Universidade Federal de Juiz de Fora Instituto de Ciências Exatas Programa de Pós-Graduação em Física

Wanglêsio Silveira de Farias

Comportamento Estático e Dinâmico de Skyrmions em Nanofitas Magnéticas Curvadas Via Simulação Micromagnética

Juiz de Fora

2023

Wanglêsio Silveira de Farias

Comportamento Estático e Dinâmico de Skyrmions em Nanofitas Magnéticas Curvadas Via Simulação Micromagnética

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Física. Área de concentração: Física.

Orientador: Pablo Zimmermann Coura

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF

com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Farias, Wanglêsio Silveira de.

Comportamento Estático e Dinâmico de Skyrmions em Nanofitas Magnéticas Curvadas Via Simulação Micromagnética / Wanglêsio Silveira de Farias. – 2023.

101 f. : il.

Orientador: Pablo Zimmermann Coura

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Física, 2023.

1. Skyrmion. 2. Superfície curvada. 3. Defeito geométrico. 4. Simulação micromagnética. 5. Equação de Thiele. I. Zimmermann Coura, Pablo, orient. II. Título.

Comportamento Estático e Dinâmico de Skyrmions em Nanofitas Magnéticas Curvadas Via Simulação Micromagnética

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Física. Área de concentração: Física.

Aprovada em 15 de março de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Pablo Zimmermann Coura - Orientador Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Vagson Luiz de Carvalho Santos

Universidade Federal de Viçosa

Prof. Dr. Sidiney de Andrade Leonel

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Maikel Yusat Ballester Furones

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Fernando Sato Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Valdemir Eneias Ludwig

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 17/03/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Pablo Zimmermann Coura**, **Professor(a)**, em 20/03/2023, às 09:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do <u>Decreto nº</u> 10.543, de 13 de novembro de 2020.



Documento assinado eletronicamente por **Vagson Luiz de Carvalho Santos**, **Usuário Externo**, em 21/03/2023, às 14:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do <u>Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Maikel Yusat Ballester Furones**, **Professor(a)**, em 22/03/2023, às 17:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.



Documento assinado eletronicamente por **Valdemir Eneias Ludwig**, **Professor(a)**, em 22/03/2023, às 17:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do <u>Decreto nº 10.543</u>, <u>de 13 de novembro de 2020</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Sidiney de Andrade Leonel**, **Professor(a)**, em 23/03/2023, às 10:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do <u>Decreto nº</u> <u>10.543, de 13 de novembro de 2020</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Fernando Sato**, **Professor(a)**, em 23/03/2023, às 23:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do <u>Decreto nº 10.543, de 13</u> <u>de novembro de 2020</u>.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1190716** e o código CRC **A2EF4516**.

AGRADECIMENTOS

A Deus e à família, meus pais Francisco Silveira e Eronildes Farias, que mesmo à distância, se fizeram presentes dando apoio e torcendo pelo meu sucesso. Aos meus filhos, Hangel e Serena, por proporcionarem momentos de alegria quando eu estava cansado, precisando de uma pausa. Em especial, a companheira Helena Farias, pelos cuidados e carinhos no acompanhamento dessa jornada. A minha irmã, Silvana Farias, com quem troquei ideias sobre vários pontos cruciais, para tomadas de decisões importantes, que surgiram nesse período. Ao meu irmão, Cafu, com quem sempre pude contar para resolver problemas diversos que surgiram na minha ausência.

Ao prof. Dr. Pablo Zimmermann, por toda a orientação e dedicação ao trabalho, incluindo as lições nas disciplinas. Foi muito tempo dedicado à elaboração e melhorias dos programas escritos em Fortran 90 e que foram fundamentais para o andamento da pesquisa, além das inúmeras correções/sugestões em tempo hábil nas escritas de artigo e tese, com respeito e zelo por uma pesquisa de qualidade. Registro minha gratidão pela confiança e ensinamentos depositados desde o início do doutorado.

Ao Laboratório de Simulação Computacional do Departamento de Física da UFJF, na pessoa do prof. Dr. Fernando Sato, a quem agradeço pela administração do Laboratório e pelo ensino da linguagem Fortran 90. Esse conjunto garantiu que os cálculos numéricos necessários para a realização deste trabalho acontecessem.

À Universidade Federal de Juiz de Fora, por manter com muito zelo o funcionamento do programa de Pós-graduação, que possui um quadro de professores muito bem preparados. Assim, agradeço aos professores que mantive um contato mais direto no aprendizado de disciplinas fundamentais: Dr. José Paulo, Dra. Maria Cristina e Dr. Sidiney Leonel, pela confiança e ensinamentos. Bem como às instituições brasileiras de fomento, Capes, CNPq, Finep e FAPEMIG, que financiam projetos na UFJF, possibilitando o acesso às máquinas utilizadas nesse estudo. Esse conjunto tornou o trabalho da pesquisa possível.

À Secretaria do Programa de Pós-graduação em Física, na pessoa do Sr. Domingos, sempre muito eficiente e cuidadoso, com todas as documentações necessárias, para a minha permanência no Programa, frente ao cumprimento com os atos legais do meu afastamento junto a SEDUC-CE (Secretaria da Educação do Estado do Ceará). Ao Governo do Estado do Ceará, na representação da SEDUC-CE, por garantir em Leis direito à formação continuada dos profissionais da educação, reconhecimento que proporcionou minha liberação para realização do doutorado em Física.

Por fim, agradeço aos colegas da Pós-graduação, Carolaine Brito, Henrique Santiago, Ícaro e Isaac Santece, que contribuíram com dicas, sugestões, trocas de conhecimentos e materiais, se tornando importantes em todo esse grandioso processo.

"A ciência é muito mais que um corpo de conhecimentos. É uma maneira de pensar". Carl Sagan (1934-1996)

RESUMO

O objetivo deste trabalho é estudar o comportamento de skyrmions na nanofita magnética com superfície curvada, verificando a estabilidade, o movimento e as alterações no raio do skyrmion na interface do material CoPt. Utilizamos simulações micromagnéticas, que consideram a dinâmica da magnetização dos spins na rede, usando a equação de Landau-Lifshiz-Gilbert, com aplicação do método de integração, para definir a configuração dos momentos magnéticos, considerando as energias das interações que atuam no sistema com a existência de um skyrmion, sendo elas: de troca isotrópica, anisotrópica magnetocristalina, dipolar e Dzyaloshinskii-Moriya. Dividimos o estudo em duas partes: primeiramente, fizemos um estudo estático, onde verificamos as condições de deformação e aniquilação, quando o skyrmion se encontra na superfície cilíndrica aberta do tipo curvatura positiva e negativa, respectivamente, com raio da curvatura variável. Diferenciando-se da superfície plana, o skyrmion pode ser deformado em uma forma elíptica na curvatura positiva. Na curvatura negativa, encontramos um raio de curvatura crítico, abaixo do qual o skyrmion é aniquilado. Na segunda parte, realizamos um estudo dinâmico numa nanofita com um defeito geométrico na forma de uma superfície cilíndrica do tipo curvatura positiva ou negativa, intercalado por duas superfícies planas. Estudamos as condições de deformação e aniquilação para vários valores do raio da curvatura, da largura do defeito geométrico e da densidade de corrente polarizada por spin, usada para mover o skyrmion na rede. Concluímos que a largura do defeito geométrico e do raio da curvatura interferem na aniquilação e deformação do skyrmion, também observamos um movimento acentuado na direção perpendicular à aplicação da corrente, mesmo com baixa densidade de corrente. Analisamos a forma do skyrmion medindo seu raio em duas direções perpendiculares e seu comportamento dinâmico ao passar pelo defeito geométrico, registrando as posições e as velocidades do centro do skyrmion. Uma força, atrativa ou repulsiva, é induzida pela curvatura. Assim, o skyrmion pode ser acelerado até sua velocidade atingir valores 14 vezes maiores que na superfície plana. Mostramos que esses resultados analíticos das simulações concordam com os resultados teóricos via equação de Thiele.

Palavras-chave: Skyrmion. Superfície curvada. Defeito geométrico. Simulação micromagnética. Equação de Thiele.

ABSTRACT

The objective of this work is to study the behavior of skyrmions on a magnetic racetrack with a curved surface, verifying the stability, movement, and changes in the skyrmion radius at the interface of the CoPt material. We use micromagnetic simulations, which consider the dynamics of the magnetization of the spins in the lattice, using the Landau-Lifshiz-Gilbert equation, with application of the integration method, to define the configuration of the magnetic moments, considering the energies of the interactions that act in the system with the existence of a skyrmion, namely: isotropic exchange, magnetocrystalline anisotropic, dipolar and Dzyaloshinskii-Moriya. We divided the study into two parts: first, we performed a static study, where we verified the conditions of deformation and annihilation, when the skyrmion is on the open cylindrical surface of positive and negative curvature type, respectively, with variable radius of curvature. Unlike the plane surface, the skyrmion can be deformed into an elliptical shape on positive curvature. At negative curvature, we find a critical radius of curvature, below which the skyrmion is annihilated. In the second part, we performed a dynamic study on a racetrack with a geometric defect in the form of a cylindrical surface with positive or negative curvature, interspersed between two plane surfaces. We studied the deformation and annihilation conditions for various values of the radius of curvature, the width of the geometric defect and the spin-polarized current density used to move the skyrmion in the lattice. We conclude that the width of the geometric defect and the radius of curvature interfere in the annihilation and deformation of the skyrmion, we also observed a marked movement in the direction perpendicular to the current application, even with low current density. Furthermore, we analyzed the shape of the skyrmion by measuring its radius in two perpendicular directions and its dynamic behavior when passing through the geometric defect, recording the positions and velocities of the center of the skyrmion. A force, attractive or repulsive, is induced by the curvature. Thus, the skyrmion can be accelerated until its speed reaches values 14 times greater than on the plane surface. We show that these analytical results of the simulations agree with the theoretical results via Thiele's equation.

Keywords: Skyrmion. Curved surface. Geometric defect. Micromagnetic simulations. Thiele's equation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 $$ –	Orientação dos momentos magnéticos de um material diamagnético na pre-
	sença do campo externo \vec{H}^{ext}
Figura 2 $\ -$	Orientação dos momentos magnéticos de um material paramagnético na
	presença do campo externo \vec{H}^{ext}
Figura 3 $$ –	Ordenamento magnético de materiais (a) ferromagnético, (b) ferrimagnético
	e (c) antiferromagnético em temperatura zero $(T = 0)$
Figura 4 $-$	Esquema da interação entre os primeiros vizinhos. A seta preta representa o
	momento magnético da célula $i = 1$ com os primeiros vizinhos em vermelho. 30
Figura 5 –	Representação da magnetização \vec{M} numa amostra, orientada com à presença
	de um campo externo $\vec{H}^{ext}.$ Dentro da amostra os polos dos dipolos magné-
	ticos adjacentes são compensados (N e S em grifos branco), o que não ocorre
	na extremidade do material (N e S em grifos amarelos), resultando no campo
	desmagnetizante \vec{H}_d
Figura 6 –	Exemplo de disposição dos momentos magnéticos e do vetor Dzyaloshinskii-
	Moriya na interface CoPt, conforme a eq. (2.63) em que \hat{d}_{ij} , \hat{z} e \hat{r}_{ij} são
	ortogonais entre si. Em cinza, temos o metal pesado (Pt) de grande acopla-
	mento spin-órbita e em ciano o material ferromagnético (Co) 40
Figura 7 $$ –	Representação dos momentos magnéticos da interface CoPt de uma nanofita
	plana com um (a) Skyrmion tipo Néel, a seta preta indica o momento
	magnético do centro. (b) Perfil da região central do skyrmion destacando o
	seu raio rs e a configuração de spins. O raio é definido des de o centro até a
	região em que o momento magnético na direção \hat{z} é nulo, setas vermelhas.
	As cores azul e amarelo indicam os momentos magnéticos com $0^\circ < \Theta < 90^\circ$
	e 90° < Θ < 180°, respectivamente
Figura 8 –	Sistema de coordenadas esféricas
Figura 9 –	Skyrmion tipo Néel: (a) $Q=-1,\nu=1$ e $\lambda=0$ e (b) $Q=-1,\nu=1$ e
	$\lambda = \pi$. Skyrmion tipo Bloch: (c) $Q = -1$, $\nu = 1$ e $\lambda = -\frac{\pi}{2}$ e (d) $Q = -1$,
	$\nu = 1$ e $\lambda = \frac{\pi}{2}$. As set as vermelhas indicam os momentos magnéticos com
	componente $m_z = 0.$
Figura 10 –	Definição dos ângulos conforme eq. (2.72) , destacando o raio do skyrmion
	magnético do tipo Bloch com $\lambda = \frac{\pi}{2}$

Figura 11	– Exemplificação vetorial dos tipos de paredes separando dois domínios de	
	magnetização oposta. (a) Parede Bloch, os momentos magnéticos rotacionam	
	no plano $xz,$ a seta vermelha tem sentido $-\hat{x}$ e (b) Parede Néel, os momentos	
	magnéticos rotacionam no plano yz	45
Figura 12	– Modelo de uma superfície cilíndrica aberta de raio $R=60\mathrm{nm}\mathrm{com}L_{\xi}=L_{\sigma}=$	
	162 nm, formado por 81 sítios nas direções $\hat{\xi}$ e $\hat{\sigma}$ do sistema de coordenadas	
	(ξ, σ, η) adotado	47
Figura 13	 Distribuição dos vetores normais em cada sítio da rede que define a superfície 	
	cilíndrica aberta. Para esses exemplos usamos $R=42\mathrm{nm},\mathrm{com}~L_{\xi}=L_{\sigma}=$	
	42 nm, sendo 21 sítios nas direções $\hat{\xi}$ e $\hat{\sigma}$ do sistema de coordenadas (ξ, σ, η) .	
	(a) Curvatura positiva (CP). (b) Curvatura negativa (CN)	47
Figura 14	– Distribuição dos vetores tangentes que unem cada sítio da rede idealizada	
	por uma superfície cilíndrica aberta de raio $R=42\mathrm{nm}$ do tipo CP, com	
	$L_{\xi} = L_{\sigma} = 42 \mathrm{nm},$ formada por 21 sítios nas direções $\hat{\xi}$ e $\hat{\sigma}$ do sistema de	
	coordenadas (ξ, σ, η)	48
Figura 15	 Modelo simplificado da configuração dos momentos magnéticos da superfície 	
	cilíndrica na interface CoPt (Essa é uma representação, não é resultado	
	de cálculos). As setas na cor laranja indicam os momentos magnéticos do	
	skyrmion do tipo Néel. Os vetores $\hat{\eta}_k$, $\hat{\xi}_k$ e $\hat{\sigma}_k$ representam a base curvilínea	
	ortogonal que definem, no sítio k da nanofita, a geometria da superfície. Os	
	vetores $\hat{\xi}_k$ e $\hat{\sigma}_k$ são tangentes à superfície e o vetor $\hat{\eta}_k = \hat{\xi}_k \times \hat{\sigma}_k$ é normal	
	à superfície. (a) Superfície curvada com curvatura positiva (CP) e (b) com	
	curvatura negativa (CN).	49
Figura 16	– Exemplo de uma nanofita com um DG entre duas nanofitas planas. O DG é	
	definido por uma superfície cilíndrica de comprimento L_{σ} , largura w e raio	
	$R,$ e podem ser do tipo CP e CN. Neste exemplo, $L_{\xi}=86\mathrm{nm},L_{\sigma}=58\mathrm{nm},$	
	$w=36\mathrm{nm}$ e $R=30\mathrm{nm}.$ A origem do sistema de coordenadas curvilínea	
	(ξ,σ,η) é colocada no centro da nanofita. As cores verde e amarelo indicam	
	a parte plana e o DG, respectivamente.	50
Figura 17	– Perfis da rede com curvatura positiva, $L_{\xi} = 39a$. As setas verdes e amarelas	
	indicam, respectivamente, os spins da parte plana e do DG. (a) $w=2a$ e	
	$R = 3a$, (b) $w = 6a \in R = 9a$, (c) $w = 18a \in R = 11a$, (d) $w = 30a \in R = 17a$.	50

Figura 18 –	- Perfis da rede com curvatura negativa, $L_{\xi} = 39a$. As setas verdes e amarelas
	indicam, respectivamente, os spins da parte plana e do DG. (a) $w=2a$ e
	R = 5a, (b) $w = 6a$ e $R = 7a$, (c) $w = 18a$ e $R = 13a$, (d) $w = 30a$ e $R = 11a$. 51

Figura 19 –	Torque responsável pela precessão do momento magnético em torno de um	
	campo efetivo. (a) Em sistema sem amortecimento (conservativo), $\alpha=0$ e o	
	ângulo polar Θ constante; (b) Em sistema com amorte cimento, $\alpha>0$ e Θ	
	diminuindo	55
Figura 20 –	Esquema do momento magnético inicial e suas componentes no sistema de	
	coordenadas esféricas, com os versores ortogonais usados na geometria da	
	nanofita curvada. O ponto S representa o centro do skyrmion (que nem	
	sempre coincide com o centro do sistema, razão do uso da notação com	
	versores nos eixos)	57
Figura 21 –	Recorte de uma nanofita plana com um skyrmion no centro, usamos $s=0,4$	
	e parâmetros do CoPt (Tabela 1). A seta na cor vermelha, no centro das	
	figuras, tem sentido entrando no plano da folha; as setas na cor amarela,	
	próximas às bordas, tem sentido saindo do plano da folha; e as setas na cor	
	laranja indicam a região próxima à delimitação do raio do skyrmion. (a) No	
	início da simulação com $rs_0=2a$ e (b) após o equilíbrio em 1 milhão de	
	passos, estabilizado com $rs = 3,16a$	58
Figura 22 –	Força de Magnus e força de arrasto presentes no movimento do skyrmion,	
	com $Q=-1,$ destacando o ângulo skyrmion Hall (Θ_{SkH}) em uma nanofita	
	plana	62
Figura 23 –	Componentes do raio do skyrmion na superfície com CP em função do raio	
	da curvatura $R,$ quando completados 1 milhão de passos na simulação. Na	
	superfície plana, $rs_{\xi} = rs_{\sigma} = rs \approx 3,16a$	64
Figura 24 –	Recortes da região central $(L_{\xi}=L_{\sigma}=37a)$ da nanofita com CP (vista da	
	parte côncava), apresentando o skyrmion estabilizado no centro, quando	
	alcançado 1 milhão de passos na simulação. Os pontos pretos no centro	
	representam o momento magnético com sentido saindo do plano da folha,	
	ou seja, $m_k^{\eta} = -1$; as setas vermelhas delimitam o raio do skyrmion, em	

que $-1 < m_k^\eta < 0$. (a) $R = 19a, rs_{\xi} = 6,28a$ e $rs_{\sigma} = 9,03a$ (b) R = 23a,

Figura 25 –	Componentes do raio do skyrmion em função de D , no plano e em sistemas	
	com curvatura positiva, para alguns valores de R	65
Figura 26 –	Componentes do raio do skyrmion na superfície com CN em função do raio	
	da curvatura $R,$ quando completados 1 milhão de passos na simulação. Na	
	superfície plana, $rs_{\xi} = rs_{\sigma} = rs \approx 3,16a.$	66
Figura 27 –	Recorte da região central $(L_{\xi}=L_{\sigma}=29a)$ da nanofita com CN e $R=29a$	
	(vista da parte convexa), apresentando o skyrmion estabilizado no centro	
	com $rs_{\xi}=rs_{\sigma}=2,01a,$ quando alcançado 1 milhão de passos na simulação.	
	O ponto preto no centro representam o momento magnético com sentido	
	saindo do plano da folha, ou seja, $m_k^\eta = -1;$ as setas vermelhas delimitam o	
	raio do skyrmion, em que $-1 < m_k^\eta < 0.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~.~$	66
Figura 28 –	Componentes do raio do skyrmion em função de D , no plano e em sistemas	
	com curvatura negativa, para alguns valores de $R. \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	67
Figura 29 –	Os valores do raio R da superfície cilíndrica com CN, para os quais o skyrmion	
	é aniquilado, são alterados em função de $D.$	67
Figura 30 –	Energia total em função do raio de curvatura ${\cal R}$ na superfície cilíndrica (CP	
	e CN), com um skyrmion no centro. A linha roxa é a energia total em uma	
	nanofita plana. Os pontos em falta, referente a CN, são devidos à aniquilação	
	do skyrmion para $R < 29a$	68
Figura 31 –	Diagrama de fase para o movimento dos skyrmions para vários valores de ${\cal R}$	
	e \boldsymbol{w} numa nanofita com curvatura positiva, usando a densidade de corrente	
	polarizada por spin: $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \mathrm{A/m^2}$. Os pontos onde não há	
	marcadores, correspondem aqueles em que $\varphi > 180^\circ$ (ver seção 3.1). 	70
Figura 32 –	Nanofita com DG do tipo CP ($L_{\xi} = 111a; L_{\sigma} = 141a$) com $w = 18a$ (-9a	
	a 9a) e $R=15a,$ destacando uma situação em que o skyrmion cresce com	
	$rs_{\sigma}>3rs~(rs_{\xi}=5,67a;rs_{\sigma}=11,86a),$ com centro localizado em $\bar{\xi}=1,57a$ e	
	$\bar{\sigma}=41,\!04a,$ na passagem pelo DG usando $j_{e1}.$ A linha azul indica a trajetória	
	do centro do skyrmion	71
Figura 33 –	Caso em que o skyrmion se move com $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \mathrm{A/m^2}$ ao longo	
	do DG do tipo CP, até parar próximo à borda da nanofita de dimensões	
	$L_{\xi} = 111a \text{ e } L_{\sigma} = 199a$, devido ao seu caráter repulsivo	72

Figura 34 – Trajetória do skyrmion em uma rede maior, $L_{\xi} = 111a$ e $L_{\sigma} = 199a$, em razão de uma baixa densidade de corrente polarizada por spin, $j_e =$ $-0.1 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$, evidenciando o movimento na direção $\hat{\sigma}$ ao longo do DG do tipo CP, antes de parar próximo à borda da nanofita. 73Figura 35 – Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CP e w = 6a, para diferentes valores de R, com $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$. O deslocamento na direção $\hat{\sigma}$ é inversamente proporcional a R, mudando o ponto de saída do skyrmion no DG na direção $\hat{\sigma}$, mas mantendo fixo o ponto de retorno na direção $\hat{\xi}$ 74Figura 36 – Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CP, w = 20a e R = 28a, para $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$, $j_{e2} = -1.0 \times 10^{12} \text{ A/m}^2 \text{ e } j_{e3} = -2.0 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$. 74 Figura 37 – Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CP e R = 29a, para diferentes valores de $w,~{\rm com}~j_{e1}=~-0.5\times10^{12}\,{\rm A/m^2}.~{\rm O}$ deslocamento na direção $\hat{\sigma}$ é diretamente proporcional a w, mudando o ponto de saída do skyrmion no DG na direção $\hat{\sigma}$ e o ponto de retorno na direção $\hat{\xi}$. Os ângulos de abertura (φ), para essa combinação de R = 29a com w = 2a, $w = 4a, w = 10a, w = 20a e w = 30a, são 3,9^{\circ}, 7,9^{\circ}, 19,8^{\circ}, 39,5^{\circ} e 59,3^{\circ},$ 75respectivamente. Figura 38 – Valores de rs_{ξ} e rs_{σ} durante o movimento do skyrmion na nonofita com um DG do tipo CP, para alguns valores de $w, R \in j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$. Em (a), (b), (c) é possível observar comportamento inesperado nos valores de $rs_{\mathcal{E}}$ e rs_{σ} quando o skyrmion cruza o DG. Em (d), (e), (f) o efeito da curvatura sobre o skyrmion é mais intenso, de forma que os valores do raio começam a se aproximar dos registrados no estudo estático. 76Figura 39 – Diagrama de fase para o movimento dos skyrmions numa nanofita com curvatura negativa, variando $R \in w$. Os valores da densidade de corrente polarizada por spin usados aqui foram: $j_{e1}=-0.5\times10^{12}\,\mathrm{A/m^2},\;j_{e2}=$ $-1.0\times 10^{12}\,\mathrm{A/m^2}$ e $j_{e3}=-2.0\times 10^{12}\,\mathrm{A/m^2}$. Com exceção de dois valores, o diagrama de fases não depende dos valores da densidade de corrente

polarizada por spin utilizados neste trabalho.

