

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ECONOMIA
GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

Renan Chaves Andrade

Projeção do consumo de água em Juiz de Fora no período de 2022-2041.

Juiz de Fora

2023

Renan Chaves Andrade

Projeção do consumo de água em Juiz de Fora no período de 2022-2041.

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Economia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do bacharelado em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Zanini

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Chaves, Renan.

Projeção do consumo de água em Juiz de Fora no período de 2022-2041 / Renan Chaves. -- 2023.

36 p.

Orientador: Alexandre Zanini

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Economia, 2023.

1. Juiz de Fora. 2. Consumo de água. 3. Agência Nacional de Águas. 4. Previsão. I. Zanini, Alexandre, orient. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
REITORIA - FACECON - Depto. de Economia

FACULDADE DE ECONOMIA / UFJF

ATA DE APROVAÇÃO DE MONOGRAFIA II (MONO B)

Na data de 04/07/2023, a Banca Examinadora, composta pelos professores

1 – Alexandre Zanini - orientador; e

2 – Rafael Morais de Souza,

reuniu-se para avaliar a monografia do acadêmico **RENAN CHAVES ANDRADE**, intitulada:
PROJEÇÃO DO CONSUMO DE ÁGUA EM JUIZ DE FORA NO PERÍODO DE 2022-2041.

Após primeira avaliação, resolveu a Banca sugerir alterações ao texto apresentado, conforme relatório sintetizado pelo orientador. A Banca, delegando ao orientador a observância das alterações propostas, resolveu **APROVAR** a referida monografia.

ASSINATURA ELETRÔNICA DOS PROFESSORES AVALIADORES



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Zanini, Professor(a)**, em 05/07/2023, às 09:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rafael Morais de Souza, Professor(a)**, em 05/07/2023, às 19:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1352677** e o código CRC **6253D405**.

Referência: Processo nº 23071.926408/2023-70

SEI nº 1352677

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente ao meu orientador professor Dr. Alexandre Zanini pela paciência e pelo auxílio exemplar oferecidos a mim durante a elaboração deste trabalho.

Gostaria de agradecer também aos meus pais Lilian e Estevão e ao meu irmão Pedro por serem meu porto seguro, por me entenderem melhor que ninguém e por sempre confiarem 100% na minha capacidade, mesmo quando eu mesmo tinha dúvidas.

À minha namorada, Giulia, por todo o suporte, amor e companheirismo dados, por me acompanhar e me ouvir durante todas as etapas da escrita e pelos momentos de lazer e descontração muito necessários para espairecer a mente de toda a pressão e estresse vividos durante o período.

Por fim, gostaria de agradecer também aos meus diversos amigos, que estiveram ao meu lado desde o dia 1 e que se mantiveram leais e presentes mesmo após anos de altos e baixos.

RESUMO

Este estudo foi realizado com o intuito de projetar a evolução dos diversos usos setoriais de água em Juiz de Fora, partindo de 2022 até o ano de 2041. Para tanto, foram utilizados os dados disponibilizados pela Agência Nacional de Águas sobre o uso consuntivo da água em todos os municípios da União entre 1931 e 2021. Os métodos de Amortecimento Exponencial e de Box-Jenkins foram utilizados para a predição. Os resultados apontaram para uma tendência de aumento do uso consuntivo da água na cidade, partindo de 442 L/s em 2021 para 512 L/s em 2041, apontando crescimento de 15,70%, com destaque para o setor de Agricultura de Irrigação, que apontou crescimento de 30,41%. Outros setores de destaque foram o de consumo humano urbano e rural, com crescimentos respectivos de 14,83% e 17,96%. Os demais setores apresentaram certa estabilidade ou uma ligeira variação, com queda de 4,34% no caso do setor de mineração, e 2,86% de crescimento no setor da indústria de transformação.

Palavras-chave: Uso consuntivo da água, projeção, Juiz de Fora, amortecimento exponencial

ABSTRACT

This study aimed to project the evolution of the various sectoral water uses in Juiz de Fora, starting from 2022 until the year 2041. To do so, data provided by the Agência Nacional de Águas (National Water Agency) on the consumptive use of water in all Brazilian municipalities between 1931 and 2021 were used. The Exponential Smoothing method was used for prediction. The results pointed to a trend of increasing consumptive use of water in the city, starting from 442 L/s in 2021 to 512 L/s in 2041, representing a growth of 15.70%, with emphasis on the Agriculture Irrigation sector, which showed a growth of 30.41%. Other prominent sectors were urban and rural human consumption, with respective growth rates of 14.83% and 17.96%. The remaining sectors showed a certain level of stability or a slight variation, with a 4.34% decline in the mining sector and a 2.86% growth in the manufacturing sector.

Keywords: Consumptive water use, projection, Juiz de Fora, Exponential Smoothing.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Séries históricas do consumo de água em Juiz de Fora (em L/s)	24
Figura 2 - Diferenciação do setor Animal	35
Figura 3 - Diferenciação do setor Indústria	35
Figura 4 - Diferenciação do setor Mineração	36

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - <i>Out-of-sample rolling evaluation</i> (análise recursiva fora da amostra).....	20
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estatísticas históricas da variação do consumo setorial de água na cidade.....	23
Tabela 2 - MAPE acumulado fora da amostra por setor (em %).....	25
Tabela 3 – Medidas de Desempenho	27
Tabela 4 - Teste de Ljung-Box.....	27
Tabela 5 - Equações de previsão do Método de Amortecimento Exponencial (MAE).....	28
Tabela 6 - Equações de previsão para o Método de Box-Jenkins (MBJ).....	29
Tabela 7 - Projeção para o consumo de água em Juiz de Fora (em L/s).....	30

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	13
3 BASE DE DADOS E METODOLOGIA.....	15
3.1 MÉTODO DE AMORTECIMENTO EXPONENCIAL (MAE)	17
3.2 MÉTODO DE BOX-JENKINS (MBJ).....	18
3.3 COMPETIÇÃO DOS MÉTODOS	20
3.4 ESTATÍSTICAS DE DESEMPENHO.....	21
4. ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS	23
4.1 PERFIL DAS SÉRIES TEMPORAIS	23
4.2 COMPETIÇÃO DOS MÉTODOS	25
4.3 EQUAÇÕES DE PREVISÃO	28
5. CONCLUSÕES	31
REFERÊNCIAS	32
Apêndice A – Gráfico de Autocorrelação dos Erros do setor Urbano	34
Apêndice B – Diferenciação da FAC e da FACP	35

1 INTRODUÇÃO

Água é o recurso natural mais necessário para a manutenção da vida, não só humana, como também da fauna e da flora no planeta Terra. Apesar de cobrir 70% da superfície terrestre, apenas aproximadamente 2,5% dessa água não é salgada, sendo que dessa porcentagem, apenas 1,2% são águas superficiais, estando o resto no subsolo ou congelada nas calotas polares, o que demonstra a escassez desse recurso (USGS, 2018). Entender melhor sobre a disponibilidade e o uso da água é importante para o desenvolvimento de políticas públicas voltadas para a economia dos recursos hídricos.

O Brasil passou por uma forte crise hídrica no biênio 2014-15, que afetou majoritariamente a região Sudeste, em especial São Paulo. O nível do principal reservatório da cidade, o Sistema Cantareira, chegou a atingir apenas 5% de sua capacidade (Nobre, 2016), o que gerou estudos para diagnosticar as causas da crise. Custódio (2015), por exemplo, atestou que a crise não se deu por fatores climáticos, já que períodos de estiagem, apesar de não naquela gravidade, eram comuns na região, e que a crise teria sido causada pela poluição da bacia do Alto Tietê, importante para o sistema, além de ter sido permeada por outros problemas ao longo do tempo. Otto et al. (2015) afirmam também que o aumento da emissão de gases de efeito estufa não tem ligação com a crise, sendo a estiagem, o crescimento populacional e a mudança na forma como a água é utilizada as principais causas dessa seca.

Independentemente de qual fator seja o definitivo para uma crise hídrica, é de responsabilidade dos formuladores de política ter conhecimento sobre quais ações tomar, e conhecer melhor o perfil de consumo dos brasileiros é um fator importante para tal.

O estudo da água pode ser feito a partir de dois pontos de vista: da disponibilidade, ou seja, da sua oferta, ou a partir de seu uso, da demanda. Uma análise vinda da oferta é consideravelmente mais difícil, visto que fatores humanos e não humanos, como a mudança climática, quantidade de chuvas e mudanças atmosféricas são difíceis de medir com precisão e podem tornar os dados enviesados (Franco et al., 2020). Por conta disso, a demanda passa a ser a principal fonte de dados para analisar os recursos hídricos brasileiros.

