

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Ricardo Vidal Teixeira

**Desenvolvimento e calibração de um modelo computacional para a simulação
do comportamento mecânico do sistema trem-ferrovia**

Juiz de Fora

2025

Ricardo Vidal Teixeira

Desenvolvimento e calibração de um modelo computacional para a simulação do comportamento mecânico do sistema trem-ferrovia

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Mecânica das Estruturas

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Teixeira, Ricardo Vidal.

Desenvolvimento e calibração de um modelo computacional para a simulação do comportamento mecânico do sistema trem-ferrovia / Ricardo Vidal Teixeira. -- 2025.

85 f.

Orientador: Flávio de Souza Barbosa

Coorientador: Alexandre Abrahão Cury

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2025.

1. Modelagem computacional. 2. Detecção de danos. 3. Ferrovias. 4. Calibração de modelo numérico. 5. Monitoramento de integridade estrutural. I. Barbosa, Flávio de Souza, orient. II. Cury, Alexandre Abrahão, coorient. III. Título.

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL (PEC)

RICARDO VIDAL TEIXEIRA

Título: "Desenvolvimento e calibração de um modelo computacional para a simulação do comportamento mecânico do sistema trem-ferrovia."

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais

Aprovada em 24 de julho de 2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Flávio de Souza Barbosa - Orientador e Presidente da Banca
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Alexandre Abrahão Cury - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Antonio Carlos Rodrigues Guimarães - Membro titular externo
Instituto Militar de Engenharia (IME)

Prof. Dr. Rafael Cerqueira Silva - Membro titular externo
Universidade de Brasília (UnB)

Profa. Dra. Graciela Nora Doz de Carvalho - Membro titular externo
Universidade de Brasília (UnB)

Juiz de Fora, 31/07/2025.



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Abrahao Cury, Professor(a)**, em 01/08/2025, às 07:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flavio de Souza Barbosa, Professor(a)**, em 01/08/2025, às 08:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **GRACIELA NORA DOZ DE CARVALHO, Usuário Externo**, em 01/08/2025, às 09:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rafael Cerqueira Silva, Usuário Externo**, em 01/08/2025, às 09:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **ANTONIO CARLOS RODRIGUES GUIMARAES, Usuário Externo**, em 21/08/2025, às 14:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2524979** e o código CRC **E4D80324**.

AGRADECIMENTOS

O mestrado foi uma jornada engrandecedora, tanto do ponto de vista acadêmico quanto pessoal. Ao longo desse percurso, aprendi muito mais do que conteúdos técnicos; aprendi sobre resiliência, disciplina e cooperação. Por isso, gostaria de dedicar meus sinceros agradecimentos:

- A Deus, por me conceder força, saúde e sabedoria em todos os momentos. Sua presença foi fundamental em cada etapa desta caminhada.
- Aos meus orientadores, Professores Flávio Barbosa e Alexandre Cury, pela orientação dedicada, confiança, paciência e pelos conhecimentos que compartilharam de forma generosa e constante.
- Aos professores e servidores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFJF, que contribuíram com seus ensinamentos para minha formação ao longo do curso.
- À minha esposa, Maísa Lourenço Vidal, por seu companheirismo, apoio incondicional, paciência e amor, que foram fundamentais para que eu seguisse firme em cada etapa dessa jornada.
- Ao amigo Luiz, por sua presença, pelas conversas e pelo apoio que fizeram diferença em momentos decisivos.
- Aos meus pais, Danilo dos Santos Teixeira e Rita de Souza Vidal Teixeira, por todo o amor, incentivo e exemplo de determinação que me acompanharam desde o início da minha trajetória.
- À FAPEMIG, pelo apoio financeiro que possibilitou minha dedicação integral ao programa, reafirmando a importância do investimento em pesquisa e desenvolvimento no nosso país.
- À Universidade Federal de Juiz de Fora, pelo ambiente de aprendizado e pela estrutura oferecida, reafirmando seu compromisso com a educação pública, gratuita e de qualidade.

RESUMO

O monitoramento estrutural tem se mostrado uma ferramenta eficaz para o diagnóstico da conservação e integridade de diversas infraestruturas, incluindo edifícios, pontes, viadutos e ferrovias. As abordagens utilizadas vão desde inspeções *in loco*, com sensoria-mento e processamento de sinais monitorados, até a aplicação de modelos computacionais para simulação do comportamento mecânico das estruturas. Esse conjunto abrangente de técnicas é denominado Monitoramento de Integridade Estrutural (Structural Health Monitoring – SHM). Neste contexto, este trabalho propõe o desenvolvimento de um modelo numérico para a simulação da interação dinâmica entre trem e ferrovia, contribuindo para a identificação de variações estruturais e a avaliação da integridade da via permanente. O modelo considera variações de parâmetros como rigidez da estrutura, carga, velocidade do trem e características da via, possibilitando uma análise detalhada dos deslocamentos e esforços gerados. Os resultados das simulações foram calibrados e comparados com dados experimentais e demonstraram a viabilidade do modelo na identificação de padrões de comportamento estrutural, contribuindo para o aprimoramento de estratégias de monito-ramento e manutenção preditiva de ferrovias, com foco na implementação de técnicas SHM.

Palavras-chave: Modelagem computacional. Detecção de danos. Ferrovias. Ca-libração de modelo numérico. Monitoramento de integridade estrutural. Dinâmica das estruturas.

ABSTRACT

Structural health monitoring has proven to be an effective tool for diagnosing the conservation and integrity of various infrastructures, including buildings, bridges, viaducts, and railways. The approaches used range from on-site inspections, involving sensing and signal processing, to the application of computational models for simulating the mechanical behavior of structures. This comprehensive set of techniques is known as Structural Health Monitoring (SHM). In this context, the present work proposes the development of a numerical model for simulating the dynamic interaction between train and railway track, contributing to the identification of structural variations and the assessment of the integrity of the permanent way. The model accounts for variations in parameters such as structural stiffness, load, train speed, and track characteristics, enabling a detailed analysis of the displacements and internal forces generated. The simulation results were calibrated and compared with experimental data, demonstrating the model's feasibility in identifying structural behavior patterns and contributing to the advancement of railway monitoring and predictive maintenance strategies, with a focus on the implementation of SHM techniques.

Keywords: Computational Modeling. Damage Detection. Railways. Numerical Model Calibration. Structural Health Monitoring. Structural Dynamics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Correspondência visual entre o veículo real e seu modelo numérica. Fonte: Autor	8
Figura 2 – Representação do modelo numérico 2D escolhido para simular o vagão no algoritmo desenvolvido. Fonte: Autor	9
Figura 3 – Representação do modelo numérico 2D escolhido para simular a Loco- motiva no algoritmo desenvolvido. Fonte: Autor	9
Figura 4 – Foto de um truque. Fonte: Mauricio [1]	10
Figura 5 – Seção típica de uma ferrovia com lastro. Fonte: Adaptado de Indraratna et al. (2011)	14
Figura 6 – Representação do modelo numérico 2D escolhido para simular o pavi- mento ferroviário no algoritmo desenvolvido. Fonte: Autor	15
Figura 7 – Representação do modelo numérico 2D acoplado escolhido para simular o sistema trilho-trem no algoritmo desenvolvido. Fonte: Autor	16
Figura 8 – Representação da variação da rigidez na zona de transição no algoritmo implementado. Fonte: Autor	22
Figura 9 – Ilustração da adoção de trilho duplo nas zonas de transição - Via- duto em Nova Odessa SP, Km 74+381. Fonte: Projeto de pesquisa: Desenvolvimento de estratégias de SHM para ferrovias [2]	23
Figura 10 – Montagem do conjunto de monitoramento, composto de tripé e câmera à frente e alvos ao fundo, mostrando de forma esquemática instrumentação realizada por Mendes	28
Figura 11 – Desenho ilustrativo da Aplicação 1. a) Descrição da via e dos vagões; b) vagão usado na simulação da medição v0021; c) vagão usado na simulação da medição v0022	29
Figura 12 – Comparação entre os deslocamentos verticais do trilho obtidos na ins- trumentação v0021 e pelo algoritmo implementado antes e após calibra- ção	32
Figura 13 – Comparação entre as frequências principais por meio da FFT na instrumentação v0021 e pelo algoritmo implementado antes e após calibração	33
Figura 14 – Comparação entre os deslocamentos verticais do trilho obtidos na ins- trumentação v0022 e pelo algoritmo implementado	35
Figura 15 – Comparação entre as frequências principais por meio da FFT na instrumentação v0022 e pelo algoritmo implementado	35
Figura 16 – Ilustração do trecho de via instrumentado no viaduto em Nova Odessa SP, KM 74+381	37
Figura 17 – Ilustração da Instrumentação com Auxílio de LVDT	38

Figura 18 – Croqui em planta baixa da zona de transição instrumentada . . .	38
Figura 19 – Dimensões da Locomotiva AC44i. Fonte: VFCO - Ferrovias Centro-Oeste [3]	39
Figura 20 – Deslocamento vertical no trilho na posição L1 da Passagem P1. Fonte: Autor	42
Figura 21 – Deslocamento vertical no trilho na posição L3 da Passagem P1. Fonte: Autor	42
Figura 22 – Deslocamento vertical no trilho na posição L2 da Passagem P1. Fonte: Autor	43
Figura 23 – Frequências principais na posição L1 da Passagem P1. Fonte: Autor	43
Figura 24 – Frequências principais na posição L3 da Passagem P1. Fonte: Autor	44
Figura 25 – Frequências principais na posição L2 da Passagem P1. Fonte: Autor	44
Figura 26 – Deslocamento vertical no trilho na posição L1 da Passagem P2. Fonte: Autor	47
Figura 27 – Deslocamento vertical no trilho na posição L3 da Passagem P2. Fonte: Autor	47
Figura 28 – Deslocamento vertical no trilho na posição L2 da Passagem P2. Fonte: Autor	48
Figura 29 – Frequências principais na posição L1 da Passagem P2. Fonte: Autor	48
Figura 30 – Frequências principais na posição L3 da Passagem P2. Fonte: Autor	49
Figura 31 – Frequências principais na posição L2 da Passagem P2. Fonte: Autor	49
Figura 32 – Deslocamento vertical no trilho na posição L1 da Passagem P3. Fonte: Autor	50
Figura 33 – Deslocamento vertical no trilho na posição L3 da Passagem P3. Fonte: Autor	50
Figura 34 – Deslocamento vertical no trilho na posição L2 da Passagem P3. Fonte: Autor	51
Figura 35 – Frequências principais na posição L1 da Passagem P3. Fonte: Autor	51
Figura 36 – Frequências principais na posição L3 da Passagem P3. Fonte: Autor	52
Figura 37 – Frequências principais na posição L2 da Passagem P3. Fonte: Autor	52
Figura 38 – variação da rigidez ao longo da via. Fonte: Autor	54
Figura 39 – Deslocamento vertical ao longo da via. Fonte: Autor	55
Figura 40 – Desenho ilustrativo da Aplicação 2. a) Esquema do modelo de cargas rígidas; b) Esquema do modelo adotado; c) Esquema do vagão para o modelo de cargas rígidas; d) Esquema do vagão para o modelo adotado. Fonte: Autor	57
Figura 41 – Deslocamentos verticais no dormente central do pavimento ferroviário. Fonte: Autor	58

Figura 42 – Deslocamento vertical no trilho na posição L1 da Passagem P1. Fonte: Autor	60
Figura 43 – Deslocamento vertical no trilho na posição L3 da Passagem P1. Fonte: Autor	60
Figura 44 – Deslocamento vertical no trilho na posição L2 da Passagem P1. Fonte: Autor	61
Figura 45 – Deslocamentos verticais no eixo do truque traseiro do último vagão. Fonte: Autor	63
Figura 46 – Deslocamentos verticais no eixo do truque traseiro do último vagão - ZOOM. Fonte: Autor	64
Figura 47 – Acelerações verticais no eixo do truque traseiro do último vagão. Fonte: Autor	64
Figura 48 – Acelerações verticais no eixo do truque traseiro do último vagão - ZOOM. Fonte: Autor	65
Figura 49 – Transformada de Fourier das acelerações verticais no eixo do truque traseiro do último vagão. Fonte: Autor	66
Figura 50 – Transformada de Fourier das acelerações verticais no eixo do truque traseiro do último vagão - ZOOM. Fonte: Autor	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados de entrada: Dados provenientes da instrumentação <i>in loco</i> realizada por Mendes	29
Tabela 2 – Dados de entrada: Dados adotados para a via, veículo e o meio <i>in loco</i>	30
Tabela 3 – Variáveis independentes: Valores mínimos, máximos e otimizados	31
Tabela 4 – Variáveis dependentes: Comparação entre as variáveis dependentes (VD) instrumentadas, numéricas e preditas para a instrumentação v0021	34
Tabela 5 – Variáveis dependentes: Comparação entre as variáveis dependentes (VD) instrumentadas e numéricas v0022	36
Tabela 6 – Dados iniciais: Em relação a medição <i>in loco</i>	40
Tabela 7 – Dados iniciais: Em relação a literatura	40
Tabela 8 – Variáveis independentes: Valores mínimos, máximos e otimizados	41
Tabela 9 – Variáveis dependentes: Comparação entre as variáveis dependentes nas posições L1, L2 e L3 para a passagem P1	45
Tabela 10 – Variáveis dependentes: Comparação entre as variáveis dependentes nas posições L1, L2 e L3 para as passagens P2 e P3	53

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contexto e motivação	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Organização do trabalho	2
2	ESTADO DA ARTE	3
3	METODOLOGIA	6
3.1	Modelos para simulação dos trens de carga	6
3.2	Modelagem da estrutura da ferrovia	14
3.3	Modelo veículo-ferrovia acoplado	16
3.4	Características sobre a implementação do código	18
3.4.1	Integração numérica das equações diferenciais de movimento	18
3.4.2	Aleatoriedade nos dados de entrada	19
3.4.3	Alteração da rigidez dos elementos da via	20
3.4.4	Avaliação de zona de transição	21
3.5	Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido	23
3.6	Calibração do modelo computacional	24
3.7	Pseudocódigo do algoritmo de calibração	26
4	RESULTADOS	27
4.1	Aplicação 1: trecho ferroviário sob concessão da rumo logística, localizado em itu-sp	27
4.2	Aplicação 2: Viaduto de Nova Odessa - SP	37
4.3	Aplicação 3: comparação entre o modelo adotado e um modelo de carga rígida	56
4.4	Aplicação 4: simulação de dano localizado por perda de rigidez em dormente	62
5	CONCLUSÕES	68
	REFERÊNCIAS	70

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto e motivação

A importância das malhas ferroviárias vai muito além do simples fato de uma conexão geográfica. Elas são fundamentais para garantir o transporte seguro, planejado e eficiente de grandes volumes de mercadorias, tanto em importações quanto em exportações. A relevância econômica deste modal destaca-se na eficácia de sua logística, influenciando diretamente a economia de um país.

Diante deste cenário, faz-se necessário reconhecer a importância de estudos mais aprofundados e a busca por apoios tecnológicos que vêm avançando nesse setor. Este é um meio de transporte de grande relevância, e é fundamental assegurar o estado de conservação dos pavimentos ferroviários. A tragédia ocorrida em Santiago de Compostela, na Espanha, em 24 de julho de 2013 [4], serve como um exemplo dos perigos associados à falta de manutenção adequada em vias férreas. O descarrilamento do trem de alta velocidade, Alvia, que resultou em 79 mortes e centenas de feridos, foi atribuído a uma combinação de excesso de velocidade e desgaste na infraestrutura da via. A ausência de manutenção preventiva na curva acentuada onde o acidente aconteceu levou a uma perda de rigidez na via, comprometendo a estabilidade do trem. Esse desgaste crítico tornou-se evidente quando o trem descarrilou, destacando a importância de investimentos e práticas eficientes de manutenção para garantir a segurança e integridade das malhas ferroviárias.

Diversos são os fatores que podem impactar direta ou indiretamente na estabilidade e durabilidade da infraestrutura ferroviária. Estar submetida a ações cíclicas e dinâmicas podem resultar na repetição de deformações elásticas, a qual pode levar à quebra dos grãos do lastro e a deformações plásticas no sublastro e subleito, por exemplo, gerando deformações permanentes em sua estrutura. Outro fator de grande impacto diz respeito à exposição do material de lastro a preenchimentos de finos que pode modificar a sua rigidez e condutividade hidráulica.

Historicamente, a inspeção visando a manutenção de vias férreas é feita através de vistorias localizadas, o que pode ser um problema, especialmente em função das grandes extensões das ferrovias, conforme abordado por Sandikcioglu e Kirkpatrick [5] em sua obra. Alternativamente, autores como Strano e Terzo [6] apresentam o uso de sistemas de monitoramento contínuo embarcado nas composições que podem oferecer uma alternativa viável, indicando possíveis locais para verificações mais detalhadas. Nesse sentido, estudos como os de Pillai, Shih e Roberts [7] e Xu *et al.* [8], envolvendo modelos computacionais que simulem o comportamento ferrovia-trem, são importantes a fim de definir as melhores estratégias de monitoramento, além de fornecer estimativas de deslocamentos e acelerações que podem ocorrer em instrumentações reais. É nesse contexto que se insere o presente trabalho de dissertação de mestrado.

1.2 Objetivos

O principal objetivo desta dissertação é desenvolver e calibrar um modelo numérico para simular a interação dinâmica entre trem e ferrovia, contribuindo para estudos sobre a avaliação da integridade estrutural da via permanente. O modelo proposto visa aplicações futuras tanto em pesquisas quanto em contextos práticos, incluindo a prevenção de falhas e a otimização de estratégias de manutenção. Além disso, o modelo permite a geração de um banco de dados que, conjugados a algoritmos de inteligência artificial, podem auxiliar no desenvolvimento de metodologias para a detecção precoce de falhas estruturais. O modelo também pode ser ajustado para análises de desempenho e conforto, auxiliando na otimização de parâmetros operacionais, como velocidade de tráfego, com foco na eficiência energética e na segurança do sistema ferroviário.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho encontra-se estruturado nos seguintes capítulos:

- Capítulo 1: Apresenta a relevância do tema, a motivação que despertou interesse em realizar este estudo e a descrição dos objetivos que se pretende alcançar na conclusão;
- Capítulo 2: Dedicar-se a uma revisão bibliográfica sobre diversos estudos disponíveis na literatura e como seus trabalhos contribuíram para o tema em questão;
- Capítulo 3: Discorre sobre a metodologia empregada neste trabalho, abordando os modelos numéricos para o veículo, modelagem do pavimento ferroviário, modelo acoplado para análise, modelo de calibração, dentre outras especificações implementadas no algoritmo desenvolvido;
- Capítulo 4: Demonstra alguns resultados iniciais obtidos com o auxílio de algoritmo próprio implementado no MatLab;
- Capítulo 5: Apresenta uma breve conclusão, destacando os resultados obtidos no desenvolvimento do presente trabalho, bem como sugestões de melhoria e direções para pesquisas futuras.

2 ESTADO DA ARTE

Os autores Meixedo *et al.* [9] baseiam sua obra em uma revisão da literatura técnica acerca da detecção, localização e caracterização de danos na estrutura por meio de técnicas que examinam divergências nas respostas de vibrações estruturais. Dentre as diversas categorias de análises, o texto aborda as mudanças de frequências modais, mudanças nos coeficientes de flexibilidade, detecção de danos via redes neurais, dentre outros. Apesar de abrangente, o texto aborda conceitos fundamentais e ainda deixa algumas questões críticas para pesquisas futuras, especialmente sobre a redução no número de sensores de medição a fim de tornar viável a implementação do método. Outra questão levantada pelos autores é a necessidade de forças e excitações mensuráveis, e a minimização da dependência de dados anteriores.

Nos estudos apresentados por Biondi, Muscolino e Sofi [10], Chu, Dhar e Garg [11], Olsson [12], Yang e Lin [13], Zhai e Sun [14] e Duc *et al.* [15], destaca-se a abordagem de modelos numéricos voltados para a representação computacional de veículos ferroviários em um ambiente bidimensional. Englobam também o modelo da via e o acoplamento entre ambos para uma análise dinâmica do sistema trem-via. Os pesquisadores exploram conceitos fundamentais na área, como a consideração das irregularidades na via e oferecem direcionamentos para a implementação computacional por meio do método dos elementos finitos, proporcionando uma compreensão mais profunda da análise dinâmica deste sistema.

Outros trabalhos relacionados buscam modelar fenômenos como a variação súbita de rigidez nas zonas de transição entre ferrovia e obras de arte especiais (OAE). Essa é uma problemática recorrente que proporciona elevados valores de deflexão diferencial, os quais resultam em deformações geométricas que comprometem tanto a segurança quanto a confiabilidade da ferrovia. Sakhare *et al.* [16] apresenta uma modelagem via MEF de uma região de transição OAE-ferrovia de um trem de alta velocidade. A OAE modelada era do tipo Integral Abutment Bridge (IAB) que possui um comportamento monolítico entre o tabuleiro da ponte e a parede de contenção de solo. Foram variados no estudo: o comprimento da laje na zona de transição, a rigidez da laje na zona de transição, o grau de compactação do material de enchimento, a altura da parede de contenção e a inclinação da laje na zona de transição. Foram ainda adotados diferentes fatores de impacto no carregamento calculados para velocidades de 60, 100, 150 e 200 km/h. O carregamento foi simulado como uma força estacionária cíclica em posições específicas. Durante a modelagem foram monitorados os deslocamentos em todo o trecho de ferrovia modelado e após diferentes números de ciclos de carregamento. Foram também modeladas soluções alternativas com diferentes materiais na transição ferrovia-OAE. Verificou-se que a rigidez da laje e a compactação do enchimento afetam os deslocamentos e que materiais alternativos na transição reduzem impactos dinâmicos e aumentam a durabilidade da via.

Por outro lado, Yan, Dai e Zhang [17] investigaram o fenômeno por meio da modelagem via MEF com variação nas rigidezas e na capacidade de suporte dos materiais geotécnicos. Porém, os autores direcionam seus esforços a compreender o fenômeno pela variação dos parâmetros das fundações da OAE e de diferentes configurações de condições de contorno. Eles concluíram que a transição mal projetada amplifica significativamente os esforços dinâmicos nas interfaces, sendo a variação da rigidez do solo um fator crítico.

O trabalho de Ribeiro *et al.* [18] destaca que a calibração de modelos numéricos de veículos geralmente envolve um processo iterativo de ajuste dos parâmetros computacionais até que se alcance uma correspondência satisfatória entre os parâmetros modais obtidos numericamente e os resultados experimentais. Para isso, são utilizadas estratégias de calibração automatizadas, que recorrem a algoritmos de otimização para minimizar uma função objetivo ao longo de várias iterações conforme apresentado por Bragança *et al.* [19]. Diversos métodos podem ser aplicados para resolver esse problema de otimização, como algoritmos baseados em gradientes, métodos de superfícies de resposta e técnicas inspiradas em fenômenos naturais, como algoritmos genéticos, estratégias evolutivas e otimização por enxame de partículas, entre outros. Um fator crucial para o êxito desse processo é a utilização de uma técnica eficiente de pareamento de modos, ou seja, a correspondência entre os modos experimentais e os modos numéricos, o que garante uma convergência rápida para a solução ótima, conforme proposto nos trabalhos de Ribeiro *et al.* [20], Melo *et al.* [21] e Akiyama *et al.* [22]. Apesar disso, a calibração de modelos numéricos para veículos ferroviários é um tema pouco explorado na literatura, especialmente no contexto de vagões de carga. A maioria dos estudos encontrados concentra-se na calibração de veículos de passageiros, assim como na obra de Quirke *et al.* [23] e Ribeiro *et al.* [18].

Em sua obra, os autores Huang, Gardoni e Hurlbaeus [24] afirmam que as incertezas na detecção de danos têm efeito considerável nos resultados e busca melhorar a precisão da avaliação da integridade das estruturas através de ensaios não destrutivos. Em particular, a abordagem proposta considera os erros de medição nos testes de vibração, os erros de modelagem no processo de detecção de danos e as incertezas estatísticas nos parâmetros desconhecidos do modelo. Huang, Gardoni e Hurlbaeus [24] apresentam uma abordagem probabilística de detecção de danos baseada em parâmetros modais extraídos de respostas de vibração ambiente. A abordagem proposta usa uma atualização do modelo bayesiano para desenvolver uma linha de base precisa usando as frequências modais identificadas e o método do índice de danos (DIM) para detectar com precisão o dano local usando os formas modais extraídos.

Meixedo et al. [9, 25] e Ghiasi *et al.* [26] trabalharam na detecção de danos em pontes ferroviárias com base nas respostas dinâmicas induzidas pelo tráfego. Para alcançar esse objetivo ele propuseram uma metodologia automática não supervisionada baseada em dados, que consiste em uma combinação de métodos de análise de séries temporais e técnicas estatísticas multivariadas. O trabalho contou com dados providos por um sistema

de monitoramento estrutural permanente instalado e também de um modelo de elementos finitos validado experimentalmente. A metodologia proposta mostrou-se altamente sensível na detecção precoce de danos, mesmo quando consiste em pequenas reduções de rigidez que não prejudicam a segurança ou o uso da estrutura, além de ter se mostrado altamente robusta a falsas detecções. Apesar da eficiência, o trabalho desenvolvido se concentrou apenas no primeiro nível da hierarquia na estratégia de identificação de danos, a detecção de danos. Outra característica interessante contida neste trabalho é que os dados tratados são baseados em respostas dinâmicas obtidas das estruturas.

Tendo em vista a relevância do tema, conforme mostrado nos estudos supracitados, o presente trabalho desenvolve e implementa um modelo numérico semelhante àqueles apresentados por Biondi, Muscolino e Sofi [10], Chu, Dhar e Garg [11], diferenciando-se por modelar a parte superior do vagão como uma viga de Euler-Bernoulli com seis graus de liberdade, permitindo distribuir a massa transportada ao longo do veículo possibilitando simular mais cenários de carregamento. A calibração do modelo é realizada com base em dados experimentais obtidos por meio de medições de campo conduzidas pelos grupos da UnB e da UFJF em trechos da concessionária Rumo Logística localizados em Itu (Mendes [27]) e Nova Odessa, no estado de São Paulo.

O modelo considera a aleatoriedade em diversos parâmetros, como rigidez, amortecimento do pavimento, carregamento, velocidade, dentre outros, e utiliza regressão linear múltipla para otimização desses parâmetros. Por fim, destaca-se que o modelo permite a análise da interação trem-via tanto em um trilho assentado sobre lastro e sublastro ou uma via sobre uma ponte, além de contemplar zonas de transição, permitindo realizar estudos semelhantes aos apresentados por Sakhare *et al.* [16] e Yan, Dai e Zhang [17].

3 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do presente estudo, foi elaborado um algoritmo no *software MatLab R2023a* [28], com o objetivo de gerar resultados em termos de deslocamentos e acelerações para qualquer grau de liberdade (GL) desejado no modelo veículo-via implementado. O algoritmo foi validado e calibrado de forma a reproduzir resultados compatíveis com aqueles obtidos em instrumentações realizadas *in loco* em dois estudos distintos: os ensaios conduzidos por Mendes [27] em sua dissertação de mestrado no Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFJF; e as instrumentações realizadas em zonas de transição de uma ferrovia, no âmbito do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq, intitulado "Desenvolvimento de Estratégias de SHM para Ferrovias" [2].

Uma vez calibrado, o modelo permite a geração de um grande volume de dados distintos, mediante a introdução de aleatoriedade em variáveis de entrada, como velocidade, posição inicial do veículo, massa, rigidez da estrutura da via, entre outras. Esses dados podem então ser utilizados no treinamento de algoritmos de inteligência artificial voltados para a identificação automática de danos estruturais.

A seguir, são apresentados os princípios fundamentais que orientam a construção do modelo desenvolvido, oferecendo ao leitor uma compreensão mais clara da abordagem adotada. Primeiramente, discute-se o algoritmo de simulação da interação dinâmica trem-ferrovia com a apresentação do modelo de veículo implementado, seguida da descrição do modelo da via e, por fim, a interação entre ambos, formando o modelo trem-ferrovia acoplado.

Na sequência, são exploradas as principais características da implementação do algoritmo, com destaque para o método de integração numérica utilizado, as estratégias de introdução de aleatoriedade nos dados de entrada e as possibilidades do algoritmo para a simulação de danos e zonas de transição.

Por fim, o capítulo aborda o algoritmo de calibração desenvolvido, cujo propósito é otimizar as variáveis independentes utilizadas como entrada no modelo numérico, buscando uma melhor aproximação entre as respostas simuladas e os sinais dinâmicos registrados experimentalmente.

3.1 Modelos para simulação dos trens de carga

O sistema ferroviário é composto por diferentes tipos de veículos, entre os quais se destacam as locomotivas, responsáveis por tracionar a composição, e os vagões, destinados ao transporte de cargas ou passageiros. Esses veículos apresentam grande diversidade de configurações, variando quanto ao comprimento, tipo de carga transportada, rigidez estrutural, entre outros fatores construtivos. Essa variedade torna o processo de modelagem numérica um desafio, exigindo a adoção de representações simplificadas que ainda assim

preservem as principais características dinâmicas do sistema real.

