra previstos para os anos iniciais do Ensino Fundamental nesses dois documentos, e encontramos a seguinte orientação curricular:

Quadro 4:Relação de conteúdos de álgebra para os anos iniciais

Ano de Escolaridade	Conteúdos
1º ano	<ul style="list-style-type: none">- Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências;- Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo);
2º ano	<ul style="list-style-type: none">- Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas;- Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência;
3º ano	<ul style="list-style-type: none">- Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas; <p>-Relação de igualdade;</p>
4ºano	<ul style="list-style-type: none">- Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural;- Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero;- Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão;- Propriedades da igualdade;
5º ano	<ul style="list-style-type: none">- Propriedades da igualdade e noção de equivalência;

	- Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais
--	--

Fonte: Adaptado de Brasil (2017) e Brasil (2018)

Com base nessa orientação curricular demos início à leitura dos PET em busca de tais conteúdos. A partir dessa exploração do material, emergiram os seguintes grupos iniciais: 1) Materiais que abordam algum conteúdo de álgebra; 2) Materiais que não abordam a álgebra. A delimitação dos materiais a serem discutidos é apresentada no Quadro 5.

Quadro 5: Grupos iniciais

Materiais que abordam algum conteúdo de álgebra	Materiais que não abordam a álgebra
PET 1º e 2º ano, vol. I;	PET 3º, 4º e 5º ano, vol. I;
PET 2º ano, vol. II	PET 1º, 3º, 4º e 5º ano, vol. II
PET 2º e 4º ano, vol. IV	PET 1º, 3º e 5º ano, vol. IV
PET 4º ano, vol. VI	PET 1º, 2º, 3º e 5º ano, vol. VI
PET 5º ano, vol. III	PET 1º, 2º, 3º e 4º ano, vol. III
----	PET 1º, 2º, 3º, 4º e 5º ano, vol. V
----	PET 1º, 2º, 3º, 4º e 5º ano, vol. VII

Fonte: Elaborado pela autora

Com base nessas informações, foi possível organizar os materiais do grupo 1 da seguinte maneira: 1.1) Atividades sem texto introdutório; 1.2) Atividades com texto introdutório; 1.3) Atividades de caráter exploratório. O detalhamento dessa distribuição pode ser verificado no quadro 6.

Quadro 6: Subgrupos para análise

Grupos	Número de ocorrências	Localização
Atividades sem texto introdutório;	7	1º ano, vol. I/ Semana 3/ Atividades 1 e 2; 2º ano, vol. I/ Semana 2/ Atividades 1, 2 e 3; 2º ano, vol. II/ Semana 2/ Atividades 1, 2, 3 e 4; 5º ano, vol. III/ Semana 3/ Atividades 1 e 2; 5º ano, vol. III/ Semana 4/ Atividades 1, 2 e 3; 2º ano, vol. IV/ Semana 3/ Atividades 1, 2, 3, 4 e 5; 4º ano, vol. IV/ Semana 4/ Atividades 1 e 2;
Atividades com texto introdutório;	2	4º ano, vol. VI/ Semana 3/ Atividade 2; 4º ano, vol. VI/ Semana 4/ Atividade 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7;
Atividades com problemas na formulação do enunciado;	4	1º ano, vol. I/ Semana 3/ Atividades 2; 2º ano, vol. II/ Semana 2/ Atividade 1; 5º ano, vol. III/ Semana 4/ Atividade 2; 4º ano, vol. IV/ Semana 4/ Atividade 2;

Fonte: Elaborado pela autora.

Daremos início as análises nos tópicos a seguir.

5.1 PET- 1º ano, volume I

Apresentaremos, nesse tópico de discussão, algumas considerações acerca do trabalho com sequências recursivas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, explicitando como sua aplicação nas aulas de matemática pode auxiliar no desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno, a partir da observação de padrões e do estabelecimento de generalizações.

Conteúdos a serem ministrados:

Semana 1 - Medidas de tempo: uso do calendário;

Semana 2 - Contagem, correspondência biunívoca, quantidade de coleções diferentes;

Semana 3 - Sequências recursivas;

Semana 4 - Matemática, Língua Portuguesa;

Conteúdos relacionados a álgebra:

Semana 3 - Sequências recursivas;

Habilidade a ser desenvolvida:

(EF01MA10) - Descrever após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Para abordar o conteúdo de sequências recursivas são dadas as seguintes orientações:

Figura 9: Orientações para as atividades da semana 3

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICA PARA O ALUNO	QUER SABER MAIS?
Leia a história para a criança. Envolver-a numa experiência lúdica apropriada para a idade, para que ela tenha mais facilidade para resolver esta situação problema.	QUERIDA CRIANÇA, ESTA É UMA ATIVIDADE DE RACIOCÍNIO E COMPREENSÃO. FAÇA COM ATENÇÃO!!!	Quer aprofundar sobre o Ensino de álgebra nos anos iniciais? Entre no link: https://novaescola.org.br/conteudo/10050/algebra-nos-anos-iniciais

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Logo em seguida é apresentada a atividade mostrada na figura 10:

Figura 10: Atividades 1 e 2 do PET do 1º ano, vol. I

Atividade 1 - LEIA A HISTÓRIA COM A AJUDA DE UM ADULTO DE SUA FAMÍLIA.

CAUÊ GANHOU UM AQUÁRIO
DE SEU PAI, E PEDIU PARA
SUA MÃE COMPRAR PEIXES
PARA ELE CRIAR.

SUA MÃE COMPROU PEIXES EM
TRÊS DIAS DIFERENTES



PRIMEIRO DIA:



SEGUNDO DIA:



TERCEIRO DIA:



O QUE ACONTECEU COM A
QUANTIDADE DE PEIXES
COMPRADOS A CADA DIA?

Atividade 2 - AGORA RESPONDA:

A) DE QUE MANEIRA O AQUÁRIO AUMENTAVA A QUANTIDADE DE PEIXES?

B) É POSSÍVEL DIZER QUANTOS PEIXES TÊM NO AQUÁRIO DEPOIS DOS TRÊS DIAS?

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Nessa questão é apresentada uma sequência recursiva a fim de que o aluno identifique um padrão na quantidade de elementos apresentados, e escreva o que foi observado por ele.

De acordo com Jungbluth, Silveira e Grandó (2019, p. 100), “a ideia subjacente a esse tipo de atividade é que o estudante comece fazendo uma generalização próxima e, na continuação dos itens, chegue à generalização distante, que permite calcular o número de elementos de qualquer termo da sequência”.

Sendo assim, sabendo que o estabelecimento de conjecturas e de generalizações é uma característica marcante do processo de desenvolvimento do pensamento algébrico, tais atividades são importantes por serem capazes de levar o aluno a formular regras que explicitem

padrões de repetição ou crescimento nas sequências e auxiliam no desenvolvimento de sua capacidade de abstração (JUNGBLUTH; SILVEIRA; GRANDO, 2019).

No material não consta nenhum texto introdutório do conteúdo, então, supõe-se que o aluno poderia fazer uso do livro didático ou da internet, no caso de a atividade ser feita sem a presença de alguém para auxiliá-lo.

No entanto, a ausência de um trecho explicativo que oriente quanto ao raciocínio a ser empregado na resolução da questão e dê algum exemplo, desconsidera o fato de que conforme apontado por Silva, Caputo e Azevedo (2020), no período em que as aulas foram suspensas muitas escolas ainda se encontravam no processo de distribuição dos livros didáticos. Por conta disso, é possível que muitos dos alunos possam não ter recebido o material, o que dificultaria na resolução da atividade proposta.

A respeito do acesso à internet no Ensino Remoto Emergencial, as autoras apresentam em seu trabalho, dados que comprovam que uma grande parcela dos estudantes possui planos de internet incompatíveis com carregamento de vídeos, instalação de aplicativos e acesso à demais tipos de programas.

Essa afirmação, evidencia o modo como o fator socioeconômico influencia no acesso a informação e repercute de negativamente na educação dos estudantes.

As orientações iniciais desconsideram fatores como o acesso ao livro didático e à internet, e pressupõem que todos os pais ou responsáveis pelos alunos têm o conhecimento necessário para mediar uma discussão a respeito de sequências, não levando em conta o nível de escolarização dos mesmos.

Além disso, essas orientações são facilmente compreendidas pelos pais ou responsáveis para eles possam auxiliar seus filhos na realização das atividades? Essas questões precisam ser discutidas, pois parece-nos que a forma como são fornecidas as orientações tão resumidas e a linguagem que é utilizada podem não ser entendidas.

A atividade 2 subdivide-se em dois itens. No item a é pedido que o aluno, após observar o padrão de aumento na sequência, utilize o raciocínio de que a quantidade anterior mais um número n , é igual ao número subsequente. Assim, se espera que o aluno verifique que em cada um dos três dias a quantidade de peixes do aquário foi acrescida em uma unidade.

No item b é perguntado se “é possível dizer quantos peixes têm no aquário depois dos três dias”, mas não é explicitado até que dia especificamente o aluno tem que fazer a contagem dos peixes.

Sendo assim o enunciado da questão abre espaço para os seguintes questionamentos: O aluno deve fazer a contagem de peixes no aquário ao final do terceiro dia? O aluno deve dar a

resposta de forma genérica e falar que depois dos três dias a quantidade de peixes no aquário seguirá a relação “quantidade de peixes do dia anterior mais 1”?. Ou o aluno deve responder somente que sim, é possível dizer quantos peixes têm no aquário depois dos três dias?

Esse tipo de problema na formulação da pergunta pode fazer com que os alunos encontrem alguma dificuldade para entender o que foi pedido e, conseqüentemente, formular uma resposta que não atendesse ao enunciado. Por outro lado, a maneira como a questão é posta abre espaço para que a pergunta seja respondida com base na criatividade do aluno, esperando-se, portanto, que o professor seja maleável em termos de correção da atividade, pois a pergunta permite que sejam fornecidas diferentes respostas que estão corretas.

De acordo com Diniz (2001) e Stancanelli (2001), a questão 2 pode ser caracterizada como um “problema não-convencional”, por não trazer no enunciado todos os dados necessários para que o aluno chegue à uma única resposta numérica e por dar margem a interpretações variadas.

Conforme afirma Stancanelli (2001), os problemas não convencionais podem ser dos seguintes tipos:

- Sem solução: os dados do problema são insuficientes para se chegar a uma resposta, ou quando uma pergunta é inadequada ao contexto em que é apresentada, por exemplo.
- Com mais de uma solução: o problema dá abertura para múltiplas interpretações, ou seja, permite mais de uma resposta.
- Com excesso de dados: o problema traz informações supérfluas que devem ser identificadas e excluídas da organização do raciocínio de resolução da tarefa;
- De lógica: esse tipo de problema pode apresentar várias soluções e necessita da elaboração de uma estratégia de resolução que seja diferente da aplicação de um algoritmo, podendo ser compreendido como uma atividade de investigação.

Para a autora, o trabalho com problemas não-convencionais auxilia no desenvolvimento das habilidades de interpretação do aluno, pois nesse tipo de atividade será necessária a leitura atenta do problema, a fim de analisar os dados e de elaborar estratégias de resolução. “Planejando o que fazer, como fazer, encontrando uma resposta e testando para verificar se ela faz sentido, o aluno compreende melhor o texto. Isto gera uma atitude que não é passiva e requer uma postura diferenciada frente à resolução de problemas (STANCANELLI, 2001, p. 107).

Questões como essa suscitam discussões a respeito das concepções de matemática que regem o ensino da disciplina, uma vez que a compreensão dessa como um corpo rígido de conteúdos que leva a respostas numéricas e únicas, poderia levar o professor a desconsiderar a multiplicidade de soluções que podem emergir de tarefas orientadas por enunciados que rompem com essa ideia de exatidão e precisão nos resultados.

