



Universidade Federal de Juiz de Fora
Pós Graduação em Engenharia Elétrica
Doutorado em Engenharia Elétrica

Elaine Santos

ESTIMAÇÃO DE HARMÔNICOS E INTER-HARMÔNICOS BASEADA NA TÉCNICA
DE INVARIÂNCIA ROTACIONAL APLICADA A SUB-BANDAS DO ESPECTRO

Tese de Doutorado

Juiz de Fora
2019

Elaine Santos

Estimação de Harmônicos e Inter-harmônicos baseada na técnica de Invariância Rotacional
aplicada a Sub-bandas do Espectro

Trabalho de tese apresentada ao Programa de
Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Uni-
versidade Federal de Juiz de Fora na área de Sis-
temas Eletrônicos.

Orientador: Prof. Augusto Santiago Cerqueira, Prof. Doutor
Coorientador: Prof. Carlos Augusto Duque, Prof. Doutor

Juiz de Fora
2019

Elaine Santos

Estimação de Harmônicos e Inter-harmônicos baseada na técnica de Invariância Rotacional aplicada a Sub-bandas do Espectro

Trabalho de tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora na área de Sistemas Eletrônicos, como requisito para aprovação de tese.

Aprovada em 13 de dezembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Augusto Santiago Cerqueira, Prof. Doutor

Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Orientador

Prof. Carlos Augusto Duque, Prof. Doutor

Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Coorientador

Denis Vinicius Coury, Prof. Doutor

Escola de Engenharia de São Carlos, USP

Membro externo

Danton Diego Ferreira, Prof. Doutor

Universidade Federal de Lavras, UFLA

Membro externo

Luciano Manhães de Andrade Filho, Prof. Doutor

Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Membro interno

Leandro Rodrigues Manso da Silva, Prof. Doutor

Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Membro interno

*Dedico este trabalho à minha mãe Maria das Graças, ao meu pai Maurício e ao meu
esposo Marcus Vinícius.*

AGRADECIMENTOS

Aos professores Augusto e Carlos Duque pela orientação e ensinamentos durante o desenvolvimento deste projeto. Ao meu esposo Marcus Vinícius por todo companheirismo e apoio. Ao professor Mahdi por toda contribuição para esta pesquisa. Aos amigos do laboratório por toda ajuda e amizade.

Ao CAPES, FAPEMIG, CNPq pelo suporte financeiro, à Universidade Federal de Juiz de Fora e ao Programa de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica por prover as ferramentas necessárias para o desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

O método de estimação de parâmetros baseado na técnica de invariância rotacional ESPRIT ganhou atenção dos pesquisadores pelo seu bom desempenho para estimar harmônicos e inter-harmônicos em sinais do sistemas de potência, devido ao fato de ser um método paramétrico de alta resolução. No entanto, este método tem a desvantagem de apresentar alta complexidade computacional e alta sensibilidade em cenários com ruído colorido. Desta forma, o presente trabalho propõe um novo método de estimação de harmônicos e inter-harmônicos baseado na técnica de invariância rotacional ESPRIT e processamento de sinais multitaxa através do uso de banco de filtros, denominado neste trabalho como Método ESPRIT com Banco de Filtros (ESPRIT-BF), com o objetivo de reduzir a complexidade computacional e melhorar o desempenho das estimativas em cenários com ruído colorido. Seguindo a abordagem clássica de processamento multitaxa, o método realiza a decimação do sinal nas sub-bandas do espectro, o que reduz o número de pontos do sinal em cada sub-banda e, conseqüentemente, o tamanho da matriz de dados construída pela técnica de invariância rotacional. Além disso, o ESPRIT-BF pode ser utilizado de forma a se ajustar ao sinal em análise, uma vez que o banco de filtros tem projeto orientado pelo sinal ou através de sua forma fixa, onde o banco de filtros é previamente projetado. Para o caso em que o ESPRIT-BF é utilizado com um número fixo de filtros, foi demonstrado que o método apresenta uma complexidade computacional L^2 vezes menor que o ESPRIT convencional, onde L é o fator de decimação utilizado nas sub-bandas. O método proposto foi utilizado para estimação de harmônicos e inter-harmônicos em sinais sintéticos e reais, e comparado com o ESPRIT convencional. Os resultados mostraram que o método proposto é mais exato, mais preciso e possui menor complexidade computacional que o ESPRIT convencional. O método também foi comparado com Wavelet Sliding Window ESPRIT Hybrid, denominado neste trabalho de W-SW-ESPRIT, tendo apresentado desempenho superior. Foram também analisados casos de sinais corrompidos por ruídos coloridos e, na totalidade deles, o método proposto apresentou desempenho bastante superior ao ESPRIT convencional, fato importante de ser destacado. Assim, o presente trabalho traz importante contribuição ao melhorar o desempenho da estimação, reduzir a complexidade computacional e ampliar os cenários (incluindo ruído colorido) de utilização do método ESPRIT.

Palavras-chave: ESPRIT-BF, ESPRIT, Harmônicos, Inter-harmônicos, Banco de Filtros, Pro-

cessamento Multitaxa, Sistema de Potência.

ABSTRACT

The Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique (ESPRIT), which is a high resolution parametric estimation method, has gained attention of the researchers due to its high performance for harmonic and inter-harmonic parameters' estimation of power system signals. Nevertheless, this method presents high computational complexity and is very sensitive to colored noise. With the aim of reducing computational complexity and improving the performance for colored noise scenarios, this work presents a new harmonic and inter-harmonic parameter estimation method based on rotational invariance technique and multirate signal processing through the use of filter banks, called ESPRIT-FB. Adopting the classical multirate signal processing approach, the proposed method decimate the signal in each sub-band, which reduces the number of samples of the signal to be processed in each sub-band and, as a result, reduces the size of the data matrix built by the rotational invariance technique. Moreover, the proposed method can be used in its dynamic form, Dynamic ESPRIT-BF (D-ESPRIT-BF), where the filter bank is designed according to the signal characteristics, or the method can be used with a fixed pre-designed filter bank. It was show that the computational complexity of the proposed method, for the fixed filter bank case, can be up to L^2 times smaller than the conventional ESPRIT, where L is the decimator factor used in the sub-bands. The proposed method was evaluated with synthetic and real power system signals and compared with with the conventional ESPRIT. The results showed that the proposed method improves the accuracy and the precision and reduces the computational complexity with reference to the conventional one. The proposed method was also compared to Wavelet Sliding Window ESPRIT Hybrid method, called here W-SW-ESPRIT, showing better performance for the studied cases. It is also worth to mention, that colored noise scenarios were simulated, and the results showed that the ESPRIT-BF highly improves the estimation performance in comparison with the conventional one. Therefore, this work is an important contribution to the area, improving the performance, reducing the computational complexity and enlarging the range of applications of the ESPRIT method.

Keywords: ESPRIT-FB, ESPRIT, Harmonics, Inter-Harmonics, Filter Bank, Multirate Processing, Power Systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Caracterização das técnicas de estimação de harmônicos(JAIN & SINGH, 2011a).	32
Figura 2	Diagrama de blocos da teoria e do algoritmo ESPRIT. Caixas tracejadas e ovais: relações teóricas sem cálculo; Caixas sólidas e ovais: cálculos práticos de dados medidos.	47
Figura 3	Diagrama do método proposto ESPRIT-BF ajustável.	59
Figura 4	Bloco interno do banco de filtros: divide o espectro igualmente em dois e com a decimação sub-divide a banda ao meio.	60
Figura 5	Método proposto executando um banco de filtros para o sinal s_1 usado como exemplo.	61
Figura 6	Método proposto executando um banco de filtros para o sinal s_2 usado como exemplo.	61
Figura 7	Exemplos para componentes de frequência localizadas na faixa de $0 - \frac{F_s}{4}$.	61
Figura 8	Filtros do passa-baixa: $(0 - \frac{F_s}{4})$	65
Figura 9	Filtros do passa alta: $(\frac{F_s}{4} - \frac{F_s}{2})$	65
Figura 10	Exemplo em que no método proposto ESPRIT-BF L é igual a quatro e o número de banco de filtros é igual a quatro.	66

Figura 11	Representação do transitório para N amostras do sinal $x[n]$. (a) Transitório no sinal filtrado após passar pelo filtro. (b) Representação do sinal sem o transitório.	69
Figura 12	Fluxograma do algoritmo ESPRIT.	71
Figura 13	Método ESPRIT-BF fixo	71
Figura 14	Estruturas com banco de filtros fixo.	72
Figura 15	Módulo de resposta de frequência do banco de filtros gerado para o modelo proposto antes do estimador de ordem exata (EMO).	78
Figura 16	Sinal $s_1(t)$ e $s_2(t)$ no domínio do tempo.	79
Figura 17	Banco de filtros executado para o sinal $s_1(t)$	79
Figura 18	Banco de filtros executado para o sinal $s_2(t)$	80
Figura 19	Estimação da frequência fundamental do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.	83
Figura 20	Estimação da amplitude fundamental do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.	83
Figura 21	Estimação da fase fundamental do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.	84
Figura 22	Erro percentual (%) relativo do sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 2: (a) Frequência fundamental; (b) Amplitude funda-	

	mental (c) Fase fundamental.	84
Figura 23	Estimação da frequência de 30 Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 40 a 100dB.	85
Figura 24	Estimação da amplitude de 30 Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 40 a 100dB.	85
Figura 25	Estimação da fase de 30 Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 40 a 100dB.	86
Figura 26	Erro percentual (%) do componente de 30Hz para o sinal $s_2(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 4: (a) Frequência de 30Hz; (b) Amplitude de 30Hz; (c) Fase de 30Hz.	87
Figura 27	Curva Gaussiana.	92
Figura 28	Densidade Espectral de Potência: (a) Ruído Gaussiano Branco; (b) Ruídos Violeta, Azul, Rosa e Vermelho, respectivamente.	93
Figura 29	Densidade Espectral de Potência para o sinal de ruído rosa com $N_{ppc} = 128$ e $Fs = 7680Hz$ em $SNR = 29,79dB$	94
Figura 30	Densidade Espectral de Potência para o sinal de ruído azul com $N_{ppc} = 128$ e $Fs = 7680Hz$ em $SNR = 29,79dB$	96
Figura 31	Densidade Espectral de Potência para o sinal de ruído vermelho com $N_{ppc} = 128$ e $Fs = 7680Hz$ em $SNR = 29,79dB$	96
Figura 32	Densidade Espectral de Potência para o sinal de ruído violeta com $N_{ppc} = 128$ e $Fs = 7680Hz$ em $SNR = 29,79dB$	97

Figura 33	Estimação da frequência fundamental para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído rosa).	97
Figura 34	Estimação da amplitude fundamental para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído rosa).	98
Figura 35	Estimação da fase fundamental para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído rosa).	98
Figura 36	Erro percentual (%) para o sinal $s_1(t)$ considerando a média de 100 execuções em cada amostra (Tabela 8 – ruído rosa): (a) Frequência fundamental; (b) Amplitude fundamental; (c) Fase fundamental.	99
Figura 37	Erro percentual (%) para o sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções em cada amostra (Tabela 21 – <i>Apêndice C</i> – ruído azul): (a) Frequência do 3° harmônico; (b) Amplitude do 3° harmônico; (c) Fase do 3° harmônico.	99
Figura 38	Estimação da frequência do inter-harmônico de 30Hz para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído vermelho).	100
Figura 39	Estimação da fase fundamental de 60Hz para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído violeta). . . .	100
Figura 40	Densidade Espectral de Potência do Ruído Rosa ($F_s = 7680Hz$): (a) Ruído rosa decomposto por um banco de filtros com quatro bandas (C_0, C_1, C_2 e C_3) e Ruído Rosa não filtrado; (b) O efeito do banco de filtros no espalhamento do espectro do ruído rosa.	106
Figura 41	Experimento alimentação de um forno micro-ondas (1450W/127V/60Hz): (a) Representação do Experimento: Osciloscópio/Micro-ondas/Medidor de	

	corrente por Efeito Hall (corrente máxima até 100A)/Computador; (b) Formas de onda de corrente do $s_3(t)$	108
Figura 42	Banco de filtros que foi executado para o sinal $s_3(t)$	108
Figura 43	Banco de filtros que deveria ser executado para o sinal $s_3(t)$	109
Figura 44	Modelo Omicron CMC-255-6 plus usada para reproduzir o sinal $s_4(t)$. Para a configuração dos sinais, estados com distúrbios são configurados com tempos de pré-evento, evento e pós-evento. Eventos de pré e pós, no caso, constituem sinais puramente senoidais de frequência e amplitudes fixas com 180 V e 60 Hz.	109
Figura 45	Banco de filtros que deveria ser executado para o sinal $s_4(t)$	110
Figura 46	Banco de filtros que foi executado para o sinal $s_4(t)$	111
Figura 47	Decomposição do sinal $s_3(t)$ na wavelet Meyer. (a) Árvore de decomposição. A reconstrução do sinal é feita pela aproximação a_5 e pelos detalhes d_5, d_4, d_3, d_2, d_1 ; (b) Espectros da decomposição do sinal $s_3(t)$	112
Figura 48	Distribuição da densidade para as frequências do sinal $s_5(t)$ considerando $SNR = 5dB$	115
Figura 49	Estimação da frequência do sinal $s_6(t)$ indicando os desvios estatísticos: Componente fundamental $60Hz$ e Inter-harmônico $30Hz$	117
Figura 50	Estimação da amplitude do sinal $s_6(t)$ indicando os desvios estatísticos: Componente fundamental $60Hz$ e Inter-harmônico $30Hz$	118
Figura 51	Estimação da fase do sinal $s_6(t)$ indicando os desvios estatísticos: Componente fundamental $60Hz$ e Inter-harmônico $30Hz$	118

Figura 52	Erro percentual (%) da frequência considerando a média das 100 execuções da Tabela 17: (a) Componente fundamental 60Hz; (b) Inter-harmônico de 30Hz; (c) Harmônico de 3300Hz.	119
Figura 53	Erro percentual (%) da amplitude considerando a média das 100 execuções da Tabela 17: (a) Componente fundamental 60Hz; (b) Inter-harmônico de 30Hz; (c) Harmônico de 3300Hz.	119
Figura 54	Erro percentual (%) da fase considerando a média das 100 execuções da Tabela 17: (a) Componente fundamental 60Hz; (b) Inter-harmônico de 30Hz; (c) Harmônico de 3300Hz.	120
Figura 55	Estimação da frequência fundamental do sinal $s_4(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 45dB.	122
Figura 56	Estimação da amplitude fundamental do sinal $s_4(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 45dB.	123
Figura 57	Estimação da fase fundamental do sinal $s_4(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 45dB.	123
Figura 58	Erro percentual (%) do componente fundamental para o $s_4(t)$ considerando a média das 10.000 execuções da MCS da Tabela 19: (a) Frequência fundamental; (b) Amplitude fundamental; (c) Fase fundamental.	124
Figura 59	Erro percentual (%) do componente 2610Hz para o sinal $s_4(t)$ considerando a média das 10.000 execuções da MCS da Tabela 19: (a) Frequência de 2610Hz; (b) Amplitude 2610Hz; (c) Fase 2610Hz.	124
Figura 60	Erro percentual (%) do componente 3300Hz para o sinal $s_4(t)$ considerando a média das 10.000 execuções da MCS da Tabela 19: (a) Frequência de 3300Hz; (b) Amplitude 3300Hz; (c) Fase 3300Hz	125

Figura 61	Modelo de estimação da ordem usando o MATLAB.	139
Figura 62	Algoritmo de Estimação da Ordem Exata do Modelo (EMO) definido pelos autores Jain e Singh (2012).	140
Figura 63	Estimação da frequência de 30Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.	143
Figura 64	Estimação da amplitude de 30Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.	144
Figura 65	Estimação da fase de 30Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.	144
Figura 66	Erro percentual (%) relativo do sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 2: (a) Frequência do inter-harmônico de 30Hz; (b) Amplitude do inter-harmônico de 30Hz; (c) Fase do inter-harmônico de 30Hz.	145
Figura 67	Estimação da frequência 3000Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.	145
Figura 68	Estimação da amplitude de 3000Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.	148
Figura 69	Estimação da fase de 3000Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.	148
Figura 70	Erro percentual (%) relativo do sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 2: (a) Frequência do inter-harmônico de 3000Hz; (b) Amplitude do inter-harmônico de 3000Hz; (c) Fase do inter-harmônico de	

	3000Hz.	150
Figura 71	Estimação da frequência de 180Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do <i>SNR</i> de 5 a 100dB.	150
Figura 72	Estimação da amplitude de 180Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do <i>SNR</i> de 5 a 100dB.	151
Figura 73	Estimação da fase de 180Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do <i>SNR</i> de 5 a 100dB.	151
Figura 74	Erro percentual (%) da frequência de 180Hz do sinal $s_2(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 4: (a) Frequência de 180Hz; (b) Amplitude de 180Hz; (c) Fase de 180Hz.	152
Figura 75	Estimação da frequência de 2280Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do <i>SNR</i> de 5 a 100dB.	152
Figura 76	Estimação da amplitude de 2280Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do <i>SNR</i> de 5 a 100dB.	153
Figura 77	Estimação da fase de 2280Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do <i>SNR</i> de 5 a 100dB.	153
Figura 78	Erro percentual (%) da frequência de 2280Hz do sinal $s_2(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 4: (a) Frequência de 2280Hz; (b) Amplitude de 2280Hz; (c) Fase de 2280Hz.	154
Figura 79	Estimação da frequência do inter-harmônico de 30Hz para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do <i>SNR</i> de 5 a 100dB (ruído rosa).	154

Figura 80	Estimação da amplitude do inter-harmônico de 30Hz para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído rosa).	155
Figura 81	Erro percentual (%) para o sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções em cada amostra (Tabela 8 – ruído rosa): (a) Frequência do inter-harmônico de 30Hz; (b) Amplitude do inter-harmônico de 30Hz.	155
Figura 82	Erro percentual (%) para o sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções em cada amostra (Tabela 21 – ruído azul): (a) Frequência do 50° harmônico; (b) Amplitude do 50° harmônico; (c) Fase do 50° harmônico.	156

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Valores ótimos de L	76
Tabela 2	Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR 's: 5, 20, 40 e 70dB.	80
Tabela 3	Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR 's: 5, 20, 40 e 70dB.	81
Tabela 4	Média dos parâmetros do sinal $s_2(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR 's: 5, 20, 40 e 70dB.	81
Tabela 5	Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_2(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR 's: 5, 20, 40 e 70dB.	82
Tabela 6	Tabela de complexidade computacional do sinal $s_1(t)$ e $s_2(t)$ – um ciclo de $s_1(t)$, $s_2(t)$ equivale a 128 amostras.	90
Tabela 7	Classificação dos ruídos quanto à Densidade Espectral de Potência	91
Tabela 8	Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR : 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído rosa).	95

Tabela 9	Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR: 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído rosa).	95
Tabela 10	Tabela de complexidade computacional do sinal $s_1(t)$ – <i>um</i> ciclo de $s_1(t)$ equivale a 128 amostras.	105
Tabela 11	Avaliação para o sinal $s_3(t)$ coletado do forno micro-ondas considerando a DFT aplicada a 60 ciclos como referência. As estimações do ESPRIT-BF e do ESPRIT convencional foram feitas em 14 ciclos do comprimento do sinal.	109
Tabela 12	Avaliação para o sinal $s_4(t)$ coletado da fonte OMICRON considerando a DFT aplicada a 60 ciclos como referência. As estimações do ESPRIT-BF e do ESPRIT convencional foram feitas em 14 ciclos do comprimento do sinal.	111
Tabela 13	Avaliação para o sinal $s_3(t)$ coletado do forno micro-ondas considerando a DFT aplicada a 60 ciclos como referência. As estimações do ESPRIT-BF e do W-SW-ESPRIT foram feitas em 14 ciclos do comprimento do sinal.	112
Tabela 14	Média dos parâmetros estimados do sinal $s_5(t)$ estimado.	113
Tabela 15	Desvio padrão dos parâmetros estimados do sinal $s_5(t)$ estimado.	114
Tabela 16	Tabela de complexidade computacional do sinal $s_5(t)$ – <i>um</i> ciclo de $s_6(t)$ são 128 amostras.	114
Tabela 17	Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_6(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF proposto e o ESPRIT convencional em diferentes níveis de ruído: 5, 20, 30 e 40dB.	116

Tabela 18	Tabela de complexidade computacional do sinal $s_6(t)$ – um ciclo de $s_6(t)$ são 128 amostras.	117
Tabela 19	Média dos parâmetros do sinal $s_4(t)$ estimado.	121
Tabela 20	Desvio padrão dos parâmetros estimado do sinal $s_4(t)$ estimado.	122
Tabela 21	Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR : 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído azul).	146
Tabela 22	Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR : 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído azul).	146
Tabela 23	Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR : 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído vermelho).	147
Tabela 24	Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR : 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído vermelho).	147
Tabela 25	Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR : 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído violeta).	149
Tabela 26	Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR : 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído violeta).	149

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADALINE Elemento Linear Adaptativo (do inglês, *Adaptive Linear Element*)

ANN Rede Neural Artificial (do inglês, *Artificial Neural Network*)

AR Auto-regressivo (do inglês, *Autoregressive*)

ARMA Auto-regressivo de média móvel (do inglês, *Autoregressive Moving Average*)

CZT Transformada Chirp z (do inglês, *Chirp z-transform*)

DFT Transformada Discreta de Fourier (do inglês, *Discrete Fourier Transform*)

DOA Direção de chegada (do inglês, *Direction of arrival*)

EMD Empirical Mode Decomposition

ESPRIT Estimação de sinal via Técnica de invariância rotacional (do inglês, *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques*)

ESPRIT-BF Método ESPRIT com Banco de Filtros

ESPRIT-BF Ajustável Método ESPRIT com Banco de Filtros Ajustável

FFT Transformada Rápida de Fourier, (do inglês, *Fast Fourier transform*)

FIR Filtro de Resposta ao Impulso Finita (do inglês, *Finite Impulse Response*)

FLOS Estatísticas de Ordem Inferior Fracionária (do inglês, *Fractional Lower Order Statistics*)

HHT Transformada Hilbert-Huang (do inglês, *Hilbert-Huang Transform*)

HSA Hilbert Spectral Analysis

IMF Funções Modo Intrínseco (do inglês, *Intrinsic Mode Functions*)

IIR Filtro de Resposta ao Impulso Infinita (do inglês, *Infinite Impulse Response*)

KF Filtragem de Kalman (do inglês, *Kalman Filtering*)

MEMO Ordem do Modelo Exata Modificada (do inglês, *Modified Exact Model Order*)

MUSIC Classificação Múltipla de Sinais (do inglês, *Multiple Signal Classification*)

PSD Densidade Espectral de Potência (do inglês, *Spectral Density of Power*)

RBNN Rede Neural da Função Base Radial (do inglês, *Radial Basis Function Neural Network*)

RD Diferença Relativa (do inglês, *Relative Difference*)

RDI Índice de Diferença Relativa (do inglês, *Relative Difference Index*)

RLS Mínimos Quadrados Recursivos (do inglês, *Recursive Least Squares*)

SEP Sistema Elétrico de Potência

SG Redes Inteligentes (do inglês, *Smart Grid*)

SVD Decomposição em Valores Singulares (do inglês, *Singular Value Decomposition*)

WT Transformada Wavelet (do inglês, *Wavelet Transform*)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	Motivação	29
1.2	Objetivos	29
1.3	Contribuições do Trabalho	30
1.4	Visita guiada ao texto	30
2	ESTIMAÇÃO DE HARMÔNICOS E INTER-HARMÔNICOS	31
2.1	Estimação de Harmônicos no SEP: Visão Geral	31
2.1.1	Técnicas não paramétricas	32
2.1.2	Técnicas paramétricas	34
2.1.3	Técnicas híbridas	35
2.2	Técnicas de Estimação de Harmônicos	36
2.2.1	Transformada Discreta de Fourier (DFT)	38
2.2.2	Transformada Wavelet (WT)	38
2.2.3	Transformada Hilbert-Huang (HHT)	39
2.2.4	Transformada Chirp z (CZT)	40
2.2.5	Autorregressivo Média Móvel (ARMA)	40
2.2.6	Método de Prony	41
2.2.7	Classificação Múltipla de Sinal (MUSIC)	41
2.2.8	Filtragem de Kalman (KF)	42
2.2.9	Estimação de parâmetros espectrais via técnica de invariância rotacional (ES-PRIT)	43
2.2.10	Atualidades da técnica ESPRIT para estimação de harmônicos e inter-harmônicos	47

2.3	Conclusões parciais	55
3	METODOLOGIA PROPOSTA	57
3.1	Discussão Inicial	57
3.2	Método ESPIRT-BF Ajustável	58
3.2.1	Estimação da ordem do modelo	62
3.2.2	Banco de Filtros	63
3.2.2.1	<i>Down-sampling</i>	66
3.2.3	ESPRIT	67
3.3	ESPRIT-BF fixo	70
3.4	Complexidade Computacional	73
3.4.1	A escolha de L	75
3.5	Conclusões Parciais	76
4	ANÁLISES E DISCUSSÃO DE RESULTADOS	77
4.1	Casos Considerados	77
4.1.1	Caso 1: Estimação de parâmetros de sinais sintetizados com ruído branco	78
4.1.1.1	Análises dos Resultados das Estimações do Caso 1	82
4.1.1.2	Avaliação de complexidade	89
4.1.1.3	Conclusões do Caso 1	90
4.1.2	Caso 2: Estimação de parâmetros de sinal sintetizado com ruídos coloridos	91
4.1.3	Ruído Utilizado	91
4.1.3.1	Ruídos coloridos e parâmetros do caso 2	93
4.1.3.2	Análises dos resultados das estimações do Caso 2	96
4.1.3.3	Avaliação de complexidade	105
4.1.3.4	Banco de filtros e ruídos coloridos	105
4.1.3.5	Conclusões do Caso 2	106

4.1.4	Caso 3: Estimação de parâmetros de sinais reais	107
4.1.4.1	Sinal de corrente de um micro-ondas	107
4.1.4.2	Sinal de uma fonte OMICRON	109
4.1.4.3	Comparação do método proposto com a técnica W-SW-ESPRIT considerando o sinal do micro-ondas	111
4.1.4.4	Caso em que o método proposto ESPRIT-BF fixo está configurado com um banco de filtros IIR	112
4.1.4.5	Caso em que o método proposto ESPRIT-BF fixo está configurado com um banco de filtros FIR	114
4.1.4.6	Conclusões do Caso 3	117
4.1.5	Caso 4: Comparação ESPRIT-BF Ajustável com ESPRIT-BF Fixo	120
4.1.5.1	Análises dos resultados das estimações do Caso 4	121
4.1.5.2	Conclusões do Caso 4	126
4.2	Conclusões parciais	126
5	CONCLUSÕES	127
5.1	Limitações do ESPRIT-BF e Desafios	128
	Referências	129
	Apêndice A – Produção científica relacionada a este trabalho de tese	137
A.1	Artigos publicados em revista	137
A.2	Artigos publicados em congressos internacionais	137
A.3	Artigos publicados em congressos nacionais	137
	Apêndice B – Informações complementares - Algoritmo Ordem Exata (EMO)	138
B.1	Algoritmo	138
	Apêndice C – Informações complementares - Lema 2	141
C.1	Prova do Lema 2	141

Apêndice D – Informações complementares aos estudos de casos	143
D.1 Gráficos e tabelas referentes ao estudo de caso 1	143
D.2 Gráficos e tabelas referentes ao estudo de caso 2	145
D.3 Avaliação do desempenho de sinais considerando topologias de quatro filtros (ESPRIT-BF fixo)	151

1 INTRODUÇÃO

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) é um dos sistemas mais complexos desenvolvidos pelo homem e que mais impactaram na sociedade (FUCHS, 1979). As primeiras redes elétricas foram implantadas no final do século XIX e se consolidaram no início do século XX. Na segunda metade do século XX, o acesso a energia elétrica passou a constar na declaração universal de direitos humanos, enfatizando a importância e o impacto do SEP para a sociedade. Atualmente, mais de 85% da população mundial tem acesso a energia elétrica, enquanto que no Brasil mais de 99% das residências têm acesso a eletricidade (ANEEL, 2013). Em pouco mais de 100 anos, a humanidade testemunhou o nascimento e o avanço em grande escala das redes elétricas de potência.

A partir do final do século XX, com a desregulamentação do setor elétrico em diversos países, as concessionárias de energia passaram a mudar a sua forma de operação e de negócios em direção ao mercado aberto, combinando aspectos técnicos, políticos e econômicos. A melhor eficiência de plantas geradoras menores, juntamente com o avanço dos sistemas de controle processados e da comunicação de dados, entre outras razões, permitiram aos consumidores industriais e comerciais a construção e operação de suas próprias plantas, produzindo energia mais barata e permitindo a venda do excesso de energia para consumidores menores. A era da geração centralizada estava acabando e as sementes para o conceito das redes inteligentes estavam plantadas, florescendo nas últimas duas décadas.

Neste sentido, no novo contexto das Redes Inteligentes (do inglês, *Smart Grid*) (SG) (CHONG & KUMAR, 2003), (LÓPEZ et al., 2003), o SEP se mostra um sistema ainda mais complexo, tornando indispensável a busca por mais conhecimentos e informações sobre o sistema. Assim, a análise do sinal do SEP através de ferramentas de processamento digital de sinais torna-se de extrema importância, fornecendo aos engenheiros e aos pesquisadores informações fundamentais para o planejamento e operação do SEP.

No contexto da análise do sinal do SEP, mais especificamente para a análise da qualidade da energia elétrica (QEE), a estimação de harmônicos e inter-harmônicos apresenta-se como um assunto de grande relevância, visto que estes sinais podem causar problemas no sistema

de potência e até gerar grandes prejuízos (ARRILLAGA & ARNOLD, 2013).

Os principais métodos de estimação de harmônicos estão separados em dois grandes grupos: métodos não paramétricos e métodos paramétricos. Os algoritmos inicialmente utilizados na área de sistemas de potência foram os métodos não paramétricos, por exemplo, a Transformada Rápida de Fourier, (do inglês, *Fast Fourier transform*) (FFT), recomendada pelo padrão IEC 61000-4-7 (61000-4-7, 2009) que possui uma eficiência computacional superior a outros métodos, mas acaba apresentando problemas como o espalhamento espectral (CHEN & CHANG, 2010), (ZOLFAGHARI; SHRIVASTAVA & AGELIDIS, 2012). A técnica Pisarenko foi o primeiro método paramétrico de auto decomposição de subespaço com estimativa de espectro que poderia superar a FFT através de uma maior resolução (PISARENKO, 1973). A desvantagem de Pisarenko está na sua necessidade de informações exatas *a priori* sobre a ordem do modelo e também a estimação da defasagem de autocorrelação de forma estatística, o que resulta em uma incompatibilidade e imprecisão do modelo.

Dessa forma, apresentada por uma análise comparativa em (MARPLE, 1979), a técnica Prony foi considerada mais adequada do que o método Pisarenko (também por seu menor esforço computacional). No entanto, Prony estava propenso a ruídos e é computacionalmente ineficiente (JAIN & SINGH, 2011a).

Contudo, a técnica de subespaço foi generalizada no algoritmo MUSIC (SCHMIDT, 1982), que possui alta resolução sem qualquer efeito de lóbulos laterais (SCHMIDT, 1986). No entanto, apesar das atraentes vantagens do MUSIC, ele apresenta as principais desvantagens de alta carga computacional e a necessidade de um grande espaço de armazenamento (ROY; PAULRAJ & KAILATH, 1986).

Nesta etapa, o conhecido método paramétrico de estimação harmônica baseado na técnica de invariância rotacional (ESPRIT) foi introduzido e chamou a atenção dos pesquisadores (ROY; PAULRAJ & KAILATH, 1986; ROY & KAILATH, 1990; OTTERSTEN; VIBERG & KAILATH, 1991; SWINDLEHURST et al., 1992; ZHANG & LIANG, 1995). O ESPRIT possui, como principais vantagens, eficiência na estimação, alta precisão, não necessita de grande espaço de armazenamento de memória, possui alta resolução e capacidade de detectar inter-harmônicas (JAIN & SINGH, 2011a). No entanto, demanda um alto esforço computacional (JAIN & SINGH, 2011a), perdendo desempenho em cenários com ruído colorido.

Assim, seguindo a evolução na área computacional, o que permitiu um grande aumento na capacidade de processamento, os métodos paramétricos passaram a ganhar espaço para estimação de parâmetros de harmônicos e inter-harmônicos devido à sua alta resolução.

Nesta perspectiva, os métodos paramétricos podem oferecer estimativas espectrais mais

precisas que os não-paramétricos nos casos em que os dados de fato satisfazem o modelo assumido. Porém, no caso mais provável em que os dados não satisfaçam aos modelos assumidos, podem falhar devido à sensibilidade aos desvios do sinal real com relação ao modelo (FUCHS, 1979). Em contrapartida, existe um vasto universo em expansão com relação aos métodos paramétricos, surgindo a cada dia novas melhorias para os métodos mais utilizados, com um grande campo aberto para pesquisas.

Desta forma, este trabalho propõe um novo método paramétrico de estimação de harmônicos e inter-harmônicos baseado na técnica de invariância rotacional (ESPRIT) (ROY; PAULRAJ & KAILATH, 1986; ROY & KAILATH, 1990; OTTERSTEN; VIBERG & KAILATH, 1991), visando principalmente contribuir para redução da complexidade computacional e a melhora do desempenho em condições de ruído colorido.

1.1 MOTIVAÇÃO

Considerando a importância da estimação de harmônicos e inter-harmônicos no sistema de potência, ainda mais no contexto das redes inteligentes, é importante contribuir com o aprimoramento das técnicas de estimação e avaliar seus impactos no sinal do SEP. Adicionalmente, apesar dos avanços dos métodos paramétricos em termos de melhora na resolução, desvantagens como maior complexidade computacional e sensibilidade ao modelo de sinal ainda são fatores limitantes para a ampla utilização dos mesmos. Dessa forma, existe uma lacuna a ser explorada nos métodos paramétricos, o que nos motivou a investigar a técnica de invariância rotacional.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de um novo método para estimação de harmônicos e inter-harmônicos baseado na técnica de invariância rotacional. Como objetivos específicos pretende-se:

- contribuir para redução da complexidade computacional do método de estimação baseado na técnica de invariância rotacional (ESPRIT);
- melhorar o desempenho da estimação de harmônicos e inter-harmônicos em sinais de potência corrompidos com ruídos coloridos.

1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Foi desenvolvido um novo método para estimação de harmônicos e inter-harmônicos, denominado de Método ESPRIT com Banco de Filtros Ajustável (ESPRIT-BF Ajustável), que se apoia na utilização de um banco de filtros projetado de acordo com o sinal a ser analisado, apresentando menor complexidade computacional do que o Estimação de sinal via Técnica de invariância rotacional (do inglês, *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques*) (ESPRIT) e melhor eficiência em cenários com ruídos coloridos. Uma outra metodologia que também utiliza a divisão do espectro foi desenvolvida, porém ela se apoia em banco de filtros fixo. A metodologia com banco de filtros fixo também apresentou resultados relevantes. Assim, com essas duas propostas tem-se o método ESPRIT-BF, que será melhor detalhado ao longo dos próximos capítulos.

Dessa forma, o novo método foi avaliado e comparado com o ESPRIT tradicional através de sinais sintéticos simulados e através da análise de sinais reais adquiridos em laboratório.

1.4 VISITA GUIADA AO TEXTO

O capítulo 2 apresenta uma revisão do estado da arte sobre os métodos de estimação de harmônicos e inter-harmônicos. O Capítulo 3 descreve o método proposto no trabalho, o (ESPRIT-BF ajustável). O Capítulo 4 apresenta e discute os resultados da estimação de harmônicos e inter-harmônicos obtidos para sinais sintéticos simulados e para sinais adquiridos em laboratório. No Capítulo 5, as conclusões desta tese.

2 ESTIMAÇÃO DE HARMÔNICOS E INTER-HARMÔNICOS

O sistema elétrico tem passado por grandes transformações nos últimos anos, com um aumento da geração distribuída através de fontes renováveis e intermitentes, aumento da utilização de eletrônica de potência para controle, aumento da utilização de cargas não-lineares (GARCIA, 2008; ANTUNES; LEÃO & SAMPAIO, 2014), etc. Esses novos aspectos do SEP são motivos de preocupação dos pesquisadores, das concessionárias e até mesmo dos consumidores, uma vez que novos problemas e desafios aparecem neste novo cenário.

Neste sentido, esses novos elementos do SEP podem provocar distorções de tensão e/ou corrente, comprometendo o seu funcionamento e seus equipamentos (GARCIA, 2008). Ao longo de anos, as cargas industriais, comerciais e domésticas foram se modificando, sendo possível afirmar que o sistema de distribuição apresenta atualmente significativa responsabilidade sobre a quantidade de harmônicos injetados no sistema. Como exemplos do novo perfil das cargas no SEP, temos: conversores e compensadores estáticos, fornos à arco, laminadores, sistemas micro-processados, bem como os eletrodomésticos, etc. (GARCIA, 2008).

O controle ou a mitigação de harmônicos tem sido alvo de intensas pesquisas na área de QEE e, portanto, a correta análise do conteúdo harmônico do sinal do SEP também. Além dos harmônicos, os inter-harmônicos têm despertado o interesse na área de QEE, sendo definidos segundo norma IEC 61000-2-1 como (HANZELKA & BIEN, 2004): “Entre as harmônicas da tensão e da corrente na frequência de alimentação, outras frequências adicionais podem ser observadas, as quais não são múltiplas inteiras da fundamental. Elas podem aparecer como frequências discretas ou como um espectro mais amplo”.

Portanto, métodos para estimação de harmônicos e inter-harmônicos estão em constante evolução e apresentam crescente importância no SEP.

2.1 ESTIMAÇÃO DE HARMÔNICOS NO SEP: VISÃO GERAL

O relato de problemas com harmônicos não é recente, não foi mitigado e ainda causa grande preocupação. No início do século XX os autores (BEDELL & TUTTLE, 1906), (FRANK,

1910), (BEDELL & MAYER, 1915), (HEARTZ & SAUNDERS, 1954) fizeram estudos e relataram problemas causados por harmônicos. Assim, ao longo de todos esses anos, diversos métodos para estimar harmônicos foram e estão sendo desenvolvidos para analisar e para mitigar os problemas.

O artigo de (JAIN & SINGH, 2011a) apresenta uma pesquisa com mais de 200 artigos de revista e anais de congressos internacionais, livros e normas, classificando as técnicas de estimação de harmônicos em três categorias: técnicas não paramétricas, técnicas paramétricas e técnicas híbridas. A Figura 1 apresenta um diagrama que ilustra as diferentes abordagens para estimação de harmônicos.

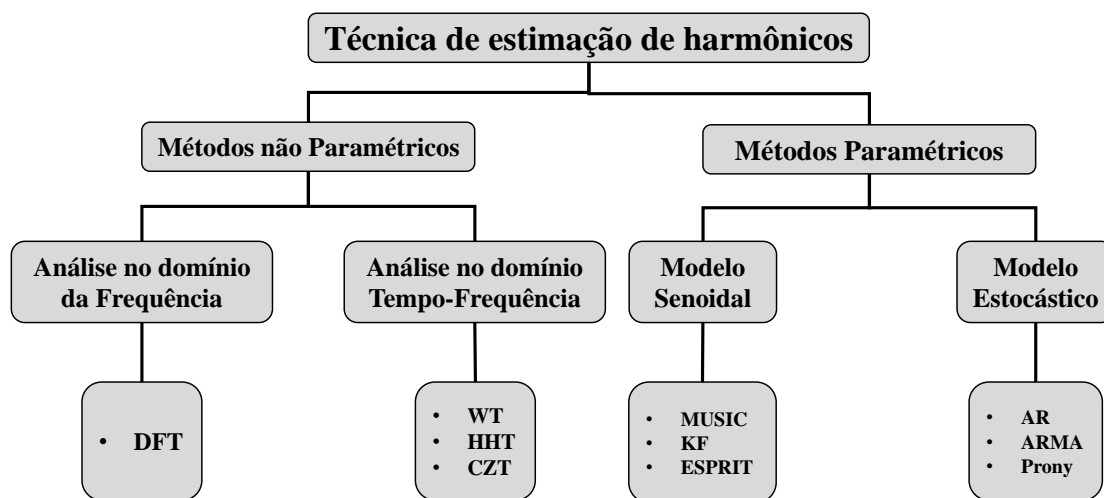


Figura 1: Caracterização das técnicas de estimação de harmônicos(JAIN & SINGH, 2011a).

2.1.1 TÉCNICAS NÃO PARAMÉTRICAS

A Transformada Discreta de Fourier (do inglês, *Discrete Fourier Transform*) (DFT), Transformada Chirp z (do inglês, *Chirp z -transform*) (CZT), Transformada Wavelet (do inglês, *Wavelet Transform*) (WT) e Transformada Hilbert-Huang (do inglês, *Hilbert-Huang Transform*) (HHT) são os exemplos mais conhecidos de técnicas não paramétricas para estimação de harmônicos.

A técnica mais básica e a mais utilizada é a DFT. Na DFT a computação direta requer um número de operações da ordem de N^2 , em que N é o número de amostras do sinal. No ano de 1965, Cooley e Tukey trouxeram a proposta da FFT. Com a FFT foi possível reduzir o número do esforço computacional para obtenção da DFT. A partir disso, a FFT ganhou grande espaço, mesmo com os problemas que são comuns da DFT (GIRGIS & HAM, 1980): o efeito *picket-fence* que ocorre se a forma de onda analisada inclui uma frequência que não é uma das frequências discretas e o vazamento que refere-se ao espalhamento de energia de

uma frequência adjacente, surgindo devido ao truncamento da sequência temporal periódica, quando o truncamento não engloba um ou mais períodos inteiros do sinal.

Assim, o janelamento proposto por (HARRIS, 1978), (PORTNOFF, 1980), (TESTA; GALLO & LANGELLA, 2004), (BARROS & DIEGO, 2006), (REN & WANG, 2010) – indicando que a escolha da janela influencia no desempenho da medição de harmônicos e inter-harmônicos e, a escolha correta da janela reduz o vazamento espectral –, a interpolação proposta por (REN & WANG, 2010), (JAIN & COLLINS, 1979), (GRANDKE, 1983), (ANDRIA; SAVINO & TROTTA, 1989), (SCHOUKENS; PINTELON & HAMME, 1992), (SEDLÁČEK & TITERA, 1998), (ZHANG; GENG & YUAN, 2001), (AGREZ, 2002), (WU & ZHAO, 2005), (QIAN; ZHAO & CHEN, 2007), (CHANG et al., 2008), (BELEGA; DALLET & SLEPICKA, 2010) – indicando que pode-se obter as componentes complexas do sinal e que usando janelamento os resultados tornam-se mais precisos com menos interferências harmônicas –, e a sincronização proposta por (FERRERO & OTTOBONI, 1992), (AIELLO; CATALIOTTI & NUCCIO, 2005), (CATALIOTTI; COSENTINO & NUCCIO, 2007), (AIELLO et al.,), (SZARKA, 2010) – indicando que erros de sincronização podem causar vazamento espectral –, foram apresentadas como soluções para certas deficiências da DFT.

Atualmente, o padrão IEC 6100-4-7 (61000-4-7, 2009) recomenda a sincronização do tempo da janela de acordo com a frequência do sinal para obter o menor vazamento espectral possível (10 ciclos para 50 Hz e 12 ciclos para 60 Hz).

A Transformada Chirp-Z foi uma outra técnica de sincronização sugerida (AIELLO; CATALIOTTI & NUCCIO, 2005). Anteriormente, trabalhos com CZT foram relatados e (WANG, 1990) propõe uma técnica segmentada baseada em CZT apresentando vantagens e capacidade de lidar com uma enorme quantidade de dados de entrada e limitando seu cálculo para uma parte do espectro de frequências de interesse. O método proporcionava alcance dinâmico e razoável resolução de frequência.

(DAPONTE; MENNITI & TESTA, 1996) também usaram a CZT e (TARASIUK, 2011) e (TARASIUK; SZWEDA & TARASIUK, 2011) usaram o CZT e DFT como principal ferramenta para propor um estimador analisador de qualidade de energia.

Considerando as técnicas não paramétricas baseadas em Transformadas Wavelet e Transformadas Hilbert-Huang, os relatos são do final da última década do século XX, especialmente para sinais não lineares e sinais variantes no tempo (JAIN & SINGH, 2011a). Existem trabalhos desde o ano de 1984 que utilizam a abordagem discreta da Transformada Wavelet para estimativa harmônica (JAIN & SINGH, 2011a). Na literatura recente, autores têm usado banco de filtros para executar técnicas de estimação de harmônicos com alguns recursos

aprimorados com filtragem adaptativa, otimização linear e agrupamentos harmônicos (JAIN & SINGH, 2011a).

Em tempo, (YU & YANG, 2009), (CHEN; SUN & CHENG, 2009), (ZHANG; WANG & LIU, 2009) propuseram técnicas baseadas em HHT, indicando o seu potencial para a estimação de harmônicos. O HHT usa o Funções Modo Intrínseco (do inglês, *Intrinsic Mode Functions*) (IMF) adaptativo como as funções básicas para a decomposição e, portanto, permite a análise espectral de dados ainda não-lineares e não-estacionários de forma mais eficaz. Trata-se de uma técnica de processamento de dados que requer ferramentas adicionais para a interpretação exata dos resultados. A precisão e a eficácia da técnica são altamente dependentes do encaixe exato de *spline* ao criar envelopes superiores e inferiores, o que é bastante difícil. Além disso, o HHT requer excesso de amostras de dados para a definição precisa da frequência instantânea e a decomposição não é possível para componentes de frequência. Esta técnica é, portanto, sugerida para aplicações altamente não-lineares, dependendo o máximo de cuidado com as limitações acima.

2.1.2 TÉCNICAS PARAMÉTRICAS

A maioria dos métodos não paramétricos possuem um problema comum que é a resolução de frequência. Sendo assim, a detecção de inter-harmônicos e sub-harmônicos é um desafio para esses métodos. Portanto, as técnicas paramétricas têm sido utilizadas para superar as limitações das técnicas não paramétricas.

Para a estimativa espectral paramétrica, informações a respeito do sinal precisam ser conhecidas ou são assumidas. Por isso, esses métodos podem ser conhecidos como “paramétricos” ou também “baseados em modelo”. Para esse caso, admite-se que o sinal satisfaz um modelo genitor com forma funcional conhecida e, então, o processo pode ser realizado estimando-se os parâmetros para o modelo assumido (HAYKIN, 2001).

Assim, a utilização de técnicas como mínimos quadrados (*least square*), Decomposição em Valores Singulares (do inglês, *Singular Value Decomposition*) (SVD), Auto-regressivo (do inglês, *Autoregressive*) (AR)/Auto-regressivo de média móvel (do inglês, *Autoregressive Moving Average*) (ARMA), etc. têm sido aplicadas para estimar os parâmetros do modelo adequadamente escolhido para estimação de harmônicos e inter-harmônicos.

Schmidt (1986) propôs a técnica de Classificação Múltipla de Sinais (do inglês, *Multiple Signal Classification*) (MUSIC) baseada na decomposição do subespaço de sinal. (WANG & LU, 2006) apresentaram um algoritmo de extração harmônica baseado em MUSIC. Entretanto, o algoritmo MUSIC não é muito popular para estimativa de harmônicos do sinal do

SEP devido a sua alta complexidade computacional.

Roy e Kailath (1989) propuseram a técnica de estimativa de sinal conhecida como ESPRIT para estimação Direção de chegada (do inglês, *Direction of arrival*) (DOA) e que foi aplicada com sucesso para estimativas harmônicas.

Seguindo, nas últimas décadas, novas técnicas baseadas em inteligência artificial e técnicas recursivas ou adaptativas tornaram-se populares. O intuito da criação dessas técnicas era aplicá-las nos métodos convencionais para superarem suas deficiências tais como: imprecisões, ruídos, não linearidades. Como exemplo, (SHARMA & MAHALANABIS, 1973) relataram a aplicação do Filtragem de Kalman (do inglês, *Kalman Filtering*) (KF) na análise harmônica. Mais tarde, depois de um longo período, outros trabalhos foram surgindo e apresentaram propostas de melhorias na Filtragem de Kalman para análise de harmônicos online.

Por fim, mais recentemente, as técnicas que utilizam inteligência computacional têm sido aplicadas para detecção e estimação de harmônicos. (MORI & SUGA, 1991), (OSOWSKI, 1992), (MORI et al., 1992) sugeriram a aplicação de Rede Neural Artificial (do inglês, *Artificial Neural Network*) (ANN) para detecção de harmônicos. (DASH et al., 1996) propõem uma nova abordagem para estimação de harmônicos usando Elemento Linear Adaptativo (do inglês, *Adaptive Linear Element*) (ADALINE). (CHANG; CHEN & LIANG, 2009) propuseram dois estágios ADALINE, em um projeto que seria mais robusto e capaz de detectar inter-harmônicos e (SARKAR; CHOUDHURY & SENGUPTA, 2011) propuseram o S-ADALINE auto-sincronizado proporcionando um aumento na imunidade ao desvio de frequência do ruído. (CHANG; CHEN & TENG, 2010) apresentaram uma técnica baseada em Rede Neural da Função Base Radial (do inglês, *Radial Basis Function Neural Network*) (RBFNN) que possui uma estrutura um pouco mais simples e se apresenta mais adequada para aprender funções com variações e descontinuidades locais. Essas técnicas em um primeiro momento apresentam bom desempenho, mas são extremamente dependentes dos dados utilizados na etapa de projeto (treinamento) do sistema, ou seja, são técnicas dependentes dos dados.

2.1.3 TÉCNICAS HÍBRIDAS

As técnicas híbridas reúnem as características relevantes das técnicas não paramétricas e paramétricas. Assim, o objetivo de utilizar os métodos de estimação de harmônicos não paramétricos e paramétricos era aplicar apenas os pontos fortes restringindo suas deficiências, dessa forma, muitas técnicas híbridas foram propostas (JAIN & SINGH, 2011a).

Liu e Chen (2001) usaram Transformada Wavelet para encurtar o rastreamento de tempo

no método on-line baseado na Filtragem de Kalman, expressando amplitudes e fases de vários harmônicos.

Bracale e Carpinelli (2009) apresentaram o método composto por dois estágios baseado no ESPRIT e DFT. No primeiro estágio, o ESPRIT é usado para estimar a frequência fundamental e os inter-harmônicos. No segundo estágio, a DFT é aplicada com janelas mais precisas.

Subudhi e Ray (2009) usaram ADALINE como estimador adaptativo e mínimos quadrados recursivos e filtragem de Kalman para atualizar os pesos do estimador neural adaptativo como dois métodos separados.

Alfieri et al. (2017) introduziram um método híbrido ESPRIT modificado por wavelet para avaliar componentes espectrais de baixa e alta frequência (supra-harmônicos).