77

- Figura 40 Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CN e w = 6a, para diferentes valores de R, com $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$. O deslocamento na direção $\hat{\sigma}$ é inversamente proporcional a R, mudando o ponto de saída do skyrmion no DG na direção $\hat{\sigma}$, mas mantendo o ponto de retorno em $\bar{\xi} = 0$. 78

- Figura 44 Caso em que o skyrmion se move com $j_e = -0.1 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ na nanofita de dimensões $L_{\xi} = 111a$ e $L_{\sigma} = 199a$, sem conseguir entrar no DG do tipo CN. 80
- Figura 45 Valores de rs_{ξ} e rs_{σ} durante o movimento do skyrmion na nonofita com um DG to tipo CN, para alguns valores de w, R e $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$. Em (a) e (b) é possível observar comportamento inesperado nos valores de rs_{ξ} e rs_{σ} quando o skyrmion cruza o DG. Em (c), (d), (e), (f) o skyrmion diminui a influência da parte plana quando ele atravessa o DG, comportamento esperado. 81

Figura 49 –	Idealização de uma nanofita formada por uma combinação de curvaturas	
	positivas e negativas	84
Figura 50 –	Componentes do tensor dissipativo em função de $\bar{\xi}$ na nanofita com DG do	
	tipo CP, $w = 10a$ e $R = 22a$, aplicando $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{A/m^2}$	85
Figura 51 –	Componentes da velocidade do skyrmion v_{ξ} e v_{σ} em função de $\bar{\xi}$ na nanofita	
	com DG de largura $w = 16a$ do tipo CP e CN com $R = 27a$, em três	
	situações: com j_{e1} = $-0.5\times10^{12}\mathrm{A/m^2},\;j_{e2}$ = $-1.0\times10^{12}\mathrm{A/m^2}$ e j_{e3} =	
	$-2.0\times10^{12}\mathrm{A/m^2}.$ Comparamos os resultados teóricos usando as eqs. (3.41)	
	com os resultados das simulações	86
Figura 52 –	Componente da velocidade do skyrmion v_{ξ} (Figuras (a)-(f)) em função de $\bar{\xi}$	
	nas nanofitas com DG do tipo CP e CN, aplicando $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \mathrm{A/m^2}.$	
	Comparamos os resultados teóricos usando a eq. $(3.41\mathrm{a})$ com os resultados	
	das simulações	87
Figura 53 –	Componente da velocidade do skyrmion v_σ (Figuras (a)-(f)) em função de $\bar{\xi}$	
	nas nanofitas com DG do tipo CP e CN, aplicando $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \mathrm{A/m^2}.$	
	Comparamos os resultados teóricos usando a eq. $(3.41\mathrm{b})$ com os resultados	
	das simulações	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CD-ROM Compact Disc Read-Only Memory CP Curvatura Positiva CN Curvatura Negativa DG Defeito Geométrico DM Dzyaloshinskii-Moriya DVD Digital Vídeo Disc FIC Força Induzida pela Curvatura Giant Magnetoresistance GMR HDD Hard Disk Drive IBM International Business Machines Corporation LLG Landau-Lifshiz-Gilbert MRAM Magnetic Random Access Memory MTJ Magnetic Tunnel Junction RAM Random Access Memory SI Sistema Internacional de Unidades SOC Spin-Orbit Coupling STTSpin-Transfer Torque TMR Tunnelling Magnetoresistance Universidade Federal de Juiz de Fora UFJF

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1	CONSOLIDAÇÃO DO ELETROMAGNETISMO	22
2.2	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS MAGNÉTICOS	24
2.2.1	Diamagnetismo	25
2.2.2	Paramagnetismo	26
2.2.3	Magnetismo coletivo	27
2.3	INTERAÇÕES MAGNÉTICAS	28
2.3.1	Interação Zeeman	28
2.3.2	Interação de troca isotrópica	29
2.3.3	Interação anisotrópica	32
2.3.3.1	Anisotropia magnetocristalina	32
2.3.3.2	Anisotropia de forma	32
2.3.4	Interação dipolar	37
2.3.5	Interação Dzyaloshinskii-Moriya	38
2.4	SKYRMION	40
3	METODOLOGIA – SIMULAÇÃO MICROMAGNÉTICA	44
3.1	A SUPERFÍCIE CURVADA E O DEFEITO GEOMÉTRICO	46
3.2	HAMILTONIANA MICROMAGNÉTICA	51
3.3	EQUAÇÃO DE LANDAU-LIFSHITZ-GILBERT	53
3.4	CONFIGURAÇÃO INICIAL DO SKYRMION	56
3.5	POSIÇÃO E RAIO DO SKYRMION	58
3.6	MOVIMENTO DO SKYRMION	60
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	63
4.1	ESTUDO ESTÁTICO	63
4.1.1	Superfície com CP	63
4.1.2	Superfície com CN	65
4.1.3	Energias do sistema com CP e CN	68

4.2	ESTUDO DINÂMICO	68
4.2.1	Trajetória, deformação e perfil do skyrmion no DG do tipo CP	69
4.2.2	Trajetória, aniquilação e perfil do skyrmion no DG do tipo CN	76
4.2.3	Energias e forças na nanofita com DG do tipo CP e CN $\ \ldots$.	81
4.2.4	Velocidade do skyrmion na nanofita com DG do tipo CP e CN	84
5	CONCLUSÕES	89

REFERÊNCIAS	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		91
-------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	----

1 INTRODUÇÃO

A Ciência sempre esteve em constante crescimento. Novos conhecimentos elevam-se impulsionados pela curiosidade e necessidade humana, resultando numa crescente melhoria em todas as áreas. Por exemplo, no campo tecnológico, a unificação da eletricidade com o magnetismo, no século XIX, revolucionou a compreensão da natureza dos fenômenos elétricos e magnéticos e abriu caminho para a tecnologia moderna. De modo que, com o entendimento desses estudos, foi possível migrar do computador mecânico, desenvolvido em 1890, para um eletromecânico (Mark I), concluído em 1944 em parceria com a IBM, capaz de efetuar cálculos sem a interferência direta do homem [1]. Em 1946, surge o primeiro computador eletrônico e digital automático, Eniac (Electronic Numerical Integrator and Computer). Esse já apresentava dispositivos de leitura, memória e armazenamento, porém possuía cerca de 30 toneladas.

Em 1956, a IBM já dispunha de uma unidade de disco rígido (HDD), um dispositivo magnético que armazenava 4,4 Mb em 50 discos [2], além de memórias de acesso aleatório (RAM). Já o disquete (floppy disc), com capacidade de 1,44 Mb, foi surgir em 1970 [3]. Em 1974, a Intel desenvolve o microprocessador, que 2 anos mais tarde faria parte do primeiro computador pessoal com dimensões bem próximas dos computadores de hoje, chamado de Apple I, projetado pelos americanos Steve Jobs e Stephan Wozniak [4]. Em 1981, a IBM apresenta o seu primeiro PC (Personal Computer) que usava software da Microsoft, empresa que lançou a interface gráfica Windows em 1985. Na década de 1990, os computadores passaram a possuir drive para CD-ROM (compact disc read-only memory) que armazenavam até 650 Mb. Em 1996 surge o DVD (digital vídeo disc) com capacidade para 4,7 Gb. As unidades de disco rígidos foram aprimoradas com novas técnicas, magnetorresistência gigante (GMR), em 1997, pela IBM; e magnetorresistência de tunelamento (TMR), em 2005, pela Seagate, aumentando sua eficiência com o uso de novos materiais na última década [2].

Essa evolução também atingiu os dispositivos de memória de acesso aleatório (RAM), que com os processadores, são responsáveis pela agilidade, quantidade e velocidade das operações realizadas pelo sistema operacional. As memórias magnéticas de acesso aleatório (MRAM) foram propostas em 1972, demonstrada com uma célula de GMR [2]. Em 1996, teve implementação provada com técnicas de junção de túnel magnético (MTJ),

que consiste em sanduíches de duas camadas ferromagnéticas separadas por um material isolante. Essas junções servem para armazenar as informações baseada na intensidade dos momentos magnéticos nos materiais ferromagnéticos, medidos pela aplicação de uma corrente elétrica. A primeira MRAM produzida em larga escala, chamada de Freescale 4Mbit, foi lançada no mercado em 2006, pela Freescale Semiconductor [5]. No início, as MRAM apresentavam taxas de leitura e escrita na escala de Kbit/s, passando para Mbit/s, até atingir os atuais Gbit/s.

Nesse contexto tecnológico, criou-se expectativa para novas melhorias e descobertas, onde se busca por dispositivos de processamento, memória e armazenamento cada vez mais rápidos, compactos e que reduzam a perda de energia pelo efeito Joule. Em 2011, surge os primeiros protótipos de dispositivos de armazenamento magnético de estado sólido do tipo memória de pista, tendo como base o efeito do torque de transferência de spin (STT), onde os momentos magnéticos de um domínio podem ser girados por meio de uma corrente elétrica, levando ao deslocamento da parede de domínio em materiais ferromagnéticos [2, 6]. Sob o mesmo efeito STT, skyrmions magnéticos são observados experimentalmente desde 2010 [7], tido como estruturas promissoras ao uso de dispositivos spintrônicos em materiais com grande acoplamento spin-órbita (SOC), apresentando diversas vantagens: estabilidade; velocidade similar ao movimento das paredes de domínio; necessitarem de baixa densidade de corrente para se moverem; dimensão da ordem de ~ 10 nm, que pode ser controlada pelo tipo de material, defeitos geométricos e aplicações de campos magnéticos.

A dimensão do skyrmion é uma grande vantagem em relação às paredes de domínio, pois embora essas possam ter larguras da mesma ordem que os skyrmions, elas são separadas por domínios magnéticos que dificilmente possam ser reduzidos abaixo de 30 nm. O que possibilita um fluxo de informações mais rápido com o uso de skyrmion na linguagem binária [20]. No entanto, o uso de skyrmions, como informação em bits, tem também suas desvantagens, pois o skyrmion pode sofrer deslocamento lateral na nanofita, apresentar aniquilamento ou deformação, conforme ocorra eventuais mudanças nas propriedades dos materiais. O que também é um estímulo para o estudo deste trabalho, onde descrevemos o comportamento do skyrmion na interface CoPt de nanofitas magnéticas curvadas, por meio de simulações micromagnéticas, que podem revelar mudanças no perfil do skyrmion na presença de defeitos geométricos.

Nas últimas duas décadas, nosso grupo de pesquisa do Laboratório de Simulação

Computacional da UFJF tem se dedicado ao estudo com simulações micromagnéticas, envolvendo o comportamento da dinâmica de spins em materiais magnéticos, com foco em futuras aplicações nos dispositivos spintrônicos, considerando: estudos com núcleo de vórtices em nanodiscos [8, 9, 10]; movimento das paredes de domínio em nanofios e nanofitas, com ou sem impurezas magnéticas [11, 12, 13, 14]; arranjos de nanoelipses de domínio único usando Permalloy com reversão da magnetização [15, 16]. Na última década, o grupo tem estudado skyrmions em redes magnéticas com defeitos não geométricos, utilizando impurezas distribuídas localmente na rede, formada por materiais ferromagnéticos ou antiferromagnéticos, para repelir ou atrair os skyrmions [17, 18, 19].

No campo da pesquisa, com esforços teóricos e experimentais, a geometria curva evolui com muitas previsões teóricas e grande potencial de aplicação [21]. Essa geometria pode ampliar as possibilidades de fabricação de novos dispositivos, para sistemas microeletrônicos modernos e seus componentes, seguindo a tendência em se tornarem mais leves e eficientes, buscando um melhor desempenho [22]. Esses dispositivos podem ser essenciais em algumas aplicações onde a curvatura se faz necessária, como nos dispositivos avançados de magneto-encefalografia no diagnóstico de epilepsia, tremores e depressão [23, 24]. Sendo assim, os fenômenos ligados às nanofitas com geometria curva são fundamentais para esse estudo.

Dividimos esta tese em 5 capítulos. No capítulo 2, será apresentado a fundamentação teórica para o estudo com skyrmions magnéticos, trazendo desde a contextualização histórica do magnetismo, propriedades dos materiais magnéticos, até as interações magnéticas presentes numa nanofita do interesse deste estudo. No capítulo 3, abordaremos a metodologia envolvendo as simulações micromagnéticas, detalhando o tipo de curvatura empregada na nanofita de CoPt, bem como a configuração inicial do skyrmion e a dinâmica de magnetização que rege o movimento do skyrmion. No capítulo 4, apresentaremos nossos resultados e discussões das simulações micromagnéticas sobre o comportamento do skyrmion nos dois tipos de curvaturas propostos, para o caso estático e dinâmico. No capítulo 5, mostraremos nossas conclusões deste trabalho e perspectivas futuras.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 CONSOLIDAÇÃO DO ELETROMAGNETISMO

Desde os primeiros relatos de atração entre pedras, feitos por Tales de Mileto na Grécia antiga (século VI a.C.), que o magnetismo fascina a humanidade. A partir de então, várias pesquisas foram realizadas por pesquisadores em diferentes contextos até alcançarmos os avanços tecnológicos vivenciados atualmente. Entretanto, foi apenas em 1730, nas observações do físico Stephen Gray [25], por exemplo, que os materiais foram classificados em condutores e isolantes elétricos, uma compreensão fundamental para a criação de circuitos eletrônicos. Com o avanço da tecnologia, os circuitos eletrônicos passaram a incorporar dispositivos spintrônicos com materiais magnéticos, permitindo a criação de tecnologias como a memória de acesso aleatório e discos rígidos de alta capacidade. Esses dispositivos combinam propriedades elétricas e magnéticas para criar novas formas de processamento de informação e armazenamento de dados.

Em 1820, o físico dinamarquês Hans Christian Örsted (1777-1851) realiza o famoso experimento unindo a eletricidade ao magnetismo, mostrando que a corrente elétrica ao passar por um fio induz um campo magnético. Ainda que, nesse período, os conceitos de corrente elétrica fossem um tanto quanto divergentes [26], ainda não havia um entendimento comum do que seria a corrente elétrica – ou seja, um fluxo ordenado de elétrons em um condutor. Örsted acreditava na existência de dois fluidos elétricos no interior de um fio para a condução da corrente elétrica, esses fluidos produziam forças que se opunham, manifestando o efeito do magnetismo [27].

Em 1831, a lei de Faraday é apresentada [28], ou lei da indução eletromagnética, afirmando que uma variação no fluxo magnético é capaz de produzir uma corrente elétrica induzida no interior de um condutor. Na mesma década, o físico russo, Heinrich Lenz, estabelece a lei de Lenz que considera o princípio da conservação da energia, complementando que o sentido do fluxo magnético deveria ser contrário ao sentido da corrente induzida.

Nas décadas seguintes, eleva-se a lei de Força de Lorentz [29], onde a força atuante em uma carga q, na presença de um campo elétrico \vec{E} , movendo-se com velocidade \vec{v} em um campo magnético \vec{B} é

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right). \tag{2.1}$$

O primeiro termo dessa equação diz que uma partícula de carga q sobre influência da força elétrica, $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$, apresenta aceleração na direção do campo elétrico. Entretanto, o segundo termo, referente à força magnética, impõe que não há realização de trabalho pela força magnética, mas ela pode alterar a direção em que essa partícula se movimenta [30]. Nessa época, os conceitos de momento magnético e magnetização, tal como conhecemos hoje, foram apresentados nos trabalhos do físico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) [31]. Ele também foi o responsável por consolidar os tratados entre a eletricidade e o magnetismo, resultando nas conhecidas quatro equações de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \text{lei de Gauss;}$$
 (2.2a)

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
, lei da indução de Faraday; (2.2b)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$
, lei de Gauss para o magnetismo; (2.2c)

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
, lei de Ampère e Maxwell. (2.2d)

Nestas equações, ρ é a densidade de carga total em C/m³; $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ é a permissividade do espaço livre; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ é a permeabilidade do espaço livre; \vec{j} é a densidade superficial de corrente elétrica em A/m².

Em 1915, Albert Einstein e Wander Johannes de Haas publicam um artigo [32] estabelecendo experimentalmente a existência do spin do elétron, que só seria rigorosamente comprovada um pouco mais tarde com a teoria de Dirac [29]. Em 1930, o fenômeno da magnetização espontânea em materiais ferromagnetos havia sido explicado por meio das forças de troca (anisotropia magnetocristalina) com momentos de spins do elétron. Na década seguinte, começaram a surgir trabalhos que exploraram as paredes de domínio e os deslocamentos dessas paredes, abrindo novas perspectivas para a compreensão e controle das propriedades magnéticas dos materiais [26], destacando o trabalho de Landau e Lifshits [33]. Em 1955, Thomas L. Gilbert [34] propôs um aprimoramento nos trabalhos de Landau e Lifshits, diminuindo as limitações impostas pela teoria no que se refere a perda de energia na dinâmica da magnetização de spins, com uma abrangência maior de materiais. Sendo assim, todos esses fundamentos já eram utilizados para a fabricação e aplicação dos primeiros dispositivos de memória de acesso aleatório pela IBM. De lá para cá, com as dimensões dos dispositivos cada vez menores, de metro para nanômetro [2], os desafios aumentaram com a capacidade de armazenamento, como controle de temperatura, baixo consumo de energia, velocidade de escrita e leitura de dados, entre outros, incentivando a comunidade científica na busca por novos métodos e materiais que superem essas dificuldades.

2.2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS MAGNÉTICOS

As propriedades dos materiais magnéticos são utilizadas para classificar os sólidos. Essa classificação geralmente considera uma grandeza física adimensional, chamada de susceptibilidade magnética χ , representada pela equação

$$\chi_{\alpha\beta} = \left(\frac{\partial M_{\alpha}}{\partial H_{\beta}}\right)_{T}, \quad \forall \alpha, \beta \in \{x, y, z\},$$
(2.3)

onde \vec{M} é a magnetização total e \vec{H} o campo resultante, ambas em unidades de A/m no SI. A susceptibilidade é uma função resposta, com a magnetização sendo a resposta ao campo externo aplicado e, em geral, tem dependência com a temperatura [29]. Materiais que obedecem à equação $\vec{M} = \chi \vec{H}$ são classificados como meios lineares [29, 30], ou seja, a resposta é diretamente proporcional à pertubação, diferenciando-se dos meios não lineares, onde a susceptibilidade independe do campo externo, a exemplo, os materiais ferromagnéticos. A inclusão do campo magnético \vec{B} pode ser dada por

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right). \tag{2.4}$$

Magnetização é o processo pelo qual um material se torna magnetizado, ou seja, adquire propriedades magnéticas. Isso ocorre quando os átomos ou moléculas do material possuem momentos magnéticos individuais que se alinham entre si em uma determinada direção, gerando um campo magnético. De uma forma geral, a magnetização \vec{M} é dada por $\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}$. Mas, para um sistema discreto, como o tratado aqui, podemos obter a magnetização do sistema tomando a soma dos (N) momentos magnéticos de cada amostra (célula) contidos em um dado volume (V):

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i,$$
(2.5)

sendo \vec{m}_i o momento magnético na célula localizada no sítio i, que no SI, tem unidade de medida J/T (o mesmo que Am²). O momento magnético pode ser definido como [29]:

$$\vec{m} = -\gamma \vec{S} = -\frac{g\mu_B}{\hbar} \vec{S} = -\frac{g|e|}{2m_e} \vec{S}, \qquad (2.6)$$

em que $\gamma = 1,76 \times 10^{11} \,(\text{Ts})^{-1}$ é a razão giromagnética, \vec{S} o momento angular de spin em unidades de Js, $\mu_B = 9,27 \times 10^{-24} \,\text{Am}^2$ o magneton de Bohr, $\hbar = 1,05 \times 10^{-34} \,\text{Js}$ a constate de Planck reduzida, $e = -1,60 \times 10^{-19} \,\text{C}$ a carga do elétron, $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \,\text{kg}$ a massa do elétron, g o fator de Landé ($g \approx 2$ para o elétron), definido como

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}.$$
(2.7)

Nessa equação J, $L \in S$ são os números quânticos totais (momento angular total, momento angular orbital total e momento angular de spin total, respectivamente), que podem ser previstos pelas regras de Hund [28].

Os materiais magnéticos são indispensáveis para a fabricação de dispositivos spintrônicos, podendo ser classificados em três grupos (que podem ser associados à susceptibilidade magnética): diamagnetismo, paramagnetismo e magnetismo coletivo.

2.2.1 Diamagnetismo

É uma propriedade exibida por todos os materiais e independe da temperatura, no entanto, ela é muito fraca quando comparada às outras propriedades, como o paramagnetismo e o ferromagnetismo, podendo ser desprezada no material quando ocorre manifestação dessas outras propriedades [29]. Os materiais diamagnéticos apresentam uma susceptibilidade baixa e negativa,

$$\chi < 0 \quad e \quad \chi = \text{constante},$$
 (2.8)

pois, na presença de um campo externo, dipolos magnéticos são induzidos no interior do material, onde o efeito de indução, conforme a lei de Lenz, os orienta de forma antiparalelos ao campo (Figura 1). Isso faz com que o campo magnético na amostra seja menor que o campo externo. Na ausência desse campo, os momentos magnéticos de um material diamagnético fornecem resultante nula [35]. Exemplos de elementos puramente diamagnéticos são: cobre (Cu), prata (Ag), ouro (Au), zinco (Zn), mercúrio (Hg), enxofre (S), etc.



Figura 1 – Orientação dos momentos magnéticos de um material diamagnético na presença do campo externo \vec{H}^{ext} .

2.2.2 Paramagnetismo

Está associado a existência de dipolos magnéticos permanentes que são basicamente orientados pelo campo \vec{H}^{ext} , como mostra a Figura 2, tornando o campo magnético dentro da amostra maior do que o campo externo. Na ausência desse campo não haverá magnetização resultante. O paramagnetismo é mais forte que o diamagnetismo, apresentando

$$\chi > 0 \quad e \quad \chi = \chi(T). \tag{2.9}$$

Se os momentos magnéticos são localizados (devidos ao preenchimento parcial dos elétrons nas camadas internas), conhecido como paramagnetismo de Langevin, então o material satisfaz a conhecida lei de Curie, para altas temperaturas [29]:

$$\chi\left(T\right) = \frac{C}{T},\tag{2.10}$$

onde C é a constante Curie, específica de cada material, e T a temperatura absoluta. Para

 $T \rightarrow 0,$ os momentos magnéticos dentro da amostra se alinham paralelamente ao campo externo.

O paramagnetismo é uma propriedade fraca em comparação com o ferromagnetismo e o antiferromagnetismo, mas é observado em muitos materiais, incluindo metais como alumínio (Al), bário (Ba) e platina (Pt).



Figura 2 – Orientação dos momentos magnéticos de um material paramagnético na presença do campo externo $\vec{H}^{ext}.$

2.2.3 Magnetismo coletivo

A susceptibilidade depende do campo, da temperatura e da forma como a amostra foi preparada. Surge devido a uma interação de troca entre os momentos magnéticos, que também podem ser localizados e itinerantes [29]. O magnetismo coletivo pode ser divido em três classes: ferromagnetismo, ferrimagnetismo e antiferromagnetismo.