O modelo numérico adotado deve ser capaz de representar adequadamente o comportamento estrutural e dinâmico do veículo em estudo, considerando aspectos como massa, rigidez, amortecimento e a interação com a via permanente. Além disso, deve apresentar flexibilidade suficiente para abranger uma variedade de configurações de veículos ferroviários, possibilitando a adaptação a diferentes comprimentos, rigidezes e cargas, por exemplo. A definição adequada desse modelo contribui para a obtenção de resultados mais precisos em simulações computacionais, especialmente quando o objetivo é analisar o desempenho do veículo em diferentes condições de operação.

A literatura apresenta inúmeros modelos que visam simular o comportamento dinâmico de trens. Estes modelos vão desde representações mais simples, com apenas cargas individuais móveis que correspondem às cargas por eixo do trem [29–31], ou simplesmente representados por um grau de liberdade [32], até modelos mais complexos, contendo vários graus de liberdade [33,34].

O modelo que considera cargas rígidas individuais que se movimentam nas posições dos pontos de contato entre a roda do vagão e o trilho foi implementado neste trabalho para fins de comparação, permitindo a ilustração da influência que a massa suspensa exerce nos resultados dinâmicos avaliados.

Diante dos resultados observados na literatura, notou-se que modelos bidimensionais apresentam resultados satisfatórios na simulação do comportamento dinâmico do sistema trem-ferrovia, como se verifica nos trabalhos de Wan, Markine e Shevtsov [35] e Ribeiro, Calçada e Delgado [36]. Assim sendo, no presente trabalho, optou-se por um modelo com duas dimensões. Modelos semelhantes foram utilizados nos estudos de Chu, Dhar e Garg [11], Olsson [12], [13], Zhai e Sun [14], entre outros.

O modelo numérico adotado é inspirado em uma representação simplificada da vista lateral de um veículo ferroviário, conforme ilustrado na Figura 1. A imagem estabelece uma correspondência visual direta entre o veículo real e sua representação numérica. Na parte superior da figura, apresenta-se um esquema do veículo, destacando seus principais componentes estruturais, como os truques, rodas, sistemas de suspensão e carroceria. Na parte inferior, é exibido o modelo correspondente, no qual o sistema físico é idealizado por meio de elementos de viga, ilustrados como retângulos pretos e elementos elásticos e de amortecimento, representados em conjunto por uma linha vermelha. Essa associação gráfica permite visualizar de forma mais clara a transição entre a estrutura física e o modelo matemático utilizado nas análises computacionais.

No modelo adotado, todos os vagões possuem a mesma configuração cinemática. A Figura 2 ilustra o modelo numérico escolhido para a representação dos elementos de uma composição, contando com 22 GL, enquanto que, para as locomotivas, utiliza-se um modelo bidimensional que incorpora 24 graus de liberdade, como apresentado na Figura 3.

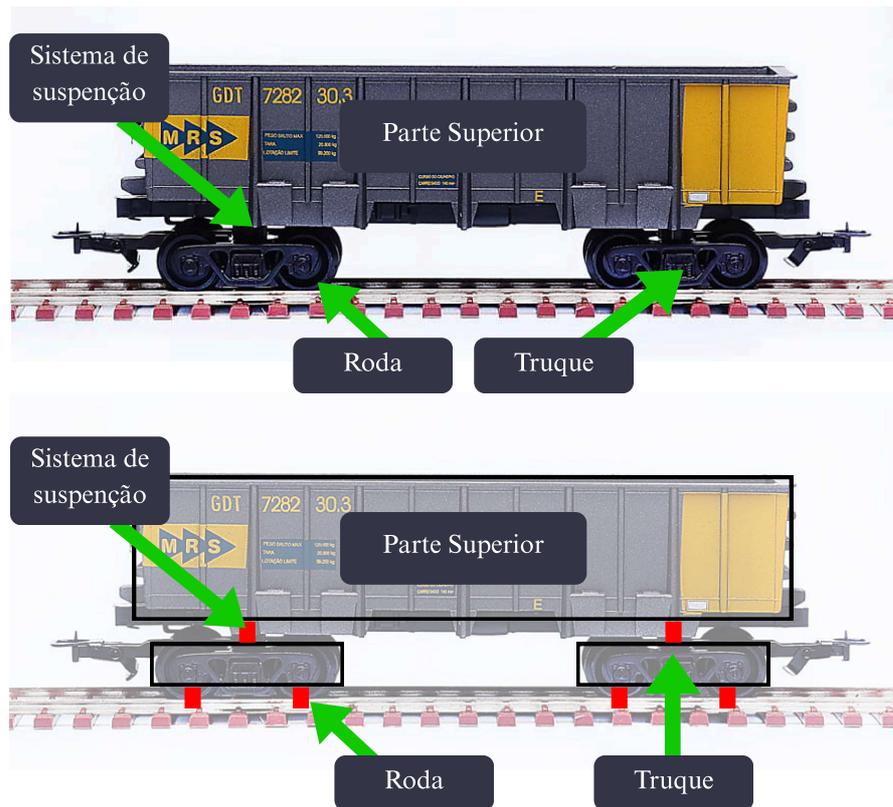


Figura 1 – Correspondência visual entre o veículo real e seu modelo numérica. Fonte: Autor

Apesar da modelagem de dois modelos numéricos distintos para os veículos — um para os vagões e outro para as locomotivas —, a única diferença significativa reside na presença de dois graus de liberdade adicionais no modelo das locomotivas, devido a um eixo de roda extra em cada truque. Para fins de simplificação, as definições matemáticas apresentadas a seguir serão restritas ao modelo numérico dos vagões, sendo o modelo das locomotivas tratado de forma análoga.

A parte superior do veículo foi modelada através de elementos de viga de Euler-Bernoulli, possibilitando verificar a influência da rigidez à flexão do corpo do veículo no comportamento dinâmico do sistema. Além disso, a existência de 6 GL na parte superior do veículo possibilita a distribuição da massa transportada entre esses graus de liberdade, melhorando o desempenho do modelo, quando comparados aos tradicionais modelos onde a massa transportada é considerada concentrada no centro de massa. Essa estratégia permite, por exemplo, avaliar situações em que o carregamento do vagão não está uniformemente distribuído ao longo do seu comprimento longitudinal. A ligação da parte superior do veículo com os truques é feita através de elementos de mola de rigidez k_s e amortecedores com constante de amortecimento c_s (o índice s se refere à suspensão secundária).

Os truques, apesar de serem praticamente indeformáveis à flexão, também foram modelados como elementos de viga de Euler-Bernoulli. A rigidez elevada nesse caso pode

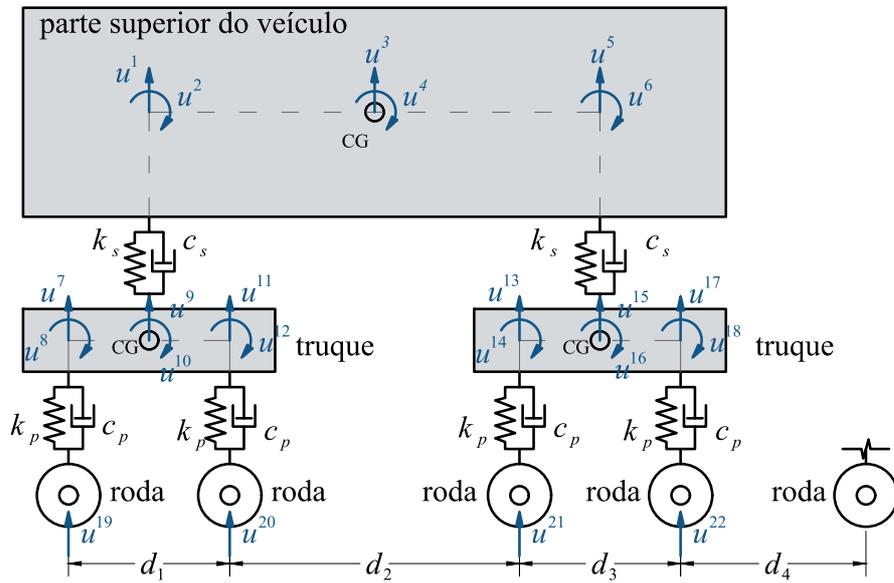


Figura 2 – Representação do modelo numérico 2D escolhido para simular o vagão no algoritmo desenvolvido. Fonte: Autor

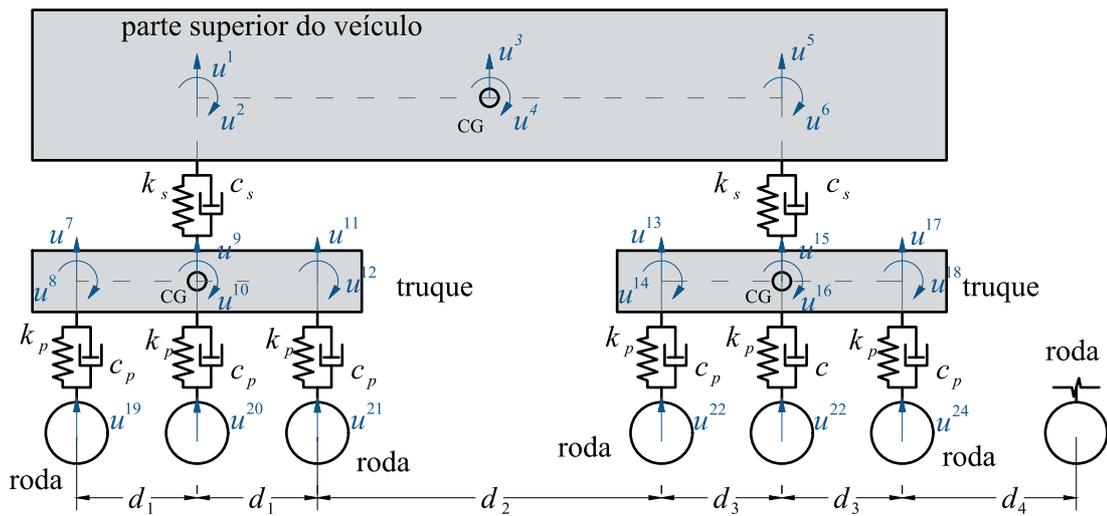


Figura 3 – Representação do modelo numérico 2D escolhido para simular a Locomotiva no algoritmo desenvolvido. Fonte: Autor

ser modelada com a introdução de valores de maior magnitude para seu momento de inércia à flexão. A ligação dos truques com as rodas é feita através de elementos de mola com rigidez k_p e amortecedores com constante de amortecimento c_p (o índice p se refere à suspensão primária).



Figura 4 – Foto de um truque. Fonte: Mauricio [1]

As distâncias entre as rodas ficaram assim definidas: $d_1 = d_3$, distância entre rodas de um mesmo truque; d_2 menor distância entre rodas de truques diferentes, em um mesmo veículo; e d_4 menor distância entre rodas de veículos adjacentes.

Desta forma, ao somar as contribuições elementares dos componentes modelados como vigas e molas, obtém-se a matriz de rigidez (\mathbf{K}^v) do veículo:

$$\mathbf{K}^v = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^v & \mathbf{K}_2^v & \mathbf{K}_2^v & \mathbf{K}_3^v \\ & \mathbf{K}_4^v & \mathbf{K}_5^v & \mathbf{K}_6^v \\ & & \mathbf{K}_4^v & \mathbf{K}_7^v \\ & & & \mathbf{K}_8^v \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

com

$$\mathbf{K}_1^v = E_c I_c \begin{bmatrix} \left(\frac{12}{L_c^3} + k_s\right) & \frac{6}{L_c^2} & -\frac{12}{L_c^3} & \frac{6}{L_c^2} & 0 & 0 \\ \frac{6}{L_c^2} & \frac{4}{L_c} & -\frac{6}{L_c^2} & \frac{2}{L_c} & 0 & 0 \\ -\frac{12}{L_c^3} & -\frac{6}{L_c^2} & \frac{24}{L_c^3} & 0 & -\frac{12}{L_c^3} & \frac{6}{L_c^2} \\ \frac{6}{L_c^2} & \frac{2}{L_c} & 0 & \frac{8}{L_c} & -\frac{6}{L_c^2} & \frac{2}{L_c} \\ 0 & 0 & -\frac{12}{L_c^3} & -\frac{6}{L_c^2} & \left(\frac{12}{L_c^3} + k_s\right) & -\frac{6}{L_c^2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{L_c^2} & \frac{2}{L_c} & -\frac{6}{L_c^2} & \frac{4}{L_c} \end{bmatrix},$$

onde E_c , L_c e I_c são, respectivamente, o módulo de elasticidade, o comprimento e o momento de inércia dos elementos de viga da parte superior do veículo (caixa, daí o índice c);

$$\mathbf{K}_4^v = E_t I_t \begin{bmatrix} \left(\frac{12}{L_t^3} + k_p\right) & \frac{6}{L_t^2} & -\frac{12}{L_t^3} & \frac{6}{L_t^2} & 0 & 0 \\ \frac{6}{L_t^2} & \frac{4}{L_t} & -\frac{6}{L_t^2} & \frac{2}{L_t} & 0 & 0 \\ -\frac{12}{L_t^3} & -\frac{6}{L_t^2} & \left(\frac{24}{L_t^3} + k_s\right) & 0 & -\frac{12}{L_t^3} & \frac{6}{L_t^2} \\ \frac{6}{L_t^2} & \frac{2}{L_t} & 0 & \frac{8}{L_t} & -\frac{6}{L_t^2} & \frac{2}{L_t} \\ 0 & 0 & -\frac{12}{L_t^3} & -\frac{6}{L_t^2} & \left(\frac{12}{L_t^3} + k_p\right) & -\frac{6}{L_t^2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{L_t^2} & \frac{2}{L_t} & -\frac{6}{L_t^2} & \frac{4}{L_t} \end{bmatrix},$$

onde E_t , L_t e I_t são, respectivamente, o módulo de elasticidade, o comprimento e o momento de inércia dos elementos de viga de cada um dos truques do veículo (truques idênticos, daí o índice t);

\mathbf{K}_2^v é uma matriz 6×6 simétrica, tendo como elemento não nulo:

$$K_2^v(1, 3) = -k_s;$$

\mathbf{K}_3^v é uma matriz 6×4 com todos os elementos nulos;

\mathbf{K}_5^v é uma matriz 6×6 com todos os elementos nulos;

\mathbf{K}_6^v é uma matriz 6×4 simétrica, tendo como elementos não nulos:

$$K_6^v(1, 1) = -k_p \text{ e } K_6^v(5, 2) = -k_p;$$

\mathbf{K}_7^v é uma matriz 6×4 simétrica, tendo elementos não nulos:

$$K_7^v(1, 3) = -k_p \text{ e } K_7^v(5, 4) = -k_p;$$

$$\text{e } \mathbf{K}_8^v = \begin{bmatrix} k_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_p \end{bmatrix}.$$

Observa-se que os GL associados à matriz \mathbf{K}_8^v são os GL de contato entre o veículo e a via. Esses GL serão importantes em uma etapa posterior, onde as matrizes do sistema veículo-via serão definidas.

De modo análogo, pode-se também chegar às matrizes de massa (\mathbf{M}^v) e amortecimento (\mathbf{C}^v) do veículo.

Para a massa, adotando-se matrizes de massas consistentes para modelar as parcelas associadas aos elementos de viga, tem-se a matriz simétrica:

$$\mathbf{M}^v = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^v & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 4} \\ & \mathbf{M}_2^v & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 4} \\ & & \mathbf{M}_2^v & \mathbf{0}_{6 \times 4} \\ & & & \mathbf{M}_3^v \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

com:

$$\mathbf{M}_1^v = \frac{\rho_c A_c L_c}{420} \begin{bmatrix} (156 + \frac{m_s}{2} + \frac{m_m}{4}) & 22L_c & 54 & -13L_c & 0 & 0 \\ 22L_c & 4L_c^2 & 13L_c & 3L_c^2 & 0 & 0 \\ 54 & 13L_c & (312 + \frac{m_m}{2}) & 0 & 54 & -13L_c \\ -13L_c & 3L_c^2 & 0 & 8L_c^2 & 13L_c & 3L_c^2 \\ 0 & 0 & 54 & 13L_c & (156 + \frac{m_s}{2} + \frac{m_m}{4}) & -22L_c \\ 0 & 0 & -13L_c & 3L_c^2 & -22L_c & 4L_c^2 \end{bmatrix},$$

onde ρ_c , L_c e A_c^* são, respectivamente, a massa específica, o comprimento e a área da seção transversal dos elementos de viga da parte superior do veículo (caixa, daí o índice c) e m_s a massa da suspensão secundária que foi considerada discreta e dividida entre os GL verticais que conectam o truque e a caixa (daí os valores de $\frac{m_s}{2}$) e m_m é a massa total das mercadorias transportadas, considerada divididas entre os 3 GL verticais da caixa.

$$\mathbf{M}_2^v = \frac{\rho_t A_t L_t}{420} \begin{bmatrix} (156 + \frac{m_p}{2}) & 22L_t & 54 & -13L_t & 0 & 0 \\ 22L_t & 4L_t^2 & 13L_t & 3L_t^2 & 0 & 0 \\ 54 & 13L_t & (312 + \frac{m_s}{2}) & 0 & 54 & -13L_t \\ -13L_t & 3L_t^2 & 0 & 8L_t^2 & 13L_t & 3L_t^2 \\ 0 & 0 & 54 & 13L_t & (156 + \frac{m_p}{2}) & -22L_t \\ 0 & 0 & -13L_t & 3L_t^2 & -22L_t & 4L_t^2 \end{bmatrix},$$

onde ρ_t , L_t e A_t^\dagger são, respectivamente, a massa específica, o comprimento e a área dos elementos de viga de cada um dos truques do veículo (truques idênticos, daí o índice t) e m_p a massa da suspensão primária que foi considerada discreta e dividida entre os GL verticais que conectam o truque e a roda (daí os valores de $\frac{m_p}{2}$);

$$\mathbf{M}_3^v = \begin{bmatrix} \frac{m_p}{2} + m_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_p}{2} + m_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p}{2} + m_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{m_p}{2} + m_r \end{bmatrix},$$

e $\mathbf{0}_{p \times q}$ são matrizes nulas de dimensões $p \times q$ e m_r é a massa da roda mais seu eixo de rotação.

Já a matriz de amortecimento do veículo (\mathbf{C}^v), uma vez que a dissipação de energia nas suspensões primária e secundária são preponderantes na estrutura, somente o amortecimento gerado nos amortecedores dessas suspensões foram considerados, resultando

* Observa-se que o modelo não considera variações na área da seção transversal da caixa, admitindo A_c como sendo uma área homogeneizada, de maneira que o produto $\rho_c L_c A_c$ seja igual à massa total da caixa.

† De forma análoga à caixa, o modelo não considera variações na área da seção transversal do truque, admitindo A_t como sendo uma área homogeneizada, de maneira que o produto $\rho_c L_c A_t$ seja igual à massa total do truque.

em uma matriz de amortecimento diagonal:

$$\text{diag}(\mathbf{C}^v) = \begin{bmatrix} c_s & 0 & 0 & 0 & c_s & 0 & c_p & 0 & c_s & 0 & c_p & \dots \\ 0 & c_p & 0 & c_s & 0 & c_p & 0 & c_p & c_p & c_p & c_p \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

onde $\text{diag}()$ representa a diagonal da matriz $()$.

3.2 Modelagem da estrutura da ferrovia

A estrutura analisada neste estudo se refere a uma dada extensão de pavimento ferroviário sob o solo. Inicialmente, serão apresentados os elementos e o caminho das cargas de um pavimento ferroviário para melhor compreensão da estrutura como um todo. Em seguida, são expostos os modelos existentes e o adotado.

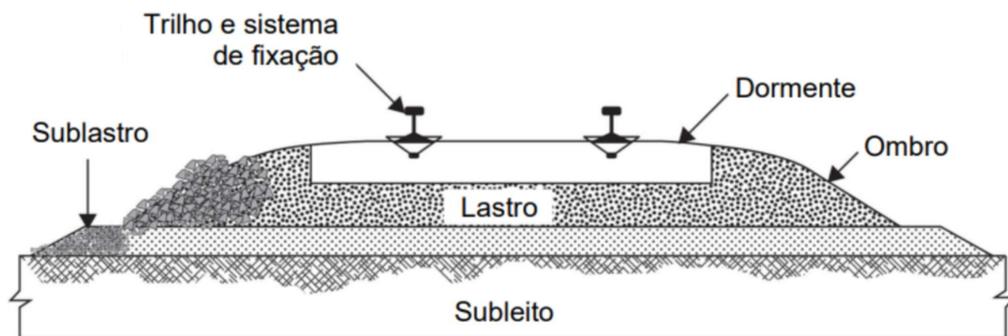


Figura 5 – Seção típica de uma ferrovia com lastro. Fonte: Adaptado de Indraratna et al. (2011)

- Trilho - Elemento com função de apoiar as rodas dos vagões, recebendo sua carga e o mantendo na via;
- Dormentes - Elemento que apoia o trilho e tem por função transferir as cargas dos trilhos para o lastro (camada inferior);
- Lastro - Camada subjacente aos dormentes, cuja função é transferir as cargas dos dormentes para a camada inferior, além de absorver as vibrações do material rodante;
- Sublastro - Camada localizada entre o Lastro e o Subleito, tem a função de transferir a carga entre elas além de mitigar possíveis contaminações do lastro pelo subleito;
- Subleito - Camada de terreno natural melhorado na qual toda a estrutura do pavimento rodoviário é montada, recebendo a carga final.

Assim como no modelo numérico do veículo, existem diversos modelos para as vias, desde os mais simples, como uma viga bi-apoiada até modelos mais complexos, que tratam o problema de forma tridimensional.

Neste trabalho, o modelo numérico adotado para a representação da ferrovia foi um modelo também bidimensional, utilizando-se elementos de viga para se modelar os trilhos e elementos de molas elásticas com amortecedores para modelar sistema de apoios, que abrangem dormente, lastro, sublastro e subleito, conforme ilustrado na Figura 6. Nela, estão representados os GL do modelo, u , os elementos, e , e algumas características do modelo, como a rigidez e o amortecimento associados à subestrutura, k_f e c_f , respectivamente (os índices f são associados à ferrovia). Observa-se que o número de elementos de viga entre dois elementos de apoio pode ser arbitrado. Entretanto, na Figura 6, para simplificar a expressão gráfica, foram apresentados apenas dois elementos entre dois dormentes consecutivos. Esse modelo é semelhante ao adotado por Biondi, Muscolino e Sofi [10], onde os trilhos são representados por elementos de vigas repousados sobre uma camada viscoelástica de Winkler, que representa as propriedades mecânicas das camadas de lastro, sublastro e subleito, todas em conjunto.

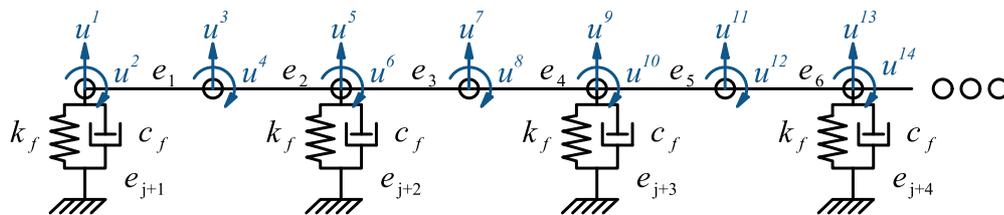


Figura 6 – Representação do modelo numérico 2D escolhido para simular o pavimento ferroviário no algoritmo desenvolvido. Fonte: Autor

Para a formação das matrizes de rigidez (\mathbf{K}^f), massa (\mathbf{M}^f) e amortecimento (\mathbf{C}^f) do modelo da ferrovia foram utilizadas e computadas as matrizes elementares de viga, molas e amortecedores constantes nas discretizações. Essas matrizes foram então montadas para a obtenção da formulação global do sistema dinâmico, seguindo o procedimento clássico de acoplamento de matrizes via Método dos Elementos Finitos (MEF).

O MEF é amplamente empregado na modelagem numérica de sistemas estruturais devido à sua capacidade de representar de forma aproximada o comportamento dinâmico de estruturas. No presente estudo, as matrizes de rigidez elementares foram formuladas a partir da teoria da elasticidade linear, considerando os graus de liberdade nodais compatíveis com a modelagem adotada. Da mesma forma, as matrizes de massa e amortecimento foram obtidas mediante a consideração de formulações consistentes, conforme a necessidade de otimização computacional.

Dado que a metodologia de acoplamento das matrizes pelo MEF é um procedimento amplamente consolidado na literatura e segue um formalismo bem definido, sua apresentação detalhada foi omitida no texto para priorizar a análise dos resultados e suas implicações na modelagem ferroviária.

3.3 Modelo veículo-ferrovia acoplado

O modelo final utilizado nos cálculos dinâmicos é proveniente do acoplamento de ambos, obtendo-se o sistema de trilho-trem que pode ser observado na Figura 7. No entanto, é necessário entender como se caracteriza este acoplamento dentro da estrutura computacional dos elementos finitos [37–39] para a implementação do código.

A primeira etapa necessária para a obtenção do modelo acoplado é a identificação dos GL de contato entre o veículo e a ferrovia para uma dada posição do veículo. No presente trabalho, os GL de contato são considerados aqueles mais próximos do ponto de contato das rodas do veículo com o trilho. Esse procedimento introduz erros ao modelo que podem ser mitigados com uma maior discretização dos elementos de viga que compõem o modelo da ferrovia. Assim, admitindo-se os GL de contato g_1 a g_4 , assinalados na Figura 7, a identificação das matrizes do sistema veículo-ferrovia pode ser feita através de acoplamento adequado das matrizes de veículo e ferrovia já descritas anteriormente. Esse acoplamento é descrito a seguir.

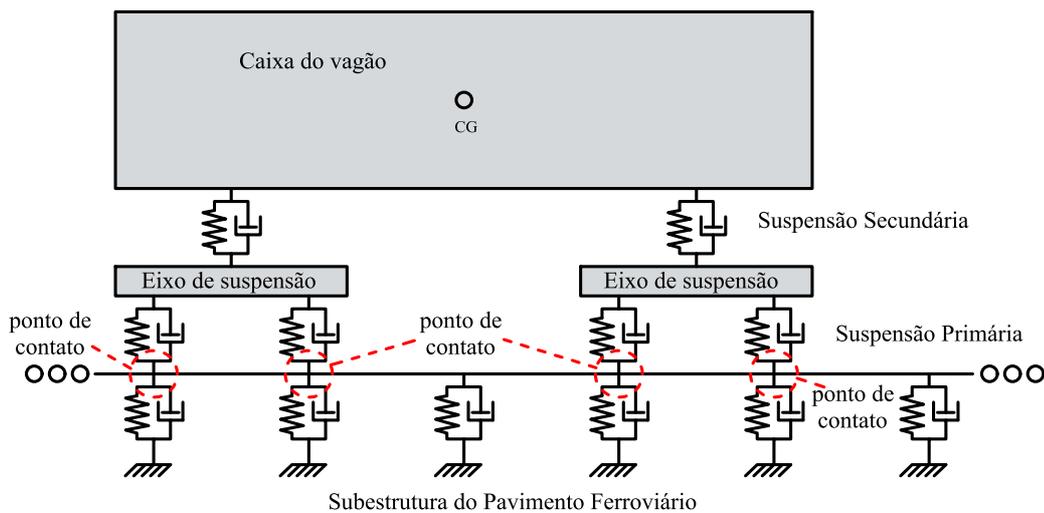


Figura 7 – Representação do modelo numérico 2D acoplado escolhido para simular o sistema trilho-trem no algoritmo desenvolvido. Fonte: Autor

A matriz de rigidez \mathbf{K} (simétrica) acoplada do sistema é dada por:

$$\mathbf{K} = \left[\begin{array}{c|c} & \\ \hline & \mathbf{K}^{f*} & \mathbf{L} \\ \hline & \mathbf{L}^T & \mathbf{K}^{v*} \end{array} \right] \quad (3.4)$$

Na Equação 3.4, \mathbf{K}^{f*} é a matriz de rigidez da ferrovia acoplada à matriz \mathbf{K}_8^v , resultando na adição de k_p aos termos da diagonal principal associados aos GL de contato

g_1 a g_4 . Já a matriz \mathbf{K}^{v*} é dada pela matriz \mathbf{K}^v reduzida, considerando-se apenas os 18 primeiros GL. Já a matriz \mathbf{L} possui como elementos não nulos a submatriz de \mathbf{K} que representa os termos fora da diagonal principal relativos ao acoplamento das matrizes do veículo e da ferrovia. Admitindo-se os GL 7, 11, 13 e 17 mostrados no referencial local do veículo (ver Figura 2) como sendo os GL h_1 , h_2 , h_3 e h_4 no referencial global do problema, respectivamente, os termos não nulos da submatriz de \mathbf{K} correspondentes a \mathbf{L} são:

$$K_{g_1,h_1} = K_{g_2,h_2} = K_{g_3,h_3} = K_{g_4,h_4} = -k_p$$

De maneira similar, pode-se escrever a matriz de massa acoplada do sistema do \mathbf{M} como:

$$\mathbf{M} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{M}^{f*} & \mathbf{0}_{NGL \times 18} \\ \hline \mathbf{0}_{18 \times NGL}^T & \mathbf{M}^{v*} \end{array} \right], \quad (3.5)$$

onde \mathbf{M}^{f*} é a matriz de massa da ferrovia acoplada à matriz \mathbf{M}^{v*} , resultando na adição de $m_p/2 + m_r$ aos termos da diagonal principal associados aos GL de contato g_1 a g_4 ; \mathbf{M}^{v*} é dada pela matriz \mathbf{M}^v reduzida, considerando-se apenas os 18 primeiros GL e $\mathbf{0}_{18 \times NGL}$ é uma matriz nula com NGL linhas (NGL é o número de GL do modelo da ferrovia) por 18 colunas.