2.2 TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DE HARMÔNICOS

Existem outras classificações para as técnicas de estimação de harmônicos em processamento de sinal além das não paramétricas, paramétricas e híbridas (Figura 1), como por exemplo: métodos recursivos, métodos invasivos, métodos não invasivos, etc. Porém, a maioria dos autores prefere utilizar essas classificações.

Os métodos recursivos são métodos paramétricos especiais de natureza adaptativa ou recursiva.

Os métodos invasivos são propostos para estimarem a impedância harmônica no ponto de acoplamento comum (PAC). Neles, a impedância harmônica é extraída das variações de tensão e corrente que são causadas pelas perturbações injetadas para a rede conectada (NAGPAL; XU & SAWADA, 1998; XU et al., 2002).

Os métodos não invasivos também são propostos para estimarem a impedância harmônica da rede elétrica no ponto de acoplamento comum (PAC). Tais métodos geralmente são baseados na análise de componentes independentes (ICA), que são consideradas técnicas estatísticas e computacionais para revelar fatores ocultos subjacentes a conjuntos de variáveis aleatórias ou sinais (ZUBEN & ATTUX,). (HYVÄRINEN & OJA, 2000) classificam a ICA como uma técnica de processamento de sinal estatístico para recuperar variáveis ou sinais de origem a partir de misturas observadas sem saber a maneira como os sinais da fonte são misturados. Essa técnica vem sendo considerada muito poderosa por seus pesquisadores e alguns autores vêm trabalhando com essa abordagem.

Karimzadeh, Esmaeili e Hosseinian (2015) apresentam um método não invasivo para calcular a impedância harmônica utilizada no ponto de acoplamento (PAC). Segundo eles, o método tem a base no circuito equivalente de Norton para o modelo do PAC com a técnica ICA e através de uma abordagem complexa denominada FastICA eles estimaram a corrente harmônica utilizada e argumentam que o método desenvolvido é eficiente, além de econômico por não requerer dados caros para o instrumento de coleta ou outros instrumentos extras, necessitando apenas de amostras de tensão e corrente. (KARIMZADEH; ESMAEILI & HOSSEINIAN, 2016) utilizam uma abordagem semelhante para avaliar contribuições harmônicas (*BH – background harmonic*) de utilidade e consumo no ponto de acoplamento comum (PAC). Segundo os autores, as principais vantagens do método são a robustez contra distúrbios BH e o fato de que o método não necessita de sistema especial de aquisição de dados. (GURSOY & NIEBUR, 2008) utilizam a ICA para estimar os perfis de carga de fontes harmônicas sem conhecimento prévio de topologia e parâmetros da rede. Os autores propõem um algoritmo para a aplicação em uma rede desregulamentada, já que o número de medições é pequeno e as medidas podem ser tomadas longe das fontes e garantem que o algoritmo pode ser estendido para encontrar o conjunto mínimo de medições para reduzir os custos de medição e aumentar a precisão de estimativa para o problema de posicionamento do medidor de harmônicos. Em (FERREIRA; SEIXAS & CERQUEIRA, 2009) os autores propõem uma nova metodologia baseada em ICA para análise de distúrbios em qualidade de energia (QE). Tais distúrbios, segundo os autores, aparecem misturados no sinal de tensão e, de acordo com seus resultados, a ICA é capaz de separar a ocorrência desses múltiplos distúrbios em QE usando apenas um dispositivo monitorado, comprovando assim, a técnica dos autores.

Voltando à classificação mais usual, os métodos não paramétricos estimam o espectro diretamente do sinal, em termos de alguns coeficientes e um conjunto de funções conhecidas, normalmente chamadas como funções base (Por exemplo: Transformada de Fourier). Considerando o método a ser utilizado, o sinal estimado pode ser ou não independente do tempo.

Contraopondo-se a esta questão, os métodos paramétricos necessitam de um modelo que represente o sinal e, a partir desse modelo, estimam os parâmetros do modelo utilizando os pontos de dados disponíveis. Estes parâmetros estimados vão ser aplicados ao modelo selecionado para que possa ser determinado o conteúdo no sinal.

Assim, essa seção traz um breve resumo das técnicas que integram as categorias mostradas na Figura 1, consideradas de grande relevância para a estimação de harmônicos (JAIN & SINGH, 2011a).

2.2.1 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DFT)

Na cidade de Paris, no século XVII, o matemático e físico francês Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) com seus estudos, demonstrou que qualquer forma de onda poderia ser representada por uma somatória de senóides e cossenóides com diferentes frequências e fases (BOYER & MERZBACH, 2011).

Assim, a DFT transforma o sinal periódico e discreto do domínio do tempo para o domínio da frequência com um intervalo finito de amostras de dados. Dessa forma, a DFT de um sinal periódico de tempo discreto $x[n]$ é definida por:

$$X_{DF}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j(\frac{2\pi}{N})kn} \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots (N-1) \quad (2.1)$$

onde, n é a $n^{\text{ésima}}$ amostra dos dados, N é o número total de amostras e k é o índice de frequência. Metade dos componentes da frequência total compõem a parte negativa do espectro. A fim de reter a informação do tempo, a DFT em janela, também conhecida como *Short Time Fourier Transform* (STFT), pode ser aplicada.

$$X_{STF}[m, f_k] = \sum_{n=0}^{N-1} h(n-m) \cdot x[n] \cdot e^{-j(\frac{2\pi}{N})kn} \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots (N-1) \quad (2.2)$$

Desde a sua apresentação, a FFT se tornou amplamente usada pelos cientistas e passou a ser recomendada pela Norma IEC 61000-4-7. De fato, considerando as vantagens e desvantagens já mencionadas sobre a técnica, a FFT é um algoritmo rápido e eficiente amplamente utilizado para a avaliação da DFT (HEIDEMAN; JOHNSON & BURRUS, 1985).

2.2.2 TRANSFORMADA WAVELET (WT)

A partir da necessidade de uma análise de sinais nos domínios da frequência e do espaço/tempo, surgiu a Transformada Wavelet (WT). A Transformada de Fourier mesmo em sua versão janelada possui restrições quanto a esta forma (OLIVEIRA, 2007).

A WT utiliza wavelets para decompor qualquer sinal para análise detalhada, com resolução múltipla de frequência e tempo. Nesse método, uma wavelet apropriada é comparada com o sinal durante um período de tempo definido e é obtido um coeficiente que é basicamente uma correlação de um sinal com a wavelet mãe. O método é vantajoso por utilizar a decomposição em multirresolução na reconstrução do sinal de entrada, utilizar funções bases suaves e configurar algoritmos com menor complexidade.

Porém, o método necessita de maior tempo no processamento e caso não sejam conhecidas as características do problema em estudo, uma escolha arbitrária da família de filtros para a transformada Discreta Wavelet pode acarretar em grandes perdas de partes significativas de um sinal.

Em WT Discreto (DWT), os parâmetros de dilatação e translação são mantidos em função de um parâmetro m inteiro para obter níveis discretos de decomposição. Para um sinal discreto $x[n]$:

$$X_{DW}[m,k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot \frac{1}{\sqrt{s_{do}^{n-1}}} \Psi^* \left(\frac{n - ku_o s_{do}^{m-1}}{s_{do}^{m-1}} \right) \quad (2.3)$$

onde, k é o índice do coeficiente no nível m ; m dá dilatação s_{do}^{m-1} e k dá o parâmetro de translação $ku_o s_{do}^{m-1}$ e Ψ é conhecido como a wavelet mãe.

Algumas aplicações da Transformada Wavelet estão em compressão de imagens digitais ou analisadores de sinais digitais.

2.2.3 TRANSFORMADA HILBERT-HUANG (HHT)

No caso da HHT, os problemas da não estacionaridade e não linearidade são ultrapassados uma vez que se usa uma decomposição que deriva do próprio sinal (HUANG et al., 1998).

HHT é um método que comporta duas fases Empirical Mode Decomposition (EMD) e Hilbert Spectral Analysis (HSA). As funções de base obtidas derivam do próprio sinal e possuem amplitude e frequência variáveis. O sinal pode ser representado na forma de Funções Modo Intrínseco:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (2.4)$$

Aplicando a Transformada Hilbert:

$$H(c_i(t)) = d_i(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_i(t')}{t-t'} dt' \quad (2.5)$$

onde: d_i é a Transformação de Hilbert do $i^{\text{ésimo}}$ Funções Modo Intrínseco c_i , P é o valor principal de Cauchy.

As Funções Modo Intrínseco c_i e sua Transformada Hilbert d_i formam uma função analítica complexa:

$$z(t) = c_i(t) + jd_i(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \quad (2.6)$$

onde: $a(t)$ representa a amplitude e $\theta(t)$ representa o ângulo de fase.

Assim, dadas as potencialidades do processo de decomposição EMD (que por vezes é usada de forma autônoma), não se recorre à análise espectral. Apesar de ser uma técnica para a qual ainda não existe uma formulação analítica, tem sido aplicada com sucesso em muitas áreas do conhecimento (oceanografia, aplicações financeiras, biomédica, etc.), apresentando resultados bastante significativos.

Algumas aplicações da Transformada Hilbert-Huang são: Biomedicina, química, economia, meteorologia.

2.2.4 TRANSFORMADA CHIRP Z (CZT)

A atenção pela DFT, seja no domínio da análise espectral do sinal ou através do cálculo da convolução, sucede na maioria das vezes pela existência de algoritmos rápidos para a sua computação. Porém, a DFT e os clássicos algoritmos da FFT não dão resposta contudo a alguns problemas práticos, sendo superado pela CZT (*aliasing*, por exemplo) (RESTIVO, 2011).

CZT é a generalização da Transformada Discreta de Fourier. A CZT de um sinal discreto $x[n]$, pode ser expressa como:

$$X_{CZ}[z_k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]A^{-n}W^{nk}, \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots, k-1 \quad (2.7)$$

onde: $A = A_0e^{j2\pi\theta_0}$, $W = W_0e^{j2\pi\phi_0} - A_0$, W_0 , θ_0 e ϕ_0 são números reais.

2.2.5 AUTORREGRESSIVO MÉDIA MÓVEL (ARMA)

Nos modelos de média móvel, as médias das observações são registradas visando uma previsão futura. Para tais modelos as médias móveis podem ser simples, centradas ou ponderadas. Segundo (MORETTIN & TOLOI, 1981) o termo média móvel é utilizado porque à medida que uma observação está disponível, a média das observações é recalculada com a utilização deste valor e desprezando o mais antigo.

Os modelos autorregressivos e de médias móveis designam-se por ARMA(Q,P) e são a junção dos modelos AR (autorregressivo) e MA (média móvel).

Assim, ARMA é uma técnica baseada em um modelo no qual o sinal discreto $x[n]$ é considerado como sendo a saída de um sistema de pólo e zero $H(z)$, em que a entrada é o ruído branco Gaussiano $w[n]$. A função de transferência do sistema pode ser escrita como:

$$H(z) = \frac{x[n]}{w[n]} = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_Qz^{-Q}}{1 + a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_Pz^{-P}} \quad (2.8)$$

onde: P é o número de polos e Q é o número de zeros. O espectro de magnitude pode ser obtido de como:

$$M(e^{j\omega}) = |He^{j\omega}| = \left| \frac{\sum_{i=0}^Q b_i e^{-j\omega} z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^P a_i e^{-j\omega} z^{-i}} \right| \quad (2.9)$$

2.2.6 MÉTODO DE PRONY

O método de Prony é uma técnica utilizada para extrair a senóide ou os sinais exponenciais, resolvendo um conjunto de equações lineares para os coeficientes da equação de recorrência ao qual o sinal satisfaz (KUMARESAN; TUFTS & SCHARF, 1984), (MARPLE, 1979). As amostras de dados x_n serão estimadas por uma função $g(x)$:

$$g(x) = Re^{rx} + Se^{sx} + \dots + Ve^{vx} \quad (2.10)$$

onde: R, S, \dots, V e r, s, \dots, v são constantes escolhidas adequadamente para a correspondência mais próxima com o sinal. A função $g(x)$ irá satisfazer uma equação da forma:

$$Ag_{n+u} + Bg_{n+u-1} + \dots + Ug_n = 0 \quad (2.11)$$

onde u é o número total de termos exponenciais na função.

2.2.7 CLASSIFICAÇÃO MÚLTIPLA DE SINAL (MUSIC)

O MUSIC foi originado do modelo chamado “matriz de covariância”. É um método de alta resolução, usado para a classificação múltipla de sinais (YUN; LIM & LEE, 2011). Nesse caso, a ideia é separar os subespaços de sinal e ruído. Ou seja, se o sinal é composto de P senóides imersas em ruído branco, após a decomposição em autovalores da matriz de auto correlação \mathbf{R} do sinal, uma separação acentuada entre os autovalores do espaço de sinal e ruído é feita (determinado pela magnitude destes) (COLARES; ALVES & LOPES, 2001).

Os autovalores de ruído são significativamente menores do que os autovalores de sinal por conta da alta relação sinal-ruído (SNR).

Assim, estabelece-se o conjunto $\{v_p; p = P + 1, P + 2, \dots, P + K\}$ como o conjunto de autovetores que representam o ruído, com a característica de ser o menos enérgico. Os autovetores que correspondem ao subespaço de sinal são ortogonais ao subespaço de ruído e, portanto, a magnitude espectral $(e^H(f)v_p^H e(f)) = \sum_{p=P+1}^K |e^H(f)v_p|^2$ é nula quando avaliada nas frequências de componentes harmônicas presentes no sinal.

Desse modo, o recíproco dessa quantidade tende ao infinito nas frequências existentes no sinal. Schmidt (KAY, 1987) concluiu esse resultado e de acordo com sua definição, tem-se a Densidade Espectral de Potência (do inglês, *Spectral Density of Power*) (PSD) estimada pelo método de MUSIC como

$$\hat{P}(f) = \frac{1}{\mathbf{e}^H(f)\mathbf{v}_p\mathbf{v}_p^H\mathbf{e}(f)} \quad (2.12)$$

O método MUSIC é vantajoso com relação ao desempenho, mas o alto custo computacional e de armazenamento de informações o torna pouco atrativo (DINIZ, 2015).

Uma forma de solucionar os problemas do MUSIC surgiu com o root-MUSIC que utiliza um conjunto de características de uniformidade relacionadas a vetores sensores (ou ULAs), criando um conjunto com forma analítica simplificada (GALANTE, 1996), (DINIZ, 2015).

2.2.8 FILTRAGEM DE KALMAN (KF)

A Filtragem de Kalman é um conjunto de equações matemáticas que utiliza dados de medição ruidosos e imprecisos e fornece uma eficiente estimação computacional (MEINHOLD & SINGPURWALLA, 1983). Essa iteração é feita de forma recursiva, assim, a equação que define o algoritmo é dada por:

$$y_{n+1} = \phi_n y_n + w_n \quad (2.13)$$

$$x_n = \mathbf{h}_n y_n + \eta_n \quad (2.14)$$

onde: y_n é o vetor de estado e x_n é a medida no tempo. w_n e η_n são erros de modelo e de medição, respectivamente. ϕ_n é o estado matriz de transição que relaciona estado anterior ao estado atual e h_n é a matriz de saída que relaciona o estado com a medição.

A equação recursiva para a atualização das variáveis de estado é dada por:

$$y_n = y_n^0 + \mathbf{K}_n(x_n - h_n y_n^0) \quad (2.15)$$

A matriz \mathbf{K}_n é conhecida como ganho de Kalman.

Aplicações: desenvolvimento de tecnologias espaciais e militares, rádios FM, equipamentos de telecomunicações.

2.2.9 ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS ESPECTRAIS VIA TÉCNICA DE INVARIÂNCIA ROTACIONAL (ESPRIT)

ESPRIT é uma estimativa espectral paramétrica que explora a relação determinística entre subespaços via invariância rotacional, e foi originalmente desenvolvida por Roy *et al.* (ROY; PAULRAJ & KAILATH, 1986; ROY & KAILATH, 1990; OTTERSTEN; VIBERG & KAILATH, 1991). A técnica de invariância rotacional é o coração da técnica ESPRIT. Os componentes de frequência de sinal são compostos por exponenciais complexas e de acordo com a teoria, o deslocamento no tempo de cada exponencial complexa $s_0[n] = e^{j2\pi f n}$ cumpre a seguinte propriedade

$$s_0[n+1] = s_0[n]e^{j2\pi f} \quad (2.16)$$

indicando que o próximo valor da amostra é uma versão da mudança de fase do valor atual, e, em outras palavras, sua rotação no círculo unitário é $e^{j2\pi f}$.

Considerando um sinal na forma vetorial janela-tempo de comprimento- M como suas atuais e futuras amostras $M-1$ como $\mathbf{x}[n] = [x[n] \ x[n+1] \ \dots \ x[n+M-1]]^T$ a serem indicadas em um modelo de exponenciais complexas $\mathbf{s}[n]$, além do vetor de ruído $\mathbf{w}[n]$, tem-se

$$\mathbf{x}[n] = \sum_{p=1}^P \alpha_p \mathbf{v}(f_p) e^{j2\pi n f_p} + \mathbf{w}[n] = \mathbf{V} \Phi^n \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{w}[n] \quad (2.17)$$

onde \mathbf{V} é a matriz $M \times P$ composta por vetores de frequência $\mathbf{v}(f_p) = [1 \ e^{j2\pi f_p} \ \dots \ e^{j2\pi(M-1)f_p}]^T$ de janela de tempo de comprimento- M correspondente a P frequências $\mathbf{V} = [\mathbf{v}(f_1) \ \mathbf{v}(f_2) \ \dots \ \mathbf{v}(f_p)]$, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_p]^T$ é o vetor composto de amplitudes com cada exponencial α_p , e Φ é a matriz diagonal de mudanças de fase entre as amostras de tempo adjacentes de cada componente exponencial complexa de $\mathbf{s}[n]$

$$\begin{aligned}
\Phi &= \text{diag}\{\phi_1 \phi_2 \dots \phi_P\} \\
&= \begin{bmatrix} e^{j2\pi f_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j2\pi f_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j2\pi f_P} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

onde $\phi_i = e^{j2\pi f_i}$. Como é observável, Φ é uma característica invariante de rotação do sinal, conhecido como matriz de rotação, que descreve completamente as frequências das exponenciais complexas do sinal. Usando este fato, o ESPRIT estima os componentes de frequência encontrando a matriz de rotação Φ . A abordagem é feita considerando-se duas sub-janelas $\mathbf{s}_{M-1}[n]$ e $\mathbf{s}_{M-1}[n+1]$ de comprimento $M-1$ sobrepostas dentro do vetor de janela de tempo de comprimento- M , como segue:

$$\mathbf{s}[n] = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{M-1}[n] \\ s[n+M-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(n) \\ \mathbf{s}_{M-1}[n+1] \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

$\mathbf{s}_{M-1}[n]$, a sub-janela de comprimento- $(M-1)$ de $\mathbf{s}(n)$ pode ser expressa da seguinte forma

$$\mathbf{s}_{M-1}[n] = \mathbf{V}_{M-1} \Phi^n \boldsymbol{\alpha} \tag{2.20}$$

A matriz \mathbf{V}_{M-1} é composta da mesma maneira que \mathbf{V} com a diferença que seus vetores de janela de tempo $\mathbf{v}_{M-1}(f)$ são de comprimento $M-1$, $\mathbf{V}_{M-1} = [\mathbf{v}_{M-1}(f_1) \mathbf{v}_{M-1}(f_2) \dots \mathbf{v}_{M-1}(f_P)]$.

De (2.20), as seguintes definições para \mathbf{V}_1 e \mathbf{V}_2 os subespaços correspondentes para as janelas não-escaloadas e escaloadas e suas relações são obtidas;

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{M-1} \Phi^n \quad \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{M-1} \Phi^{n+1} \tag{2.21}$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_1 \Phi \tag{2.22}$$

$$\mathbf{V} \Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

Por outro lado, há relação entre \mathbf{V} e a matriz de autocorrelação de $\mathbf{x}[n]$ (modelo de sinal na Equ. (2.17)), conforme ilustrado nas equações a seguir.

$$\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}[n]\mathbf{x}^H[n]\} = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_w \quad (2.24)$$

$$= \sum_{p=1}^P |\alpha_p|^2 \mathbf{v}(f_p)\mathbf{v}^H(f_p) + \sigma_w^2 \mathbf{I} = \mathbf{V}\mathbf{A}\mathbf{V}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I} \quad (2.25)$$

\mathbf{R}_x , $\mathbf{R}_s = \mathbf{V}\mathbf{A}\mathbf{V}^H$ e $\mathbf{R}_w = \sigma_w^2 \mathbf{I}$ são respectivamente as matrizes de autocorrelação de $\mathbf{x}[n]$, $\mathbf{s}[n]$ e o ruído branco $\mathbf{w}[n]$. A matriz \mathbf{A} é uma matriz diagonal das potências de cada uma das respectivas exponenciais complexas, $\mathbf{A} = \text{diag}\{|\alpha_1|^2 \quad |\alpha_2|^2 \quad \dots \quad |\alpha_P|^2\}$.

Na prática, a matriz de correlação não é conhecida e é estimada a partir das amostras de dados disponíveis $\mathbf{x}[n]$ no tempo n . Praticamente estima-se \mathbf{R}_x por uma matriz de dados \mathbf{X}

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{N} \mathbf{X}^H \mathbf{X} \quad (2.26)$$

onde a matriz de dados \mathbf{X} é composta do empilhamento de N linhas de vetores de dados com janela de tempo de comprimento- M medido com $\mathbf{x}[n]$ amostras como

$$\mathbf{X}_{N \times M} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^T[0] \\ \mathbf{X}^T[1] \\ \vdots \\ \mathbf{X}^T[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \dots & x[M-1] \\ x[1] & x[2] & \dots & x[M] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[N-1] & x[N] & \dots & x[N+M-2] \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Obtendo a matriz de dados \mathbf{X} e aplicando a decomposição de valor singular (SVD)

$$\mathbf{X} = \mathbf{L}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^H \quad (2.28)$$

onde \mathbf{L} e \mathbf{U} são matrizes unitárias $N \times N$ e $M \times M$ dos vetores singulares à esquerda e à direita, respectivamente.

De (2.26), as magnitudes quadradas dos valores singulares iguais aos autovalores de $\hat{\mathbf{R}}_x$ escalados por um fator de N , e os autovetores correspondentes são as colunas de \mathbf{U} . Portanto, \mathbf{U} molda uma base ortonormal para o espaço vetorial dimensional M subjacente. Este subespaço pode ser subdividido em subespaços de sinal e ruído

$$\mathbf{U} = [\mathbf{U}_s | \mathbf{U}_w] \quad (2.29)$$

onde \mathbf{U}_s é a matriz composta de vetores singulares (à direita) correspondentes aos P maiores valores singulares em magnitude. Nota-se que de acordo com o modelo da Equação (2.17)),

todos os vetores de frequência $\mathbf{v}(f)$ para as frequências $f = f_1, f_2, \dots, f_P$ localizam-se no subespaço de sinal. Assim, \mathbf{V} e \mathbf{U}_s ocupam o mesmo subespaço e existe uma transformação invertível \mathbf{T} mapeando \mathbf{U}_s dentro de \mathbf{V}

$$\mathbf{V} = \mathbf{U}_s \mathbf{T}. \quad (2.30)$$

Como a Equação (2.23) particiona a matriz $\mathbf{V}\Phi$ em dois subespaços menores ($M - 1$), particiona-se \mathbf{U}_s da mesma maneira.

$$\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Nota-se que \mathbf{U}_1 e \mathbf{V}_1 correspondem ao subespaço não-escalonado, e \mathbf{U}_2 e \mathbf{V}_2 correspondem ao subespaço escalonado. A relação em (2.30) é mantida entre subespaços correspondentes como segue.

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{U}_1 \mathbf{T} \quad \mathbf{V}_2 = \mathbf{U}_2 \mathbf{T} \quad (2.32)$$

Semelhante à relação de rotação subsespacial entre \mathbf{V}_1 e \mathbf{V}_2 na Equ. (2.22), deve haver uma relação de rotação de subespaço análogo, embora diferente, entre \mathbf{U}_1 e \mathbf{U}_2 como

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_1 \Psi. \quad (2.33)$$

A SVD na matriz de dados \mathbf{X} fornece os subespaços \mathbf{U}_1 e \mathbf{U}_2 . Então, usando uma técnica de mínimos quadrados, obtém-se Ψ de Equ. (2.33)

$$\Psi = (\mathbf{U}_1^H \mathbf{U}_1)^{-1} \mathbf{U}_1^H \mathbf{U}_2 \quad (2.34)$$

Lembrando que a estimativa de frequência do ESPRIT é via de solução para a matriz de rotação do subespaço Φ .

As Equações (2.22), (2.32) e (2.33) juntas levam à estimativa de Φ .

Existem duas maneiras de solucionar \mathbf{V}_2 : (i) substituindo (2.33) em (2.32) e (ii) substituindo (2.32) em (2.22), tem-se $\mathbf{V}_2 = \mathbf{U}_1 \Psi \mathbf{T}$ e $\mathbf{V}_2 = \mathbf{U}_1 \mathbf{T} \Phi$, onde resulta a igualdade

$$\Psi \mathbf{T} = \mathbf{T} \Phi \quad (2.35)$$

onde indica a relação entre os autovetores e autovalores da matriz Ψ . Assim, os elementos diagonais de Φ são os autovalores de Ψ . Dessa forma, a estimativa das frequências é a seguinte:

$$\hat{f}_p = \frac{\angle \phi_p}{2\pi} \quad (2.36)$$

onde ϕ_p para $p = 1, 2, \dots, P$ são os autovalores de Ψ , e $\angle \phi_p$ a fase de ϕ_p .

A Figura 2 mostra o diagrama de blocos com o resumo da teoria juntamente com as relações do algoritmo ESPRIT.

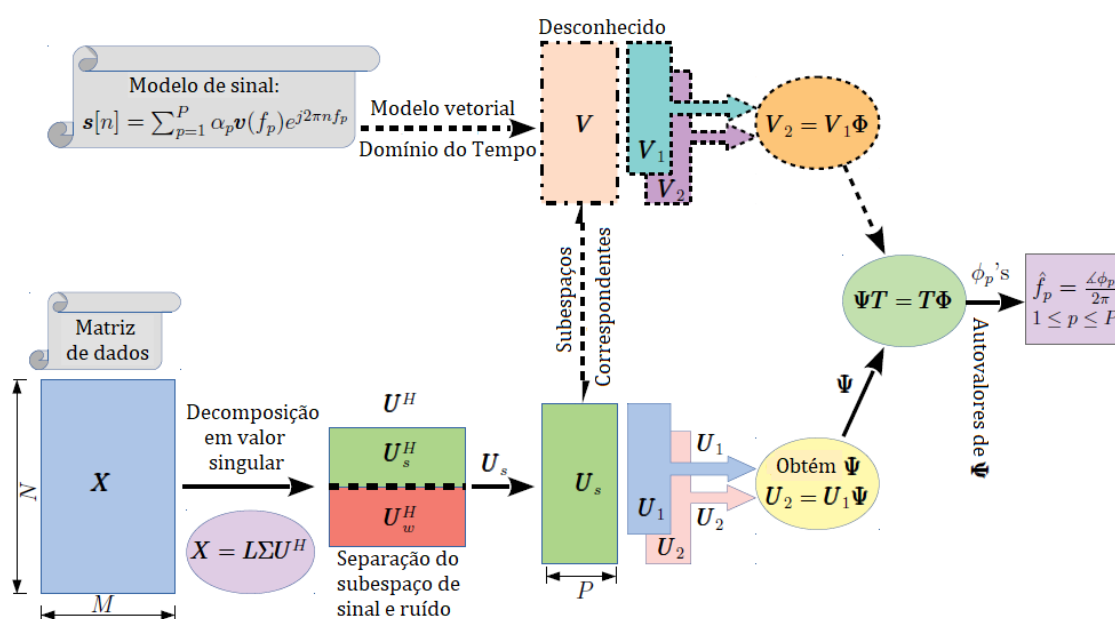


Figura 2: Diagrama de blocos da teoria e do algoritmo ESPRIT. Caixas tracejadas e ovais: relações teóricas sem cálculo; Caixas sólidas e ovais: cálculos práticos de dados medidos.

2.2.10 ATUALIDADES DA TÉCNICA ESPRIT PARA ESTIMAÇÃO DE HARMÔNICOS E INTER-HARMÔNICOS

Esta seção apresenta alguns trabalhos que utilizaram o algoritmo ESPRIT como base para fazer a estimação de harmônicos e inter-harmônicos em SEP. Como dito, a motivação para este projeto é a lacuna existente na área em relação ao assunto em questão. Desta forma, tais trabalhos bem como outras pesquisas, serviram como inspiração para o presente trabalho.

Os autores (ZEINELDIN et al., 2007) empregam o TLS-ESPRIT para monitorar a frequência do gerador como um recurso para detecção de ilhamento. De acordo com os autores, o emprego dos recursos da frequência de oscilação e o fator de amortecimento da forma

de onda de saída da frequência do gerador são extraídos da estimativa ESPRIT. E, segundo os mesmos, examinando as características dos modos resultantes, é possível distinguir uma condição de ilha de uma condição de não-ilha e a vantagem significativa do método é a insignificante zona de não detecção.

(GU & BOLLEN, 2008) propõem a estimação de frequências inter-harmônicas em sinais de tensão e corrente do sistema de energia elétrica utilizando o método de invariância rotacional ESPRIT. Para o sinal não estacionário os autores propõem o método de janela deslizante e introduzem o método *sliding-window* ESPRIT. A discussão do trabalho se aplica a um sinal sintético e três sinais de medição. O trabalho dos autores é bem interessante e acaba complementando o trabalho dos autores de (ALFIERI; CARPINELLI & BRACALE, 2015). O trabalho de (GU & BOLLEN, 2008) dão sugestões aos problemas de janela deslizante como, por exemplo, divisão de linhas e falsos componentes.

Em uma outra análise, o ESPRIT foi aplicado através de um instrumento virtual com álgebra matricial e mínimos quadrados em (ZOLFAGHARI; SHRIVASTAVA & AGELIDIS, 2012) nos índices de qualidade de energia definidos pelo padrão IEEE 1459-2010 (LANGELLA & TESTA, 2010) (MA TLS-ESPRIT). Os autores argumentam que o método é capaz de estimar índices de qualidade de energia com menos ciclos de potência, o que não é possível com técnicas de janelamento, porém, consideram que para estimar fase, número de componentes de frequência e tornar o método mais robusto, a técnica necessita de melhores ajustes.

Já (TRIPATHY; SRIVASTAVA & SINGH, 2010) aplicam uma modificação do ESPRIT nas medições de sincrofasores para identificação do modo de baixa frequência de sistemas de potência. Neste trabalho os autores utilizam um ruído Gaussiano colorido e comparam o método proposto com os métodos Prony aprimorado e com o método cumulativo de quarta ordem 4CB-TLS-ESPRIT. A proposta que os autores articulam para mitigar o ruído Gaussiano colorido é utilizar na técnica TLS-ESPRIT em uma primeira etapa a primeira e a segunda invariância de deslocamento rotacional das propriedades do sinal. Em uma segunda etapa, utilizam o sinal transformado em um sistema de base ortogonal. A técnica se sobressai ao método Prony aprimorado, porém tem uma certa correlação com a 4CB-TLS-ESPRIT.

(YUN; LIM & LEE, 2011) propõem usar uma técnica de filtragem em sub-banda para o algoritmo MUSIC e ESPRIT, com o objetivo de estimar harmônicos em sinais de potência. Nesse método, um banco de filtros QMF (para satisfazer as condições de reconstrução perfeita) com filtros elípticos de resposta ao impulso infinito (IIR) é usado para decompor harmônicos pares e ímpares separadamente visando a melhora dos métodos MUSIC e ESPRIT que segundo os autores são usados para melhorar a complexidade computacional. As

simulações utilizando a técnica com o algoritmo ESPRIT feitas para estimar amplitude e frequência do harmônico ímpar, em alguns casos foi superior ao algoritmo MUSIC. As simulações feitas para estimar amplitude e frequência do harmônico par e ímpar, foi eficaz tanto para o ESPRIT quanto para o MUSIC, mas ainda contabilizam erros acima de 5% e, apesar de confirmarem a diminuição da matriz de autocorrelação não ficou comprovado que houve diminuição da complexidade computacional. A ideia desse artigo é bem interessante, pois os autores usam o banco de filtros para separar os harmônicos e aumentar a eficiência da estimação, uma proposta semelhante a que trazemos neste trabalho. Contudo, como a proposta apresentada pelos autores não considera a variância do sinal analisado, considera-se que a deste trabalho de tese é mais elegante.

Os autores (JAIN & SINGH, 2011b) mostraram que a dimensão necessária da matriz de autocorrelação no ESPRIT depende da ordem do modelo, que está de acordo com os atributos do sinal. Os autores do artigo analisam vários atributos do sinal sobre a dimensão apropriada da matriz de autocorrelação. Este artigo é de grande relevância pois os autores identificam pontos importantes a serem analisados no trabalho com técnicas paramétricas.

Os autores (HAI & CHEN, 2012) usam o ESPRIT para estimativa de parâmetros de frequência, com a estimativa da ordem do modelo baseado na diferença relativa de valores próprios consecutivos e, a aplicação adaptativa da mesma medida (para estimativa de ordem de modelo), através de uma formulação iterativa foi usada para modificar o ESPRIT (pelo tempo da estimativa harmônica) sobre sinais não estacionários pelos autores em (JAIN; SINGH & SINGH, 2012). Ou seja, (JAIN; SINGH & SINGH, 2012) também propõem um modelo para a estimação da ordem exata e detecção de harmônicos e inter-harmônicos baseados no algoritmo ESPRIT. A estimação da ordem é primordial para algoritmos paramétricos como o ESPRIT, e dessa forma, este trabalho desperta grande interesse para nosso estudo. Os autovalores ou os valores singulares da matriz de autocorrelação R_x representam a densidade espectral da potência do sinal medido, existindo uma mudança significativa no ponto de ligação do sinal com o subespaço de ruído. Esse artigo é bastante relevante para algoritmos baseados em ESPRIT, pois o conhecimento da ordem é importante para a estimação paramétrica ESPRIT.

Para os autores de (BANERJEE & SRIVASTAVA, 2014), o ESPRIT foi implantado para uma estimativa do fasor dinâmico do sinal de corrente alternada. A Matriz de Vandermonde da técnica TLS-ESPRIT é aproximada e estendida por uma série de Taylor de segunda ordem para estimar o fasor dinâmico atual. Segundo os autores, diante da comprovação e comparação da técnica deles com a dos autores de (MAI et al., 2011) (que apresentam estimações baseadas na DFT), o método deles se sobressai. As aplicações do método TLS-ESPRIT estendido para série de Taylor de segunda ordem são válidas, porém o método falha para

o overshoot máximo da resposta de passo da amplitude em comparação com determinada variação do método TLS-ESPRIT.

(YANG, 2015) propõe a estimativa de parâmetro harmônico com ruído multiplicativo Gaussiano branco usando o método ESPRIT. O autor constrói uma matriz de autovariância cíclica (baseado em estatística cíclica) usando uma classe de covariância cíclica de harmônicos. Para comprovar a técnica o autor fez simulações conduzidas pela demonstração do estudo numérico de Monte Carlo e comparou com o método estatístico cíclico concluindo que o método proposto por ele se sobressaia. O autor utiliza a matriz de covariância cíclica e com base na estrutura da invariância deslocada, estende-se ao ESPRIT e estima sinais com ruído multiplicativo. A proposta do artigo é sem dúvida interessante, porém os exemplos usados nos dois estudos destacam ressalvas, pois num primeiro momento dão a impressão de não comprovar muito bem a eficácia do método. O que tudo indica é que os exemplos usados pelo autor não exploram o tamanho da matriz cíclica e por algumas referências avaliadas, o tamanho da matriz pode influenciar consideravelmente no resultado e na complexidade computacional.

No artigo de (ALFIERI; CARPINELLI & BRACALE, 2015) os autores utilizam o método *sliding-window* ESPRIT para garantir uma estimativa precisa das distorções da forma de onda com esforços computacionais reduzidos. Dessa forma os autores criam o método MEM (*Modified ESPRIT Method*) que consiste em uma versão modificada da conhecida estimativa paramétrica ESPRIT com janela deslizante. Assim, os autores garantem que o novo método faz uma estimativa precisa das distorções de forma de onda e que requer um esforço computacional significativamente menor do que o tradicional método paramétrico e os métodos híbridos. Apesar da relevância sugerida pelos autores, existem algumas ressalvas a serem feitas: o método foi baseado nas suposições de que as frequências dos componentes espectrais podem ser calculadas uma vez ou, no máximo, algumas vezes ao longo da forma de onda analisada e que o fator de amortecimento possa ser considerado quase constante ao longo das janelas, para reduzir significativamente o esforço computacional necessário. Além disso, observa-se que quando o número de janelas de base aumenta, o método ESPRIT modificado (MEM) aproxima-se do método ESPRIT convencional em termos da precisão dos resultados e do tempo computacional.

Um monitoramento e medição on-line do fasor sincronizado para identificação da qualidade da energia foi proposto por (JAIN, 2016; JAIN; JAIN & SINGH, 2016). (JAIN, 2016) propõe um método, e segundo ele, rápido e confiável para estimar fasores harmônicos sincronizados, tendo como referência o padrão IEEE C37.118.1 para medida do fasor fundamental, utilizando a técnica de invariância rotacional ESPRIT como base. O autor lança a nova técnica

MEMO-ESPRIT que considera a frequência de amostragem do sinal decimada, um sinal periódico não senoidal com frequências harmônicas, coeficiente de amortecimento e determina a ordem do modelo utilizando a diferença relativa (RD). O autor desse artigo trabalha com o ESPRIT usando a Ordem do Modelo Exata Modificada (do inglês, *Modified Exact Model Order*) (MEMO) tendo uma leitura sincronizada com o GPS, estimando os fasores harmônicos dos sinais rapidamente. Entretanto, apesar do autor destacar que seu método reduz a complexidade computacional, não há nenhum cálculo comprovando essa afirmação.

Os autores (CHEN; GENG & YIN, 2016) propõem um método baseado na técnica de invariância rotacional ESPRIT tendo o impulso do ruído modelado por distribuição estável alfa. Dessa forma, o algoritmo estima a frequência fundamental do sinal de potência e a frequência de cada componente harmônico é obtida a partir desta estimativa de frequência. A amplitude dos componentes harmônicos são estimados por Mínimos Quadrados Recursivos (do inglês, *Recursive Least Squares*) (RLS) modificados. Finalmente, um sinal de compensação harmônica é gerado por um filtro de energia ativo com base nas frequências e amplitudes estimadas para cancelar os harmônicos originais. De acordo com os autores: “o método pode ser vantajoso por suprimir harmônicos até mesmo se o impulso de ativação do ruído conseguir ter uma capacidade de rastreamento para mudar harmônicos”. Os autores desse artigo trazem uma ideia muito interessante ao melhorar o ESPRIT por Estatísticas de Ordem Inferior Fracionária (do inglês, *Fractional Lower Order Statistics*) (FLOS), dessa forma eles podem trabalhar com a distribuição estável alfa (que não é uma distribuição Gaussiana). Assim, eles fazem comparações com os algoritmos ESPRIT, MUSIC e Pisarenko, obtendo bons resultados. Destaca-se que essa é uma ideia nova e que pode ser aprimorada, podendo ser muito útil, porém não há relatos sobre a complexidade computacional.

Os autores (PENG & LU, 2017) fazem uma comparação com quatro técnicas de super-resolução para espectro complexos ou pontos de estimação em harmônicos (considerado pelos autores como estimativa de espectro ou pontos reais). Os métodos avaliados são: Root-MUSIC (Múltipla Classificação de Sinais), ESPRIT, Matrix Pencil e MODE (Método de Estimação de Direção). Os dois primeiros métodos utilizam a matriz de covariância e segundo os autores não devem estar totalmente correlacionados, ou seja, os sinais não devem ser coerentes para fazer a estimação dos parâmetros. Os dois últimos métodos não utilizam a matriz de covariância, portanto, podem receber sinais coerentes. Assim, com a intenção de testar esses métodos em diferentes cenários e medir o erro quadrático de cada método, simulações foram feitas no MATLAB com as seguintes conclusões: “O Root-MUSIC e o ESPRIT dependem da matriz de covariância para gerar múltiplas fontes instantâneas e também exigem a classificação de fonte completa; o Matrix Pencil e o MODE podem funcionar apenas para

um grau de fonte instantânea e/ou deficiente e além disso, tiveram um desempenho melhor do que os outros dois na precisão da estimativa”. A técnica Root-MUSIC é a versão melhorada da técnica MUSIC, mas mesmo assim possui alta complexidade computacional. Alguns autores afirmam que o ESPRIT oferece um custo computacional relativamente menor do que o MUSIC. Por isso, a maioria dos autores não utiliza o algoritmo MUSIC como base para estimar harmônicos.

(WEN & LIU, 2017) falam sobre duas decomposições multidimensionais não uniformes de recuperação harmônica (CANDECOMP/PARAFAC) que derivam os algoritmos chamados de SE-T-MUSIC e G-T-ESPRIT. Os autores afirmam que comparando com o algoritmo convencional Tensor-MUSIC, SE-T-MUSIC reduz a complexidade computacional significativamente em termos do número de grades de pesquisa. Por outro lado, o G-T-ESPRIT é um algoritmo com o polinômio que não possui pesquisa baseada em recuperação harmônica multidimensional ou bidimensional. Para avaliar o desempenho dos métodos foram realizadas simulações comparando com os estimadores tensor-auto vetor (TEV) e o esquema tensor-auto vetor com média direta para frente (FB-TEV) e o desempenho foi avaliado de acordo com erro médio quadrático da frequência (AMSFE). Como conclusão, tem-se que: “ambos os algoritmos superaram os estimadores TEV e FB-TEV em termos de AMSFE”. Nesse artigo, apesar da decomposição multidimensional PARAFAC ter derivado o G-T-ESPRIT, o que poderia ser uma vantagem com relação à redução da complexidade computacional, devido ao fato de não haver pesquisa baseada em recuperação harmônica multidimensional ou bidimensional, os autores não conseguem provar esse benefício do método.

No artigo (SAHNOUN; USEVICH & COMON, 2017), é apresentada uma técnica ESPRIT multidimensional (N-D ESPRIT) para estimar parâmetros de exponenciais amortecidas e não amortecidas. O algoritmo proposto é baseado na decomposição de baixo índice de matrizes Hankel de multiníveis formadas por dados multidimensionais. Os autores propõem também um *Fast* N-D ESPRIT usando decomposição em valores singulares truncada (SVD) para reduzir a complexidade computacional de grandes sinais. “Para provar o desempenho da técnica usam: o erro quadrático médio total para comparar o N-D ESPRIT e o *Fast* N-D ESPRIT com os métodos IMDF (*Improved Multidimensional Folding*) e o Tensor-ESPRIT, na presença de ruído gaussiano branco e com uma perturbação de primeira ordem, derivando expressões de variância em modos complexos e; estimam frequências e fatores de amortecimento multidimensionais múltiplos amortecidos com resultados eficazes”. Avaliando as aplicações dos autores, os sinais são modelados por uma superposição de exponenciais complexas de N dimensões não amortecidas. Assim, eles se baseiam no ESPRIT 2D e generalizam para N dimensões. Comparando com outros trabalhos, a vantagem da técnica dos

autores é relevante quando eles introduzem o Fast N-D ESPRIT, com a SVD truncada para reduzir o tempo computacional (apesar de não mostrarem o valor desse tempo, colocando apenas um gráfico indicando que o Fast N-D ESPRIT é mais rápido). Em sua maioria, esses algoritmos são muito lentos, pois normalmente usam SVD completa, cuja complexidade cresce com o tamanho das matrizes envolvidas. Por fim, a principal contribuição dos autores é a análise de perturbação do algoritmo N-D ESPRIT fazendo estimativas de parâmetros dos sinais analisados.

(ALFIERI et al., 2017) desenvolveram um método híbrido aplicando a transformada wavelet modificada discreta de janela deslizante com a técnica ESPRIT (W-SW-ESPRIT) para avaliar componentes espectrais de baixa e alta frequência (supra-harmônicos). Os autores desejavam: avaliar a emissão supra-harmônica, definir índices de qualidade de energia adequados para introduzir métodos e limites padrão, estudar a propagação supra-harmônica e o impacto nos sistemas de potência, definir novos modelos que podem emular a injeção supra-harmônica e usar filtros ativos adaptativos para reduzir a emissão de supra-harmônicos. Os autores afirmam que: “o método permite uma estimativa detalhada no tempo de cada componente espectral de alta frequência e tem capacidade de fornecer as melhores resoluções de tempo e frequência em cada banda para obter representação precisa de frequência e de tempo usando a estratégia de dividir para conquistar”. Sem dúvida é uma proposta muito interessante, em que o método híbrido se mostrou superior a outras técnicas existentes, como por exemplo o espectrograma.

Em (JAIN; TIWARI & JAIN, 2018) os autores apresentam uma técnica de identificação de fontes harmônicas, baseada na potência harmônica total usando a estimativa de parâmetros de sinal via técnica ESPRIT, argumentando que o método (ESPRIT-THD) é mais eficiente que os tradicionalmente usados para essa análise que utilizam a Transformada de Fourier. Os autores se baseiam na premissa de que, como a estimativa precisa das amplitudes e fases de todos os componentes harmônicos presentes é a chave para calcular a potência harmônica, um algoritmo de potência harmônica aprimorado com base na estimativa exata do modelo de alta resolução do parâmetro do sinal via técnica de invariância rotacional (EMO-ESPRIT) seja o mais indicado para estimar fontes harmônicas. Assim, o trabalho apresenta uma técnica de identificação de fontes harmônicas com base no ESPRIT para sistemas de distribuição do tipo radial e não radial, considerando que o cálculo da potência harmônica é sensível ao ângulo de fase e às amplitudes harmônicas. Os autores garantem que o método é robusto contra imprecisões devido ao desvio da frequência fundamental, a medição ruído e vazamento espectral e pode ser aplicado em redes monofásicas ou trifásicas, sistemas equilibrados ou desequilibrados, sistema de distribuição do tipo radial e não radial com

boa precisão e confiabilidade. Porém, identificam que melhorias devem ser realizadas para casos em que duas ou mais fontes harmônicas idênticas da mesma ordem são conectada no sistema.

Os autores (LI & JIANG, 2018) introduziram o ESPRIT *propagator*: um método computacional, considerado por eles, mais eficiente. Essa técnica utiliza o método *propagator* que é uma rápida maneira de calcular o subespaço de ruído, pois não requer a decomposição de autovalor da matriz de covariância. Esse método pode ser usado tanto para o ESPRIT, quanto para o MUSIC e, segundo os autores, seria de grande benefício para a redução do custo computacional. Assim, eles fazem uma análise de desempenho do ESPRIT *propagator* para estimativa DOA. A ideia lançada pelos autores é sem dúvida muito atraente, pois sem a necessidade de calcular a matriz de covariância é possível reduzir o esforço computacional. Porém, como os próprios autores consideraram, ainda não há detalhes completos da análise de desempenho sobre o ESPRIT baseado em propagadores e pode-se observar apenas que o ESPRIT *propagator* e o ESPRIT convencional tem as mesmas eficiências de estimações com alto SNR.

Em (XU & ZHENG, 2019) os autores utilizam uma filtragem SVD e o algoritmo TLS-ESPRIT aplicados à detecção de falhas de intervalo entre estator do DFIG (*Doubly-fed induction generator*) – SVD-TLS-ESPRIT. O método é proposto para detectar falhas no estator de turbinas eólicas. De acordo com os autores, a energia da frequência da componente fundamental é muito maior do que a componente de característica de falha e a energia do ruído. Portanto, a tecnologia de filtragem SVD pode filtrar a energia da componente de frequência e, ao mesmo tempo, algum ruído pode ser filtrado. A partir disso, o TLS-ESPRIT que é baseado diretamente na matriz de Hankel composta por sequências de dados (evitando a matriz de correlação do sinal e simplificando o cálculo), decompõe o espaço do sinal em subespaços de sinal e subespaços de ruído. Os resultados analisados pelos autores indicam que é possível aplicar a combinação de filtragem SVD e algoritmo TLS-ESPRIT para detecção de falhas de intervalo no estator do DFIG por um curto período de tempo (1s) e pode ser usado para garantir o desempenho da detecção de falhas de curto-circuito entre o estator e assim o desempenho de detecção de falhas é inferido para ser aplicável a condições adversas tais como flutuações de carga e interferência de ruído.

Assim, de forma resumida:

- (ZEINELDIN et al., 2007) apresentaram o TLS-ESPRIT.
- (GU & BOLLEN, 2008) apresentaram o *sliding window* ESPRIT;

- (ZOLFAGHARI; SHRIVASTAVA & AGELIDIS, 2012) apresentaram o MA TLS-ESPRIT;
- (TRIPATHY; SRIVASTAVA & SINGH, 2010) apresentaram o TLS-ESPRIT modificado;
- (YUN; LIM & LEE, 2011) apresentaram uma filtragem em sub-banda para o algoritmo MUSIC e ESPRIT;
- (JAIN & SINGH, 2011b) mostraram que a dimensão necessária da matriz de autocorrelação no ESPRIT depende da ordem do modelo;
- (JAIN; SINGH & SINGH, 2012) apresentaram um modelo de estimação de ordem exata;
- (BANERJEE & SRIVASTAVA, 2014) apresentaram TLS-ESPRIT estendido para série de Taylor;
- (YANG, 2015) apresentou ESPRIT por matriz de covariância cíclica;
- (ALFIERI; CARPINELLI & BRACALE, 2015) apresentaram o MEM (*Modified ESPRIT Method*);
- (JAIN, 2016) apresentou a técnica MEMO-ESPRIT;
- (CHEN; GENG & YIN, 2016) apresentaram ESPRIT por FLOS;
- (PENG & LU, 2017) fazem uma comparação com quatro técnicas de super resolução;
- (WEN & LIU, 2017) apresentaram os métodos SE-T-MUSIC e G-T-ESPRIT;
- (SAHNOUN; USEVICH & COMON, 2017) apresentaram os métodos N-D-ESPRIT e *Fast N-D-ESPRIT*;
- (ALFIERI et al., 2017) apresentaram o método W-SW-ESPRIT;
- (JAIN; TIWARI & JAIN, 2018) apresentaram o método ESPRIT-THD;
- (LI & JIANG, 2018) apresentaram o ESPRIT *propagator*;
- (XU & ZHENG, 2019) apresentaram o SVD-TLS-ESPRIT;

2.3 CONCLUSÕES PARCIAIS

Este capítulo apresentou uma breve revisão sobre as técnicas de estimação de harmônicos e inter-harmônicos para o sinal do SEP. Existem abordagens não-paramétricas e paramétricas para o problema e dentre as abordagens paramétricas a Técnica ESPRIT tem sido

bastante utilizada para estimação de harmônicos em sistemas de potência, porém, possui limitações em relação à complexidade computacional e ao seu comportamento quando o ruído não é Gaussiano Branco, como já mencionado.