O ferromagnetismo tem várias aplicações tecnológicas, devido sua natureza forte. Os materiais ferromagnéticos têm uma temperatura crítica, chamada de temperatura Curie, abaixo da qual existe uma magnetização espontânea dos dipolos com uma orientação preferencial, sendo que, em T = 0, todos os momentos são orientados paralelamente, Figura 3(a). Acima da temperatura Curie, os materiais perdem suas propriedades ferromagnéticas, devido à agitação térmica poder desordenar os momentos magnéticos individuais, impedindo que eles se alinhem entre si.

Materiais ferromagnéticos não necessitam de campo externo para manter sua magnetização [30]. Entretanto, quando esses materiais são colocados na presença de um campo externo, eles podem atingir sua máxima magnetização, que ocorre quando todos os momentos magnéticos dos átomos ou moléculas do material estão completamente alinhados com a direção do campo externo, ou seja, o material atingiu seu ponto de magnetização de saturação (M_S) . O cobalto (Co) é um exemplo de material ferromagnético.

No ferrimagnetismo, abaixo da temperatura Curie, os momentos magnéticos se alinham em sentidos opostos com intensidades diferentes, Figura 3(b), de modo a resultar numa magnetização total diferente de zero [36]. Um exemplo de material ferrimagnético é o ímã formado com a magnetita (Fe₃O₄).

O antiferromagnetismo ocorre em materiais que apresentam uma temperatura crítica chamada de temperatura Néel, abaixo da qual a magnetização total é sempre zero, pois os momentos magnéticos se alinham em sentidos opostos com intensidades iguais [28, 29], Figura 3(c). E acima dela, o material tende ao comportamento do paramagnetismo. Alguns exemplos são: óxido de Manganês (MnO), óxido de Ferro (FeO) e óxido de cobalto (CoO).



Figura 3 – Ordenamento magnético de materiais (a) ferromagnético, (b) ferrimagnético e (c) antiferromagnético em temperatura zero (T = 0).

2.3 INTERAÇÕES MAGNÉTICAS

As interações magnéticas traduzem o comportamento da magnetização numa rede magnética. A depender do material usado para compor o sistema, da sua forma geométrica e se há ou não campo externo aplicado, teremos uma combinação de interações presentes no sistema magnético. A seguir, apresentamos as principais interações e suas energias a serem consideradas na hamiltoniana, que representa a soma de todas as energias das interações magnéticas envolvidas entre os spins de um dado sistema.

2.3.1 Interação Zeeman

Na presença de um campo externo, os momentos magnéticos apresentam tendência a se alinharem na direção e sentido desse campo (Figura 2), devido à presença de um torque que atua em cada momento magnético do sistema, minimizando sua energia de interação, que para um sistema discreto é dada por [37]:

$$E_Z = \frac{\mu_B g}{\hbar} \sum_{i=1}^N \vec{S}_i \cdot \vec{B}_i^{ext}, \qquad (2.11)$$

ou, com uso das eqs. (2.4) e (2.6):

$$E_Z = -\sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i \cdot \vec{B}_i^{ext} = -\mu_0 \sum_{i=1}^{N} \vec{m}_i \cdot \vec{H}_i^{ext}.$$
 (2.12)

Escrevendo em termos do momento magnético adimensional, dado que

$$\vec{m}_i = m_i \hat{m}_i, \tag{2.13}$$

e definindo o campo magnético adimensional como,

$$\vec{h}_i^{ext} = \frac{\vec{H}_i^{ext}}{M_S},\tag{2.14}$$

onde M_S é a magnetização de saturação do material, temos que:

$$E_Z = -\mu_0 M_S \sum_{i=1}^N m_i \hat{m}_i \cdot \vec{h}_i^{ext}.$$
 (2.15)

Considerando que o módulo do momento magnético não muda no sistema, isto é, $m_i = m$, definimos o parâmetro da interação Zeeman,

$$Z = \mu_0 M_S m, \tag{2.16}$$

e escrevemos a energia de interação Zeeman como:

$$E_{Z} = -Z \sum_{i=1}^{N} \hat{m}_{i} \cdot \vec{h}_{i}^{ext}, \qquad (2.17)$$

com Z apresentando unidade de energia.

2.3.2 Interação de troca isotrópica

Tem origem quântica proposta por Werner Heisenberg e Paul Dirac [38]. Ela é responsável pela existência do magnetismo espontâneo presente nos materiais ferromagnéticos. É uma interação de curto alcance, pois é mais intensa entre os primeiros vizinhos, ainda assim ela é forte devido sua natureza eletrostática [39]. Ela favorece o alinhamento paralelo ou antiparalelo dos spins, de modo que sua energia entre dois spins é definida como:

$$E_{iso} = -\frac{2J'_{ij}}{\hbar^2} \left(\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \right), \qquad (2.18)$$

onde J'_{ij} é a constante de acoplamento de troca e apresenta dimensão de energia. Entretanto, no sistema discreto com N spins, conforme o modelo de Heisenberg, a interação de troca considera os primeiros vizinhos e para evitarmos a contagem dupla, adicionamos o fator $\frac{1}{2}$, então:

$$E_{iso} = -\frac{1}{2\hbar^2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} J_{ij} \left(\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \right), \qquad (2.19)$$

 $\langle i,j \rangle$ indica que a soma é apenas sobre os primeiros vizinhos, como mostra a Figura 4. Definimos $J_{ij} = 2J'_{ij}$.

	j=3		
 j=4	<i>i</i> =1	<i>j</i> = 2	
 	<i>j</i> =1 →		

Figura 4 – Esquema da interação entre os primeiros vizinhos. A seta preta representa o momento magnético da célula i = 1 com os primeiros vizinhos em vermelho.

É comum usar a seguinte aproximação: $J_{ij} = J_{ji} = J$ para os casos de primeiros vizinhos, $J_{ij} = J_{ji} = 0$ para os casos contrários. Se J > 0 temos material ferromagnético e se J < 0, material antiferromagnético.

Reescrevemos essa energia em função do momento de dipolo, dado que $\vec{S} = -\frac{\hbar}{g\mu_B}\vec{m}$:

$$E_{iso} = -\frac{1}{2g^2 \mu_B^2} \sum_{\langle i,j \rangle}^N J_{ij} \, (\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j), \qquad (2.20)$$

considerando a eq. (2.13) e que o módulo de cada momento de dipolo na rede não muda, isto é,

$$m_i = m_j = m, \tag{2.21}$$

temos,

$$E_{iso} = -\frac{m^2}{2g^2\mu_B^2} \sum_{\langle i,j \rangle}^N J_{ij} \left(\hat{m}_i \cdot \hat{m}_j \right).$$
(2.22)

Introduzimos o parâmetro adimensional σ que representa o módulo do momento magnético normalizado:

$$\sigma = \frac{m}{g\mu_B},\tag{2.23}$$

para reescrevermos:

$$E_{iso} = -\frac{\sigma^2}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^N J_{ij} \left(\hat{m}_i \cdot \hat{m}_j \right).$$
(2.24)

É comum absorver o fator σ^2 na constante de acoplamento de troca J_{ij} . E, então:

$$E_{iso} = -\frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} J_{ij} \left(\hat{m}_i \cdot \hat{m}_j \right).$$
(2.25)

Conforme apresentado nas referências [17, 40], definimos:

$$J_{ij} = 2aA, (2.26)$$

onde a é o parâmetro de discretização da rede e A é a constante de troca que depende do tipo de amostra e da temperatura, de modo que quando a temperatura aumenta o valor de A diminui [41, 42, 43].

2.3.3 Interação anisotrópica

Os materiais sólidos cristalinos apresentam propriedades físicas diferentes conforme variam sua direção, portanto, tem anisotropia. Entretanto, algumas grandezas físicas não mudam, independentemente da perspectiva, como a magnetização de saturação e a temperatura Curie, as quais são sempre isotrópicas [29]. Os tipos mais comuns de anisotropia são a magnetocristalina e a magnetostática (ou de forma), que são importantes para o nosso estudo com filmes finos.

2.3.3.1 Anisotropia magnetocristalina

A anisotropia magnetocristalina (ou cristalina) é uma interação intrínseca do material responsável por manter a tendência dos momentos magnéticos se alinharem em uma direção específica (eixo fácil de magnetização), devido à estrutura da rede cristalina. Esses são os materiais anisotrópicos, que podem ser classificados como materiais magnéticos duros ou macios, conforme apresentem anisotropia magnetocristalina alta ou pequena, respectivamente. Sua energia, para um sistema discreto, é dada por:

$$E_{ani} = -\sum_{i=1}^{N} K_i \left(\hat{m}_i \cdot \hat{n} \right)^2,$$
 (2.27)

como apresentado em [17, 44]. Onde \hat{n} tem a direção do eixo fácil \hat{z} e K_i apresenta dimensão de energia. Essa grandeza pode ser definida como:

$$K_i = a^3 K, (2.28)$$

sendo K a constante de anisotropia característica do material.

2.3.3.2 Anisotropia de forma

A anisotropia de forma está relacionada com o campo desmagnetizante que surge no interior do material, e que está relacionada com a forma geométrica, já que esse campo depende do número de dipolos magnéticos não compensados nas extremidades da amostra, como destaca a Figura 5. Tem origem na interação clássica dipolar, também conhecida como energia magnetostática. Contudo, podemos obter a energia da interação dipolar, partindo da anisotropia de forma (energia desmagnetizante), como demonstraremos a seguir.



Figura 5 – Representação da magnetização \vec{M} numa amostra, orientada com à presença de um campo externo \vec{H}^{ext} . Dentro da amostra os polos dos dipolos magnéticos adjacentes são compensados (N e S em grifos branco), o que não ocorre na extremidade do material (N e S em grifos amarelos), resultando no campo desmagnetizante \vec{H}_d .

A lei de Ampère [46], aplicada ao campo desmagnetizante no interior de materiais magnetizados, especificamente em ferromagnetos, e sem a presença de qualquer tipo de corrente, é dada por:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_d = 0. \tag{2.29}$$

 \vec{H}_d é o campo desmagnetizante que aparece dentro da amostra ferromagnética e que difere do campo externo \vec{H}^{ext} produzido fora da amostra, tendo sentido contrário. Pode-se mostrar [46] que \vec{H}_d é função de \vec{M} e possui sentido contrário de \vec{M} , por isso recebe o nome de campo desmagnetizante. Ou seja, $\vec{H}_d = -N\vec{M}$, em que N é o fator desmagnetizante, $0 \le N \le 1$, mais detalhes na referência [45].

Análogo ao caso eletrostático, é possível escrever o campo desmagnetizante \vec{H}_d em função de um potencial escalar magnético ϕ_M da seguinte forma,

$$\vec{H}_d = -\vec{\nabla}\phi_M. \tag{2.30}$$

Esse resultado pode ser demonstrado considerando o potencial vetor \vec{A} de um volume, cuja magnetização é \vec{M} . Pode-se escrever

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{M}(\vec{r}') \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3 r'.$$
(2.31)

Em que \vec{r} é a posição no espaço onde o potencial é calculado; \vec{r}' é a posição de uma porção d^3r' do ferromagneto. Como,

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A},\tag{2.32}$$

então,

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{\nabla} \times \vec{M}(\vec{r}') \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3 r'.$$
(2.33)

Da identidade vetorial $\vec{\nabla} \times \left(\vec{M} \times \vec{G} \right) = \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{G} \right) \vec{M} - \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{M} \right) \vec{G} + \left(\vec{G} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{M} - \left(\vec{M} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{G},$ com $\vec{G} \equiv \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$, obtemos:

$$\vec{B}\left(\vec{r}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left\{ \vec{M}\left(\vec{r}'\right) \vec{\nabla} \cdot \frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3} - \left[\vec{M}\left(\vec{r}'\right) \cdot \vec{\nabla}\right] \frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3} \right\} d^3r',$$
(2.34)

mas

$$\vec{\nabla} \cdot \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = \vec{\nabla} \cdot \left[-\vec{\nabla} \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right) \right] = -\vec{\nabla}^2 \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = 4\pi\delta \left(\vec{r} - \vec{r}' \right), \quad (2.35)$$

e então,

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{M}(\vec{r}') - \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left[\vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla} \right] \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3 r'.$$
(2.36)

Para a integral, usamos a identidade vetorial $\vec{\nabla} \left(\vec{M} \cdot \vec{G} \right) = \left(\vec{M} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{G} + \vec{M} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{G} \right) + \left(\vec{G} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{M} + \vec{G} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{M} \right)$, e assim:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{M}(\vec{r}') - \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{\nabla} \int \vec{M}(\vec{r}') \cdot \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3 r'.$$
(2.37)

Definindo o potencial escalar magnético como

$$\phi_M = \frac{1}{4\pi} \int \vec{M} \left(\vec{r'} \right) \cdot \frac{\left(\vec{r} - \vec{r'} \right)}{\left| \vec{r} - \vec{r'} \right|^3} d^3 r', \qquad (2.38)$$

constatamos com as eq. (2.4) e (2.37) que:
$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{M}(\vec{r}) - \mu_0 \vec{\nabla} \phi_M.$$
(2.39)

Sabemos que,

$$\vec{M}(\vec{r}') \cdot \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = -\vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla} \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}\right) = \vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}\right), \quad (2.40)$$

então, da eq. (2.38), podemos escrever,

$$\phi_M = \frac{1}{4\pi} \int \vec{M} \left(\vec{r'} \right) \cdot \vec{\nabla}' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r'}|} \right) d^3 r'.$$
(2.41)

Usando a identidade vetorial $\vec{\nabla}' \cdot (f\vec{M}) = \vec{M} \cdot \vec{\nabla}' f + f\vec{\nabla}' \cdot \vec{M}$, com $f \equiv \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$, teremos:

$$\phi_M = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{M} \left(\vec{r}'\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' + \frac{1}{4\pi} \int \vec{\nabla}' \cdot \left[\frac{\vec{M} \left(\vec{r}'\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|}\right] d^3r'.$$
(2.42)

Aplicando o teorema do divergente (ou de Gauss) para a segunda integral, na forma:

$$\int_{V} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} \right) d^{3}r = \oint \left(\vec{A} \cdot \hat{n} \right) d^{2}r, \qquad (2.43)$$

onde \hat{n} é o vetor normal (unitário) à superfície do material magnético, escrevemos

$$\phi_M = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{M} \left(\vec{r}'\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' + \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\hat{n} \cdot \vec{M} \left(\vec{r}'\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^2r'.$$
(2.44)

Com uma densidade superficial de carga magnética σ_M dada por:

$$\sigma_M = \hat{n} \cdot \vec{M} \left(\vec{r}' \right), \tag{2.45}$$

e uma densidade volumétrica de carga magnética ρ_M dada por:

$$\rho_M = -\vec{\nabla}' \cdot \vec{M} \left(\vec{r}' \right), \qquad (2.46)$$

o potencial escalar magnético fica escrito na forma:

$$\phi_M = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_M}{|\vec{r} - \vec{r'}|} d^3r' + \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\sigma_M}{|\vec{r} - \vec{r'}|} d^2r', \qquad (2.47)$$

e assim, o campo desmagnetizante da eq. (2.30) pode ser calculado:

$$\vec{H}_{d} = -\vec{\nabla} \left(\frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_{M}}{|\vec{r} - \vec{r'}|} d^{3}r' + \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\sigma_{M}}{|\vec{r} - \vec{r'}|} d^{2}r' \right).$$
(2.48)

A energia magnetostática (também conhecida como energia de desmagnetização ou energia de campo disperso), para um sistema contínuo pode ser escrita como

$$E_{mag} = -\frac{\mu_0}{2} \int \vec{M} \left(\vec{r} \right) \cdot \vec{H}_d \left(\vec{r} \right) d^3 r, \qquad (2.49)$$

sendo proveniente da energia da interação dipolar [46]. De modo que, para considerar a anisotropia de forma na amostra, deve-se adicionar a interação dipolar na interação isotrópica de Heisenberg [29]. O fator $\frac{1}{2}$ presente na eq. (2.49) é porque essa energia surge da interação da magnetização com seu próprio campo, assim, em um sistema real (com mais de dois dipolos) evitamos contar duas vezes a interação entre dois dipolos.

Por fim, podemos obter a energia da interação dipolar substituindo a eq. (2.48) na eq. (2.49):

$$E_{mag} = \frac{\mu_0}{2} \int \vec{M} \left(\vec{r} \right) \cdot \left[\vec{\nabla} \left(\frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_M}{|\vec{r} - \vec{r'}|} d^3 r' + \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\sigma_M}{|\vec{r} - \vec{r'}|} d^2 r' \right) \right] d^3 r, \qquad (2.50)$$

voltando com as eqs. (2.45) e (2.46), podemos escrever

$$E_{mag} = \frac{\mu_0}{8\pi} \int \vec{M} \left(\vec{r} \right) \cdot \left[\vec{\nabla} \int \frac{-\vec{\nabla}' \cdot \vec{M} \left(\vec{r}' \right)}{\left| \vec{r} - \vec{r}' \right|} d^3 r' + \vec{\nabla} \oint \frac{\hat{n} \cdot \vec{M} \left(\vec{r}' \right)}{\left| \vec{r} - \vec{r}' \right|} d^3 r.$$
(2.51)

Usando o teorema do divergente para a segunda integral (entre colchetes):

$$\oint \frac{\hat{n} \cdot \vec{M} (\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^2 r' = \int \vec{\nabla}' \cdot \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \vec{M} (\vec{r}') \right) d^3 r' =
= \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \vec{\nabla}' \cdot \vec{M} (\vec{r}') d^3 r' + \int \vec{M} (\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d^3 r',$$
(2.52)

reescrevemos a eq. (2.51) como

$$E_{mag} = \frac{\mu_0}{8\pi} \int d^3r \int d^3r' \vec{M} (\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \left[\vec{M} (\vec{r'}) \cdot \vec{\nabla}' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r'}|} \right) \right], \qquad (2.53)$$

aplicando a relação $\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right) = \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3},$ obtemos

$$E_{mag} = \frac{\mu_0}{8\pi} \int d^3r \int d^3r' \vec{M} (\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \left[\vec{M} (\vec{r}') \cdot \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right] =$$

$$= \frac{\mu_0}{8\pi} \int d^3r \int d^3r' \left\{ \frac{\vec{M} (\vec{r}) \cdot \vec{M} (\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} - \frac{3 \left[\vec{M} (\vec{r}) \cdot (\vec{r} - \vec{r}') \right] \left[\vec{M} (\vec{r}') \cdot (\vec{r} - \vec{r}') \right]}{|\vec{r} - \vec{r}'|^5} \right\}.$$
 (2.54)

O termo entre as chaves é exatamente a definição de interação dipolar que iremos definir na próxima seção.

2.3.4 Interação dipolar

É uma interação de longo alcance que cai com o cubo da distância entre os sítios da rede. Em sistemas como filmes finos, contribui para a estabilidade de skyrmions magnéticos [47, 48]. No sistema discreto, a eq. (2.54), que representa a energia da interação dipolar, pode ser escrita como:

$$E_{dip} = \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{i,j}^{i \neq j} \left[\frac{\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j - 3\left(\vec{m}_i \cdot \hat{r}_{ij}\right)\left(\vec{m}_j \cdot \hat{r}_{ij}\right)}{\left(r_{ij}\right)^3} \right],$$
(2.55)

sendo \hat{r}_{ij} o versor na direção que une o sítios $i \in j,$

$$\hat{r}_{ij} = \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} = \frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}}.$$
(2.56)

O primeiro termo da eq. (2.55) favorece o alinhamento paralelo dos momentos magnéticos em razão do produto escalar entre eles. O segundo termo tende a alinhar os momentos na direção que os une, ou seja, numa nanofita plana, tende a colocar os momentos no plano de forma paralela (devido aos produtos dos momentos com o versor \hat{r}_{ij}).

Escrevendo em função dos momentos adimensionais e do parâmetro de discretização da rede a, reescrevemos:

$$E_{dip} = \frac{\mu_0}{8\pi a^3} \sum_{i,j}^{i \neq j} m_i m_j \left[\frac{\hat{m}_i \cdot \hat{m}_j - 3\left(\hat{m}_i \cdot \hat{r}_{ij}\right)\left(\hat{m}_j \cdot \hat{r}_{ij}\right)}{\left(r_{ij}/a\right)^3} \right].$$
 (2.57)

Dado que o módulo de cada momento de dipolo na rede não muda, como definido em (2.21) e observando que:

$$m_i = \frac{\vec{m}_i}{\hat{m}_i} = m = V M_S = a^3 M_S,$$
 (2.58)

podemos escrever:

$$E_{dip} = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^{i \neq j} M_{ij} \left[\frac{\hat{m}_i \cdot \hat{m}_j - 3 \left(\hat{m}_i \cdot \hat{r}_{ij} \right) \left(\hat{m}_j \cdot \hat{r}_{ij} \right)}{\left(r_{ij} / a \right)^3} \right],$$
(2.59)

sendo:

$$M_{ij} = \left(\frac{\mu_0 a^3}{4\pi}\right) M_S^2,\tag{2.60}$$

o parâmetro característico da interação dipolar, apresentando unidade de energia.

2.3.5 Interação Dzyaloshinskii-Moriya

É a interação de troca antissimétrica responsável pela estabilidade do skyrmion em sistemas de filmes finos que apresenta grande acoplamento spin-órbita [49, 50], pois ela favorece o alinhamento perpendicular dos spins, podendo se fazer presente mesmo em sistemas com forte anisotropia perpendicular [51], onde os spins tendem a lhe alinharem perpendicularmente ao plano da nanofita, como no caso do CoPt. Ela surge, por exemplo, em materiais ferromagnetos e antiferromagnetos quando apresentam defeitos estruturais que podem remover a simetria de inversão (a qual implica que a estrutura do skyrmion deve permanecer a mesma quando o sistema é invertido, ou seja, a simetria de inversão está relacionada à invariância do sistema físico), que normalmente é escassa em filmes ultrafinos, uma vez que eles são construídos em substrato de um material depositado em outro material, resultando em uma interface assimétrica [52, 53]. A energia dessa interação entre dois spins é definida como [54]:

$$E_{DM} = \vec{D}_{ij} \cdot (\hat{m}_i \times \hat{m}_j), \qquad (2.61)$$

onde \vec{D}_{ij} é o vetor da interação Dzyaloshinskii-Moriya (DM) que depende do material, \hat{m}_i e \hat{m}_j são os momentos adimensionais localizados nos sítios *i* e *j* da rede.

Sendo ela uma interação de curto alcance, para um sistema com N spins, consideramos apenas os primeiros vizinhos e utilizamos o fator $\frac{1}{2}$ para evitar dupla contagem:

$$E_{DM} = \frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} \vec{D}_{ij} \cdot (\hat{m}_i \times \hat{m}_j).$$
(2.62)

Definimos $\vec{D}_{ij} = D_{ij}\hat{d}_{ij}$, com D_{ij} apresentando dimensão de energia, e adotamos [54, 55]:

$$\hat{d}_{ij} = \hat{z} \times \hat{r}_{ij},\tag{2.63}$$

com \hat{r}_{ij} sendo o vetor unitário que une os sítios $i \in j$, \hat{z} é a normal à interface determinada pela regra de Moriya [50], orientada do material de grande acoplamento spin-órbita para o filme magnético [56], conforme mostra a Figura 6. Uma inversão na direção do vetor \vec{D}_{ij} , que pode ser obtida invertendo a direção do vetor normal \hat{z} , representa uma mudança na quiralidade do skyrmion [17], contudo, isso não altera a energia de equilíbrio do sistema [57].