Finalmente, a matriz de amortecimento (\mathbf{C}) acoplada do sistema fica:

$$\mathbf{C} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{C}^{f*} & \mathbf{0}_{NGL \times 18} \\ \hline \mathbf{0}_{18 \times NGL}^T & \mathbf{C}^{v*} \end{array} \right], \quad (3.6)$$

onde \mathbf{C}^{f*} é a matriz de amortecimento da ferrovia acoplada com a adição de c_p aos termos da diagonal principal associados aos GL de contato g_1 a g_4 e \mathbf{C}^{v*} é dada pela matriz \mathbf{C}^v reduzida, considerando-se apenas seus os 18 primeiros GL.

O procedimento até aqui descrito para obtenção das matrizes do sistema acoplado veículo-ferrovia foi mostrado a partir de um modelo com apenas um veículo (apenas um vagão). Para a modelagem de um sistema com uma composição de mais de um vagão e ferrovia, as etapas anteriormente descritas deverão ser implementadas para cada novo vagão do sistema.

Vale lembrar também que os vagões se movimentarão sobre a estrutura da ferrovia, alterando os seus respectivos pontos de de contato e levando à necessidade de uma atualização das matrizes do sistema a cada mudança de posição.

3.4 Características sobre a implementação do código

A implementação computacional desenvolvida neste trabalho apresenta particularidades relevantes que merecem ser destacadas, tanto pela influência direta nos resultados quanto pela contribuição técnica. Entre os aspectos abordados nesta seção, destacam-se os procedimentos de aleatoriedade aplicados aos dados de entrada, a modelagem dos danos estruturais, os algoritmos numéricos utilizados nos processos de integração e a avaliação de respostas dinâmicas em zona de transição.

3.4.1 Integração numérica das equações diferenciais de movimento

A equação diferencial de movimento para os sistema veículo-ferrovia é dada por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{P}(t), \quad (3.7)$$

onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} correspondem às matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente; $\mathbf{P}(t)$ corresponde ao vetor de carregamento em função do tempo que, no presente caso, é o peso próprio do trem somada a carga transportada; $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$ e \mathbf{u} representam os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente.

A solução dessa equação diferencial acoplada e de alta dimensionalidade exige a aplicação de métodos numéricos eficientes, capazes de lidar com as não linearidades e com as características específicas do sistema dinâmico. Para este trabalho, foi adotado o método de Newmark, amplamente utilizado na análise dinâmica estrutural devido à sua simplicidade e estabilidade numérica.

O método de Newmark pertence à classe de métodos de integração direta, por operar no domínio do tempo. Os parâmetros $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$ foram utilizados, configurando o método como incondicionalmente estável, conforme demonstrado por Newmark [40] e corroborado por Bathe [41]. Com esses valores, o método apresenta comportamento adequado tanto para sistemas lineares quanto para sistemas ligeiramente não lineares, garantindo a dissipação numérica mínima necessária para preservar a precisão das respostas obtidas.

A principal vantagem do método de Newmark reside na sua flexibilidade em capturar as respostas dinâmicas do sistema em diversos regimes de carregamento, mantendo um controle sobre a propagação de erros numéricos. No presente caso, a implementação considerou um passo de tempo suficientemente pequeno para garantir a convergência e a precisão das soluções. Além disso, a matriz efetiva do sistema foi montada e resolvida iterativamente em cada passo de tempo, considerando a contribuição das forças de inércia,

amortecimento e rigidez. Dessa forma, foi possível obter não apenas o deslocamento $\mathbf{u}(t)$ em cada instante de tempo, mas também calcular as respectivas velocidades $\dot{\mathbf{u}}(t)$ e acelerações $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, permitindo uma análise completa do comportamento dinâmico do sistema veículo-ferrovia.

3.4.2 Aleatoriedade nos dados de entrada

Conforme mencionado anteriormente, busca-se obter uma base de dados em termos de acelerações e deslocamentos no eixo de suspensão dos vagões. Visando simular o efeito de se realizar diversas instrumentações físicas, onde os resultados são evidentemente diferentes a cada medição, foram inseridas no programa aleatoriedades em alguns dados de entrada. No presente trabalho adotou-se:

- Aleatoriedade da massa das mercadorias transportadas m_m - A massa das mercadorias tem impacto relevante na amplitude dos deslocamentos e, evidentemente, pode variar, seja de um vagão para outro em uma mesma composição ou em leituras distintas, pois os materiais carregados podem ser distintos, e não se garante uma carga uniforme entre todos, por mais que se busque alcançar esse feito. Portanto, o código conta com a inicialização de aleatoriedade na massa/carga dos vagões, sempre distinguindo todos os vagões de um trem, seja em uma mesma análise ou em uma análise distinta. Optou-se pela distribuição normal dessa variável. É possível iniciar os valores de desvio padrão e média, definindo-se, assim, se haverá aleatoriedade nas cargas/massas e em qual intensidade;
- Aleatoriedade na rigidez da subestrutura do trilho k_f - A rigidez da subestrutura também tem impacto relevante na amplitude dos deslocamentos, e novamente, não é possível garantir que todos os pontos do trilho tenham a mesma rigidez, seja devido a alguma irregularidade nos dormentes, lastros, sublastros ou até mesmo devido ao subleito em que o trilho está associado. Portanto, foi implementada uma aleatoriedade na rigidez de todos os elementos de mola que representam essa ligação, visando representar essas irregularidades. Da mesma forma que no caso anterior, optou-se pela distribuição normal. Também é possível iniciar os valores de desvio padrão e média, definindo-se se haverá aleatoriedade na rigidez dos elementos de mola que representam a subestrutura do pavimento ferroviário e em qual intensidade;
- Aleatoriedade na distância entre os dormentes – Não é possível garantir que a distância entre os dormentes de um trilho seja constante, uma vez que pequenas variações podem ocorrer devido a imprecisões no processo de instalação. Essas variações influenciam tanto as frequências quanto as amplitudes dos sinais. Por esse motivo, essa variável foi incluída no conjunto de aleatoriedades, adotando-se uma distribuição normal. Assim como nos casos anteriores, é possível definir os

valores iniciais da média e do desvio padrão, além de especificar se a aleatoriedade na distância entre os dormentes será considerada e qual será sua intensidade.

- Aleatoriedade na velocidade do veículo – A cada leitura realizada, o veículo pode apresentar velocidades distintas, tornando essa uma variável relevante para a aplicação de aleatoriedade. Isso se deve principalmente ao seu impacto significativo nos valores das frequências principais dos sinais gerados. Assim como nos casos anteriores, optou-se por uma distribuição normal. Além disso, é possível definir os valores iniciais da média e do desvio padrão, bem como determinar se a aleatoriedade na velocidade do veículo será considerada e qual será sua intensidade.
- Aleatoriedade na posição inicial - Em uma instrumentação, apesar da possibilidade de recortes, não é possível garantir que o trem terá sempre a mesma posição inicial. Como o objetivo deste trabalho é gerar dados distintos, é conveniente aplicar a aleatoriedade na posição inicial do veículo. Nesse caso, diferentemente dos demais, foi adotada uma distribuição uniforme.

Acima, foram mencionadas as possibilidades de aleatoriedade entre diferentes leituras e até mesmo dentro de uma mesma leitura para algumas variáveis. No entanto, o algoritmo ainda inclui um processo de calibração que será detalhado adiante. Para a calibração, é essencial considerar a variação das variáveis envolvidas. Esse processo é realizado separadamente, aplicando uma distribuição uniforme às variáveis-alvo da calibração, o que permite a geração de uma base de dados com sinais de deslocamento distintos para comparação com as leituras reais obtidas *in loco*. Nesse contexto, qualquer dado de entrada pode ser ajustado conforme necessário.

3.4.3 Alteração da rigidez dos elementos da via

Um dos objetivos desse trabalho é gerar um banco de dados para algoritmos de inteligência artificial aplicados à identificação de danos na estrutura do pavimento ferroviário. Para isso, o código desenvolvido deve ser capaz de gerar dados tanto em condições normais quanto em cenários com danos estruturais.

Em um caso real, esses danos correspondem principalmente à perda de massa e/ou rigidez em determinados elementos da estrutura, causados por fatores como desgaste, fissuras e alterações nas propriedades dos materiais. Para simular tais danos, optou-se por introduzir uma alteração controlada na rigidez de um elemento de mola da ferrovia (apoio elástico) previamente selecionado. Na inicialização do código, o usuário pode definir a quantidade e os elementos específicos do pavimento ferroviário que estarão danificados, bem como os respectivos valores de rigidez k_f .

Além da modificação pontual da rigidez, é possível aplicá-la a um conjunto de elementos, permitindo a simulação de diferentes cenários estruturais, como a transição de

uma via assentada sobre lastro e sublastro para uma via sobre uma ponte. Para representar essas transições de forma mais realista, a variação de rigidez pode seguir distribuições polinomiais, suavizando gradativamente as mudanças na rigidez dos apoios elásticos da via nessas regiões, conforme será abordado na seção seguinte.

Essa abordagem não se limita apenas à rigidez k_f dos elementos elásticos. Ela também pode ser estendida ao amortecimento desses mesmos elementos, garantindo que as alterações sejam compatíveis com a variação da rigidez.

3.4.4 Avaliação de zona de transição

A transição entre diferentes seções da infraestrutura ferroviária influencia significativamente o comportamento dinâmico do sistema trem-ferrovia. Estudos como o de Shi *et al.* [42] analisam como a variação das propriedades estruturais da zona de transição pode impactar os deslocamentos dinâmicos, destacando que o aumento do módulo de elasticidade, a redução da inclinação do aterro e a adoção de formas de transição adequadas melhoram a suavidade da resposta estrutural. Com base nesses princípios, foram implementadas funções adicionais capazes de descrever numericamente esse fenômeno, buscando uma representação mais precisa da interação entre os elementos da via.

Uma das funcionalidades do código é a possibilidade de inserir diferentes camadas de propriedades para os elementos do modelo. Isso permite indexar diferentes características estruturais a trechos de vias distintos, possibilitando uma modelagem detalhada da infraestrutura ferroviária. Por exemplo, pode-se representar um trecho de via assentado sobre uma camada viscoelástica de rigidez k_f , associando os elementos de mola que interagem com o solo. Em seguida, um segundo trecho de via pode ser modelado sobre uma camada viscoelástica com uma rigidez k_o maior que k_f , simulando uma ponte ferroviária, cuja estrutura apresenta maior rigidez.

Para a modelagem da zona de transição entre esses dois trechos, é possível implementar uma variação gradual da rigidez ao longo do comprimento da via. Essa transição é descrita por uma função que permite uma mudança suave e contínua na rigidez da via. A Figura 8 ilustra essa abordagem, destacando a variação da rigidez na zona de transição. Esse método é semelhante àquele observado nos estudos de Paixão, Fortunato e Calçada [43]. A variação da rigidez possível de se adotar no algoritmo implementado é ilustrada pela linha em azul, onde k_f é a rigidez dos elementos de mola associados a via assentada sobre o solo (trecho 1), enquanto k_o representa a rigidez dos elementos de mola associados a via assentada sobre a obra de arte especial (trecho 3). Entre os trechos 1 e 3 há a zona de transição com uma faixa de n dormentes (definido como dado de entrada) com rigidez k_z variando segundo a função mostrada na equação 3.8.

$$k_z = k_f + (k_m - k_f) (3x^{\text{exp1}} - 2x^{\text{exp2}}) \quad (3.8)$$

onde k_z é o valor da rigidez do elemento de mola para um dado ponto, k_f é a rigidez dos elementos de mola associados a via assentada sobre o solo, k_m é a rigidez mínima para a zona de transição, x a posição do dormente, exp1 é o expoente 1 e exp2 a expoente 2 que serão ajustadas para suavizar a curva na medida que se fizer necessário. O termo $3x^{\text{exp1}} - 2x^{\text{exp2}}$ na equação é inspirado na interpolação suave de Bézier ou funções de suavização usadas em computação gráfica e dinâmica de sistemas, conforme discutido por Canlı e Şenyurt [44].

Por último, o valor de rigidez do dormente mais próximo à OAE é denominado k_u . Esse valor é inserido pelo usuário e pode ser tanto um valor condizente a curva determinada por k_z quanto maior ou menor. Na Figura 8 k_u é representado como sendo um valor acima de k_m , evidenciando um aumento na rigidez devido a possível interferência com a OAE.

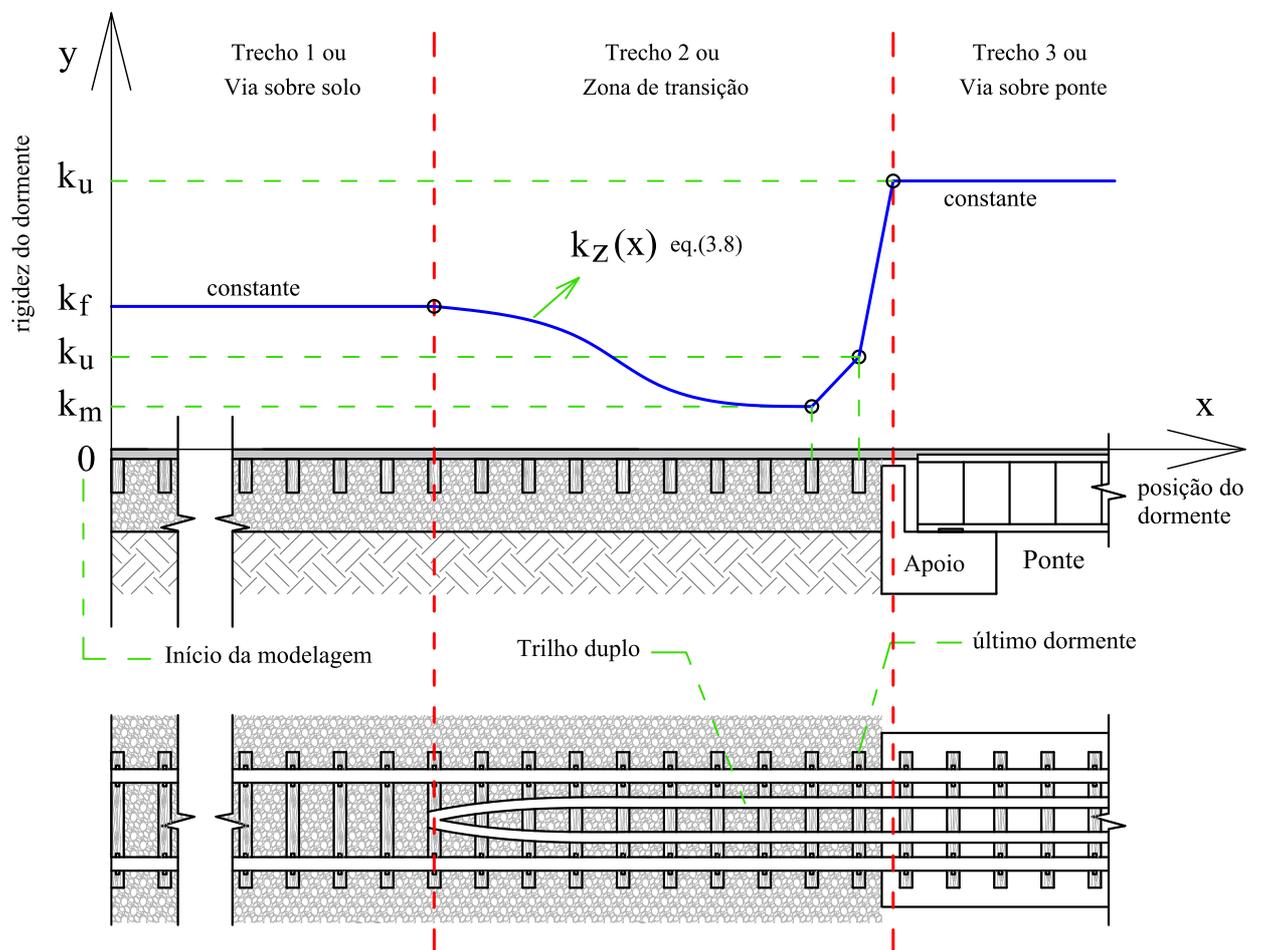


Figura 8 – Representação da variação da rigidez na zona de transição no algoritmo implementado. Fonte: Autor

Essa abordagem não se limita apenas à rigidez k_f dos elementos elásticos. Ela também pode ser estendida ao amortecimento desses mesmos elementos, garantindo que as alterações sejam compatíveis com a variação da rigidez. Além disso, o usuário pode

modificar as propriedades do trilho para representar reforços estruturais em zonas de transição, aprimorando a fidelidade da modelagem e permitindo uma análise mais precisa do comportamento dinâmico da ferrovia. A Figura 9 ilustra a implementação dessas estratégias de reforço na via instrumentada com a adoção de um trilho duplo. Dessa forma a simulação do comportamento dinâmico do sistema trem-ferrovia na zona de transição pode ser melhor implementada.



Figura 9 – Ilustração da adoção de trilho duplo nas zonas de transição - Viaduto em Nova Odessa SP, Km 74+381. Fonte: Projeto de pesquisa: Desenvolvimento de estratégias de SHM para ferrovias [2]

3.5 Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido

O pseudocódigo a seguir apresenta um resumo do algoritmo desenvolvido.

Definição dos dados do modelo;

Para $i = 1$ até número de elementos

 montagem das matrizes elementares;

 montagem das matrizes do(s) veículo(s) e da ferrovia;

Fim do Para

Para $i = 0$ até tempo final de análise

 atualização da posição de cada vagão do trem;

 localização dos GL de liberdade de contado de cada vagão;

 montagem/atualização das matrizes acopladas;

 atualização do vetor de carregamento

 cálculo dos deslocamentos e acelerações via método de Newmark;

Fim do Para

3.6 Calibração do modelo computacional

A calibração do modelo computacional de simulação do comportamento dinâmico da interação trem-ferrovia foi realizada por meio da comparação entre os dados obtidos numericamente e os dados experimentais provenientes das instrumentações realizadas *in loco*. O principal objetivo desse processo é ajustar os parâmetros do modelo de forma que os deslocamentos simulados se aproximem dos valores medidos em campo.

Inicialmente, são processadas n_a análises distintas, a partir da introdução de aleatoriedades nos dados de entrada, como a velocidade do veículo, a rigidez da subestrutura, a carga nos vagões, entre outras. Essas variáveis, definidas previamente pelo usuário, são denominadas variáveis independentes, pois são os parâmetros ajustáveis do modelo. Ao final desse processamento, é gerada uma base de dados composta por n_a sinais de deslocamentos em um determinado grau de liberdade de interesse, e por n_a vetores contendo os valores associados a cada variável independente utilizada em cada análise.

Na etapa seguinte, os sinais simulados são analisados com o objetivo de extrair características dinâmicas relevantes. Para cada sinal, são identificados os deslocamentos máximos e mínimos, bem como as principais frequências, obtidas por meio da Transformada Rápida de Fourier (FFT). A taxa de amortecimento, por sua vez, é estimada com base na largura de banda das frequências dominantes, sendo calculada individualmente para cada uma delas. Essas informações extraídas dos sinais compõem o conjunto das variáveis dependentes, pois seus valores dependem diretamente dos parâmetros de entrada aplicados na simulação.

O mesmo processo de extração é aplicado aos sinais medidos em campo, a fim de gerar um conjunto de variáveis dependentes de referência, denominadas variáveis-alvo. Com isso, a base de dados está completa e pronta para ser utilizada na etapa de calibração. Nessa etapa, é realizada a regressão linear múltipla, com o objetivo de identificar as relações existentes entre as variáveis independentes e as variáveis dependentes. Com base nos dados obtidos, aplica-se a função de regressão linear do MATLAB para ajustar equações na forma:

$$y_j = b_0 + \sum_{i=1}^{nvi} b_i x_i, \quad (3.9)$$

onde y_j representa cada variável dependente, b_0 é o intercepto, b_i são os coeficientes associados às variáveis independentes x_i , e nvi corresponde ao número de variáveis independentes. A qualidade do ajuste é verificada por meio da análise de estatísticas associadas, como o coeficiente de determinação (R^2), o R^2 ajustado e o teste t aplicado aos coeficientes. Tais métricas asseguram a representatividade e significância das equações geradas. Ao final

desta etapa, obtém-se um conjunto de nvd equações lineares, correspondente ao número de variáveis dependentes consideradas no modelo.

Dessa forma, cada variável dependente pode ser expressa como uma combinação linear das variáveis independentes, resultando em um sistema de equações lineares composto por nvd equações e nvi incógnitas. Como cada incógnita representa uma variável independente, a solução desse sistema corresponde à identificação do conjunto de valores das variáveis de entrada que melhor reproduzem, os resultados observados nas medições experimentais. No entanto, a resolução direta desse sistema não é trivial, uma vez que nem sempre existe uma solução exata que reproduza integralmente os valores-alvo. Por esse motivo, torna-se necessário recorrer a técnicas de otimização.

Portanto, a etapa final consiste na otimização, cujo objetivo é ajustar os valores das variáveis independentes de forma a minimizar o erro entre os valores preditos pelas equações de regressão e os valores experimentais observados. Os valores-alvo das variáveis dependentes, utilizados como referência nesse processo, são obtidos a partir das medições *in loco* previamente mencionadas, representando o comportamento real do sistema. Como ponto de partida para o processo de otimização, adotam-se os valores médios das variáveis independentes presentes na base de dados gerada.

A função de custo é definida como o erro quadrático ponderado entre os valores preditos \hat{y}_i e os valores reais x_i :

$$\text{Erro} = \sum_{i=1}^{NVD} p_i \cdot (\hat{y}_i - x_i)^2, \quad (3.10)$$

em que p_i representa o peso atribuído a cada variável dependente, permitindo controlar a influência relativa de cada uma no processo de calibração. A minimização dessa função é conduzida por meio da função `fmincon` do MATLAB, que ajusta iterativamente os valores das variáveis independentes de modo a reduzir o erro quadrático, respeitando restrições eventualmente impostas ao sistema. Ao aplicar os valores das variáveis independentes obtidos durante esse processo, o modelo numérico é capaz de gerar sinais que apresentam certa similaridade com os sinais instrumentados, refletindo a correlação entre as variáveis dependentes calibradas.

Vale ressaltar que o processo de calibração pode ser ajustado conforme as necessidades específicas do usuário. É possível, por exemplo, definir limites inferiores e superiores para as variáveis independentes, restringindo a busca da otimização a intervalos mais realistas. O usuário também pode selecionar quais análises utilizar ou descartar, especialmente em casos em que *outliers* tenham sido gerados durante o processamento da base de dados. Além disso, é viável escolher quais variáveis dependentes e independentes serão consideradas na calibração, bem como atribuir pesos distintos às variáveis dependentes, caso se deseje enfatizar ou atenuar a influência de determinadas grandezas no processo. O algoritmo implementa ainda a normalização das variáveis independentes, o que contribui

para uma maior precisão dos resultados, evitando que diferenças de ordem de grandeza entre as variáveis comprometam a qualidade do ajuste.

3.7 Pseudocódigo do algoritmo de calibração

A seguir, apresenta-se o pseudocódigo que resume o algoritmo implementado para o processo de calibração.

```
Definição dos dados do modelo;
Para i = 1 até número análises
    Variação das variáveis independentes;
    Salvar as variáveis independentes;
    Gerar sinal de deslocamento vertical no trilho por meio do
    algoritmo desenvolvido;
Fim do Para
Para i = 1 até número análises
    Extrair variáveis dependentes dos sinais de deslocamento
    vertical;
Fim do Para
Extrair variáveis dependentes do sinal de deslocamento vertical
instrumentado;
Normalizar variáveis independentes;
Para i = 1 até número variáveis dependentes
    gerar equação linear por meio de regressão linear;
Fim do Para
Descrever variáveis independentes iniciais;
Descrever função de custo;
Aplicar otimização;
Extrai valores de variáveis independentes ideias;
```

4 RESULTADOS

Este capítulo tem por objetivo ilustrar os resultados obtidos a partir da aplicação do algoritmo desenvolvido, conforme descrito nas seções anteriores. As análises apresentadas foram organizadas de modo a evidenciar diferentes aspectos do desempenho do modelo proposto.

As duas primeiras aplicações têm como finalidade a validação do modelo, por meio da comparação entre dados numéricos simulados e dados experimentais obtidos em campo. A terceira aplicação tem por objetivo a comparação do modelo calibrado com um modelo simplificado, permitindo avaliar os ganhos na representatividade do comportamento dinâmico do sistema. Por fim, a quarta e última aplicação tem como propósito demonstrar a capacidade do algoritmo em representar as diferentes condições do pavimento ferroviário, explorando sua sensibilidade às variações estruturais presentes na via.

4.1 Aplicação 1: trecho ferroviário sob concessão da rumo logística, localizado em itu-sp

A primeira aplicação a ser apresentada é de caráter comparativo. Os resultados simulados a partir do modelo desenvolvido foram comparados àqueles medidos em uma instrumentação real. A instrumentação em questão foi realizada na dissertação de mestrado do engenheiro Mendes [27] apresentada no Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da UFJF com tema "Projeto de instrumentação, monitoramento por imagens e retroanálise de pavimento".

Em seu trabalho, Mendes [27] instrumentou um trecho de pavimento ferroviário sob concessão da Rumo Logística, na cidade de Itu-SP, próximo ao km 202 da ferrovia que liga Campinas ao Porto de Santos, obtendo medições das deflexões por meio do tratamento de imagens. A Figura 10 mostra o esquema do ensaio realizado, onde uma câmera, afastada da ferrovia, em uma posição assumida como fixa, filmava os alvos posicionados sobre dormente e trilho durante a passagem de um trem. Através de um processamento de imagens adequado, é possível identificar os deslocamentos verticais dos alvos associados ao elemento onde os mesmos foram fixados. Foram realizadas duas medições com a mesma instrumentação, nomeadas de v0021 e v0022. Na primeira, todos os vagões pertenciam a um mesmo modelo graneleiro, apresentando massa total de 76.700 kg, comprimento de 10 metros e trafegando a uma velocidade de 32 km/h. Na segunda instrumentação, foram registrados 88 vagões, cada um com massa bruta máxima de 130.000 kg e comprimento de 17,1 metros, com velocidade de 26 km/h.

No presente trabalho simulou-se o comportamento mecânico do sistema trem-ferrovia para as duas medições realizadas. Para a primeira simulação (associada à medição v0021), o modelo da ferrovia contou com 401 dormentes (n_d , nº de dormentes), espaçados a cada 0,54 m (d_d , distância entre dormentes - ver figura 11a). Este modelo incluiu



Figura 10 – Montagem do conjunto de monitoramento, composto de tripé e câmera à frente e alvos ao fundo, mostrando de forma esquemática instrumentação realizada por Mendes

Fonte: adaptada de Mendes [27]

uma discretização de 5 elementos entre dormentes totalizando 2.000 elementos de viga, relacionados ao trilho, além de 401 elementos de mola, ligados à rigidez do sistema solo-dormente e mais 401 elementos amortecedores associados ao amortecimento do sistema solo-dormente, totalizando 4.403 GL. Para o veículo, foi utilizado um total de 7 vagões (n_v , nº de vagões) com 22 GL cada, conforme apresentado na seção 3.1 e dimensões conforme apresentadas na Figura 11b). Ao ser descontado o comprimento da composição de vagões, a análise percorreu um trecho do trilho com extensão total de 52 metros.

Já para a segunda medição (v0022), a discretização da ferrovia contou com $n_d = 601$ dormentes, espaçados a cada $d_d = 0,54$ m (ver figura 11a)). Este modelo também contou com uma discretização de 5 elementos entre dormentes totalizando 3.000 elementos de pórtico, 601 de mola e 600 amortecedores, num total de 6.603 GL. Foi utilizado um total de 7 vagões com 22 GL cada, conforme apresentado na seção 3.1 e dimensões conforme apresentadas na Figura 11c). A análise percorreu um trecho do trilho com extensão total de 60 metros.

A Tabela 1 reúne todos os dados retirados do estudo de Mendes [27] que pudessem caracterizar a via e o veículo. Entretanto, para abranger todos os parâmetros necessários para essa análise, foram incorporados dados adicionais provenientes de fontes complementares, conforme apresentado na Tabela 2. Essas informações foram selecionadas e ajustadas com base em literaturas relacionadas [45] [46].

