

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA

David Assis da Silva

**Prova de Conceito para Modelo de Sensoriamento Sonar para Caracterização
Dimensional e Avaliação de Massa**

Juiz de Fora

2025

David Assis da Silva

**Prova de Conceito para Modelo de Sensoriamento Sonar para Caracterização
Dimensional e Avaliação de Massa**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Universidade Federal de Juiz de Fora como
requisito parcial para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Elétrica – Robótica
e Automação Industrial

Orientador: Prof. Dr. Daniel de Almeida Fernandes

Juiz de Fora

2025

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo L^AT_EX do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Silva, David Assis da.

Prova de Conceito para Modelo de Sensoriamento Sonar para Caracteri-
zação Dimensional e Avaliação de Massa / David Assis da Silva. – 2025.
31 f. : il.

Orientador: Daniel de Almeida Fernandes

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal de
Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia, 2025.

1. Automação industrial. 2. Sensores ultrassônicos. 3. Gestão de
matéria-prima. 4. Estimativa de volume. 5. Eficiência produtiva. I.
Fernandes, Daniel de Almeida, orient. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
REITORIA - FACENG - Depto. de Energia Elétrica

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (TCC)

Candidato: David Assis da Silva

Orientador: Prof. Dr. Daniel de Almeida Fernandes

Banca examinadora:

Presidente: Prof. Dr. Daniel de Almeida Fernandes

Membro 1: Prof. Dr. Exuperry Barros Costa (UFJF)

Membro 2: Prof. Dr. Leonardo Rocha Olivi (UFJF)

Título: Prova de conceito para modelo de sensoramento sonar para caracterização dimensional e avaliação de massa

Data: 21/03/2025

Hora: 16:00

Local: Auditório A3E2 (sala 4148)

Em seção pública, após exposição de cerca de 23 minutos, o candidato foi arguido oralmente pelos membros da banca examinadora, tendo como resultado sua:

(X) APROVAÇÃO.

() REPROVAÇÃO.

Na forma regulamentar, consta a presente ata, assinada pelo professor orientador, demais membros da banca examinadora e pelo candidato.



Documento assinado eletronicamente por **Daniel de Almeida Fernandes, Professor(a)**, em 21/03/2025, às 23:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **DAVID ASSIS DA SILVA, Usuário Externo**, em 21/03/2025, às 23:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo Rocha Olivi, Professor(a)**, em 22/03/2025, às 09:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Exuperry Barros Costa, Professor(a)**, em 22/03/2025, às 10:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2290432** e o código CRC **4926B63E**.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que por sua infinita bondade e misericórdia, me proporcionou essa oportunidade e me permitiu chegar a este momento.

Aos meus pais, Sérgio e Cida, pela educação, pelo incentivo constante, pelo suporte incondicional e pela paciência em todos os momentos da minha vida, especialmente durante minha jornada acadêmica.

Aos meus irmãos, Michel (*in memoriam*), Talita e Matheus, pelo apoio, pelos incentivos e pela inspiração ao longo desta caminhada.

Ao professor Daniel de Almeida Fernandes, cuja dedicação e empenho foram fundamentais para a realização deste trabalho e de outros projetos acadêmicos. Sua orientação cuidadosa, sua paixão pelo ensino e seu compromisso em compartilhar conhecimento serviram como fonte de inspiração ao longo de minha trajetória.

Aos vários amigos e colegas com quem convivi durante esses anos, alguns dos quais levarei para toda a vida.

À Universidade Federal de Juiz de Fora, pelo ensino de excelência, pela infraestrutura de qualidade e pelas diversas oportunidades de crescimento pessoal e acadêmico proporcionadas aos seus estudantes.

Aos técnicos e professores dos diversos departamentos em que cursei disciplinas, que contribuíram de maneiras diversas para minha formação profissional e pessoal.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma prova de conceito para o desenvolvimento de um sistema de medição de volume utilizando sensores ultrassônicos, aplicado ao setor industrial. O estudo foi motivado por uma necessidade real observada na [NEXA \(2024\)](#), onde a matéria-prima do processo produtivo é armazenada em um galpão dividido em baias, e a estimativa de volume é realizada de forma empírica e manual. Tal abordagem compromete a precisão dos dados, impacta a eficiência operacional e aumenta o risco de desperdícios. O sistema proposto utiliza sensores ultrassônicos para medir o volume do material armazenado e, com base em parâmetros como densidade e umidade, calcula a massa da matéria-prima de forma mais precisa. Os resultados obtidos demonstram que o uso de sensores ultrassônicos oferece vantagens como alta sensibilidade, baixo custo e robustez em ambientes industriais adversos, embora desafios técnicos, como interferências ambientais, devam ser considerados. Conclui-se que a implementação de sistemas automatizados para monitoramento de volume e massa tem o potencial de modernizar a gestão de estoques industriais, contribuindo para maior eficiência e sustentabilidade nos processos produtivos.

Palavras-chave: Automação industrial; Sensores ultrassônicos; Gestão de matéria-prima; Estimativa de volume; Eficiência produtiva.

ABSTRACT

This work presents a proof of concept for the development of a volume measurement system using ultrasonic sensors, applied to the industrial sector. The study was motivated by a real need observed at [NEXA \(2024\)](#), where the raw materials used in the production process are stored in a warehouse divided into bays, and the volume estimation is carried out empirically and manually. Such an approach compromises data accuracy, impacts operational efficiency, and increases the risk of waste. The proposed system uses ultrasonic sensors to measure the volume of the stored material and, based on parameters such as density and moisture, calculates the mass of the raw material more accurately. The results demonstrate that the use of ultrasonic sensors offers advantages such as high sensitivity, low cost, and robustness in adverse industrial environments, although technical challenges, such as environmental interference, must be taken into account. It is concluded that the implementation of automated systems for monitoring volume and mass has the potential to modernize industrial inventory management, contributing to greater efficiency and sustainability in production processes.

Keywords: Industrial automation; Productive efficiency; Raw material management; Ultrasonic sensors; Volume estimation.

SUMÁRIO

	LISTA DE ILUSTRAÇÕES	vii
	LISTA DE TABELAS	viii
	LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	ix
1	Introdução	1
1.1	Introdução e motivação	1
1.2	Objetivo	2
1.3	Organização do trabalho	2
2	Revisão Teórica	3
2.1	Introdução	3
2.2	Componentes eletroeletrônicos	4
2.2.1	Arduino UNO R3	4
2.2.2	Sensor ultrassônico HC-SR04	5
2.2.3	Micro servomotor SG90	7
2.2.4	Filtragem com capacitores	7
2.3	Cálculos de área e volume	8
2.3.1	Integrais definidas	8
2.3.2	Integral de Riemann	10
2.3.3	Cálculo de volume com integrais	10
2.3.4	Integral numérica de volume	13
2.3.5	Determinação do volume de um cone truncado através da soma de Riemann	16
2.3.6	Correção trigonométrica	18
3	Modelo de Sensoriamento Sonar para Caracterização Dimensional e Avaliação de Massa	20
3.1	Introdução	20
3.1.1	Processo de chegada, armazenagem e estocagem de matérias-primas	20
3.1.2	Coleta de matéria-prima para alimentação do forno Waelz	21
3.2	Montagem do protótipo	21
3.3	Simulações e resultados práticos	22
3.3.1	Simulação	22
3.3.2	Resultados práticos	23
4	Conclusão	28
4.1	Conclusões	28
4.2	Trabalhos futuros	29
	REFERÊNCIAS	30

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação do galpão da GRS	4
Figura 2 – Fotografia da placa Arduino UNO R3	5
Figura 3 – Fotografia do sensor ultrassônico HC-SR04	5
Figura 4 – Funcionamento do sensor ultrassônico HC-SR04	6
Figura 5 – Fotografia do servo SG90	7
Figura 6 – Dimensões do servo SG90	7
Figura 7 – Fotografia do capacitor eletrolítico de 100 μF e 25 V	8
Figura 8 – Fotografia do capacitor eletrolítico de 2200 μF e 25 V	8
Figura 9 – Fotografia do capacitor cerâmico de 100 nF e 50 V	8
Figura 10 – Área delimitada por uma função	9
Figura 11 – Semicircunferência de raio unitário	9
Figura 12 – Exemplos de áreas aproximadas por integrais de Riemann	10
Figura 13 – Função Z de duas variáveis definindo uma região R	11
Figura 14 – Retângulos maiores no plano xy	11
Figura 15 – Retângulos menores no plano xy	11
Figura 16 – Sólido definido pela função z e a região R	12
Figura 17 – Aproximação de Riemann	14
Figura 18 – Trapézio	17
Figura 19 – Semiárea do trapézio	17
Figura 20 – Arranjo de medição pelo sensor HC-SR04	19
Figura 21 – Exemplos de diferentes ângulos do sensor HC-SR04	19
Figura 22 – Galpão da GRS	20
Figura 23 – Baía contendo matéria-prima	20
Figura 24 – Montagem para simulação na plataforma Wokwi	22
Figura 25 – Montagem do protótipo – vista lateral	22
Figura 26 – Montagem do protótipo – vista frontal	22
Figura 27 – Mochila utilizada	24
Figura 28 – Resultado com a mochila	24
Figura 29 – Lixeira utilizada	25
Figura 30 – Resultado com a lixeira	25
Figura 31 – Estimação de volume a partir de leituras do sensor ultrassônico	26
Figura 32 – Sólido de revolução a partir dos valores de altura lidos pelo sensor HC-SR04	26
Figura 33 – Sólido de revolução a partir de dados lidos pelo HC-SR04	27

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Especificações do sensor ultrassônico HC-SR04	6
Tabela 2 – Especificações do micro servomotor SG90	7

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CC	Corrente Contínua
EUA	Estados Unidos da América
FIR	<i>Finite Impulse Response</i> (Resposta finita ao impulso)
FPB	Filtro Passa-Baixas
GRS	Gerência de Resíduos Sólidos
IDE	<i>Integrated Development Environment</i> (Ambiente de Desenvolvimento Integrado)
PAE	Pó/Poeira de Aciaria Elétrica
PCI	Placa de Circuito Impresso
PWM	<i>Pulse-Width Modulation</i> (Modulação por largura de pulso)
ToF	<i>Time of Flight</i> (Tempo de voo)
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora

1 Introdução

1.1 Introdução e motivação

O conhecimento e a gestão da matéria-prima existente em uma cadeia produtiva são essenciais para a sustentabilidade dos processos e a competitividade de uma empresa. Em setores onde o armazenamento é uma etapa estratégica, a precisão na determinação de parâmetros como volume e massa impacta diretamente o planejamento da produção e a alocação de recursos, além de favorecer na redução de desperdícios.

Este trabalho propõe uma prova de conceito para o desenvolvimento futuro de um sistema de estimação de volumes e massas de diferentes tipos de matérias-primas utilizando sensores ultrassônicos. O objetivo é atender à necessidade de uma aplicação real na empresa *Nexa Resources*, onde as matérias-primas dos processos produtivos são armazenadas em um galpão dividido internamente em baias, sendo as estimativas dos volumes dos materiais armazenados realizada até o momento de forma empírica e manual. Essa limitação acarreta impactos como imprecisão nos dados, atrasos operacionais e, conseqüentemente, ineficiência e desperdício nos processos subsequentes.