O uso setorial da água pode ser dividido em dois tipos: consuntivo e não consuntivo. O uso não consuntivo é aquele que depende da disponibilidade da água para concretizar-se, mas não a utiliza diretamente, como pesca e navegação, por exemplo. Já

o uso consuntivo é aquele no qual a água é retirada, consumida e não retorna para os leitos dos rios, como para a irrigação e cozinha por exemplo (ANA, 2021). Além do uso pelos seres humanos, a evaporação também retira a água dos rios e reservatórios, sendo responsável, no Brasil, por cerca de 31% dos 93 trilhões de litros de água retirados por ano, com o uso setorial consuntivo respondendo pelos demais 69% (ANA, 2021). Ainda de acordo com a Agência Nacional de Águas (2021), no Brasil, a irrigação é responsável por cerca de 50% do uso setorial, enquanto o abastecimento urbano é responsável por 25%. Os demais 25% estão divididos entre uso industrial, com 9%; animal, 8%; de termelétricas, 5%; para mineração, 2%; e abastecimento rural, 2%.

Em Juiz de Fora, no entanto, o cenário é um pouco diferente. Por ser uma cidade na qual a principais atividades econômicas são de comércio e serviço, e não de agricultura e indústria de transformação (IBGE, 2020), o principal uso da água na cidade é urbano, correspondendo a cerca de 59%. Em segundo lugar está a Agricultura, com 17% e a Indústria de Transformação fecha o grupo de maior consumo, com 14%. O uso animal, rural, de mineração e de termelétricas compõe 7%; 1,8%; 0,19% e 0,11% do total, respectivamente (SNIRH, 2021).

Apesar de ser um setor com pouca importância, o setor agrícola vem apresentando um crescimento. Entre 2012 e 2014, por exemplo, o setor apresentou crescimento de 87,11% no valor adicionado ao PIB da cidade. Houve uma queda entre os anos de 2014 e 2015, o que pode ter sido causado pela crise econômica vivenciada no país durante esse período. Já entre 2018 a 2020 o crescimento foi retomado, atingindo quase 50%. (IBGE, 2020).

Já o setor industrial tem enfrentado um período de estagnação na cidade. Sua contribuição nominal ao PIB juiz-forano tem se mantido mais ou menos constante, no mesmo patamar que se encontrava em 2012 (IBGE, 2020).

Feitas estas considerações, atenta-se que o objetivo desta monografia consiste em fazer um estudo, usando métodos de análise de séries temporais, sobre a evolução do consumo de água especificamente em Juiz de Fora para os próximos 20 anos¹. Acredita-se que este tipo de trabalho pode auxiliar na geração de informações que deem suporte à formulação de políticas voltadas para o gerenciamento de eventuais crises futuras.

¹ O horizonte de previsão é longo pois segue o estilo de projeção feita por institutos governamentais, incluindo a Agência Nacional de Águas, que projeta prazos de décadas em suas previsões.

Além desta introdução, o trabalho monográfico está organizado em mais quatro seções. No capítulo 2 serão abordados outros estudos feitos sobre o consumo de água e modelos de previsão utilizados. Na seção 3 será apresentada a base de dados utilizada na análise para Juiz de Fora, bem como os métodos a serem utilizados para a análise desses dados. Na parte 4, os resultados para as séries escolhidas serão apresentados e no último capítulo constarão as conclusões finais sobre o estudo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Os estudos sobre o uso da água já ocorrem há algum tempo. An et al. (1996), por exemplo, propôs uma versão atualizada do método de Conjuntos Aproximados, utilizando mais os dados estatísticos do próprio sistema para realizar a previsão. O modelo era bom, de acordo com eles, porque o consumo de água tem a característica “se-então”, na qual as decisões levam em consideração a situação presente.

Butler e Memon (2005), ao medirem a demanda por água no Reino Unido, apontaram que a grande dificuldade para a produção de literatura sobre é a ausência de dados confiáveis sobre variáveis como tendência do consumo, características dos microcomponentes e contexto socioeconômico, por exemplo. Isso demonstrou ainda mais a importância da produção de métodos confiáveis de previsão.

Aly e Wanakule (2004), por sua vez, utilizaram o método de amortecimento exponencial para prever o consumo de água em Tampa, na Flórida no curto prazo, ou seja, nos próximos dias e meses, chegando a modelos bem ajustados de previsão. Seus modelos levavam em conta não apenas a tendência, mas também a sazonalidade. Os autores ressaltaram, no entanto, que eram necessários ao menos seis anos (72 observações) de dados prévios para se obter um modelo confiável. Mais recentemente, Gelažanskas e Gamage (2015), seguindo linhas parecidas com as de Aly e Wanakule, fizeram previsões acerca do consumo de água quente em residências e chegaram à conclusão de que modelos como o de Amortecimento Exponencial, Box-Jenkins (SARIMA), decomposição sazonal e uma mistura de todos eles performaram melhor que os modelos de referência *Naive* e os que usam média.

Análises sobre a elasticidade da demanda por água também foram feitas ao longo do tempo. Espey, Espey e Shaw (1997), por exemplo, analisaram diversos estudos feitos durante o século XX, chegando a uma elasticidade média de -0,51 do consumo de água em relação ao preço, com 90% dos estudos apontando para algum valor entre 0 e -0,75. Schoengold, Sunding e Moreno (2006), por sua vez, apontaram uma elasticidade-preço de -0,79 para o consumo de água no setor agrícola.

Em Juiz de Fora, a crise hídrica de 2014-15 foi responsável por uma queda de 6,36% no consumo hídrico da cidade. Apesar dessa queda, em 2017 a demanda já estava novamente em patamares pré-crise (SNIRH, 2021). De acordo com dados da Companhia de Saneamento Municipal (CESAMA), obtidos por Leonel (2019b), o

consumo per capita na cidade era de 142 litros por dia em 2018, ou 51.830 litros por ano. O consumo na cidade estava 8% abaixo da média nacional, mas ainda se encontra acima do nível de 110 litros por dia preconizado pela OMS. Ainda de acordo com a CESAMA, 30% da água captada é perdida por meio de vazamentos, o que pode significar falta de água em períodos quentes, quando há aumento no uso (Leonel, 2019a). Apesar da queda durante a crise, a década de 2010 (2010-19) registrou crescimento de 19,14% no consumo de água, período com maior aumento desde a década de 1970, que registrou variação positiva de 23,46%. Contrasta ainda mais com os anos 2000, que registraram queda de 3,27% em 10 anos (SNIRH, 2021).

Para atingir o objetivo definido neste trabalho monográfico, propõem-se fazer uma análise do consumo histórico de água no município de Juiz de Fora a partir da aplicação de dois métodos autoprojetivos ou univariados quais sejam: o Método de Amortecimento Exponencial (MAE) e o Método de Box & Jenkins (MBJ). Estes dois métodos são submetidos a uma competição, onde o melhor deles será aquele que tiver o menor erro de previsão numa análise recursiva forma da amostra. Mais detalhes poderão ser vistos no próximo capítulo.

3 BASE DE DADOS E METODOLOGIA

Os dados sobre o consumo de água em Juiz de Fora foram retirados da Agência Nacional de Águas (ANA), que disponibiliza através do Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos (SNIRH) séries temporais sobre usos consuntivos da água para todos os municípios brasileiros entre 1931 e 2021. As informações são anuais, calculadas em m³/s e estão divididas em sete usos setoriais (ANA, 2021):

- Humano Urbano
- Humano Rural
- Agricultura de Irrigação
- Mineração
- Dessedentação animal
- Indústria de transformação
- Termoeletricidade

O consumo humano urbano e rural são os relacionados à vida cotidiana, como lavar roupas e louças e cozinhar, por exemplo. Sua fonte é principalmente mananciais superficiais na maior parte do país, principalmente nas grandes cidades como Rio de Janeiro. Em Juiz de Fora, as represas de São Pedro, Chapéu D' uvas, Dr. João penido e o ribeirão Espírito Santo, sendo este último localizado na zona rural da cidade, são os principais mananciais. (CESAMA, 2023). O de agricultura de irrigação é a água utilizada nas lavouras para irrigar as plantações quando na região há deficiência de chuvas ou quando as culturas necessitam uma maior quantidade de água. O de mineração está relacionado à água utilizada na extração de minerais, muitos relacionados à construção civil, como pedra, areia e argila. Dessedentação animal é a água utilizada para suprir as necessidades básicas de manutenção da vida animal, variando conforme a espécie e o tamanho do animal. A indústria de transformação é a água utilizada na produção por essas indústrias, tendo como destaque as de celulose e de produção de bebidas alcoólicas. Por fim, a termoeletricidade está relacionada à produção de energia, principalmente por hidrelétricas (ANA, 2021).