O modelo numérico foi executado com os valores apresentados nas Tabelas 1 e 2,

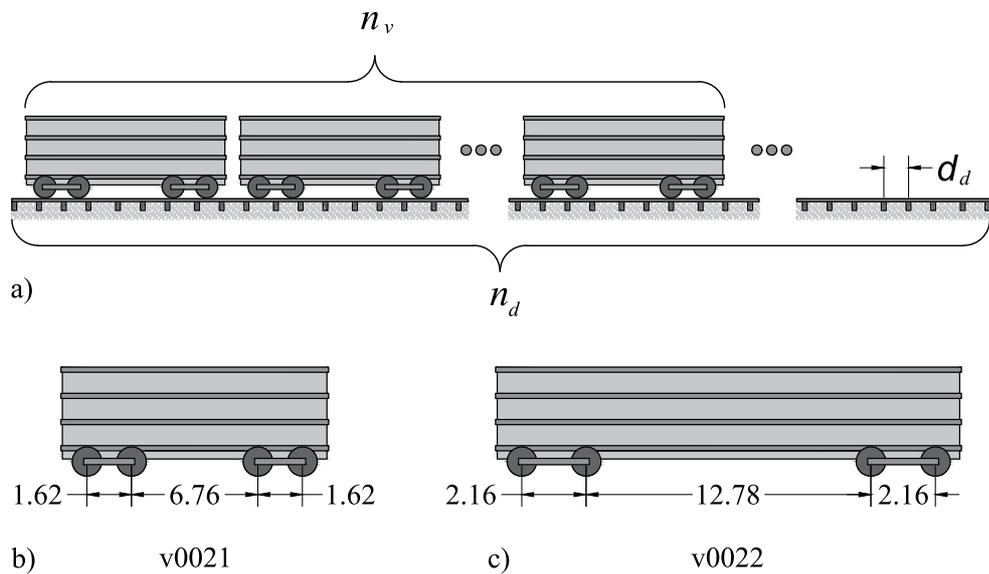


Figura 11 – Desenho ilustrativo da Aplicação 1. a) Descrição da via e dos vagões; b) vagão usado na simulação da medição v0021; c) vagão usado na simulação da medição v0022

Fonte: Autor

Tabela 1 – **Dados de entrada:** Dados provenientes da instrumentação *in loco* realizada por Mendes

Item	Valor
Velocidade v0021	13,85 km/h
Velocidade v0022	26 km/h
Distância entre dormentes (d_d)	0,54 m
Módulo de elasticidade do trilho	210 MPa
Massa específica do trilho	7.850 kg/m ³
Momento de inércia do trilho	3.921 cm ⁴
Área do trilho	86,52 cm ²
Comprimento do vagão v0022	17,1 m
Carga por vagão v0021	76,7 tf
Carga por vagão v0022	130 tf

Fonte: Mendes [27]

Tabela 2 – **Dados de entrada:** Dados adotados para a via, veículo e o meio *in loco*

Item	Valor
Rigidez da subestrutura do trilho (k_f)	6,50 MN/m
Amortecimento da subestrutura do trilho (c_f)	32,6 kNs/m
Distância entre rodas v0021 (d_1 e d_3)	2,16 m
Distância entre eixos v0021 (d_2)	5,87 m
Distância entre vagões v0021 (d_4)	2,16 m
Distância entre rodas v0022 (d_1 e d_3)	2,16 m
Distância entre eixos v0022 (d_2)	12,78 m
Distância entre vagões v0022 (d_4)	2,16 m
Área do vagão	7,73 m ²
Módulo de elasticidade do vagão	28,25 MPa
Momento de Inércia do vagão	74,72 m ⁴
Área do truque	0,05 m ²
Massa do truque	500 kg
Módulo de elasticidade do truque	210 MPa
Momento de Inércia do truque	2,34 m ⁴
Rigidez das suspensões primárias (k_p)	5.900 kN/m
Amortecimento das suspensões primárias (c_p)	19,6 kNs/m
Massa das suspensões primárias	200 kg
Rigidez das suspensões secundárias (k_s)	2.650 kN/m
Amortecimento das suspensões secundárias (c_s)	45,1 kNs/m
Massa das suspensões secundárias	500 kg

Fonte: Adaptado de Wu, Yang e Yau [45] e Ribeiro *et al.* [46]

resultando em um sinal de deslocamento vertical no trilho que, embora coerente, ainda se mostrou diferente do comportamento observado nos dados da instrumentação. Isso indica que, apesar de o modelo captar parcialmente a dinâmica esperada, ajustes nos parâmetros são necessários para melhorar sua correlação com os dados obtidos por meio da instrumentação.

Portanto, foi realizada a calibração das variáveis independentes desconhecidas, aquelas definidas inicialmente com base em valores genéricos da literatura, conforme apresentado na Tabela 2. Também foram calibradas variáveis independentes conhecidas, mas sujeitas a pequenas variações, como a massa transportada pelos vagões, devido à sua incerteza, a área da seção do trilho, que pode ser afetada por desgastes, e a velocidade por exemplo. Ao todo, foram ajustadas 11 variáveis independentes, listadas na Tabela 3.

O objetivo da calibração foi ajustar o modelo numérico de forma a reproduzir resultados mais próximos dos observados experimentalmente, identificando os valores mais adequados para essas variáveis. Como ambas as instrumentações foram realizadas no mesmo trecho de via e sob a passagem de composições ferroviárias semelhantes, as variáveis calibradas são consideradas válidas para ambas as situações. Assim, a calibração foi aplicada apenas na instrumentação v0021, selecionada por demandar menor custo

computacional.

Com base nos valores de referência previamente apresentados, foi gerada uma base de dados contendo 25 sinais de deslocamento vertical sobre o trilho, referentes à instrumentação V0021. Para garantir a diversidade dos sinais, os valores das variáveis independentes listadas na Tabela 3 foram variados por meio de um algoritmo de aleatoriedade, respeitando seus respectivos limites superiores e inferiores. No total, foram consideradas 11 variáveis de entrada, e, para cada análise, seus valores foram armazenados em um vetor, resultando em 25 vetores contendo as 11 variáveis independentes associadas a cada sinal.

Para o processo de calibração, foram utilizadas oito características que descrevem cada sinal, denominadas variáveis dependentes: os deslocamentos máximos e mínimos (u_{max} e u_{min}), as três primeiras frequências principais (f_1 , f_2 e f_3) e os respectivos coeficientes de amortecimento (ζ_1 , ζ_2 e ζ_3). Após a extração das variáveis dependentes de cada sinal e a aplicação do processo de calibração, foram determinados os valores otimizados das variáveis independentes, conforme apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – **Variáveis independentes:** Valores mínimos, máximos e otimizados

Item	Valor mínimo	Valor otimizado	Valor máximo
Rigidez da subestrutura do trilho (k_f)	0,650 MN/m	6,334 MN/m	65,0 MN/m
Amortecimento da subestrutura do trilho (c_f)	3,26 kNs/m	326,0 kNs/m	326 kNs/m
Área do trilho	78,0 cm ²	78,0 cm ²	86,5 cm ²
Inércia do trilho	3528 cm ⁴	3528 cm ⁴	3921 cm ⁴
Distância entre vagões v0021 (d_4)	1,94 m	1,94 m	2,38 m
Massa do vagão v0021	36,5 t	36,5 t	40,3 t
Velocidade do trem v0021	2,85 m/s	4,61 m/s	4,85 m/s
Rigidez das suspensões primárias (k_p)	590 kN/m	139,8 MN/m	590 MN/m
Amortecimento das suspensões primárias (c_p)	1,96 kNs/m	548,1 kNs/m	1,96 MNs/m
Rigidez das suspensões secundárias (k_s)	265 kN/m	19,09 MN/m	265 MN/m
Amortecimento das suspensões secundárias (c_s)	4,51 kNs/m	350,8 kNs/m	4,51 MNs/m

Fonte: Autor

Durante o processo de calibração, foi possível observar a estabilização do algoritmo de otimização, que convergiu para um erro quadrático mínimo de 0,0590. Como era esperado, as variáveis anteriormente desconhecidas, cujos valores iniciais foram definidos com base em dados da literatura, passaram por ajustes significativos, especialmente no que se refere à rigidez e ao amortecimento da subestrutura, de modo a representar com maior fidelidade as características reais da via instrumentada. Por outro lado, as variáveis previamente conhecidas apresentaram alterações mais sutis, compatíveis com variações naturais, como a perda de seção do trilho por desgaste ou flutuações na carga dos vagões, que podem ocorrer mesmo entre diferentes composições durante uma mesma campanha de medição.

Em seguida, as variáveis independentes otimizadas foram utilizadas como dados de entrada no modelo, gerando novas respostas numéricas apresentadas nas Figuras 12 e 13. A Figura 12 apresenta os deslocamentos verticais do trilho ao longo do tempo, correspondentes à instrumentação v0021. Nessa figura, observa-se a comparação direta entre os dados experimentais e os resultados dos modelos numérico não calibrado e

calibrado, evidenciando a melhoria obtida após a calibração. Enquanto a Figura 13 ilustra a comparação entre as primeiras frequências extraídas experimentalmente e aquelas simuladas pelos modelos antes e após a calibração, utilizando a Transformada de Fourier. Essa análise reforça a capacidade do modelo numérico calibrado de reproduzir com maior fidelidade o comportamento dinâmico observado em campo.

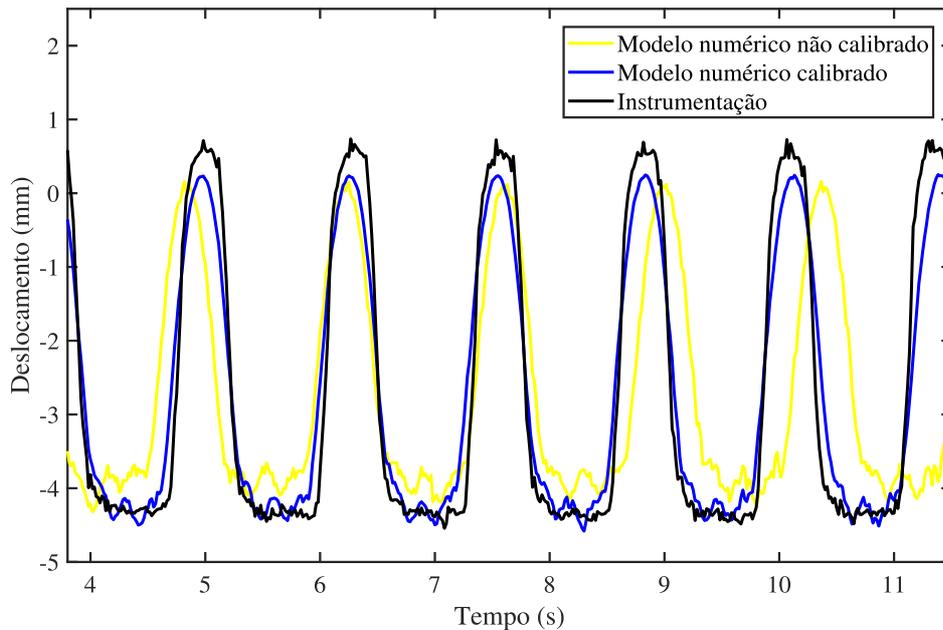


Figura 12 – Comparação entre os deslocamentos verticais do trilho obtidos na instrumentação v0021 e pelo algoritmo implementado antes e após calibração

Fonte: Autor

A Figura 12 evidencia que, antes da calibração (linha amarela), o modelo numérico resulta uma boa correlação, mas apresenta amplitudes menores e defasagem em relação ao sinal medido pela instrumentação (linha preta). Após a calibração (linha azul), nota-se uma melhora na correspondência entre a simulação e os dados experimentais, tanto na forma da curva quanto na amplitude dos deslocamentos. A redução da defasagem temporal e a melhor reprodução dos picos e vales indicam que o modelo calibrado conseguiu capturar melhor as características dinâmicas do sinal instrumentado, encontrando valores para as variáveis independentes mais compatíveis com os reais, como a rigidez da subestrutura da via e a velocidade por exemplo.

Já a Figura 13, que apresenta a Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos deslocamentos verticais, permitindo uma análise no domínio da frequência, evidenciando que o modelo não calibrado apresenta desvio nas frequências dominantes e nas amplitudes espectrais em relação à instrumentação. Já o modelo calibrado aproxima-se mais dos picos de frequência observados nos dados experimentais, especialmente nas duas primeiras frequências principais. Isso demonstra que a calibração foi eficaz não apenas na reprodução

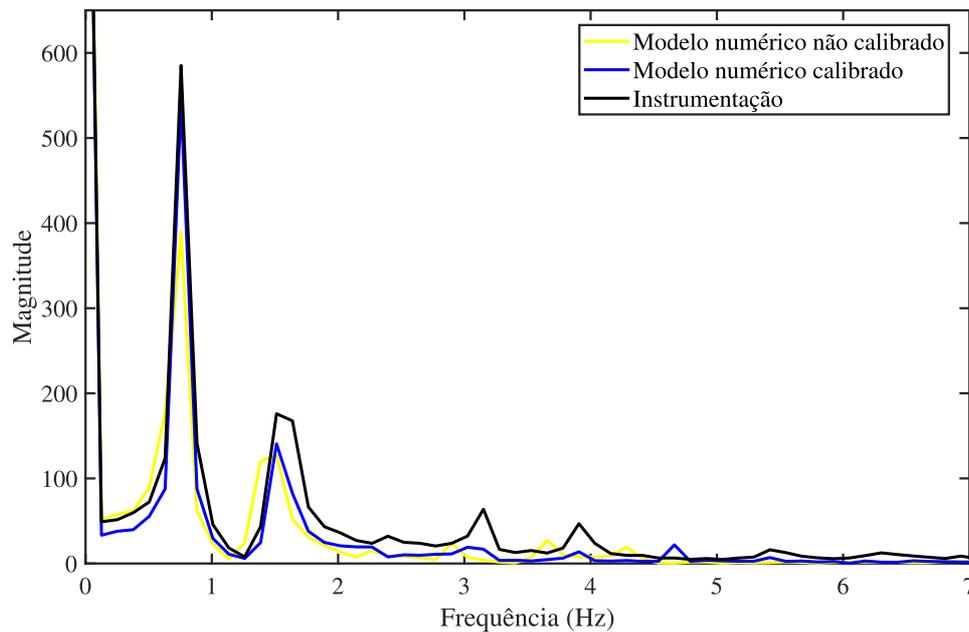


Figura 13 – Comparação entre as frequências principais por meio da FFT na instrumentação v0021 e pelo algoritmo implementado antes e após calibração

Fonte: Autor

do comportamento no tempo, mas também na caracterização adequada das componentes modais do sistema.

As figuras apresentadas fornecem uma boa representação visual dos resultados obtidos, permitindo uma análise qualitativa do comportamento dinâmico do modelo. No entanto, para uma avaliação mais precisa, a Tabela 4 apresenta uma comparação quantitativa entre os valores das variáveis dependentes obtidas por meio da instrumentação, aqueles preditos durante o processo de calibração, e os resultados obtidos pelo modelo calibrado. A comparação entre os dados simulados e os dados experimentais permite avaliar o grau de ajuste alcançado com a calibração. Por sua vez, a comparação entre os valores preditos no processo de otimização e aqueles obtidos na simulação com as variáveis independentes otimizadas permite verificar a estabilidade do processo de calibração e o quão próximos os resultados numéricos finais se mantêm dos valores esperados.

A Tabela 4 evidencia que os valores obtidos para as variáveis dependentes após a otimização, diferem daqueles preditos durante o processo de calibração. Essa discrepância ocorre porque, durante a calibração, é assumida uma relação linear entre variáveis independentes e dependentes, característica da regressão linear múltipla adotada no modelo. No entanto, estudos como o de Hankari *et al.* [47] indicam que a relação entre esses conjuntos de variáveis pode ser não linear em sistemas dinâmicos complexos, como o analisado. Apesar disso, observa-se que os valores obtidos pela simulação numérica, usando

Tabela 4 – **Variáveis dependentes:** Comparação entre as variáveis dependentes (VD) instrumentadas, numéricas e preditas para a instrumentação v0021

Item	instrumentadas	após calibração	preditas
u_{max} (mm)	0,8020	0,2282	0,6606
u_{min} (mm)	-4,544	-4,499	-4,498
f_1 (Hz)	0,7895	0,7895	0,7895
f_2 (Hz)	1,579	1,579	1,579
f_3 (Hz)	3,158	3,158	3,158
ζ_1	0,1257	0,1734	-0,2930
ζ_2	0,3809	0,4353	0,2351
ζ_3	0,1939	0,1227	0,04453

Fonte: Autor

as variáveis independentes otimizadas, ainda permanecem próximos tanto dos valores esperados pela calibração quanto dos valores observados experimentalmente, o que indica que o modelo é estável e a calibração fornece um bom ponto de partida.

Essa proximidade entre os valores preditos, os instrumentados e aqueles após a otimização reforça a utilidade prática da calibração, mesmo diante das limitações da suposição de linearidade. O processo não apenas orienta a escolha de dados de entrada mais representativos da realidade, como também permite alcançar uma correlação satisfatória entre os resultados numéricos e os dados instrumentados. Caso se deseje refinar ainda mais essa correspondência, é possível realizar uma segunda etapa de calibração, centrada nos resultados da primeira, explorando a vizinhança em um método iterativo, abordagem semelhante àquela adotada pelo método de Newton-Raphson, amplamente utilizado para resolver sistemas não lineares.

O processo de calibração foi realizado exclusivamente para a instrumentação v0021, devido ao seu menor custo computacional. Como mencionado anteriormente, a instrumentação v0022 foi executada no mesmo trecho de via e com a passagem de veículos de características semelhantes. Por essa razão, os valores das variáveis independentes obtidos na calibração da v0021 foram reaproveitados como dados de entrada para a v0022, sendo calibrada apenas a velocidade, a fim de validar a consistência da calibração em uma segunda aplicação, independente da primeira.

A seguir, são apresentados os resultados obtidos para a instrumentação v0022. A Figura 14 mostra a comparação entre os deslocamentos verticais ao longo do tempo, tanto os obtidos experimentalmente quanto aqueles gerados pela simulação numérica a partir do algoritmo implementado. Já a Figura 15 apresenta a mesma comparação no domínio da frequência, por meio da transformada de Fourier, permitindo analisar com maior clareza as diferenças entre os dados nas frequências predominantes.

Assim como na instrumentação v0021, a Tabela 5 tem como objetivo complementar

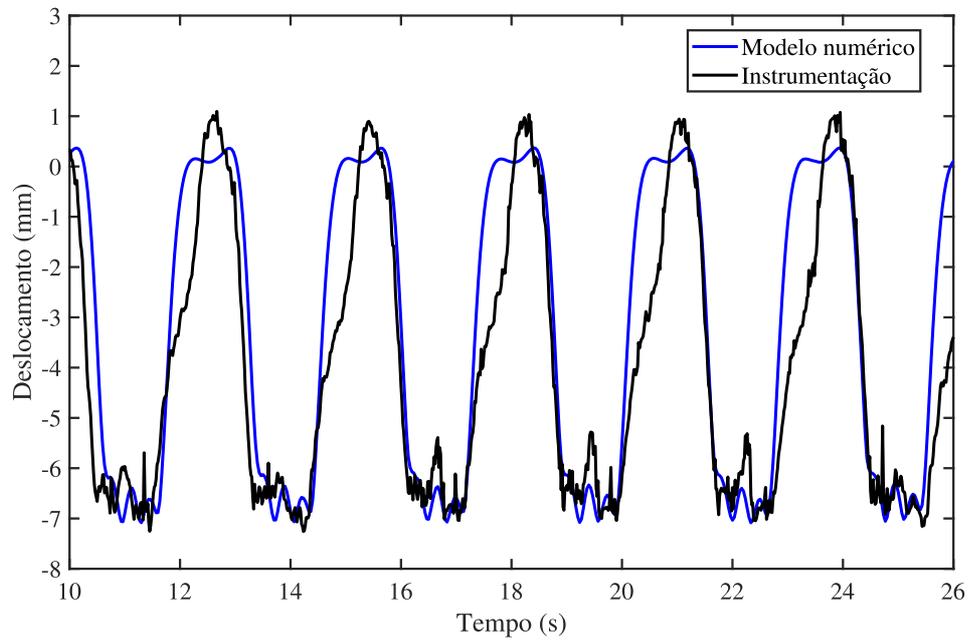


Figura 14 – Comparação entre os deslocamentos verticais do trilho obtidos na instrumentação v0022 e pelo algoritmo implementado

Fonte: Autor

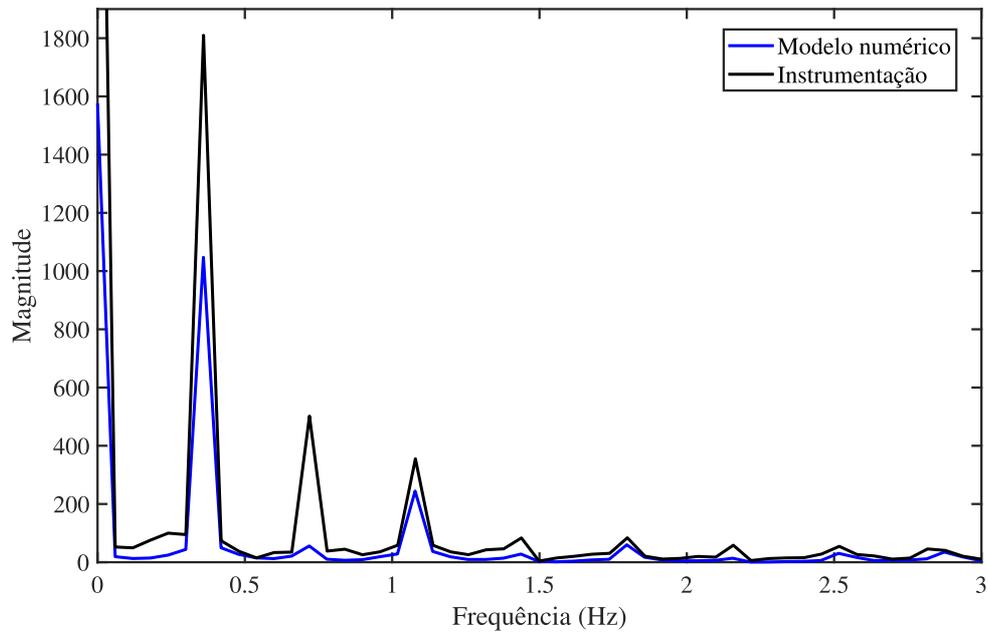


Figura 15 – Comparação entre as frequências principais por meio da FFT na instrumentação v0022 e pelo algoritmo implementado

Fonte: Autor

os gráficos apresentados, oferecendo uma análise mais quantitativa dos resultados. A principal diferença, neste caso, é que a instrumentação v0022 não passou pelo processo completo de calibração. Por esse motivo, a tabela não inclui os valores preditos das variáveis dependentes estimados durante a otimização. Dessa forma, a comparação apresentada limita-se aos valores obtidos experimentalmente e àqueles reproduzidos pela simulação numérica do algoritmo implementado, permitindo avaliar diretamente o grau de correspondência entre os dados medidos e os resultados modelados.

Tabela 5 – **Variáveis dependentes:** Comparação entre as variáveis dependentes (VD) instrumentadas e numéricas v0022

Item	VD instrumentados	VD após calibração
$u_{max}L1$ (mm)	1,095	0,3698
$u_{min}L1$ (mm)	-7,260	-7,086
f_1L1 (Hz)	0,3596	0,3593
f_2L1 (Hz)	0,7193	0,7186
f_3L1 (Hz)	1,0789	1,078
ζ_1L1	0,4187	0,4230
ζ_2L1	0,2000	0,2289
ζ_3L1	0,3592	0,3261

Fonte: Autor

Como era esperado, observa-se novamente uma boa correlação entre os dados obtidos experimentalmente e os resultados da simulação numérica, conforme ilustrado nas Figuras 14 e 15, bem como na Tabela 5. Essa coerência reforça a confiabilidade dos modelos desenvolvidos, tanto no que se refere à simulação quanto à calibração, uma vez que medições distintas foram bem representadas pelo modelo. Mesmo sem uma nova etapa de calibração completa, os resultados mantiveram-se satisfatórios, evidenciando a confiança do processo de modelagem na reprodução do comportamento dinâmico da estrutura.

Apesar da proximidade entre os resultados numéricos e os valores medidos, conforme evidenciado nas tabelas e figuras, ainda há divergências entre os sinais de deslocamento vertical do trilho. Essas diferenças podem ser atribuídas a diversos fatores. Conforme mencionado anteriormente, a calibração dos parâmetros contribui para melhorar a correlação, mas a consideração de um modelo linear ainda impõe limitações. Além disso, mesmo com a inclusão de um grande número de dados de entrada, os modelos não contemplam todos os fatores que influenciam o comportamento dinâmico do sistema trem-ferrovia. Essa limitação é inerente a qualquer procedimento de discretização, que, por definição, depende de hipóteses simplificadoras.

4.2 Aplicação 2: Viaduto de Nova Odessa - SP

Para a segunda aplicação, também voltada a validação do modelo numérico desenvolvido, foram utilizados os dados da instrumentação implementada nas seções de transição da ferrovia ilustrada da Figura 16, como parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq, intitulado "Desenvolvimento de Estratégias de SHM para Ferrovias" [2]. O viaduto instrumentado é composto por uma estrutura metálica de vão único com 15,20 m de extensão. Os trilhos são do tipo TR68 em seção métrica única. Os dormentes são de madeira e espaçados a cada 50 cm.



Figura 16 – Ilustração do trecho de via instrumentado no viaduto em Nova Odessa SP, KM 74+381

Fonte: Projeto de pesquisa: Desenvolvimento de estratégias de SHM para ferrovias [2]

A instrumentação consistiu na instalação de LVDTs (Transdutores Lineares de Deslocamento Variável) em locais estratégicos, conforme ilustrado na Figura 17, com o objetivo de monitorar as deflexões ao longo do trecho instrumentado e obter dados reais sobre o comportamento dinâmico da via durante a passagem dos trens. Os sensores foram posicionados em quatro seções distintas ao longo do trecho ferroviário, nas proximidades da transição, como mostra a Figura 18, possibilitando a coleta de dados em diferentes pontos da via. Essa configuração permitiu captar variações no deslocamento vertical associadas às diferenças de rigidez ao longo do trecho, fornecendo uma ideia do comportamento dessa variável na zona de transição.

A primeira instrumentação, L1, foi posicionada a 15,20 m da transição, em uma área distante o suficiente para estar isenta dos efeitos da perda de rigidez, servindo assim como referência para o comportamento da via em condições de rigidez homogênea. Na cabeceira, a apenas 60 cm da transição, foi instalado um segundo LVDT, L2, próximo



Figura 17 – Ilustração da Instrumentação com Auxílio de LVDT

Fonte: Projeto de pesquisa: Desenvolvimento de estratégias de SHM para ferrovias [2]

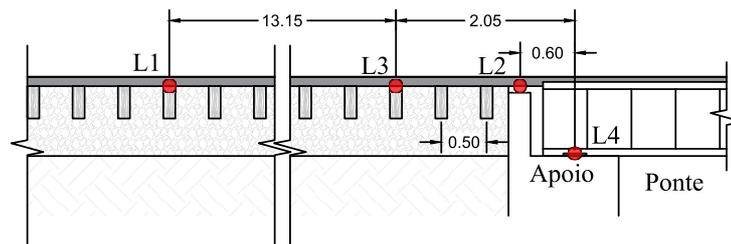


Figura 18 – Croqui em planta baixa da zona de transição instrumentada

Fonte: Autor

o bastante para captar como a rigidez da estrutura da ponte é transmitida diretamente ao trilho, permitindo a análise do efeito imediato da transição sobre as deflexões. Um terceiro ponto de instrumentação, localizado a 2,05 m da transição, L3, foi colocado em uma região crítica onde os maiores deslocamentos ocorrem, capturando, assim, o efeito dinâmico acentuado da zona de transição sobre a via. Por fim, uma instrumentação, L4, foi instalada diretamente no apoio, onde o deslocamento tende a ser praticamente nulo devido ao suporte direto, proporcionando uma condição de deflexão mínima e um parâmetro de comparação para os deslocamentos medidos nas seções de transição adjacentes.

As instrumentações foram realizadas em três cenários distintos, denominados Passagens P1, P2 e P3. Em todos os cenários, as locomotivas utilizadas eram do tipo AC44i, com peso total de 195 toneladas, incluindo o combustível, e suas dimensões estão apresentadas na Figura 19. Os vagões, de modelos variados ao longo da composição,

estavam vazios em todas as situações registradas. O tráfego seguia o sentido de entrada no viaduto, com velocidades registradas de 27, 28 e 37 km/h e contando com uma composição de 5, 3 e 3 locomotivas nos cenários P1, P2 e P3, respectivamente.

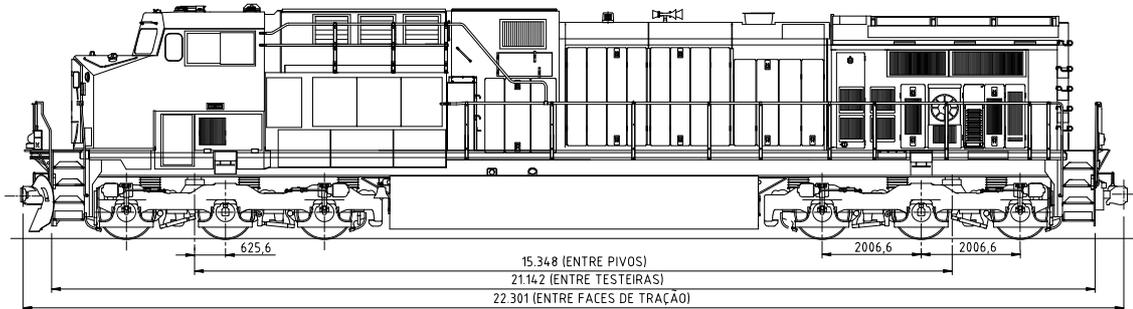


Figura 19 – Dimensões da Locomotiva AC44i. Fonte: VFCO - Ferrovias Centro-Oeste [3]

Para a simulação numérica o modelo da ferrovia contou com 651 dormentes (n_d , nº de dormentes), espaçados a cada 0,50 m. Este modelo incluiu uma discretização de 5 elementos entre dormentes totalizando 3.250 elementos de viga, relacionados ao trilho, além de 651 elementos de mola, ligados à rigidez do sistema solo-dormente e mais 651 elementos amortecedores associados ao amortecimento do sistema solo-dormente, totalizando 3.903 GL. Para o veículo, foi utilizado um total de 5, 3 e 3 locomotivas, nas passagens P1, P2 e P3, respectivamente, com 24 GL cada, conforme apresentado na seção 3.1 e dimensões conforme apresentadas na Figura 19.

