

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**Juliema Fronczak**

**Modelagem do fenômeno de flutter pela CFD de perfis retangulares com  
diferentes razões de aspecto**

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Fronczak, Juliema.

Modelagem do fenômeno de flutter pela CFD de perfis retangulares com diferentes razões de aspecto / Juliema Fronczak. – 2023.

88 f. : il.

Orientador: Patricia Habib Hallak

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2023.

1. Instabilidade aerodinâmica. 2. Dinâmica dos fluidos computacional. 3. Coeficientes de flutter. 4. Seções retangulares. I. Hallak, Patricia Habib, orient. II. Título.

Juliema Fronczak

**Modelagem do fenômeno de flutter pela CFD de perfis retangulares com diferentes razões de aspecto**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovada em 16 de fevereiro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

**Prof.ª Dr.ª Patricia Habib Hallak** - Orientadora e Presidente da banca  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Flávio de Souza Barbosa**  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Renato Nascimento Elias**  
COPPE UFRJ

Juiz de Fora, 12/01/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Patricia Habib Hallak, Professor(a)**, em 16/02/2023, às 16:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flavio de Souza Barbosa, Coordenador(a)**, em 16/02/2023, às 16:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **RENATO NASCIMENTO ELIAS, Usuário Externo**, em 16/02/2023, às 20:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1110554** e o código CRC **8C8C30C4**.

Dedico este trabalho às mulheres da minha vida: minha mãe, minhas irmãs e a minha avó Terezinha (*in memoriam*).

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha orientadora, Prof. Patrícia Habib Hallak, pela confiança, interesse e apoio nesses meses de trabalho. Muito obrigada por proporcionar boas experiências mesmo no contexto pandêmico e em um convívio inteiramente virtual. Um verdadeiro exemplo de pessoa e profissional, a qual tive a sorte de conhecer. Agradeço pela dedicação e paciência que me foram concedida.

Aos meus professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, pelo conhecimento transmitido e por tornar possível este projeto. Serei eternamente grata por cada conselho e palavra de apoio.

Aos meus amigos do PEC, Alexandre Araújo e Karin Kauss, que conviveram virtualmente comigo durante a realização desta pesquisa. A jornada de estudo se tornou mais leve e divertida, obrigada pela companhia.

Às mulheres pesquisadoras que me inspiram. Em especial, Júlia Pavel e Flora Farias. No início do mestrado tive a oportunidade de conhecer essas mulheres brilhantes. Ainda me lembro da carta que a Flora compartilhou comigo, me emociono toda vez que releio. E jamais esquecerei de todo o suporte oferecido pela Júlia. Obrigada pelo inestimável apoio e pelos conselhos nas horas mais difíceis.

Aos meus amigos da graduação, Angélica Letícia, Adevânio Moret, Cássia Barbieri, Camila Bragança e Michele Lara. Obrigada pelo amor, carinho e palavras de apoio que me foram dadas. Vocês fazem a minha vida um lugar mais alegre.

Aos meus amigos de longa data, João Guilherme, Igor Rocha, Leonardo Medeiros e Victor Santos. Agradeço pelo companheirismo e amizade sincera que perdura a mais de 15 anos.

À minha família, por todo suporte e por me incentivarem a seguir os meus objetivos de vida. Em especial minha mãe, meu padrasto e minhas irmãs, responsáveis por mais essa conquista.

Aos membros da banca avaliadora, agradeço pela disponibilidade e, de antemão, pelas contribuições que farão a esse trabalho.

“Quanto mais o nível da técnica aumenta, mais as vantagens que os novos progressos podem trazer diminuem em relação aos inconvenientes.” (Simone Weil)

## RESUMO

Algumas estruturas flexíveis tendem a apresentar vibrações causadas pela interação com o vento. Estes eventos são denominados fenômenos aeroelásticos e causam desconforto aos usuários podendo chegar ao colapso estrutural. Dos principais fenômenos aeroelásticos observados, citam-se o flutter, que é caracterizado por vibrações divergentes associadas ao acoplamento dos modos de flexão vertical e torção. Dentre as ferramentas disponíveis para o estudo destes fenômenos, tem-se a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD-*Computational Fluid Dynamic*), que utiliza conceitos inerentes aos métodos discretos para a solução de equações diferenciais associadas ao movimento do corpo e do fluido. Esta pesquisa tem por finalidade investir nesta vertente computacional para aplicar os conhecimentos a casos reais de estruturas. Propõe-se uma metodologia acoplada entre os sistemas dinâmico estrutural e o meio fluido, por meio de simplificações do modelo físico real. Dessa forma, emprega-se a metodologia que se baseia na formulação proposta por Scanlan e Tomko (1971), que atribui a linearidade entre as leis de movimento e as funções de força, de tal modo que, haja uma sobreposição nos espaços de frequência e graus de liberdade. Neste contexto, a primeira análise para um caso estático, consiste na obtenção dos coeficientes aerodinâmicos de arrasto, sustentação e momento, para retângulos com diferentes razões de aspectos. Na segunda análise, foram obtidas os coeficientes de flutter, impondo-se aos corpos vibrações forçadas nas frequências de interesse e avaliando-se as amplitudes das forças aerodinâmicas associadas a esses movimentos. As análises foram realizadas para seções bidimensionais retangulares, para diferentes razões de aspecto e diferentes modelos de turbulência foram adotados, tais como:  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  *SST* e  $k-\omega$  *SST LM*. As equações incompressíveis de Navier-Stokes foram resolvidas através de um modelo numérico proposto e realizadas através do código fonte aberto OpenFOAM. Por fim, a terceira análise baseou-se na estimativa da velocidade crítica de flutter. Para a validação da pesquisa, os resultados foram comparados com os dados numéricos e experimentais presentes na literatura, obtendo-se resultados satisfatórios.

Palavras-chave: Instabilidade aerodinâmica. Dinâmica dos fluidos computacional. Coeficientes de flutter. Seções retangulares.

## ABSTRACT

Some flexible structures tend to exhibit vibrations caused by interaction with the wind. These events are called aeroelastic phenomena and may cause discomfort and structural collapse. Flutter is the main aeroelastic phenomena observed in structures, which is characterized by the coupling of vertical bending and torsion modes and, in many cases, the vibrations diverge and can lead to the structure collapse. Among the tools available for the study of these phenomena, there is computational fluid dynamics (CFD), which uses concepts inherent to discrete methods for the solution of differential equations associated with the motion of the body and the fluid. This research aims to explore in this computational tool applied to real cases. A coupled methodology between the structural dynamic systems and the fluid medium is proposed, through simplifications of the real physical model. In this way, a methodology based on the research of Scanlan e Tomko (1971) is used, which attributes the linearity between the laws of motion and the force functions, in such a way that there is an overlap in the spaces of frequency and degrees of freedom. In this context, the first analysis for a static case resides in obtaining the aerodynamic coefficients of drag, lift and pitch, for rectangles with different aspect ratios. In the second analysis, the amplitudes of vertical and torsional displacements were evaluated to calculate and obtain the critical velocity. Through aerodynamic and aeroelastic analyzes of the studied rectangular sections, different turbulence models were adopted, such as:  $k - \varepsilon$ ,  $k-\omega SST$  and  $k-\omega SST LM$ . The incompressible Navier-Stokes equations were solved using a proposed numerical model and performed using the open source OpenFOAM®. For the validation of the research, the results were compared with the numerical and experimental data present in the literature.

Keywords: Aerodynamic instability. Computational Fluid Dynamics. Flutter derivatives. Rectangular cylinder.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Diagrama de Collar. . . . .	1
Figura 2 – Descrição esquemática do domínio do problema. . . . .	14
Figura 3 – Comprimentos na definição da malha para o DNS. . . . .	16
Figura 4 – Processo de interação entre as escalas resolvidas e as escalas sub-malha. . . . .	17
Figura 5 – Média no tempo da velocidade usando modelos RANS. . . . .	17
Figura 6 – Linha do tempo de evolução do $k - \omega$ . . . . .	21
Figura 7 – Lei da parede, velocidade horizontal perto da parede com modelo de comprimento de mistura . . . . .	26
Figura 8 – Representação esquemática das forças e momentos aerodinâmicos. . . . .	29
Figura 9 – Representação esquemática dos graus de liberdade e forças aeroelásticas. . . . .	32
Figura 10 – Discretização de um volume de controle de uma malha não estruturada. . . . .	36
Figura 11 – Etapas de uma simulação de CFD. . . . .	37
Figura 12 – Discretização de um volume de controle de uma malha não estruturada. . . . .	39
Figura 13 – Esquema Upwind. . . . .	39
Figura 14 – Perfis quadráticos usados no esquema QUICK. . . . .	41
Figura 15 – Método Crank-Nicolson. . . . .	42
Figura 16 – Modelo de discretização de um escoamento unidirecional. . . . .	44
Figura 17 – Esquema PIMPLE. . . . .	46
Figura 18 – Domínio do escoamento para seções retangulares e suas fronteiras. . . . .	47
Figura 19 – Comprimento característico. . . . .	48
Figura 20 – Malha não estruturada desenvolvida através do <i>Gmsh</i> . . . . .	49
Figura 21 – A convenção para coordenadas de referência, ângulo de ataque e forças aerodinâmicas também são indicadas. . . . .	52
Figura 22 – Média do $C_D$ e $C_L$ para geometria R2 em função do ângulo de incidência $\alpha$ em graus. . . . .	53
Figura 23 – Média do $C_D$ e $C_L$ para geometria R5 em função do ângulo de incidência $\alpha$ em graus. . . . .	53
Figura 24 – Média do $C_D$ e $C_L$ para geometria R8 em função do ângulo de incidência $\alpha$ em graus. . . . .	54
Figura 25 – Média do $C_L$ e $C_D$ para geometria R10 em função do ângulo de incidência $\alpha$ em graus. . . . .	54
Figura 26 – Média do $C_L$ e $C_D$ para todas as geometrias estudadas em função do ângulo de incidência $\alpha$ em graus. . . . .	55

Figura 27 – A distribuições ao longo do lado superior da seção. . . . .	56
Figura 28 – Média e RMS do coeficiente de pressão $C_p$ para geometria R2 respectivamente . . . . .	56
Figura 29 – Média e RMS do coeficiente de pressão $C_p$ para geometria R5 respectivamente . . . . .	57
Figura 30 – Média e RMS do coeficiente de pressão $C_p$ para geometria R8 respectivamente. . . . .	57
Figura 31 – Média e RMS do coeficiente de pressão $C_p$ para geometria R10 respectivamente. . . . .	58
Figura 32 – Média e RMS do coeficiente de pressão $C_p$ de todas as geometrias estudadas. . . . .	59
Figura 33 – Resposta do coeficiente de sustentação $C_L$ para a seção retangular R2 e velocidade reduzida de 10. . . . .	62
Figura 34 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R2. . . . .	63
Figura 35 – Resposta do coeficiente de sustentação $C_L$ para a seção retangular R5 e velocidade reduzida de 10. . . . .	63
Figura 36 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R5. . . . .	65
Figura 37 – Resposta do coeficiente de sustentação $C_L$ para a seção retangular R8 e velocidade reduzida de 10. . . . .	66
Figura 38 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R8 . . . . .	66
Figura 39 – Resposta do coeficiente de sustentação $C_L$ para a seção retangular R10 e velocidade reduzida de 10. . . . .	67
Figura 40 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R10 . . . . .	67
Figura 41 – Resposta do coeficiente de sustentação $C_L$ para a seção retangular R2 e velocidade reduzida de 10. . . . .	69
Figura 42 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R2 . . . . .	70
Figura 43 – Resposta do coeficiente de sustentação $C_L$ para a seção retangular R5 e velocidade reduzida de 10. . . . .	70
Figura 44 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R5. . . . .	71
Figura 45 – Resposta do coeficiente de sustentação $C_L$ para a seção retangular R8 e velocidade reduzida de 10. . . . .	71
Figura 46 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R8. . . . .	72
Figura 47 – Resposta do coeficiente de sustentação $C_L$ para a seção retangular R10 e velocidade reduzida de 10. . . . .	72
Figura 48 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R10. . . . .	73
Figura 49 – Velocidade crítica de flutter utilizando os valores referenciais do Patrino (2015) e Miranda et al. (2014) respectivamente. . . . .	74
Figura 50 – Velocidade crítica . . . . .	77

Figura 51 – Fluxograma do processamento baseado na metodologia de Scanlan e Tomko (1971). . . . .	88
---	----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Efeito do vento em entruaturas. . . . .	2
Tabela 2 – Modelos de turbulência. . . . .	18
Tabela 3 – Constantes usuais de calibração do modelo de turbulência $k - \varepsilon$	19
Tabela 4 – Constantes usuais de calibração do modelo de turbulência $k - \omega$	21
Tabela 5 – Constantes do modelo de turbulência $k - \omega SST$ . . . . .	23
Tabela 6 – Constantes usuais de calibração do modelo de turbulência $k - \omega SST$ <i>LM</i> . . . . .	25
Tabela 7 – Identificação dos coeficientes para esquema Upwind. . . . .	40
Tabela 8 – Identificação dos coeficientes para esquema QUICK . . . . .	42
Tabela 9 – Condições de contorno para as propriedades médias. . . . .	49
Tabela 10 – Condições de contorno para as propriedades de turbulência. . .	49
Tabela 11 – Razão de aspecto R2, R5, R8 e R10 com ângulo de ataque zero. Resultados numéricos para diferentes densidades de malhas. . . . .	51
Tabela 12 – Razão de aspecto R2, R5, R8 e R10 com ângulo de ataque zero. Resultados numéricos comparado com dados experimentais e numéricos disponíveis para algumas medidas aerodinâmicas globais. . . . .	52
Tabela 13 – Tempo de processamento dos dados nas simulações numéricas .	60
Tabela 14 – Frequência em Hertz para cada velocidade reduzida. . . . .	61
Tabela 15 – Dados estruturais empregados para estimar a velocidade crítica de flutter em estruturas que foram utilizados por Patruno (2015) e Miranda et al. (2014) . . . . .	74
Tabela 16 – Resultado da velocidade crítica de flutter comparado aos resultados referenciais de Patruno (2015) e Miranda et al. (2014) . . . . .	75
Tabela 17 – Comparado aos resultados referenciais de Patruno (2015) e Miranda et al. (2014) aos resultados experimentais de Matsumoto (1996) e Starossek, Aslan e Thiesemann (2009) . . . . .	75
Tabela 18 – Parâmetros de validação das estruturas . . . . .	76
Tabela 19 – Velocidade crítica de flutter . . . . .	78
Tabela 20 – Comparação entre a $U_{crit}$ da seção R5 com a $U_{crit}$ da Ponte Tacoma Narrow. . . . .	78

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ALE	<i>Arbitrary Lagrangian-Eulerian</i>
BARC	<i>Benchmark on the Aerodynamics of a Rectangular 1:5 Cylinder</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
EARSM	<i>Explicit Algebraic Reynolds Stress</i>
FOAM	<i>Field Operation and Manipulation</i>
IFE	<i>Interação Fluido-Estrutura</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
LM	Langtry-Menter
NURBS	<i>Non-Uniform Rational B-Splines</i>
MEF	Métodos dos Elementos Finitos
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
OpenFOAM	<i>Open source Field Operation And Manipulation</i>
PIMPLE	<i>Pressure Implicit with splitting of operator for Pressure Linked Equations</i>
PISO	<i>Pressure Implicit with Splitting of Operators</i>
QUICK	<i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics</i>
RANS	<i>Reynolds Average Navier-Stokes</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations</i>
SST	<i>Shear Stress Transport</i>
VIV	Vibração Induzida por Vórtices

## LISTA DE SÍMBOLOS

$B$	Comprimento do perfil ou placa plana
$C_D$	Coefficiente médio aerodinâmico de arrasto
$C'_D$	A RMS do coeficiente aerodinâmico de arrasto
$C_L$	Coefficiente médio aerodinâmico de sustentação
$C'_L$	A RMS do coeficiente aerodinâmico de sustentação
$C_M$	Coefficiente médio aerodinâmico de torção
$C_p$	Coefficiente médio aerodinâmico de pressão
$F_L$	Força aeroelástica de sustentação
$M_\alpha$	Força aeroelástica de momento
$D$	Dimensão característica do perfil
$F_D$	Força de arrasto
$F_L$	Força de sustentação
$C(K)$	Função de Theodorsen
$F(K)$	Parte real da função de Theodorsen
$G(K)$	Parte imaginária da função de Theodorsen
$H_i^*$	Coefficiente adimensional vertical de flutter
$A_i^*$	Coefficiente adimensional torcional de flutter
$H_i$	Coefficiente dimensional vertical de flutter
$A_i$	Coefficiente dimensional torcional de flutter
$E$	Escala de tempo
$Re$	Número de Reynolds
$S_t$	Número de Strouhal
$U_\infty$	Velocidade do escoamento não perturbada
$U$	Velocidade do escoamento
$X$	Taxa da frequência da velocidade crítica
$I$	Momento de inércia de massa por unidade de comprimento
$U_{crit}$	Velocidade crítica
$U_{red}$	Velocidade reduzida
$\bar{\mathbf{u}}(x)$	Componente velocidade média do tempo
$p$	Pressão
$p_\infty$	Pressão uniforme a montante
$q$	Pressão dinâmica
$\mathbf{u}$	Campo de velocidade
$\omega$	Taxa de dissipação por unidade de energia cinética
$\epsilon$	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta
$y^+$	Distância normal da superfície até a primeira camada da malha
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\mu$	Viscosidade dinâmica
$\rho$	Massa específica do fluido
$h_0$	Deslocamento vertical inicial

$\alpha_0$	Deslocamento vertical inicial
$\alpha$	Ângulo de incidência do vento sobre o perfil
$\varepsilon$	Taxa de dissipação
$\nu_t$	Viscosidade turbulenta
$P_k$	Produção devido a velocidade média de cisalhamento
$F_1, F_2$	Funções de mistura
$u_t$	Velocidade de atrito
$\tau_\omega$	Tensão de cisalhamento da parede
$u^+$	Velocidade adimensional
$f_s$	Frequência de desprendimento de vórtices
$m$	Massa
$S_\alpha$	Desbalanceamento estático
$c_h, c_\alpha$	Parcelas de amortecimento
$k$	Rigidez estrutural
$K$	Frequência reduzida
$Re_\tau$	Número de Reynolds baseado na velocidade de atrito
$t$	Tempo
$S_{ij}$	Tensor deformação
$f(t)$	Função no tempo
$E(K)$	Espectro de energia turbulento em função da frequência
$D_p$	Diferença percentual
$\zeta_h, \zeta_\alpha$	Taxa de amortecimento

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO	1
1.2	OBJETIVOS	2
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	3
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>5</b>
2.1	ESTUDOS EXPERIMENTAIS	5
2.1.1	<b>Estáticos</b>	5
2.1.2	<b>Dinâmicos</b>	6
2.2	ESTUDOS NUMÉRICOS	7
2.2.1	<b>Estáticos</b>	7
2.2.2	<b>Dinâmicos</b>	8
<b>3</b>	<b>MODELAGEM FÍSICA E MATEMÁTICA</b>	<b>11</b>
3.1	EQUAÇÕES GOVERNANTES	11
3.2	MOVIMENTAÇÃO DINÂMICA DA MALHA	12
3.3	MODELAGEM DA TURBULÊNCIA	15
3.3.1	<b>Simulação numérica direta (DNS)</b>	15
3.3.2	<b>Simulação das grandes escalas (LES)</b>	16
3.3.3	<b>Modelos de turbulência para as equações médias de Reynolds (RANS)</b>	16
3.3.3.1	<i>Modelo de fechamento da turbulência <math>k - \varepsilon</math></i>	18
3.3.3.2	<i>Modelo de fechamento da turbulência <math>k - \omega</math></i>	20
3.3.3.3	<i>Modelo de fechamento da turbulência <math>k - \omega</math> SST</i>	21
3.3.3.4	<i>Modelo de fechamento da turbulência <math>k - \omega</math> SST LM</i>	23
3.4	FUNÇÕES DE PAREDE	25
<b>4</b>	<b>DESCRIÇÃO DO FENÔMENO FLUTTER E SEUS MODELOS</b>	<b>27</b>
4.1	CONCEITOS AERODINÂMICOS	27
4.1.1	<b>Número de Reynolds</b>	27
4.1.2	<b>Número de Strouhal</b>	28
4.1.3	<b>Coeficientes aerodinâmicos</b>	28
4.2	FENÔMENOS AEROELÁSTICOS	29
4.2.1	<b>Flutter</b>	30
4.2.1.1	<i>Coeficientes de flutter</i>	31
4.2.1.2	Solução das equações de flutter	34
<b>5</b>	<b>MÉTODOS NUMÉRICOS</b>	<b>36</b>
5.1	MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS	36
5.1.1	<b>Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD)</b>	37
5.2	PROBLEMAS DE CONVECÇÃO-DIFUSÃO	38



5.2.1	Esquema Upwind . . . . .	39
5.2.2	Esquema QUICK . . . . .	40
5.2.3	Tratamento do termo temporal . . . . .	42
5.2.4	Acoplamento pressão velocidade . . . . .	43
<b>6</b>	<b>RESULTADOS NUMÉRICOS . . . . .</b>	<b>47</b>
6.1	CARACTERÍSTICA DO PROBLEMA . . . . .	47
6.2	CONSIDERAÇÕES ACERCA DO <i>SOFTWARE</i> CFD . . . . .	49
6.2.1	Técnicas numéricas utilizadas . . . . .	50
6.3	CASO ESTÁTICO . . . . .	50
6.3.1	Análise de sensibilidade de malha . . . . .	50
6.3.2	Variação do ângulo de ataque . . . . .	51
6.3.3	Distribuição do coeficiente de pressão . . . . .	55
6.3.4	Tempo computacional . . . . .	59
6.4	SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE FLUTTER . . . . .	60
6.5	DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE FLUTTER . . . . .	61
6.5.1	Análise do deslocamento torcional . . . . .	61
6.5.2	Análise do deslocamento vertical . . . . .	68
6.5.3	Estimativa da velocidade crítica de flutter . . . . .	74
6.5.3.1	<i>Estimativa da velocidade crítica de flutter com dados estruturais da literatura . . . . .</i>	<i>74</i>
6.5.3.2	<i>Avaliação da velocidade crítica de flutter com dados estruturais simulados</i>	<i>75</i>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>79</b>
7.1	TRABALHOS FUTUROS . . . . .	79
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>81</b>
	<b>APÊNDICE A – Simulações estáticas . . . . .</b>	<b>87</b>
	<b>APÊNDICE B – Fluxograma . . . . .</b>	<b>88</b>

# 1 INTRODUÇÃO

O primeiro capítulo desta pesquisa tem como objetivo introduzir e contextualizar os principais componentes abordados neste trabalho. Nas próximas seções serão apresentados elementos que motivam o desenvolvimento da pesquisa, seguido dos objetivos gerais, específicos e a metodologia utilizada para obtenção dos resultados que são apresentados no corpo do texto. E por fim, a estrutura do texto.

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO

O escoamento em torno de seções retangulares tem sido amplamente estudado ao longo dos anos. Apesar da geometria simples, seu formato afeta significativamente uma série de práticas na engenharia como: edifícios altos, pontes, projetos de aeronaves, estações de tratamento de água, etc.

O alongamento desse tipo de geometria está inerentemente relacionado aos problemas de flutter. Para Matsumoto (1996), o grande problema é suprimir as vibrações aerodinâmicas catastróficas que são induzidas por ventos, como a instabilidade aerodinâmica (*flutter*), turbulência atmosférica (*buffeting*), divergência torcional e as vibrações induzidas por vórtices. A compreensão desses fenômenos aeroelásticos é essencial para mitigar os efeitos indesejados ou até mesmo evitá-los.

Para uma melhor visualização e entendimento dos fenômenos aeroelásticos, Collar (1946) desenvolveu o "Triângulo das Forças", porém ficou popularmente conhecido como "Diagrama de Collar". O diagrama foi adaptado e apresentado na Figura 1. Os vértices do triângulo representam as forças inerciais, aerodinâmicas e elásticas do sistema em estudo. As conexões entre os vértices representam as áreas de estudo correlacionadas.

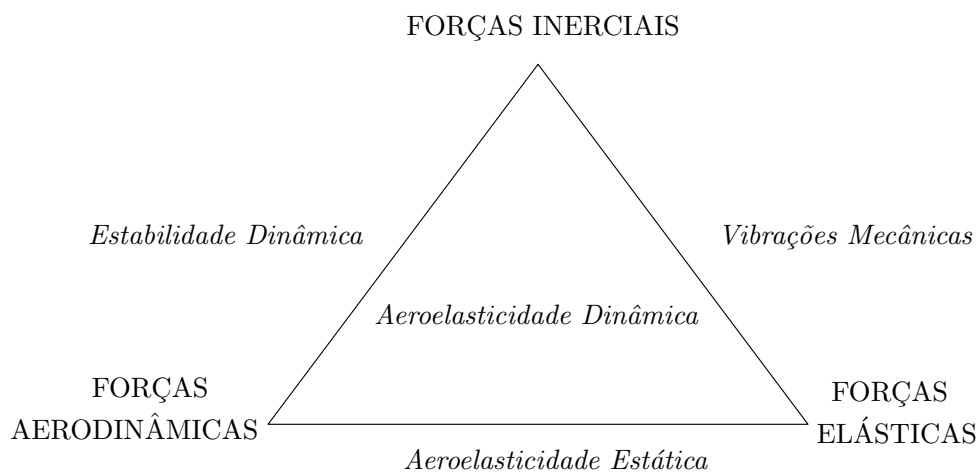


Figura 1 – Diagrama de Collar.

Fonte: Adaptação do diagrama de Collar (1946).

Problemas de vibrações mecânicas ocorrem quando há uma correlação entre as

forças inerciais e as forças elásticas. Para esse tipo de relação, os problemas são estudados desprezando os efeitos do escoamento aerodinâmico. A interação entre as forças elásticas e aerodinâmicas acarretam em problemas de aeroelasticidade estática. Para problemas deste tipo, consideram-se os efeitos não oscilatórios das forças aerodinâmicas que atuam sob a estrutura. A soma das forças inerciais e aerodinâmicas dá origem ao estudo que leva o nome de estabilidade dinâmica ou estabilidade e controle. Já na soma entre as forças inerciais, elásticas e aerodinâmicas, ocorrem fenômenos aeroelásticos dinâmicos. Esses fenômenos aeroelásticos são amplamente estudados na literatura devido a sua natureza catastrófica, sendo eles o flutter, vibrações induzidas por vorticidade e o *buffeting*.

Através do estudo das características dos fenômenos aeroelásticos, é possível fazer uma associação entre a instabilidade estática e dinâmica, conforme pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 1 – Efeito do vento em entrustras.

Estático	Dinâmico
Divergência torcional	<i>Flutter</i>
Flambagem lateral	<i>Galloping</i>
	<i>VIV</i>

Fonte: Adaptação de Limas (2003).

A presente pesquisa tem por finalidade o estudo de um modelo de instabilidade aerodinâmica ou *flutter*. Embora o termo flutter tenha sua origem na língua inglesa, já está consagrado na literatura nacional e, portanto, é utilizado no decorrer do texto.

A importância de estudar e desenvolver simulações do escoamento em torno de cilindros retangulares deve-se a possibilidade de associar essas geometrias, cujo qual dispõem de características mais simples, com seções de um tabuleiro de ponte com proporções aproximadas. Essa relação fornece uma ideia geral dos padrões quantitativos e dos resultados esperados do escoamento.

## 1.2 OBJETIVOS

A pesquisa tem como principal objetivo o estudo do fenômeno de flutter em perfis retangulares, considerando diferentes razões de aspecto (largura/altura=  $B/D = 2, 5, 8$  e  $10$ ), em regime turbulento. Para tal, aplica-se a metodologia de vibrações forçadas proposta por Le Maître, Scanlan e Knio (2003), combinada a um modelo numérico, baseado em dinâmica dos fluidos computacional. Dessa forma, emprega-se o código openFOAM, que possui as funcionalidades necessárias para esses desenvolvimentos. São também objetivos da pesquisa:

- Contribuir para a utilização da CFD como uma ferramenta para estudos dessa

natureza, corroborando com outros estudos realizados por Patrino (2015), Bruno, Salvetti e Ricciardelli (2014), Nieto et al. (2015), Šarkić et al. (2012), Andersen et al. (2018) e Gao et al. (2020).

- Conduzir análises estáticas para a validação do modelo computacional.
- Investigar a influência da razão de aspecto nos coeficientes aerodinâmicos de arrasto, sustentação, sthouhal e o pitch, além de obter as médias do coeficiente de pressão e suas flutuações no contorno da estrutura.
- Utilizar uma ferramenta numérica simples para o tratamento de sinais de tempo para os coeficientes de força e momento, ajustando as curvas usando mínimos quadrados.
- Avaliar a influência da razão de aspecto nas análises estáticas e nos coeficientes de flutter.
- Avaliar o desempenho dos modelos de turbulência.
- Utilizar o Metodos dos elementos finitos (MEF) para calcular os valores de frequência e modos não genéricos dos dados estruturais referentes a cada estrutura.
- Calcular através dos coeficientes de flutter extraídos das simulações desenvolvidas, a velocidade crítica de flutter para cada estrutura estudada.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura deste trabalho é composta de sete capítulos, sendo que na primeira parte é realizada a contextualização e são apresentadas as motivações que levaram a escolha do tema abordado, seguindo da definição dos objetivos.

O segundo capítulo refere-se a revisão bibliográfica. Os trabalhos apresentados neste capítulo são utilizados para fornecer embasamento teórico suficiente para o desempenho dessa pesquisa.

No terceiro capítulo é feita a fundamentação teórica acerca da dinâmica dos fluidos computacional (CFD), que provém conceitos e os desenvolvimentos dos modelos matemáticos para a resolução das equações de Navier-Stokes para um escoamento incompressível. Sendo essas equações e métodos de solução necessárias para a compreensão e desenvolvimento da pesquisa.

No quarto capítulo está apresentado o desenvolvimento dos conceitos aerodinâmicos necessários para o entendimento dos coeficientes aerodinâmicos, que serão pauta de estudos no próximo capítulo. Em seguida, é apresentado o fenômeno aeroelástico que desempenha o objetivo principal de pesquisa neste trabalho, flutter.

No quinto capítulo são apresentadas as técnicas numéricas utilizadas nesta pesquisa e que fornecem a solução capaz de resolver alguns problemas de transferência de massa e quantidade de movimento.

No capítulo seis são apresentadas as caracterização do problema, os objetos de estudo, as condições de contorno necessárias para a execução das simulações e os resultados desta pesquisa. Os resultados são oriundos das simulações numéricas no domínio do tempo, que são constantemente comparadas aos resultados da literatura.

No sétimo capítulo são realizadas as considerações sobre o desenvolvimento e os resultados encontrados, apresentando possíveis temas para análises posteriores acerca do mesmo tema.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é discutida, resumidamente, a revisão bibliográfica a respeito de alguns trabalhos que contribuíram para esta pesquisa. A primeira seção aborda os trabalhos relacionados ao estudo de escoamentos turbulentos realizados através de ensaios experimentais. Na sequência, são apresentadas as contribuições de estudos numéricos com grande relevância na área da aerelasticidade, dando ênfase em escoamentos turbulentos.

### 2.1 ESTUDOS EXPERIMENTAIS

#### 2.1.1 Estáticos

Okajima (1982) realizou experimentos para capturar as frequências de desprendimentos de vórtices para vários cilindros retangulares. Através deste estudo foi possível observar alterações no número de Strouhal conforme o alongamento dos cilindros de seções retangulares. Para esse ensaio experimental, o número de Reynolds variou entre 70 a  $2 \times 10^4$ . Neste estudo descobriu que para uma mesma faixa de número de Reynolds entre  $0,2 \times 10^5$  a  $3,3 \times 10^5$ , cilindros com razões de aspectos 1:2 e 1:3, apresentam uma descontinuidade repentina no número de Strouhal.

Em um estudo experimental de convecção e formação de vórtices em torno de seções retangulares, Matsumoto et al. (1997) concluíram que a velocidade média para o vórtice transitar da borda de ataque do cilindro para a borda de fuga é aproximadamente 60% da velocidade de entrada. Choi e Kwon (2000) realizaram um estudo com base em uma série de testes em túnel de vento, propondo um novo método para determinar o número de Strouhal de cilindros retangulares imerso em um escoamento uniforme. O número de Strouhal foi obtido através dos comportamentos aerodinâmicos do corpo em ensaio de vibrações induzidas pelo vento. O estudo apresentou uma boa concordância com os valores da literatura, concluindo que o método proposto pelos pesquisadores é tão bom quanto qualquer outro método.

Para uma ampla faixa de números de Reynolds, Schewe (2013) estudou um cilindro retangular com razão de aspecto de 1:5. Neste estudo, foi avaliado o coeficiente de sustentação para ângulos de ataques constantes em relação ao número de Reynolds. Como conclusão, observou-se que existem variações semelhantes para valores mais baixos e mais altos de Reynolds, respectivamente. Para o lado do retângulo normal ao escoamento não foi notado efeito direto ao número de Reynolds.

Keerthana e Harikrishna (2017) estudaram uma seção retangular 1:2 usando experimentos em túnel de vento com um escoamento uniforme para vários ângulos de incidência do vento. Neste estudo foi avaliada a distribuição da média do coeficiente de pressão ao longo da base retangular, além dos coeficientes de arrasto, sustentação e o

número de Strouhal para os ângulos de incidência de 0 a 90 graus. Já Mannini et al. (2017) estudaram a aerodinâmica de um cilindro bidimensional estacionário com seção transversal retangular 1:5 em ensaios experimentais e numéricos. O estudo foca na compreensão da influência da turbulência de escoamentos livres e a variação do ângulo de ataque e seu comportamento aerodinâmico.

Yang et al. (2019) realizou testes em túnel de vento para um cilindro retangular com dimensões 1:5 imerso em um escoamento turbulento. Neste estudo, calculou-se o coeficiente de pressão médio da geometria além de propor através de um modelo empírico o termo de influência para a envergadura da geometria e uma forma adaptativa para a função do coeficiente de sustentação.

### 2.1.2 Dinâmicos

Miyata e Miyazaki (1979) consideraram os efeitos da turbulência em várias seções retangulares, utilizando como parâmetro de comparação os coeficientes de arrasto e sustentação para o caso estático, expandindo as análises para o estudo das vibrações induzidas por vorticidade. Além disso, calculou-se a média e a flutuação do coeficiente de pressão sobre as estruturas estudadas.

Washizu et al. (1978) realizaram um estudo experimental em túnel de vento sobre a instabilidade aeroelástica no modo vertical de cilindros retangulares. A ênfase do trabalho foi encontrar os fenômenos de instabilidade aeroelástica próximo à velocidade crítica e comparar os resultados à medida que variava a razão de aspecto. Dando continuidade, Washizu et al. (1980) apresentaram os resultados experimentais da instabilidade aeroelástica em modo torcional de cilindros retangulares.