Dessa forma, abre-se um caminho para a proposta deste trabalho que é apresentar um novo método para estimação de harmônicos e inter-harmônicos baseado na técnica ESPRIT, devido a suas qualidades e seu constante uso na área, porém como toda técnica necessita de melhorias e nesse caso, visando a redução da sua complexidade computacional e a melhora do desempenho em cenários com ruídos Gaussiano branco e coloridos.

Além disso, a nossa proposta infere um banco de filtros ajustável de acordo com o sinal a ser analisado, sendo assim o banco de filtros como a própria ideia já retrata que será configurado no momento de análise, ou seja, não é um banco de filtros fixo. Essa configuração mais elaborada evita uma pré-determinação empírica do sinal e demonstra a eficiência na estimação. E, com uma contribuição a mais, este trabalho também lança um banco de filtros fixo que foi a ideia inicial antes de partir para o banco de filtros ajustável. Com uma configuração mais simples, é possível alcançar um esforço computacional da ordem de L^2 menor em relação ao ESPRIT (ambos calibrados para dar a mesma eficiência), considerando que a configuração ajustável possa também oferecer um esforço menor que o ESPRIT.

Assim, o Capítulo 3 vem para introduzir o método proposto desta tese.

3 METODOLOGIA PROPOSTA

Conforme apontado nos capítulos anteriores, estimação de harmônicos e inter-harmônicos no sinal de SEP tem ganhado cada vez mais a atenção dos pesquisadores, assim como a utilização de métodos paramétricos como forma de melhorar a estimativa. Por outro lado, a literatura indica vantagens e desvantagens de diversos métodos paramétricos e mais recentemente o método ESPRIT tem sido investigado de forma mais detalhada. Desta forma, este trabalho propõe um novo método para estimação de harmônicos e inter-harmônicos baseado na técnica de invariância rotacional, denominado ESPRIT-BF Ajustável, que visa aprimorar limitações do método ESPRIT como a grande complexidade computacional e a sensibilidade a ruído colorido. Este capítulo tem como objetivo apresentar em detalhes o novo método proposto.

3.1 DISCUSSÃO INICIAL

Devido à qualidade e limitações do método de estimação de harmônicos e inter-harmônicos baseado na técnica de invariância rotacional, o ESPRIT, este trabalho propõe um novo método (ESPRIT-BF Ajustável), que visa a redução da complexidade computacional e melhora de desempenho em cenários de ruído colorido quando comparado ao ESPRIT.

Após o estudo detalhado do método ESPRIT, descrito nas seções 2.2.9 e 3.2.3, observa-se que sua complexidade computacional é alta e dependente de parâmetros como número de amostras e número de componentes senoidais presentes no sinal elevados ao quadrado e ao cubo (maiores detalhes na Seção 3.4). Também observa-se que a perda de desempenho em cenários de ruído colorido é consequência do modelo de sinal adotado como sendo corrompido por ruído branco gaussiano, afetando a técnica utilizada para seleção do subespaço de sinal.

Para contornar tais limitações, adotou-se a estratégia de divisão do espectro em sub-bandas para posterior aplicação da técnica de invariância rotacional para realizar a estimação dos parâmetros do sinal. A divisão do espectro em sub-bandas tem o potencial de reduzir a

complexidade computacional do método na medida em que pode reduzir a ordem do sinal a ser analisado e também pode contribuir para melhora de desempenho em cenários de ruído colorido ao reduzir a banda de frequência analisada.

Com essa estratégia e após diversas investigações, que em parte estarão presentes no próximo capítulo, desenvolvemos o método ESPRIT-BF. Inicialmente, adotamos uma estratégia de divisão do espectro por filtros fixos, descrita mais adiante na Seção 3.3, onde quatro filtros são utilizados, dividindo o espectro em quatro bandas de mesmo tamanho. Esta abordagem é simples e direta, porém limitada, uma vez que o número de filtros, sub-bandas e suas características são fixas e, portanto, não dependem das características do sinal de entrada a ser analisado.

Desta forma, a proposta descrita a seguir, ao invés de se apoiar em um banco de filtros fixo, propõe a utilização de um banco de filtros que se adapte automaticamente as condições do sinal analisado, mais especificamente ao número de componentes senoidais presentes no mesmo. Esta estratégia permite a construção de um banco de filtros específico para cada sinal analisado e, portanto, apresenta-se como uma solução mais adequada para o problema.

3.2 MÉTODO ESPRIT-BF AJUSTÁVEL

No método ESPRIT-BF Ajustável, resumido em um diagrama de blocos que pode ser visto na Figura 3, inicialmente divide-se igualmente o espectro em dois *Nível 0*, aplicando-se um filtro passa baixa e um filtro passa alta, seguindo a estratégia clássica de banco de filtros seguido de *decimação*, que divide a banda ao meio ($\frac{F_s}{4}$) juntamente com o espectro do sinal. Logo após essa divisão, aplica-se em cada sub-banda um algoritmo para estimação da ordem do modelo, denominado – EMO – (JAIN & SINGH, 2012) (do inglês *Exact Model Order*) para avaliar o número de componentes senoidais presentes em cada sub-banda. Se o número de componentes senoidais for maior do que *quatro*, haverá uma nova divisão dessa banda, se o número for menor ou igual a *quatro*, a estimação de parâmetros é realizada através da técnica de invariância rotacional ajustada para a ordem identificada na etapa anterior. O final desse processo está indicado na Figura 3 como *Nível 1*.

Caso a ordem estimada do modelo na sub-banda dividida no *Nível 1* seja maior que *quatro*, a banda é novamente dividida em duas, utilizando os mesmos coeficientes de filtros passa-baixa, passa-alta e a respectiva decimação do sinal por dois. Porém, se o número for menor ou igual a *quatro*, a técnica ESPRIT é aplicada e os parâmetros do sinal nas respectivas bandas serão estimados. O final do processo está indicado na Figura 3 como *Nível 2*.

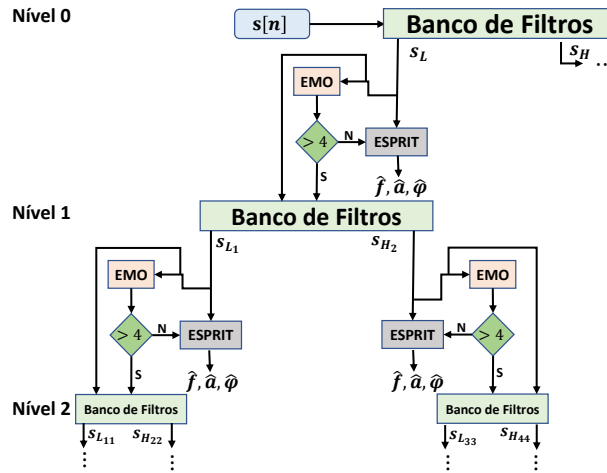


Figura 3: Diagrama do método proposto ESPRIT-BF ajustável.

Finalmente, se nessas novas sub-bandas o número das componentes de frequência for maior que *quatro*, haverá uma divisão dessas bandas, e a técnica ESPRIT será utilizada para estimar os parâmetros. Caso o número for menor ou igual a *quatro*, a técnica ESPRIT será utilizada e os parâmetros do sinal nessas respectivas bandas serão calculados. Este último processo sintetiza o *Nível 3* indicado na Figura 3. Assim, o ESPRIT-BF ajustável é composto por até três níveis, não sendo possível haver mais divisões depois deste último nível, mesmo que o número de componentes senoidais em uma sub-banda seja maior do que *quatro*. Vale ressaltar que o número limite de filtros para a técnica proposta foi uma escolha dos autores.

Portanto, de acordo com o sinal analisado, as sub-divisões das bandas podem ser:

- No passa-baixa: $(0 - \frac{Fs}{32} - \frac{Fs}{16} - \frac{3Fs}{32} - \frac{Fs}{8} - \frac{5Fs}{32} - \frac{3Fs}{16} - \frac{7Fs}{32} - \frac{Fs}{4})\text{Hz}$.
- No passa alta: $(\frac{Fs}{4} - \frac{9Fs}{32} - \frac{5Fs}{16} - \frac{11Fs}{32} - \frac{3Fs}{8} - \frac{13Fs}{32} - \frac{7Fs}{16} - \frac{15Fs}{32} - \frac{Fs}{2})\text{Hz}$.

Dessa forma, o método ESPRIT-BF Ajustável projeta um banco de filtros que é orientado de acordo com o sinal que está sendo analisado, ou seja, o projeto é mais dinâmico e automatizado. Na Figura 3, apenas a decomposição do lado esquerdo é mostrada, ou seja, a saída do primeiro passa-baixa H_L . Caso haja mais que *quatro* componentes na saída do passa-alta H_H , o procedimento é semelhante ao mostrado.

O algoritmo ESPRIT-BF ajustável possui as seguintes etapas, seguindo a Figura 3:

- H_L e H_H filtram o sinal $s(t)$ e estão representados na Figura 3 no primeiro bloco BANCO DE FILTROS. Logo após a filtragem do sinal, a decimação é aplicada, dando origem aos sinais s_L e s_H .

- O sinal decimado de baixa frequência é enviado ao bloco EMO que retorna o número de componentes senoidais presentes neste sinal. A saída do Estimador de Ordem é enviada para um bloco lógico (*número de componentes é > 4?*). Se a resposta for sim, os filtros (contidos em um bloco BANCO de FILTROS) no *Nível 1* subdividem novamente o espectro.
- Se a resposta for não, o fluxo de dados envia a informação do Estimador de Ordem para o bloco ESPRIT e os parâmetros do sinal são estimados (\hat{f} , \hat{a} , $\hat{\phi}$). (*Nível 1*)
- Havendo prosseguimento para o nível seguinte, ou seja, o fluxo de dados prossegue e envia informações novamente para um novo bloco EMO que estima o número de componentes senoidais presentes no sinal. A resposta do algoritmo é enviado para um novo bloco lógico que avalia se o número é maior que *quatro*, repetindo todo o procedimento para o *Nível 2* com até oito filtros e podendo chegar até o *3º Nível*, com até dezesseis filtros.

A Figura 4 indica o processo ocorrido internamente dentro do bloco BANCO de FILTROS indicado na Figura 3.

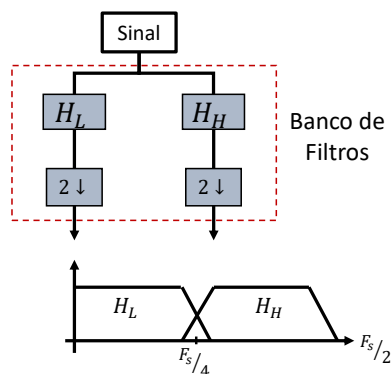


Figura 4: Bloco interno do banco de filtros: divide o espectro igualmente em dois e com a decimação sub-divide a banda ao meio.

Assim, para um melhor entendimento do método proposto, considere por exemplo dois sinais s_1 e s_2 com as seguintes componentes para um $F_s = 7680\text{Hz}$: $s_1 \rightarrow 60\text{Hz}, 30\text{Hz}, 180\text{Hz}, 1260\text{Hz}, 3000\text{Hz}$; $s_2 \rightarrow 60\text{Hz}, 30\text{Hz}, 45\text{Hz}, 180\text{Hz}, 660\text{Hz}, 1260\text{Hz}$. Aplicando o método ESPRIT-BF Ajustável em s_1 e s_2 diferentes bancos de filtros são projetados e aplicados aos sinais para posterior aplicação do estimador ESPRIT, podendo ser visualizado nas Figuras 5 e 6, respectivamente. Na Figura 7, observam-se mais alguns exemplos em que as componentes de frequências estão localizadas na faixa de $0 - \frac{F_s}{4}$.

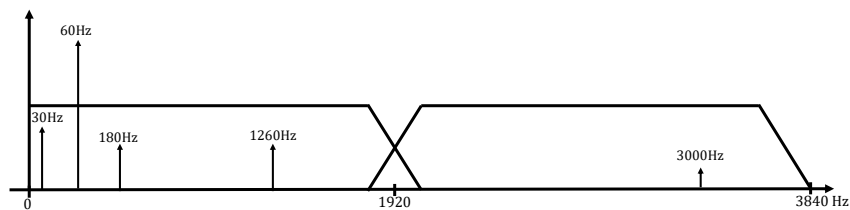


Figura 5: Método proposto executando um banco de filtros para o sinal s_1 usado como exemplo.

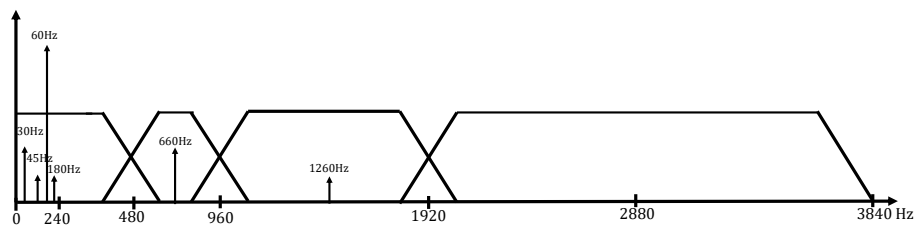


Figura 6: Método proposto executando um banco de filtros para o sinal s_2 usado como exemplo.

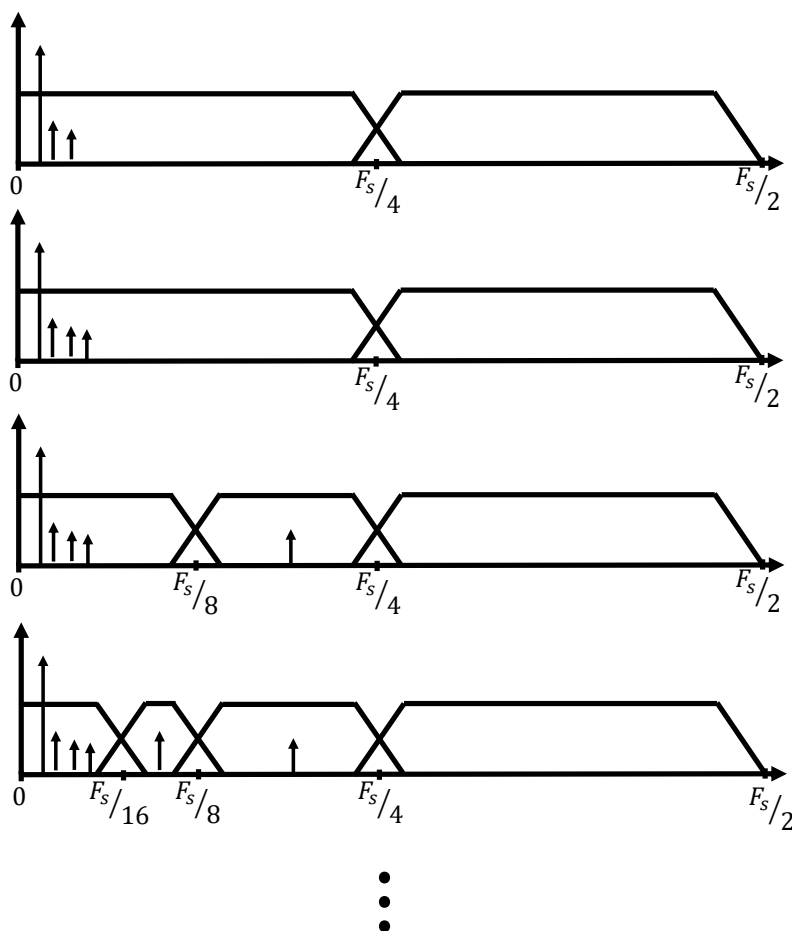


Figura 7: Exemplos para componentes de frequência localizadas na faixa de $0 - \frac{F_s}{4}$.

A Figura 6 mostra que o algoritmo realizará apenas o *Nível 0* para a configuração do banco de filtros. Já a Figura 7 mostra que o algoritmo realizará o *Nível 0*, *Nível 1* e *Nível 2* para a configuração do banco de filtros.

3.2.1 ESTIMAÇÃO DA ORDEM DO MODELO

A determinação da ordem do modelo torna o projeto mais flexível e evita o uso de *ordem* acima do necessário para cada banda do banco de filtros. Esse procedimento auxilia na redução do custo computacional e por essa razão se tornou uma das etapas do método ESPRIT-BF. Para mais informações sobre o algoritmo de estimação de ordem exata (EMO) (JAIN & SINGH, 2012), vide o *Apêndice B*.

A utilização desse algoritmo no método ESPRIT-BF possui algumas restrições que são relevantes serem enfatizadas e, suas atribuições se destacam por:

- A seleção da dimensão M para a autocorrelação da matriz de dados é crucial. Os valores mais altos de M não só levam ao aumento da carga computacional, mas também podem deteriorar o desempenho da estimativa. Existem limites superiores e inferiores (MICKA & WEISS, 1999), que são funções do número de N amostras e o número de componentes de frequência. A seleção de um maior valor de M deve ser opção para uma amostra de dados maior ou quando muitos componentes de frequência estão presentes no sinal.
- O valor ótimo de M depende principalmente do número de N amostras e varia de $0,25N$ a $0,3N$ (MICKA & WEISS, 1999). Ao obter valores de M fora da faixa do valor ideal, o desempenho não aumentará e pode até diminuir em detrimento do aumento da carga computacional (MICKA & WEISS, 1999).
- Além dessa premissa, os valores de M não podem ser muito reduzidos (mesmo estando dentro do valor ótimo), pois dependendo do número de componentes de frequência (se forem muitas) o algoritmo não irá acertar.
- A dimensão da matrix \mathbf{X} de Hankel formada pelo algoritmo é dada por $M \times (N - M + 1)$, se a janela de observação do sinal for muito curta o algoritmo pode não estimar as componentes de frequência.
- Existe também a relação do algoritmo com o ruído, ou seja, o algoritmo é sensível a ruído muito alto.

- Uma outra observação interessante é que no projeto, uma relação sinal-ruído mais alta, componentes de frequência de outras bandas apareceram estimados no algoritmo mesmo que suas amplitudes fossem mínimas. A princípio isso parece ser um ponto negativo, mas numa análise mais minuciosa, percebe-se um ponto positivo do estimador, pois isso mostra que ele não compara ruído, mas sim componentes que estejam localizados nas bordas das bandas dos filtros, conforme demonstrado no artigo de Jain e Singh (2012). Dessa forma, em muitos casos houveram estimações em excesso, ou seja, o algoritmo estimou número de ordem acima do valor correto, mas salvaguardando suas restrições, não estimou ordem abaixo do valor que deveria estimar.
- Uma outra observação, refere-se à variação entre as bandas. Pode ocorrer que uma componente de frequência esteja localizada próxima à sobreposição de bandas e isso teve influência na estimação do algoritmo, ou seja, a mesma componente de frequência apareceu em duas bandas vizinhas.
- Foram observadas certas alterações com a variação de SNR, sendo necessário fazer o ajuste dos valores de M e de N em alguns casos. É válido lembrar que os autores (JAIN & SINGH, 2012) não fizeram a variação do ruído em seus estudos de caso, considerando os casos em que o ruído ficava em torno de 26 dB.

Observa-se a relevância do algoritmo de estimação de ordem na estimação dos parâmetros do sinal. Além disso, o mesmo pode ser utilizado para avaliar a necessidade da subdivisão de uma banda do espectro.

3.2.2 BANCO DE FILTROS

Os filtros digitais podem ser Filtro de Resposta ao Impulso Finita (do inglês, *Finite Impulse Response*) (FIR) ou Filtro de Resposta ao Impulso Infinita (do inglês, *Infinite Impulse Response*) (IIR) (DINIZ; SILVA & NETTO, 2004). Considerando processamento de sinais em taxa única os filtros IIR são em geral os mais utilizados devido ao baixo esforço computacional, quando comparados aos filtros FIR com resposta em magnitude semelhante. Porém, em processamento mult taxa, os filtros FIR são extensivamente utilizados nos bancos de filtros, dadas às condições de reconstrução perfeita do sinal, que podem ser facilmente atendidas, ao contrário dos filtros IIR. Também o esforço computacional dos filtros FIR torna-se extremamente atrativo em algumas aplicações mult taxa (MITRA, 2011), (BOLLEN & GU, 2006).

As principais características dos filtros FIR são: (HAYKIN & BARRY, 2001):

- A função de transferência é um polinômio em z^{-1} ;

- Possui memória finita e, portanto, qualquer transitório tem duração limitada;
- Eles são sempre **BIBO estáveis** (para todo sinal de entrada limitado no sistema, implica em um sinal de saída limitado);
- Eles podem executar uma resposta em módulo desejada com resposta em fase exatamente linear (sem nenhuma distorção de fase).

Já para os filtros IIR, destacam-se essas características como as principais: (HAYKIN & BARRY, 2001):

- A função de transferência é uma função racional em z^{-1} ;
- Para uma resposta em frequência prescrita, o uso de um filtro digital IIR normalmente resulta num comprimento de filtro menor do que o filtro digital FIR correspondente. Porém, esta melhoria é obtida à custa de distorção de fase e um transitório que não se limita a um intervalo de tempo finito.

Assim, utilizam-se as vantagens que cada filtro pode proporcionar para projetar um banco de filtros. Tais bancos podem ser configurados como análise ou decomposição, quando os filtros digitais do conjunto possuem entradas em comum e saídas independentes, ou de síntese ou reconstrução, quando as entradas dos filtros digitais são independentes e suas saídas somadas (YUN; LIM & LEE, 2011), (MITRA, 2011).

Os filtros usados no banco de filtros afetam a eficiência do ESPRIT-BF proposto. Para esclarecer o papel de cada característica do filtro passa banda no ESPRIT-BF, observa-se que cada sinal separado pela sub-banda do filtro é composto da saída da banda de passagem do filtro além da saída da banda de rejeição. A banda de rejeição do filtro atenua o efeito de outras sub-bandas, mas não o elimina completamente, e, devido a isso, a decimação espalha o espectro de cada sub-banda para cobrir toda a faixa no limite da amostragem $0 - \frac{F_s}{2}$. Desta forma, existirá um espectro atenuado de outras sub-bandas (*aliasing*) se sobrepondo ao conteúdo de frequência da banda correspondente.

É importante salientar que neste trabalho não foi realizada uma avaliação de diversos bancos de filtros existentes. A escolha buscou o atendimento as características e restrições discutidos nesta seção. A escolha em trabalhar com filtros IIR ou filtros FIR sempre dependerá muito do interesse final e ambos podem ser aplicados no método ESPRIT-BF, mas para o método Ajustável, decidiu-se por filtros FIR devido às vantagens frente a filtros IIR quando utilizados em bancos de filtro com sucessivas decomposições.

A Figura 8 e a Figura 9 ilustram a árvore de decomposição do banco de filtros usado no trabalho de tese proposto, onde: s_i^L representa o sinal decimado por L e as funções de transferência da decomposição das sequências apresentadas na Figura 8 e na Figura 9 podem ser identificadas através de identidades nobres (RIBEIRO et al., 2013):

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k z^{-k} \quad (3.1)$$

$$H_{s_{L111}^{16}}(z) = H_L(z) H_L(z^2) H_L(z^4) H_L(z^8) \quad (3.2)$$

$$H_{s_{H141414}^{16}}(z) = H_H(z) H_H(z^2) H_L(z^4) H_H(z^8) \quad (3.3)$$

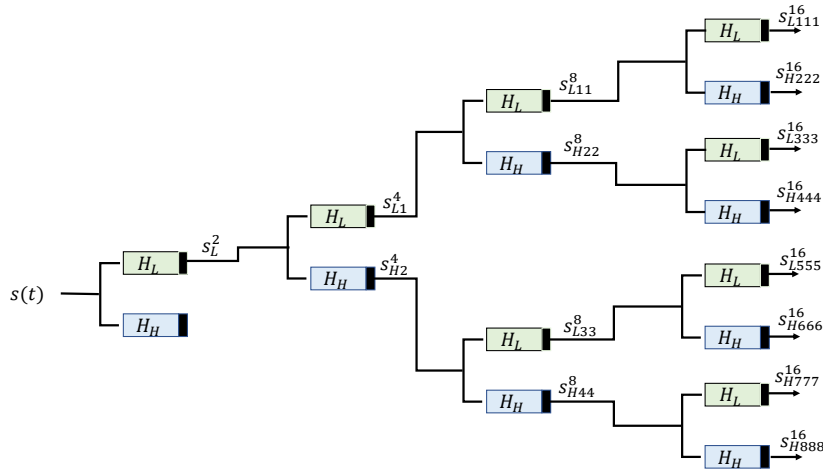


Figura 8: Filtros do passa-baixa: $(0 - \frac{F_s}{4})$.

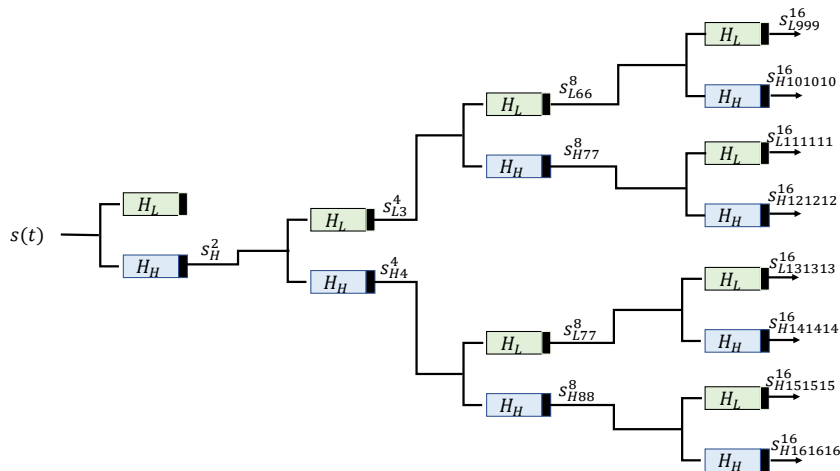


Figura 9: Filtros do passa-alta: $(\frac{F_s}{4} - \frac{F_s}{2})$.

$$H_{s_{L111}}^{16}(z) = H_L(z) H_L(z^2) H_L(z^4) H_L(z^8) \quad (3.4)$$

$$H_{s_{H141414}}^{16}(z) = H_H(z) H_H(z^2) H_L(z^4) H_H(z^8) \quad (3.5)$$

3.2.2.1 DOWM-SAMPLING

Os componentes básicos na alteração da frequência de amostragem são o interpolador (*up-sampler*) e o decimador (*down-sampler*), os quais aumentam e diminuem, respectivamente, a frequência de amostragem (HAI & CHEN, 2012). Esses componentes em conjunto com os filtros digitais formam a conceituação básica para que se faça o processamento em multitaxa. A *decimação* reduz a frequência de amostragem por meio de um fator L inteiro (HAI & CHEN, 2012).

Em uma operação *down-sampling*, somente as amostras de $x(n)$, onde n é um múltiplo de L são usadas, e o resto das amostras são decimadas (HAI & CHEN, 2012).

$$x^{L\downarrow}(n) = x(Ln) \quad (3.6)$$

O espectro do sinal no domínio da frequência, logo após a decimação, é alargado e caso o espectro do sinal original seja maior que $\frac{\pi}{L}$, ocorre o fenômeno da sobreposição ou o chamado *aliasing* (HAI & CHEN, 2012).

Para o método ESPRIT-BF usado nesse trabalho, considere a situação em que as componentes de frequência compõem o caso para um banco de filtros com L igual ao número de bandas (Figura 10). Nesse caso, a saída de cada um dos filtros será uma sub-banda que ocupa $1/L$ do espectro do sinal.

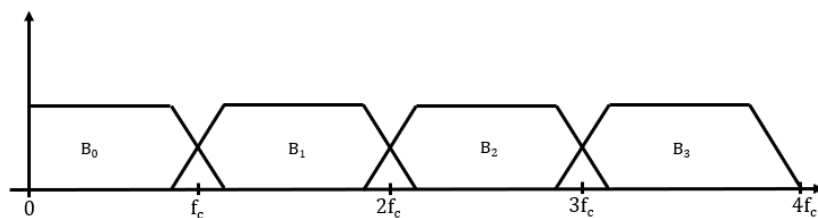


Figura 10: Exemplo em que no método proposto ESPRIT-BF L é igual a quatro e o número de banco de filtros é igual a quatro.

Devido ao *down-sampling* pelo fator de L , o espectro de cada sinal da sub-banda é espalhado L vezes.

Considerando o efeito de *down-sampling* acima mencionado no mapeamento da localização das frequências no espectro de espalhamento, após a sua estimativa, o efeito do espectro de dispersão pode ser compensado pela seguinte realocação:

$$\hat{f}_i = \begin{cases} i \times f_c + \frac{1}{L} \hat{f}_i^{L\downarrow}, & i = 0, 2, 4, \dots \\ (i+1) \times f_c - \frac{1}{L} \hat{f}_i^{L\downarrow}, & i = 1, 3, 5, \dots \end{cases} \quad (3.7)$$

onde $\hat{f}_i^{L\downarrow}$ é a frequência estimada para a i -ésima sub-banda de propagação, e \hat{f}_i é a frequência corrigida removendo o efeito *down-sampling*.

Assim, pode-se generalizar a Equação (3.7) para todos os casos do método proposto.

3.2.3 ESPRIT

De acordo com as equações apresentadas na Seção 2.2.9, as frequências \hat{f}_p dos componentes senoidais do sinal são estimadas pelo ESPRIT. Conforme mencionado anteriormente, como o método proposto utiliza banco de filtros, a frequência estimada ($\hat{f}_p = \hat{f}_i^{L\downarrow}$) deve ser corrigida (\hat{f}_i), Equação (3.7).

Para o cálculo das amplitudes, constrói-se α_1 que é uma matriz (que usa os autovalores ϕ_p) com o número de linhas do tamanho do sinal (N) e o número de colunas de acordo com as componentes de frequência P ou a ordem (*ord*) do sinal dada por:

$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ (\lambda_1)^1 & (-\lambda_1)^1 & (\lambda_2)^1 & \dots & (-\lambda_p)^1 \\ (\lambda_1)^2 & (-\lambda_1)^2 & (\lambda_2)^2 & \dots & (-\lambda_p)^2 \\ (\lambda_1)^3 & (-\lambda_1)^3 & (\lambda_2)^3 & \dots & (-\lambda_p)^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\lambda_1)^{N-1} & (-\lambda_1)^{N-1} & (\lambda_2)^{N-1} & \dots & (-\lambda_p)^{N-1} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Onde: λ_i corresponde aos autovalores para P frequências.

Uma transformação baseada em mínimos quadrados (*Least Square*) é realizada utilizando a matriz α_1 e o sinal de (2.28).

A solução do sistema é dada encontrando o resultado do valor absoluto do vetor β (vetor com amplitude e fase das senóides) que é multiplicado por dois de forma ordenada fornecendo os valores das amplitudes.

$$\alpha_1 \beta = \mathbf{X} \quad (3.9)$$

onde \mathbf{X} corresponde a matriz de dados.

$$\hat{\alpha} = |2 * \beta| \quad (3.10)$$

Nas fases ($\varphi_p = \angle \phi_p$), os valores estimados também sofrerão o efeito *aliasing* da decimação devido ao uso de banco de filtros no método ESPRIT-BF proposto. Dessa forma, as fases estimadas também são corrigidas, considerando o efeito do banco de filtros e do estimador ESPRIT. Assim, a fase corrigida é dada da seguinte maneira:

$$\hat{\varphi} = \varphi_{ESPRIT} + \varphi_{BF} - \varphi_T \quad (3.11)$$

onde φ_{ESPRIT} é a fase inicialmente estimada pelo algoritmo ESPRIT, φ_{BF} é a fase correspondente ao filtro e φ_T é a fase relativa ao transitório do filtro.

Para um melhor entendimento da Eq.(3.11) considere um sinal digital:

$$x[n] = \cos(\omega_h n + \theta_h) \quad (3.12)$$

onde ω_h é a frequências harmônica e θ_h a fases do sinal.

O sinal $x[n]$ ao ser filtrado sofre um atraso e torna-se:

$$x_f[n] = \cos(\omega_h n + \theta_h - \theta_{fh}) \quad (3.13)$$

onde θ_{fh} é a defasagem imposta pelo filtro.

Além disso, existirá um transitório contido nas amostras desse sinal filtrado e que deve ser descartado da análise conforme ilustrado na Figura 11.

Assim, ao utilizar o algoritmo ESPRIT para fazer as estimações do respectivo sinal $x[n]$, tem-se as fases estimadas θ_{ESP} , porém, como dito esse parâmetro é um valor aparente, sendo assim:

$$\begin{aligned} \theta_{ESP} &= \theta_h - \theta_{fh} + \omega_h N \therefore \\ \theta_h &= \theta_{ESP} + \theta_{fh} - \omega_h N \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde N é o número de amostras da parte transitória do sinal.

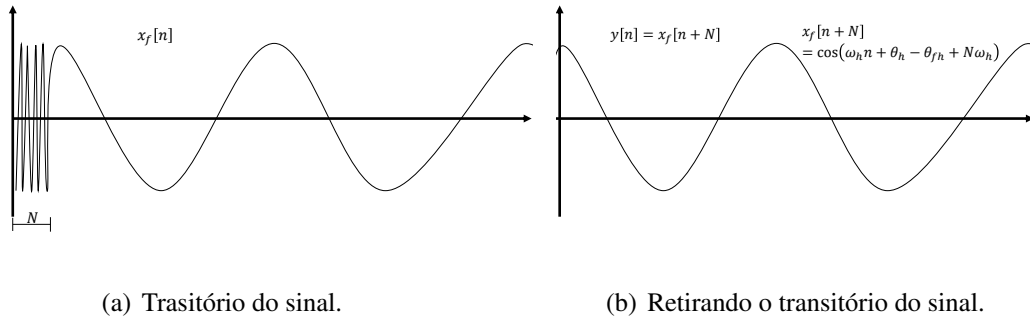


Figura 11: Representação do transitório para N amostras do sinal $x[n]$. (a) Transitório no sinal filtrado após passar pelo filtro. (b) Representação do sinal sem o transitório.

A analogia da Equação (3.11) com a Equação 3.14 pode ser feita e $\hat{\varphi}$ é equivalente a θ_h , φ_{ESPRIT} é equivalente a θ_{ESP} , φ_{BF} é equivalente a θ_{fh} e, finalmente, φ_T é equivalente a $\omega_h N$.

Para os decaimentos exponenciais, considerando um fator de amortecimento diferente de zero na Equação ((2.18)), tem-se:

$$\Phi = \begin{bmatrix} e^{-\beta_1 + jw_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-\beta_2 + jw_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\beta_{\tilde{P}} + jw_{\tilde{P}}} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\lambda_i = e^{-\beta_1 + jw_i} = e^{j2\pi f_i}, i = 1, 2, \dots, \tilde{P} \quad (3.16)$$

Desta forma, o fator de amortecimento é obtido por:

$$\beta_i = -\text{Re}(\ln(\lambda_i)) \quad (3.17)$$

Diante do que foi discutido no capítulo 2 (seção 2.2.8) e considerando o acima exposto, resume-se o algoritmo ESPRIT, utilizado como parte do método proposto, nos seguintes passos:

1. A partir de $x[n]$ monta-se a matriz de dados \mathbf{X} de dimensão $M \times M$.
2. Da matriz \mathbf{X} faz-se a decomposição SVD e forma-se a matriz $\mathbf{U} = \mathbf{U}_s | \mathbf{U}_w$.
3. Com base no valor dos autovalores é possível realizar um *denoising*, pois os autovalores com mais energia são os que vão estimar as frequências, amplitudes, fases e decaimentos (forma-se a matriz $\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix}$). De \mathbf{U}_s formam-se duas sub-matrizes $\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_1 \Psi$, sendo possível encontrar os autovalores.

4. Como a SVD na matriz de dados \mathbf{X} fornece os subespaços \mathbf{U}_1 e \mathbf{U}_2 , usando a técnica de mínimos quadrados obtém-se $\mathbf{\Psi}$: $\mathbf{\Psi} = (\mathbf{U}_1^H \mathbf{U}_1)^{-1} \mathbf{U}_1^H \mathbf{U}_2$. Lembrando que a estimativa de frequência do ESPRIT é via de solução para a matriz de rotação do subespaço $\mathbf{\Phi}$ e através das relações $\mathbf{V}_2 = \mathbf{U}_1 \mathbf{\Psi} \mathbf{T}$ e $\mathbf{V}_2 = \mathbf{U}_1 \mathbf{T} \mathbf{\Phi}$, chega-se a igualdade $\mathbf{\Psi} \mathbf{T} = \mathbf{T} \mathbf{\Phi}$, que indica a relação entre os autovetores da matriz $\mathbf{\Psi}$. Assim, os elementos diagonais de $\mathbf{\Phi}$ são os autovalores de $\mathbf{\Psi}$. Então, realiza-se um *LeastSquare* dividindo as sub-matrizes, encontra-se os autovalores λ_i e forma-se a matriz $\mathbf{\psi}_{LS}$. Ordena-se, então os autovalores em ϕ_p .
5. Estima-se as frequências $\hat{\mathbf{f}}$.
6. Define-se a matriz $\boldsymbol{\alpha}_1$ usando \mathbf{X} . Estima-se as amplitudes $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$.
7. Estima-se as fases $\hat{\phi}$.
8. Estima-se os fatores de amortecimento β_i .

A Figura 12 mostra o fluxograma do algoritmo ESPRIT de acordo com as equações mostradas nesse trabalho.

3.3 ESPRIT-BF FIXO

Apesar deste trabalho ter apresentado uma topologia de banco de filtros que se ajusta de acordo com a característica do sinal avaliado (banco de filtros ajustável), foram testadas outras topologias que obtiveram resultados relevantes.

Essas arquiteturas se baseiam em bancos de filtros fixos com o método ESPRIT-BF decompondo o sinal em sub-bandas L de igual largura de banda e reduzindo a amostragem do sinal de cada sub-banda pelo mesmo parâmetro L . Em seguida, em uma estrutura paralela, o ESPRIT-BF executa ESPRIT convencional em cada uma dessas sub-bandas do sinal.

A configuração do ESPRIT-BF fixo pode ser observada na Figura 13. Observe que para esse caso o método entrega um projeto apenas para largura de bandas iguais.

A seguir a descrição de cada passo do método ESPRIT-BF fixo:

1. Os L filtros passa-banda do banco de filtros filtram separadamente o sinal $s(t)$ e dão os sinais $s_0(t), s_1(t), \dots, s_L(t)$ nas L sub-bandas.
2. Cada um dos i -ésimos sinais das sub-bandas s_i são decimados pelo parâmetro L equivalente ao número de filtros passa-banda usados no banco de filtros, resultando em $s_i^{L\downarrow}$.

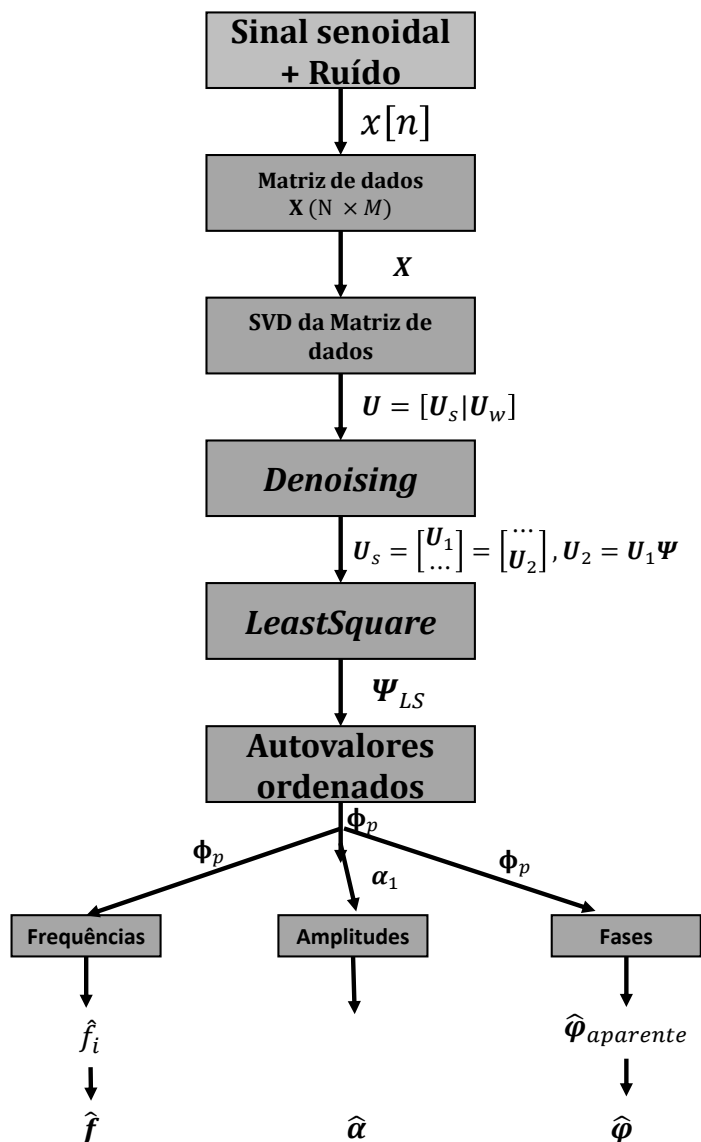
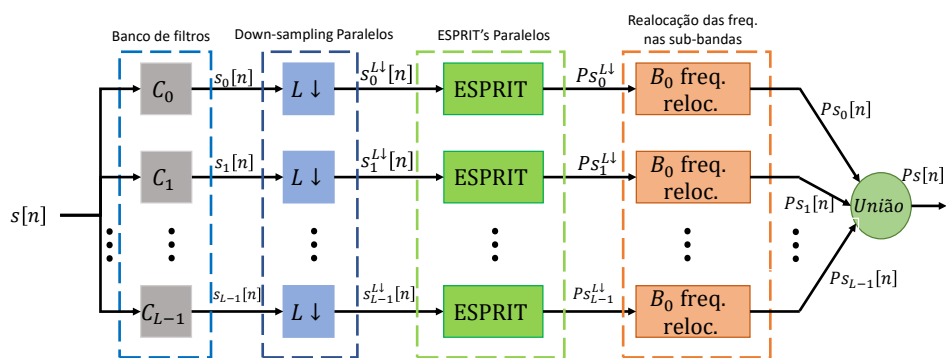
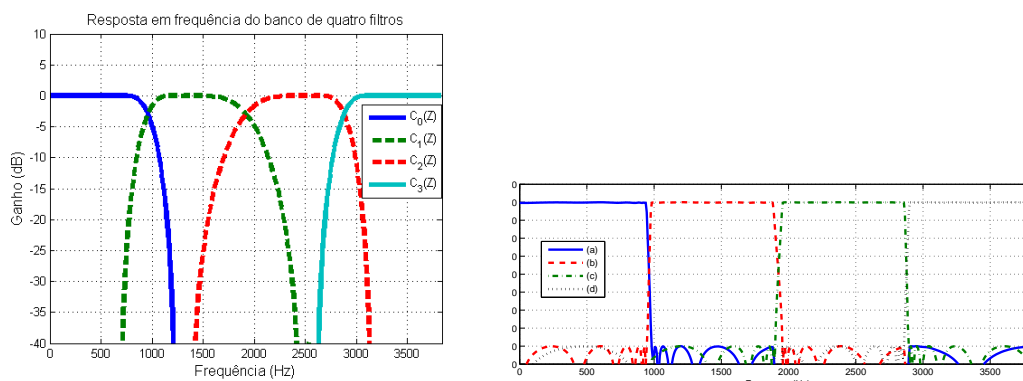


Figura 12: Fluxograma do algoritmo ESPRIT.



$P_{s_i}[n]$ é o conjunto dos parâmetros do sinal indicado pelo subscrito $s_i[n]$.

Figura 13: Método ESPRIT-BF fixo



(a) Estrutura otimizada de um banco de filtros FIR.

(b) Banco de filtros IIR.

Figura 14: Estruturas com banco de filtros fixo.

3. O ESPRIT estima individualmente os parâmetros de cada sinal das sub-bandas decimadas $s_i^{L\downarrow}$.
4. Os parâmetros estimados são realocados para a sub-banda correspondente. A união dos parâmetros obtidos para todas as sub-bandas faz o conjunto dos parâmetros do sinal.

As topologias utilizadas com banco de filtros fixo foram bancos com quatro, oito e dois filtros.

A Figura 14 mostra exemplos de estruturas usadas com banco de filtros com quatro filtros. Na Figura 14(a) é mostrado uma estrutura de um banco de filtros FIR de Johnston 12 dB (BOLLEN & GU, 2006), (MITRA & KUO, 2006). Na Figura 14(b) é mostrado uma estrutura de um banco de filtros IIR ordem 24 com atenuação de banda de rejeição de 80dB e largura de transição 20Hz.

Metodologias fixas para bancos com dois filtros e com oito filtros também foram testados. Comprovações na prática revelaram que um número menor de bandas tende a aumentar a complexidade computacional e para um número maior de bandas, como a complexidade relaciona-se com a ordem, nesses casos, ao avaliar um estudo de filtros ótimos, o resultado indicou menor complexidade. Porém, a questão da eficiência dos filtros é o que implica nesse caso. A sobreposição das bandas torna mais difícil o uso prático de um banco de filtros com muitas bandas.

Dessa forma, o uso de um banco com quatro filtros foi a proposta escolhida para esse projeto de bancos de filtros fixo. A grande contribuição desta metodologia é redução na complexidade computacional. A divisão do espectro é utilizada, sendo possível reduzir a matriz de dados \mathbf{X} e conseqüentemente reduzir a complexidade computacional. Além disso,

o método também demonstrou ser mais vantajoso na estimação de parâmetros com ruídos que a técnica ESPRIT.

3.4 COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

A maioria dos métodos paramétricos tem alta carga computacional. Principalmente devido ao envolvimento da decomposição de autovalores ou inversão de matrizes, cada um tem o requisito de carga computacional de $O(MN^2)$ e $O(N^3)$, respectivamente para matrizes $N \times M$ e $N \times N$.

Por exemplo, o método paramétrico de Prony requer a decomposição de valores singulares de uma matriz Toeplitz, encontrando as raízes da inversão polinomial e depois da matriz por estimativa de mínimos quadrados da matriz de Vandermonde (ZYGARLICKI et al., 2010).

Entre os métodos paramétricos, o MUSIC (SCHMIDT, 1986) e o ESPRIT são conhecidos por sua alta resolução. Assim, como ilustrado por (ROY & KAILATH, 1989), o ESPRIT tem 10^5 vezes menor esforço computacional que o MUSIC.

Analisando a complexidade computacional do ESPRIT através número de multiplicações necessárias, chega-se ao seguinte resultado (MOON & STIRLING, 2000):

$$O_{ESPRIT} = 9N^3 + 12MN^2 \quad (3.18)$$

onde N é o número de linhas e M é o número de colunas (relacionado ao número de atrasos) da matriz de autocorrelação.

O *Lema 1* demonstra a carga de complexidade do algoritmo ESPRIT-BF comparado ao ESPRIT, enquanto ambos estão definidos para fornecerem eficiências equivalentes.

Lema 1. *Supondo que a distribuição dos componentes de frequência ao longo do espectro de sinal seja uniforme, então ESPRIT-BF com desempenho próximo ao ESPRIT, tem a vantagem de ordem computacional L^2 vezes menor que o ESPRIT (SANTOS et al., 2020).*

$$O_{(ESPRIT-BF)} \approx \frac{1}{L^2} O_{(ESPRIT)} \quad (3.19)$$

Prova. Devido à suposição de distribuição uniforme dos componentes de frequência, uma vez que o ESPRIT-BF divide o espectro do sinal em L sub-bandas, cada uma separada por uma estimativa ESPRIT, M pode ser dividido por L para cada ESPRIT individual.

Por outro lado, uma vez que o espectro é distribuído L vezes para cada bloco ESPRIT

no algoritmo ESPRIT-BF, subsequentemente, conforme esperado, a resolução de detecção de frequência aumenta L vezes.

Portanto, a aquisição de um instantâneo L vezes mais curto que $\frac{N}{L}$ do sinal deve resultar na mesma resolução que o ESPRIT sem dispersão de espectro.

Assim, da Equação (3.18), para ter um desempenho semelhante ao ESPRIT, espera-se que a ordem computacional da execução do ESPRIT-BF seja a seguinte:

$$O_{(ESPRIT-BF)} = L \left(9 \left(\frac{N}{L} \right)^3 + 12 \frac{M}{L} \left(\frac{N}{L} \right)^2 \right) + L N p = \quad (3.20)$$

$$\frac{1}{L^2} (9N^3 + 12MN^2) + L N p \quad (3.21)$$

O segundo termo é devido à carga computacional de implementação de L filtros de ordem p . O segundo termo é ignorável comparado ao primeiro termo $O(N^3)$, então

$$O_{(ESPRIT-BF)} \approx \frac{1}{L^2} (9N^3 + 12MN^2) \quad (3.22)$$

Observa-se que a Equação (3.22) se encaixa para o método proposto ESPRIT-BF considerando a proposta com o banco de filtros fixo, pois nessa situação o número de sub-bandas L é igual ao fator de decimação utilizadas nas sub-bandas. Assim, o método ESPRIT-BF Ajustável é um método que apresenta complexidade computacional dependente do conteúdo do sinal em análise.

Adicionalmente, o ESPRIT-BF Ajustável utiliza o algoritmo EMO para avaliar a necessidade de sub-divisão de uma determinada sub-banda, mas ao fazer uma análise mais minuciosa do algoritmo de estimação de ordem exata (EMO), a matriz de dados \mathbf{X} utilizada nesse algoritmo para a determinação da matriz de autocorrelação \mathbf{R}_x pode ser usada também pelo ESPRIT. Dessa forma, o custo computacional para o ESPRIT-BF Ajustável deve ser avaliado caso a caso, seguindo como base a Equação (3.22) aplicada a cada utilização do ESPRIT e do EMO quando a ordem do modelo for maior do que *quatro*, levando em conta os valores de M e N nas respectivas sub-bandas. A complexidade computacional do método será então o somatório das contribuições.

3.4.1 A ESCOLHA DE L

Embora o *Lema 1* indique que o ESPRIT-BF com espectro de sinal projetado para mais sub-bandas tenha menor complexidade, existem problemas que limitam o L . No caso do método ESPRIT-BF Ajustável, o banco de filtros estará dependente do sinal a ser analisado, no entanto, para o caso do método ESPRIT-BF fixo é possível limitar o número de bandas do banco de filtros.

Uma limitação prática para incrementar L é a eficiência dos filtros. Mesmo um filtro de alta ordem não possui uma banda de rejeição com cem por cento de atenuação.

Depois de espalhar L vezes o espectro de uma sub-banda, o conteúdo atenuado das outras sub-bandas se superpõem $L - 1$ vezes a sub-banda devido ao efeito *aliasing*. Portanto, em condições ruidosas, a potência de ruído será adicionada ao ruído atenuado $L - 1$ vezes nas outras sub-bandas.

No caso de usar um grande número de filtros L , tal incremento de ruído pode afetar a condição *SNR* e a eficiência do método ESPRIT-BF tanto para o método ajustável quanto para o fixo.

Outra limitação para L vem da complexidade dos filtros.