A proposta deste trabalho visa mitigar os problemas oriundos dessa limitação por meio de um sistema automatizado que utiliza sensores ultrassônicos para estimar com boa precisão o volume e a massa existentes nas baias do galpão, posicionando um, dois sensores ultrassônicos no topo das baias onde com a ajuda de um servomotor ou até mesmo de um único sensor de célula sintética, que irá varrer a superfície composta pela matéria prima depositada na referida baia. Após realizar medições, e em conjunto com dados de densidade e umidade do material, torna-se possível estimar a massa de forma mais precisa e confiável. Além disso, o sistema deve ser capaz de atualizar automaticamente os dados de massa a cada nova transação, ou seja, sempre que houver adição ou remoção de matéria-prima em uma baia.

O uso de sensores ultrassônicos apresenta vantagens significativas para essa aplicação, como alta sensibilidade, baixo custo e a capacidade de operar em ambientes industriais adversos. Por outro lado, também traz desafios técnicos, como a influência de variáveis ambientais, ruídos externos e a precisão das medições realizadas pelo sensor.

Ao longo deste trabalho, será demonstrada a viabilidade do sistema proposto, destacando suas aplicações práticas e os benefícios para a automação industrial. Espera-se que os resultados evidenciem o potencial dessa solução, além de servir como inspiração para futuras inovações no campo do monitoramento e gestão de estoques industriais.

1.2 Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma prova de conceito para estimular futuramente o desenvolvimento de um sistema de estimação de volumes e massas utilizando sensores ultrassônicos.

1.3 Organização do trabalho

O [Capítulo 2](#) apresenta uma revisão teórica, abordando a necessidade de precisão na estimação de volumes e massas das matérias-primas e do uso de um sensor ultrassônico para medição precisa de distância. São discutidos também o papel de capacitores na estabilidade da alimentação elétrica em Corrente Contínua (CC) e as técnicas de correção trigonométrica aplicadas para corrigir as medições de distância efetuadas pelo sensor ultrassônico. Além disso, são apresentados os conceitos de integral e da integral de Riemann, destacando sua relevância para o desenvolvimento do presente trabalho.

O [Capítulo 3](#) apresenta informações sobre o processo industrial e a problemática a ser tratada, todo o desenvolvimento realizado para dar a prova de conceito pretendida, observações sobre o processo de desenvolvimento, além de apresentação de alguns resultados dos obtidos.

O [Capítulo 4](#) apresenta algumas observações finais, possíveis oportunidades de melhoria e sugestões de trabalhos futuros.

2 Revisão Teórica

2.1 Introdução

A *Nexa Resources* é uma empresa global de mineração e metalurgia com operações em diversas regiões do mundo, destacando-se no Brasil e no Peru. Em Juiz de Fora, a unidade atua como refinaria de zinco, iniciando suas operações em 1969 e alcançando, em determinado momento, a marca de 169,7 mil toneladas de zinco metálico produzidas.

Este trabalho tem como objetivo propor uma solução para um problema de um setor estratégico da empresa: a Gerência de Resíduos Sólidos (GRS). Esse setor é crucial para a cadeia produtiva, pois é responsável por receber as matérias-primas e formar o elemento central para a obtenção do zinco: o *blend* — mistura, em inglês. O *blend* é uma mistura composta por diversos materiais, como minério ustulado¹, pó de aciaria², pilhas e baterias, entre outros. Essa mistura é fundamental para alimentar o forno Waelz³, peça-chave no processo produtivo.

Há na GRS um galpão destinado ao armazenamento de matérias-primas. O galpão é organizado e subdividido em baias, como mostrado na [Figura 1](#), que servem para alocar os diferentes materiais de forma estruturada. Atualmente, o espaço é dividido em duas alas: esquerda e direita. Cada ala, por sua vez, é subdividida em várias baias.

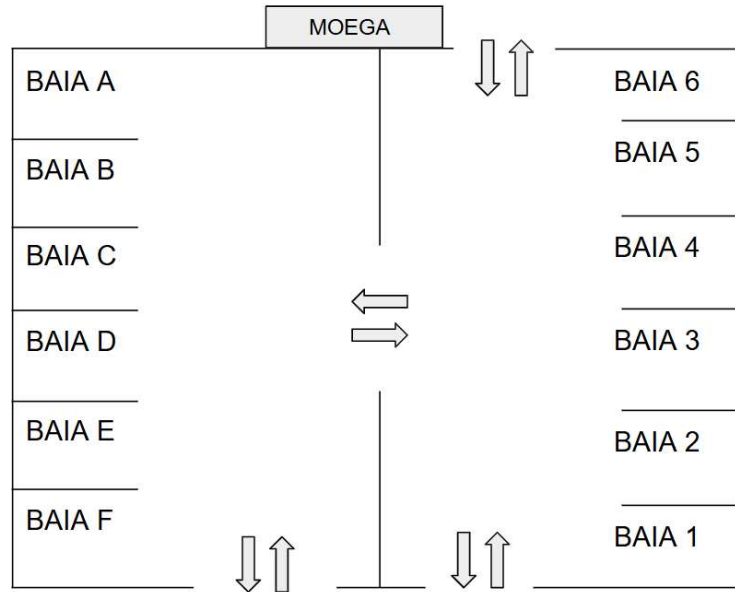
Atualmente, o controle da massa de matéria-prima armazenada nessas baias é realizado por meio de planilhas eletrônicas alimentadas com valores obtidos de forma empírica. A cada movimentação e formação do *blend*, são feitas estimativas baseadas no volume conhecido das pás dos tratores de transporte e no volume do *blend* formulado. Contudo, essa abordagem é suscetível de falhas e acarreta erros significativos com frequência, comprometendo a precisão e a confiabilidade dos dados sobre a matéria-prima disponível.

¹ Na indústria siderúrgica, ustulação é um processo químico que consiste no aquecimento de um sulfeto na presença de oxigênio, comumente realizado para obtenção de metais como chumbo, cobre, prata, zinco e mercúrio a partir de minérios contendo elevados teores de enxofre, antimônio e arsênio.

² Na indústria siderúrgica, aciarias são unidades de usinas siderúrgicas onde ocorre o processo de transformação de ferro-gusa — redução de minério de ferro pelo coque ou carvão e calcário em um alto-forno — em aços de diferentes tipos.

³ O forno Waelz é um equipamento industrial utilizado para a reciclagem de resíduos industriais ricos em zinco, como os pós de aciaria. Funciona como um grande cilindro rotativo, operando a altas temperaturas (cerca de 1200 °C), onde o zinco presente nos resíduos é volatilizado e depois recuperado na forma de óxidos metálicos. Esse processo permite reaproveitar materiais que, de outra forma, seriam descartados, tornando a produção mais sustentável e contribuindo para a economia circular na indústria metalúrgica ([Pinheiro, 2013](#)).

Figura 1 – Representação do galpão da GRS.



Fonte: Autor (2025).

2.2 Componentes eletroeletrônicos

Para o desenvolvimento da prova de conceito, optou-se pela utilização de componentes de fácil acesso, tanto pela disponibilidade quanto pelo baixo custo. Os componentes utilizados foram:

- Arduino UNO R3;
- Sensor ultrassônico HC-SR04;
- Micro servomotor SG90;
- Capacitores cerâmicos de 100 nF e eletrolíticos de 100 μ F e 2200 μ F;
- Cabinhos flexíveis 22 AWG ($\approx 0,33 \text{ mm}^2$) e conectores.

2.2.1 Arduino UNO R3

O Arduino Uno R3 é um tipo de placa eletrônica de prototipagem rápida que é principalmente aplicada em pequenos projetos de automação e robótica ([Arduino, 2025](#)). Esta é uma placa versátil, que pode ser integrada a um número grande de sistemas. A placa, mostrada na [Figura 2](#), contém vários circuitos eletrônicos, compostos por componentes como resistores, capacitores e um oscilador a cristal de quartzo de 16 MHz. No centro da placa encontra-se o microcontrolador de 8 bits ATmega328P, que permite desenvolver uma grande variedade de aplicações. A maior parte de sua popularidade se deve à flexibilidade e à facilidade de uso, tornando-se uma ferramenta indispensável tanto para iniciantes quanto para profissionais experientes nas áreas de automação, controle, eletrônica e programação, etc.

Figura 2 – Fotografia da placa Arduino UNO R3.



Fonte: Autor (2025).

2.2.2 Sensor ultrassônico HC-SR04

O sensor ultrassônico, ilustrado na [Figura 3](#), utiliza ondas sonoras de alta frequência (aproximadamente 40 kHz) para medir a distância de objetos próximos. Essas ondas, que estão além do alcance da audição humana, são emitidas por meio de pulsos ultrassônicos⁴. Quando a onda interage com um objeto, um eco é refletido de volta para o sensor, como mostrado na [Figura 4](#). O funcionamento do sensor HC-SR04 baseia-se na emissão dessas ondas pelo transmissor, indicado pela letra “T”, e na detecção do eco pelo receptor, indicado pela letra “R”, conforme mostrado na [Figura 3](#). A partir disso, com o auxílio de um microcontrolador, como o Arduino, calcula-se o tempo entre a emissão e a recepção do sinal para determinar a distância entre o sensor e o objeto.

Figura 3 – Fotografia do sensor ultrassônico HC-SR04.



Fonte: Autor (2025).

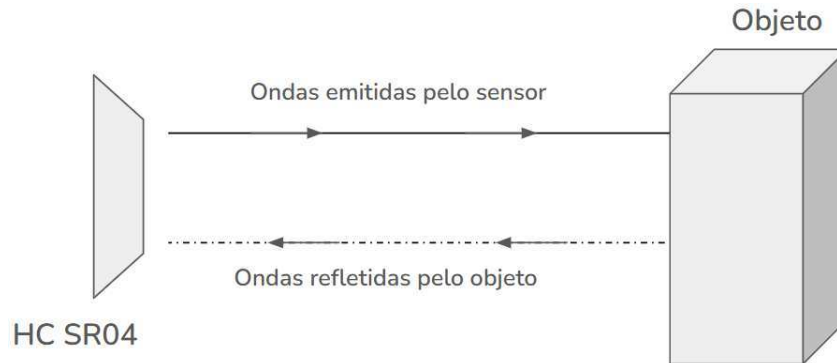
A medição da distância é baseada no tempo de duração do pulso de saída, que é o intervalo entre o momento em que o sensor emite a onda ultrassônica e o momento em que o eco é recebido de volta. Esse “tempo de voo” — *Time of Flight* (ToF), em inglês — é utilizado na seguinte equação para calcular a distância:

$$\text{Distância} = \frac{\text{ToF} \times \text{vel}}{2} \quad (2.1)$$

onde:

⁴ Pulso ultrassônico é uma onda de alta frequência, geralmente acima de 20KHz, que é capaz de propagar energia no meio durante seu deslocamento ([Serway & Jewett, Jr., 2008](#)).

Figura 4 – Funcionamento do sensor ultrassônico HC-SR04.



Fonte: Autor (2025).

- TOF representa o tempo de voo, ou seja, o tempo que o ultrassom emitido pelo sensor leva para ir até o objeto e voltar ao sensor;
- vel representa a velocidade de propagação do som no ar (≈ 340 m/s).

A fórmula (2.1) divide o tempo de voo por 2, pois o sensor mede o percurso de ida e volta da onda. Para calcular a distância até o objeto, o tempo total é dividido por 2, pois a distância é apenas metade do caminho percorrido pela onda.

As especificações do sensor ultrassônico HC-SR04 estão listadas na Tabela 1. Ele é composto estruturalmente por quatro pinos, que desempenham diferentes funções, esses pinos são:

- VCC: Pino de alimentação elétrica, responsável pelo fornecimento 5V ao sensor;
- Trig: Pino utilizado para gerar o pulso de disparo do sensor (*trigger*);
- Echo: Pino que recebe o sinal de eco e mede o tempo de voo do pulso;
- GND: Pino de alimentação elétrica, que deve ser conectado ao *ground* (GND; terra).