Usando a eq. (2.63), podemos reescrever a eq. (2.62) como:

$$E_{DM} = \frac{1}{2} \sum_{\langle i,j \rangle}^{N} D_{ij} \left[\hat{d}_{ij} \cdot (\hat{m}_i \times \hat{m}_j) \right], \qquad (2.64)$$

onde:

$$D_{ij} = a^2 D, (2.65)$$

em que D é a constante da interação Dzyaloshinskii-Moriya para um dado material e que varia com a sua espessura [54]. Essa é a energia que tem maior importância na estabilização de skyrmions magnéticos em filmes finos [58, 59, 60], onde ela também é conhecida como interação Dzyaloshinskii-Moriya interfacial.



Figura 6 – Exemplo de disposição dos momentos magnéticos e do vetor Dzyaloshinskii-Moriya na interface CoPt, conforme a eq. (2.63) em que \hat{d}_{ij} , $\hat{z} \in \hat{r}_{ij}$ são ortogonais entre si. Em cinza, temos o metal pesado (Pt) de grande acoplamento spin-órbita e em ciano o material ferromagnético (Co).

2.4 SKYRMION

Skyrmions magnéticos são texturas topológicas de spin, prevista teoricamente por Tony Hilton Royle Skyrme (1922-1987) na década de 1960 [61], para descrever hádrons (bárions e mésons) na física nuclear [62, 63]. Posteriormente, foi possível compreender a configuração de skyrmion num modelo planar para o magnetismo, de modo que, em 2009, surgiram os primeiros trabalhos experimentais, onde os skyrmions foram observados em baixa temperatura e com uso de um campo externo [64, 65]. Em 2014, skyrmions foram observados experimentalmente em multicamadas de CoPt sob temperatura ambiente e sem uso de um campo externo [66]. Eles se originam por meio da interação DM, podendo ser induzida (como em multicamadas de CoPt) ou intrínseca do material [17, 60]. Essa interação, juntamente com a anisotrópica e a de troca contribuem para estabilizar o skyrmion [67, 68, 69], que pode ser do tipo Néel ou Bloch, sendo o primeiro predominante em multicamadas de filmes finos com interação DM e o segundo em materiais espessos [20, 48].

Os tamanhos dos skyrmions apresentam vantagens em relação às dimensões em nanoescala [70], por exemplo, numa nanofita plana de CoPt apresenta raio em torno de 7 nm, definido na Figura 7. Eles se comportam como quasipartículas e são promissores a serem portadores de informações em bits [63, 71, 72]. Podem ser usados, por exemplo, para gravar os bits, sendo sua presença um e sua ausência zero [73]. Os skyrmions podem ser movidos em uma nanofita com uma baixa densidade de corrente polarizada por spin [2], sendo estáveis à temperatura ambiente em sistemas de multicamadas [74, 75]. Tem como uma de suas características topológicas o número de skyrmion, também conhecida como carga topológica, definida por [63, 71]:

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int \vec{m} \cdot \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial y}\right) dx dy, \qquad (2.66)$$

sendo \vec{m} o vetor de magnetização reduzida, $\vec{m}(\vec{r}) = \frac{\vec{M}(\vec{r})}{M_S}$.



Figura 7 – Representação dos momentos magnéticos da interface CoPt de uma nanofita plana com um (a) Skyrmion tipo Néel, a seta preta indica o momento magnético do centro. (b) Perfil da região central do skyrmion destacando o seu raio rs e a configuração de spins. O raio é definido desde o centro até a região em que o momento magnético na direção \hat{z} é nulo, setas vermelhas. As cores azul e amarelo indicam os momentos magnéticos com $0^{\circ} < \Theta < 90^{\circ} < \Theta < 180^{\circ}$, respectivamente.

A mudança local na orientação dos momentos magnéticos, manifestada na rede plana de forma gradual e circular, caracteriza a formação e o tipo do skyrmion. No sistema de coordenadas esféricas (Figura 8), o vetor momento magnético é escrito como:

$$\hat{m}(r,\phi) = (\cos\Phi(\phi)\sin\Theta(r), \sin\Phi(\phi)\sin\Theta(r), \cos\Theta(r)).$$
(2.67)



Figura 8 – Sistema de coordenadas esféricas.

Como $x = r \cos \phi$ e $y = r \sin \phi$, podemos escrever a eq. (2.66) na forma:

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int_0^{+\infty} dr \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\sin \Theta \frac{\partial \Theta}{\partial r} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) = \frac{1}{4\pi} \left[-\cos \Theta \left(r \right) \right]_0^{+\infty} \left[\Phi \left(\phi \right) \right]_0^{2\pi} = p \cdot \nu, \quad (2.68)$$

onde p é a polaridade do skyrmion e ν sua vorticidade:

$$p = \frac{1}{2} \left[-\cos \Theta \left(r \right) \right]_{0}^{+\infty} = \pm 1;$$
(2.69)

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \left[\Phi \left(\phi \right) \right]_0^{2\pi}.$$
 (2.70)

Se o centro do skyrmion em r = 0 tem spin apontando para cima, em $r \to \infty$ a rede mostra spin apontando para baixo, então teremos p = +1. E se o centro do skyrmion em r = 0 tem spin apontando para baixo, em $r \to \infty$ a rede mostra spin apontando para cima, teremos p = -1, ou seja, podemos reescrever eq. (2.69) como

$$p = \frac{1}{2} \left[m_z(0) - m_z(+\infty) \right] = \pm 1.$$
(2.71)

Se $\nu = 1$ temos um skyrmion, se $\nu = -1$ um antiskyrmion [63, 76]. O ângulo azimutal $\Phi(\phi)$ é dado por:

$$\Phi\left(\phi\right) = \nu\phi + \lambda,\tag{2.72}$$

em que λ é a helicidade (ou fase) que classifica o tipo de skyrmion, isto é, $\lambda = 0$ ou π para skyrmion Néel (Figura 9 (a)-(b)) e $\lambda = \pm \frac{\pi}{2}$ para skyrmion Bloch (Figura 9 (c)-(d)) [76, 77].

A helicidade indica a quiralidade do skyrmion. Portanto, esses três números distintos, Q, ν , e λ , caracterizam totalmente as texturas topológicas de spin [56]. A Figura 10 mostra os ângulos da eq. (2.72), com o raio do skyrmion sendo definido como a distância do centro até a região onde a componente $m_z = 0$.



Figura 9 – Skyrmion tipo Néel: (a) Q = -1, $\nu = 1$ e $\lambda = 0$ e (b) Q = -1, $\nu = 1$ e $\lambda = \pi$. Skyrmion tipo Bloch: (c) Q = -1, $\nu = 1$ e $\lambda = -\frac{\pi}{2}$ e (d) Q = -1, $\nu = 1$ e $\lambda = \frac{\pi}{2}$. As setas vermelhas indicam os momentos magnéticos com componente $m_z = 0$.



Figura 10 – Definição dos ângulos conforme eq. (2.72), destacando o raio do skyrmion magnético do tipo Bloch com $\lambda = \frac{\pi}{2}$.

3 METODOLOGIA – SIMULAÇÃO MICROMAGNÉTICA

Quando os dispositivos de armazenamento magnético e a tecnologia de memória são reduzidos, para uma escala de nanômetros, por exemplo, são necessários determinados cuidados, como a atenção a comprimentos característicos do material [2]. Eles podem regular a existência de domínios magnéticos, separados por paredes de domínio, chegando a medir alguns nanômetros em materiais como o cobalto (Co). Essas paredes são influenciadas pelas interações das energias envolvidas, como de troca e anisotropia, e representam uma mudança na orientação dos momentos magnéticos presentes no material.

Em um sistema real temos um número muito grande de momentos magnéticos, o que se torna impraticável, do ponto de vista computacional, um estudo considerando todos esses momentos. Assim, para contornar essa limitação, costuma-se dividir a rede em células cúbicas de trabalho, que passam a representar uma única magnetização para todos os momentos daquele volume de célula, diminuindo o tempo computacional para os cálculos, sem perda de generalidade. Cada célula de trabalho tem aresta com comprimento a, ou seja, igual ao parâmetro de discretização da rede, também conhecida como discretização da amostra, que para uma boa representação do sistema real, deve estar abaixo do menor valor dos três comprimentos característicos do material [17]:

$$l_{troca} = \sqrt{\frac{2A}{\mu_0 M_S^2}},\tag{3.1}$$

conhecido como comprimento de troca, garante que os momentos magnéticos estejam alinhados dentro da célula de trabalho [78]; O comprimento característico da interação DM [79],

$$l_{DM} = \frac{2A}{D}; \tag{3.2}$$

e por fim, o comprimento conhecido como largura da parede de domínio Bloch,

$$\Delta = \sqrt{\frac{A}{K_{ef}}},\tag{3.3}$$

com K_{ef} definido na eq. (3.7). Atender a esse parâmetro de largura evita a formação de campos dispersos, como a clássica parede Bloch (Figura 11(a)), fenômeno característico

em materiais espessos e incomum em filmes ultrafinos, onde a parede Néel (Figura 11(b)) é favorecida [80]. Os campos dispersos referem-se aos campos magnéticos que podem ser gerados por fontes externas, como impurezas magnéticas ou heterogeneidades no material, devido à existência de regiões com propriedades diferentes na amostra. Contudo, vale destacar que para o tipo de nanofita que estamos lidando neste estudo, onde a largura da nanofita é muito maior do que sua espessura, a largura das paredes de domínio Néel e Bloch apresenta aproximadamente o mesmo valor [81].



Figura 11 – Exemplificação vetorial dos tipos de paredes separando dois domínios de magnetização oposta. (a) Parede Bloch, os momentos magnéticos rotacionam no plano xz, a seta vermelha tem sentido $-\hat{x}$ e (b) Parede Néel, os momentos magnéticos rotacionam no plano yz.

Em nosso trabalho, consideramos o material CoPt para a composição da nanofita magnética, onde medimos $l_{troca} \approx 8,4$ nm, $l_{DM} = 7,5$ nm e $\Delta \approx 3,9$ nm. De acordo com Hongxin Yang et al. [54], a interface CoPt é a opção mais indicada, porque os maiores efeitos registrados em temperatura ambiente envolvendo a dinâmica de spins são observados nesse material [82, 83, 84, 85]. Além disso, essa liga (com anisotropia de eixo fácil), possui uma forte interação DM interfacial, que favorece o aparecimento de skyrmions do tipo Néel na camada ferromagnética [86]. Comparada a outros materiais, ela apresenta os menores valores para o raio do skyrmion, sendo mais uma vantagem para futuras aplicações em dispositivos spintrônicos. A Tabela 1 contém os parâmetros usados em nossas simulações [17, 87, 88, 89]. Existem alguns softwares simuladores (Spirit, MuMax, TRIM, OOMMF, Micro-Magnum) [73, 90, 91, 92, 93] que costumam ser citados na literatura para estudos com nanofitas, porém optamos por usar o código próprio do grupo de pesquisa da UFJF [9, 11, 15, 17, 19, 94], escrito na linguagem computacional Fortran 90, onde utiliza como método de integração (para o cálculo da dinâmica), o método de *previsão e correção* de 4^a ordem [17, 45, 94], combinação dos métodos de Adams-Bashforth e de Adams-Moulton [95], com passos de tempo igual a $2,0 \times 10^{-15}$ s. Uma das vantagens de usarmos nosso próprio código é a flexibilidade de podermos efetuar alterações no programa à medida que as investigações progridem, o que nos dá a oportunidade de estudar com mais profundidade os fenômenos apontados pela interpretação dos dados. Essa é uma limitação que há em software de pacotes fechados, inclusive em relação à elaboração de formas geométricas da rede.

Tabela 1 – Parâmetros do material (CoPt) usados na dinâmica de spins.

Grandeza física	Intensidade
Parâmetro de discretização da rede (a)	$2.0 \times 10^{-9} \mathrm{m}$
Magnetização de saturação (M_S)	$5,8 \times 10^5 \mathrm{A/m}$
Rigidez de troca (A)	$1.5 \times 10^{-11} \text{J/m}$
Interação anisotrópica (K)	$1.2 \times 10^{6} { m J/m^{3}}$
Interação Dzyaloshinskii-Moriya (D)	$4.0 \times 10^{-3} \mathrm{J/m^2}$
Constante de amortecimento de Gilbert (α)	0,1
Polarização da corrente de spins (P)	0,7
Constante não adiabática (β)	0,35

3.1 A SUPERFÍCIE CURVADA E O DEFEITO GEOMÉTRICO

Encontramos na literatura diversas formas geométricas utilizadas [21, 72, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104], nos últimos oito anos, na investigação de skyrmions como texturas magnéticas promissoras ao tráfego de informações em bits. Ou seja, os efeitos induzidos por superfícies curvas tem sido bastante discutido na matéria condensada e nas teorias de campo [21]. Entretanto, muito ainda se tem a explorar, devido à complexidade dos fenômenos envolvidos nesse tipo de configuração de rede, que abrange suas variadas formas geométricas, impactando diretamente no comportamento do skyrmion.

A superfície curvada, a qual se refere esse estudo, trata-se de uma superfície cilíndrica aberta de raio R variável e comprimentos fixos $L_{\xi} = L_{\sigma} = 162 \text{ nm}$, com um sistema de coordenadas curvilíneas (ξ, σ, η) localizado no centro da nanofita magnética, como mostra a Figura 12. Essa rede pode ser obtida de duas maneiras, com curvatura positiva (CP), Figura 13(a), ou com curvatura negativa (CN), Figura 13(b), conforme a orientação do vetor normal à superfície ($\hat{\eta}_k$), definida na direção Pt \rightarrow Co para descrever a interação Dzyaloshinskii–Moriya devido ao acoplamento spin-órbita na interface CoPt.



Figura 12 – Modelo de uma superfície cilíndrica aberta de raio $R = 60 \text{ nm com } L_{\xi} = L_{\sigma} = 162 \text{ nm},$ formado por 81 sítios nas direções $\hat{\xi} \in \hat{\sigma}$ do sistema de coordenadas (ξ, σ, η) adotado.



Figura 13 – Distribuição dos vetores normais em cada sítio da rede que define a superfície cilíndrica aberta. Para esses exemplos usamos R = 42 nm, com $L_{\xi} = L_{\sigma} = 42 \text{ nm}$, sendo 21 sítios nas direções $\hat{\xi} \in \hat{\sigma}$ do sistema de coordenadas (ξ, σ, η). (a) Curvatura positiva (CP). (b) Curvatura negativa (CN).

A distribuição dos vetores tangentes que ligam cada sítio, usados nos cálculos da Hamiltoniana, eq. (3.8), estão exemplificadas na Figura 14. Cada ponto na rede é especificado por um conjunto de coordenadas cartesianas (x_k, y_k, z_k) e também por um conjunto de coordenadas curvilíneas $(\xi_k, \sigma_k, \eta_k)$ usadas nos cálculos de simulação, que acompanha a curvatura do sistema, permitindo observar o movimento do skyrmion e suas alterações no perfil em relação à nanofita.



Figura 14 – Distribuição dos vetores tangentes que unem cada sítio da rede idealizada por uma superfície cilíndrica aberta de raio R = 42 nm do tipo CP, com $L_{\xi} = L_{\sigma} = 42 \text{ nm}$, formada por 21 sítios nas direções $\hat{\xi} \in \hat{\sigma}$ do sistema de coordenadas (ξ, σ, η) .

Estudamos, inicialmente, o comportamento estático do skyrmion do tipo Néel, Figura 9(a), colocado no centro dessa rede nos dois tipos de curvaturas (Figura 15). Nesse tipo de sistema, a energia total da rede com o skyrmion no centro já pode ser estabilizada com 300 mil passos de tempo na simulação, na grande maioria dos raios de curvatura, mas para padronizar nossos cálculos, aplicamos 1 milhão de passos para todas as simulações referente ao estudo estático.



Figura 15 – Modelo simplificado da configuração dos momentos magnéticos da superfície cilíndrica na interface CoPt (Essa é uma representação, não é resultado de cálculos). As setas na cor laranja indicam os momentos magnéticos do skyrmion do tipo Néel. Os vetores $\hat{\eta}_k$, $\hat{\xi}_k$ e $\hat{\sigma}_k$ representam a base curvilínea ortogonal que definem, no sítio kda nanofita, a geometria da superfície. Os vetores $\hat{\xi}_k$ e $\hat{\sigma}_k$ são tangentes à superfície e o vetor $\hat{\eta}_k = \hat{\xi}_k \times \hat{\sigma}_k$ é normal à superfície. (a) Superfície curvada com curvatura positiva (CP) e (b) com curvatura negativa (CN).

O defeito geométrico (DG), definido aqui, é a superfície curvada intercalada por duas superfícies planas, apresenta raio R e largura w variáveis, tendo comprimentos fixos $L_{\xi} = 222 \text{ nm} \text{ e } L_{\sigma} = 282 \text{ nm}$. Essa combinação, compõe uma nanofita de CoPt como mostrada na Figura 16, podendo também ser do tipo CP (Figura 17) ou CN (Figura 18). Especificamos um ângulo (φ) usado como parâmetro para limitar nossos estudos aos casos em que $\varphi < 180^{\circ}$, para evitar que os planos se cruzem. A relação entre a largura w do DG e o ângulo φ (em graus) em função do raio da superfície cilíndrica R é dada por $w = \varphi \pi R/180^{\circ}$. Nessa rede, estudamos o comportamento dinâmico do skyrmion do tipo Néel, Figura 9(a), simulando a aplicação de uma densidade de corrente polarizada por spin, com o skyrmion colocado à esquerda do centro do DG, na posição $\xi = -70 \text{ nm}$ e $\sigma = 0$. Variamos a largura do DG a cada dois parâmetros de discretização da rede dentro da faixa $2a \le w \le 30a$.



Figura 16 – Exemplo de uma nanofita com um DG entre duas nanofitas planas. O DG é definido por uma superfície cilíndrica de comprimento L_{σ} , largura w e raio R, e podem ser do tipo CP e CN. Neste exemplo, $L_{\xi} = 86$ nm, $L_{\sigma} = 58$ nm, w = 36 nm e R = 30 nm. A origem do sistema de coordenadas curvilínea (ξ, σ, η) é colocada no centro da nanofita. As cores verde e amarelo indicam a parte plana e o DG, respectivamente.



Figura 17 – Perfis da rede com curvatura positiva, $L_{\xi} = 39a$. As setas verdes e amarelas indicam, respectivamente, os spins da parte plana e do DG. (a) w = 2a e R = 3a, (b) w = 6a e R = 9a, (c) w = 18a e R = 11a, (d) w = 30a e R = 17a.



Figura 18 – Perfis da rede com curvatura negativa, $L_{\xi} = 39a$. As setas verdes e amarelas indicam, respectivamente, os spins da parte plana e do DG. (a) w = 2a e R = 5a, (b) w = 6a e R = 7a, (c) w = 18a e R = 13a, (d) w = 30a e R = 11a.

3.2 HAMILTONIANA MICROMAGNÉTICA

As interações micromagnéticas consideram o princípio variacional, exposto primeiramente nos trabalhos de L. Landau e E. Lifshits [33], onde as direções dos momentos magnéticos normalizados (reduzidos), $\vec{m}(\vec{r}) = \frac{\vec{M}(\vec{r})}{M_S}$, que produz o campo magnetizante, resultam numa energia total que atinge um mínimo sob a restrição $\vec{m}^2 = 1$ [80], implicando na hamiltoniana, que normalmente é constituída como:

$$E_H = E_Z + E_{iso} + E_{ani} + E_{dip} + E_{DM}.$$
 (3.4)

Entretanto, em alguns tipos de sistemas, como uma nanofita plana com espessura bem menor do que o seu comprimento, é conveniente substituir a interação dipolar por uma anisotropia efetiva [76, 87, 105, 106], resultando numa hamiltoniana do tipo

$$E_H = E_Z + E_{iso} + E_{ani,ef} + E_{DM}.$$
 (3.5)

Onde

$$E_{ani,ef} = -\sum_{i=1}^{N} a^{3} K_{ef} \left(\hat{m}_{i} \cdot \hat{n} \right)^{2}, \qquad (3.6)$$

com

$$K_{ef} = K - \frac{\mu_0 M_S^2}{2},\tag{3.7}$$

que costuma ser constante em todo o sistema.

Esse tipo de aproximação pode ser feita sem grandes prejuízos (como demonstrado na referência [107]) devido o acoplamento dipolar acontecer localmente nesse tipo de sistema [79], desse modo o efeito da desmagnetização pode, teoricamente, ser incluído na anisotropia efetiva [108]. Apesar dessa aproximação ainda ser válida para sistemas curvos, optamos por considerar a interação dipolar na hamiltoniana, pois, em um sistema curvo, o campo desmagnetizante pode ser alterado localmente pela geometria da nanofita. Nesse contexto, os autores Vidal-Silva et al. [69] estudaram skyrmion em um cilindro fino de CoPt e concluíram que de fato, nesse tipo de sistema, a interação dipolar não deve ser neglicenciada, apresentando impacto no tamanho do skyrmion e na estabilidade (o que também foi verificado em nossas simulações como testes iniciais). Desse modo, consideramos uma hamiltoniana como descrita na eq. (3.4), mas como não usamos campo externo em nosso trabalho, não temos a interação de Zeeman:

$$E_{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\langle k,l \rangle} 2aA \left(\hat{m}_{k} \cdot \hat{m}_{l} \right) - \sum_{k} a^{3}K \left(\hat{m}_{k} \cdot \hat{\eta}_{k} \right)^{2} + \frac{1}{2} \sum_{k,l,l \neq k} \frac{\mu_{0}a^{3}M_{S}^{2}}{4\pi} \left[\frac{\hat{m}_{k} \cdot \hat{m}_{l} - 3\left(\hat{m}_{k} \cdot \hat{r}_{kl} \right) \left(\hat{m}_{l} \cdot \hat{r}_{kl} \right)}{\left(r_{kl}/a \right)^{3}} \right] + \frac{1}{2} \sum_{\langle k,l \rangle} a^{2}D \left[\hat{m}_{k} \cdot \left(\hat{m}_{l} \times \hat{d}_{kl} \right) \right],$$
(3.8)

que equivale à soma das eqs. (2.25), (2.27), (2.59) e (2.64), $\hat{\eta}_k$ é um versor perpendicular à superfície da camada magnética, $\hat{d}_{kl} = \hat{\eta}_k \times \hat{r}_{kl}$ é o versor Dzyaloshinskii-Moriya, que na superfície curva não é constante, $\hat{r}_{kl} = \frac{\vec{r}_l - \vec{r}_k}{|\vec{r}_l - \vec{r}_k|}$ é o vetor unitário na direção $k \to l$ e $\hat{m}_k \equiv (m_k^{\xi}, m_k^{\sigma}, m_k^{\eta})$ é um vetor adimensional, correspondendo ao momento magnético unitário localizado no sítio k da rede. No último termo da eq. (3.8), usamos a identidade vetorial $\hat{d}_{kl} \cdot (\hat{m}_k \times \hat{m}_l) = \hat{m}_k \cdot (\hat{m}_l \times \hat{d}_{kl})$.

3.3 EQUAÇÃO DE LANDAU-LIFSHITZ-GILBERT

A dinâmica de magnetização dos spins em uma rede envolve perdas de energia, que são traduzidas em taxas de amortecimento, cuja origem pode advir de vibrações na rede, correntes parasitas, acoplamento de spin, defeitos diversos no material, como a presença de átomos não previstos na estrutura do material. Na década de 50 já era usado termos de amortecimento na teoria fenomenológica do ferromagnetismo, com destaque nos trabalhos de Landau e Lifshitz [33], porém eram limitados a materiais com baixíssimos valores de amortecimento. Em 1955, Gilbert [34] alterou a equação de Landau e Lifshitz para descrever também materiais com valores maiores do parâmetro de amortecimento.