O consumo total também está incluído na base de dados, bem como a evaporação. Como a evaporação, por não ser um processo com influência direta humana, não está dentro do escopo deste estudo, foi excluído da análise. Os dados

foram convertidos para L/s (ou seja, multiplicados por 1000) a fim de melhorar a visualização das escalas. A proposta é analisar o histórico do consumo de água para cada um desses sete setores e do consumo total em Juiz de Fora, fazendo-se a projeção deste consumo para o período de 2022-2040. Acredita-se que uma melhor compreensão do perfil do consumo juiz-forano pode contribuir para eventuais tomadas de decisão em políticas públicas quando houver necessidade, como no caso de uma seca.

Em Juiz de Fora, o principal uso é humano urbano, que em 2021 representou 0,26 m³/s ou 58,89% do total consumido, seguido por agricultura de irrigação com 0,075 m³/s, 17,16% do total. A terceira maior fonte de consumo vem da indústria de transformação, que consome 0,062 m³/s, representando 14,08% do total. A dessedentação animal foi responsável por 7,85% do consumo, ou 0,034 m³/s. O uso humano rural, de mineração e de termelétricas fecharam os demais 2,10%, com 0,0079 m³/s (1,8%), 0,00084 m³/s (0,19%) e 0,00047 m³/s (0,11%). (SNIRH, 2021).

Essa distribuição tem um perfil um pouco diferente do perfil do restante do país, que tem a agricultura de irrigação como maior consumidora de água. Essa diferença se dá pela característica econômica da cidade, que tem como principal atividade o comércio e outros serviços urbanos. A agricultura de irrigação, de acordo com o IBGE (2020), é responsável por apenas 0,3% do valor adicionado no PIB juiz-forano. Outro destaque é o uso por termoeletricidade, última colocada, apesar de, na cidade, existirem duas usinas hidrelétricas, a de Joasal e Marmelos, que juntas possuem capacidade instalada de mais de 13 MW (Cemig, 2023), na cidade. Nesse último caso é importante ressaltar a falta de informações, visto que só estão disponíveis os dados de 2013 em diante.

Dois métodos foram utilizados para a análise dos dados: o Método de Amortecimento Exponencial (MAE)² e o Método de Box & Jenkins (MBJ)³. Promoveu-se ainda uma competição entre eles para escolher o método melhor para gerar as previsões. Foi realizada uma análise recursiva fora da amostra. Para maiores detalhes, ver Zanini (2023) que serve de base para as subseções a seguir.

² Montgomery & Johnson (1990).

³ Box & Jenkins (1994).

3.1 MÉTODO DE AMORTECIMENTO EXPONENCIAL (MAE)

O modelo de Amortecimento Exponencial consiste em, ao observar uma série temporal, ponderar os dados a partir de sua idade, para que os dados mais recentes tenham maior importância na análise do que os dados mais antigos. Para isso, são calculados parâmetros $\hat{a}(T)$ para cada observação, parâmetros estes que serão reestimados a cada nova observação, como definida na seguinte equação:

$$\hat{a}(T) = \alpha * Z(T) + (1 - \alpha) * \hat{a}(T-1) \quad (3.1.1)$$

Na qual:

$\hat{a}(T)$: valor amortecido da série;

α : constante de amortecimento ou hiperparâmetro (número entre 0 e 1).

$Z(T)$: último dado disponível

Será feita uma combinação convexa, onde é dado um peso α para o “presente” (último dado) e um peso $(1 - \alpha)$ para o “passado” (estimativa anterior para o nível e que pode ser obtida de várias formas como, por exemplo, uma média, uma média móvel, dentre outras).

A partir desse parâmetro, alguns modelos de previsão autoprojativos podem ser feitos, como por exemplo o modelo *naive*, utilizado em séries sem variação de nível nem tendência, ou seja, estáticas. A previsão seria apenas o último dado disponível levado ao horizonte de previsão. A equação pode ser dada por:

$$Z_T(\tau) = Z(T) \quad (3.1.2)$$

Onde $Z_T(\tau)$ é a previsão.

Esse método, porém, serve apenas para séries sem variações de tendência. Como algumas das séries temporais trabalhadas apresentam variações no nível e não se mantêm constantes, ou seja, possuem tendência, o modelo de amortecimento exponencial indicado é o de Holt, que é representado na equação a seguir:

$$Z_t = (a_1(T) + a_2(T) * t) + \varepsilon_t \quad (3.1.3)$$

Na qual:

Z_t : previsão no instante $T+t$ feita em T ;

$a_1(T)$: parâmetro de nível no instante T ;

$a_2(T)$: parâmetro de tendência no instante T ;

t : variável tempo ($t = 1, 2, \dots, T$ sendo T a quantidade de dados existentes);

ε_t é o erro de previsão e $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Sobre os parâmetros a_1 e a_2 é feita uma atualização, que podem ser escritas a partir das seguintes equações:

$$\hat{a}_1(T) = \alpha * Z_T + (1 - \alpha) * [\hat{a}_1(T - 1) + \hat{a}_2(T - 1)] \quad (3.1.4)$$

$$\hat{a}_2(T) = \beta * [\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T - 1)] + (1 - \beta) * [\hat{a}_2(T - 1)] \quad (3.1.5)$$

É possível perceber que existe a ideia de ponderar o período no tempo onde o dado está inserido, dando mais peso aos dados mais recentes e menos aos dados mais antigos, ideia central do amortecimento exponencial. No caso do modelo de Holt, porém, são utilizadas duas variáveis (α e β), uma para o parâmetro de nível (a_1) e outra para o de tendência (a_2).

Na equação (3.1.4), observa-se que a atualização do parâmetro de nível é feita dando um peso α para o dado real mais recente e um peso $(1 - \alpha)$ para a última estimativa feita para o nível que é composta por: $\hat{a}_1(T-1)$, estimativa feita para o nível no instante anterior (T-1), mais $\hat{a}_2(T-1)$, que é a estimativa feita para a tendência também no instante anterior (T-1). Percebe-se a partir do cálculo dessa atualização paramétrica que o que é calculado é justamente o novo nível, ou seja, foi incluída a tendência na equação.

Já na equação (3.1.5), atualização do parâmetro de tendência, vê-se que é dado um peso β para a diferença entre a nova estimativa do nível (calculada na equação 3.1.4) e a última estimativa do nível (feita no instante anterior T-1).

3.2 MÉTODO DE BOX-JENKINS (MBJ)

O modelo ARIMA de Box-Jenkins também será utilizado na análise. Este modelo modela séries temporais não estacionárias na média (caso das séries em questão) produzindo a estacionariedade através da diferenciação da série original, ou seja, produz uma série não estacionária homogênea. Desta forma, se Z_t é uma série não estacionária, procurar-se-á transformá-la na série X_t não estacionária homogênea. Então:

$$X_t = Z_t - Z_{t-1} = Z_t - BZ_t = (1 - B)Z_t = \nabla Z_t \quad (3.2.1)$$

Onde:

$\nabla = (1 - B)$: operador de diferença.

Isto significa que, aplica-se tantas diferenças quantas forem necessárias para produzir estacionariedade (na média) da série resultante. Surgem então os chamados modelos ARIMA (p,d,q) que assumem a seguinte forma:

$$\phi(B)\nabla^d Z_t = \theta(B)a_t \quad (3.2.2)$$

Na qual:

$\phi(B)$: parâmetro autorregressivo de ordem p 1, 2 ou 3

∇^d : operador de diferenças de ordem d

$\theta(B)$: operador de médias móveis de ordem q

As etapas para a obtenção do modelo ARIMA são as que seguem:

O primeiro passo fundamental da metodologia consiste em identificar a ordem de homogeneidade “d”, ou seja, caso seja necessário, trata-se de identificar o número de vezes que a série original deve ser diferenciada para se tornar uma série estacionária. Este procedimento pode ser feito através da observação do próprio gráfico da série ou da função de autocorrelação (FAC).

O passo seguinte na metodologia é a identificação do modelo, ou seja, da sua ordem (identificação de p e q). Para isso são utilizados os conceitos de função de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP).

Após a identificação da ordem do modelo, é necessário obter as estimativas dos parâmetros desse modelo. A técnica utilizada para as estimativas é a da máxima verossimilhança.

É possível ainda que uma transformação matemática na previsão Z_t seja necessária. Essa transformação pode ser através do logaritmo natural ou neperiano \ln ou através de sua raiz quadrada.

Por fim, identificado o modelo e estimados os parâmetros, faz-se os denominados testes de aderência para verificar a adequabilidade final do modelo. Nestes testes, encontram-se entre outros, testes para os resíduos e os testes de sobrefixação.

Nos testes para os resíduos, procura-se constatar se, após elaborado o modelo, o resíduo gerado por este modelo é um ruído branco, ou seja, se o modelo foi capaz de explicar satisfatoriamente o comportamento da série de forma que o erro não apresente nenhuma estrutura de correlação. Este fato consiste num dos indicadores de eficiência explicativa do modelo.