Além do efeito de L na redução da ordem de complexidade através do primeiro termo na Equação (3.21), o aumento da complexidade computacional do segundo termo na equação é proporcional a L .

Considerando filtros com uma ordem comparável ao número de linhas da matriz do sinal, o valor ótimo de L no contexto da complexidade computacional é dado pelo seguinte *Lema*.

Lema 2. *Suponha que o algoritmo ESPRIT-BF com um banco de filtros de L filtros com ordem p comparável a N o número de linhas da matriz do sinal, $p \approx N$, então o número de filtros em ESPRIT-BF com complexidade ótima é*

$$L_{ot} = 2 \lceil \log_2 \sqrt[3]{6(3N + 4M)} \rceil \quad (3.23)$$

onde $\lceil \cdot \rceil$ indica o inteiro mais próximo.

Prova. Ver o Apêndice C.

A partir do *Lema 2*, obteve-se os valores ótimos de L para N diferentes números de linhas e o comprimento da matriz de autocorrelação M mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Valores ótimos de L .

$M \backslash N$	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
4	4	4	4	8	8	8	16	16	16	32
16	8	8	8	8	8	16	16	16	16	32
64	16	16	16	16	16	16	16	16	16	32
256	16	16	16	16	16	16	16	16	32	32
1024	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32

Nota-se que todos os valores de L dados na Tabela1 são potências de dois, considerando o uso da técnica polifásica na implementação do banco de filtros, a qual requer que o número de filtros seja uma potência de dois (MITRA & KUO, 2006).

É relevante notar que os valores ótimos de L da Tabela1 não consideram a limitação do ganho de atenuação da banda de rejeição dos filtros e a resultante interferência das sub-bandas.

3.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Este capítulo apresentou um novo método para estimação de harmônicos e inter-harmônicos baseado na técnica de invariância rotacional. O método proposto pode ser utilizado de duas formas, com bancos de filtros fixos (ESPRIT-BF Fixo) ou com banco de filtros ajustáveis (ESPRIT-BF Ajustável).

O ESPRIT-BF Ajustável é mais elaborado, pois o banco de filtros é projetado de acordo com o sinal a ser analisado e realiza a estimação de parâmetros apenas das sub-bandas com componentes senoidais. Adicionalmente, evita-se uma pré-determinação de parâmetros de forma empírica e *a priori*, já que o sinal não é conhecido, e com o auxílio do estimador de ordem exata (EMO), um banco de filtros característico para esse sinal é moldado e ao final a técnica ESPRIT estima os parâmetros de cada componente desse sinal.

4 ANÁLISES E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Este capítulo analisa o desempenho do método proposto em suas duas versões, o ESPRIT-BF ajustável e o ESPRIT-BF fixo, além de comparar a sua eficiência em relação ao ESPRIT convencional no que diz respeito à estimação dos parâmetros de harmônicos e inter-harmônicos em sinais do SEP.

Nos testes realizados, foi adotada uma execução em multitaxa de um banco de filtros FIR com filtros de ordem 98, atenuação de banda de rejeição de aproximadamente 40 dB e largura de transição de 100 Hz para configurar o filtro passa baixa (H_L) e o passa alta (H_H), para o método ESPRIT-BF Ajustável (Figura 15). Para o método ESPRIT-BF fixo, foi utilizada uma estrutura otimizada de um banco de filtros FIR de Johnston 12 dB (BOLLEN & GU, 2006), (HAI & CHEN, 2012) e um banco de filtros IIR de ordem 24 com atenuação de banda de rejeição de 80 dB com largura de transição 20 Hz. A configuração do algoritmo foi feita com o auxílio do software *MATLAB*[®] 2018^b.

Assim, através da exposição de quatro estudos de casos, o presente capítulo tem como objetivo evidenciar a eficiência da estimação do método ESPRIT-BF frente ao ESPRIT convencional, observando o complexidade computacional e a estimação de sinais com ou sem ruídos coloridos.

4.1 CASOS CONSIDERADOS

1. **Caso 1:** Sinais sintéticos com múltiplos harmônicos, inter-harmônicos para a estimação de parâmetros com ruído branco;
2. **Caso 2:** Sinais sintéticos com múltiplos harmônicos, inter-harmônicos para a estimação de parâmetros com ruídos coloridos;
3. **Caso 3:**
 - (i) Avaliação do desempenho para sinal de corrente gerado por um forno de micro-ondas;

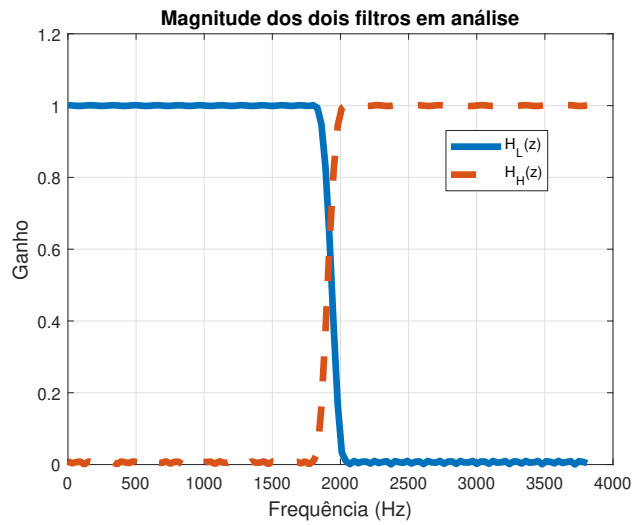


Figura 15: Módulo de resposta de frequência do banco de filtros gerado para o modelo proposto antes do estimador de ordem exata (EMO).

- (ii) Avaliação do desempenho do algoritmo para um sinal gerado pela fonte de geração de sinais OMICRON;
- (iii) Comparação do método ESPRIT-BF ajustável com a técnica W-SW-ESPRIT considerada no artigo (ALFIERI et al., 2017), aplicando o sinal gerado pelo microondas;
- (iv) Avaliação do desempenho de sinais considerando o método ESPRIT-BF Fixo.

4. Caso 4: Comparação entre o ESPRIT-BF Ajustável e o ESPRIT-BF Fixo.

Para todos os casos analisados, a frequência de amostragem utilizada foi de $F_S = 7680$ Hz.

4.1.1 CASO 1: ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE SINAIS SINTETIZADOS COM RUÍDO BRANCO

Para esse estudo de caso os sinais sintetizados $s_1(t)$ e $s_2(t)$ avaliados foram:

$$\begin{aligned}
 s_1(t) = & \cos(2\pi \times 60t + 15^\circ) + 0,1\cos(2\pi \times 30t + 15^\circ) + \\
 & 0,1\cos(2\pi \times 45t + 25^\circ) + 0,1\cos(2\pi \times 180t + 68^\circ) + \\
 & 0,1\cos(2\pi \times 21 \times 60t + 45^\circ) + 0,1\cos(2\pi \times 50 \times 60t + 60^\circ) e^{-\frac{1}{0,25}t}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$s_2(t) = \cos(2\pi \times 60t + 15^\circ) + 0,1\cos(2\pi \times 30t + 25^\circ)e^{-\frac{1}{0,5}t} + \quad (4.2)$$

$$0,1\cos(2\pi \times 180t + 68^\circ) + 0,1\cos(2\pi \times 38 \times 60t + 60^\circ)e^{-\frac{1}{0,25}t}$$

A Figura 16 mostra os respectivos sinais no domínio do tempo.

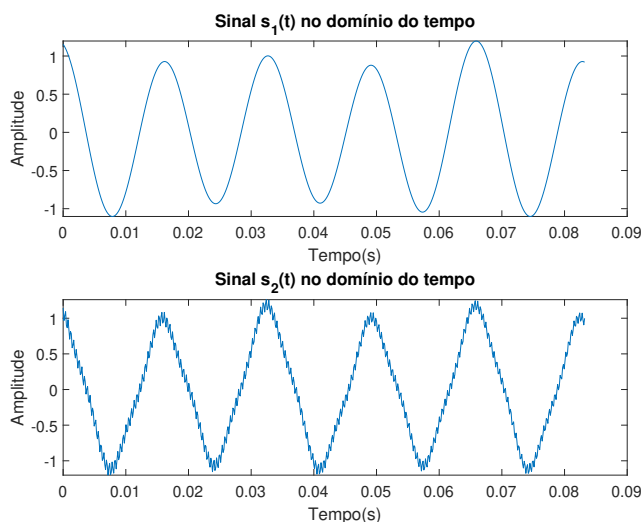


Figura 16: Sinal $s_1(t)$ e $s_2(t)$ no domínio do tempo.

O sinal $s_1(t)$ na Equação (4.1) compreende um componente fundamental, dois inter-harmônicos e três harmônicos. Os parâmetros que devem ser estimados são as frequências, amplitudes, fases e decaimentos dos componentes senoidais de $s_1(t)$.

Da mesma forma, o sinal $s_2(t)$ na Equação (4.2) compreende um componente fundamental, um inter-harmônico e dois harmônicos. Os parâmetros que devem ser estimados são as frequências, amplitudes, fases e decaimentos dos componentes senoidais de $s_2(t)$.

Especificamente para os sinais $s_1(t)$ e $s_2(t)$, os bancos de filtros executados de acordo com a lógica do método ESPRIT-BF Ajustável estão ilustrados nas figuras 17 e 18, respectivamente.

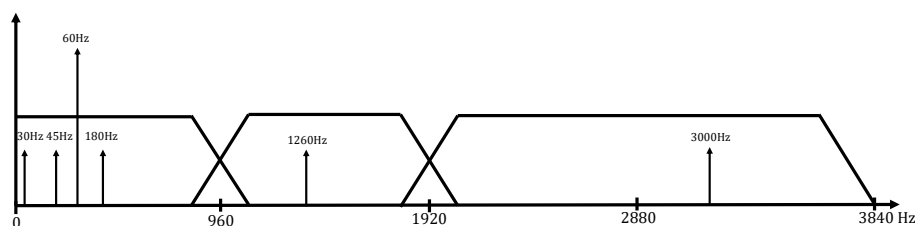


Figura 17: Banco de filtros executado para o sinal $s_1(t)$.

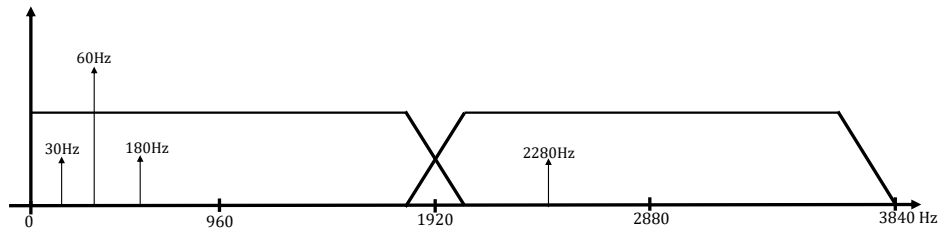


Figura 18: Banco de filtros executado para o sinal $s_2(t)$.

Tabela 2: Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR 's: 5, 20, 40 e 70dB.

<i>Estimador</i>	5dB		20dB		40dB		70dB	
	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT
F. Fund.:60 Hz	59,91	59,90	59,97	59,80	60,00	60,00	60,00	60,00
F. Int. :30Hz	28,59	NE	32,33	NE	29,64	34,20	30,00	36,80
F. Int.: 45Hz	NE	NE	NE	NE	44,16	NE	45,00	NE
F. Har.: 180	186,38	NE	179,96	179,70	180,00	180,00	180,00	180,00
F. Har.: 1260	1251,40	1258,90	1260,00	1259,90	1260,00	1260,00	1260,00	1260,00
F. Har.:3000	3001,90	2999,60	3000,10	3001,00	3000,00	3000,00	3000,00	3000,00
A. Fund. 60: 1	1,00	0,21	1,01	2,44	0,99	0,98	1,00	1,01
A. Int. 30: 0,1	0,09	NE	0,10	NE	0,10	0,10	0,10	0,10
A. Int. 45: 0,1	NE	NE	NE	NE	0,13	NE	0,10	NE
A. Har. 180: 0,1	0,09	NE	0,10	0,13	0,10	0,10	0,10	0,10
A. Har. 1260: 0,1	0,08	0,14	0,10	0,09	0,10	0,10	0,10	0,10
A. Har. 3000: 0,1	0,09	0,07	0,09	0,07	0,10	0,07	0,10	0,07
ϕ Fund. 60: 15°	14,96	10,15	14,68	20,97	15,00	22,09	15,00	19,03
ϕ Int. 30: 15°	16,54	NE	16,00	NE	15,86	24,54	15,01	20,04
ϕ Int. 45: 25°	NE	NE	NE	NE	25,89	NE	25,03	NE
ϕ Har. 180: 68°	69,19	NE	68,93	63,06	68,00	70,13	68,00	68,78
ϕ Har. 1260: 45°	45,99	16,42	45,71	33,33	44,97	44,54	44,99	44,98
ϕ Har. 3000: 60°	62,40	61,53	59,80	61,37	60,69	56,94	60,09	60,04
Dec. Har. 3000: $e^{-\frac{1}{0,25}}$	4,87	NE	4,16	6,90	4,11	4,00	4,00	1,77

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

É importante ressaltar que neste exemplo foram utilizadas 96 amostras ($\frac{3}{4}$ do ciclo) por linha da matriz de autocorrelação para o ESPRIT original de ambos os sinais analisados. Para o ESPRIT-BF Ajustável foram utilizadas 32 amostras para o sinal $s_1(t)$ e 48 para o sinal $s_2(t)$.

A estimação dos parâmetros $s_1(t)$ e $s_2(t)$ foi realizada através de 100 simulações com variação de SNR de 5 até 100 dB, enquanto que o número de pontos por ciclo é $N_{ppc} = 128$.

As Tabelas 2 e 3 indicam as médias e erros percentuais do sinal $s_1(t)$ e; as Tabelas 4 e 5 indicam as médias e erros percentuais do sinal $s_2(t)$. Em tais tabelas os resultados são apresentados até uma SNR de 70 dB, já que não há variação relevante de desempenho para SNR s acima deste valor.

Tabela 3: Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR 's: 5, 20, 40 e 70dB.

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
<i>Estimador</i>	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT
F. Fund.:60 Hz	0,15	0,17	0,05	0,33	0,00	0,00	0,00	0
F. Int. :30Hz	4,69	NE	7,78	NE	1,19	14,00	0,00	22,67
F. Int.: 45Hz	NE	NE	NE	NE	1,88	NE	0,00	NE
F. Har.: 180	3,54	NE	0,02	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Har.: 1260	0,68	0,09	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Har.:3000	0,06	0,01	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00
A. Fund. 60: 1	0,11	78,99	0,97	144,11	0,67	1,94	0,19	0,54
A. Int. 30: 0,1	10,7	NE	1,10	NE	0,80	1,70	0,00	0,30
A. Int. 45: 0,1	NE	NE	NE	NE	26,40	NE	0,10	NE
A. Har. 180: 0,1	11	NE	1,30	25,7	0,40	0,10	0,00	0,00
A. Har. 1260: 0,1	15,8	40,60	3,80	15,00	0,40	1,00	0,00	0,30
A. Har. 3000: 0,1	5,1	29,70	8,20	26,30	0,70	30,00	2,60	30,00
ϕ Fund. 60: 15°	13,62	32,34	8,83	39,79	1,34	47,25	0,00	26,87
ϕ Int. 30: 15°	10,28	NE	6,65	NE	5,72	63,57	0,05	33,60
ϕ Int. 45: 25°	NE	NE	NE	NE	7,57	NE	0,11	NE
ϕ Har. 180: 68°	5,60	NE	1,37	7,27	0,00	3,13	0,00	1,14
ϕ Har. 1260: 45°	6,64	63,52	1,59	25,94	0,07	1,03	0,02	0,05
ϕ Har. 3000: 60°	5,67	2,55	0,34	2,28	1,14	5,10	0,15	0,07
Dec. Har. 3000: $e^{-\frac{1}{0,25}}$	21,67	NE	4,07	72,58	2,76	0,13	0,12	55,75

NE = Não Estimado.

X = erro acima de 100%.

Tabela 4: Média dos parâmetros do sinal $s_2(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR 's: 5, 20, 40 e 70dB.

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
<i>Estimador</i>	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT
F. Fund.: 60 Hz	59,90	59,70	60,00	60,00	59,99	60,00	60,00	60,00
F. Int. : 30Hz	NE	NE	NE	NE	29,65	26,80	30,00	30,00
F. Har.: 180	172,96	176,60	180,00	180,00	179,99	180,00	180,00	180,00
F. Har.: 2280	2276,70	2285,10	2280,00	2279,10	2280,00	2280,00	2280,00	2280,00
A. Fund. 60: 1	1,00	0,98	1,00	1,03	1,00	1,03	1,00	1,00
A. Int. 30: 0,1	NE	NE	NE	NE	0,10	0,17	0,10	0,10
A. Har. 180: 0,1	0,11	0,23	0,10	0,13	0,10	0,10	0,10	0,10
A. Har. 2280: 0,1	0,10	0,23	0,10	0,08	0,10	0,10	0,10	0,10
ϕ Fund. 60: 15°	15,31	22,01	15,10	15,74	15,66	15,30	14,96	14,99
ϕ Int. 30: 25°	NE	NE	NE	NE	34,79	43,08	26,58	24,21
ϕ Har. 180: 68°	70,25	69,75	66,26	61,91	69,42	69,47	67,95	67,96
ϕ Har. 2280: 60°	62,98	66,78	57,25	66,58	59,79	61,71	60,05	60,00
Dec. Har. 30: $e^{-\frac{1}{0,5}}$	NE	NE	NE	NE	NE	NE	1,89	1,89
Dec. Har. 2280: $e^{-\frac{1}{0,25}}$	3,11	5,28	3,82	4,11	4,01	4,01	4,19	4,00

NE = Não Estimado.

Tabela 5: Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_2(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR's: 5, 20, 40 e 70dB.

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
	Estimador	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF
F. Fund.: 60 Hz	0,17	0,50	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00
F. Int. : 30 Hz	NE	NE	NE	NE	1,18	10,67	0,00	0,00
F. Har.: 180	3,91	1,89	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Har.: 2280	0,14	0,22	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00
A. Fund. 60: 1	0,32	2,46	0,07	3,56	0,21	3,01	0,17	0,10
A. Int. 30: 0.1	NE	NE	NE	NE	3,20	70,02	0,20	0,00
A. Har. 180: 0.1	13,10	X	1,20	27,60	0,20	1,20	4,20	0,10
A. Har. 2280: 0.1	0,20	X	2,50	20,50	0,80	0,10	2,50	2,90
ϕ Fund. 60: 15°	2,05	46,72	0,68	4,91	4,39	2,01	0,27	0,06
ϕ Int. 30 : 25°	NE	NE	NE	NE	39,16	72,30	6,33	3,15
ϕ Har. 180 : 68°	3,30	2,57	2,56	8,95	2,08	2,17	0,07	0,06
ϕ Har. 2280 : 60°	4,96	11,30	4,58	10,96	0,35	2,85	0,08	0,01
Dec. Har. 30: $e^{-\frac{1}{0.5}}$	NE	NE	NE	NE	X	X	5,71	5,69
Dec. Har. 2280: $e^{-\frac{1}{0.25}}$	22,16	31,98	4,42	2,75	0,13	0,18	4,64	0,11

NE = Não Estimado.

X = erro acima de 100%.

4.1.1.1 ANÁLISES DOS RESULTADOS DAS ESTIMAÇÕES DO CASO 1

As Figuras 19, 20 e 21 indicam as estimações de frequência, amplitude e fase da fundamental para o sinal $s_1(t)$ com SNR variando de 5 a 100dB. A Figura 22 indica os erros percentuais de frequência, amplitude e fase da fundamental para o sinal $s_1(t)$ considerando as 100 execuções em cada amostra. Para mais informações gráficas de outros parâmetros estimados, vide o Apêndice C. As figuras indicam que ambos os métodos têm bom desempenho, mas é possível observar que o método proposto tem desempenho superior ao tradicional em condições de baixa SNR.

Estimação de parâmetros do sub-harmônico de 30 Hz

Para o sinal $s_1(t)$, em um mesmo comprimento de sinal, enquanto o ESPRIT-BF Ajustável consegue estimar a frequência do inter-harmônico de 30 Hz em 5 dB, o ESPRIT convencional não é capaz de estimar tal frequência. O que os experimentos mostraram é que como as componentes de 30 Hz e 45 Hz estão muito próximas entre si e pela influência da distorção no sinal devido ao ruído, os métodos falham na estimação desses sub-harmônicos. Observa-se que na maioria dos casos o inter-harmônico de 45 Hz não foi estimado por ambos os métodos, principalmente nas situações em que a SNR é baixa. No caso do método proposto o projeto do banco de filtros utilizado pode não ser o ideal para a análise desse sinal e, dessa forma, a filtragem do ruído não foi suficiente para que os componentes fossem estimados, porém, o método é capaz de reduzir melhor a influência do ruído que no caso do ESPRIT. Já para a técnica ESPRIT como não há nenhum projeto de divisão do espectro antes da execução da técnica e considerando o sinal sintético $s_1(t)$, deste estudo de caso, a relação

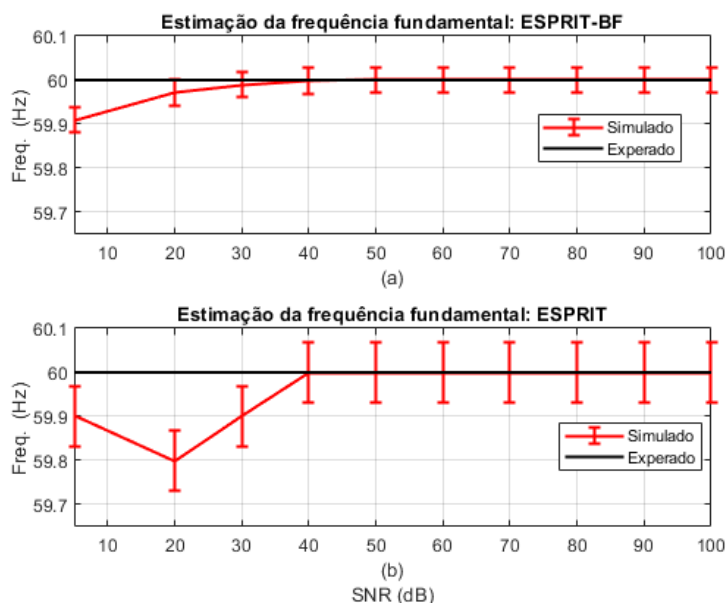


Figura 19: Estimação da frequência fundamental do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

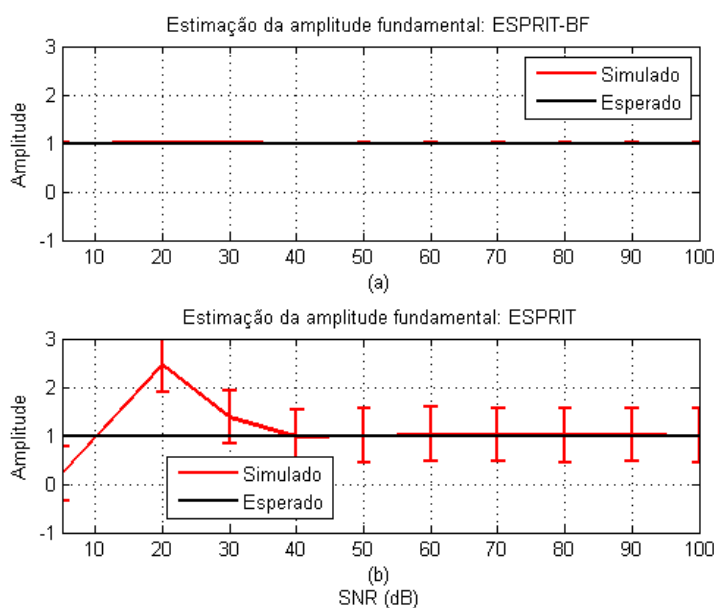


Figura 20: Estimação da amplitude fundamental do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

signal-noise interferiu de forma considerável na técnica.

Portanto, a medida que o ruído diminui, os algoritmos conseguem estimar o sub-harmônico de 45 Hz e estimar seus parâmetros. Observa-se ainda, que no caso do ESPRIT convencional, a relação sinal-ruído precisa ser ainda mais alta, pois em 70 dB os parâmetros do inter-harmônico de 45 Hz não estão sendo estimados corretamente.

Dessa forma, pode ser observada a influência do ruído na estimação dos parâmetros do

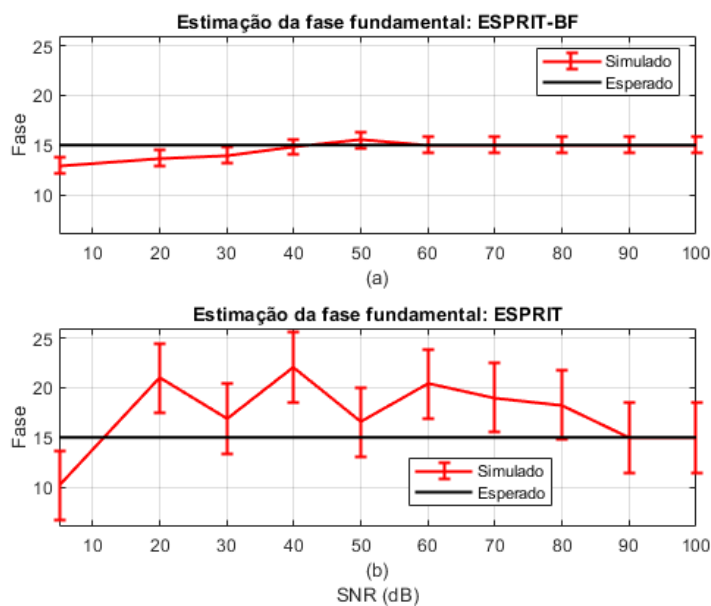


Figura 21: Estimação da fase fundamental do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

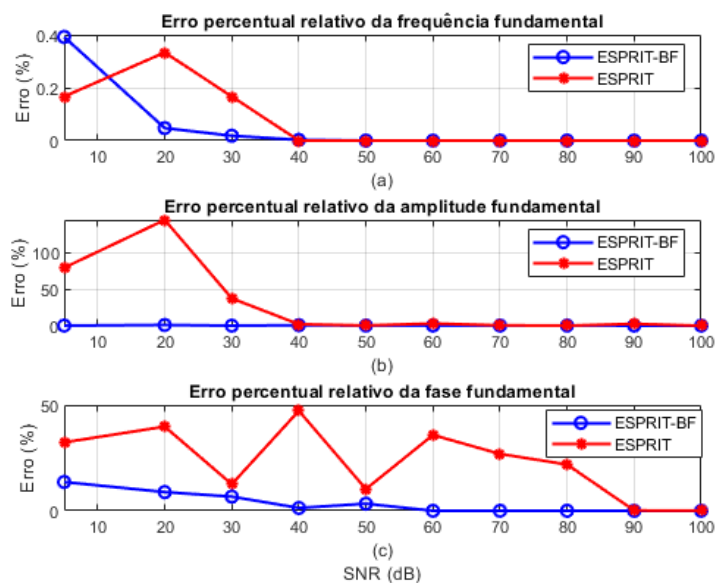


Figura 22: Erro percentual (%) relativo do sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 2: (a) Frequência fundamental; (b) Amplitude fundamental (c) Fase fundamental.

inter-harmônico de 30 Hz. Apesar do método proposto ter sido menos influenciado, tem-se na Tabela 3, olhando para SNR's de 5 e 20dB, erros percentuais da estimativa da frequência em torno de 4,69% e 7,78%. No caso do ESPRIT convencional esse parâmetro não foi estimado em nenhum dos SNR's respeitados.

Observa-se que a amplitude do inter-harmônico de 30 Hz medida no ESPRIT-BF Ajus-

tável é estimada com $SNR = 5dB$. Dessa forma, quando comparado com o ESPRIT convencional, que detecta os parâmetros de amplitude desse inter-harmônico apenas a partir de 30dB, o método proposto mostra-se superior ao convencional.

As Figuras 23, 24 e 25 indicam as estimações de frequência, amplitude e fase do inter-Harmônico de 30Hz para o sinal $s_2(t)$. A Figura 26 indica os erros percentuais de frequência, amplitude e fase do inter-harmônico de 30Hz para o sinal $s_2(t)$.

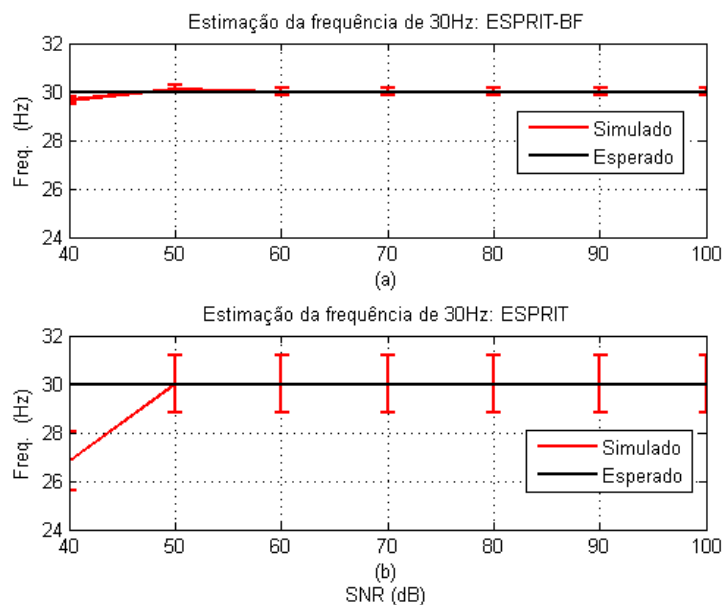


Figura 23: Estimação da frequência de 30 Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 40 a 100dB.

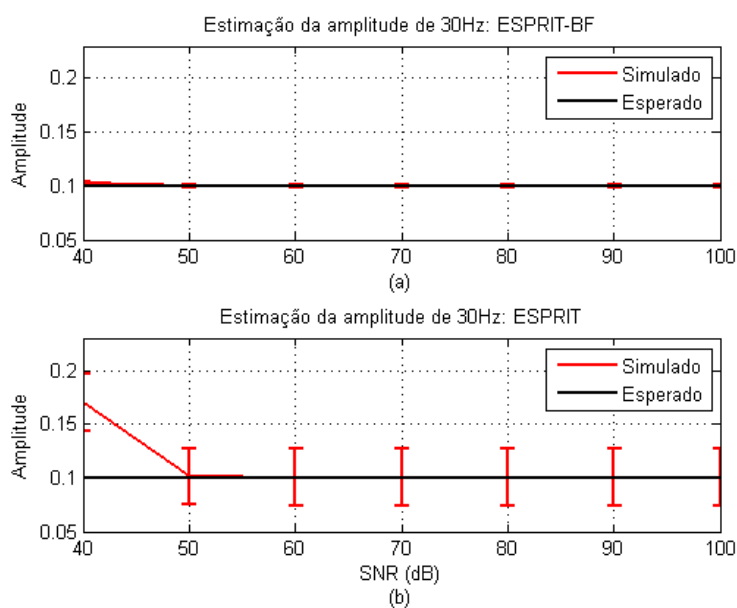


Figura 24: Estimação da amplitude de 30 Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 40 a 100dB.

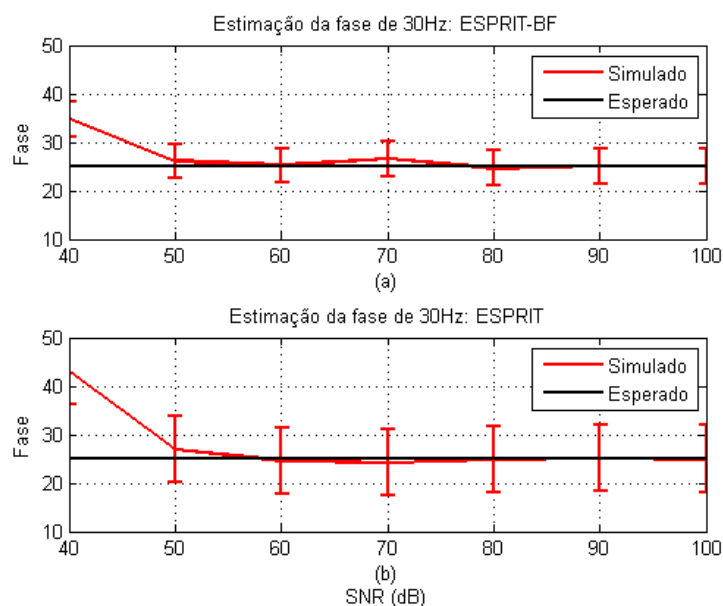


Figura 25: Estimação da fase de 30 Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 40 a 100dB.

Já para o sinal $s_2(t)$, considerando o mesmo comprimento de sinal, ambos os algoritmos foram influenciados pelos ruídos de 5, 20 e 30dB (esse último não consta na Tabela 4) e não estimaram os parâmetros do inter-harmônico de 30 Hz. Destaca-se que os erros relativos do ESPRIT em 40 dB são altos, tanto para a estimação de frequência quanto para a de amplitude e fase, superando os erros do ESPRIT-BF Ajustável.

Observa-se na Figura 23 que os desvios estatísticos do ESPRIT são maiores que os do ESPRIT-BF Ajustável para a variação de ruído considerada no caso ($s_2(t)$), na avaliação da frequência. A Figura 26(a) mostra o erro da percentual da frequência do sinal $s_2(t)$. Observa-se que, para uma SNR=40 dB, os erros das estimações de frequência do ESPRIT convencional são altos.

A Figura 24 indica as estimações da amplitude do componente inter-harmônico de 30 Hz. Observa-se que os desvios indicados são mais evidentes no algoritmo ESPRIT que no ESPRIT-BF Ajustável. A Figura 26(b) mostra o erro percentual da amplitude do sinal $s_2(t)$, novamente para SNR=40 dB, na qual os erros das estimações da amplitude do ESPRIT convencional são altos.

Observa-se na Figura 25, que os desvios estatísticos do ESPRIT são maiores que no ESPRIT-BF Ajustável para a variação de ruído considerada no caso ($s_2(t)$), na avaliação da fase. A Figura 26(c) mostra o erro percentual da fase do sinal $s_2(t)$ para SNR=40dB, sendo que novamente os erros das estimações da fase do ESPRIT convencional são altos.

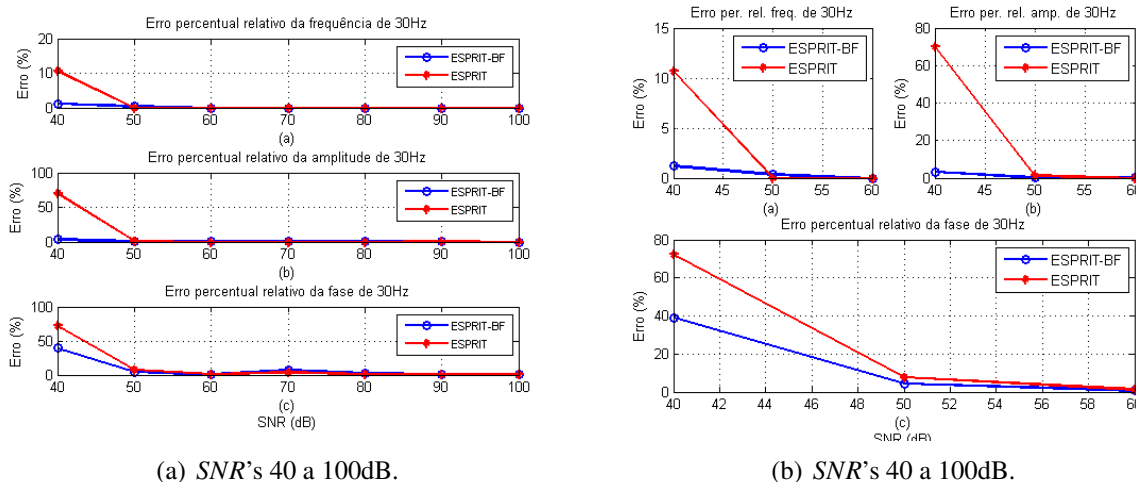


Figura 26: Erro percentual (%) do componente de 30Hz para o sinal $s_2(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 4: (a) Frequência de 30Hz; (b) Amplitude de 30Hz; (c) Fase de 30Hz.

Para maiores detalhes gráficos, vide *Apêndice C*.

Estimação de parâmetros da fundamental de 60 Hz

Avaliando a estimativa da frequência no componente fundamental de 60 Hz para o sinal $s_1(t)$, as estimações do ESPRIT-BF Ajustável com as variações de SNR entre 5 a 100dB ficaram abaixo de 0,06%. Para o ESPRIT convencional observa-se erro medido de até 0,33%.

Observa-se na Figura 19 que os desvios estatísticos do ESPRIT são maiores que no ESPRIT-BF Ajustável para a variação de ruído considerada no caso (estimação da frequência). A Figura 22(a) mostra o erro da percentual da frequência do sinal $s_1(t)$.

Para a estimativa da amplitude desse sinal, em 5 e 20dB, o ESPRIT convencional apresentou erros muito altos (acima de 79% e 100%) e em 30dB 37,21%, enquanto que o ESPRIT-BF Ajustável, durante as variações de 5 a 100 dB obteve um erro máximo de 1,00%. Observe a Figura 20 com a estimação da amplitude e seus desvios estatísticos dos métodos em análise, nela pode se ver um menor desvio das estimações indicado pelo método proposto para o parâmetro estimado. A Figura 22(b) mostra o erro percentual da amplitude do sinal $s_1(t)$, na qual o método proposto tem um melhor desempenho que o ESPRIT convencional para valores de SNR menores.

Quanto à estimativa das fases, o método proposto obteve novamente melhores resultados que a técnica ESPRIT. Observe a Figura 21 que indica o desempenho da estimação da fase e seus desvios estatísticos dos métodos em análise. Veja também a Figura 22(c) que indica o erro percentual da fase do sinal $s_1(t)$.

Já para o sinal $s_2(t)$, a estimativa da frequência fundamental no ESPRIT-BF Ajustável também apresentou estimativas relevantes com erros abaixo de 0,17% e o ESPRIT com erros até 0,50%. Para a amplitude desse sinal $s_2(t)$, o ESPRIT-BF Ajustável obteve estimativas com erros abaixo de 0,85%, enquanto que o ESPRIT apresentou erros de até 3,56%.

Para a fase do componente de 60 Hz no sinal $s_2(t)$ os erros foram reduzidos quando comparados com a estimação das fases do sinal $s_1(t)$. Como dito, os algoritmos tiveram dificuldade de detectar o sub-harmônico de 45Hz justamente pela influência do ruído contido no sinal $s_1(t)$ e por estar muito próximo ao sub-harmônico de 30Hz. Em 5 dB o ESPRIT-BF Ajustável obteve um erro 22,79 vezes menor que o ESPRIT, porém para $SNR = 30$ dB o método proposto obteve um erro acima da técnica ESPRIT, mas para os outros níveis de SNR 's, o método manteve os erros abaixo de 6,59%.

Estimação de parâmetros harmônicos 180 Hz, 1260 Hz e 3000 Hz, sub-harmônico 45 Hz e decaimento

No sinal $s_1(t)$, as frequências de 180 Hz, 1260 Hz e 3000 Hz foram bem estimadas pelo algoritmo ESPRIT-BF Ajustável.

A frequência do *terceiro* harmônico no método proposto, para a variação de ruído entre 5 a 100dB, manteve seus erros abaixo de 3,54%. Nesse mesmo parâmetro, avaliando a amplitude, o erro ficou abaixo de 11,01% e avaliando as fases o erro ficou abaixo de 5,60%. Já no ESPRIT, para $SNR=5$ dB o componente não foi estimado, sendo que para os outros níveis de SNR 's, nas estimações de frequência, o algoritmo obteve erros de até 0,17%, para as amplitudes 25,70% e para as fases 7,27%.

A frequência do 21° harmônico para o método proposto manteve seus erros abaixo de 0,68%, nas suas amplitudes 15,80% e nas fases 6,65%. Para o ESPRIT, os erros na frequência foram de até 0,09%, na amplitude 40,60% e na fase 63,52% .

No o 50° harmônico, o ESPRIT-BF Ajustável para a estimação da frequência obteve erro máximo de 0,06%, a amplitude com erro máximo de 8,30%, as fases com o máximo de 5,67% e os decaimentos com o máximo de 21,67%. Em contrapartida, o ESPRIT, apesar de ter estimado bem as frequências desse harmônico (com erro máximo de 0,03%), os erros de estimação dos outros parâmetros foram altos.

É interessante notar que o 50° harmônico está próximo da limitação da faixa de amostragem (3840Hz) e mesmo assim o ESPRIT-BF Ajustável demonstra bom desempenho na estimação dos parâmetros deste componente, quando se compara, por exemplo, as amplitudes e os decaimentos.

Os erros do inter-harmônico de 45 Hz para os parâmetros estimados no ESPRIT nos níveis de ruídos de 90 e 100 dB foram: (1,56% – 0,00% frequência) - ($X - 3,70\%$ amplitude) - (11,34% – 59,10% fase). O ESPRIT-BF Ajustável, como já mencionado para os ruídos de 5, 20 e 30dB, também não é capaz de estimar o inter-harmônico de 45 Hz. Entretanto, a partir de 40 dB as estimações desse parâmetro são realizadas.

Algumas figuras referentes ao 50° harmônico estão disponíveis no *Apêndice D* para maiores detalhes.

Para o sinal $s_2(t)$, no ESPRIT-BF Ajustável, o harmônico de 180 Hz foi estimado com erros nas frequências abaixo de 3,91%, para as amplitudes abaixo de 13,10% e fases abaixo de 3,31%. No caso do ESPRIT, esses erros foram de: até 1,89% para as frequências, acima de 100% para as amplitudes e 8,95% para as fases.

Considerando o 38° harmônico, o método proposto estimou parâmetros com erros nas frequências de no máximo 0,14%, nas amplitudes de 2,60% e nas fases de 4,96%. Já o ESPRIT, apesar de suas estimações de frequência terem apresentado pequenos erros (máximos de até 0,22%), nas amplitudes e fases, o algoritmo teve erros acima de 100% e 10,96%, respectivamente, considerando o ruído de 5 dB.

Avaliando os decaimentos exponenciais, para o decaimento do sub-harmônico de 30 Hz, o método proposto estima com boa exatidão para valores de SNR acima de 50 dB, ficando o erro abaixo de 6,60%, pois entre 5 a 40dB o inter-harmônico de 30Hz não foi estimado pelo algoritmo. No ESPRIT convencional tem-se erro de até 16,79% para SNR maiores do que 50 dB.

Para o 38° harmônico o erro ficou abaixo de 22,16% no método proposto e no ESPRIT erro foi de até 31,98%. Algumas figuras referentes ao 38° harmônico estão disponíveis no *Apêndice C* para maiores detalhes.

4.1.1.2 AVALIAÇÃO DE COMPLEXIDADE

De acordo com a avaliação de complexidade vista no *Capítulo 3* item 3.4 tem-se o número de multiplicações da técnica ESPRIT:

$$O_{ESPRIT} = 9N^3 + 12MN^2 \quad (4.3)$$

N é dado por:

$$N = N_{amostras}N_c - M + 1 \quad (4.4)$$

onde $N_{amostras}$ é o número de amostras do sinal e N_c é o número de ciclos.

Para o sinal $s_1(t)$ e de acordo com o banco de filtros executado pelo método proposto (Figura 17), o fator de decimação na primeira e segunda sub-banda é $L = 4$. Para a terceira sub-banda o fator é $L = 2$. Assim, de acordo com a Equação (4.4) os valores atribuídos para N serão: 97, 97, 225.

Já para o sinal $s_2(t)$ o fator de decimação nas duas sub-bandas do banco de filtros é $L = 2$ (Figura 18). Dessa forma, o valor atribuído para N será 209 em cada sub-banda.

Assim, a Tabela 6 traz o resumo do custo computacional para cada um dos sinais $s_1(t)$ e $s_2(t)$ comparando os métodos ESPRIT-BF Ajustável e o ESPRIT convencional, considerando as análises feitas sobre complexidade computacional no item 3.4 do Capítulo 3.

Tabela 6: Tabela de complexidade computacional do sinal $s_1(t)$ e $s_2(t)$ – um ciclo de $s_1(t)$, $s_2(t)$ equivale a 128 amostras.

Sinal	ESPRIT			ESP-BF-A			Relação de melhoria $\frac{O(ESPRIT)}{O(ESPRIT-BF)}$
	M	N	Comp.	M	N	Comp.	
$s_1(t)$	96	417	852.925.545	32	97	145.609.851	5,86
					97		
					225		
$s_2(t)$	96	417	852.925.545	48	209	214.648.434	3,97
					209		

4.1.1.3 CONCLUSÕES DO CASO 1

O Caso 1 trouxe o exemplo de dois sinais sintéticos para o comparativo do método proposto ESPRIT-BF Ajustável *versus* ESPRIT. Com o vetor de autocorrelação M mantido fixo, algumas proposições puderam ser relatadas. Testes realizados com variações do tamanho vetor de autocorrelação M foram realizados e mostraram que ao aumentar o valor de M , melhora-se o desempenho na estimação, porém aumenta-se a complexidade computacional.

Observa-se que o ruído influencia na estimações dos dois métodos (ESPRIT-BF e ESPRIT convencional). Porém, como o método proposto utiliza a divisão do espectro em sub-bandas, parte do ruído Gaussiano pode ser filtrado, fazendo com que a influência dele seja menor no método proposto que no ESPRIT convencional.

Jain e Singh (2011b) mostraram que a dimensão da matriz de autocorrelação definida pelos parâmetros ($N \times M$) deve ser maior caso o número de componentes de frequência seja em grande quantidade, ou se estiverem muito próximos; ou se a frequência de amostragem

for muito alta; ou se o ruído for muito alto. Os autores consideram também que um certo número de ciclos na janela de observação é necessário para previsão da estimativa.

Ao analisar a complexidade computacional do método proposto nos exemplos considerados, para o sinal $s_1(t)$ a complexidade é ligeiramente menor do que para o sinal $s_2(t)$.

Sendo assim, ao considerar o Caso 1 na perspectiva prática, o método ESPRIT-BF Ajustável melhora o desempenho e reduz a complexidade computacional.

4.1.2 CASO 2: ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE SINAL SINTETIZADO COM RUÍDOS COLORIDOS

Para o Caso 2, o ESPRIT-BF Ajustável será utilizado para estimar harmônicos e inter-harmônicos em sinais corrompidos por ruído colorido, que é uma das limitações do ESPRIT tradicional.

4.1.3 RUÍDO UTILIZADO

A Tabela 7 mostra a classificação dos ruídos quanto à Densidade Espectral de Potência (PSD). Observe que ela lista alguns dos tipos de ruídos mais conhecidos e os classifica de acordo com a (PSD) equivalente à energia do ruído. O único com a PSD constante é o ruído Gaussiano branco, considerado um dos mais importantes na área de processamento de sinais (OTT, 1988). No caso deste trabalho, especificamente os ruídos de análise serão os ruídos nas cores rosa, vermelho, azul e violeta.

Pode-se observar que os ruídos violeta e azul têm a densidade espectral de potência proporcional à frequência do sinal; no entanto, a taxa de energia do ruído azul é mais intensa do que no ruído violeta. Os ruídos rosa e vermelho são inversamente proporcionais à frequência do sinal, sendo que o ruído vermelho tem mais energia para frequências mais baixas do que o ruído rosa.

Tabela 7: Classificação dos ruídos quanto à Densidade Espectral de Potência

Relação à PSD	Nome genérico	Exemplo de ruído
Constante	Ruído branco	Térmico
Proporcional a $\frac{1}{f}$	Ruído rosa	Flicker
Proporcional a $\frac{1}{f^2}$	Ruído marron ou vermelho	Popcorn
Proporcional a f	Ruído azul	x
Proporcional a f^2	Ruído violeta	x
Proporcional a $\frac{1}{f^{2.7}}$	Sem nome genérico	Ruído galáctico
Forma irregular	Sem nome genérico	Ruído atmosférico

Para o ruído branco, sua potência é considerada distribuída uniformemente no espectro de frequências ($\phi_w(f) = N_w, cte.$). Segundo os autores (CONNOR, 1973; KUO, 2018; MCCLA-

NING & VITO, 2002), o ruído branco é resultado da analogia com o espectro magnético na faixa de luz, onde a luz branca contém todas as frequências do espectro visível. Para (OTT, 1988), em frequências mais altas, de acordo com a teoria quântica, a amplitude do ruído decresce.

Os ruídos branco e rosa são considerados os mais importantes por representarem fenômenos naturais. Os outros ruídos em geral são produzidos artificialmente (OTT, 1988).

Considerando os sinais de ruído como sinais de tensão V_R (podendo ser também sinais de corrente), pode-se traçar a Função Densidade de Probabilidade $f(V_R)$. A Equ.(4.5) representa a Função Densidade de Probabilidade de uma função Gaussiana (CONNOR, 1973). Já a Figura 27 mostra o gráfico dessa distribuição para média zero:

$$f(V_R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{V_R^2}{2\sigma^2}} \quad (4.5)$$

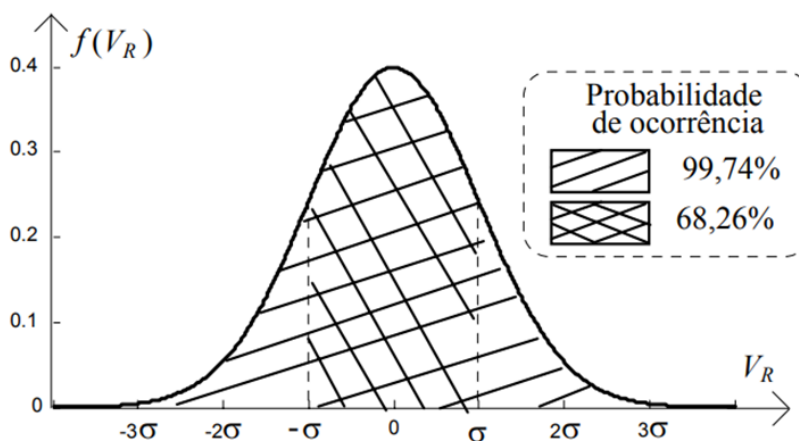


Figura 27: Curva Gaussiana.

A Figura 28(a) mostra a Densidade Espectral de Potência para uma amostra de ruído branco. Observe como a PSD do ruído branco é uniforme. A Figura 28(b) mostra os ruídos coloridos utilizados neste trabalho, exibindo suas características em relação à Densidade Espectral de Potência.

Métodos paramétricos baseados em sub-espço, como por exemplo a técnica ESPRIT, dependem fortemente da hipótese de que o ruído seja branco (KAY, 1987). Esses métodos paramétricos (com base no modelo espectral) permitem obter resultados com super resolução, mas não podem reconstruir a parte contínua ou distribuída da PSD, a qual está relacionada ao ruído colorido (KAY, 1987).