A esse respeito Ponte (1992), discute que uma das concepções de matemática mais preponderantes é a que concebe o cálculo como a parte mais importante da aprendizagem da matemática. Para o autor, um ensino enviesado nessa perspectiva empobrece a experiência do aluno, pois, nesse caso, a aplicação de um determinado cálculo para resolver a questão torna-se mais importante do que sua compreensão acerca das ideias matemáticas envolvidas no problema.

Estabelecendo-se um paralelo entre o trabalho de Ponte (1992) e a atividade 2 do Plano de Estudo Tutorado, volume I do 1º ano, é possível compreender que criar oportunidades para que o aluno use a criatividade como meio para expressar suas ideias matemáticas é também uma forma estimular o desenvolvimento de sua capacidade de pensar algebricamente, uma vez que, além da necessidade de que se tenha a capacidade de identificar um padrão entre os elementos que compõem a sequência em questão, o aluno tem também uma abertura para verbalizar o conhecimento construído por ele de uma maneira matemática mais livre e, portanto, menos rígida.

5.2 PET- 2º ano, volume I

Assim como consta no Plano de Estudo Tutorado destinado ao 2º ano do Ensino Fundamental, as considerações feitas nesse item versarão sobre regularidade de uma sequência de números naturais ordenados, de objetos ou de figuras.

Conteúdos a serem ministrados:

Semana 1 - Ordem dos números, composição e decomposição de números;

Semana 2 - Regularidade de uma sequência de números naturais ordenados, de objetos ou de figuras;

Semana 3 - Estimativa

Semana 4 - Calendário, dias da semana, meses do ano;

Conteúdos relacionados a álgebra:

Semana 2 - Regularidade de uma sequência de números naturais ordenados, de objetos ou de figuras;

Habilidade a ser desenvolvida:

(EF02MA09X) - Identificar e construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.

O Plano de Estudo Tutorado do 2º ano no volume I traz a seguinte orientação para dar início às atividades da semana 2:

Figura 11: Orientações para as atividades da semana 2 - PET do 2º ano, vol. I

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICA PARA O ALUNO	QUER SABER MAIS?
<p>- Inicie a atividade questionando o que a criança conhece sobre formas geométricas. Relembre as formas geométricas mais simples, como o triângulo, círculo, quadrado e retângulo. Se surgirem outras formas geométricas a partir da discussão com a criança, peça para que ela desenhe em uma folha à parte. O propósito é possibilitar que a criança reflita sobre uma determinada ordem formada por figuras geométricas.</p> <p>- Discuta com a criança:</p> <ul style="list-style-type: none">• Que outras formas geométricas você conhece?• Como podemos representá-las?• Como sabemos que algo está em uma ordem? <p>Ao realizar as atividades 2 e 3, espera-se que a criança entenda que possa existir diferentes regularidades presentes em uma sequência e verificar se a criança aplica os conhecimentos adquiridos numa situação semelhante avaliando os conhecimentos dela a respeito da sequência apresentada.</p>	<p>QUERIDA CRIANÇA,</p> <p>VAMOS LEMBRAR O NOME DE ALGUMAS FIGURAS GEOMÉTRICAS?</p> <p>VOCÊ PERCEBEU QUE EM SUA CASA EXISTE ALGUMA FORMA GEOMÉTRICA?</p> <p>QUAL?</p>	<p>Sugestão de Leitura extra:</p> <p>Confira como ensinar Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental, escrito por Santomauro (2009), Álgebra desde cedo, disponível no site da Nova Escola. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/1639/algebra-desde-cedo Acesso em 30 mar. 2020</p>

Fonte: <https://estudemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

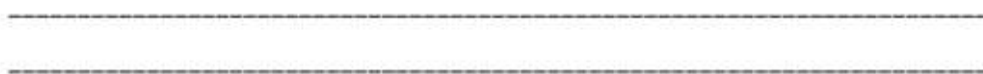
Na coluna 3 do quadro de orientações é apresentado um *link* para que seja feita a leitura de um artigo sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais. Todavia, ao clicar sobre ele é exibida uma mensagem de erro e não ocorre o redirecionamento para a página que contém o trabalho mencionado. Isso pode ter ocorrido por algum erro de digitação. Nesse caso, pais, responsáveis e alunos, passam a ter um meio de consulta à menos.

Em seguida, são apresentadas três atividades que serão mostradas na figura a seguir.

Figura 12: Atividades 1, 2 e 3 - PET do 2º ano, vol. I

1 - Agora que você já se lembrou o que é uma forma geométrica, vamos analisar essas? Quais formas são apresentadas?

Se continuasse organizando as formas geométricas assim como estão, você consegue decifrar quais as duas próximas figuras?



2 - Utilize as seguintes formas geométricas para criar um padrão de sequências, de forma que os quadrados fiquem ao lado dos círculos e os círculos ao lado dos triângulos:



3 - Observe a sequência abaixo. Ela segue um padrão. Descubra que padrão é este e continue a sequência utilizando o mesmo padrão. Em seguida, construa uma nova sequência com a mesma regra, porém utilizando o triângulo:



Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Não é apresentado um texto explicativo, nem são dados exemplos antes da apresentação das tarefas.

De acordo com as orientações presentes no material, nessas atividades é esperado que o aluno tenha discutido com seus pais ou responsáveis a respeito de formas geométricas e faça, em um primeiro momento, o reconhecimento das figuras presentes na sequência.

Logo em seguida, na questão 1, é apresentada uma sequência recursiva com repetição que apresenta o seguinte padrão repetitivo: “quadrado verde, triângulo roxo e círculo amarelo”. Assim, pede-se que o aluno identifique as formas geométricas e descubra qual é o padrão de repetição, para que possa dar continuidade a sequência e descobrir quais são as duas próximas figuras que aparecerão.

A abordagem de sequências repetitivas, assim como das recursivas, são fundamentais para estimular a capacidade de o aluno estabelecer generalizações a partir da identificação de padrões (PINHEIRO, 2018). Assim como afirmam Jungbluth, Silveira e Grandó (2019), as atividades que envolvem os padrões de repetição podem ser exploradas nos iniciais do Ensino Fundamental com diferentes níveis de aprofundamento e relacionando outros conteúdos matemáticos previstos para cada ano de escolarização. No caso da atividade 1, foi realizada uma tentativa de se estabelecer uma relação entre o conteúdo de álgebra e o de geometria.

Na questão 2, é solicitado que o aluno reescreva a sequência, de modo que o padrão de repetição “quadrado, círculo e triângulo” ou “triângulo, círculo e quadrado” seja respeitado, pois essas são as únicas maneiras do círculo ficar ao lado tanto do quadrado quanto do triângulo. Desse modo, poderiam ser feitas as seguintes combinações: “quadrado, círculo, triângulo e pentágono; “pentágono, quadrado, círculo e triângulo”; e “triângulo, círculo, quadrado e pentágono” e “pentágono, triângulo, círculo e quadrado”.

Conforme é possível observar, as questões 1 e 2 propõem uma associação entre a geometria e a álgebra por meio do estudo de sequências recursivas. No entanto, essa tentativa de articulação ficou somente no campo do reconhecimento das formas geométricas.

É esperado que o responsável pela criança conduza a discussão da tarefa e explique a criança sobre as formas geométricas presentes na atividade e no cotidiano, mas no caso dele não ter o conhecimento matemático necessário para tal explicação, a compreensão da criança poderia ser prejudicada pela falta de um texto explicativo ou de um *link* que possibilitasse o direcionamento para uma página com orientações acerca do tema.

Dando continuidade aos exercícios propostos para a semana 2, é apresentada a questão 3, na qual é preciso que o aluno identifique o padrão de repetição e dê continuidade a sequência.

Em seguida, é pedido que os corações sejam trocados por triângulos e o aluno reescreva a sequência usando o mesmo padrão de repetição.

Assim, é esperado que seja identificado o padrão: “coração virado para cima, coração virado para a direita e coração virado para baixo”, e logo após sejam adicionados novos termos a sequência seguindo essa regra.

Em um segundo momento, espera-se que o aluno troque os corações por triângulos formando o seguinte padrão:

Figura 13: Padrão de repetição, atividade 3



Fonte: Elaborado pela autora

Depois dessa identificação o aluno deve reescrever a sequência utilizando essa regra de formação.

As três questões se encontram de acordo com as recomendações de Jungbluth, Silveira e Grando (2019), que afirmam que o trabalho com esses tipos de sequência deve ser realizado a partir de atividades que levem o aluno a reconhecer e criar padrões de repetição, a completar e a verbalizar o raciocínio proveniente de suas observações.

5.3 PET- 2º ano, volume II

Dando continuidade as discussões referentes à abordagem das sequências nos anos iniciais do Ensino Fundamental, analisaremos neste tópico o conteúdo matemático que diz respeito à álgebra presente no PET, volume II, do 2º ano. A apostila trata especificamente de sequências e de elementos ausentes e, as observações advindas de nossas análises podem ser verificadas a seguir.

Conteúdos a serem ministrados:

- Semana 1- Figuras geométricas espaciais;
- Semana 2- Sequências;
- Semana 3- Tabelas Simples;
- Semana 4- Produção de texto a partir de tabelas;

Conteúdos relacionados a álgebra:

- Semana 2- Sequências;

Habilidade a ser desenvolvida:

(EF02MA10) - Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.

São dadas as seguintes orientações iniciais para a semana 2 de atividades:

Figura 14:Orientações para as atividades da semana 2 - PET do 2º ano, vol. II

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICA PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Inicie a atividade explicando alguns termos que serão utilizados nas atividades que envolvem padrão e sequência, o que a criança conhece por sequência e o que caracteriza uma sequência. Explore a explicação oral que a criança fará acerca das respectivas sequências, o que as diferencia, o que as assemelha. O propósito desta atividade é ver o que ela conhece dos conceitos já aprendidos, e possibilitar que o aluno reflita sobre o que é uma ordem e como se constrói uma sequência.</p>	<p>QUERIDA CRIANÇA!</p> <p>ESSA SEMANA VAMOS TRABALHAR COM SEQUÊNCIAS.</p> <p>FIQUEM BEM ATENTOS PARA IDENTIFICAR A ORDEM DAS SEQUÊNCIAS.</p>	<p>Leitura Complementar: Texto sobre o ensino da matemática nas escolas, de Katia Smole, A Matemática na Escola: pelos Caminhos do Saber, do Sentir e do Querer, disponível: https://mathema.com.br/artigos/a-matematica-na-escola-pelos-caminhos-do-saber-do-sentir-e-do-querer/ Acesso em: 10 abr. 2020 Site Nova Escola – https://novaescola.org.br/plano-de-aula</p>

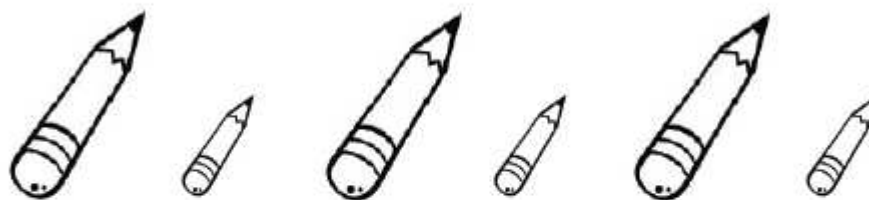
Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Na terceira coluna do quadro de orientações são disponibilizados *links*, que teoricamente deveriam constituir-se em um material complementar de auxílio para pais, responsáveis e alunos. No entanto, ao inseri-los na página de busca do navegador de internet, verificamos que o primeiro redireciona para um site e não para um artigo especificamente. Nessa situação, os pais poderiam encontrar dificuldades para localizar o material na *homepage*. Ao verificar o segundo link disponibilizado, constatamos que ele redireciona para um site que possui planos de aula sobre sequências e outros temas, o que levanta o seguinte questionamento: Como a leitura de mais atividades sem resolução e sem textos explicativos poderia auxiliar os pais na condução de discussões sobre o conteúdo proposto pelo PET?

Novamente não é apresentado nenhum texto explicativo que auxilie na resolução das atividades propostas e logo depois das orientações mencionadas, é trazida a questão mostrada na Figura 15.