Tabela 1 – Especificações do sensor ultrassônico HC-SR04.

Grandeza	Valores
Alimentação	5 V
Corrente quiescente	< 2 mA
Corrente de trabalho	15 mA
Ângulo efetivo	< 15°
Distância mínima	2 cm
Distância máxima	400 cm
Resolução	3 mm
Ângulo de medição	30°
Largura de pulso de entrada no pino <i>trigger</i>	10 μ s
Dimensões	45×20×15 mm
Peso	10 g

Fonte: Datasheet4U (2014).

2.2.3 Micro servomotor SG90

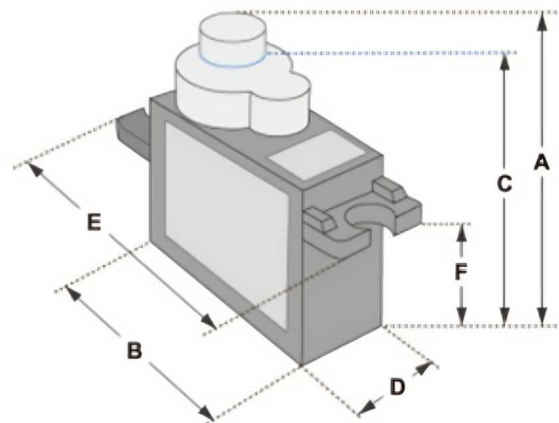
O micro servomotor SG90, mostrado nas [Figuras 5–6](#), é um servomotor controlado por um sinal modulado por largura de pulso — *Pulse-Width Modulation* (PWM), em inglês — e muito utilizado em robótica e pequenas automações devido a seu tamanho e custo reduzidos. Seu funcionamento se dá pelo movimento do eixo do servo proporcional à largura de pulso, que varia de 1 ms a 2 ms, ou seja, quando pulsos de 1 ms são enviados através do pino de controle do servomotor, ele gira 0° (não se movimenta), quando pulsos de 2 ms são enviados, então ele gira 180° , e assim proporcionalmente. Ele possui 3 pinos, o VCC, GND e o pino de controle via PWM. Suas dimensões são relacionadas na [Tabela 2](#).

Figura 5 – Fotografia do servo SG90.



Fonte: Autor (2025).

Figura 6 – Dimensões do servo SG90.



Fonte: [Datasheet](#) (2025).

Tabela 2 – Especificações do micro servomotor SG90.

Grandeza	Valor(es)
A	32 mm
B	23 mm
C	28,5 mm
D	12 mm
E	32 mm
F	19,5 mm
Velocidade	0,1 (s/60°)
Torque	2,5 kgf·cm
Peso	14,7 g
Tensão	4,8–6 V

Fonte: [Datasheet](#) (2025).

2.2.4 Filtragem com capacitores

O uso de capacitores para filtragem de ruídos elétricos de alta frequência é um recurso amplamente utilizado no processo de desenvolvimento de projetos eletrônicos e de

roteamento de Placas de Circuito Impresso (PCIs). Esses capacitores têm por finalidade manter a estabilidade da tensão fornecida ao circuito, protegendo contra ruídos e flutuações de tensão. Neste trabalho, foram utilizados capacitores eletrolíticos de 2200 μF e 25 V e 100 μF e 25 V, e capacitores cerâmicos de 100 nF e 50 V, mostrados nas [Figuras 7–9](#).

Figura 7 – Fotografia do capacitor eletrolítico de 100 μF e 25 V.



Fonte: Autor (2025).

Figura 8 – Fotografia do capacitor eletrolítico de 2200 μF e 25 V.



Fonte: Autor (2025).

Figura 9 – Fotografia do capacitor cerâmico de 100 nF e 50 V.



Fonte: Autor (2025).

2.3 Cálculos de área e volume

De acordo com [Flemming & Gonçalves \(2007\)](#), o cálculo é uma das ferramentas matemáticas mais poderosas e versáteis, amplamente utilizada para modelar e solucionar problemas do mundo real. Seu uso se estende a diversas áreas, como engenharia, economia, física, biologia, e muitas outras, tornando-se essencial para o avanço científico e tecnológico. Em particular, a integração desempenha um papel crucial ao possibilitar a determinação de áreas e volumes, bem como de grandezas físicas, como massa e momento de inércia.

Neste trabalho, aborda-se inicialmente a integral simples, com o objetivo de fornecer uma base teórica sólida acerca da determinação de áreas e volumes, que é o tema central deste trabalho e, em seguida, explora-se um caso específico de integração, a chamada integral de Riemann.

2.3.1 Integrais definidas

Dito de maneira simples, uma integral definida resulta no valor da área S abaixo de uma curva descrita por uma função $y = f(x)$ ([Flemming & Gonçalves, 2007](#)), tal que:

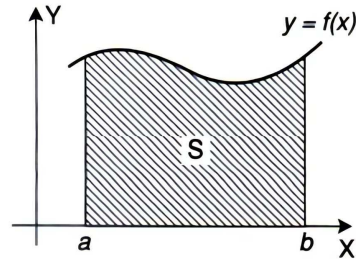
$$S = \int_a^b y = \int_a^b f(x) dx \quad (2.2)$$

sendo $f(x)$ uma função definida no intervalo $[a, b]$, onde a e b são os limites de integração. A [Figura 10](#) ilustra esse conceito e facilita compreendê-lo. Por exemplo, seja a função que descreve uma circunferência centrada na origem do plano cartesiano:

$$x^2 + y^2 - R = 0 \quad (2.3)$$

onde R é o raio da circunferência. Calcula-se a seguir a área da metade de uma circunferência de raio unitário, como ilustra a [Figura 11](#).

Figura 10 – Área S delimitada pela função $f(x)$ no intervalo $[a, b]$.



Fonte: [Flemming & Gonçalves \(2007\)](#).

Usando o método geométrico para calcular a área da semicircunferência de raio unitário mostrada na [Figura 11](#), obtém-se:

$$S_{1/2} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ u.a.} \quad (2.4)$$

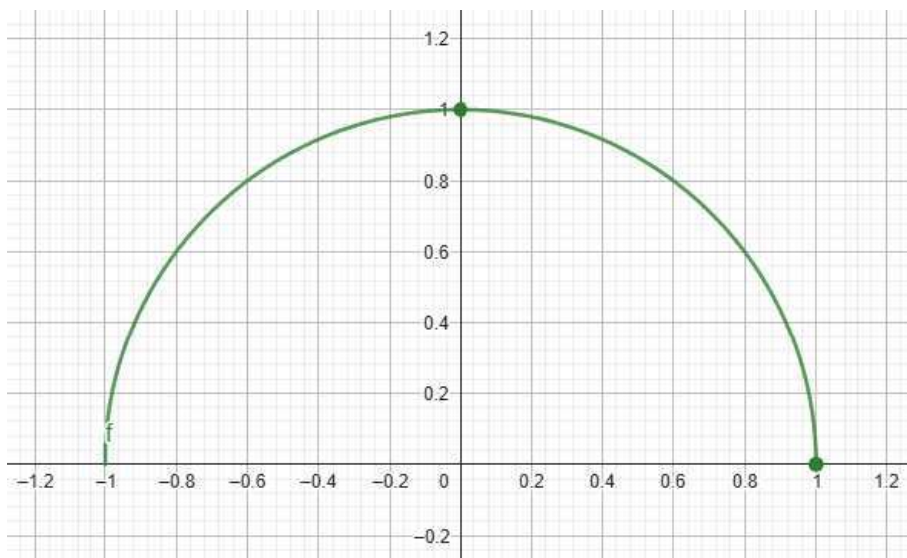
Utilizando agora o método de integração para determinar a mesma área, obtém-se:

$$x^2 + y^2 - R = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad y = f(x) = \sqrt{R - x^2} \quad (2.5)$$

e então, lembrando que $R = 1$, obtém-se:

$$S_{1/2} = \int_a^b f(x) dx = \int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx = \frac{\pi}{2} \text{ u.a.} \quad (2.6)$$

Figura 11 – Semicircunferência de raio unitário.



Fonte: Autor (2025).

2.3.2 Integral de Riemann

A integral de Riemann é uma poderosa ferramenta de cálculo, capaz de determinar a área abaixo de uma curva (Guidorizzi, 2013), tal como as integrais definidas da Subseção 2.3.1. A integral de Riemann é um caso particular da integral de Henstock-Kurzweil, desenvolvida independentemente pelos matemáticos inglês Ralph Henstock e checo Jaroslav Kurzweil (Longen et al., 2015; Nepomuceno, 2013).

Por definição, a integral de Riemann é computada como:

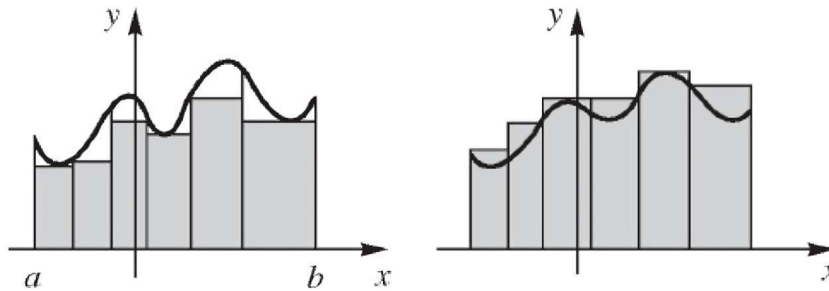
$$S = \int_a^b y = \int_a^b f(x) dx = \lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i^*) \Delta x_i \quad (2.7)$$

onde $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ representa uma partição do intervalo de integração $[a, b]$, ou seja, uma sequência de pontos $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$. Segundo Guidorizzi (2013), a norma $\|P\|$ representa o tamanho máximo de todos os intervalos da partição P , ou seja, o comprimento do maior intervalo:

$$\|P\| = \max_{1 \leq i \leq n} (x_i - x_{i-1}) \quad (2.8)$$

onde o comprimento de cada intervalo é $\Delta x_i := x_i - x_{i-1}$. Além disso, x_i^* é um ponto qualquer do intervalo $[x_{i-1}, x_i]$, que pode ser definido de forma arbitrária, e $f(x_i^*)$ é o valor da função no ponto x_i^* . A Figura 12 ilustra este conceito e facilita compreendê-lo.

Figura 12 – Exemplos de áreas aproximadas por integrais de Riemann.



Fonte: Guidorizzi (2013).

A ideia central consiste em dividir a área sob a curva em intervalos, aproximando-a por retângulos de larguras fixas, conforme apresentado pela Figura 12. Quanto menor for a largura de cada retângulo, mais precisa será a soma dessas áreas, e, no limite, essa soma converge para a integral definida, conhecida como integral de Riemann (Longen et al., 2015).

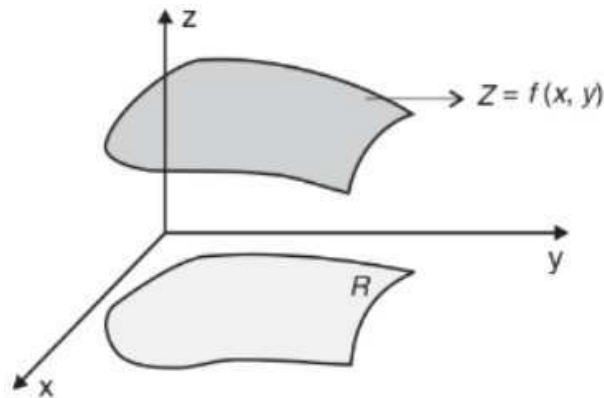
2.3.3 Cálculo de volume com integrais

Com base em Flemming & Gonçalves (2007), definiu-se no presente trabalho conceitos e algumas aplicações da integral, destacando sua importância na determinação de áreas.