A potência do ruído branco está uniformemente distribuída em seu espectro de frequência e seu potencial de energia é bem menor quando comparado ao potencial de energia das

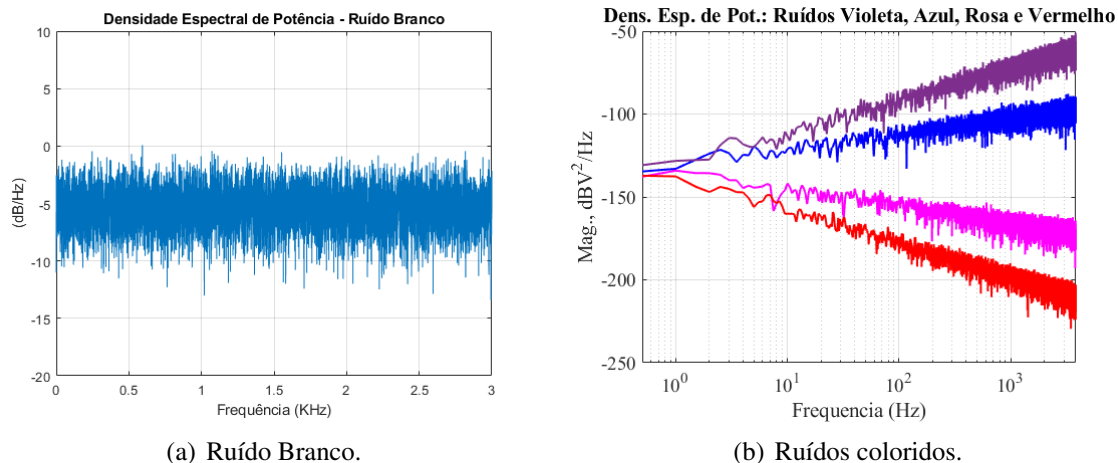


Figura 28: Densidade Espectral de Potência: (a) Ruído Gaussiano Branco; (b) Ruídos Violeta, Azul, Rosa e Vermelho, respectivamente.

componentes principais do sinal. Portanto, quando na técnica ESPRIT é feito o “*denoising*”, sendo o ruído branco não haverá problema, pois é certo que o mesmo está sendo descartado.

Entretanto, quando se trata de um ruído com uma potência sem distribuição uniforme no espectro de frequência, não há garantia de que o potencial de energia seja tão pequeno e quando for feito o “*denoising*” nem todo o ruído poderá ser descartado.

Dessa forma, esse estudo de caso pretende investigar se a técnica proposta ESPRIT-BF ajustável apresenta uma melhoria de estimação de parâmetros de harmônicos e inter-harmônicos em meio a ruídos coloridos.

4.1.3.1 RUÍDOS COLORIDOS E PARÂMETROS DO CASO 2

Para esse estudo de caso, utilizou-se o mesmo sinal $s_1(t)$ corrompido com os seguintes tipos de ruído:

- Ruído Rosa \rightarrow SNR \rightarrow 5,28dB; 19,68dB; 29,79dB; 40,01dB; 48,20dB; 59,68dB; 70,14dB; 79,68dB; 90,14dB; 99,68dB.
- Ruído Azul \rightarrow SNR \rightarrow 5,28dB a 99,68dB.
- Ruído Vermelho \rightarrow SNR \rightarrow 5,28dB a 99,68dB.
- Ruído Violeta \rightarrow SNR \rightarrow 5,28dB a 99,68dB.

O sinal $s_1(t)$ possui o componente fundamental e 60 Hz, dois sub-harmônicos e três harmônicos. Novamente os parâmetros que devem ser estimados são as frequências, amplitudes, fases e decaimentos dos componentes senoidais de $s_1(t)$.

O banco de filtros executado de acordo com a lógica do método ESPRIT-BF Ajustável é mostrado na Figura 17. O vetor de dados utilizado para a autocorrelação do ESPRIT e do ESPRIT-BF Ajustável têm 96 e 32 amostras, respectivamente.

Novamente foram realizadas 100 simulações para os valores de SNR 's considerados, numa faixa entre 5,28 a 99,68 dB. Foram utilizadas janelas com *cinco* ciclos de duração do sinal em ambos os métodos utilizados.

As Figuras 29, 30, 31 e 32 mostram a densidade espectral de potência do ruído rosa, azul, vermelho e violeta, respectivamente, para uma relação sinal-ruído de 29,79dB aproximadamente. Considerando os ruídos rosa e vermelho (Figuras 29 e 31), observa-se que a medida que as frequências aumentam, a energia e a influência do ruído diminuem. Já para os ruídos azul e violeta (Figuras 30 e 32), observa-se que a medida que as frequências aumentam, a energia e a influência do ruído também aumentam. Essas análises confirmam as observações feitas na Tabela 7.

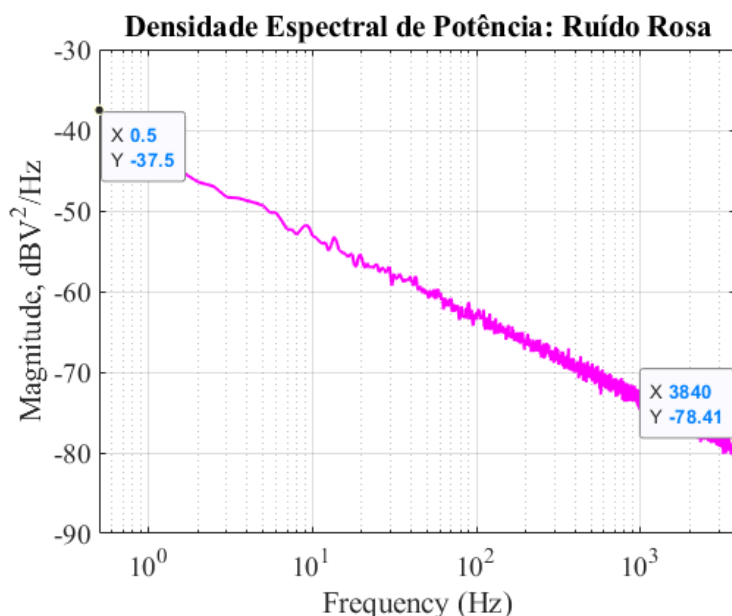


Figura 29: Densidade Espectral de Potência para o sinal de ruído rosa com $N_{ppc} = 128$ e $F_s = 7680Hz$ em $SNR = 29,79dB$.

As Tabelas 8, 21, 23 e 25 indicam o valores médios das estimativas para sinal $s_1(t)$ contaminado com os ruídos rosa, azul, vermelho e violeta, respectivamente. As Tabelas 9, 22, 24 e 26 indicam os erros percentuais do sinal $s_1(t)$ contaminado com os ruídos rosa, azul, vermelho e violeta, respectivamente. As Tabelas 21, 22, 23, 24, 25 e 26 se encontram no *Apêndice C*.

Tabela 8: Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR: 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído rosa).

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
	<i>Estimador</i>		ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT
F. Fund.: 60 Hz	60,06	61,90	59,98	60,90	60,00	60,00	60,00	60,00
F. Int. : 30 Hz	NE	NE	30,59	NE	29,99	35,40	30,00	33,90
F. Int.: 45 Hz	NE	NE	NE	NE	45,00	NE	45,00	NE
F. Har.: 180	177,71	171,10	179,73	183,00	180,00	180,00	180,00	180,00
F. Har.: 1260	1259,80	1243,70	1260,00	1259,60	1260,00	1260,00	1260,00	1260,00
F. Har.: 3000	2963,10	2938,50	3000,10	2999,80	3000,00	2999,90	3000,00	3000,00
A. Fund. 60: 1	0,86	0,80	1,07	1,12	1,00	1,20	1,00	1,02
A. Int. 30: 0.1	NE	NE	0,10	NE	0,10	0,11	0,10	0,14
A. Int. 45: 0.1	NE	NE	NE	NE	0,10	NE	0,10	NE
A. Har. 180: 0.1	0,11	0,43	0,10	0,12	0,10	0,10	0,10	0,10
A. Har. 1260: 0.1	0,075	0,15	0,10	0,11	0,10	0,10	0,10	0,10
A. Har. 3000: 0.1	0,098	0,12	0,11	0,12	0,10	0,08	0,10	0,10
ϕ Fund. 60: 15°	13,69	38,46	16,58	30,31	14,42	17,87	13,98	22,09
ϕ Int. 30 : 15°	NE	NE	19,58	NE	13,98	NE	13,66	NE
ϕ Int. 45 : 25°	NE	NE	NE	NE	33,15	NE	24,16	NE
ϕ Int. 180 : 68°	67,78	76,17	68,79	72,34	65,76	60,07	65,59	63,59
ϕ Har. 1260 : 45°	39,96	78,28	47,81	43,18	45,96	46,10	46,77	44,00
ϕ Har. 3000 : 60°	59,38	85,90	58,13	51,99	58,23	54,97	60,15	59,07
Dec. Har. 3000: $\epsilon^{-\frac{1}{0,25}}$	NE	NE	4,14	5,25	4,07	3,92	4,00	4,00

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

Tabela 9: Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR: 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído rosa).

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
	<i>Estimador</i>		ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT
F. Fund.: 60 Hz	0,11	3,17	0,04	1,50	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Int. : 30 Hz	NE	NE	1,96	NE	0,02	18,00	0,00	13,00
F. Int.: 45 Hz	NE	NE	NE	NE	0,00	NE	0,00	NE
F. Har.: 180	1,27	4,94	0,15	1,67	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Har.: 1260	0,02	1,29	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Har.: 3000	1,23	2,05	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
A. Fund. 60: 1	13,60	20,20	6,60	11,54	0,05	19,76	0,10	1,78
A. Int. 30: 0.1	NE	NE	4,90	NE	0,80	10,10	0,10	35,90
A. Int. 45: 0.1	NE	NE	NE	NE	4,10	NE	0,20	NE
A. Har. 180: 0.1	7,60	X	2,20	24,10	0,10	0,00	0,10	0,00
A. Har. 1260: 0.1	25,50	51,40	0,10	10,40	0,10	0,10	0,00	0,10
A. Har. 3000: 0.1	2,10	17,90	9,70	20,70	2,60	19,10	2,50	0,10
ϕ Fund. 60: 15°	8,74	X	10,52	X	3,85	19,16	6,83	47,28
ϕ Int. 30 : 15°	NE	NE	30,54	NE	6,79	NE	8,92	NE
ϕ Int. 45 : 25°	NE	NE	NE	NE	32,61	NE	3,35	NE
ϕ Int. 180 : 68°	0,32	12,02	1,16	6,38	3,29	11,66	3,55	6,49
ϕ Har. 1260 : 45°	11,20	73,95	6,24	4,05	2,14	2,44	3,94	2,21
ϕ Har. 3000 : 60°	1,04	43,17	3,12	13,34	2,95	8,38	0,24	1,56
Dec. Har. 3000: $\epsilon^{-\frac{1}{0,25}}$	NE	NE	3,56	31,26	1,72	2,00	0,02	0,03

NE = Não Estimado.

X = erro acima de 100%.

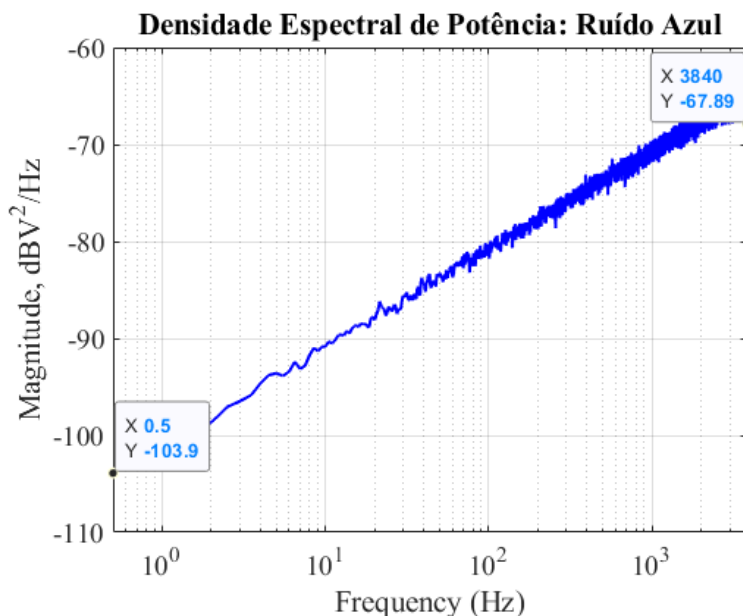


Figura 30: Densidade Espectral de Potência para o sinal de ruído azul com $N_{ppc} = 128$ e $F_s = 7680\text{Hz}$ em $SNR = 29,79\text{dB}$.

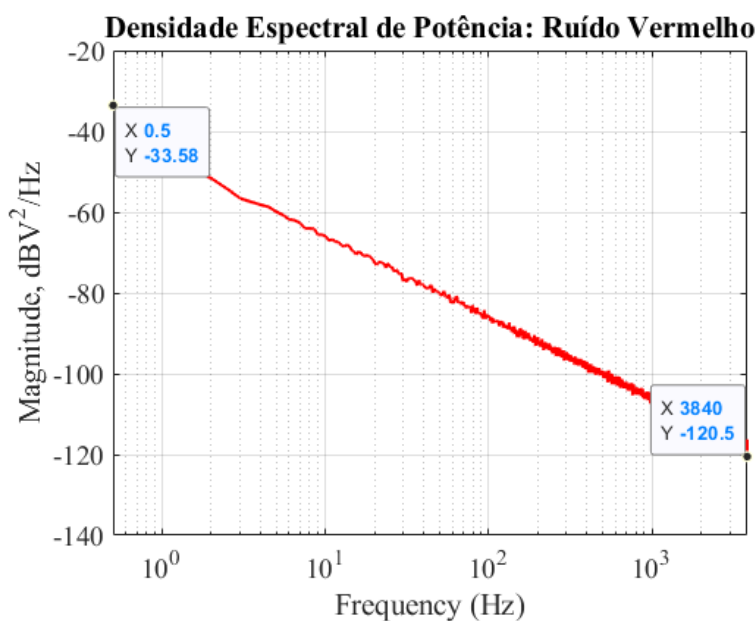


Figura 31: Densidade Espectral de Potência para o sinal de ruído vermelho com $N_{ppc} = 128$ e $F_s = 7680\text{Hz}$ em $SNR = 29,79\text{dB}$.

4.1.3.2 ANÁLISES DOS RESULTADOS DAS ESTIMAÇÕES DO CASO 2

As Figuras 33, 34 e 35 indicam os valores estimados de frequência, amplitude e fase da fundamental para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído rosa. A Figura 36 indica os erros percentuais da frequência, amplitude e fase do componente fundamental de 60Hz para o sinal $s_1(t)$. Para mais informações gráficas de outros componentes estimados, vide o *Apêndice C*.

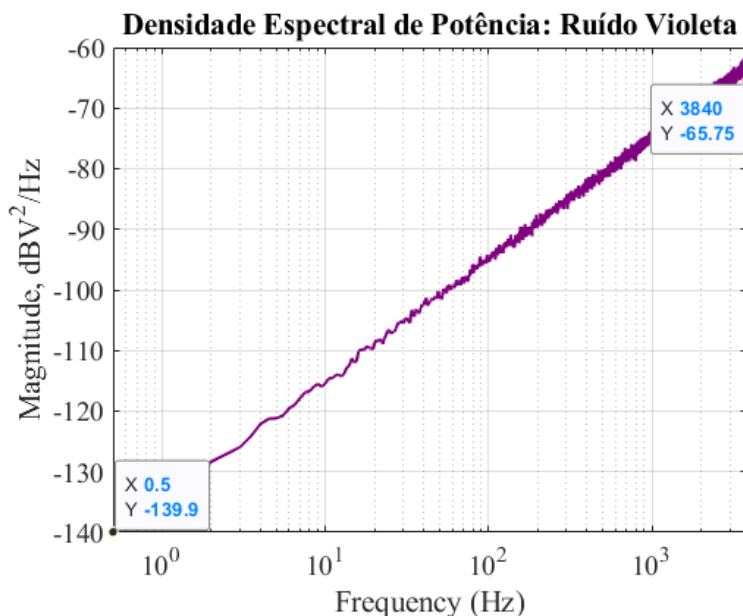


Figura 32: Densidade Espectral de Potência para o sinal de ruído violeta com $N_{ppc} = 128$ e $F_s = 7680\text{Hz}$ em $SNR = 29,79\text{dB}$.

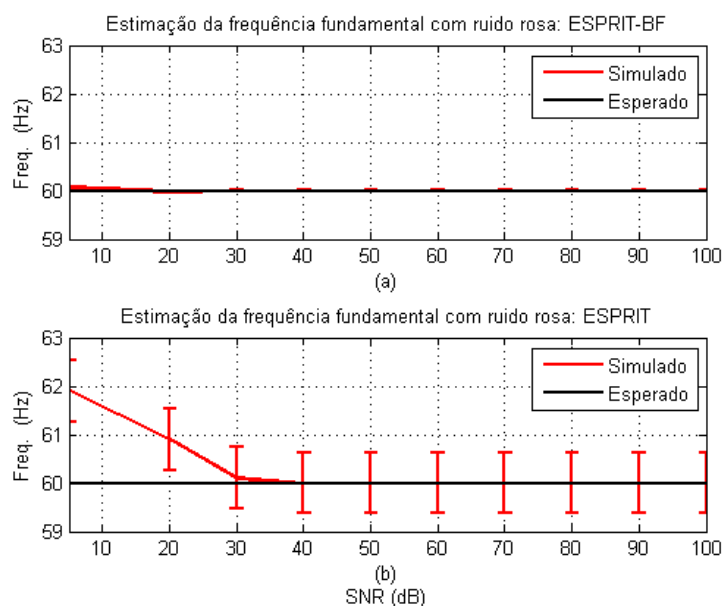


Figura 33: Estimação da frequência fundamental para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído rosa).

A Figura 37 indica o erro percentual do *terceiro* harmônico para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído azul. A Figura 38 indica a estimação da frequência do sub-harmônico de 30 Hz para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído vermelho. A Figura 39 indica a estimação da fase fundamental de 60 Hz para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído violeta.

Estimação de parâmetros do sub-harmônico de 30 Hz

Para o sinal analisado, enquanto o ESPRIT-BF Ajustável não consegue estimar a frequên-

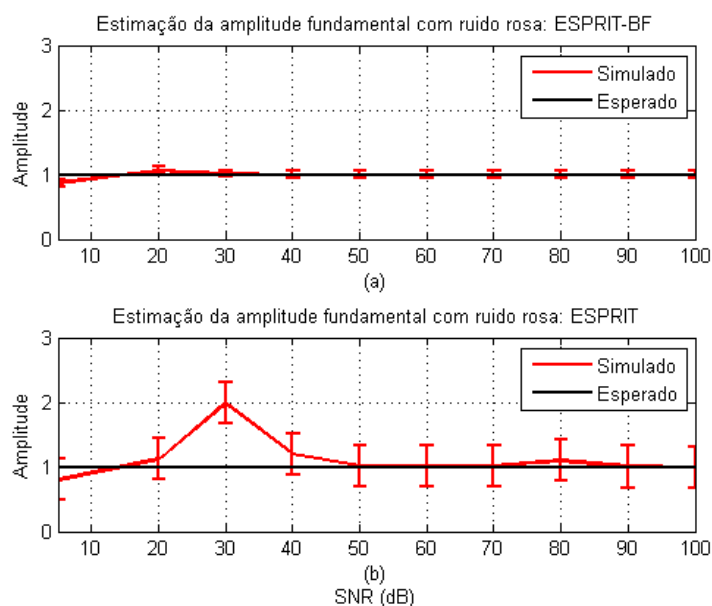


Figura 34: Estimação da amplitude fundamental para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído rosa).

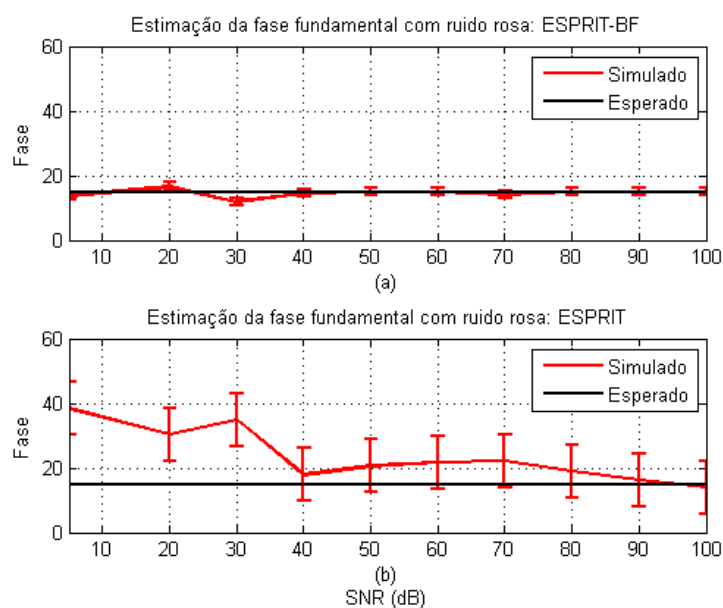


Figura 35: Estimação da fase fundamental para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído rosa).

cia do inter-harmônico de 30 Hz, apenas nos casos em que o sinal é contaminado com os ruídos azul e rosa para uma $SNR = 5\text{dB}$, o ESPRIT convencional só começa a estimar a frequência desse sub-harmônico quando o sinal está contaminado com o ruído vermelho e para uma $SNR = 30\text{ dB}$. Para o sinal contaminado com os outros ruídos, o ESPRIT convencional necessita de uma relação sinal-ruído mais alta para estimar a frequência do sub-harmônico de 30Hz, ou seja: com ruído rosa em 40 dB, com ruído azul e violeta em 50 dB.

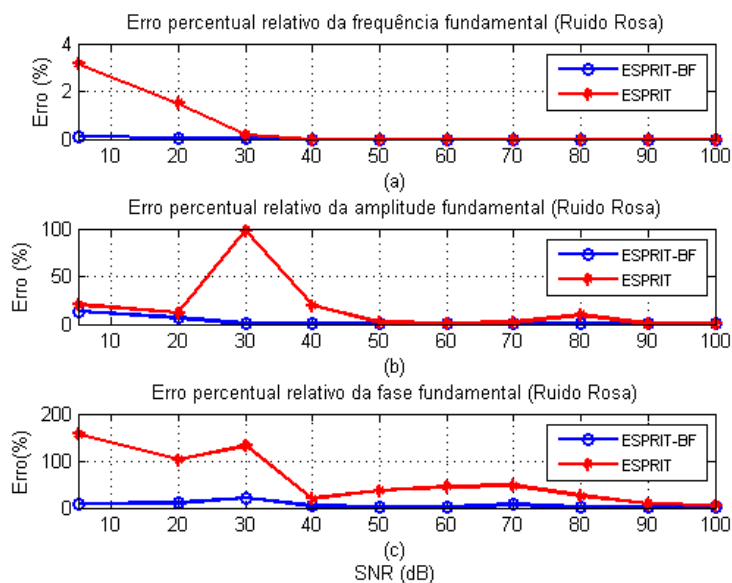


Figura 36: Erro percentual (%) para o sinal $s_1(t)$ considerando a média de 100 execuções em cada amostra (Tabela 8 – ruído rosa): (a) Frequência fundamental; (b) Amplitude fundamental; (c) Fase fundamental.

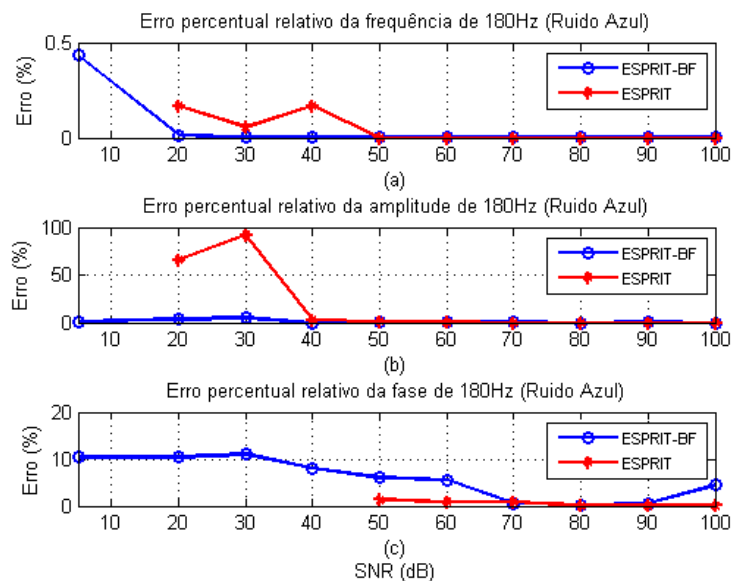


Figura 37: Erro percentual (%) para o sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções em cada amostra (Tabela 21 – Apêndice C – ruído azul): (a) Frequência do 3º harmônico; (b) Amplitude do 3º harmônico; (c) Fase do 3º harmônico.

Como dito no Caso 1, o sub-harmônico de 30 Hz e o de 45 Hz estão bem próximos entre si e pela influência do ruído, os algoritmos, por vezes, não conseguem estimar estes sub-harmônicos, sobretudo do sub-harmônico de 45 Hz. Para o Caso 2, como o sinal $s_1(t)$ foi contaminado com ruídos que não possuem a potência distribuída uniformemente no espectro de frequência, a resposta da estimação para os componentes, sobretudo os sub-harmônicos

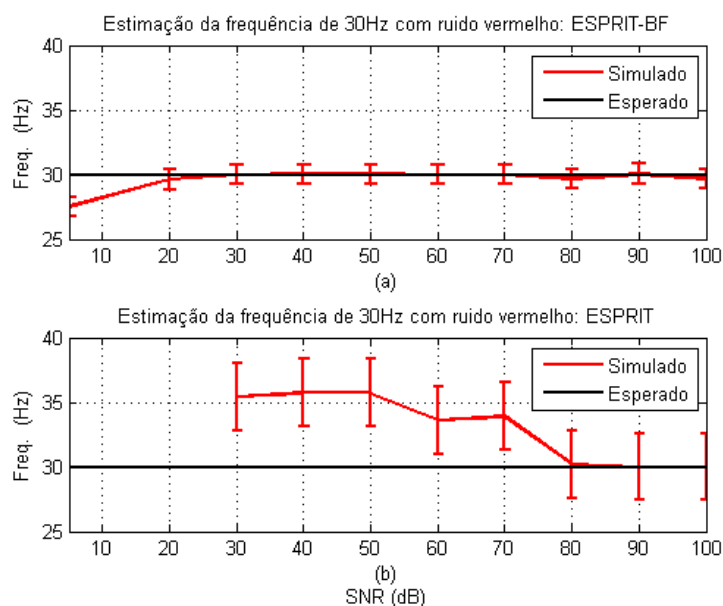


Figura 38: Estimação da frequência do inter-harmônico de 30Hz para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído vermelho).

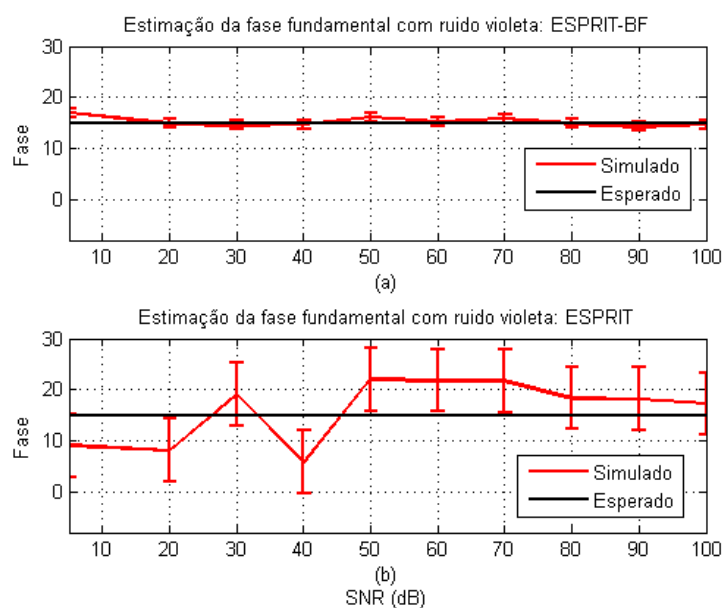


Figura 39: Estimação da fase fundamental de 60Hz para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído violeta).

foi ainda mais influenciada. Observa-se que a técnica ESPRIT convencional não foi capaz de estimar o sub-harmônico de 45 Hz quando o sinal $s_1(t)$ foi contaminado com o ruído rosa e azul; para a contaminação com o ruído vermelho os parâmetros foram estimados somente a partir de 70 dB e, para a contaminação com o ruído violeta os parâmetros foram estimados apenas em 90 dB e 100 dB. Em contrapartida, o método proposto estimou o sub-harmônico de 45 Hz quando o sinal $s_1(t)$ foi contaminado com o ruído rosa a partir de 30 dB; quando foi

contaminado com o ruído vermelho a partir de 5 dB; quando foi contaminado com o ruído violeta a partir de 30 dB e; quando foi contaminado com o ruído azul a partir de 40 dB.

Portanto, comparando os dois métodos, a deterioração do desempenho, devido ao ruído colorido é consideravelmente maior no ESPRIT do que no ESPRIT-BF Ajustável, conforme esperado. Observe que as Figuras 38, 79 e 81(a) – *Apêndice D* – indicam a frequência do inter-harmônico de 30 Hz com os desvios estatísticos, mostrando como o ESPRIT se desvia mais do valor esperado que o ESPRIT-BF Ajustável. O erro da frequência do inter-harmônico de 30 Hz, que utiliza a média das 100 execuções em cada amostra para gerar o resultado obtido na figura, também é melhor para método ESPRIT-BF Ajustável.

Ao analisar as amplitudes do sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído rosa, o ESPRIT-BF Ajustável obteve erros percentuais abaixo de 6,40%, iniciando as estimações a partir de $SNR = 20$ dB. Já o ESPRIT, iniciando as estimações a partir de 40 dB, apresentou erros, inclusive acima de 100% para SNR 's de 80 e 90 dB. Considerando o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído vermelho, o ESPRIT-BF Ajustável em 5, 20 e 30 dB obteve erros percentuais de 13,00% – 10,80% – 10,30%, com erros abaixo de 0,51% para as demais SNR 's, enquanto que no ESPRIT a estimacão iniciou a partir de 30 dB e o erro percentual foi de 29,00%, com erro ainda acima de 100% em 60 dB. Já o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído azul, o ESPRIT-BF ajustável obteve erro máximo de 15,00% em 40 dB, com erros abaixo de 7,50% para as demais SNR 's, ao passo que no ESPRIT os parâmetros foram detectados somente a partir de 50 dB. Para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído violeta, em 5 e 20dB os erros foram de 10,70% – 13,40%, a partir disso, o ESPRIT-BF Ajustável obteve erros abaixo de 0,21%, enquanto que o ESPRIT iniciou sua estimacão a partir de 50 dB, apresentando erros acima de 100% em 100 dB.

Para as fases, considerando o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído rosa, o ESPRIT-BF Ajustável apresentou erro percentual de 30,55% e 23,89% para SNR de 5 e 20 dB, com erros abaixo de 9,18% para as demais SNR 's, sendo que a técnica ESPRIT não foi capaz de estimar nenhum parâmetro. Para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído vermelho, o ESPRIT-BF Ajustável obteve erros de aproximadamente 20,48%, 23,74% e 22,35% para SNR de 5, 20 e 30 dB, respectivamente, com erros abaixo de 14,87% para as demais SNR 's, enquanto que novamente o ESPRIT não foi capaz de estimar nenhum parâmetro. Considerando o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído azul, o ESPRIT-BF Ajustável obteve erros de aproximadamente 15,55%, 32,47% e 26,42% para SNR de 20, 30 e 40 dB, respectivamente, e para as demais SNR obteve-se uma estimacão com erros abaixo de 7,87%, ao passo que o ESPRIT não foi capaz de estimar nenhum parâmetro. Para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído violeta, o método proposto obteve o erro máximo de 26,73% para a $SNR = 30dB$, sendo que

o ESPRIT iniciou as estimações apenas a partir da $SNR = 50$ dB, com erro de aproximadamente 39,14%, inclusive com erro máximo em $SNR = 90$ dB de 40,22%.

Estimação de parâmetros da fundamental de 60 Hz

Avaliando a estimativa da frequência no componente fundamental de 60 Hz para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído rosa, nas estimações do ESPRIT-BF Ajustável os erros percentuais ficaram abaixo de 0,03% e o ESPRIT obteve erros de até 3,17%. Para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído vermelho, o ESPRIT-BF Ajustável apresentou erros percentuais abaixo de 0,02%, à medida que no ESPRIT o erro foi de até 6,33%. No caso do sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído azul, o erro percentual no ESPRIT-BF Ajustável foi abaixo de 0,34% e no ESPRIT o erro foi de até 1,33%. Considerando o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído violeta, o ESPRIT-BF ajustável apresentou erro percentual abaixo de 0,13%, enquanto que o ESPRIT apresentou erro de até 0,67%. Observe as Figuras 33 e 36(a) que indicam a frequência fundamental com os desvios estatísticos e o erro da frequência fundamental que utiliza a média das 100 execuções para gerar o resultado. Na Figura 33, pode ser visto que a técnica ESPRIT se desvia mais do valor esperado que o método proposto. Na Figura 36(a) pode ser visto que para valores de SNR baixos, o método proposto se sobressai em relação ao ESPRIT.

Ao analisar as amplitudes do sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído rosa, o ESPRIT-BF ajustável apresentou um erro percentual abaixo de 13,61% para uma $SNR = 5$ dB, em contrapartida o ESPRIT apresentou um erro de 98,44% para $SNR=30$ dB, inclusive em 5, 20 e 40 dB indicou erros de 20,20%, 11,54% e 19,76%, respectivamente. Para o sinal corrompido com ruído vermelho, o ESPRIT-BF Ajustável obteve erro abaixo de 3,00% para uma $SNR = 5$ dB, enquanto que no ESPRIT o erro foi acima de 100% para este mesmo nível de ruído. Para o sinal corrompido por ruído azul, o ESPRIT-BF Ajustável obteve erro abaixo de 13,06% para uma $SNR = 5$ dB, ao passo que no ESPRIT o erro foi de aproximadamente 51,33% para este mesmo nível de ruído. E, por fim, para o ruído violeta, o ESPRIT-BF Ajustável obteve erro percentual abaixo de 1,81% para uma $SNR = 5$ dB, enquanto que o ESPRIT obteve erro de até 12,74% para este mesmo nível de ruído e, inclusive, para $SNR = 20, 30$ e 40 dB os erros foram de 11,91% – 10,21% – 10,37%, respectivamente. Observe as Figuras 34 e 36(b) que indicam a amplitude do componente fundamental com os desvios estatísticos, mostrando como o ESPRIT se desvia mais do valor esperado que o ESPRIT-BF Ajustável.

Para as fases do sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído rosa, o ESPRIT-BF Ajustável apresentou um erro de 8,74% para a SNR de 5 dB, porém seu pior caso foi em 20 e 30 dB com erros de 10,52% e 21,14%, respectivamente, para os outros níveis de SNR os erros

ficaram abaixo de 3,85%. Em contrapartida, o ESPRIT apresentou erros acima de 100% para $SNR = 5, 20, 30$ dB e até mesmo para valores de SNR 's maiores, indicou erros de até 34,95%. Para o sinal contaminado com o ruído vermelho, o ESPRIT-BF Ajustável apresentou erros de 10,09%, 11,26% e 9,82% para SNR de 5, 20 e 30 dB, respectivamente, sendo que em outros níveis de SNR 's, os erros foram abaixo de 8,19%, enquanto que no ESPRIT, considerando SNR 's de 5, 20 e 30 dB os erros foram de 94,16%, 27,98% e 35,74%, respectivamente. Para o ruído azul, o ESPRIT-BF Ajustável apresentou erros de aproximadamente 19,22% e 16,73% para SNR 's de 5 e 30 dB, porém seu pior caso ocorreu para $SNR = 40dB$, onde o erro foi de 23,07%, ao passo que no método ESPRIT não ocorreu estimação para as SNR 's de 5, 20, 30 e 40dB, inclusive para $SNR = 60dB$ e $SNR = 70dB$, nas quais os erros foram de até 45,15%. Para o sinal corrompido por ruído violeta, o ESPRIT-BF Ajustável obteve erros abaixo de 13,58%, à medida que no ESPRIT o erro percentual foi de até 61,49%. Observe as Figuras 35, 39 e 36(b) que indicam a fase fundamental com os desvios estatísticos mostrando como o ESPRIT se desvia mais do valor esperado que o ESPRIT-BF Ajustável.

Estimação de parâmetros harmônicos, sub-harmônicos e decaimento

No sinal $s_1(t)$, as frequências de 180 Hz, 1260 Hz e 3000 Hz foram estimadas com baixo erro pelo método ESPRIT-BF Ajustável, considerando o sinal contaminado com todos os ruídos (rosa, azul, vermelho e violeta). A única exceção foi quando o sinal $s_1(t)$ foi contaminado com o ruído violeta em $SNR = 5$ dB, em que a estimação da frequência do harmônico de 3000 Hz apresentou um erro de aproximadamente 14,30%, enquanto a técnica ESPRIT nem foi capaz de estimar este parâmetro neste cenário.

Para o *terceiro* harmônico, nota-se que não somente as estimações de frequências foram realizadas com bom desempenho pelo ESPRIT-BF Ajustável, mas também as amplitudes e fases. O pior resultado do método proposto ocorreu quando o sinal $s_1(t)$ foi corrompido por ruído azul para uma $SNR = 30$ dB, onde o método proposto apresentou um erro de estimação da fase de aproximadamente 10,96%. Por outro lado, o método ESPRIT apresentou estimativas com erros mais elevados. A Figura 37 indica os erros na estimativa da frequência, amplitude e fase do *terceiro* harmônico, onde é possível observar o melhor desempenho do método proposto quando comparado ao ESPRIT.

Analisando a estimação da frequência do 21º harmônico no sinal $s_1(t)$, para todos os ruídos coloridos considerados no trabalho, observa-se novamente que o método obteve melhores estimativas do que o ESPRIT. Na análise da amplitude desse harmônico, o ESPRIT-BF Ajustável mostrou-se bastante superior ao ESPRIT para o ruído rosa e violeta com $SNR = 5dB$. Na análise da fase, para os ruídos rosa, vermelho e violeta, o ESPRIT-BF Ajust-

tável apresentou erros de 11,20%, 10,02% e 13,97%, respectivamente, para uma $SNR=5$ dB. Em contrapartida, a técnica ESPRIT apresentou erros mais elevados. Por exemplo: para a estimação da frequência, amplitude e fase do 21° harmônico para uma $SNR = 5$ dB, o algoritmo não foi capaz de estimar o parâmetro quando o sinal foi contaminado com os ruídos azul, vermelho e violeta; na estimação da amplitude com o ruído rosa em 5 e 20 dB, o algoritmo apresentou erros de aproximadamente 51,40% e 10,40%, respectivamente; para o ruído azul, na estimação da amplitude com SNR de 20 e 30dB, os erros obtidos foram aproximadamente 16,40% e 35,20%, respectivamente; para o ruído violeta o erro foi de 34,50% para uma SNR de 30 dB; em relação a estimação da fase, para o ruído azul a técnica ESPRIT não foi capaz de estimar o parâmetro para as SNR de 5, 20, 30, e 40 dB, para o ruído rosa apresentou um erro de 73,95% para SNR de 5 dB e para o ruído violeta apresentou um erro de 40,82% em 5 dB.

Considerando agora os parâmetros estimados relacionados ao 50° harmônico, o método proposto apresentou bom desempenho para estimação da frequência, excetuando o caso com o ruído violeta que já foi destacado anteriormente. Em relação a estimação da amplitude: para o sinal corrompido por ruído azul o método proposto apresentou erros de aproximadamente 18,00% e 15,00% para as SNR 's de 5 e 20 dB, respectivamente; para o sinal corrompido por ruído rosa o método proposto apresentou erros de 16,50% e 16,50% para as SNR de 5 e 20 dB, respectivamente; e para o ruído violeta os erros foram de 19,90%, 24,30% e 16,50% para as SNR de 5, 30dB e 100dB, respectivamente. Em relação a fase: para o sinal corrompido com ruído azul o método proposto apresentou erros de aproximadamente 8,45% e 9,92% para SNR de 30 e 40dB, respectivamente. Por outro lado, o método ESPRIT apresentou novamente erros maiores do que os do método proposto.

Avaliando o decaimento exponencial do 50° harmônico, novamente o método proposto apresentou desempenho melhor do que ESPRIT. É interessante notar mais uma vez que mesmo estando próximo à limitação da faixa de amostragem (3840Hz) e agora com o agravante dos ruídos coloridos, o ESPRIT-BF Ajustável apresenta desempenho superior ao ESPRIT. Com exceção dos casos onde o método proposto não foi capaz de estimar o parâmetro, os piores casos ocorreram para o sinal corrompido por ruído vermelho para as SNR 's de 5, 20 e 30 dB, no qual os erros percentuais foram de aproximadamente 16,33%, 12,95% e 11,40%, respectivamente. Com relação as estimativas obtidas com o método ESPRIT, destacam-se: para o sinal corrompido com ruído rosa o parâmetro não foi estimado para SNR de 5 dB e para SNR de 20 e 30dB os erros percentuais foram de 31,26% e 40,39%; para o ruído azul, o decaimento exponencial não foi estimado para as SNR 's de 5, 20, 30 e 40 dB; para o sinal corrompido por ruído vermelho, o parâmetro não foi estimado para a SNR de 5 dB, e para as

SNR de 20 a 50 dB a média de erros foi de aproximadamente 26,85%; para o ruído violeta o parâmetro não foi estimado para as SNR 's de 5 e 20dB e para SNR de 30dB erro foi de aproximadamente 11,68%.

O sub-harmônico de 45 Hz não foi estimado pela técnica ESPRIT para quase a totalidade dos sinais analisados. A técnica obteve sucesso apenas com o ruído vermelho e para alguns valores de SNR 's, estimando parâmetros de frequência e amplitude. Para o método proposto, com $SNR = 5$ dB e com $SNR = 20$ dB esse componente só foi estimado quando o sinal foi corrompido por ruído vermelho. Além da influência da curva de densidade de cada tipo de ruído, já foram feitas algumas considerações sobre a não estimação desse inter-harmônico, mesmo para os casos com ruído branco. Sobretudo, o que se observa, é que o método proposto, mesmo com a interferência desses ruídos e com o número de ciclos fixo em *cinco*, consegue obter melhor desempenho de estimação do que a técnica ESPRIT.

4.1.3.3 AVALIAÇÃO DE COMPLEXIDADE

A Tabela 10 traz o resumo do custo computacional para o método ESPRIT-BF Ajustável e para o ESPRIT considerando o sinal $s_1(t)$. Novamente é possível observar que o método proposto apresenta menor custo computacional.

Tabela 10: Tabela de complexidade computacional do sinal $s_1(t)$ – um ciclo de $s_1(t)$ equivale a 128 amostras.

Sinal	ESPRIT			ESP-BF-A			Relação de melhoria $\frac{O(ESPRIT)}{O(ESPRIT-BF)}$
	M	N	Comp.	M	N	Comp.	
$s_1(t)$					129		5,22
	96	545	1.570.965.225	32	129	300.730.875	
					289		

4.1.3.4 BANCO DE FILTROS E RUÍDOS COLORIDOS

Conforme observado nos resultados, é notável a melhora na estimação de parâmetros do sinal corrompido com ruídos coloridos que o método ESPRIT-BF Ajustável introduz. Nesta seção, será discutido por que o ESPRIT-BF é menos afetado pelo ruído colorido.

Para facilitar a análise, o comportamento do ruído foi analisado para um banco de filtros contendo *quatro* filtros. Um ruído rosa foi processado pelo banco e, em seguida, observou-se a energia relativa do ruído para cada sub-banda e comparou-se com a energia do ruído sem passar pelo banco de filtros. A Figura 40(a) mostra o caso do ruído rosa passando pelo banco de filtros acima mencionado. Considerando apenas a largura de banda da sub-banda, o restante do espectro do ruído parece mais plano quando comparado ao espectro completo

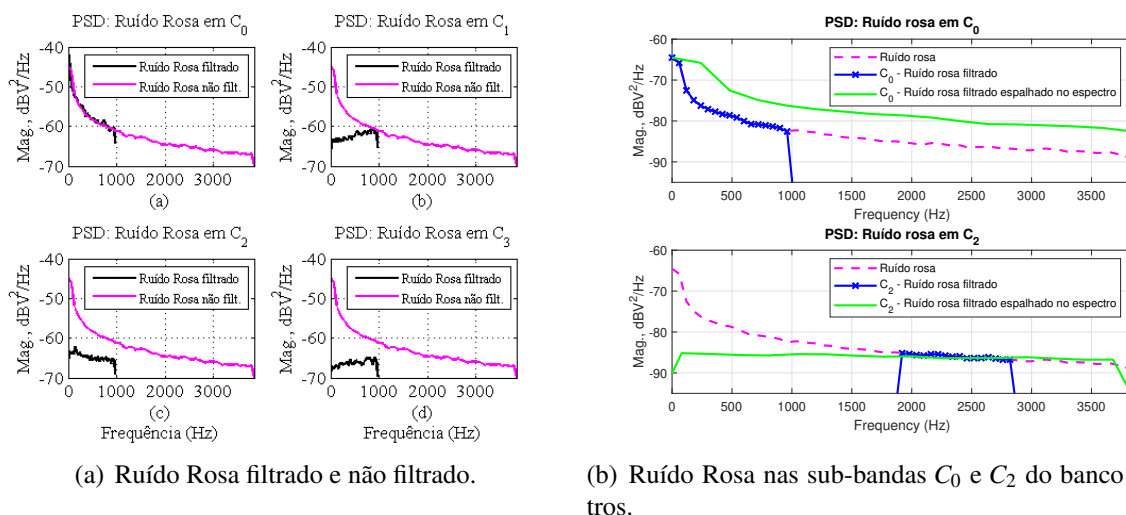


Figura 40: Densidade Espectral de Potência do Ruído Rosa ($F_s = 7680\text{Hz}$): (a) Ruído rosa decomposto por um banco de filtros com quatro bandas (C_0 , C_1 , C_2 e C_3) e Ruído Rosa não filtrado; (b) O efeito do banco de filtros no espalhamento do espectro do ruído rosa.

no caso do ruído rosa não filtrado. Observa-se que após a decimação, o ruído na sub-banda se espalha para todo o espectro e parecerá ainda mais plano, afastando-se das características coloridas, portanto, assemelhando-se com o ruído branco. A Figura 40(a) mostra o ruído ao passar pelo banco de filtros e no mesmo gráfico é visualizado o sinal sem ser filtrado e, é possível observar o efeito do ruído logo após a decimação. A Figura 40(b) mostra o efeito do ruído rosa dentro do banco de filtros, mostrando o espalhamento do ruído dentro da sub-banda.

Por outro lado, além da forma do espectro do ruído que se torna mais plano, a energia do ruído é dividida entre as sub-bandas. Desse modo, cada sub-banda do espectro espalhado possui $\frac{1}{L}$ vezes a potência de ruído inicial.

Dessa forma, as estimações dos parâmetros podem ser melhoradas, caso haja algum sinal adicionado a esse ruído. E, considerando os ruídos vermelho, azul e violeta as mesmas inferências também podem ser feitas.

4.1.3.5 CONCLUSÕES DO CASO 2

O Caso 2 utilizou o mesmo sinal sintético do Caso 1 corrompido com ruídos coloridos (ruído rosa, azul, vermelho e violeta) para avaliar o desempenho do método proposto em comparação ao ESPRIT convencional em cenários de ruído colorido.

As análises realizadas ao longo da seção mostraram que o uso de banco de filtros realmente melhora o desempenho do ESPRIT em cenários com ruído colorido além de pro-

mover uma redução do custo computacional. Desta forma, o método proposto apresenta-se realmente como uma evolução quando comparado ao ESPRIT convencional.

4.1.4 CASO 3: ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE SINAIS REAIS

Este estudo de caso traz alguns exemplos de sinais reais adquiridos em laboratório.

Para as aquisições feitas em laboratório, como não é conhecido *a priori* o conteúdo harmônico dos sinais a serem analisados, utilizou-se a DFT aplicada a 60 ciclos como referência. Embora, com a DFT ao longo de 60 ciclos de duração do sinal seja fornecido o conteúdo de frequência com resolução de 1Hz, não se pode usá-la como referência para avaliar o erro de estimativa. A razão disso está no fenômeno de vazamento de frequência na DFT, onde as frequências localizadas entre as fendas são parcialmente vazadas e detectadas nas fendas adjacentes. Dessa forma, os exemplos analisados neste Caso 3 tomam como referência as informações obtidas pela DFT aplicada em cada sinal, mas não avaliam os erros das estimativas.

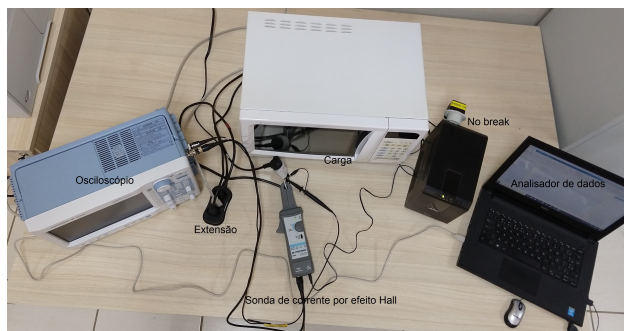
Assim, este tópico se divide nas seguintes análises:

1. Avaliação do desempenho do sinal de corrente de um micro-ondas.
2. Avaliação do desempenho do sinal logo após um ensaio feito por uma fonte OMICRON (OMICRON, 2013).
3. Comparação do método proposto com a técnica W-SW-ESPRIT considerada no artigo (ALFIERI et al., 2017), aplicando o sinal gerado pelo micro-ondas (1450W/127V/60Hz).
4. Avaliação do desempenho de sinais considerando as topologias de quatro filtros citadas no capítulo 3 – ESPRIT-BF fixo –.

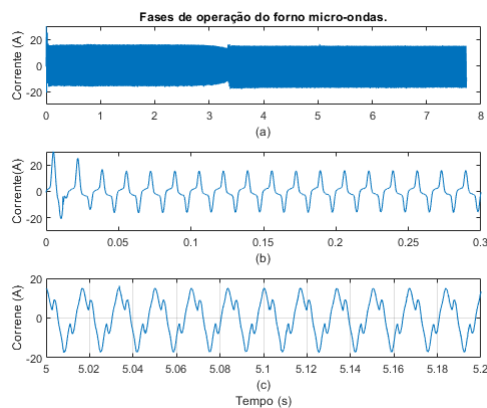
4.1.4.1 SINAL DE CORRENTE DE UM MICRO-ONDAS

Para este caso utilizou-se um sinal disponível no banco de dados do PSCOPE (*Signal Processing and Computational Intelligence for Power Systems*) da UFJF: um sinal de corrente de um forno micro-ondas, denominado $s_3(t)$. A Figura 41 mostra o setup utilizado para a aquisição.