Os dados iniciais utilizados no processo de calibração foram definidos com base nas medições realizadas *in loco*, conforme apresentado na Tabela 6, que possibilitaram a obtenção de valores e informações relevantes para o modelo. Para os demais parâmetros de entrada, adotaram-se valores obtidos a partir de referências consolidadas na literatura, os quais estão organizados na Tabela 7. Para uma melhor compreensão dos dados expostos nas tabelas abaixo recomenda-se a visualização das imagens 2 e 8.

Assim como na aplicação anterior, o processo de calibração será realizado apenas para uma das instrumentações. Essa escolha se justifica pelo fato de que as variáveis associadas à via permanecem constantes entre as diferentes passagens, uma vez que todas as medições foram feitas no mesmo trecho sob as mesmas condições. Além disso, as variáveis relacionadas ao veículo também apresentam boa correlação, dado que a locomotiva utilizada é do mesmo modelo em todas as passagens analisadas.

A passagem P1 foi selecionada para o processo de calibração por apresentar o menor custo computacional. As demais instrumentações serão utilizadas posteriormente para avaliar a estabilidade e a confiabilidade do modelo calibrado, permitindo verificar sua capacidade de generalização e desempenho diante de diferentes conjuntos de dados experimentais.

Tabela 6 – **Dados iniciais:** Em relação a medição *in loco*

Item	Valor
Área do trilho no trecho 1	86,52 cm ²
Inércia do trilho no trecho 1	3.921 cm ⁴
Módulo de elasticidade do trilho no trecho 1	210 MPa
Massa específica do trilho no trecho 1	7.850 kg/m ³
Área do trilho no trecho 2	172,0 cm ²
Inércia do trilho no trecho 2	7.842 cm ⁴
Módulo de elasticidade do trilho no trecho 2	210 MPa
Massa específica do trilho no trecho 2	7.850 kg/m ³
Velocidade P1	27 km/h
Velocidade P2	28 km/h
Velocidade P3	37 km/h
Distância entre dormentes (d_d)	0,50 m
Tipo da Locomotiva	AC44i m

Fonte: Projeto de pesquisa: Desenvolvimento de estratégias de SHM para ferrovias [2]

Tabela 7 – **Dados iniciais:** Em relação a literatura

Item	Valor
Rigidez da subestrutura do trilho no trecho 1 k_f	10,00 MN/m
Rigidez da subestrutura do trilho no trecho 3 k_o	100,0 GN/m
Amortecimento da subestrutura do trilho no trecho 1 c_f	200,0 kNs/m
Amortecimento da subestrutura do trilho no trecho 3 c_o	20,00 kNs/m
Distância entre locomotivas (d_4)	3,500 m
Rigidez da suspensão primária k_p	1,000 MN/m
Rigidez da suspensão secundária k_s	50,00 MN/m
Amortecimento da suspensão primária c_p	500,0 kNs/m
Amortecimento da suspensão secundária c_s	50,00 kNs/m
Rigidez final da zona de transição k_z	5.000 KN/m
Rigidez no ultimo dormente da zona de transição k_u	1,000 GN/m
Amortecimento final da zona de transição c_z	10,00 kNs/m
Nº de dormentes na zona de transição	40,00 uni

Fonte: Adaptado de Wu, Yang e Yau [45] e Ribeiro *et al.* [46]

Para o modelo de calibração, foram considerados 25 sinais distintos, variando 19 variáveis independentes dentro dos limites apresentados na Tabela 8. A partir dessa base de dados, foram extraídas oito variáveis dependentes em cada um dos pontos de leitura (L1, L2 e L3), abrangendo os deslocamentos máximos e mínimos (u_{max} e u_{min}), as três primeiras frequências principais de cada sinal (f_1 , f_2 e f_3) e as três primeiras taxas de amortecimento (ζ_1 , ζ_2 e ζ_3), totalizando 24 variáveis dependentes. Após a calibração, obtém-se os valores otimizados para as variáveis independentes, apresentados na Tabela 9.

Tabela 8 – **Variáveis independentes:** Valores mínimos, máximos e otimizados

Item	Limite inferior	Otimizados	Limite superior
Área do trilho no trecho 1	77,00 cm ²	86,00 cm ²	86,00 m ²
Inércia do trilho no trecho 1	3.5289 cm ⁴	3.921 cm ⁴	3.921 cm ⁴
Área do trilho nos trechos 2 e 3	154,8 cm ²	172,0 cm ²	172,0 cm ²
Inércia do trilho nos trechos 2 e 3	7.058 cm ⁴	7.058 cm ⁴	7.8420 cm ⁴
Rigidez da subestrutura do trilho no trecho 1 k_f	1,000 MN/m	19,03 MN/m	100,0 MN/m
Rigidez da subestrutura do trilho no trecho 3 k_o	10,00 GN/m	360,5 GN/m	1.000 GN/m
Amortecimento da subestrutura do trilho no trecho 1 c_f	20,00 kNs/m	186,0 kNs/m	2.000 kNs/m
Amortecimento da subestrutura do trilho no trecho 3 c_o	2,000 kNs/m	17,31 kNs/m	200,0 kNs/m
Distância entre locomotivas (d4)	2,800 m	3,100 m	4,200 m
Rigidez da suspensão primária k_p	100,0 kN/m	7,873 MN/m	10,00 MN/m
Rigidez da suspensão secundária k_s	5,000 MN/m	64,50 MN/m	500,0 MN/m
Amortecimento da suspensão primária c_p	50,00 kNs/m	409,9 kNs/m	5.000 kNs/m
Amortecimento da suspensão secundária c_s	5,000 kNs/m	106,3 kNs/m	500,0 kNs/m
Rigidez final da zona de transição k_z	500,0 kN/m	1.106 KN/m	50,00 MN/m
Rigidez no ultimo dormente da zona de transição k_u	100,00 MN/m	240,5 MN/m	10,00 GN/m
Amortecimento final da zona de transição c_z	1,000 kNs/m	12,34 kNs/m	100,0 kNs/m
Nº de dormentes na zona de transição	30,00 uni	50,00 uni	50,00 uni
expoente 1	1,500	2,12	2,500
expoente 2	2,500	2,83	3,500

Fonte: Autor

Durante o processo de calibração foi possível verificar a estabilização da otimização, resultando em um erro quadrático mínimo de 0.0837, que corresponde a um resultado satisfatório. As variáveis otimizadas apresentadas na Tabela 8 são então adotadas nos dados de entrada. Com isso, é possível obter, por meio da simulação numérica, resultados de aceleração e deslocamento que melhor se assemelham aos valores instrumentados. As Figuras 20 até 22 apresentam a comparação entre os resultados numéricos antes e após a calibração, e instrumentados para os pontos de leitura L1, L3 e L2 da passagem P1. Já as Figuras 23 até 25 ilustram um recorte comparativo das primeiras frequências dos sinais instrumentados e os valores numéricos obtidos pelo algoritmo implementado.

Conforme já observado na aplicação anterior, as figuras apresentadas permitem uma boa interpretação visual dos resultados, favorecendo a análise qualitativa do comportamento do sistema. Contudo, para reforçar os resultados obtidos, é feito também a avaliação quantitativa por meio da Tabela 4 que compara os valores das variáveis dependentes obtidos por meio da instrumentação com aqueles resultantes do modelo pós-otimização. Essa análise numérica possibilita a verificação do grau de aderência entre os dados simulados e os observados experimentalmente, destacando a eficácia do processo de calibração. No caso específico da passagem P1, também são apresentados os valores das variáveis dependentes estimados durante a etapa de otimização, ou seja, os valores preditos, com o objetivo

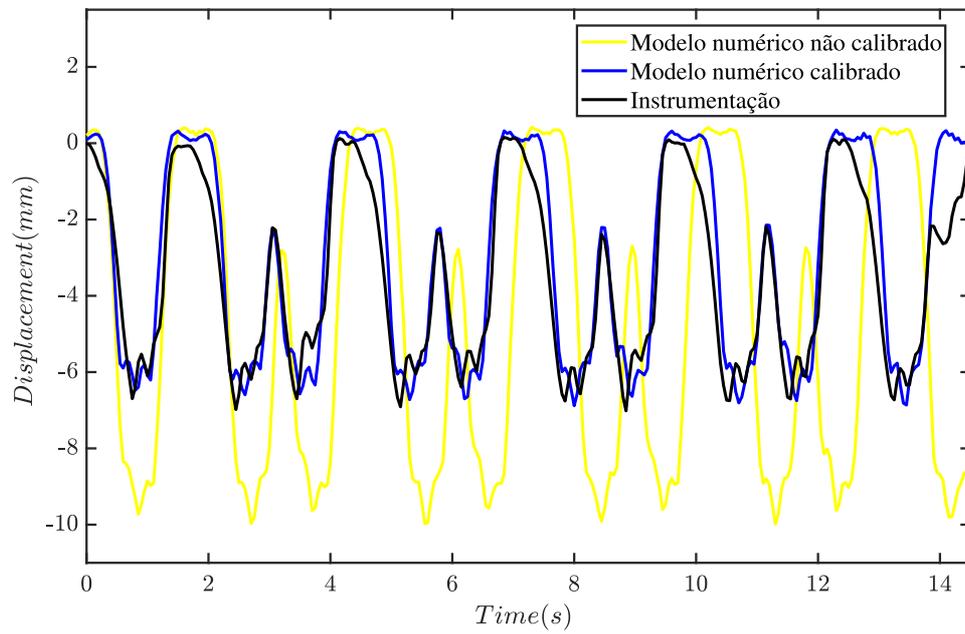


Figura 20 – Deslocamento vertical no trilho na posição L1 da Passagem P1. Fonte: Autor

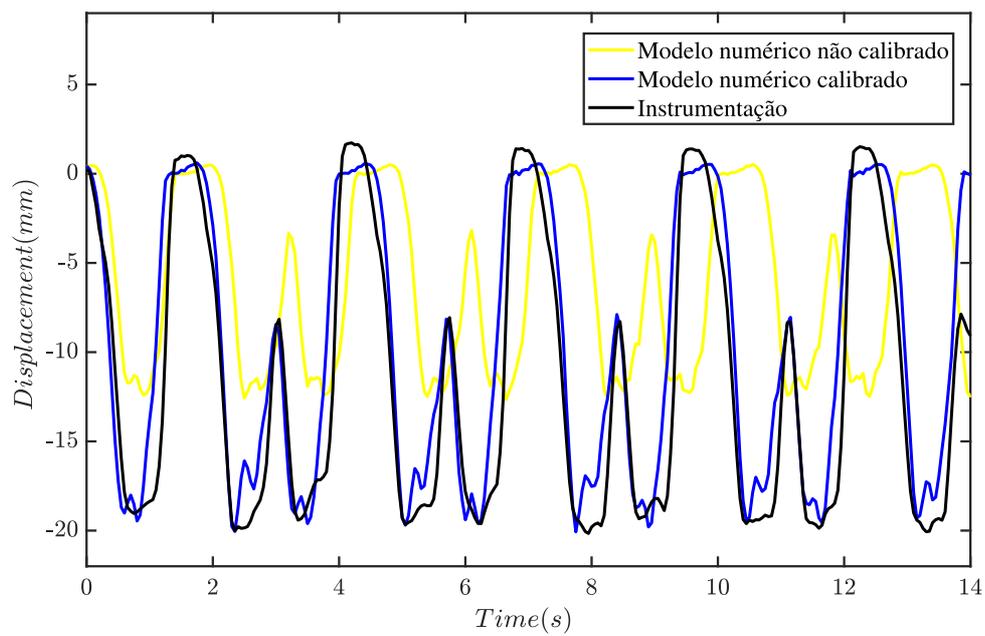


Figura 21 – Deslocamento vertical no trilho na posição L3 da Passagem P1. Fonte: Autor

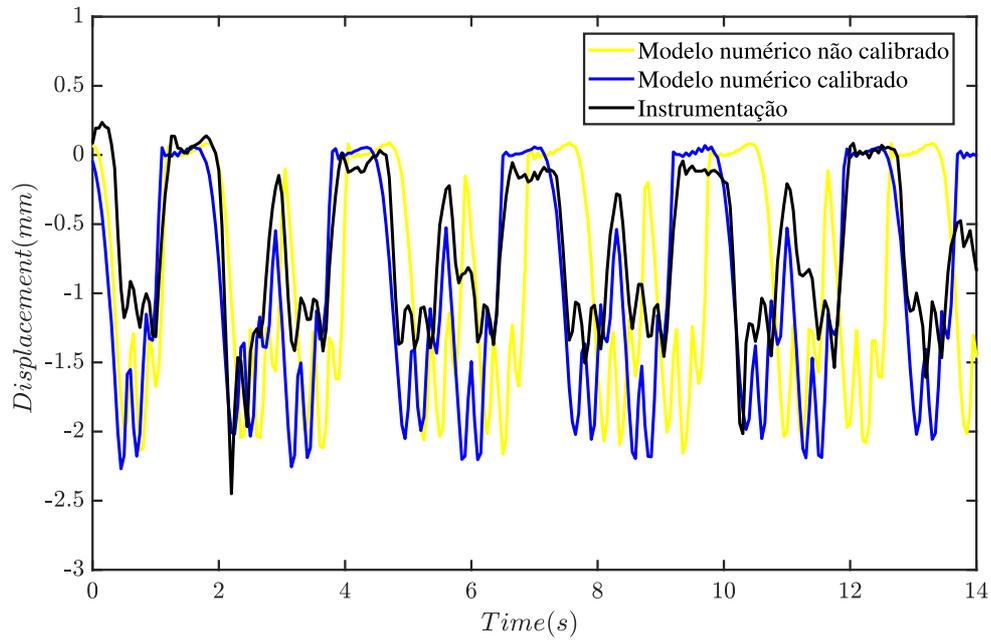


Figura 22 – Deslocamento vertical no trilho na posição L2 da Passagem P1. Fonte: Autor

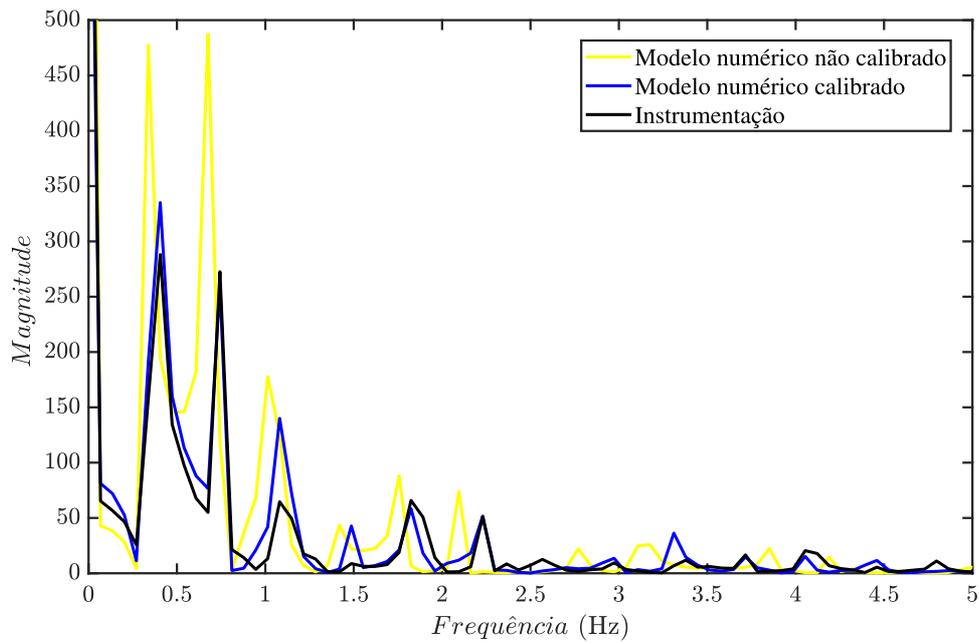


Figura 23 – Frequências principais na posição L1 da Passagem P1. Fonte: Autor

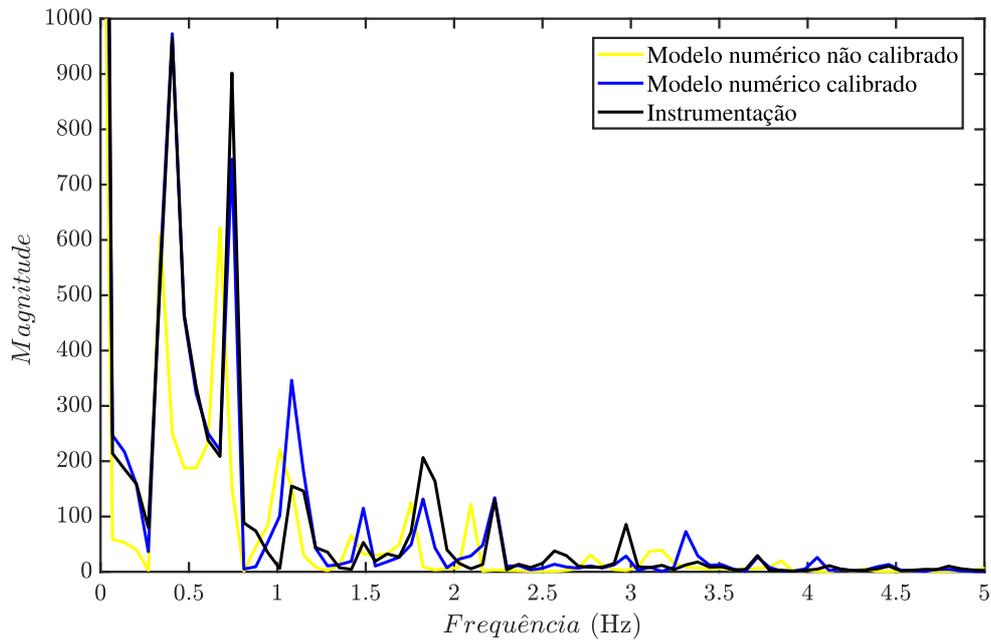


Figura 24 – Frequências principais na posição L3 da Passagem P1. Fonte: Autor

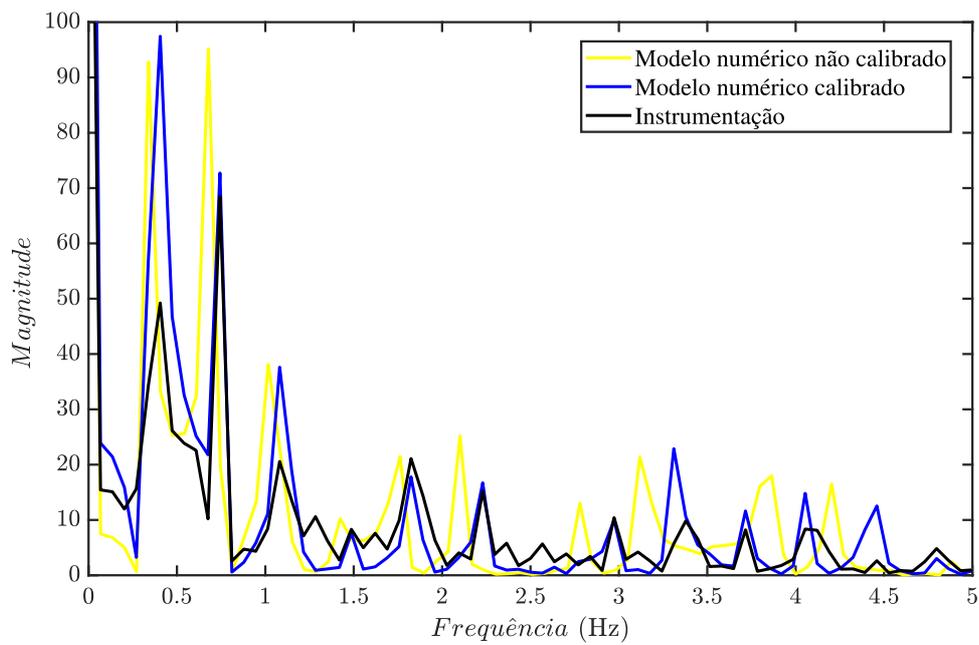


Figura 25 – Frequências principais na posição L2 da Passagem P1. Fonte: Autor

de evidenciar a diferença entre os parâmetros estimados inicialmente e os valores finais obtidos após a interação numérica.

Tabela 9 – **Variáveis dependentes:** Comparação entre as variáveis dependentes nas posições L1, L2 e L3 para a passagem P1

Variáveis dependentes	VD instrumentados	VD após calibração	VD esperados
Posição da leitura L1			
u_{max} (mm)	0,2355	0,0683	0,2010
u_{min} (mm)	-2,450	-2,269	-2,443
f_1 (Hz)	0,4054	0,4054	0,4054
f_2 (Hz)	0,7432	0,7432	0,7432
f_3 (Hz)	0,8784	1,081	1,085
ζ_1	0,0524	0,0465	0,05267
ζ_2	0,3914	0,1044	0,1560
ζ_3	0,2278	0,2469	0,2363
Posição da leitura L2			
u_{max} (mm)	0,1535	0,3466	0,3513
u_{min} (mm)	-7,017	-6,881	-6,989
f_1 (Hz)	0,4054	0,4054	0,4054
f_2 (Hz)	0,7432	0,7432	0,7432
f_3 (Hz)	1,081	1,081	1,081
ζ_1	0,0088	0,0400	0,1487
ζ_2	0,2233	0,0983	0,08524
ζ_3	0,3028	0,1855	0,2935
Posição da leitura L3			
u_{max} (mm)	1,730	0,6117	1,672
u_{min} (mm)	-20,16	-20,07	-20,18
f_1 (Hz)	0,4054	0,4054	0,4054
f_2 (Hz)	0,7432	0,7432	0,7432
f_3 (Hz)	1,081	1,081	1,081
ζ_1	0,0108	0,0422	0,06493
ζ_2	0,2698	0,1212	0,1871
ζ_3	0,1681	0,1728	0,1317

Fonte: Autor

Por meio desta aplicação, observa-se que os resultados numéricos obtidos pelo algoritmo implementado apresentam uma boa correlação com os dados instrumentados, mesmo diante da complexidade associada à zona de transição. Os resultados demonstram um desempenho consistente para os três pontos de leitura de uma mesma passagem, uma vez que, no processo de calibração, buscou-se ajustar as variáveis independentes de modo a obter valores preditos coerentes para as variáveis dependentes associadas às três leituras ao mesmo tempo.

A Figura 22, indica que o pior desempenho gráfico está associado às leituras no ponto L2, localizado mais próximo à zona de transição. Esse fenômeno pode estar relacionado aos picos de deslocamento inferior, que não descrevem com precisão o comportamento

global do sinal, mas foram utilizados como base no processo de calibração. Isso levou os picos dos sinais numéricos a se alinharem todos com essa faixa de deslocamento mínimo. Com isso, a comparação numérica entre os valores de deslocamento mínimo apresentada na tabela 9 se mostra coerente, no entanto, é evidenciada uma discrepância de amplitude da primeira frequência do sinal, conforme ilustrado na Figura 25.

A partir da Tabela 9, verifica-se que os resultados numéricos, após o processo de calibração, apresentam valores das variáveis dependentes próximos aos obtidos experimentalmente. No entanto, assim como na aplicação anterior, esses valores não são idênticos aos preditos no processo de calibração, uma vez que a regressão linear múltipla assume uma relação linear entre as variáveis independentes e dependentes. Dessa forma, a calibração atua como um guia para a definição de dados de entrada mais representativos, permitindo uma correlação satisfatória entre os resultados numéricos calibrados e aqueles observados pela instrumentação.

Embora as amplitudes das primeiras frequências principais não tenham sido calibradas diretamente, sendo uma variável dependente passível de análise, os gráficos da Transformada de Fourier, ilustrados nas Figuras 23 até 25, demonstram uma boa correspondência entre o modelo numérico e a instrumentação, principalmente nos pontos de leitura L1 e L3. Isso sugere que a consideração da amplitude no processo de calibração pode aprimorar pouco essas duas leituras, no entanto, teria potencial maior de correlação dos resultados da leitura L2.

Em busca de validar o algoritmo implementado para a simulação e calibração a seguir, são apresentados os resultados obtidos para as passagens P2 e P3. As Figuras 26 a 28 mostram a comparação entre os deslocamentos verticais ao longo do tempo, tanto os obtidos experimentalmente quanto os gerados pela simulação numérica a partir do algoritmo implementado, nas posições de leitura L1, L3 e L2 da passagem P2. As Figuras 32 a 34 apresentam a mesma comparação para a passagem P3. Já as Figuras 29 a 31 ilustram essa comparação no domínio da frequência, por meio da Transformada de Fourier, para a passagem P2, permitindo uma análise mais precisa das diferenças nas componentes frequenciais predominantes. Por fim, as Figuras 35 a 37 mostram a mesma análise espectral aplicada à passagem P3.