Figura 15:Atividade 1- PET do 2º ano, vol. II

1 — Observe as sequências abaixo e responda às questões oralmente.



a) Quantos elementos diferentes possui a primeira sequência? E a segunda?

b) O que as características de cada sequência querem dizer?

c) Qual o próximo elemento da primeira sequência?

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

No enunciado da questão 1, é pedido que o aluno observe as sequências apresentadas e responda de forma oral às perguntas dos itens a, b e c. No entanto, se as respostas ficarem no campo da oralidade e não forem transcritas para o material, o professor não terá o registro das respostas e, conseqüentemente, não poderá fazer sua devolutiva caso os estudantes estejam cometendo equívocos. Sendo assim, seria apropriado reescrever o enunciado da seguinte maneira: “Observe as sequências abaixo e responda o que se pede” ou “observe as sequências abaixo e responda as questões oralmente. Em seguida, transcreva suas respostas para os campos abaixo”.

No item a é solicitado para que o aluno faça a identificação dos termos que compõem as sequências e diga quantos elementos cada uma delas possui. Na letra b, o aluno é questionado sobre o significado das características apresentadas nas duas sequências. Assim, é esperado que ele identifique os seguintes padrões de repetição: a regra de formação da primeira consiste em desenhar sempre um círculo depois de um pentágono; e a regra para a segunda consiste em colocar um lápis maior seguido de um lápis menor. No terceiro e último item, pede-se para o aluno identificar qual é o próximo termo que apareceria na primeira sequência, utilizando o raciocínio construído para estabelecer o padrão de repetição da mesma.

Logo após, é apresentado os enunciados das questões 2, 3 e 4, conforme é mostrado na Figura 16:

A maneira como a atividade 1 é apresentada faz com que essa proposta de interdisciplinaridade seja desprovida de sentido, porque as notas musicais utilizadas na composição da sequência sequer são apresentadas ao aluno, fazendo com que ele somente reproduza os desenhos indicados sem saber ao certo do que se tratam.

Além disso, essa questão apresenta um grau de dificuldade bem mais elevado que as outras questões de sequência discutidas anteriormente, pelo fato de o padrão de repetição ser composto por muitos elementos, no total, o aluno tem que identificar dois blocos de repetição com seis termos cada.

Seria indicada a proposição de algumas explicações sobre sequências, informando que estas podem ser formadas por um bloco de repetição somente, como no caso da questão 1, por exemplo, ou por mais blocos.

Para resolver a atividade 2 é necessária a identificação do padrão de repetição, para que posteriormente a sequência possa ser completada com o elemento que está faltando. Assim, é esperado que o aluno observe o seguinte padrão: “copo grande, copo médio e copo pequeno” e em seguida desenhe um copo médio entre o grande e o pequeno, no terceiro bloco de repetição.

A questão 3 também versa sobre sequências com repetição e identificação de padrões. Em seu processo de resolução pode ser observado o padrão: “seta virada para a direita, seta virada para a esquerda, seta virada para cima e seta virada para baixo”.

Em seguida, o aluno deve identificar o bloco de repetição que quebra o padrão e circular a seta que não obedece à regra.

De acordo com Jungbluth, Silveira e Grandó (2019, p. 116),

conduzir o ensino da Matemática a partir de experiências com padrões em sequências repetitivas e recursivas é uma tentativa de torná-lo mais significativo, de fazer o aluno vivenciar o processo de construção dessa disciplina, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico. Atividades que envolvam padrões em sequências podem resultar em um trabalho valoroso e expressivo, de modo que os alunos consigam realizar as suas próprias generalizações.

Assim, as quatro atividades discutidas podem ser consideradas tarefas com potencial algébrico e se fossem trabalhadas em sala de aula, fora do cenário da pandemia, poderiam gerar discussões muito ricas.

5.4 PET- 2º ano, volume IV

O Plano de Estudo Tutorado, volume IV, destinado ao 2º ano, apresenta a proposta de uma continuidade no ensino de seqüências discutido nos itens anteriores e se volta para a aplicação dos seguintes conteúdos: elementos ausentes em seqüências repetitivas e em seqüências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Conteúdos a serem ministrados:

Semana 1- Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais;

Semana 2- Composição e decomposição de números naturais;

Semana 3- Elementos ausentes em seqüências repetitivas e em seqüências recursivas de números naturais;

Semana 4- Figuras geométricas planas;

Conteúdos relacionados a álgebra:

Semana 3- Elementos ausentes em seqüências repetitivas e em seqüências recursivas de números naturais.

Habilidade a ser desenvolvida:

(EF02MA11) - Descrever os elementos ausentes em seqüências repetitivas e em seqüências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

As atividades da semana 3 têm início com as seguintes orientações:

Figura 17: Orientações para as atividades da semana 3 - PET do 2º ano, vol. IV

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICAS PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Prezados pais e/ou responsáveis,</p> <p>O objetivos das atividades desta semana é que a criança compreenda como se constrói uma sequência e sua ordem, bem como compreender que além de existir sequência de objetos ou figuras, podemos construir também sequência de números. Para descobrir os elementos ausentes de uma sequência ajude sua criança primeiro a descobrir o padrão que ela possui.</p>	<p>QUERIDA CRIANÇA,</p> <p>NA ATIVIDADE DESTA SEMANA VOCÊ FARÁ ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E PADRÕES DE REGULARIDADE DESTAS SEQUÊNCIAS. MOSTRE QUE VOCÊ É CAMPEÃ NESTES DESAFIOS!!! BONS ESTUDOS!!!</p>	<p>Referências sobre o assunto: Site Nova Escola – Disponível em: https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1013/investigando-elementos-ausentes-uma-sequencia. Acesso em: 18/07/2020.</p>

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Na terceira coluna do quadro de orientações é disponibilizado um *link* para que tanto o estudante quanto os pais, tenham acesso a um texto que discute sobre padrões e elementos ausentes de uma sequência. No entanto, verificamos que este não redireciona para um site com o material indicado e isso pode ter sido ocasionado por um erro de digitação no momento em que a apostila foi elaborada.

Esse Plano de Estudo Tutorado apresenta um total de 5 tarefas a serem resolvidas na semana 3. As atividades são mostradas nas figuras abaixo.

Figura 18: Atividades 1 e 2 - PET do 2º ano, semana 3, vol. IV

1- OBSERVE AS DUAS SEQUÊNCIAS E RESPONDA ÀS QUESTÕES:

10 – 12 – 14 – 16 – 18

3 – 5 – 7 – 9 – 11

A) QUE ELEMENTOS COMPÕEM AS DUAS SEQUÊNCIAS?

B) QUAL O PRÓXIMO ELEMENTO DA PRIMEIRA SEQUÊNCIA? REGISTRE NO QUADRADO.

C) E DA SEGUNDA?

D) COMO VOCÊ CHEGOU A ESSA CONCLUSÃO?

2- RESOLVA O DESAFIO:

ROBERTA ENUMEROU AS CARTEIRAS DE SUA SALA USANDO UM PADRÃO CRESCENTE A PARTIR DE UM NÚMERO. QUE ELEMENTOS ESTÃO AUSENTES EM SUA SEQUÊNCIA?



Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

A atividade 1 aborda o conteúdo de sequência recursiva numérica crescente e seus padrões de formação e também não traz nenhum texto introdutório com explicações a respeito do tema.

Para resolver a atividade o aluno deve fazer o reconhecimento dos termos da sequência, identificar sua regra de formação para descobrir os números subsequentes e expressar as conclusões tiradas a partir de suas observações.

De acordo com Jungbluth, Silveira e Grandó (2019, p. 109), “as sequências recursivas possuem uma relação recursiva, que permite estabelecer as mudanças de um termo para o outro e, portanto, calcular termos próximos dentro de uma sequência”. Assim, na atividade

apresentada na figura 18, o aluno deve verificar que cada termo da sequência é acrescido de duas unidades para formar o valor subsequente, observando que todos os termos se relacionam entre si.

Na questão 2 é proposto um desafio em que é apresentada uma sequência recursiva numérica para que o aluno identifique o padrão de crescimento entre os números das carteiras e complete com os termos ausentes. Desse modo, a criança deve reconhecer os elementos que compõe a sequência, identificar a partir de que valor ela tem início, perceber que apresenta um acréscimo de três unidades a cada carteira e constatar que estão faltando os números 15, 21 e 30, e escrevê-los nas linhas ao lado.

As três atividades subsequentes são apresentadas na figura 19:

Figura 19: Atividades 3, 4 e 5- PET do 2º ano, semana 3, vol. IV

3 – IDENTIFIQUE OS TRÊS PRIMEIROS ELEMENTOS QUE COMPÕEM O INÍCIO DA SEGUINTE SEQUÊNCIA NUMÉRICA, E LIGUE-OS CORRETAMENTE:

1	2	3		7	9	11	13	15
1	3	5						
2	4	6						

4 – OBSERVE AS SEQUÊNCIAS, DESCUBRA O QUE ELAS POSSUEM EM COMUM E EXPLIQUE O PADRÃO:

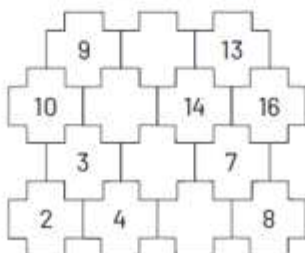
A) 2 – 4 – 6 – 8 – 10

B) 13 – 15 – 17 – 19 – 21

C) 1 – 3 – 5 – 7 – 7

5 – DESAFIO:

MARIANA ESTAVA MONTANDO UM QUEBRA-CABEÇA EM QUE TODAS AS PEÇAS POSSUÍAM UM NÚMERO ESCRITO. ALGUNS NÚMEROS SE APAGARAM AO LONGO DO TEMPO, PORÉM POSSUEM UMA SEQUÊNCIA. ENCONTRE OS NÚMEROS QUE FALTAM:



Para resolver a atividade 3, é necessário que seja feito o reconhecimento dos termos da sequência e que seja observado seu padrão de crescimento. Assim, é esperado que o aluno perceba que cada termo da sequência numérica “7,9,11,13 e 15” tem um aumento de duas unidades de um elemento para outro.

Em seguida, o aluno deve observar as três sequências apresentadas à esquerda e identificar qual delas apresenta o mesmo padrão de crescimento da sequência que se encontra a direita. Por fim, deve ver ser concluído que os números “1, 3 e 5” completam a sequência “7,9,11,13 e 15”.

No que diz respeito a formulação do enunciado, sugerimos que a atividade poderia ser reescrita da seguinte maneira: “As duas colunas abaixo apresentam termos de sequências. Os itens da coluna A indicam o começo de uma sequência e o item da coluna B sua continuidade. Identifique o padrão de crescimento dos elementos das duas colunas e relacione a segunda coluna de acordo com a primeira, indicando qual elemento compõe o início da sequência numérica”.

A questão 4 possui um processo de resolução análogo ao descrito para a atividade 3. Nesse caso, o aluno também deve fazer o reconhecimento dos termos e identificar o padrão de formação das sequências apresentadas para que, em seguida, explicita suas observações através da escrita.

Assim, o aluno deve chegar à conclusão de que as três sequências apresentam o mesmo padrão de crescimento, ou seja, cada termo é acrescido de duas unidades.

Todavia, o último termo na terceira sequência quebra a regra de formação caracterizada pelo acréscimo de duas unidades a cada termo. Consideramos que isso se deva a um erro de digitação. Em todo caso, o aluno poderia elaborar sua resposta relacionando os itens a e b, e explicando o porquê da terceira sequência não seguir a mesma lógica de formação das duas anteriores, evidenciando a quebra de padrão do último elemento.

Na questão 5 é apresentado um desafio em que se deve descobrir o valor das peças que estão faltando no quebra-cabeça. Assim, é necessária a identificação do padrão que forma a sequência.