Brika e Laneville (1993) realizaram um estudo experimental das vibrações induzidas por vorticidades para um cilindro flexível. Para este estudo, simulou-se metade do comprimento de onda de um cabo vibratório, eliminando os efeitos decorrentes do cilindro rígido. Nesta pesquisa apresentou uma das menores razões de amortecimentos relatadas para o estudo deste fenômeno.

Matsumoto (1996) estudou em ensaios experimentais o fenômeno de flutter e as características do amortecimento aerodinâmico de cilindros de seções retangulares com diferentes razões de aspecto. Em sequência Matsumoto et al. (1997) descreveram o mecanismo de vibração de torção de cilindros retangulares para diferentes razões de aspectos ( $B/D$ , largura/altura), como 2; 5; 8; 10; 12,5; 15 e 20, todos sob uma vibração forçada.

Mannini, Marra e Bartoli (2014) estudaram as vibrações induzidas pelo escoamento em um cilindro retangular 3:2, esclarecendo as principais características dessa instabilidade. Durante os testes em túnel de vento, foram observados valores elevados do número de Scruton (um produto da massa adimensional vezes o próprio amortecimento) para

velocidades de vento baixas.

Através de um estudo experimental, Nguyen, Hargreaves e Owen (2018) analisaram uma geometria genérica de tabuleiro de ponte, a seção retangular 1:5. Neste estudo examinou-se a distribuição e a correlação da superfície de pressão em um escoamento turbulento, além das vibrações induzidas por vorticidade.

Lin et al. (2019) estudaram a dependência da amplitude das forças induzidas pelo movimento, em um cilindro retangular 1:5, através de um protocolo de vibração forçada para extração da pressão distribuída sobre a estrutura em diferentes amplitudes de oscilação. Nesse estudo, observou-se que as respostas extraídas em termos de ângulo de ataque se mostrou incompatível com as observações, já que as amplitudes iguais resultaram em diferentes forças induzidas.

O estudo desenvolvido por Li et al. (2021) propôs analisar sistematicamente as cargas transversais ao vento de seções retangulares de edifícios. Essas seções estudadas se diferenciam através da suavização dos cantos dos retângulos. Para essa análise foi proposto alguns modelos matemáticos. Os resultados mostraram que o desempenho aerodinâmico contra o vento dos edifícios altos pode ser efetivamente melhorado à medida que a suavização dos cantos aumenta.

## 2.2 ESTUDOS NUMÉRICOS

### 2.2.1 Estáticos

No trabalho de Shimada K. Ishihara (2001), foi realizado um estudo numérico sobre as características aerodinâmicas de cilindros retangulares para um modelo de turbulência  $k - \varepsilon$ . Apesar do estudo bidimensional, foi observado um desprendimento periódico de vórtices, mesmo na faixa de alto número de Reynolds. Além disso, várias características aerodinâmicas como o número de Strouhal, coeficientes de arrasto e sustentação foram obtidas com sucesso e com boas concordância quando comparado aos resultados de análises tridimensionais e dos experimentos.

Foi estudado por Mannini, Šoda e Schewe (2010), um campo de escoamento turbulento bidimensional em uma estrutura com dimensões 1:5, utilizando equações *Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes*- URANS. Neste estudo foi analisado dois ângulos de ataque ( $0^\circ$  e  $4^\circ$ ) para um estudo de convergência de malha. O objetivo do trabalho foi avaliar a capacidade dos cálculos bidimensionais de URANS, além de alguns modelos de turbulência e comparar os resultados com experimentos em túnel de vento. Por fim, houve concordância nos resultados numéricos quando comparados aos ensaios experimentais, mas apenas um modelo de turbulência capturou o aumento significativo da sustentação em ângulos de ataque, a abordagem *Explicit Algebraic Reynolds Stress*-EARSM.



Com o surgimento de vários modelos de turbulência, Zhang et al. (2011) avaliou a generalidade e robustez para vários cenários de escoamento de ar interno. Neste estudo foram avaliados oito modelos de turbulência que contempla uma gama de abordagens de CFD, incluindo *Reynolds averaged Navier-Stokes-RANS*, *detached-eddy simulation-DES* e *large-eddy simulation-LES*. A pesquisa mostrou que cada modelo de turbulência possui uma boa precisão em determinadas categorias de escoamentos.

Schewe (2013) relata os experimentos realizados para uma ampla faixa de números de Reynolds. Foi estudada uma seção retangular com relação largura/altura=5/1 e calculado o coeficiente de pressão, sustentação, arrasto e o número de Strouhal.

A análise realizada por Vikram (2014), considerou um escoamento bidimensional em contato com estruturas de seções circular e quadrada usando o código de CFD comercial *Fluent*. Neste estudo observou-se que no cilindro circular a pressão do cilindro a montante apresenta uma pressão maior quando comparada ao cilindro quadrado, enquanto que na jusante do cilindro quadrado a pressão é menor em relação ao cilindro circular. Além disso, o número de Strouhal permanece o mesmo apesar do aumento da magnitude das oscilações enquanto se monitora a velocidade atrás do cilindro.

Stringer, Zang e Hillis (2014) estudaram uma metodologia para cálculo de escoamentos ao redor de cilindros circulares, com uma malha rigidamente controlada e um passo de tempo adaptativo adequada com uma modelagem de turbulência apropriada. Através disso foi feita uma comparação entre os solucionadores comerciais; ANSYS e CFX e de código aberto; OpenFoam. Os resultados para o coeficiente de sustentação, arrasto e o número de Strouhal apresentaram diferenças significativas; o OpenFoam apresentou uma alta correlação com os dados experimentais em valores baixos e subcríticos, enquanto o ANSYS provou ser mais eficaz nas regiões subcríticas e críticas altas.

### 2.2.2 Dinâmicos

Em Le Maître, Scanlan e Knio (2003) foi apresentado uma aproximação numérica referente aos coeficientes aeroelásticos de um aerofólio para um escoamento incompressível com baixos valores de Reynolds. Deste modo, as equações de Navier-Stokes foram resolvidas através da formulação da função fluxo-vorticidade, além de usar as equações de dinâmica estrutural para obter a movimentação do aerofólio. Para obter os coeficientes de flutter, duas metodologias foram propostas. A primeira metodologia baseou-se na aplicação de movimentos forçados, vertical ou de rotação, nas frequências de interesse. Na segunda metodologia, o corpo é representado por osciladores harmônicos de dois graus de liberdade (torção e flexão) em vibração livre e sobre diferentes velocidades de incidência do vento. Em ambas, as respostas em termos da força e momento aerodinâmicos obtidos são combinadas com o modelo dinâmico proposto pelos autores, que permite a identificação dos coeficientes de flutter.

Através de uma abordagem numérica utilizando CFD, Thiesemann, Bergmann e Starossek (2003) determinaram os coeficientes de flutter para vários modelos de tabuleiro de pontes. Todos os resultados dessa pesquisa foram comparados e validados com ensaios experimentais. O estudo foi realizado por meio do método de vibrações forçadas.

Šarkić et al. (2012) apresentaram resultados de investigações numéricas de aeroelasticidade de pontes. Nesta pesquisa, foram obtidos coeficientes estáticos e os coeficientes de flutter, utilizando URANS. O modelo de turbulência empregado foi o  $k-\omega$  SST e as simulações realizadas foram bidimensionais. Todos os resultados encontrados, como os coeficientes de forças e pressão, além dos coeficientes de flutter foram validados por ensaios experimentais com ótimos resultados.

Miranda et al. (2014) estudaram o desempenho de dois modelos de turbulência  $k-\omega$  e  $k-\omega$  SST, avaliando a estimativa em prever os coeficientes de flutter de seções retangulares alongadas com diferentes razões de aspecto. Os resultados obtidos dessas simulações foram comparados aos resultados experimentais disponíveis na literatura. Utilizando a mesma metodologia, Nieto et al. (2015) usou o modelo de turbulência  $k-\omega$  para o estudo de uma seção retangular (1:5) e o tabuleiro de uma ponte, essas duas estruturas foram submetidas a um escoamento incompressível turbulento. O estudo focou no cálculo dos coeficientes de flutter, obtida por meio de vibração forçada, e uma relação analítica entre as derivadas reportadas na literatura.

Foi investigado por Patrino (2015) a precisão de técnicas de dinâmica de fluidos computacional e modelos de turbulência na previsão da velocidade crítica de flutter de seções retangulares. Neste estudo são extraídos numericamente os coeficientes de flutter e feito o cálculo da velocidade crítica de flutter para um conjunto de estruturas.

Abbas, Kavrakov e Morgenthal (2017) apresentam uma revisão da história e o desenvolvimento de técnicas de análise aerodinâmica através de métodos numéricos e ensaios experimentais de última geração para a análise de estabilidade de flutter. Neste estudo, o efeito de diferentes parâmetros no limite de flutter foi considerado, além disso, foi fornecida uma visão geral da relação complementar entre os ensaios experimentais e a CFD.

O trabalho de Andersen et al. (2018) sugere um método híbrido para obter os coeficientes de flutter a partir de testes de vibração livre. Neste estudo, os resultados extraídos são de uma seção retangular 1:10, que são apresentados para duas diferentes relações de frequência torcional-vertical.

Helgedagsrud et al. (2019) através da CFD empregaram a Análise Isogeométrica (IGA) que baseia-se em *Non-Uniform Rational B-Splines* (NURBS) para simular numericamente os escoamentos turbulentos sobre seções de pontes em 3D. Foram feitas análises dinâmicas de seções retangulares com proporções de 1:10 e 1:50, obtendo com sucesso as características do escoamento em comparação com as discretizações de elementos finitos

mais tradicionais.

Gao et al. (2020) estudaram as instabilidades aerodinâmicas de três seções retangulares ( 1:2, 1:1 e 2:1), que foram investigadas através de uma série de testes de modelos com suporte elástico. Este estudo concluiu que a razão lateral desempenha um papel importante nos fenômenos de instabilidade, quando a estrutura possui uma razão lateral maior geralmente corresponde a uma interação mais forte aos fenômenos de VIV e Galope.

Como houve um aumento significativo nas pesquisas sobre vibrações de estruturas de pontes, Ronne, Larsen e Walther (2021) fizeram uma revisão dos resultados de ensaios experimentais, com o intuito de obter um conjunto de informações físicas sobre o efeito conhecido como "*nose-up*". Desse modo, desenvolveu um modelo teórico baseado nas simulações numéricas que permite prever o fenômeno de flutter para uma seção de ponte com caixa dupla.

### 3 MODELAGEM FÍSICA E MATEMÁTICA

O presente capítulo trata da teoria básica envolvendo a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) acerca dos estudos que corroboraram para estruturação deste texto de dissertação. A compreensão de CFD é extremamente importante para investigar, através de métodos matemáticos, o impacto e a influência do escoamento do fluido em estruturas e, assim, contribuir com soluções para problemas na engenharia.

O capítulo consiste em duas seções, a primeira introduz as equações que governam o escoamento, para contextualizar a CFD e sua discretização. Na sequência, a segunda seção aborda brevemente os modelos de turbulência, dando ênfase no modelo aplicado na pesquisa, modelo de turbulência para as equações médias de Reynolds (RANS) para o estudo do escoamento em torno das estruturas estudadas e os seus principais métodos de solução.

#### 3.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Neste trabalho, caracteriza-se o escoamento como incompressível, newtoniano com uma viscosidade constante. As equações de conservação, que descrevem o movimento do fluido, são sintetizadas nas equações de Navier Stokes de conservação de quantidade de movimento e de massa. A Equação de Navier-Stokes 3.1 é apresentada em termos da pressão e das tensões de cisalhantes que operam sobre uma partícula material. Dessa forma, assegura-se que a taxa de variação da quantidade de movimento de uma partícula fluida,

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[ \mu \left( \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \right] + \rho \mathbf{g} \quad (3.1)$$

em que:

$\rho$  é a densidade do fluido;

$\mathbf{u}$  é o campo de velocidade;

$p$  é a pressão;

$\mu$  é a viscosidade dinâmica;

e  $\rho \mathbf{g}$  são as forças externas e gravitacional.

Já a equação baseada na lei de conservação de massa é chamada de "Equação da continuidade". A aplicação do conceito de conservação de massa ao escoamento de fluidos, garante que a variação da massa em um volume de controle é igual a massa que entra menos a massa que sai desse mesmo volume de controle, como pode ser visto na Equação 3.2.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.2)$$

### 3.2 MOVIMENTAÇÃO DINÂMICA DA MALHA

Na modelagem do fenômeno de flutter, o corpo está em movimento quando imerso em um escoamento. Por isso, deve-se fazer uma correlação entre o movimento do fluido, em referencial lagrangiano, com o do escoamento, em um referencial euleriano. Esta questão impacta, portanto, no movimento do observador (malha), por meio da compatibilidade entre estes dois referenciais (HALLAK, 2002).

Seja  $f$  um campo escalar qualquer descrito a partir de um ponto de vista matemático em uma função do espaço e tempo como  $f = f(\mathbf{x}, t)$ , sendo  $f$  uma partícula transportada pelo fluido em um referencial cartesiano fixo. A derivada total de  $f$  com relação ao tempo  $t$  é definida pela regra da cadeia,

$$\frac{Df}{Dt} = \underbrace{\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{xfixo}}}_{\text{componente explícita}} + \underbrace{\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t}}_{\text{componente implícita}} \quad (3.3)$$

A componente explícita é uma representação da variação temporal de  $f$  em relação a uma posição fixa e a componente implícita é a parcela que representa uma partícula imersa no campo  $f$ , tendo suas posições variando no tempo pela velocidade  $\frac{\partial x}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial t}$  e  $\frac{\partial z}{\partial t}$ , representada por  $\mathbf{w}$ . A derivada total de  $f$  em relação ao tempo pode ser escrita como,

$$\frac{Df}{Dt} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{xfixo}} + \frac{\partial f}{\partial x} w_x + \frac{\partial f}{\partial y} w_y + \frac{\partial f}{\partial z} w_z \quad (3.4)$$

ou em sua forma compacta,

$$\frac{Df}{Dt} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{xfixo}} + \mathbf{w} \cdot \nabla f \quad (3.5)$$

De acordo com Hallak (2002), no caso específico quando a partícula material acompanha a velocidade do fluido, tem-se a derivada material dada por

$$\frac{Df}{Dt} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{xfixo}} + \mathbf{u} \cdot \nabla f \quad (3.6)$$

em que  $\mathbf{u}$  representa a velocidade do fluido. A partir das Equações 3.5 e 3.6, é possível reescreve-la como:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{u} - \mathbf{w}) \cdot \nabla f \quad (3.7)$$

Para a Equação 3.7 o termo explícito deixa de ter uma posição fixa em relação ao tempo, o termo que aparece é a própria derivada total representada pela Equação 3.3, que é vista por um observador movendo-se no fluido com velocidade  $\mathbf{w}$ . A representação é Euleriana quando  $\mathbf{w} = 0$ , ou seja, a partir de princípios físicos que descrevem o comportamento de campo com um observador fixo no espaço. No entanto, quando  $\mathbf{u} = \mathbf{w}$  a descrição é lagrangiana, possuindo um observador que move-se junto com uma partícula material qualquer. Dessa forma, a Equação 3.7 é definida arbitrariamente com o objetivo de ser conveniente de acordo com as descrições do problema dado.

Em problemas de análise fluido estrutura, como os estudados neste trabalho, usa-se a definição Lagrangiana em que a velocidade  $\mathbf{w}$  será denominada como a velocidade da própria estrutura. Nas regiões distante da estrutura usa-se a definição Euleriana, ou seja,  $\mathbf{w} = 0$ .

Definindo  $\mathbf{v}$  como:

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} - \mathbf{w} \quad (3.8)$$

em que  $\mathbf{v}$  é denominada como a velocidade convectiva generalizada. Utilizando a relação da Equação 3.8 para a solução numérica de problemas de interação fluido estrutura, afim de compatibilizar o problema dinâmico do corpo ao movimento da malha, representa-se as equações de Navier-Stokes como:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \nabla(\mathbf{v}\mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[ \mu \left( \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \right] + \rho \mathbf{g} \quad (3.9)$$

As Equações 3.2 e 3.9 simbolizam as equações de Navier-Stokes em um referencial Lagrangiano-Euleriano Arbitrário (ALE - *Arbitrary Lagrangian-Eulerian*), que permite impor uma velocidade arbitrária para a malha do domínio do fluido. A velocidade imposta deve ser compatível com os deslocamentos e velocidades da estrutura, de forma que haja uma distorção mínima da malha (SANCHES, 2011).

Na Figura 2, a região externa é definida por  $\Omega_E$ , em que se aplica a descrição Euleriana, isto é, onde há apenas o escoamento.  $\Omega_{ALE}$  é a região interna, em que ocorre o contato entre o fluido e a estrutura estudada retratado pelo modelo ALE. A fronteira  $\Gamma_C$  compreende as máximas amplitudes que a estrutura possa vir a ter, conseqüentemente para o estudo deste trabalho, o domínio coincide com a fronteira.  $\Gamma_I$  é o delimitador entre a fronteira definida por  $\Omega_{ALE}$  e  $\Omega_E$ , retratando as fronteiras do domínio do problema. Por fim, o  $\Gamma_C$  é onde há o contato entre o fluido e a estrutura.

As variáveis  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{w}$  representam respectivamente o deslocamento e a velocidade relativa do fluido da malha.

$$\mathbf{d} = 0 \text{ sobre } \Gamma_I \quad (3.10)$$

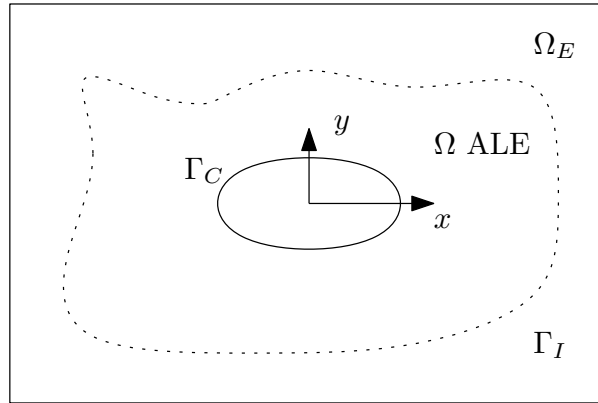


Figura 2 – Descrição esquemática do domínio do problema.

Fonte: Adaptação de Hallak (2002).

$$\mathbf{w} = 0 \text{ sobre } \Gamma_I \quad (3.11)$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_c \text{ sobre } \Gamma_C \quad (3.12)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{U}_c \text{ sobre } \Gamma_I \quad (3.13)$$

As variáveis  $\mathbf{d}_c$  e  $\mathbf{U}_c$  estão inerentemente associadas à velocidade e ao deslocamento da estrutura por meio de relações cinemáticas.

Segundo Hallak (2002), nas regiões  $\Omega_{ALE}$  em que há comprimento suficiente para atender toda a amplitude de movimento do corpo, as condições para este desenvolvimento são solucionadas através das seguintes Equações:

$$d = \beta d_c \quad w = \beta U_c \quad (3.14)$$

no qual  $\beta$  refere-se a solução da Equação de Laplace com condições de Dirichlet:

$$\nabla^2(\beta) = 0 \quad (3.15)$$

$$\beta = 0 \text{ sobre } \Gamma_I \quad (3.16)$$

$$\beta = 1 \text{ sobre } \Gamma_c(t) \quad (3.17)$$

As soluções das equações que compõem um referencial Lagrangiano-Euleriano Arbitrário foram realizadas através do solver interno do OpenFOAM.

### 3.3 MODELAGEM DA TURBULÊNCIA

Na engenharia estrutural a ação do vento ocorre para valores críticos do número de Reynolds, no qual as forças viscosas não se opõem ao movimento. Com isso, o escoamento turbulento é caracterizado pelo comportamento caótico e aleatório. A turbulência é definida pelo movimento irregular que em geral surge em escoamentos gasosos ou líquidos, quando atravessam uma superfície sólida qualquer ou quando escoamentos vizinhos do mesmo fluido passam por ou entre outras superfícies. A instabilidade e a não linearidade do escoamento turbulento provém, sobretudo, da interação entre os termos inerciais não lineares e os viscosos das equações de Navier-Stokes. Desta forma, seus modelos matemáticos são usados para descrever a turbulência baseados em suposições simplificadas (KÁRMÁN, 1937). Apresenta-se uma breve visão das três principais abordagens para o tratamento da turbulência em simulações fluidodinâmicas existentes até o momento, fundamentado no tratamento da escala de turbilhões.

#### 3.3.1 Simulação numérica direta (DNS)

Há vários métodos numéricos possíveis para a solução de simulações de escoamento turbulento. Desde a década de 60, com a evolução do computador, vários modelos foram desenvolvidos, um deles é a Simulação Numérica Direta (DNS). Este modelo integra numericamente as equações governantes em toda a faixa de escalas turbulentas. Na solução espacial da equação de Navier-Stokes, utilizam-se malhas refinadas e um passo de tempo suficientemente pequeno do domínio nas escalas de Kolmogorov para resolver as flutuações.

De acordo com Moriconi (2008), através da Figura 3, é possível observar que a malha utilizada para simular o escoamento deve cobrir a faixa inercial e estar compreendida em uma área de dimensão  $L$ , à medida em que o parâmetro do espaçamento entre os nós é definido com a escala dissipativa de Kolmogorov  $\eta$ , conseqüentemente no campo tridimensional, tem-se  $N = (L/\eta)^3$ , implicando na relação:

$$N > Re_t^{9/4}; \quad Re_t = \frac{k^{1/2}L}{\nu} \quad (3.18)$$

Como a simulação resolve todas as escalas do escoamento de Kolmogorov, por consequência, acaba exigindo um alto custo computacional. Em contra partida, o método possui excelentes concordâncias com os ensaios experimentais. As principais utilizações desse método referem-se a:

- Os estudos de fenômenos com pequenas escalas de turbulência que possui dificuldades em inserções laboratoriais.
- Utilização como referencial na ausência de dados de ensaios experimentais.



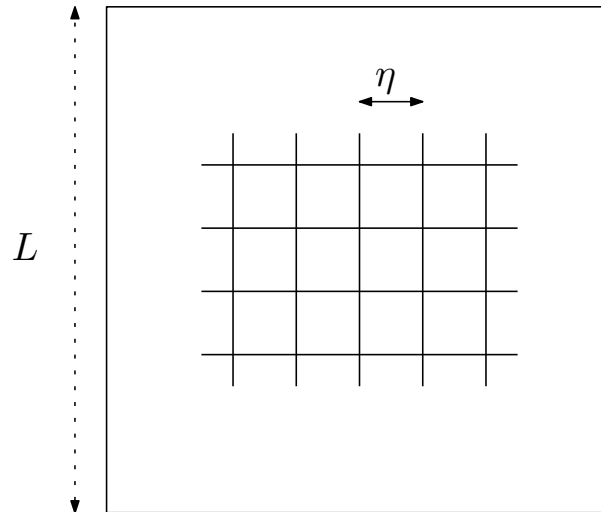


Figura 3 – Comprimentos na definição da malha para o DNS.

Fonte: Adaptação de Moriconi (2008).

### 3.3.2 Simulação das grandes escalas (LES)

O segundo método é amplamente conhecido como LES (*Large Eddy Simulation*), classificado como uma simulação de filtragem espacial nas equações de Navier-Stokes, em que calculam diretamente as estruturas turbulentas por meio de escala maiores que causam a transferência de energia e quantidade de movimento no escoamento. As menores escalas são mais homogêneas e isotrópicas, portanto, são modeladas por técnicas de sub-malha, ou seja, modelos de turbulência homogênea isotrópica. Conforme o refinamento da malha, o número de escalas que requerem modelagem diminui, aproximando assim do DNS. A Figura 4 demonstra as escalas filtradas por técnica de sub-malha através do corte abaixo do espectro de energia definido por  $E(k)$ .

Apesar de modelar apenas as menores escalas e calcular diretamente as estruturas turbulentas intermediárias e maiores, LES consegue apresentar excelentes resultados quando comparados aos ensaios experimentais. As principais utilizações desse método referem-se a:

- Pesquisas referente à captação de desprendimento de vórtices.
- Modelagens de combustão.
- Modelagens atmosféricas.

### 3.3.3 Modelos de turbulência para as equações médias de Reynolds (RANS)

O modelo RANS foi desenvolvido com base no conceito de que uma escala de velocidade e uma escala de comprimento é suficiente para descrever o efeito da turbulência em um escoamento (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Nessa metodologia, o escoamento

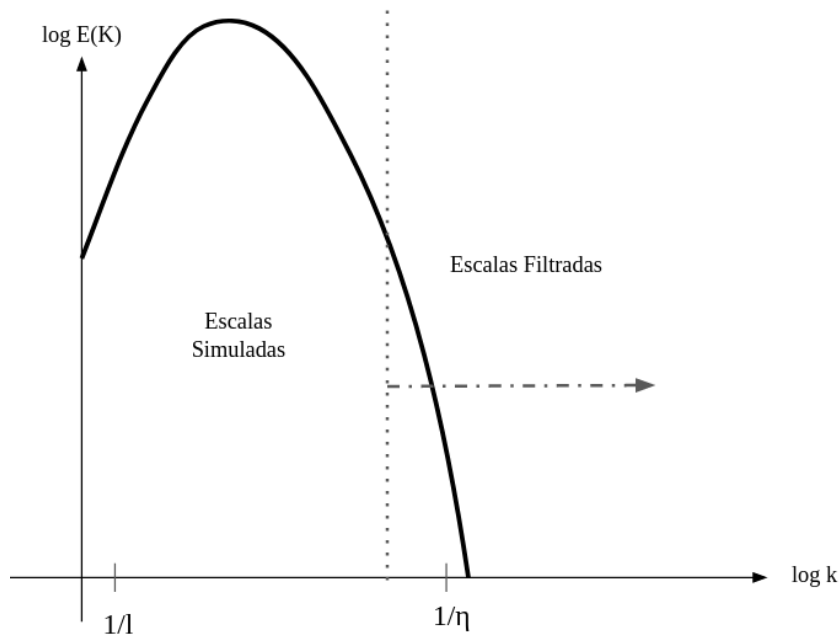


Figura 4 – Processo de interação entre as escalas resolvidas e as escalas sub-malha.

Fonte: Freire, Menut e Su (2002).

mento é separado em componentes médios e flutuantes. Fisicamente, isso é representado na Figura 5.

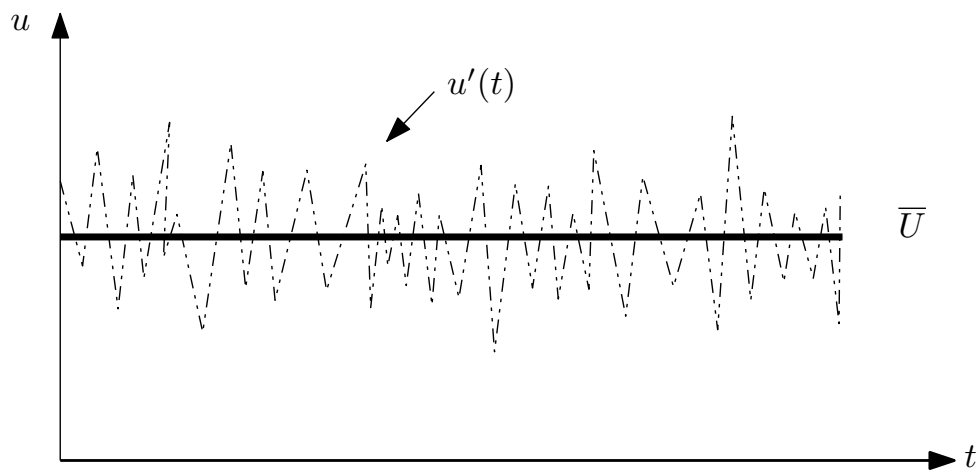


Figura 5 – Média no tempo da velocidade usando modelos RANS.

Fonte: Adaptação de Versteeg e Malalasekera (2007).

Basicamente, o campo do fluido  $\mathbf{u}$  é decomposto em uma componente média e uma componente de flutuação, logo,  $\mathbf{u}$  é a função no tempo e no espaço. Nesta decomposição,  $\bar{\mathbf{u}}(x)$  é a componente média no tempo e  $\mathbf{u}'(x, t)$  é a componente de flutuação. Esta decomposição é intitulada de decomposição de Reynolds.

$$\mathbf{u}(x, t) = \bar{\mathbf{u}}(x) + \mathbf{u}'(x, t) \quad (3.19)$$

A componente velocidade média do tempo é definida como:

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \frac{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{T} dt \quad (3.20)$$

em que  $T$  é o tempo. Substituindo a Equação 3.19 acima nas equações de escoamento incompressível para quantidade de movimento e conservação da massa, obtêm-se as equações com valores médios, junto com suas flutuações de tempo, denominadas de *RANS-Reynolds Averaged Navier-Stokes*, descrita da seguinte forma:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \rho \nabla(\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[ \mu \left( \nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T \right) \right] + \rho \mathbf{g} - \nabla \cdot \left( \rho \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} \right) \quad (3.22)$$

Surge na média temporal das equações de Navier-Stokes a incógnita  $\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'}$ , que é a correlação entre os componentes de flutuação da velocidade, conhecida como tensor de tensões de Reynolds. Com o surgimento desse tensor, é possível observar que existem mais variáveis do que equações, ou seja, impossibilitando que haja uma solução do sistema, em razão disso, se faz necessário modelá-las. Para isso, existem algumas abordagens que solucionam a equação de transporte para o tensor de tensões de Reynolds. Os modelos de turbulência são necessários para estimar as incógnitas, já que a sua quantidade é superior ao número de equações (HANJALIĆ; LAUNDER, 1972).

Para as modelagens, existem duas abordagens, modelos que trabalham com a viscosidade turbulenta e modelos de fechamento de segunda ordem. Na Tabela 2 estão apresentadas algumas metodologias lineares de viscosidade que modelam a viscosidade turbulenta.

Tabela 2 – Modelos de turbulência.

Quantidade de equações adicionais	Modelo de fechamento
2	$k - \varepsilon$
	$k - \omega$
	$k - \omega$ SST
4	$k - \omega$ SST LM

### 3.3.3.1 Modelo de fechamento da turbulência $k - \varepsilon$

O método amplamente conhecido por solucionar o tensor de tensões de Reynolds é a hipótese de Boussinesq, onde nela há uma relação entre as tensões turbulentas e o tensor da taxa de deformação média através da viscosidade isotrópica dos vórtices (LAUNDER; SANDHAM, 2002). De acordo com a hipótese de Boussinesq temos:

$$\underbrace{-\rho \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'}}_{\text{Tensor de Reynolds}} = \underbrace{\mu_t (\nabla \cdot \mathbf{u} + (\nabla \cdot \mathbf{u})^T)}_{\text{Gradiente de velocidade média}} - \frac{2}{3} \rho k I - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) I \quad (3.23)$$

Fundamentado no modelo de *mixing length* ou comprimento de mistura proposto por Prandtl, Bradshaw e Wong (1972),  $\mu_t$ , representa a viscosidade turbulenta apresentada a seguir:

$$\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.24)$$

no qual,  $\varepsilon$ , representa a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta,  $k$ , é a energia cinética e  $C_\mu$  é uma constante empírica,

$$\varepsilon = \frac{k^{2/3}}{L} \quad (3.25)$$

sendo  $L$  a escala de comprimento característico na proximidade da parede. Dessa forma, a parte  $k$  da Equação do modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  é descrita dessa forma:

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.26)$$

em que  $P_k$  é a produção de energia cinética turbulenta devido a velocidade média de cisalhamento. A Equação de transporte para o termo  $\varepsilon$  é apresentada a seguir:

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\varepsilon}{k} C_1 P_k - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (3.27)$$

os coeficientes  $C_1$  e  $C_2$  variam de acordo com o modelo empregado. Após a utilização das Equações 3.26 e 3.27, a teoria de mistura se torna diretamente relacionado a taxa de variação da energia cinética turbulenta ( $\varepsilon$ ) do fluido, além de estar fisicamente associada ao termo convectivo e difusivo do movimento médio do escoamento.

A partir das análises experimentais de comportamento da turbulência em casos de decaimento homogêneo, equilíbrio local e camadas limite com gradiente de pressão nulo, é possível fazer uma relação entre o  $P_k$  e o  $\varepsilon$ :

$$\frac{P_k}{\varepsilon} = \frac{1 - C_2}{1 - C_1} \quad (3.28)$$

Tabela 3 – Constantes usuais de calibração do modelo de turbulência  $k - \varepsilon$

$C_\mu$	$C_1$	$C_2$	$\sigma_\varepsilon$
0.09	1.44	1.92	1.3

Os valores apresentados na Tabela 3 possibilitam um valor aproximadamente de 2,1 por meio da razão de  $P_k$  e  $\varepsilon$ . Através de ensaios experimentais foi possível observar que esta razão fica em torno de 2, ou seja, indicando uma acurácia aos resultados numéricos.

O primeiro modelo usando o  $k - \varepsilon$  foi proposto por Harlow e Nakayama (1968). Desde então, uma variedade de modelos  $k - \varepsilon$  foram desenvolvidos, sendo o modelo de Launder e Spalding (1974) amplamente utilizado na comunidade acadêmica. O modelo  $k - \varepsilon$  permite adequar o cálculo do escoamento longe da parede, sendo bem ajustado e validado experimentalmente, além de transportar a escala de comprimento sem depender de equiparações empíricas.

### 3.3.3.2 Modelo de fechamento da turbulência $k - \omega$

Com a finalidade de melhorar o modelo  $k - \varepsilon$ , desenvolveu-se o modelo  $k - \omega$ . A variável  $\omega$  é definida fisicamente pelo inverso da escala de tempo da dissipação turbulenta  $\tau$ , como pode ser visto na equação 3.29, que recebe o nome de frequência característica do processo de dissipação.

$$\omega \sim \frac{\varepsilon}{\beta k} \rightarrow \frac{1}{\tau} \quad (3.29)$$

O modelo  $k - \omega$  a princípio é bastante semelhante ao modelo  $k - \varepsilon$ , o que difere é a variável  $\varepsilon$  que é substituída pela taxa de dissipação por unidade de energia cinética  $\omega$ :

- $\varepsilon$  é a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta (dimensão  $L^2/T^3$ );
- $\omega$  é a taxa de dissipação por unidade de energia cinética (dimensão  $1/T$ );

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k} \quad (3.30)$$

A Equação de transporte de  $k$  é a mesma do modelo anterior, com a atualização do termo  $\varepsilon$ ,

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \beta\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.31)$$

já a Equação de transporte  $\omega$  é dada por:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right] + \frac{\gamma\omega}{k} P_k - \beta\omega^2 \quad (3.32)$$

Com a substituição da variável  $\varepsilon$  pela  $\omega$ , houve uma melhora no tratamento próximo à parede na resolução da previsão de camadas limites com gradiente de pressão adversos. Neste modelo, é importante trabalhar com malhas que possuem um grau de refinamento maior para resolver devidamente o escoamento.

Desde a criação do modelo de turbulência  $k - \omega$  proposto em 1942 por Kolmogorov, o método passou por várias versões, as principais versões estão ilustradas na Figura 6.