De modo análogo ao que foi realizado para a passagem P1, a Tabela 10 tem a função de complementar os gráficos apresentados, fornecendo uma visão quantitativa dos resultados obtidos. No entanto, vale destacar que, neste caso, as passagens P2 e P3 não foram submetidas à etapa final de calibração. Por esse motivo, os valores preditos das variáveis dependentes, normalmente gerados por meio da otimização, não estão presentes na tabela. Assim, a análise comparativa se restringe aos dados experimentais e aos resultados provenientes da simulação numérica, permitindo verificar diretamente a correlação entre o comportamento medido em campo (inst. P2 e inst. P3) e aquele representado pelo modelo

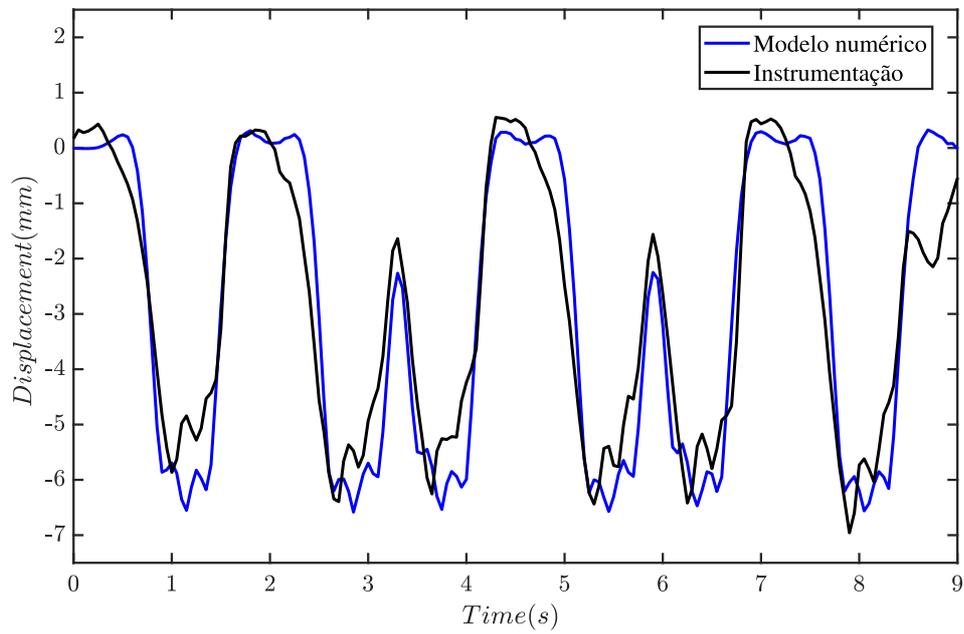


Figura 26 – Deslocamento vertical no trilho na posição L1 da Passagem P2. Fonte: Autor

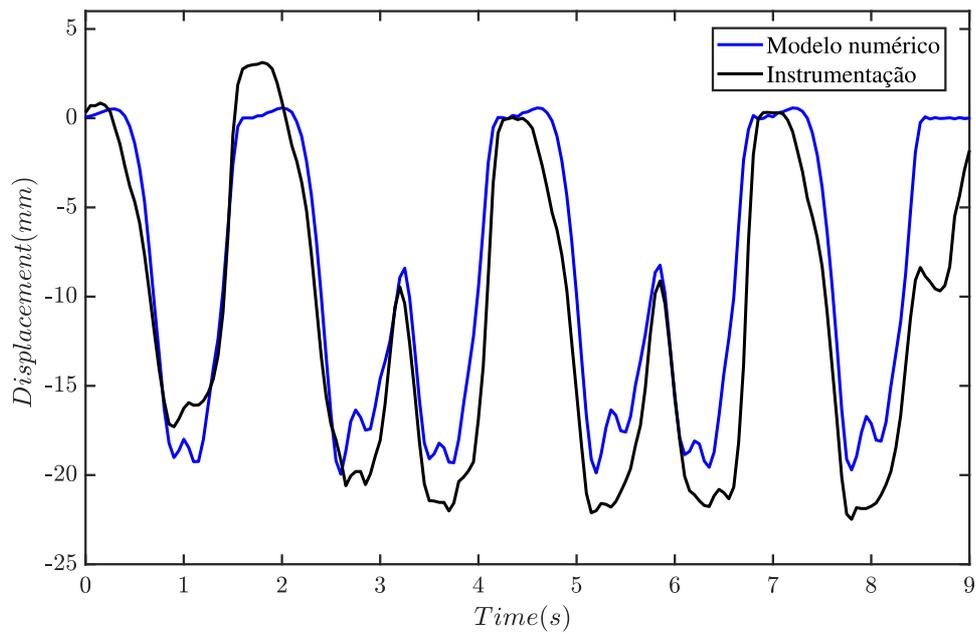


Figura 27 – Deslocamento vertical no trilho na posição L3 da Passagem P2. Fonte: Autor

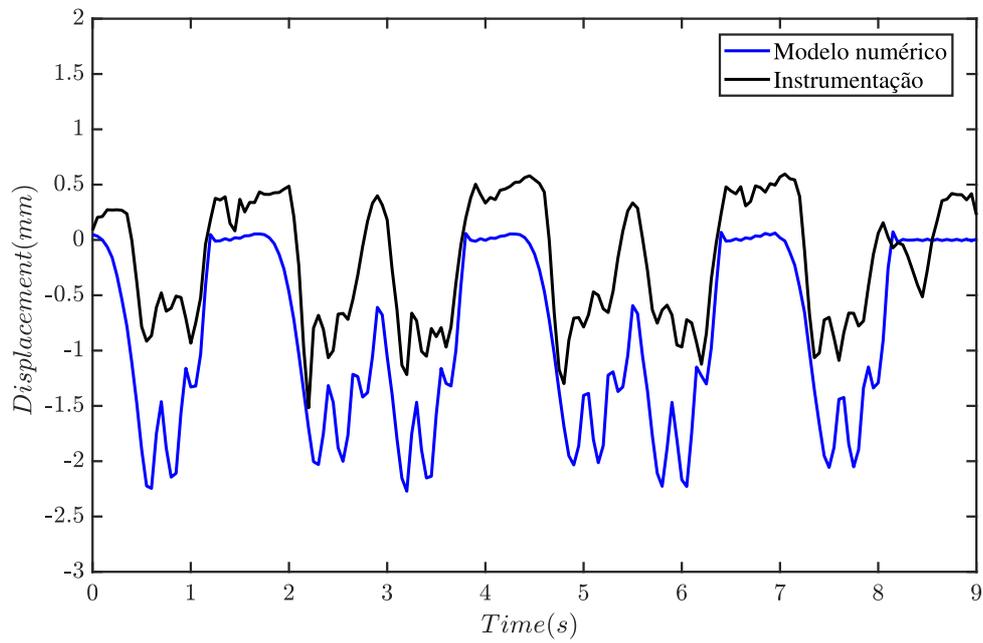


Figura 28 – Deslocamento vertical no trilho na posição L2 da Passagem P2. Fonte: Autor

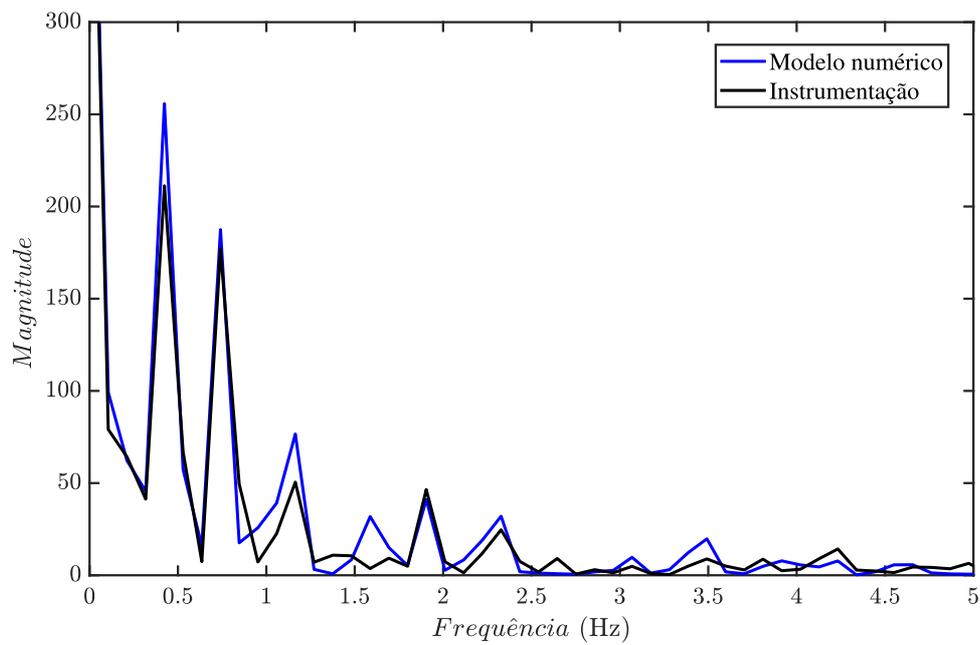


Figura 29 – Frequências principais na posição L1 da Passagem P2. Fonte: Autor

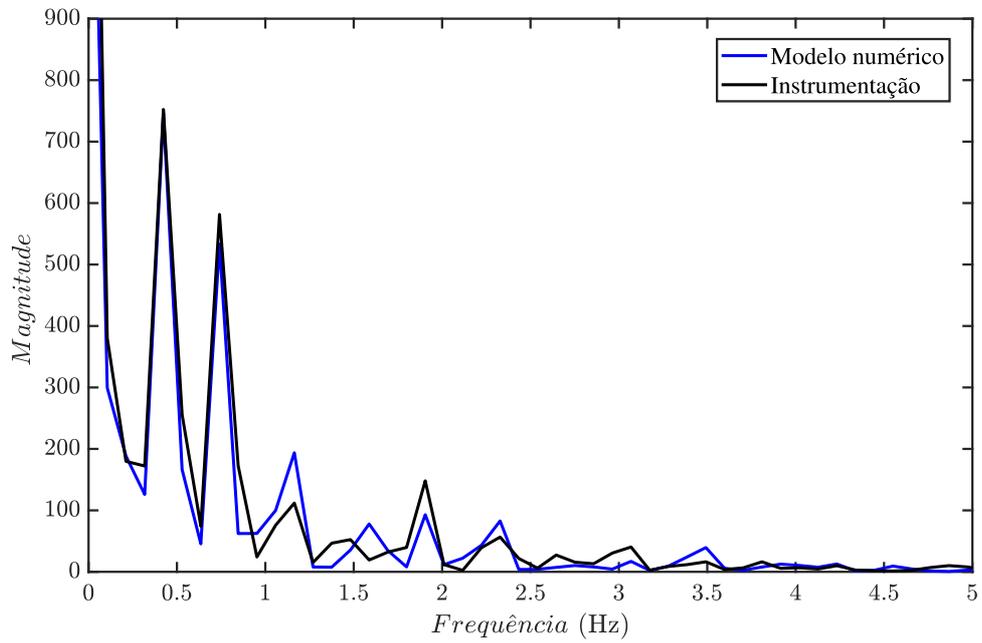


Figura 30 – Frequências principais na posição L3 da Passagem P2. Fonte: Autor

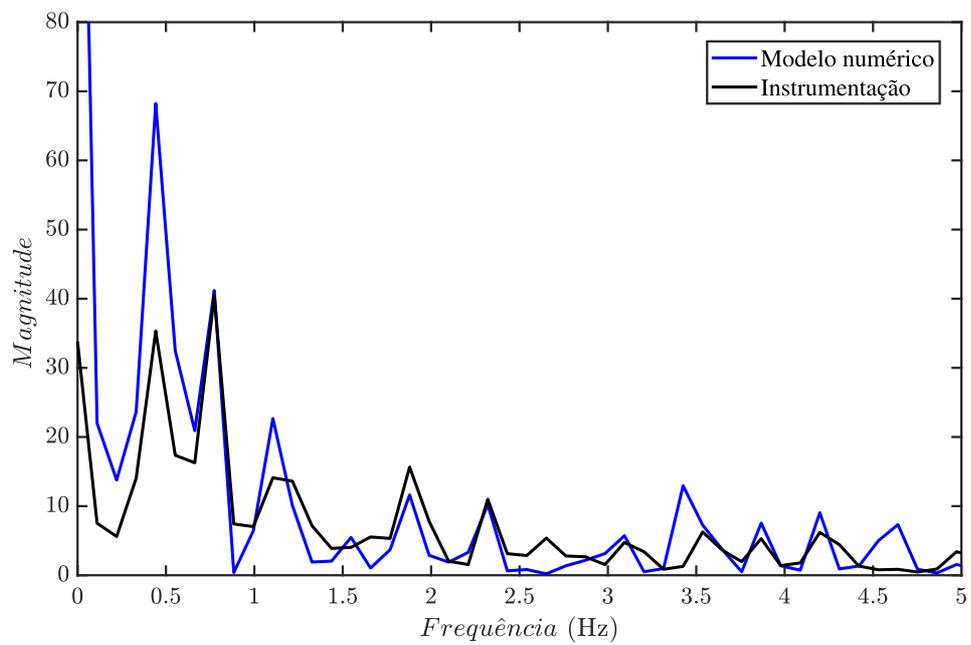


Figura 31 – Frequências principais na posição L2 da Passagem P2. Fonte: Autor

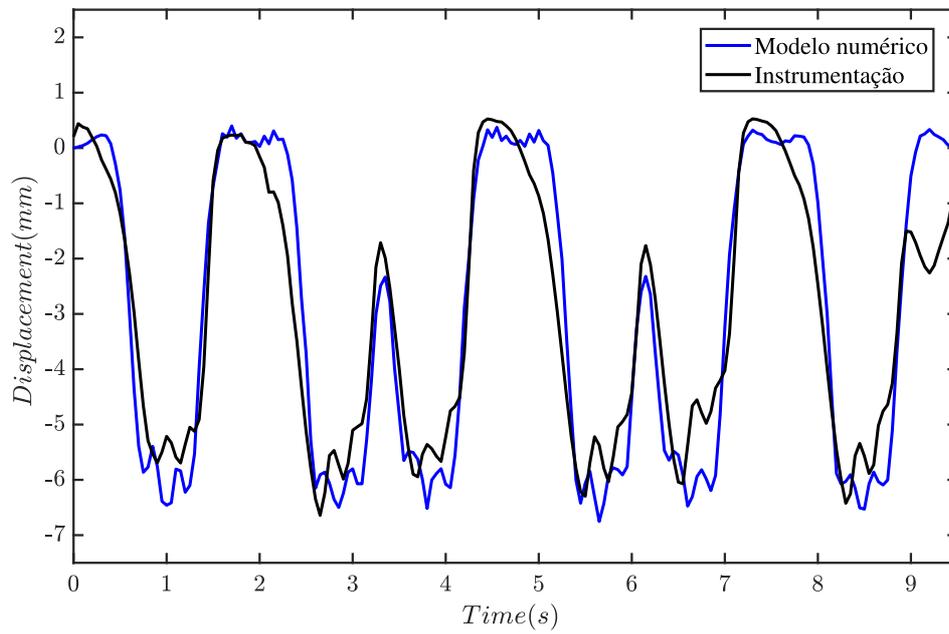


Figura 32 – Deslocamento vertical no trilho na posição L1 da Passagem P3. Fonte: Autor

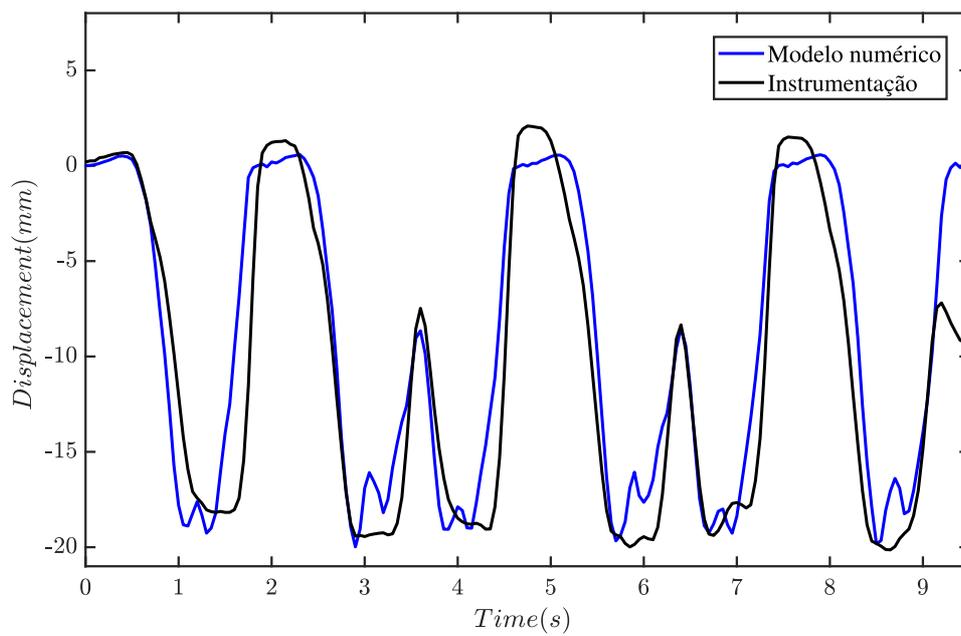


Figura 33 – Deslocamento vertical no trilho na posição L3 da Passagem P3. Fonte: Autor

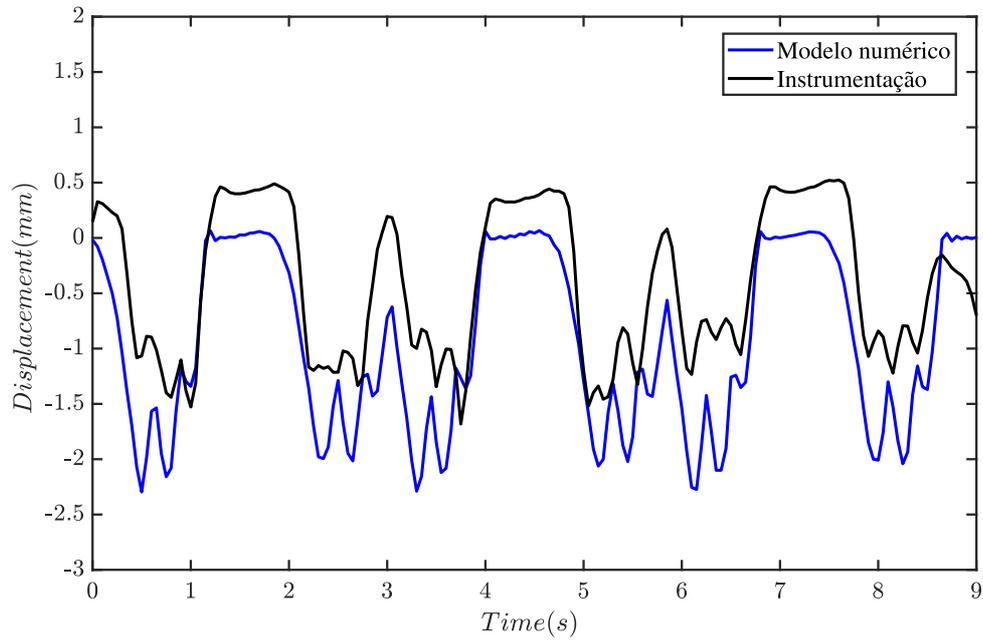


Figura 34 – Deslocamento vertical no trilho na posição L2 da Passagem P3. Fonte: Autor

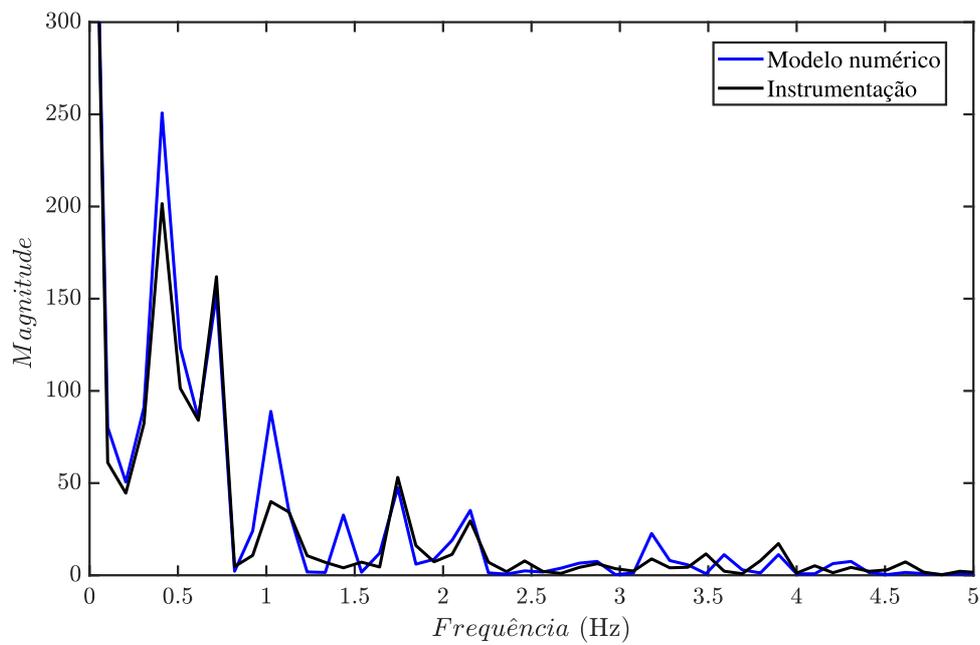


Figura 35 – Frequências principais na posição L1 da Passagem P3. Fonte: Autor

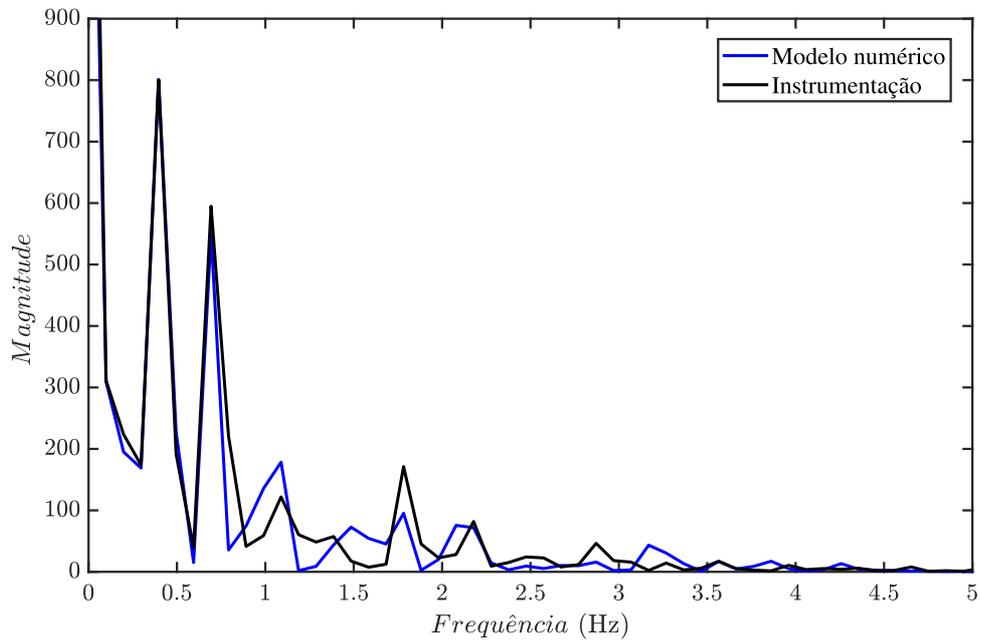


Figura 36 – Frequências principais na posição L3 da Passagem P3. Fonte: Autor

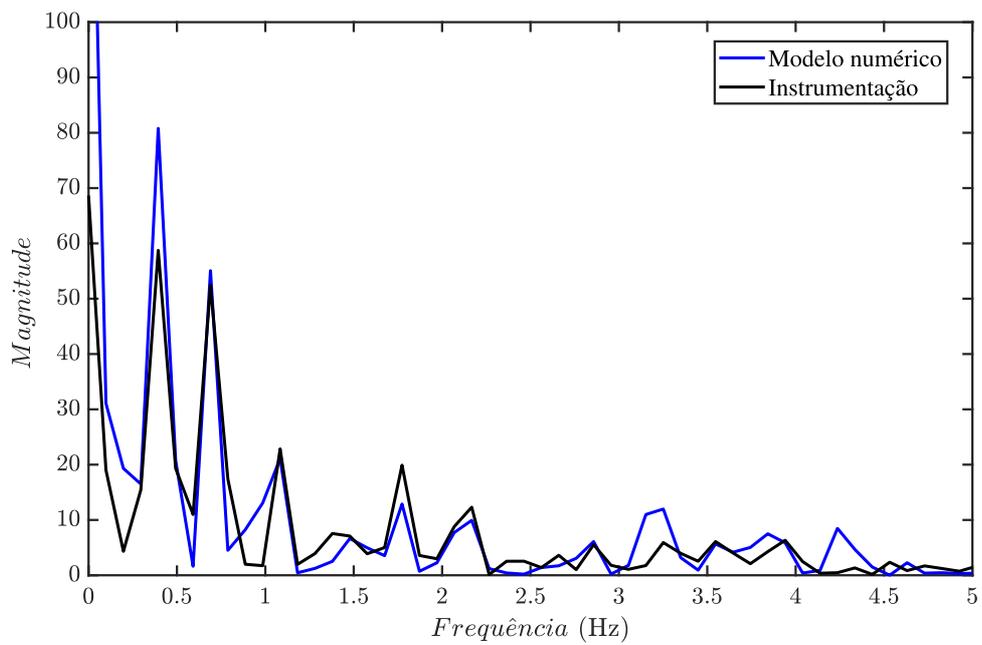


Figura 37 – Frequências principais na posição L2 da Passagem P3. Fonte: Autor

computacional desenvolvido (num. P2 e num. P3).

Tabela 10 – **Variáveis dependentes:** Comparação entre as variáveis dependentes nas posições L1, L2 e L3 para as passagens P2 e P3

Variáveis dependentes	inst. P2	num. P2	inst. P3	num. P3
Posição da leitura L1				
u_{max} (mm)	0,5961	0,0734	0,5233	0,0669
u_{min} (mm)	-1,517	-2,271	-1,682	-2,296
f_1 (Hz)	0,4420	0,4420	0,3941	0,3941
f_2 (Hz)	0,7735	0,7735	0,6897	0,6897
f_3 (Hz)	1,105	1,105	1,084	1,084
ζ_1	0,0215	0,0801	0,0180	0,0609
ζ_2	0,1653	0,0946	0,1311	0,1509
ζ_3	0,1472	0,2205	0,1733	0,1809
Posição da leitura L2				
u_{max} (mm)	0,5529	0,3265	0,5276	0,3988
u_{min} (mm)	-6,958	-6,5834	-6,642	-6,753
f_1 (Hz)	0,4233	0,4233	0,4103	0,4103
f_2 (Hz)	0,7407	0,7407	0,7179	0,7179
f_3 (Hz)	1,164	1,164	1,0256	1,0256
ζ_1	0,0280	0,0494	0,0349	0,0788
ζ_2	0,1957	0,1410	0,2174	0,0857
ζ_3	0,2372	0,1386	0,2649	0,1572
Posição da leitura L3				
u_{max} (mm)	3,125	0,5762	2,083	0,5949
u_{min} (mm)	-22,48	-19,96	-20,14	-19,98
f_1 (Hz)	0,4233	0,4233	0,3960	0,3960
f_2 (Hz)	0,7407	0,7407	0,6931	0,6931
f_3 (Hz)	1,164	1,164	1,089	1,089
ζ_1	0,0410	0,0535	0,0472	0,0597
ζ_2	0,2537	0,1591	0,2446	0,1764
ζ_3	0,1198	0,1436	0,1189	0,1416

Fonte: Autor

Como era esperado, observa-se novamente uma boa correlação entre os dados obtidos experimentalmente e os resultados da simulação numérica, conforme ilustrado nas Figuras 26 até 37, bem como na Tabela 10. Essa coerência reforça a confiabilidade dos modelos desenvolvidos, tanto no que se refere à simulação quanto à calibração, uma vez que instrumentações distintas foram bem representadas pelo modelo. Mesmo sem uma nova etapa de calibração completa, os resultados mantiveram-se satisfatórios, evidenciando a confiança do processo de modelagem na reprodução do comportamento real da estrutura.

Com base nos resultados obtidos, pode-se concluir que as variáveis independentes selecionadas descrevem adequadamente os sinais de deslocamento vertical no trilho em uma zona de transição. O fato de que um ajuste adequado dessas variáveis, como a

rigidez do solo e a velocidade, foi suficiente para gerar um sinal próximo ao observado na instrumentação reforça a validade do modelo adotado tanto para a simulação dinâmica quanto para a calibração.

Apesar da proximidade numérica destacada nas tabelas e da similaridade visual evidenciada nas figuras, ainda se observa uma certa divergência nos sinais de deslocamento vertical do trilho entre o modelo numérico e instrumentação, principalmente na posição de leitura L2. Essa diferença pode estar associada a diversos fatores. Conforme mencionado anteriormente, a otimização dos parâmetros contribui para uma correlação mais próxima, no entanto, a suposição de uma relação linear entre as variáveis não representa o modelo ideal. Além disso, apesar da inclusão de um grande número de dados de entrada, os modelos não contemplam todos os parâmetros que influenciam o comportamento dinâmico do sistema trem-ferrovia. Essa limitação é inerente a qualquer procedimento de discretização, que, por sua natureza, parte de hipóteses simplificadoras.

Ainda no contexto desta aplicação, destacam-se dois resultados adicionais relevantes: a variação da rigidez ao longo da via, apresentada na Figura 38, e a distribuição do deslocamento ao longo do mesmo trecho, ilustrada na Figura 39. Essas representações contribuem para uma melhor compreensão do comportamento estrutural da via e dos efeitos da transição de rigidez sobre a resposta dinâmica do sistema.

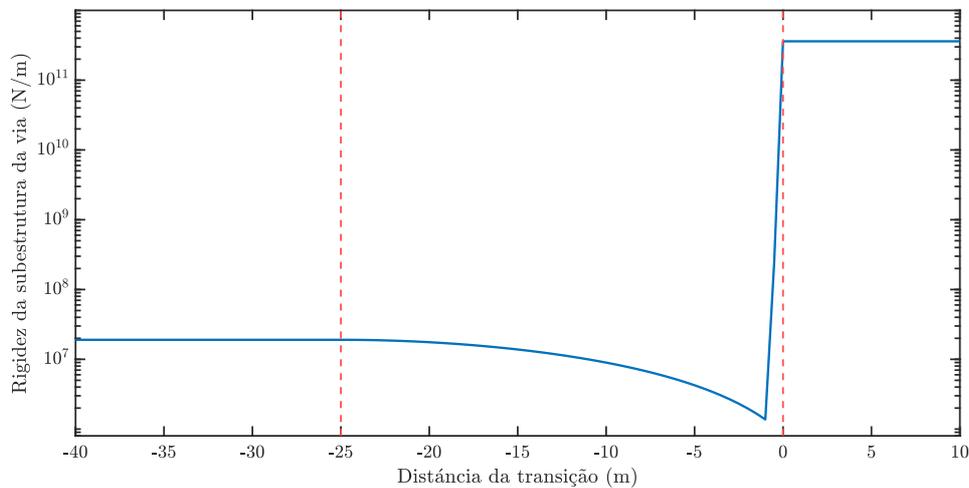


Figura 38 – variação da rigidez ao longo da via. Fonte: Autor

Os valores para a rigidez ao longo da via são obtidos durante o processo de calibração, onde são otimizados os valores de k_f , que é a rigidez dos elementos de mola associados a via assentada sobre o solo, dado como um valor constante para essa aplicação. k_o que representa a rigidez dos elementos de mola associados a via assentada sobre a obra de arte especial, também dado como uma constante. k_z , que representa a rigidez na zona de transição, dado por uma função polinomial, conforme apresentado na equação 3.8. E

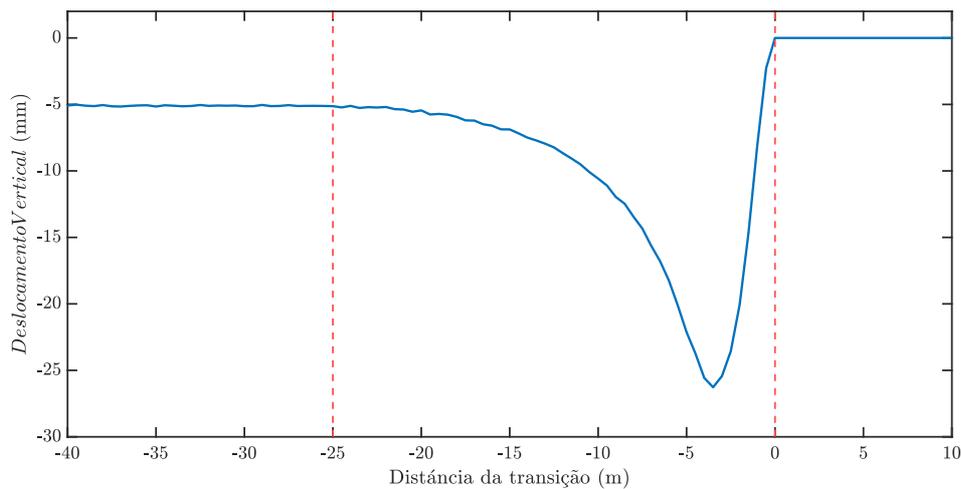


Figura 39 – Deslocamento vertical ao longo da via. Fonte: Autor

k_u que representa a rigidez de um dormente apenas, o último na zona de transição, aquele mais próximo da obra de arte, dado por uma constante.