3.3 COMPETIÇÃO DOS MÉTODOS

Para selecionar o modelo que fará o cálculo das previsões, foi feita uma competição entre os dois modelos supracitados. O método de competição utilizado foi o *out-of-sample rolling evaluation*, ou análise recursiva fora da amostra, que consiste em retirar da amostra uma certa quantidade dos últimos dados disponíveis e a projetar um futuro a partir da série reduzida. A previsão feita pelos modelos são comparados com os valores reais, calculando-se medidas estatísticas para definir a acurácia. Entre essas medidas estão, por exemplo, a média acumulada do MAD (*Mean Absolute Deviation*), que é a média do erro absoluto de cada observação, a média acumulada do MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*), que é o erro absoluto em termos percentuais, e o GMRAE (*Geometric Mean Relative Absolute Error*) acumulado, que compara o erro do modelo selecionado com o erro do modelo ingênuo (que usa como previsão o último dado disponível). Para o MAD e o MAPE, quanto menor seus valores, melhor é o poder preditivo do modelo. Para o GMRAE, um valor baixo e menor ou igual a 1 indica que o modelo em questão teve desempenho preditivo superior (menor erro) que o método ingênuo que é aquele que usa como preditor o último dado. No caso das séries trabalhadas neste trabalho monográfico, atenta-se que o método escolhido foi aquele que apresentou menor MAPE acumulado fora da amostra.

Neste trabalho, utilizou-se como *out-of-sample* os últimos 4 anos. Desta forma, fazendo a análise recursiva, foram geradas um total de 10 previsões, sendo 4 para um passo à frente, 3 para dois passos à frente e assim por diante. Ao final, foi escolhido como modelo vencedor aquele que minimizou o MAPE acumulado fora da amostra.

Quadro 1 - *Out-of-sample rolling evaluation* (análise recursiva fora da amostra)

		HORIZONTE			
		2018	2019	2020	2021
ORIGEM		A	A	A	A
	2017	F	F	F	F
	2018	A	F	F	F
	2019	A	A	F	F
	2020	A	A	A	F

Fonte: Elaborado pelo autor adaptada de Zanini (2023). Nota: F = Forecast; A = Actual. Error = A - F

3.4 ESTATÍSTICAS DE DESEMPENHO

As estatísticas de desempenho de cada modelo também foram analisadas após a etapa de escolha do método mais apropriado para verificar o ajuste de cada modelo às séries em questão.

Uma dessas estatísticas foi o R^2 ajustado, que indica o quanto da variação total dos dados é explicada pelo modelo. Entretanto, faz-se uma correção tendo em vista a quantidade de parâmetros no modelo. O R^2 ajustado pode ser obtido da seguinte forma:

$$R^2_{ajust} = \left(1 - \frac{\sum_{t=1}^N \frac{(Y(t) - \hat{Y}(t))^2}{N-k}}{\sum_{t=1}^N \frac{(Y(t) - \bar{Y})^2}{N-1}} \right) \times 100 \quad (3.3.1)$$

Onde:

$Y(t)$ = valor da série temporal no período (t);

$\hat{Y}(t)$ = previsão da série temporal para o período (t);

\bar{Y} = média das observações (média da série temporal);

N = total de dados utilizados (total de observações);

k = número de parâmetros do modelo.

O MAPE também foi utilizado para a análise dos modelos. O MAPE pode ser calculado da seguinte forma:

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^N \frac{|Y(t) - \hat{Y}(t)|}{Y(t)} \times 100}{N} \quad (3.3.2)$$

Onde:

$Y(t)$ = valor da série temporal no período (t);

$\hat{Y}(t)$ = valor ajustado da série temporal para o período (t);

N = total de dados utilizados (total de observações).

Por fim, foi feito um teste sobre a fidedignidade estatística dos modelos. Foi realizado o teste de Ljung-Box que testa a autocorrelação dos resíduos. Testa-se a hipótese de que as "k" primeiras autocorrelações são nulas, isto é:

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

A estatística de teste é:

$$Q = \frac{T*(T+2) \sum_{i=1}^k r_i^2}{T-1} \quad (3.3.3)$$

A estatística Q, dado que H_0 é verdadeira, segue uma distribuição Qui-quadrado (χ^2) com “k-m” graus de liberdade, onde "m" é o número de parâmetros livres do modelo. Desta forma, na regra de decisão, rejeita-se a hipótese nula (autocorrelações nulas) se Q é "grande" quando comparado a um percentil apropriado da densidade Qui-quadrado. Ao rejeitar a hipótese nula, a hipótese alternativa de erros autocorrelacionados será a verdadeira, onde ao menos uma das correlações dos resíduos não é igual a zero. Isso indica que o modelo não se ajustou adequadamente à série temporal em relação aos seus resíduos.

É importante verificar que, caso se observe algumas correlações estimadas altas (r^2 na equação 3.3.3), pode-se enviesar para mais o valor de Q o que, por consequência pode levar à rejeição da hipótese nula de ruídos descorrelatados. Desta forma, é importante realizar o teste de Ljung-Box analisando-se, ao mesmo tempo, o correlograma dos resíduos.

Feitas estas considerações, a análise de dados e resultados podem ser vistos no próximo capítulo.

4. ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

4.1 PERFIL DAS SÉRIES TEMPORAIS

Antes de iniciar a projeção e análise do consumo futuro, é importante contextualizar um pouco mais o perfil do consumo passado de água na cidade. As estatísticas descritivas foram calculadas a partir da variação anual do consumo de água em cada um dos setores da cidade. Foram calculadas a média, variância e desvio padrão da variação anual do consumo para cada um dos setores de Juiz de Fora. Além disso, foram incluídas as variações máximas e mínimas de cada um deles, de modo que a visualização da oscilação do consumo fique mais visível. Os resultados estão listados na Tabela 1 abaixo:

Tabela 1 - Estatísticas históricas da variação do consumo setorial de água na cidade

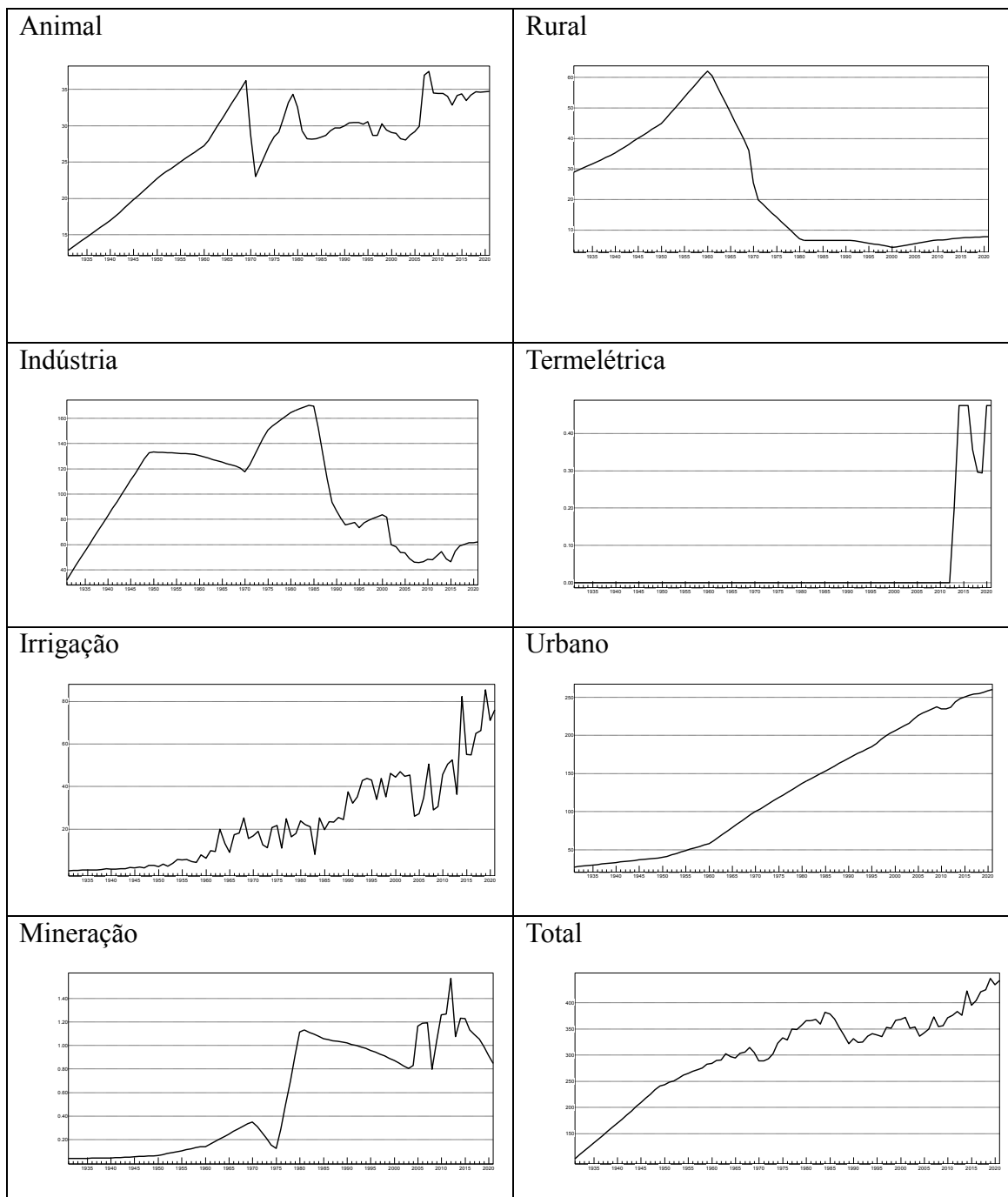
Setor	Máximo	Mínimo	Média	Variância	Desvio padrão
Animal	7,07	-7,38	0,24	2,30	1,52
Indústria	8,18	-21,67	0,33	34,58	5,88
Irrigação	46,06	-27,23	0,84	81,49	9,03
Mineração	0,33	-0,50	0,01	0,01	0,10
Rural	1,74	-10,63	-0,23	3,09	1,76
Termelétrica	0,28	-0,12	0,01	0,00	0,04
Urbano	6,89	-2,32	2,59	2,34	1,53
Total	46,67	-26,87	3,79	114,05	10,68

Fonte: Elaborado pelo autor.