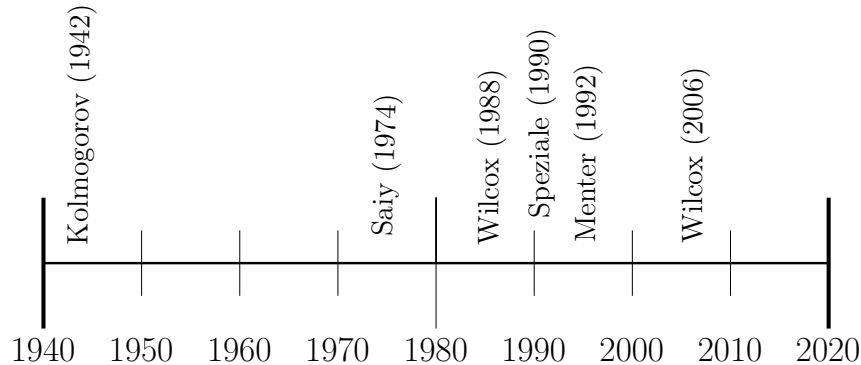


Figura 6 – Linha do tempo de evolução do  $k - \omega$ .

Fonte: Adaptação de Rumsey (2022).

A versão mais atualizada, apresentada na Figura 6, foi desenvolvida por Wilcox (2006), se diferencia pelas constantes de calibração caracterizadas na Tabela 4, fazendo uso de funções auxiliares.

Tabela 4 – Constantes usuais de calibração do modelo de turbulência  $k - \omega$

$\beta^*$	$\gamma$	$\beta$	$\sigma$	$\beta_o$	$\sigma_d$	$f_\beta$	$\chi_\omega$	$\Omega_{ij}$
0.09	13/25	$\beta_o f_\beta$	0.5	0.0708	$\frac{1}{8}$	$\frac{1+85\chi_\omega}{1+100\chi_\omega}$	$\frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta^*\omega)^3}$	$0.5 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

Uma das vantagens do modelo  $k - \omega$ , refere-se a sensibilidade nas condições turbulentas de corrente livre, Menter (1992) observou variações mesmo quando a intensidade do escoamento se aproximava de zero.

### 3.3.3.3 Modelo de fechamento da turbulência $k - \omega$ SST

Wilcox (2006) estudou o desempenho dos modelos  $k - \varepsilon$  e  $k - \omega$  apresentados nas seções anteriores, demonstrando alguns problemas como:

- As funções de amortecimento próximo às paredes no modelo  $k - \varepsilon$  não são confiáveis na presença de elevada curvatura das linhas de corrente. Além de ser indispensável o emprego de funções de relaxação empíricas que não possuem acurácia em ambientes de gradiente adverso de pressão;
- Nas áreas longe da parede, em que não ocorre interferências das forças viscosas para a diminuição da intensidade turbulenta, o modelo  $k - \omega$  não apresenta bons resultados.

Logo, o ponto de partida para o desenvolvimento do modelo  $k - \omega$  SST proposto por Menter (1994) foi evitar os problemas citados acima, combinando as características de

ambos os modelos, características essas que são consideradas superiores quando comparado aos outros modelos. Esta mistura entre os modelos  $k - \varepsilon$  e  $k - \omega$  possibilita que o modelo  $k - \omega$  seja utilizado na região viscosa próxima à parede, além de resolver problemas que envolvem o gradiente adverso de pressão, já o modelo  $k - \varepsilon$  se mostra bastante eficiente na solução de escoamentos longe da parede. Dessa forma,  $\varepsilon$  pode ser escrito como:

$$\varepsilon = C_\mu k \omega \quad (3.33)$$

Substituindo a Equação 3.33 nas Equações 3.27 e 3.32 de dissipação dos modelos  $k - \varepsilon$  e  $k - \omega$  respectivamente, teremos:

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla (\rho U \omega) = \nabla \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right] + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \underbrace{\frac{2\rho\sigma\omega^2}{\omega} \nabla_k : \nabla_\omega}_{\text{Termos adicionais}} \quad (3.34)$$

Menter (1994) multiplicou o termo adicional que aparece na Equação 3.34 por  $(1 - F_1)$ , sendo assim:

$$2(1 - F_1) \frac{\rho\sigma\omega^2}{\omega} \nabla_k : \nabla_\omega \quad (3.35)$$

- Para  $F_1=0$ , o modelo será  $k - \varepsilon$ ;
- Para  $F_1=1$ , o modelo será  $k - \omega$ .

Menter (1992) definiu a Equação 3.35 como "difusão cruzada", demonstrando que esse termo diminui a interação do fluxo livre do modelo  $k - \omega$ . Além disso, a introdução deste termo em escoamentos livres intensifica a produção de  $\omega$  e por consequência aumenta consideravelmente a dissipação de  $k$ .

Na Equação 3.35 de difusão cruzada definida por Menter (1992), o termo  $F_1$  é apresentado como uma função de mistura, que é a função da distância à parede. A função de mistura é definida pela equação:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (3.36)$$

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma\omega_2 k}{CD_{k\omega} d^2} \right] \quad (3.37)$$

A Equação 3.37 é dependente do termo  $d$ , esse termo representa a distância à parede,  $\beta^*$  e  $\sigma_{\omega 2}$  são as constantes empíricas e  $CD_{k\omega}$  é a parte positiva do termo de difusão cruzada.

A Equação 3.36 também é usada para criar uma dependência entre as constantes empíricas:

$$\phi = F_1 \phi_\omega + (1 - F_1) \phi_\varepsilon \quad (3.38)$$

no qual  $\phi_\omega$  é a representação das constantes do modelo  $k - \omega$  (por exemplo,  $\beta^*$ ) e  $\phi_\varepsilon$  é a representação das constantes do modelo  $k - \varepsilon$  (por exemplo,  $C_\mu$ ). Para o modelo  $k - \omega$  SST a viscosidade turbulenta é definida pela hipótese de Bradshaw e Wong (1972), que apresenta um resultado melhor em camada limite submetida aos gradientes adversos de pressão, já que se as variáveis  $S$  ou  $F_2$  forem altas, logo a viscosidade turbulenta é limitada.

A viscosidade turbulenta é dada por:

$$\mu_t = \frac{a_1 \rho k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (3.39)$$

em que  $a_1$  é uma constante empírica,  $S$  é o módulo do tensor deformação do escoamento médio e  $F_2$  é outra função de mistura, similar à equação  $F_1$ , definida por:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (3.40)$$

$$\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{\omega d^2}\right) \quad (3.41)$$

As constantes empíricas calculadas através da Equação 3.38, são apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Constantes do modelo de turbulência  $k - \omega$  SST

Constantes	$\beta$	$\beta^*$	$\sigma_k$	$\sigma_\omega$	$\sigma_d$	$\alpha$
$\phi_\omega$	0.075	0.09	0.5	0.5	0.856	5/9
$\phi_\varepsilon$	0.0828	0.09	1	0.856	0.856	0.44

Nos estudos realizados por Menter (1994), apresentou-se o bom desempenho do modelo, tanto na área de subcamada laminar quanto em corrente livre de turbulência. Dessa forma, o modelo consegue juntar as principais vantagens dos dois modelos apresentados anteriormente.

### 3.3.3.4 Modelo de fechamento da turbulência $k - \omega$ SST LM

Langtry e Menter (2009), desenvolveram um modelo de transição baseado em correlações. O modelo é fundamentado em quatro equações de transportes, as duas equações do modelo de turbulência  $k - \omega$  SST mais uma para intermitência e outra para um critério de início de transição em termos de número de Reynolds momento-espessura.



Esse modelo,  $k-\omega$  *SST LM*, também é conhecido como modelo  $\gamma-\hat{R}e_{\theta t}$ -*SST*, visto que são baseadas nas Equações 3.42 e 3.43 de  $\gamma$  e  $\hat{R}e_{\theta t}$ , além das Equações 3.26 e 3.34.

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial\rho U\gamma}{\partial x} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial\gamma}{\partial x} \right] \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial(\rho\hat{R}e_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial\rho u\hat{R}e_{\theta t}}{\partial x} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial\hat{R}e_{\theta t}}{\partial x} \right] \quad (3.43)$$

Onde os termos fonte da Equação 3.42, são  $P_\gamma$ ,  $E_\gamma$ , e  $P_{\theta t}$  e são definidos como:

$$P_\gamma = F_{length} c_{a1} \rho S [\gamma F_{onset1}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (3.44)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1) \quad (3.45)$$

$$F_{onset1} = \frac{Re_V}{2.193 Re_{\theta c}} \quad (3.46)$$

$$Re_V = \frac{\rho S d^2}{\mu} \quad (3.47)$$

$$F_{onset2} = \min(\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2.0) \quad (3.48)$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (3.49)$$

$$F_{onset3} = \max \left[ 1 - \left( \frac{R_T}{2.5} \right)^3, 0 \right] \quad (3.50)$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0) \quad (3.51)$$

$$F_{turb} = \exp \left[ - \left( \frac{R_T}{4} \right)^4 \right] \quad (3.52)$$

$$F_l = F_{l,1} (1 - F_{sublayer}) + 40.0 F_{sublayer} \quad (3.53)$$

$$F_{l,1} = \begin{cases} 39.8189 + (-119.270 \cdot 10^{-4}) \hat{R}e_{\theta t} + (-132,567 \cdot 10^{-6}) \hat{R}e_{\theta t}^2, & \hat{R}e_{\theta t} < 400; \\ 263.404 + (-123.939 \cdot 10^{-2}) \hat{R}e_{\theta t} + (194.548 \cdot 10^{-5}) \hat{R}e_{\theta t}^2 + (-101.695 \cdot 10^{-8}) \hat{R}e_{\theta t}^3, & 400 \leq \hat{R}e_{\theta t} < 596; \\ 0.5 - (3,0 \cdot 10^{-4}) (\hat{R}e_{\theta t} - 596, 0), & 596 \leq \hat{R}e_{\theta t} < 1200; \\ 0,3188 & 1200 \leq \hat{R}e_{\theta t} \end{cases} \quad (3.54)$$

As constantes de calibração para o modelo de Langtry-Menter são apresentadas na Tabela 6. A parte referente aos conceitos e definições descritos nesta subsecção estão apresentados com mais detalhes em Langtry e Menter (2009).

Tabela 6 – Constantes usuais de calibração do modelo de turbulência  $k - \omega$  SST LM

$\beta^*$	$\gamma$	$\beta$	$\sigma$	$\beta_o$	$\sigma_d$	$f_\beta$	$\chi_\omega$	$\Omega_{ij}$
0.09	13/25	$\beta_o f_\beta$	0.5	0.0708	$\frac{1}{8}$	$\frac{1+85\chi_\omega}{1+100\chi_\omega}$	$\frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta^*\omega)^3}$	$0.5 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

### 3.4 FUNÇÕES DE PAREDE

De acordo com Wilcox (2006), funções de parede referem-se às formas funcionais usadas quando  $y$  se aproxima de zero. Neste procedimento, usa-se a lei de parede como uma relação constitutiva entre a velocidade e a tensão de cisalhamento superficial. Para o ponto da malha mais próximo da superfície considera-se a lei de parede como:

$$U = u_T \left[ \frac{1}{k} \ln \left( \frac{u_T y}{\nu} \right) + C \right] \quad (3.55)$$

Como os gradientes de velocidade próximo a parede são grandes, há a necessidade de desenvolver malhas mais densas próximo a fina região sobre a superfície de um corpo onde os efeitos da viscosidades são importantes, ou seja, a sua camada limite. Uma das formas de diminuir a obrigatoriedade de malhas mais densas próxima a parede é modelar a variação entre o centro da célula e a parede com uma função não-linear (WILCOX, 2006). Medidas experimentais e simulações feitas a partir do DNS mostram a variação próxima a parede, podendo ser usada como modelo.

De acordo com Liu (2017) existem alguns parâmetros que podem ser utilizados para introduzir a região próxima à parede, como:

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (3.56)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_\omega}{\rho}} \quad (3.57)$$

em que  $u_\tau$  representa a velocidade de atrito,  $\tau_\omega$  é a tensão de cisalhamento da parede,  $y$  é a distância até a parede e  $y^+$  é o termo adimensional. Através do valor do  $y^+$  é possível saber a localização da primeira célula. A velocidade adimensional é descrita como,

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (3.58)$$

Conforme Versteeg e Malalasekera (2007), é possível dividir a parede em três regiões, sendo elas: a região logarítima, a camada de mistura e sub-camada viscosa. Na Figura 7 é possível observar essas regiões relacionando com  $y^+$  e  $u^+$ ,

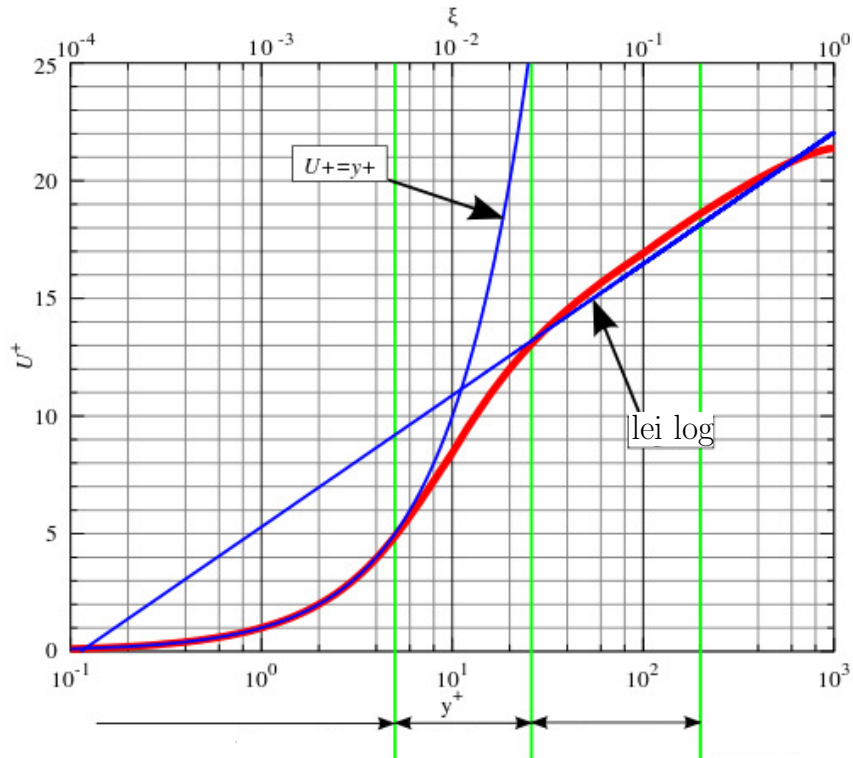


Figura 7 – Lei da parede, velocidade horizontal perto da parede com modelo de comprimento de mistura

As regiões da camada limite demonstradas na Figura 7, são definidas como:

- sub-camada viscosa ( $y^+ < 5$ ): nesta região o escoamento é dominado pelas forças viscosas, sendo possível assumir que a tensão de cisalhamento do fluido é igual a tensão de cisalhamento da parede  $\tau_w$ . Como a tensão viscosa acaba dominando o escoamento e a característica da velocidade é linear, é dado por:

$$u^+ = y^+ \quad (3.59)$$

- camada logarítmica ( $30 < y^+ < 200$ ): na região da camada logarítmica, existe uma dominância das tensões turbulentas e ocorre uma variação lenta com uma função logarítmica ao longo do eixo  $y$ , que é dado por:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (3.60)$$

em que  $\kappa$  é um constante igual a 0,41 e  $E$  é igual 9,8 nas paredes lisas.

## 4 DESCRIÇÃO DO FENÔMENO FLUTTER E SEUS MODELOS

O objetivo deste capítulo é abordar os conceitos necessários para o desenvolvimento dos modelos matemáticos, no qual são utilizados para resolver os coeficientes de flutter. A primeira subseção diz respeito aos conceitos aerodinâmicos, imprescindíveis para compor o estudo dos fenômenos aeroelásticos, em especial esse fenômeno. Na segunda parte desta seção, apresenta-se o modelo matemático e a metodologia para obter os coeficientes que compõem os termos das forças.

### 4.1 CONCEITOS AERODINÂMICOS

A partir do estudo do escoamento em torno das geometrias com seções retangulares, é possível fazer um paralelo com escoamentos característicos em torno de corpos elásticos que possuem formas semelhantes, como por exemplo, tabuleiros de pontes. Sendo assim, este estudo representa um papel fundamental na interação entre o escoamento e a estrutura, pois é possível calcular através da modelagem numérica vários coeficientes aeroelásticos, sendo capaz de entender, por exemplo: o campo de pressão causado pelo escoamento e sua velocidade crítica.

A geometria dos corpos escarpados desempenha um papel fundamental nas interações fluido-estrutura e os campos resultantes do escoamento e pressão ao seu redor. Para seções retangulares, as características de separação e religamento do escoamento são controladas pela razão de aspecto do retângulo e pela sua turbulência (YU; KAREEM, 1998).<sup>1</sup>

#### 4.1.1 Número de Reynolds

O comportamento do escoamento em torno do cilindro retangular modifica suas características de acordo com o número de Reynolds. Para pequenos valores de Reynolds, ocorre a predominância das forças viscosas, ou seja, as forças de atrito e o escoamento se comportam de forma regular (escoamento laminar). À medida que o número de Reynolds aumenta, as forças inerciais superam as viscosas, caracterizando em um escoamento instável com variação de velocidade, ocorrência de vórtices e turbulências (escoamento turbulento). A turbulência, segundo Lumley e Tennekes (1972), é definida pela irregularidade, difusividade, flutuações tridimensionais, dissipação e possuir elevados números de Reynolds. Matematicamente, o número de Reynolds do escoamento em torno de um

<sup>1</sup> The geometry of bluff bodies plays a pivotal role in the flow—structure interactions and the resulting flow and pressure fields around them. For rectangular prisms, the separation and reattachment characteristics of the flow are controlled by the prism aspect ratio and the approach flow turbulence.

cilindro retangular é representado pela Equação 4.1.

$$Re = \frac{UB\rho}{\nu} \quad (4.1)$$

No qual  $B$  representa a dimensão característica da estrutura,  $U$  é a velocidade do escoamento e  $\nu$  é a viscosidade cinemática.

#### 4.1.2 Número de Strouhal

A separação do escoamento em torno de cilindros retangulares causa o aparecimento de pares de vórtices alternadamente na parte superior e inferior da estrutura, ocasionando a separação do escoamento e reolamento à face lateral da estrutura.

O número de Strouhal é usado para descrever o comportamento oscilante do escoamento. Sendo este parâmetro fundamentado na razão das forças inerciais devido a aceleração local do escoamento e as forças inerciais devido à aceleração convectiva, ou seja, quando o número de Strouhal é alto, significa que as oscilações estão dominando o escoamento. A equação do número de Strouhal é definida por:

$$St = \frac{f_s B}{U} \quad (4.2)$$

em que  $f_s$  é a frequência de desprendimento do par de vórtices. A frequência e o comprimento são responsáveis pelas forças de inércia devido à aceleração local e a velocidade de incidência são as forças de inércia devido a convecção do escoamento.

#### 4.1.3 Coeficientes aerodinâmicos

A interação entre o escoamento e a estrutura ocasiona o aparecimento de forças e momentos aerodinâmicos ilustrados na Figura 8. A força de arrasto  $F_D$ , na direção do escoamento, e a força de sustentação  $F_L$ , perpendicular ao escoamento, são causadas por diferentes tipos de tensões que agem sobre a estrutura em contato com o escoamento, a primeira é a tensão de cisalhamento da parede, que é decorrente da tensão tangencial provocada pelas forças de atrito que agem sobre estrutura devido à viscosidade do escoamento. A segunda é a tensão que age perpendicular à superfície da estrutura e é causada pela distribuição da pressão.

$U_\infty$  é a velocidade uniforme do escoamento. No estudo dos fenômenos aeroelásticos, há um interesse nas forças de arrasto  $F_D$ , sustentação  $F_L$  e momento aerodinâmico  $M_\alpha$ . Nas Equações 4.3, 4.4 e 4.6, são definidos os coeficientes adimensionais referente a essas grandezas aerodinâmicas:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} \quad (4.3)$$

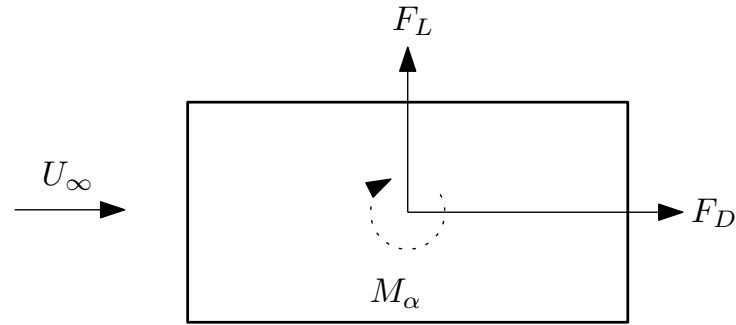


Figura 8 – Representação esquemática das forças e momentos aerodinâmicos.

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} \quad (4.4)$$

$$C_M = \frac{M_\alpha}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2} \quad (4.5)$$

em que  $B$  é o comprimento projetado na direção do escoamento e  $F_D$ ,  $F_L$  e  $M_\alpha$  são as forças apresentadas na Figura 8.

Além do coeficiente de arrasto  $C_D$  e sustentação  $C_L$ , a distribuição do coeficiente de pressão em torno da superfície da geometria é importante. Perto da superfície da geometria, o fluxo da quantidade de movimento (a variação da composição massa/velocidade) é bastante baixo devido aos efeitos viscosos e, portanto, é sensível às mudanças do gradiente de pressão. O coeficiente de pressão demonstra a relação entre as pressões efetivas provocada pelo escoamento e a pressão dinâmica (LIMAS, 2003),

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \quad (4.6)$$

no qual  $p$  é a pressão ao longo do corpo,  $p_\infty$  é a pressão uniforme a montante da seção estudada,  $U_\infty$  é a velocidade de uma região fora da influência da geometria, ou seja, escoamento não perturbado.

## 4.2 FENÔMENOS AEROELÁSTICOS

Como já apresentado na Figura 1, o flutter, galope e a vibração pelo desprendimento cadenciado de vórtices são fenômenos atribuídos ao ramo da engenharia conhecida como aeroelasticidade, que é a interação das forças aerodinâmicas, elásticas e inerciais que atuam em um corpo imerso em um escoamento de um fluido. Simiu e Scanlan (1996), definiram as forças referentes à parte aerodinâmica como forças que surgem do escoamento do fluido no qual a estrutura está sujeita, já as forças relativa à inercia são decorrentes da acelerações impostas à massa do sólido e as forças elásticas deriva das relações elásticas do sólido.

### 4.2.1 Flutter

Um dos fenômenos físicos amplamente estudado no campo da aeroelasticidade é o flutter, devido a sua instabilidade dinâmica que leva a falhas estruturais catastróficas (DOWELL et al., 2005). Se ocorrer uma perturbação em uma estrutura estável, logo após a uma resposta à perturbação, a estrutura retornará ao seu estado anteriormente equilibrado, ou seja, os amortecimentos estruturais e aerodinâmicos garantem que a estrutura perturbada retorne a posição de equilíbrio. Esse retorno ao equilíbrio da estrutura só ocorre em valores abaixo da velocidade crítica. À medida que a velocidade crítica é alcançada, a estrutura torna-se instável, iniciando o processo de vibrações divergentes. Acima da velocidade crítica o amortecimento total (estrutural+aerodinâmico) fica negativo, aumentando a resposta dinâmica exponencialmente (HODGES; PIERCE, 2011).

Fisicamente, o flutter clássico ou multimodal é caracterizado pelo acoplamento de dois modos de vibrações: flexão e torção. Além desta característica, o fenômeno é auto excitado, pois as forças aerodinâmicas dependem da cinemática do movimento, ou seja, do próprio movimento do corpo. Trata-se, portanto, de um fenômeno de interação fluido-estrutura (*FSI - fluid structure interaction*), no qual o fluido, em contato com o sólido, exerce as forças aerodinâmicas que promovem movimentos estruturais significativos. Estes movimentos, por outro lado, alteram as características do escoamento. As equações que descrevem a força de sustentação e o momento resultante são descritas da seguinte forma:

$$m\ddot{h} + S_\alpha\ddot{\alpha} + c_h\dot{h} + k_h h = F_L \quad (4.7)$$

$$S_\alpha\ddot{h} + I_\alpha\ddot{\alpha} + c_\alpha\dot{h} + k_\alpha h = M_\alpha \quad (4.8)$$

em que  $m$  representa a massa por unidade de comprimento,  $S_\alpha$  é o desbalanceamento estático ( $S_\alpha = ma$ ),  $c_h$  e  $c_\alpha$  são as parcelas de amortecimento,  $I_\alpha$  é o momento de inércia de massa e  $k$  é a rigidez estrutural.

Theodorsen (1934) propôs, através do princípio básico do escoamento incompressível que a força de sustentação  $F_L$  e o momento  $M_\alpha$  são lineares para  $h$  e  $\alpha$ . Dessa forma, definiu os coeficientes aerodinâmicos através de duas funções  $F(K)$  e  $G(K)$  que correspondem, respectivamente a parte real e imaginária que dependem da frequência reduzida  $K = B\omega/2U$ , no qual  $\omega$  é a frequência de oscilação circular ( $\omega = 2\pi f$ ),  $C(K)$  é o equacionamento da função circulatória de Theodorsen:

$$C(K) = F(K) + iG(K) = \frac{H_1^{(2)}(K)}{H_1^{(2)}(K) + iH_0^{(2)}(K)} \quad (4.9)$$

#### 4.2.1.1 Coeficientes de flutter

As derivadas ou coeficientes de flutter são parâmetros adimensionais existentes nas equações linearizadas dos esforços aeroelásticos. Os coeficientes  $H_i^*$  e  $A_i^*$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) são determinados por ensaios experimentais, contudo, usando a Equação 4.9 de Theodorsen (1934) é possível estimá-los de forma analítica, de acordo com as expressões abaixo:

$$K^2 H_1^* = -2\pi KF \quad (4.10)$$

$$K^2 H_2^* = -\frac{\pi K}{2} \left[ 1 + \frac{4G}{K} + F \right] \quad (4.11)$$

$$K^2 H_3^* = -\pi \left[ 2F - \frac{GK}{2} \right] \quad (4.12)$$

$$K^2 H_4^* = \frac{\pi}{2} K^2 \left[ 1 - \frac{4G}{K} \right] \quad (4.13)$$

$$K^2 A_1^* = \frac{\pi}{2} KF \quad (4.14)$$

$$K^2 A_2^* = -\frac{\pi}{2} \left[ \frac{4}{K} - G - \frac{KF}{4} \right] \quad (4.15)$$

$$K^2 A_3^* = \frac{\pi}{2} \left[ \frac{K^2}{32} + F - \frac{KG}{4} \right] \quad (4.16)$$

$$K^2 A_4^* = -\frac{\pi}{2} KG \quad (4.17)$$

Através da Figura 9, é possível observar que o retângulo B/D se assemelha a uma placa plana, logo, a teoria de Theodorsen para placas planas pode ser aplicada nesse tipo de geometria quando submetido a um escoamento.

Scanlan e Tomko (1971) propuseram uma formulação usando relações lineares para a parte real das forças aerodinâmicas de sustentação e momento que atuam, por exemplo, em tabuleitos de pontes. Termos como  $\ddot{h}$  e  $\ddot{\alpha}$  foram desconsiderados. As implicações das escalas podem ser suprimidas através da substituição dos coeficientes dimensionais  $H_i$  e  $A_i$  pelos coeficientes adimensionais  $H_i^*$  e  $A_i^*$ , conforme as expressões:

$$F_L = \frac{1}{2} q B \left[ KH_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha + K^2 H_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (4.18)$$

$$M_\alpha = \frac{1}{2} q B^2 \left[ KA_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^*(K) \alpha + K^2 A_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (4.19)$$



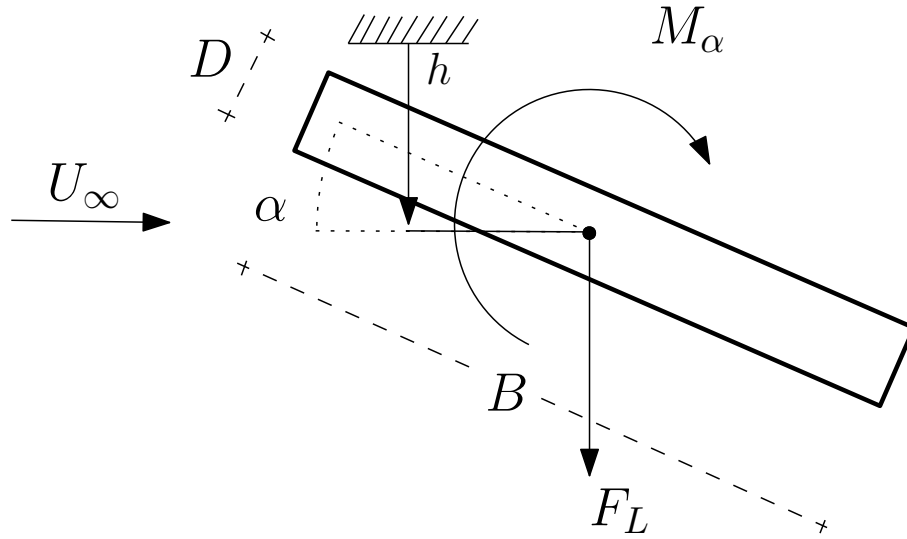


Figura 9 – Representação esquemática dos graus de liberdade e forças aeroelásticas.

em que  $q = \frac{\rho U^2}{2}$  é a pressão dinâmica,  $U$  é a velocidade do vento,  $\dot{h}$  e  $\dot{\alpha}$  são as derivadas de  $h$  e  $\alpha$ .  $F_L$  e  $M_\alpha$  são os esforços aeroelásticos autoexcitados de sustentação e momento que foram devidamente apresentados na Figura 9.

Scanlan (1971) e Le Maître, Scanlan e Knio (2003) apresentam uma metodologia para obter os coeficientes  $H_i^*$  e  $A_i^*$ , impondo ao modelo de vibrações forçadas verticais ( $h$ ) ou rotacionais ( $\alpha$ ) nas frequências de interesse  $\omega$ ,

$$h(t) = h_0 \text{sen}(\omega t) \quad (4.20)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \text{sen}(\omega t) \quad (4.21)$$

sendo  $h$  o deslocamento vertical e  $\alpha$  a rotação axial. A substituição da relação 4.20 nas Equações 4.18 e 4.19, permite escrever:

$$\frac{F_L(t)}{k^2 h_0 \rho U^2} = [H_1^* \cos(\omega t) + H_4^* \text{sen}(\omega t)] \quad (4.22)$$

$$\frac{M_\alpha(t)}{k^2 h_0 \rho U^2 2B} = [A_1^* \cos(\omega t) + A_4^* \text{sen}(\omega t)] \quad (4.23)$$

É possível analisar, pelas equações 4.22 e 4.23, que os coeficientes  $H_1^*$  e  $A_1^*$  são extraídos das componentes cossenoidais das forças de sustentação e momento, ao mesmo tempo em que  $H_4^*$  e  $A_4^*$  são inerentemente dependentes das componentes senoidais. Fazendo a mesma sobreposição da Equação 4.21 nas Equações 4.18 e 4.19, tem-se:

$$\frac{F_L(t)}{k^2 \alpha_0 \rho U^2 B} = [H_2^* \cos(\omega t) + H_3^* \text{sen}(\omega t)] \quad (4.24)$$

$$\frac{M_\alpha(t)}{k^2 \alpha_0 \rho U^2 B^2} = [A_2^* \cos(\omega t) + A_3^* \sin(\omega t)] \quad (4.25)$$

Consequentemente, os valores obtidos através da fase em seno são  $A_3^*$  e  $H_3^*$ , já  $A_2^*$  e  $H_2^*$  são decorrentes da fase em cosseno das forças de sustentação e momento.

Nas Equações 4.20 e 4.21,  $h_0$  e  $\alpha_0$  representam a amplitude da resposta e  $\omega$  é a frequência natural do sistema. As derivadas do primeiro e segundo tempo do deslocamento produzem, respectivamente, a velocidade e a aceleração do sistema,

$$\dot{h} = h_0 \omega \cos(\omega t) \quad (4.26)$$

$$\dot{\alpha} = \alpha_0 \omega \cos(\omega t) \quad (4.27)$$

$$\ddot{h} = h_0 \omega^2 \sin(\omega t) \quad (4.28)$$

$$\ddot{\alpha} = \alpha_0 \omega^2 \sin(\omega t) \quad (4.29)$$

As Equações 4.26, 4.27, 4.28 e 4.29 indicam que a aceleração do sistema é diretamente proporcional ao deslocamento e portanto mostra que o sistema está de fato em movimento harmônico. É possível representar, por meio de uma forma alternativa, o deslocamento de um sistema em movimento harmônico através dos números complexos,

$$h = h_0 e^{i\omega t} \quad (4.30)$$

$$a = a_0 e^{i\omega t} \quad (4.31)$$

Segundo Fung (1993), através da estimativa de que o movimento harmônico é predominante durante a velocidade crítica de flutter, é possível elaborar uma solução para o problema de flutter.

Fazendo uma consolidação das Equações estruturais 4.7 e 4.8 com as Equações do modelo aerodinâmico 4.18 e 4.19, tem-se:

$$\ddot{h} + 2\zeta_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h = \frac{\rho U^2 B}{2m} \left[ KH_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha + K^2 H_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (4.32)$$

$$\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha = \frac{\rho U^2 B^2}{2I} \left[ KA_1^*(K) \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^*(K) \alpha + K^2 A_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (4.33)$$

#### 4.2.1.2 Solução das equações de flutter

O método de solução das Equações 4.32 e 4.33, para se obter a velocidade crítica de flutter, se inicia pela introdução de um parâmetro de tempo não dimensional, definido por:

$$s = \frac{Ut}{B} \quad (4.34)$$

Portanto, segue-se que as derivadas das respectivas componentes vertical e de torção nas equações de movimento também são transformadas.

$$(\dot{\phantom{x}}) = \frac{d(\phantom{x})}{dt} = \frac{d(\phantom{x})}{ds} \frac{ds}{dt} = (\phantom{x})' \frac{U}{B} \quad (4.35)$$

Multiplicando  $B/U^2$  e  $B^2/U^2$  nas Equações 4.32 e 4.33 respectivamente, no qual  $K_h = B\omega_h/U$  e  $K_\alpha = B\omega_\alpha/U$ , tem-se:

$$\frac{h''}{B} + 2\zeta_h\omega_h \frac{h'}{U} + \omega_h^2 h \frac{B}{U^2} = \frac{\rho B^2}{2m} \left[ KH_1^*(K) \frac{h'}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\alpha'}{U} + K^2 H_3^*(K)\alpha + K^2 H_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (4.36)$$

$$\alpha'' + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha \alpha' \frac{B}{U} + \omega_\alpha^2 \alpha \frac{B}{U} = \frac{\rho B^4}{2I} \left[ KA_1^*(K) \frac{h'}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\alpha'}{U} + K^2 A_3^*(K)\alpha + K^2 A_4^*(K) \frac{h}{B} \right] \quad (4.37)$$

Fazendo as substituições necessárias das Equações 4.30 e 4.31 nas Equações 4.36 e 4.37, é possível visualizar as equações reduzidas no formato de matriz,

$$\begin{bmatrix} \frac{-K^2}{B} + \frac{2i\zeta_h K_h K}{B} + K_h^2 - \frac{\rho B^2 K^2 i}{mB} H_1^* - \frac{\rho B^2 K^2}{mB} H_4^* & \frac{\rho B^2 i K^2}{m} H_3^* + \frac{\rho B^2 K^2}{m} H_2^* \\ -\frac{\rho B^4 K^2}{2IB} A_4^* - \frac{\rho B^4 K^2 i}{2IB} A_1^* & -K^2 + 2i\zeta_\alpha K K_\alpha + K_\alpha^2 - \frac{\rho B^4 i K^2}{I} A_2^* - \frac{\rho B^4 K^2}{I} A_3^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ h_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

em que é possível fazer uma combinação, de forma que seja possível agrupar os termos reais e imaginários. Define-se uma variável desconhecida como:

$$X = \frac{\omega}{\omega_h} \quad (4.39)$$

em que  $X$  é a taxa de frequência da velocidade crítica de flutter.