Portanto, o perfil de rigidez ao longo da via é completamente definido durante o processo de calibração. Esse perfil se comporta como um valor praticamente constante, que decresce gradualmente na zona de transição até sofrer uma variação abrupta ao atingir a interface com a obra de arte, comportamento esse que está de acordo com o esperado e já descrito em diversas referências da literatura. O decaimento progressivo da rigidez na zona de transição ocorre, em geral, devido à menor compactação e à heterogeneidade dos materiais de fundação, o que resulta em um sistema estrutural menos rígido. Já a variação abrupta observada na entrada da obra de arte representa uma descontinuidade significativa na rigidez do sistema, sendo responsável por gerar respostas dinâmicas irregulares e indesejadas, como impactos, esforços concentrados e aumento da degradação na região de transição.

Em contrapartida, o gráfico da distribuição dos deslocamentos ao longo da via é construído a partir dos valores mínimos de deslocamento vertical registrados em cada seção ao longo do entorno da zona de transição. Esses valores correspondem ao valor máximo em módulo da resposta vertical do sistema durante a passagem do veículo, obtidos a partir da simulação com as variáveis independentes já calibradas. Dessa forma, o gráfico sintetiza, de forma espacial, a amplitude de movimentação vertical da via como resposta ao carregamento dinâmico, evidenciando como a rigidez do sistema influencia diretamente na deformação ao longo do trecho estudado.

A análise da Figura 39 revela que, no trecho da via assentado sobre o solo, o deslocamento vertical mantém-se praticamente constante, o que está de acordo com a rigidez k_f constante considerada para essa região. Ao adentrar a zona de transição, observa-

se um aumento progressivo no deslocamento vertical da via, a medida que k_z decresce, até atingir seu valor máximo poucos metros antes da interface com a obra de arte. Em seguida, ocorre uma queda abrupta nos valores de deslocamento, que se tornam praticamente nulos exatamente no ponto de transição. Esse comportamento está diretamente relacionado à elevada rigidez da estrutura da obra de arte, representada por k_o , que atua como um ponto de ancoragem para o sistema, restringindo significativamente os deslocamentos verticais nas proximidades da interface. Após a transição, os deslocamentos voltam a se estabilizar em valores baixos e constantes, refletindo novamente o comportamento associado a uma rigidez k_o elevada e uniforme. Esse padrão evidencia a influência da descontinuidade de rigidez no comportamento dinâmico da via, com impactos diretos na resposta estrutural e na distribuição de esforços.

A compreensão desse fenômeno é importante para a formulação de estratégias eficazes de mitigação de impactos em zonas de transição. A presença de descontinuidades abruptas na rigidez longitudinal da via, como ocorre na transição entre o solo e a obra de arte, gera efeitos dinâmicos indesejados, tais como impactos, aumento das tensões internas e aceleração dos processos de degradação dos componentes da superestrutura ferroviária. Em função disso, o entendimento detalhado da relação entre rigidez e deslocamento permite a identificação de regiões críticas e a proposição de soluções construtivas que promovam transições mais suaves, como o uso de camadas intermediárias com rigidez gradualmente variável ou materiais de base com propriedades diferenciadas. Em projetos de reabilitação ou reforço de vias permanentes, tais estratégias podem contribuir significativamente para a durabilidade da via, a melhoria do conforto na operação ferroviária e a redução dos custos de manutenção ao longo do tempo.

4.3 Aplicação 3: comparação entre o modelo adotado e um modelo de carga rígida

Esta aplicação tem como intuito destacar as diferenças na consideração de dois tipos de modelos numéricos para a simulação do veículo. O primeiro é o modelo bidimensional adotado, já retratado anteriormente (ver figura 40b)). Já o segundo é um modelo mais simples onde as cargas provenientes do vagão são forças concentradas aplicadas nos pontos de contato do trem com o pavimento ferroviário, ou seja, nas rodas (ver figura 40a)). Nesse caso, o peso total do vagão é dividido igualmente entre os quatro pontos de contato.

Para esta aplicação foi considerada a simulação de uma composição com 7 vagões que se movem em um trecho de pavimento ferroviário composto por 401 dormentes, espaçados de 0,54 metros, com uma discretização de 5 elementos entre dormentes totalizando 2.000 elementos de viga, relacionados ao trilho, além de 401 elementos de mola, ligados à rigidez do sistema solo-dormente e mais 401 elementos amortecedores associados ao amortecimento do sistema solo-dormente, totalizando 4.403 GL. Para o modelo adotado foram utilizados vagões com 22 GL cada, conforme apresentado na seção 3.1 e dimensões

conforme apresentadas na Figura 40c). Já o modelo de cargas rígidas foi modelado com 4 cargas concentradas por vagão aplicadas nos pontos de contato entre o vagão e a via conforme disposto na Figura 40d). Exemplo semelhante àquele apresentado na aplicação 1 para a instrumentação v0021.

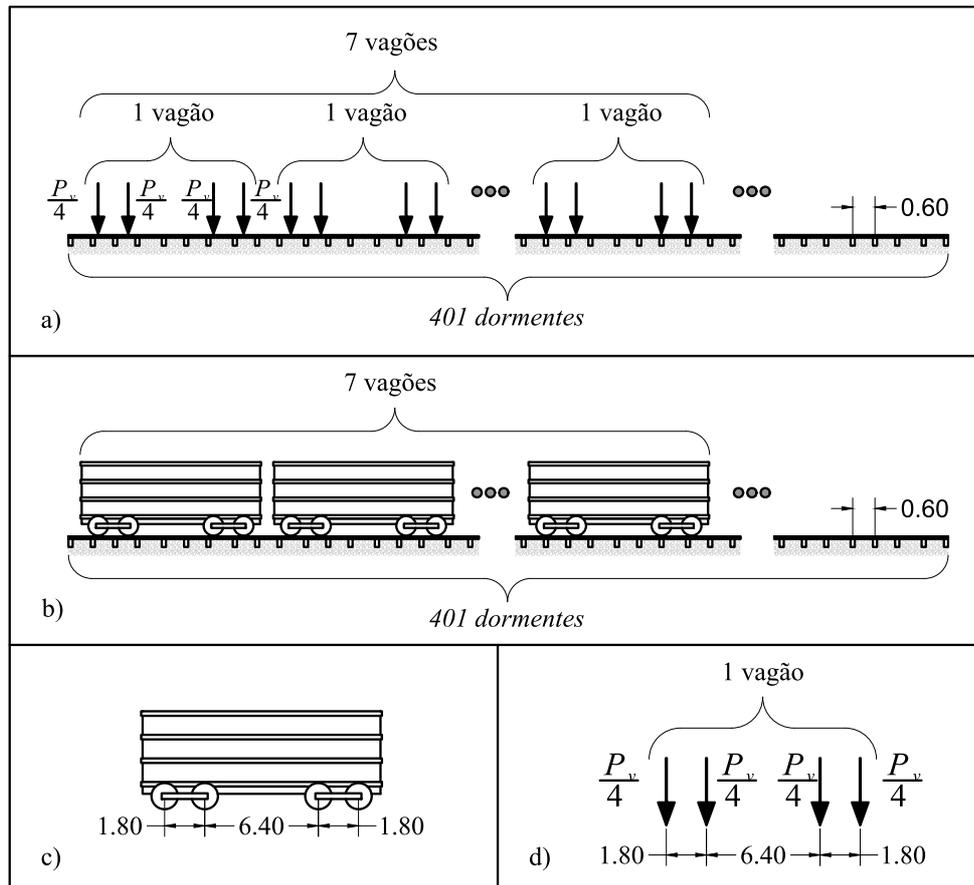


Figura 40 – Desenho ilustrativo da Aplicação 2. a) Esquema do modelo de cargas rígidas; b) Esquema do modelo adotado; c) Esquema do vagão para o modelo de cargas rígidas; d) Esquema do vagão para o modelo adotado. Fonte: Autor

Para fins de comparação, não será aplicada aleatoriedade em nenhum elemento associado ao veículo ou a carga. Também não serão consideradas variações no pavimento ferroviário em que ambos os modelos estão sendo avaliados, para que possam ser registradas apenas as divergências associadas à diferença entre os modelos. Os dados de entrada para esta análise serão os mesmos apresentados na aplicação 1, após a otimização, presentes nas Tabelas 1 e 3.

A Figura 20 apresenta os deslocamentos verticais no dormente central do pavimento ferroviário em função do tempo, comparando os dois modelos numéricos apresentados para a representação do veículo ferroviário. A curva em preto refere-se ao modelo com representação mais completa do veículo, incluindo suas massas, graus de liberdade e

interação dinâmica com a via. Já a curva em azul corresponde ao modelo simplificado, no qual o vagão é representado por cargas concentradas aplicadas diretamente nos pontos de contato com os trilhos.

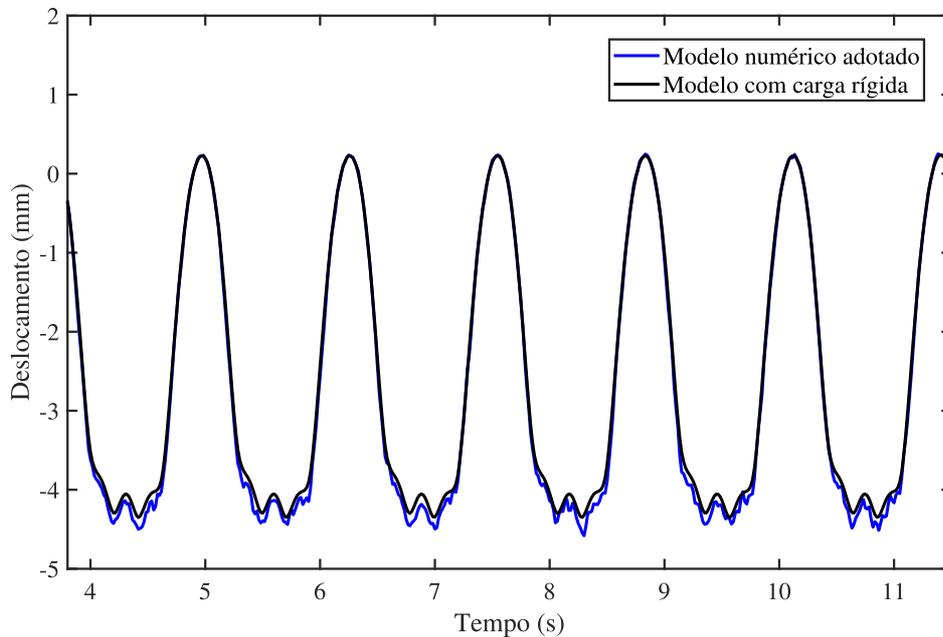


Figura 41 – Deslocamentos verticais no dormente central do pavimento ferroviário. Fonte: Autor

Apesar da simplificação estrutural adotada no modelo de argas rígidas, observa-se na Figura 20 que os deslocamentos verticais simulados apresentam um comportamento próximo dos dados gerados pelo modelo mais completo. Essa semelhança se revela tanto na forma do sinal ao longo do tempo quanto na amplitude dos picos e vales observados, o que indica que, para determinadas análises iniciais ou em contextos de limitação computacional, modelos simplificados ainda podem fornecer resultados razoavelmente representativos.

Entretanto, é importante destacar que essa boa aproximação ocorre em um cenário controlado, onde foram eliminadas variações aleatórias tanto na via quanto nas cargas associadas ao veículo. Isso significa que, embora o modelo simplificado reproduza bem o comportamento vertical dos dormentes sob essas condições ideais, ele pode perder precisão em contextos mais complexos e realistas, como em trechos de via com variações de rigidez, imperfeições geométricas ou cargas dinâmicas flutuantes.

Embora ambos os modelos possam se mover sobre a mesma superfície e reproduzir resultados coerentes, o modelo mais completo, adotado neste trabalho, possui graus de liberdade internos que permitem uma resposta mais rica para a representação das irregularidades do solo. No contexto ferroviário, este modelo permite capturar efeitos como oscilações secundárias, amortecimento interno do veículo e interações entre componentes, resultando em uma resposta com maior vibração e mais frequências naturais representadas.

Além disso, o modelo com massa distribuída é capaz de gerar respostas dinâmicas mais complexas, pois, ao invés de apenas “pressionar” os trilhos com cargas fixas, o veículo também “responde” aos movimentos da via, gerando vibrações adicionais. Essa característica se torna essencial quando o objetivo da análise é capturar fenômenos de maior ordem, como desgaste prematuro da via, ruído, ou instabilidade em altas velocidades.

Aproveitando também os resultados da aplicação 2, esse exercício também simulou um modelo numérico com 5 locomotivas com 24 GL cada, conforme apresentado na seção 3.1 e dimensões conforme apresentadas na Figura 19. Este modelo incluiu uma discretização de 5 elementos entre dormentes totalizando 3.250 elementos de viga, relacionados ao trilho, além de 651 elementos de mola, ligados à rigidez do sistema solo-dormente e mais 651 elementos amortecedores associados ao amortecimento do sistema solo-dormente, totalizando 3.903 GL. Semelhante a Passagem 1 da aplicação anterior.

Para fins de comparação, mais uma vez, não será aplicada aleatoriedade em nenhum elemento associado ao veículo ou a carga. Também não serão consideradas variações no pavimento ferroviário em que ambos os modelos estão sendo avaliados, para que possam ser registradas apenas as divergências associadas à diferença entre os modelos. Os dados de entrada para esta análise serão os mesmos apresentados na passagem 1 da aplicação 2, após a otimização, presentes nas Tabelas 6 e 8.

As Figuras 42, 43 e 44, representam os deslocamentos verticais do trilho em função do tempo ao longo da zona de transição nos pontos de leitura L1, L3 e L2 respectivamente. O intuito com esta análise é a comparação entre os modelos descritos em um cenário um pouco mais complexo para validar a continuidade na correlação das respostas dinâmicas entre eles.

Mais uma vez, as figuras apresentadas demonstram uma boa correlação entre os resultados obtidos pelos dois modelos numéricos, evidenciando que o modelo com cargas concentradas (modelo de carga rígida) possui certa eficiência em representar o comportamento dinâmico da via. A resposta simulada por esse modelo consegue capturar, relativamente bem, os deslocamentos verticais dos dormentes, o que reforça seu potencial como uma ferramenta válida para análises preliminares ou em estudos nos quais o custo computacional é um fator limitante.

Contudo, é importante destacar que essa semelhança ocorre sob condições controladas, nas quais não foram consideradas variações de rigidez da subestrutura da via nem irregularidades geométricas, exceto aquelas já representadas na região da zona de transição. Mesmo assim, já se observa que a introdução de uma variação contínua na rigidez, ainda que suave, é suficiente para gerar diferenças mais perceptíveis entre as respostas dinâmicas dos dois modelos. Esse comportamento pode ser identificado nas leituras dos pontos L3 e L2 (Figuras 43 e 44), onde a divergência entre os modelos se torna um pouco mais evidente. Isso reforça a limitação dos modelos simplificados em contextos que envolvem

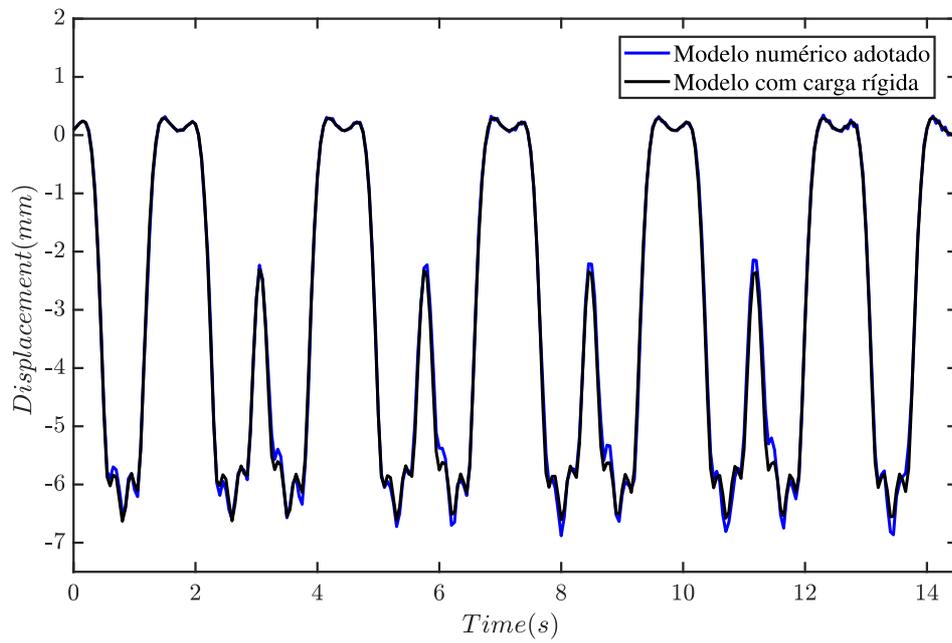


Figura 42 – Deslocamento vertical no trilho na posição L1 da Passagem P1. Fonte: Autor

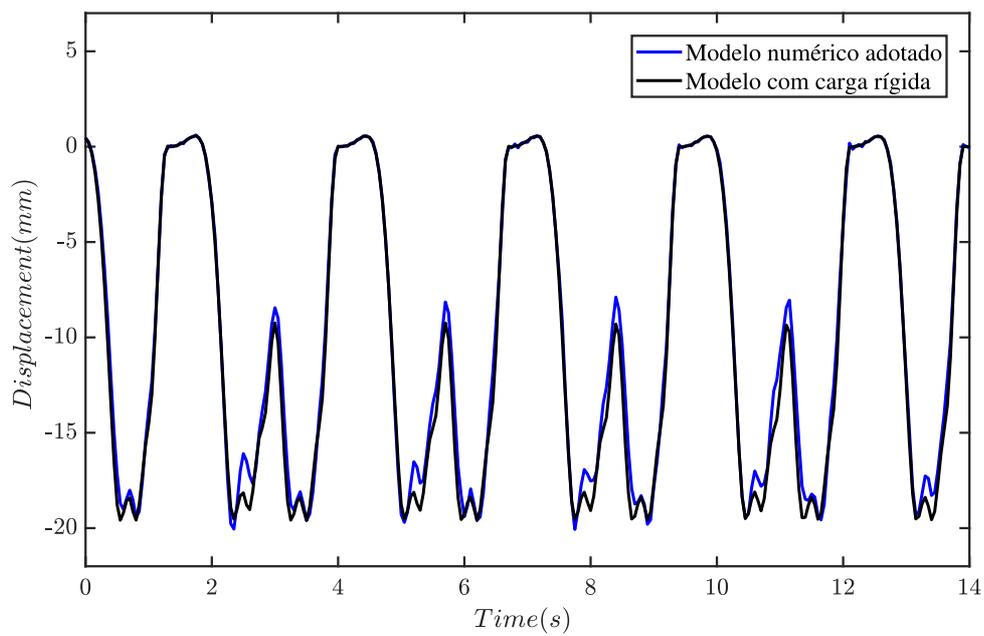


Figura 43 – Deslocamento vertical no trilho na posição L3 da Passagem P1. Fonte: Autor

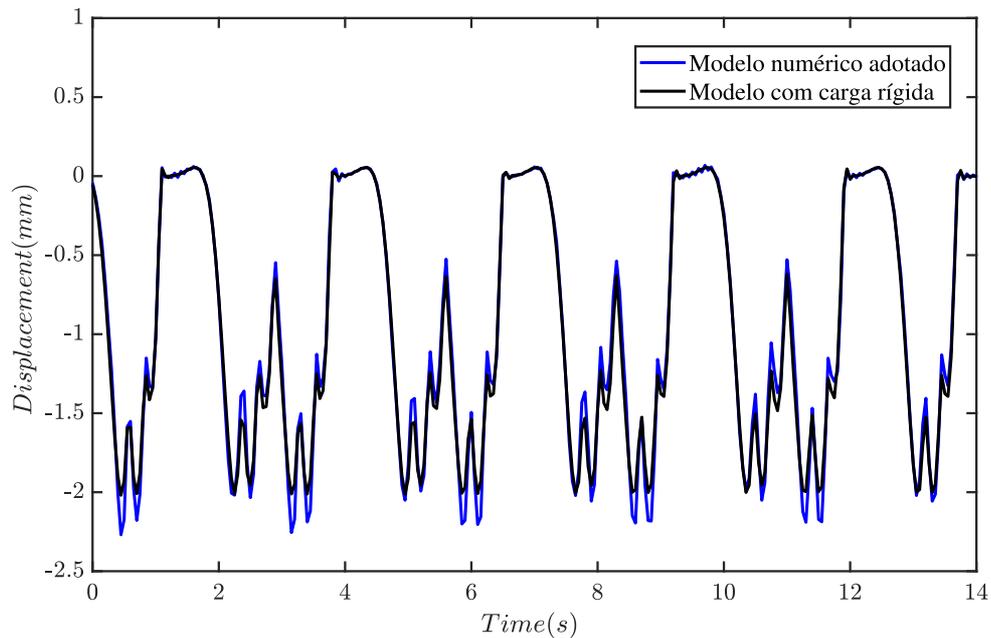


Figura 44 – Deslocamento vertical no trilho na posição L2 da Passagem P1. Fonte: Autor

descontinuidades estruturais, heterogeneidade dos materiais ou interações complexas entre o veículo e a via.

Portanto, por representar de forma mais fiel o comportamento dinâmico do sistema trem-ferrovia, capturando não apenas os deslocamentos principais, mas também componentes de vibração em frequências mais altas e efeitos de interação mais complexos entre os elementos do sistema, optou-se por adotar o modelo bidimensional, o modelo numérico adotado. Este modelo, mais elaborado, permite uma simulação mais realista das respostas dinâmicas ao considerar a massa do veículo distribuída e associada a seus próprios graus de liberdade.

Outro fator decisivo para a escolha do modelo completo reside em um dos objetivos deste trabalho: fornecer um algoritmo capaz de gerar uma base de dados que esteja diretamente associada à instrumentação embarcada no veículo, com foco na obtenção de respostas dinâmicas em termos de deslocamentos verticais e, principalmente, acelerações em um de seus eixos. Isso porque, ao utilizar dados vinculados ao veículo, torna-se possível monitorar o comportamento dinâmico ao longo de toda a extensão do trecho percorrido, e não apenas nas mediações de uma seção instrumentada fixa na via. Tal abordagem permite diagnósticos mais abrangentes da condição da ferrovia, com maior potencial de aplicação prática em sistemas de monitoramento contínuo. Essa capacidade só é viável com o modelo adotado, no qual o veículo deixa de ser uma simples representação em carga rígida para tornar-se também um modelo numérico com massa e graus de liberdade, com dinâmica própria e interações acopladas com o pavimento ferroviário.

4.4 Aplicação 4: simulação de dano localizado por perda de rigidez em dormente

Com o objetivo de explorar o potencial do modelo numérico desenvolvido para detectar anomalias estruturais ao longo da via, esta aplicação propõe a simulação de um cenário com dano localizado em um dos dormentes da ferrovia. A proposta desta aplicação é avaliar de que forma essas alterações localizadas na rigidez do sistema influenciam nas respostas dinâmicas medidas, especialmente em termos de acelerações em um dos graus de liberdade no eixo do veículo. Ao observar os efeitos de diferentes níveis de dano, busca-se identificar possíveis padrões ou variações sensíveis nas respostas, que futuramente possam ser associados a métodos de detecção automática de falhas ou degradações ao longo da via, com base em instrumentação embarcada.

Para isso, foi utilizado o modelo apresentado na Aplicação 1, já calibrado, a instrumentação v0021. Para esta aplicação foi considerada a simulação de uma composição com 7 vagões que se movem em um trecho de pavimento ferroviário composto por 401 dormentes, espaçados de 0,54 metros, com uma discretização de 5 elementos entre dormentes totalizando 2.000 elementos de viga, relacionados ao trilho, além de 401 elementos de mola, ligados à rigidez do sistema solo-dormente e mais 401 elementos amortecedores associados ao amortecimento do sistema solo-dormente, totalizando 4.403 GL. Para o modelo adotado foram utilizados vagões com 22 GL cada, conforme apresentado na seção 3.1 e dimensões conforme apresentadas na Figura 40c).

Para fins de comparação, não será aplicada aleatoriedade em nenhum elemento associado ao veículo ou a carga. Também não serão consideradas variações no pavimento ferroviário em que ambos os modelos estão sendo avaliados, para que possam ser registradas apenas as divergências associadas ao dano localizado em um dormentes da via. Os dados de entrada para esta análise serão os mesmos apresentados na aplicação 1, após a otimização, presentes nas Tabelas 1 e 3.

A aplicação do dano parte do entendimento de que falhas ou degradações nos apoios, como recalques diferenciais, perda de apoio do dormente ou deterioração de camadas do lastro, podem ser representadas numericamente por uma redução local no coeficiente de rigidez dos apoios elásticos. Portanto, para esta aplicação, a partir do modelo apresentado, foram simuladas seis diferentes condições de rigidez em um dormente específico da via, representando progressivos níveis de dano.

O primeiro caso, denominado "Sem dano", assume que todos os dormentes possuem a mesma rigidez elástica, ou seja, a estrutura está íntegra e homogênea ao longo da extensão da via modelada. Em seguida, foram considerados cinco níveis de degradação local no dormente em análise, modelando-se reduções no valor da constante elástica vertical associada a esse elemento (k_f), nos seguintes percentuais: 10%, 20%, 30%, 40% e 50%. Esses cenários foram denominados, respectivamente, de "Dano de 10%", "Dano de 20%", "Dano de 30%", "Dano de 40%" e "Dano de 50%".

As Figuras 45 e 47 apresentam, respectivamente, os deslocamentos e as acelerações verticais registrados no eixo do truque traseiro do último vagão para os seis cenários de rigidez avaliados no dormente, permitindo uma comparação direta entre os diferentes níveis de degradação no apoio da via. Para destacar visualmente os efeitos da perda de rigidez, as figuras 46 e 48 incluem um recorte temporal próximo ao instante em que o truque passa diretamente sobre o dormente danificado para os deslocamentos e as acelerações verticais, respectivamente.

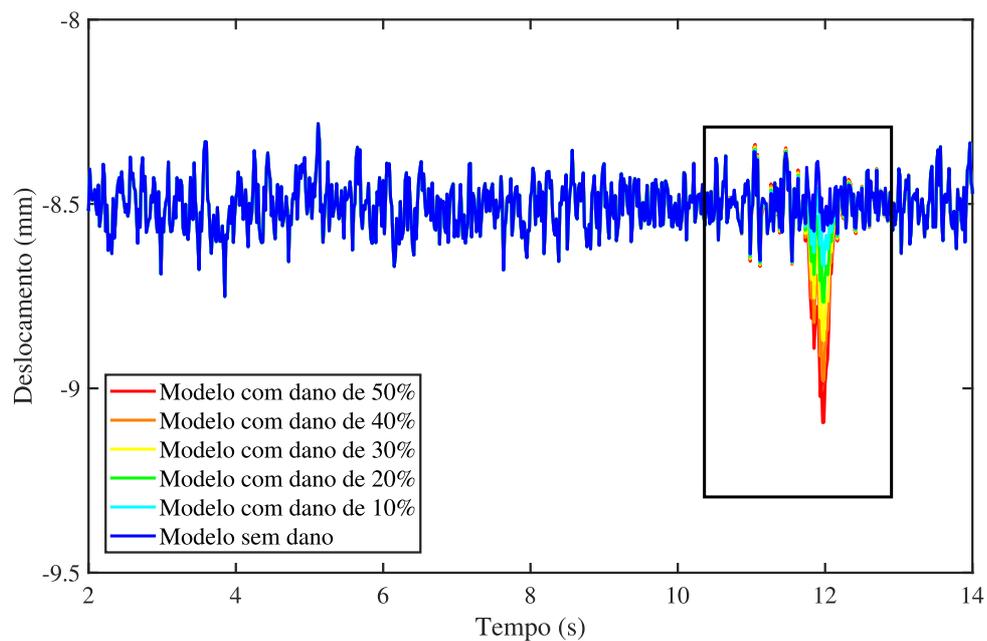


Figura 45 – Deslocamentos verticais no eixo do truque traseiro do último vagão. Fonte: Autor

Os gráficos de deslocamento apresentados nas Figuras 45 e 46 revelam uma tendência, a medida que a rigidez do dormente é reduzida, observa-se um aumento progressivo nos deslocamentos verticais no eixo do truque traseiro. Esse comportamento é coerente com a expectativa física do sistema, visto que uma base de apoio menos rígida oferece menor resistência à passagem da carga, permitindo uma deformação maior.