Assim, para comparar a eficiência do método proposto ESPRIT-BF Ajustável e a do ESPRIT convencional, foram utilizados, em ambas as técnicas, 14 ciclos como comprimento



(a) Experimento alimentação forno micro-ondas.



(b) Formas de operação do forno micro-ondas.

Figura 41: Experimento alimentação de um forno micro-ondas (1450W/127V/60Hz): (a) Representação do Experimento: Osciloscópio/Micro-ondas/Medidor de corrente por Efeito Hall (corrente máxima até 100A)/Computador; (b) Formas de onda de corrente do $s_3(t)$.

do sinal, com o intuito de estimar os parâmetros existentes. Destaca-se que o sinal $s_3(t)$ foi adquirido com um número de ponto por ciclo $N_{ppc} = 128$.

A Tabela 11 mostra a estimativa das frequências, amplitudes e fases do sinal $s_3(t)$ para a DFT, para o ESPRIT convencional e para o ESPRIT-BF Ajustável, respectivamente. Apenas para ter uma comparação, observa-se que o método proposto consegue estimar todas as frequências indicadas pela DFT, enquanto o ESPRIT convencional não foi capaz de esitmar, usando o mesmo comprimento de sinal de 14 ciclos. Embora essa comparação tenha que ser limitada, percebe-se uma boa concordância entre as estimativas da DFT (60 ciclos) e do ESPRIT-BF (14 ciclos).

Embora o método proposto tenha estimado as componentes indicadas pela DFT, o banco de filtros construído pelo método foi o indicado pela Figura 42, quando esperaríamos um banco de filtros como o da Figura 43. Ao investigar o motivo dessa possível falha no algoritmo, descobriu-se que, para um número de ciclos maior, o banco de filtros projetado é o esperado. Para o sinal $s_3(t)$ em questão, com um número de ciclos igual ou maior do que 16, o algoritmo começa a acertar o número do banco de filtros e estima as componentes nas suas devidas sub-bandas.

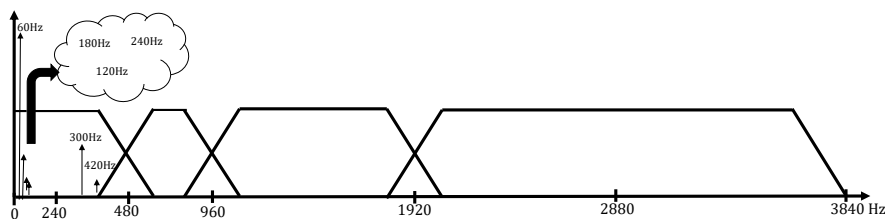


Figura 42: Banco de filtros que foi executado para o sinal $s_3(t)$.

Tabela 11: Avaliação para o sinal $s_3(t)$ coletado do forno micro-ondas considerando a DFT aplicada a 60 ciclos como referência. As estimações do ESPRIT-BF e do ESPRIT convencional foram feitas em 14 ciclos do comprimento do sinal.

Frequência			Amplitude			Fase		
DFT	ESPRIT	ESP-BF	DFT	ESPRIT	ESP-BF	DFT	ESPRIT	ESP-BF
60,00	59,8682	59,8088	1,1100	1,1703	1,1072	91,9024°	90,1942°	91,6193°
120,00	NE	119,7071	0,0885	NE	0,0866	39,8893°	NE	40,8062°
180,00	177,6435	179,4898	0,3639	0,4541	0,3623	1,2674°	64,2350°	0,5638°
240,00	290,1351	228,4200	0,0197	0,0648	0,0150	-104,8513°	-89,0992°	-103,72°
300,00	302,1878	298,8545	0,1625	0,3948	0,1704	118,8887°	110,7757°	121,7006°
420,00	NE	418,7640	0,0438	NE	0,0410	134,8170°	NE	139,5839°

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

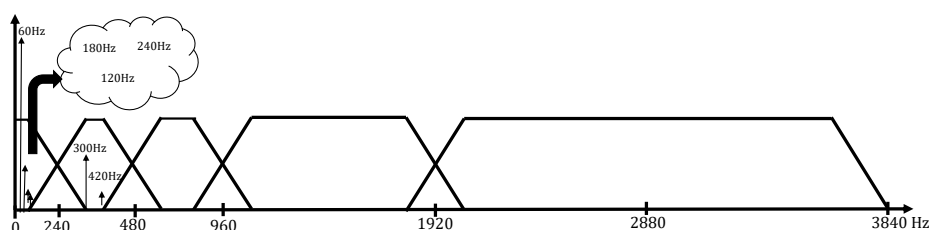


Figura 43: Banco de filtros que deveria ser executado para o sinal $s_3(t)$.

4.1.4.2 SINHAL DE UMA FONTE OMICRON

Para este caso, utilizou-se um sinal disponível no banco de dados do PSCOPE (*Signal Processing and Computational Intelligence for Power Systems*) da UFJF. Esse sinal que será chamado de $s_4(t)$ foi reproduzido por uma fonte OMICRON CMC-255-6 (OMICRON, 2013) usada para gerar sinais de tensão/corrente contendo distúrbios característicos de QEE (harmônicos). A Figura 44 mostra um modelo de uma fonte geradora de sinais, como a do exemplo considerado.



Figura 44: Modelo Omicron CMC-255-6 plus usada para reproduzir o sinal $s_4(t)$. Para a configuração dos sinais, estados com distúrbios são configurados com tempos de pré-evento, evento e pós-evento. Eventos de pré e pós, no caso, constituem sinais puramente senoidais de frequência e amplitudes fixas com 180 V e 60 Hz.

Para comparar a eficiência do método proposto ESPRIT-BF Ajustável e a do ESPRIT convencional, em ambas as técnicas foram aplicadas 14 ciclos ao comprimento do sinal com o intuito de detectar e estimar os parâmetros existentes.

Desta forma a Tabela 12 mostra a estimativa das frequências, amplitudes e fases do sinal $s_4(t)$ da DFT, do ESPRIT convencional e do ESPRIT-BF ajustável, respectivamente. Novamente, apenas para comparar, observa-se na Tabela 12, que o método proposto detecta quase todas as componentes de frequência indicadas pela DFT tomada como referência e, além disso, existe uma correlação entre a detecção dessas estimativas com a referência DFT. Em contrapartida, sob um mesmo número de ciclos (14 ciclos) do sinal, a técnica ESPRIT é capaz de detectar apenas a componente fundamental e o *terceiro* harmônico. Pode-se dizer o mesmo para as amplitudes e fases, pois o método proposto também indica uma certa correlação das estimativas de seus parâmetros com os indicados pela DFT.

Considerando, o número de componentes de frequência indicadas pela DFT, o banco de filtros que o método proposto executa está indicado pela Figura 46, mas na verdade deveria ter executado o banco indicado pela Figura 45. Como no caso anterior, todas as componentes de frequência do sinal $s_4(t)$ analisado estão abaixo do limite configurado pelo filtro passa-baixa ($\frac{F_s}{4}$ Hz). Dessa forma, o algoritmo EMO ao ser acionado retornaria um número de componentes de frequência maior do que quatro e dividiria essa banda ($\frac{F_s}{8}$ Hz). Como o número de componentes de frequência dessa banda ainda é maior do que *quatro*, essa sub-banda seria novamente dividida ($\frac{F_s}{16}$ Hz), e mais uma vez, por haver componentes acima de *quatro*, seria dividida pela última vez ($\frac{F_s}{32}$ Hz).

Assim, o banco de filtros seria semelhante ao da Figura 45. Porém, o algoritmo realizou apenas a primeira subdivisão ($\frac{F_s}{4}$ Hz), configurando o banco da Figura 46. Novamente, ao investigar o motivo dessa possível falha no algoritmo, descobriu-se que para o sinal $s_4(t)$ em questão, com um número de ciclos de aproximadamente 16, o algoritmo começa a acertar o número de bandas do banco de filtros e estima os componentes nas suas devidas sub-bandas. Vale ressaltar, que mesmo para um número de ciclos igual a 16, a técnica ESPRIT não foi capaz de estimar os outros componentes referidos pela DFT.

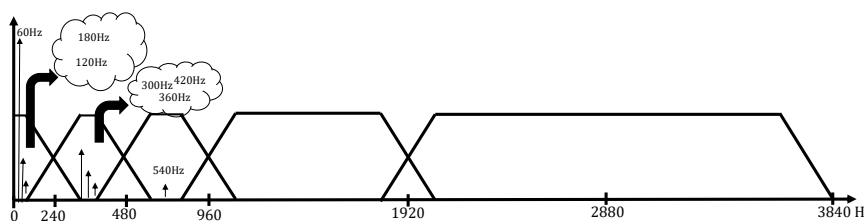


Figura 45: Banco de filtros que deveria ser executado para o sinal $s_4(t)$.

Tabela 12: Avaliação para o sinal $s_4(t)$ coletado da fonte OMICRON considerando a DFT aplicada a 60 ciclos como referência. As estimações do ESPRIT-BF e do ESPRIT convencional foram feitas em 14 ciclos do comprimento do sinal.

Frequência			Amplitude			Fase		
DFT	ESPRIT	ESP-BF	DFT	ESPRIT	ESP-BF	DFT	ESPRIT	ESP-BF
60	60,01	59,97	2032,00	2031,60	2025,20	-88,52°	-88,72°	-86,88°
120	NE	NE	48,28	NE	NE	-175,78°	NE	NE
180	189,70	184,25	39,46	11,10	41,34	20,91°	4,36°	20,15°
240	NE	244,11	16,39	NE	18,5	-177,90°	NE	-175,71°
300	NE	310,47	27,87	NE	28,15	35,71°	NE	39,69°
360	NE	367,33	11,75	NE	11,80	119,19°	NE	110,80°
420	NE	462,24	16,27	NE	15,6	106,05°	NE	106,78°
480	NE	NE	8,46	NE	NE	123,01°	NE	NE
540	NE	532,65	8,55	NE	10,6	142,15°	NE	141,69°

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

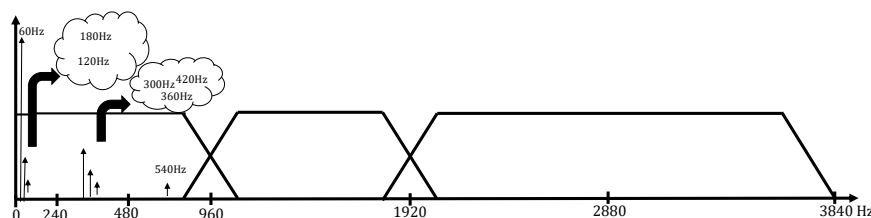


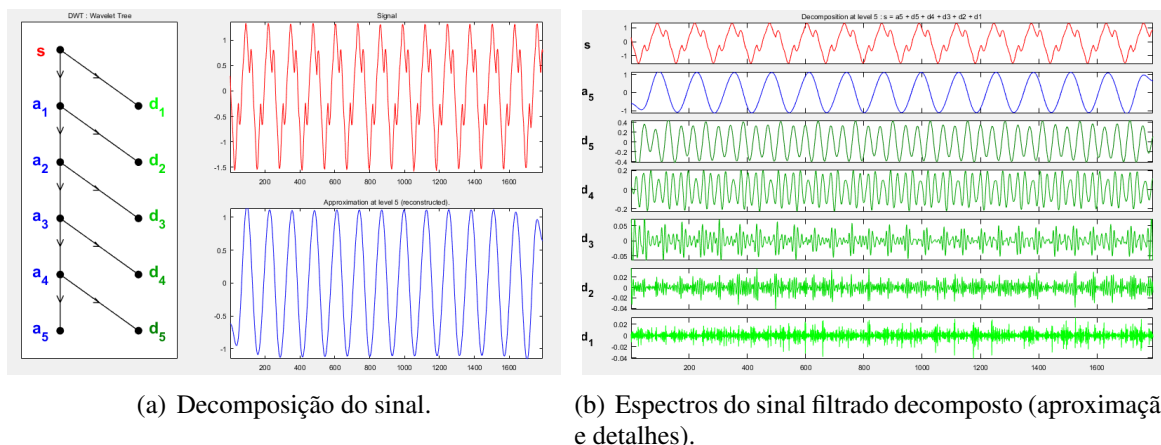
Figura 46: Banco de filtros que foi executado para o sinal $s_4(t)$.

4.1.4.3 COMPARAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO COM A TÉCNICA W-SW-ESPRIT CONSIDERANDO O SINAL DO MICRO-ONDAS

Para este caso, o método proposto foi comparado com a técnica híbrida W-SW-ESPRIT (ALFIERI et al., 2017). Estes autores desenvolveram um método com a transformada wavelet discreta com janela deslizante aplicando a técnica ESPRIT modificada (W-SW-ESPRIT-M) para análise espectral em altas e baixas frequências. Como o foco deste trabalho não abrange supra-harmônicos, foi desenvolvida uma transformada wavelet discreta com janela deslizante aplicando a técnica ESPRIT (W-SW-ESPRIT) para análise em baixas frequências para verificar o sinal $s_3(t)$ produzido por um forno micro-ondas.

A Figura 47 mostra o sinal $s_3(t)$ decomposto pela wavelet Meyer que foi usada para definir a W-SW-ESPRIT. A reconstrução de $s_3(t)$ depende da aproximação a_5 e dos detalhes d_5, d_4, d_3, d_2, d_1 . Foi considerado 14 ciclos da componente do sinal $s_3(t)$ para aplicar a transformada wavelet discreta com janela deslizante, aplicando a técnica ESPRIT.

A Tabela 13 mostra a estimativa das frequências, amplitudes e fases do sinal $s_3(t)$ da DFT, do W-SW-ESPRIT e do ESPRIT-BF Ajustável, respectivamente. Fazendo um comparativo, o método proposto foi capaz de estimar todas as componentes do sinal, com uma certa correlação às indicações do parâmetro de referência, enquanto a técnica híbrida W-



(a) Decomposição do sinal.

(b) Espectros do sinal filtrado decomposto (aproximação e detalhes).

Figura 47: Decomposição do sinal $s_3(t)$ na wavelet Meyer. (a) Árvore de decomposição. A reconstrução do sinal é feita pela aproximação a_5 e pelos detalhes d_5, d_4, d_3, d_2, d_1 ; (b) Espectros da decomposição do sinal $s_3(t)$.

Tabela 13: Avaliação para o sinal $s_3(t)$ coletado do forno micro-ondas considerando a DFT aplicada a 60 ciclos como referência. As estimações do ESPRIT-BF e do W-SW-ESPRIT foram feitas em 14 ciclos do comprimento do sinal.

Frequência			Amplitude			Fase		
DFT	W-SW-ES	ESP-BF	DFT	W-SW-ES	ESP-BF	DFT	W-SW-ES	ESP-BF
60,00	59,5000	59,8088	1,1100	0,9910	1,1072	91,9024°	93,5718°	91,6193°
120,00	143,3000	119,7071	0,08849	0,0279	0,0866	39,8893°	56,3606°	40,8062°
180,00	177,1000	179,4898	0,3639	0,3175	0,3623	1,2674°	13,8942°	0,5638°
240,00	NE	228,4200	0,01967	NE	0,01500	-104,8513°	NE	-103,7200°
300,00	295,8000	298,8545	0,1625	0,4335	0,1704	118,8887°	126,8734°	121,7006°
420,00	NE	418,7640	0,04381	NE	0,041	134,8170°	NE	139,5839°

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

SW-ESPRIT não foi capaz de estimar todos os parâmetros. Portanto, para o sinal avaliado e para a implementação realizada, o método proposto mostrou-se superior ao método W-SW-ESPRIT.

4.1.4.4 CASO EM QUE O MÉTODO PROPOSTO ESPRIT-BF FIXO ESTÁ CONFIGURADO COM UM BANCO DE FILTROS IIR

Para este caso, foi considerado um sinal sintetizado com múltiplos harmônicos, inter-harmônicos para a estimação de parâmetros, avaliação e comparação do ESPRIT-BF fixo com quatro filtros IIR *versus* ESPRIT convencional. O sinal sintetizado $s_5(t)$ é

$$\begin{aligned}
 s_5(t) = & \cos(2\pi \times 60t + 15^\circ) + 0,2 \cos(2\pi \times 30t + 25^\circ) + \\
 & 0,3 \cos(2\pi \times 27,5 \times 60t + 45^\circ) + 0,2 \cos(2\pi \times 43,5 \\
 & \times 60t + 60^\circ) + 0,1 \cos(2\pi \times 55 \times 60t + 68^\circ)
 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Tabela 14: Média dos parâmetros estimados do sinal $s_5(t)$ estimado.

SNR	5dB		15dB		25dB		35dB	
	FB-ESP.	ESPRIT	FB-ESP.	ESPRIT	FB-ESP.	ESPRIT	FB-ESP.	ESPRIT
Estimador								
Fund. F.: 60 Hz	59,96	59,48	60,00	60,31	60,00	59,77	60,00	59,77
Sub. F.: 30 Hz	30,08	NE	30,00	NE	30,00	NE	30,00	NE
Int. F.: 1650	1650,00	1650,03	1650,00	1650,08	1650,00	1650,01	1650,00	1650,01
Int. F.: 2610	2609,97	2609,95	2610,00	2610,05	2610,00	2610,02	2610,00	2610,01
Har. F.: 3300	3300,04	3298,77	3300,01	3299,92	3300,00	3300,04	3300,00	3300,03
Fund. 60 A.: 1	1,02	1,22	1,00	0,22	1,00	0,11	1,00	0,10
Sub. 30 A.: 0,2	0,33	NE	0,23	NE	0,21	NE	0,20	NE
Int. 1650 A.: 0,3	0,37	0,37	0,31	0,34	0,30	0,30	0,30	0,30
Int. 2610 A.: 0,2	0,34	0,34	0,25	0,32	0,20	0,21	0,20	0,20
Har. 3300 A.: 0,1	0,24	0,27	0,16	0,24	0,10	0,19	0,10	0,20
Fund. 60 ϕ : 15°	15,57°	11,70°	15,05°	7,99°	15,01°	9,37°	15,00°	9,54°
Sub. 30 ϕ : 25°	33,03°	NE	25,10°	NE	25,00°	NE	25,00°	NE
Int. 1650 ϕ : 45°	45,08°	45,08°	45,05°	44,91°	45,01°	44,94°	45,00°	44,97°
Int. 2610 ϕ : 60°	60,37°	60,57°	60,00°	60,11°	60,00°	59,94°	60,00°	59,95°
Har. 3300 ϕ : 68°	68,18°	68,71°	68,23°	68,34°	68,08°	67,86°	68,01°	67,87°

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

O banco de filtros IIR possui ordem 24 com atenuação de banda de rejeição de 80dB e largura de transição de 20Hz. A estimação dos parâmetros $s_5(t)$ foi realizada através de 50.000 execuções de simulações de Monte Carlo (MCS) para diferentes níveis de ruído Gaussiano branco aditivo, enquanto que o número de pontos por ciclo é $N_{ppc} = 128$, sendo executado com *cinco* ciclos de duração do sinal.

É importante ressaltar que neste exemplo foram utilizadas 96 amostras por linha da matriz de autocorrelação para ESPRIT original. Para o ESPRIT-BF fixo foram utilizadas 24 amostras.

As Tabelas 14 e 15 indicam o valor médio e o desvio padrão dos parâmetros estimados de $s_5(t)$ nas 50.000 execuções de MCS acima mencionadas para cada nível da relação sinal-ruído de 5, 15, 25 e 35dB.

Observa-se que sob o mesmo comprimento de sinal, enquanto o ESPRIT-BF fixo detecta a frequência do inter-harmônico de 30Hz mesmo em SNR muito baixo (5dB), o ESPRIT convencional é incapaz de detectar, até mesmo em $SNR = 35$ dB. Observando a componente fundamental observa-se também uma eficaz estimação nos parâmetros estimados pelo método proposto e uma precisão em suas estimativas ao compará-las com o ESPRIT. É notável também observar a precisão que o método proposto obteve para realizar a estimação dos outros componentes. No caso por exemplo, para a estimativa das frequências dos componentes de frequências médias (1650 e 2610Hz) em SNR's muito baixos, a média de estimativa do ESPRIT-BF fixo é de 4,10 vezes menor comparado ao ESPRIT convencional. E, para estimar a frequência do componente de 3300Hz que está próxima da limitação da frequência de amostragem (3840Hz), a média de estimativas pelo ESPRIT-BF fixo para

Tabela 15: Desvio padrão dos parâmetros estimados do sinal $s_5(t)$ estimado.

SNR	5dB		15dB		25dB		35dB	
	FB-ESP.	ESPRIT	FB-ESP.	ESPRIT	FB-ESP.	ESPRIT	FB-ESP.	ESPRIT
Fund. F.: 60Hz	0,70	1,67	0,12	1,06	0,02	0,29	0,01	0,29
Sub. F.: 30Hz	1,99	NE	0,56	NE	0,18	NE	0,07	NE
Int. F.: 1650Hz	1,37	5,44	0,36	1,39	0,13	0,44	0,08	0,16
Int. F.: 2610Hz	2,87	5,37	0,55	2,12	0,17	0,66	0,09	0,23
Har. F.: 3300Hz	12,33	24,85	1,28	5,11	0,37	1,34	0,11	0,43
Fund. 60 A.: 1	0,13	0,14	0,03	0,10	0,01	0,04	0,00	0,03
Sub. 30 A.: 0,2	0,14	NE	0,03	NE	0,01	NE	0,00	NE
Int. 1650 A.: 0,3	0,13	0,12	0,03	0,12	0,01	0,00	0,00	0,00
Int. 2610 A.: 0,2	0,14	0,12	0,12	0,12	0,01	0,00	0,00	0,00
Har. 3300 A.: 0,1	0,10	0,09	0,13	0,11	0,01	0,03	0,00	0,00
Fund. 60 ϕ : 15°	6,16°	5,18°	1,93°	3,59°	0,61°	1,42°	0,19°	0,78°
Sub. 30 ϕ : 25°	18,80°	NE	8,95°	NE	2,83°	NE	0,90°	NE
Int. 1650 ϕ : 45°	19,92°	19,54°	6,26°	5,88°	1,96°	1,83°	0,73°	0,58°
Int. 2610 ϕ : 60°	36,25°	23,14°	9,41°	8,91°	2,92°	2,76°	0,92°	0,87°
Har. 3300 ϕ : 68°	53,25°	43,05°	23,11°	20,75°	5,93°	5,68°	1,87°	1,78°

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

Tabela 16: Tabela de complexidade computacional do sinal $s_5(t)$ – um ciclo de $s_6(t)$ são 128 amostras.

Sinal	ESPRIT			ESP-BF-F			Relação de melhoria $\frac{O(ESPRIT)}{O(ESPRIT-BF)}$
	M	N	Comp.	M	N	Comp.	
$s_5(t)$					137		13,76
					137		
	96	545	1.570.965.225	24	137	114.190.596	
					137		

diferentes SNR's é 3,81 vezes menor em comparação com o ESPRIT.

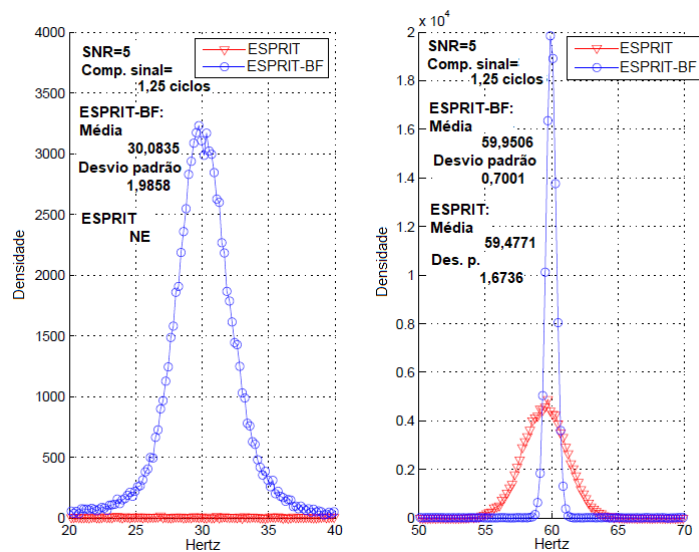
A Figura 48 compara visualmente a precisão e robustez do ESPRIT-BF fixo por meio da distribuição de densidade das frequências estimadas de $s_5(t)$ em 50.000 execuções de MCS para $SNR = 5dB$. Observa-se através da distribuição de densidade que as curvas de estimação da técnica ESPRIT possuem um maior desvio para todos os parâmetros do sinal $s_6(t)$ e em contrapartida o método proposto apresenta uma distribuição Gaussiana melhor ratificando as estimativas das Tabelas 14 e 15.

Avaliação de complexidade

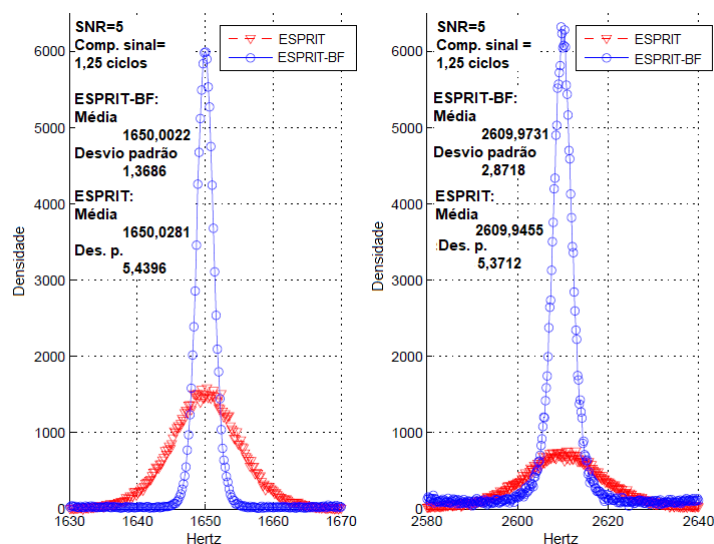
A Tabela 16 traz o resumo da soma computacional para o método ESPRIT-BF fixo e para o ESPRIT convencional considerando o sinal $s_5(t)$.

4.1.4.5 CASO EM QUE O MÉTODO PROPOSTO ESPRIT-BF FIXO ESTÁ CONFIGURADO COM UM BANCO DE FILTROS FIR

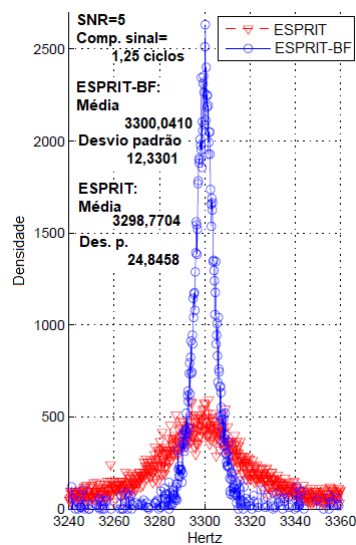
Para este caso, foi considerado um sinal sintetizado com múltiplos harmônicos, inter-harmônicos para a estimação de parâmetros, avaliação e comparação do ESPRIT-BF fixo com quatro filtros FIR – Johnston 12 dB (BOLLEN & GU, 2006), (HAI & CHEN, 2012) –



(a) Distribuição da densidade para as frequências de 30Hz e 60Hz.



(b) Distribuição da densidade para as frequências de 1650Hz e 2610Hz.



(c) Distribuição da densidade para a frequência de 3300Hz.

Figura 48: Distribuição da densidade para as frequências do sinal $s_5(t)$ considerando $SNR = 5dB$.

Tabela 17: Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_6(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF proposto e o ESPRIT convencional em diferentes níveis de ruído: 5, 20, 30 e 40dB.

SNR	5dB		20dB		30dB		40dB	
	Estimador	ESP-BF	ESPRIT	ESP-BF	ESPRIT	ESP-BF	ESPRIT	ESP-BF
F. Fund.: \hfill 60 Hz	0,21	2,00	0,04	0,33	-0,01633	0,02	0,00	0,02
F. Int. : \hfill 30Hz	0,21	NE	0,52	5,33	0,096	0,33	0,08	0,67
F. Int.: \hfill 1650Hz	0,036	0,02	0,00	0,02	0	0,01	0,00	0,01
F. Int.: \hfill 2610	0,15	0,14	0,02	0,03	0,00	0,01	0,00	0,00
F. Har.: \hfill 3300	0,07	46,04	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00
A. Fund. 60: \hfill 1	3,37	10,91	0,13	3,40	0,16	4,30	0,06	3,00
A. Int. 30: \hfill 0.2	14,80	NE	1,40	12,50	2,30	8,80	0,85	0,70
A. Int. 1650: \hfill 0.3	6,37	6,50	1,27	1,03	1,97	0,20	2,43	0,53
A. Int. 2610: \hfill 0.2	5,35	18,35	4,95	6,25	0,30	1,05	0,40	1,40
A. Har. 3300: \hfill 0.1	9,80	X	0,80	4,20	3,20	3,00	0,60	0,60
ϕ Fund. 60: \hfill 15°	3,88	30,42	2,98	11,20	1,82	1,57	0,00	0,56
ϕ Int. 30 : \hfill 25°	8,55	NE	5,10	40,08	2,80	11,55	2,27	1,75
ϕ Int. 1650 : \hfill 45°	0,39	45,38	1,60	2,62	0,52	2,66	0,15	0,01
ϕ Int. 2610 : \hfill 60°	6,98	7,81	3,12	4,03	4,54	4,45	0,46	1,22
ϕ Har. 3300 : \hfill 68°	1,90	X	0,24	9,03	1,07	3,62	0,17	0,65

NE = Não Estimado.

X = erro acima de 100%.

versus ESPRIT convencional. O sinal sintetizado $s_6(t)$ é

$$\begin{aligned}
 s_6(t) = & \cos(2\pi \times 60t + 15^\circ) + 0,2 \cos(2\pi \times 30t + 25^\circ) + \\
 & 0,3 \cos(2\pi \times 27,5 \times 60t + 45^\circ) + 0,2 \cos(2\pi \times 43,5 \\
 & \times 60t + 60^\circ) + 0,1 \cos(2\pi \times 55 \times 60t + 68^\circ)
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

A estimação dos parâmetros $s_6(t)$ foi realizada através de 100 simulações com variação de SNR de 5 a 100dB, enquanto que o número de pontos por ciclo é $N_{ppc} = 128$, sendo executado com cinco ciclos de duração do sinal.

É importante ressaltar que neste exemplo foram utilizadas 96 amostras por linha da matriz de autocorrelação para ESPRIT original. Para o ESPRIT-BF fixo foram utilizadas 32 amostras para o sinal $s_6(t)$.

A Tabela 17 indica o erro percentual da estimativa das frequências, amplitudes e fases do método ESPRIT-BF fixo e do ESPRIT convencional. Observa-se que mesmo para uma relação sinal-ruído baixa o método proposto demonstra uma robustez na estimação quando comparado ao ESPRIT. A técnica convencional em 5dB possui erros acima de 100% para amplitude e fase do harmônico de 3300Hz e não é capaz de estimar o componente de 30Hz. O erro percentual para técnica ESPRIT só fica abaixo de 10% a partir de 40dB, enquanto que para o método proposto apenas em 5dB obteve um erro acima de 10% com a amplitude do inter-harmônico de 30Hz.

Tabela 18: Tabela de complexidade computacional do sinal $s_6(t)$ – um ciclo de $s_6(t)$ são 128 amostras.

Sinal	ESPRIT			ESP-BF-F			Relação de melhoria $\frac{O(ESPRIT)}{O(ESPRIT-BF)}$
	M	N	Comp.	M	N	Comp.	
$s_6(t)$	96	545	1.570.965.225	32	129	102.841.380	15,28
					129		
					129		
					129		

As Figuras 49, 50 e 51 indicam as frequências, amplitudes e fases da fundamental e do inter-harmônico de 30Hz com seus desvios estatísticos mostrando como o ESPRIT se desvia mais do valor esperado que o ESPRIT-BF.

As Figuras 52, 53 e 54 indicam o erro da fundamental, do inter-harmônico de 30Hz e do harmônico de 3300Hz. Realizando a média de 100 execuções de amostras, é exibido o resultado obtido nas respectivas figuras que indicam uma melhor apuração do método ESPRIT-BF.

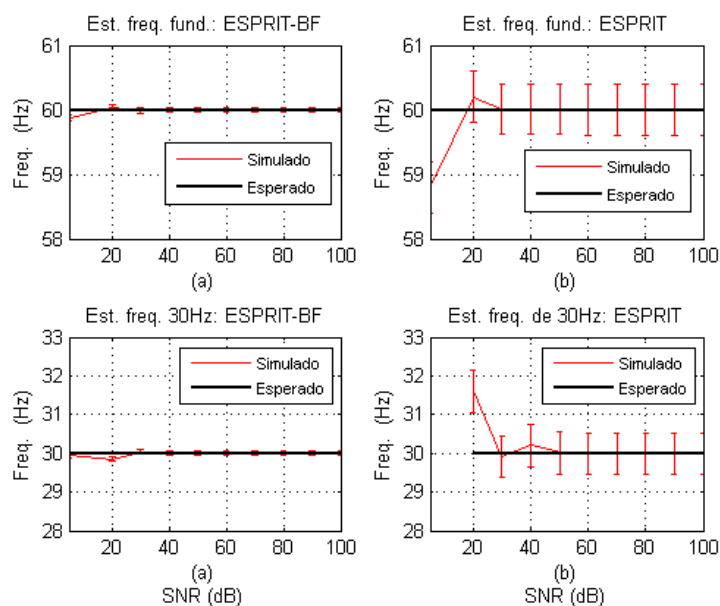


Figura 49: Estimação da frequência do sinal $s_6(t)$ indicando os desvios estatísticos: Componente fundamental 60Hz e Inter-harmônico 30Hz.

Avaliação de complexidade

A Tabela 18 traz o resumo do custo computacional para o método ESPRIT-BF fixo e para o ESPRIT convencional considerando o sinal $s_6(t)$.

4.1.4.6 CONCLUSÕES DO CASO 3

O Caso 3 trouxe alguns exemplos de sinais reais utilizados em sistemas de potência para fazer uma avaliação mais rigorosa do método proposto.

A topologia do banco de filtros ajustável demonstrou nos exemplos do micro-ondas e do

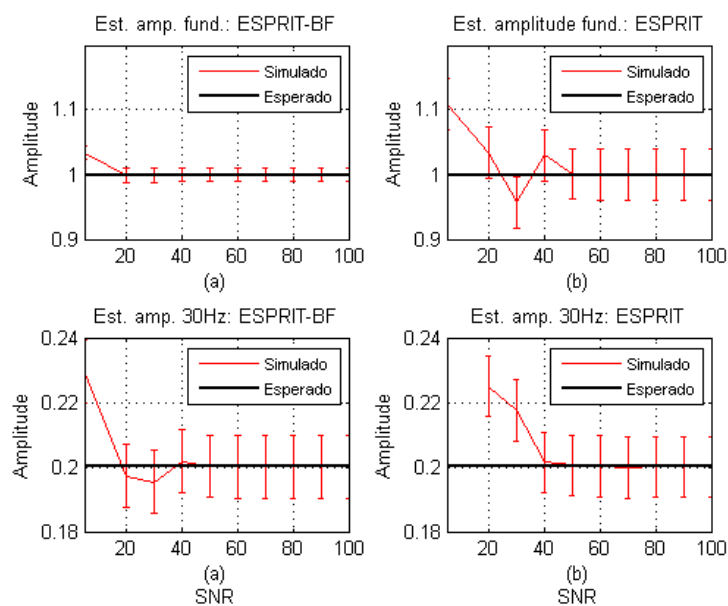


Figura 50: Estimação da amplitude do sinal $s_6(t)$ indicando os desvios estatísticos: Componente fundamental 60Hz e Inter-harmônico 30Hz .

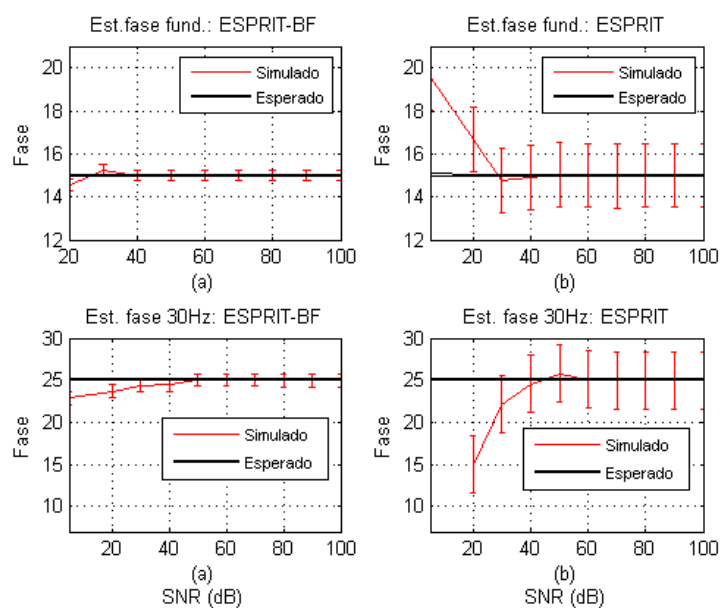


Figura 51: Estimação da fase do sinal $s_6(t)$ indicando os desvios estatísticos: Componente fundamental 60Hz e Inter-harmônico 30Hz .

o sinal gerado pela fonte OMICRON melhores estimações quando comparadas com o ESPRIT, tomando como base a referência dada pela DFT.

O fato do ESPRIT não ter sido capaz de estimar as componentes de frequência na maioria dos sinais analisados sob as mesmas condições que o método proposto, é um ponto relevante.

Em comparação com a técnica híbrida da transformada wavelet com janela deslizante aplicando a técnica ESPRIT (W-SW-ESPRIT), o método proposto indicou melhores estimações, sendo este um ponto de destaque, já que a técnica híbrida demonstra ser robusta (ALFIERI et al., 2017).

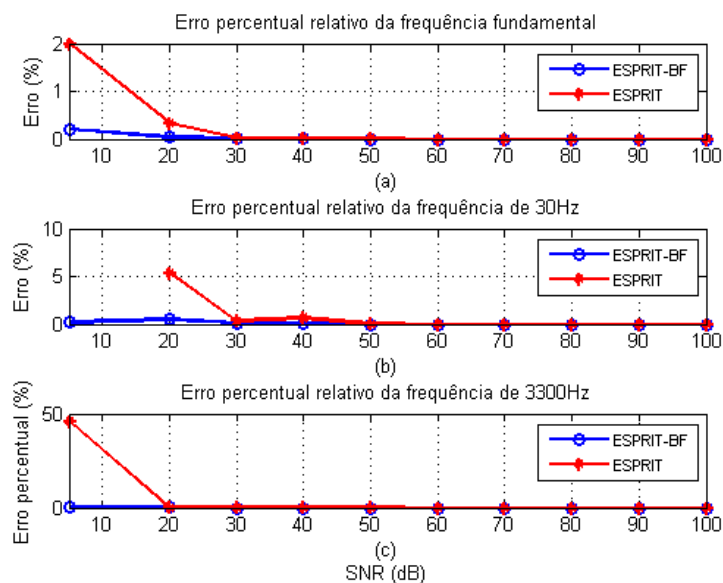


Figura 52: Erro percentual (%) da frequência considerando a média das 100 execuções da Tabela 17: (a) Componente fundamental 60Hz ; (b) Inter-harmônico de 30Hz ; (c) Harmônico de 3300Hz .

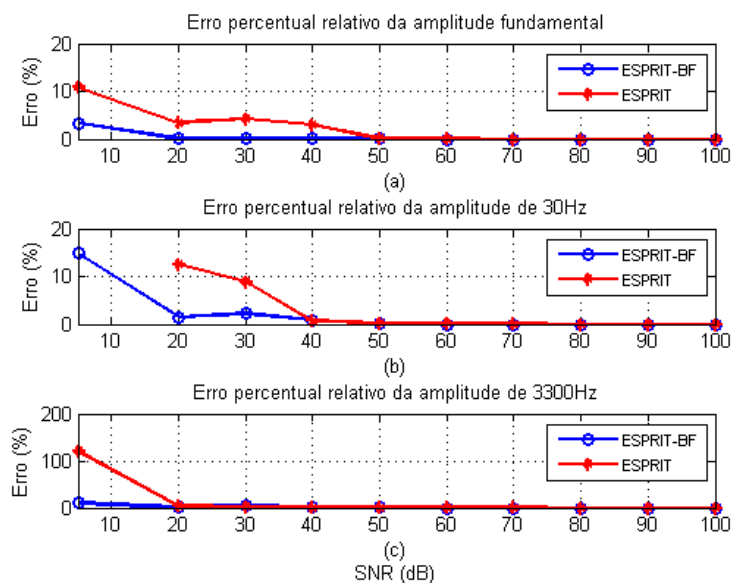


Figura 53: Erro percentual (%) da amplitude considerando a média das 100 execuções da Tabela 17: (a) Componente fundamental 60Hz ; (b) Inter-harmônico de 30Hz ; (c) Harmônico de 3300Hz .

Desta forma, pode-se inferir que o banco de filtros associado ao ESPRIT (ESPRIT-BF), mesmo com algumas limitações para determinação do número de ciclos mais adequados, indica ser um método vantajoso e promissor.

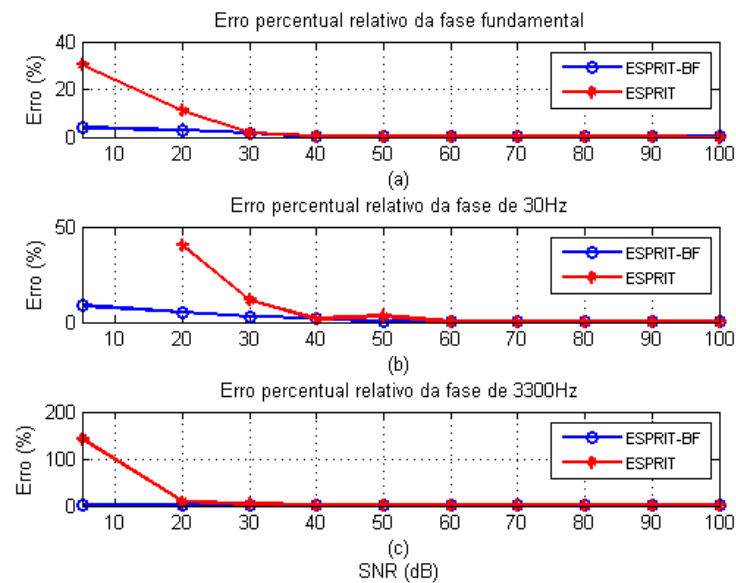


Figura 54: Erro percentual (%) da fase considerando a média das 100 execuções da Tabela 17: (a) Componente fundamental 60Hz; (b) Inter-harmônico de 30Hz; (c) Harmônico de 3300Hz.

4.1.5 CASO 4: COMPARAÇÃO ESPRIT-BF AJUSTÁVEL COM ESPRIT-BF FIXO

Para finalizar este capítulo, um último exemplo será considerado no tópico. Uma comparação das duas versões do método proposto: o ESPRIT-BF Ajustável e o método ESPRIT-BF Fixo. Além disso, os métodos são confrontados com a técnica ESPRIT.

Assim, para avaliar este estudo de caso, utilizou-se para ambas as versões do método ESPRIT-BF, um banco de filtros FIR de ordem 98, atenuação de banda de rejeição de aproximadamente 40 dB e largura de transição de 100 Hz. O sinal utilizado para o estudo foi:

$$\begin{aligned}
 s_4(t) = & \cos(2\pi \times 60t + 15^\circ) + 0.3\cos(2\pi \times 30t + 90^\circ) + \\
 & 0.2\cos(2\pi \times 180t + 25^\circ) + 0.15\cos(2\pi \times 31 \times 60t + 128^\circ) + \\
 & 0.3\cos(2\pi \times 27.5 \times 60t + 45^\circ) + 0.2\cos(2\pi \times 43.5 \times 60t + 60^\circ) + \\
 & 0.1\cos(2\pi \times 55 \times 60t + 68^\circ)
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

O sinal $s_4(t)$ na Equação (4.8) compreende um componente fundamental, três inter-harmônicos e três harmônicos. Os parâmetros que devem ser estimados são as frequências, amplitudes e fases dos componentes senoidais de $s_4(t)$.

O vetor de dados utilizado para a autocorrelação do ESPRIT e do ESPRIT-BF ajustável têm o comprimento de 96 e 32 amostras, respectivamente. Para o ESPRIT-BF fixo foram utilizadas 64 amostras para o vetor de autocorrelação.

A análise dos parâmetros estimados de $s_4(t)$ foi realizada através 10.000 simulações, variando a diferentes níveis de dB, enquanto o número de pontos por ciclo $N_{ppc} = 128$, sendo que os três métodos utilizaram *oito* ciclos de duração do sinal.

Tabela 19: Média dos parâmetros do sinal $s_4(t)$ estimado.

SNR	5dB			15dB			25dB		
	Estimador	ESP.-BF-A	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF-A	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF-A	ESP.-BF
F. Fund.: 60 Hz	60,0022	60,4000	59,0000	60,0000	60,0000	60,4000	60,0000	60,0000	60,0102
F. Int. : 30Hz	30,0052	29,7000	NE	29,9996	30,0000	28,2000	30,0000	30,0000	29,3700
F. Har. : 180Hz	180,0033	179,6000	178,8000	180,0080	180,0000	186,0000	179,9998	180,0000	180,4000
F. Int.: 1650Hz	1643,5000	1641,1000	1571,5000	1650,0000	1650,0000	1650,9000	1650,0000	1650,0000	1650,0900
F. Har.: 1860Hz	1856,9000	1857,7000	1838,2000	1860,0000	1860,0000	1863,1000	1860,0000	1860,0000	1861,0900
F. Int.: 2610	2538,5000	2548,9000	2510,4000	2610,0000	2610,0000	2612,8000	2610,0000	2610,0000	2610,4000
F. Har.: 3300	3186,8000	3253,1000	3181,4000	3300,0000	3300,0000	3302,2000	3300,0000	3300,0000	3300,1000
A. Fund. 60: 1	1,0006	1,1000	1,1980	1,0001	1,0004	1,0568	0,9999	1,0000	1,0010
A. Int. 30: 0,3	0,2935	0,4000	NE	0,3006	0,3152	0,5104	0,3000	0,3041	0,3200
A. Har. 180.: 0,2	0,1591	0,2205	0,1508	0,2006	0,2018	0,2240	0,2000	0,2000	0,2070
A. Int. 1650: 0,3	0,2991	0,3100	0,2441	0,3008	0,2884	0,2983	0,3000	0,2920	0,2920
A. Har. 1860: 0,15	0,1269	0,1218	0,1820	0,1504	0,1500	0,1550	0,1502	0,1502	0,1530
A. Int. 2610: 0,2	0,2517	0,2440	0,0972	0,2004	0,2007	0,1914	0,2000	0,2001	0,1960
A. Har. 3300: 0,1	0,1088	0,1127	0,0349	0,1002	0,1017	0,1070	0,1002	0,1002	0,1045
ϕ Fund. 60: 15°	13,3717	12,5701	24,7891	14,2614	14,5380	16,3100	14,9993	15,0037	14,9890
ϕ Int 30: 90°	99,9984	87,4390	NE	90,0445	89,9408	96,7667	89,9959	89,9877	93,0447
ϕ Har. 180: 25°	47,7563	30,5179	37,8732	25,6987	25,2999	25,8540	25,0197	25,0196	25,9875
ϕ Int. 1650: 45°	43,8332	55,8329	52,7470	45,1163	45,1729	44,1879	45,0235	45,0210	45,2260
ϕ Har. 1860: 128°	113,7350	129,9157	149,0874	127,8861	128,2351	129,3368	127,9963	128,0315	129,0158
ϕ Int. 2610: 60°	47,5388	45,3203	74,8255	53,8659	54,4288	53,6589	59,8453	59,9121	61,9450
ϕ Har. 3300: 68°	72,0095	71,8346	72,0528	71,9368	71,1660	71,9373	68,2580	68,1743	68,8780

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

As Tabelas 19 e 20 indicam as médias e os desvios padrão do sinal $s_4(t)$, respectivamente.

4.1.5.1 ANÁLISES DOS RESULTADOS DAS ESTIMAÇÕES DO CASO 4

As Figuras 55, 56 e 57 indicam as estimações de frequência, de amplitude e de fase da componente fundamental para o sinal $s_4(t)$ com SNR , variando de 5 a 45dB. A Figura 58 indica os erros percentuais de frequência, de amplitude e de fase do componente para o sinal $s_4(t)$, considerando as 10.000 execuções da simulação Monte Carlo para cada amostra.

As Figuras 59 e 60 indicam os erros percentuais de frequência, de amplitude e de fase dos componentes 2610Hz e 3300Hz.

Estimação do componente fundamental de 60 Hz

A estimação dos parâmetros frequência e amplitude do componente fundamental para o ESPRIT-BF Ajustável foram realizadas com bom desempenho, mesmo em condições de baixa SNR . As estimativas se mantêm eficientes e com poucos desvios, os quais podem ser observados nas Tabelas 19 e 20. Em comparação com a técnica ESPRIT convencional, o método proposto é superior tanto para a estimação da frequência, como para a estimação da amplitude e fase, sobretudo para $SNR = 5$ dB.

As Figuras 55, 56 e 57 indicam as estimativas da frequência, da amplitude e da fase desse componente, com os desvios estatísticos, para a variação do SNR de 5 a 45dB. Observe como o método proposto ESPRIT-BF Ajustável se desvia menos e se aproxima mais do valor esperado. A Figura 58 indica os erros percentuais de frequência, de amplitude e de fase do componente, considerando as 10.000 simulações Monte Carlo.

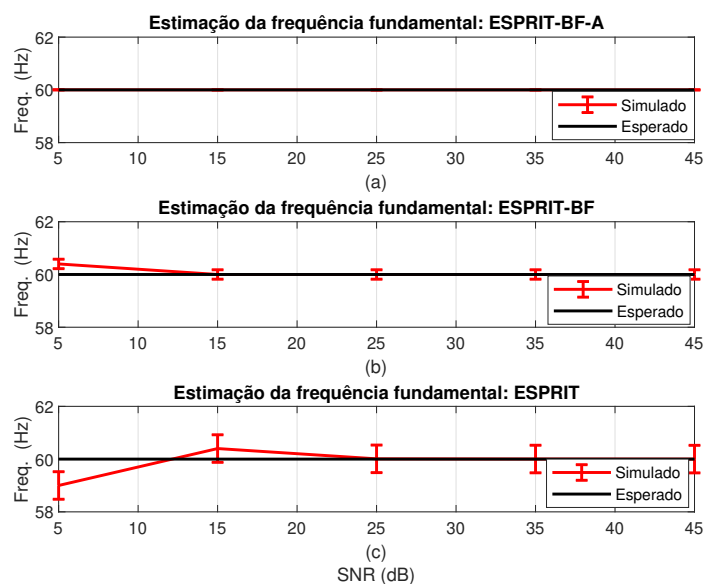
Estimação de parâmetros harmônicos 180Hz, 1860Hz, 3300Hz e inter-harmônicos

Tabela 20: Desvio padrão dos parâmetros estimado do sinal $s_4(t)$ estimado.