Em mecânica clássica, o movimento rotacional para um corpo rígido é dada por

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{T},\tag{3.9}$$

onde $\vec{L} \in \vec{T}$ são, respectivamente, o momento angular e o torque que atuam sobre o corpo. Em mecânica quântica, no espaço de Hilbert [109], \vec{L} pode ser interpretado como operador momento angular de spin \vec{S} , o que permite reescrever a eq. (3.9) como

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{T}.$$
(3.10)

Na presença de um campo externo, o momento magnético do material sofre precessão em torno desse campo, produzindo um torque dado por

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}^{ext}.$$
(3.11)

Substituindo a eq. (3.11) na eq. (3.10) com uso da definição de \vec{S} na eq. (2.6) temos a equação de movimento para o momento magnético de spin:

$$\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{m}}{dt} = -\vec{m} \times \vec{B}^{ext}.$$
(3.12)

A qual não se limita ao torque exercido por um campo externo, pode ser usado um campo efetivo [34]

$$\vec{B}_{ef} = -\frac{\partial E_H}{\partial \vec{m}},\tag{3.13}$$

em unidade de Tesla, e assim

$$\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{m}}{dt} = -\vec{m} \times \vec{B}_{ef}.$$
(3.14)

A eq. (3.14) não contém termo de amortecimento, sendo um modelo ideal para momento magnético isolado, aplicável em sistemas conservativos, onde o ângulo entre o momento e o campo não varia, Figura 19(a). Em sistemas com interação de energia entre os spins, os resultados experimentais apontavam para um alinhamento do momento magnético com o campo, mas somente o torque \vec{T} era incapaz de realizar esse alinhamento, por ser perpendicular ao momento magnético. Gilbert propôs, então, a adição de um termo definido como um torque dissipativo, exemplificado na Figura 19(b), perpendicular ao momento magnético \vec{m} e ao torque \vec{T} :

$$\vec{T}_{dis} = \frac{\alpha}{m\gamma} \left(\vec{m} \times \frac{d\vec{m}}{dt} \right), \qquad (3.15)$$

em que α é a constante de amortecimento de Gilbert (adimensional). Assim, temos a equação de Landau-Lifshiz-Gilbert (LLG) [33, 34, 110] que governa a dinâmica de magnetização:

$$\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{m}}{dt} = -\vec{m} \times \vec{B}_{ef} + \frac{\alpha}{m\gamma} \left(\vec{m} \times \frac{d\vec{m}}{dt}\right).$$
(3.16)

A eq. (3.16) está escrita na forma implícita, reescrevendo na forma explicita, ou seja, isolando $\frac{d\vec{m}}{dt}$, aplicando o produto vetorial de \vec{m} pela esquerda em ambos os membros da equação e usando a identidade vetorial na forma $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$, obtemos:

$$\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{m}}{dt} = -\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \left[\vec{m} \times \vec{B}_{ef} + \frac{\alpha}{m}\vec{m} \times \left(\vec{m} \times \vec{B}_{ef} \right) \right].$$
(3.17)

Na eq. (3.16), tomando o produto escalar de \vec{m} pela esquerda em ambos os membros e usando a identidade vetorial na forma $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$, encontramos:

$$\vec{m} \cdot \frac{d\vec{m}}{dt} = -\gamma \vec{m} \cdot \left(\vec{m} \times \vec{B}_{ef}\right) + \frac{\alpha}{m} \vec{m} \cdot \left(\vec{m} \times \frac{d\vec{m}}{dt}\right)$$

$$= -\gamma \vec{B}_{ef} \cdot \left(\vec{m} \times \vec{m}\right) + \frac{\alpha}{m} \frac{d\vec{m}}{dt} \cdot \left(\vec{m} \times \vec{m}\right) = 0.$$
(3.18)



Figura 19 – Torque responsável pela precessão do momento magnético em torno de um campo efetivo. (a) Em sistema sem amortecimento (conservativo), $\alpha = 0$ e o ângulo polar Θ constante; (b) Em sistema com amortecimento, $\alpha > 0$ e Θ diminuindo.

Esse resultado mostra que $\vec{m} \in \frac{d\vec{m}}{dt}$ são sempre perpendiculares. E do conceito da derivada de um produto escalar, podemos escrever:

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{m}\cdot\vec{m}\right) = \frac{d\vec{m}}{dt}\cdot\vec{m} + \vec{m}\cdot\frac{d\vec{m}}{dt} = 2\vec{m}\cdot\frac{d\vec{m}}{dt},$$
(3.19)

que ao compararmos com a eq. (3.18), verificamos:

$$\frac{d}{dt} \left| \vec{m} \right|^2 = 0. \tag{3.20}$$

Ou seja, o módulo do momento magnético é mantido constante durante a precessão, como mostra a Figura 19(b) e conforme demonstrado em outras referências [45, 94].

Falta adicionar termos para a corrente de spin polarizada na eq. (3.16). Os autores Zhang e Li [111] fizeram isso separando a dinâmica dos elétrons de condução da magnetização local com uma hamiltoniana escrita em função dos spins dos elétrons de condução e dos elétrons localizados. O desenvolvimento das etapas envolvidas [94] considera $|\vec{M}| = M_S$ e adiciona à equação LLG um torque exercido pela densidade de spin contendo termos adiabáticos e não adiabáticos, conhecido como torque de transferência de spin (STT):

$$\vec{T}_{spin} = -\frac{u}{m^2} \vec{m} \times \left(\vec{m} \times \frac{d\vec{m}}{d\xi} \right) - \frac{\beta u}{m} \left(\vec{m} \times \frac{d\vec{m}}{d\xi} \right), \qquad (3.21)$$

com β sendo a constante não-adiabática (adimensional), \vec{u} um vetor com dimensão de velocidade e paralelo à densidade de corrente polarizada por spin, é um termo proposto por Bazaliy et al. [112] que descreve o processo adiabático dos elétrons de condução fora do equilíbrio, dado por [65, 113]:

$$u = \frac{\mu_B P j_e}{e M_S \left(1 + \beta^2\right)},$$
(3.22)

onde P é a polarização da corrente de spin (grandeza adimensional), j_e é a densidade de corrente polarizada por spin (A/m²). Na eq. (3.21), o produto βu no último termo da equação se refere a um torque não adiabático, ele está relacionado com o desalinhamento dos spins entre os elétrons de condução e a magnetização local [111].

Assim, a equação que traduz a aplicação de uma densidade de corrente polarizada por spin na direção $\hat{\xi}$ pode ser escrita como [13]:

$$\frac{d\vec{m}}{dt} = -\gamma \vec{m} \times \vec{B}_{ef} + \frac{\alpha}{m} \left(\vec{m} \times \frac{d\vec{m}}{dt} \right) - \frac{u}{m^2} \vec{m} \times \left(\vec{m} \times \frac{d\vec{m}}{d\xi} \right) - \frac{\beta u}{m} \left(\vec{m} \times \frac{d\vec{m}}{d\xi} \right).$$
(3.23)

Para simulação da corrente injetada ao longo da direção $\hat{\xi}$ em uma nanofita curvada, reescrevemos a eq. (3.23) com o índice k que indexa a rede:

$$\frac{d\vec{m}_k}{dt} = -\gamma \vec{m}_k \times \vec{B}_k^{ef} + \frac{\alpha}{m} \left(\vec{m}_k \times \frac{d\vec{m}_k}{dt} \right) - \frac{u}{m^2} \vec{m}_k \times \left(\vec{m}_k \times \frac{d\vec{m}_k}{d\xi} \right) - \\
+ \frac{\beta u}{m} \left(\vec{m}_k \times \frac{d\vec{m}_k}{d\xi} \right).$$
(3.24)

Onde, de acordo com a definição na eq. (3.13),

$$\vec{B}_k^{ef} = -\frac{\partial E_H}{\partial \vec{m}_k}.$$
(3.25)

3.4 CONFIGURAÇÃO INICIAL DO SKYRMION

Conforme definido na seção 3.1, colocamos a origem do sistema curvilíneo no centro da nanofita, porém, como o skyrmion pode ser colocado em qualquer lugar da

rede, determinamos, de modo geral, que a magnetização inicial do skyrmion é tomada em relação ao seu centro, tendo orientação definida por:

$$\hat{m}_{k} = \left(\cos \Phi\left(\phi_{k}\right) \sin \Theta\left(r_{k}\right), \sin \Phi\left(\phi_{k}\right) \sin \Theta\left(r_{k}\right), \cos \Theta\left(r_{k}\right)\right), \qquad (3.26)$$

onde r_k e os ângulos $\Phi(\phi_k)$ e $\Theta(r_k)$ definem as coordenadas esféricas usuais. Ou ainda,

$$\hat{m}_k = m_k^{\xi} \hat{\xi}_k + m_k^{\sigma} \hat{\sigma}_k + m_k^{\eta} \hat{\eta}_k. \tag{3.27}$$

A Figura 20, mostra como o momento magnético é definido em relação ao centro do skyrmion nessa configuração inicial.



Figura 20 – Esquema do momento magnético inicial e suas componentes no sistema de coordenadas esféricas, com os versores ortogonais usados na geometria da nanofita curvada.
O ponto S representa o centro do skyrmion (que nem sempre coincide com o centro do sistema, razão do uso da notação com versores nos eixos).

Numa nanofita plana, considerando que os momentos apontam na direção $-\hat{\eta}$ em $r_k = 0$ e $\hat{\eta}$ em $r_k \to \infty$, podemos definir o ângulo polar $\Theta(r_k)$ como [114]:

$$\Theta(r_k) = \frac{\pi}{1 + (r_k/rs_0)^{2/(1-s)}},$$
(3.28)

onde r_k é a distância do k-ésimo sítio ao centro do skyrmion, rs_0 o raio inicial do skyrmion e s um parâmetro adimensional definido no intervalo [0, 1) associado à força das interações magnéticas que atua no material. A Figura 21 mostra dois exemplos de configurações para o skyrmion tipo Néel em uma nanofita plana de CoPt, usando o código do grupo de pesquisa da UFJF.



Figura 21 – Recorte de uma nanofita plana com um skyrmion no centro, usamos s = 0,4 e parâmetros do CoPt (Tabela 1). A seta na cor vermelha, no centro das figuras, tem sentido entrando no plano da folha; as setas na cor amarela, próximas às bordas, tem sentido saindo do plano da folha; e as setas na cor laranja indicam a região próxima à delimitação do raio do skyrmion. (a) No início da simulação com $rs_0 = 2a$ e (b) após o equilíbrio em 1 milhão de passos, estabilizado com rs = 3,16a.

3.5 POSIÇÃO E RAIO DO SKYRMION

O resultado do raio do skyrmion (rs = 3,16a) na nanofita plana de CoPt é compatível com os valores descritos na referência [87], para os valores de D e K usados aqui. Entretanto, o raio do skyrmion pode ser bem maior [115, 116], dependendo do material, do uso de campo externo, ou das alterações nos parâmetros como A, D, K, M_S [17]. Dessa forma, o tamanho reduzido do skyrmion na nanofita CoPt é uma vantagem em relação a outros materiais.

Para identificar a posição do centro do skyrmion em uma nanofita plana, usamos um método eficaz e simples que considera a magnetização local [117]. As posições, para um sistema contínuo, são dadas por:

$$\bar{x} = \frac{\int x (m_z - 1) dV}{\int (m_z - 1) dV} \quad e \quad \bar{y} = \frac{\int y (m_z - 1) dV}{\int (m_z - 1) dV},$$
(3.29)

onde $x, y \in m_z$ são, respectivamente, as posições e a componente da magnetização na direção z. Em uma superfície curvada, podemos substituir as posições $x \in y$ pelos correspondentes índices (ξ_k, σ_k) dos sítios, cujos valores serão sempre números múltiplos do parâmetro de discretização da rede, e a componente m_z pela componente m_k^{η} normal à superfície em qualquer ponto da rede. Como o sistema é discreto, podemos reescrever as eqs. (3.29)

como:

$$\bar{\xi} = \frac{\sum_{k} \xi_k \left(m_k^{\eta} - 1 \right)}{\sum_{k} \left(m_k^{\eta} - 1 \right)} \quad \text{e} \quad \bar{\sigma} = \frac{\sum_{k} \sigma_k \left(m_k^{\eta} - 1 \right)}{\sum_{k} \left(m_k^{\eta} - 1 \right)}.$$
(3.30)

Essas equações fornecem valores adimensionais para a posição do skyrmion em relação à rede indexada da nanofita.

Em uma superfície curva, a forma circular do skyrmion pode ser alterada para uma estrutura semelhante a uma elipse. Portanto, definimos dois raios diferentes (rs_{ξ}, rs_{σ}) , nas direções $\hat{\xi} \in \hat{\sigma}$, respectivamente, para medir o tamanho desse skyrmion assimétrico, usando o seguinte entendimento:

$$(rs)_{\xi,\sigma} = \frac{\sum_{k} (ds_k)_{\xi,\sigma} e^{-\Omega |m_k^{\eta}|}}{\sum_{k} e^{-\Omega |m_k^{\eta}|}},$$
(3.31)

onde

$$(ds_k)_{\xi,\sigma} = \left[\left(\xi_k - \bar{\xi} \right)^2 + (\sigma_k - \bar{\sigma})^2 \right]^{1/2}$$
 (3.32)

é a distância adimensional do sítio k ao centro do skyrmion, sendo limitada em uma faixa $[\bar{\sigma} - 2, \bar{\sigma} + 2]$ para determinar rs_{ξ} e em uma faixa $[\bar{\xi} - 2, \bar{\xi} + 2]$ para determinar rs_{σ} . O somatório é limitado para $(ds_k)_{\xi,\sigma} \leq 30$. O parâmetro Ω é adimensional e usamos $\Omega = 20$ (pois, nos testes iniciais, entregou resultados esperados para o raio do skyrmion). Como o raio do skyrmion é definido como sendo igual a distância do centro do skyrmion até a região onde a componente $|m_k^{\eta}|$ é nula, a exponencial $e^{-\Omega|m_k^{\eta}|}$ será muita pequena para valores $|m_k^{\eta}| \neq 0$. Para sistemas discretos nem sempre o perfil da magnetização é suave, nesse caso há apenas uma região onde a magnetização pode ser aproximadamente nula.

Em uma superfície plana, o skyrmion tem forma circular e a eq. (3.31) fornece com precisão o raio do skyrmion, $rs_{\xi} = rs_{\sigma}$. Mas, quando existe curvatura na nanofita, o skyrmion pode sofrer deformações, e as regiões onde as componentes m_k^{η} são aproximadamente nulas não são equidistantes do centro do skyrmion (devido as suas deformações), e assim, $rs_{\xi} \neq rs_{\sigma}$. Ou seja, a eq. (3.31) nem sempre dá uma menor distância entre dois pontos (em linha reta), mas uma distância ao longo da superfície curva, possibilitando acompanhar, durante a simulação, as mudanças que ocorrem no perfil do skyrmion devido à presença do DG.

3.6 MOVIMENTO DO SKYRMION

No caso em que a força interna total é nula, o movimento de skyrmions magnéticos em um plano infinito é governada pela equação de Thiele [71, 118, 119]:

$$\vec{G} \times (\vec{v} - \vec{u}) + \stackrel{\leftrightarrow}{\mathcal{D}} (\beta \vec{u} - \alpha \vec{v}) = 0, \qquad (3.33)$$

onde \vec{v} é a velocidade do skyrmion, $\vec{G} = (0, 0, G)$ é o vetor de acoplamento giromagnético relacionado à força de Magnus [120], que surge devido ao movimento do skyrmion ocasionado pela aplicação da densidade de corrente polarizada por spin. Na nanofita com defeito geométrico, como definido na Figura 16, para simular a aplicação da densidade de corrente polarizada por spin, adotamos três valores: $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$, $j_{e2} = -1.0 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ e $j_{e3} = -2.0 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$. Valores esses, nem tão baixos que não sejam vantajosos à utilização em equipamentos que requerem leitura de dados cada vez mais rápida, nem tão altos a ponto de poderem destruir o material devido ao efeito Joule.

Na equação original de Thiele os termos são descritos em unidade de força, e assim o girovetor \vec{G} na direção de $\hat{\eta}$ é definido como [121]:

$$G_{\eta} = \frac{M_S}{\gamma} \int_{\Delta \Phi \Delta \cos \Theta d\eta} d(\cos \Theta) d\Phi d\eta.$$
(3.34)

Porém, devido à conversão dos termos de força para velocidade, utilizados na eq. (3.33), podemos escrever a eq. (3.34) como:

$$G = \int_{\Delta\Phi\Delta\cos\Theta} d(\cos\Theta) d\Phi = [\cos\Theta(r)]_{r=0}^{r=\infty} [\Phi(\phi)]_0^{2\pi}, \qquad (3.35)$$

utilizando a eq. (2.69), que define a polaridade do skyrmion (p), encontramos:

$$G = -4\pi p. \tag{3.36}$$

Conforme as equações (2.68) e (2.70), que definem a carga topológica da textura magnética (Q) e a vorticidade (ν) , respectivamente, para skyrmion, Q = p, logo:

$$G = -4\pi Q. \tag{3.37}$$

Apesar da carga topológica não ser perfeitamente definida em estruturas curvas, já que *G* pode variar conforme a geometria [100], em nossas simulações, usamos a aproximação Q = -1. Finalmente, no segundo termo da eq. (3.33), $\stackrel{\leftrightarrow}{\mathcal{D}}$ é o tensor da força dissipativa [113, 119, 122], que apresenta componentes dadas por [73]:

$$D_{ij} = \int \frac{\partial \vec{m}}{\partial i} \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial j} d\xi d\sigma, \quad \forall i, j \in \{\xi, \sigma\},$$
(3.38)

onde $D_{\xi\sigma} = D_{\sigma\xi} = 0, \ D_{\xi\xi} = \int \frac{\partial \vec{m}}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial \xi} d\xi d\sigma \ e \ D_{\sigma\sigma} = \int \frac{\partial \vec{m}}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial \sigma} d\xi d\sigma.$

Como a energia total E_H não é constante para uma superfície curva, ao longo da direção $\hat{\xi}$, podemos somar uma força interna induzida pela curvatura (força induzida pela curvatura – FIC), $\vec{F}_{in}(\xi) = F_{in}(\xi)\hat{\xi}$, na eq. (3.33) para descrever o efeito do DG. Desta forma,

$$\frac{\gamma}{M_S a} \vec{F}_{in} + \vec{G} \times (\vec{v} - \vec{u}) + \overleftrightarrow{\mathcal{D}} (\beta \vec{u} - \alpha \vec{v}) = 0.$$
(3.39)

Obtemos a FIC derivando a energia total em relação a ξ , isto é, $\vec{F}_{in}(\xi) = -\frac{\partial E_H}{\partial \xi} \hat{\xi}$. Na forma matricial, podemos escrever a eq. (3.39) como:

$$\frac{\gamma}{M_S a} \begin{pmatrix} F_{in} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -G \\ G & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{\xi} - u \\ v_{\sigma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_{\xi\xi} & 0 \\ 0 & D_{\sigma\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta u - \alpha v_{\xi} \\ -\alpha v_{\sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$
(3.40)

Após alguns passos algébricos, obtemos as componentes da velocidade do skyrmion na nanofita magnética:

$$v_{\xi} = \frac{u(G^2 + D_{\xi\xi}D_{\sigma\sigma}\alpha\beta) + D_{\sigma\sigma}\alpha CF_{in}}{G^2 + D_{\xi\xi}D_{\sigma\sigma}\alpha^2};$$
(3.41a)

$$v_{\sigma} = \frac{GD_{\xi\xi}u(\beta - \alpha) + GCF_{in}}{G^2 + D_{\xi\xi}D_{\sigma\sigma}\alpha^2},$$
(3.41b)

onde $C = \gamma/(M_S a) = 1.52 \times 10^{14} \,\mathrm{m/Ns}.$

Outras forças atuam naturalmente no movimento do skyrmion. A força de arrasto (ou força dissipativa), resultado do termo de amortecimento, surge no skyrmion quando ele se move na nanofita, e é contrária ao sentido da densidade de corrente polarizada por spin j_e . Combinada com a força de Magnus, perpendicular à direção da corrente (Figura 22),

produz o efeito skyrmion Hall [19, 123], resultando no aniquilamento do skyrmion na borda da nonofita, devido à trajetória descrita pelo ângulo Θ_{SkH} dado por [124]:

$$\Theta_{SkH} = tg^{-1} \left(\frac{v_{\sigma}}{v_{\xi}} \right). \tag{3.42}$$

Para a nanofita plana de CoPt, com os valores da Tabela 1 e as densidades de corrente polarizadas por spin adotadas neste trabalho, encontramos $\Theta_{SkH} \approx 17,2^{\circ}$.



Figura 22 – Força de Magnus e força de arrasto presentes no movimento do skyrmion, com Q = -1, destacando o ângulo skyrmion Hall (Θ_{SkH}) em uma nanofita plana.

No caso em que a nanofita infinita é plana, as eqs. (3.41) apresentam $F_{in} = 0$, e portanto,

$$\Theta_{SkH} = tg^{-1} \left[\frac{GD_{\xi\xi} u(\beta - \alpha)}{u(G^2 + D_{\xi\xi} D_{\sigma\sigma} \alpha \beta)} \right], \qquad (3.43)$$

ou seja, não haverá deflexão se $\alpha = \beta$ [125].

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 ESTUDO ESTÁTICO

Como mencionado na seção 3.1, posicionamos o skyrmion do tipo Néel, de raio inicial $rs_0 = 2a$, no centro de uma superfície curvada grande o suficiente $(L_{\xi} = L_{\sigma} = 81a)$ para evitar o efeito de bordas e estudarmos as mudanças que ocorrem na forma do skyrmion, nas condições de equilíbrio e aniquilação em função do raio da curvatura R, para CP e CN na ausência de uma densidade de corrente polarizada por spin. Nesse tipo de superfície, a nonofita tem suas propriedades magnéticas alteradas localmente [100] devido ao realinhamento do vetor normal $\hat{\eta}$, alterando a energia total e consequentemente a configuração de equilíbrio [126], o que pode levar a uma nova alternativa para implementação em arquitetura de memória magnética.

4.1.1 Superfície com CP

Os resultados das simulações, para $rs_{\xi} e rs_{\sigma}$ do skyrmion na CP variando R, estão representados na Figura 23. Como pode ser visto, à medida que o raio da curvatura diminui, o skyrmion cresce passando da forma circular para uma forma incomum elíptica, podendo se deformar para uma situação de monodomínio (quando todos os momentos magnéticos da região central do skyrmion apontam para uma única direção e sentido), até atingir a borda da nanofita. Razão pela qual, optamos por limitar nosso estudo para os casos em que $rs_{\sigma} < 3rs$, o que nos leva a $R \geq 19a$. Além disso, o skyrmion exibe $rs_{\xi} < rs_{\sigma}$ na curvatura positiva, comportamento também observado no trabalho de Jaehak Yang et al. [72] com skyrmions em nanotubos magnéticos. Esses resultados podem apresentar pequenas variações devido ao método utilizado para determinar o raio do skyrmion, onde a discretização do sistema pode produzir uma estimativa de incerteza na medição de $rs_{\xi} e$ rs_{σ} da ordem de $a/2 = 1 \times 10^{-9}$ m.

A Figura 24 mostra uma visão da configuração dos momentos magnéticos da nanofita com CP, para os raios R = 19a (Figura 24(a)) e R = 23a (Figura 24(b)). Na curvatura com R = 19a, surge a iminência da formação de uma configuração de monodomínio no centro do skyrmion, situação semelhante ao que ocorre nos chamados skyrmions gigantes, onde também há esse tipo de formação, embora esses apresentem diâmetros na escala de micrômetros [115, 116], muito maiores do que os observados neste estudo.