É possível perceber que o setor urbano é o que menos varia ao longo do tempo, crescendo constantemente desde o início da série e tendo pouca diferença entre seus valores mínimos e máximos e variância e desvio padrão relativamente baixos, o que pode ser devido à baixa elasticidade-preço desse setor e sua menor dependência direta de chuvas. O consumo humano rural, apesar de apresentar média histórica de decréscimo no consumo, tem apresentado crescimentos constantes de em média 0,16 L/s por ano desde o início do século XXI, a ponto de atingir patamares próximos ao que se encontrava em 1979 após atingir seu menor valor em 2000 (4,5 L/s). Os setores de irrigação, industrial, animal e de mineração, por sua vez, variam em maior magnitude,

possivelmente por estarem mais associados à quantidade de chuvas e nível dos rios e lagos, por exemplo.

Figura 1 - Séries históricas do consumo de água em Juiz de Fora (em L/s)



Fonte: Elaboração própria

Para as séries de consumo de água expressos na figura 1 acima, foi aplicada uma metodologia de competição de métodos para selecionar o melhor dentre dois métodos: MAE e MBJ. O modelo vencedor foi utilizado para gerar as previsões. Os resultados podem ser vistos a seguir.

4.2 COMPETIÇÃO DOS MÉTODOS

O primeiro passo para a análise do consumo de água setorial em Juiz de Fora é decidir com qual modelo será selecionado para gerar as previsões para os próximos vinte anos. Como dito anteriormente, foi realizada uma análise recursiva fora da amostra, e usou-se como critério para selecionar o modelo vencedor, aquele que minimizou o MAPE acumulado fora da amostra. Os resultados estão listados na tabela 2 abaixo. Na primeira coluna se encontra o setor em questão, na segunda o MAPE calculado em % para o método de Amortecimento Exponencial e a terceira a mesma medida calculada para o modelo de Box-Jenkins.

Tabela 2 - MAPE acumulado fora da amostra por setor (em %)

Setor	Método de Amortecimento Exponencial (MAE)	Método de Box-Jenkins (MBJ)
Animal	1,5	0,8
Indústria	7,6	2,4
Irrigação	13,2	13,7
Mineração	14,5	11,9
Rural	0,5	0,8
Termelétrica	24,3	63,8
Urbano	0,5	0,8
Total	2,1	3,1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como é possível perceber, o melhor método varia de acordo com os setores. Para os setores de Irrigação, Rural, Termelétrica, Urbano e Total, o MAE obteve o melhor desempenho, tendo o menor MAPE acumulado em cada uma delas, sendo, portanto, o escolhido para a análise final. Para os demais setores (Animal, Indústria e Mineração), o MBJ foi o escolhido pelo mesmo motivo.

Depois de avaliadas a capacidade de generalização dos métodos, ou seja, de saber qual método projeta melhor a realidade mais recente, as projeções de cada série para os próximos vinte anos foram feitas com o modelo selecionado. Obviamente, para

se gerar as previsões, os dados retirados para fazer a análise recursiva fora da amostra foram reincorporados à amostra e os modelos novamente estimados. As medidas de desempenho explanadas na seção 3.4 ajudam a melhor compreender o poder preditivo de cada modelo selecionado.

Tabela 3 – Medidas de Desempenho

Setor	Método vencedor	R ² ajustado (em %)	MAPE (em %)
Animal	MBJ	95,55	2,50
Indústria	MBJ	98,94	3,02
Irrigação	MAE	87,92	3,21
Mineração	MBJ	98,71	7,07
Rural	MAE	99,66	1,73
Termelétrica	MAE	87,50	27,86
Urbano	MAE	99,98	0,29
Total	MAE	98,34	2,41

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 4 - Teste de Ljung-Box

Setor	Valor Q	P-valor
Animal	12,79	0,1963
Indústria	15,90	0,4005
Irrigação	27,13	0,9234
Mineração	6,82	0,0084
Rural	21,29	0,7351
Termelétrica	43,45	0,9993
Urbano	35,57 ⁴	0,9920
Total	18,34	0,5666

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como observado na Tabela 3, na maior parte dos casos os modelos têm bom poder preditivo. O menor poder de explicação foi de 87,5% e o maior de 99,9%, o que indica que podem ser ferramentas importantes para se calcular para a previsão do consumo de água futuro. É importante notar, porém, que por conta da série curta, o modelo de previsão para o setor Termelétrico apresenta um grande MAPE de 27,86%, além de ter sua hipótese nula rejeitada no teste de Ljung-Box, visto na tabela 4.

⁴ O teste de Ljung-Box foi rejeitado, mas ao analisar o correlograma dos erros, vê-se que é o caso de um valor Q enviesado para cima. O gráfico de correlograma dos resíduos pode ser encontrado no Apêndice A.

4.3 EQUAÇÕES DE PREVISÃO

As equações de previsão estimadas podem ser vistas a seguir. Na tabela 5 estão os cálculos feitos para as séries previstas pelo modelo de Amortecimento Exponencial. Na coluna de constante de amortecimento estão os hiperparâmetros de nível e de tendência calculados para cada série. Estes hiperparâmetros são utilizados para calcular os parâmetros que serão utilizados na equação de previsão, conforme apresentado nas seções 3.1 e 3.2.

Tabela 5 - Equações de previsão do Método de Amortecimento Exponencial (MAE)

Setor	Componente	Constante de amortecimento	Parâmetro	Equação de previsão
Irrigação	Nível	0,35799	74,42	$Z_t = 74,42 + 1,2341*t$
	Tendência	0,02892	1,2341	
Rural	Nível	1	7,9539	$Z_t = 7,9539 + 0,071417*t$
	Tendência	0,79212	0,071417	
Termelétrica	Nível	1	0,4758	$Z_t = 0,4758$
	Tendência	-	-	
Urbano	Nível	1	260,45	$Z_t = 260,45 + 1,9307*t$
	Tendência	1	1,9307	
Total	Nível	0,85847	442,46	$Z_t = 442,46 + 3,4937*t$
	Tendência	0,02063	3,4937	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Todas as séries possuem uma inclinação positiva, ou seja, apresentam tendências de crescimento. Os maiores crescimentos absolutos vêm do setor Urbano e de Irrigação, além do consumo Total. O menor crescimento é o consumo Rural. O setor de Termelétrica permaneceu constante, utilizando o modelo de Brown⁵ e não o de Holt.

⁵ Como o hiperparâmetro estimado foi igual a 1, neste caso o modelo de Brown equivale ao modelo *Naive*.

Os demais setores foram modelados a partir do método de Box-Jenkins e se encontram relacionados na tabela 6 abaixo.

Tabela 6 - Equações de previsão para o Método de Box-Jenkins (MBJ)

Setor	ARIMA (p, d, q)	AR	MA	Transformação Matemática	Modelo	Equação Final
Animal	(0, 1, 2)	-	0,5535 0,2162	-	$(1-B)Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)a_t$	$(1-B)Z_t = (1 - 0,5535B - 0,2162B^2)a_t$
Indústria	(1, 1, 0)	0,7199	-	-	$(1 - \phi_1 B)(1 - B)Z_t = a_t$	$(1 - 0,7199B)(1 - B)Z_t = a_t$
Mineração	(1, 1, 0)	0,3667	-	Ln	$(1 - \phi_1 B)(1 - B)\ln(Z)_t = a_t$	$(1 - 0,3667B)(1 - B)\ln(Z)_t = a_t$

Fonte: Elaborado pelo autor

Para o setor de dessedentação animal, o ARIMA (0, 1, 2) foi o escolhido. Isso significa que a série não possui parâmetro autorregressivo, foi diferenciada uma vez e possui dois parâmetros de média móvel. Isso significa que os resíduos têm um peso maior na previsão do modelo quando comparados com os valores observados em tempos anteriores. A diferenciação, por sua vez, significa que a série não era estacionária e foi diferenciada uma vez para que se tornasse. Já para os setores de Indústria e de Mineração, o modelo foi ARIMA (1, 1, 0), o que significa que os valores passados de cada série foram o principal fator para a previsão dos fatores futuros. As séries, assim como o setor Animal, também foram diferenciadas uma vez para que se tornassem estacionárias. Os gráficos da FAC e da FACP antes e depois da diferenciação podem ser encontrados no Apêndice B.