SNR	5dB			15dB			25dB		
	Estimador	ESP.-BF-A	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF-A	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF-A	ESP.-BF
F. Fund.: 60 Hz	0,4078	1,4883	4,0686	0,0248	0,0840	0,2649	0,0076	0,0260	0,0616
F. Int. : 30Hz	0,7479	4,0460	4,0526	0,1114	0,3236	5,2833	0,0266	0,0925	0,4039
F. Har. : 180Hz	1,9533	6,1280	8,6967	0,1584	0,2910	0,4491	0,0358	0,0701	0,1275
F. Int.: 1650Hz	29,2305	43,0851	90,9006	0,0860	0,1498	0,2487	0,0232	0,0423	0,0741
F. Har.: 1860Hz	17,4554	19,2208	71,2373	0,2517	0,3776	0,5705	0,0500	0,09010	0,1466
F. Int.: 2610	12,4722	19,4107	42,3018	0,3060	0,2421	0,3888	0,0719	0,0630	0,1111
F. Har.: 3300	29,7057	28,7357	63,1974	0,9975	0,7379	1,0449	0,1585	0,1352	0,2304
A. Fund. 60: 1	0,0702	0,4497	0,2172	0,0244	0,0680	0,1758	0,0075	0,0084	0,0233
A. Int. 30: 0,3	0,0800	0,1197	0,1164	0,0251	0,0202	0,1131	0,0081	0,0061	0,1330
A. Har. 180.: 0,2	0,0765	0,0650	0,0429	0,024	0,2130	0,0171	0,0075	0,0071	0,0052
A. Int. 1650: 0,3	0,0805	0,0651	0,0490	0,0238	0,1940	0,0240	0,0074	0,0060	0,0121
A. Har. 1860: 0,15	0,0812	0,0674	0,0459	0,0244	0,2180	0,0192	0,0076	0,0070	0,0062
A. Int. 2610: 0,2	0,3078	0,3223	0,0440	0,0241	0,0220	0,0162	0,0076	0,0069	0,0052
A. Har. 3300: 0,1	0,0742	0,0693	0,0269	0,0246	0,0227	0,0202	0,0075	0,0068	0,0062
ϕ Fund. 60: 15°	6,9648	8,8482	12,1763	2,6858	3,1215	4,3699	0,4818	0,7944	0,9235
ϕ Int 30: 90°	41,0273	27,8541	28,2351	6,7815	9,6559	10,5342	1,6651	2,8227	3,6741
ϕ Har. 180: 25°	32,3953	17,5358	13,1115	8,4559	7,9331	6,7884	2,2771	2,2252	2,0595
ϕ Int. 1650: 45°	29,2250	24,3035	13,9762	5,3899	4,7239	4,8567	1,4855	1,3566	1,2133
ϕ Har. 1860: 128°	42,4756	32,0587	32,5617	15,2524	11,5508	11,0582	3,1316	2,8521	2,4014
ϕ Int. 2610: 60°	39,0867	35,6937	19,7734	11,9955	11,6638	6,8606	2,2672	2,0041	1,7907
ϕ Har. 3300: 68°	46,2388	44,9341	28,3862	16,7086	16,2287	10,4665	4,6818	4,1366	3,6741

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

Figura 55: Estimação da frequência fundamental do sinal $s_4(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 45dB.

30Hz, 1650Hz, 2610Hz

Avaliando os componentes harmônico e inter-harmônicos do sinal $s_4(t)$, o método ESPRIT-BF Ajustável obteve boas estimativas quando comparado ao ESPRIT convencional, sobretudo para SNR's muito baixas. Ademais, comparado ao ESPRIT-BF fixo, em muitas situações, o método se apresentou melhor ou equivalente.

O ESPRIT-BF Ajustável estimou os parâmetros de frequência e de amplitude próximo do valor esperado, mesmo para $SNR = 5$ dB, sendo que para a fase apresentou um erro per-

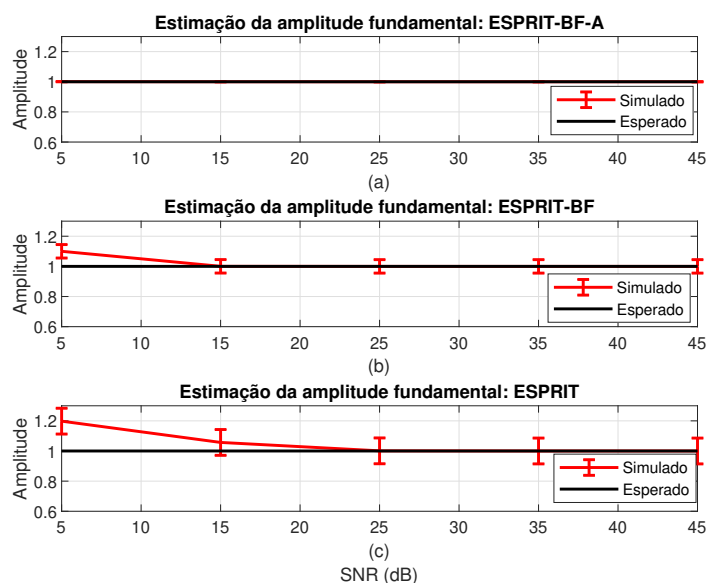


Figura 56: Estimação da amplitude fundamental do sinal $s_4(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 45dB.

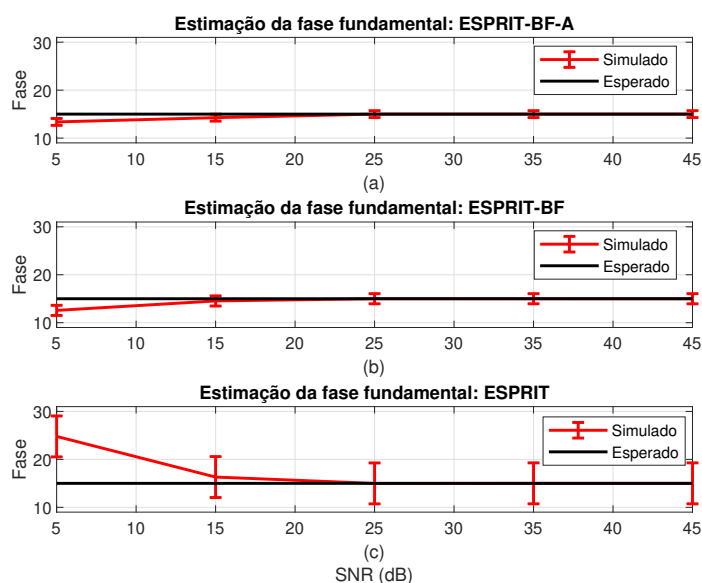


Figura 57: Estimação da fase fundamental do sinal $s_4(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 45dB.

centual de 11,1093%, enquanto a técnica ESPRIT, nesse mesmo nível de ruído, não foi capaz de estimar os parâmetros do componente. Já o ESPRIT-BF Fixo apresentou uma estimação de frequência e amplitude próximas do valor esperado, mas, considerando a estimação da amplitude, apresentou um erro percentual por volta de 33,3333% para a $SNR = 5dB$.

Para o harmônico de 180 Hz, as estimações de frequência dos três métodos foram boas, destacando o fato de o ESPRIT-BF Ajustável e o ESPRIT-BF Fixo apresentarem um menor erro nas estimativas. Para $SNR = 5dB$, os métodos estimam valores para amplitudes com erros elevados, sendo novamente o maior erro observado para a técnica ESPRIT, que mesmo

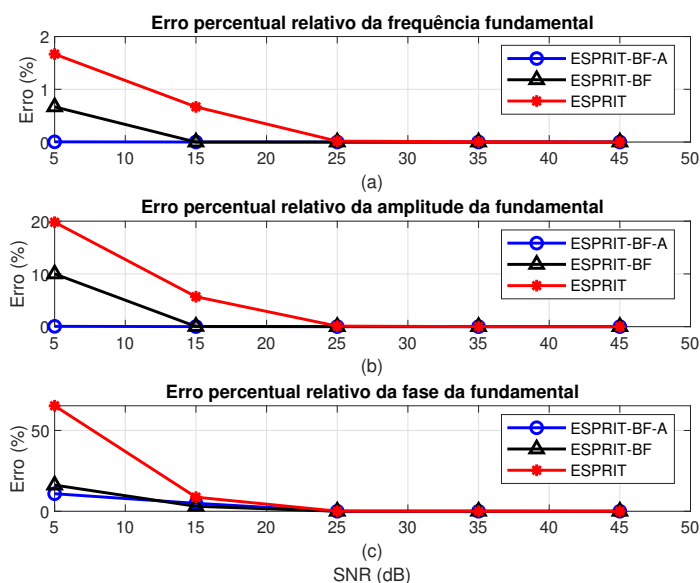


Figura 58: Erro percentual (%) do componente fundamental para o $s_4(t)$ considerando a média das 10.000 execuções da MCS da Tabela 19: (a) Frequência fundamental; (b) Amplitude fundamental; (c) Fase fundamental.

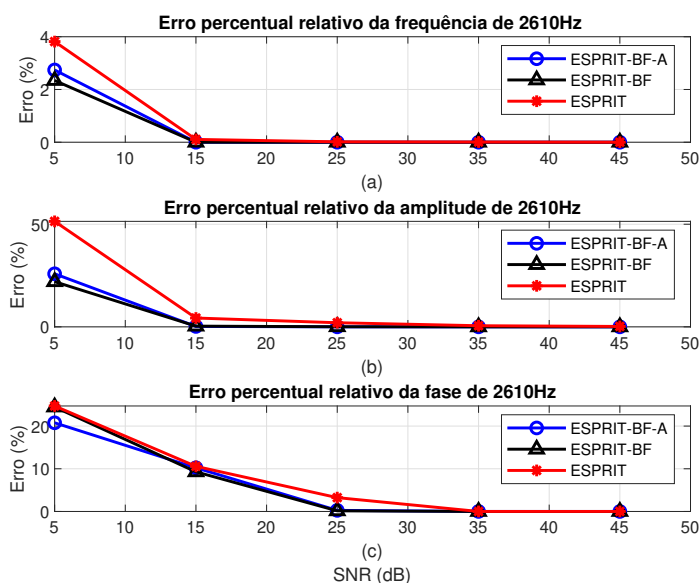


Figura 59: Erro percentual (%) do componente 2610Hz para o sinal $s_4(t)$ considerando a média das 10.000 execuções da MCS da Tabela 19: (a) Frequência de 2610Hz; (b) Amplitude 2610Hz; (c) Fase 2610Hz.

para $SNR = 15$ e $SNR = 25$ dB, ainda mantém erros maiores que os outros modelos. Olhando para a estimativa da fase desse componente, para uma $SNR = 5$ dB, as três técnicas obtêm medidas com erros altos para esse nível, mas o método ESPRIT-BF Ajustável apresentou o maior erro. Porém, para $SNR = 15$, $SNR = 25$ e $SNR = 35$ dB as suas estimativas se aproximam mais do valor esperado que as medidas pela técnica ESPRIT.

Considerando o inter-harmônico de 1650 Hz, as estimativas do ESPRIT-BF Ajustável

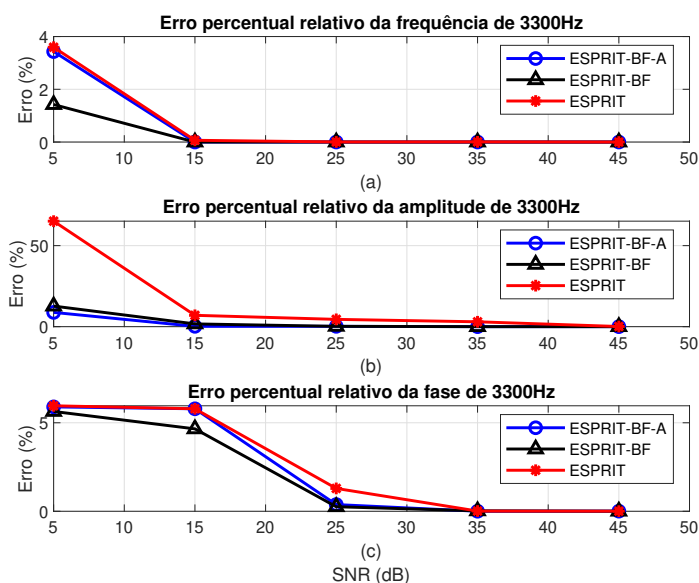


Figura 60: Erro percentual (%) do componente 3300Hz para o sinal $s_4(t)$ considerando a média das 10.000 execuções da MCS da Tabela 19: (a) Frequência de 3300Hz ; (b) Amplitude 3300Hz ; (c) Fase 3300Hz

apresentaram baixo erro e se aproximaram do valor esperado, bem como as do ESPRIT-BF Fixo para as estimações de frequência e de amplitude.

Para o harmônico de 1860 Hz, as frequências foram bem estimadas pelos três métodos, porém, os métodos ESPRIT-BF Ajustável e ESPRIT-BF Fixo apresentaram melhor exatidão (Tabelas 20). Para a estimação da amplitude, o ESPRIT apresentou erro maior que os outros dois métodos. O ESPRIT-BF Ajustável e o Fixo obtiveram estimativas aproximadas para amplitude. Em relação a fase, o ESPRIT-BF Fixo obteve o menor erro em $SNR = 5$ dB.

Para o inter-harmônico 2610 dB, as estimativas da frequência dos três métodos se aproximaram do valor esperado, com maior destaque para os métodos ESPRIT-BF Ajustável e ESPRIT-BF Fixo. Em relação a amplitude estimada, o ESPRIT-BF ajustável e o ESPRIT-BF fixo apresentaram desempenhos semelhantes, enquanto o ESPRIT convencional apresentou erro mais elevado. Em relação a fase, os três métodos apresentaram erros próximos em $SNR = 5$ dB e $SNR = 15$ dB, porém, o ESPRIT convencional apresentou erros maiores. A Figura 59 indica os erros percentuais de frequência, de amplitude e de fase do componente, considerando as 10.000 simulações realizadas. Observe como o método ESPRIT-BF Ajustável e o método ESPRIT-BF Fixo possuem desempenhos semelhantes.

Enfim, considerando o harmônico de 3300 Hz, as estimações de frequência, de amplitude e de fase para o método ESPRIT-BF Ajustável e ESPRIT-BF Fixo são melhores do que as da técnica ESPRIT convencional. A Figura 60 indica os erros percentuais de frequência, de amplitude e de fase do componente, considerando as 10.000 simulações realizadas. Observe como o método ESPRIT-BF Ajustável apresentou melhor desempenho neste caso.

4.1.5.2 CONCLUSÕES DO CASO 4

O Caso 4 finaliza o capítulo e traz uma comparação entre duas versões do método proposto, o ESPRIT-BF Ajustável e o ESPRIT-BF Fixo. A avaliação do sinal foi feita através de 10.000 simulações e os métodos foram comparados também com a técnica ESPRIT convencional. Novamente, o método proposto demonstrou superioridade em relação à técnica ESPRIT convencional.

Os resultados indicaram que a versão ajustável do método pode ser melhor que a fixa, mas para o caso analisado, o desempenho de ambas as versões é equivalente.

4.2 CONCLUSÕES PARCIAIS

Este capítulo avaliou o desempenho do método ESPRIT-BF através de *quatro* estudos de caso. Em todos os casos analisados, o método proposto mostrou-se superior ao ESPRIT convencional, tanto na melhora do desempenho quanto na redução da complexidade computacional. Também foi mostrado que ESPRIT-BF foi superior ao método W-SW-ESPRIT para o sinal analisado neste trabalho.

Observa-se que a estimação do método ESPRIT-BF é melhor que a do ESPRIT convencional pelo auxílio do banco de filtros. A estratégia de divisão do espectro (“dividir para conquistar”) tanto por banco de filtros fixo ou ajustável demonstra a superioridade à técnica ESPRIT. Essa estratégia foi desenvolvida principalmente para reduzir a complexidade computacional e filtrar ruídos coloridos. Além disso, observa-se também a eficiência do método na estimação de sinais contaminados com ruído Gaussiano branco.

Como visto no Capítulo 3, o requisito de complexidade para o método ESPRIT é da ordem de $O((MN)^2)$ e $O(N^3)$ assim, com a divisão do espectro em sub-bandas (redução do número de componentes estimados) e com a decimação realizada, é possível reduzir a complexidade do ESPRIT. E, realizando a filtragem é possível eliminar parte dos ruídos que a técnica convencional não elimina.

Entretanto, o estudo de sinais reais mostrou que o ESPRIT-BF Ajustável apresenta como principal limitação a dependência da escolha adequada do parâmetro M para que o projeto do banco de filtros seja realizado de forma adequada, apesar de, ainda assim, possibilitar a estimação dos parâmetros. Esta limitação é comum a todos os métodos baseados na técnica da invariância rotacional, mas no método proposto, essa dependência afeta principalmente o projeto do banco de filtros.

5 CONCLUSÕES

Os métodos paramétricos de alta resolução para estimação de harmônicos e inter-harmônicos têm ganhado crescente atenção dos pesquisadores da área de sistemas de potência nas últimas décadas, devido a evolução tanto dos sistemas de potência quanto da microeletrônica. Nesse contexto, o presente trabalho propõe um novo método de estimação de harmônicos e inter-harmônicos baseado na técnica de invariância rotacional, denominado ESPRIT-BF, que visa contribuir para a redução da complexidade computacional e para a melhora do desempenho em cenários com ruído colorido do método ESPRIT.

O fundamento do ESPRIT-BF está na divisão do espectro do sinal a ser analisado em sub-bandas para posterior aplicação da técnica de invariância rotacional para realizar a estimação dos parâmetros do sinal. Esta metodologia pode ser implementada através da utilização de um banco de filtros fixo (ESPRIT-BF Fixo) ou através de um projeto de banco de filtros dinâmico (ESPRIT-BF Ajustável), de acordo com o sinal analisado.

A proposta de divisão do espectro em sub-bandas partiu de três premissas básicas: (1) o número de componentes senoidais a ser estimado em cada sub-banda seria menor do que o número total de componentes, o que contribui tanto para melhora do desempenho quanto para redução da complexidade computacional; (2) o sinal nas sub-bandas pode ser decimado, o que contribui para redução da complexidade computacional; (3) a divisão em sub-bandas juntamente a decimação do sinal contribuem para melhora do desempenho de estimação em cenários com ruído colorido.

O Capítulo 3 do documento, apresentou, em detalhes, o método proposto em suas duas versões, além de um estudo sobre a complexidade computacional dos métodos, onde ficou demonstrado que a abordagem de divisão do espectro em sub-bandas contribui para redução da complexidade computacional do método ESPRIT, podendo chegar a uma redução de até L^2 , onde L representa o número de sub-bandas utilizada para a versão fixa do método proposto. Com relação ao ESPRIT-BF Ajustável, a redução na complexidade computacional é variável, mas também dependente do número de sub-bandas utilizada.

Os resultados da aplicação no método proposto para sinais sintéticos e reais e as respectivas análises foram apresentadas no Capítulo 4. As análises dos casos com sinais sintéticos mostraram que o método ESPRIT-BF é mais acurado e preciso do que o método ESPRIT em cenários com ruído branco e, principalmente, em cenários com ruído colorido. As análises dos casos com ruído colorido demonstraram que a subdivisão em bandas juntamente com a decimação do sinal contribuem de forma acentuada para a melhora de desempenho na estimação, tornando, desta forma, o método proposto mais abrangente que o ESPRIT convencional.

O método também foi aplicado para estimação de parâmetros de sinais reais, onde o conteúdo espectral do sinal não era conhecido de antemão. Neste caso, a DFT foi utilizada

em um trecho longo de sinal (resolução de 1 Hz) para servir de base de comparação para o resultado obtido pelo ESPRIT-BF e pelo ESPRIT convencional. Os resultados mostraram que o método proposto apresentou novamente desempenho superior ao ESPRIT convencional, validando também a proposta para a análise de sinais reais do SEP. Adicionalmente, para o sinal de corrente do forno micro-ondas, o método W-SW-ESPRIT foi implementado e utilizado para comparação, por ser uma abordagem semelhante ao método proposto. A comparação mostrou, para o sinal analisado, que o ESPRIT-BF Ajustável também apresentou melhor desempenho do que o W-SW-ESPRIT. A utilização da Wavelet para divisão do espectro em sub-bandas é interessante, entretanto, é uma abordagem semelhante ao ESPRIT-BF Fixo, onde a divisão do espectro não é baseada no sinal analisado, mas determinada *a priori*. Desta forma, o desempenho superior do ESPRIT-BF Ajustável pode ser explicado.

5.1 LIMITAÇÕES DO ESPRIT-BF E DESAFIOS

O capítulo 4, além de apresentar aspectos positivos do método proposto, expôs também algumas limitações que abrem espaço para investigações futuras que visem aprimorar os métodos de estimação de parâmetros baseados na técnica de invariância rotacional.

A principal limitação da metodologia está na definição do valor adequado de M , relacionado ao número de atrasos da matriz de autocorrelação, sendo uma limitação comum aos métodos baseados na técnica ESPRIT. Entretanto, como o método proposto realiza a divisão do espectro em sub-bandas, seguido pela decimação do sinal, o valor de M mais adequado para o sinal decimado pode ser investigado de forma mais aprofundada. Ambas versões do método proposto devem levar este aspecto em consideração, mas para o ESPRIT-BF Ajustável, o valor do M também impacta no projeto do banco de filtros, uma vez que o algoritmo EMO utilizado no trabalho consiste basicamente nos passos iniciais do método ESPRIT. As análises mostraram que valores de M não adequados levaram a um banco de filtros diferente do esperado idealmente, ilustrando esta limitação do método.

Apesar da literatura apontar sugestões para o valor de M em diferentes trabalhos, tais indicações não se mostram adequadas na prática, até porque dependem do conhecimento prévio da ordem do modelo. Sendo assim, um desafio que se apresenta no contexto das técnicas baseadas na invariância rotacional é justamente investigar qual o melhor valor de M que deve ser utilizado em cada caso.

Outro parâmetro que merece maior investigação é a influência do número de amostras utilizadas do sinal para realizar a estimação para um determinado requisito de estimação. Neste trabalho, estes valores foram determinados empiricamente. Portanto, uma investigação mais detalhada sobre este parâmetro também pode trazer contribuições importantes para os métodos baseados na invariância rotacional.

REFERÊNCIAS

- 61000-4-7, I. S. *IEC Std. 61000-4-7: General guide on harmonics and interharmonics measurements and instrumentation, for power supply systems and equipment connected thereto*. 2009.
- AGREZ, A. Weighted multipoint interpolated dft to improve amplitude estimation of multifrequency signal. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 51., p. 287–292, 2002.
- AIELLO, M. et al. Synchronization techniques for power quality instruments.
- AIELLO, M.; CATALIOTTI, A.; NUCCIO, S. A chirp–z transform–based synchronizer for power system measurements. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 54., p. 1025–1032, 2005.
- ALFIERI, L. et al. A wavelet–modified esprit hybrid method for assessment of spectral components from 0 to 150 khz. *Energies.*, v. 10, n. 97, 2017.
- ALFIERI, L.; CARPINELLI, G.; BRACALE, A. New esprit–based method for an efficient assessment of waveform distortions in power systems. *Elsevier.*, v. 122, p. 130–139, 2015.
- ANDRIA, G.; SAVINO, M.; TROTTA, A. Windows and interpolation algorithms to improve electrical measurement accuracy. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 38., p. 856–863, 1989.
- ANEEL. Agência nacional de energia elétrica-aneel. *Editores Brasília*, 2013.
- ANTUNES, F.; LEÃO, R.; SAMPAIO, R. *Harmônicos em sistemas elétricos*. : Elsevier Brasil, 2014.
- ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P. *Computer Analysis of power systems*. : John Wiley & Sons, Ltd., 2013.
- BANERJEE, P.; SRIVASTAVA, S. An effective dynamic current phasor estimator for synchrophasor measurements. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IEEE, v. 64, n. 3, p. 625–637, 2014.
- BARROS, J.; DIEGO, R. I. On the use of the hanning window for harmonic analysis in the standard framework. *IEEE Trans. Power Del.* 21., p. 538–539, 2006.
- BEDELL, F.; MAYER, E. C. Distortion of alternating–current wave caused by cyclic variation in resistance. *Trans. Am. Inst. Electr. Eng.* XXXIV., p. 333–348, 1915.
- BEDELL, F.; TUTTLE, E. B. The effect of iron in distorting alternating–current wave form. *Trans. Am. Inst. Electr. Eng.* XXV., p. 671–691, 1906.
- BELEGA, D.; DALLET, D.; SLEPICKA, D. Accurate amplitude estimation of harmonic components of incoherently sampled signals in the frequency domain. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 59., p. 1158–1166, 2010.

- BOLLEN, M. H. J.; GU, I. Y. H. *Signal processing of power quality disturbances.* : IEEE press Editorial Board on Power Engineering., 2006.
- BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *A history of mathematics.* : John Wiley & Sons, 2011.
- BRACALE, A.; CARPINELLI, G. An esprit and dft-based new method for the waveform distortion assessment in power systems. *in: 20th Int. Conf. and Exhibition on Electricity Distribution, CIRED.*, p. 1–4, 2009.
- CATALIOTTI, A.; COSENTINO, V.; NUCCIO, S. A phase locked loop for the synchronization of power quality instruments in the presence of stationary and transient disturbances. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 56., p. 2232–2239, 2007.
- CHANG, G. W.; CHEN, C. -I.; LIANG, Q. W. A two–stage adaline for harmonics and interharmonics measurement. *IEEE Trans. Ind. Electron.* 56., p. 2220–2228, 2009.
- CHANG, G. W.; CHEN, C. I.; TENG, Y. F. Radial–basis–function–based neural network for harmonic detection. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, p. 2171–2179, 2010.
- CHANG, G. W. et al. Measuring power system harmonics and interharmonics by an improved fast fourier transform–based algorithm. *IET Gener. Transm. Distrib. J. 2.*, p. 193–201, 2008.
- CHEN, C. I.; CHANG, G. W. An accurate time-domain procedure for harmonics and interharmonics detection. *IEEE Trans. on Power delivery.*, v. 25, n. 3, p. 1787–1795, 2010.
- CHEN, H.; SUN, Y.; CHENG, Y. Harmonic and inter–harmonic detection of gridconnected dg based on modified mathematical morphology filter and hht. *in: IEEE Int. Conf. Power Electr. Motion Control.*, p. 1155–1160, 2009.
- CHEN, Z.; GENG, X.; YIN, F. A harmonic suppression method based on fractional lower order statistics for power system. *IEEE Trans. on Industrial Electronics.*, v. 63, n. 6, p. 3745–3755, 2016.
- CHONG, C.; KUMAR, S. P. Sensor networks: Evolutions, oportunities, and challenges. *Proceedings of the IEEE.*, v. 91, p. 1247–1256, 2003.
- COLARES, R. F.; ALVES, C. A.; LOPES, A. Descrição unificada do métodos modernos para estimação doa em arranjos de sensores. *Research Gate*, 2001.
- CONNOR, F. R. *Noise.* : Edward Arnold., 1973.
- DAPONTE, P.; MENNITI, D.; TESTA, A. Segmented chirp z–transform and multiple deep dip windows for electrical power system harmonic analysis. *Measurement* 18., p. 215–224, 1996.
- DASH, P. K. et al. An adaptive linear combiner for on–line tracking of power system harmonics. *IEEE Trans. Power Syst.* 11., p. 1730–1735, 1996.
- DINIZ, A. *Métodos de estimação fasorial na presenç de formas variantes no tempo.* : UFJF., 2015.
- DINIZ, P. S. R.; SILVA, E. A. B.; NETTO, S. L. *Processamento digital de sinais.* : Bookman., 2004.

- FERREIRA, D. D.; SEIXAS, J. M. de; CERQUEIRA, A. S. Ica-based method for power quality disturbance analysis. In: IEEE. *2009 15th International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems*. 2009. p. 1–6.
- FERRERO, A.; OTTOBONI, R. High–accuracy fourier analysis based on synchronous sampling techniques. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 41., p. 780–785, 1992.
- FRANK, J. J. Observation of harmonics in current and in voltage wave shapes of transformers. *Trans. Am. Inst. Electr. Eng.* XXIX., p. 809–890, 1910.
- FUCHS, R. D. *Transmissão de energia elétrica — linhas aéreas*, 2^o ed. : LTC Editora S. A., 1979.
- GALANTE, J. P. *Métodos de alta resolução para determinação de direção de chegada em conjunto de hidrofones uniformemente espaçados*. : UFRJ., 1996.
- GARCIA, F. R. *Harmônicos em sistemas elétricos de potência (Rel. Técn.)*. : IESA S/A., 2008.
- GIRGIS, A. A.; HAM, F. M. A quantitative study of pitfalls in the fft. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* 16., p. 434–439, 1980.
- GRANDKE, T. Interpolation algorithms for discrete fourier transforms of weighted signals. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 32., p. 350–355, 1983.
- GU, I. Y.-H.; BOLLEN, M. Estimating interharmonics by using slidin-window esprit. *IEEE Journals and Magazines.*, v. 23, n. 1, p. 13–23, 2008.
- GURSOY, E.; NIEBUR, D. Harmonic load identification using complex independent component analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 24, n. 1, p. 285–292, 2008.
- HAI, Y.; CHEN, J. Exact model order esprit technique for frequency and power estimation. *IEEE 14th International Conference on Communication technology.*, p. 1281–1285, 2012.
- HANZELKA, Z.; BIEN, A. *Guia de aplicação de qualidade da energia. Harmônicas e inter-harmônicas*. : AGH University of Science and Tecnology., 2004.
- HARRIS, F. J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform. *Proc. IEEE* 66., p. 51–83, 1978.
- HAYKIN, S.; BARRY, V. V. *Sinais e sistemas*. : Bookman., 2001.
- HAYKIN, S. O. *Adaptive filter theory*. : Person., 2001.
- HEARTZ, R. A.; SAUNDERS, R. M. Harmonics due to slots in electric machines. *AIEE Trans. Power App. Syst.* 73., p. 946–949, 1954.
- HEIDEMAN, M. T.; JOHNSON, D. H.; BURRUS, C. S. Gauss and the history of the fast fourier transform. *Archive for history of exact sciences*, Springer, v. 34, n. 3, p. 265–277, 1985.

- HUANG, N. E. et al. The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society, v. 454, n. 1971, p. 903–995, 1998.
- HYVÄRINEN, A.; OJA, E. Independent component analysis: algorithms and applications. *Neural networks*, Elsevier, v. 13, n. 4-5, p. 411–430, 2000.
- JAIN, P.; TIWARI, A. K.; JAIN, S. K. Harmonic source identification in distribution system using estimation of signal parameters via rotational invariance technique-total harmonic power method. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 40, n. 12, p. 3415–3423, 2018.
- JAIN, S. K. Memo–esprit based synchronized harmonic measurement for online applications. *IEEE Emerging Trends in Electrical Electronics "&"Sustainable Energy Systems (ICETEESES), International Conference on.*, p. 152–158, 2016.
- JAIN, S. K.; JAIN, P.; SINGH, S. N. A fast harmonic phasor measurement method for smart grid applications. *IEEE Transactions on Smart Grid*, IEEE, v. 8, n. 1, p. 493–502, 2016.
- JAIN, S. K.; SINGH, S. Harmonics estimation in emerging power system: Key issues and challenges. *Electric Power Systems Research.*, v. 81, n. 9, p. 1754–1766, 2011.
- JAIN, S. K.; SINGH, S. Impact of signal attributes on autocorrelation matrix dimension for smart grid solutions. In: IEEE. *ISGT2011-India*. 2011. p. 43–48.
- JAIN, S. K.; SINGH, S. Exact model order esprit technique for harmonics and interharmonics estimation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IEEE, v. 61, n. 7, p. 1915–1923, 2012.
- JAIN, S. K.; SINGH, S. N.; SINGH, J. G. Exact model order esprit technique for harmonic and interharmonic of nonstationary signals. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement.*, v. 61, n. 7, p. 1915–1923, 2012.
- JAIN, V. K.; COLLINS, W. L. High–accuracy analog measurements via interpolated fft. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 28., p. 113–122, 1979.
- KARIMZADEH, F.; ESMAEILI, S.; HOSSEINIAN, S. H. A novel method for noninvasive estimation of utility harmonic impedance based on complex independent component analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 30, n. 4, p. 1843–1852, 2015.
- KARIMZADEH, F.; ESMAEILI, S.; HOSSEINIAN, S. H. Method for determining utility and consumer harmonic contributions based on complex independent component analysis. *IET Generation, Transmission & Distribution*, IET, v. 10, n. 2, p. 526–534, 2016.
- KAY, S. M. *Modern spectral estimation, theory and application.* : Prentice Hall., 1987.
- KUMARESAN, R.; TUFTS, D.; SCHARF, L. L. A prony method for noisy data: Choosing the signal components and selecting the order in exponential signal models. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 72, n. 2, p. 230–233, 1984.
- KUO, H.-H. *White noise distribution theory.* : CRC press, 2018.

- LANGELLA, R.; TESTA, A. Ieee standard definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal, nonsinusoidal, balanced, or unbalanced conditions. IEEE, 2010.
- LI, J.; JIANG, D. Performance analysis of propagator–based esprit for diretion of arrival estimation. *IEEE – IET Signal Processing.*, v. 12, p. 481–486, 2018.
- LIU, Y. Z.; CHEN, S. A wavelet based model for on-line tracking of power system harmonics using kalman filtering. *IEEE Power Eng. Soc. Summer Meet. 2.*, p. 1237–1242, 2001.
- LÓPEZ, G. et al. Paving the road toward smart grids through large-scale advanced metering infrastructures. *Elsevier Science.*, v. 120, p. 194–205, 2003.
- MAI, R. K. et al. An adaptive dynamic phasor estimator considering dc offset for pmu applications. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 26, n. 3, p. 1744–1754, 2011.
- MARPLE, L. Spectral line analysis by pisarenko and prony methods. In: IEEE. *ICASSP'79. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing.* 1979. v. 4, p. 159–161.
- MCCLANING, K.; VITO, T. Radio receiver design.(the book end). *Microwave Journal*, Horizon House Publications, Inc., v. 45, n. 2, p. 188–189, 2002.
- MEINHOLD, R. J.; SINGPURWALLA, N. D. Understanding the kalman filter. *The American Statistician*, Taylor & Francis Group, v. 37, n. 2, p. 123–127, 1983.
- MICKA, O. J.; WEISS, A. J. Estimating frequencies of exponentials in noise using joint diagonalization. *IEEE transactions on signal processing*, IEEE, v. 47, n. 2, p. 341–348, 1999.
- MITRA, S. K. *Digital signal processing (a -- computer -- based -- approach)*. : McGraw Hill., 2011.
- MITRA, S. K.; KUO, Y. *Digital signal processing: a computer-based approach*. : McGraw-Hill New York, 2006.
- MOON, T. K.; STIRLING, W. C. *Mathematical methods and algorithms for signal processing*. : Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2000.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. de C. *Modelos para previsão de séries temporais*. : Instituto de matematica pura e aplicada, 1981.
- MORI, H. et al. An artificial neural–network based method for predicting power system voltage harmonics. *IEEE Trans. Power Del.* 7., p. 402–409, 1992.
- MORI, H.; SUGA, S. Power system harmonics prediction with an artificial neural network. in: *IEEE Int. Sympoisum Circ. Syst.*, p. 1129–1132, 1991.
- NAGPAL, M.; XU, W.; SAWADA, J. Harmonic impedance measurement using three-phase transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 13, n. 1, p. 272–277, 1998.
- OLIVEIRA, H. M. de. *Análise de sinais para engenheiros: Uma abordagem via wavelets*. Rio de Janeiro: Brasport, 2007.

- OMICRON. Omicron cmc 256. *plus Brochure.*, 2013.
- OSOWSKI, S. Neural network for estimation of harmonic components in a power system. *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, p. 129–135, 1992.
- OTT, H. W. *Noise reduction techniques in electronic systems.* : Jhon Wiley "&"Sons., 1988.
- OTTERSTEN, B.; VIBERG, M.; KAILATH, T. Performance analysis of the total least squares esprit algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 39, n. 5, p. 1122–1135, 1991.
- PENG, G.; LU, I.-T. Comparison of four super–resolution techniques for complex spectra or points estimation. *IEEE Systems, Applications and Technology Conference (LISAT).*, 2017.
- PISARENKO, V. F. The retrieval of harmonics from a covariance function. *Geophysical Journal International*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 33, n. 3, p. 347–366, 1973.
- PORTNOFF, M. Time–frequency representation of digital signals and systems based on short–time fourier analysis. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal 28.*, p. 55–69, 1980.
- QIAN, H.; ZHAO, R.; CHEN, T. Interharmonics analysis based on interpolating windowed fft algorithm. *IEEE Trans. Power Del.* 22., p. 1064–1069, 2007.
- REN, Z.; WANG, B. Estimation algorithms of harmonic parameters based on the fft. *in: Asia-Pacific Power Energy Eng. Conf.*, p. 1–4, 2010.
- RESTIVO, F. *Processamento digital de sinal.* 2011.
- RIBEIRO, P. F. et al. *Power systems signal processing for smart grids.* : John Wiley & Sons, 2013.
- ROY, R.; KAILATH, T. Esprit — estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Trans. on Acoustic. Speech and Signal Processing.*, v. 37, n. 7, p. 984–995, 1989.
- ROY, R.; PAULRAJ, A.; KAILATH, T. Esprit—a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise. *IEEE transactions on acoustics, speech, and signal processing*, IEEE, v. 34, n. 5, p. 1340–1342, 1986.
- ROY, R. H.; KAILATH, T. Esprit—estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *Optical Engineering*, International Society for Optics and Photonics, v. 29, n. 4, p. 296–314, 1990.
- SAHNOUN, S.; USEVICH, K.; COMON, P. Multidimensional esprit for damped and undamped signals:algorithm, computations, and perturbation analysis. *IEEE Trans. on Signal Processing.*, v. 65, n. 22, 2017.
- SANTOS, E. et al. Esprit associated with filter bank for power-line harmonics, sub-harmonics and inter-harmonics parameters estimation. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 118, p. 105731, 2020.

- SARKAR, A.; CHOUDHURY, S. R.; SENGUPTA, S. A self-synchronized adaline network for on-line tracking of power system harmonics. *Measurement* 44., p. 784–790, 2011.
- SCHMIDT, R. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *Trans. Antennas Propag.* 34., p. 276–280, 1986.
- SCHMIDT, R. O. A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation. 1982.
- SCHOUKENS, J.; PINTELON, R.; HAMME, H. V. The interpolated fast fourier transform: a comparative study. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 41., p. 226–232, 1992.
- SEDLÁČEK, M.; TITERA, M. Interpolations in frequency and time domains used in fft spectrum analysis. *Measurement* 23., p. 185–193, 1998.
- SHARMA, K. L. S.; MAHALANABIS, A. K. Harmonic analysis via kalman filtering technique. *Proc. IEEE* 61., p. 391–392, 1973.
- SUBUDHI, B.; RAY, P. K. Estimation of power system harmonics using hybrid rls-adaline and kf-adaline algorithms. *IEEE TENCON.*, p. 1–6, 2009.
- SWINDLEHURST, A. L. et al. Multiple invariance esprit. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 40, n. 4, p. 867–881, 1992.
- SZARKA, A. V. Measuring harmonic distortion in electrical power networks. *New approach, Measurement* 43., p. 1628–1635, 2010.
- TARASIUK, T. Estimator-analyzer of power quality. part i. methods and algorithms. *Measurement* 44., p. 238–247, 2011.
- TARASIUK, T.; SZWEDA, M.; TARASIUK, M. Estimator-analyzer of power quality. part ii. hardware and research results. *Measurement* 44., p. 248–258, 2011.
- TESTA, A.; GALLO, D.; LANGELLA, R. On the processing of harmonics and interharmonics: using hanning window in standard framework. *IEEE Trans. Power Del.* 19., p. 28–34, 2004.
- TRIPATHY, P.; SRIVASTAVA, S.; SINGH, S. A modified tls-esprit-based method for low-frequency mode identification in power systems utilizing synchrophasor measurements. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 26, n. 2, p. 719–727, 2010.
- WANG, D.; LU, Y. The signal subspace decomposition method for extracting harmonic signal. *IEEE Inform. Theory Workshop.*, p. 714–717, 2006.
- WANG, T. T. The segmented chirp z-transform and its application in spectrum analysis. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 39., p. 318–323, 1990.
- WEN, F.; LIU, W. Candecomp/parafac decomposition based multi-dimensional nonuniform harmonic retrieval. *IEEE Digital Signal Processing (DSP).*, 2017.
- WU, J.; ZHAO, W. New precise measurement method of power harmonics based on fft. in: *Proc. Int. Symp. Intel. Signal Process. Commun. Syst.*, p. 365–368, 2005.

XU, B.; ZHENG, Z. Svd filtering and tls-esprit algorithm based on stator fault characteristic detection of doubly-fed induction generator. *The Journal of Engineering*, IET, v. 2019, n. 18, p. 5193–5196, 2019.

XU, W. et al. Measurement of network harmonic impedances: practical implementation issues and their solutions. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 17, n. 1, p. 210–216, 2002.

YANG, S. Frequency estimation of harmonics with multiplicative noise using esprit. *IEEE Image and Signal Processing (CISP), 2015 8th International Congress on.*, 2015.

YU, J.; YANG, L. Analysis of harmonic and inter-harmonic based on hilbert?huang transform. *in: Int. Conf. Comput. Intell. Software Eng.*, p. 1–4, 2009.

YUN, J. J.; LIM, Y. B.; LEE, J. A subband music/esprit technique for estimating harmonics in power signals. *IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference, Binjiang.*, p. 1–5, 2011.

ZEINELDIN, H. et al. Islanding detection of grid connected distributed generators using tls-esprit. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 77, n. 2, p. 155–162, 2007.

ZHANG, F.; GENG, Z.; YUAN, W. The algorithm of interpolating windowed fft for harmonic analysis of electric power system. *IEEE Trans. Power Del.* 16., p. 160–164, 2001.

ZHANG, S.; WANG, R.; LIU, R. Power system harmonic analysis based on improved hilbert?huang transform. *Int. Conf. Electr. Meas. Instrum.*, p. 343–347, 2009.

ZHANG, X.-D.; LIANG, Y.-C. Prefiltering-based esprit for estimating sinusoidal parameters in non-gaussian arma noise. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 43, n. 1, p. 349–353, 1995.

ZOLFAGHARI, R.; SHRIVASTAVA, Y.; AGELIDIS, V. G. Evaluation of windowed esprit virtual instrument for estimating power quality indices. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 83, n. 1, p. 58–65, 2012.

ZUBEN, I.-P. F. J. V.; ATTUX, R. R. Análise de componentes independentes (ica).

ZYGARLICKI, J. et al. A reduced prony's method in power-quality analysis?parameters selection. *IEEE Transactions on power delivery*, IEEE, v. 25, n. 2, p. 979–986, 2010.

APÊNDICE A – PRODUÇÃO CIENTÍFICA RELACIONADA A ESTE TRABALHO DE TESE

A.1 ARTIGOS PUBLICADOS EM REVISTA

Santos, E., Khosravy, M., Lima, M. A., Cerqueira, A. S., & Duque, C. A. (2020). ESPRIT associated with filter bank for power-line harmonics, sub-harmonics and inter-harmonics parameters estimation. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 118, 105731.

Santos, E., Khosravy, M., Lima, M. A., Cerqueira, A. S., Duque, C. A., & Yona, A. (2019). High Accuracy Power Quality Evaluation under a Colored Noisy Condition by Filter Bank ESPRIT. *Electronics*, 8(11), 1259.

A.2 ARTIGOS PUBLICADOS EM CONGRESSOS INTERNACIONAIS

Santos, E., Duque, C. A., & Cerqueira, A. S. (2018, May). Harmonic and inter-harmonic estimation using esprit associated with filter bank. In *2018 18th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)* (pp. 1-6). IEEE.

A.3 ARTIGOS PUBLICADOS EM CONGRESSOS NACIONAIS

Santos, Elaine; Duque, Carlos Augusto; Cerqueira, Augusto Santiago. *Estimação de Harmônicos e Interharmônicos via Técnica ESPRIT Associada à Banco de Filtros*. CBQEE, 2017.

APÊNDICE B – INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES - ALGORITMO ORDEM EXATA (EMO)

O algoritmo de estimação de ordem exata (EMO) foi utilizado neste trabalho e auxiliou no processo evolutivo do método ESPRIT-BF ajustável. Para desenvolver o algoritmo foi utilizado a informação do sinal, para retornar o número de componentes de frequência do mesmo. A base do algoritmo, que utiliza a matriz de autocorrelação do sinal, trabalha com a ideia de que existe uma mudança significativa entre o sinal e o subespaço de ruído. E, através da Diferença Relativa (do inglês, *Relative Difference*) (RD) os autores definem o algoritmo.

Assim, o referido apêndice traz o algoritmo de ordem exata (EMO) em conformidade com o artigo definido pelos autores em (JAIN & SINGH, 2012).

B.1 ALGORITMO

Seja um sinal de potência contaminado com ruído Branco Gaussiano descrito na forma exponencial complexa:

$$v(n) = s(n) + w(n) = \sum_{k=1}^K a_k e^{-\beta_k n} \cos(nw_k + \phi_k) + w(n) \quad (\text{B.1})$$

$$v^*(n) = s^*(n) + w(n) = \sum_{k=1}^K A_k e^{(-\beta_k + jw_k)n} + w(n) \quad (\text{B.2})$$

Considerando (B.2) para que os parâmetros de frequências, amplitudes e fases da (B.1) sejam estimados por um algoritmo estimador de harmônicos e inter-harmônicos como, por exemplo, o ESPRIT, a ordem K do modelo deve ser parâmetro de conhecimento inicial para execução de todo o procedimento.

Os autores conceituam a base do método e estabelecem equações para criar o algoritmo. O conceito é baseado na curva de densidade espectral sendo quase plana para o ruído e igual à potência de ruído (JAIN & SINGH, 2012).

De acordo com (JAIN & SINGH, 2012) os autovalores da matriz de autocorrelação (\mathbf{R}_x) representam a densidade espectral da potência do sinal medido. Eles observam que existirá uma mudança significativa no ponto de ligação do subespaço de sinal com o subespaço de ruído. Entretanto, não é possível identificar diretamente esse ponto, pois não existe nenhum limiar pode definir a variação de sinal e a relação sinal-ruído (SNR).

No entanto para resolver este problema, tendo a RD de consecutivos autovalores é possível observar um acentuado limite entre o subespaço de sinal e o subespaço de ruído (JAIN & SINGH, 2012). Assim, sua definição é

$$RD = \frac{\lambda_i - \lambda_{i-1}}{\lambda_{i-1}} \quad (\text{B.3})$$

Onde: λ_i é o *iésimo* autovalor tal que $\lambda_i \geq \lambda_{i-1}$, M é a dimensão da matriz de autocorrelação R_x . O índice i do vetor RD é denominado Índice de Diferença Relativa (do inglês, *Relative Difference Index*) (RDI) e o gráfico RD x RDI o qual fornece o limite na forma de picos – gráfico de (B.3).

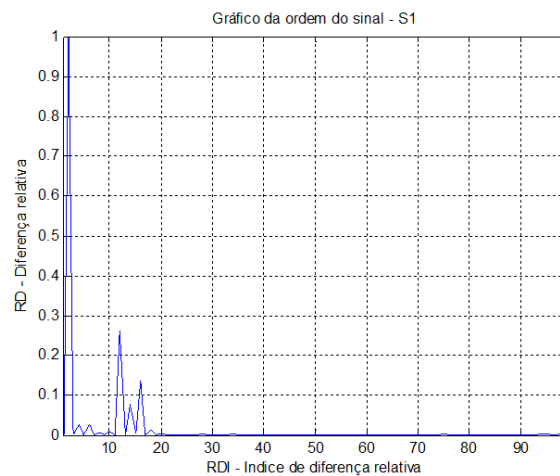


Figura 61: Modelo de estimação da ordem usando o MATLAB.

Para adquirir a ordem do modelo, selecionam-se os cinco maiores picos no gráfico. O mais alto valor de RDI dos cinco maiores picos é considerado como a estimativa preliminar da ordem do modelo. A estimativa preliminar selecionada é submetida a um teste de validação – (B.4) – para assegurar que o componente espectral que corresponde o RDI selecionado pertence ao subespaço de sinal.

$$\lambda_{\$} \geq \alpha \cdot \left[\frac{\lambda_{\$+1} + \lambda_{\$+2} + \dots + \lambda_M}{M - \$} \right] \quad (\text{B.4})$$

Onde:

$\$$ corresponde a estimativa preliminar da ordem do modelo, que é igual ao RDI mais alto fora dos picos selecionados; $\lambda_{\$}$ corresponde ao autovalor correspondente; α corresponde ao fator de sensibilidade (varia entre 2 a 5), ou seja, determina a sensibilidade da estimativa na presença de alto nível de ruído.

OBS: Caso o teste de validação falhe, o seguinte valor inferior de RDI é considerado como a estimativa preliminar e assim por diante. Caso o teste seja verdadeiro, a ordem do modelo será o valor do RDI dividido por 2. Observe o algoritmo definido pelos autores Jain e Singh (2012) em forma de fluxograma na Figura 62.

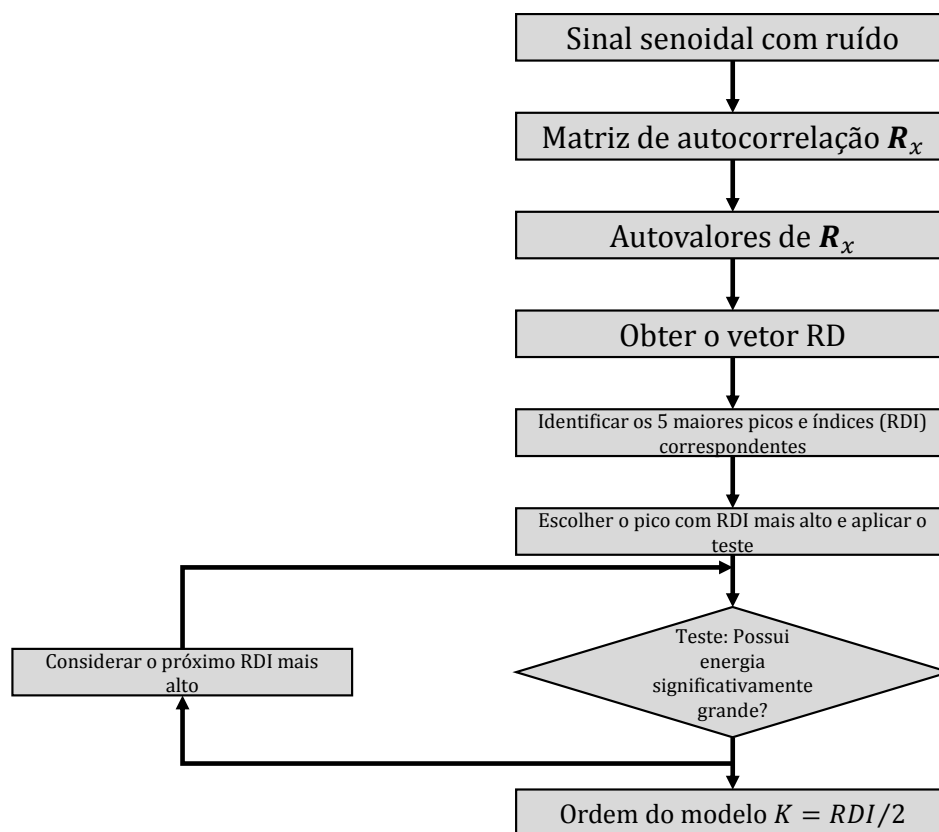


Figura 62: Algoritmo de Estimação da Ordem Exata do Modelo (EMO) definido pelos autores Jain e Singh (2012).