Figura 23 – Componentes do raio do skyrmion na superfície com CP em função do raio da curvatura R, quando completados 1 milhão de passos na simulação. Na superfície plana, $rs_{\xi} = rs_{\sigma} = rs \approx 3,16a$.



Figura 24 – Recortes da região central ($L_{\xi} = L_{\sigma} = 37a$) da nanofita com CP (vista da parte côncava), apresentando o skyrmion estabilizado no centro, quando alcançado 1 milhão de passos na simulação. Os pontos pretos no centro representam o momento magnético com sentido saindo do plano da folha, ou seja, $m_k^{\eta} = -1$; as setas vermelhas delimitam o raio do skyrmion, em que $-1 < m_k^{\eta} < 0$. (a) R = 19a, $rs_{\xi} = 6,28a$ e $rs_{\sigma} = 9,03a$ (b) R = 23a, $rs_{\xi} = 5,35a$ e $rs_{\sigma} = 6,31a$.

Uma forma de ajustar esse crescimento do raio do skyrmion, evitando a tendência do surgimento de monodomínio, quando R < 19a, seria alterar a espessura do material que

compõe a nanofita, o que significa alterar o valor da constante Dzyaloshinskii-Moriya (D) [54]. Replicamos esse efeito como mostra a Figura 25, onde analisamos o raio do skyrmion em função de D. Constatamos que, assim como ocorre numa nanofita plana [17, 127], o raio do skyrmion cresce com o aumento de D.



Figura 25 – Componentes do raio do skyrmion em função de D, no plano e em sistemas com curvatura positiva, para alguns valores de R.

4.1.2 Superfície com CN

A Figura 26 mostra os resultados da simulação para $rs_{\xi} e rs_{\sigma}$ para vários valores de R na CN. Nesse caso, o skyrmion é aniquilado para valores de R menores que um raio crítico, $R_c = 29a$, e exibe uma forma circular, com $rs_{\xi} \approx rs_{\sigma}$. Ao contrário do que ocorre quando a curvatura é positiva, o raio do skyrmion diminui à medida que R diminui na curvatura negativa. Apresentamos na Figura 27 a configuração dos momentos magnéticos da rede com o raio crítico da CN, como podemos ver, esse tipo de curvatura, afasta a possibilidade do surgimento de monodomínio magnético no centro do skyrmion, no entanto, traz um novo cenário, a sua aniquilação.

Conforme discutido na subseção 4.1.1, pequenas mudanças na espessura do material podem alterar substancialmente a configuração dos momentos magnéticos do skyrmion em uma nanofita curva. Como mostra a Figura 28, na curvatura negativa, a variação de D, além de modificar o raio do skyrmion, impacta também nas condições de sua aniquilação, sinalizadas no diagrama da Figura 29, ou seja, aumentando o valor de D, o raio crítico R_c diminui. Certamente, um comportamento contrário ocorre na curvatura positiva para a condição de deformação, onde o aumenta de D levaria a skyrmions deformados em superfícies com raios de curvatura maiores, pois o raio do skyrmion aumenta com o aumento de D (Figura 25 e 28).



Figura 26 – Componentes do raio do skyrmion na superfície com CN em função do raio da curvatura R, quando completados 1 milhão de passos na simulação. Na superfície plana, $rs_{\xi} = rs_{\sigma} = rs \approx 3,16a$.



Figura 27 – Recorte da região central ($L_{\xi} = L_{\sigma} = 29a$) da nanofita com CN e R = 29a(vista da parte convexa), apresentando o skyrmion estabilizado no centro com $rs_{\xi} = rs_{\sigma} = 2,01a$, quando alcançado 1 milhão de passos na simulação. O ponto preto no centro representam o momento magnético com sentido saindo do plano da folha, ou seja, $m_k^{\eta} = -1$; as setas vermelhas delimitam o raio do skyrmion, em que $-1 < m_k^{\eta} < 0$.



Figura 28 – Componentes do raio do skyrmion em função de D, no plano e em sistemas com curvatura negativa, para alguns valores de R.



Figura 29 – Os valores do raio R da superfície cilíndrica com CN, para os quais o skyrmion é aniquilado, são alterados em função de D.

Alguns autores [72, 79, 113] empregam em suas simulações, D positivo e negativo. Isso é o mesmo que inverter a direção do vetor normal $\hat{\eta}$, conforme a eq. (2.63): $\hat{d}_{ij} = \hat{z} \times \hat{r}_{ij}$, com $\hat{z} \equiv \hat{\eta}$. Nesse caso, usando a mesma hamiltoniana, temos um skyrmion com quiralidade diferente, mas com a mesma energia. A configuração de equilíbrio não é alterada. Teríamos uma troca: as configurações encontradas para CN agora seriam para CP, porém apresentando um skyrmion do tipo Néel com $\lambda = \pi$ (Figura 9(b)), ao invés de um com $\lambda = 0$ (objeto desse estudo).

4.1.3 Energias do sistema com CP e CN

A competição entre as interações de troca isotrópica, dipolar, anisotrópica e Dzyaloshinskii-Moriya, fornecem o comportamento da magnetização na interface da nanofita CoPt [60]. Registramos a energia total no estado de equilíbrio, para ambas as curvaturas com diferentes R, comparando com uma nanofita plana, Figura 30. Podemos notar que o aumento (diminuição) do raio do skyrmion está relacionado com o decréscimo do raio da curvatura para a CP (CN), Figura 23 (Figura 26), semelhante ao comportamento da energia total à medida que variamos R.



Figura 30 – Energia total em função do raio de curvatura R na superfície cilíndrica (CP e CN), com um skyrmion no centro. A linha roxa é a energia total em uma nanofita plana. Os pontos em falta, referente a CN, são devidos à aniquilação do skyrmion para R < 29a.

Se observarmos a faixa do raio da curvatura em que o skyrmion existe apenas na CP, deixando de existir na CN, nesse caso para 19a < R < 29a, podemos chegar a conclusão de que a curvatura positiva favorece a estabilidade do skyrmion na nanofita com essa forma geométrica. Conclusão igual foi apontada recentemente por Carvalho-Santos e seus colaboradores [60], com o estudo de curvaturas na forma de cúpula, positiva e negativa.

4.2 ESTUDO DINÂMICO

Conforme relatado na seção 3.1, posicionamos o skyrmion à esquerda do centro $(\bar{\xi} = -35a; \bar{\sigma} = 0)$ da nanofita com DG do tipo CP e CN $(L_{\xi} = 111a; L_{\sigma} = 141a)$, adotando

diferentes raios de curvatura para cada largura compreendida no intervalo: $2a \leq w \leq 30a$. Para analisarmos os efeitos causados no skyrmion devido à presença do DG, utilizamos $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$, $j_{e2} = -1.0 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ e $j_{e3} = -2.0 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ nas simulações e observamos as alterações que ocorrem no perfil do skyrmion (com $rs_{\xi} \in rs_{\sigma}$), na velocidade e posição, em função da largura w e do raio da curvatura R. Como uma forma de medir a qualidade do nosso método, comparamos os resultados da velocidade (de simulação) do skyrmion com o esperado pela teoria, eqs. (3.41).

4.2.1 Trajetória, deformação e perfil do skyrmion no DG do tipo CP

Iniciamos nossa busca por skyrmions que possam ser usados como meios de informações em bits, portanto, como apontado no estudo estático (na subseção 4.1.1), evitamos situações em que o skyrmion cresce tanto que, além de surgir a tendência para formação de monodomínio no centro do skyrmion, ele pode se deformar na rede com CP à medida que o raio da curvatura diminui a partir de certo valor (Figura 31). Com base nesse estudo estático, definimos $rs_{\sigma} < 3rs$ como um intervalo para selecionar os skyrmions que serão objetos desse estudo, pois essa é a componente do raio que apresenta o maior aumento. No diagrama da Figura 31, apontamos esse mapeamento, onde é possível notar o impacto da largura w no limiar da deformação do skyrmion em função de R, para a densidade de corrente polarizada por spin $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$. Uma hipótese que pode ser levantada a respeito da influência da largura w na deformação do skyrmion diz respeito à junção da parte plana com a curvada. Deve haver uma distância limite entre o skyrmion e essa junção, para que ele não sofra influência dessa transição de superfície, uma vez que as maiores alterações ocorrem nos menores valores de w, ou seja, quando o skyrmion está situado nos dois tipos de geometria (plana e curvada).



Figura 31 – Diagrama de fase para o movimento dos skyrmions para vários valores de R e w numa nanofita com curvatura positiva, usando a densidade de corrente polarizada por spin: $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$. Os pontos onde não há marcadores, correspondem aqueles em que $\varphi > 180^\circ$ (ver seção 3.1).

Os marcadores na forma de ×, na Figura 31, sinalizam as configurações que devemos evitar. Pois, aqueles na cor preta, indicam que os skyrmions não conseguem transpor o DG, em alguns casos se aniquilam na borda da nanofita, próximo ao DG (sempre na direção $-\hat{\sigma}$), noutros se deformam ao longo do DG. Esse comportamento muda com a densidade de corrente utilizada, mas não alteram notavelmente as componentes do raio do skyrmion. E aqueles na cor vermelha, representam os skyrmions que crescem na passagem pelo DG, a ponto de indicar uma possível formação de monodomínio ou começar a apresentar uma forma elíptica duvidosa, como mostra a Figura 32, embora esses consigam transpor o DG e retomar sua forma circular na parte plana. Contudo, nesse caso extremo, devido à proximidade do skyrmion com a borda da nanofita, é possível que ele tenha seu movimento limitado na direção $\hat{\sigma}$. Para verificar se a borda influenciou o resultado desse caso, utilizamos uma nanofita 2 vezes mais larga, e constamos que a largura (L_{σ}) usada aqui, para a nanofita, não altera significativamente a posição, o perfil e o raio do skyrmion. De fato, para distâncias superiores a 50 nm (25*a*) a interação skyrmion-borda é aproximadamente zero [128].


Figura 32 – Nanofita com DG do tipo CP $(L_{\xi} = 111a; L_{\sigma} = 141a)$ com w = 18a (-9a a 9a) e R = 15a, destacando uma situação em que o skyrmion cresce com $rs_{\sigma} > 3rs$ $(rs_{\xi} = 5,67a; rs_{\sigma} = 11,86a)$, com centro localizado em $\bar{\xi} = 1,57a$ e $\bar{\sigma} = 41,04a$, na passagem pelo DG usando j_{e1} . A linha azul indica a trajetória do centro do skyrmion.

Para w > 26a, o skyrmion recai na condição definida anteriormente no estudo estático, quando deforma para R < 19a, ou seja, a partir dessa largura do defeito, o skyrmion consegue sentir, na passagem pelo centro do DG, uma superfície inteiramente cilíndrica, sem que a parte plana interfira significativamente nessa condição. No final dessa seção, apresentamos a evolução desses efeitos no perfil do skyrmion, para alguns casos em que o skyrmion consegue transpor o DG.

A razão do porquê não haver skyrmions com $2rs < rs_{\sigma} < 3rs$ (marcadores azuis no diagrama da Figura 31) transpondo o DG quando $w \leq 10a$ pode chamar atenção, uma vez

que, uma observação detalhada no diagrama da Figura 31, sugere que as componentes do raio do skyrmion aumentam no DG de largura $w \operatorname{com} R$ decrescente. Uma explicação para isso é que, a componente rs_{σ} também depende de w, isto é, aumenta com w. Outro ponto é que, para cada $w \in R$, deve haver uma densidade de corrente crítica que impossibilita o skyrmion de transpor o DG. Pois, esse comportamento muda com a aplicação das outras duas densidade de correntes polarizadas por spin, $j_{e2} = -1.0 \times 10^{12} \operatorname{A/m^2} e$ $j_{e3} = -2.0 \times 10^{12} \operatorname{A/m^2}$, onde o skyrmion consegue transpor defeitos geométricos com raios de curvatura menores, como em w = 2a e R = 5a. Apesar de não ser objeto deste estudo, procurar por uma corrente crítica, investigamos o fenômeno com uma rede maior na direção $\hat{\sigma}$ (com $L_{\sigma} = 199a$), aplicando a densidade de corrente polarizada por spin j_{e1} . Nesse novo cenário, o skyrmion que antes era eliminado na borda da nanofita, para w = 2a, w = 4a e w = 6a com raio R = 5a, R = 8a e R = 10a, respectivamente, agora fica preso próximo dela na região do DG, como mostra a Figura 33. Essa análise sugere que a corrente crítica está próximo desse valor $(j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \operatorname{A/m^2})$ para essas combinações de $w \in R$.



Figura 33 – Caso em que o skyrmion se move com $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$ ao longo do DG do tipo CP, até parar próximo à borda da nanofita de dimensões $L_{\xi} = 111a$ e $L_{\sigma} = 199a$, devido ao seu caráter repulsivo.

Esse tipo de comportamento, que envolve uma corrente crítica numa nanofita com defeito geométrico semelhante ao tratado aqui, foi objeto de estudo em um trabalho recente [102], onde, para uma nanofita de FeGe, os autores encontraram uma corrente crítica abaixo da qual o skyrmion para e, acima desse limite, o skyrmion passa pelo defeito. Entretanto, nossos resultados adicionam a informação de que mesmo em baixas correntes (Figura 34), há um deslocamento na direção $\hat{\sigma}$, antes dele parar por influência da borda [129]. O defeito geométrico compete com outros tipos de defeitos (buracos, mudanças locais nas propriedades magnéticas do material, etc.) que também mostraram-se capazes de alterar a trajetória do skyrmion na nanofita [130].



Figura 34 – Trajetória do skyrmion em uma rede maior, $L_{\xi} = 111a$ e $L_{\sigma} = 199a$, em razão de uma baixa densidade de corrente polarizada por spin, $j_e = -0.1 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$, evidenciando o movimento na direção $\hat{\sigma}$ ao longo do DG do tipo CP, antes de parar próximo à borda da nanofita.

Visualizamos, na Figura 32, três grandes mudanças na trajetória do skyrmion, onde o ângulo Θ_{SkH} , dado pela eq. (3.42), apresenta as maiores variações. Esse comportamento se repete em todos os casos observados com $rs_{\sigma} < 3rs$ (diagrama da Figura 31). A primeira grande mudança, ocorre na proximidade da entrada do skyrmion no DG, situa-se quando o centro do skyrmion está a aproximadamente 8*a* de distância da junção entre a superfície plana e a cilíndrica, portanto, ainda quando o skyrmion está inteiramente na parte plana. A segunda, ocorre dentro do DG, quando o skyrmion inverte o sentido do movimento, chamaremos de "ponto de retorno" e situa-se próximo de $\bar{\xi} = 0$. A terceira grande mudança na trajetória, ocorre quando o skyrmion deixa o DG, também a aproximadamente 8*a* da borda do DG, chamaremos de "ponto de saída", e está sempre abaixo da linha que projeta a trajetória inicial do skyrmion, na direção $-\hat{\sigma}$.

O ponto de retorno revela o deslocamento do skyrmion na direção $\hat{\sigma}$, sendo maior à medida que o raio da curvatura diminui, Figura 35. Esse deslocamento também é influenciado pelo valor da densidade de corrente polarizada por spin, como mostra a Figura 36, onde o deslocamento em σ é inversamente proporcional à corrente aplicada. Os pontos de retorno e saída podem indicar se o skyrmion sofreu influência da borda da



nanofita, conforme sua proximidade ao cruzar o DG.

Figura 35 – Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CP e w = 6a, para diferentes valores de R, com $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$. O deslocamento na direção $\hat{\sigma}$ é inversamente proporcional a R, mudando o ponto de saída do skyrmion no DG na direção $\hat{\sigma}$, mas mantendo fixo o ponto de retorno na direção $\hat{\xi}$.



Figura 36 – Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CP, w = 20a e R = 28a, para $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}, j_{e2} = -1.0 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$ e $j_{e3} = -2.0 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}.$

Como podemos ver, na presença do DG, o deslocamento do skyrmion é mais significativo na direção $\hat{\sigma}$, quando comparado ao deslocamento na direção $\hat{\xi}$ durante a travessia pelo DG do tipo CP. Também podemos observar, que o deslocamento na direção $\hat{\sigma}$ é diretamente proporcional à largura w, como mostra a Figura 37. E o ponto de retorno é localizado próximo ao ponto $\bar{\xi} = 0$, podendo oscilar à direita na direção $\hat{\xi}$, dependendo do valor de w, mas não depende dos valores de R ou j_e (Figuras 35 e 36).



Figura 37 – Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CP e R = 29a, para diferentes valores de w, com $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$. O deslocamento na direção $\hat{\sigma}$ é diretamente proporcional a w, mudando o ponto de saída do skyrmion no DG na direção $\hat{\sigma}$ e o ponto de retorno na direção $\hat{\xi}$. Os ângulos de abertura (φ), para essa combinação de R = 29a com w = 2a, w = 4a, w = 10a, w = 20a e w = 30a, são 3,9°, 7,9°, 19,8°, 39,5° e 59,3°, respectivamente.

Nesse tipo de DG, o raio do skyrmion aumenta sob influência da CP, predominando $rs_{\xi} < rs_{\sigma}$. Porém, para os casos limites (R menores) com w < 6a, a componente rs_{ξ} pode apresentar valores um pouco maiores quando o skyrmion tangencia a borda do DG na saída (Figura 38(a)). A Figura 38 mostra os valores de rs_{ξ} e rs_{σ} para vários w e R durante o deslocamento do skyrmion com densidade de corrente polarizada por spin $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$. Selectionamos as primeiras combinações de R e w, onde o skyrmion consegue passar pelo DG, por apresentarem as maiores alterações no comportamento do skyrmion. Quando o skyrmion tem dimensão maior do que a largura w, ele apresenta dificuldades em manter seu crescimento (o raio aumenta e diminui), como mostram as Figuras 38 (a)-(c), onde presenciamos um comportamento inesperado nos valores de $rs_{\mathcal{E}}$ e rs_{σ} , independente do raio da curvatura R. Ou seja, nessa faixa de largura, $w \leq 8a$, a geometria plana ainda exerce muita influência sobre o skyrmion, já que ele pode coexistir nesses dois tipos de superfícies, fazendo com que o mesmo tenha valores próximos a rs = 3,16a no centro do DG. A partir de $w \ge 10a$, Figuras 38 (d)-(f), o DG apresenta maior influência sobre o perfil do skyrmion, sempre aumentando seu raio, como igualmente observado no estudo estático.



Figura 38 – Valores de $rs_{\xi} \in rs_{\sigma}$ durante o movimento do skyrmion na nonofita com um DG do tipo CP, para alguns valores de $w, R \in j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$. Em (a), (b), (c) é possível observar comportamento inesperado nos valores de $rs_{\xi} \in rs_{\sigma}$ quando o skyrmion cruza o DG. Em (d), (e), (f) o efeito da curvatura sobre o skyrmion é mais intenso, de forma que os valores do raio começam a se aproximar dos registrados no estudo estático.

4.2.2 Trajetória, aniquilação e perfil do skyrmion no DG do tipo CN

Nesse tipo de forma geométrica, o skyrmion sempre reduz o seu tamanho em relação ao perfil conhecido no plano, independente do valor da largura w. No entanto, devido a CN não favorecer a estabilidade do skyrmion, como observado na subseção 4.1.3, ele pode ser aniquilado na passagem pelo DG para certos valores de R, como mostra o diagrama da Figura 39, diferenciando-se da condição de aniquilação R < 29a, relatada no estudo estático. Podemos ver que a aniquilação agora depende de R e w, mas não depende significativamente dos valores de j_e usados aqui, exceto para w = 6a com R = 12a e w = 26a com R = 28a, onde a condição de aniquilação muda com o valor de $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$. Para $w \ge 28a$, teremos novamente a condição de aniquilação do estudo anterior com R < 29a.



Figura 39 – Diagrama de fase para o movimento dos skyrmions numa nanofita com curvatura negativa, variando R e w. Os valores da densidade de corrente polarizada por spin usados aqui foram: $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$, $j_{e2} = -1.0 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$ e $j_{e3} = -2.0 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$. Com exceção de dois valores, o diagrama de fases não depende dos valores da densidade de corrente polarizada por spin utilizados neste trabalho.

Em relação à trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CN, ela mantém as relações de proporções observadas no tipo CP, ou seja, o deslocamento na direção $\hat{\sigma}$ é inversamente proporcional tanto ao valor de R (Figura 40), quanto ao valor de j_e (Figura 41), e é diretamente proporcional ao valor de w (Figura 42). Contudo, três diferenças se destacam em relação ao observado na CP: o deslocamento em $\hat{\sigma}$ no DG do tipo CN ocorre no sentido contrário; o ponto de retorno nesse DG oscila à esquerda de $\bar{\xi} = 0$ ao variar w; e a extensão do deslocamento em $\hat{\sigma}$ é menor, de modo que os pontos de retorno e saída ficam dentro da faixa $-9a < \bar{\sigma} < 13a$, para j_{e1} (com j_{e2} e j_{e3} essa faixa é ainda menor). Essas diferenças na trajetória do skyrmion podem ser determinantes para definir outros tipos de superfícies, que combinem essas duas curvaturas, positiva e negativa. Na Figura 43, temos uma das redes usadas em nossas simulações com o DG do tipo CN, sinalizando o skyrmion na passagem pelo DG e a sua trajetória.



Figura 40 – Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CN e w = 6a, para diferentes valores de R, com $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$. O deslocamento na direção $\hat{\sigma}$ é inversamente proporcional a R, mudando o ponto de saída do skyrmion no DG na direção $\hat{\sigma}$, mas mantendo o ponto de retorno em $\bar{\xi} = 0$.



Figura 41 – Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CN, w = 20a e R = 28a, para $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}, \ j_{e2} = -1.0 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$ e $j_{e3} = -2.0 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$. As correntes alteram a posição do ponto de retorno na direção $\hat{\sigma}$, mantendo-o em $\hat{\xi}$.



Figura 42 – Trajetória do skyrmion na nanofita com DG do tipo CN e R = 29a, para diferentes valores de w, com $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$. O deslocamento na direção $\hat{\sigma}$ é diretamente proporcional a w, mudando o ponto de saída do skyrmion no DG na direção $\hat{\sigma}$ e o ponto de retorno na direção $\hat{\xi}$.



Figura 43 – Nanofita com DG do tipo CN $(L_{\xi} = 111a; L_{\sigma} = 141a)$ com w = 10a (-5a a 5a) e R = 22a, destacando uma situação em que o skyrmion diminui na passagem pelo DG $(rs_{\xi} = rs_{\sigma} = 1, 90a)$, com centro localizado em $\bar{\xi} = 0,47a$ e $\bar{\sigma} = -5,79a$. A linha azul indica a trajetória do centro do skyrmion.

Assim como acontece na CP, na CN o skyrmion, ao experimentar uma densidade de corrente mais baixa, também apresenta um deslocamento acentuado na direção $\hat{\sigma}$, que é limitado pela borda da nanofita (duas vezes mais larga), Figura 44. Com a diferença de que, nesse caso, o skyrmion não consegue entrar no DG devido à natureza da força induzida pela curvatura ser diferente.



Figura 44 – Caso em que o skyrmion se move com $j_e = -0.1 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$ na nanofita de dimensões $L_{\xi} = 111a$ e $L_{\sigma} = 199a$, sem conseguir entrar no DG do tipo CN.