O aluno deve concluir que a sequência apresenta um padrão de crescimento de duas unidades a cada termo de cada linha do jogo, e completar as lacunas com os valores 11, 12, 5 e 6 de cima para baixo.

O trabalho com sequências recursivas e repetitivas que envolvem números ou figuras contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de experiências com a identificação de padrões e o estabelecimento de generalizações. Assim, as atividades propostas

podem contribuir para que o aluno desenvolva sua capacidade de pensar algebricamente, se inseridas em um contexto em que ele tenha a oportunidade de fazer observações e verbalizá-las, para que a ideia subjacente a esse tipo de tarefa seja compreendida.

5.5 PET- 4º ano, volume IV

Nesse tópico serão apresentadas as análises referentes ao Plano de Estudo Tutorado, volume IV, do 4º ano do ensino fundamental. De acordo com as informações presentes nesse PET, a apostila abrange atividades destinadas à resolução de problemas e à abordagem das operações inversas da adição, da subtração, da multiplicação e da divisão.

Conteúdos a serem ministrados:

Semana 1- Medida de tempo;

Semana 2- Problemas utilizando o sistema monetário brasileiro;

Semana 3- Resolução de problemas;

Semana 4- Adição e subtração: operações inversas;

Conteúdos relacionados a álgebra:

Semana 4- Adição e subtração: operações inversas;

Habilidade a ser desenvolvida:

(EF04MA13) - Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.

São dadas as seguintes orientações iniciais:

Figura 20: Orientações para as atividades da semana 4 - PET do 4º ano, vol. IV

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICAS PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Prezados pais e responsáveis,</p> <p>O objetivo das atividades dessa semana é trabalhar a ideia inversa da adição e subtração. Ajude a criança a perceber a relação inversa das operações.</p>	<p>OLÁ CRIANÇA!</p> <p>VOÇÊ JÁ SABE FAZER OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO. HOJE VAMOS RELEMBRAR QUE UMA OPERAÇÃO É INVERSA DA OUTRA. FICOU CONFUSO? COM AS ATIVIDADES VOCÊ VAI ENTENDER.</p>	<p>Já aprendemos que as operações de adição e subtração são inversas. Se quisermos saber uma situação anterior a uma adição, devemos subtrair e se quisermos saber uma situação anterior a uma subtração, devemos adicionar, pois são operações inversas.</p> <p>Isso pode nos ajudar a resolver situações problemas. O segredo é prestar muita atenção à pergunta que está sendo feita.</p> <p>Disponível em: https://novaescola.org.br/plano-de-aula/750/problematizando-com-as-relacoes-inversas-entre-adicao-e-subtracao. Acesso em: 26 de jul. de 2020.</p>

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

O quadro de orientações traz uma coluna destinada à proposição de textos complementares para a realização da atividade. Nesse caso, é sugerida a leitura de um texto que aborda as relações inversas entre a adição e a subtração. Todavia, ao fazermos uma consulta ao *link* disponibilizado verificamos, novamente, que ele redireciona para a *homepage* de um site e não diretamente para um artigo explicativo, o que poderia levar a dificuldades para encontrar o material de apoio sugerido.

Em um segundo momento, buscamos o título do material recomendado para leitura e constatamos que se trata de um plano de aula que versa sobre o tema proposto para semana 4 deste PET. Ressaltamos mais uma vez que um trabalho desprovido de explicações acerca dos conteúdos em estudo pode levar à dificuldades de entendimento por parte dos os pais ou responsáveis e até mesmo dos alunos. Assim, seria pertinente a proposição de textos ou vídeos com explicações acerca dos temas ministrados em cada semana de atividades.

Conforme informações desse PET, o objetivo das atividades propostas é abordar as relações existentes entre as quatro operações. Para isso, são propostas duas atividades para abordar os conteúdos de resolução de problemas e operações inversas com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Conforme mostrado na terceira coluna da tabela de orientações apresentada na Figura 20, o objetivo das atividades é fazer com que o aluno perceba as relações existentes entre a adição e a subtração e entre a multiplicação e a divisão. As atividades 1 e 2 são ilustradas na figura a seguir.

Figura 21: Atividades 1 e 2 - PET do 4º ano, semana 4, vol. IV

1 – Observem:

$$21 + 13 = 34$$

$$21 = 34 - 13$$

$$13 = 34 - 21$$

Para saber se a adição está correta é só aplicar a operação inversa. Podemos dizer que a operação inversa da adição é a subtração.

Agora faça o mesmo para a seguinte operação:

$$25 + 12 = 37$$

2 – Vamos ver se aprendemos?

- Júlia está juntando sementes de uma árvore que tem em sua casa para fazer colares com suas amigas. Esta semana ela conseguiu 30 sementes e com o que ela já tinha juntado na semana passada, ela tem agora cinquenta sementes. Quantas sementes ela juntou na semana passada?

- Victor coleciona piões. Ele organiza os seus piões em 10 caixas. Ele estava com muitos piões repetidos e então deu duas caixas para seus primos. Agora ele tem 32 piões. Quantos piões ele tinha antes?

|

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Na tarefa 1 é apresentado um pequeno trecho explicativo e três exemplos para que o aluno entenda como funciona a ideia de operação inversa da adição e da subtração. Em seguida, é pedido para que seja aplicado o mesmo raciocínio mostrado nos exemplos com a operação $25 + 12 = 37$.

Assim, o aluno deve manifestar o seguinte raciocínio para resolver a questão: “ $25 = 37 - 12$ e $12 = 37 - 25$ ”.

Ao examinar trabalhos implementados na perspectiva da *Early Algebra*, Kieran *et al.* (2016) discutiram sobre a introdução da ideia de equação tendo como base a relação entre quantidades. Com base nessa perspectiva, a exploração das operações inversas tem o intuito de levar o aluno a compreender que pode haver a manipulação dos valores presentes no cálculo,

alterando as posições dos termos que surgem depois da igualdade, a partir de comparações diretas entre as quantidades envolvidas.

Freire (2011) complementa afirmando que a ideia de equação deve ser introduzida de modo que o aluno a compreenda não como um conjunto de procedimentos de manipulação simbólica, mas como um meio de relacionar quantidades a partir de operações matemáticas. A atividade 2, apresentada a seguir, aborda o relacionamento entre quantidades por meio da proposição de dois problemas.

Na questão 2 são apresentadas duas situações-problema. A primeira pode ser resolvida utilizando a ideia de operação inversa da adição. Assim, poderia ser manifestado o seguinte procedimento de resolução: “o total de sementes recolhidas é dado por $30 + \underline{\quad} = 50$, então para saber o valor que está faltando é preciso calcular $50 - 30 = 20$ ”.

O segundo problema deveria ser resolvido utilizando a divisão dos peões pelo total de caixas. No entanto, o enunciado da questão não traz informação referente a maneira como os objetos são distribuídos em cada caixa, como por exemplo, todas as caixas guardam a mesma quantidade de peões?

Partindo da suposição de que todas as caixas possuem as mesmas quantidades de objeto o aluno poderia pensar da seguinte maneira: “ Se Victor tinha 10 caixas e deu 2 para seus primos, então agora tem um total de 8 caixas. Como os peões terão que ser distribuídos igualmente entre as 8 caixas restantes, cada uma terá o total de $32 : 8 = 4$ peões. Assim, para saber quantos peões tinham antes, basta pensar que cada uma das 10 caixas guardava um total de 4 objetos, então o cálculo a ser feito deve ser o seguinte: $10 \times 4 = 40$ ”.

A compreensão das relações existentes entre as operações matemáticas será importante em níveis de ensino futuros quando o aluno passar a ter contato com questões mais avançadas, que envolvam a manipulação simbólica de expressões mais complexas.

Sendo assim, é necessário que seja compreendido o sentido de cada operação, para que álgebra não seja compreendida futuramente a partir de uma perspectiva reducionista que a concebe como a mera aplicação de regras e procedimentos para resolução de problemas.

5.6 PET- 4º ano, volume VI

Apresentaremos a seguir, as discussões a respeito do conteúdo de álgebra do Plano de Estudo Tutorado, volume VI, do 4º ano. Conforme é apresentado no material, as atividades propostas para a semana 3 dessa apostila versam sobre os seguintes conteúdos: divisão com

números naturais, as ideias da divisão e estratégias para sua resolução, divisão exata e não exata, divisão por um número de dois algarismos, algoritmo usual da divisão e a relação da divisão com conhecimentos adquiridos no cotidiano.

Já as tarefas propostas para a quarta semana se voltam para a abordagem dos seguintes tópicos: sequência numérica, multiplicação com números naturais, ideias da multiplicação, multiplicação por 10, 100 e 1000, cálculo mental, arredondamento e resultado aproximado, regularidades na multiplicação (propriedades), revisão das habilidades adquiridas em anos anteriores e no 4º ano, para fins de consolidação das aprendizagens e, relacionamento dos conhecimentos adquiridos com o cotidiano em equipe e/ou individual.

Conteúdos a serem ministrados:

Semana 1- Probabilidade;

Semana 2- Resolução de problemas envolvendo o raciocínio combinatório;

Semana 3- Divisão com números naturais;

Semana 4- Sequência numérica;

Conteúdos relacionados a álgebra:

Semana 3- Divisão com números naturais;

Semana 4- Sequência numérica.

Habilidades a serem desenvolvidas:

(EF04MA12) - Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

(EF04MA11) - Identificar e descrever regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Inicialmente são dadas as orientações mostradas na figura a seguir.

Figura 22: Orientações para as atividades da semana 3 - PET do 4º ano, vol. VI

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICA PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Prezados responsáveis,</p> <p>Nas atividades desta semana esperamos que a criança por meio de investigação possa reconhecer que há grupos de números naturais (conjunto formado de números que são simultaneamente inteiros e positivos e também pelo zero), que quando são divididos por um determinado número resultam em restos iguais.</p>	<p>Olá criança!</p> <p>Já aprendemos a divisão em outra aula. Hoje vamos dividir números que obteremos o mesmo resto. Vou dar um exemplo tá!</p>	<p>A divisão é a operação matemática utilizada para separar os elementos de um conjunto em conjuntos menores, ou seja, para repartir uma quantidade em partes iguais. A divisão possibilita a resolução de diversos tipos de situações cotidianas, por isso é importante compreender seu funcionamento para aplicar adequadamente.</p> <p>Disponível em: <https://escolakids.uol.com.br/matematica/operacao-da-divisao.htm> Acesso em: 22 ago. 2020.</p> <p>Assista ao vídeo "Aprenda a Divisão", acessando o link: https://www.youtube.com/watch?v=a1_OF0ABwsA Acesso em: 22 ago. 2020.</p> <p>Os restos das divisões de um número por outro seguem um padrão e regularidade: o resto sempre poderá variar entre zero e o valor do divisor menos uma unidade. Por exemplo: o resto da divisão de um número natural por 4, sempre irá variar entre 0 e 3, pois $4-1=3$</p> <p>Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/912/restos-e-multiplos> Acesso em: 03 set. 2020.</p>

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Na terceira coluna do quadro de orientações são disponibilizados três *links* para a realização de leituras complementares. O primeiro trata-se de um material que discute sobre a operação de divisão, o segundo propõe um vídeo e o terceiro apresenta um plano de aula sobre o tema. Todavia, verificamos que os *links* não redirecionam para as páginas que contêm os materiais de apoio, provavelmente devido a um erro de digitação.

Conforme consta no Plano de Estudo Tutorado do 4º ano, a semana 3 tem o intuito de abordar conteúdos relacionados a divisão exata e não exata de números naturais, estratégias para a resolução de operações de divisão e apresentação do algoritmo da divisão.

Nessa semana são propostas 12 operações de divisão, para que o aluno resolva com base nos exemplos a seguir.