A partir disso, procede-se à abordagem do conceito de volume e dos métodos para sua determinação utilizando o cálculo integral. Para determinar volumes, utiliza-se a integral dupla, uma extensão natural da integral simples, aplicada a funções de duas variáveis.

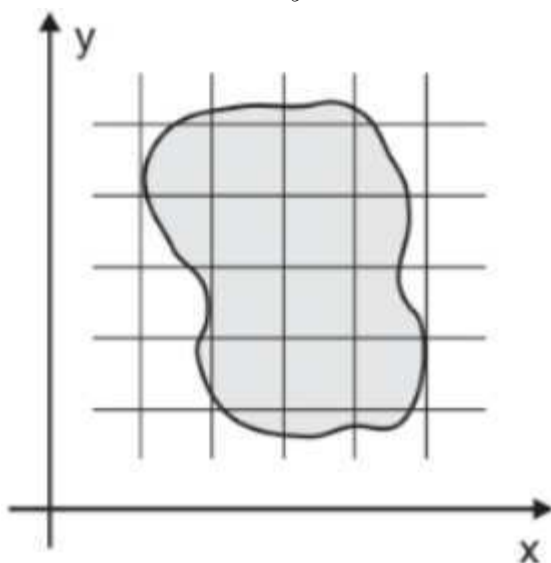
Primeiramente, considera-se a função $Z = f(x, y)$, que define uma região fechada e limitada no plano xy , conforme ilustrado na Figura 13. Se a região definida pela função Z for dividida em vários retângulos R_k , cujas bordas são formadas por retas paralelas aos eixos x e y , conforme mostrado nas Figuras 14–15, obtêm-se os retângulos R que cobrem a área total da região. A partir dessa divisão, será possível aproximar o cálculo da integral sobre a região R , utilizando a soma das áreas dos retângulos, para uma estimativa do volume compreendido nessa região.

Figura 13 – Função Z de duas variáveis definindo uma região R .



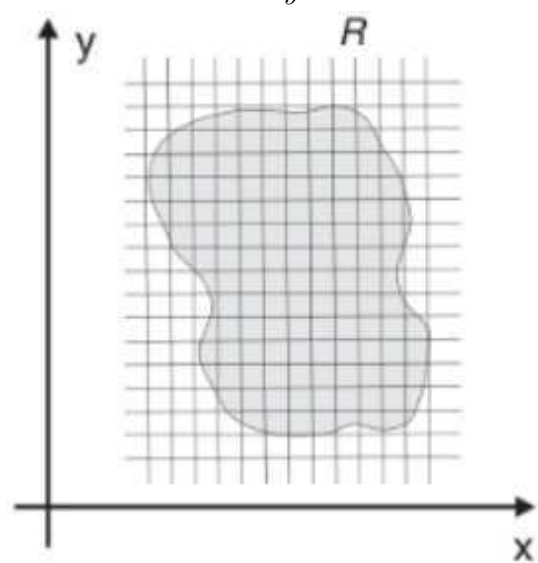
Fonte: Flemming & Gonçalves (2007).

Figura 14 – Retângulos maiores no plano xy .



Fonte: Flemming & Gonçalves (2007).

Figura 15 – Retângulos menores no plano xy .



Fonte: Flemming & Gonçalves (2007).

Supondo que existam mais retas paralelas aos eixos x e y na Figura 15 do que na Figura 14, isso consequentemente aumenta o número de retângulos. Percebe-se então que

a área dos retângulos R_k tende a zero à medida que k , representando o número de retas paralelas aos eixos x e y , tende a infinito.

A área do retângulo R_k é dada por (Flemming & Gonçalves, 2007):

$$\Delta A_k = \Delta x_k \Delta y_k \quad (2.9)$$

sendo útil na seguinte soma de aproximação:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k, y_k) \Delta A_k \quad (2.10)$$

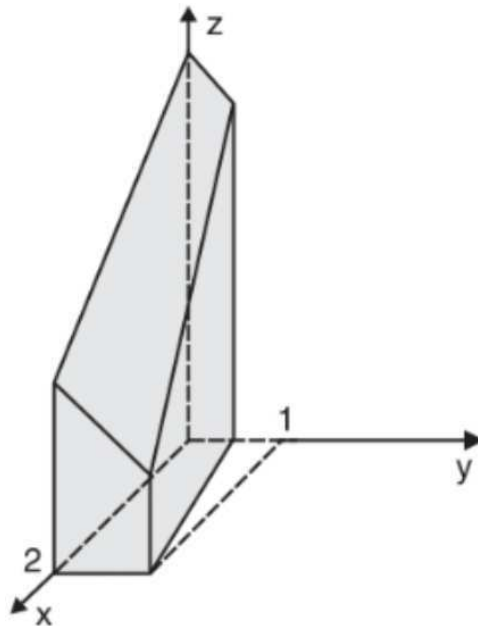
Tem-se então a chamada integral dupla de $f(x, y)$ sobre a região R :

$$\iint_R f(x, y) dA \quad \text{ou} \quad \iint_R f(x, y) dx dy \quad (2.11)$$

Com o objetivo de consolidar os conceitos sobre integral dupla apresentados até o momento, realiza-se o cálculo do volume do sólido mostrado na Figura 16, sólido esse determinado por (Flemming & Gonçalves, 2007):

- Região superior do sólido : $z = 4 - x - y$;
- Região inferior do sólido : $x = 0$, $y = 0$, $x = 2$, $y = x/4 + 1/2$ e lateralmente pelo cilindro cuja base é o contorno de R .

Figura 16 – Sólido definido pela função z e a região R .



Fonte: Fleming & Gonçalves (2007).

Portanto:

$$V = \iint_R (4 - x - y) dx dy \quad (2.12)$$

onde

$$R = \begin{cases} 0 \leq y \leq \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Aplicando os limites de integração definidos por R , tem-se:

$$V = \int_0^2 \left(\int_0^{\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}} (4 - x - y) dy \right) dx \quad (2.13)$$

$$= \int_0^2 \left(-\frac{9}{32}x^2 + \frac{3x}{8} + \frac{15}{8} \right) dx \quad (2.14)$$

$$= \frac{15}{4} = 3,75 \text{ u.v.} \quad (2.15)$$

Ao se calcular as duas integrais, a interna e a externa da equação⁵ (2.12), determina-se o volume do sólido definido pela região R , mostrado na Figura 16.

2.3.4 Integral numérica de volume

Conforme discutido na Subseção 2.3.2, onde foi definido o conceito da integral de Riemann, amplia-se agora os conceitos abordados e aplica-se ao cálculo de volume de sólidos, utilizando a abordagem numérica em (2.11). E, conforme discutido por Flemming & Gonçalves (2007) e por Thomas et al. (2009), o cálculo do volume de um sólido definido por uma função z em uma região R , onde z é contínua, pode ser feito utilizando integrais duplas.

Considerando que a região R seja subdividida em pequenos intervalos Δx e Δy , a soma de Riemann pode ser expressa como (de Oliveira, 2019; Thomas et al., 2009):

$$\lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(x_i, y_j) \Delta A_k = \iint_R f(x, y) dA \quad (2.16)$$

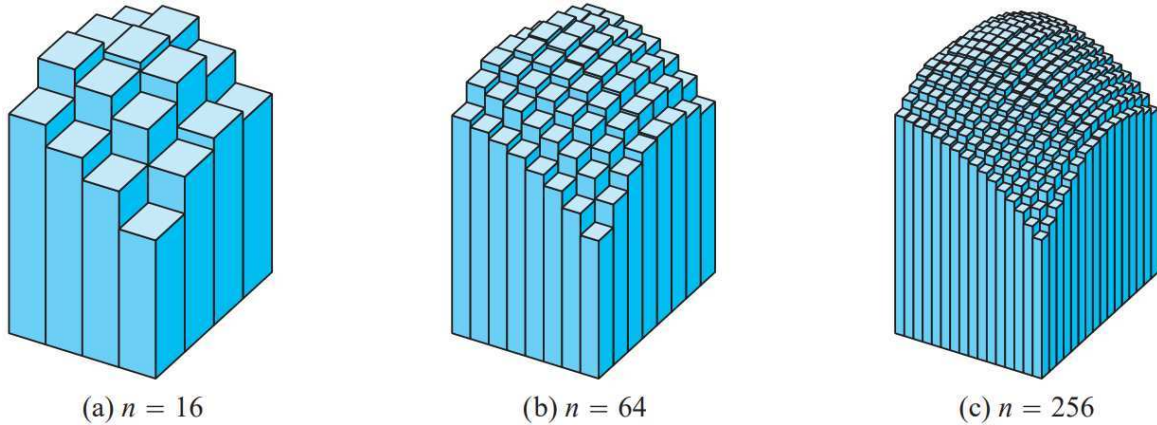
onde x_i e y_j são pontos de amostragem dentro de cada intervalo da região R . Quanto menores os intervalos ΔA_k , mais precisa será a aproximação conforme pode ser visto na Figura 17, onde à medida que a quantidade n de áreas aumenta, e menor essas áreas são, mais próxima do valor real do volume torna-se a aproximação.

No entanto, como o processo de aquisição de dados pelo sensor HC-SR04 gera valores discretos, é necessário que uma abordagem numérica seja implementada para obter o volume de objetos medidos utilizando o sensor. Diante disso, a abordagem de integração numérica, utilizando somas de Riemann, como próximo passo no processo de obtenção do volume, é fundamental.

A fim de exemplificar o que foi discutido, calcula-se novamente o volume do sólido definido pela função z na região R , conforme os passos dados a seguir, onde a função

⁵ Segundo o teorema de Fubini, a integração de funções sobre regiões retangulares pode ser feita de forma iterada (Thomas et al., 2009).

Figura 17 – Aproximação de Riemann.



Fonte: [Thomas et al. \(2009\)](#).

$f(x, y) = 4 - x - y$, com a região R dada por:

$$0 \leq y \leq x/4 + 1/2, \quad 0 \leq x \leq 2 \quad (2.17)$$

A ideia é calcular a soma dupla de Riemann para obter uma aproximação do volume sob a superfície definida pela função $f(x, y)$ sobre a região R .

Passo 1: Dividir a região R em $n = 4$ intervalos para x e $m = 4$ intervalos para y .

As larguras dos intervalos para x são:

$$\Delta x = \frac{2}{4} = 0,5$$

Daí, para cada valor de x_i , determina-se a faixa de valores de y e calcula-se Δy .

De acordo com (2.17), para $x_1 = 0$, a faixa de valores de y é:

$$y \in [0; 0,5]$$

de modo que:

$$\Delta y = \frac{0,5}{4} = 0,125$$

e os demais valores de y_j são: $y_1 = 0$, $y_2 = 0,125$, $y_3 = 0,25$ e $y_4 = 0,375$.

De acordo com (2.17), para $x_2 = 0,5$, a faixa de valores de y é:

$$y \in [0; 0,625]$$

de modo que:

$$\Delta y = \frac{0,625}{4} = 0,15625$$

e os demais valores de y_j são: $y_1 = 0$, $y_2 = 0,15625$, $y_3 = 0,3125$ e $y_4 = 0,46875$.

De acordo com (2.17), para $x_3 = 1$, a faixa de valores de y é:

$$y \in [0; 0,75]$$

de modo que:

$$\Delta y = \frac{0,75}{4} = 0,1875$$

e os demais valores de y_j são: $y_1 = 0$, $y_2 = 0,1875$, $y_3 = 0,375$ e $y_4 = 0,5625$.