Quando na CN, as componentes do raio do skyrmion apresentam variações numa faixa relativamente pequena: $1.7a < rs_{\sigma} < 3.3a$. Isso faz com que o skyrmion se ajuste em larguras w menores na passagem pelo DG do tipo CN, do que no DG do tipo CP, como podemos ver na Figura 45(c), onde não ocorrem as variações inesperadas das componentes do raio do skyrmion para w = 8a, como acontece na CP, Figura 38(c). Em contraponto, para $w \leq 6a$ a parte plana da nanofita ainda exerce bastante influência no perfil do skyrmion, uma vez que ele se encontra simultaneamente nos dois tipos de geometria durante toda a travessia do DG, mantendo maior contato com a área plana da nanofita, Figuras 45 (a) e (b), fazendo com que seu raio aumente e diminui em dois momentos, na entrada e na saída do DG. De todo modo, nesse tipo de DG, o skyrmion sempre mantém $rs_{\xi} \approx rs_{\sigma}$ durante o deslocamento.



Figura 45 – Valores de rs_{ξ} e rs_{σ} durante o movimento do skyrmion na nonofita com um DG to tipo CN, para alguns valores de w, $R e j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$. Em (a) e (b) é possível observar comportamento inesperado nos valores de $rs_{\xi} e rs_{\sigma}$ quando o skyrmion cruza o DG. Em (c), (d), (e), (f) o skyrmion diminui a influência da parte plana quando ele atravessa o DG, comportamento esperado.

4.2.3 Energias e forças na nanofita com DG do tipo CP e CN

Tomando como referência a energia total da nanofita plana, com um skyrmion se movendo, devido uma densidade de corrente polarizada por spin $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$, visualizamos que a configuração de spins da nanofita com DG do tipo CP se mostra com maior energia do que a nanofita com DG do tipo CN, como aponta a Figura 46. Além disso, há um poço de potencial (mínimo) na energia da CP, que justifica o aprisionamento do skyrmion na direção $\hat{\xi}$ dentro do DG, quando o valor da corrente aplicada está abaixo de certo limite, como relatado na seção 4.2.1 (nas Figuras 33 e 34). Enquanto o máximo da energia na CN, implica que haverá uma corrente mínima em que o skyrmion não consegue adentrar o DG, sugerindo, portanto, a existência de uma força repulsiva. As Figuras 34 e 44 exemplificam essa situação, onde aplicamos uma densidade de corrente polarizada por spin mais baixa, $j_e = -0.1 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$, em uma rede mais larga ($L_{\sigma} = 199a$), constatando que, nesses casos próximos a uma corrente crítica, a CN impede a passagem do skyrmion pelo DG devido o seu caráter repulsivo, enquanto a CP o prende na direção $\hat{\xi}$ dentro do DG, devido seu caráter atrativo.



Figura 46 – Energia total E_H no deslocamento do skyrmion na nanofita plana e com DG do tipo CP e CN, com w = 2a e R = 6a, usando densidade de corrente polarizada por spin, $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$.

Evidente que essas forças induzidas pela curvatura não se limitam às baixas densidades de corrente. A Figura 47 mostra a energia total E_H em função da posição do skyrmion, para um defeito com curvatura positiva e negativa, com vários valores de w e R usando corrente $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$. A passagem do skyrmion pelo DG altera de tal forma as proporções de energia, resultando na força interna \vec{F}_{in} mostrada na Figura 48. Como pode ser observado, a força interna pode ser repulsiva ou atrativa durante a aproximação, travessia e distanciamento do skyrmion em relação ao DG. Esse comportamento foi observado para todos os valores de w e R. Onde o tipo de curvatura inverte a natureza da força interna, se CP ela é atrativa, e se CN repulsiva.



Figura 47 – Energia total E_H em função da posição $\bar{\xi}$ do centro de massa do skyrmion na nanofita curvada, para alguns valores de $w \in R$, com curvatura positiva (a)-(b)-(c) e negativa (d)-(e)-(f), aplicando a densidade de corrente polarizada por spin $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}.$



Figura 48 – Forças atrativas e repulsivas em função da posição $\bar{\xi}$ do centro de massa do skyrmion na nanofita com DG do tipo CP e CN, com densidade de corrente polarizada por spin, $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\mathrm{A/m^2}$.

A maior intensidade da força, na nanofita com ambas as curvaturas, sempre ocorre quando o skyrmion coexiste nos dois tipos de geometria, plana e cilíndrica. De modo que, quando a largura do defeito é maior (w = 30a), a energia começa a ficar praticamente constante na região central do DG, fornecendo uma força próxima de zero. Isso evidência que a junção entre essas duas superfícies tem mais a ser explorado, no que se refere a ganho ou perda de velocidade, do que uma curvatura simples, um cilindro, por exemplo. Em outras palavras, esse estudo revela que uma combinação de formas geométrica pode ser uma investigação promissora em trabalhos futuros, como a exemplificada na Figura 49, onde sugerimos uma combinação de curvaturas positivas e negativas, similar ao apresentado em [104], porém com variações de $R \in w$, que possam proporcionar um deslocamento maior do skyrmion na direção $\hat{\xi}$, reduzindo o efeito Hall.



Figura 49 – Idealização de uma nanofita formada por uma combinação de curvaturas positivas e negativas.

4.2.4 Velocidade do skyrmion na nanofita com DG do tipo CP e CN

Analisamos a velocidade do skyrmion simulando a aplicação da densidade de corrente polarizada por spin, $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$, confrontando os resultados das simulações com os teóricos, cujas componentes da velocidade do skyrmion são dadas pelas eqs. (3.41). Usamos $v_{\xi} = \frac{d\bar{\xi}}{dt}$ e $v_{\sigma} = \frac{d\bar{\sigma}}{dt}$ para determinar as componentes da velocidade do skyrmion na simulação. Para os cálculos teóricos, calculamos o tensor dissipativo $\tilde{\mathcal{D}}$ ($\bar{\xi}$), conforme a eq. (3.38), e a força induzida pela curvatura seguindo a equação $\vec{F}_{in}(\bar{\xi}) = -\frac{\partial E_H}{\partial \xi} \hat{\xi}$, uma vez que num sistema curvo, a energia total E_H não é constante ao longo da direção $\hat{\xi}$. Na Figura 50 apresentamos um exemplo dos cálculos do tensor dissipativo para a nanofita com DG do tipo CP, w = 10a, R = 22a e j_{e1} . Valores muito próximos desses, para o tensor dissipativo, foram registrados no estudo de Wang et al. [113] com skyrmions em nanotubos.



Figura 50 – Componentes do tensor dissipativo em função de $\bar{\xi}$ na nanofita com DG do tipo CP, w = 10a e R = 22a, aplicando $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \,\text{A/m}^2$.

Na Figura 51, selecionamos a largura w = 16a com raio de curvatura R = 27apara exemplificar as alterações das componentes da velocidade do skyrmion com as três densidades de corrente polarizada por spin utilizadas nesse trabalho. As maiores diferenças foram pontuadas na passagem do skyrmion pelo DG do tipo CN para as componentes v_{ξ} , onde os dados de simulação podem chegar a 15% menos do que o previsto pela teoria, chegando a 10% na parte plana. Essas variações estão próximas das encontradas em outros trabalhos, como na referência [131], onde os autores registram uma diferença em torno de 10% entre os resultados teóricos e os analíticos, para essa componente da velocidade do skyrmion em uma nanofita plana de CoPt, levando a uma diferença de fundo igual a 5% na superfície curva. Na direção $\hat{\sigma}$, os resultados analíticos de simulação se aproximam mais dos resultados teóricos (Figura 51(d)-(f)).



Figura 51 – Componentes da velocidade do skyrmion $v_{\xi} e v_{\sigma}$ em função de ξ na nanofita com DG de largura w = 16a do tipo CP e CN com R = 27a, em três situações: com $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$, $j_{e2} = -1.0 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ e $j_{e3} = -2.0 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$. Comparamos os resultados teóricos usando as eqs. (3.41) com os resultados das simulações.

As Figuras 52 e 53 mostram algumas comparações das componentes da velocidade teórica com as da simulação, $v_{\xi} \in v_{\sigma}$, respectivamente, usando j_{e1} . Elas podem traduzir, de uma forma geral, o perfil da velocidade do skyrmion ao longo da nanofita com DG, e o quão os valores encontrados nas simulações concordam com os valores apontados pela teoria, por meio da equação de Thiele. Observamos que a velocidade absoluta do skyrmion na direção $\hat{\xi}$ pode ser aumentada até 1,5 vezes (Figura 52(a)) na passagem pelo DG do tipo CP, enquanto na direção $\hat{\sigma}$ esse aumento pode chegar até 14 vezes (Figura 53(a)). Como consequência dessas oscilações na velocidade, percebemos as mudanças na posição do skyrmion pela passagem no DG em relação a nanofita plana (mostradas nas seções 4.2.1 e 4.2.2).

Analisando as Figura 52(f) e 53(f), onde o skyrmion experimenta uma curvatura com maior valor de w, podemos concluir que as maiores alterações na velocidade do skyrmion ocorrem quando ele ainda se encontra simultaneamente na parte plana e curvada da nanofita, sendo maiores quando o DG é do tipo CP. Esse é mais um dado relevante para investigação de superfícies que combinem esses tipos de geometrias, pois parece ser possível aumentar a velocidade do skyrmion, de forma significativa durante um percurso maior, apenas alterando a forma geométrica do material numa combinação entre a largura w do DG e o raio da curvatura R, uma vez que esses aumentos da velocidade absoluta são contrários na entrada e saída desses dois tipos de curvatura. Assim dizendo, talvez sejam necessárias larguras w próximas de rs para que o skyrmion, antes de sair de um DG, já esteja entrando em outro com R diferente, o que poderia resultar em aumento real na velocidade.



Figura 52 – Componente da velocidade do skyrmion v_{ξ} (Figuras (a)-(f)) em função de ξ nas nanofitas com DG do tipo CP e CN, aplicando $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$. Comparamos os resultados teóricos usando a eq. (3.41a) com os resultados das simulações.



Figura 53 – Componente da velocidade do skyrmion v_{σ} (Figuras (a)-(f)) em função de $\bar{\xi}$ nas nanofitas com DG do tipo CP e CN, aplicando $j_{e1} = -0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$. Comparamos os resultados teóricos usando a eq. (3.41b) com os resultados das simulações.

5 CONCLUSÕES

Usando simulações micromagnéticas conseguimos descrever o comportamento do skyrmion numa nanofita magnética curvada de CoPt em duas situações. Primeiramente, no estudo estático, na nanofita formada por uma superfície cilíndrica aberta de raio R variável, foi possível descrever o perfil do skyrmion, as condições de deformação na curvatura positiva e de aniquilação na curvatura negativa, que apresentaram dependência $\operatorname{com} R$. Nesse estudo foi constatado que a curvatura negativa mantém a forma circular do skyrmion. Enquanto na curvatura positiva, ele tem a sua forma alterada para um tipo de skyrmion 'elíptico'. Em seguida, no estudo dinâmico, usando essa mesma superfície como um defeito geométrico unido as duas partes planas, e simulando densidades de correntes polarizadas por spin abaixo de $-2,0\times 10^{12}\,\mathrm{A/m^2},$ as simulações puderam descrever, além do perfil do skyrmion, as componentes da sua velocidade na rede, apontando resultados aceitáveis quando comparados aos indicados pela teoria, via equação de Thiele. Além disso, constatamos que, no defeito geométrico do tipo curvatura negativa, as condições de aniquilação do skyrmion, além de depender de R, dependem também da largura w do defeito geométrico, porém não dependem dos valores das densidades de corrente polarizada por spin usadas aqui.

Em relação à trajetória do skyrmion ao longo da nanofita magnética, as alterações nas componentes das velocidades impostas pelo defeito geométrico conseguem alterar a dinâmica do skyrmion de tal forma que um defeito geométrico pode ser usado como um meio para mudar a sua trajetória. Essa propriedade poderia ser usada para a construção de dispositivos de memória, onde a movimentação do skyrmion na direção $\hat{\sigma}$ pode ser aproveitada para compensar a deflexão que o skyrmion sofre numa nanofita plana, podendo ser pensado em dispositivos que combinem diversas curvaturas para prolongar o alcance na direção de $\hat{\xi}$. Apesar desse comportamento similar ser observado em nanofita plana com outros tipos de defeitos, o uso de uma curvatura aumenta a possibilidade de construção, o que está ligada à necessidade de cada projeto.

Podemos concluir que a abordagem de simulação micromagnética para calcular a energia do sistema, posição e raio do skyrmion, usando coordenadas curvilíneas, mantendo a distância entre os sítios independente da curvatura, fornecem resultados que concordam com a teoria. Destacamos o comportamento do skyrmion em superfícies curvas como uma forma de favorecer as vantagens em usar skyrmion magnéticos em futuros dispositivos spintrônicos. Além disso, este estudo apontou que uma investigação sobre a combinação de formas geométricas, para compor uma nanofita, é promissora para amenizar as desvantagens do uso de skyrmions magnéticos como meio de informação em bits.

REFERÊNCIAS

- STRAWN, George. Howard Aiken: Mastermind of the Harvard Mark Computers. IT Professional, v. 21, n. 6, p. 66-68, 2019.
- [2] HIROHATA, Atsufumi; YAMADA, Keisuke; NAKATANI, Yoshinobu; PREJBE-ANU, Ioan-lucian; DIÉNY, Bernard; PIRRO, Philipp; HILLEBRANDS, Burkard. Review on spintronics: Principles and device applications. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 509, n. 166711, p. 1-28, 2020.
- [3] HIROHATA, Atsufumi; TAKANASHI, Koki. Future perspectives for spintronic devices. Journal of Physics D: Applied Physics, v. 47, n. 19, 2014.
- [4] PRICE, Rob; PRICE, Bob; SAVINI Jill. So Far: The First Ten Years Of A Vision. Apple Computer: California, 1987.
- [5] TEHRANI, Saied. Status and Outlook of MRAM Memory Technology (Invited). In: International Electron Devices Meeting, 2006, San Francisco. Conference. Arizona: IEEE, 2007, p. 1-4.
- [6] YAMAGUCHI, A.; ONO, T.; NASU, S.; MIYAKE, K.; MIBU, K.; SHINJO, T. Real-Space Observation of Current-Driven Domain Wall Motion in Submicron Magnetic Wires. Physical Review Letters, v. 92, n. 7, 2004.
- JONIETZ, F.; MÜHLBAUER, S.; PFLEIDERER, C.; NEUBAUER, A.; MÜNZER,
 W.; BAUER, A.; ADAMS, T.; GEORGII, R.; BÖNI, P.; DUINE, R. A.; EVERS-CHOR, K.; GARST, M.; ROSCH, A. Spin transfer torques in MnSi at ultralow current densities. Science, v. 330, n. 6011, p. 1648-1651, 2010.
- [8] TOSCANO, D.; LEONEL, S. A.; DIAS, R. A.; COURA, P. Z.; COSTA, B. V. Vortex core scattering and pinning by impurities in nanomagnets. Journal of Applied Physics, v. 109, n. 7, p. 12-15, 2011.
- [9] SILVA, J. H.; TOSCANO, D.; SATO, F.; COURA, P. Z.; COSTA, B. V.; LEONEL, S. A. The influence of magnetic impurities in the vortex core dynamics in magnetic nano-disks. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 324, n. 19, p. 3083-3086, 2012.
- [10] MOREIRA, C. D.; MONTEIRO, M. G.; TOSCANO, D.; LEONEL, S. A.; SATO, F. Decreasing the size limit for a stable magnetic vortex in modified permalloy nanodiscs. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 443, p. 252-260, 2017.
- [11] FERREIRA, V. A.; TOSCANO, D.; LEONEL, S. A.; COURA, P. Z.; DIAS, R. A.; SATO, F. Transverse domain wall scattering and pinning by magnetic impurities in magnetic nanowires. Journal of Applied Physics, v. 114, n. 013907, 2013.
- [12] TOSCANO, D.; LEONEL, S. A.; COURA, P. Z.; SATO, F.; COSTA, B. V.; VÁZQUEZ, M. Magnetization reversal of the transverse domain wall confined between two clusters of magnetic impurities in a ferromagnetic planar nanowire. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 419, p. 37-42, 2016.

- [13] PAIXÃO, E. L. M.; TOSCANO, D.; GOMES, J. C. S.; MONTEIRO, M. G.; SATO, F.; LEONEL, S. A.; COURA, P. Z. Depinning of the transverse domain wall trapped at magnetic impurities patterned in planar nanowires: Control of the wall motion using low-intensity and short-duration current pulses. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 451, p. 639-646, 2018.
- [14] ARAUJO, C. I. L. de; GOMES, J. C. S.; TOSCANO, D.; PAIXÃO, E. L. M.; COURA, P. Z.; SATO, F.; MASSOTE, D. V. P.; LEONEL, S. A. Investigation of domain wall pinning by square anti-notches and its application in three terminals MRAM. Applied Physics Letters, v. 114, n. 12, 2019.
- [15] VIEIRA JÚNIOR, D. S.; LEONEL, S. A.; TOSCANO, D.; SATO, F.; COURA, P. Z.; DIAS, R. A. Study on the coherence degree of magnetization reversal in Permalloy single-domain nano-ellipses. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 426, p. 396-404, 2017.
- [16] GOMES, J. C. S.; TOSCANO, D.; PAIXÃO, E. L. M.; ARAUJO, C. I. L.; SATO, F.; DIAS, R. A.; COURA, P. Z.; LEONEL, S. A. Effect of the dipolar coupling on the precessional magnetization switching in two-dimensional arrays of single-domain nano-ellipses. AIP Advances, v. 8, n. 9, 2018.
- [17] TOSCANO, D.; LEONEL, S. A.; COURA, P. Z.; SATO, F. Building traps for skyrmions by the incorporation of magnetic defects into nanomagnets: Pinning and scattering traps by magnetic properties engineering. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 480, p. 171–185, 2019.
- [18] SANTECE, I. A.; GOMES, J. C. S.; TOSCANO, D.; MONTEIRO JÚNIOR, M. G.; MENDONÇA, J. P. A.; ARAÚJO, C. I. L.; SATO, F.; LEONEL, S. A.; COURA, P. Z. Quantitative behavior study of velocity, radius and topological charge on skyrmion/edge interaction dynamics on Co/Pt nanotrack. QUARKS: Brazilian Electronic Journal of Physics, Chemistry and Material Science, v. 3, n. 1, p. 50-65, 2020.
- [19] TOSCANO, D.; MENDONÇA, J. P.; MIRANDA, A. L.; ARAUJO, C. I. de; SATO, F.; COURA, P. Z.; LEONEL, S. A. Suppression of the skyrmion Hall effect in planar nanomagnets by the magnetic properties engineering: Skyrmion transport on nanotracks with magnetic strips. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 504, p. 166655, 2020.
- [20] FERT, Albert; CROS, Vincent; SAMPAIO, João. Skyrmions on the track. Nature Nanotechnology, v. 8, n. 3, p. 152-156, 2013.
- [21] STREUBEL, Robert; FISCHER, Peter; KRONAST, Florian; KRAVCHUK, Volodymyr P.; SHEKA, Denis D.; GAIDIDEI, Yuri; SCHMIDT, Oliver G.; MAKAROV, Denys. Magnetism in curved geometries. Journal of Physics D: Applied Physics, v. 49, n. 36, 2016.
- [22] KARNAUSHENKO, Daniil; KANG, Tong; BANDARI, Vineeth K.; ZHU, Feng; SCH-MIDT, Oliver G. 3D Self-Assembled Microelectronic Devices: Concepts, Materials, Applications. Advanced Materials, v. 32, n. 15, 2020.

- [23] DUMAS, Thibaud; DUBAL, Stéphanie; ATTAL, Yohan; CHUPIN, Marie; JOU-VENT, Roland; MOREL, Shasha; GEORGE, Nathalie. MEG Evidence for Dynamic Amygdala Modulations by Gaze and Facial Emotions. PLoS ONE, v. 8, n. 9, 2013.
- [24] KARNAUSHENKO, Daniil; KARNAUSHENKO, Dmitriy D.; MAKAROV, Denys; BAUNACK, Stefan; SCHÄFER, Rudolf; SCHMIDT, Oliver G. Self-Assembled On-Chip-Integrated Giant Magneto-Impedance Sensorics. Advanced Materials, v. 27, n. 42, 2015.
- [25] GRAY, Stephen. A Letter to Cromwell Mortimer, M. D. Secr. R. S. Containing Several Experiments concerning Electricity. Philosophical Transactions (1683-1775), v. 37, p. 18-44, 1731.
- [26] BROWN JR., Willian Fuller. Magnetostatic Principles in Ferromagnetism. North-Holland Publishing Company: Amsterdam, 1962.
- [27] GARDELLI, Daniel. Antecedentes históricos ao surgimento do eletromagnetismo.
 Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 35, n. 1, p. 118-137, 2018.
- [28] BUSCHOV, K. H. J.; BOER, F. R. de. Physics of Magnetism and Magnetic Materials. Kluwer Academic Publishers: New York, 2003.
- [29] NOLTING, Wolfgang; RAMAKANTH. Quantum Theory of Magnetism. Springer Heidelberg Dordrecht London: New York, 2009.
- [30] GRIFFITHS, David Jeffrey. Eletrodinâmica. 3. ed. Pearson Addison Wesley: São Paulo, 2011.
- [31] MAXWELL, James Clerk. A Treatise on Electricity & Magnetism. 3. ed., v. 2, Dover Publications: New York, 1891.
- [32] EINSTEIN, Albert; HAAS, Wander Johannes de. Experimental proof of the existence of Ampère's molecular currents. Proceedings Royal Acad. Amsterdam, v. 18, p. 696-711, 1915.
- [33] LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies. Phys. Z. Sowjetunion, v. 8, p. 153–169, 1935.
- [34] GILBERT, Thomas L. A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 40, n. 6, p. 3443-3449, 2004.
- [35] FARIA, Rubens N.; LIMA, Luis F. C. P. Introdução ao magnetismo dos materiais. Editora Livraria da Física: São Paulo, 2005.
- [36] SIMON, Steven H. Solid State Basics. 1. ed. Oxford University Press: New York, 2013.
- [37] STÖHR, Joachim; SIEGMANN, Hans Christoph. Magnetism: From fundamentals to nanoscale dynamics. V. 152, Springer: New York, 2006.
- [38] DIRAC, P. A. M. On the Theory of Quantum Mechanics. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, v. 112, n. 762, p. 661–677, 1926.