Figura 23: Exemplo 1 para resolver as atividades da semana 3 - PET do 4º ano, vol. VI

Atividade 1 - Veja o exemplo:



Número de balas	Quantas balas cada colega recebe	Quantas balas sobram
19	4	3
18	4	2
17	4	1
16	4	0
15	3	3
14	3	2
13	3	1
12	3	0
11	2	3
10	2	2
9	2	1
8	2	0
7	1	3
6	1	2
5	1	1
4	1	0
3	0	3
2	0	2
1	0	1

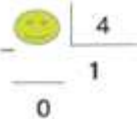
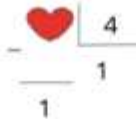
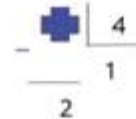
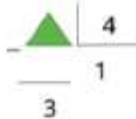
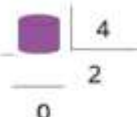

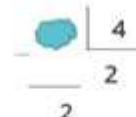
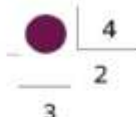
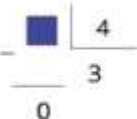
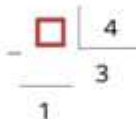
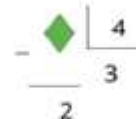
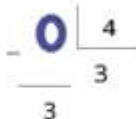
Atividades sobre a unidade temática Álgebra presentes em livros do PNLD 2019. Curitiba, 4º ano-p.99. Mestranda: Adriana Jungbluth PPGECT- Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Orientador: Dr. Everaldo Silveira

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>



Esse exemplo tem o objetivo de explicar a divisão não exata a partir de uma situação problema, e em seguida, é proposta a seguinte tarefa:

Figura 24:Atividade 2 e exemplo de resolução- PET do 4º ano, semana 3, vol. VI


Atividade 2 – Vamos aprender desvendando estes enigmas?

 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \end{array}$	 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 1 \\ \hline 1 \end{array}$	 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 1 \\ \hline 2 \end{array}$	 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 1 \\ \hline 3 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 2 \\ \hline 0 \end{array}$	 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \end{array}$	 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 2 \\ \hline 2 \end{array}$	 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 3 \\ \hline 0 \end{array}$	 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 3 \\ \hline 1 \end{array}$	 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 3 \\ \hline 2 \end{array}$	 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 3 \\ \hline 3 \end{array}$

- Vou fazer a primeira para vocês:

 $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \end{array}$		Temos um número que dividido por 4 dá Resultado 1 e tem resto 0.
---	---	--

Concluimos o seguinte:

- Como o resto é zero, o número deve ser um múltiplo de 4;
- O único múltiplo de 4 que dividido por 4 resulta em 1, é o próprio 4.
- Então podemos concluir que  = 4, pois $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 4 \\ \hline 0 \end{array}$

Atividades retiradas de <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/912/restos-e-multiplos> Acesso em 03/09/2020.

Agora é com você. Descubra os outros enigmas.

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Essa atividade introduz o algoritmo utilizado em operações de divisão. Para resolver os enigmas o aluno deve descobrir o valor de cada desenho, com base no exemplo mostrado logo abaixo.

Na primeira coluna do quadro de orientações é afirmado que a aprendizagem do conteúdo se dará a partir de uma investigação por parte do aluno. De acordo com Ghelli, Santos e Oliveira (2015), uma atividade de investigação matemática deve levar o aluno a elaborar hipóteses, experimentá-las, testá-las e avaliá-las, tendo em vista que esse processo levará a resultados encontrados a partir de estratégias autônomas de aprendizagem, que poderão ser apresentadas e discutidas com a turma. Os autores ainda ressaltam que

investigar não é mais do que procurar conhecer, compreender e encontrar soluções para os problemas com os quais nos deparamos. Em se tratando de ensino e aprendizagem, é proporcionar ao alunado, condições de trabalhar didaticamente a partir de perguntas que nos interessam, e que a princípio se apresentam de forma confusa, sem significados, mas que é possível tornar-se mais clara para posteriormente (GHELLI; SANTOS; OLIVEIRA, 2015, p. 11).

Ao analisar trabalhos que discutem a investigação matemática como meio para o desenvolvimento do pensamento algébrico, Freire (2011) verificou que o envolvimento do aluno na atividade permite mantê-lo motivado a entender as ideias algébricas em estudo e, posteriormente, convertê-las em termos de linguagem simbólica. Sendo assim, contextos de ensino mediados por essa metodologia caracterizam-se como estimuladores da capacidade de pensar algebricamente por representarem momentos desafiadores de aprendizagem.

Com base nas ideias desses autores, é possível compreender que a atividade proposta apresenta pouco potencial para configurar-se como uma tarefa de investigação matemática, pois ela não vem inserida em uma situação sistematizada e problematizadora capaz de provocar no aluno um envolvimento com a atividade. Nesse caso só é feita uma introdução do algoritmo da divisão, em que o aluno deve descobrir os valores dos símbolos presentes no cálculo.

De acordo com as recomendações da Base Nacional Comum Curricular para os anos iniciais do Ensino Fundamental,

nessa fase, as habilidades matemáticas que os alunos devem desenvolver não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas “quatro operações”, apesar de sua importância. No que diz respeito ao cálculo, é necessário acrescentar, à realização dos algoritmos das operações, a habilidade de efetuar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo (BRASIL, 2017, p. 276).

A BNCC prevê o trabalho com a relação existente entre adição e subtração e entre divisão e multiplicação como operações inversas, mas não traz passagens relacionadas à introdução de algoritmos de resolução das mesmas na unidade temática de álgebra dos anos iniciais.

Dando continuidade ao PET são apresentadas as seguintes orientações para a semana 4:

Figura 25: Orientações para as atividades da semana 4- PET do 4º ano, vol. VI

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICA PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Prezados responsáveis,</p> <p>O objetivo das atividades desta semana é identificar sequências numéricas.</p>	<p>Olá criança!</p> <p>Hoje vamos identificar sequências numéricas.</p> <p>Não se assustem, pois quando entenderem o que é sequência perceberão que fazem isto no dia a dia de vocês.</p>	<p>Sequência é sucessão, encadeamento de fatos que se sucedem.</p> <p>É comum percebermos em nosso dia a dia conjuntos cujos elementos estão dispostos em certa ordem, obedecendo a uma sequência. Por exemplo: Todos nós sabemos que o Brasil é penta campeão mundial de futebol e os anos, em ordem cronológica, em que ele foi campeão mundial são: 1958, 1962, 1970, 1994 e 2002. Essas datas formam um conjunto com os elementos dispostos numa determinada ordem. O estudo de sequência dentro da matemática é o conjunto de números reais dispostos em certa ordem. Assim chamado de sequência numérica. Exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O conjunto ordenado (0, 2, 4, 6, 8, 10,...) é a sequência de números pares. • O conjunto ordenado (7, 9, 11, 13,15) é a sequência de números ímpares ≥ 7 e ≤ 15. • O conjunto ordenado (2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, 200) é uma sequência de números que começa com a letra D. <p>Disponível em: https://brasile scola.uol.com.br/matematica/sequencia-numerica.htm> Acesso em: 03 set. 2020.</p>

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Nas orientações é apresentado um pequeno texto introdutório a respeito do tema em estudo que aborda o conceito de sequência e são dados quatro exemplos. Também é apresentado um *link* para consulta que redireciona para uma página que contém exatamente o mesmo texto apresentado na coluna 3, ou seja, não é sugerido nenhum material complementar para o desenvolvimento das atividades da quarta semana do PET do 4º ano, volume VI.

Em seguida, são apresentadas as seguintes atividades:

Figura 26: Atividades 1, 2 e 3- PET do 4º ano, semana 4, vol. VI

Atividade 1 - Observe a sequência abaixo e marque a forma que falta para completar esta sequência:



- A)
- B)
- C)
- D)

Atividade 2 - Complete as sequências:



Atividade 3 - Quais os números que completam esta sequência?



Atividades adaptadas de <https://ensinarhoje.com/atividade-1o-ano-sequencia-numerica-de-figuras-e-acontecimentos/>
Acesso em: 03 set. 2020.

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Nas atividades um e dois são apresentadas duas sequências para que o aluno faça o reconhecimento dos elementos que as compõem e reconheçam o padrão de repetição.

Na questão 1, o padrão de repetição é dado por “quadrado vermelho, círculo amarelo e triângulo roxo”. Assim, o aluno deve assinalar a alternativa d como sendo a correta para completar a sequência dada.

Na questão 2, o aluno deve observar os seguintes padrões de repetição: a) “quadrado verde, triângulo amarelo, quadrado verde, triângulo amarelo...”; b) “círculo laranja, retângulo roxo, círculo laranja, retângulo roxo...”; c) “quadrado vermelho pequeno, quadrado branco grande, quadrado vermelho pequeno, quadrado branco grande...”. Depois de verificado esses padrões o estudante deve completar as sequências com os termos que estão faltando.

Na atividade 3, é dada uma sequência numérica para que o aluno identifique o padrão de crescimento. Assim, o aluno deve observar que cada termo da sequência é acrescido de três unidades para formar o número subsequente, e completar as lacunas com os números 11 e 17.

Na Figura 27, a seguir é mostrada a continuação das atividades propostas para a semana 4:

Figura 27:Atividade 4- PET do 4º ano, semana 4, vol. VI

Atividade 4 - Em um hotel os quartos têm a numeração abaixo relacionada. O hotel possui 3 andares e o número dos quartos possuem uma sequência numérica. Observe os quartos, 201, 209 e 217. Identifique a sequência apresentada entre eles.

217	218	219	220	221	222	223	224
209	210	211	212	213	214	215	216
201	202	203	204	205	206	207	208

- não existe sequência.
- existe uma sequência de 1 em 1.
- existe uma sequência de 8 em 8.
- todos os números são pares.

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Na tarefa 4 é apresentada a disposição dos quartos de um hotel que possui três andares. Em seguida é pedido que o aluno observe a sequência numérica dos quartos de números 201, 209 e 217 e em seguida verifique se essa disposição de algarismos segue algum padrão de crescimento. Feitas essas considerações, é esperado que se chegue à conclusão de que os termos da sequência dada são acrescidos em 8 unidades de um elemento para outro.

As atividades 5 e 6 apresentadas na Figura 28 relacionam as ideias de sequência com as de reta numérica, conforme pode ser observado a seguir:

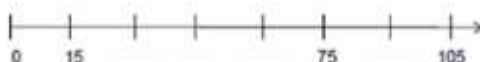
Figura 28: Atividades 5, 6 e 7- PET do 4º ano, semana 4, vol. VI

Atividade 5 - Descubra o intervalo da reta numérica e complete os números que faltam:



O intervalo desta reta numérica é: _____

Atividade 6 - O intervalo desta reta numérica é de 15 em 15. Complete os números que faltam e assinale a resposta correta:



- () 15 - 30 - 45 - 60
- () 30 - 45 - 60 - 15
- () 30 - 45 - 60 - 90
- () 30 - 45 - 75 - 60

Atividade 7 - Para preparar 1 pacote de gelatina eu preciso de 4 copos de água. Para preparar 7 pacotes de gelatina quantos copos de água vou precisar? Preencha a tabela e depois marque a resposta correta:

QUANTIDADE DE PACOTES	1	2	3	4	5	6	7	8
COPOS DE AGUA	4	8						32

- () 31
- () 40
- () 36
- () 28

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Nas duas atividades a ideia de padrão de crescimento é associada à ideia de intervalo. Desse modo, para resolver as atividades é necessário verificar os seguintes padrões de aumento: 5) aumento de 6 unidades de um termo para outro, que resulta na sequência “6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 e 48”; 6) acréscimo de 15 unidades entre os elementos, resultando na sequência “0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105”.

Na situação-problema apresentada na questão 7, a ideia de sequência numérica é associada à de proporção. Assim, é necessária a identificação do padrão de crescimento para que a tabela seja preenchida e o aluno verifique a proporção de copos de água a ser usada para cada aumento na quantidade de pacotes de gelatina.

A respeito do trabalho com proporções, Teixeira, Magina e Merlini (2016) apoiam-se nas concepções apontadas pela Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e pela *Early Algebra*, e fazem uso de sequências figurais e numéricas e das relações de um para muitos¹⁷ e de muitos para muitos¹⁸, para compreender como a abordagem das proporções simples pode conduzir ao trabalho com funções nos anos iniciais.