Para encontrar o resultado da determinante é necessário igualar à zero, isso gera uma equação quadrática em termos de  $X$ . Tendo ciência de que o modelo aerodinâmico é formulado no domínio da frequência, a equação quadrática será de natureza complexa. Portanto, o resultado contará com partes reais e complexas, onde uma das curvas reais

cruzará a curva imaginária. Através das coordenadas dessa intersecção é possível calcular a velocidade crítica de flutter:

$$U_{crit} = \frac{BX\omega_h}{K} \quad (4.40)$$

define-se, para tal, a velocidade reduzida  $U_{red}$  como:

$$U_{red} = \frac{U}{f_n B} \quad (4.41)$$

no qual  $f_n$  refere-se a frequência, em Hertz, imposta à estrutura.

## 5 MÉTODOS NUMÉRICOS

O objetivo deste capítulo é apresentar o método dos volumes finitos para problemas de transferência de massa e quantidade de movimento de um corpo material. Primeiro são discutidos os problemas difusivos e logo depois os convectivos, juntamente com os esquemas usados para resolvê-los, além do esquema numérico de avanço no tempo e o acoplamento pressão velocidade.

### 5.1 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O método de volume finito é baseado na discretização da forma integral das equações governantes apresentadas no Capítulo 4 para cada volume de controle. A quantidade de massa e quantidade de movimento é, portanto, conservadas no nível discreto.

Os volumes de controle podem ter um formato poliédrico, cujo número de vizinhos é variável, sendo assim, uma malha arbitrariamente não estruturada como apresentado na Figura 10. A discretização do domínio da solução gera uma malha em que as equações governantes são posteriormente resolvidas. Esse procedimento pode ser dividido em duas partes: discretização de tempo e espaço (JASAK, 1996).

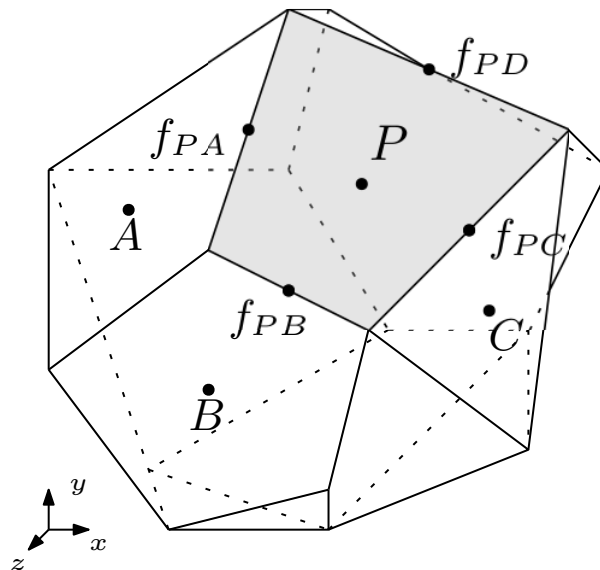


Figura 10 – Discretização de um volume de controle de uma malha não estruturada.

Fonte: Adaptação de Jasak (1996).

Nesta figura, estão representados os volumes de controles de uma discretização arbitrária. O ponto  $P$  está localizado no centro do volume de controle no qual é realizado o balanço do escoamento. Os pontos vizinhos da célula são representados por  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ . Esses pontos possuem uma aresta compartilhada com o volume de controle  $P$ , sendo eles  $f_{PA}$ ,  $f_{PB}$ ,  $f_{PC}$  e  $f_{PD}$ .

A discretização através do método dos volumes finitos resume-se na iteração em um número finito de volumes de controle em um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Em seguida, encontram-se aproximações numéricas do processo de integração de cada volume de controle, aplicando o teorema do divergente (Gauss), obtendo-se as informações nas faces do volume estudado. Após isso, são realizadas aproximações dos resultados das variáveis nas faces estudadas e suas respectivas derivadas com informações das variáveis nodais, resultando na montagem e solução do sistema algébrico.

### 5.1.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD)

Para resolver numericamente as equações que governam o escoamento de um fluido, usa-se CFD. Os códigos de CFD são compostos por três etapas principais: o pré-processamento, o processamento e o pós-processamento. A Figura 11 mostra, de forma resumida e esquemática, a tarefa exigida ao buscar-se a resolução do problema em questão.

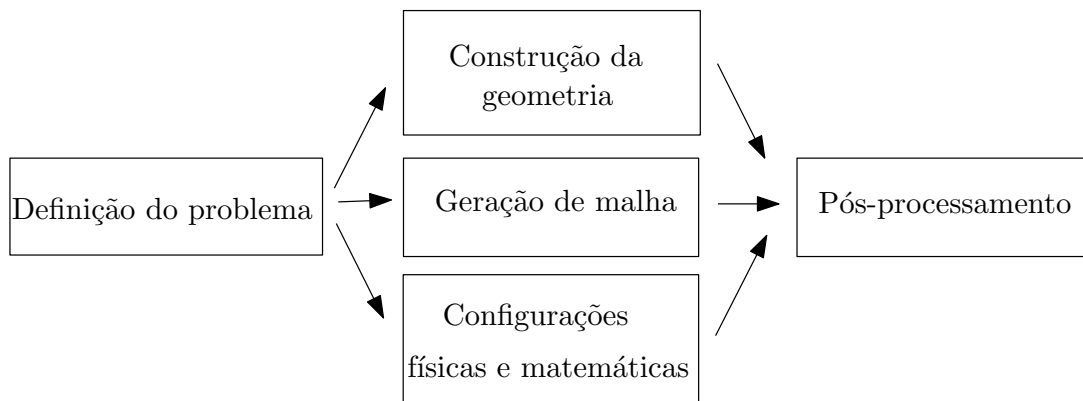


Figura 11 – Etapas de uma simulação de CFD.

Fonte: Adaptação de Maliska (2017).

A primeira etapa, chamada de pré-processamento, configura a especificação das características do problema do escoamento. A região do fluido a ser analisada é chamada de domínio computacional. Ao tentar solucionar os problemas do escoamento do fluido numericamente, deve-se modelar a superfície da estrutura e todo o domínio computacional através do arranjo de nós e elementos, conhecido como malha. Fundamentalmente, a malha permite dividir espacialmente o domínio computacional, permitindo soluções com pontos discretos. Logo, o processo pelo qual há uma transformação das equações diferenciais do meio contínuo em dados numéricos discretos é conhecido como discretização.

O processo de discretização resulta em um conjunto de equações algébricas capazes de resolverem as variáveis para um número finito de pontos dentro dos volumes de controle. O método dos volumes finitos integra e resolve iterativamente com base nas leis de conservação. Através dessas integrações, o escoamento ao redor do domínio pode ser completamente modelado.

Já a segunda etapa é composta por um programa que possibilita calcular e obter numericamente a solução das equações governantes. Esses cálculos são feitos iterativamente para possibilitar calcular os parâmetros do escoamento do fluido na medida em que o tempo passa, de modo a garantir uma boa convergência dos resultados. Por fim, a última etapa consiste na visualização dos resultados do processamento.

O avanço da tecnologia nas últimas décadas possibilitou a aplicação de CFD ao complexo campo de escoamento do fluido, tornando-se uma ferramenta essencial no estudo da aeroelasticidade.

## 5.2 PROBLEMAS DE CONVECÇÃO-DIFUSÃO

Conforme Versteeg e Malalasekera (2007), em problemas no qual o escoamento do fluido ocupa um papel significativo, deve-se levar em conta os efeitos do transporte de massa e quantidade de movimento. Sabendo que a difusão sempre ocorre ao lado da convecção na natureza, logo, apresenta-se um método para prever a convecção e a difusão combinadas.

Um dos problemas predominante na discretização dos termos convectivos da Equação 3.1 é a estimativa do valor da propriedade transportada, representada por  $\phi$ , nas faces do volume de controle. É possível utilizar o método de diferenças centrais para obter equações discretizadas para o termo de difusão, pois o operador de Laplace no termo de difusão fornece a interpretação física, descrevendo uma difusão isotrópica em todas as direções do espaço tridimensional. No entanto, não é possível utilizar o método de diferenças centrais para o termo convectivo, pois o escoamento convectivo descreve um fenômeno com propriedades direcionais, sendo proporcional a velocidade. A Figura 12 ilustra um exemplo unidirecional de um escoamento. O nó central é definido pelo ponto P do volume de controle, delimitando-se pelas faces  $w$  e  $e$ . Ao lado do nó central, têm-se os nós definidos por  $W$  e  $E$ .

Para um dado campo de escoamento unidimensional  $u$ , no qual a convecção e difusão de uma propriedade  $\phi$ , é governado por:

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (5.1)$$

como o escoamento obrigatoriamente satisfaz a continuidade, tem-se:

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0 \quad (5.2)$$

utilizando a Equação de transporte 5.1 através do volume de controle apresentado na Figura 12, faz-se:

$$(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w = \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w \quad (5.3)$$

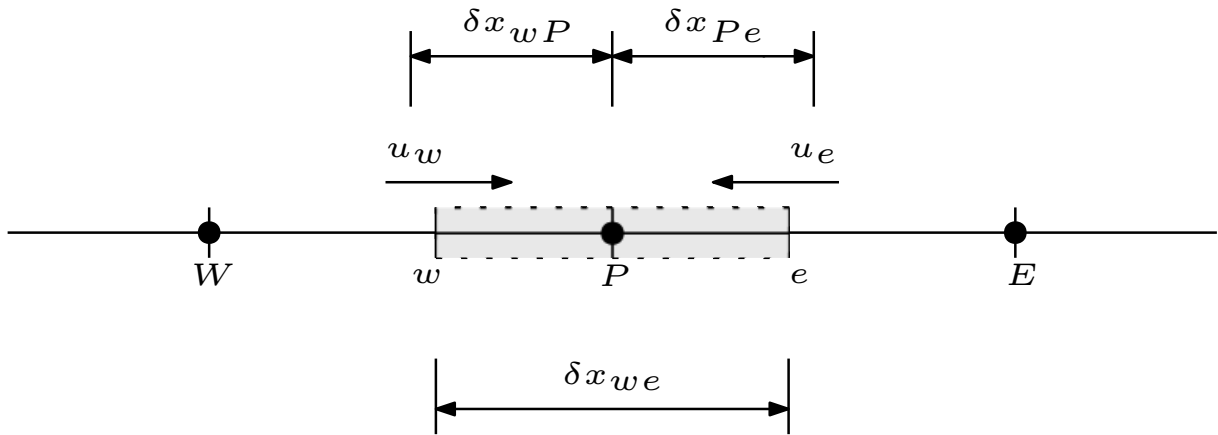


Figura 12 – Discretização de um volume de controle de uma malha não estruturada.

Fonte: Adaptação de Versteeg e Malalasekera (2007).

obtêm-se as equações discretizadas em problemas de convecção e difusão aproximando os termos da Equação 5.3, neste caso, convém estipular duas variáveis,  $F$  e  $D$ , no qual representam o escoamento de massa convectivo por unidade de área  $A$  e a condutância nas fronteiras das células. Dessa forma, apresenta-se nas próximas subseções, os esquemas para esse fim.

### 5.2.1 Esquema Upwind

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), para calcular os valores da face da célula para os termos difusivos do lado esquerdo da Equação 5.4, utiliza-se interpolação linear. Se a malha for uniforme, escreve-se os valores das propriedades da face da célula  $\phi$  apresentado nas Equações 5.5 e 5.6.

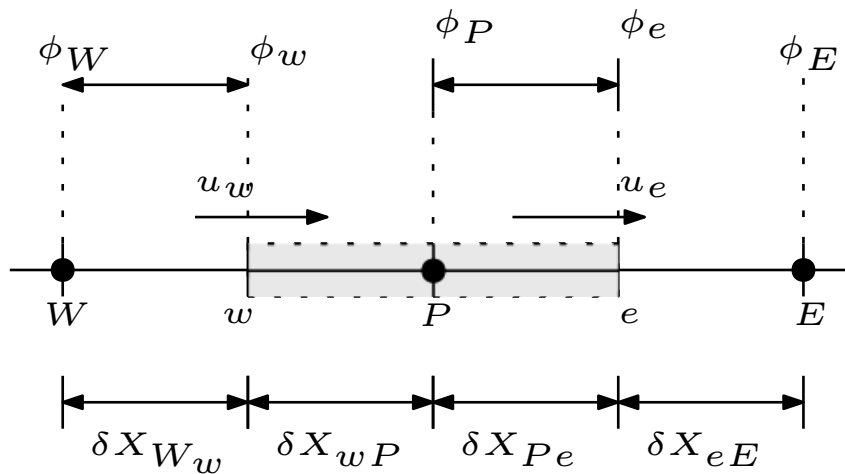


Figura 13 – Esquema Upwind.

Fonte: Adaptação de Versteeg e Malalasekera (2007).



$$F_e \phi_e - F_w \phi_w = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (5.4)$$

$$\phi_e = \frac{(\phi_E + \phi_P)}{2} \quad (5.5)$$

$$\phi_w = \frac{(\phi_W + \phi_P)}{2} \quad (5.6)$$

O esquema Upwind considera a direção do escoamento ao determinar o valor da face da célula. De acordo com Moukalled, Mangani e Darwish (2016), o Upwind é o esquema mais compatível com o processo de advecção. O esquema resumidamente desempenha a física básica da convecção, no qual o valor da face da célula fica dependente do valor nodal, isto é, dependente da direção do escoamento. Dessa forma, o valor da convecção na face da célula será igual ao valor nodal.

Na Figura 13 estão apresentados os valores nodais utilizados para calcular os valores da face da célula quando o escoamento está na direção positiva. Com o escoamento na direção positiva,  $u_w > 0$ ,  $u_e > 0$  ( $F_w > 0, F_e > 0$ ),

$$\phi_w = \phi_W, \quad \phi_e = \phi_P \quad (5.7)$$

dessa forma, é possível reescrever a Equação 5.4 discretizada do seguinte modo:

$$F_e \phi_E - F_w \phi_P = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (5.8)$$

A notação utilizada para os coeficientes adjacente do método Upwind que contem ambas as direções do escoamento é dada na Tabela 7.

Tabela 7 – Identificação dos coeficientes para esquema Upwind.

$a_W$	$a_E$
$D_w + \max(F_w, 0)$	$D_e + \max(0, -F_e)$

### 5.2.2 Esquema QUICK

O esquema QUICK baseia-se na interpolação do valor da variável dependente em cada face do elemento, através de um polinômio quadrático que passa por dois nós adjacentes e um nó em direção à montante conforme a Figura 14.

Para  $u_w > 0$  e  $u_e > 0$  o ajuste quadrático por meio de  $W$ ,  $W$  e  $P$  é utilizado para estimar  $\phi_w$ , e um ajuste quadrático adicional por meio de  $W$ ,  $P$  e  $E$  para calcular  $\phi_e$ . Quando  $u_w < 0$  e  $u_e < 0$  os termos de  $\phi_W$ ,  $\phi_P$  e  $\phi_E$  são utilizados para estimar

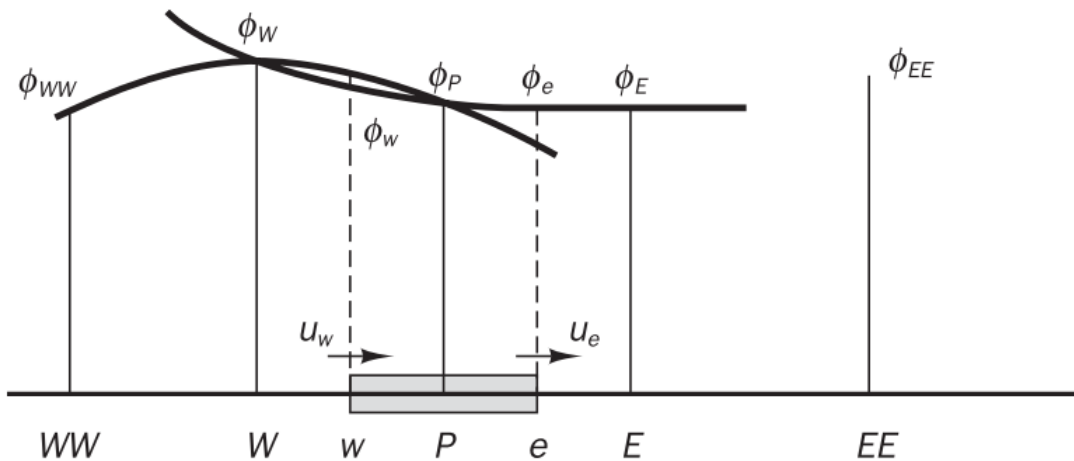


Figura 14 – Perfis quadráticos usados no esquema QUICK.

Fonte: Versteeg e Malalasekera (2007)

$\phi_w$ , da mesma forma que valores de  $P$ ,  $E$  e  $EE$  para  $\phi_e$ . É possível equacionar este desenvolvimento da seguinte forma:

$$\phi_{face} = \frac{6}{8}\phi_{i-1} + \frac{3}{8}\phi_i - \frac{1}{8}\phi_{i-2} \quad (5.9)$$

por exemplo, se  $u_w > 0$ , obtêm-se,

$$\phi_w = \frac{6}{8}\phi_W + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{WW} \quad (5.10)$$

e se  $u_e < 0$ , logo, tem-se

$$\phi_e = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_W \quad (5.11)$$

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), os termos de difusão podem ser estimados utilizando o gradiente da parábola de aproximação. Neste caso, nota-se que em uma malha uniforme obtêm-se as mesmas expressões que a diferenciação central para difusão.

Se  $F_w > 0$  e  $F_e > 0$ , utilizando as Equações 5.10 e 5.11 para os termos convectivos e a diferença central para os termos de difusão, pode-se discretizar as equações de transportes como,

$$\left[ F_e \left( \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_W \right) - F_w \left( \frac{6}{8}\phi_W + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{WW} \right) \right] = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_E) \quad (5.12)$$

podendo ser escrita na forma padrão das equações discretizadas,

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_{WW}\phi_{WW} \quad (5.13)$$

após rearranjo acima, obtêm-se os seguintes coeficientes apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Identificação dos coeficientes para esquema QUICK

$a_W$	$a_E$	$a_{WW}$	$a_P$
$D_w + \frac{6}{8}F_w + \frac{1}{8}F_e$	$D_e - \frac{3}{8}F_e$	$-\frac{1}{8}F_w$	$a_W + a_E + a_{WW} + (F_e - F_w)$

### 5.2.3 Tratamento do termo temporal

Para a discretização temporal, utilizou-se um método implícito e estável de segunda ordem, Crank-Nicolson. Na literatura, vários autores utilizaram este método, como Sohankar (2008) e o Wilcox (2008), obtendo excelentes resultados.

O método fundamenta-se em aplicar as aproximações de diferenças através do ponto médio do incremento de tempo apresentado na Figura 15. Calculando a média das discretizações espaciais anteriores nos  $t_n$  e  $t_{n+1}$ , obtêm-se uma aproximação de diferença central para a derivada temporal  $\phi$  no tempo  $t_{n+1/2}$ , apresentado na Equação 5.14.

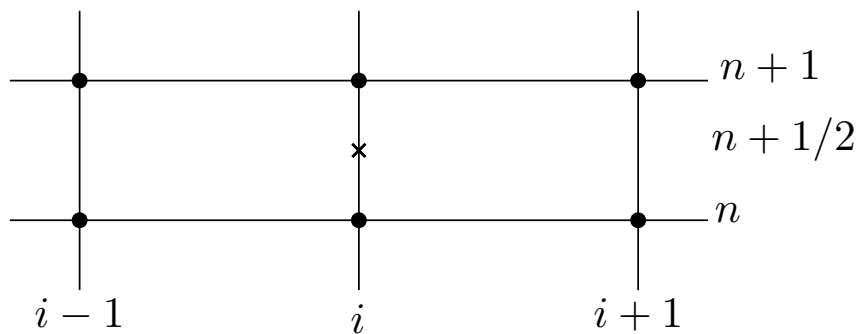


Figura 15 – Método Crank-Nicolson.

Fonte: Autor.

$$\phi_i^{n+1} = \phi_i^n + \frac{\Delta t D}{2(\Delta x)^2} ((\phi_{i+1}^n - 2\phi_i^n + \phi_{i-1}^n) + (\phi_{i+1}^{n+1} - 2\phi_i^{n+1} + \phi_{i-1}^{n+1})) \quad (5.14)$$

É possível definir uma variável  $R = \Delta t D / (\Delta x)^2$  e multiplicar a equação por dois, pode-se simplificar como:

$$-R\phi_{i+1}^{n+1} + 2(1+R)\phi_i^{n+1} - R\phi_{i-1}^{n+1} = R\phi_{i+1}^n + 2(1+R)\phi_i^n + R\phi_{i-1}^n \quad (5.15)$$

através da equação 5.15 encontra-se uma equação matricial tridiagonal. Supondo uma condição de contorno de  $\phi_1^n = \phi_{j_x}^n = 0$  e para  $j_x=0$ , tem-se:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -R & 2(1+R) & -R & 0 \\ 0 & -R & 2(1+R) & -R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^{n+1} \\ \phi_2^{n+1} \\ \phi_3^{n+1} \\ \phi_4^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ R\phi_1^n + 2(1-R)\phi_2^n + \phi_3^n \\ R\phi_2^n + 2(1-R)\phi_3^n + \phi_4^n \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

portanto, o valor de  $\phi_i^n$  depende dos valores nas células vizinhas, criando assim um sistema de equações algébricas.

O método Crank-Nicolson de discretização temporal é incondicionalmente estável, mas não garante a limitação da solução. Como no caso do termo de convecção, a limitação pode ser obtida se a equação for discretizada para precisão temporal de primeira ordem (HIRSCH, 2007).

Utilizando passos de tempo suficientemente pequenos pode-se atingir uma precisão maior quando comparado ao método explícito. A precisão geral de uma simulação é inerentemente relacionado a prática de diferenciação espacial, de modo que o esquema Crank-Nicolson é normalmente usado em conjunto com a diferenciação central espacial (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

#### 5.2.4 Acoplamento pressão velocidade

As Equações 3.2 e 3.1 são intrinsecamente acopladas pois cada componente de velocidade aparece em cada equação de quantidade de movimento e também na de continuidade. A questão mais complexa para se resolver é o papel desempenhado pela pressão, que só aparece nas equações de conservação de quantidade de movimento. Para o caso de escoamentos incompressíveis, não há nenhuma outra equação adicional.

O uso de uma interpolação linear no termo de pressão, para esquemas em que a pressão e as velocidades são resolvidas em uma mesma malha, pode conduzir a resultados físicos não realísticos quando ocorrem gradientes de pressão adversos no escoamento. Uma alternativa para contornar esta situação é o uso de um arranjo de malha colocalizado e a interpolação proposta por Rhie e Chow (1983). Um termo de dissipação, representando a diferença entre duas estimativas do gradiente de pressão da face da célula, é adicionado à velocidade da face da célula interpolada linearmente (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016).

Na Figura 16 tem-se um modelo de escoamento unidirecional, no qual P representa o nó central do volume de controle de interesse. As letras maiúsculas W, WW, E e EE são os nós dos elementos vizinhos e as minúsculas ww, w, e e ee são as faces de cada volume de controle. Nota-se, nesta mesma figura, uma representação de um gradiente adverso de pressão.

Na interpolação proposta por Rhie e Chow (1983), a velocidade na face  $u_e$  é representada pela Equação 5.17,

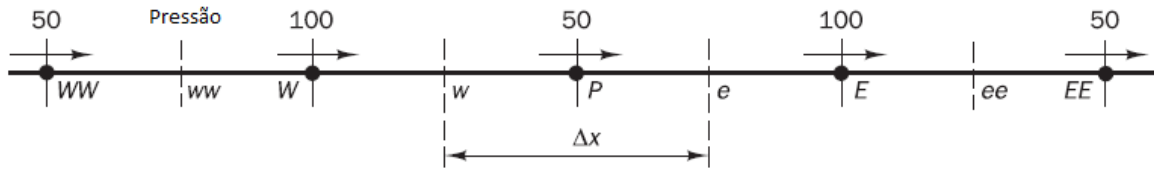


Figura 16 – Modelo de discretização de um escoamento unidirecional.

$$u_e = \frac{u_P + u_E}{2} + \frac{1}{2}(d_P + d_E)(p_P - p_E) - \frac{1}{4}d_P(p_W - p_E) - \frac{1}{4}d_E(p_P - p_{EE}) \quad (5.17)$$

em que o parâmetro  $d$  representa a proporção entre a área transversal do volume de controle e o coeficiente do nó central. O primeiro termo do lado direito equação 5.17 é a média linear entre os nós vizinhos a face  $e$ . Os dois últimos termos desta equação é a contribuição desses autores e incorporam informações ao sistema que permitem representar o gradiente de pressão apresentado na Figura 16.

Não é o objetivo aqui detalhar esta técnica, mas vale ressaltar que o algoritmo proposto inicia-se por uma estimativa dos campos de pressão e velocidade. Correções são feitas iterativamente, até que o campo de velocidade obtido obedeça à equação de continuidade 3.2 discretizada e todas as quantidades são conservadas no interior dos volumes de controle.

Outro método é citado para lidar com o acoplamento pressão-velocidade das equações de fluxo de fluido implicitamente discretizadas através da divisão de operações. O método baseia-se no uso de pressão e velocidade como variáveis dependentes e, portanto, é aplicável às versões compressível e incompressível das equações de transporte. O mesmo se encontra descrito nos parágrafos seguintes.

O método não iterativo proposto por Issa (1982) denominado PISO (*Pressure-Implicit with Splitting of Operators*) utiliza a divisão de operações na solução discretizada do momento e das equações de pressão, de modo que os campos obtidos em cada etapa do tempo sejam aproximações da solução exata das equações diferenciais, com uma ordem formal de precisão da ordem de potências de  $\delta_t$  (passo de tempo). Em virtude disso, é possível dispensar a iteração, resultando em um esquema implícito eficiente, mantendo a simplicidade da implementação em relação aos métodos simultâneos de "blocos" contemporâneos. Além disso, evitar as iterações resulta em uma redução substancial no esforço de computação em relação ao exigido pelos métodos iterativos.

Portanto, em princípio, o PISO deve ser eficiente para cálculos dependentes do tempo, uma vez que a iteração é descartada sem pagar a penalidade de ter que reduzir  $\delta_t$  para reduzir os erros de divisão. Ao mesmo tempo, devido à capacidade de lidar com

$\delta_t$  grandes, o método também deve ser útil para aplicações que enfrentam problemas em estado estacionário. Mesmo assim, o algoritmo PISO não é vantajoso sobre o algoritmo SIMPLE em soluções de escoamentos em regime permanente, mas em geral é mais eficiente para escoamentos em regime transiente.

Por fim, será mencionado o algoritmo PIMPLE, que é uma combinação dos dois acima descritos, PISO e SIMPLE. A maioria das aplicações de dinâmica de fluidos no OpenFOAM usa um dos três solucionadores (PISO, SIMPLE ou PIMPLE). Esses algoritmos são procedimentos para o acoplamento de equações para momento e conservação de massa, onde, PISO e PIMPLE são usados para problemas transitórios e SIMPLE para estado estacionário.

Dentro de cada instante de tempo, ou etapa (passo) da solução, ambos os algoritmos resolvem uma equação de pressão, para reforçar a conservação da massa, com uma correção explícita da velocidade para satisfazer a conservação do momento. Opcionalmente, eles começam cada etapa resolvendo a equação do momento - o chamado preditor de momento. Mesmo que todos os algoritmos resolvam as mesmas equações de governo (embora de formas diferentes), os algoritmos diferem principalmente na forma como fazem o *loop* sobre as equações.

A melhor maneira de pensar sobre o algoritmo PIMPLE é imaginá-lo como um algoritmo SIMPLE para cada etapa do tempo, no qual os corretores externos são as iterações e, uma vez convergidos, passará para a próxima etapa até a solução ser concluída. É obtida uma melhor estabilidade do PIMPLE sobre o PISO por esse motivo, especialmente ao lidar com grandes intervalos de tempo ( $\delta_t$ ) em que o número máximo de Courant pode estar consistentemente acima de 1 ou quando a natureza da solução é inerentemente instável.

A equação da quantidade de movimento pode ser reescrita em uma forma semi discretizada do seguinte modo:

$$a_p \vec{U}_p = H(\vec{U}) - \nabla p \Leftrightarrow \vec{U}_p = \frac{H(\vec{U})}{a_p} - \frac{\nabla p}{a_p} \quad (5.18)$$

em que,

$$H(\vec{U}) = - \sum_n a_n \vec{U}_n + \frac{\vec{U}^o}{\Delta t} \quad (5.19)$$

no qual o termo  $H(\vec{U})$  é definido pelos coeficientes da matriz das células vizinhas multiplicado pela velocidade, já a segunda parte da equação representa o termo instável exceto o gradiente de pressão. Rearranjando a equação, tem-se:

$$\vec{U}_p = (a_p)^{-1} \vec{U}_p - (a_p)^{-1} \nabla p \quad (5.20)$$

substituindo esta equação, na equação da conservação da massa, obtém-se a equação de pressão:

$$\nabla(a_p)^{-1}\vec{U}_p = \nabla(a_p)^{-1}\nabla p \quad (5.21)$$

Através da equação da quantidade de movimento e da pressão, é possível garantir um escoamento livre de divergência no qual consequentemente o escoamento na face deve ser reconstruído por meio da solução da equação da pressão.

Nesta pesquisa, utiliza-se o algoritmo PIMPLE com as interações ilustradas na Figura 17 para a resolução da equação da quantidade de movimento através da Equação 5.20.

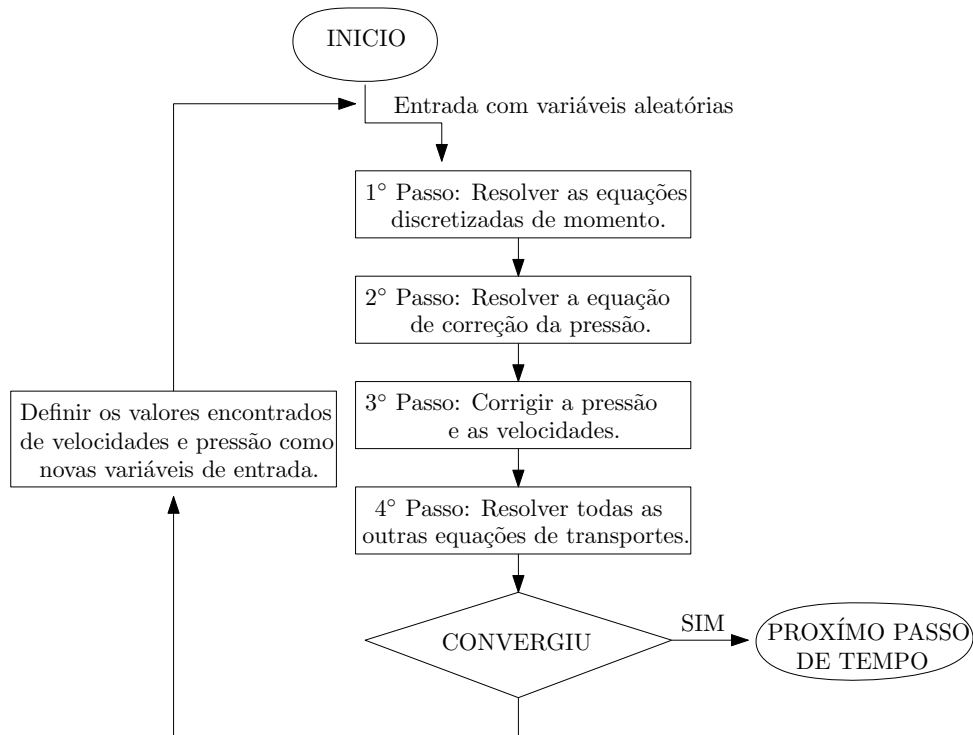


Figura 17 – Esquema PIMPLE.

Fonte: Adaptação Sá (2021).

Uma das vantagens do algoritmo PIMPLE, é a utilização de números de Courant maior que um ( $Co > 1$ ), dessa forma, é possível fazer uma variação drástica no passo de tempo (HOLZMANN, 2019).

## 6 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados da investigação numérico-computacional do desempenho de RANS na simulação do escoamento, o campo de pressão do escoamento em torno das estruturas estudadas, os coeficientes de flutter por meio de vibrações forçadas e a velocidade crítica para cada estrutura. Validação do modelo de turbulência na previsão desses parâmetros é realizado por estudo comparativo com dados numéricos e experimentais consolidados na literatura. Nesta comparação inclui os parâmetros de número de Strouhal, coeficiente de arrasto e de coeficiente de sustentação. Várias configurações das simulações e teste de sensibilidade de malha foram realizado para a verificação dos cálculos.

### 6.1 CARACTERÍSTICA DO PROBLEMA

A fim de investigar o escoamento em torno de seções retangulares com diferentes razões de aspecto, definiu-se o escoamento como incompressível, turbulento, com Reynolds igual a  $10^5$ . Para a simulação, utilizou-se o RANS, que foi apresentado nas seções anteriores e para resolução das equações de RANS, utilizou-se os modelos de turbulências  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  *SST* e  $k-\omega$  *SST LM*. Neste estudo, as dimensões do domínio para a seção retangular B/D e o problema são descritos em um sistema cartesiano (x,y,z) no qual o escoamento é perpendicular ao eixo z conforme mostrado na Figura 18. As seções estudadas estão expostas a um escoamento incompressível  $U$  com uma intensidade de turbulência  $I$  igual a 1%.