De acordo com (2.17), para $x_4 = 1,5$, a faixa de valores de y é:

$$y \in [0; 0,875]$$

de modo que:

$$\Delta y = \frac{0,875}{4} = 0,21875$$

e os demais valores de y_j são: $y_1 = 0$, $y_2 = 0,21875$, $y_3 = 0,4375$ e $y_4 = 0,65625$.

Passo 2: Calcular os valores de $f(x_i, y_j) = 4 - x_i - y_j$ para cada par (x_i, y_j) .

Para $x_1 = 0$, obtém-se:

$$f(0; 0) = 4 - 0 - 0 = 4$$

$$f(0; 0,125) = 4 - 0 - 0,125 = 3,875$$

$$f(0; 0,25) = 4 - 0 - 0,25 = 3,75$$

$$f(0; 0,375) = 4 - 0 - 0,375 = 3,625$$

Para $x_2 = 0,5$, obtém-se:

$$f(0,5; 0) = 4 - 0,5 - 0 = 3,5$$

$$f(0,5; 0,15625) = 4 - 0,5 - 0,15625 = 3,34375$$

$$f(0,5; 0,3125) = 4 - 0,5 - 0,3125 = 3,1875$$

$$f(0,5; 0,46875) = 4 - 0,5 - 0,46875 = 3,03125$$

Para $x_3 = 1$, obtém-se:

$$f(1; 0) = 4 - 1 - 0 = 3$$

$$f(1; 0,1875) = 4 - 1 - 0,1875 = 2,8125$$

$$f(1; 0,375) = 4 - 1 - 0,375 = 2,625$$

$$f(1; 0,5625) = 4 - 1 - 0,5625 = 2,4375$$

E, finalmente, para $x_4 = 1,5$, obtém-se:

$$f(1,5; 0) = 4 - 1,5 - 0 = 2,5$$

$$f(1,5; 0,21875) = 4 - 1,5 - 0,21875 = 2,28125$$

$$f(1,5; 0,4375) = 4 - 1,5 - 0,4375 = 2,0625$$

$$f(1,5; 0,65625) = 4 - 1,5 - 0,65625 = 1,84375$$

Passo 3: Calcular a soma de Riemann.

$$V = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 f(x_i, y_j) \Delta x \Delta y$$

que numericamente resulta em:

$$\begin{aligned} V &= (4 + 3,875 + 3,75 + 3,625) \times 0,5 \times 0,125 \\ &+ (3,5 + 3,34375 + 3,1875 + 3,03125) \times 0,5 \times 0,15625 \\ &+ (3 + 2,8125 + 2,625 + 2,4375) \times 0,5 \times 0,1875 \\ &+ (2,5 + 2,28125 + 2,0625 + 1,84375) \times 0,5 \times 0,21875 \\ &= 3,958984375 \text{ u.v.} \end{aligned}$$

O valor obtido pela soma dupla de Riemann foi $V = 3,958984375$ u.v. Este valor é uma aproximação do volume exato, que vale $\frac{15}{4} = 3,75$ u.v. Quanto maior o número de intervalos n e m , mais precisa fica a aproximação.

2.3.5 Determinação do volume de um cone truncado através da soma de Riemann

A fim de consolidar os conceitos aprendidos sobre a soma de Riemann e aplicá-los de forma a trazer os resultados esperados neste trabalho, o cálculo do volume de um objeto com a forma de um cone truncado será realizado, pois, essa forma é a mesma do objeto em análise na [Subseção 3.3.2](#). Esta forma geométrica, o cone truncado, facilita o cálculo de volume, pois sua fórmula é simples e pode ser obtida diretamente por integrais de revolução, evitando expressões mais complexas.

Essa escolha se deve ao fato de que suas superfícies bem definidas e a transição suave entre a base e a abertura tornam a detecção da forma pelo sensor mais eficiente. Diferente de formatos irregulares, o cone truncado permite capturar leituras mais organizadas, sem distorções excessivas causadas por reflexões descontroladas das ondas ultrassônicas. Além disso, ao mover o sensor em diferentes ângulos, é possível criar cortes transversais e, com base neles, aplicar cálculos de revolução para reconstruir sua geometria tridimensional.

O sólido gerado pela revolução de uma curva, representada por uma função de uma variável, possui um volume que pode ser determinado por uma integral de revolução. Esse cálculo pode ser interpretado como uma extensão natural da soma de Riemann, levando à soma de Riemann, que é utilizada para integrar funções de duas variáveis e calcular volumes.

Dessa forma, essa abordagem facilita tanto a interpretação dos dados quanto a precisão dos resultados, garantindo uma análise mais coerente com os conceitos matemáticos utilizados e, portanto, confiável.

A lixeira utilizada na simulação possui as seguintes dimensões aproximadas:

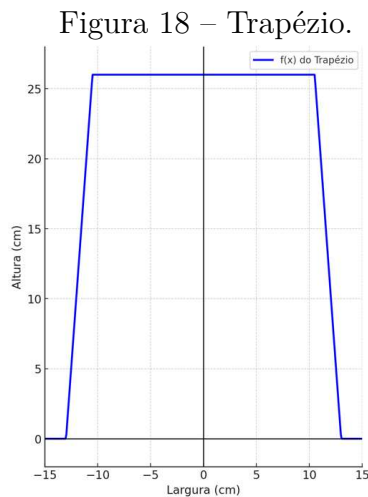
- Diâmetro maior: 26 cm
- Diâmetro menor: 21 cm
- Altura: 26 cm
- Volume: $\approx 11319,68193 \text{ cm}^3 = 11,31968193 \text{ L}$

O volume de aproximadamente 11,31968193 litros da lixeira foi determinado através da fórmula:

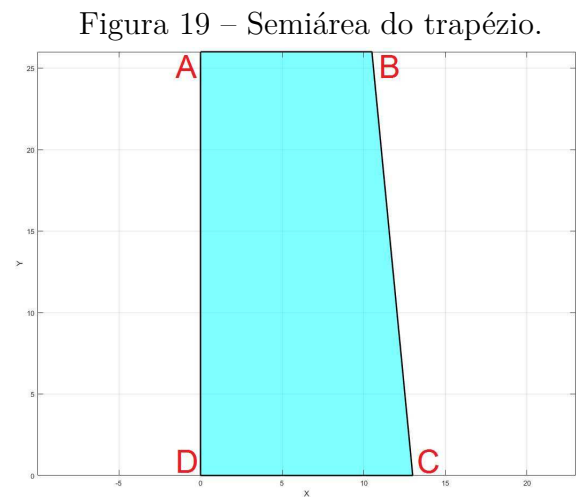
$$V = \frac{\pi}{12} h (D^2 + Dd + d^2) \quad (2.18)$$

onde D representa o maior diâmetro do cone truncado, d representa o menor diâmetro e h representa a altura do tronco do cone.

Utiliza-se as dimensões fornecidas acima para plotar uma vista frontal e centralizada na origem, como ilustrada na [Figura 18](#).



Fonte: Autor (2025).



Fonte: Autor (2025).

Essa abordagem foi escolhida para facilitar a definição da função característica da curva e, conseqüentemente, a aplicação da integral de revolução. Ao trabalhar com essa representação simétrica, consegue-se descrever a geometria do objeto de forma mais intuitiva, garantindo um modelo matemático mais preciso para o cálculo do volume. Para calcular o volume, considera-se apenas a metade da área do trapézio, como mostrado na [Figura 19](#). Essa semiárea é definida pelos seguintes pontos no plano cartesiano: $A = (0; 26)$, $B = (10; 26)$, $C = (13; 0)$ e $D = (0; 0)$.

Conforme pode ser observado na [Subseção 2.3.2](#), e discutido por [Stewart \(2013\)](#) e [Flemming & Gonçalves \(2007\)](#), as integrais duplas podem ser expressas como integrais de Riemann para o cálculo de volumes. No caso específico desta análise, em que a curva considerada possui a forma de um semitrapézio, adota-se o método dos discos para

determinar o volume. Com isso, o volume do sólido de revolução é dado por:

$$V = \pi \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} [R_{\text{externo}}(y)]^2 - [R_{\text{interno}}(y)]^2 dy \quad (2.19)$$

que pode ser aproximado pela soma de Riemann:

$$V \approx \pi \sum_{i=1}^N (R_{\text{externo}}(y_i)^2 - R_{\text{interno}}(y_i)^2) \Delta y \quad (2.20)$$

onde Δy representa a largura de cada subintervalo, definida por:

$$\Delta y = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{N} \quad (2.21)$$

e y_i são os pontos de amostragem ao longo do eixo y , enquanto $R_{\text{externo}}(y)$ e $R_{\text{interno}}(y)$ são os raios dos cilindros em cada ponto y_i , respectivamente.

Com isso, quanto maior o valor N , maior será a precisão da aproximação. A fim de ratificar esses conceitos, foram feitos cálculos com diferentes valores de N , com o auxílio de uma ferramenta computacional MATLAB®. Nesses cálculos, optou-se por testar valores de N entre 10 e 1000 em, isto é, $N = \{10; 100; 1000\}$, onde os resultados para os respectivos valores de N são:

- $N = 10 \implies V \approx 11319,2565 \text{ cm}^3$
- $N = 100 \implies V \approx 11319,6777 \text{ cm}^3$
- $N = 1000 \implies V \approx 11319,6819 \text{ cm}^3$

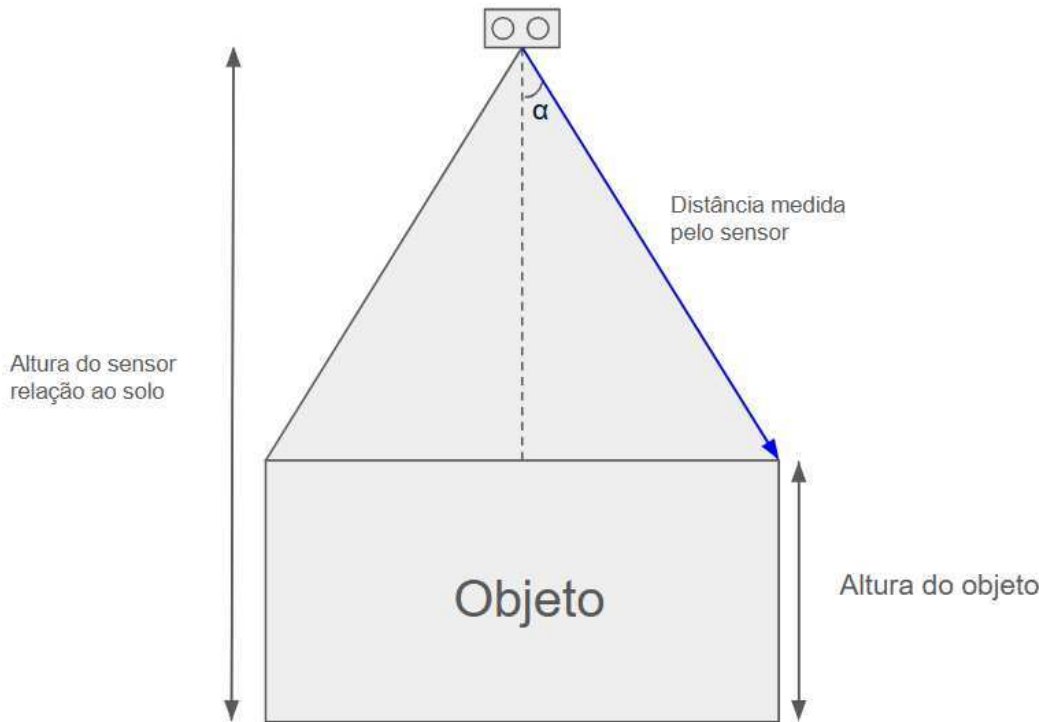
2.3.6 Correção trigonométrica

Na montagem do protótipo para realizar a prova de conceito, o sensor ultrassônico HC-SR04 foi acoplado ao eixo do servomotor SG90 que, por sua vez, foi instalado na ponta de uma haste, fazendo com que o sensor ficasse voltado para o solo. Verificou-se então a necessidade de aplicar uma correção trigonométrica às distâncias medidas pelo sensor HC-SR04 para cada ângulo dado pelo servomotor. A distância medida corresponde à hipotenusa de um triângulo retângulo, conforme pode ser visto tanto na [Figura 20](#) quanto na [Figura 21](#), portanto, maior que a distância real ao objeto alvo, exceto quando o sensor esta paralelo ao chão. A correção trigonométrica é feita da seguinte maneira:

$$h_{\text{real}} = h_{\text{sensor}} \cos(\alpha) \quad (2.22)$$

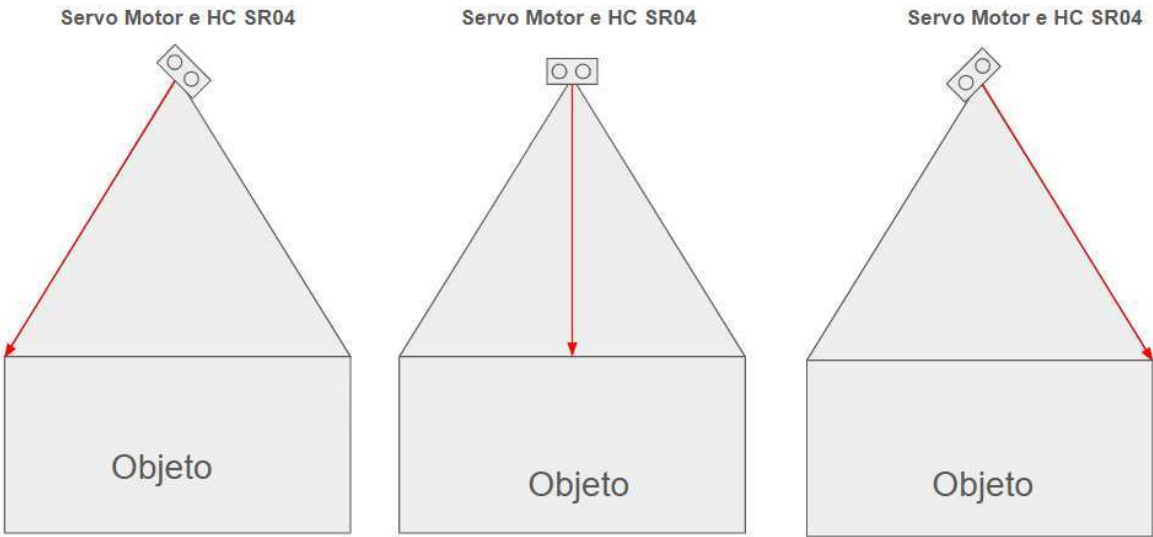
onde h_{real} é a altura corrigida, h_{sensor} é a distância medida pelo sensor ultrassônico e α é o ângulo em que se encontra o sensor ultrassônico, dado pelo servomotor (vide [Figura 20](#)).

Figura 20 – Arranjo de medição pelo sensor HC-SR04.



Fonte: Autor (2025).

Figura 21 – Exemplos de diferentes ângulos do sensor HC-SR04.



Fonte: Autor (2025).

3 Modelo de Sensoriamento Sonar para Caracterização Dimensional e Avaliação de Massa

3.1 Introdução

O presente trabalho visa lançar luz sobre um problema real e de grande impacto na indústria de mineração. Na *Nexa Resources*, unidade de Juiz de Fora/MG, há uma fábrica do tipo fundição — *smelter*, em inglês —, onde, ao fim da cadeia de processos, obtém-se principalmente o zinco metálico e outros produtos, como fertilizantes e ácido sulfúrico.

O processo de obtenção do zinco tem diversas etapas, iniciando pela ustulação, passando depois por eletrólise, hidrometalurgia e fundição, onde o zinco metálico é finalmente transformado em lingotes. Em todas essas etapas, a estocagem e a mensuração de matéria-prima são primordiais para garantir um processo eficiente e obter o produto final com qualidade e confiabilidade. O foco deste trabalho está no galpão de armazenagem de matérias-primas da GRS, onde a matéria-prima de alimentação do forno Waelz é estocada.

3.1.1 Processo de chegada, armazenagem e estocagem de matérias-primas

A matéria-prima do forno Waelz, que pode ser PAE¹, pilhas e baterias, minério ustulado, coque, entre várias outras, é pesada ainda no meio de transporte em que chega, utilizando as balanças da unidade. Em seguida, é transportada e descarregada nas baias de destino dentro do galpão da GRS, conforme mostrado nas Figuras 22–23. Após serem pesadas, as matérias-primas são transportadas e armazenadas nas baias (vide Figura 1).

Figura 22 – Galpão da GRS.



Fonte: Autor (2025).

Figura 23 – Baia contendo matéria-prima.



Fonte: Autor (2025).

¹ Pó/Poeira de Aciaria Elétrica (PAE) é um resíduo industrial gerado durante a produção de aço em fornos elétricos a arco (Ramos, 2013).

3.1.2 Coleta de matéria-prima para alimentação do forno Waelz

Para alimentar o forno Waelz, é primeiro necessária a fórmulação do *blend*, que é um composto formado pelos vários tipos de matérias-primas mencionados acima. Após sua fórmulação, uma fatia desse *blend* é retirada para alimentar o forno.

O tema focal deste trabalho está precisamente nessa etapa do processo: determinar a massa armazenada e a massa retirada, contida nessa fatia de *blend*, seja para fórmulação do *blend*, seja para alimentação do forno Waelz. Atualmente, a mensuração é feita com base em uma estimativa do volume das pás das retroescavadeiras que retiram e realocam as diferentes matérias-primas nas baias. Esse procedimento é extremamente impreciso, pois nem sempre o mesmo volume é transportado. O processo é ainda mais afetado quando a umidade da matéria-prima é alterada: quanto mais úmida a matéria-prima, mais compacta e pesada ela se torna, diferindo mais dos valores ideais de mensuração.

Diante desse cenário, teve-se a ideia de montar uma estrutura capaz de mensurar a massa de matéria-prima estocada em cada baia para fórmulação do *blend*, sendo a estrutura constituída por um sensor ultrassônico em cima de cada baia, acoplado a um servomotor, voltado para o solo, a fim de medir alturas ao longo de toda a área da baia. A partir das alturas medidas, e devidamente corrigidas trigonometricamente, torna-se possível computar o volume de material disponível na baia, através da aplicação da soma dupla de Riemann, apresentada na [Subseção 2.3.4](#).

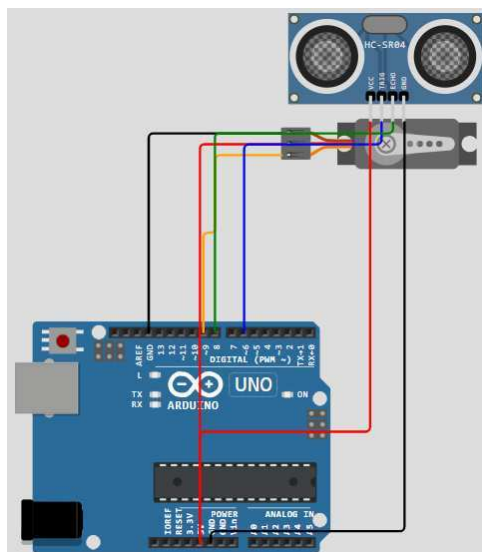
3.2 Montagem do protótipo

Inicialmente, foi feita uma simulação de montagem do circuito na plataforma Wokwi ([CodeMagic, 2025](#)), como mostra a [Figura 24](#). Wokwi é uma ferramenta *on-line* que oferece um simulador poderoso e intuitivo para projetos de eletrônica e programação de microcontroladores, como o Arduino. Optou-se por utilizá-lo para montar e testar o circuito do sensor ultrassônico devido às vantagens que ele pode proporcionar, tais como:

- **Facilidade de uso.** O ambiente do Wokwi é simples e interativo, permitindo que componentes como sensores, microcontroladores, etc. sejam adicionados e configurados de maneira prática. Isso acelera o desenvolvimento do projeto;
- **Simulação sem *hardware* físico.** O Wokwi permite testar o funcionamento do circuito sem a necessidade de utilizar componentes físicos, o que é especialmente útil em situações onde o *hardware* ainda não está disponível ou quando se deseja validar o projeto antes de implementá-lo;
- **Integração com o código.** A plataforma aceita códigos escritos em ambientes integrados de desenvolvimento — *Integrated Development Environments* (IDEs), em inglês —, o que possibilitou simular o comportamento do sensor ultrassônico HC-SR04 junto com o servomotor SG90 e observar os resultados em tempo real,

utilizando o console para visualizar as leituras de distância, por exemplo.

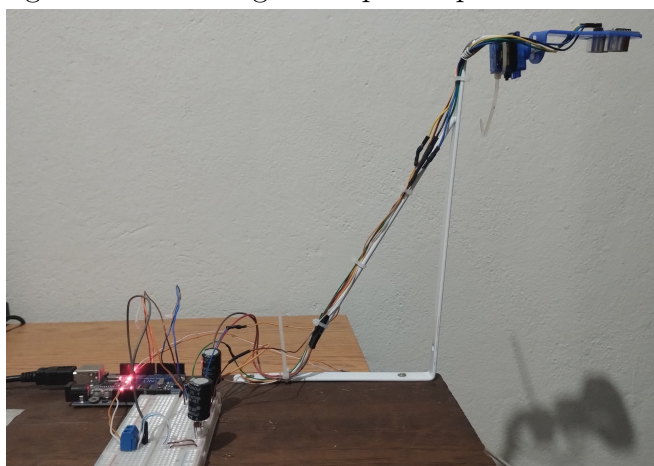
Figura 24 – Montagem para simulação na plataforma Wokwi.



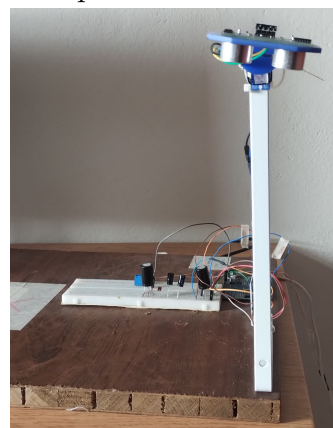
Fonte: Autor (2025).

Utilizar a plataforma Wokwi não só otimizou o processo de desenvolvimento, como também aumentou a confiança na funcionalidade do projeto antes de construí-lo fisicamente. A montagem é mostrada nas [Figuras 25–26](#).

Figura 25 – Montagem do protótipo – vista lateral. Figura 26 – Montagem do protótipo – vista frontal.



Fonte: Autor (2025).



Fonte: Autor (2025).

3.3 Simulações e resultados práticos

3.3.1 Simulação

Simulações do protótipo foram realizadas com o propósito de medir alturas de objetos posicionados sob o sensor, utilizando o movimento angular do servomotor para obter a forma externa de diferentes objetos.