Além disso, nota-se que mesmo pequenas reduções de rigidez, como 10% ou 20%, já são capazes de alterar o padrão de resposta do sistema, o que evidencia a capacidade do modelo numérico em detectar danos iniciais. Este aspecto é particularmente importante em contextos de monitoramento para manutenção preventiva, permitindo identificar e intervir apenas quando surgem sinais de desgaste ou falhas nos componentes, mesmo que ainda pequenos.

No caso das acelerações, apresentados nas Figuras 47 e 48, os efeitos parecem menos evidentes quando comparados visualmente com o deslocamento. Mas ainda sim pode-se observar que a perda de rigidez no dormente provoca uma amplificação das acelerações

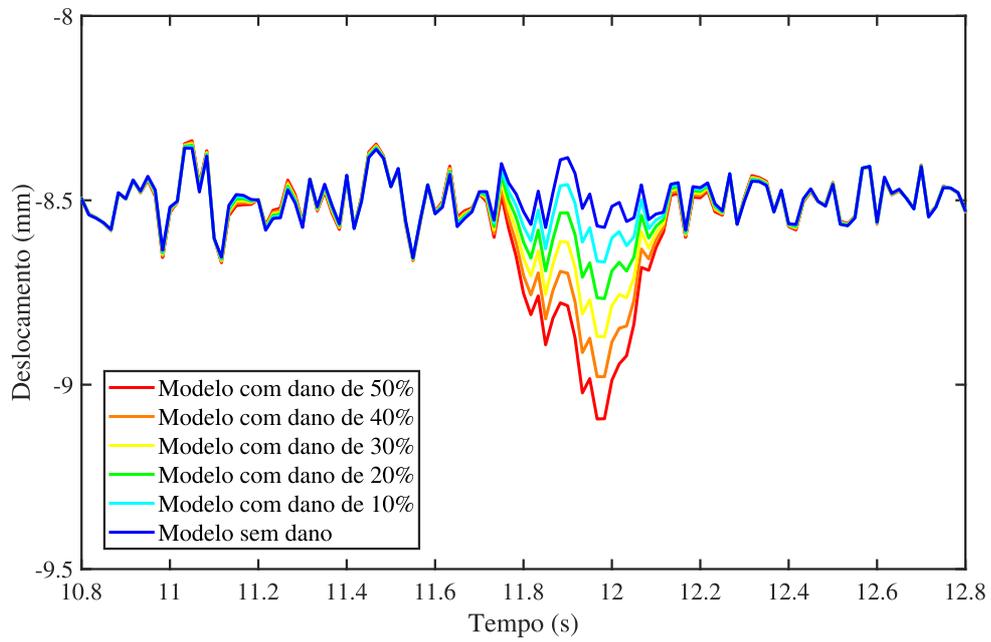


Figura 46 – Deslocamentos verticais no eixo do truque traseiro do último vagão - ZOOM.
Fonte: Autor

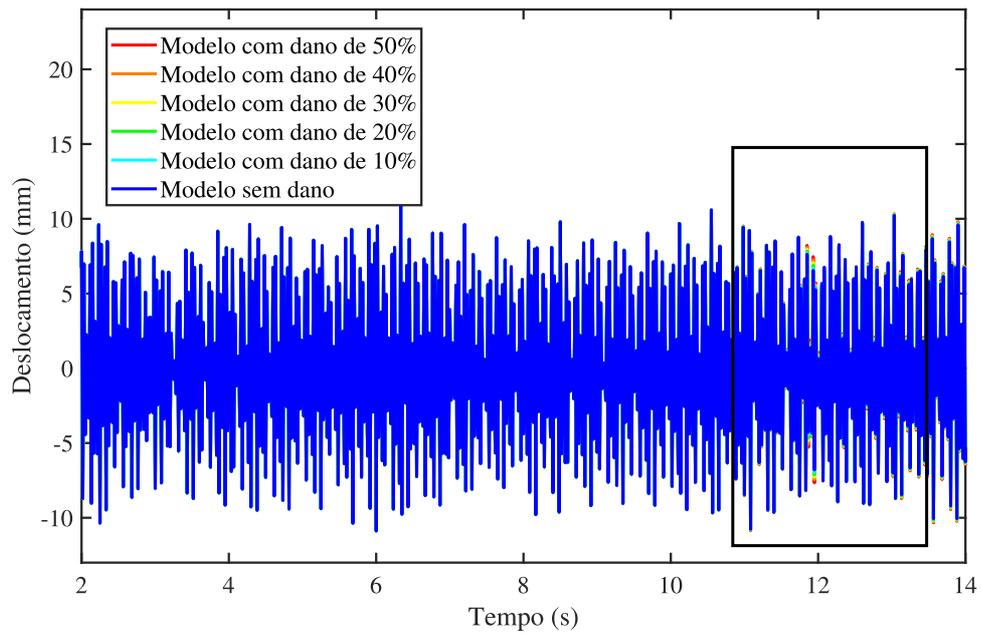


Figura 47 – Acelerações verticais no eixo do truque traseiro do último vagão. Fonte: Autor

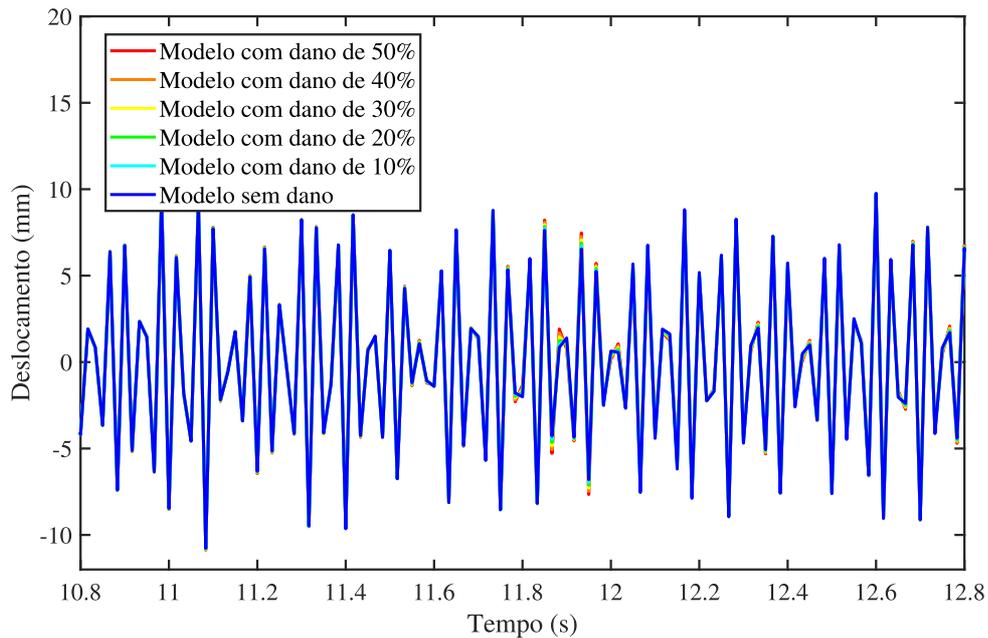


Figura 48 – Acelerações verticais no eixo do truque traseiro do último vagão - ZOOM.
Fonte: Autor

verticais, sobretudo nas situações com maior nível de dano. Essa resposta está associada à alteração na transferência dinâmica de carga entre o veículo e a via, que, ao encontrar um apoio mais flexível, gera oscilações mais intensas. Apesar do gráfico de aceleração ao longo do tempo não evidenciar alterações significativas visualmente, a análise espectral dessas respostas podem revelar mudanças significativas na distribuição de frequências, especialmente em faixas superiores, indicando que o sistema está operando em regimes com maior vibração.

Outro ponto relevante é que os efeitos do dano se manifestam com maior clareza apenas em uma região localizada, conforme evidenciado nas figuras apresentadas. Isso ocorre porque a excitação provocada pelo dano afeta mais intensamente as respostas dinâmicas no momento da passagem do veículo sobre o dormente alterado, fazendo com que a influência do dano seja mais perceptível apenas durante esse intervalo específico de interação. Portanto, ressalta-se a importância da sincronização entre a posição do veículo e a instrumentação no tempo de aquisição dos dados, especialmente quando se trabalha com sensores embarcados. Esse fato evidencia também o potencial da estratégia de uma instrumentação embarcada em não apenas detectar a existência de um dano, mas também a sua localização.

Como a proposta deste trabalho é simular dados dinâmicos obtidos por acelerômetros embarcados no veículo, é fundamental que os sinais de aceleração sejam capazes de evidenciar variações entre diferentes níveis de dano. Por esse motivo, a Figura 49 apresenta o espectro de Fourier obtido a partir do sinal de aceleração vertical no eixo do truque

traseiro do último vagão da simulação em análise para os diferentes cenários de dano progressivo, variando de 0% (estrutura íntegra) até 50% de comprometimento na rigidez de um ponto da via. Enquanto a Figura 50 representa um recorte na região de interesse, região de baixa frequência, onde é observado maior discordância entre os resultados.

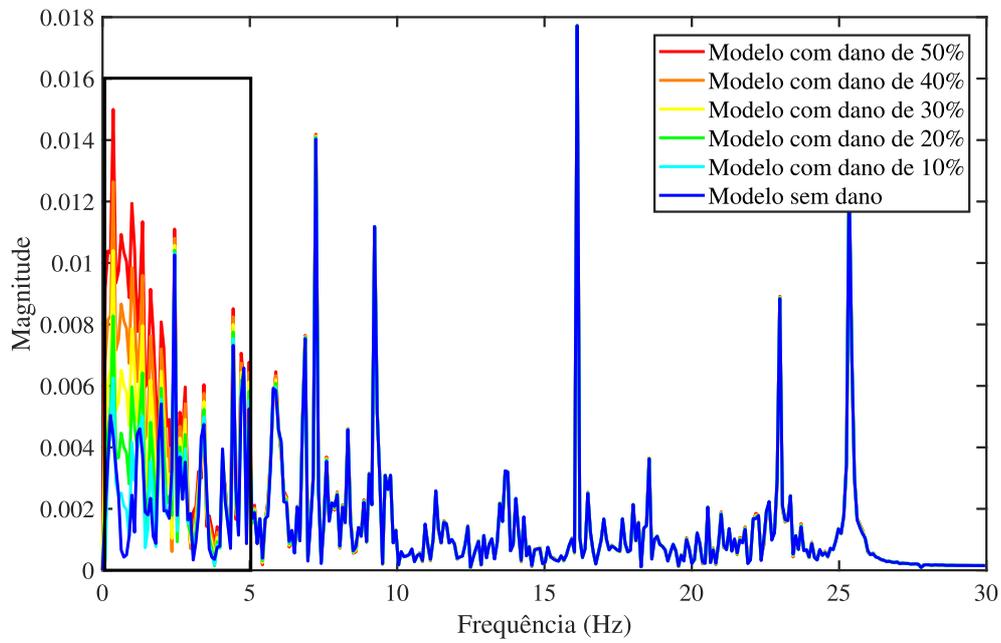


Figura 49 – Transformada de Fourier das acelerações verticais no eixo do truque traseiro do último vagão. Fonte: Autor

A análise espectral obtida por meio da FFT revela uma correlação entre o aumento do dano estrutural e a modificação das características dinâmicas do sistema. Os resultados indicam que os modos de vibração de baixa frequência, em especial os que se concentram até aproximadamente 5 Hz, são afetados à medida que o nível de dano aumenta. Esse comportamento é consistente com a redução da rigidez estrutural provocada pelo dano, o que resulta em uma diminuição das frequências naturais da estrutura.

É possível observar, ainda, um aumento da magnitude espectral nos modelos mais danificados, sobretudo no modelo com 50% de dano. Esse crescimento da energia concentrada em determinadas bandas de frequência pode ser interpretado como uma intensificação da resposta vibratória, consequência da alteração no caminho dinâmico da excitação ao longo da estrutura.

Adicionalmente, as frequências associadas aos picos mais altos no espectro, especialmente na faixa de 15 a 25 Hz, permanecem relativamente estáveis, sugerindo que esses picos estão ligados a modos locais ou a rigidezes menos influenciadas pela degradação global. A separação das curvas ao longo da frequência demonstra a capacidade da aceleração em captar variações sutis no comportamento dinâmico, sendo, portanto, uma variável sensível para fins de diagnóstico estrutural.

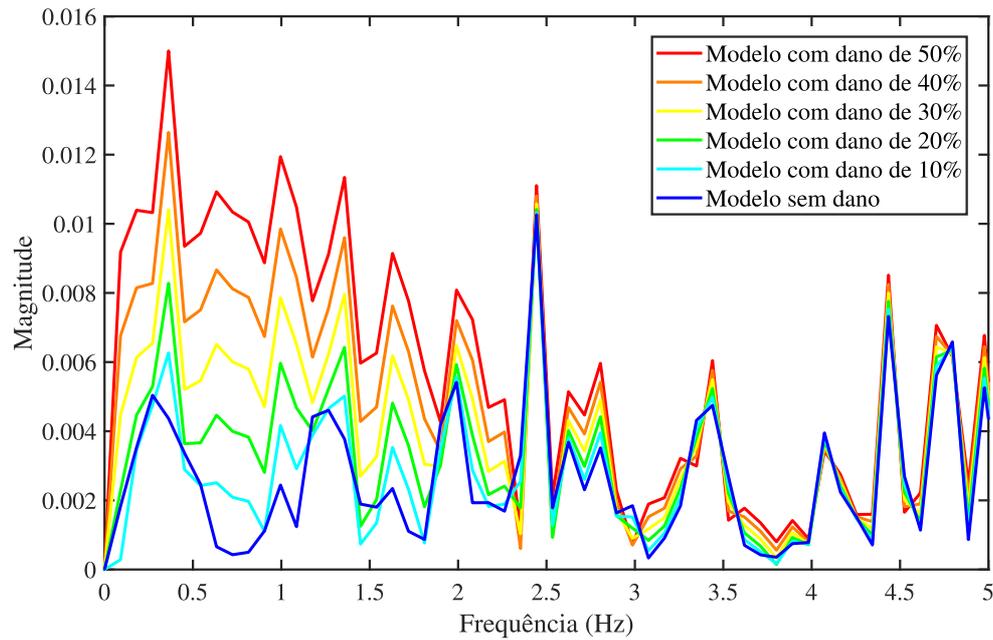


Figura 50 – Transformada de Fourier das acelerações verticais no eixo do truque traseiro do último vagão - ZOOM. Fonte: Autor

Dessa forma, a utilização da FFT aplicada às acelerações se mostra uma ferramenta eficiente para a identificação de divergência entre os sinais de uma estrutura sã e uma estrutura com presença de danos localizados, mesmo que em pequena escala, como 10% ou 20%.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou o desenvolvimento, implementação e validação de um modelo numérico bidimensional para simular a interação dinâmica entre trens de carga e a infraestrutura ferroviária, com foco na avaliação do estado de integridade estrutural da via permanente. Com base em conceitos de dinâmica das estruturas e técnicas de Monitoramento de Integridade Estrutural (SHM), foi possível propor uma ferramenta computacional capaz de reproduzir o comportamento dinâmico do sistema trem-via, bem como de identificar variações associadas a diferentes condições estruturais.

A metodologia adotada envolveu a modelagem dos elementos que compõem o veículo (vagões e locomotivas) e a via férrea (trilhos, dormentes e subestrutura), além da implementação de um algoritmo próprio em MATLAB para resolução das equações diferenciais de movimento via método de Newmark. O modelo também incorporou mecanismos de aleatoriedade e um processo de calibração baseado em regressão linear múltipla, o que permitiu aproximar as respostas numéricas de dados experimentais obtidos *in loco* com boa correlação.

Diversas aplicações foram desenvolvidas ao longo da dissertação com o objetivo de validar e explorar o potencial do modelo proposto. Inicialmente, foi demonstrada a capacidade do algoritmo em reproduzir os deslocamentos e as frequências observadas em instrumentações reais, validando, assim, a estratégia adotada para a calibração. O modelo implementado apresentou desempenho satisfatório tanto em cenários mais simples, como no caso de um trecho de via assentado diretamente sobre o solo, quanto em situações mais complexas, como na comparação com dados obtidos em zonas de transição desenvolvido na segunda aplicação.

Em seguida, a robustez do modelo foi testada por meio da comparação entre duas abordagens distintas quanto a modelagem do carregamento do veículo. Os resultados evidenciaram que, em cenários mais controlados, modelos mais simples apresentam um comportamento semelhante ao dos dados gerados pelos modelos mais completos. Isso indica que, para análises iniciais ou em contextos com limitações computacionais, abordagens simplificadas ainda podem fornecer resultados razoavelmente representativos. No entanto, modelos mais complexos são capazes de capturar mais detalhes, representando melhor a realidade observada e oferecendo maiores possibilidades de análises.

A última aplicação destacou a sensibilidade do modelo à presença de danos localizados, simulados como perdas de rigidez em dormentes. A análise dos sinais de deslocamento e aceleração revelou que pequenas alterações na rigidez são capazes de gerar respostas detectáveis no domínio do tempo e da frequência, especialmente quando monitoradas no eixo do veículo, o que reforça o potencial de estratégias de monitoramento embarcado para diagnósticos contínuos e mais amplos da via permanente.

Os resultados obtidos indicam que o modelo proposto é promissor como ferramenta de apoio à manutenção preditiva, podendo futuramente ser integrado a sistemas de inteligência artificial para a detecção e localização automática de danos. Além disso, sua flexibilidade abrem caminho para aplicações diversas, incluindo análises de desempenho operacional, otimização de velocidade e estratégias de conforto de passageiros ou segurança de cargas.

Assim, esta dissertação contribui para o avanço das estratégias de SHM aplicadas a ferrovias, oferecendo uma base sólida para pesquisas futuras que envolvam tanto a modelagem estrutural quanto a análise de dados experimentais associados à dinâmica veicular.

Como sugestões de melhorias e direções para trabalhos futuros, diversas frentes podem ser exploradas. Uma delas é a modelagem numérica tridimensional do sistema trem-ferrovia, o que traria maior robustez ao algoritmo e permitiria uma representação ainda mais fiel das respostas dinâmicas reais observadas por meio de instrumentações. Outra sugestão relevante é a validação e calibração do modelo com base em dados experimentais obtidos por acelerômetros provenientes de instrumentação embarcada, de forma a validar o modelo desenvolvido para este tipo de medição. Além disso, recomenda-se a inserção de irregularidades geométricas na via, mesmo no modelo bidimensional, ampliando as possibilidades de análise e tornando o algoritmo mais versátil e representativo quanto as condições reais de operação.

REFERÊNCIAS

- 1 MAURICIO, P. **Truques Ferroviários – Princípio de fundamento – 2**. 2017. Disponível em: <<https://paulomauricioferrovia.com.br/2017/07/01/truques-ferroviarios-principio-de-funcionamento-2/>>. Acesso em: 06 mar. 2024.
- 2 BARBOSA, F. d. S. **Desenvolvimento de estratégias de SHM para ferrovias**. 2022. Projeto de pesquisa - Universidade Federal de Juiz de Fora - MG, Brasil. Coordenador: Flávio de Souza Barbosa. Vigência: 07/12/2022–31/12/2025. Disponível em: <<https://memoria2.cnpq.br/web/guest/projetos-pesquisa>>.
- 3 VFCO - Ferrovias Centro-Oeste. **Locomotivas - Catálogo de locomotivas brasileiras**. 2025. <<http://www.vfco.vfco.com.br/locomotivas.shtml>>. Acesso em: 26 jun. 2025.
- 4 LOURENÇO, L. **Alcáface: 30 anos depois**. [S.l.]: Imprensa da Universidade de Coimbra/Coimbra University Press, 2017. v. 5.
- 5 SANDIKCIOGLU, S.; KIRKPATRICK, S. A machine vision for rail surface inspection. **International Railway Journal**, Simmons-Boardman Publishing Corporation, v. 63, n. 12, p. 40–42, 2023.
- 6 STRANO, S.; TERZO, M. Review on model-based methods for on-board condition monitoring in railway vehicle dynamics. **Advances in mechanical engineering**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 11, n. 2, p. 1687814019826795, 2019.
- 7 PILLAI, N.; SHIH, J.-Y.; ROBERTS, C. Evaluation of numerical simulation approaches for simulating train–track interactions and predicting rail damage in railway switches and crossings (s&cs). **Infrastructures**, MDPI, v. 6, n. 5, p. 63, 2021.
- 8 XU, L.; ZHAI, W.; ZHU, S.; LIU, W. An efficient method for train–track–substructure dynamic interaction analysis by implicit-explicit integration and multi-time-step solution. **Railway Engineering Science**, Springer, v. 31, n. 1, p. 20–36, 2023.
- 9 MEIXEDO, A.; SANTOS, J.; RIBEIRO, D.; CALÇADA, R.; TODD, M. D. Online unsupervised detection of structural changes using train–induced dynamic responses. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 165, p. 108268, 2022.
- 10 BIONDI, B.; MUSCOLINO, G.; SOFI, A. A substructure approach for the dynamic analysis of train–track–bridge system. **Computers & structures**, Elsevier, v. 83, n. 28-30, p. 2271–2281, 2005.
- 11 CHU, K.-H.; DHAR, C. L.; GARG, V. K. Railway-bridge impact: simplified train and bridge model. **Journal of the Structural Division**, American Society of Civil Engineers, v. 105, n. 9, p. 1823–1844, 1979.
- 12 OLSSON, M. Finite element, modal co-ordinate analysis of structures subjected to moving loads. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 99, n. 1, p. 1–12, 1985.
- 13 YANG, Y.-B.; LIN, B.-H. Vehicle-bridge interaction analysis by dynamic condensation method. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 121, n. 11, p. 1636–1643, 1995.

- 14 ZHAI, W.; SUN, X. A detailed model for investigating vertical interaction between railway vehicle and track. **vehicle system dynamics**, Taylor & Francis, v. 23, n. sup1, p. 603–615, 1994.
- 15 DUC, T. L. A.; NAM, P. H.; MY, N. V.; QUANG, T. D.; PAOLACCI, F. 2d train-track-bridge interaction analysis considering the effect of ballasted tracks. **JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**, p. 1–7, 2024.
- 16 SAKHARE, A.; FAROOQ, H.; NIMBALKAR, S.; DODAGOUDAR, G. Dynamic behavior of the transition zone of an integral abutment bridge. **Sustainability**, v. 14, p. 4118, 2022.
- 17 YAN, B.; DAI, G.; ZHANG, H. Beam-track interaction of high-speed railway bridge with ballast track. **Journal of Central South University**, v. 19, p. 1447–1453, 2012.
- 18 RIBEIRO, D.; CALÇADA, R.; DELGADO, R.; BREHM, M.; ZABEL, V. Finite-element model calibration of a railway vehicle based on experimental modal parameters. **Vehicle System Dynamics**, Taylor & Francis, v. 51, n. 6, p. 821–856, 2013.
- 19 BRAGANÇA, C.; NETO, J.; PINTO, N.; MONTENEGRO, P.; RIBEIRO, D.; CARVALHO, H.; CALÇADA, R. Calibration and validation of a freight wagon dynamic model in operating conditions based on limited experimental data. **Vehicle System Dynamics**, Taylor & Francis, v. 60, n. 9, p. 3024–3050, 2022.
- 20 RIBEIRO, D.; BRAGANÇA, C.; COSTA, C.; JORGE, P.; SILVA, R.; ARÊDE, A.; CALÇADA, R. Calibration of the numerical model of a freight railway vehicle based on experimental modal parameters. In: ELSEVIER. **Structures**. [S.l.], 2022. v. 38, p. 108–122.
- 21 MELO, L. R. T.; RIBEIRO, D.; CALÇADA, R.; BITTENCOURT, T. N. Validation of a vertical train–track–bridge dynamic interaction model based on limited experimental data. **Structure and Infrastructure Engineering**, Taylor & Francis, v. 16, n. 1, p. 181–201, 2020.
- 22 AKIYAMA, Y.; TOMIOKA, T.; TAKIGAMI, T.; AIDA, K.-i.; KAMADA, T. A three-dimensional analytical model and parameter determination method of the elastic vibration of a railway vehicle carbody. **Vehicle System Dynamics**, Taylor & Francis, v. 58, n. 4, p. 545–568, 2020.
- 23 QUIRKE, P.; OBRIEN, E. J.; BOWE, C.; CANTERO, D.; MALEKJAFARIAN, A. The calibration challenge when inferring longitudinal track profile from the inertial response of an in-service train. **Canadian Journal of Civil Engineering**, NRC Research Press 1840 Woodward Drive, Suite 1, Ottawa, ON K2C 0P7, v. 49, n. 2, p. 274–288, 2022.
- 24 HUANG, Q.; GARDONI, P.; HURLEBAUS, S. A probabilistic damage detection approach using vibration-based nondestructive testing. **Structural safety**, Elsevier, v. 38, p. 11–21, 2012.
- 25 MEIXEDO, A.; SANTOS, J.; RIBEIRO, D.; CALÇADA, R.; TODD, M. D. Damage detection in railway bridges using traffic-induced dynamic responses. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 238, p. 112189, 2021.

- 26 GHIASI, A.; MOGHADDAM, M. K.; NG, C.-T.; SHEIKH, A. H.; SHI, J. Q. Damage classification of in-service steel railway bridges using a novel vibration-based convolutional neural network. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 264, p. 114474, 2022.
- 27 MENDES, D. d. C. **Projeto de instrumentação, monitoramento por imagens e retroanálise de pavimento**. 124 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, Brasil, 2022.
- 28 CHAPMAN, S. J. **Programação em MATLAB para engenheiros**. [S.l.]: Pioneira Thomson Learning, 2003.
- 29 KOLOUSEK, V.; MCLEAN, R. F.; FLEMING, J. S.; HAJSMANOVA, D. Dynamics in engineering structures. **(No Title)**, 1973.
- 30 KRYLOV, A. Mathematical collection of papers of the academy of sciences. **Mathematische Annalen**, v. 61, p. 211, 1905.
- 31 TIMOSHENKO, S. Cv. on the forced vibrations of bridges. **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science**, Taylor & Francis Group, v. 43, n. 257, p. 1018–1019, 1922.
- 32 GREEN, M.; CEBON, D. Dynamic interaction between heavy vehicles and highway bridges. **Computers & structures**, Elsevier, v. 62, n. 2, p. 253–264, 1997.
- 33 WU, Y.-S.; YANG, Y.-B.; YAU, J.-D. Three-dimensional analysis of train-rail-bridge interaction problems. **Vehicle System Dynamics**, Taylor & Francis, v. 36, n. 1, p. 1–35, 2001.
- 34 ZENG, Z.-P.; LIU, F.-S.; WANG, W.-D. Three-dimensional train-track-bridge coupled dynamics model based on the explicit finite element method. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Elsevier, v. 153, p. 107066, 2022.
- 35 WAN, C.; MARKINE, V. L.; SHEVTSOV, I. Y. Analysis of train/turnout vertical interaction using a fast numerical model and validation of that model. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 228, n. 7, p. 730–743, 2014.
- 36 RIBEIRO, C. A.; CALÇADA, R.; DELGADO, R. Calibration and experimental validation of a dynamic model of the train-track system at a culvert transition zone. **Structure and Infrastructure Engineering**, Taylor & Francis, v. 14, n. 5, p. 604–618, 2018.
- 37 SORIANO, H. L. **Análise de estruturas: formulação matricial e implementação computacional**. [S.l.]: Ciência Moderna, 2005.
- 38 SORIANO, H. L. **Elementos finitos: formulação e aplicação na estática e dinâmica das estruturas**. [S.l.]: Ciência Moderna, 2009.
- 39 ZHANG, N.; XIA, H.; GUO, W.; ROECK, G. D. A vehicle-bridge linear interaction model and its validation. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, World Scientific, v. 10, n. 02, p. 335–361, 2010.

- 40 NEWMARK, N. M. A method of computation for structural dynamics. **Journal of the engineering mechanics division**, American Society of Civil Engineers, v. 85, n. 3, p. 67–94, 1959.
- 41 BATHE, K.-J. **Finite element procedures**. [S.l.]: Klaus-Jurgen Bathe, 2006.
- 42 SHI, C.; ZHAO, C.; ZHANG, X.; ANDERSSON, A. Analysis on dynamic performance of different track transition forms using the discrete element/finite difference hybrid method. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 230, p. 106187, 2020.
- 43 PAIXÃO, A.; FORTUNATO, E.; CALÇADA, R. Transition zones to railway bridges: Track measurements and numerical modelling. **Engineering Structures**, v. 80, p. 435–443, December 2014.
- 44 CANLI, D.; ŞENYURT, S. Bezier curves and surfaces with the generalized α -bernstein operator. **Symmetry**, MDPI AG, v. 17, n. 2, p. 187, 2025.
- 45 WU, Y.-S.; YANG, Y.-B.; YAU, J.-D. Three-dimensional analysis of train-rail-bridge interaction problems. **Vehicle System Dynamics**, Taylor & Francis, v. 36, n. 1, p. 1–35, 2001.
- 46 RIBEIRO, D.; CALÇADA, R.; DELGADO, R.; BREHM, M.; ZABEL, V. Finite-element model calibration of a railway vehicle based on experimental modal parameters. **Vehicle System Dynamics**, Taylor & Francis, v. 51, n. 6, p. 821–856, 2013.
- 47 HANKARI, S. E.; TAHIRI, M.; DKIOUAK, R.; ROKY, K. On the vertical effect of the non-linear behavior of track–bridge interaction in simply supported railway bridges. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Elsevier, v. 154, p. 104442, 2023.