Na pesquisa os autores analisam o campo conceitual multiplicativo, que é acentuado por situações em que o processo de resolução requer o uso de operações de multiplicação e/ou divisão, e afirmam que:

as situações do campo conceitual multiplicativo são classificadas como relação quaternária e relação ternária. A primeira refere-se a situações que comportam quatro quantidades de duas grandezas distintas, duas a duas. Quanto às situações referentes à relação ternária, estas comportam três quantidades, em que uma é produto das outras duas (TEIXEIRA; MAGINA; MERLINI, 2016, p. 4).

O estudo dos autores se centra nas relações quaternárias, a partir de uma análise horizontal¹⁹ por compreenderem que estas são centrais para o desenvolvimento do raciocínio funcional no que tange à proporção. Assim, de acordo com Teixeira, Magina e Merlini (2016) nesse tipo de análise reside as dificuldades associadas ao entendimento das noções de função, uma vez que compreender que as quantidades expressas por grandezas distintas têm correspondência e analisa-las em termos de função “implica não somente a noção de relação numérica, mas também aquela de quociente de dimensões” (VERGNAUD, 2009, p. 252 *apud* TEIXEIRA; MAGINA; MERLINI, 2016, p. 05).

No caso da atividade, podemos que observar que o operador - funcional estabelece uma correspondência entre a quantidade de pacotes de gelatina e a quantidade de copos de água. Então para que se descubra essa relação, basta multiplicar a quantidade de copos conhecida (4), pela quantidade inicial de pacotes conhecida (7).

Deve ser encontrada a seguinte sequência ao final do procedimento: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 e 32. Assim, deve ser concluído que para preparar 7 pacotes de gelatina serão necessários 28 copos de água.

¹⁷ “A classe um para muitos é aquela em que uma das quantidades é a unidade” (TEIXEIRA; MAGINA; MERLINI, 2016, p. 6).

¹⁸ “Na classe muitos para muitos, a unidade não está explicitamente presente nas quantidades” TEIXEIRA; MAGINA; MERLINI, 2016, p. 7).

¹⁹ A análise horizontal é um dos tipos de investigação relativas às relações quaternárias, que se centra “na noção de operador-funcional, que permite passar de uma quantidade para outra, porém de grandezas distintas” (TEIXEIRA; MAGINA; MERLINI, 2016, p. 4).

5.7 PET- 5º ano, volume III

Os conteúdos algébricos previstos para o Plano de Estudo Tutorado- volume III, do 5º ano, são divididos nas semanas 3 e 4 da seguinte maneira:

Semana 3: Adição e subtração com números naturais; relação de igualdade e noção de equivalência;

Semana 4: Resolução de problemas; multiplicação e divisão com números naturais; divisão e multiplicação: operações inversas; arredondamento e resultado aproximado; relacionar os conhecimentos adquiridos com o cotidiano;

As análises que emergiram da exploração desse material podem ser verificadas a seguir.

Conteúdos a serem ministrados:

Semana 1- Operações com números racionais;

Semana 2- Multiplicação e divisão com números racionais;

Semana 3- Propriedades da igualdade e noção de equivalência;

Semana 4- Divisão e multiplicação: operações inversas;

Conteúdos relacionados a álgebra:

Semana 3- Propriedades da igualdade e noção de equivalência;

Semana 4- Divisão e multiplicação: operações inversas.

Habilidades a serem desenvolvidas:

(EF05MA10) - Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.

(EF05MA11A) - Resolver problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.

(EF05MA11B) - Elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.

Para dar início as atividades da semana 3, são dadas as seguintes orientações:

Figura 29: Orientações para as atividades da semana 3 - PET do 5º ano, vol. III

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICAS PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Senhores Pais,</p> <p>Os objetivos da atividade de hoje são investigar a equivalência (igualdade, proporção) em adição e subtração, como também utilizar informações existentes para descobrir um valor desconhecido.</p>	<p>OI CRIANÇA,</p> <p>Hoje vamos resolver alguns problemas de adição e subtração onde teremos um dos termos desconhecidos. Vamos colocar a cabecinha para funcionar.</p>	<p>Adições e subtrações equivalentes são aquelas que possuem resultados iguais.</p> <p>Assista ao vídeo para mais informações.</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=Q004kX-vfFsA. Acesso em: 20 de jun. de 2020.</p>













Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

O quadro de orientações para a realização das tarefas da semana 3, traz na terceira coluna um *link* de um vídeo que versa sobre equivalência nas operações de adição e subtração. No entanto, verificamos que este não redireciona para uma página com o conteúdo, possivelmente devido a um erro de digitação no mesmo.

Não é fornecido nenhum texto explicativo e são apresentadas duas atividades para trabalhar com os conteúdos referentes à adição e subtração com números naturais, relação de igualdade e noção de equivalência. As duas tarefas serão apresentadas a seguir.

Figura 30: Atividades 1 e 2 - PET do 5º ano, semana 3, vol. III

1 – Ache o termo desconhecido trocando os desenhos pelo número necessário:

 + 50 = 72	80 +  = 160
 + 15 = 40	50 +  = 90
 + 80 = 120	100 +  = 150
 - 13 = 54	20 -  = 12
 - 11 = 82	70 -  = 14
 - 44 = 56	130 -  = 84

2 – Resolva

Em um sítio foram colhidas 532 mexericas em um dia, sendo 297 colhidas apenas no período da manhã. Quantas mexericas foram colhidas no período da tarde?

A professora tinha uma caixa com 23 lápis. Ela comprou mais lápis, ficando com o total de 100 lápis. Quantos lápis a professora comprou?

Fonte: <https://estudemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

A questão 1 visa abordar a noção de equivalência a partir da resolução da equação do tipo “ $a + b = c$ ”. Assim, o aluno deve identificar o valor que deve ser escrito no lado direito da igualdade, para que após o procedimento de adição ou subtração, essa quantidade seja equivalente ao número que se encontra a esquerda.

De acordo com Freire (2011), o trabalho envolvendo relações entre quantidades tem início nos anos iniciais a partir do contato do aluno com as propriedades das operações matemáticas e do estabelecimento de relações entre as diferentes operações. É recomendado que nessa fase da escolarização os alunos expressem sua compreensão em linguagem natural e, em níveis de ensino mais avançados, utilizem a simbologia matemática.

Assim, em concordância com o proposto pela autora, na atividade em questão é possível descobrir o valor representado pela figura, a partir do estabelecimento de relações entre os dois valores numéricos apresentados em cada item.

O entendimento de como funciona uma equação, do significado de cada quantidade e a elaboração de estratégias de resolução que relacionem os valores conhecidos do problema são importantes para que o aluno associe a ideia de equação com a ideia de equivalência.

Foi possível observar uma tentativa de introduzir a noção de equação, que pode ser compreendida como um dos pontos que constitui a capacidade de pensar algebricamente, uma vez que propõe a inserção gradual de símbolos que, em anos posteriores, serão substituídos por incógnitas.

Essa perspectiva de ensinar álgebra sem a necessidade de haver a aplicação de uma notação matemática formal, alinha-se com a proposta da *Early Algebra* e com o que Silva, Savioli e Passos (2015) definem como um dos aspectos chave do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Os autores orientam sua compreensão do que vem a ser a capacidade de pensar algebricamente com base em dois aspectos centrais. O primeiro deles postula que pode haver a manifestação desse tipo de pensamento em qualquer ano de escolaridade, pois a notação simbólica não é considerada um pré-requisito para a manifestação das ideias matemáticas construídas. Já a segunda característica diz respeito a capacidade de que sejam estabelecidas relações entre quantidades em diferentes contextos, a observação de padrões e regularidades, a compreensão das propriedades das operações e o uso de diferentes formas de representação do raciocínio dentro de uma mesma situação problema.

Carraher, Schliemann e Schwartz (2017) afirmam que a *Early Algebra* baseia-se na exploração de problemas contextualizados como ferramenta para a introdução gradual da notação matemática. Para os autores, o ensino da álgebra por meio da resolução de problemas é pertinente tendo em vista que os alunos aprendem a partir da interpretação, da elaboração de hipóteses e da justificativa de seu raciocínio.

De acordo com esses autores, a *Early Algebra* se faz presente em contextos de aprendizagens matemáticas que lançam mão de problemas, que abordam as quatro operações ou que relacionam as ideias de razão, proporção e equivalência.

No caso da atividade 2, são propostos dois problemas para trabalhar com a noção de equivalência a partir das operações de adição e subtração.

Para resolver as situações-problema mostradas na questão 2, é necessário observar como os dois valores conhecidos se relacionam. Assim, para resolver as questões o aluno pode basear-se na resolução da atividade anterior e utilizar o seguinte raciocínio: “ $____ + 297 = 532$ ” e “ $23 + ____ = 100$ ” ou ainda realizar as subtrações sem se atentar a essa estrutura.

Nesse contexto em que a maioria dos alunos têm que resolver todas as atividades sem a mediação do professor, explicações sobre o conteúdo poderiam contribuir para discutir as ideias de equação, equivalência, relação entre quantidades e sinal de igualdade e, sobretudo, guiar o aluno na escolha de qual raciocínio usar para resolver as questões propostas.

Diante desses dois exercícios e dos outros que foram apresentados nos tópicos anteriores ficam os questionamentos: “A quantidade de exercícios e a maneira como os conteúdos foram abordados são suficientes para que o aluno consolide aprendizagens relacionadas aos tópicos apresentados?”, “Como a comunidade escolar irá se preparar para suprir eventuais defasagens que possam surgir como decorrência do Ensino Remoto Emergencial?”.

Dando continuidade as atividades do Plano de Estudo Tutorado do 5º ano - volume III, são apresentadas as orientações para o desenvolvimento das tarefas propostas para a quarta semana, conforme é ilustrado pela Figura 31.

Figura 31: Orientações para as atividades da semana 4 - PET do 5º ano, vol. III

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICAS PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Senhores Pais,</p> <p>Os objetivos da atividade de hoje são investigar a equivalência (igualdade, proporção) em multiplicação e divisão, como também utilizar informações existentes para descobrir um valor desconhecido.</p>	<p>OI CRIANÇA,</p> <p>Hoje vamos resolver alguns problemas de multiplicação e divisão onde teremos um dos termos desconhecidos. Vamos colocar a cabecinha para funcionar.</p>	<p>Uma igualdade é equivalente a outra quando possuem o mesmo resultado. Quando multiplicamos ou dividimos os membros da igualdade por um mesmo valor, o resultado permanece igual.</p> <p>Uma igualdade não se altera ao multiplicar ou dividir seus membros por um mesmo número.</p> <p>https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1319/investigando-equivalencia-em-multiplicacoes-e-divisoes. Acesso em: 20/06/2020.</p>

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

O *link* apresentado na terceira coluna do quadro de orientações redireciona para a *homepage* de um site, e não especificamente para um artigo que explique o assunto. Reiteramos que tal circunstância poderia gerar dificuldades para a localização do material proposto. Ao realizarmos uma busca pelo título do trabalho mencionado no *link*, é apresentado um plano de aula que não conta com exercícios resolvidos ou textos explicativos.

Na sequência são apresentadas três questões com o intuito de discutir conteúdos relacionados a resolução de problemas, a multiplicação e a divisão com números naturais, operações inversas da divisão e da multiplicação, arredondamento e resultado aproximado e associação de conhecimentos adquiridos no cotidiano. As atividades são mostradas abaixo.

Figura 32: Atividades 1, 2 e 3- PET do 5º ano, semana 4, vol. III

1- Observe as Multiplicações com mesmo resultado

$2 \times 120 = 240$	$4 \times 60 = 240$
----------------------	---------------------

Descubra junto com a sua família. Como posso fazer outra multiplicação e ter este mesmo resultado?

Agora é com você, complete as operações para que tenham o mesmo resultado.