Depois de modeladas as equações e analisados seus desempenhos, os resultados finais, apresentados em recortes quinquenais da previsão total de 20 anos, encontram-se relacionados na tabela 7 abaixo.

Tabela 7 - Projeção para o consumo de água em Juiz de Fora (em L/s)

Setor	2021	2026	2031	2036	2041	Variação	Variação	Variação
						absoluta no período	média no período	percentual no período
Animal	34,75	34,74	34,74	34,74	34,74	-0,01	-0,0005	-0,03%
Indústria	62,33	63,77	64,04	64,1	64,11	1,78	0,089	2,86%
Irrigação	75,99	80,59	86,76	92,93	99,10	23,11	1,16	30,41%
Mineração	0,85	0,81	0,81	0,81	0,81	-0,04	-0,0018	-4,34%
Rural	7,95	8,31	8,67	9,03	9,38	1,43	0,071	17,96%
Termelétrica	0,48	0,48	0,48	0,48	0,48	0	0	0,00%
Urbano	260,45	270,10	279,76	289,41	299,06	38,61	1,93	14,83%
Total	442,80	459,93	477,40	494,87	512,34	69,54	3,48	15,70%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como é possível perceber, a variação setorial é diferente em cada caso. Os setores com maior crescimento absoluto foram o urbano e de irrigação, seguidos pelos setores industrial e rural. O maior crescimento percentual, por outro lado, foi o do setor de irrigação, seguido pelo rural e urbano. Ao observar a variação média no período, percebe-se que o setor de irrigação crescerá em média 38,1% a mais que sua série histórica de 0,84 L/s, enquanto o setor urbano tende a crescer 25,5% a menos que sua média histórica. Essas tendências mostram que, em breve, o setor de irrigação pode se tornar o que mais cresce na cidade de Juiz de Fora, apesar de no momento ainda estar atrás nas projeções. Outro importante ponto a se notar é que o setor industrial se encontra estagnado, o que pode indicar tanto que a produção industrial não está correlacionada com a quantidade de água utilizada quanto esta se encontra em si estagnada. De qualquer forma, é cada vez menor a importância desse setor no consumo de água na cidade de Juiz de Fora. O consumo humano rural segue a tendência de crescimento encontrada desde o início do século XXI, apesar de ter um decréscimo de cerca de 56% no ritmo. Os demais setores apresentam uma relativa estabilidade, variando menos de 0,01 em 20 anos. O consumo total, por sua vez, segue o crescimento já observado ao longo de sua série histórica, tendo decrescido apenas 8% em relação à média.

5. CONCLUSÕES

Esse estudo objetivou entender melhor o perfil do consumo de água na cidade de Juiz de Fora e estudar a evolução setorial deste na cidade. Os resultados indicaram crescimento de 15,70% no consumo para os próximos 20 anos, próximo do observado anteriormente. Contudo, essas variações são diferentes quando especificados os setores, o que pode indicar necessidade de mudança em eventuais políticas públicas quando essas forem necessárias.

Em caso de seca ou queda nos reservatórios por algum motivo, por exemplo, políticas públicas voltadas para a redução do consumo podem ser desenhadas. Essas políticas, no entanto, devem estar focalizadas nos setores de maior consumo e importância, sendo esses o urbano e o de irrigação. Esses dois juntos representam mais de 78% do consumo total e afetariam fortemente o consumo nesses casos. Por outro lado, políticas voltadas para o setor industrial, por exemplo, podem se mostrar ineficientes, pois este, apesar de ser o terceiro maior consumidor do recurso, não tem sofrido grandes variações ao longo tempo e não parece tender a mudar no futuro.

Por fim, mais estudos ainda são necessários para compreender melhor especificidades de cada setor, onde cada consumo pode ser otimizado e onde ações são necessárias para minimizar o desperdício. Esses e outros insights podem ser importantes para o futuro das políticas de consumo e economia de água em Juiz de Fora.

REFERÊNCIAS

ALY, Alaa H.; WANAKULE, Nisai. Short-term forecasting for urban water consumption. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 130, n. 5, p. 405-410, 2004.

AN, Aijun et al. Discovering rules for water demand prediction: an enhanced rough-set approach. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 9, n. 6, p. 645-653, 1996.

ANA. Agência Nacional de Águas. Conjuntura dos Recursos Hídricos. 2021. Disponível em: <<https://relatorio-conjuntura-ana-2021.webflow.io/capitulos/usos-da-agua>> Acesso em: 24 abr. 2023

BOX, G. E. P., JENKINS, G. M.. **Time Series Analysis, Forecasting and Control**. San Francisco, Holden-Day, 1994.

BUTLER, David; MEMON, Fayyaz Ali (Ed.). **Water demand management**. Iwa Publishing, 2005.

CEMIG. Usinas. 2023. Disponível em: <<https://www.cemig.com.br/usinas/>> Acesso em: 28 abr. 2023.

CESAMA. Mananciais. 2023. Disponível em: <<https://www.cesama.com.br/mananciais/>>

CUSTÓDIO, Vanderli. A crise hídrica na região metropolitana de São Paulo (2014-2015). **GEOUSP Espaço e Tempo (Online)**, v. 19, n. 3, p. 445-463, 2015.

ESPEY, Molly; ESPEY, James; SHAW, W. Douglass. Price elasticity of residential demand for water: A meta-analysis. **Water resources research**, v. 33, n. 6, p. 1369-1374, 1997.

FRANCO, Marco Paulo Vianna; DE SOUZA, Carla Cristina Aguilar; ALMEIDA, Thiago Rafael Corrêa de. Usos consuntivos da água em Minas Gerais. **Revibec: revista iberoamericana de economía ecológica**, v. 33, p. 133-160, 2020.

GELAŽANSKAS, Linas; GAMAGE, Kelum AA. Forecasting hot water consumption in residential houses. **Energies**, v. 8, n. 11, p. 12702-12717, 2015.

IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Produto Interno Bruto dos Municípios. 2020. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/mg/juiz-de-fora/pesquisa/38/46996?ano=2020>> Acesso em: 22 abr. 2023.

LEONEL, Carolina. Consumo de água do juiz-forano cresce desde a crise hídrica. *Tribuna de Minas*. Juiz de Fora, 29 out. 2019. Disponível em: <<https://tribunademinas.com.br/noticias/cidade/29-10-2019/consumo-de-agua-do-juiz-forano-cresce-desde-a-crise-hidrica.html>>. Acesso em: 15 mai. 2023.

LEONEL, Carolina. Saiba qual o consumo de água diário do juiz-forano. *Tribuna de Minas*. Juiz de Fora, 22 mar. 2019. Disponível em: <<https://tribunademinas.com.br/noticias/cidade/22-03-2019/dia-mundial-da-agua-saiba-qual-o-consumo-de-cada-juiz-forano-por-dia.html>>. Acesso em: 15 mai. 2023

MONTGOMERY, D.C., JOHNSON, L.A.. **Forecasting and Time Series Analysis**, New York, McGraw-Hill Book Co., 1990.

NOBRE, Carlos A. et al. Some characteristics and impacts of the drought and water crisis in Southeastern Brazil during 2014 and 2015. **Journal of Water Resource and Protection**, v. 8, n. 2, p. 252-262, 2016.

OTTO, Friederike EL et al. 8. FACTORS OTHER THAN CLIMATE CHANGE, MAIN DRIVERS OF 2014/15 WATER SHORTAGE IN SOUTHEAST BRAZIL. **Bulletin of the American Meteorological Society**, v. 96, n. 12, p. S35-S40, 2015.

SCHOENGOLD, Karina; SUNDING, David L.; MORENO, Georgina. Price elasticity reconsidered: Panel estimation of an agricultural water demand function. **Water resources research**, v. 42, n. 9, 2006.