APÊNDICE C – INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES - LEMA 2

O referido apêndice traz a prova do Lema 2 citado no capítulo 3 na subseção 3.1.4.1.

C.1 PROVA DO LEMA 2

Da Equ. (3.21), a ordem de complexidade do ESPRIT-BF com um banco de filtros composto de L filtros de ordem p comparáveis a $O(N)$, com a ordem do tamanho do instantâneo do sinal $O(p) \approx O(N)$, pode ser expresso como

$$O_{\text{ESPRIT-BF}}(L) = \frac{1}{L^2} (9N^3 + 12MN^2) + LN^2 \quad (\text{C.1})$$

O L que traz a ordem de complexidade mínima para o ESPRIT-BF é a solução do seguinte problema de otimização

$$\text{Minimize } O_{\text{ESPRIT-BF}}(L), L \in \{2^i\}, i \in \mathbb{N}, \quad (\text{C.2})$$

onde \mathbb{N} é o conjunto de números naturais. Adquirir o melhor L como uma potência de dois, $L \in \{2^i\}$, significa beneficiar-se das vantagens técnicas (técnica polifásica) na implementação de banco de filtros (MITRA & KUO, 2006).

Para resolver o problema acima, procuramos por $L_{\min} \in \mathbb{R}^+$ minimizando $O_{\text{ESPRIT-BF}}(L)$, onde \mathbb{R}^+ é o conjunto de números reais positivos. Então, adquire-se a potência mais próxima de dois como a melhor solução, L_{ot} .

Para encontrar $L_{\min} \in \mathbb{R}^+$ minimizando $O_{\text{ESPRIT-BF}}(L)$, resolve-se a condição estacionária de $\frac{dO_{\text{ESPRIT-BF}}}{dL} = 0$ ou

$$\begin{aligned} \frac{d}{dL} (O_{\text{ESPRIT-BF}}(L)) &= \frac{d}{dL} \left(\frac{9N^3 + 12MN^2 + L^3N^2}{L^2} \right) \\ &= \frac{N^2(L^3 - 2(9N + 12M))}{L^3} = 0. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

$$\text{Portanto } L_{\min} = \sqrt[3]{6(3N + 4M)}. \quad (\text{C.4})$$

A segunda derivada de $O_{\text{ESPRIT-BF}}(L)$ no L_{\min} acima obtido é

$$\begin{aligned}
\frac{d^2}{dL^2} (O_{\text{ESPRIT-BF}}(L)) \Big|_{L_{\min}} &= \frac{d^2}{dL^2} \left(\frac{L^3 N^2 - 2N^2(09N + 12M)}{L^3} \right) \Big|_{L_{\min}} \\
&= \frac{6(9N^3 + 12MN^2)}{L_{\min}^4} > 0,
\end{aligned} \tag{C.5}$$

que indica que o L_{\min} realmente dá a função mínima.

Assim, o lema 2 é provado como a potência de dois mais próxima para L_{\min} , sendo a solução ideal a seguinte forma

$$L_{\text{ot}} = 2^{\lceil \log_2 L_{\min} \rceil} = 2^{\lceil \log_2 \sqrt[3]{6(3N+4M)} \rceil}. \tag{C.6}$$

APÊNDICE D – INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES AOS ESTUDOS DE CASOS

Gráficos e tabelas referentes aos Estudos de Caso 1, 2 e 3.

D.1 GRÁFICOS E TABELAS REFERENTES AO ESTUDO DE CASO 1

A seguir, são apresentados gráficos referentes ao sinal $s_1(t)$. As Figuras 63, 64 e 65 indicam as estimações de frequência, amplitude e fase do inter-harmônico de 30Hz. A Figura 66 indica os erros percentuais da frequência, amplitude e fase do inter-harmônico de 30Hz considerando as 100 execuções para cada amostra.

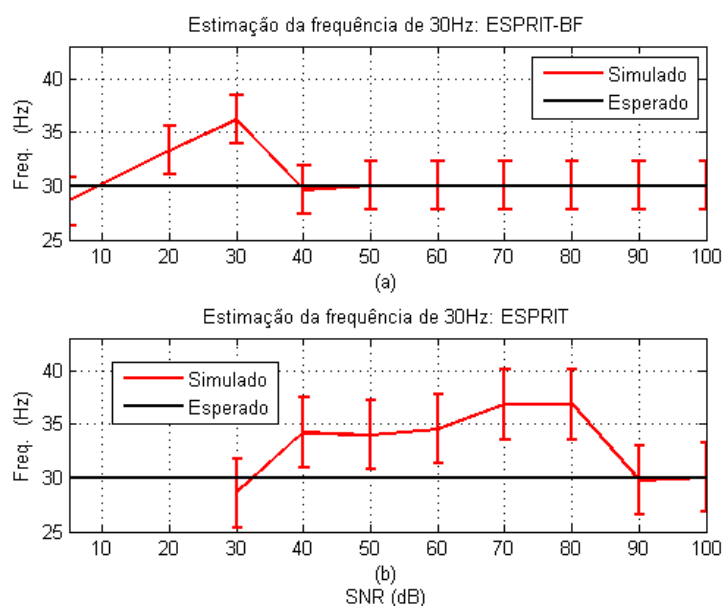


Figura 63: Estimação da frequência de 30Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

As Figuras 67, 68 e 69 indicam as estimações de frequência, amplitude e fase do 50° harmônico para o sinal $s_1(t)$. A Figura 70 indica os erros percentuais da frequência, amplitude e fase do 50° harmônico considerando as 100 execuções de cada amostra.

As Figuras 71, 72 e 73 indicam as estimações de frequência, amplitude e fase do 3° harmônico para o sinal $s_2(t)$. A Figura 74 indica os erros percentuais da frequência, amplitude e fase do *terceiro* harmônico.

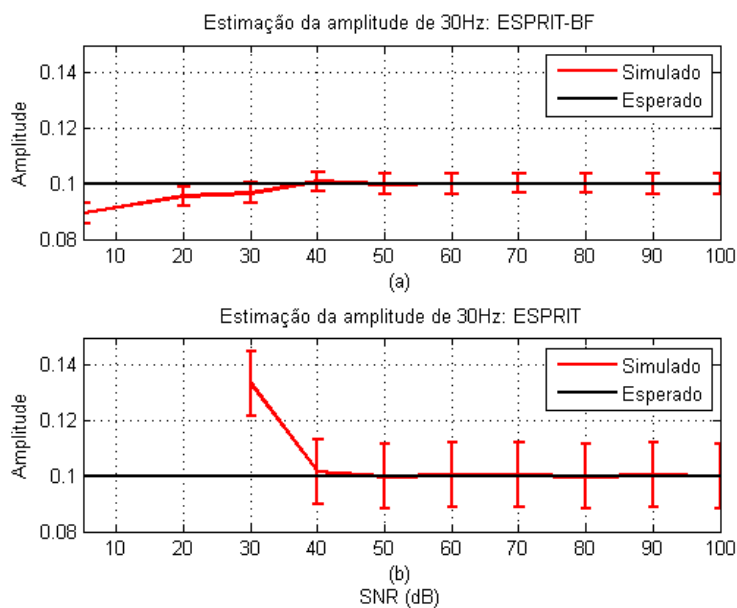


Figura 64: Estimação da amplitude de 30Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

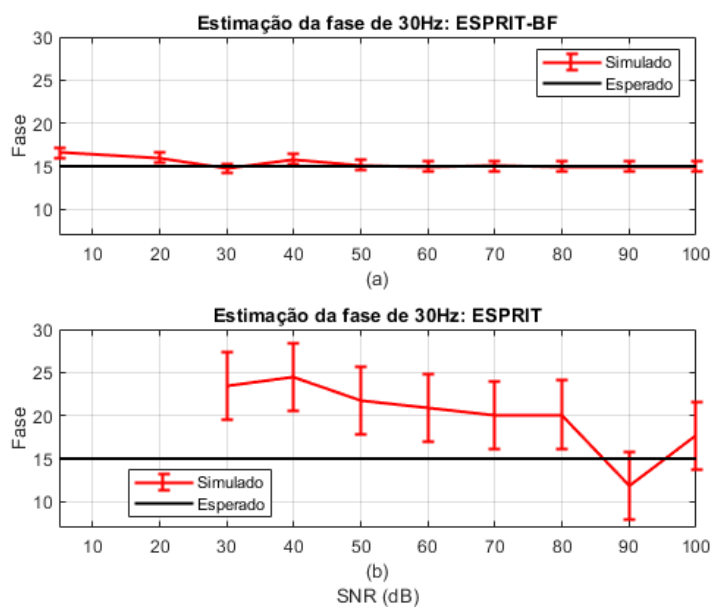


Figura 65: Estimação da fase de 30Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

As Figuras 75, 76 e 77 indicam as estimações de frequência, amplitude e fase do 38° harmônico para o sinal $s_2(t)$. A Figura 78 indicam os erros percentuais da frequência, amplitude e fase do 38° harmônico.

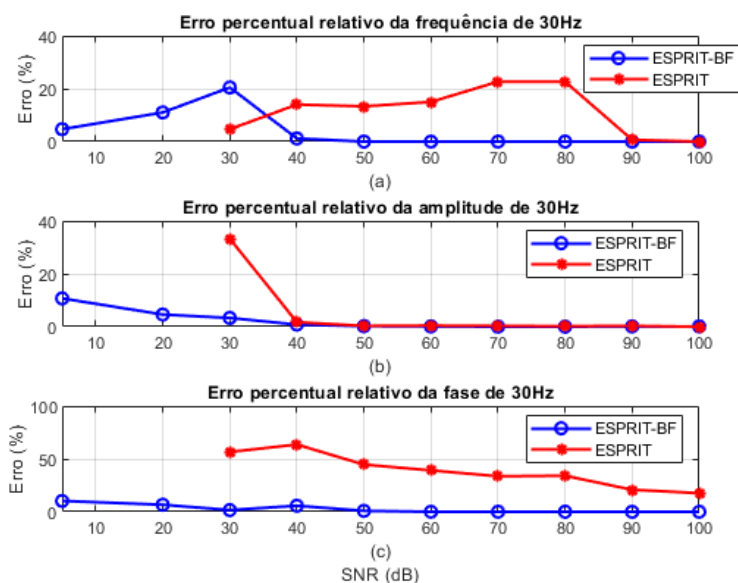


Figura 66: Erro percentual (%) relativo do sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 2: (a) Frequência do inter-harmônico de 30Hz; (b) Amplitude do inter-harmônico de 30Hz; (c) Fase do inter-harmônico de 30Hz.

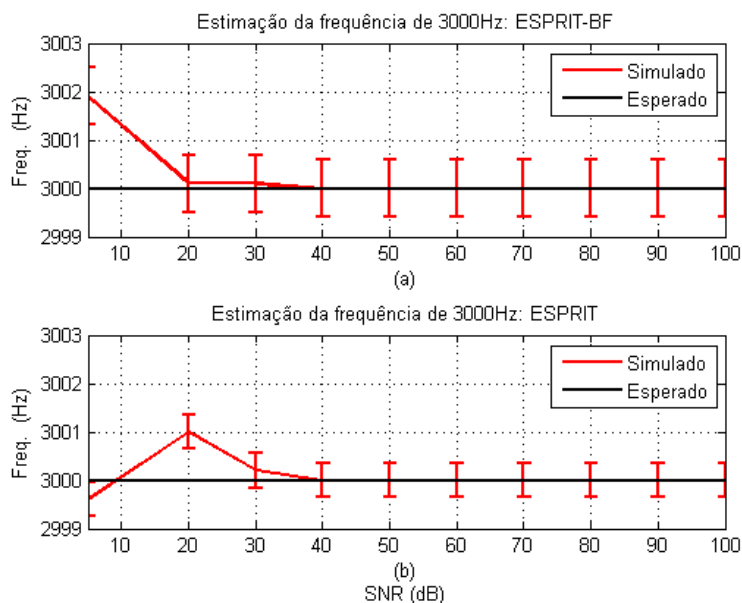


Figura 67: Estimação da frequência 3000Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

D.2 GRÁFICOS E TABELAS REFERENTES AO ESTUDO DE CASO 2

As Tabelas 21 e 22 indicam a média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ contaminado com ruído azul e erro percentual para SNR em 5, 20, 40, e 70dB, respectivamente.

As Tabelas 23 e 24 indicam a média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ contaminado com ruído vermelho e erro percentual para SNR em 5, 20, 40, e 70dB, respectivamente.

Tabela 21: Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR: 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído azul).

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
	<i>Estimador</i>		ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT
F. Fund.: 60 Hz	60,20	60,80	60,19	60,60	60,00	59,80	60,00	60,00
F. Int. : 30 Hz	NE	NE	30,53	NE	29,89	NE	30,21	34,00
F. Int.: 45 Hz	NE	NE	NE	NE	43,95	NE	45,47	NE
F. Har.: 180	180,78	NE	179,98	180,30	180,00	179,70	180,00	180,00
F. Har.: 1260	1263,60	NE	1260,30	1260,50	1260,00	1260,10	1260,00	1260,00
F. Har.: 3000	2999,50	2998,20	3001,00	3003,30	3000,00	3000,50	3000,00	3000,00
A. Fund. 60: 1	1,13	1,51	1,02	1,13	1,01	0,90	1,00	1,00
A. Int. 30: 0.1	NE	NE	0,11	NE	0,12	NE	0,10	0,10
A. Int. 45: 0.1	NE	NE	NE	NE	0,12	NE	0,10	NE
A. Har. 180: 0.1	0,10	NE	0,10	0,17	0,10	0,10	0,10	0,10
A. Har. 1260: 0.1	0,11	NE	0,10	0,08	0,10	0,09	0,10	0,10
A. Har. 3000: 0.1	0,08	0,30	0,08	0,15	0,09	0,06	0,10	0,04
ϕ Fund. 60: 15°	17,88	NE	15,04	NE	18,46	NE	13,89	21,77
ϕ Int. 30 : 15°	NE	NE	17,33	NE	11,04	NE	13,82	NE
ϕ Int. 45 : 25°	NE	NE	NE	NE	36,34	NE	25,51	NE
ϕ Int. 180 : 68°	75,10	NE	75,02	NE	62,55	NE	68,38	68,57
ϕ Har. 1260 : 45°	42,32	NE	47,17	NE	48,74	NE	45,44	45,00
ϕ Har. 3000 : 60°	63,04	NE	61,99	NE	54,05	NE	61,04	59,82
Dec. Har. 3000: $\epsilon^{-0,25}$	NE	NE	4,27	NE	4,00	NE	4,02	4,00

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

Tabela 22: Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR: 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído azul).

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
	<i>Estimador</i>		ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT
F. Fund.: 60 Hz	0,34	1,33	0,32	1,00	0,00	0,33	0,00	0,00
F. Int. : 30 Hz	NE	NE	1,76	NE	0,36	NE	0,72	13,33
F. Int.: 45 Hz	NE	NE	NE	NE	2,34	NE	1,04	NE
F. Har.: 180	0,43	NE	0,01	0,17	0,00	0,17	0,00	0,00
F. Har.: 1260	0,29	NE	0,02	0,04	0,00	0,01	0,00	0,00
F. Har.: 3000	0,02	0,06	0,03	0,11	0,00	0,02	0,00	0,00
A. Fund. 60: 1	13,05	51,33	1,89	12,79	0,55	10,24	0,19	0,09
A. Int. 30: 0.1	NE	NE	7,50	NE	15,00	NE	0,50	0,10
A. Int. 45: 0.1	NE	NE	NE	NE	16,90	NE	2,40	NE
A. Har. 180: 0.1	1,20	NE	3,70	65,40	0,00	3,00	0,10	0,00
A. Har. 1260: 0.1	9,00	NE	8,40	16,40	0,70	9,50	1,40	0,10
A. Har. 3000: 0.1	18,00	X	15,30	49,90	6,80	44,90	2,30	63,50
ϕ Fund. 60: 15°	19,22	NE	0,29	NE	23,07	NE	7,41	45,15
ϕ Int. 30 : 15°	NE	NE	15,55	NE	26,42	NE	7,87	NE
ϕ Int. 45 : 25°	NE	NE	NE	NE	45,35	NE	2,04	NE
ϕ Int. 180 : 68°	10,45	NE	10,33	NE	8,01	NE	0,56	0,84
ϕ Har. 1260 : 45°	5,96	NE	4,82	NE	8,31	NE	0,98	0,01
ϕ Har. 3000 : 60°	5,06	NE	3,31	NE	9,92	NE	1,73	0,29
Dec. Har. 3000: $\epsilon^{-0,25}$	NE	NE	6,72	NE	0,04	NE	0,46	0,09

NE = Não Estimado.

X = erro acima de 100%.

Tabela 23: Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR: 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído vermelho).

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
	<i>Estimador</i>		ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT
F. Fund.: 60 Hz	60,01	56,20	60,00	62,90	60,00	60,00	60,00	60,00
F. Int. : 30 Hz	27,50	NE	29,63	NE	30,00	35,70	30,00	33,90
F. Int.: 45 Hz	48,11	NE	45,03	NE	45,00	NE	45,00	44,80
F. Har.: 180	179,97	139,40	180,00	179,10	180,00	180,00	180,00	180,00
F. Har.: 1260	1260,00	NE	1260,00	1259,00	1260,00	1260,00	1260,00	1260,00
F. Har.: 3000	3000,00	2998,9	3000,00	2999,50	3000,00	3000,00	3060,00	3000,00
A. Fund. 60: 1	1,03	2,53	1,00	0,96	1,00	1,10	1,00	1,04
A. Int. 30: 0.1	0,09	NE	0,11	NE	0,10	0,11	0,10	0,16
A. Int. 45: 0.1	0,11	NE	0,11	NE	0,10	NE	0,10	0,35
A. Har. 180: 0.1	0,10	0,15	0,10	0,09	0,10	0,10	0,10	0,10
A. Har. 1260: 0.1	0,10	NE	0,10	0,09	0,10	0,10	0,10	0,10
A. Har. 3000: 0.1	0,10	0,11	0,10	0,10	0,10	0,02	0,10	0,10
ϕ Fund. 60: 15°	13,49	29,12	13,31	10,80	14,57	21,28	14,97	16,29
ϕ Int. 30 : 15°	11,93	NE	11,44	NE	17,23	NE	12,95	NE
ϕ Int. 45 : 25°	32,42	NE	28,99	NE	24,91	NE	26,65	NE
ϕ Int. 180 : 68°	66,41	77,70	64,02	62,48	67,71	63,12	64,23	68,17
ϕ Har. 1260 : 45°	49,51	NE	41,41	50,97	44,49	44,03	41,56	45,98
ϕ Har. 3000 : 60°	58,10	65,82	59,95	51,78	59,14	57,88	57,85	60,13
Dec. Har. 3000: $\epsilon^{-\frac{1}{0,25}}$	3,35	NE	3,48	5,49	4,00	3,10	4,00	4,20

NE = Não Estimado.

X = erro acima de 100%.

Tabela 24: Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR: 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído vermelho).

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
	<i>Estimador</i>		ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT
F. Fund.: 60 Hz	0,02	6,33	0,00	4,83	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Int. : 30 Hz	8,33	NE	1,25	NE	0,01	19,00	0,00	13,00
F. Int.: 45 Hz	6,91	NE	0,07	NE	0,00	NE	0,00	0,44
F. Har.: 180	0,02	22,56	0,00	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Har.: 1260	0,00	NE	0,00	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Har.: 3000	0,00	0,04	0,00	0,02	0,00	0,00	2,00	0,00
A. Fund. 60: 1	2,99	X	0,47	4,33	0,08	9,70	0,10	4,11
A. Int. 30: 0.1	13,00	NE	10,80	NE	0,30	10,10	0,10	58,60
A. Int. 45: 0.1	14,30	NE	5,40	NE	0,30	NE	0,20	X
A. Har. 180: 0.1	1,90	49,80	1,10	9,80	0,00	0,10	0,00	0,00
A. Har. 1260: 0.1	1,00	NE	0,20	6,90	0,00	0,00	0,00	0,00
A. Har. 3000: 0.1	3,40	14,1	2,90	1,70	2,60	81,00	1,50	0,50
ϕ Fund. 60: 15°	10,09	94,16	11,26	27,98	2,84	41,89	0,23	8,59
ϕ Int. 30 : 15°	20,48	NE	23,74	NE	14,87	NE	13,70	NE
ϕ Int. 45 : 25°	29,69	NE	15,98	NE	0,37	NE	6,60	NE
ϕ Int. 180 : 68°	2,34	14,26	5,86	8,12	0,42	7,17	5,54	0,25
ϕ Har. 1260 : 45°	10,02	NE	7,97	13,27	1,14	2,15	7,64	2,18
ϕ Har. 3000 : 60°	3,17	9,69	0,08	13,70	1,44	3,53	3,59	0,22
Dec. Har. 3000: $\epsilon^{-\frac{1}{0,25}}$	16,33	NE	12,95	37,27	0,05	22,52	0,00	5,00

NE = Não Estimado.

X = erro acima de 100%.

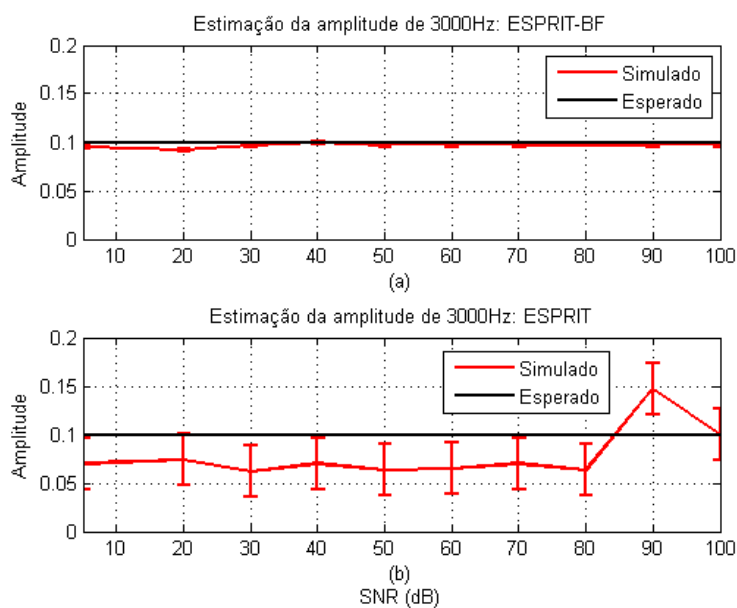


Figura 68: Estimación da amplitude de 3000Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

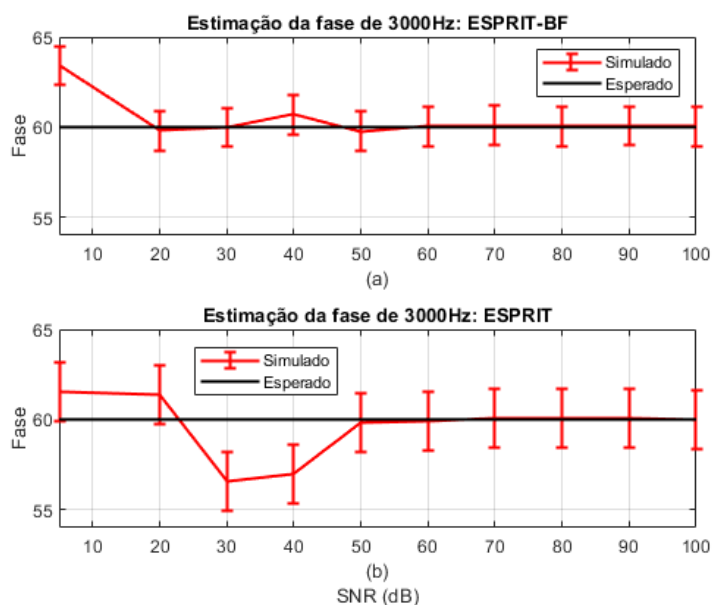


Figura 69: Estimación da fase de 3000Hz do sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

As Tabelas 25 e 26 indicam a média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ contaminado com ruído violeta e erro percentual para SNR em 5, 20, 40 e 70dB, respectivamente.

As Figuras 79 e 80 indicam a estimación da frequência e amplitude do inter-harmônico de 30Hz com os desvios estatísticos com o ruído rosa. Observe que o ESPRIT se desvia mais do valor esperado que o ESPRIT-BF.

A Figura 81 indica os erros da frequência e amplitude do inter-harmônico de 30Hz para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído rosa. Observa-se no ESPRIT um erro maior que

Tabela 25: Média dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR: 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído violeta).

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
	Estimador	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF
F. Fund.: 60 Hz	60,03	60,40	60,08	60,60	60,00	59,80	60,00	60,00
F. Int. : 30 Hz	32,32	NE	33,01	NE	29,93	NE	30,00	34,00
F. Int.: 45 Hz	NE	NE	NE	NE	44,79	NE	45,00	NE
F. Har.: 180	180,13	NE	180,00	180,10	180,00	179,60	180,00	180,00
F. Har.: 1260	1260,30	NE	1260,30	1261,20	1260,00	1260,00	1260,00	1260,00
F. Har.: 3000	3429,00	NE	3000,00	3001,40	3000,00	3000,10	3060,00	3000,00
A. Fund. 60: 1	0,98	1,13	0,99	1,12	1,00	0,90	1,00	1,00
A. Int. 30: 0.1	0,09	NE	0,09	NE	0,10	NE	0,10	0,10
A. Int. 45: 0.1	NE	NE	NE	NE	0,10	NE	0,1	NE
A. Har. 180: 0.1	0,10	NE	0,10	0,09	0,10	0,10	0,10	0,1
A. Har. 1260: 0.1	0,08	NE	0,11	0,11	0,10	0,10	0,1	0,1
A. Har. 3000: 0.1	0,12	NE	0,09	0,10	0,10	0,05	0,10	0,00
ϕ Fund. 60: 15°	17,04	9,03	14,87	8,10	14,73	5,78	15,75	21,74
ϕ Int. 30 : 15°	11,64	NE	13,35	NE	12,50	NE	13,25	20,76
ϕ Int. 45 : 25°	NE	NE	NE	NE	22,76	NE	23,62	NE
ϕ Int. 180 : 68°	66,88	NE	65,39	67,67	66,43	63,24	66,56	68,50
ϕ Har. 1260 : 45°	38,72	NE	40,42	33,99	46,01	44,38	44,25	45,30
ϕ Har. 3000 : 60°	63,69	NE	60,75	NE	59,66	59,59	61,03	59,82
Dec. Har. 3000: $e^{-\frac{1}{0,25}}$	NE	NE	NE	NE	4,33	4,00	4,00	4,00

NE = Não Estimado.

Valores numéricos arredondados.

Tabela 26: Erro percentual (%) dos parâmetros do sinal $s_1(t)$ estimado para o método ESPRIT-BF ajustável e para o ESPRIT convencional em diferentes níveis de SNR: 5, 20, 40, 70dB (Sinal contaminado com ruído violeta).

SNR	5dB		20dB		40dB		70dB	
	Estimador	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF	ESPRIT	ESP.-BF
F. Fund.: 60 Hz	0,06	0,67	0,13	1,00	0,00	0,33	0,00	0,00
F. Int. : 30 Hz	7,74	NE	10,03	NE	0,22	NE	0,00	13,33
F. Int.: 45 Hz	NE	NE	NE	NE	0,47	NE	0,00	NE
F. Har.: 180	0,07	NE	0,00	0,06	0,00	0,22	0,00	0,00
F. Har.: 1260	0,02	NE	0,02	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00
F. Har.: 3000	14,30	NE	0,00	0,05	0,00	0,00	2,00	0,00
A. Fund. 60: 1	1,81	12,74	1,03	11,91	0,14	10,37	0,10	0,05
A. Int. 30: 0.1	10,70	NE	13,40	NE	0,10	NE	0,10	0,10
A. Int. 45: 0.1	NE	NE	NE	NE	0,20	NE	0,00	NE
A. Har. 180: 0.1	0,40	NE	1,60	8,90	0,10	0,60	0,10	0,00
A. Har. 1260: 0.1	20,90	NE	7,40	6,50	0,30	2,30	0,00	0,00
A. Har. 3000: 0.1	19,90	NE	7,10	4,80	0,50	51,20	2,60	97,50
ϕ Fund. 60: 15°	13,58	39,81	0,86	46,02	1,81	61,49	5,00	44,93
ϕ Int. 30 : 15°	22,41	NE	11,00	NE	16,64	NE	11,67	38,39
ϕ Int. 45 : 25°	NE	NE	NE	NE	8,94	NE	5,52	NE
ϕ Int. 180 : 68°	1,64	NE	3,84	0,48	2,30	7,00	2,11	0,74
ϕ Har. 1260 : 45°	13,97	NE	10,17	24,46	2,24	1,38	1,67	0,67
ϕ Har. 3000 : 60°	6,15	NE	1,26	NE	0,58	0,69	1,71	0,30
Dec. Har. 3000: $e^{-\frac{1}{0,25}}$	NE	NE	NE	NE	8,35	0,12	0,13	2,55

X = erro acima de 100%.

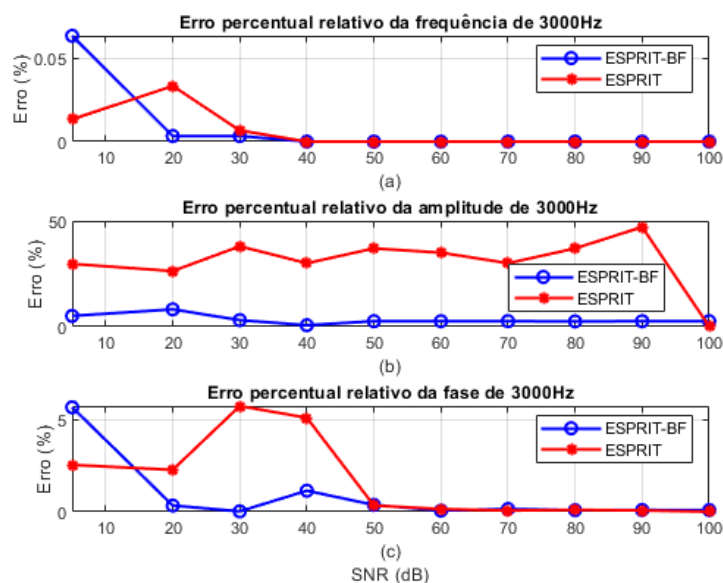


Figura 70: Erro percentual (%) relativo do sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 2: (a) Frequência do inter-harmônico de 3000Hz; (b) Amplitude do inter-harmônico de 3000Hz; (c) Fase do inter-harmônico de 3000Hz.

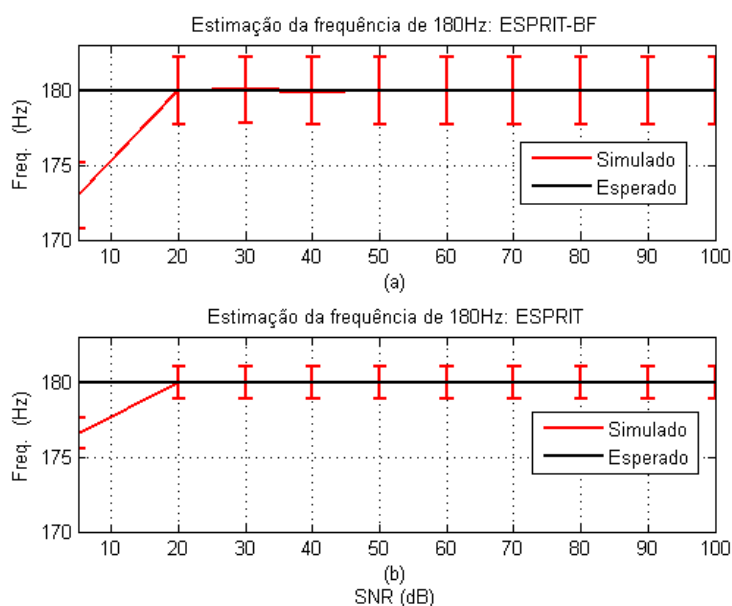


Figura 71: Estimação da frequência de 180Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

no ESPRIT-BF ajustável e nos níveis de SNR 's iguais a 20 e 30dB não é possível ter uma comparação pois a técnica ESPRIT não foi capaz de detectar o parâmetro.

A Figura 82 indica os erros da frequência, amplitude e fase do harmônico de 3000Hz para o sinal $s_1(t)$ contaminado com o ruído azul. Para as estimações de fase desse caso observa-se no ESPRIT-BF um erro maior que no ESPRIT, porém a técnica ESPRIT só foi capaz de detectar o parâmetro acima de 50dB dessa forma as comparações para esse parâmetro ficam comprometidas.

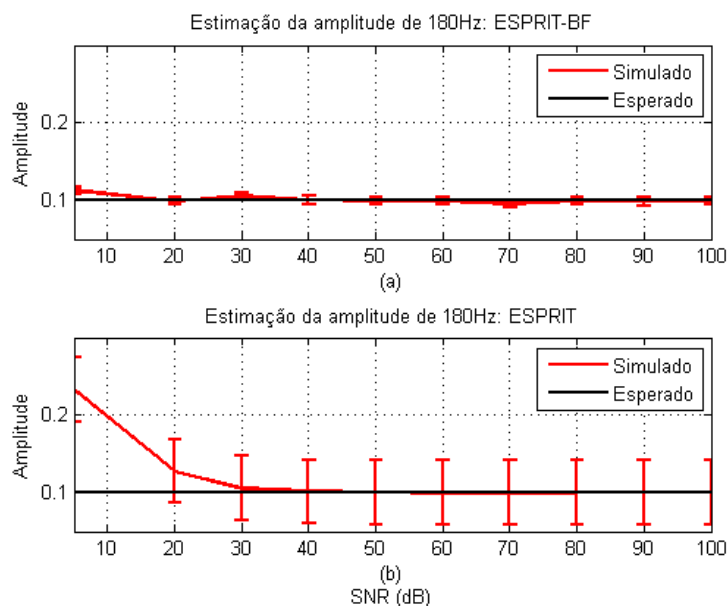


Figura 72: Estimação da amplitude de 180Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

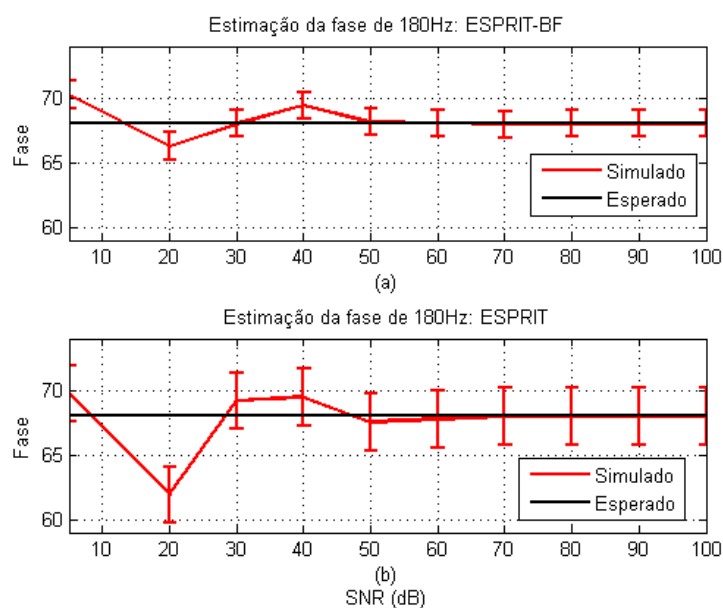


Figura 73: Estimação da fase de 180Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

D.3 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE SINAIS CONSIDERANDO TOPOLOGIAS DE QUATRO FILTROS (ESPRIT-BF FIXO)

A seguir apresenta-se exemplos em que o método ESPRIT-BF foi aplicado utilizando outra topologia, citada no Capítulo 3: ESPRIT-BF fixo. A configuração do banco de filtros com quatro filtros como já mencionada é um caso relevante e além de configurar o passo inicial para a finalização deste projeto pode, em alguns casos, ser um exemplo particular do método proposto ESPRIT-BF ajustável. Desta forma, dois exemplos são abordados neste

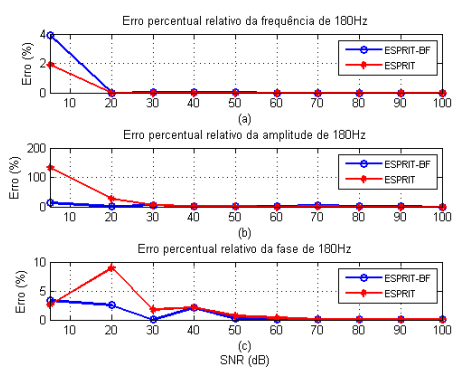
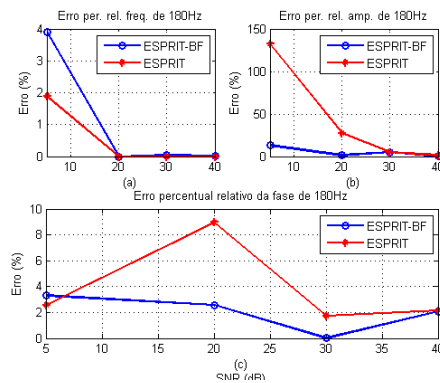
(a) SNR 's 5 a 100dB.(b) SNR 's 40 a 100dB.

Figura 74: Erro percentual (%) da frequência de 180Hz do sinal $s_2(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 4: (a) Frequência de 180Hz; (b) Amplitude de 180Hz; (c) Fase de 180Hz.

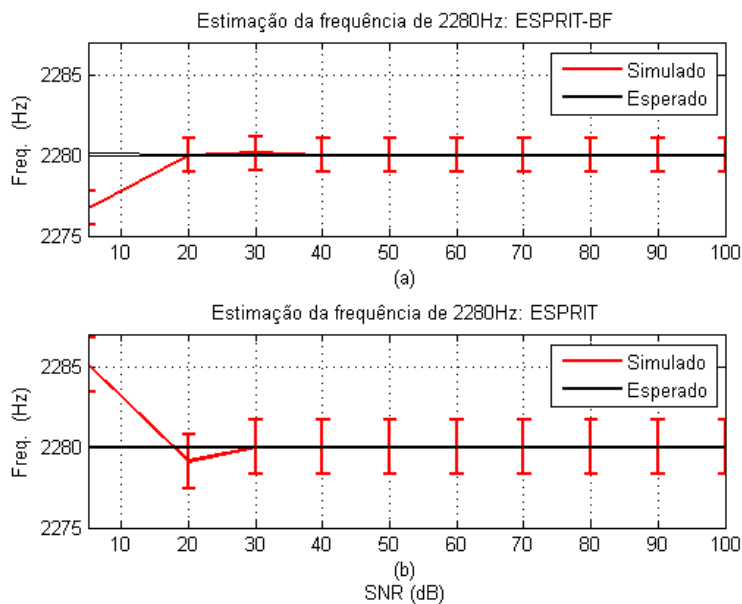


Figura 75: Estimação da frequência de 2280Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

tópico. A primeiro exemplo mostra a topologia com o banco de filtros *IIR* e o segundo exemplo, com um banco de filtros *FIR*.

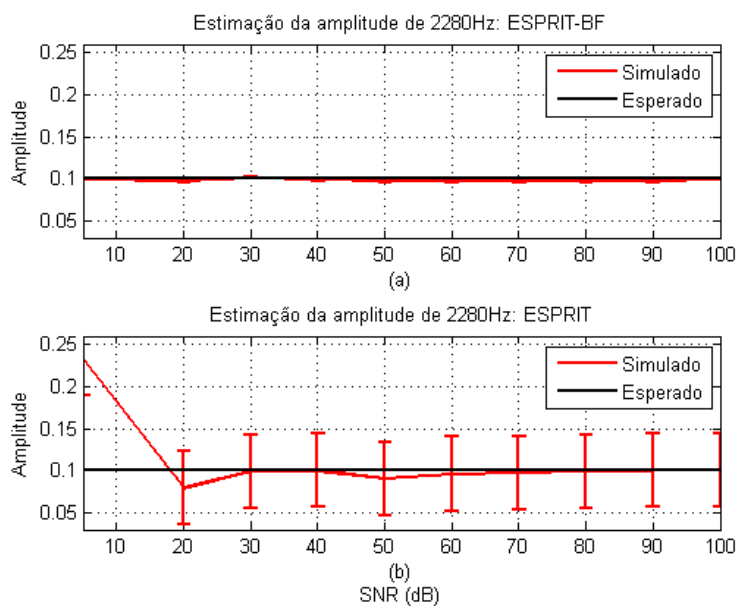


Figura 76: Estimação da amplitude de 2280Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

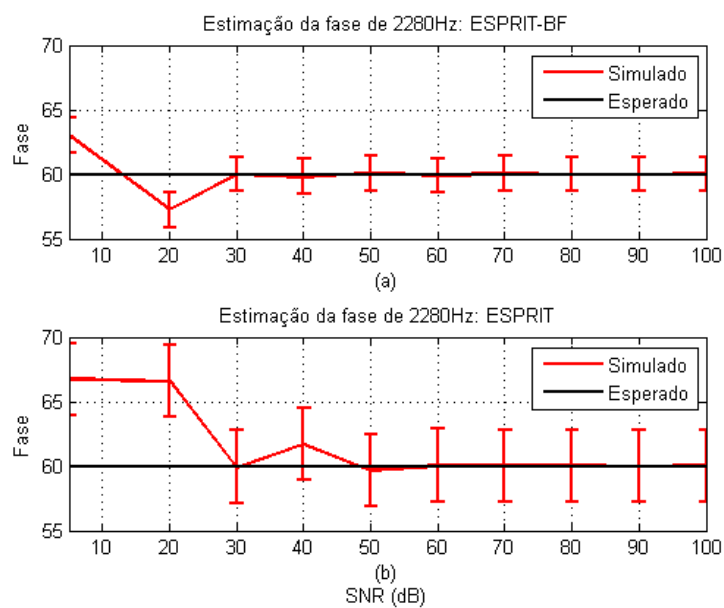


Figura 77: Estimação da fase de 2280Hz do sinal $s_2(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB.

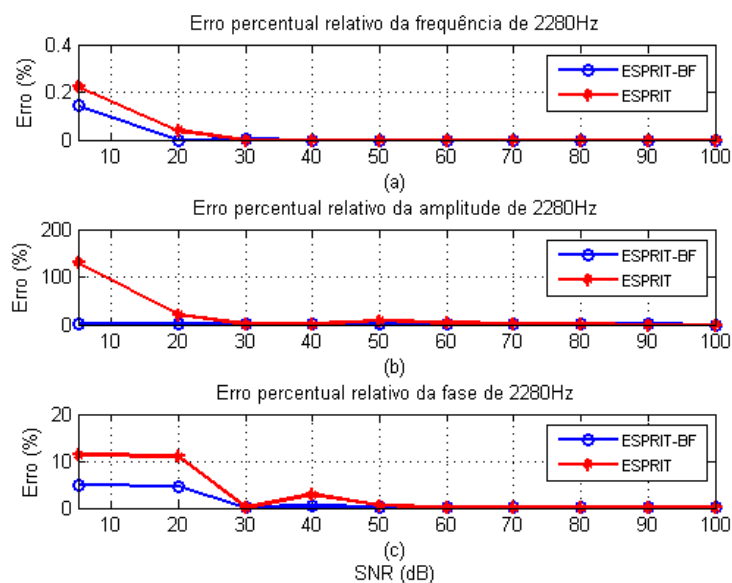


Figura 78: Erro percentual (%) da frequência de 2280Hz do sinal $s_2(t)$ considerando a média das 100 execuções da Tabela 4: (a) Frequência de 2280Hz; (b) Amplitude de 2280Hz; (c) Fase de 2280Hz.

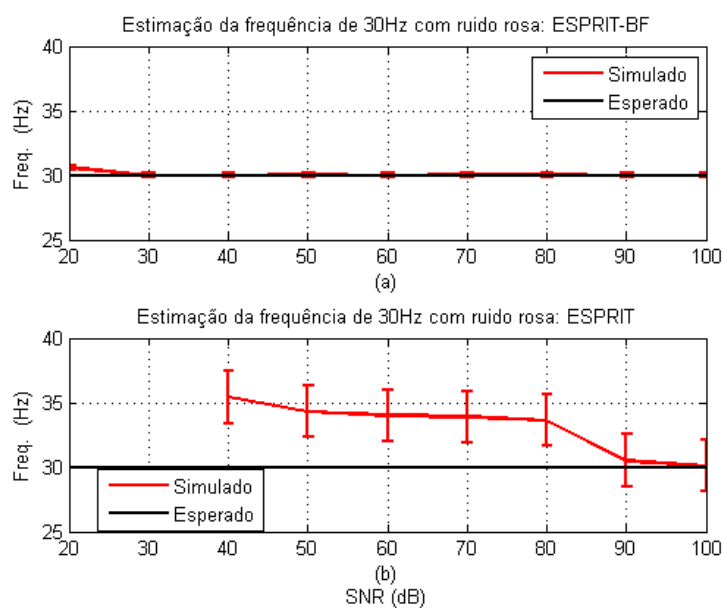


Figura 79: Estimação da frequência do inter-harmônico de 30Hz para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído rosa).

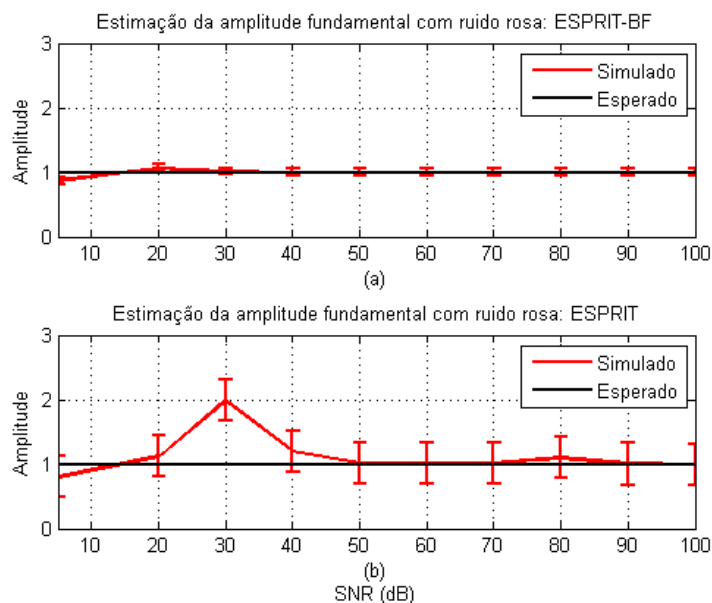


Figura 80: Estimação da amplitude do inter-harmônico de 30Hz para o sinal $s_1(t)$ indicando os desvios estatísticos para a variação do SNR de 5 a 100dB (ruído rosa).

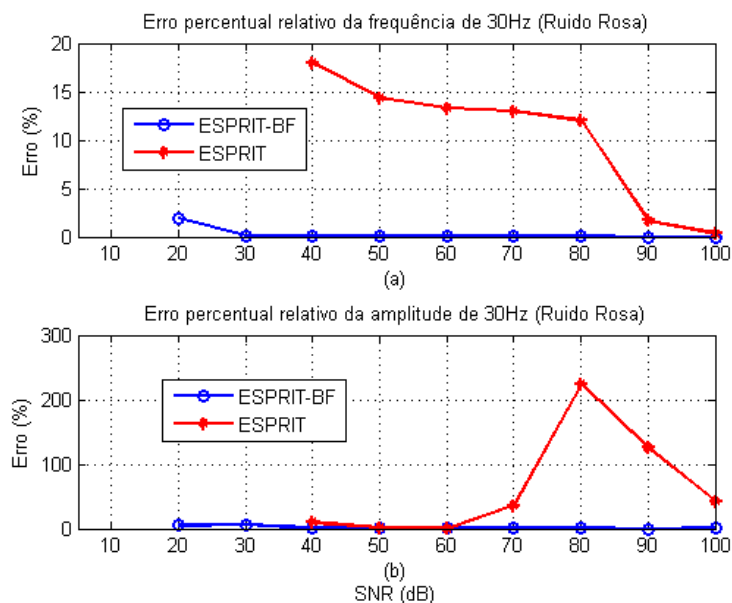


Figura 81: Erro percentual (%) para o sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções em cada amostra (Tabela 8 – ruído rosa): (a) Frequência do inter-harmônico de 30Hz; (b) Amplitude do inter-harmônico de 30Hz.

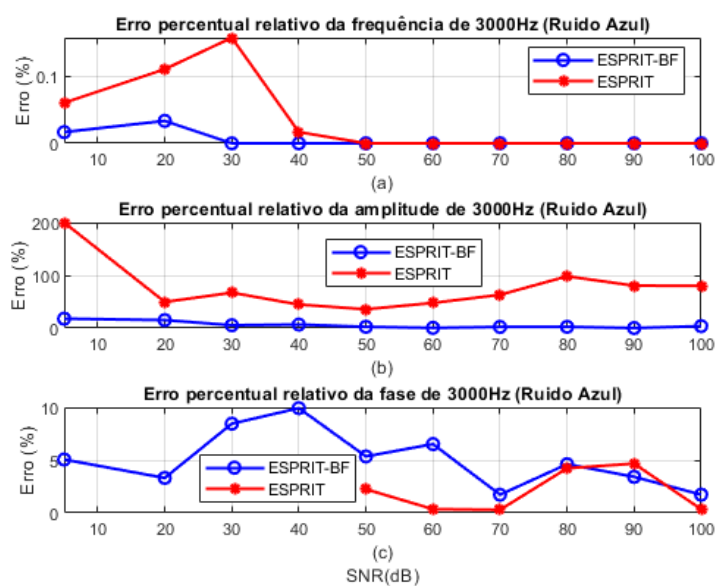


Figura 82: Erro percentual (%) para o sinal $s_1(t)$ considerando a média das 100 execuções em cada amostra (Tabela 21 – ruído azul): (a) Frequência do 50° harmônico; (b) Amplitude do 50° harmônico; (c) Fase do 50° harmônico.