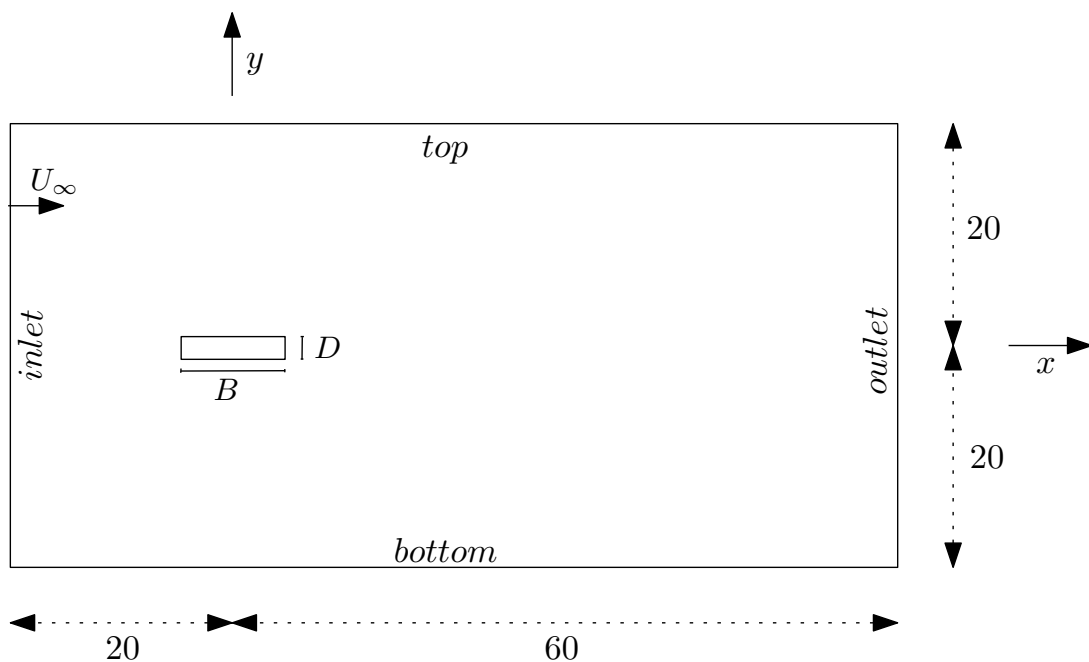


Figura 18 – Domínio do escoamento para seções retangulares e suas fronteiras.



As condições de contorno de turbulência foram estimadas usando as relações 6.1 Wilcox (2008), Menter, Langtry e Völker (2006), Menter (2009), Versteeg e Malalasekera (2007), com  $C_\mu = 0.09$  e  $L = 1$ .

$$k = \frac{3}{2}(UI)^2 \quad \omega = \frac{k^{0.5}}{C_\mu^{0.25}L} \quad \varepsilon = \frac{C_\mu^{0.75}k^{1.5}}{L}$$

$$Re_\theta = \frac{331.5}{(I - 0.5658)^{0.67}} \quad (6.1)$$

As geometrias estudadas estão localizadas no centro do domínio computacional, tendo como unidade de comprimento 80 unidades e 40 unidades de altura no total. Denominam-se as como: *inlet*, *outlet*, *top* e *bottom*. Nas fronteiras *inlet*, *bottom* e *top*, assume-se a condição de gradiente de pressão nulo, além de definir na direção horizontal ao eixo, um escoamento uniforme com velocidade unitária. Na condição de contorno *outlet*, definiu-se o escoamento como completamente desenvolvido, conseqüentemente a condição de pressão e o gradiente de velocidade serão nulos. A relação base e altura das geometrias estudadas são apresentadas na Figura 19.

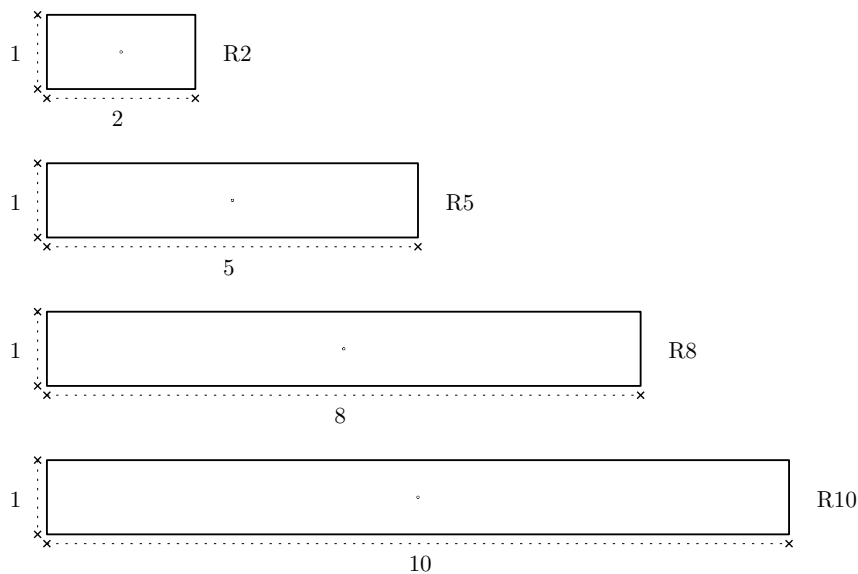


Figura 19 – Comprimento característico.

As condições de contorno e suas propriedades, para as propriedades médias, são definidas na Tabela 9. As condições de contorno para propriedades turbulentas são fornecidas na Tabela 10

Como as simulações numéricas foram realizadas considerando diferentes valores de razão de aspecto  $B/D$ , a partir desta seção, a fim de facilitar a identificação das estruturas, R será caracterizado pela geometria retangular seguido do valor correspondente a sua razão de aspecto, logo, R2, R5, R8 e R10.

Tabela 9 – Condições de contorno para as propriedades médias.

Fronteiras	$U(U_x, U_y)$	$p$
<i>inlet</i>	$(U, 0)$	gradiente nulo
<i>outlet</i>	gradiente nulo	0
<i>top</i>	$(U, 0)$	gradiente nulo
<i>bottom</i>	$(U, 0)$	gradiente nulo
<i>wall</i>	$(0, 0)$ (caso estático) movimento prescrito (caso dinâmico)	gradiente nulo gradiente nulo

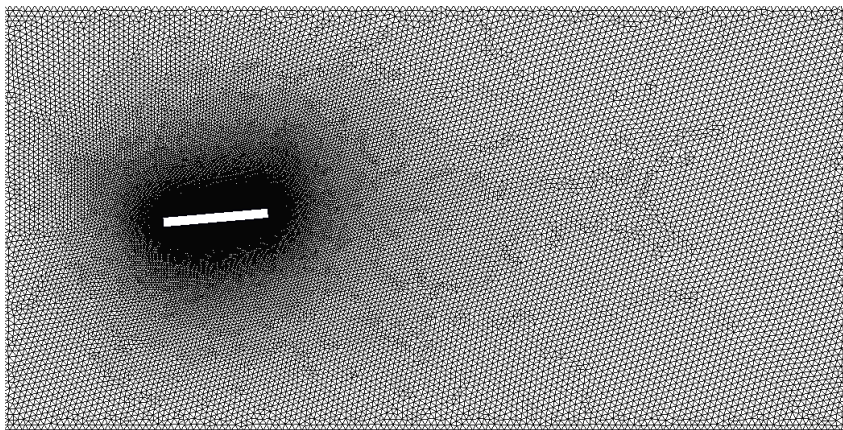
Tabela 10 – Condições de contorno para as propriedades de turbulência.

Fronteiras	$k$	$\omega$	$\varepsilon$	$\gamma$	$Re_\theta$
<i>inlet</i>	prescrito	prescrito	prescrito	1	prescrito
<i>outlet</i>	gradiente nulo	gradiente nulo	gradiente nulo	1	prescrito
<i>top</i>	prescrito	prescrito	prescrito	1	prescrito
<i>bottom</i>	prescrito	prescrito	prescrito	1	prescrito
<i>wall</i>	prescrito <sup>1</sup>	prescrito <sup>1</sup>	prescrito <sup>1</sup>	gradiente nulo	gradiente nulo

<sup>1</sup>Prescrito através da função de parede.

## 6.2 CONSIDERAÇÕES ACERCA DO *SOFTWARE* CFD

Como visto anteriormente na Figura 11, para a solução das equações governantes, a CFD deve conter obrigatoriamente três elementos essenciais: pré-processamento, processamento e o pós processamento. Existem várias ferramentas de pré-processamento disponíveis para o desenvolvimento de malhas de elementos finitos (2D e 3D), neste trabalho, foi utilizado o programa *Gmsh*, que possibilitou a modelagem da geometria e a elaboração de malhas. Na Figura 20 ilustra uma das malhas não estruturadas desenvolvida pelo *Gmsh*.

Figura 20 – Malha não estruturada desenvolvida através do *Gmsh*.

Para a execução das simulações numéricas, foi utilizado um *software* de código aberto em CFD, OpenFOAM® (*Open source Field Operation And Manipulation*), onde as equações governantes apresentadas nas seções anteriores, são solucionadas numericamente no próprio processamento do programa. O OpenFOAM® foi desenvolvido em linguagem

C++, aspecto que contribui para a sua popularidade no ambiente acadêmico devido a sua flexibilidade, já que é uma programação que permite proporcionar mudanças e melhorias sem alterar demasiadamente o código. No pós-processamento, utilizou-se um aplicativo multiplataforma de código aberto, ParaView, para visualização dos conjuntos de dados obtidos do OpenFOAM®.

### 6.2.1 Técnicas numéricas utilizadas

Após a forma discretizada da equação governante (sistema de Navier-Stokes), obtemos um conjunto de equações com dependência linear da pressão e da velocidade, ou vice-versa. Esse acoplamento entre equações é chamado de acoplamento pressão-velocidade. Um tratamento numérico especial é necessário para o acoplamento pressão-velocidade. Isso é possível utilizando algoritmos como SIMPLE, PIMPLE, PISO, Solucionador acoplado.

Nesta subseção são descritas, sucintamente, os esquemas numéricos das simulações.

Para a solução do acoplamento pressão-velocidade, empregou-se o algoritmo PIMPLE em uma malha não segregada. Este é uma combinação dos algoritmos SIMPLE (*semi-implicit method for pressure linked equations*), proposto por Patankar e Spalding (1972), e PISO (*pressure implicit with splitting operator*), de Issa (1982).

Empregou-se um método implícito e estável de segunda ordem para a discretização temporal, Crank-Nicolson. Utilizou-se o Upwind como esquema de tratamento da convecção-difusão para os modelos de turbulência  $k-\omega$  SST e  $k-\omega$  SST LM. No modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  utilizou-se o QUICK (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics*), de Leonard (1979).

## 6.3 CASO ESTÁTICO

### 6.3.1 Análise de sensibilidade de malha

A escolha da malha para a realização dos estudos acerca das características do escoamento nas seções retangulares, foi estabelecida através de uma análise de independência de malha, investigando a convergência de parâmetros do escoamento. Para a análise de sensibilidade de malha, foram considerados três coeficientes aerodinâmicos, coeficiente de arrasto  $C_D$ , a *RMS* em relação à média do coeficiente de sustentação  $C'_L$  e o Strouhal  $S_f$ . Na Tabela 11, estão apresentados os resultados para diferentes refinamentos de malhas. As geometrias, R2, R5, R8 e R10, possuem três malhas com variação do número de elementos, sendo nomeadas de "malha 1", "malha 2" e "malha 3". Neste conjunto de simulações, empregou-se o modelo  $k - \omega$  SST.

Com os coeficientes aerodinâmicos obtidos, pode-se concluir com o estudo de sensibilidade de malha, que não houve diferenças significativas acerca dos valores adquiridos. Portanto, tendo ciência que quanto maior o número de elementos, maior o custo com-

Tabela 11 – Razão de aspecto R2, R5, R8 e R10 com ângulo de ataque zero. Resultados numéricos para diferentes densidades de malhas.

Razão de aspecto		Elementos	$C_D$	$C'_L$	$S_t$	$y_+$
R2	malha 1	39670	0,7150	0,6346	0,6104	6,08
	malha 2	61224	0,7047	0,6000	0,06104	4,83
	malha 3	112622	0,7176	0,6707	0,06104	3,46
	malha 4	215202	0,7210	0,7752	0,06104	2,86
R5	malha 1	47352	0,2222	0,1515	0,1221	6,09
	malha 2	74226	0,2189	0,1432	0,1221	4,64
	malha 3	135454	0,2441	0,1348	0,1221	3,53
R8	malha 1	56298	0,1270	0,0239	0,1465	5,91
	malha 2	111434	0,1286	0,0287	0,1465	3,99
	malha 3	149998	0,1267	0,0226	0,1465	3,46
R10	malha 1	59920	0,1177	0,0131	0,1465	5,83
	malha 2	93358	0,1161	0,3905	0,1465	4,65
	malha 3	164228	0,1167	0,3869	0,1465	3,46

putacional, optou-se pelas malhas intermediárias e com  $y^+ < 5$ , sendo elas: R2-malha 2, R5-malha 3, R8-malha 2 e R10- malha 2. As malhas escolhidas, cujo qual representam cada seção retangular, serão denominadas de "Fronczak" e conseqüentemente vão ser aplicadas como base para as demais simulações.

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), um dos indicativos referente ao nível alto de confiabilidade de uma investigação numérico-computacional é a obtenção de um número suficientemente baixo entre a diferença do ensaio experimental e a simulação numérica. Isto posto, neste trabalho os resultados dos parâmetros relevantes a engenharia estrutural, como o  $C_D$ ,  $C'_L$  e  $S_t$  serão comparados aos ensaios experimentais disponíveis na literatura e aos ensaios numéricos mais recentes e conseqüentemente validados por outros ensaios experimentais.

Na Tabela 12 estão representados os resultados das malhas escolhidas, no qual são comparadas com os resultados encontrados na literatura, para os mesmos parâmetros aerodinâmicos utilizados na Tabela 11. Os valores extraídos das simulações estão bem próximos dos valores de referências, tanto para as comparações feitas pelos trabalhos de ensaios experimentais, como para os numéricos.

### 6.3.2 Variação do ângulo de ataque

Ainda para o caso estático, realizaram-se análises da influência do ângulo de ataque em coeficientes aerodinâmicos adimensionais médios  $C_D$  e  $C_L$ , para as estruturas, R2, R5, R8, e R10, com o propósito de entender e analisar a variação desses coeficientes à medida que as estruturas rotacionam. Uma pesquisa similar foi realizada por Matsumoto et al. (1998), no qual estudou as variações de ângulo de ataque na faixa de  $0 \leq \alpha \leq 90$  com incrementos de  $15^\circ$  graus, para várias seções retangulares. Entretanto, ao diminuir

Tabela 12 – Razão de aspecto R2, R5, R8 e R10 com ângulo de ataque zero. Resultados numéricos comparado com dados experimentais e numéricos disponíveis para algumas medidas aerodinâmicas globais.

R	Modelo	Referência	$C_D$	$C'_L$	$S_t$
R2	$k - \varepsilon$	Fronczak	0,6065	0,3850	0,0484
	$k - \omega SST$	Fronczak	0,7176	0,6707	0,0610
	$k - \omega SST LM$	Fronczak	0,6896	0,5531	0,0732
	Exp.	Washizu et al. (1978)	0,7400	-	0,0643
	Exp.	Hirano, Maruoka e Watanabe (2002)	0,7800	0,6200	0,0680
	Smagorinsky	Yu e Kareem (1998)	0,8450	0,6115	0,0800
R5	$k - \varepsilon$	Fronczak	0,2127	0,1430	0,1221
	$k - \omega SST$	Fronczak	0,2189	0,1432	0,1221
	$k - \omega SST LM$	Fronczak	0,2171	0,1302	0,1221
	$k - \omega SST$	Miranda et al. (2014)	0,214	0,1600	0,1100
	$k - \omega SST$	Nieto et al. (2015)	0,2270	0,1930	0,1230
R8	$k - \varepsilon$	Fronczak	0,1372	0,0310	0,1465
	$k - \omega SST$	Fronczak	0,1286	0,0310	0,1465
	$k - \omega SST LM$	Fronczak	0,1404	0,0287	0,1465
	$k - \omega SST$	Miranda et al. (2014)	0,1475	0,0272	0,1490
	$k - \omega SST$	Patruno (2015)	0,1164	-	-
R10	$k - \varepsilon$	Fronczak	0,1400	0,3500	0,1709
	$k - \omega SST$	Fronczak	0,1161	0,3905	0,1465
	$k - \omega SST LM$	Fronczak	0,11471	0,3414	0,1465
	Exp.	Helgedagsrud et al. (2019)	0,11900	-	0,1700
	$k - \omega SST$	Miranda et al. (2014)	0,10400	0,3400	0,1310

o valor dos incrementos, percebe-se que não há um comportamento padrão estimado por Matsumoto et al. (1998) nas linhas de tendência, por isso, diversos pesquisadores se debruçaram para investigar com precisão o comportamento dessa região. Dessa forma, nesta seção apresenta-se ângulos de ataque, que para este estudo mantém-se na faixa de  $0 \leq \alpha \leq 10$ . A Figura 21 ilustra além da convenção das coordenadas de referência, o ângulo de ataque. Complementam estas análises, resultados da influencia do ângulo de ataque para diferentes modelos de turbulência  $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega SST$  e  $k - \omega SST LM$ . Os resultados obtidos na presente análise são apresentadas nas Figuras 22, 23, 24 e 25.

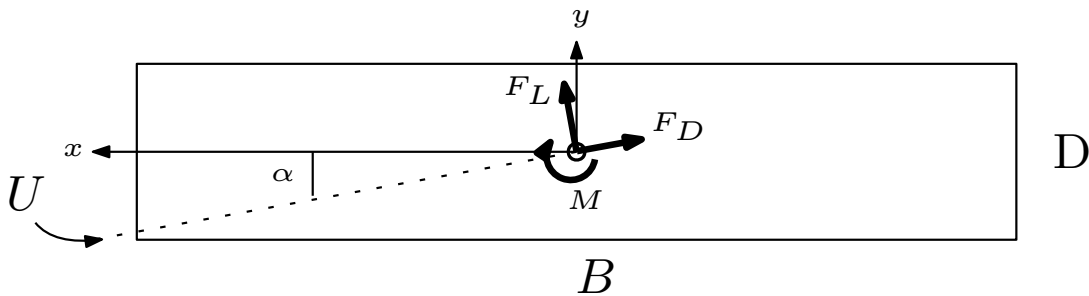


Figura 21 – A convenção para coordenadas de referência, ângulo de ataque e forças aerodinâmicas também são indicadas.

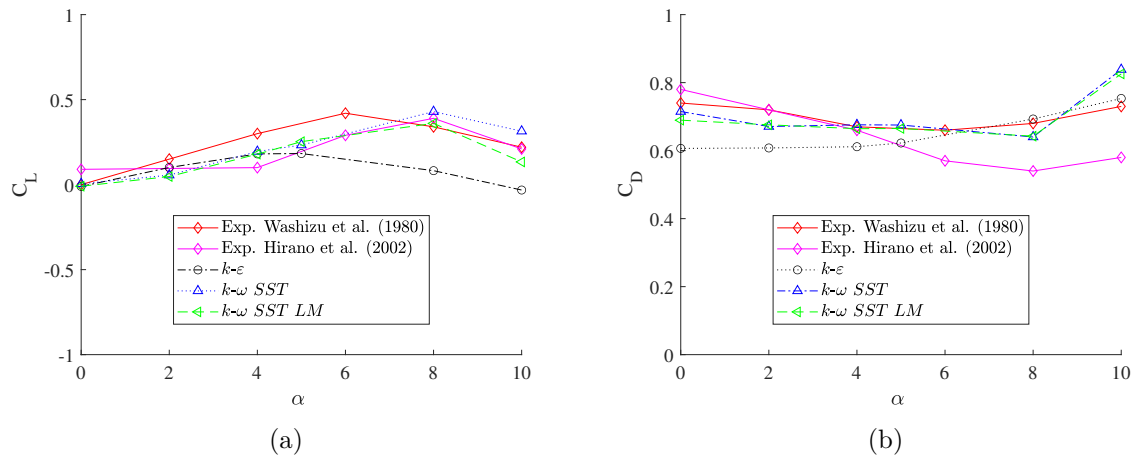


Figura 22 – Média do  $C_D$  e  $C_L$  para geometria R2 em função do ângulo de incidência  $\alpha$  em graus.

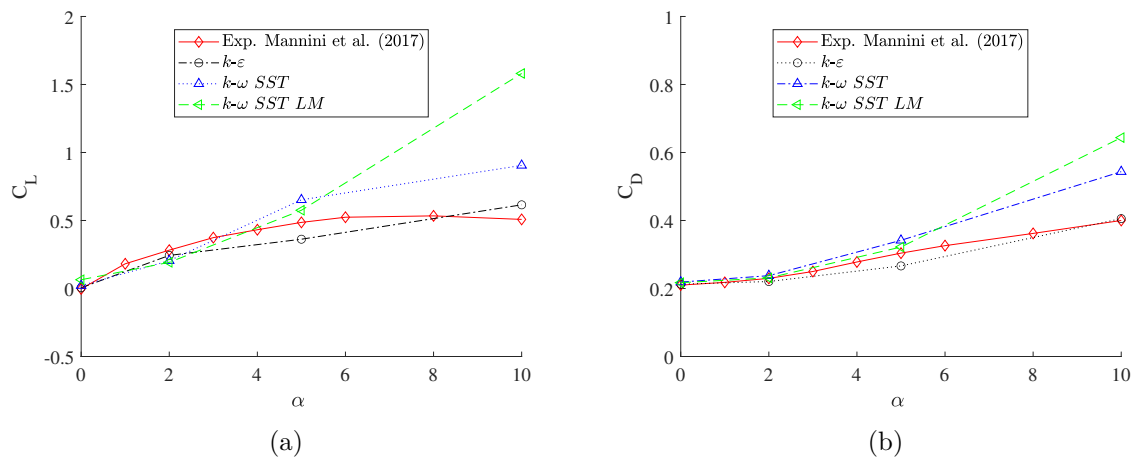


Figura 23 – Média do  $C_D$  e  $C_L$  para geometria R5 em função do ângulo de incidência  $\alpha$  em graus.

As características dos coeficientes de sustentação e arrasto da seção R2 para os ângulos de ataque estudados, são mostradas nas Figuras 22 (a) e (b). Os valores utilizados como referência foram retirados dos ensaios experimentais de dois trabalhos, Washizu et al. (1978) e Hirano, Maruoka e Watanabe (2002). Já a Figura 23 mostra os resultados da incidência do ângulo de ataque aos coeficientes aerodinâmicos na estrutura R5, pelo qual foi comparado com os resultados experimentais do Mannini et al. (2017), em que estudou a influência da turbulência e do ângulo de ataque no comportamento aerodinâmico da seção R5.

Os coeficientes de sustentação e de arrasto no escoamento simulado para o caso R8 em condições fixas, são representadas na Figura 24 (a) e (b), respectivamente. Para esta seção, são utilizados como valores referenciais duas pesquisas, a primeira pesquisa foi realizada por Patruno (2015), no qual desenvolveu-se simulações numéricas bidimensionais,

com ângulos de ataque na faixa de  $-10 \leq \alpha \leq 10$ . A segunda pesquisa, desenvolvida por Starossek, Aslan e Thiesemann (2009), apresenta resultados de ensaios experimentais e numéricos para ângulos de ataque na faixa de  $-10 \leq \alpha \leq 10$ .

Para a seção R10, a análise dos coeficientes de sustentação e de arrasto para ângulos de ataque na faixa de  $0 \leq \alpha \leq 10$  foi comparado aos resultados experimentais realizados por Helgedagsrud et al. (2019), no qual estudou o ângulo de ataque na faixa de  $-5 \leq \alpha \leq 5$ .

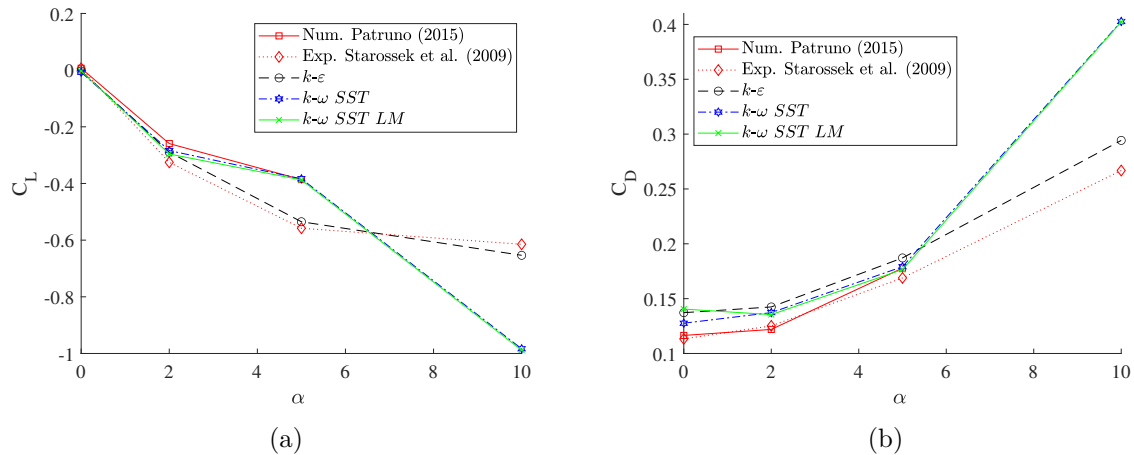


Figura 24 – Média do  $C_D$  e  $C_L$  para geometria R8 em função do ângulo de incidência  $\alpha$  em graus.

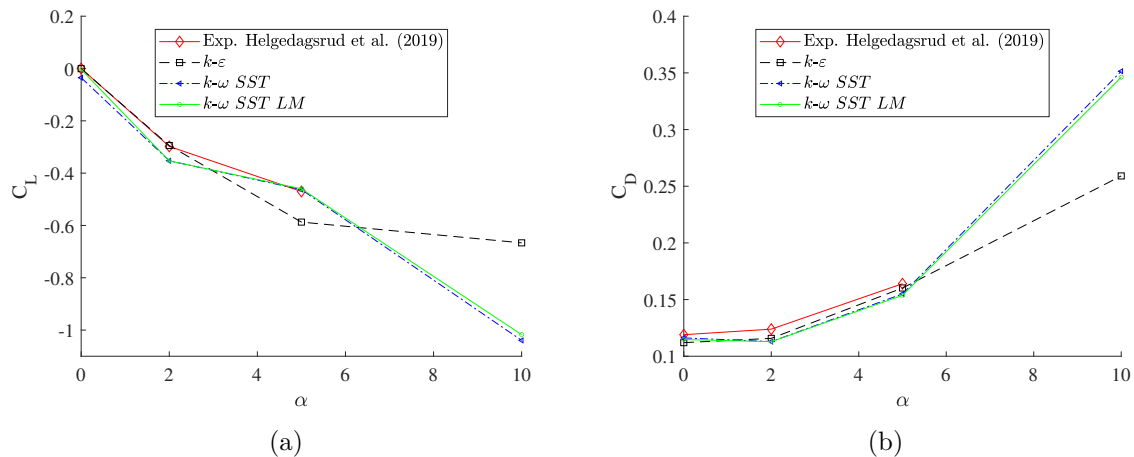


Figura 25 – Média do  $C_L$  e  $C_D$  para geometria R10 em função do ângulo de incidência  $\alpha$  em graus.

Finalmente, cabe um comentário sobre os dois conjuntos de coeficientes de força aerodinâmica apresentado nas Figuras 22, 23, 24 e 25. As curvas encontradas para cada estrutura, não obtêm um padrão, no entanto, as inclinações de sustentação e arrasto estão muito próximas para uma ampla gama de ângulos de ataque das referências apresentadas. É possível, através da comparação dos modelos de turbulência, observar que à medida

que o ângulo de ataque aumenta, há um afastamento de  $k-\omega SST$  e  $SST LM$ , dos valores referenciais. Observa-se que conforme o aumento da razão de aspecto, os modelos de turbulência  $k-\omega SST$  e  $SST LM$ , também se afastam dos valores referenciais. O modelo de turbulência que melhor acompanhou os dados experimentais de Jasak (1996) na seção R8 foi o  $k-\varepsilon$ , assim como os resultados numéricos de Mannini (2006) para a seção R5 e os resultados de Helgedagsrud et al. (2019) para a seção R10. A seção R2 teve um resultado similar para todos os modelos de turbulência estudados.

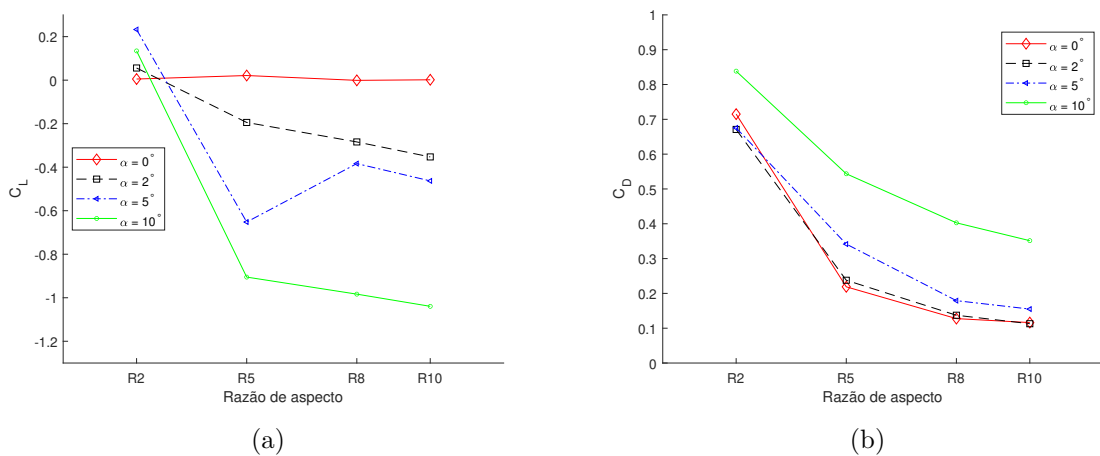


Figura 26 – Média do  $C_L$  e  $C_D$  para todas as geometrias estudadas em função do ângulo de incidência  $\alpha$  em graus.

Para uma melhor análise dos resultados encontrados para o caso fixo, optou-se por apresentar em um mesmo gráfico, os resultados para cada coeficiente analisado. Na Figura 26 é possível observar a variação dos coeficientes de arrasto e sustentação a medida que há o alongamento da razão de aspecto. Para o coeficiente de sustentação ( $C_L$ ), constata-se uma diminuição a medida que a estrutura vai aumentando a sua seção transversal, do mesmo modo que, há uma diminuição nos valores de sustentação ao passo que aumenta o ângulo de ataque. Quando analisamos o coeficiente de arrasto ( $C_D$ ), é possível observar que para os ângulos de  $0^\circ$ ,  $2^\circ$  e  $5^\circ$  tiveram comportamentos semelhantes à proporção que alongava-se as seções transversais das estruturas retangulares estudadas. Portanto, assim como no coeficiente de sustentação, também houve a diminuição dos valores do coeficiente de arrasto com o aumento das seções estudadas.

### 6.3.3 Distribuição do coeficiente de pressão

A fim de investigar o efeito da distribuição de pressão em torno das seções retangulares, as forças de pressão das estruturas R2, R5, R8, e R10 foram integradas para calcular a força induzidas. Assim sendo, calcula-se as distribuições do coeficiente de pressão médio ( $C_p$ ) e de flutuação ( $C'_p$ ), para os três modelos de turbulência,  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega SST$  e  $k-\omega SST$  em cada estrutura. Esses coeficientes são extraídos ao longo do lado superior das seções



transversais indicado na Figura 27. Estudos numéricos e experimentais do escoamento em torno de seções retangulares presentes na literatura são utilizados como base comparativa aos resultados encontrados.

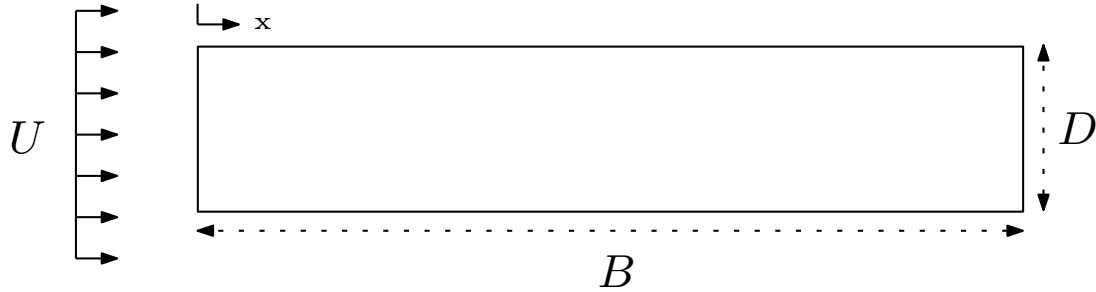


Figura 27 – A distribuições ao longo do lado superior da seção.

O alongamento das seções retangulares e o ângulo de ataque alteram consideravelmente a distribuição da pressão ao longo da estrutura. Dessa forma, optou-se por fixar o valor do ângulo de ataque em  $0^\circ$  e as características do escoamento permanecem as mesmas descritas no início deste Capítulo, permitindo assim, avaliar o desenvolvimento da curva do coeficiente de pressão de acordo com as razões de aspecto estudadas. Segundo Yu e Kareem (1998), as características de separação e religação do escoamento, estão inerentemente associadas ao alongamento das seções retangulares.

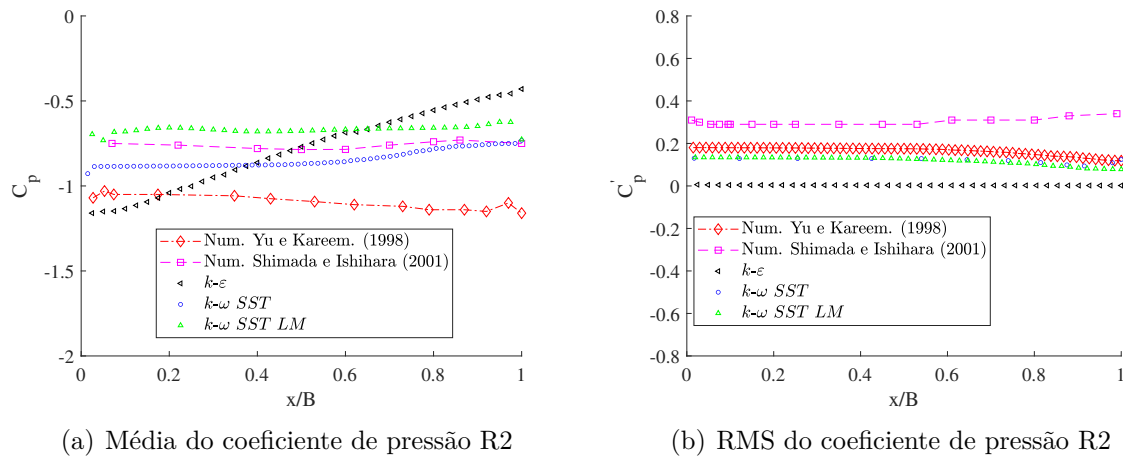


Figura 28 – Média e RMS do coeficiente de pressão  $C_p$  para geometria R2 respectivamente

Nas Figuras 28 (a) e (b) são apresentados os resultados extraídos da seção R2 em que são comparados aos resultados numéricos de Yu e Kareem (1998) e Shimada K. Ishihara (2001). Dos modelos de turbulência estudados, o modelo  $k-\omega$  SST foi o que mais se aproximou dos valores referenciais, tanto para o  $C_p$  como para o  $C'_p$ . O modelo de turbulência  $k-\epsilon$  teve resultados discrepantes quando comparado aos valores referenciais.