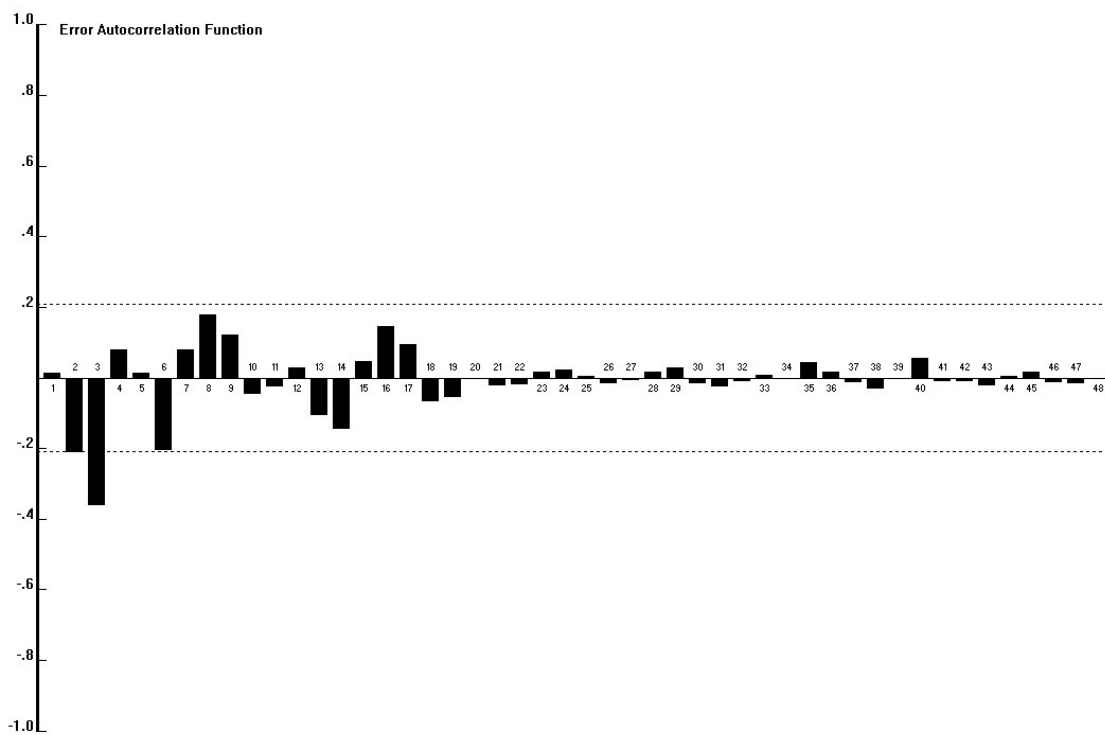
SNIRH. Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos. Informações sobre Recursos Hídricos. 2021. Disponível em: <<http://www.snirh.gov.br/portal/snirh/snirh-1/aceso-tematico/snirh/snirh-1/aceso-tematico/usos-da-agua>>. Acesso em 24 abr. 2023.

USGS. United States Geological Survey. Where is Earth's Water?. 2018. Disponível em: <<https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/where-earths-water>>. Acesso em: 13 mai. 2023.

ZANINI, Alexandre. **MODELOS DE PREVISÃO PARA SÉRIES TEMPORAIS**. Material Didático. 2023.

Apêndice A – Gráfico de Autocorrelação dos Erros do setor Urbano

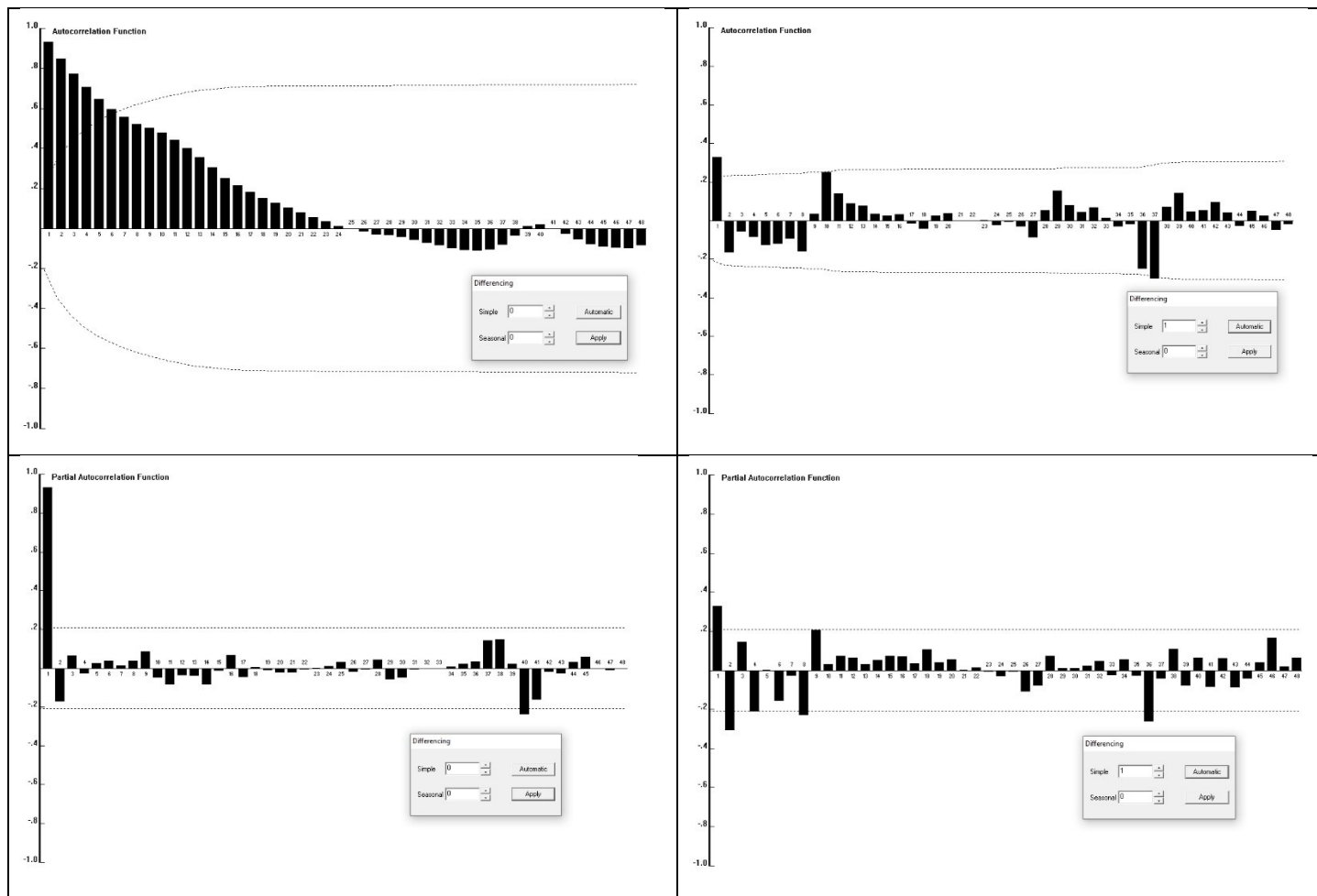
Gráfico 1 - FAC do setor Urbano



Fonte: elaborado pelo autor

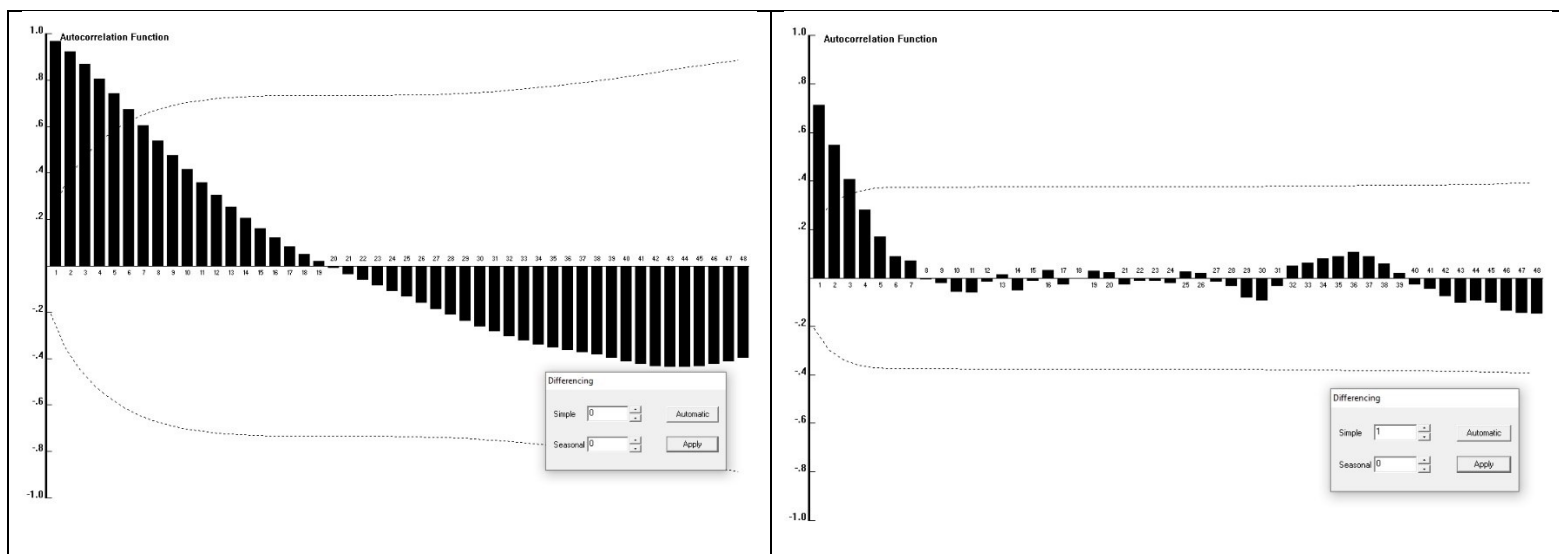
Apêndice B – Diferenciação da FAC e da FACP