- [39] SKOMSKI, R.; KASHYAP, A.; ZHOU, J.; SELLMYER, D. J. Anisotropic exchange. Journal of Applied Physics, v. 97, n. 10, 2005.
- [40] WYSIN, G. M. Vortex-in-nanodot potentials in thin circular magnetic dots. Journal of Physics Condensed Matter, v. 22, n. 37, 2010.
- [41] ATXITIA, U.; HINZKE, D.; CHUBYKALO-FESENKO, O.; NOWAK, U.; KACH-KACHI, H.; MRYASOV, O. N.; EVANS, R. F.; CHANTRELL, R. W. Multiscale modeling of magnetic materials: Temperature dependence of the exchange stiffness. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, v. 82, n. 13, 2010.
- [42] MORENO, R.; EVANS, R. F. L.; KHMELEVSKYI, S.; MUÑOZ, M. C.; CHAN-TRELL, R. W.; CHUBYKALO-FESENKO, O. Temperature-dependent exchange stiffness and domain wall width in Co. Physical Review B, v. 94, n. 10, 2016.
- [43] SHIM, Je Ho; SYED, Akbar Ali; SHIN, Yooleemi; KIM, Ji Wan; PIAO, Hong Guang; LEE, Sang Hyuk; LEE, Kyung Min; JEONG, Jong Ryul; KIM, Dong Hyun; KIM, Dong Eon. Ultrafast dynamics of exchange stiffness in Co/Pt multilayer. Communications Physics, v. 3, n. 1, 2020.
- [44] BORISOV, Vladislav; KVASHNIN, Y. O.; NTALLIS, N.; THONIG, D.; THUNS-TRÖM, P.; PEREIRO, M.; BERGMAN, A.; SJÖQVIST, E.; DELIN, A.; NORDS-TRÖM, L.; ERIKSSON, O. Heisenberg and anisotropic exchange interactions in magnetic materials with correlated electronic structure and significant spin-orbit coupling. American Physical Society, v. 103, n. 17, p. 1-18, 2021.
- [45] TOSCANO, Danilo. Estudo via simulação computacional da dinâmica da magnetização em nanomagnetos contendo uma distribução de impurezas magnéticas. Tese (Doutorado em Física), UFJF. Juiz de Fora, 2015.
- [46] JACKSON, John David. Classical Electrodynamics. 3. ed. John Wiley & Sons: California, 1998.
- [47] BEG, Marijan; CAREY, Rebecca; WANG, Weiwei; CORTÉS-ORTUÑO, David; VOUSDEN, Mark; BISOTTI, Marc Antonio; ALBERT, Maximilian; CHERNYSHENKO, Dmitri; HOVORKA, Ondrej; STAMPS, Robert L.; FANGOHR, Hans. Ground state search, hysteretic behaviour, and reversal mechanism of skyrmionic textures in confined helimagnetic nanostructures. Scientific Reports, v. 5, n. 17137, 2015.
- [48] FINOCCHIO, Giovanni; BÜTTNER, Felix; TOMASELLO, Riccardo; CARPENTI-ERI, Mario; KLÄUI, Mathias. Magnetic skyrmions: From fundamental to applications. Journal of Physics D: Applied Physics, v. 49, n. 42, 2016.
- [49] DZYALOSHINSKY, I. A Thermodynamic Theory of "weak" Ferromagnetism of Antiferromagnetics. F. Phys. Chem. Solids, v. 4, p. 241–255, 1958.
- [50] MORIYA, Tôru. Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism. Physical Review, v. 120, n. 1, p. 91–98, 1960.
- [51] BOGDANOV, A. N.; RößLER, U. B. Chiral symmetry breaking in magnetic thin films and multilayers. **Physical Review Letters**, v. 87, n. 3, 2001.

- [52] GARCIA-SANCHEZ, Felipe; BORYS, Pablo; VANSTEENKISTE, Arne; KIM, Joo-Von; STAMPS, Robert L. Nonreciprocal spin-wave channeling along textures driven by the Dzyaloshinskii-Moriya interaction. Physical Review B, v. 89, n. 22, p. 1-5, 2014.
- [53] MORIYA, Tôru. New Mechanism of Anisotropic Superexchange Interaction. Physical Review Letters, v. 4, n.5, p. 228-230, 1960.
- [54] YANG, Hongxin; THIAVILLE, André; ROHART, Stanislas; FERT, Albert; CHSHIEV, Mairbek. Anatomy of Dzyaloshinskii-Moriya Interaction at Co/Pt Interfaces. Physical Review Letters, v. 115, n. 26, p. 1-5, 2015.
- [55] THIAVILLE, André; ROHART, Stanislas; JUÉ, Émilie; CROS, Vincent; FERT, Albert. Dynamics of Dzyaloshinskii domain walls in ultrathin magnetic films. Epl, v. 100, n. 5, 2012.
- [56] ZHANG, Xichao; ZHOU, Yan; SONG, Kyung Mee; PARK, Tae Eon; XIA, Jing; EZAWA, Motohiko; LIU, Xiaoxi; ZHAO, Weisheng; ZHAO, Guoping; WOO, Seonghoon. Skyrmion-electronics: Writing, deleting, reading and processing magnetic skyrmions toward spintronic applications. Journal of Physics Condensed Matter, v. 32, n. 14, p. 1-80, 2020.
- [57] NAKATANI, Yoshinobu; YAMADA, Keisuke; HIROHATA, Atsufumi. Switching of Skyrmion chirality by local heating. Scientific Reports, v. 9, n. 1, 2019.
- [58] BÜTTNER, Felix; LEMESH, Ivan; BEACH, Geoffrey S. D. Theory of isolated magnetic skyrmions: From fundamentals to room temperature applications. Scientific Reports, v. 8, n. 1, p. 1-12, 2018.
- [59] KECHRAKOS, D.; TZANNETOU, L.; PATSOPOULOS, A. Magnetic skyrmions in cylindrical ferromagnetic nanostructures with chiral interactions. Physical Review B, v. 102, n. 5, p. 1-10, 2020.
- [60] CARVALHO-SANTOS, Vagson L.; CORONA, R. M.; ALTBIR, D.; CASTILLO-SEPÚLVEDA, S. Shifts in the skyrmion stabilization due to curvature effects in dome- And antidome-shaped surfaces. Physical Review B, v. 102, n. 024444, p. 1-7, 2020.
- [61] SKYRME, T. H. R. A non-linear field theory. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, v. 260, n. 1300, p. 127-138, 1961.
- [62] SKYRME, T. H. R. A unified field theory of mesons and baryons. Nuclear Physics, v. 31, n. C, p. 556-569, 1962.
- [63] NAGAOSA, Naoto; TOKURA, Yoshinori. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. Nature Nanotechnology, v. 8, n. 12, p. 899-911, 2013.
- [64] MÜHLBAUER, S.; BINZ, B.; JONIETZ, F.; PFLEIDERER, C.; ROSCH, A.; NEUBAUER, A.; GEORGII, R.; BÖNI, P. Skyrmion Lattice in a Chiral Magnet. Science, v. 323, n. 5916, p. 915-919, 2009.

- [65] GOMES, Josiel Carlos de Souza. Estudo de sistemas magnéticos nanoestruturados via Simulação Computacional, com aplicação em dispositivos de memórias magnetorresistivas. Tese (Doutorado em Física), UFJF. Juiz de Fora, 2020.
- [66] MIAO, B. F.; SUN, L.; WU, Y. W.; TAO, X. D.; XIONG, X.; WEN, Y.; CAO, R. X.; WANG, P.; WU, D.; ZHAN, Q. F.; YOU, B.; DU, J.; LI, R. W.; DING, H. F. Experimental realization of two-dimensional artificial skyrmion crystals at room temperature. **Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics**, v. 90, n. 17, p. 1-5, 2014.
- [67] ABANOV, A.; POKROVSKY, V. L. Skyrmion in a real magnetic film. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, v.58, n. 14, 1998.
- [68] CHUI, C. P.; MA, Fusheng; ZHOU, Yan. Geometrical and physical conditions for skyrmion stability in a nanowire. AIP Advances, v. 5, n. 4, 2015.
- [69] VIDAL-SILVA, Nicolás; RIVEROS Alejandro; ESCRIG, Juan. Stability of Neel skyrmions in ultra-thin nanodots considering Dzyaloshinskii-Moriya and dipolar interactions. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 443, p. 116-123, 2017.
- [70] HEINZE, Stefan; BERGMANN, Kirsten Von; MENZEL, Matthias; BREDE, Jens; KUBETZKA, André; WIESENDANGER, Roland; BIHLMAYER, Gustav; BLÜGEL, Stefan. Spontaneous atomic-scale magnetic skyrmion lattice in two dimensions. Nature Physics, v. 7, n. 9, p. 713-718, 2011.
- [71] ZHANG, Xichao; XIA, Jing; ZHAO, G. P.; LIU, Xiaoxi; ZHOU, Yan. Magnetic Skyrmion Transport in a Nanotrack with Spatially Varying Damping and Non-Adiabatic Torque. IEEE Transactions on Magnetics, v. 53, n. 3, p. 1-5, 2017.
- [72] YANG, Jaehak; KIM, Junhoe; ABERT, Claas; SUESS, Dieter; KIM, Sang Koog. Stability of skyrmion formation and its abnormal dynamic modes in magnetic nanotubes. Physical Review B, v. 102, n. 9, p. 1-9, 2020.
- [73] HOFFMANN, Markus; MÜLLER, Gideon P.; MELCHER, Christof; BLÜGEL, Stefan. Skyrmion-Antiskyrmion Racetrack Memory in Rank-One DMI Materials. Frontiers in Physics, v. 9, p. 1-12, 2021.
- [74] CHEN, Gong; MASCARAQUE, Arantzazu; N'DIAYE, Alpha T.; SCHMID, Andreas K. Room temperature skyrmion ground state stabilized through interlayer exchange coupling. Applied Physics Letters, v. 106, n. 242404, p. 1-5, 2015.
- [75] LUIS, Ricardo Francisco; RAPOSO, Victor; ALEJOS, Oscar; MARTINEZ, Eduardo. Current-Driven Skyrmion Dynamics Along Curved Tracks. IEEE Transactions on Magnetics, v. 55, n. 7, p. 1-8, 2019.
- [76] WANG, X. S.; YUAN, H. Y.; WANG, X. R. A theory on skyrmion size. Communications Physics, v. 1, n. 1, p. 1-7, 2018.
- [77] JUGE, Roméo. Nucléation et dynamique de skyrmions magnétiques dans des films ultra-minces: Exploring different facets of magnetic skyrmion nucleation and dynamics in ultra-thin films. Thèse (Doctorat en Physique), Université Grenoble Alpes. Grenoble, 2020.

- [78] GUIMARÃES, Alberto P. Principles of Nanomagnetism. 2. ed. Springer International Publishing AG: Rio de Janeiro, 2017.
- [79] ROHART, S.; THIAVILLE, A. Skyrmion confinement in ultrathin film nanostructures in the presence of Dzyaloshinskii-Moriya interaction. Physical Review B -Condensed Matter and Materials Physics, v. 88, n. 18, p. 1-8, 2013.
- [80] HUBERT, A.; SCHÄFER, R. Magnetic Domains: The Analysis of Magnetic Microstructures. Springer Berlin Heidelberg: New York, 2009.
- [81] DEJONG, M. D.; LIVESEY, K. L. Analytic theory for the switch from Bloch to Néel domain wall in nanowires with perpendicular anisotropy. Physical Review B
 - Condensed Matter and Materials Physics, v. 92, n. 21, 2015.
- [82] RYU, Kwang Su; YANG, See Hun; THOMAS, Luc; PARKIN, Stuart S. P. Chiral spin torque arising from proximity-induced magnetization. Nature Communications, v. 5, n. 3910, 2014.
- [83] PIZZINI, S.; VOGEL, J.; ROHART, S.; BUDA-PREJBEANU, L. D.; JUÉ, E.; BOULLE, O.; MIRON, I. M.; SAFEER, C. K.; AUFFRET, S.; GAUDIN, G.; THIAVILLE, A. Chirality-induced asymmetric magnetic nucleation in Pt/Co/AlOx ultrathin microstructures. Physical Review Letters, v. 113, n. 4, 2014.
- [84] EMORI, Satoru; MARTINEZ, Eduardo; LEE, Kyung Jin; LEE, Hyun Woo; BAUER, Uwe; AHN, Sung Min; AGRAWAL, Parnika; BONO, David C.; BEACH, Geoffrey S.D. Spin Hall torque magnetometry of Dzyaloshinskii domain walls. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, v. 90, n. 18, 2014.
- [85] BELMEGUENAI, Mohamed; ADAM, Jean Paul; ROUSSIGNÉ, Yves; EIMER, Sylvain; DEVOLDER, Thibaut; KIM, Joo Von; CHERIF, Salim Mourad; STASH-KEVICH, Andrey; THIAVILLE, André. Interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interaction in perpendicularly magnetized Pt/Co/AlOx ultrathin films measured by Brillouin light spectroscopy. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, v. 91, n. 18, 2015.
- [86] TEJO, Felipe; VELOZO, Felipe; ELÍAS, Ricardo Gabriel; ESCRIG, Juan. Oscillations of skyrmion clusters in Co/Pt multilayer nanodots. Scientific Reports, v. 10, n. 1, p. 1-8, 2020.
- [87] SAMPAIO, J.; CROS, V.; ROHART, S.;THIAVILLE, A.; FERT, A. Nucleation, stability and current-induced motion of isolated magnetic skyrmions in nanostructures. Nature Nanotechnology, v. 8, n. 11, p. 839-844, 2013.
- [88] FOOK, Hiu Tung; GAN, Wei Liang; LEW, Wen Siang. Gateable Skyrmion Transport via Field-induced Potential Barrier Modulation. Nature Publishing Group, v. 6, n. 21099, 2016.
- [89] LAI, P.; ZHAO, G. P.; TANG, H.; RAN, N.; WU, S. Q.; XIA, J.; ZHANG, X.; ZHOU, Y. An Improved Racetrack Structure for Transporting a Skyrmion. Nature Publishing Group, v. 7, n. 45330, 2017.
- [90] CAI, Na; LIU, Yan. Current-driven skyrmion movement in a curved nanotrack. Journal of Physics D: Applied Physics, v. 54, n. 12, 2021.

- [91] VIEU, C.; GIERAK, J.; LAUNOIS, H.; AIGN, T.; MEYER, P.; JAMET, J. P.; FERRÉ, J.; CHAPPERT, C.; DEVOLDER, T.; MATHET, V.; BERNAS, H. Modifications of magnetic properties of Pt/Co/Pt thin layers by focused gallium ion beam irradiation. Journal of Applied Physics, v. 91, n. 5, p. 3103-3110, 2002.
- [92] LUO, Y. M.; ZHOU, C.; WON, C.; WU, Y. Z. Magnetic vortex gyration affected by Dzyaloshinskii-Moriya interaction. Journal of Applied Physics, v. 117, n. 16, 2015.
- [93] WOO, Seonghoon; LITZIUS, Kai; KRÜGER, Benjamin; IM, Mi Young; CARETTA, Lucas; RICHTER, Kornel; MANN, Maxwell; KRONE, Andrea; REEVE, Robert M.; WEIGAND, Markus; AGRAWAL, Parnika; LEMESH, Ivan; MAWASS, Mohamad Assaad; FISCHER, Peter; KLÄUI, Mathias; BEACH, Geoffrey S.D. Observation of room-temperature magnetic skyrmions and their current-driven dynamics in ultrathin metallic ferromagnets. Nature Materials, v. 15, n. 5, p. 501-506, 2016.
- [94] PAIXAO, Everton Luiz Martins da. Estudo da parede de domínio transversal na presença de impurezas magnéticas sob efeito de corrente elétrica polarizada em spin via simulação micromagnética. Tese (Doutorado em Física), UFJF. Juiz de Fora, 2018.
- [95] SEIDU, Baba. A Matrix System for Computing the Coefficients of the Adams Bashforth-Moulton Predictor-Corrector formulae. International Journal of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 3, 2011.
- [96] KRAVCHUK, Volodymyr P.; RÖßLER, Ulrich K.; VOLKOV, Oleksii M.; SHEKA, Denis D.; BRINK, Jeroen Van Den; MAKAROV, Denys; FUCHS, Hagen; FAN-GOHR, Hans; GAIDIDEI, Yuri. Topologically stable magnetization states on a spherical shell: Curvature-stabilized skyrmions. Physical Review B, v. 94, n. 14, p. 1-11, 2016.
- [97] KRAVCHUK, Volodymyr P.; SHEKA, Denis D.; KÁKAY, Attila; VOLKOV, Oleksii M.; RÖßLER, Ulrich K.; BRINK, Jeroen Van Den; MAKAROV, Denys; GAIDIDEI, Yuri. Multiplet of skyrmion states on a curvilinear defect: Reconfigurable skyrmion lattices. Physical Review Letters, v. 120, n. 6, 2018.
- [98] PYLYPOVSKYI, Oleksandr V.; MAKAROV, Denys; KRAVCHUK, Volodymyr P.; GAIDIDEI, Yuri; SAXENA, Avadh; SHEKA, Denis D. Chiral Skyrmion and Skyrmionium States Engineered by the Gradient of Curvature. Physical Review Applied, v. 10, n. 6, 2018.
- [99] YERSHOV, Kostiantyn V.; KRAVCHUK, Volodymyr P.; SHEKA, Denis D.; RÖß-LER, Ulrich K. Curvature effects on phase transitions in chiral magnets. SciPost Physics, v. 9, n. 4, p. 1-18, 2020.
- [100] KORNIIENKO, Anastasiia; KÁKAY, Attila; SHEKA, Denis D.; KRAVCHUK, Volodymyr P. Effect of curvature on the eigenstates of magnetic skyrmions. Physical Review B, v. 102, n. 1, p. 1-11, 2020.
- [101] LIU, Yan; CAI, Na; YU, Xingxing; XUAN, Shengjie. Nucleation and stability of skyrmions in three-dimensional chiral nanostructures. Scientific Reports, v. 10, n. 1, p. 1-10, 2020.

- [102] CARVALHO-SANTOS, V. L.; CASTRO, M. A.; SALAZAR-ARAVENA, D.; LA-ROZE, D.; CORONA, R. M.; ALLENDE, S.; ALTBIR, D. Skyrmion propagation along curved racetracks. Applied Physics Letters, v. 118, n. 172407, 2021.
- [103] LIU, Yan; CAI, Na; XIN, Ming Zhu; WANG, Shuang. Magnetic skyrmions in curved geometries. Rare Metals, v. 41, n. 7, p. 2184-2199, 2022.
- [104] YERSHOV, Kostiantyn V.; KÁKAY, Attila; KRAVCHUK, Volodymyr P. Curvatureinduced drift and deformation of magnetic skyrmions: Comparison of the ferromagnetic and antiferromagnetic cases. Physical Review B, v. 105, n. 5, p. 1-18, 2022.
- [105] MULKERS, Jeroen; WAEYENBERGE, Bartel Van; MILOŠEVIĆ, Milorad V. Effects of spatially engineered Dzyaloshinskii-Moriya interaction in ferromagnetic films. Physical Review B, v. 95, n. 14, 2017.
- [106] BALTZER, Philip K. Effective magnetic anisotropy and magnetostriction of monocrystals. Physical Review, v. 108, n. 3, p. 580-587, 1957.
- [107] WU, Haitao; HU, Xuchong; JING, Keyu; WANG, X. R. Size and profile of skyrmions in skyrmion crystals. Communications Physics, v. 4, n. 1, 2021.
- [108] GONG, X.; JING, K. Y.; LU, J.; WANG, X. R. Skyrmion pinning by disk-shaped defects. Physical Review B, v. 105, n. 9, p. 1-9, 2022.
- [109] YOUNG, Nicholas. An introduction to Hilbert space. Cambridge University Press: New York, 1988.
- [110] RODRIGUES, Davi R.; ABANOV, Ar; SINOVA, J.; EVERSCHOR-SITTE, K. Effective description of domain wall strings. Physical Review B, v. 97, n. 13, 2018.
- [111] ZHANG, S.; LI, Z. Roles of nonequilibrium conduction electrons on the magnetization dynamics of ferromagnets. Physical Review Letters, v. 93, n. 12, 2004.
- [112] BAZALIY, Y. B.; JONES, B. A.; ZHANG, Shou-Cheng. Modification of the Landau-Lifshitz equation in the presence of a spin-polarized current incolossal- and giantmagnetoresistive materials. Physical Review B, v. 57, n. 6, p. 3213-3216, 1998.
- [113] WANG, Xiaofan; WANG, X. S.; WANG, C.; YANG, Huanhuan; CAO, Yunshan; YAN, Peng. Current-induced skyrmion motion on magnetic nanotubes. Journal of Physics D: Applied Physics, v. 52, n. 22, p. 1-6, 2019.
- [114] BAZEIA, D.; DORIA, M. M.; RODRIGUES, E. I.B. Topological excitations in magnetic materials. Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics, v. 380, n. 22-23, p. 1947-1952, 2016.
- [115] EZAWA, Motohiko. Giant Skyrmions stabilized by dipole-dipole interactions in thin ferromagnetic films. Physical Review Letters, v. 105, n. 19, p. 1-4, 2010.
- [116] FERT, Albert; REYREN, Nicolas; CROS, Vincent. Magnetic skyrmions: Advances in physics and potential applications. Nature Reviews Materials, v. 2, n. 17031, p. 1-15, 2017.

- [117] MOUTAFIS, C.; KOMINEAS, S.; BLAND, J. A. C. Dynamics and switching processes for magnetic bubbles in nanoelements. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, v. 79, n. 22, p. 1-8, 2009.
- [118] THIELE, A. A. Steady-state motion of magnetic domains. Physical Review Letters, v. 30, n. 6, p. 230-233, 1973.
- [119] GONG, Xin; YUAN, H. Y.; WANG, X. R. Current-driven skyrmion motion in granular films. Physical Review B, v. 101, n. 6, p. 1-10, 2020.
- [120] REICHHARDT, C.; RAY, D.; REICHHARDT, C. J. Olson. Magnus-induced ratchet effects for skyrmions interacting with asymmetric substrates. New Journal of Physics, v. 17, n. 7, 2015.
- [121] THIELE, A. A. Applications of the gyrocoupling vector and dissipation dyadic in the dynamics of magnetic domains. Journal of Applied Physics, v. 45, n. 1, p. 377-393, 1974.
- [122] HRABEC, A.; SAMPAIO, J.; BELMEGUENAI, M.; GROSS, I.; WEIL, R.; CHÉ-RIF, S. M.; STASHKEVICH, A.; JACQUES, V.; THIAVILLE, A.; ROHART, S. Current-induced skyrmion generation and dynamics in symmetric bilayers. Nature Communications, v. 8, p. 1-6, 2017.
- [123] JIANG, W.; ZHANG, X.; YU, G.; ZHANG, W.; WANG, X.; JUNGFLEISCH, M. Benjamin; PEARSON, J. E.; CHENG, X.; HEINONEN, O.; WANG, K. L.; ZHOU, Y.; HOFFMANN, A.; VELTHUIS, S. G. Te. Direct observation of the skyrmion Hall effect. Nature Physics, v. 13, n. 2, p. 162–169, 2017.
- [124] KIM, Kyoung Whan; MOON, Kyoung Woong; KERBER, Nico; NOTHHELFER, Jonas; EVERSCHOR-SITTE, Karin. Asymmetric skyrmion Hall effect in systems with a hybrid Dzyaloshinskii-Moriya interaction. Physical Review B, v. 97, n. 22, p. 1-10, 2018.
- [125] TCHOE, Youngbin; HAN, Jung Hoon. Skyrmion generation by current. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, n. 17, v. 85, 2012.
- [126] HERTEL, Riccardo. Curvature-induced magnetochirality. Spin, v. 3, n. 3, p. 1-9, 2013.
- [127] DING, Jinjun; YANG, Xiaofei; ZHU, Tao. Manipulating current induced motion of magnetic skyrmions in the magnetic nanotrack. Journal of Physics D: Applied Physics, v. 48, n. 11, 2015.
- [128] MARTINEZ, J. C.; LEW, W. S.; GAN, W. L.; JALIL, M. B. A. Theory of currentinduced skyrmion dynamics close to a boundary. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 465, p. 685-691, 2018.
- [129] FARIAS, W. S.; SANTECE, I. A.; COURA, P. Z. The influence of curved surfaces on the propagation of skyrmions in a magnetic racetrack. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, v. 568, n. 170386, 2023.
- [130] DEL-VALLE, Nuria; CASTELL-QUERALT, Josep; GONZÁLEZ-GÓMEZ, Leonardo; NAVAU, Carles. Defect modeling in skyrmionic ferromagnetic systems. APL Materials, v. 10, n. 010702, 2022.

[131] ISHIDA, Yuichi; KONDO, Kenji. Theoretical comparison between skyrmion and skyrmionium motions for spintronics applications. Japanese Journal of Applied Physics, v. 59, n. SGGI04, 2020.