$3 \times 206 = \underline{\hspace{2cm}}$	$8 \times 48 = \underline{\hspace{2cm}}$
$\underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} = 618$	$\underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} = 384$

2- Observe as divisões com mesmo resultado

$124 : 4 = 31$	$496 : 16 = 31$
----------------	-----------------

O que você acha que foi feito para as duas divisões darem o mesmo resultado? Pense e resolva as outras divisões

$180 : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
$72 : 4 = \underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
$170 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

3- Resolva.

Paulinha fez uma grande festa em seu aniversário. Convidou 25 amigos seus e seus pais convidaram 5 vezes mais pessoas do que Paulinha. Os amigos de Paulinha comeram juntos 500 salgadinhos e os convidados de seus pais comeram 2.500 salgadinhos.

- a) Quantos foram os convidados dos pais de Paulinha?
- b) Sabendo que todos os convidados comeram a mesma quantidade de salgadinhos, qual foi a quantidade de salgadinho que cada convidado comeu?
- c) O que podemos afirmar sobre a quantidade de salgadinhos comida pelos dois grupos de convidados?

Fonte: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets/ens-fund-anos-iniciais>

Na atividade 1 é abordada a noção de equivalência a partir da operação de multiplicação. Assim, em um primeiro momento são apresentados dois cálculos de multiplicação com mesmo

resultado, e é pedido para que o aluno pense em outras combinações de números, que quando multiplicados levem aos valores apresentados nos dois exemplos.

Em seguida são apresentadas multiplicações com resultados equivalentes para que opere com os valores mostrados.

A atividade 2 é introduzida por um exemplo que mostra dois cálculos de divisão que apresentam o mesmo resultado. A ideia aqui, é trabalhar com a noção de proporcionalidade através de operações de divisão.

Em seguida, o aluno é convidado a refletir sobre o porquê de divisões com números diferentes apresentarem o mesmo resultado, e são colocadas seis divisões para que o aluno resolva.

Apesar de o exercício não contar com um enunciado que especifique que as operações que possuem todos os espaços em branco devem apresentar os mesmos resultados das operações com valores conhecidos, infere-se que esse deva ser o raciocínio empregado devido ao exemplo inicial apresentado na questão.

A terceira questão traz uma situação problema que o aluno deve responder usando operações de multiplicação e divisão. Assim, para resolver os itens a, b e c deve ser empregado o seguinte raciocínio:

a) “ Se Paulinha convidou 25 amigos e seus pais convidaram 5 vezes mais pessoas, o cálculo a ser feito é: ‘ $25 \times 5 = 125$ ’”;

b) “ Se os amigos de Paulinha comeram 500 salgadinhos e os convidados de seus pais comeram 2.500 salgadinhos, foram comidos um total de ‘ $500 + 2.500 = 3.000$ ’ salgadinhos. Como todos comeram a mesma quantidade e a festa teve a participação de ‘125 convidados dos pais + 25 amigos de Paulinha = totalizando 150 pessoas’, o cálculo que representa o que cada um comeu pode ser dado por ‘ $3.000 : 150 = 20$ ’”;

c) “ O grupo dos convidados dos pais de Paulinha comeu uma quantidade maior de salgadinhos, porque ele contava com um número maior de pessoas, sendo a quantidade consumida representada por ‘ $2500 : 125 = 20$ ’. O grupo representado pelos amigos de Paulinha consumiu menos salgadinhos, porque tinha menos pessoas. Então a quantidade de salgadinhos por convidado é representada por: ‘ $500 : 25 = 20$ ’.

De acordo com Silva et al. (2015), nos anos iniciais o aluno deve desenvolver seu pensamento matemático a partir do entendimento das noções de multiplicação e divisão, ainda que nesse ciclo de escolaridade ainda não sejam introduzidos os algoritmos de resolução de tais operações.

Os exercícios mostrados propõem o desenvolvimento dessas noções, mas as orientações vagas podem dificultar a compreensão das relações existentes entre os valores que estão sendo operados e seus resultados. Assim, de certo modo acaba sendo esperado que o aluno chegue a essas conclusões sozinho, o que pode não acontecer sem algum tipo de mediação pedagógica.

Novamente são realizadas tentativas de propor investigações matemáticas, a partir da exploração noção de equivalência nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. No entanto, com base nos trabalhos de Ghelli, Santos e Oliveira (2015) e Freire (2011), discutidos anteriormente, é possível compreender que as atividades propostas apresentam pouco potencial para serem caracterizadas como tarefas de investigação, pois não estimulam o envolvimento do aluno.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscamos investigar a proposta de trabalho presente nos Planos de Estudos Tutorados para os anos iniciais do Ensino Fundamental. E, para isso, desenvolvemos uma análise documental das apostilas que versavam sobre a álgebra nos anos iniciais.

A partir da análise dos 7 PET foi possível verificar que a maioria das atividades contam com orientações superficiais, podendo levar a dificuldades de assimilação dos conteúdos propostos.

Entendemos que os materiais foram elaborados em caráter emergencial, mas as falhas referentes a maneira como os conteúdos foram abordados podem configurar-se futuramente como um entrave para a aprendizagem de conteúdos em séries posteriores. Por isso, algumas questões referentes à elaboração do material poderiam ser repensadas, caso o Ensino Remoto Emergencial tenha que continuar por mais algum tempo por conta da pandemia.

No que tange especificamente ao ensino da álgebra, foi possível verificar, com base no referencial teórico apresentado nesta dissertação, que as tarefas propostas apresentaram potencial algébrico.

Foi proposto um total de 29 atividades para introduzir os conteúdos da unidade de álgebra, sendo que 21 delas se destinaram ao trabalho com sequências. Diante disso é possível verificar as apostilas propõem poucas questões para ministrar os conteúdos de álgebra recomendados para os anos iniciais do Ensino Fundamental e não fornecem explicações sobre os tópicos abordados.

Além disso, são disponibilizados nos quadros de orientações *links* relacionados aos conteúdos de cada semana, cuja maioria encontra-se inativo ou traz planos de aula que não contam com textos explicativos ou exercícios resolvidos. Frente a isso, é possível verificar que as instruções presentes nos Planos de Estudo Tutorado deixam a desejar e podem levar a dificuldades na realização das tarefas propostas.

Ainda no que diz respeito as orientações fornecidas pelos PET, foi possível observar que em todas elas, os pais ou responsáveis são colocados como agentes de mediação pedagógica dos conteúdos propostos, mas a falta de orientações mais claras pode inviabilizar essa participação no desenvolvimento das atividades, porque estes podem não ter o conhecimento matemático necessário para conduzir as discussões algébricas com as crianças.

Em alguns Planos de Estudos Tutorados são propostas atividades que visam introduzir as ideias subjacentes as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Essas tarefas se alinham com as recomendações da unidade temática de álgebra presente na Base Nacional

Comum Curricular, que propõe que o aluno compreenda as relações existentes entre as operações e o faça por meio da associação entre quantidades, que podem ser apresentadas em diferentes contextos (BRASIL, 2017).

Dos 12 conteúdos norteadores para o ensino de álgebra apresentados no quadro 4 e trazidos na Base Nacional Comum Curricular e no Currículo Referência de Minas Gerais, foram trabalhados os seguintes tópicos:

- Sequências recursivas: observação de regras utilizadas em seqüências numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo);
- Construção de seqüências repetitivas e de seqüências recursivas;
- Identificação de regularidade de seqüências e determinação de elementos ausentes na seqüência;
- Propriedades da igualdade e noção de equivalência;
- Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão;
- Seqüência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural;
- Seqüência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero;

O ensino de álgebra nos anos iniciais, na perspectiva da *Early Algebra*, deve atuar no desenvolvimento da capacidade de pensar algebricamente do aluno, levando-o a compreender padrões e relações, em situações diversas e categorizar e ordenar objetos. Além disso, com base nessa abordagem, o ensino de álgebra pode basear-se na exploração de problemas contextualizados que visam introduzir gradualmente a notação matemática formal (LUNA; SOUZA; MENDUNI-BORTOLOTTI, 2017; CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2017).

Nas atividades propostas nos 7 Planos de Estudos Tutorados, é possível observar um direcionamento para essa vertente de trabalho com a álgebra nos anos iniciais. No entanto, essa tentativa pode ter sido explorada por conta do pequeno número de questões propostas para cada semana de atividade.

Apesar de termos verificado essa convergência entre a proposta de ensino da álgebra presente nos Planos de Estudos Tutorados e os preceitos da *Early Algebra*, tecemos algumas considerações a respeito da maneira como os conteúdos foram abordados nas apostilas, e apontamos algumas lacunas na elaboração dos tópicos de álgebra presentes nos PET.

Enfatizamos que a teoria por trás do movimento da *Early Algebra* deve ser colocada em prática a partir de atividades que envolvam o aluno e forneçam materiais adequados para o desenvolvimento efetivo de sua capacidade de pensar algebricamente.

Ademais deixamos os seguintes questionamentos que podem ser utilizados para pesquisas futuras: “As outras ferramentas propostas pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais conseguem suprir a falta de textos explicativos dos Planos de Estudos Tutorados?”; “Que ações serão tomadas para suprir as eventuais defasagens de aprendizagem oriundas do Ensino Remoto Emergencial?”; “Caso o regime de Ensino Remoto Emergencial continue por mais um tempo, que medidas serão tomadas na tentativa de democratizar o acesso à internet, para que os alunos tenham acesso à outros canais de estudo além dos Planos de Estudos Tutorados?”.

Compreendemos que as considerações explicitadas no âmbito desta dissertação não esgotam as discussões em torno das propostas de ensino da *Early Algebra*. Sendo assim, deixamos para futuros pesquisadores interessados investigar o tema, a seguinte questão de pesquisa: Como as orientações da *Early Algebra* se manifestam na prática pedagógica de professores que ensinam matemática nos anos iniciais?

As análises dos Planos de Estudos Tutorados tecidas no capítulo 5 desta dissertação foram norteadoras das sequências didáticas apresentadas no produto educacional, pois buscamos abordar os conteúdos previstos na Base Nacional Comum Curricular para os anos iniciais do Ensino Fundamental, e que também foram tratados nos PET, a partir da perspectiva de estudo presente na *Early Algebra*. Assim, nos preocupamos em desenvolver atividades que versam sobre diferentes pontos do currículo de álgebra previsto para essa fase de escolarização, e que ao nosso ver, apresentam potencialidade para estimular o pensamento algébrico, a partir da exploração e da interação entre os alunos.

Como pesquisadora iniciante que desenvolveu essa investigação de mestrado, pude ter contato com as diferentes linhas de pesquisa que compõem o campo da Educação Matemática, e compreender como o viés teórico-metodológico se articula com base em cada perspectiva investigativa que abarca a compreensão dos fenômenos que se busca analisar.

Com base nas discussões suscitadas no decorrer desta pesquisa, foi possível verificar que a compreensão dos aspectos que devem permear ensino de álgebra nos anos iniciais está atrelada tanto ao processo de formação de professores polivalentes, quanto as orientações curriculares para o trabalho com esse campo da matemática.

A partir dos apontamentos feitos com relação à *Early Algebra*, compreende-se que a abordagem da álgebra se faz pertinente desde os anos iniciais, para que o aluno possa

compreender as ideias matemáticas apresentadas nesse ciclo de escolaridade, construindo habilidades de argumentação e explicitação do raciocínio que perpassam a mera aplicação de algoritmos de resolução, ao conduzir à processos de elaboração de hipóteses e justificação das mesmas por meio da linguagem natural. Além disso, o ensino de álgebra nesse momento da escolarização deve preconizar o estímulo da capacidade de pensar algebricamente do aluno, cabendo ao professor a proposição atividades que se alinhem a essa premissa.