A simulação foi conduzida para replicar o comportamento físico, permitindo validar os conceitos teóricos antes da implementação prática. O sensor ultrassônico foi configurado para medir distâncias em tempo real, enquanto o servomotor foi programado para variar seu ângulo entre 83° e 97° , em incrementos fixos, para respeitar os ângulos máximos de operação do sensor. A cada nova posição angular, uma distância foi medida e seu valor armazenado.

Devido à inevitável presença de ruído de medição, comum de ocorrer sobretudo quando há motores elétricos e deslocamentos envolvidos, como no caso do servomotor e do sensor ultrassônico, que recebe interferência nas ondas sonoras que emite devido à presença de outros objetos no mesmo ambiente em que opera, foi implementada uma técnica de suavização de dados (filtragem) por meio de uma média móvel². A média foi calculada para cada conjunto de 10 valores coletados, garantindo maior estabilidade e precisão nos dados utilizados para gerar os gráficos de perfil dos objetos. Essa abordagem se mostrou essencial para reduzir flutuações indesejadas e melhorar a qualidade das medições realizadas.

Sabendo que o sensor foi posicionado 1 m acima do solo, e que o ângulo varia entre 83° a 97° , isso implica, segundo as relações trigonométricas no triângulo retângulo, um comprimento máximo de 25 cm.

Os dados gerados, após a aplicação da média móvel, foram utilizados para criar um gráfico de perfil, representando a forma dos objetos medidos. A simulação foi realizada utilizando o próprio IDE do Arduino para modelar o comportamento dos componentes e validar os algoritmos de controle, coleta e processamento de dados. Este processo permitiu identificar os ajustes que se faziam necessários.

3.3.2 Resultados práticos

Nesta seção, são apresentados e analisados os resultados obtidos na simulação do sistema de detecção de massa. Com base nos dados coletados, foi possível observar padrões e tendências que confirmam a viabilidade do uso do sensor ultrassônico e do servomotor para essa aplicação. Um dos principais achados foi a formação de uma curva que representa a forma do objeto medido, evidenciando como a variação das leituras do sensor ao longo dos diferentes ângulos permite descrever seus contornos. Em posse de curvas, mais auxílio computacional, tornou-se possível determinar volumes aproximados e inferir massas aproximadas dos objetos.

Além disso, os resultados obtidos dialogam com os conceitos matemáticos apresentados na [Seção 2.3](#). Esse aspecto reforça não apenas a precisão da abordagem, mas também sua conexão com fundamentos matemáticos que sustentam intenções desse tipo. Dessa forma, os achados não apenas validam a proposta, mas também sugerem possíveis

² Média móvel é um tipo de Filtro Passa-Baixas (FPB) digital — filtro de resposta finita ao impulso, ou *Finite Impulse Response* (FIR), em inglês, com todos os coeficientes unitários —, útil para suavizar variações abruptas de um sinal ([Aguirre, 2015](#); [Arce, 2004](#)).

aplicações e aprimoramentos para futuras implementações do sistema em escala real, empregando sensores ultrassônicos (ou de outro tipo, por exemplo, óptico), servomotores e controladores específicos para operação no ambiente industrial de metalurgia.

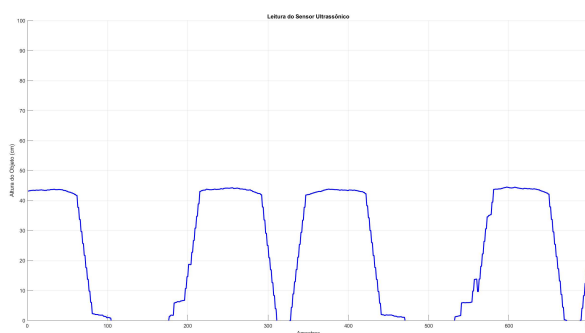
Na [Figura 27](#), temos o primeiro objeto testado, uma mochila. Por seu formato um tanto irregular, ela foi uma escolha ideal para avaliar a eficácia do sensor na determinação de formas. Vale ressaltar, com base na imagem [Figura 27](#), que o objeto apresenta uma leve depressão e irregularidade na sua forma, a qual pode ser facilmente observada na imagem [Figura 28](#). O sensor foi capaz de representar de maneira fidedigna a altura real do objeto, que possui cerca de 43 cm, confirmando a precisão das medições realizadas.

Figura 27 – Mochila utilizada.



Fonte: Autor (2025).

Figura 28 – Resultado com a mochila.



Fonte: Autor (2025).

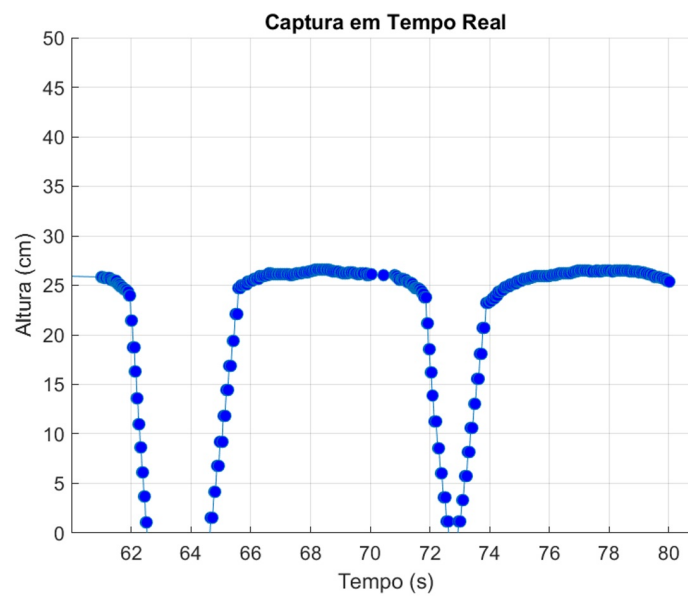
Para explorar ainda mais a capacidade de leitura do sensor, foi empregada a lixeira de escritório mostrada na [Figura 29](#). O intuito foi utilizar um objeto de formato mais sólido, favorecendo a obtenção de uma imagem mais nítida e representativa cujos cálculos matemáticos sejam relativamente mais simples de executar, ajudando assim na análise. Conforme ilustrado na [Figura 30](#), o sensor conseguiu reproduzir de maneira satisfatória o formato do objeto, capturando inclusive a irregularidade no fundo da lixeira. Além disso, a altura medida pelo sensor está em concordância com a realidade, considerando que a lixeira possui aproximadamente 26 cm de altura.

Figura 29 – Lixeira utilizada.



Fonte: Autor (2025).

Figura 30 – Resultado com a lixeira.

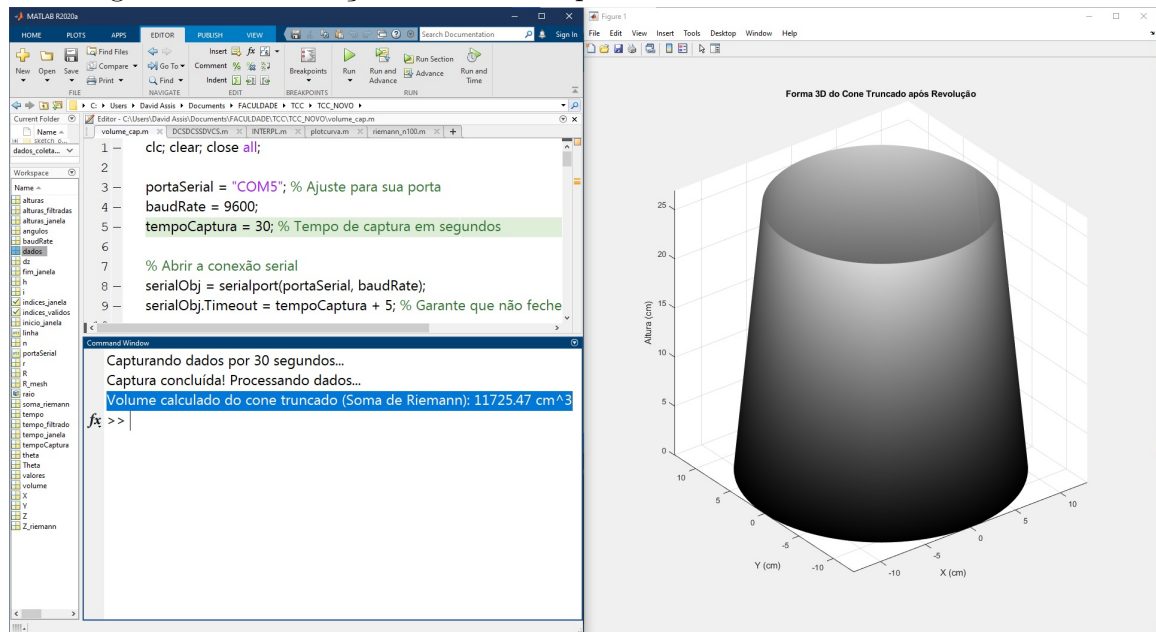


Fonte: Autor (2025).

Os resultados das leituras realizadas até o momento, em conjunto com as ferramentas matemáticas desenvolvidas, possibilitam a determinação do volume dos objetos e, conseqüentemente, de sua massa, que representa o principal objetivo deste trabalho. Para isso, foi implementado um código, escrito para MATLAB[®], que recebe os dados transmitidos via comunicação serial. Em uma janela de tempo predefinida, considerando a repetição das curvas ao longo do tempo, a integral de revolução do sólido é calculada.

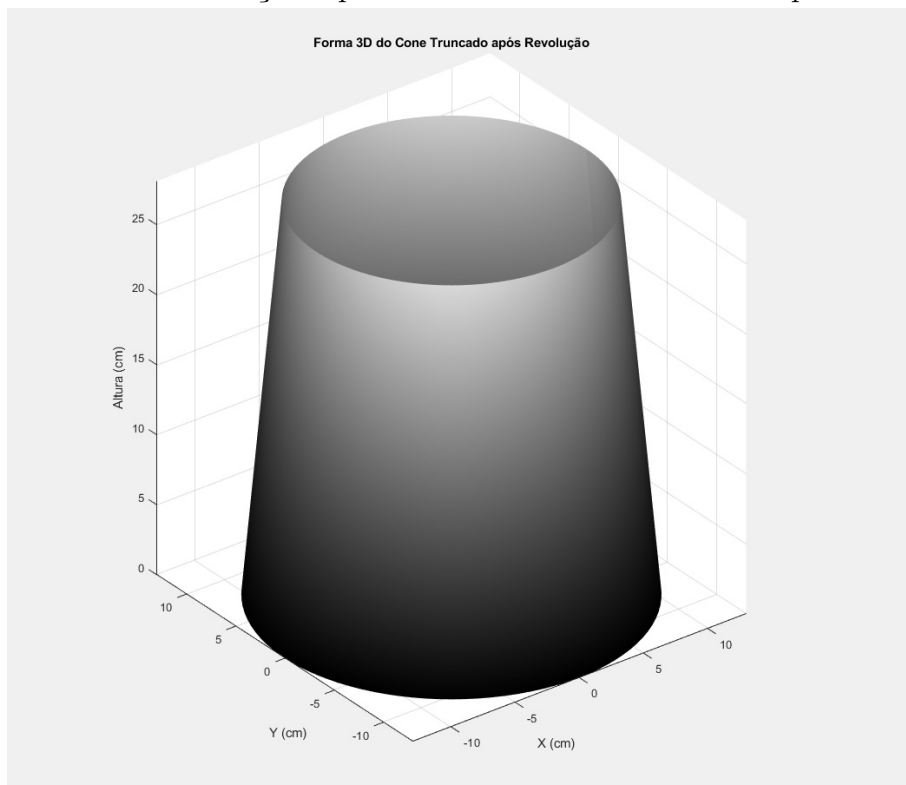
Dessa forma, uma representação 3D do sólido de revolução é gerada, e o volume estimado, baseado nas leituras do Arduino, é obtido conforme mostra a [Figura 31](#).