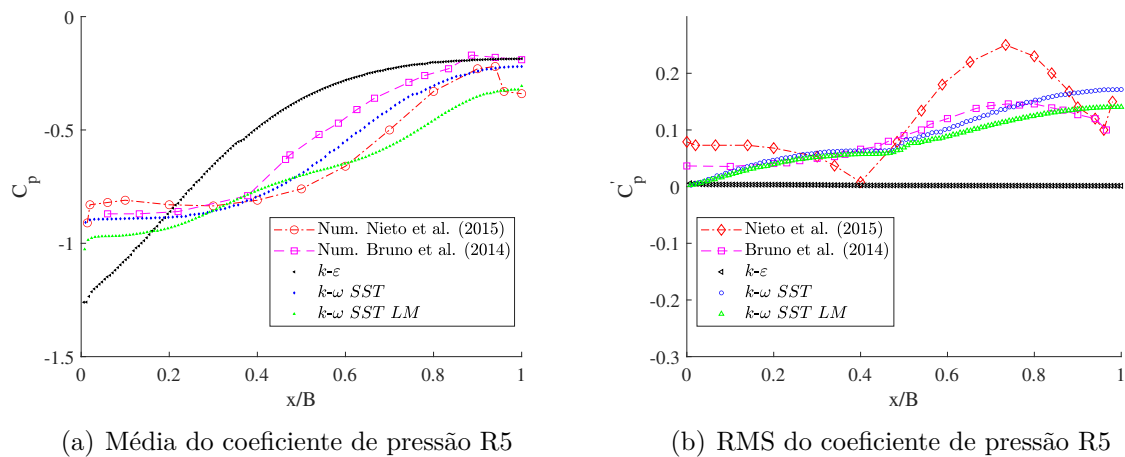


Figura 29 – Média e RMS do coeficiente de pressão  $C_p$  para geometria R5 respectivamente

A média do coeficiente de pressão e a sua flutuação para a estrutura R5, utilizando os modelos de turbulência  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega SST$ ,  $k-\omega SST LM$  estão apresentados nas Figuras 29 (a) e (b). Para comparação e validação dos resultados, utilizou-se os ensaios numéricos de Nieto et al. (2015) e Bruno, Salvetti e Ricciardelli (2014). Para esta estrutura, o modelo de turbulência que obteve o melhor desempenho foi o  $k-\omega SST$ , com resultados bem próximos dos valores referenciais, principalmente quando comparado aos dados numéricos publicados por Bruno, Salvetti e Ricciardelli (2014).

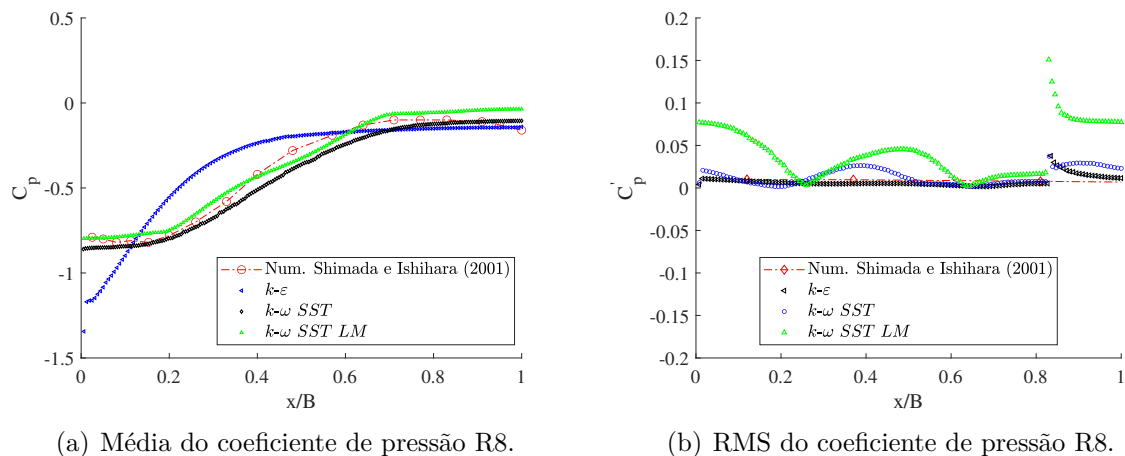


Figura 30 – Média e RMS do coeficiente de pressão  $C_p$  para geometria R8 respectivamente.

Nas Figuras 30 (a) e (b), estão apresentados os resultados da seção R8, pelo qual são comparados aos resultados numéricos de Shimada K. Ishihara (2001). Os modelos de turbulência  $k-\omega SST$  e  $k-\omega SST LM$  tiveram resultados próximos do valor referencial em relação a média do coeficiente de pressão, e os modelos  $k-\varepsilon$  e  $k-\omega SST$  tiveram bons resultados quando comparado a flutuação de  $C_p$ .

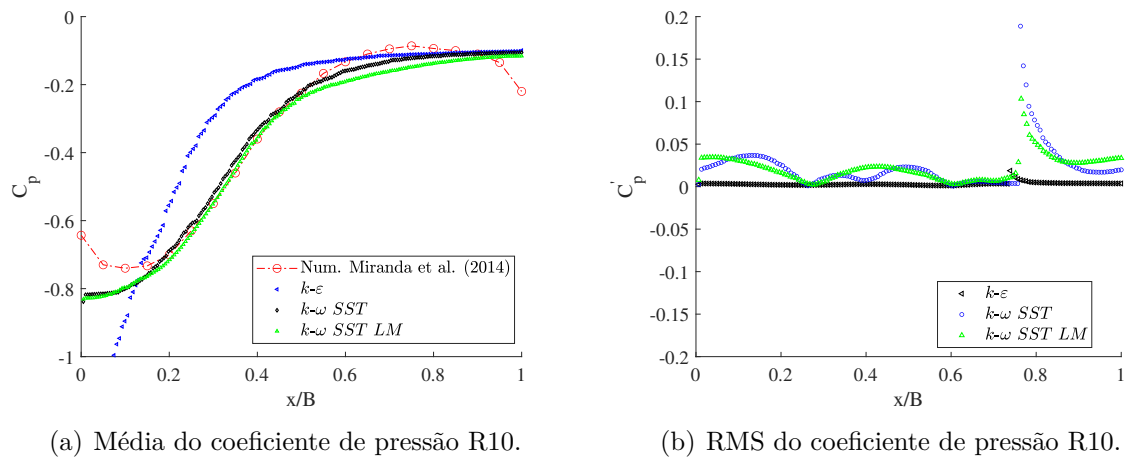


Figura 31 – Média e RMS do coeficiente de pressão  $C_p$  para geometria R10 respectivamente.

A Figura 31 mostra os resultados da seção R10, no qual estão sendo comparados aos dados numéricos de Miranda et al. (2014). Neste caso, observa-se uma pequena discrepância no início da seção. Dos resultados encontrados a partir dos três modelos de turbulência quando comparado aos dados referenciais, o modelo de turbulência  $k-\omega SST$  e  $k-\omega SST LM$  ficaram de acordo com valores referenciais.

Observa-se que nas seções R8 e R10, há uma descontinuidade abrupta da curva da RMS do coeficiente médio de pressão. Essa descontinuidade acontece no final da seção transversal em ambas as estruturas. Parker e Welsh (1983) observaram experimentalmente que para seções retangulares com razões de aspecto acima de 7,6, ocorre um recolamento estável do escoamento, o que pode justificar o fenômeno capturado nestas seções.

A distribuição média do coeficiente de pressão nas seções R2, R5 e 58, mostra uma excelente concordância com os resultados numéricos e experimentais da literatura. E especificamente nas estruturas R8 e R10, houve uma discrepância nas bordas dos retângulos. Diferentemente da análise realizada para o aumento do ângulo de ataque das seções estudadas, o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  não apresentou um melhor desempenho quando comparado aos modelos  $k-\omega SST$  e  $k-\omega SST LM$ .

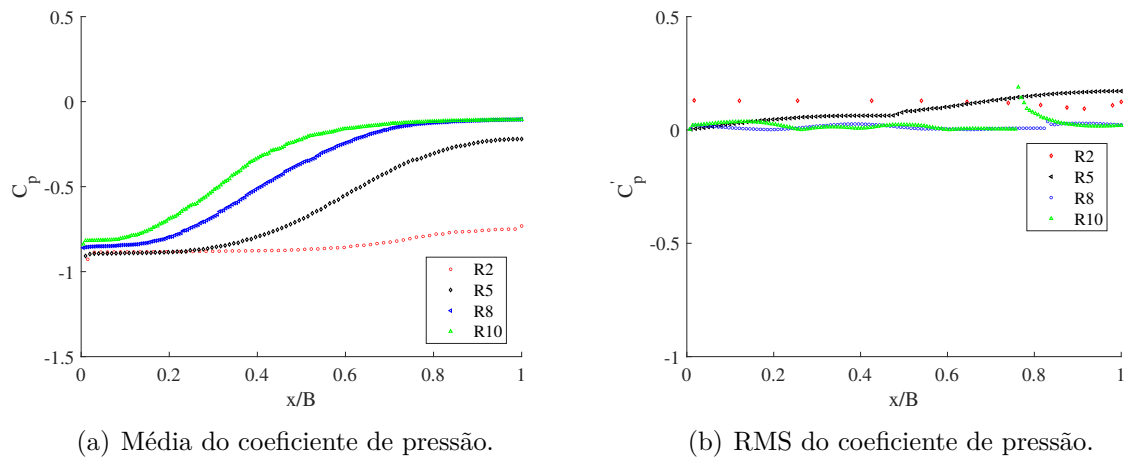


Figura 32 – Média e RMS do coeficiente de pressão  $C_p$  de todas as geometrias estudadas.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Com a finalidade de fazer uma comparação com os resultados encontrados a partir da razão de aspecto, optou-se pelos resultados extraídos do modelo de turbulência  $k-\omega$  SST, o qual apresentou uma maior aderência aos valores referenciais. Na Figura 32(a), observa-se que há um aumento na média do coeficiente de pressão com o alongamento das seções retangulares. Na Figura 32(b), conforme o alongamento da seção retangular há uma aproximação da flutuação do coeficiente de pressão á valores próximos de zero.

### 6.3.4 Tempo computacional

Nesta seção é apresentado um dos principais parâmetro em simulações de CFD, o tempo computacional. Para o desenvolvimento das simulações com os três modelo de turbulência apresentado neste trabalho, utilizou-se as seguintes configurações: Processador Intel Core *i5* CPU 4.00GHz, com memória RAM de 16GB e um sistema operacional Windows 10 Pro de 64 bits. Todas as simulações foram feitas em paralelo sistema de computação com multiprocessadores.

Na Tabela 13 está apresentado o tempo computacional para cada seção, as colunas estão separadas pelos modelos de turbulência e as linhas separam os ângulos de ataque estudados.

É possível observar que o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$ , possui o menor tempo de processamento dos dados quando comparado aos modelos  $k-\omega$  SST e  $k-\omega$  SST LM. Entre o modelo  $k-\omega$  SST e  $k-\omega$  SST LM, o modelo  $k-\omega$  SST manteve-se com um custo computacional menor, provavelmente é uma consequência do número de equações a mais utilizadas pelo modelo  $k-\omega$  SST LM para a resolução do problema de fechamento.

Tabela 13 – Tempo de processamento dos dados nas simulações numéricas

Seção	Ângulo	$k-\varepsilon$	$k-\omega$ SST	$k-\omega$ SST LM
R2	0°	1h36min	2h29min	2h42min
	2°	2h19min	2h45min	3h12min
	5°	2h41min	3h25min	3h57min
	10°	2h01min	3h45min	3h50min
R5	0°	2h17min	2h45min	3h59min
	2°	5h35min	6h06min	6h44min
	5°	5h22min	6h01min	8h54min
	10°	5h34min	8h55min	9h20min
R8	0°	2h48min	2h55min	3h11min
	2°	2h27min	2h25min	2h46min
	5°	2h33min	3h16min	3h44min
	10°	3h18min	3h25min	3h31min
R10	0°	2h48min	3h11min	3h52min
	2°	3h03min	3h19min	4h15min
	5°	3h07min	3h29min	4h38min
	10°	2h03min	2h28min	5h22min

#### 6.4 SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE FLUTTER

Para resolver as Equações 4.22, 4.24, 4.23 e 4.25 descritas no Capítulo 4 foi necessário implementar uma metodologia análoga à utilizada em problemas dinâmicos. Dessa forma, faz-se uma generalização das equações como as apresentadas a seguir:

$$x(t) = \rho_{amp} \cos(\omega t + \theta) \quad (6.2)$$

visto que a amplitude  $\rho_{amp}$  é dada por:

$$\rho_{amp} = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (6.3)$$

seguido do ângulo de fase  $\theta$ :

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{-B}{A} \right) \quad (6.4)$$

no qual  $x(t)$  representa uma função que depende exclusivamente da resposta dos coeficientes aerodinâmicos ao longo do tempo, no qual  $\omega$  é a frequência do movimento atribuída a cada velocidade reduzida estudada, sendo A e B, constantes numéricas. Através das respostas dos coeficientes aerodinâmicos, executa-se um ajuste ponto a ponto no tempo pelo método de ajuste de curvas, a fim de aproximar a resolução da Equação 6.2, utilizando o seguinte ajuste:

$$\sum_{k=0}^m a_m g_m(t) \quad (6.5)$$

em que  $a_m$  representa o termo que minimiza a soma dos quadrados residuais, e  $g_m(t)$  é a função a ser ajustada no tempo (SÁ, 2021). Através desse ajuste são encontrados  $a_0$  e  $a_1$

que são as constantes numéricas A e B respectivamente dos termos  $\rho_{amp}$  e  $\theta$  da Equação 6.2.

## 6.5 DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE FLUTTER

Após o estudo estático, iniciou-se a determinação dos coeficientes de flutter para as geometrias R2, R5, R8 e R10. As seções estão imersas em um escoamento turbulento, com o número de Reynolds igual  $10^5$ , no qual apresenta uma velocidade de incidência adimensional  $U_\infty = 1$ . No centro do comprimento característico de cada seção, induziu-se uma vibração forçada pela Equação 4.20 e 4.21 apresentadas no Capítulo 4. Os coeficientes de flutter foram calculadas através das simulações feitas a partir das velocidades reduzidas,  $U_{red}$ , apresentadas na Tabela 14 com suas respectivas frequências. Cada uma delas foram calculadas com base na história do tempo dos coeficientes  $C_L$  e  $C_M$ .

Tabela 14 – Frequência em Hertz para cada velocidade reduzida.

$U_{red}$	2	5	8	10	12	15	18	20
R2	0,250	0,100	0,062	0,050	0,041	0,033	0,027	0,025
R5	0,100	0,040	0,025	0,020	0,016	0,013	0,011	0,010
R8	0,062	0,025	0,015	0,012	0,010	0,008	0,006	0,006
R10	0,050	0,020	0,012	0,010	0,008	0,006	0,005	0,005

### 6.5.1 Análise do deslocamento torcional

Nesta subseção apresentam-se os resultados dos coeficientes de flutter para os perfis analisados que foram submetido ao movimento torcional (deslocamento angular). Utilizando o modelo de flutter desenvolvido por Scanlan e Tomko (1971), podem-se calcular com base nas simulações, os coeficientes de flutter para o movimento angular.

Fazendo uma análise dos resultados obtidos pelos modelos de turbulência para o caso estático, observou-se que o modelo  $k - \omega SST$  obteve excelentes resultados associado a um menor custo computacional quando comparado ao modelo  $k - \omega SST LM$ . Logo, para o cálculo dos coeficientes de flutter, optou-se pelo modelo de turbulência  $k - \omega SST$ . A seção R2 foi excitada com uma amplitude de  $\alpha_0 = 2^\circ$ . Estas respostas foram encontradas através dos coeficientes aerodinâmicos das Equações 4.18 e 4.19 vistas anteriormente, no qual é possível calcular os coeficientes de flutter por meio de uma metodologia encontrada em problemas dinâmicos.

Na Figura 33 é possível visualizar a resposta obtida do coeficiente de sustentação  $C_L$  ao longo do tempo, no qual o comportamento apresentado refere-se a  $U_{red} = 10$ .

Na Figura 34, estão ilustrados os resultados dos coeficientes de flutter. Esses resultados obtidos para estrutura R2 referentes aos coeficientes  $H_2^*$  e  $H_3^*$  são comparados aos resultados experimentais de Matsumoto (1996), no qual também excitou a estrutura

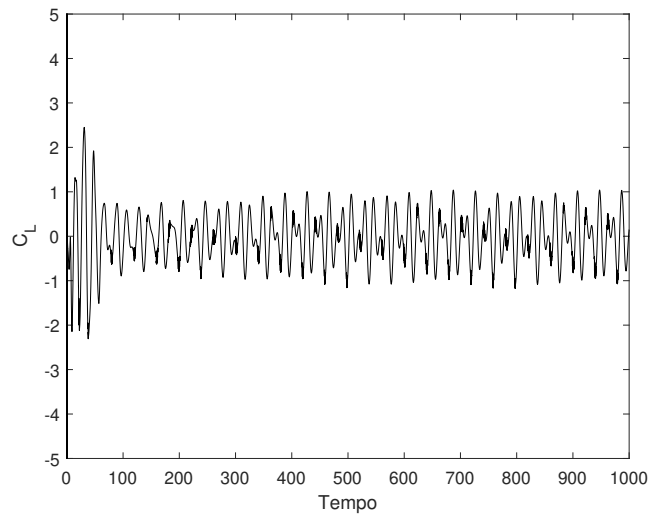


Figura 33 – Resposta do coeficiente de sustentação  $C_L$  para a seção retangular R2 e velocidade reduzida de 10.

através de uma amplitude de  $\alpha_0=2^\circ$ . Quando comparados, os resultados encontrados nesta pesquisa tendem a ter um distanciamento dos valores referenciais conforme a velocidade reduzida aumenta, com exceção do  $U_{red}=20$  para o coeficiente  $H_2^*$ . Importante observar que houve um pico negativo nos coeficientes  $H_2^*$  e  $H_3^*$  em  $U_{red} = 8$ , tanto para os resultados de Matsumoto (1996) como nos resultados obtidos nesta pesquisa. Para os coeficientes  $A_2^*$  e  $A_3^*$ , realizou-se uma comparação com os resultados numéricos de Sarkar et al. (2009) e aos ensaios experimentais de Washizu et al. (1978) e Matsumoto (1996). Observa-se na Figura 34 que os resultados encontrados nesta pesquisa estão próximos dos valores referenciais.

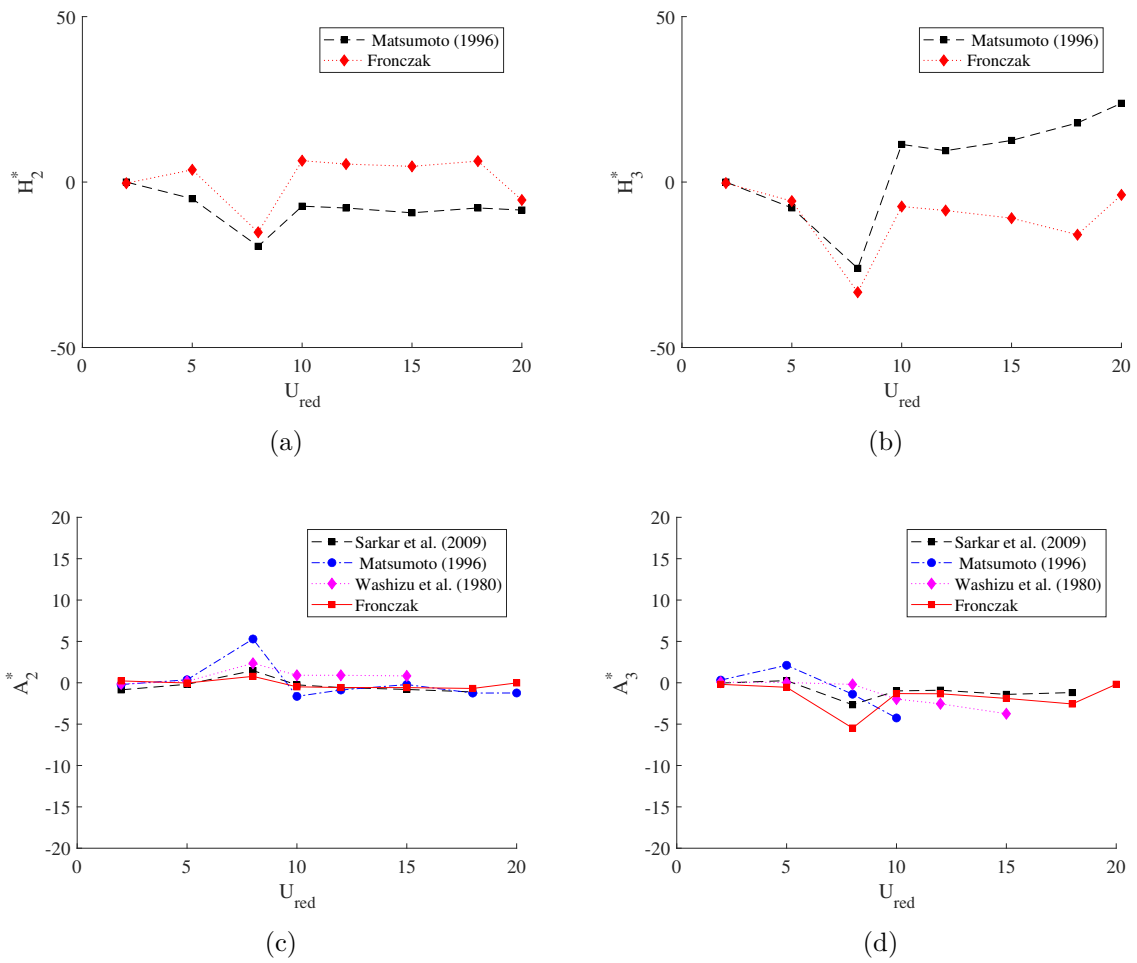


Figura 34 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R2.

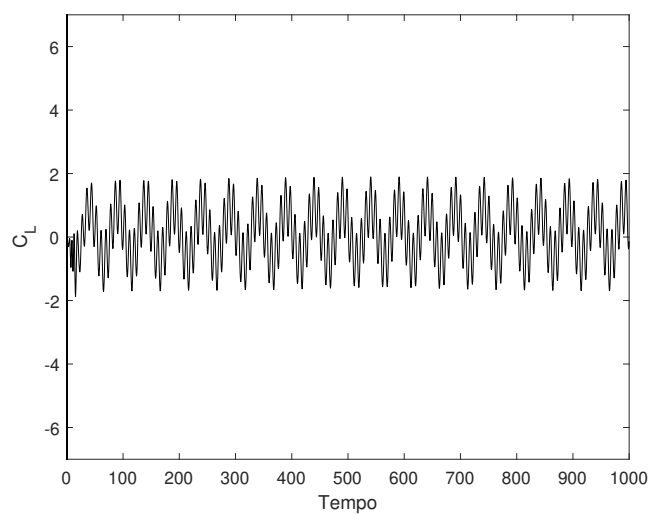


Figura 35 – Resposta do coeficiente de sustentação  $C_L$  para a seção retangular R5 e velocidade reduzida de 10.

Para o cálculo dos coeficientes de flutter da seção R5, utilizou-se os três modelos de



turbulência,  $k-\varepsilon$  para a velocidade reduzida de 10 e 15,  $k-\omega SST$  para todas as velocidades reduzidas apresentadas na Tabela 14 e  $k-\omega SST LM$  para velocidade reduzida de 2, 10, 15 e 20. Esta geometria foi excitada em uma amplitude de  $\alpha_0=1^\circ$ . Através da Figura 35, apresenta-se a resposta ao longo do tempo do coeficiente de sustentação para a  $U_{red}=10$ .

Os resultados da seção R5 são comparados ao trabalho de Miranda et al. (2014) e Nieto et al. (2015), ambos realizaram estudos numéricos. Os dados do Miranda et al. (2014) apresentados no Figura 36 foram calculados utilizando modelo de turbulência  $k-\omega$ , enquanto o Nieto et al. (2015) empregou o modelo de turbulência  $k-\omega SST$ . A amplitude forçada no trabalho de ambos foi de  $\alpha_0=1^\circ$ . Os resultados para  $H_3^*$ ,  $A_3^*$  e  $A_2^*$  ficaram bem próximos aos encontrados por Nieto et al. (2015) e Miranda et al. (2014). O modelo de turbulência  $k-\omega SST$  e  $k-\omega SST LM$ , tiveram seus resultados quase que coincidentes aos da referência. O modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  foi o que mais se distanciou do  $A_3^*$ .

Divergências nos resultados são observadas para o coeficiente  $H_2^*$ . Para esse coeficiente, os resultados obtidos com os modelos  $k-\omega SST$  e  $k-\omega SST LM$  do presente trabalho tem uma boa comparação com os resultados apresentados por Miranda et al. (2014). Por outro lado, os resultados com o modelo  $k-\varepsilon$  estão mais próximos aos de Nieto et al. (2015).

No estudo da seção R8, utilizou-se uma amplitude de excitação igual a  $\alpha_0=3^\circ$ . Esta seção foi integralmente simulada através do modelo de turbulência  $k-\omega SST$ , utilizando todas as velocidades reduzidas apresentadas na Tabela 14. Na Figura 37 observa-se a história do tempo do coeficiente de sustentação para a velocidade reduzida de 10.

Na Figura 38, são apresentados os valores extraídos do deslocamento torcional para a seção R8, no qual é feita uma comparação com o trabalho numérico do Patruno (2015) e os ensaios experimentais do Starossek, Aslan e Thiesemann (2009). Na Figura 38 os resultados dos coeficientes  $H_3^*$  e  $A_3^*$  estão próximos dos valores referenciais. Os coeficientes  $H_2^*$  e  $A_2^*$  tiveram bons resultados quando comparados aos resultados numéricos do Patruno (2015), mas quando comparados aos ensaios experimentais de Starossek, Aslan e Thiesemann (2009) houve uma discrepância a medida que a velocidade reduzida foi aumentando. Importante observar que na simulação numérica realizada por Patruno (2015), houve a excitação da estrutura utilizando uma amplitude igual a 2 graus, no entanto Starossek, Aslan e Thiesemann (2009) utilizou 1 grau para os ensaios experimentais.

Por fim, a seção R10 foi excitada a uma amplitude de  $\alpha_0=3^\circ$ . As simulações foram realizadas utilizando todas as velocidades reduzidas apresentadas na Tabela 14 para um mesmo modelo de turbulência,  $k-\omega SST$ . Na Figura 39 apresenta-se a história do tempo do coeficiente de sustentação,  $C_L$ , para a velocidade reduzida igual a 10.

Além disso, a avaliação das derivadas do flutter foi realizada considerando os estudos de Miranda et al. (2014), cujo qual trabalhou com movimentos senoidais forçados da seção caracterizada por amplitude 3 graus, enquanto para Matsumoto (1996) os ensaios

experimentais foram realizados com uma amplitude de 1 grau.

Nesta simulação, para o coeficiente  $H_2^*$ , conforme a velocidade reduzida foi aumentando, é possível analisar que os resultados extraídos ficaram cada vez mais próximos dos resultados numéricos de Miranda et al. (2014). Conforme o aumento da velocidade reduzida, assim como nas estruturas anteriores é possível observar um pequeno afastamento dos resultados experimentais de Matsumoto (1996) para o coeficiente  $H_2^*$ ,  $A_2^*$ . No geral, os resultados encontrados para essa seção teve boa concordância quando comparado aos valores referenciais.

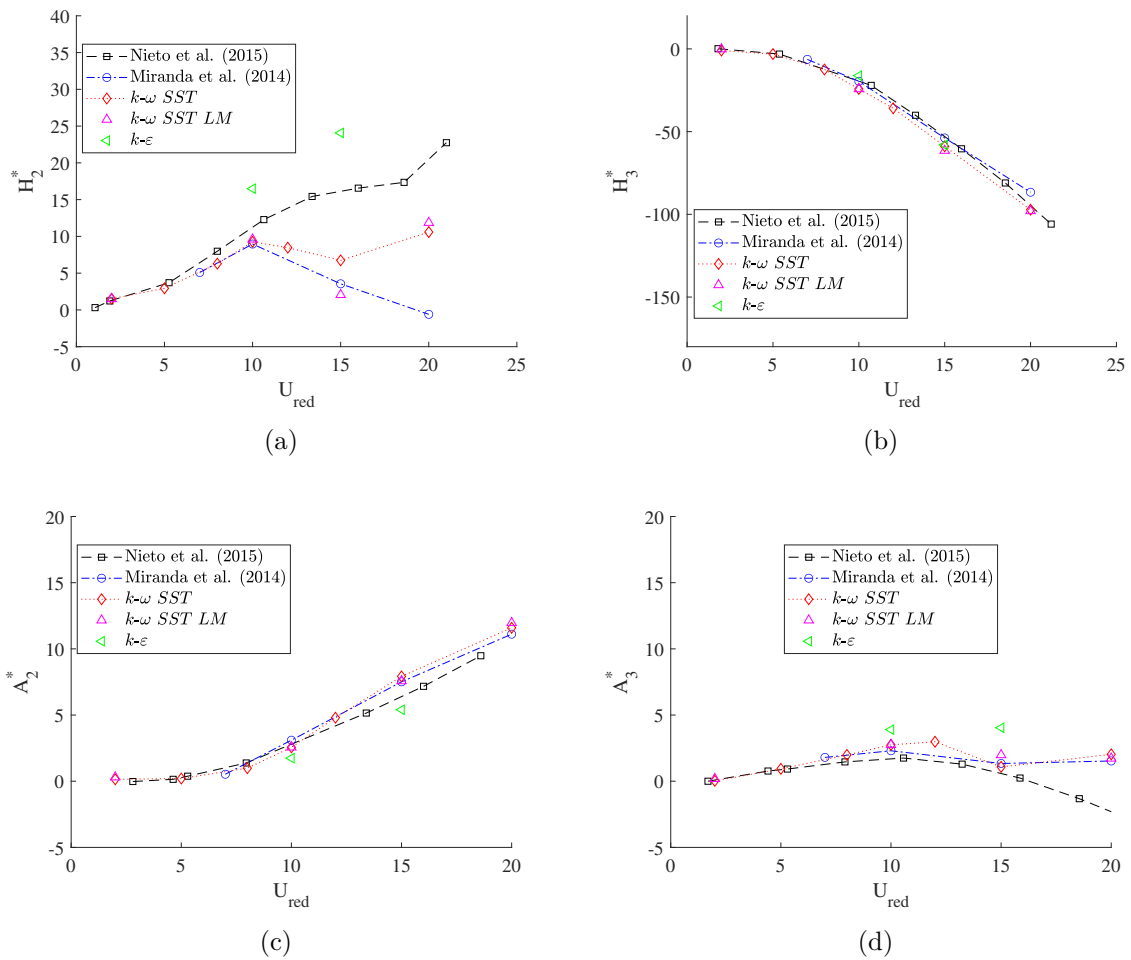


Figura 36 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R5.

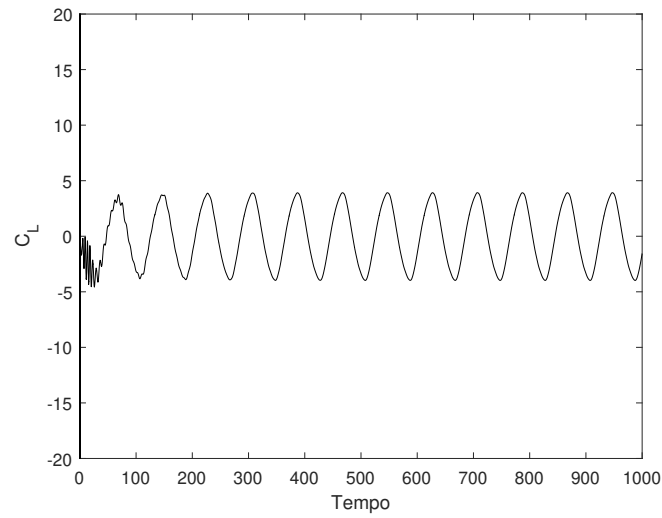


Figura 37 – Resposta do coeficiente de sustentação  $C_L$  para a seção retangular R8 e velocidade reduzida de 10.