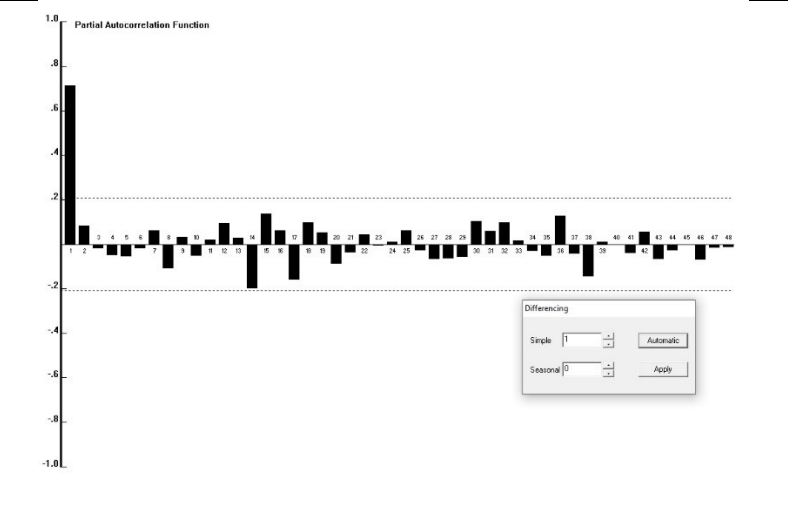
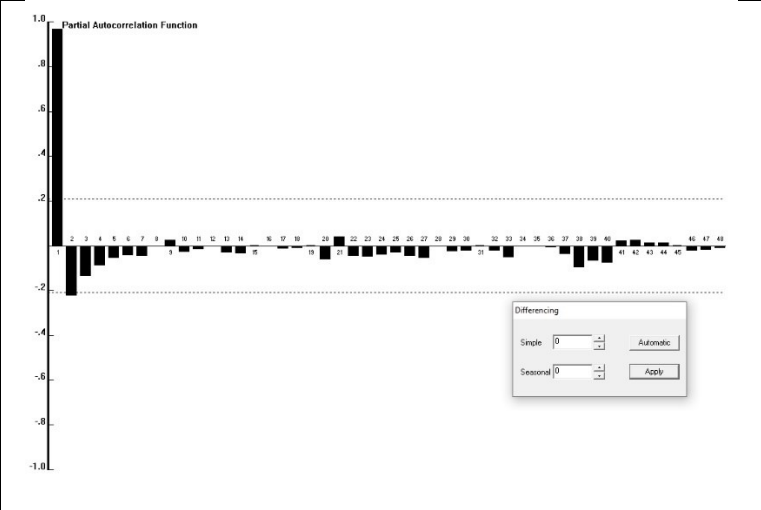
Figura 2 - Diferenciação do setor Animal



Fonte: Elaborado pelo autor

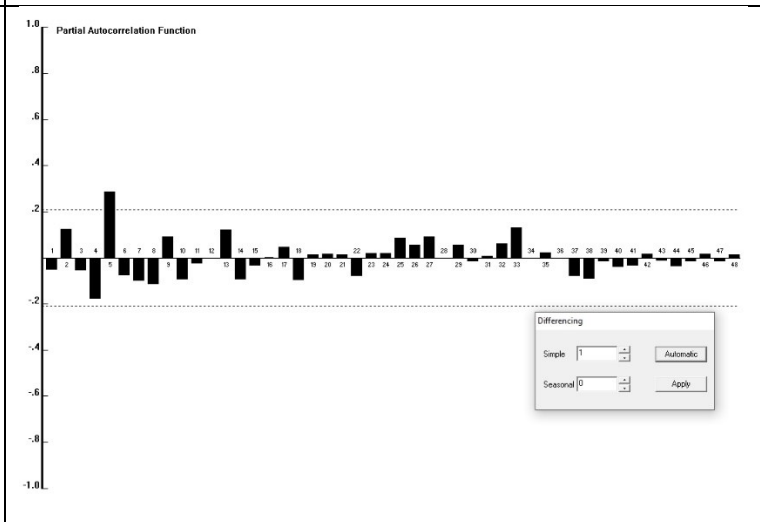
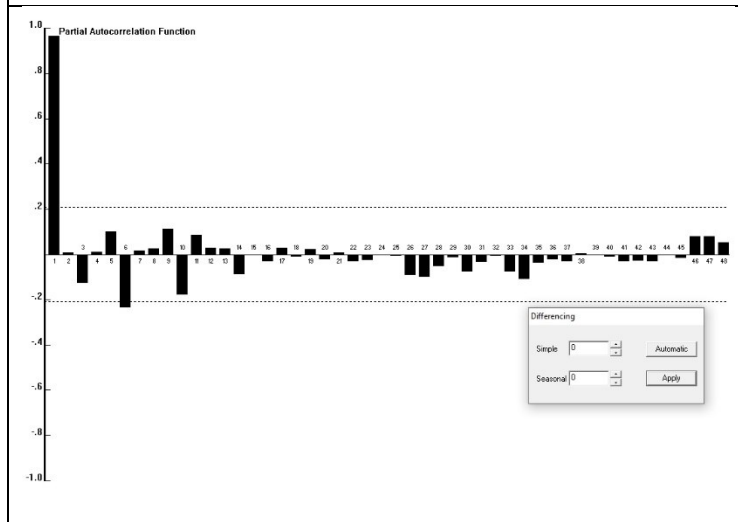
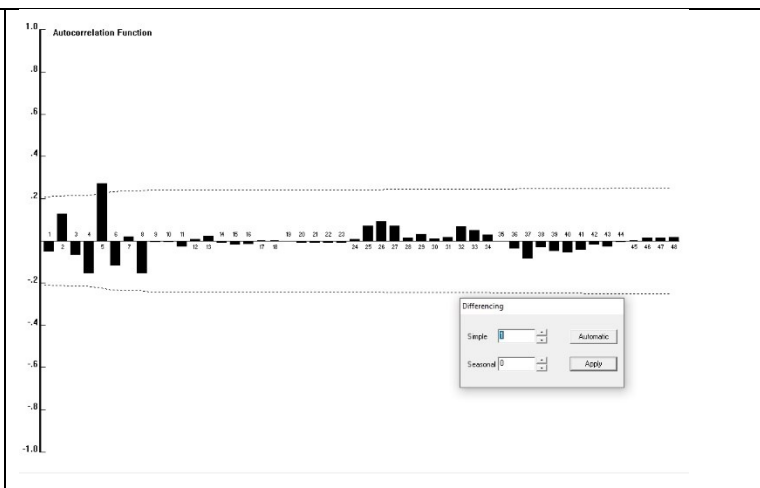
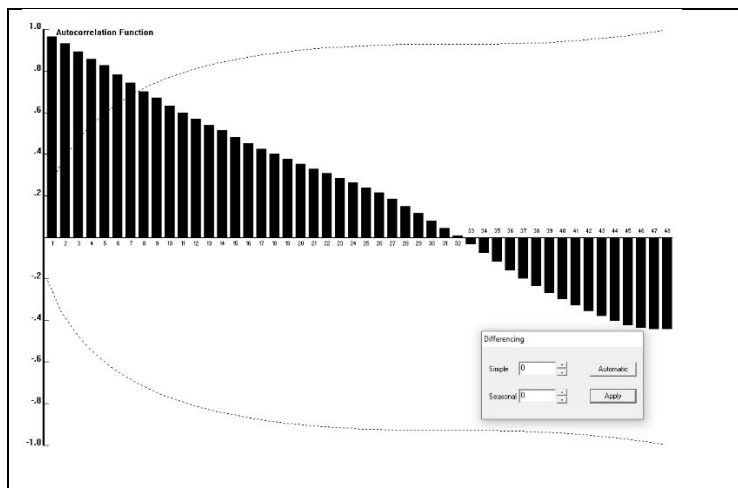
Figura 3 - Diferenciação do setor Indústria





Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 4 - Diferenciação do setor Mineração



Fonte: Elaborado pelo autor