Figura 31 – Estimação de volume a partir de leituras do sensor ultrassônico.



Fonte: Autor (2025).

Figura 32 – Sólido de revolução a partir dos valores de altura lidos pelo sensor HC-SR04.

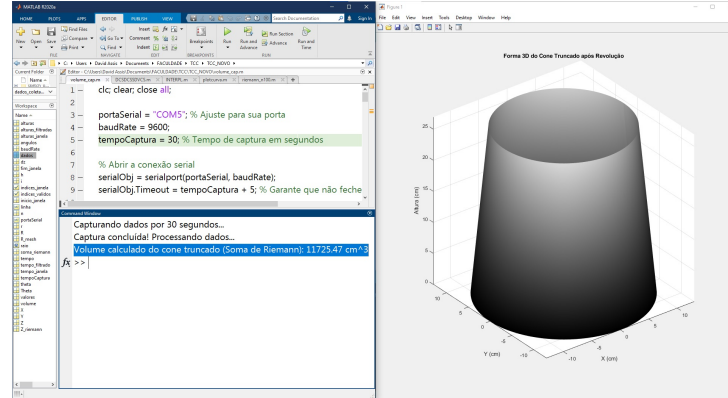


Fonte: Autor (2025).

Esse recurso foi incorporado para reforçar os conceitos matemáticos empregados na determinação do volume do cone truncado e demonstrar, de maneira gráfica, os resultados

das leituras realizadas pelo sensor. Os resultados de volume obtidos pelo sensor, 11725,47 cm³, algo em torno de 11,73 L, que se aproxima do valor encontrado através da fórmula 2.18, cujo valor é de aproximadamente 11,3 L ou mais precisamente 11319,6819297 cm³.

Figura 33 – Sólido de revolução a partir de dados lidos pelo HC-SR04.



Fonte: Autor (2025).

A discrepância entre os volumes obtidos pode ser atribuída às limitações do sensor HC-SR04, como erros de leitura devido à dispersão do feixe ultrassônico e variações no ângulo de incidência. Além disso, aproximações inerentes ao método da soma dupla de Riemann e fatores ambientais, como temperatura e umidade, podem influenciar os resultados. Pequenos desalinhamentos do sensor também podem impactar a precisão das medições.

Para finalizar, supõe-se uma baía avaliada pelo sensor ultrassônico e seu volume foi estimado. Com essa informação, juntamente com a densidade do material lá armazenado, que é ser fornecida pela equipe de análises, pode-se determinar a real massa que está armazenada na baía. Segundo Ramos (2013), pode-se considerar que o PAE tem uma densidade de até 4,74 g/m³. A densidade é dada por (Brown et al., 2014):

$$\text{Densidade} = \text{massa}/\text{volume} \quad (3.1)$$

Tendo o volume sido determinado nas etapas anteriores, pode-se determinar a massa rearranjando a (3.1):

- Volume: 11725,47 cm³
- Densidade: 4,74 g/c³m

A relação entre massa, densidade e volume é dada por:

$$m = \rho \times V \quad (3.2)$$

Substituindo os valores:

$$m = 11725,47 \times 4,74 = 55578,72 \text{ g} \approx 55,58 \text{ kg} \quad (3.3)$$

Assim, a massa do material, cujo volume é de aproximadamente 11725,47 cm³, é de cerca de 55,58 kg.

4 Conclusão

4.1 Conclusões

Desenvolver uma prova de conceito para um sistema de detecção de massa com sensor ultrassônico não é uma tarefa tão simples quanto pode parecer. Durante sua concepção, diversas questões físicas e matemáticas precisaram ser analisadas, como a melhor posição do sensor, a forma de acoplá-lo ao servo, a estabilidade da montagem para evitar ruídos na coleta de dados, entre outros aspectos. Essas considerações foram essenciais para criar uma solução capaz de interpretar, com alta precisão, a forma e a altura dos objetos. No caso específico deste trabalho, o objetivo foi determinar a forma gerada pela disposição da matéria-prima nas baias do galpão, um problema relevante para a indústria. Para garantir confiabilidade, o sistema precisava atender a exigências como medições precisas e a reprodução fiel da forma do objeto.

O protótipo foi desenvolvido seguindo diretrizes que priorizam a precisão e confiabilidade. Os principais aspectos considerados incluíram a detecção acurada da forma do objeto, a posição estratégica do sensor na parte superior para otimizar as medições e o movimento controlado do sensor para permitir uma varredura completa da área investigada. Além disso, foram levados em conta fatores como a minimização de interferências, a estabilidade das medições e a viabilidade do sistema para aplicação em um ambiente industrial.

Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios. Um dos destaques foi a precisão dos cálculos realizados com o método da soma de Riemann. Tanto os valores obtidos na simulação quanto os valores teóricos calculados apresentaram grande proximidade, reforçando a validade da metodologia utilizada. Essa proximidade indica que a abordagem adotada tem potencial para estimativas volumétricas e, conseqüentemente, de massa, mesmo considerando as oscilações inerentes ao sensor ultrassônico utilizado. O HC-SR04, por ser um sensor relativamente simples, apresenta limitações quanto à confiabilidade e precisão das medições, tornando necessário um tratamento estatístico dos dados para suavizar variações causadas por fatores como reflexões irregulares e interferências externas. Esse processo foi essencial para reduzir discrepâncias e aumentar a precisão na reprodução da forma do objeto.

A determinação do volume foi um passo crucial para o cálculo da massa do objeto. Conhecendo previamente a densidade do material, a obtenção da massa tornou-se direta e objetiva. Dessa forma, a metodologia adotada confirmou a aplicabilidade dos conceitos matemáticos envolvidos e demonstrou a viabilidade prática do sistema para estimativas de volume e massa com base em leituras ultrassônicas.

O desenvolvimento do protótipo trouxe desafios, como a aquisição de componentes

adequados, o posicionamento dos objetos e o tratamento de ruídos externos. A montagem exigiu ajustes contínuos para garantir a estabilidade do sistema. Além disso, os gráficos do Arduino não foram suficientes para apresentar as características e valores obtidos pelo sensor, isso se dá basicamente devido às limitações de memória e processamento do microcontrolador, exigindo simplificações na apresentação dos dados.

Por fim, os resultados obtidos demonstram que a prova de conceito se mostrou bastante promissora. A proximidade entre os valores simulados e os valores teóricos calculados reforça a robustez da metodologia aplicada, evidenciando o potencial do sistema para aplicações industriais que demandam medições volumétricas confiáveis. Com aprimoramentos, como sensores mais precisos e técnicas avançadas de filtragem de dados, a solução poderá se tornar mais eficaz para a estimativa de massa e volume em diferentes contextos.

4.2 Trabalhos futuros

Nos trabalhos futuros, pode-se utilizar um segundo sensor ultrassônico HC-SR04 e um servomotor adicional. Esse servomotor permitirá que o sensor oscile em uma direção complementar ao primeiro, aumentando a área de varredura e proporcionando uma medição mais abrangente da altura da matéria-prima dentro da baia. Essa abordagem visa aprimorar a captação dos dados utilizando componentes de fácil implementação e menor custo.

Em uma etapa posterior, a implementação poderá ser realizada com equipamentos de qualidade industrial, como o sensor FR-LS20L, da [Keyence \(2025\)](#). Esse sensor oferece um alcance extenso e maior abertura de leitura, sendo ideal para aplicações no galpão industrial da Nexa [NEXA \(2024\)](#). Além disso, sua proteção IP67 o torna mais adequado para ambientes industriais, proporcionando robustez e precisão na medição.

Com a instalação do segundo sensor e a movimentação proporcionada pelos servomotores, poderão ser adquiridos valores mais precisos da altura da matéria-prima, permitindo uma leitura completa da superfície dentro da baia. Isso possibilitará a estimativa em tempo real da massa, utilizando a soma de Riemann no CLP já existente na fábrica. Dessa forma, será possível obter uma análise mais precisa e completa da geometria do objeto, contribuindo para um monitoramento mais eficiente do processo.

REFERÊNCIAS

- L. A. Aguirre. *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas: teoria e aplicação*. Editora UFMG, Belo Horizonte, MG, 4a ed., 2015.
- G. R. Arce. *Nonlinear signal processing: a statistical approach*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, EUA, 2004.
- Arduino. Documentação de referência da linguagem Arduino, 2025. Disponível em: <https://www.arduino.cc/>. Acesso em: 12/03/2025.
- T. L. Brown, H. E. LeMay, B. E. Bursten, C. J. Murphy, & P. M. Woodward. *Química: a ciência central*. Pearson, São Paulo, 12a ed., 2014.
- CodeMagic. Wokwi: world's most advanced ESP32 simulator, 2025. Disponível em: <https://wokwi.com/>. Acesso em: 12/03/2025.
- Datasheet. SG90 datasheet, 2025. Disponível em: <https://www.friendlywire.com/projects/ne555-servo-safe/SG90-datasheet.pdf>. Acesso em: 12/03/2025.
- Datasheet4U. HC-SR04 datasheet, 2014. Disponível em: <https://datasheet4u.com/datasheet-pdf/ETC/HC-SR04/pdf.php?id = 1380136>. Acesso em: 12/03/2025.
- O. R. B. de Oliveira. Integral dupla: teorema de Fubini e teorema de mudança de variáveis. Capítulo isolado, Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP), 2019. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~oliveira/ELE-INTEGRACAO.pdf>. Acesso em: 12/03/2025.
- D. M. Flemming & M. B. Gonçalves. *Cálculo B: funções de várias variáveis, integrais múltiplas, integrais curvilíneas e de superfície*. Pearson Education do Brasil Ltda., São Paulo, 2a ed., 2007.
- H. L. Guidorizzi. *Um curso de cálculo — Volume 1*. LTC Editora Ltda., Rio de Janeiro, 5a ed., 2013.
- Keyence. Longo alcance unidade principal do sensor, 2025. Disponível em: <https://www.keyence.com.br/products/process/level/fr/models/fr-ls201/>. Acesso em: 12/03/2025.
- L. G. Longen, E. de Figueiredo, & I. Z. Siple. *Teoria da integração: um mundo de integrais: integrais de Riemann a Henstock-Kurzweil*. Novas Edições Acadêmicas, São Paulo, 2015.
- D. D. Nepomuceno. Integral generalizada de Henstock-Kurzweil e aplicações. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, 2013.
- NEXA. Quem somos, 2024. Disponível em: <https://www.nexaresources.com/quem-somos/>. Acesso em: 12/03/2025.

J. D. de L. Pinheiro. Ecologia industrial: um estudo sobre a viabilidade de aplicação em uma empresa metalúrgica. Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, 2013.

R. A. Ramos. Caracterização do pó de aciaria elétrica e estudo da viabilidade de processos de aproveitamento. Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal do Ceará (UFC), Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, Fortaleza, dezembro, 2013. URL <https://www.repositoriobib.ufc.br/000021/0000212b.pdf>.

R. A. Serway & J. W. Jewett, Jr. *Physics for scientists and engineers with modern physics*. Thomson Learning, Inc., Belmont, EUA, 7a ed., 2008.

J. Stewart. *Cálculo*. Cengage Learning, São Paulo, 7a ed., 2013.

G. B. Thomas, M. D. Weir, & J. Hass. *Cálculo — Volume 2*. Pearson, São Paulo, 2009.