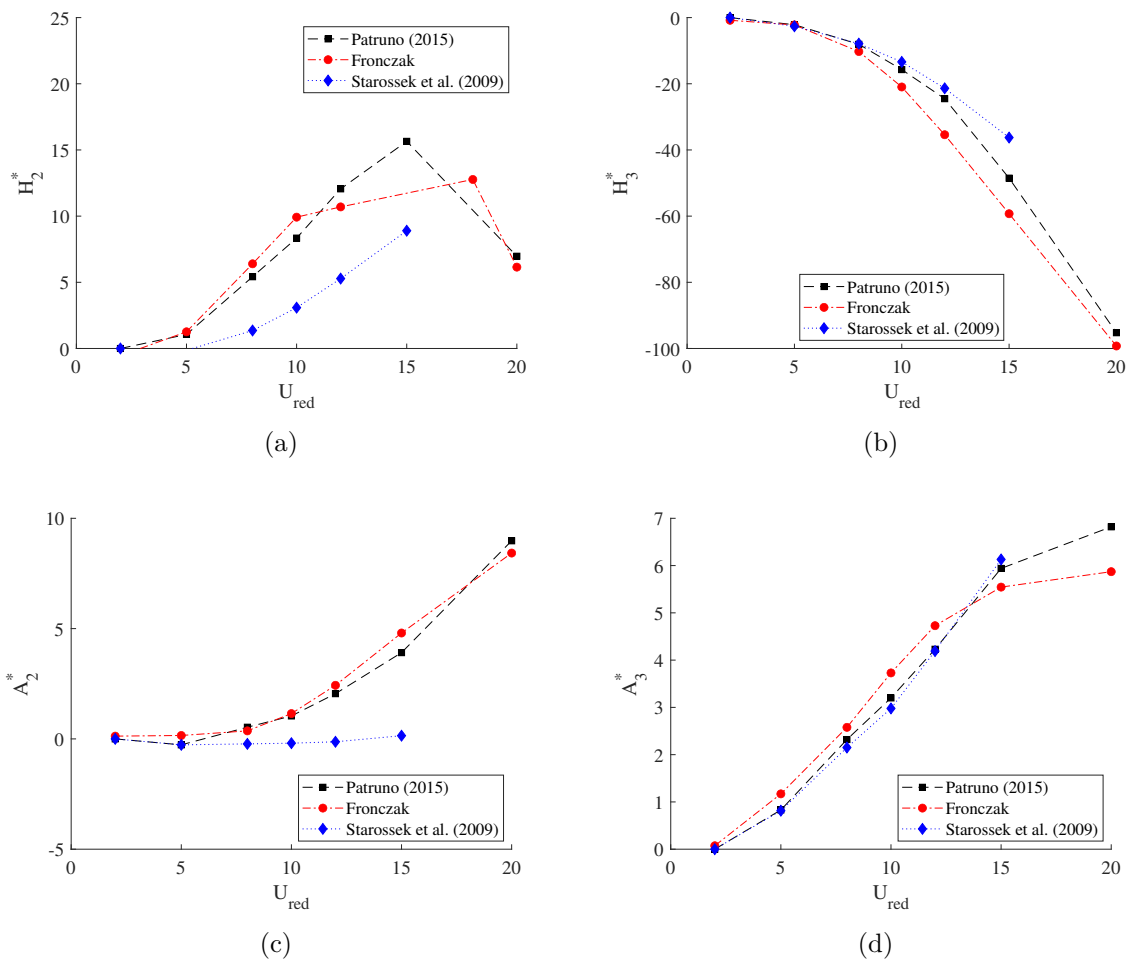


Figura 38 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R8

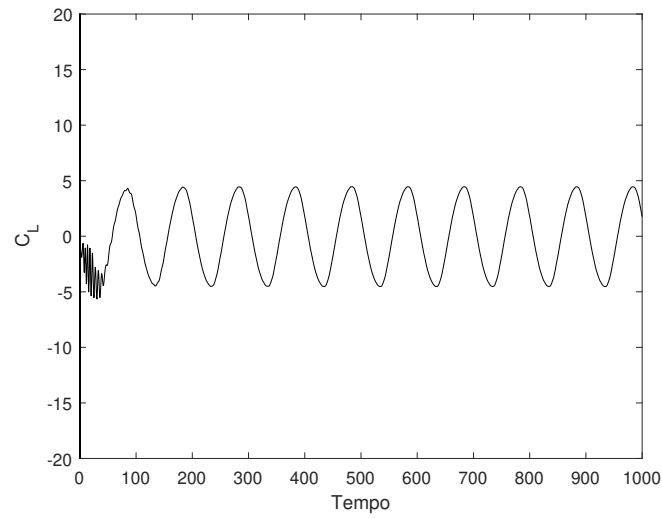


Figura 39 – Resposta do coeficiente de sustentação  $C_L$  para a seção retangular R10 e velocidade reduzida de 10.

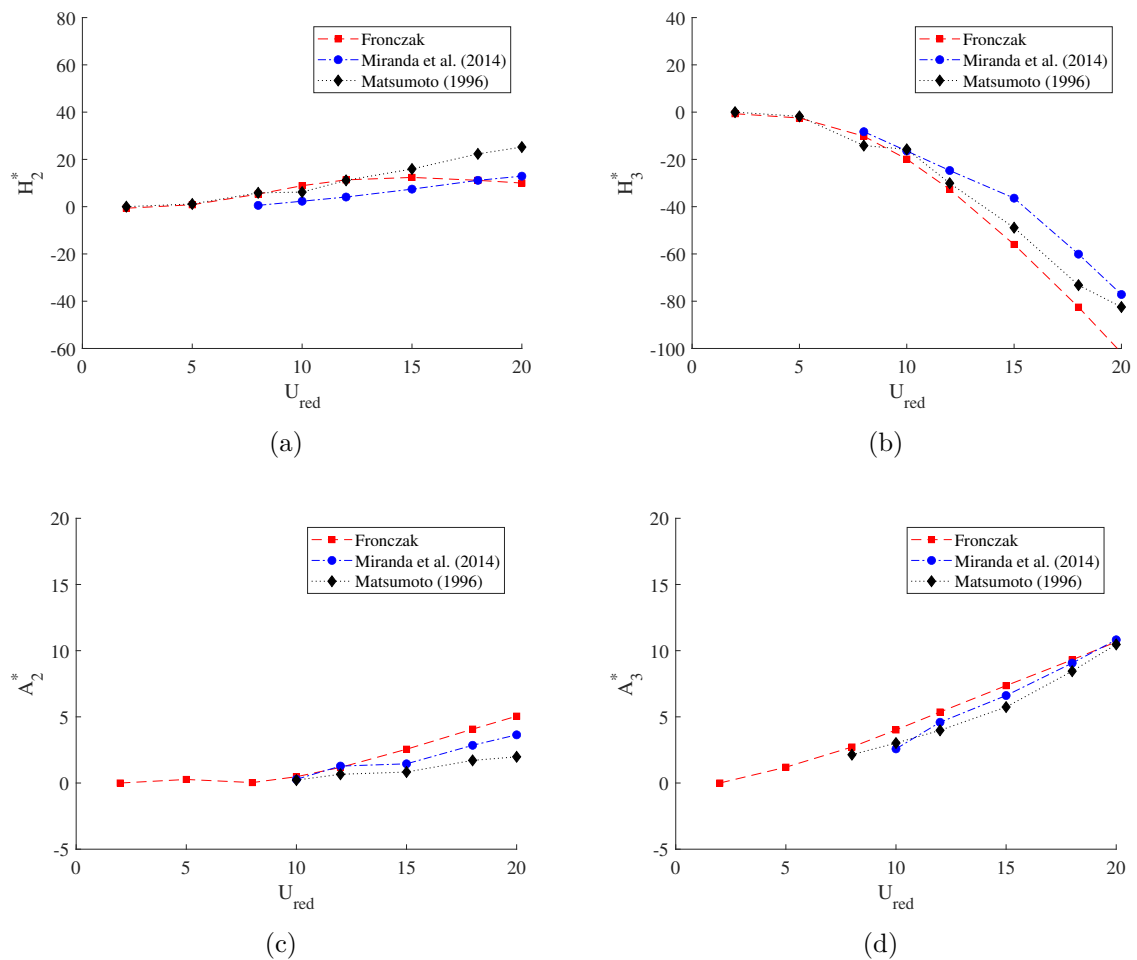


Figura 40 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R10

### 6.5.2 Análise do deslocamento vertical

Os coeficientes  $H_1^*$ ,  $A_1^*$ ,  $H_4^*$  e  $A_4^*$  das Equações 4.18 e 4.19 são extraídos através da aplicação do movimento vertical ao objeto de estudo. Para o estudo da estrutura R2, utilizou-se as velocidades reduzidas apresentadas na Tabela 14. A avaliação dos coeficientes de flutter foi realizada considerando o movimento senoidal vertical forçado com uma amplitude de  $h_0 = 0,035$  radianos. As simulações foram realizadas com o modelo de turbulência  $k-\omega SST$ . A Figura 41 mostra a história do tempo do coeficiente de sustentação para a velocidade reduzida igual a 10.

Os resultados apresentados na Figura 42 são comparados aos ensaios experimentais de Matsumoto (1996) e numéricos de Sarkar et al. (2009). Ambos os pesquisadores utilizaram amplitudes de 0,035 radianos. Os resultados de  $A_1^*$  e  $A_4^*$  ficaram muito semelhantes aos resultados encontrado por Matsumoto (1996). Os valores de  $H_1^*$  e  $H_4^*$  encontrados neste trabalho tiveram resultados com comportamentos que se distanciavam de ambos os referenciais apresentados. Em  $U_{red} = 10$  para o coeficiente  $H_1^*$ , houve um pico negativo dos dados extraídos da pesquisa de Matsumoto (1996) que coincidiu com os resultados desta pesquisa, distanciando do resultado encontrado por Sarkar et al. (2009). Em contrapartida no coeficiente  $H_4^*$ , para a mesma velocidade reduzida de 10, Sarkar et al. (2009) e os resultados simulados nestas pesquisa obtiveram coeficientes discrepantes aos experimentais de Matsumoto (1996).

Para o estudo da seção R5, foram realizadas simulações em que a amplitude da seção foi excitada em  $h_0=0,0174$  radianos. Neste caso, utilizou-se o modelo de turbulência  $k-\omega SST$  e na Figura 43 pode-se analisar a história do tempo para a velocidade reduzida 10, do coeficiente de sustentação.

Na Figura 44 estão apresentados os resultados extraídos para a estrutura R5, juntamente com os dados referenciais numérico de Nieto et al. (2015) e experimental de Matsumoto (1996). A amplitude das oscilações forçadas utilizada no trabalho de Nieto et al. (2015) é de aproximadamente  $h_o = 0,017$  radianos e no trabalho experimental de Matsumoto (1996) é de  $h_o = 0,035$  radianos . Os coeficientes  $H_1^*$ ,  $H_4^*$  e  $A_1^*$  tiveram resultados próximos dos referenciais numérico de Nieto et al. (2015) e experimental de Matsumoto (1996), mesmo com o aumento da velocidade reduzida. O coeficiente  $A_4^*$  quando comparados aos resultados referenciais, teve um afastamento conforme a velocidade reduzida aumentava.

A seção R8 foi excitada a uma amplitude de aproximadamente  $h_0=0,087$  radianos e todas as simulações foram feitas através do mesmo modelo de turbulência,  $k-\omega SST$ . A história do tempo do coeficiente de sustentação está apresentado na Figura 45 para a velocidade reduzida de 10.

Na Figura 46 é possível observar os resultados calculados dos coeficientes de flutter para a estrutura R8. Para esta estrutura utilizou-se como comparação os resultados

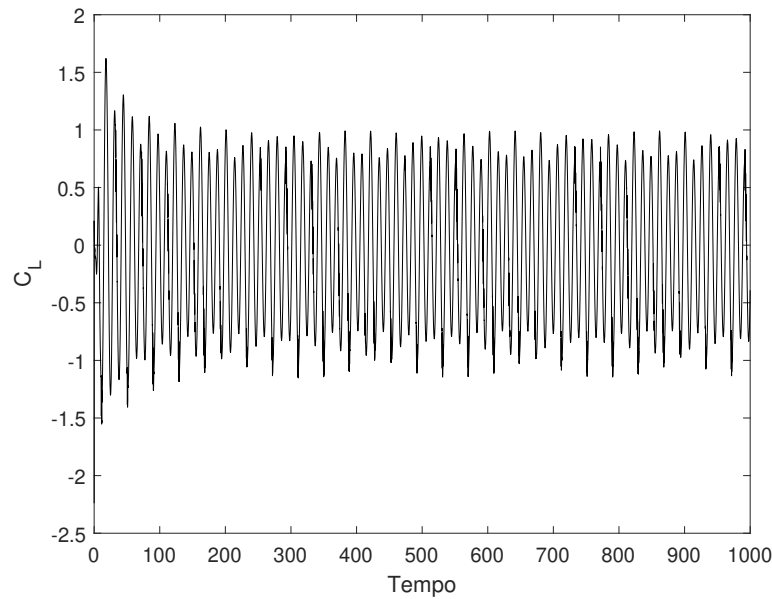


Figura 41 – Resposta do coeficiente de sustentação  $C_L$  para a seção retangular R2 e velocidade reduzida de 10.

dos ensaios experimentais de Starossek, Aslan e Thiesemann (2009) e os numéricos de Patruno (2015). A amplitude vertical dos dados referenciais do experimento de Starossek, Aslan e Thiesemann (2009) é de aproximadamente 0,087 radianos, enquanto que os dados resultados numéricos de Patruno (2015) utilizou 0,08 radianos.

Os coeficientes  $A_1^*$  e  $H_1^*$  quando comparados aos resultados referenciais, tiveram um bom comportamento, com curvas quase que coincidentes. Os coeficientes  $A_4^*$  e  $H_4^*$  ficaram próximos dos resultados encontrados por Patruno (2015) e conforme a velocidade reduzida ia aumentando, os resultados numéricos obtiveram um distanciamento do experimental de Starossek, Aslan e Thiesemann (2009).

A seção R10 foi excitada a uma amplitude de aproximadamente  $h_0=0,034$  radianos e todas as simulações foram feitas através do mesmo modelo de turbulência,  $k-\omega SST$ . A história do tempo do coeficiente de sustentação está apresentado na Figura 47 para a velocidade reduzida de 10.

Foram extraídos os resultados da vibração vertical para a estrutura R10 e apresentados na Figura 48. Os resultados foram comparados com ensaios experimentais de Matsumoto (1996) e numéricos de Miranda et al. (2014). Os dados numéricos de Miranda et al. (2014) foram extraídos através de uma simulação considerando movimentos forçados de flexão da seção R10 caracterizada por uma amplitude de  $h_o = 0,05$  radianos, enquanto que os resultados experimentais de Matsumoto (1996) foram calculados para uma amplitude de aproximadamente  $h_o = 0,035$  radianos.

Os coeficientes  $A_4^*$  e  $H_4^*$  tiveram resultados próximos dos encontrados por Miranda

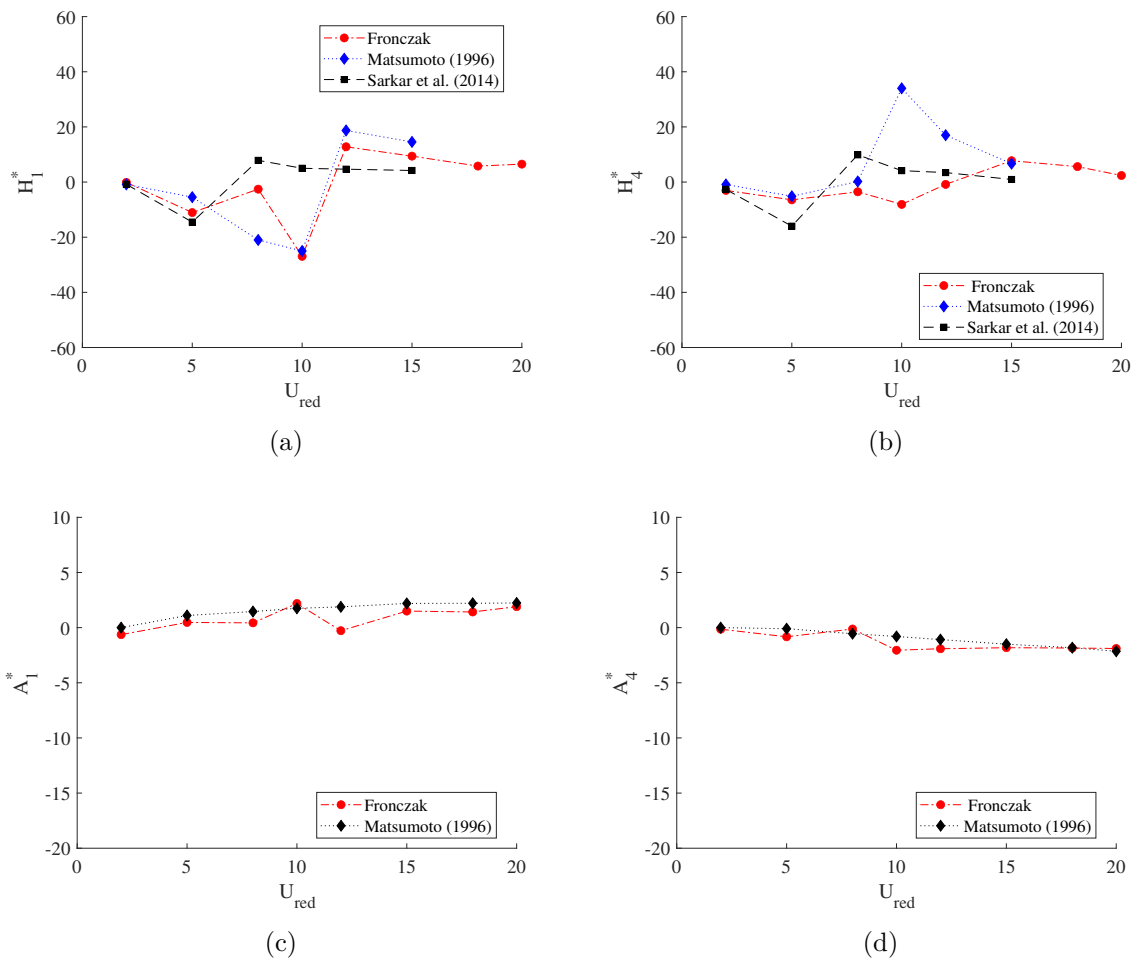


Figura 42 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R2

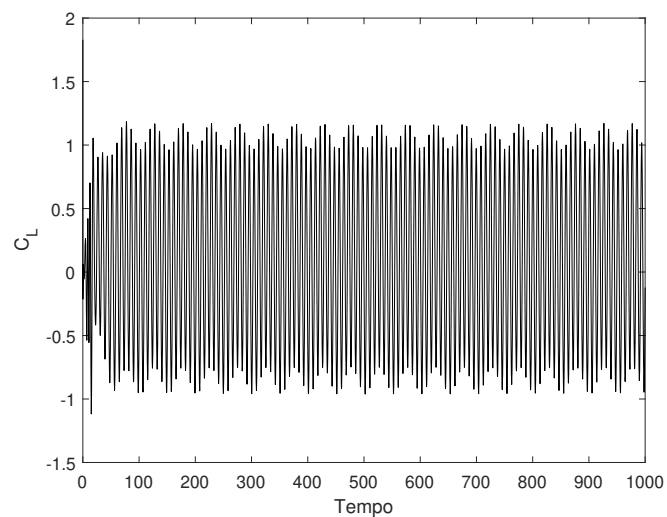


Figura 43 – Resposta do coeficiente de sustentação  $C_L$  para a seção retangular R5 e velocidade reduzida de 10.

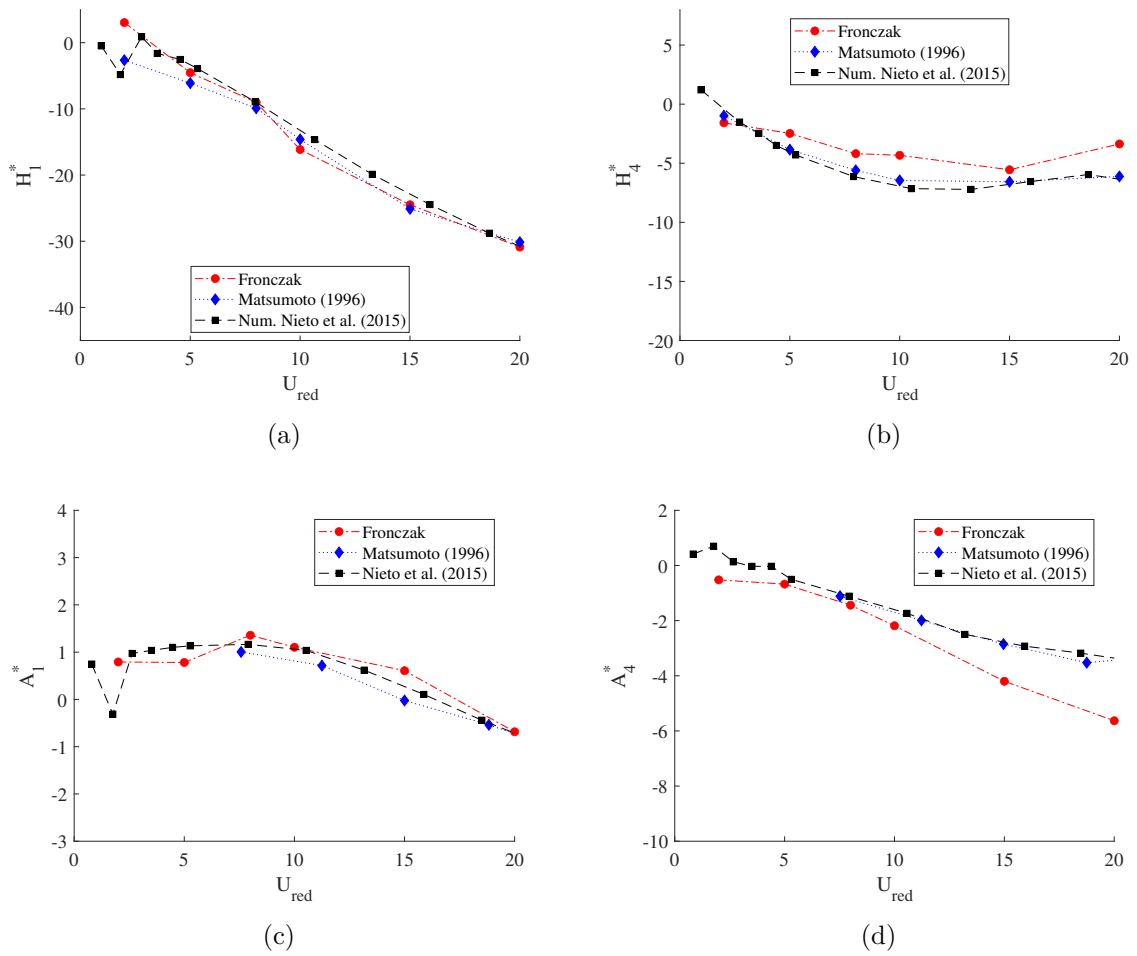


Figura 44 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R5.

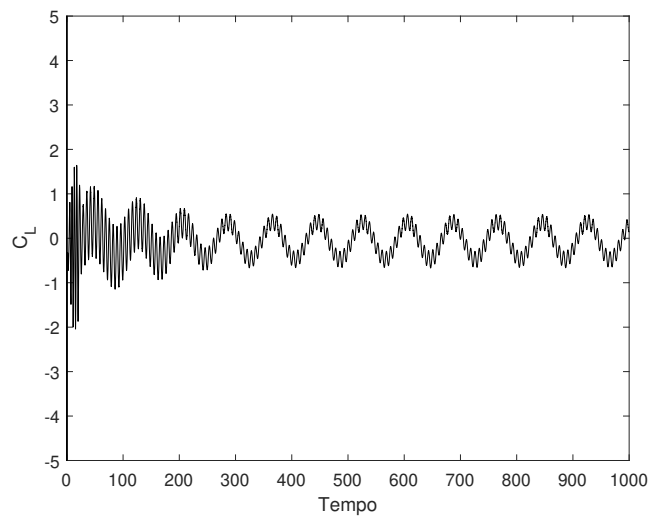


Figura 45 – Resposta do coeficiente de sustentação  $C_L$  para a seção retangular R8 e velocidade reduzida de 10.



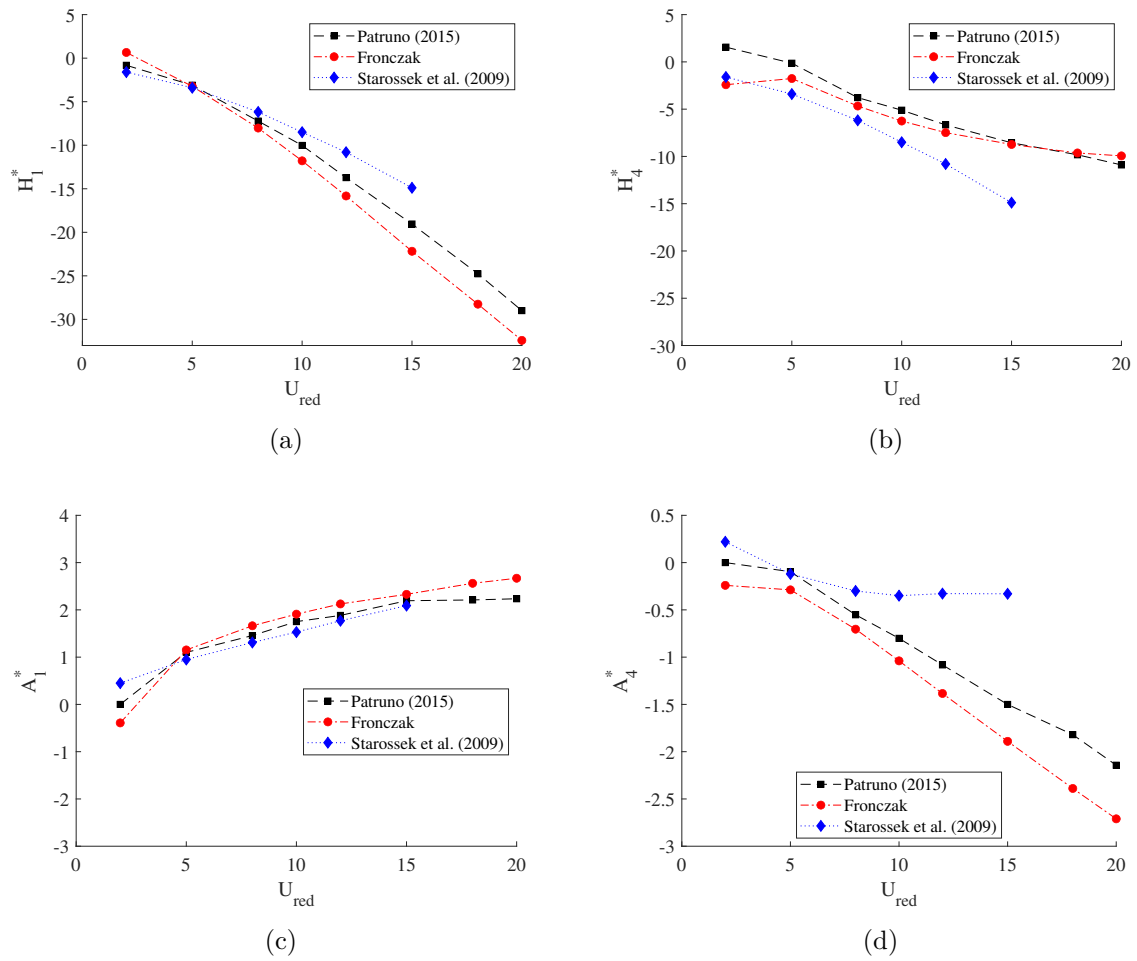


Figura 46 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R8.

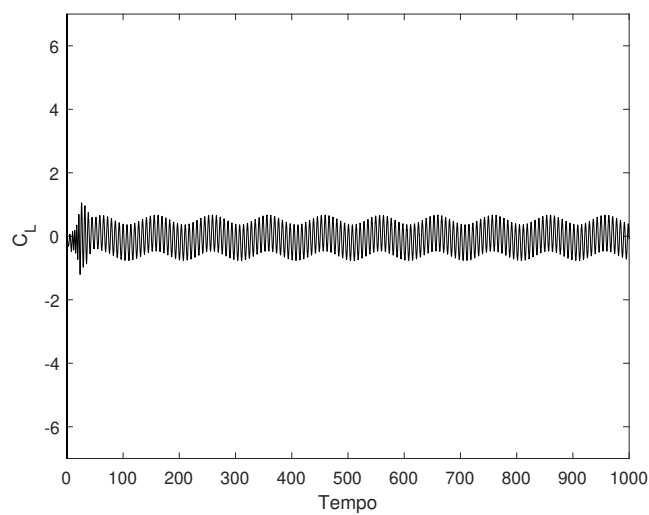


Figura 47 – Resposta do coeficiente de sustentação  $C_L$  para a seção retangular R10 e velocidade reduzida de 10.

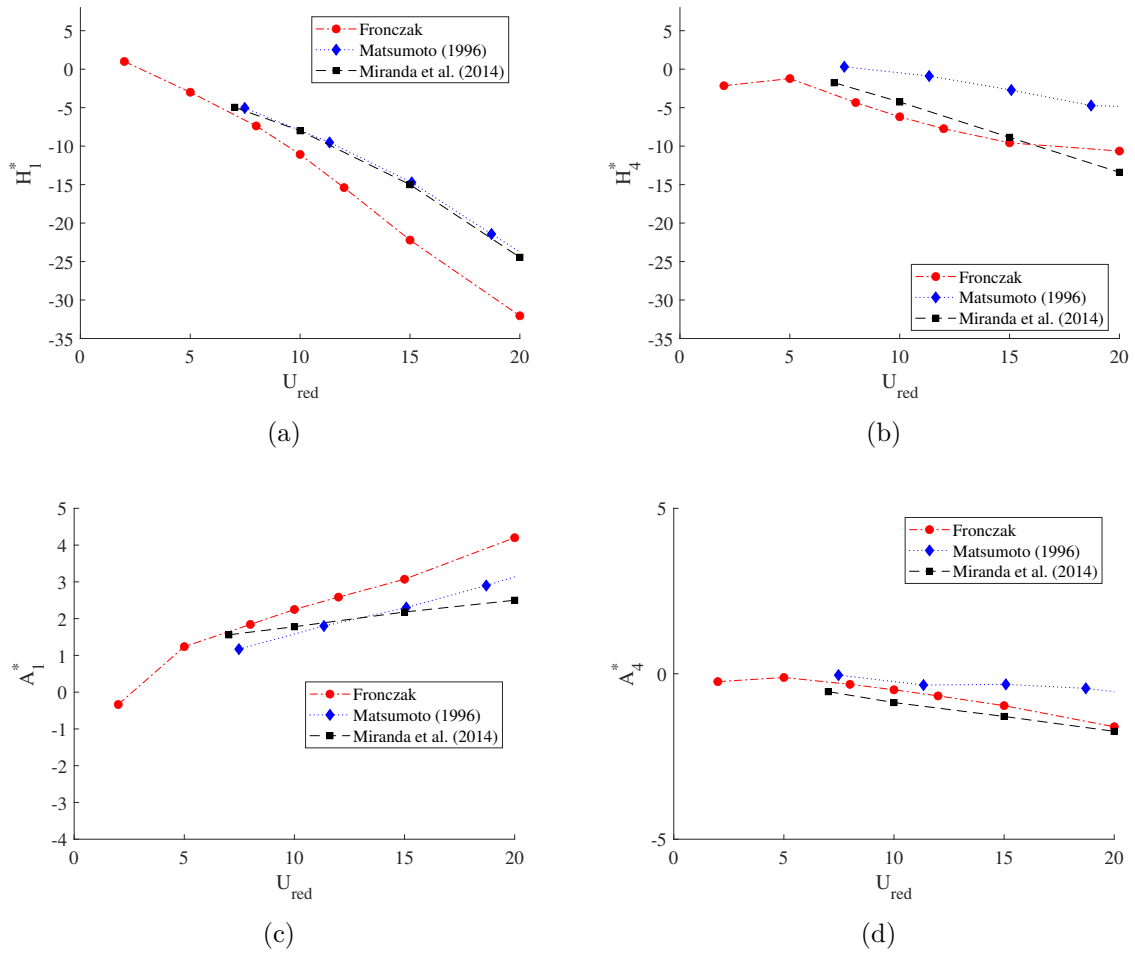


Figura 48 – Coeficientes de flutter encontrados para a estrutura R10.

et al. (2014). Os resultados de Miranda et al. (2014) também obteve um afastamento dos resultados experimentais de Matsumoto (1996) conforme o aumento da velocidade reduzida. Em compensação os dados referenciais utilizados nesta seção, obtiveram para os coeficientes  $A_1^*$  e  $H_1^*$ , resultados quase que coincidentes. Porém, conforme a velocidade reduzida aumentava, houve um distanciamento dos resultados encontrados nessa pesquisa com os dados referenciais.

### 6.5.3 Estimativa da velocidade crítica de flutter

#### 6.5.3.1 Estimativa da velocidade crítica de flutter com dados estruturais da literatura

Para a estimativa da velocidade crítica de flutter, adaptou-se um código numérico desenvolvido por Thomason (2016), no qual fundamentou-se na metodologia proposta por Simiu e Scanlan (1996). Essa metodologia foi brevemente apresentada no Capítulo 4, em que consiste na resolução das Equações 4.36 e 4.37, resultando em um gráfico que representa o valor da Equação 4.40 no eixo y e o inverso da frequência reduzida no eixo x. As coordenadas do ponto de intersecção entre as retas imaginária e real são utilizadas para calcular a velocidade crítica.

Para a estimativa da velocidade crítica de flutter, nesta subsecção, pesquisas desenvolvidas por Patruno (2015) e Miranda et al. (2014) serão utilizadas para legitimar os resultados encontrados para cada geometria estudada. Os parâmetros físicos utilizados nessa validação foram extraídos dos próprios autores acima citados e podem, portanto serem observados na Tabela 15

Tabela 15 – Dados estruturais empregados para estimar a velocidade crítica de flutter em estruturas que foram utilizados por Patruno (2015) e Miranda et al. (2014)

Massa (kg/m)	Inércia de massa ( $\text{kg } m^2/m$ )	$f_\alpha$ (Hz)	$f_h$ (Hz)	$\zeta_\alpha = \zeta_h$ (%)
5,0E4	1,0E7	0,4	0,2	1

Utilizando os dados de estruturais de entrada apresentados por Patruno (2015), foi possível obter os valores de  $X$  e o inverso da frequência  $1/k$ , no qual é ilustrado na Figura 49(a). Nesta figura é possível observar o ponto de intersecção entre as duas retas, real e imaginária, resultando em  $1/k=0,59$  e  $X=1,91$ .

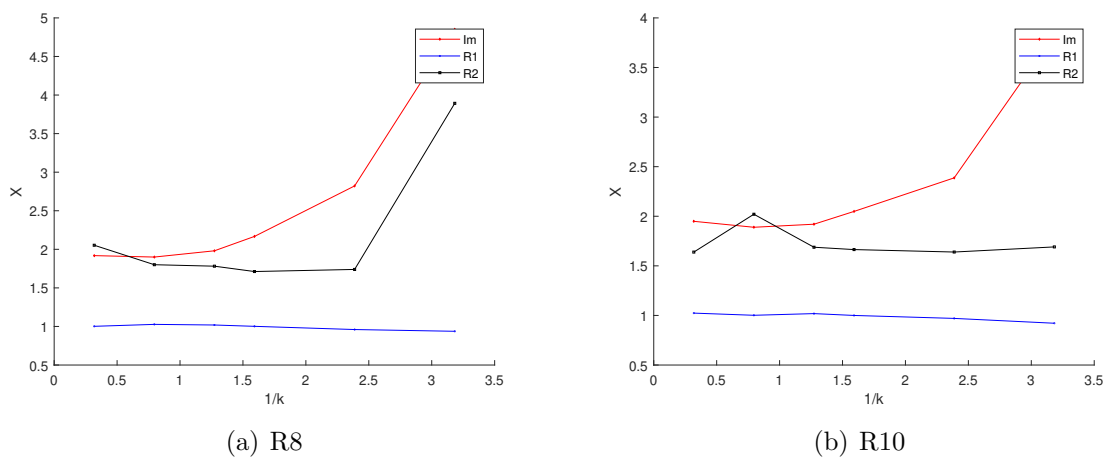


Figura 49 – Velocidade crítica de flutter utilizando os valores referenciais do Patruno (2015) e Miranda et al. (2014) respectivamente.