No que diz respeito a construção desta dissertação, que precisou ter seus contornos de investigação redefinidos em alguns momentos, aprendi que esse movimento de mudanças é algo natural, sobretudo nesse contexto de incertezas provocado pela situação pandêmica em que vivemos atualmente. Assim, no processo de constituição de uma pesquisa acadêmica desenvolvida a partir de um viés qualitativo, alguns elementos norteadores dos primeiros passos de um estudo, como por exemplo, as indicações metodológicas, podem sofrer alterações durante seu desenvolvimento, mediante o conhecimento das características intrínsecas ao universo a ser explorado.

REFERÊNCIAS

- ARÃO, Martuse Sousa Ramos; SILVA, Alene Mara França Sanches; LIMA, Isabela Araújo; SANTOS, Vera Maria dos. A metodologia ativa no processo ensino-aprendizagem nas séries iniciais do Ensino Fundamental. In: Congresso nacional de educação, 5., 2018, Recife. **Anais [...]**. Recife: Realize Eventos Científicos & Editora, 2018. p. 1-10.
- BARBOZA, Lilian Cristina de Souza. Conhecimentos dos professores dos anos iniciais e o sinal de igualdade: uma investigação com tarefas de aprendizagem profissional. In: Encontro brasileiro de estudantes de pós-graduação em Educação Matemática, 23., 2019, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo, 2019. p. 1-13.
- BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977. 225 p.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): educação é a base**. Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME, 2017.
- BRASIL. União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime/MG). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE/MG). **Currículo Referência de Minas Gerais**. Belo Horizonte, p. 1-918, 2018.
- CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências Didáticas: estrutura e elaboração**. Belém: Sbem-Pa, 2017. 106 p.
- CARRAHER, David W.; SCHLIEMANN, Analúcia D.; SCHWARTZ, Judah L.. Early Algebra Is Not the Same as Algebra Early. In: KAPUT, James J.; CARRAHER, David W.; BLANTON, Maria L. (ed.). **Algebra in the Early Grades**. Nova York: Taylor & Francis Group, 2017. p. 5-18.
- DINIZ, Maria Ignez. Os Problemas Convencionais nos Livros Didáticos. In: SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira (org.). **Ler, Escrever e Resolver Problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 99-102.
- FAVERO, Débora Cristina Borba Pereira. **As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico**. 2020. 185 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2020.
- FERREIRA, Miriam Criez Nobrega. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos documentos curriculares nacionais. **REnCiMa**, São Paulo, v. 8, n. 5, p.16-34, out. 2017.
- FERREIRA, Miriam Criez Nobrega; RIBEIRO, Alessandro Jacques; RIBEIRO, Carlos Miguel. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 25, n. 11, p. 53-73, fev. 2018.

FERREIRA, Weberson Campos; LEAL, Marcia Rodrigues; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. Early Algebra e base nacional comum curricular: desafios aos professores que ensinam matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 1-21, 2020.

FREIRE, Raquel Santiago. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2011. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

GHELLI, Kelma Gomes Mendonça; SANTOS, Anderson Oramisio; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. Investigações Matemáticas: fundamentos teóricos para aprendizagem matemática nas séries iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO DE PESQUISA E EDUCAÇÃO, 8., 2015, Uberaba. **Anais [...]**. Uberaba: Uniube, 2015. p. 1-19.

GOMA, Jane Lopes de Souza. **A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. 92 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

GOMES, Luanna Priscila da Silva. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da teoria da objetivação**. 2020. 182 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

JUNGBLUTH, Adriana; SILVEIRA, Everaldo; GRANDO, Regina Célia. O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 3, p. 96-118, 2019.

KAPUT, James J.. *What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning?* In: KAPUT, James J.; CARRAHER, David W.; BLANTON, Maria L. (ed.). **Algebra in the Early Grades**. Nova York: Taylor & Francis Group, 2007. p. 5-17.

KIERAN, Carolyn *et al.* **Early Algebra: research into its nature, its learning, its teaching** (ICME-13 Topical Surveys). Hamburg: Springer Nature, 2016.

LIMA, José Roberto de Campos; BIANCHINI, Bárbara Lutaif. A álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 197-208, jun. 2017.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**, Campinas, SP: Papyrus, 2001.

LUNA, Ana Virgínia de Almeida; SOUZA, Cremilzza Carla Carneiro Ferreira. Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 4, p. 817-835, jul. 2013.

LUNA, Ana Virginia de Almeida; SOUZA, Elizabeth Gomes; MENDUNI-BORTOLOTTI, Roberta D'Angela. Um zoom nas produções discursivas em tarefas de Early Algebra de

crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Espaço Plural**, Marechal Cândido Rondon, v. 36, n. 18, p. 41-72, jan/jun. 2017.

MINAS GERAIS. Governo do Estado de Minas Gerais. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Estude em casa**. 2020a. Disponível em: <<https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets>>. Acesso em: 01 ago. 2020.

MINAS GERAIS. Governo do Estado de Minas Gerais. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Guia prático para professores**. 2020b. Disponível em: <<https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/guias-praticos>>. Acesso em: 31 dez. 2020.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni; NACARATO, Adair Mendes. Trajetória e perspectivas para o ensino de matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018.

PEREIRA, Paulo Ricardo Ramos. **Professores de matemática em início de carreira: um olhar para a prática docente no ensino e aprendizagem de expressões algébricas**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.

PINHEIRO, Anderson Cangane. **O Ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018.

PONTE, João Pedro da. Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. **Educação Matemática: Temas de investigação**, Lisboa, p. 1-40, 1992.

PRESTES, Diego Barboza; GERMANO, Mara Aparecida Pedrini; FERREIRA, Márcia Praisler Pereira. Tarefas da early algebra realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. *In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 12., 2014, Campo Mourão. **Anais [...]**. Campo Mourão: Sbem-Paraná, 2014. Disponível em: <http://sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremxii/index.htm>. Acesso em: 31 mar. 2020.

SANTANA, Roseli Regina Fernandes. **Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service**. 2019. 321 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Para A Ciência, Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2019.

SILVA, Aline Aparecida da; CAPUTO, Débora Rodrigues; AZEVEDO, Fernanda de Oliveira. Análise do Plano de Estudo Tutorado da Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais. **Sbem**, Ituiutaba, p. 1-65, jul. 2020.

SILVA, Daniele Peres da. **Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I**. 2013. 165 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, Daniele Peres da; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores; PASSOS, Marinez Meneghello. Caracterizações do pensamento algébrico manifestadas por estudantes em uma

tarefa da Early Algebra. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência & Tecnologia**, Curitiba, v. 8, n. 3, p. 104-135, set. 2015.

SILVA, João Alberto da; JELINEK, Karin Ritter; BECK, Vinicius Carvalho; MIRANDA, Pamela; FONSECA, Willian. Estratégias e procedimentos de crianças do ciclo de alfabetização frente à situações-problema que envolvem multiplicação e divisão. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 4, p. 740-766, 2015.

STANCANELLI, Renata. Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas. In: SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira (org.). **Ler, Escrever e Resolver Problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 103-120.

TEIXEIRA, César; MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera. Introdução do raciocínio funcional para estudantes do 5º ano do ensino fundamental. In: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: Sbem, 2016. p. 1-10.

TRIDICO, Diego Henrique de Moraes. **Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico**. 2019. 129 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Educação Escolar, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2019.

APÊNDICE A – Relação dos conteúdos matemáticos trabalhados nos Planos de Estudos Tutorados

VOLUME I		
Modalidade	Ano de Escolaridade	Conteúdos
Regular	1º	Medidas de tempo: uso do calendário; Contagem, correspondência biunívoca, quantidade de coleções diferentes; Sequências recursivas; Matemática, Língua Portuguesa;
	2º	Ordem dos números; Composição e decomposição de números; Regularidade de uma sequência de números naturais ordenados, de objetos ou de figuras; Estimativa; Calendário, dias da semana, meses do ano;
	3º	Adição ou subtração de números naturais; Leitura, interpretação e representação em tabelas e gráficos; Medidas de comprimento não padronizadas; Medidas de comprimento padronizadas mais usadas; Instrumentos de medida; Localização e movimentação de pessoas ou objetos no espaço;
	4º	Retas paralelas e retas perpendiculares; Localização de pessoas e objetos no espaço; Ângulos; Cálculo mental - Adição e subtração;
	5º	Retas paralelas e retas perpendiculares; Localização de pessoas e objetos no espaço; Ângulos; Cálculo mental - Adição e subtração
VOLUME II		
Modalidade	Ano de Escolaridade	Conteúdos
Regular	1º	Resolução de Situações problemas; Gráficos e tabelas; Coleta e organização de dados; Quantidade; Correspondência biunívoca;

	2º	Figuras geométricas espaciais; Sequências; Tabelas Simples; Produção de texto a partir de tabelas;
	3º	Figuras geométricas espaciais; Planificações; Figuras geométricas planas; Figuras congruentes;
	4º	Operação com números naturais; Composição e decomposição de números naturais; Aleatoriedade; Probabilidade;
	5º	Pesquisa Estatística; Ângulos; Localização de objetos no plano;

VOLUME III

Modalidade	Ano de Escolaridade	Conteúdo
Regular	1º	Leitura, escrita e comparação de números naturais; Sistema monetário brasileiro: reconhecimento de cédulas e moedas;
	2º	Comparação e ordenação de números de até três ordens; Localização e deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço; Esboço de roteiros e de plantas simples;
	3º	Procedimentos de cálculo com números naturais; Problemas envolvendo significados da adição e subtração;
	4º	Medida de tempo; Medidas de temperatura em graus Celsius; Problemas utilizando sistema monetário brasileiro;
	5º	Operações com números racionais; Multiplicação e divisão com números racionais; Propriedades da igualdade e noção de equivalência; Divisão e multiplicação: operações inversas;

VOLUME IV

Modalidade	Ano de Escolaridade	Conteúdo
------------	---------------------	----------

Regular	1º	Figuras geométricas espaciais; Figuras geométricas planas;
	2º	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais; Composição e decomposição de números naturais; Elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais; Figuras geométricas planas;
	3º	Operações com números naturais: multiplicação; Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas; Medida e unidade de medida; Medidas de tempo: leitura de horas em relógios analógicos;
	4º	Medida de tempo; Problemas utilizando o sistema monetário brasileiro; Resolução de problemas; Adição e subtração: operações inversas;
	5º	Medidas de comprimento; Medidas de capacidade; Resolução de problemas: multiplicação e divisão com números naturais; Grandezas diretamente proporcionais;

VOLUME V

Modalidades	Ano de Escolaridade	Conteúdos
Regular	1º	Operações com números naturais;
	2º	Problemas de multiplicação com a ideia de adição de parcelas iguais; Problemas envolvendo significados de dobro e triplo; Problemas envolvendo significados de metade e terça parte; Medida de comprimento: unidades não padronizadas e padronizada;
	3º	As ideias da multiplicação; Ideias da divisão – Repartir igualmente;
	4º	Multiplicação com números naturais; Divisão com números naturais; Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão;

	5º	Números racionais expressos na forma decimal; Representação fracionária dos números racionais; Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal; A ideia de porcentagem.
VOLUME VI		
Modalidade	Ano de Escolaridade	Conteúdo
Regular	1º	Medida de tempo;
	2º	Medida de comprimento; Medida de capacidade e de massa; Gráficos e tabelas;
	3º	Multiplicação e divisão: operações inversas; Metade, terça, quarta, quinta e décima parte;
	4º	Probabilidade; Resolução de problemas envolvendo o raciocínio combinatório; Divisão com números naturais; Sequência numérica;
	5º	Adição e subtração com números decimais; Probabilidade; Coleta de dados, tabelas e gráficos;
VOLUME VII		
Modalidade	Ano de Escolaridade	Conteúdo
Regular	1º	Composição de números naturais;
	2º	Centenas, dezenas e unidades; Composição de números naturais; Medida de capacidade;
	3º	Medidas de comprimento; Medidas de massa; Medidas de tempo: Horas, minutos e segundo; Medida de capacidade;
	4º	Perímetros e áreas;
	5º	Decimais; Números decimais e sua representação na reta numérica;