Através da Equação 4.40 obteve-se a velocidade crítica no valor de 84,96 m/s enquanto que o valor referencial do Patruno (2015) foi de 80 m/s para a simulação utilizando Reynolds a  $10^5$  e 88m/s quando a simulação trabalhou com Reynolds no valor de  $37,5 \times 10^5$ .

Utilizando os mesmos dados da Tabela 15, calcula-se a velocidade crítica para a estrutura R10, através dos dados estruturais do trabalho desenvolvido por Miranda et al. (2014). Na figura 49(b) é apresentado a intersecção das curvas, com valores de X e o inverso da frequência de 1,91 e 0,65 respectivamente, resultando em uma velocidade crítica de 93,6 m/s como pode ser observado na tabela 16 abaixo.

Tabela 16 – Resultado da velocidade crítica de flutter comparado aos resultados referenciais de Patruno (2015) e Miranda et al. (2014)

R	Valores referenciais (m/s)	Valores obtidos (m/s)	Diferença percentual (%)
R8	80	84,96	5,83
R10	99	93,61	5,75

A Tabela 16 resume os resultados encontrados nesta etapa de validação do código de cálculo da velocidade crítica, para R8 e R10. Comparam-se esses resultados com os da literatura. Nota-se que as diferenças percentuais estão dentro de uma faixa aceitável, visto que os valores experimentais como do Matsumoto (1996) e Starossek, Aslan e Thiesemann (2009) apresentam uma diferença percentual de até 38% quando comparado aos dados numéricos das referencias analisadas na Tabela 17. Apesar da diferença percentual, ambos estudos concluíram que as velocidades críticas encontradas estão dentro de uma estimativa segura.

Tabela 17 – Comparado aos resultados referenciais de Patruno (2015) e Miranda et al. (2014) aos resultados experimentais de Matsumoto (1996) e Starossek, Aslan e Thiesemann (2009)

R	Resultados numéricos (m/s)	Resultados experimentais (m/s)	$D_p$ (%)
R8	80 (Patruno)	129 (Starossek)	38
R10	99 (Miranda)	110 (Matsumoto)	10

Por meio dos processos de validação que foram realizados nesta seção, relativos à análise de velocidade crítica de flutter para as estruturas R8 e R10, ficou demonstrado a capacidade de solução. Isso valida a aplicação desse método aos casos de testes que foram formulados especialmente para este estudo.

### 6.5.3.2 Avaliação da velocidade crítica de flutter com dados estruturais simulados

Para dar sequência ao trabalho, realiza-se um cálculo das frequências naturais e dos modos de vibrações das estruturas simuladas, aliada ao MEF (Método dos Elementos

Finitos). Dessa forma, calculou-se alguns parâmetros, como massa e momento de inércia, ambos contribuindo como dados de entrada na execução da simulação.

A fim de verificar as implicações de vários parâmetros estruturais para a velocidade crítica de flutter, as propriedades de cada estrutura foram calculadas de acordo com suas particularidades. Através destes resultados, juntamente com os coeficientes de flutter extraídos e desenvolvidos na seção anterior, tanto os valores de torção como de flexão, realiza-se o cálculo da velocidade crítica. Os modelos estruturais correspondem a vigas engastadas-livres, com geometria das seções transversais semelhantes aos retângulos analisados. A Tabela 18 mostra os dados de entrada para cada geometria para o modelo MEF. Considera-se a viga em aço, com módulo de elasticidade de 210 GPa e coeficiente de Poisson de 0,3.

Tabela 18 – Parâmetros de validação das estruturas

Estrutura	Parâmetros	Valores	Unidades
R2	Largura	2	<i>m</i>
	Massa	15700	<i>kg/m</i>
	Momento de inércia	6541,67	<i>kgm</i>
	Frequência torcional	1,8073	Hz
	Frequência de flexão	1,7269	Hz
	Taxa de amortecimento torcional	0,01	-
	Taxa de amortecimento de flexão	0,01	-
R5	Largura	5	<i>m</i>
	Massa	39250	<i>kg/m</i>
	Momento de inércia	85041	<i>kgm</i>
	Frequência torcional	0,9640	Hz
	Frequência de flexão	0,8104	Hz
	Taxa de amortecimento torcional	0,01	-
	Taxa de amortecimento de flexão	0,01	-
R8	Largura	8	<i>m</i>
	Massa	62800	<i>kg/m</i>
	Momento de inércia	340167	<i>kgm</i>
	Frequência torcional	0,60364	Hz
	Frequência de flexão	0,49152	Hz
	Taxa de amortecimento torcional	0,01	-
	Taxa de amortecimento de flexão	0,01	-
R10	Largura	10	<i>m</i>
	Massa	78500	<i>kg/m</i>
	Momento de inércia	660708	<i>kgm</i>
	Frequência torcional	0,48	Hz
	Frequência de flexão	0,29	Hz
	Taxa de amortecimento torcional	0,01	-
	Taxa de amortecimento de flexão	0,01	-

A partir dos resultados da Tabela 18, pode-se calcular a velocidade crítica para as diferentes estruturas. A Figura 50, mostra o ponto de interseção entre as duas retas

e através desta interseção é possível calcular a velocidade crítica de flutter. Sabe-se que valores elevados para o limite de flutter corresponde a uma velocidade crítica mais alta para iniciar o fenômeno de flutter. No gráfico 50(a), a interseção apresenta valores de  $1/k=0,79$  e  $X=1,025$  para a estrutura R2. Para a estrutura R5 apresentada na figura 50(b), tem-se  $1/k=0,79$  e  $X=1,22$ . Na interseção da figura 50(c), os valores são  $1/k=0,79$  e  $X=1,12$  para a estrutura R8. Na avaliação da interseção da estrutura R10, tem-se  $1/k=1,59$  e  $X=1,27$ , apresentada na figura 50(d). Através dessas coordenadas calcula-se a velocidade crítica e os resultados são apresentados na Tabela 19, que indicam que conforme o aumento da seção transversal, o limite de vibração fica mais alto.

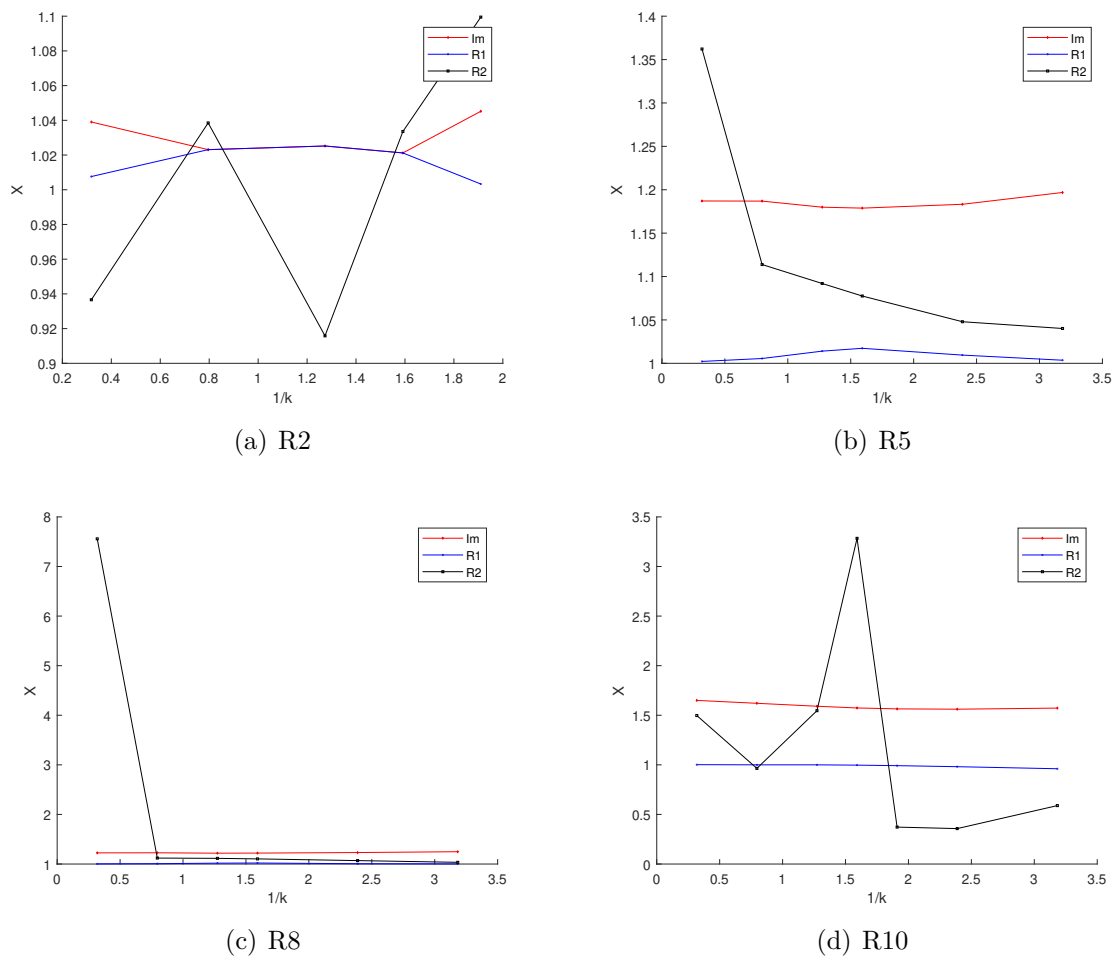


Figura 50 – Velocidade crítica

A estrutura R10 foi considerada como tendo o maior limite a uma velocidade reduzida e a estrutura R2 com o mais baixo limite de vibração. Importante observar, que apesar do acréscimo do limite de flutter, conforme o aumento do momento de inércia, não existe uma lineariedade correspondente a esta relação.

Uma das estruturas amplamente estudada, é a Ponte Tacoma Narrow, cuja estrutura, dimensionalmente, tem um perfil condizente com a seção retangular R5, possuindo uma proporção de 1:4,9. Sabendo disso, propõem-se fazer uma comparação entre as duas

Tabela 19 – Velocidade crítica de flutter

Dados	R2	R5	R8	R10
X	1,025	1,220	1,12	1,59
1/k	0,79	0,79	0,79	1,27
$U_c$	17,5 m/s	19,69 m/s	23,81 m/s	36,79 m/s

estruturas. A Ponte Tacoma Narrow atingiu a velocidade crítica de flutter com aproximadamente 68 km/h, ou seja, 18,8 m/s, valores esses próximos da velocidade crítica de flutter encontrados na estrutura R5, apresentado na Tabela 19. Calculando a diferença percentual das duas seções, obtém-se um valor aproximadamente de 6%, conforme apresentado na Tabela 20.

Tabela 20 – Comparação entre a  $U_{crit}$  da seção R5 com a  $U_{crit}$  da Ponte Tacoma Narrow.

	R5	Tacoma	Diferença percentual (%)
$U_{crit}$	19,69 m/s	18,8 m/s	5,81

## 7 CONCLUSÃO

Os coeficientes de flutter são parâmetros importantes na estimativa da velocidade crítica. Esses parâmetros podem ser identificados através de testes em túnel de vento, nesta dissertação de mestrado, pretendeu-se utilizar a metodologia desenvolvida por Le Maître, Scanlan e Knio (2003) para a obtenção dos coeficientes de flutter. O objetivo do estudo é a extração destes coeficientes de flutter em obstáculos retangulares, com razões de aspecto de 2, 5, 8 e 10. Isto posto, foi adotado um método de CFD para se estimar o escoamento sobre os obstáculos que são inerentemente associadas ao movimento forçado da estrutura. Através das respostas adquiridas em função de força e momento aerodinâmicos, realizou-se uma decomposição por meio da aproximação de curvas utilizando o método dos mínimos quadrados.

Neste trabalho foram observados resultados satisfatórios quanto a simulação do escoamento em torno das seções retangulares estáticas usando os modelos de turbulência  $k - \omega SST$  e  $k - \omega SST LM$ , já o modelo  $k - \varepsilon$  não previu uma boa distribuição da pressão. Na análise dos coeficientes aerodinâmicos todos os modelos de turbulência apresentaram uma boa concordância com os valores referenciais, podendo afirmar que tanto os modelos de turbulência como a metodologia de RANS foram precisos na capturação desses esforços.

Dos resultados das simulação dinâmica para a estrutura R5, utilizou-se os três modelos de turbulência trabalhados nesta pesquisa e esperava-se que o modelo  $k - \omega SST LM$ , apresentasse melhores resultados, como não houve uma melhoria, optou-se por utilizar apenas o modelo  $k - \omega SST$  nas demais estruturas. Os resultados extraídos de todas as estruturas apresentaram uma boa precisão quando comparados aos valores referenciais numéricos e experimentais.

Com base nos resultados obtidos das análises dinâmicas e o cálculo dos coeficientes de flutter, realizou-se o cálculo da estimativa da velocidade crítica de flutter para cada estrutura. Comparando a velocidade crítica obtida da seção R5 pelo emprego dos coeficientes de flutter e fazendo uma comparação com o deck da ponte Tacoma Narrow, cujo o qual possui o mesmo comprimento característico, conclui-se que existe boa concordância dos resultados. A influência da razão de aspecto na velocidade crítica de flutter pode ser claramente destacada, além de corresponderem a velocidades factíveis de serem alcançadas.

### 7.1 TRABALHOS FUTUROS

Para dar continuidade a aplicação da metodologia propõe estender-se a outras estruturas, como tabuleiros de pontes, perfis aeronáuticos, turbinas eólicas, entre outros. Além disso, como a metodologia proposta permite estimar a velocidade crítica do flutter, será possível realizar uma análise de interação de estrutura em um modelo 3D acoplado. Dessa forma, recomenda-se para trabalhos futuros:



- Aumentar a razão de aspecto das seções estudadas.
- Aferir a velocidade críticas em modelos tridimensionais, com o acoplamento da CFD e o MEF.
- Estudar outros modelos para a obtenção dos coeficientes aeroelásticos.

## REFERÊNCIAS

- ABBAS, T.; KAVRAKOV, I.; MORGENTHAL, G. Methods for flutter stability analysis of long-span bridges: A review. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Bridge Engineering*, v. 170, n. 4, p. 271–310, 2017. ISSN 17517664.
- ANDERSEN, M. S. et al. Flutter derivatives from free decay tests of a rectangular B/D=10 section estimated by optimized system identification methods. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 156, n. November 2017, p. 284–293, 2018. ISSN 18737323. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.11.059>>.
- BRADSHAW, P.; WONG, F. Y. F. The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 52, n. 6, p. 113–135, 1972. ISSN 00011452.
- BRIKA, D.; LANEVILLE, A. Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 250, n. EM5, p. 481–508, 1993. ISSN 14697645.
- BRUNO, L.; SALVETTI, M. V.; RICCIARDELLI, F. Benchmark on the aerodynamics of a rectangular 5:1 cylinder: An overview after the first four years of activity. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 126, p. 87–106, 2014. ISSN 01676105. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2014.01.005>>.
- CHOI, C. K.; KWON, D. K. Determination of the Strouhal number based on the aerodynamic behavior of rectangular cylinders. *Wind and Structures, An International Journal*, v. 3, n. 3, p. 209–220, 2000. ISSN 12266116.
- COLLAR, M. A. R. The expanding domain of aeroelasticity. *American Economic Review*, v. 75, n. 6, p. 53–68, 1946. ISSN 00028282.
- DOWELL, E. H. et al. *A modern course in aeroelasticity*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 116. 1–766 p. ISSN 09250042. ISBN 9781402020391.
- FREIRE, A. P. S.; MENUT, P. P. M.; SU, J. *Turbulência*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2. 91 p. ISSN 2177-3815. ISBN 8585769106.
- FUNG, Y.-c. *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*. [S.l.: s.n.], 1993. v. 66. 513 p. ISSN 00029890. ISBN 0486678717.
- GAO, G. et al. Modelling nonlinear aerodynamic damping during transverse aerodynamic instabilities for slender rectangular prisms with typical side ratios. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier Ltd, v. 197, n. June 2019, p. 104064, 2020. ISSN 01676105. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jweia.2019.104064>>.
- HALLAK, P. H. *Parâmetros Aeroelásticos para Pontes via Fluidodinâmica Computacional*. Tese (Doutorado), 2002.
- HANJALIĆ, K.; LAUNDER, B. E. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 52, n. 4, p. 609–638, 1972. ISSN 14697645.
- HARLOW, F. H.; NAKAYAMA, P. I. Transport of Turbulence Energy Decay Rate. *Los Alamos National Laboratory*, p. 7, 1968.

- HELGEDAGSRUD, T. A. et al. Isogeometric Modeling and Experimental Investigation of Moving-Domain Bridge Aerodynamics. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 145, n. 5, p. 04019026, 2019. ISSN 0733-9399.
- HIRANO, H.; MARUOKA, A.; WATANABE, S. Calculation of aerodynamic properties of rectangular cylinder with slenderness ratio of 2:1 under various angles of wind incidence. *J. Struct. Eng.*, v. 48, p. 971–978, 2002.
- HIRSCH, C. *Internal flows*. [S.l.: s.n.], 2007. ISBN 0891166696.
- HODGES, D. H.; PIERCE, G. A. Introduction to structural dynamics and aeroelasticity, second edition. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity, Second Edition*, v. 9780521195904, p. 1–247, 2011.
- HOLZMANN, T. *Mathematics, numerics, derevations and OpenFoam*. [S.l.: s.n.], 2019. <https://news.ge/anakliis-porti-aris-qveynis-momava> p.
- ISSA, R. I. Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting. *JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS*, v. 62, n. 2, p. 40–65, 1982. ISSN 15210634.
- JASAK, H. *Error analysis and estimation for finite volume method with applications to fluid flow*. Tese (Doutorado), 1996.
- KÁRMÁN, T. V. On the statistical theory of turbulence. *Fluid Dynamics*, v. 23, n. 6, p. 98–105, 1937. ISSN 15738507.
- KEERTHANA, M.; HARIKRISHNA, P. Wind tunnel investigations on aerodynamics of a 2:1 rectangular section for various angles of wind incidence. *Wind and Structures, An International Journal*, v. 25, n. 3, p. 301–328, 2017. ISSN 12266116.
- LANGTRY, R. B.; MENTER, F. R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes. *AIAA Journal*, v. 47, n. 12, p. 2894–2906, 2009. ISSN 00011452.
- LAUNDER, B.; SANDHAM, N. *Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows*. [S.l.: s.n.], 2002. 770 p. ISBN 9780521792080.
- LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 3, n. 2, p. 269–289, 1974. ISSN 00457825.
- Le Maître, O. P.; SCANLAN, R. H.; KNIO, O. M. Estimation of the flutter derivatives of an NACA airfoil by means of Navier-Stokes simulation. *Journal of Fluids and Structures*, v. 17, n. 1, p. 1–28, 2003. ISSN 08899746.
- LEONARD, B. P. A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 19, n. 1, p. 59–98, 1979. ISSN 00457825.
- LI, Y. et al. Refined Mathematical Models for Across-Wind Loads of Rectangular Tall Buildings with Aerodynamic Modifications. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 21, n. 9, 2021. ISSN 17936764.

LIMAS, L. F. *DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS AERODINÂMICAS DE SEÇÕES TRANSVERSAIS DE PONTES EM TUNEL DE VENTO*. Tese (Doutorado), 2003.

LIN, S. et al. Effects of oscillation amplitude on motion-induced forces for 5:1 rectangular cylinders. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier Ltd, v. 186, n. January, p. 68–83, 2019. ISSN 01676105. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jweia.2019.01.002>>.

LIU, F. A Thorough Description Of How Wall Functions Are Implemented In OpenFOAM. *In Proceedings of CFD with OpenSource Software*, p. 1–30, 2017. Disponível em: <[http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS\\\_\\\_CFD](http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS\_\_CFD)>.

LUMLEY, J. L.; TENNEKES, H. *A First Course in Turbulence*. 1972. ed. [S.l.: s.n.], 1972. 320 p. ISBN 978-0262200196.

MANNINI, C. *Flutter vulnerability assessment of flexible bridges*. 207 p. Tese (Doutorado), 2006.

MANNINI, C.; MARRA, A. M.; BARTOLI, G. VIV-galloping instability of rectangular cylinders: Review and new experiments. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 132, p. 109–124, 2014. ISSN 01676105. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2014.06.021>>.

MANNINI, C. et al. The effects of free-stream turbulence and angle of attack on the aerodynamics of a cylinder with rectangular 5:1 cross section. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 161, n. October 2016, p. 42–58, 2017. ISSN 01676105. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2016.12.001>>.

MANNINI, C.; ŠODA, A.; SCHEWE, G. Unsteady RANS modelling of flow past a rectangular cylinder: Investigation of Reynolds number effects. *Computers and Fluids*, Elsevier Ltd, v. 39, n. 9, p. 1609–1624, 2010. ISSN 00457930. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2010.05.014>>.

MATSUMOTO, M. Aerodynamic damping of prisms. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 59, n. 2-3, p. 159–175, 1996. ISSN 01676105.

MATSUMOTO, M. et al. Torsional flutter of bluff bodies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 69-71, p. 871–882, 1997. ISSN 01676105.

MATSUMOTO, M. et al. Aerodynamic effects of the angle of attack on a rectangular prism. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 77-78, p. 531–542, 1998. ISSN 01676105.

MENTER, F. R. Influence of freestream values on  $k-\omega$  turbulence model predictions. *AIAA Journal*, v. 30, n. 6, p. 1657–1659, 1992. ISSN 00011452.

MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, 1994. ISSN 00011452.

MENTER, F. R. Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective. *International journal of computational fluid dynamics*, Taylor & Francis, v. 23, n. 4, p. 305–316, 2009.

MENTER, F. R.; LANGTRY, R.; VÖLKER, S. Transition modelling for general purpose cfd codes. *Flow, turbulence and combustion*, Springer, v. 77, n. 1, p. 277–303, 2006.

MIRANDA, S. de et al. On the identification of flutter derivatives of bridge decks via RANS turbulence models: Benchmarking on rectangular prisms. *Engineering Structures*, Elsevier Ltd, v. 76, p. 359–370, 2014. ISSN 01410296. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.07.027>>.

MIYATA, T.; MIYAZAKI, M. Turbulence effects on aerodynamic response of rectangular bluff cylinders. in: *Proc. Fifth Int. Conf. on Wind Engineering, (Fort Collins, U.S.a.: Jul.8-14, 1979)*, J.E. Cermak (Ed), Pergamon Press Ltd, v. 1, New Yo, p. 631–642, 1979. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/B978-1-4832-8367-8.50062-0>>.

MORICONI, L. *Introdução Teoria Estatística da Turbulência*. [S.l.]: Turbulência, 2008.

MOUKALLED, F.; MANGANI, L.; DARWISH, M. *Erratum to The finite volume method in computational fluid dynamics [Fluid Mechanics and Its Applications, 113, DOI 10.1007/978-3-319-16874-6]*. [S.l.: s.n.], 2016. v. 113. E1 p. ISSN 09265112. ISBN 9783319168739.

NGUYEN, D. T.; HARGREAVES, D. M.; OWEN, J. S. Vortex-induced vibration of a 5:1 rectangular cylinder: A comparison of wind tunnel sectional model tests and computational simulations. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier Ltd, v. 175, n. June 2017, p. 1–16, 2018. ISSN 01676105. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jweia.2018.01.029>>.

NIETO, F. et al. Bridge deck flutter derivatives: Efficient numerical evaluation exploiting their interdependence. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 136, p. 138–150, 2015. ISSN 01676105.

Okajima. Strouhal number of rectangular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 123, p. 379–398, 1982.

PARKER, R.; WELSH, M. C. Effects of sound on flow separation from blunt flat plates. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 4, n. 2, p. 113–127, 1983. ISSN 0142727X.

PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 15, n. 10, p. 1787–1806, 1972. ISSN 00179310.

PATRUNO, L. Accuracy of numerically evaluated flutter derivatives of bridge deck sections using RANS: Effects on the flutter onset velocity. *Engineering Structures*, Elsevier Ltd, v. 89, p. 49–65, 2015. ISSN 1873-7323. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.01.034>>.

RHIE, C. M.; CHOW, W.-L. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA journal*, v. 21, n. 11, p. 1525–1532, 1983.

RONNE, M.; LARSEN, A.; WALTHER, J. H. The nose-up effect in twin-box bridge deck flutter: Experimental observations and theoretical model. *Wind and Structures, An International Journal*, v. 32, n. 4, p. 293–308, 2021. ISSN 15986225.

RUMSEY, C. *Turbulence Modeling Resource*. 2022. Disponível em: <<https://turbmodels.larc.nasa.gov/index.html>>.

SÁ, L. L. de. *Obtenção dos coeficientes de flutter utilizando simulações via CFD*. 5–24 p. Dissertação (Mestrado), 2021.

SANCHES, R. A. K. *Sobre o acoplamento fluido-casca utilizando o método dos elementos finitos*. 228 p. Tese (Doutorado), 2011.

SARKAR, P. P. et al. Comparative and sensitivity study of flutter derivatives of selected bridge deck sections, Part 1: Analysis of inter-laboratory experimental data. *Engineering Structures*, Elsevier Ltd, v. 31, n. 1, p. 158–169, 2009. ISSN 01410296. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.07.020>>.

ŠARKIĆ, A. et al. Bridge flutter derivatives based on computed, validated pressure fields. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 104-106, p. 141–151, 2012. ISSN 01676105.

SCANLAN, R. H.; TOMKO, J. Airfoil and bridge deck flutter derivatives. *Journal of Soil Mechanics Foundations Div*, 1971.

SCHEWE, G. Reynolds-number-effects in flow around a rectangular cylinder with aspect ratio 1:5. *Journal of Fluids and Structures*, v. 39, p. 15–26, 2013. ISSN 10958622.

SHIMADA K. ISHIHARA, T. Kinematics and Dynamics of Sphere. v. 16, p. 575–585, 2001.

SIMIU, E.; SCANLAN, R. H. *Wind Effects on Structures*. [S.l.: s.n.], 1996. ISBN 0471121576.

SOHANKAR, A. Large eddy simulation of flow past rectangular-section cylinders: Side ratio effects. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 96, n. 5, p. 640–655, 2008. ISSN 01676105.

STAROSSEK, U.; ASLAN, H.; THIESEMANN, L. Experimental and numerical identification of flutter derivatives for nine bridge deck sections. *Wind and Structures, An International Journal*, v. 12, n. 6, p. 519–540, 2009. ISSN 12266116.

STRINGER, R. M.; ZANG, J.; HILLIS, A. J. Unsteady RANS computations of flow around a circular cylinder for a wide range of Reynolds numbers. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 87, p. 1–9, 2014. ISSN 00298018. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2014.04.017>>.

THEODORSEN, T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. v. 108, n. 496, p. 291–305, 1934.

THIESEMANN, L.; BERGMANN, D.; STAROSSEK, U. Numerical and experimental evaluation of flutter derivatives by means of the forced vibration method. *Proc. 11th ICWE, Lubbock, ...*, 2003. Disponível em: <<http://www.tuhh.de/sdb/starossek/Veroeffentlichungen/Dateien/NumericalandExperimentalEvaluationofFlutterDerivatives.pdf>>.

THOMASON, W. Bachelor of Engineering Thesis. n. October, p. 70, 2016.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method*. Pearson Education. [S.l.: s.n.], 2007. v. 2. 503 p.

VIKRAM, C. K. Analysis by CFD for flow past circular and square cylinder. *International Journal of Innovations in Engineering and Technology*, v. 4, n. 3, p. 72–76, 2014.

WASHIZU, K. et al. Aeroelastic instability of rectangular cylinders in a torsional mode due to a transverse wind. *Journal of Sound and Vibration*, v. 72, n. 4, p. 195–210, 1978. ISSN 0022460x.

WASHIZU, K. et al. Instability Mode of Rectangular Cylinders Wind in a Torsional. *Journal of Sound and Vibration*, v. 72, p. 507–521, 1980.

WILCOX, D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. 2006. ed. [S.l.: s.n.], 2006. 536 p. ISBN 9781928729082.

WILCOX, D. C. Formulation of the  $k-\omega$  turbulence model revisited. *AIAA Journal*, v. 46, n. 11, p. 2823–2838, 2008. ISSN 00011452.

YANG, Y. et al. Aerodynamic admittance of a 5:1 rectangular cylinder in turbulent flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 189, n. January, p. 125–134, 2019. ISSN 01676105.

YU, D.; KAREEM, A. Parametric study of flow around rectangular prisms using LES. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 77-78, p. 653–662, 1998. ISSN 01676105.

ZHANG, Z. et al. Evaluation of Various Turbulence Models in Predicting Airflow and Turbulence in Enclosed Environments by CFD : Part 2 — Comparison with Experimental Data from Literature Evaluation of Various Turbulence Models in Predicting Airflow and Turbulence in Enclo. *HVAC&R Research*, v. 9669, n. February 2016, p. 37–41, 2011.

## APÊNDICE A – Simulações estáticas

Modelos		$k-\varepsilon$				$k-\omega SST$				$k-\omega SST LM$			
Ângulo		0	2	5	10	0	2	5	10	0	2	5	10
R2	$C_D$	0.60	0.61	0.62	0.75	0.71	0.67	0.68	0.83	0.68	0.68	0.67	0.82
	$C_L$	0	0.1007	0.1828	-0.0318	0	0.055	0.232	0.314	0	0.0477	0.2529	0.133
	$C_M$	0	0.0775	0.1444	0.1443	0	0.016	0.041	0.141	0	0.0144	0.0521	0.133
	$St$	0.048	0.048	0.097	0.122	0.061	0.061	0.122	0.122	0.073	0.072	0.122	0.122
R5	$C_D$	0.213	0.220	0.266	0.405	0.219	0.237	0.342	0.543	0.217	0.231	0.321	0.643
	$C_L$	0	-0.243	-0.362	-0.615	0.106	-0.204	-0.652	-0.905	0.064	-0.192	-0.575	-1.580
	$C_M$	0.01	-0.085	0	-0.775	0.064	0.712	0.579	0.314	0.201	0.136	0.098	-0.373
	$St$	0.121	0.488	0.061	0.121	0.121	0.121	0.121	0.121	0.121	0.121	0.121	0.073
R8	$C_D$	0.137	0.142	0.187	0.294	0.127	0.137	0.179	0.402	0.140	0.135	0.176	0.402
	$C_L$	0.003	-0.289	-0.535	-0.653	-0.007	-0.284	-0.383	-0.983	0.003	-0.296	-0.387	-0.988
	$C_M$	0.023	0.001	0.002	0.022	-0.001	-0.046	0.053	-0.227	0.001	-0.062	0.011	-0.233
	$St$	0.1465	0.1465	0.1465	0.1465	0.1465	0.1465	0.1465	0.1465	0.1465	0.1465	0.1465	0.146
R10	$C_D$	0.112	0.115	0.160	0.259	0.116	0.113	0.155	0.351	0.114	0.113	0.153	0.346
	$C_L$	0	-0.294	-0.587	-0.666	-0.035	-0.353	0.463	-1.039	-0.003	-0.353	-0.459	-1.017
	$C_M$	0.002	-0.540	-0.749	-0.506	0.017	-0.253	-0.111	-0.466	-0.003	-0.029	-0.145	-0.508
	$St$	0.170	0.170	0.048	0.073	0.146	0.061	0.061	0.061	0.146	0.121	0.0241	0.073



APÊNDICE B – Fluxograma

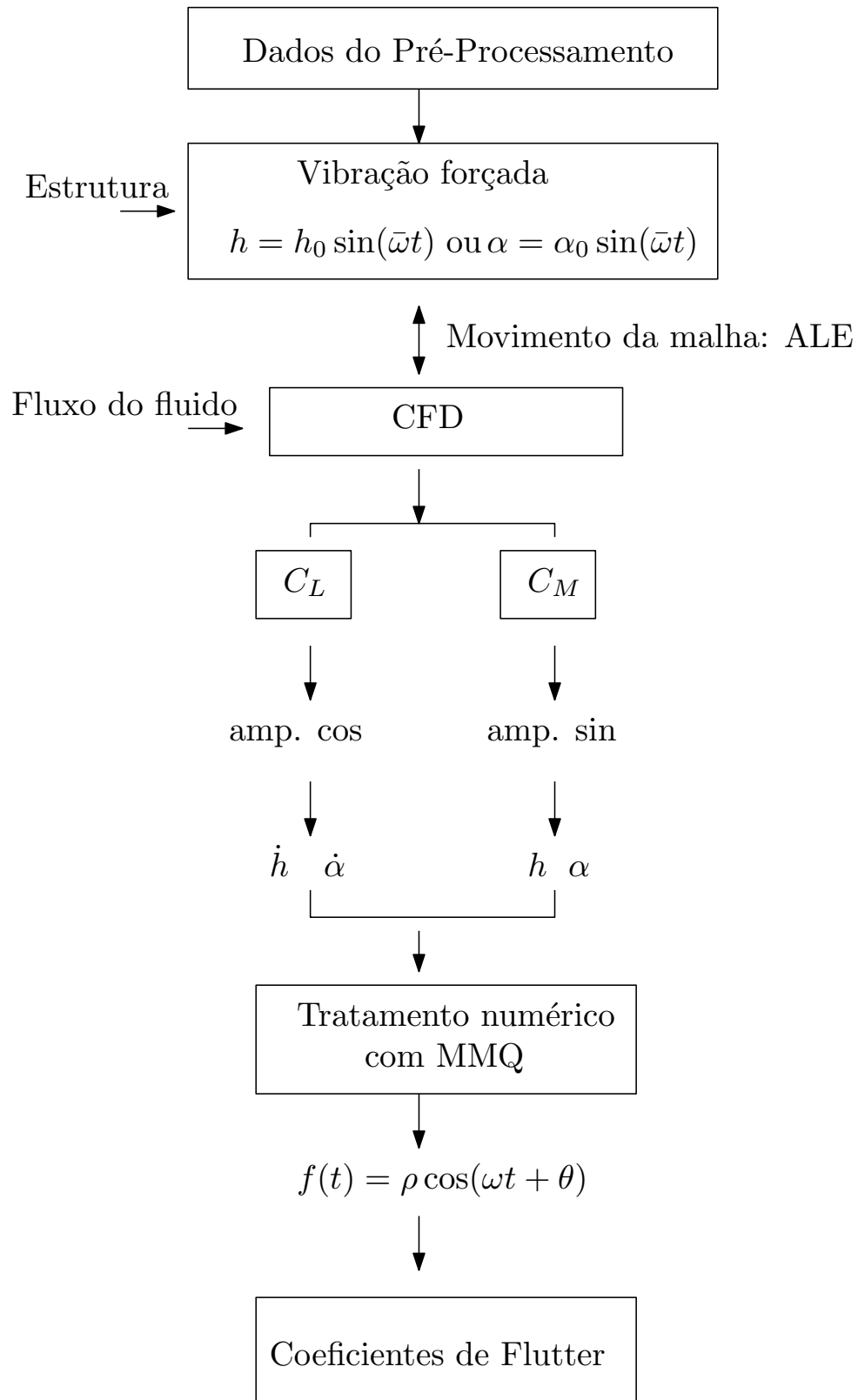


Figura 51 – Fluxograma do processamento baseado na metodologia de Scanlan e Tomko (1971).